# APLICACION DE LA TEORIA DE NIVELES A LAS ESTRUCTURAS LOGICAS

Tomás GALLARTA CAMPO*

Después de un siglo de reflexión y discusiones sobre la fundamentación de la Lógica y de la Matemática, sin llegar a un acuerdo hasta dónde llegaba su mutuo parentesco, sí se ha conseguido un notable avance de perspectiva y hasta de contenido de ambas ciencias. Pero aún quedan varias zonas oscuras, que trato de iluminar, por lo que se refiere a la Lógica, con mi Teoría de niveles del concepto de estructura. Como aplicación concreta, expondré una Teoría unificada de la Lógica de predicados y proposiciones.

## INTRODUCCION

El "Organon" de Aristóteles y los "Elementos" de Euclides, se han considerado, durante siglos, como dos colosales monumentos del pensamiento humano. Nadie ponía en duda la consistencia de sus fundamentos y sólo se pensaba en su desarrollo. La aparición de las geometrías no-euclídeas y ciertas aporías lógicas, hicieron vacilar estos cimientos, alarmando a algunos filósofos y matemáticos, decidiéndose a una revisión profunda del problema. A los trabajos de G. Frege, de finales de siglo, siguieron los de D. Hilbert, B. Russell, I. M. Bochenski, J. Lukasiewicz y otros. [1]

A lo largo de este siglo, se han formado equipos de estudio, como el Círculo de Viena, el Grupo de Varsovia y el N. Bourbaki de Francia y escuelas con soluciones dispares, como la Intuicionista, la Formalista y la Logicista. El logro más fecundo y creativo de estas investigaciones ha sido, a mi parecer, el concepto de **estructura** y subestructura, superpuesto al de **género** y subgénero de la Lógica esencialista. El género define un conjunto o clase, mediante las propiedades que lo caracterizan, si se hace por comprensión. En cualquier caso, los conjuntos sólo constituyen la materia, para establecer una estructura.

Hablando en términos escolásticos, los conjuntos constituirían la materia, y las relaciones, la forma de una estructura. Los conjuntos serían amorfos, mientras no se relacionen sus elementos.

La originalidad de este concepto de estructura radica en las propiedades formales, que se han descubierto en las relaciones. Siempre se había pensado en las propiedades, para caracterizar objetos, y así definirlos por comprensión, sin percatarse que esto mismo podía aplicarse a la definición de las relaciones. Este nuevo enfoque permite prescindir del llamado fundamento, que con los extremos, constituyen la relación predicamental. Para las relaciones, constitutivas de una

THEORIA - Segunda Época - Vol. VII
1992, Nº 16-17-18, tomo A, 91-104

estructura, bastará referirse a sus propiedades formales, como la simetría, la transitividad, la ley conmutativa, etc.

Así se ha formalizado la Matemática y la Logica moderna, pero mezclando con frecuencia, lo que yo llamo, niveles, dentro de una misma estructura. El resultado, además de la falta de rigor lógico, ha sido el origen de no pocas discusiones, tanto en el campo de la Matemática [2], como en la Lógica. Aquí lo aplicaré concretamente a la Silogística y a la Lógica de proposiciones.

## RESUMEN DE LA TEORIA DE NIVELES

Atendiendo a lo que he llamado **materia** y **forma** de una estructura, pueden distinguirse en ella tres niveles:

**1º Nivel axiomático.** En este nivel, el conjunto que sirve de **materia**, no se concreta, es, por decirlo así, un conjunto hipotético, representado simplemente por un nombre o una letra.

Las relaciones que determinan la estructura tampoco se concretan, sólo se enuncian axiomáticamente las propiedades formales que han de satisfacer. Las definiciones y axiomas han de considerarse como enunciados "a priori", totalmente convencionales, sin más exigencias que las condiciones de Hilbert, en particular la consistencia. [3]

**2º Nivel tabular.** Aquí la **materia** ya es un conjunto concreto, generalmente de grafismos, aunque podía estar formado por cualquier clase de objetos convencionales. Esto es así porque deben considerarse como puros objetos, sin tener en cuenta su naturaleza. Es impropio llamarlos signos, pues debe prescindirse de todo significado real y, si acaso, podrían considerarse como signoss potenciales. [4] La forma **tabular** está expresada en las tablas operativas, que son simples correspondencias, sin ningún significado real. En estas tablas compuestas con grafismos, tanto en Lógica como en Matemáticas, no puede hablarse de verdad, como cuando se afirma que siempre será verdad que "dos y dos son cuatro", confundiendo este nivel con el siguiente.

