



LABORATORIO DE DOCUMENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL PATRIMONIO
Grupo de Investigación en Arqueología de la Arquitectura (UPV-EHU)



UPV EHU

Aulario de las Nieves, edificio de Institutos Universitarios
C/ Nieves Cano 33, 01006 Vitoria-Gasteiz (España-Spain).

Tfno: +34 945 013222 / 013264

e-mail: ldgp@ehu.es web: <http://www.ldgp.es>

ARCHIVO DEL LABORATORIO DE DOCUMENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL PATRIMONIO

ARCHIVE OF THE LABORATORY FOR THE GEOMETRIC
DOCUMENTATION OF HERITAGE

Sección de memorias / *Reports section*

12-1

Información general / <i>General information</i>		
ELEMENTO:	A_Vitoria_SantaMaría	:ELEMENT
TITULO:	Documentación geométrica de las excavaciones de la Catedral de Santa María (Vitoria-Gasteiz). Mayo 2000-Junio 2003	:TITLE
FECHA:	junio 2003 / <i>June 2003</i>	:DATE
NUMERO:	LDGP_mem_012-1	:NUMBER
IDIOMA:	español / <i>Spanish</i>	:LANGUAGE

Resumen	
TITULO:	Documentación geométrica de las excavaciones de la Catedral de Santa María (Vitoria-Gasteiz). Mayo 2000-Junio 2003
DESCRIPCION GEOMÉTRICA:	Excavación arqueológica en parte del interior del templo (gran parte de la nave, capillas y cripta) y la plaza exterior.
DOCUMENTACION:	Toma de pares fotogramétricos con cámara semimétrica en película fotográfica (principalmente diapositiva de 6x6 cm), la mayoría de ellos –correspondientes a la superficie excavada- se han tomado utilizando una estructura portátil para la elevación de la cámara unos 4 metros sobre el terreno. La colección consta de 1.560 pares, todos ellos, clasificados, con su correspondiente apoyo (en el sistema local de coordenadas del proyecto). En campo las fotografías se toman por duplicado, razón por la que existen dos copias de la colección de negativos (diapositivas): la que se encuentra en el Fundación Catedral de Santa María y la copia almacenada en el Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio (UPV/EHU).
TECNICAS:	topografía, fotogrametría
PRODUCTOS:	<ul style="list-style-type: none"> • Colección de fotografías (métricas en diapositiva). • Fichas de croquis de los pares fotogramétricos. • Modelo tridimensional vectorial y mallado obtenido por restitución. • Planos (planta, alzados).
DESCRIPTORES NATURALES:	patrimonio, topografía, fotogrametría, arqueología
DESCRIPTORES CONTROLADOS:	(Procedentes del Tesouro UNESCO [http://databases.unesco.org/thessp/]) Patrimonio Cultural, Reconocimiento Topográfico, Fotogrametría, Edificio Religioso, Arqueología

Abstract	
TITLE:	Geometric documentation of the archaeological excavations at Santa Maria Cathedral (Vitoria-Gasteiz, Álava, Spain). May 2000 / June 2003
GEOMETRIC DESCRIPTION:	Archaeological excavation of the most part of the nave (including chapels and crypt) and the square outside.
DOCUMENTATION:	Photogrammetric pairs (stereoscopic) taken with a semi-metric camera (6x6 cm film). Most of the photographs are had been taken by means of a portable structure to held the camera 4 meters above the ground. The collection is composed by 1560 stereoscopic pairs with control points (the project uses a local system for the coordinates). Due to the fact that, during the fieldwork, the photographs are taken twice, there are two copies of the collection: the one at the Fundación Catedral de Santa María de Vitoria and a copy kept at the Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio (UPV/EHU).
METHODOLOGIES:	surveying, photogrammetry
PRODUCTS:	<ul style="list-style-type: none"> • Metric photographs (film). • Sketches of each stereoscopic pair. • Wireframe and meshed three-dimensional models by stereoplotting. • Plans and elevations.
NATURAL KEYWORDS:	heritage, surveying, photogrammetry, archaeology
CONTROLLED KEYWORDS:	(From the UNESCO's thesaurus [http://databases.unesco.org/thesaurus/]) Cultural Heritage, Surveying, Photogrammetry, Religious Buildings, Archaeology

Localización / Placement		
ELEMENTO PATRIMONIAL:	Catedral de Santa María de Vitoria	:HERITAGE ELEMENT
MUNICIPIO:	Vitoria-Gasteiz, Álava, España/Spain (Getty TGN: 7008811)	:MUNICIPALITY
COORDENADAS:	EPSG:4326 WGS84/LatLong 42.850819,-2.672425	:COORDINATES

Equipo de trabajo / Team		
EQUIPO:	Irantzu ÁLVAREZ GONZÁLEZ Karmele ARTANO PÉREZ Íñigo GUTIÉRREZ SAN MARTÍN Estibaliz ITURRI BILBAO Iñaki KOROSO ARRIAGA Ane LOPETEGI GALARRAGA Amaia MESANZA MORAZA Álvaro RODRÍGUEZ MIRANDA José Manuel VALLE MELÓN Iratxe VICENTE ESPINA	:TEAM

Derechos / Rights		
DERECHOS:	<p>Está permitido citar y extraer el texto, siempre que la fuente sea claramente identificada (respecto a la consideración de “no comercial” ver el apartado “otros derechos”). / Permission is granted to quote and take excerpts from this text, provided that the source of such material is fully acknowledged (for the “non commercial” label see below in “others rights”).</p> 	:RIGHTS
OTROS:	<p>Esta memoria de actuación corresponde a un trabajo encargado por una institución o empresa que retiene los derechos de explotación de la información aquí contenida y a quienes habrán de dirigirse todos aquellos interesados en ampliar la información aquí contenida, recabar datos adicionales o hacer uso comercial de los datos expuestos. / This report gives an overview of a commissioned work; therefore, their use for commercial purposes may be an infringement of the promoters rights. You are asked to contact the promoters in case you need either further information or to obtain commercial rights.</p>	:OTHERS

Reutilización / Re-use

REUTILIZACION:	<p>Los siguientes términos corresponden al Real Decreto 1495/2011, de 24 de octubre por el que se desarrolla la Ley 37/2007, de 16 de noviembre, sobre reutilización de la información del sector público, para el ámbito del sector público estatal.</p> <p>"Son de aplicación las siguientes condiciones generales para la reutilización de los documentos sometidos a ellas:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Está prohibido desnaturalizar el sentido de la información.2. Debe citarse la fuente de los documentos objeto de la reutilización. Esta cita podrá realizarse de la siguiente manera: "Origen de los datos: [órgano administrativo, organismo o entidad del sector público estatal de que se trate]".3. Debe mencionarse la fecha de la última actualización de los documentos objeto de la reutilización, siempre cuando estuviera incluida en el documento original.4. No se podrá indicar, insinuar o sugerir que la [órgano administrativo, organismo o entidad del sector público estatal de que se trate] titular de la información reutilizada participa, patrocina o apoya la reutilización que se lleve a cabo con ella.5. Deben conservarse, no alterarse ni suprimirse los metadatos sobre la fecha de actualización y las condiciones de reutilización aplicables incluidos, en su caso, en el documento puesto a disposición para su reutilización." <p style="text-align: center;">/</p> <p>The following terms come from the Royal Decree 1495/2011, of 24th October 2011, whereby the Law 37/2007, of November 16, on the re-use of public sector information, is developed for the public state sector.</p> <p>"The following general terms shall apply to all re-usable document availability methods:</p> <ol style="list-style-type: none">1. The information must not be distorted.2. The original source of re-usable documents must be cited.3. The date of the latest update of re-usable documents must be indicated when it appears in the original document.4. It must not be mentioned or suggested that the public sector agencies, bodies or entities are involved in, sponsor or support the re-use of information being made.5. Metadata indicating the latest update and the applicable terms of re-use included in re-usable documents made available by public agencies or bodies must not be deleted or altered."	:RE-USE
----------------	--	---------

Renuncia de responsabilidad / Disclaimer		
DESCARGO:	<p>El uso de la información contenida en este documento se hará bajo la completa responsabilidad del usuario.</p> <p>La publicación se ha realizado conforme a los fines docentes y de investigación del Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio del Patrimonio de la UPV/EHU y en función de los derechos que corresponden al Laboratorio como autor del contenido. El Laboratorio se compromete a retirar del acceso público tanto este documento como cualquier otro material relacionado en el caso de que los promotores consideren que menoscaban sus derechos de explotación. /</p> <p>The use of the information contained in this document will be under the exclusive responsibility of the user.</p> <p>The aim of this publication is to fulfill the academic goals and research expected from the Laboratory for the Geometric Documentation of Heritage (UPV/EHU) concerning its scientific outcomes. Nevertheless, the Laboratory is bound to the respect of promoters' commercial rights and will take away the contents which are considered against these rights.</p>	:DISCLAIMER

Estructura / Framework		
ID PERMANENTE:	http://hdl.handle.net/10810/7212	:PERMANENT ID
ESTRUCTURA:	<ul style="list-style-type: none"> • ldgp_mem012-1_Vitoria-SantaMaria.pdf: (este documento) memoria de actuación / (this document) general report. • ldgp_mem012-1_doc_fichas1.pdf: 952 fichas de croquis de los pares fotogramétricos correspondientes a la fase 1 en la plaza. / 952 sketches of stereoscopic pairs from the 1st stage at the square. • ldgp_mem012-1_doc_fichas2.pdf: 146 fichas de croquis de los pares fotogramétricos correspondientes a la fase 2 en la que se documentaron los pies de la nave, varias capillas y la cripta. / 146 sketches of stereoscopic pairs from the 2nd stage where the documented areas were: feet of the nave, several chapels and the crypt. • ldgp_mem012-1_doc_fichas3.pdf: 58 fichas de croquis de los pares fotogramétricos correspondientes a la fase 3 en la plaza. / 58 sketches of stereoscopic pairs from the 3rd stage at the square. • ldgp_mem012-1_doc_fichas4.pdf: 394 fichas de croquis de los pares fotogramétricos correspondientes a la fase 4 en la nave. / 394 sketches of stereoscopic pairs from the 4th stage at the nave. 	:FRAMEWORK

Cita completa recomendada / Recommended full citation		
CITA:	<p>Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio (Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea UPV/EHU) –LDGP-. <i>Documentación geométrica de las excavaciones de la Catedral de Santa María (Vitoria-Gasteiz). Mayo 2000-Junio 2003.</i> 2003</p>	:CITATION

Documentación Geométrica de las Excavaciones de la Catedral de Santa María (Vitoria-Gasteiz)

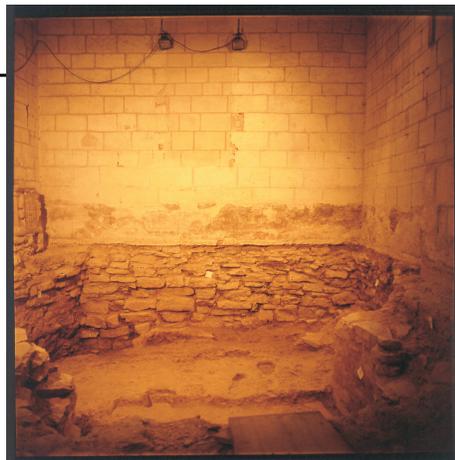
Memoria
Mayo 2000-Junio 2003



LABORATORIO DE DOCUMENTACIÓN GEOMÉTRICA DE PATRIMONIO
Grupo de Investigación en Arqueología de la Arquitectura
Aulario Las Nieves. Edificio Institutos Universitarios
C/ Nieves Cano, 33. 01006 Vitoria-Gasteiz
Tfno. 945-013222 / 013264. email: iipvamej@vc.ehu.es
web: <http://www.vc.ehu.es/docarg>

Dirigido por: José Manuel Valle Melón

Equipo: Amaia Mesanza Moraza
Álvaro Rodríguez Miranda



En el desarrollo de los trabajos aquí expuestos han colaborado las siguientes personas:

Irantzu Álvarez González
Karmele Artano Pérez
Iñigo Gutiérrez San Martín
Estibaliz Iturri Bilbao
Iñaki Koroso Arriaga
Ane Lopetegi Galarraga
Iratxe Vicente Espina

NOTA:

Se ha incluido un glosario en el que se da una pequeña definición de los términos técnicos que se han utilizado en la memoria. Estos términos aparecen identificados en tinta verde.

Documentación Geométrica de las Excavaciones de la Catedral de Santa María de Vitoria-Gasteiz (Mayo 2000 - Junio 2003)

Índice:

1. - Introducción.	3
2. - Objetivos.	8
3. - Metodología.	10
3.1-Planificación.	11
3.1.1.-Diseño de la base topográfica.	12
3.1.1.1.- Bases existentes.	14
3.1.1.2.- Señales de puntería.	18
3.1.1.3.- Señales de referencia.	22
3.1.2.-Fotogrametría.	23
3.2-Toma de datos.	31
3.2.1.-Fotogrametría y apoyo.	32
3.2.2.-Taquimetría.	36
3.3-Elaboración.	37
3.3.1.-Clasificación.	39
3.3.2.-Restitución.	43
3.3.3.-Edición.	48
3.3.4.-Mallado.	49
3.3.5.-Preparación de planos.	50
3.4-Productos.	51
3.4.1.-Colección de pares.	52
3.4.2.-Mosaicos.	53
3.4.3.-Cartografía y modelos 3D.	56
4. - Conclusiones.	59
 Bibliografía.	 63

Anexos

Índice de figuras

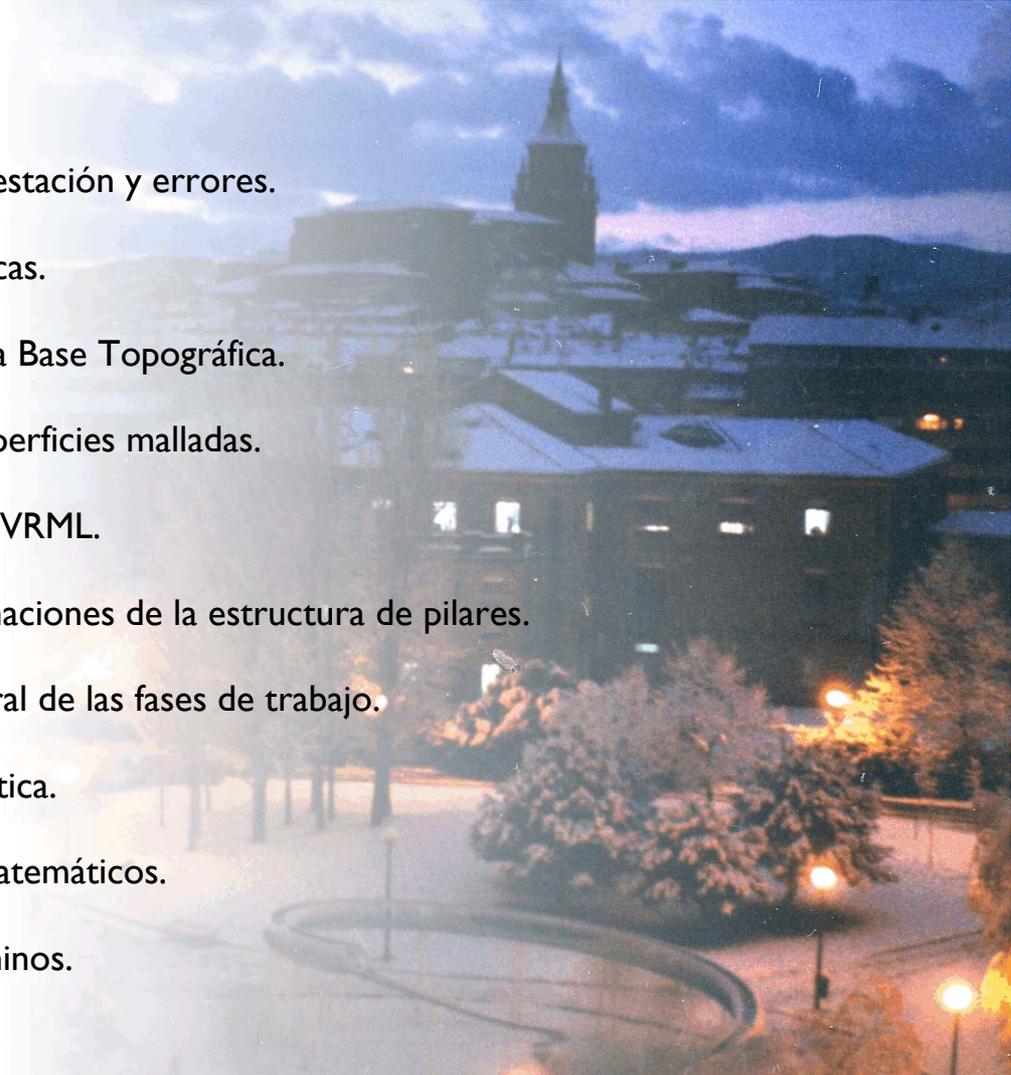
Índice de tablas



Documentación Geométrica de las
Excavaciones de la Catedral de Santa María de
Vitoria-Gasteiz
(Mayo 2000 - Junio 2003)

Anexos:

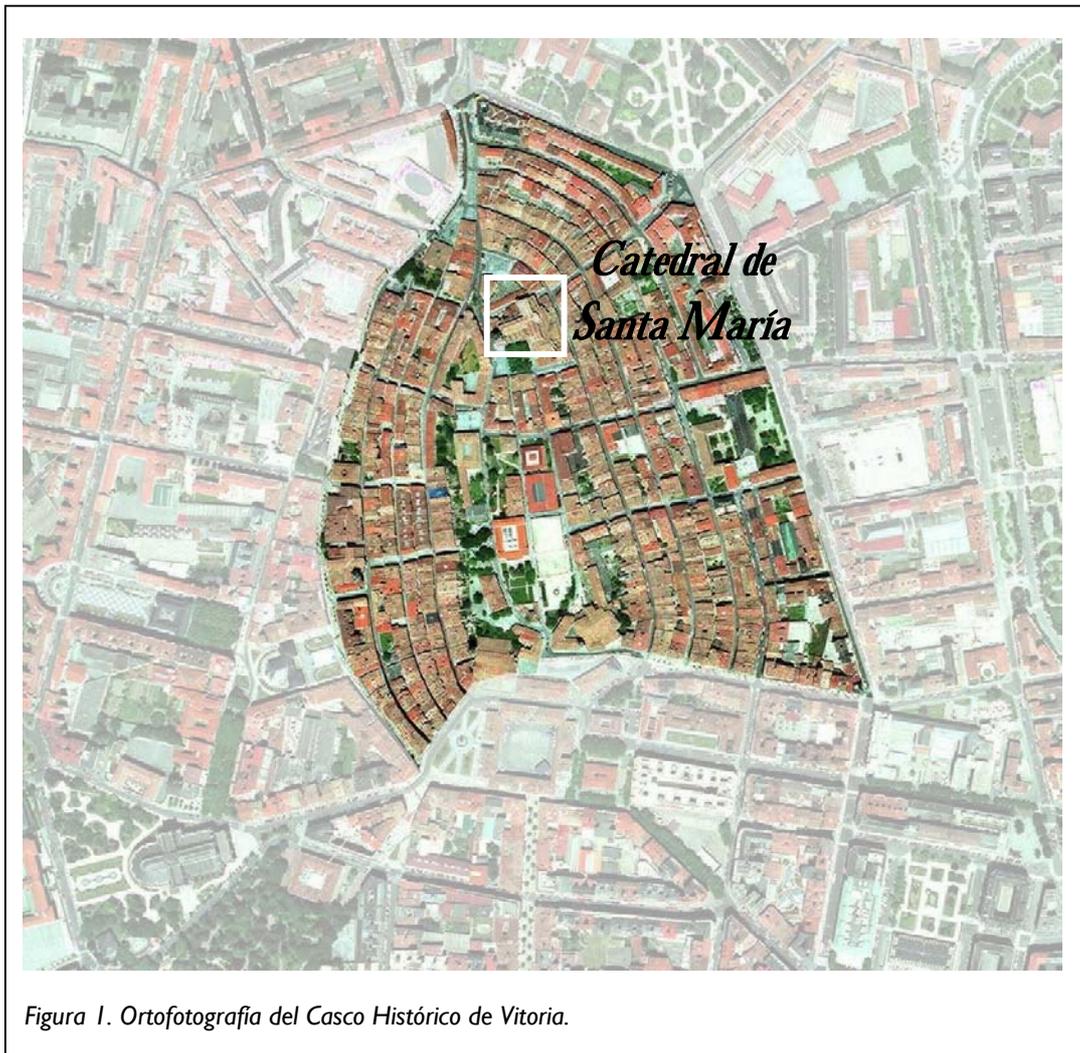
- 1.- Descripción de la estación y errores.
- 2.- Cámaras fotográficas.
- 3.- Coordenadas de la Base Topográfica.
- 4.- Generación de superficies malladas.
- 5.- Modelos virtuales VRML.
- 6.- Estudio de deformaciones de la estructura de pilares.
- 7.- Evaluación temporal de las fases de trabajo.
- 8.- Simulación estadística.
- 9.- Complementos matemáticos.
- 10.- Glosario de términos.



Documentación Geométrica de las Excavaciones de la Catedral de Santa María de Vitoria-Gasteiz (Mayo 2000 - Junio 2003)

I. - INTRODUCCIÓN

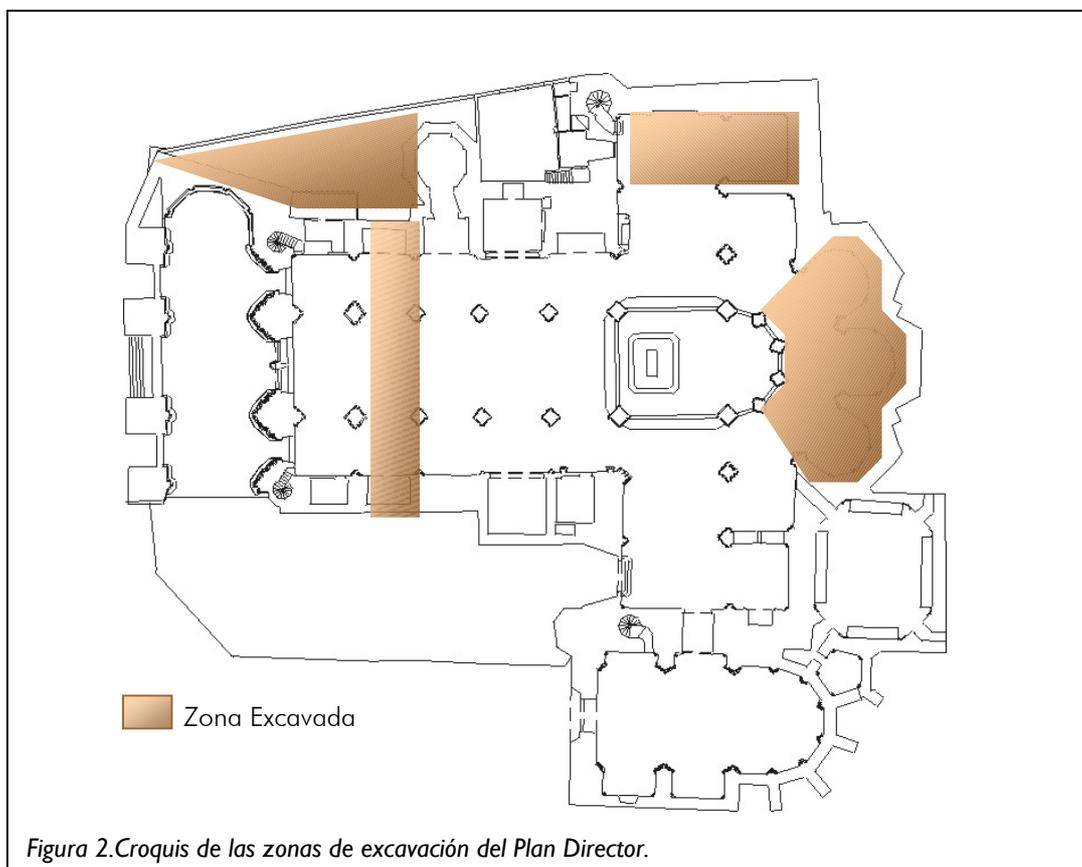
La Catedral de Santa María de Vitoria-Gasteiz se encuentra ubicada en la parte más alta del Casco Histórico de la ciudad, donde se asentó la primitiva población de Gasteiz que dio origen a la actual Vitoria. El edificio, formó parte de la muralla que rodeó la ciudad en su extremo Norte.



Santa María, Catedral Vieja para los habitantes de Vitoria, es por su situación e historia, uno de los edificios que mejor refleja la evolución de la ciudad desde sus orígenes. Es además, un edificio que padece varias deficiencias estructurales, que aconsejaron su cierre al público y al culto en 1994.

Con el fin no sólo de recuperar estructuralmente el edificio, sino también de profundizar en el conocimiento de la historia de Vitoria, se redactó el Plan Director de Restauración¹ que contemplaba la realización de un conjunto de investigaciones: en primer lugar, reflejar el estado actual mediante una cartografía tridimensional de todo el edificio, en segundo lugar, un estudio arqueológico de su arquitectura que identificase las diferentes etapas constructivas y relacionase las deficiencias con las actuaciones que las causaron; complementándolos con un conjunto de estudios multidisciplinarios relacionados con aspectos tan diversos de la Catedral como la petrología, biología,

Para la elaboración del Plan Director se realizó la excavación arqueológica de varias zonas de la Catedral, recayendo en el Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio² de la Universidad del País Vasco, la documentación geométrica de las mismas.



Se consideró que el registro eficaz de la información métrica del levantamiento arqueológico debía comenzar por resolver las particularidades que el proceso arqueológico impone. En efecto, una de las características fundamentales de las excavaciones arqueológicas es lo efímero en el tiempo de gran parte de la información que suministran, así como la subjetividad de su análisis, motivado en muchas ocasiones por la necesidad de una rápida valoración ante la inminencia de la excavación del estrato siguiente.

¹ Azkarate, A.; Cámara, L.; Latorre, P. y Lasagabaster, J.I.; 1996. (Publicado en 2001)

² Artano, K; Koroso, I; Valle, J.M.; 1996

El sistema utilizado se basa en la realización de un **modelo tridimensional digital** preciso de los diferentes estratos que conforman la secuencia de la excavación. Para su confección se eligió la **fotogrametría** como método operativo fundamental en la captura de la información tridimensional. Esta técnica de registro y extracción de información geométrica a partir de fotografías, viene a solventar gran parte de los problemas inherentes a la metodología arqueológica tradicional, ya que posibilita:

- Servir como registro permanente del conjunto de la información.
- Realizar el análisis posterior de los distintos estratos, niveles, unidades estratigráficas, etc... con la ayuda de la **visión estereoscópica**.
- Realizar una cartografía métrica precisa, y por tanto documentar la localización relativa o absoluta de los elementos que van viendo la luz.
- Servir como base para la reconstrucción in situ o maquetación del yacimiento, con fines didácticos, divulgativos, científicos,...
- Generar la cartografía básica y complementaria para proyectar y diseñar sobre ella elementos constructivos, de restauración o reconstrucción.

Las posibilidades que ofrece la documentación cartográfica extraída de la fotogrametría son muy amplias. Junto a la tradicional representación en planos de planta y alzados, las técnicas de modelado tridimensional informatizado permiten una aproximación métrica y visual a la realidad estudiada, de manera que el modelo a escala puede servir para determinar sobre él tanto medidas tridimensionales, como perfiles, secciones, etc. Además de estas posibilidades, la aplicación de tramas o texturas permite dotar al modelo de un aspecto visual totalmente evocador del objeto al que representa.

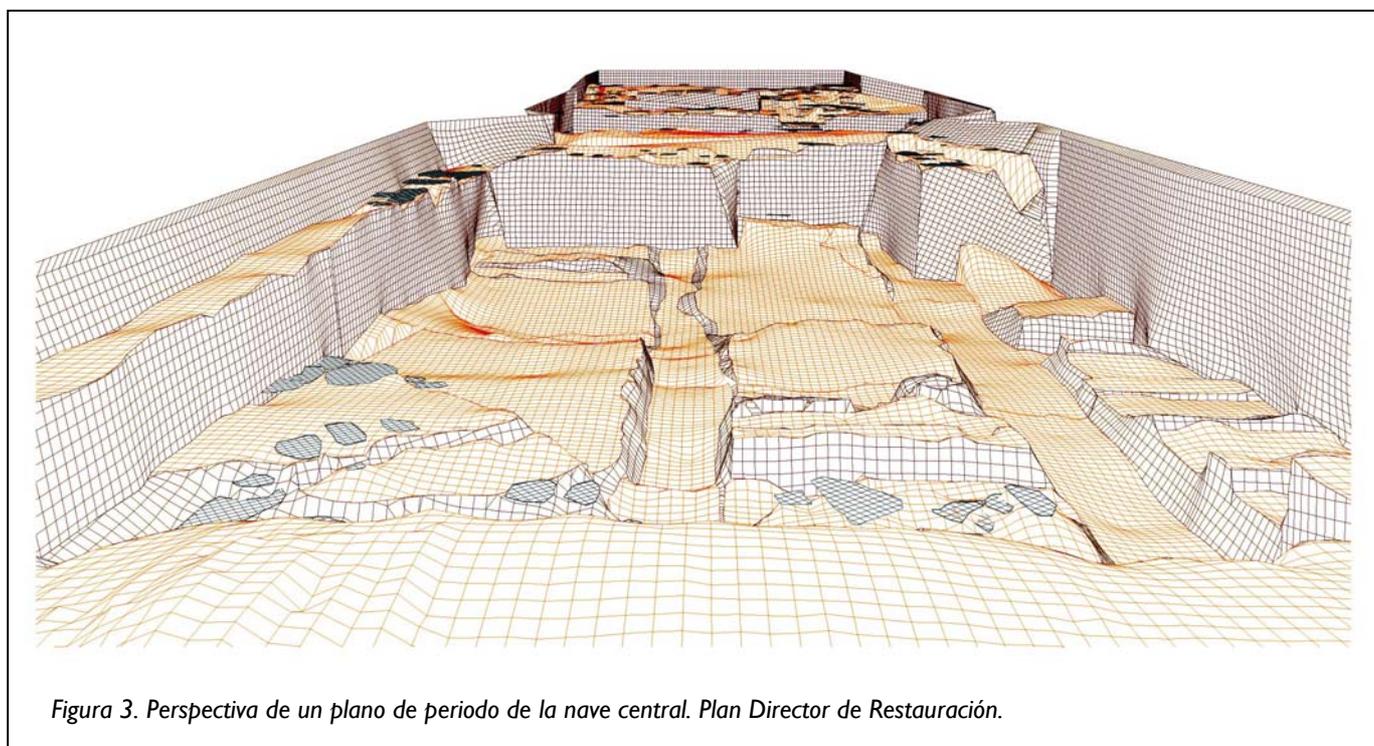


Figura 3. Perspectiva de un plano de periodo de la nave central. Plan Director de Restauración.

Disponiendo del modelo tridimensional completo con todas sus unidades diferenciadas y documentadas arqueológicamente, el siguiente paso supone agilizar la gestión de la ingente cantidad de información, tanto gráfica como alfanumérica, recopilada por los distintos profesionales que participan en los trabajos de la excavación. Para ello, el enlace de cada una de las unidades del modelo gráfico tridimensional con una **base de datos** permite la alimentación y extracción de información multidisciplinar. Esto se traduce en un enriquecimiento de los estudios, aumentando y facilitando la velocidad y calidad en el cruce de los distintos tipos de información extraída, debido, en gran parte, al automatismo de estos procesos de análisis. Al mismo tiempo, la asociación de programas de diseño asistido por ordenador y bases de datos hace posible la generación de **cartografía temática** con innumerables posibilidades.

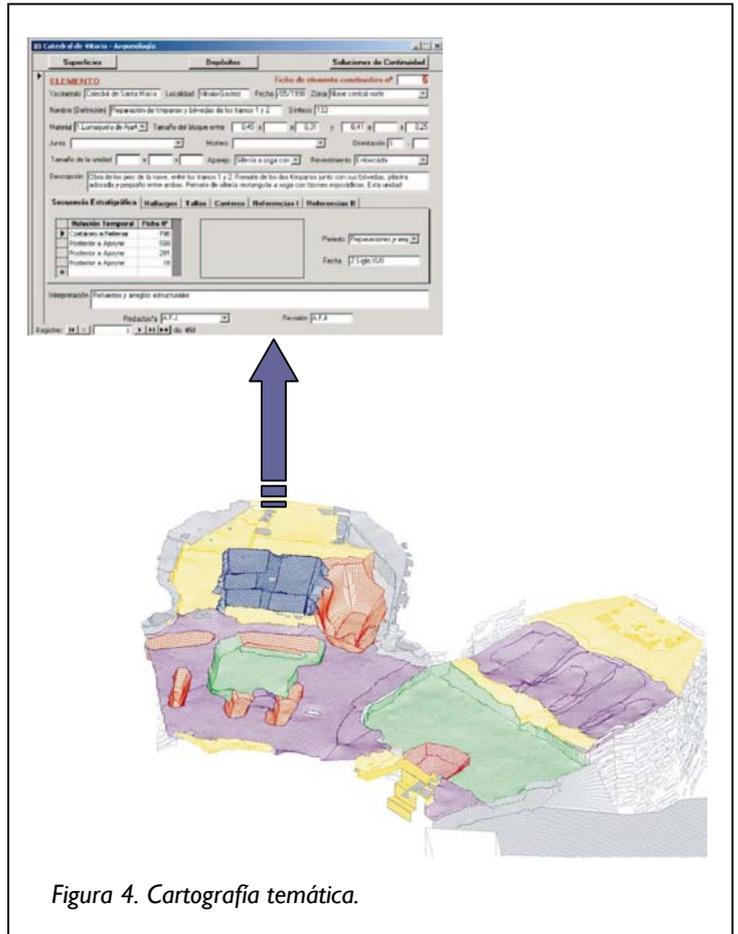
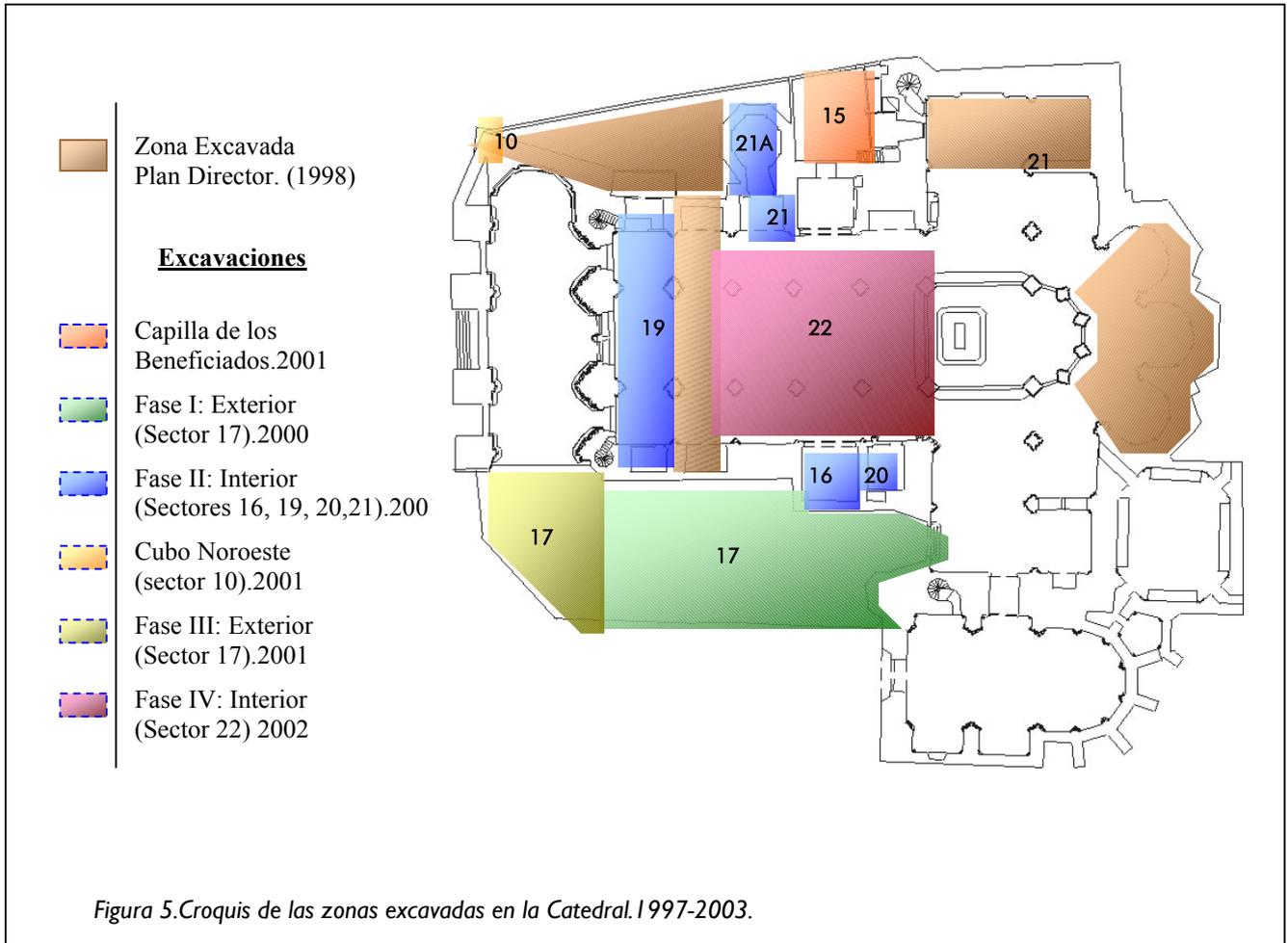


Figura 4. Cartografía temática.