**3º Nivel real.** Este nivel es el más fácil de comprender, pues tanto la **materia** como la **forma**, los objetos como las relaciones, que forman la estructura, son reales, independientes de todo convencionalismo. Sus enunciados serán verdaderos o falsos, verdaderos o probables, pero siempre referidos a la realidad. Si se emplean signos, siempre habrá que tener en cuenta su significado.

Expuesta la teoría de niveles estructurales, se pueden concretar en una parte importante de la Lógica, como es la Silogística.

## LA SILOGISTICA A NIVEL AXIOMATICO

**Definición 1.** Sobre un conjunto hipotético, que sse representa por la letra B [5], se postulan dos operaciones binarias, a saber, $x + y = z$, $st = u$, que pueden llamarse suma lógica y producto lógico, con las siguientes propiedades formales.

**Axioma I.** Ambas operaciones con conmutativas, asociativas y distributivas una respecto de la otra.

**Axioma II.** Las dos operaciones tienen un elemento neutro, representados por 0 y 1, respectivamente.

**Definición 2.** Se postula una operación monaria, que puede representarse por una tilde $f(x) = x'$, con las siguientes propiedades:

**Axioma III.**

a) Propiedad de contradicción: $xx' = 0$

b) Propiedad involutiva: $(x')' = x$

c) Propiedad tautológica: $x + x' = 1$

d) Ley de Morgan: $(x + y)' = x'y'$, $(xy)' = x'+ y'$

**Definición 3.** Se definen dos relaciones $=$ y $\neq$, por las propiedades formales siguientes:

**Axioma IV.**

a) Reflexiva, $x = x$

b) Simétrica, si $x = y$, también $y = x$

c) Sustitutiva, si $a = b$, puede sustituirse a por b en cualquier expresión [6]

d) Unitiva, si $x = z$, $y = z$, también $x = y$

e) Uniforme para las tres operaciones:

si $x = y$, será $x' = y'$, $x + h = y + h$, $xh = yh$

La relación $\neq$ se define por las propiedades siguientes:

a) si $x \neq y$, también $y \neq x$

b) si $x = y$, $x \neq z$, también $y \neq z$.

## TEOREMAS FUNDAMENTALES

**Teorema 1.** Transformación de los neutros:

$0' = 1$, $1' = 0$

Demostración

Aplicando el Ax. III, a) $xx' = 0$ b) $(xx')' = 0 = x + x' = 1$

c) $x + x' = 1 = 0$ d) $(0')' = 1' = 0$

**Teorema 2.** Propiedad idempotente:

$x = x = x = xx$

Demostración

Por el Ax. I, propiedad distributiva, $x + xx' = (x + x)(x + x')$

como $(x + x') = 1$,

$x = (x + x)1 = x + x$.

Por otra parte, aplicando la misma propiedad, $x = x1 = x(x + x') = xx + xx'$

como $xx' = 0$,

$x = xx + 0 = xx$.

**Teorema 3**. Elementos absorbentes:

a) $x0 = 0$, b) $x + 1 = 1$

Demostración

a) $x0 = x(xx') = (xx)x' = xx' = 0$

b) $x + 1 = x + (x + x') = (x + x) + x' = x + x' = 1$

**Teorema 4**. Propiedad simplificativa:

a) $xy + x = x$, b) $(x + y)x = x$

Demostración

a) $xy + x = x(y + 1)$, pero $y + 1 = 1$ (teor. 3, b)

Por tanto, $xy + x = x1 = x$

b) $(x + y)x = xx + xy = x + xy = x$

**Teorema 5**. Propiedad eliminativa:

a) $xy + x' = y + x'$, b) $(x + y)x' = yx'$

Demostración

a) $xy + y' = (x + x')(y + x') = 1(y + x') = y + x'$

b) $(x + y)x' = xx' + yx' = 0 + yx' = yx'$

**Teorema 6**. Propiedad de equivalencia:

El producto $xy = x$, equivale a $x'y' = y'$.