Finalmente, dentro de las aplicaciones del modelado tridimensional fotogramétrico de los trabajos arqueológicos, destacaremos, como una de las más importantes, la generación de **modelos tridimensionales virtuales**; estos modelos suponen una representación próxima a la realidad y, lo que es más importante, con interacción por parte del usuario, experimentado o no, en el conocimiento del elemento representado. La utilización de formatos de modelos compatibles con los estándares de Internet posibilita, a su vez, la divulgación universal de la forma y dimensiones del bien objeto de estudio.

Continuando con el estudio histórico y el proceso de consolidación y restauración en los años 2000-2003, se han excavado varios sectores más y, al igual que se hizo con las excavaciones del Plan Director y gracias al convenio de colaboración suscrito entre la Exma. Diputación Foral de Álava y el Campus de Álava de la Universidad del País Vasco, se le encomendó al Laboratorio de Documentación Geométrica perteneciente al Grupo de Investigación de Arqueología de la Arquitectura de la U.P.V.-E.H.U. la documentación de las mismas.



2. - OBJETIVOS

Los objetivos propuestos abarcan: el registro de las fases de la excavación, el archivo y catalogación de la información cartográfica y fotogramétrica, la preparación de documentos de trabajo para otros profesionales así como la difusión de los resultados metodológicos aplicados y desarrollados.

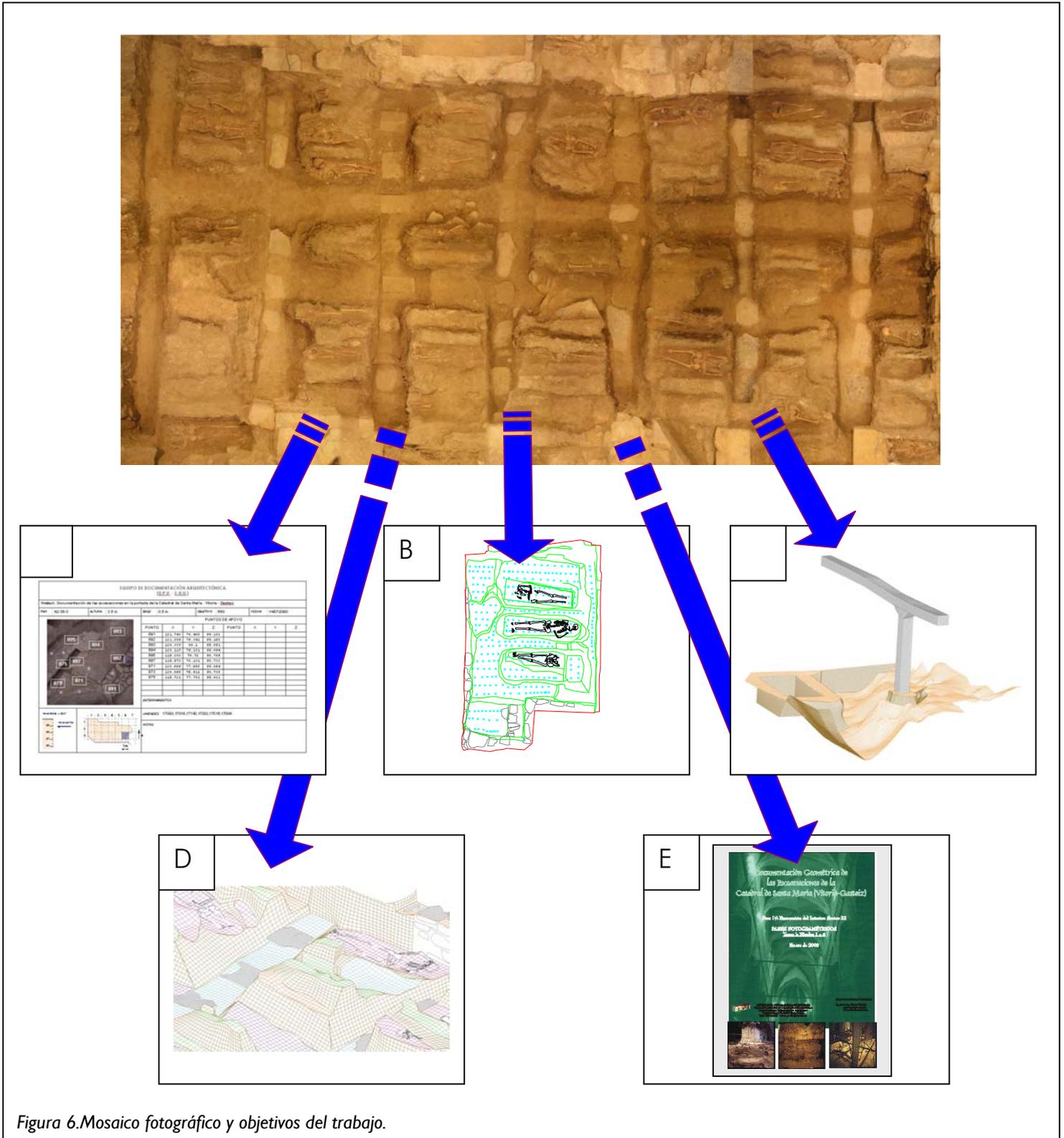


Figura 6. Mosaico fotográfico y objetivos del trabajo.

De forma más detallada, estos objetivos son:

- A. Documentación precisa de la excavación y de cada una de sus unidades en un sistema topográfico único y común a todo el conjunto de la Catedral.
- B. Registro mediante fotogrametría de las unidades o fases que van viendo la luz en las excavaciones.
- C. Generar cartografía que sirva de base para los estudios multidisciplinarios permitiendo además la gestión de la documentación generada de manera ágil e intuitiva.
- D. Mantenimiento de un archivo ordenado y catalogado de la cartografía generada y de todos y cada uno de los pares fotogramétricos tomados, con indicación de su posición en planta y alzado, datos para su orientación y unidades estratigráficas que contiene.
- E. Modelo virtual de las excavaciones, susceptible de ser gestionado como una base de datos gráfica/temporal del conjunto edificio-entorno y su evolución.
- F. Difusión de los resultados del trabajo desarrollado.

3.- METODOLOGÍA

La metodología empleada sigue el proceso general de la fotogrametría, cuya aplicación al patrimonio ha sido descrita por J.M. Lodeiro³ y empleada con anterioridad en diversos trabajos por multitud de profesionales entre los que destaca en el panorama español: Alfredo Llanes, Francisco Lázaro, Luis Caballero, Antonio Almagro o los arquitectos Pablo Latorre y Leandro Cámara, siendo estos últimos los encargados de la **restitución** de todos los alzados de la Catedral además de formar parte del equipo redactor del Plan Director y de las obras de restauración.

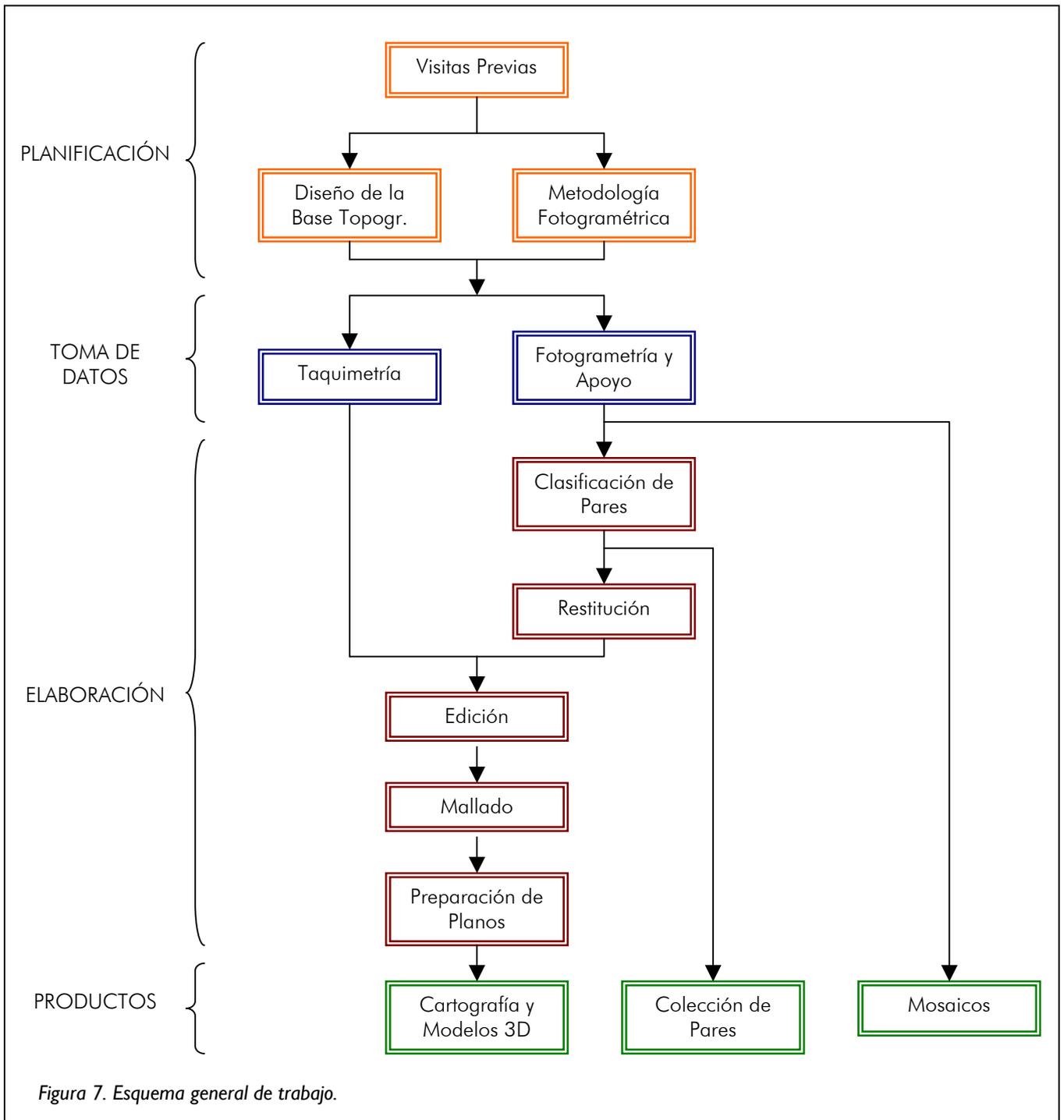


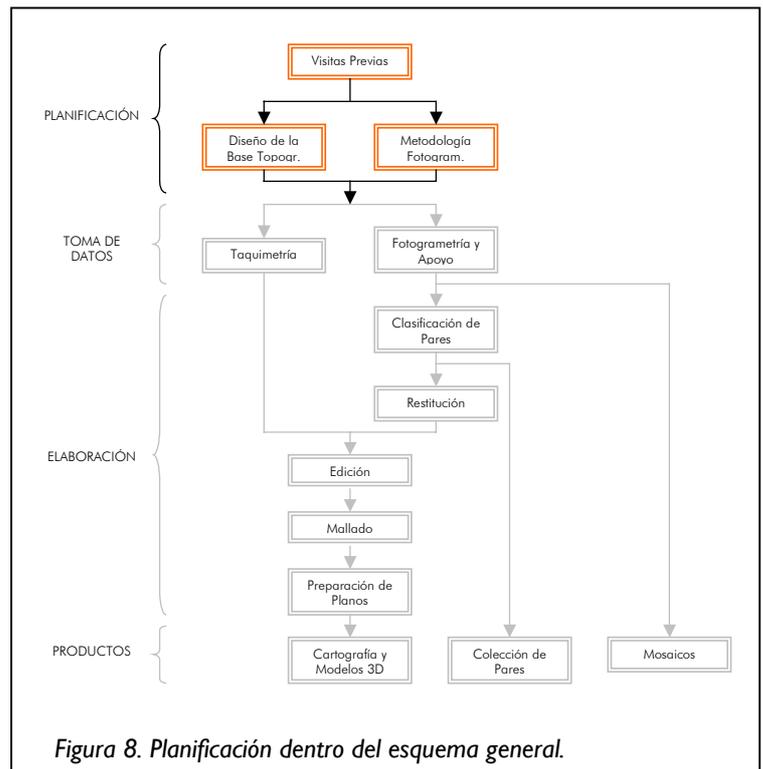
Figura 7. Esquema general de trabajo.

³ Lodeiro, J.M., 1995

3.1.- Planificación

Un trabajo tan ambicioso como éste ha requerido una planificación detallada desde sus inicios con el fin de evitar que la extraordinaria cantidad de información a tratar desbordase la capacidad de gestión. La planificación del trabajo, permite optimizar el material disponible, reduciendo los gastos y el tiempo necesario para la ejecución de cada etapa.

A este respecto, fue necesario conocer con todo detalle el trabajo a desarrollar, así como las características del edificio, para poder realizar la adecuada planificación, lo que requirió varias visitas y conversaciones con la dirección del proyecto.



La planificación afecta a todas las fases del trabajo, desde la toma de datos hasta la preparación y presentación de los **productos cartográficos** finales. Además exige la coordinación con el resto de profesionales involucrados en el proyecto, tanto en la toma de datos, que se realiza simultáneamente al trabajo de campo de arqueólogos, restauradores, herreros, canteros, electricistas, etc., como en la presentación de los productos cartográficos ya que éstos son la base de estudio para muchos de ellos.

Aún teniendo en cuenta todo lo anterior, se ha optado por desarrollar la planificación de cada fase dentro del esquema general de trabajo, dejando sólo bajo el epígrafe “Planificación” el “Diseño de la **Base Topográfica**” y la “**Metodología Fotogramétrica**” por ser estos dos apartados previos a la excavación arqueológica.

- **Base Topográfica:** Se define el sistema de coordenadas utilizado así como el instrumental y métodos para dotar de coordenadas a los diferentes elementos que forman la representación gráfica de la excavación.
- **Metodología Fotogramétrica:** Donde se seleccionan las cámaras fotográficas a utilizar, el tipo de tomas, **elementos auxiliares** necesarios, apoyo topográfico, etc.

Por último, se decidió que el equipo de campo estuviera formado por dos Ingenieros Técnicos en Topografía, que se encargarían del **apoyo topográfico** y de la toma de fotografías, así como del mantenimiento la base topográfica.

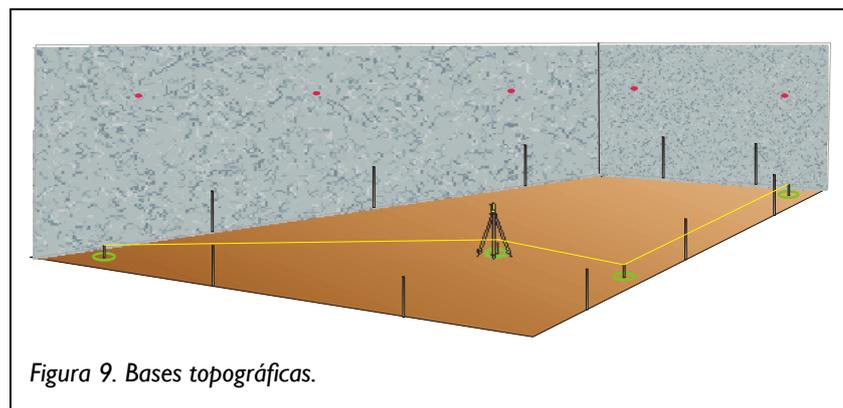
3.1.1.- Base topográfica

Como sistema de coordenadas se utiliza el definido previamente para la cartografía tridimensional de la Catedral y empleado en las fases anteriores de excavación, ya que con ello se integran los resultados a los datos disponibles de todos los trabajos.

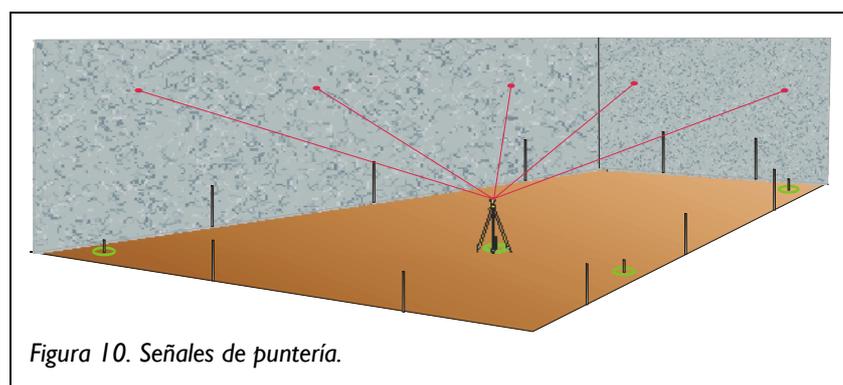
Se trata de un **sistema relativo de coordenadas tridimensional** (con un punto origen de coordenadas $xyz = 100,100,100$) y cuyo eje Y se sitúa aproximadamente 20° al Este respecto al Norte geográfico.

La base topográfica consta de tres niveles de **señalización y precisión**:

- **Bases topográficas**: materializadas sobre el suelo mediante clavos, forman parte de los **itinerarios** que se establecieron en la confección de la cartografía tridimensional del edificio, para dar coordenadas a los puntos de apoyo, sus coordenadas están **calculadas y compensadas** y, forman la **red de referencia topográfica**. A estas bases hay que añadir las de otros itinerarios que se realizan para enlazar diferentes zonas o para rellenar espacios en los que han desaparecido las bases anteriores.



- **Señales de puntería** sobre paredes, columnas, . . . , cuyas coordenadas se han calculado partiendo de las bases topográficas antes descritas; forman un **sistema de referencia permanente** frente a las bases topográficas que, al estar situadas en el suelo, se eliminan durante la excavación. Además, la densidad de estas señales de puntería, permite un **estacionamiento** muy ágil y preciso mediante **intersección inversa** en cualquier lugar de la excavación.



- **Señales de referencia:** consisten en clavos, picas, estacas, . . . con coordenadas conocidas, obtenidos por **radiación**, materializados sobre el terreno y dibujados en los croquis de trabajo en los que queda reflejada la excavación arqueológica, pudiendo ser integrados posteriormente con el resto de datos gráficos. Ejemplos de señales de referencia son la cuadrícula de 5x5 metros que se señaló en la plaza o los clavos con cota conocida que se situaron en algunas capillas.

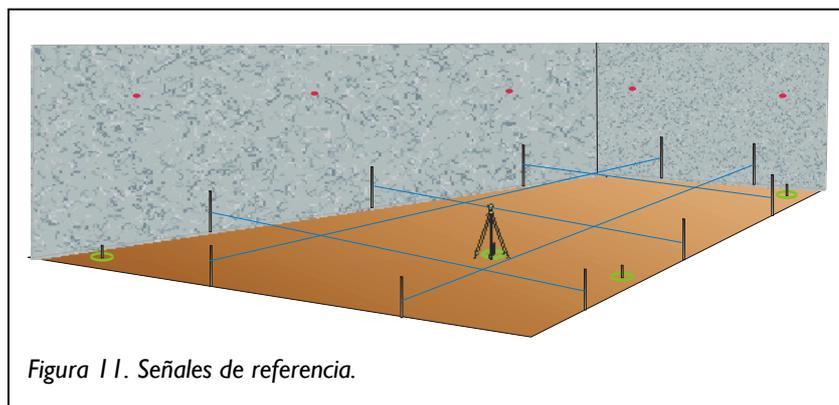


Figura 11. Señales de referencia.

El instrumental topográfico que se ha utilizado es la **estación** Leica TCR 307, cuya precisión angular es de $20''$ y en distancias de $2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$. Esta estación permite trabajar sin prisma y hacer lecturas directas sin elemento reflector, características que se consideraron adecuadas para el proyecto.

En el Anexo I “*Descripción de la estación y errores*”, en el que se describe en detalle este instrumental, se han desarrollado las precisiones esperables en la determinación de coordenadas en las siguientes fases, a continuación se presenta el cuadro resumen:

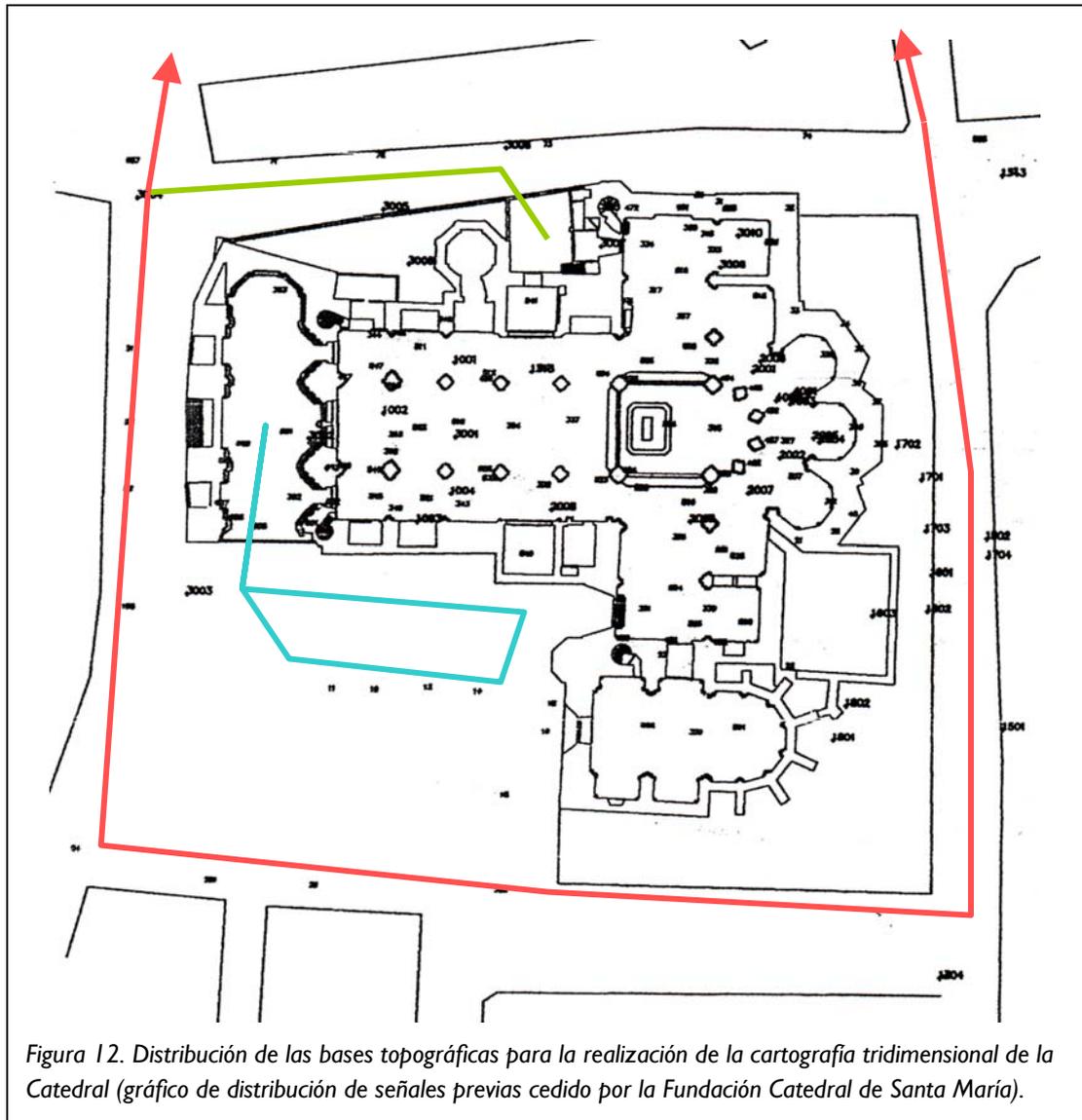
Tabla 1.- Precisión de las Coordenadas Obtenidas por Topografía

Coordenadas de ...	σ_{xy} mm
Base topográfica existente	3
Bases Poligonal (1) encuadrada en las existentes	12
Bases Poligonal (2) encuadrada en las existentes	1
Señales de Puntería	4
Estacionamiento libre a partir de las Señales de Puntería	3
Punto Radiado	4

Siendo todas estas precisiones acordes con las requeridas en los documentos cartográficos a obtener.

3.1.1.1.- Bases existentes

En 1997, cuando se acometió la restitución fotogramétrica del interior y el exterior de la Catedral, se necesitó dotar de coordenadas topográficas a todo el edificio. Para ello, los arquitectos encargados de dicho proyecto, colocaron señales de diferentes precisiones, convenientemente distribuidas. A partir de estas bases existentes se **densificó la red** para los posteriores trabajos llevados a cabo.



En alguna de las zonas excavadas hubo que densificar esta red añadiendo estaciones que se enlazaban a las existentes mediante poligonales, como en la Capilla de Beneficiados y en la excavación de la Plaza de Santa María.

Dos zonas del edificio: La cripta bajo la zona 21 (zona 21a) y en el cubo noroeste (zona 10), revestían especial dificultad para llevar coordenadas hasta ellas, las soluciones adoptadas se comentan a continuación.

En el transcurso de la excavación del sector 21 se localizó la entrada a una cripta, a la que se accede por un estrecho pasillo de 1 metro de anchura, 1,5 metros de altura y unos 5 metros de longitud que desciende hasta una estancia octogonal de 4 metros de diámetro y techo de forma semiesférica, que recibe luz de una estrecha ventana que da al Cantón de Santa María. Esta estancia se sitúa bajo el baptisterio.

Como se ha explicado y posteriormente se desarrolla, con el fin de poder estacionar en cualquier zona del yacimiento para dar coordenadas mediante radiación a los puntos de interés, se estableció una red de señales de puntería tanto en el interior como en el exterior del edificio.

La densidad y distribución de estas señales de puntería permite que, desde cualquier punto, se puedan ver al menos seis de ellas con buena geometría, por lo que es posible obtener las coordenadas de la estación mediante intersección inversa múltiple, que cuenta con la gran ventaja de no ser necesario disponer de señales marcadas sobre el suelo, característica muy aconsejable cuando éste es continuamente modificado por la excavación.

Con el fin de poder realizar este tipo de estacionamientos en el interior de la cripta, se situó un conjunto de seis señales de puntería. El siguiente paso era relacionar las coordenadas del sistema de la cripta con el general del yacimiento.



Figura 13. Hallazgo de la cripta y acceso a la misma.

Para introducir coordenadas en este espacio, se colocaron dos señales en los laterales de las escaleras de acceso. A estos puntos se les dotó de coordenadas según el esquema de la figura 15. Mediante radiación (2) desde un estacionamiento libre respecto a las señales de puntería colocadas en la nave de la Catedral (1). En un segundo estacionamiento, en el interior de la cripta, se dieron coordenadas en un sistema relativo tanto a las señales de las escaleras (3) y al conjunto de seis señales de puntería situados en las paredes de la cripta (4).



Figura 14. Señales colocadas a la entrada de la cripta.

El sistema relativo de la cripta se unió al general del yacimiento mediante una **transformación bidimensional de coordenadas**⁴, obteniendo así las coordenadas en el sistema general de las señales de puntería que se habían situado en el interior de la cripta. Para la tercera dimensión, la cota, se eliminó la diferencia entre ambos sistemas igualando las cotas de estos puntos comunes.

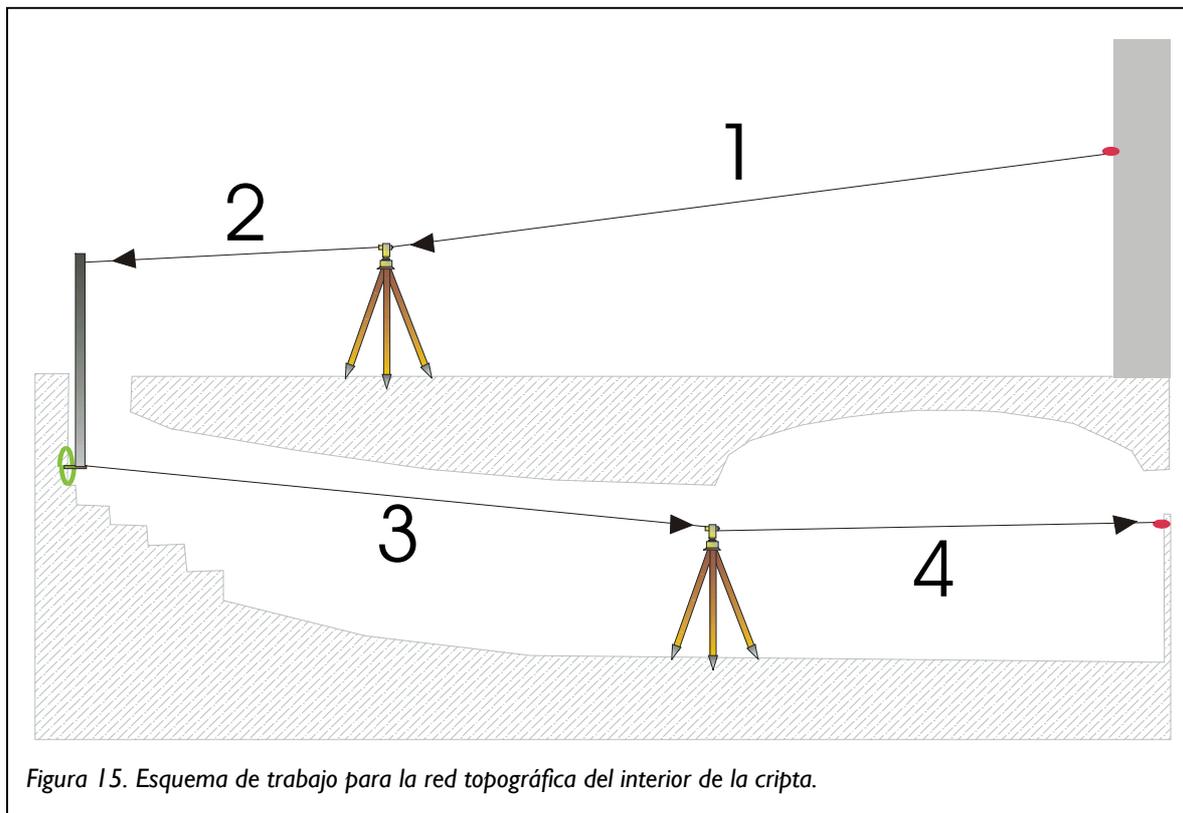


Figura 15. Esquema de trabajo para la red topográfica del interior de la cripta.

⁴ Ver Anexo 9 "Complementos Matemáticos", para consultar una descripción de la transformación.

La excavación en el cubo noroeste (sector 10), corresponde al espacio comprendido entre dos muros y al que se accede desde las cubiertas. El hueco, de planta aproximadamente triangular tiene dos niveles, siendo el inferior de dimensiones aproximadas (1,5 m x 2,5 m) y una profundidad desde las cubiertas de unos 13 metros. Para descender había que sujetarse un arnés enganchado mediante un cable de acero a un torno (T). El torno se maneja desde la parte superior y permite ir soltando el cable necesario para efectuar el descenso con seguridad.

Únicamente era posible estacionar en la parte superior (tejado), por lo que se señaló una estación a la que se dio coordenadas mediante una intersección inversa a estaciones del Cantón de Santa María y a señales de puntería situadas en el baptisterio y en el edificio del Antiguo Seminario (frente a la Catedral). Para situar una estación en el nivel inferior, se dispuso un punto que descendía con el cable, que hacía las veces de **plomada física**, se midieron sus coordenadas XY en la parte superior y la profundidad mediante cinta métrica. También se situó una estación en el nivel intermedio mediante radiación desde la estación del tejado.

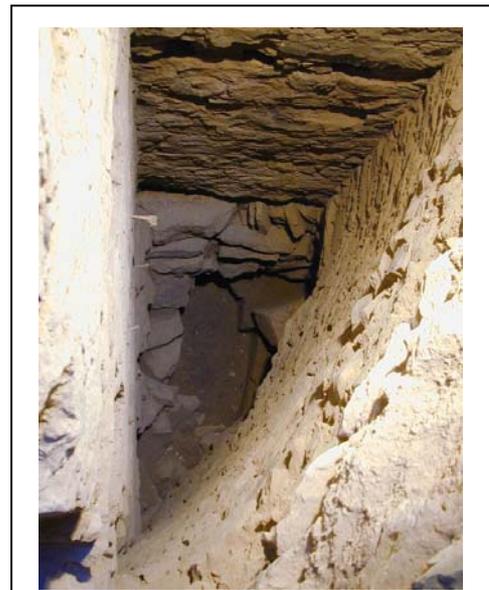


Figura 16. Imagen de la zona 10.