Aplicando el Ax. III, d: $x' + y' = x'$. Por el Ax. I: $(x' + y')y' = x'y'$

$(x' + y')y' = x'y' + y'y' = x'y' + y' = y'$ (Ax. 4).

Caso particular: si $xy' = x$, será $yx' = y = (y')x'$

**Definición 4**. Ecuaciones lógicas.

Las definiciones anteriores y axiomas permiten el desarrollo abstracto de un álgebra, lo mismo que en cualquier estructura axiomática de las matemáticas. Con las operaciones pueden formarse monomios y polinomios, y estudiarse sus propiedades, mediante la aplicación de los axiomas. Una de estas propiedades permite transformar un monomio, como xyz = M, en un binomio con una nueva variable, mediante el producto de M por la tautología u + u' = 1:

$$M(u + u') = Mu + Mu' = M = xyzu + xyzu'$$

El desarrollo de una teoría general de ecuaciones podía ser interesante, aunque, de momento, sólo destacaremos las ecuaciones con tres variables, que denominaremos **ecuaciones lógicas**. Estas ecuaciones pueden presentarse en las siguientes formas:

| | |
|---|---|
| a) $xy = x$, | a') $xy = y$ |
| e) $xy' = x$, | e') $x'y = y$ |
| i) $xy = z \neq 0$, | o) $xy' = z \neq 0$ |
| u ) $xy = t$, $t \neq 0$, $x \neq t \neq y$ [7] | |

**Definición 5**. Sistemas lógicos.

Vamos a considerar los sistemas formados por dos ecuaciones lógicas, que cumplan estas condiciones: **1ª** Que las dos ecuaciones contengan una variable común. **2ª** Que al menos una de las ecuaciones sea de la forma a) o de la forma e). **3ª** $x \neq 0 \neq y$.

**Definición 6**. Soluciones de un sistema lógico.

Llamaremos solución de un sistema lógico a los productos de la forma yz = r, que satisfaga las condiciones del sistema, siendo yz las variables no comunes.

Pueden distinguirse dos clases de soluciones: las implicativas y las compatibles. En las primeras el producto yz = r se deduce necesariamente del sistema, mediante la aplicación de los axiomas, mientras las segundas son soluciones posibles, pero no necesarias.

**Definición 7**. Figuras y Modos.

Hasta ahora, ha venido haciéndose una primera clasificación en Figuras, atendiendo a la posición de la variable común a las dos ecuaciones, que suele representarse por una M. Las otras dos variables se representan por S y P. Esto daría lugar a las 4 Figuras clásicas:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | MP | | PM | | MP | | PM |
| 1ª | | 2ª | | 3ª | | 4ª | |
| | SM | | SM | | MS | | MS |

Para formar los Modos posibles, dentro de cada Figura, suelen emplearse además de las variables M, S, P las complementarias M', S', P', combinando las 4 formas de ecuaciones: a, e, i, o.

**Definición 8**. Modos válidos.

Con los criterios anteriores, Aristóteles calculaba 16 Modos para cada Figura, en total 64 Modos. Los autores modernos calculan muchos más, teniendo también en cuenta las formas de SP.

La validez de los modos suele fundamentarse en la implicación entre la verdad del sistema y la verdad de SP. [89]

Ninguno de estos criterios pueden emplearse en un sistema axiomático B.

1º Los productos xy = z son conmutativos y por tanto resulta indiferente la ubicación de la variable común M.

2º No puede emplearse M y M' en el mismo sistema, pues ya no habría una variable común M ó M'.

3º Ninguna de estas ecuaciones son verdaderas o falsas.

## NUEVA CLASIFICACION RIGUROSA

Lo dicho en 1º, permite dejar fija la M en todos los sistemas, en la forma MP = x,  MS = y.