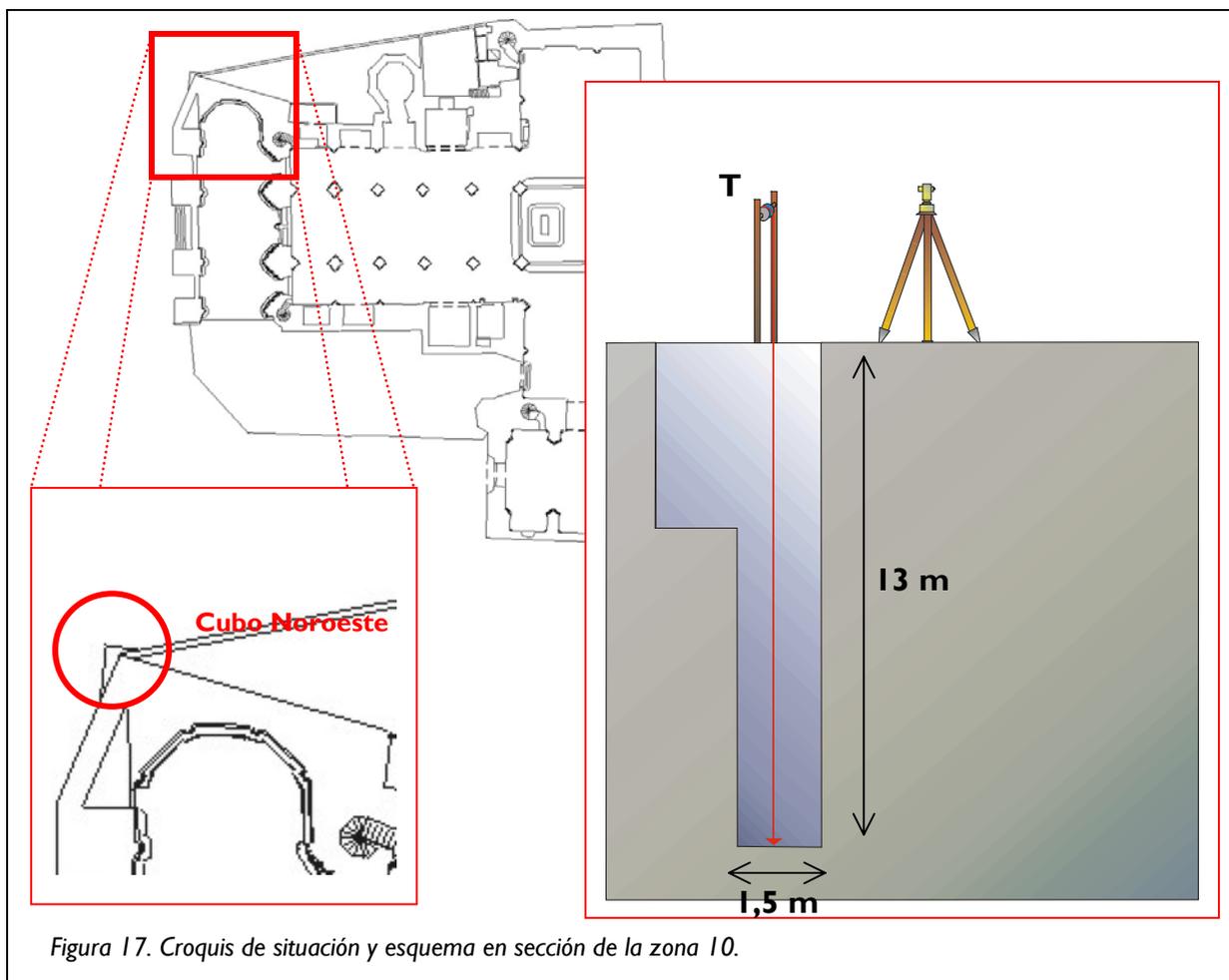


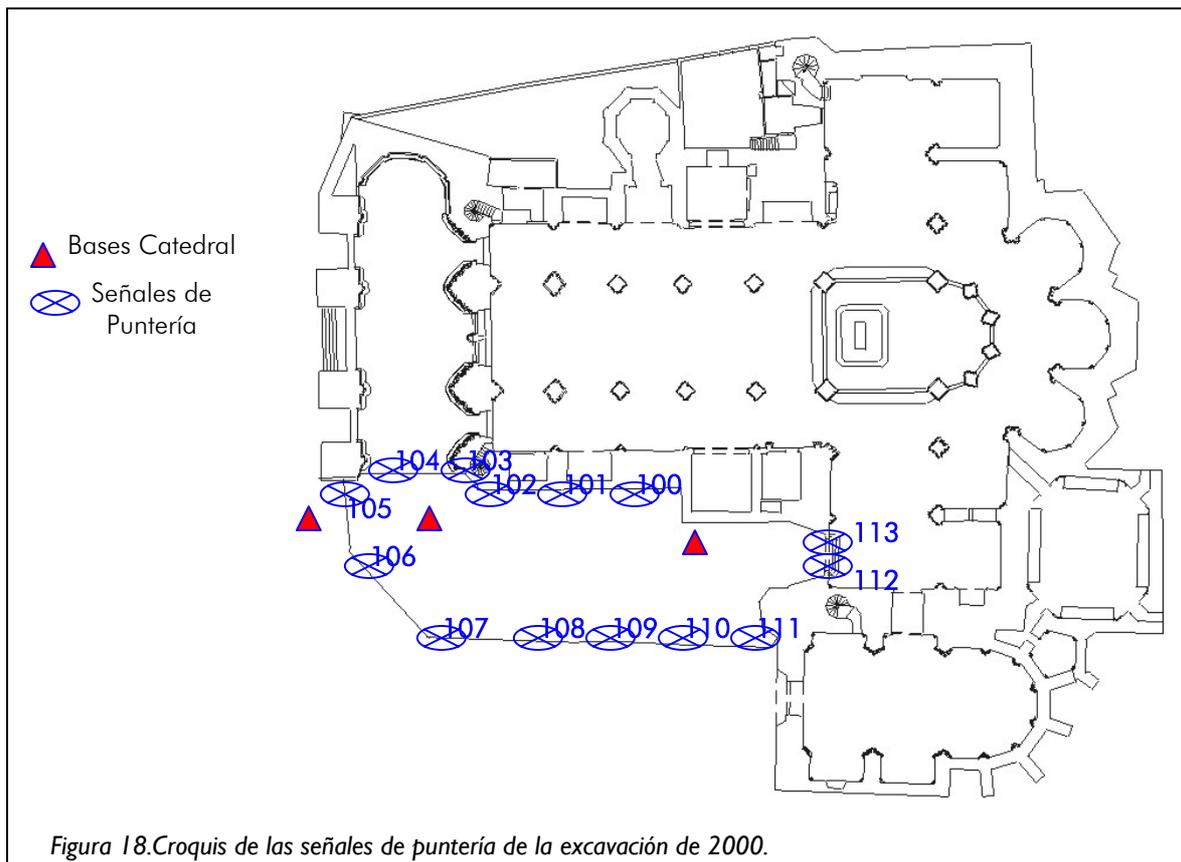
Figura 17. Croquis de situación y esquema en sección de la zona 10.

3.1.1.2.- Señales de puntería

Respecto a las excavaciones efectuadas en el exterior, las señales de puntería se situaron en los límites (fachada de la catedral y tapia de cierre de la obra) a las que se les dieron coordenadas utilizando las estaciones disponibles de trabajos anteriores en la Catedral.

Según se ha comentado, cuando se estacionaba para dar coordenadas a determinada zona, se realizaba mediante intersección inversa múltiple a estas referencias, sabiendo que en cualquier caso se disponía de, al menos, seis señales para realizarla. Esto permite, por un lado, disponer de un sistema de referencia que no desaparece por efecto de la excavación y, en segundo lugar, poder estacionar en cualquier parte de la excavación y, por lo tanto, elegir el estacionamiento más adecuado para cada ocasión.

Los errores con los que se cerraron todas las intersecciones inversas no superaban en ningún caso el medio centímetro, tanto en sus componentes X e Y, como en Z, lo que está en consonancia con las precisiones teóricas antes calculadas.



Las señales consistían en clavos marcando a su alrededor con spray para que fuesen fácilmente localizables (señales 105-111; sólo en la tapia exterior levantada para delimitar la excavación). Sobre el edificio no se puede marcar con spray así que se utilizaron detalles de la puerta en la Portada de Santa Ana (112 y 113) o clavos de fijación de la bajante de aguas (100-104).

Al igual que en el exterior, en el interior, se situaron una serie de marcas de puntería sobre paredes, columnas, . . . y dotándolas de coordenadas a partir de la red de referencia de la Catedral.

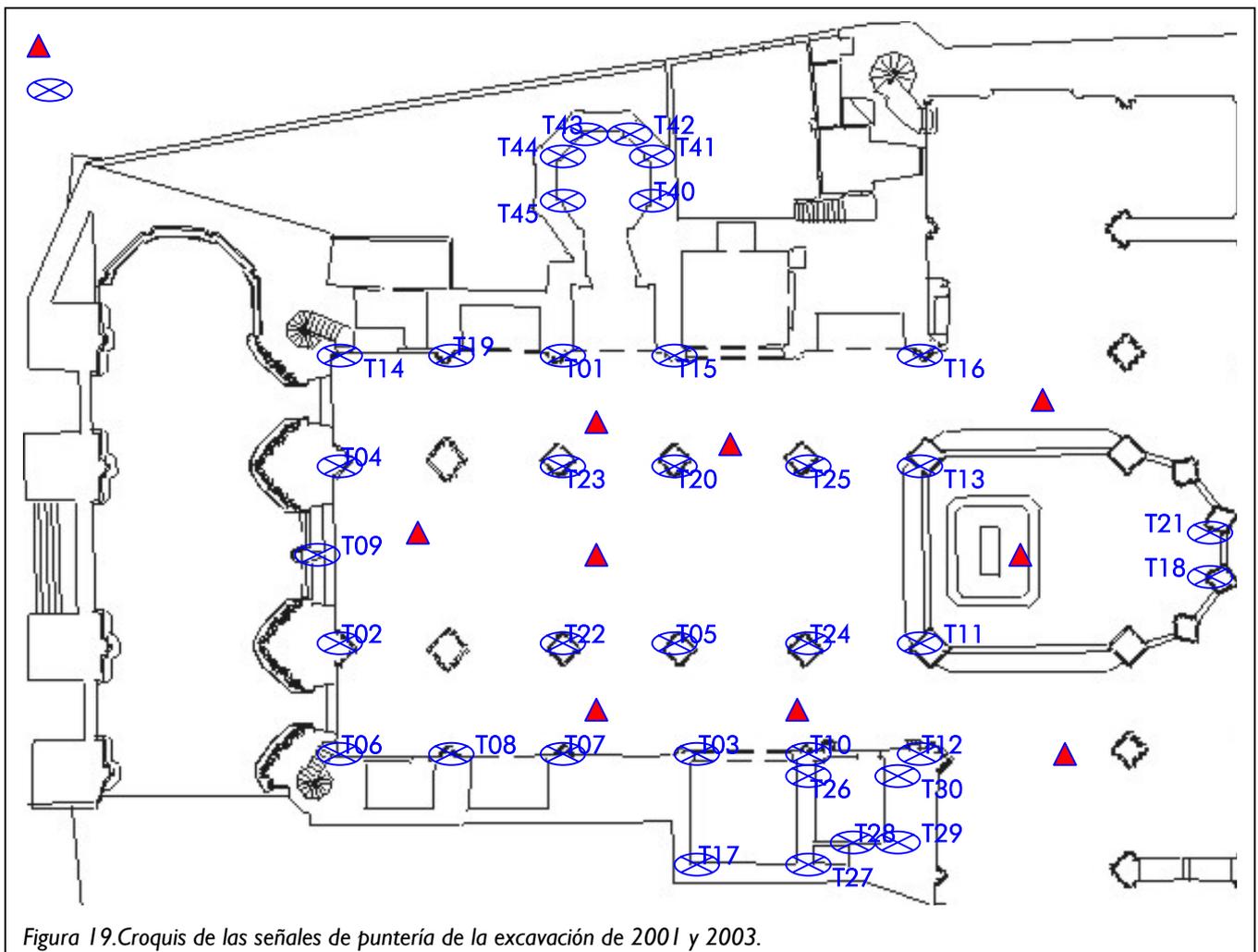
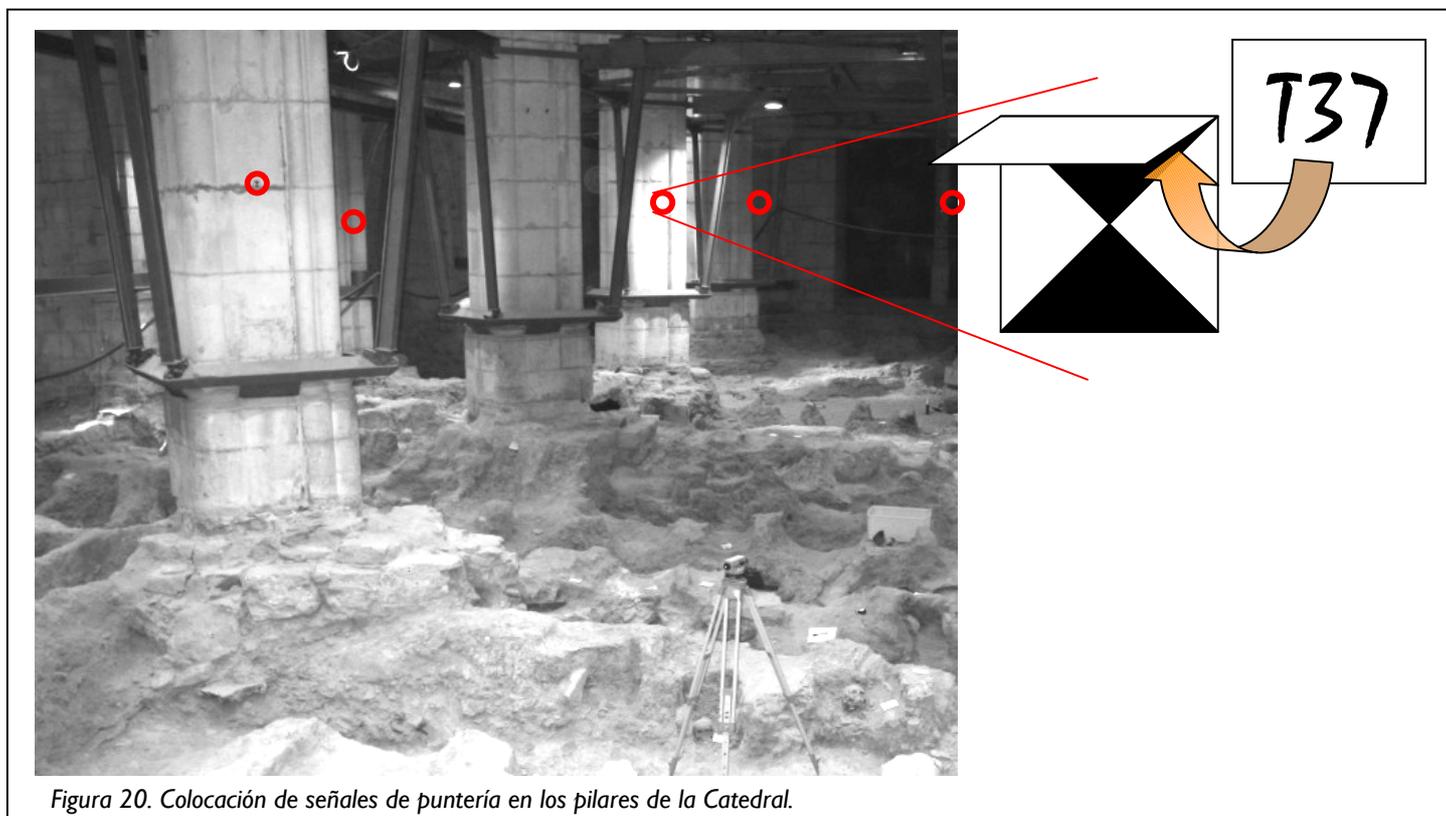


Figura 19. Croquis de las señales de puntería de la excavación de 2001 y 2003.

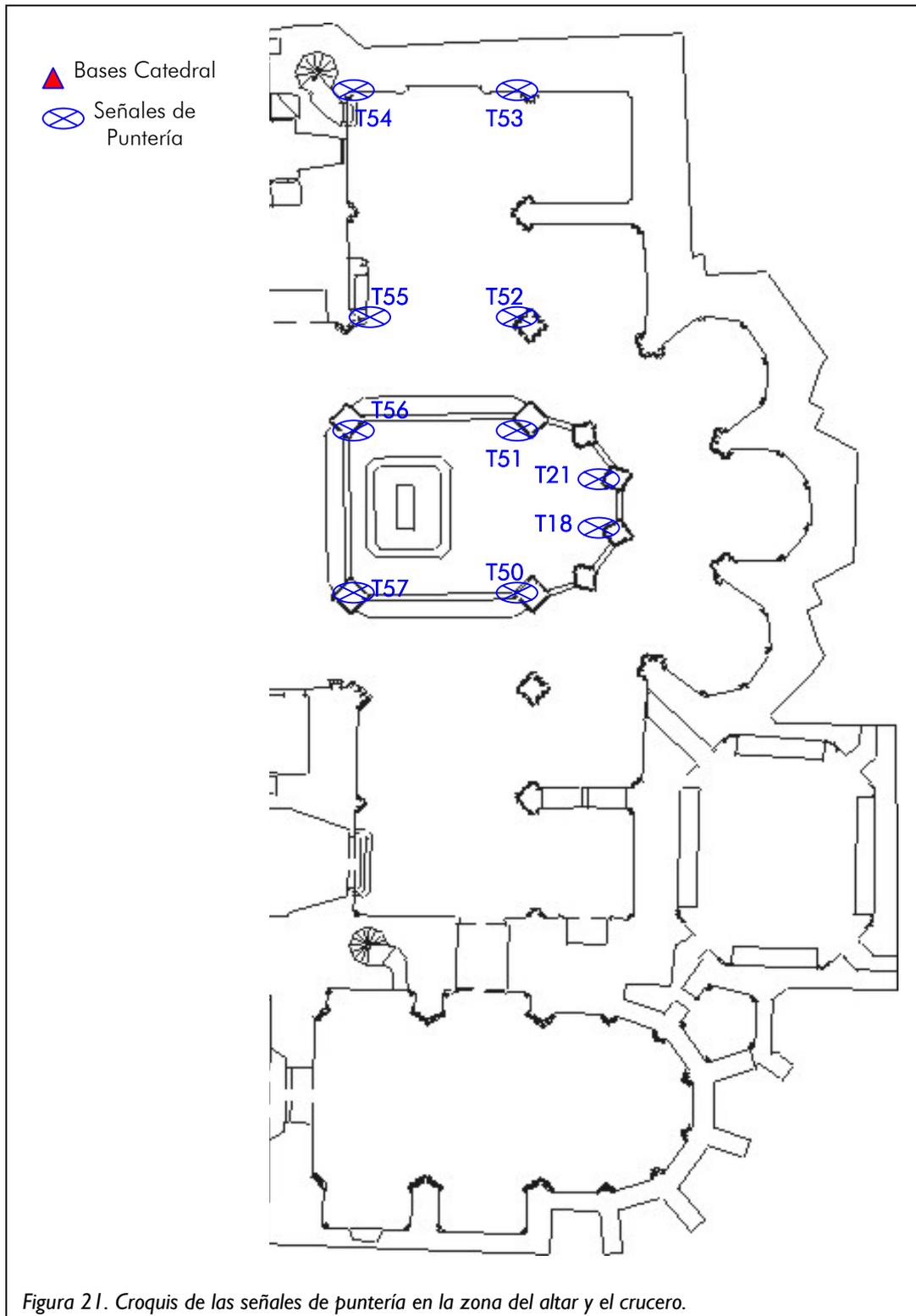
Además de las estaciones que aparecen representadas en el esquema, se situaron algunas en las columnas pero a unos 5 metros de altura sobre el suelo inicial, con el fin de realizar estudios de **estabilidad de la red**, concretamente (el número entre paréntesis corresponde a la señal más elevada) se dispusieron sobre: T23 (T34), T20 (T33), T22 (T31), T05 (T32), T24 (T35), T11 (T34), T25 (T33) y T13 (T37). Estos estudios se describen en el Anexo 6 “Estudio de deformaciones de la estructura de pilares”.

Las señales, T40-T45, están situadas en las paredes de la cripta (sector 21a), es decir, por debajo del nivel del suelo y, por lo tanto, no visibles desde la nave de la Catedral.

Las señales del interior consisten en una escuadra metálica formada por dos cuadros de 4x4 cm, sobre uno de ellos se adhiere una diana, en la cara contigua se encuentra rotulado el número de señal de tal forma que se puede leer desde el suelo. Las señales se fijan mediante silicona y pueden ser retiradas sin que queden marcas sobre las paredes o columnas.



Finalmente, y aunque queda fuera de las zonas excavadas actualmente, se han colocado también las señales en el crucero, pues previsiblemente, será una de las zonas a excavar. Como actualmente, las bases de la catedral han desaparecido prácticamente en su totalidad, para dar coordenadas a estas señales se ha utilizado estaciones orientadas a partir de las señales situadas en la nave.



3.1.1.3.- Señales de referencia

Estas señales consisten en clavos, picas u otros elementos, marcados sobre el terreno desde los cuales se puedan realizar medidas en campo valiéndose principalmente de cinta métrica y plomada, ya que éste es el procedimiento seguido durante la excavación para la documentación de las unidades que van descubriéndose. Al disponer de coordenadas de estos puntos en el sistema general del yacimiento, los croquis elaborados se integran directamente con el resto de información disponible.

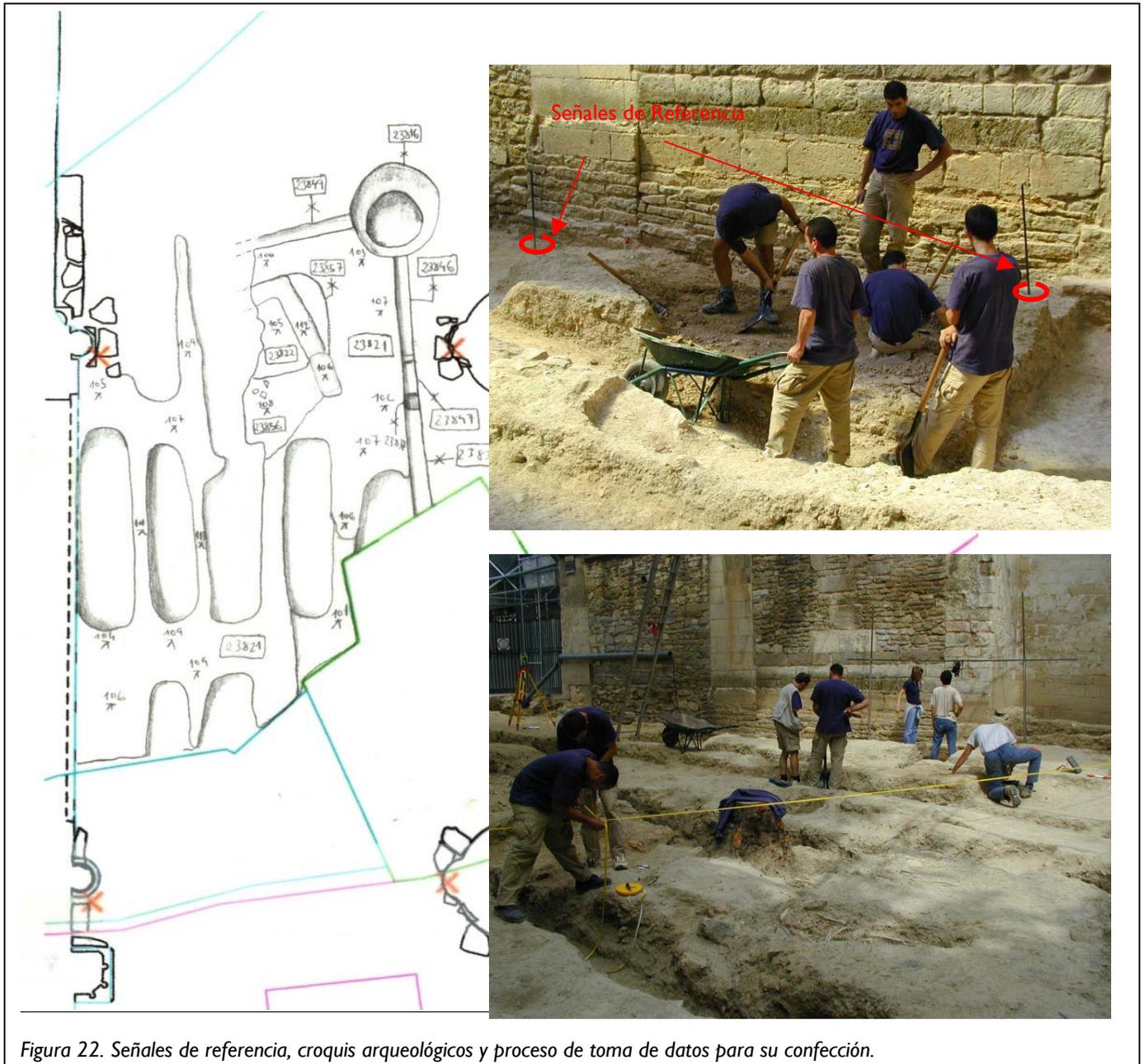


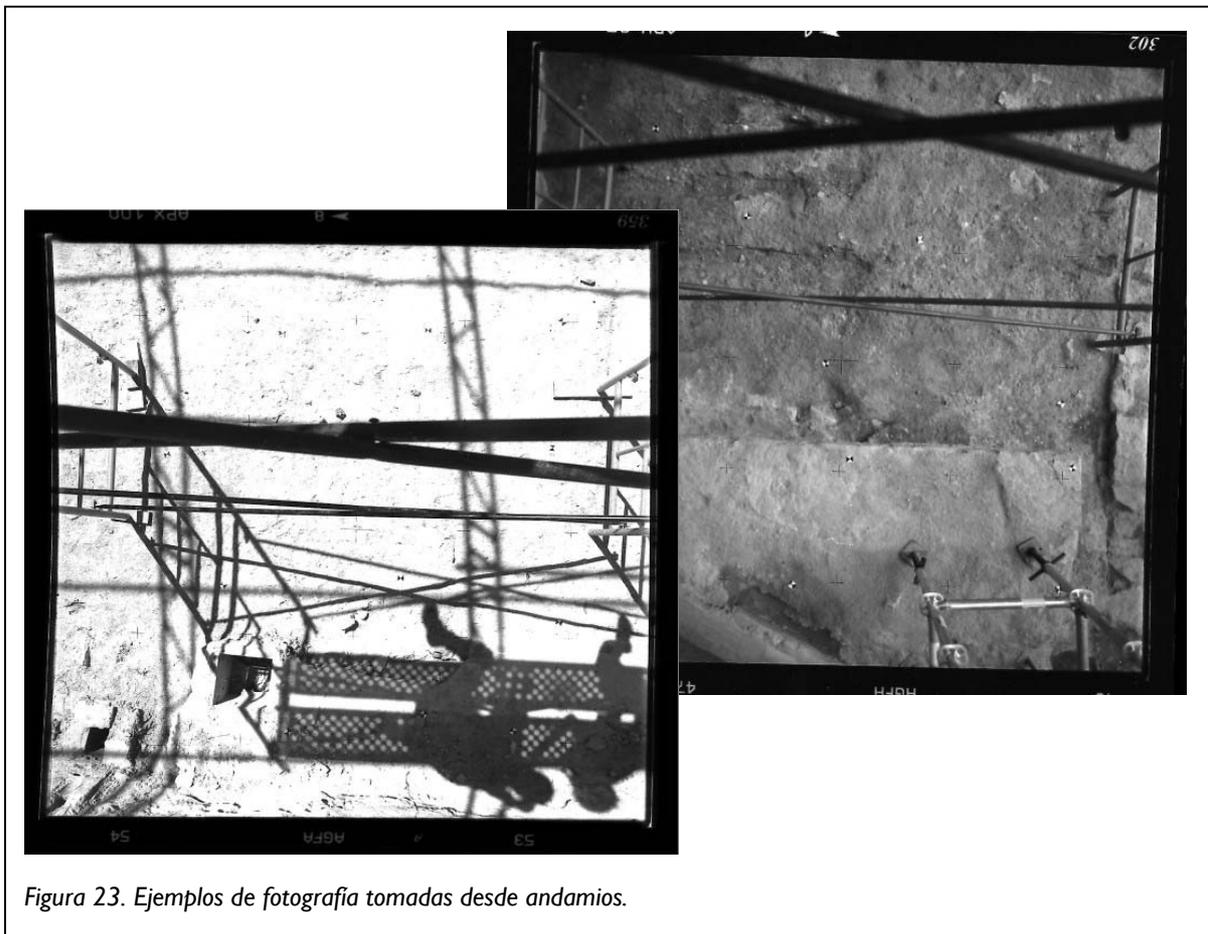
Figura 22. Señales de referencia, croquis arqueológicos y proceso de toma de datos para su confección.

3.1.2. – Metodología fotogramétrica

En un principio, para la excavación del exterior (zona 17), se decidió que cada unidad estratigráfica se documentase mediante **pares fotogramétricos**. Para el resto de las zonas, como ya se disponía de un mejor conocimiento de la estratificación del subsuelo, se consideró más conveniente la representación por planos de periodo, en los que la parte expuesta de la excavación corresponde al mismo periodo histórico.

En cualquier caso, el método para la obtención de fotografías debía satisfacer unos requisitos como la rapidez, necesaria para que no interfiriese en el desarrollo de la excavación, y además, que mantuviera una geometría adecuada entre las dos tomas del par que permitiese el tratamiento estereoscópico.

Se descartó el uso de andamios sobre la excavación por no existir una zona adecuada donde apoyarlos, además de producir sombras que dificultan en gran medida la extracción de elementos, como puede apreciarse en los ejemplos siguientes.



Para la excavación en el interior se dispuso, como se comentará más adelante, de una estructura montada en los pilares que permitió la realización de fotografías. Para el exterior, sin embargo, no había tal posibilidad por lo que se diseñó una estructura portátil⁵ cuyas características son:

- Posibilidad de situarla sobre terreno irregular.
- No dañar los estratos sobre los que se asiente.
- Robustez, estabilidad y facilidad de manejo.
- Permitir obtener fotografías verticales con una altura de 1,5 a 4 metros.
- Mantener la geometría entre las dos tomas del par que garantice la correcta observación estereoscópica y la práctica eliminación de giros y desplazamientos referentes a la componente horizontal del modelo.



Figura 24. Toma de pares mediante la estructura auxiliar.

La estructura está formada por dos barras verticales y una horizontal sujeta a éstas por mordazas y palomillas. La longitud de la barra horizontal puede modificarse añadiendo hasta tres tramos de 1,5 metros cada uno, con una longitud total de 4,5 metros, esta barra es de sección cuadrada y en ella se sitúa una pieza deslizante sobre la que se acopla la cámara fotográfica. Las barras verticales constan de cuatro piezas: una base que apoya sobre tres tornillos móviles lo que permite nivelarla sobre el terreno, un tubo hueco enganchado en la base (1,5 metros) y dos barras circulares unidas a rosca (1,5 x 2 = 3 metros) que se sitúan dentro del tubo hueco.

⁵ Desarrollado en el Proyecto Calagurris Iulia por Ane Lopetegi Galarraga y José Manuel Valle Melón.

La barra horizontal puede fijarse libremente a cualquier altura en las barras verticales y éstas a su vez pueden deslizarse en el tubo; con todo esto, se puede situar la cámara a una distancia de hasta 4,5 metros sobre el suelo, por lo tanto, es necesario disponer de un disparador remoto. A esta altura y mediante una cuerda, es posible desplazar la pieza que sujeta a la cámara fotográfica, obteniendo así las dos fotografías que forman el par.

Para controlar la altura de la toma y la base, tanto las barras verticales como la horizontal están graduadas. Para cada cámara se calcula en una tabla la porción de terreno que aparece fotografiado en función de la altura de la toma.

Tabla 2.- Ejemplo de recubrimiento de la cámara Rollei 6006

Cámara: Rollei 6006					
focal: 50mm					
Formato: 55x55mm					
Alejamiento (metros)	Superficie Fotografiada (metros)	Base Mínima (metros)	Base Máxima (metros)	Superficie Par Máxima (metros)	Superficie Par Mínima (metros)
1,5	1,65 x 1,65	0,15	0,30	1,50 x 1,65	1,35 x 1,65
2,0	2,20 x 2,20	0,20	0,40	2,00 x 2,20	1,80 x 2,20
2,5	2,75 x 2,75	0,25	0,50	2,50 x 2,75	2,25 x 2,75
3,0	3,30 x 3,30	0,30	0,60	3,00 x 3,30	2,70 x 3,30
3,5	3,85 x 3,85	0,35	0,70	3,50 x 3,85	3,15 x 3,85
4,0	4,40 x 4,40	0,40	0,80	4,00 x 4,40	3,60 x 4,40
4,5	4,95 x 4,95	0,45	0,90	4,50 x 4,95	4,05 x 4,95

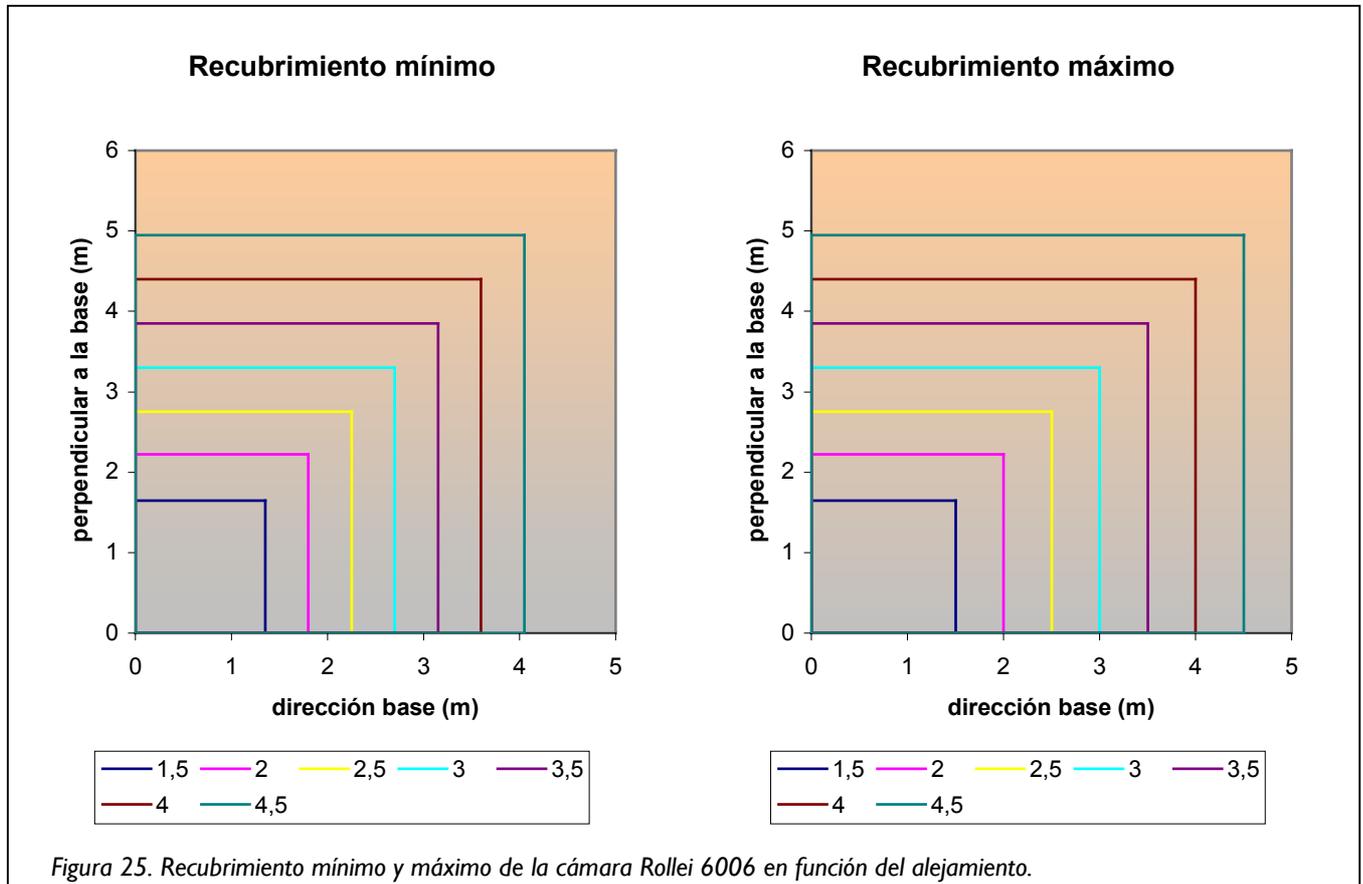


Figura 25. Recubrimiento mínimo y máximo de la cámara Rollei 6006 en función del alejamiento.