Ahora, los modos posibles de este sistema dependerán de las posibilidades para las parejas (x, y), combinando las posibilidades para x, con las de y. Las de x son: P, M, t. Las de y son: S, M, t. Las parejas posibles serán: PS, PM, Pt-MS, MM, Mt-tS, TM. Con ellas se obtienen 8 Modos.

**Clase 1ª**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1 )** | MP = P<br>MS = S | **2 )** | MP = P<br>MS = M | **3 )** | MP = P<br>MS = t | **4 )** | MP = M<br>MS = S |
| **5 )** | MP = M<br>MS = M | **6 )** | MP = M<br>MS = t | **7 )** | MP = t<br>MS = S | **8 )** | MP = t<br>MS = M |

La clase 2ª es inmediata, sustituyendo P por P'.

**Clase $2^a$**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 ) | $MP' = P'$<br>$MS = S$ | 10 ) | $MP' = P'$<br>$MS = M$ | 11 ) | $MP' = P'$<br>$MS = t$ | 12 ) | $MP' = M$<br>$MS = S$ |
| 13 ) | $MP' = M$<br>$MS = M$ | 14 ) | $MP' = M$<br>$MS = t$ | 15 ) | $MP' = t$<br>$MS = S$ | 16 ) | $MP' = t$<br>$MS = M$ |

Las clases $3^a$ y $4^a$, se obtienen sustituyendo en la $1^a$ y la $2^a$ la S por S'.

**Definición 9.** Modos formalmente válidos.

Resuelto, de un modo riguroso, los Modos posibles, a nivel axiomático, resta determinar cuáles de esos 32 Modos pueden considerarse válidos, a ese mismo nivel.

Un sistema formará un Modo **válido** si admite una ecuación $xy = z$ que sea solución implicativa, siendo xy las variables no comunes. Puede haber también soluciones no implicativas, que sean compatibles con el sistema. Si puede demostrarse que una solución es incompatible, se tendría una implicación negativa.

## MODOS VALIDOS DE LA $1^a$ CLASE

Modo 1 - No es válido. Puede comprobarse que todas las soluciones son compatibles, pero ninguna implicativa. El producto de las dos ecuaciones del sistema: $MPMS = SP$, admite la solución $SP \neq 0$ y las demás, pero ninguna necesariamente.

Modo 2 - Es válido y tiene la solución implicativa $SP = P$ de la forma a'. Basta sustituir $M = MS$ de la segunda ecuación en la primera: $(MS)P = P = S(MP) = SP$. Es el clásico Bamalip, que debería llamarse Bamalap.

Modo 3 - Admite todas las soluciones, menos $SP = S$, pero ninguna es implicativa. Tendría la implicación negativa $SP \neq S$. De sus dos ecuaciones $MP = P$, $MS = t$, sustituyendo $SP = S$ en la segunda: $M(SP) = t$. Pero $M(SP) = (MP)S = SP = S = t \neq S$. (Ver definición 4, forma u).

Modo 4 - Es válido y corresponde al clásico Barbara de solución $SP = S$. Se demuestra como el Modo 2.

Modo 5 - Es válido, de solución implicativa $SP = z \neq 0$. Para demostrarlo, basta sustituir en su segunda ecuación $M = MS$, la primera, $M = MP$, $(MS)S = M = M(SP)$. Como $M \neq 0$, ha de ser $SP \neq 0$. Es el Darapti. Admite las demás soluciones como compatibles.

Modo 6 - Es válido y puede escribirse:

a) $MP = M$
u) $\underline{MS = t}$
$SP = z \neq 0$

Basta sustituir $M = MP$ en la segunda:

$(MP)S = M(SP) = t \neq 0$, luego $SP \neq 0$.

Es formalmente igual a Darii y Datisi, que deberían llamarse Darui y Datusi, pues $MS = t$ es de la forma u.

Modo 7 - Coincide con el modo 3, permutando P con S. Admite como compatibles todas las soluciones menos $SP = P$. Por tanto, $SP = P$ es una implicación negativa.