A esta estructura se le pueden añadir un par de focos, con lo que se mejora la iluminación en interiores.

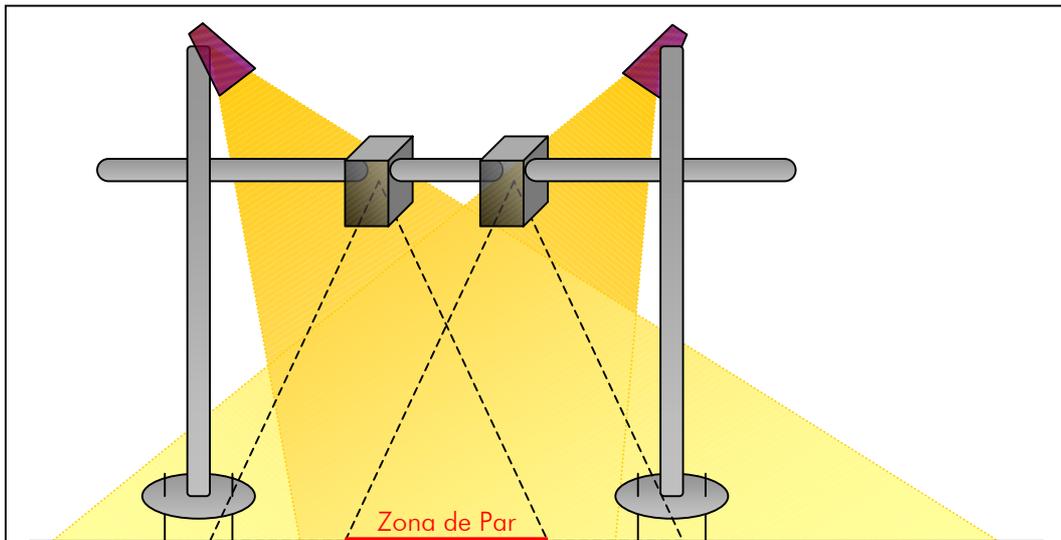


Figura 26. Esquema de la estructura empleada en la toma de pares utilizando focos de luz.



Figura 27. Montaje para la realización de pares verticales y horizontales.

Para situar dianas en alzados hasta 6,5 metros de altura sobre el terreno se diseñó un elemento auxiliar, “pegadianas”, compuesto por tres tubos huecos de acero inoxidable de 1,5 metros de longitud cada uno, de diámetro creciente, de manera que permite alojar uno dentro de otro. La longitud necesaria se consigue por medio de la fijación entre ellos a través de unos tornillos pasantes, accionados por unas palomillas.

En la parte superior de los tubos se acoplan los dispositivos donde colocar las dianas. Estos dispositivos van sujetos por medio de un tornillo de tal forma que puedan cabecear, para adaptarse a diferentes superficies.

El dispositivo auxiliar para dianas, posee varias ranuras, de forma que se puedan colocar dianas de diferentes tamaños.



Figura 28. Pegadianas.

La excavación del interior del templo exigía una estructura de refuerzo que permitiese excavar los cimientos con seguridad. Esta estructura consiste en unas abrazaderas metálicas unidas entre sí a unos 4 metros de altura.

Este estructura de apeos consiste en un sistema de acodamiento de los pilares de la catedral, constituido por pórticos de acero formados por una viga IPE apoyada en dos pilares HEB que siguen las direcciones ortogonales de los pilares y pilastras de la catedral. Bajo estos pórticos de acodamiento, colgados de las vigas IPE, y siguiendo la dirección longitudinal de las naves de la catedral, se han colocado tres pequeños puentes-grúa, uno en la nave central y uno en cada nave lateral.

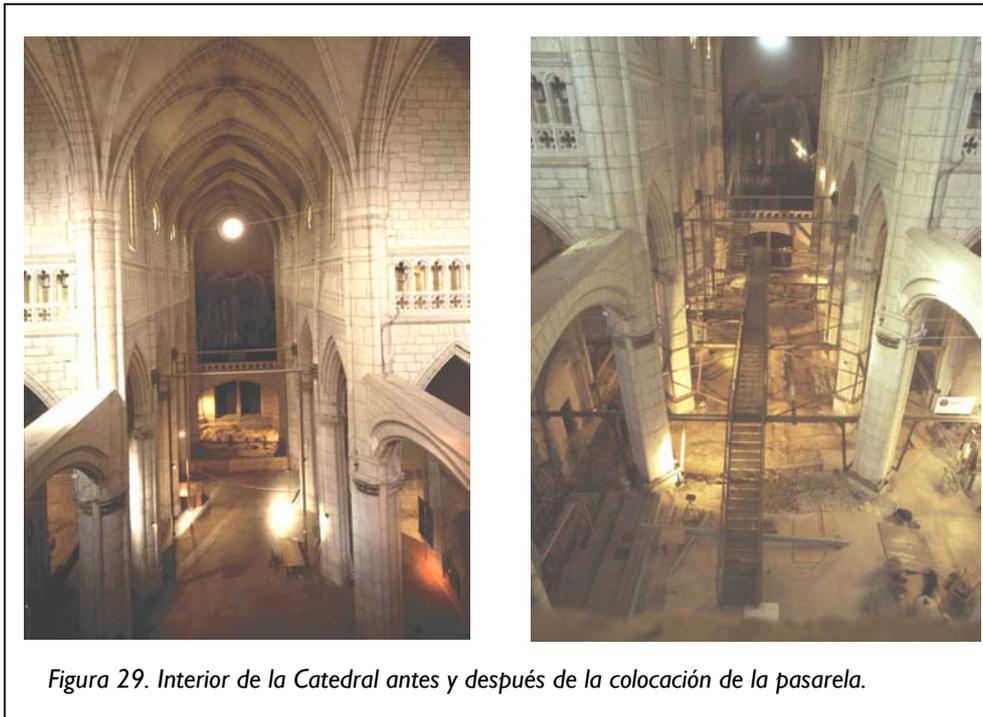


Figura 29. Interior de la Catedral antes y después de la colocación de la pasarela.

Sobre esta estructura se montó una pasarela desde el altar hasta el coro por donde se desarrollaba parte de la visita guiada a las obras de restauración.

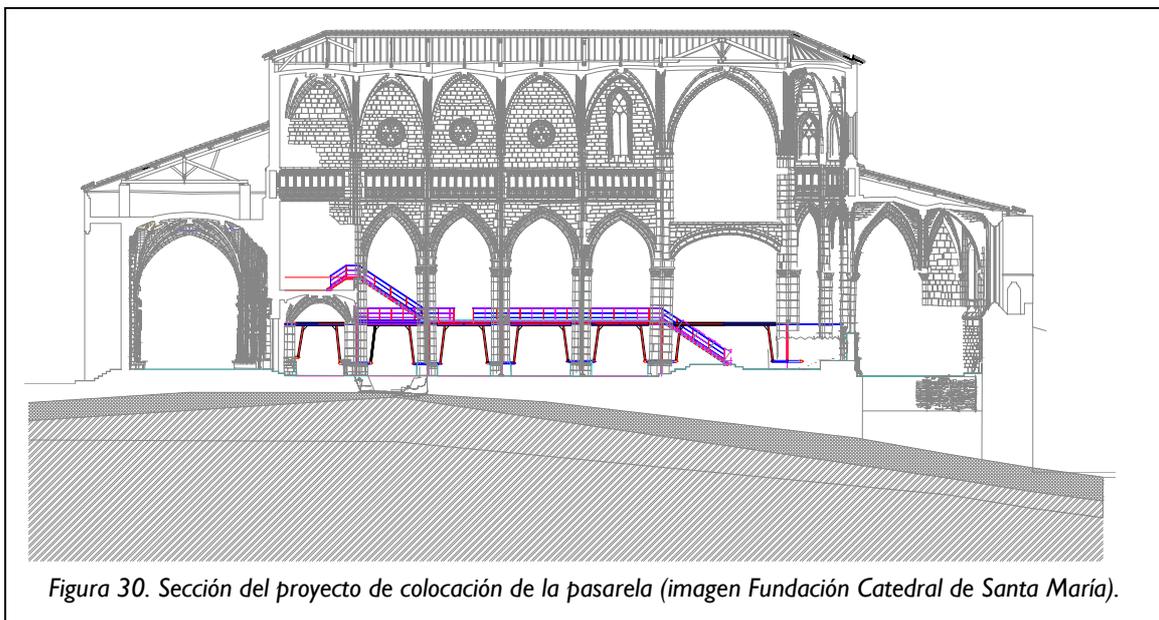


Figura 30. Sección del proyecto de colocación de la pasarela (imagen Fundación Catedral de Santa María).

La altura de estos puentes y su movilidad hacía muy interesante utilizarlos para situar la cámara fotográfica, para lo cual había que diseñar un sistema que permitiese el enganche de la cámara además de permitir que el trabajo se realizase de forma ágil y cómoda: carga y retirada de carretes, toma de fotografías, desplazamiento de la cámara, . . .

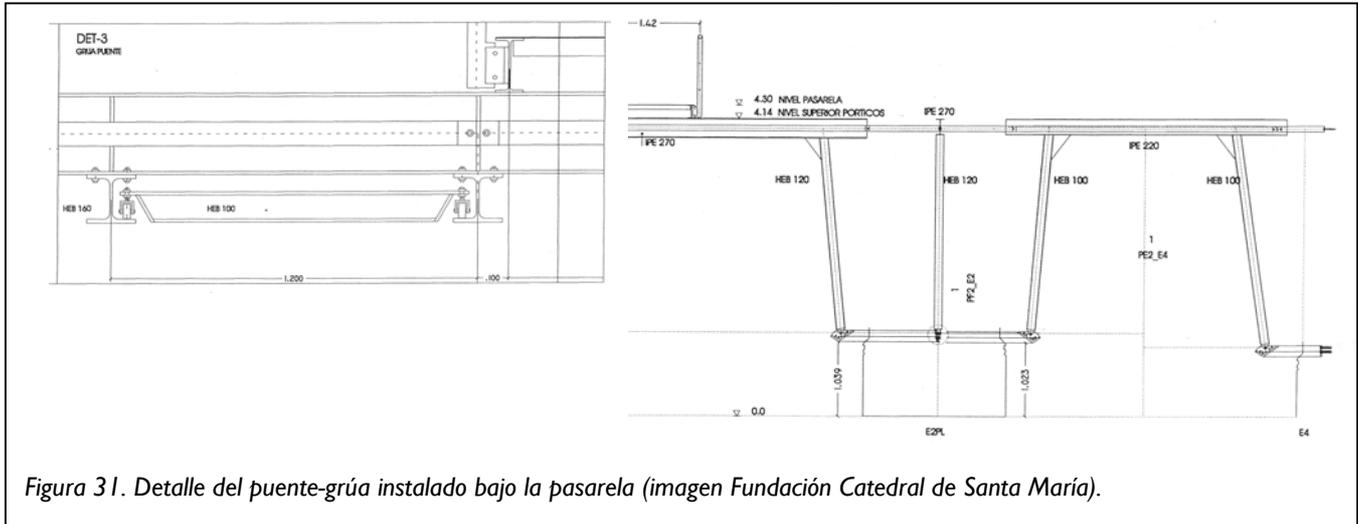


Figura 31. Detalle del puente-grúa instalado bajo la pasarela (imagen Fundación Catedral de Santa María).

El sistema debía ser lo más universal posible con el fin de poder ser utilizado con el mayor número de modelos de cámara posibles, en concreto era necesario que, por lo menos, se adaptase a la Rollei 6006 y a la Canon PowerShot G2 que son las que se estaban utilizando para los pares fotogramétricos y los **montajes fotográficos** respectivamente.

El siguiente paso era determinar cual debía ser la posición de la cámara sobre la planta de la excavación, para poder recubrir completamente el yacimiento, ya que la altura era conocida. Para lo que se hubo de tener en cuenta el formato y la focal de las cámaras, así como los obstáculos, los tirantes del sistema de apeos o las propias columnas de la Catedral.

Una vez realizados los cálculos y la definición del proyecto, había que diseñar un dispositivo que, desde el puente-grúa, permitiese desplazar la cámara hasta cada una de las posiciones necesarias para la toma. Las características que debía cumplir eran:

- Su tamaño está condicionado por los apeos y columnas; impedimentos anteriormente descritos.
- Ligereza.
- Robustez y estabilidad.

La solución adoptada consistió en un barra por la cual circula una caja en la que va alojada la cámara (más adelante se describe detalladamente). Esta barra es la que debe cumplir las características antes comentadas por lo que se diseñó, para lo cual se construyó con piezas huecas de aluminio, de seis metros de longitud y se le añadió un cuerpo central de sección triangular de 3 metros que era el que iba sujeto al puente y unos tensores a los extremos de la barra de 6 metros para evitar pandeos y oscilaciones.

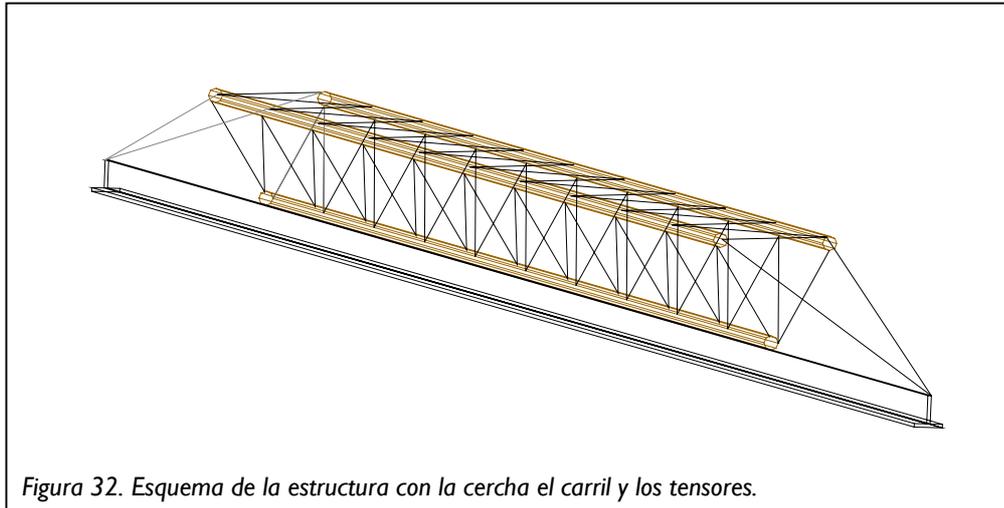


Figura 32. Esquema de la estructura con la cercha, el carril y los tensores.

Para el diseño de la caja donde se alojan las cámaras se tuvo en cuenta las dimensiones de éstas. Cada cámara (la Rollei y la Canon) se engancha a uno de los lados de la caja mediante un tornillo. La placa inferior se troqueló de tal forma que quedasen libres los objetivos y fotómetros en ambas disposiciones. La altura de la caja corresponde al tamaño de la Rollei cuando se abre la parte trasera para cambiar el carrete.

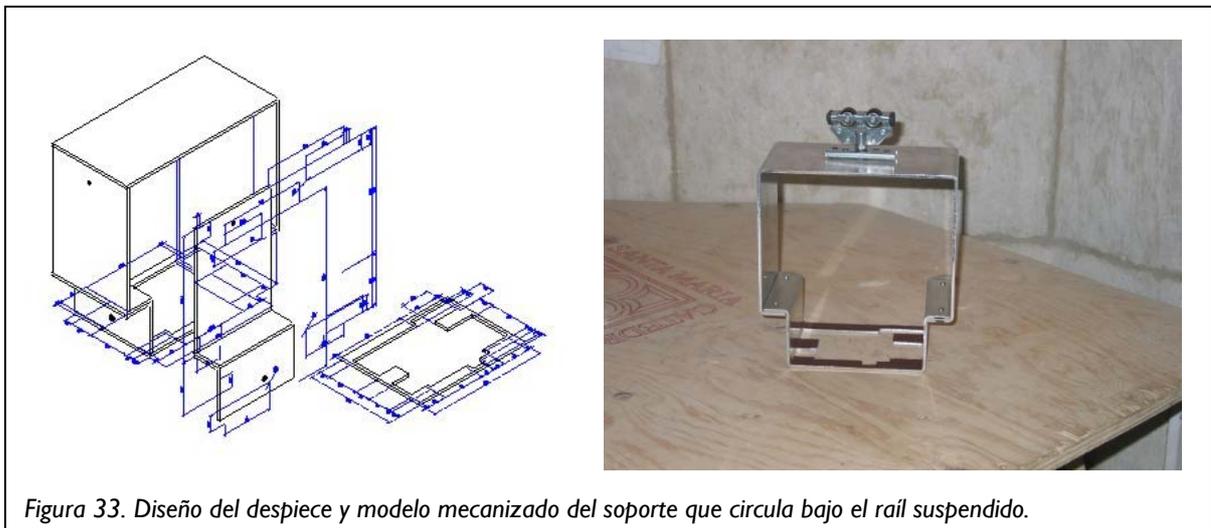


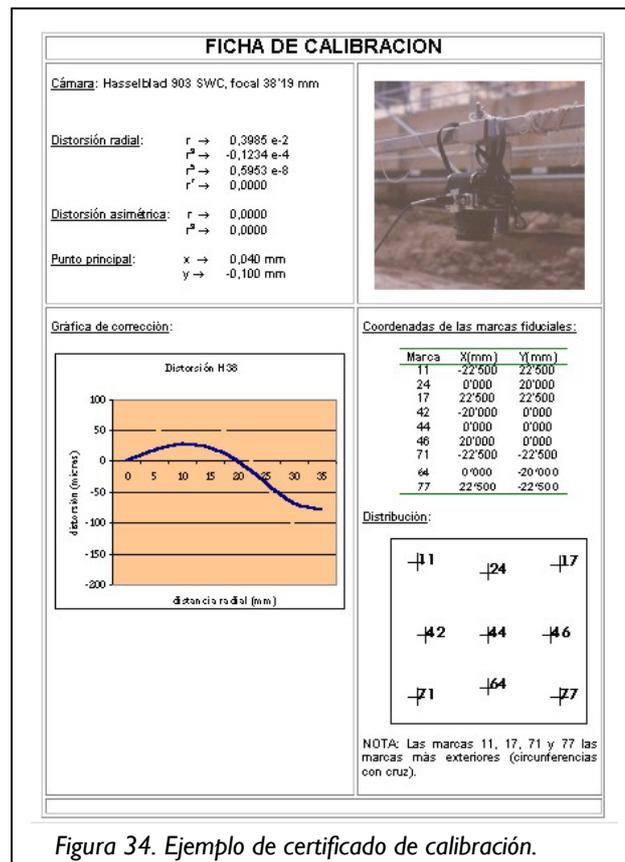
Figura 33. Diseño del despiece y modelo mecanizado del soporte que circula bajo el raíl suspendido.