Modo 8 - Coincide con el Modo 6, permutando P con S. Es válido con la solución $SP \neq 0$. Admite la determinación $SP = S$. Es formalmente igual a los clásicos Dimatis y Disamis, es decir, Dumatis y Dusamis.

Modo 9 - Equivale al Modo 1, permutando P por P'. Es inválido.

Modo 10 - Es idéntico al 2, pues $MP' = P'$ es de la forma a', y lo mismo la solución $SP' = P'$.

Modo 11 - Es idéntico al Modo 3, y por tanto inválido.

Modo 12 - Coincide con el Modo 4, sustituyendo P por P'. Es el clásico Celarent.

Modo 13 - Coincide con el 5, sustituyendo P por P'. Es el clásico Felapton.

Modo 14 - Coincide con el 6, sustituyendo P por P', y formalmente es el clásico Ferio y Ferison, mejor dicho, Feruo y Feruson.

Modo 15 - Coincide en todo lo dicho con el 7, sustituyendo P por P'. Es inválido.

Modo 16 - Es válido como el 8 y corresponde al clásico Modo Bocardo. Debería llamarse Bucardo, pues su primera ecuación $MP' = t$, ya se ha visto que es de la forma $M \neq t \neq P'$.

## MODOS CLASICOS

Los Modos de la 3ª clase resultan de sustituir S' por S en la 1ª clase. Así se obtiene el Camenes clásico. Otro Modo sería de la forma MP = P
MS' = S' que repite al Barbara.

Los otros 3 son válidos y nuevos. Con estos 4 más los 9 anteriores son 13, y sólo 7 los modos válidos, formalmente distintos, pues los de la 4ª clase, son equivalentes a los de la 1ª.

Respecto a los Modos clásicos, de los 19, son 13 los que coinciden con los aquí señalados, pero 3 están repetidos. Los 6 Modos restantes son los camuflados con M', como el Cesare, que eliminada la M', mediante el Teorema 6, resulta un Celarent, y así ocurre con los demás.

Entre los autores modernos, quizá el que más ha estudiado la ampliación de los Modos aristotélicos ha sido Menne. Entre los muchos que propone como nuevos hay de todo. Pueden citarse como muestra, el Garderont, que es nuevo y válido, el que llama Helenij, con M', es sólo aparente su novedad, mientras el Heselij no puede aceptarse como válido.

## MODELO TABULAR LOGICO

Tanto la estructura B, como subestructura de las ecuaciones lógicas, se ha desarrollado a nivel axiomático, fundado exclusivamente en definiciones y axiomas "a priori".

Las letras que se han empleado carecían de cualquier significado concreto, y sólo han servido de soporte gráfico para las propiedades formales. Es claro que, a este nivel y en estas condiciones, hablar de verdad o falsedad en su desarrollo carece completamente de sentido.

Ahora vamos a pasar a la construcción del segundo nivel, que hemos llamado **tabular**.

Aquí el soporte gráfico elegido es un conjunto bien determinado de grafismos, que sirven de **materia**, para construir la estructura. La **forma** se establece mediante tablas o correspondencias del conjunto o conjuntos elegidos. En este modelo podemos valernos del conjunto (0, 1) estableciendo correspondencias entre sus elementos. Estas correspondencias pueden dar lugar a 4 tablas monarias y 16 tablas binarias. Como monarias elegimos la operación tilde: 0' = 1, 1' = 0.

Entre las binarias elegimos dos: x + z = z, xy = z, con estas tablas:

. En la primera, los resultados serán siempre 1, menos para 0 + 0 = 0.

. En la segunda, los resultados serán todos 0, menos para 11 = 1.

Con estas reglas pueden construirse las dos tablas y comprobarse que las tres operaciones poseen las mismas propiedades formales que las definidas "a priori" en la estructura B. Por tanto, esta estructura tabular constituye un modelo de la estructura B.

## MODELO REAL DE LA LOGICA DE PROPOSICIONES

Si clasificamos la proposiciones categóricas en verdaderas: V o falsas: F, la negación np-F = V y no-V = F, puede representarse por la tilde: F' = V y V' = F.

Por otra parte, la disyunción de dos proposiciones siempre es V, menos cuando las dos son F. En cambio, en la conjunción, siempre son F mientras las dos no sean V. Por tanto, las operaciones lógicas PoQ, PyQ, son isomorfas con anteriores tablas, haciendo 0 = F, 1 = V. Se trata de un modelo real de la estructura B y, en consecuencia, todas las expresiones obtenidas en el desarrollo de aquella álgebra tendrán una interpretación en la Lógica de proposiciones. Así, la ecuación tautológica $x + x' = 1$, equivale al principio clásico del "tertio excluso".

La ventaja del nivel algebraico consiste en la elegancia y finura en su desarrollo, que supera a los fecundos y sutiles trabajos de megáricos y estoicos.

Otra ventaja importante es que un nivel superior puede tener varios modelos respecto a la misma estructura, con el ahorro correspondiente en la economía del pensamiento. ¿Quién iba a suponer que la Lógica de proposiciones tuviera la misma estructura y un dualismo perfecto con la Teoría de circuitos electrónicos? Sin embargo, es así. [10]

## MODELO REAL DE LA SILOGISTICA

La Lógica de Clases ha venido a esclarecer y superar a la Lógica tradicional de Predicados. También a este nivel real se definen una operación monaria y dos binarias. La opeación monaria es la de complementariedad entre dos clases C y C', cuya reunión sería la clase plena. Se introduce el concepto de clase vacía para expresar que entre dos clases no existe ningún elemento común.

La ecuación lógica $xy = z$, se interpreta ahora por la intersección de las clases x, y, de modo que la clase z está formada por los elementos comunes a las otras dos clases.

Si $z = x$ significa que la clase x está incluida en la clase y, lo que equivale a la proposición universal afirmativa: "Todos los x son y". Lo mismo para $xy = y$ sería "Todos los y son x". Por tanto, estas dos proposiciones interpretan perfectamente las ecuaciones de la forma:

a) $xy = x$,  a') $xy = y$.

La proposición particular "Al menos un elemento de x pertenece a y", significa que su intersección no es vacía: i) $xy \neq 0$.

La particular más fuerte "Alguno, pero no todos, los x son y, ni todos los y son x" interpreta la ecuación acotada: u) $xy = t \neq 0$, para $x \neq t \neq y$.

Para proposiciones negativas puede aprovecharse la clase complementaria. Si "Ningún x es y", es que todos los elementos de la clase x pertenecen a su complementaria x'. Su intersección equivales a la ecuación de la forma: e) $xy' = x$. Las particulares negativas serían: o) $xy' \neq 0$; e') $xy' = t \neq 0$, para $x \neq t \neq y$.

El silogismo equivale a un sistema de dos ecuaciones lógicas y la Silogística se reduce a un modelo real de B.

Es ahora, para terminar, cuando puede contestarse a la inquietante pregunta de Carnap: ¿Es la Lógica una pura convención? [11]

La Teoría de niveles nos da la respuesta clara y contundente: a nivel axiomático y tabular, tanto la Lógica de proposiciones como la de predicados es convencional, no así a nivel real. A este nivel, debe interpretarse la realidad con las exigencias de la verdad objetiva, que exige la ciencia.

*Misioneros Claresianos, Segovia

## NOTAS

1 G. Frege: **Fundamentos de la Aritmética** - Ed. Laia - Barcelona - 1972. Whitehead y Russell: **Principia Mathematica** - Cambridge - 1970. D. Hilbert: **Elementos de Lógica teórica** - Ed. Tecnos - 1962. I.M. Bochenski: **Los métodos actuales del pensamiento** - Ed. Rialp - 1979. J. Lukasiewicz: **Estudios de Lógica y Filosofía** - Revista de Occidente - 1975.

2 T. Gallarta: **Construcción de una estructura (GC) axiomática** - Segovia - 1979.

3 F.I Toranzos: **Introducción a la epistemología** - Espasa - México - 1949, pag. 176.

4 T. Gallarta: **Complemento a la Lógica clásica** - Madrid - 1963, pag. 7-18.

5 La letra B es la inicial de Boole, creador de la Lógica booleana.

6 Es la aplicación formal de la definición de Leibniz: *"Eadem sunt, quorum unum potest substitui alteri, salva veritate"*.

7 Boole emplea ecuaciones equivalentes a éstas. Así, la forma a) booleana es $xy' = 0$. Aplicando los axiomas: $(xy')' = 0' = 1 = x' + y$; $1x = x = xx' + xy = xy$.

8 Alberto Moreno propone 256 Modos posibles y 24 correctos. **Lógica Matemática** - Buenos Aires - 1969, pag. 37.

9 A. Menne calcula hasta 48 Modos en cada Figura. **Introducción a la Lógica** - Gredos - 1976, pag. 180.

10 A. Paz Huguez: **Introducción a la Logitrónica** - Cedel - 1970.

11 R. Carnap: **Fundamentos de Lógica y Matemáticas** - Taller Ediciones, pag. 66.

## BIBLIOGRAFIA

.- W. QUINE - **Elementary Logic** - Boston - 1941. [Exposición del cálculo de proposiciones y cuantificadores].

.- I.M. BOCHENSKI - **Précis de Logique mathematique** - Bussum - Holanda - 1948. [Resumen de la Lógica moderna, como iniciación a un estudio posterior más profundo].

.- WHITEHEAD y RUSSELL - **Principia** - Cambridge - 1910. [Obra cumbre sobre la fundamentación lógico-matemática, en tres volúmenes. Ultima edición en 1950].

.- J. BRUNIM - **Logique binaire** - Dunod - Paris - 1966. [Estudio del Algebra de la Lógica y sus aplicaciones a la Teoría de circuitos].

.- G.E. HOERNES - **Algebre de Boole et dispositifs logiques** - Dunod - Paris - 1969. [Un tratado principalmente práctico, sobre la materia].

<u>En castellano</u>

.- A. BADIOU - **El concepto de modelo** - S. XXi - Argentina - 1972.

.- A. BURGOS - **Iniciación a la Lógica matemática** - Selecciones científicas - Madrid - 1970.

.- B. CURRY - **Lógica combinatoria** - Tecnos - 1967.

.- A. DEAÑO - **Introducción a la Lógica formal** - Alianza universitaria - 1975.

.- I.M. BOCHENSKI - **Los métodos actuales del pensamiento** - Rialp - Madrid - 1979.

.- R. CARNAP - **Fundamentos de Lógica** - Taller de ediciones - Madrid - 1975.

.- G. FREGE - **Fundamentos** - Laia - 1972.

.- T. GALLARTA - **Complementos a la Lógica clásica** - Madrid - 1963.

.- D. GARCIA BACCA - **Lógica moderna** - Labor - 1936.

.- M. GARDNER - **Máquinas Lógicas** - Grijalbo - 1973.

.- A HEYTING - **Introducción al Intuicionismo** - Tecnos - 1976.

.- D. HILBERT y W. ACKERMAN - **Elementos de Lógica** - Tecnos - 1962.

.- M. KAC y S. ULAM - **Matemáticas y Lógica** - Monte Avila - 1969.

.- M. KNEALE - **El desarrollo de la Lógica** - Tecnos - 1962.

.- J. LUKASIEWICZ - **Estudios de Lógica y Filosofía** - Revista de Occidente - 1975.

.- A. MORENO - **Lógica matemática** - Universitaria - 1976.

.- V. MUÑOZ - **Lógica matemática** - Madrid - 1958.

.- M. SACRISTAN - **Introducción a la Lógica y Análisis Formal** - Ariel - 1964.

.- F. TORANZOS - **Fundamentación de la Matemática** - Espasa Calpe - Argentina - 1949.

<u>**Revistas**</u>

.- **THEORIA** de la década de los 50, creada y dirigida por Miguel Sánchez-Mazas.

.- **ESTUDIOS** de la Orden mercedaria, con exhaustivos trabajos de Vicente Muñoz.

[Dos revistas pioneras de la corriente logística en España, que aún pueden consultarse con provecho].