Se han utilizado varias cámaras, concretamente:

- **R50: Rollei 6006**, focal 50 mm, formato 55x55 mm.
- **H38: Hasselblad 903 SWC**, focal 38 mm, formato 55x55 mm.
- **P28-80: SMC-Pentax-FA**, focal variable, formato 35 mm.
- **V50: Vivitar V3000S**, focal 50 mm, formato 35 mm.
- **G2: Canon Powershot G2**, focal variable, formato digital (2.272 x 1.704 celdillas)

De éstas, la Rollei 6006 y la Hasselblad 903 SWC corresponden a **cámaras métricas** cuyos certificados de calibración pueden consultarse en los volúmenes de fichas. Estas cámaras métricas son las que se han utilizado de forma habitual, completándose la documentación con el resto de las cámaras en las circunstancias en las que no era posible utilizar las primeras o cuando se hacía más aconsejable, como en el caso de la digital para la formación de mosaicos.

En el Anexo 2 “*Cámaras fotográficas*”, se pueden ver las tablas realizadas con cada una de estas cámaras, así como sus **certificados de calibración**.



El tipo de película utilizada fue diapositiva de 6x6 cm y 100-ISO de sensibilidad, aunque excepcionalmente, se utilizó negativo 6x6 cm y diapositiva 35 mm (ambos de 100-ISO). Se realizaron pruebas con diferentes sensibilidades resultando la más adecuada tanto para las tomas exteriores como en el interior donde las condiciones son de escasa iluminación.

3.2.- Toma de Datos

En este apartado se trata la obtención de información de campo dividida en dos apartados:

- **Fotogrametría:** preparación y toma de fotografías y coordenadas de los puntos de apoyo.
- **Taquimetría:** radiación de puntos por **métodos topográficos** para la medida de las zonas donde no es posible o aconsejable la fotogrametría.

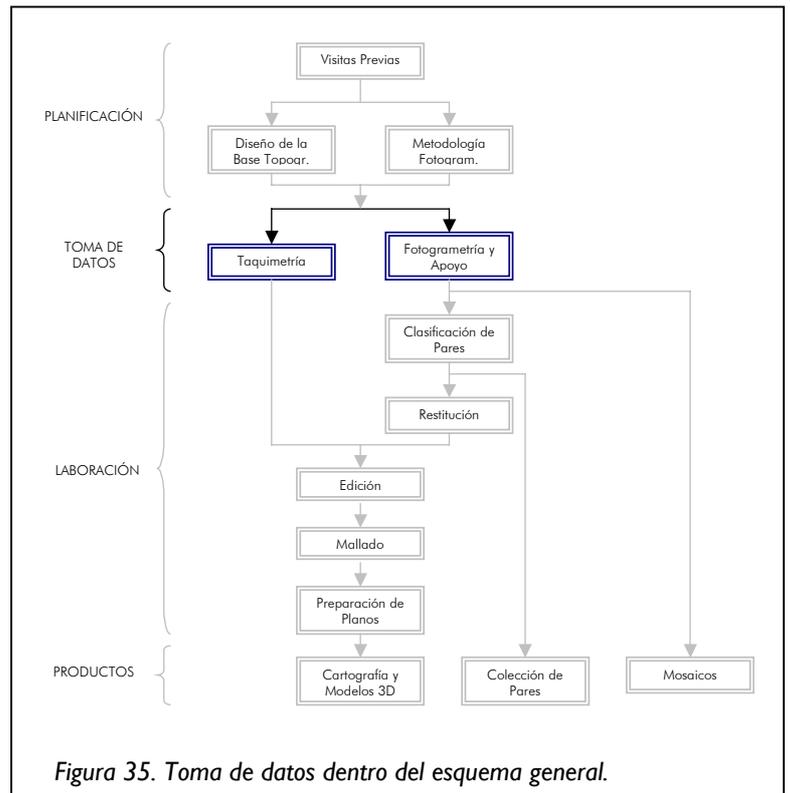


Figura 35. Toma de datos dentro del esquema general.

3.2.1.- Fotogrametría y apoyo

La documentación fotográfica puede realizarse por planos de periodo (imagen central) o por unidades estratigráficas (imagen inferior).

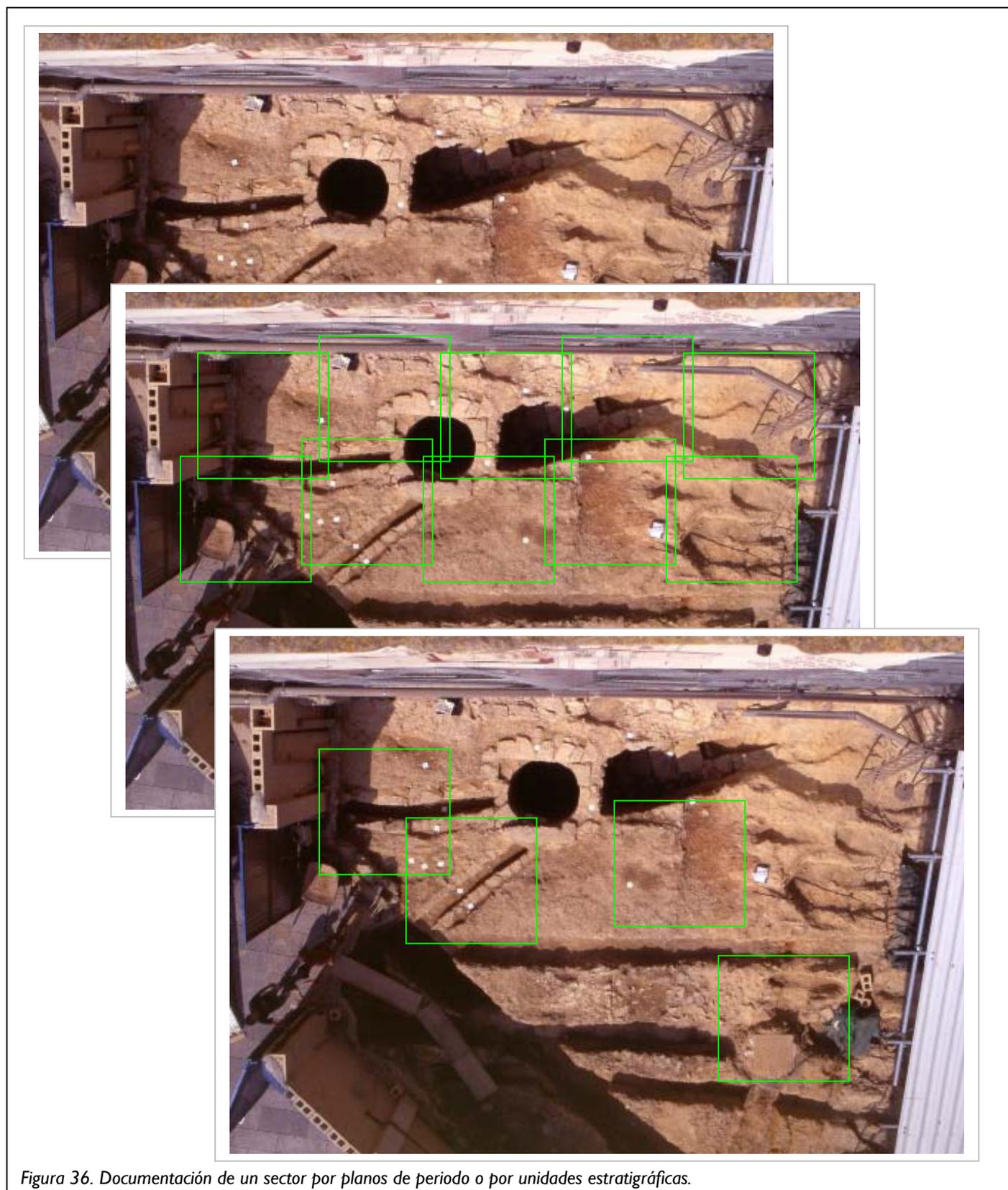


Figura 36. Documentación de un sector por planos de periodo o por unidades estratigráficas.

Como puede apreciarse en las imágenes anteriores, la documentación por planos de periodo consiste en una toma simultánea de toda la superficie visible que representa dicho plano de periodo, mientras que la documentación por unidades registra cada unidad en un par independiente. En cada una de las zonas excavadas los planos de periodo determinarán una secuencia lógica, con la que se perciba fácilmente la evolución que ha habido en ese sector. Además de esta secuencia para cada sector, posteriormente se irán uniendo todos los planos de todos los sectores, de tal forma que la secuencia se establezca para el conjunto de toda la Catedral.

Normalmente, la documentación por unidades es más recomendable para zonas de reducidas dimensiones. Por otro lado, en la documentación por planos de periodo el trabajo de registro geométrico, tanto de campo como de gabinete, es más rápido debido no sólo a la reducción del volumen de información sino también porque las unidades ya aparecen relacionadas en el periodo al que corresponden.

Como ejemplo, la excavación del exterior de la plaza (zona 17) de aproximadamente 350 m² y que se obtuvo por unidades independientes, requirió más de 1.000 pares fotogramétricos que luego se sintetizaron en seis planos de periodo. Para una superficie similar en el interior de la Catedral (zona 22) obtenida por planos de periodo fueron suficientes 270 pares.

En cuanto al apoyo necesario, se preseñalizó mediante señales de puntería, ya que es frecuente que no existan suficientes puntos apropiados para el apoyo en la zona a fotografiar y además es preferible que existan éstas en la fase de **orientación de los pares**.

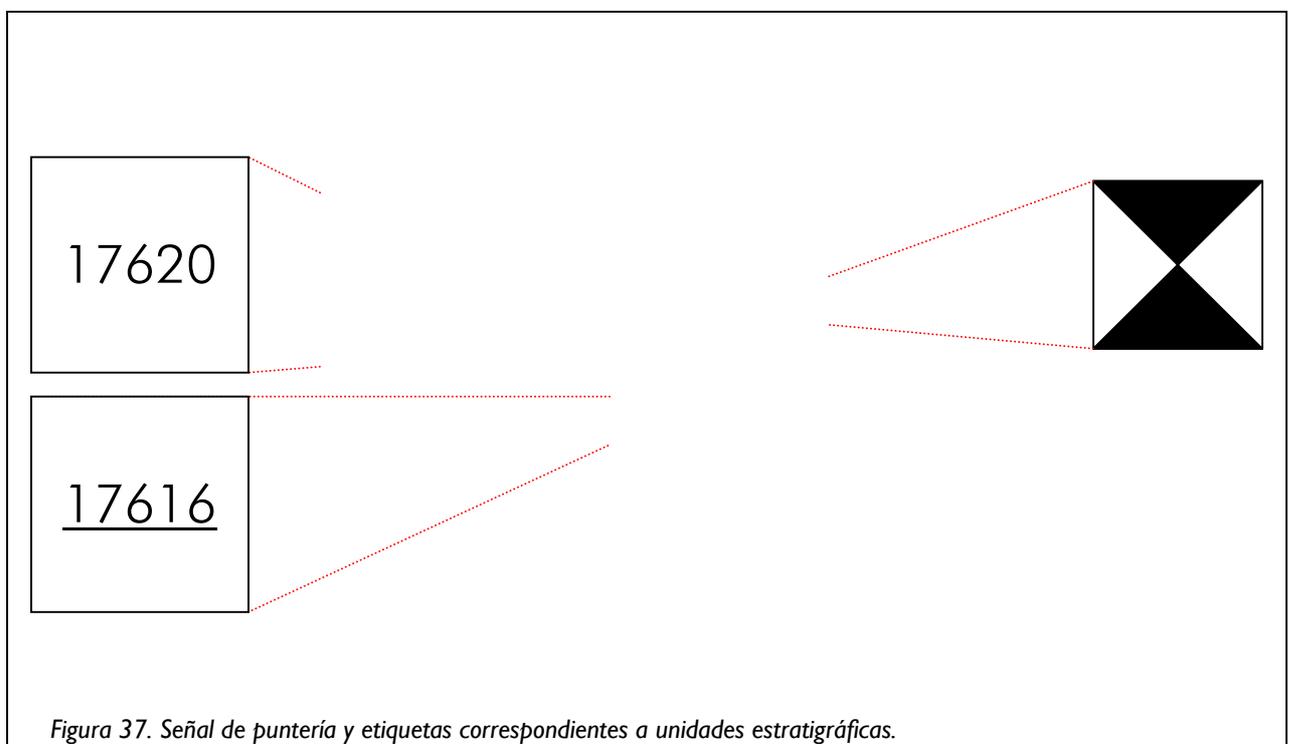


Figura 37. Señal de puntería y etiquetas correspondientes a unidades estratigráficas.

Se realizaron señales de diferentes tamaños: 2x2 cm, 3x3 cm y 4x4 cm para que apareciesen con un tamaño adecuado en función del alejamiento al objeto (tomas cercanas de 1,5 m hasta alzados a 15 metros), se hicieron en papel plastificado y en metacrilato, utilizándose unas u otras según el tipo de superficie sobre la que se debían situar.

El número de puntos de apoyo por cada par fue de entre 7 y 9, como norma general, aunque dependiendo del elemento a fotografiar se aumentaba el número. Como en las fichas de documentación arqueológica se incluye la cota de las unidades, se procuró colocar al menos una señal por unidad o en su defecto se radió un punto mediante topografía.

Se marcaban también las unidades que se estaban fotografiando mediante una etiqueta con su número, para que quedasen registradas en las fotografías. Los cortes se marcaban subrayando el número. Las fotografías de determinadas zonas son poco explícitas respecto a la orientación con que se han tomado por lo que la etiqueta de las unidades se colocaba orientado al norte para facilitar esta labor.

Como herramienta para garantizar la coordinación entre la documentación geométrica y la arqueológica, se redactaron dos listados conjuntos que se han rellenado durante la excavación, el primero, de unidades estratigráficas, en el que se refleja: el número, zona de la excavación donde aparece, nombre, croquis donde está dibujada, tipo de unidad, estado de la excavación, si existen fotografías de detalle y en qué dibujo aparece, incluyendo finalmente una casilla donde se informa si la unidad se encuentra documentada mediante par fotogramétrico.

Tabla 3.- Listado de unidades estratigráficas

Catedral de Santa María, Vitoria-Gasteiz. Excavación Zona 17		Última actualización:						
Listado de Unidades Estratigráficas		02/01/2001						
Nº	Zona	Nombre	Croquis	Tipo	Estado	Par	Foto	Dibujo
17592	M	Losa del enterramiento 29	4	EC	X	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
17593	O-P	Nivel bajo el enlosado 17466	5	C	/	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	24E
17594	O-P	Corte para línea de piedras dirección N-S	5	SC	/	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	24E,27E
17595	O-P	Relleno de 17594	5	C	X	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	24E
17596	J-K	Relleno arcilloso bajo 17354	4b-5	C	/	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	24E
17597		Relleno de nivelación de arena amarilla	5	C	/	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	23W
17598	P	Fosa del enterramiento 96	4b	SC	/	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

El segundo listado, similar al anterior, hace referencia a los enterramientos.

Tabla 4.- Listado de enterramientos

Catedral de Santa María, Vitoria-Gasteiz. Excavación Zona 17
Listado de Enterramientos

Última actualización:

31/10/2000

Nº	U.E. Fosa	U.E. Relleno	U.E. Estructura	Zona	Ficha	Foto	Par	Dibujo
75	17506	17507			/	X	☒	20W
76	17512	17513		J	/	X	☒	24E
77	17514	17515		J	/	X	☒	24E
78	17516	17517		J	/	X	☒	24E
79	17518	17519		J	/	X	☒	
80	17616	17517		J	/	X	☒	24E
81	17522	17523		O	/	X	☒	20E

Para los enterramientos, se documentaba el relleno, el enterramiento propiamente dicho y, cuando se había retirado éste, la fosa. Además, sobre el enterramiento se tomaban tres puntos de cota: cabeza, cóccix y pies.

Además se tomaron pares fotogramétricos de alzados: muros, pilares, etc., en estos casos el proceso era similar ya que estos elementos se han considerado también unidades estratigráficas.



Figura 38. Pares fotogramétricos de las cimentaciones de los pilares.

El instrumental de registro: estación total, cámaras, etc., permaneció en las instalaciones de la Catedral durante la fase de excavación, motivo por el que se tuvo en consideración las características especiales de ésta, principalmente relacionadas con la humedad, para su correcto almacenamiento, conservación y limpieza.

3.2.2.- Taquimetría

Normalmente con los pares fotogramétricos las superficies que hay que representar quedan perfectamente recubiertas, pero hay zonas donde resulta inaccesible la toma de pares, por lo que el método más apropiado para su registro, es la topografía clásica.

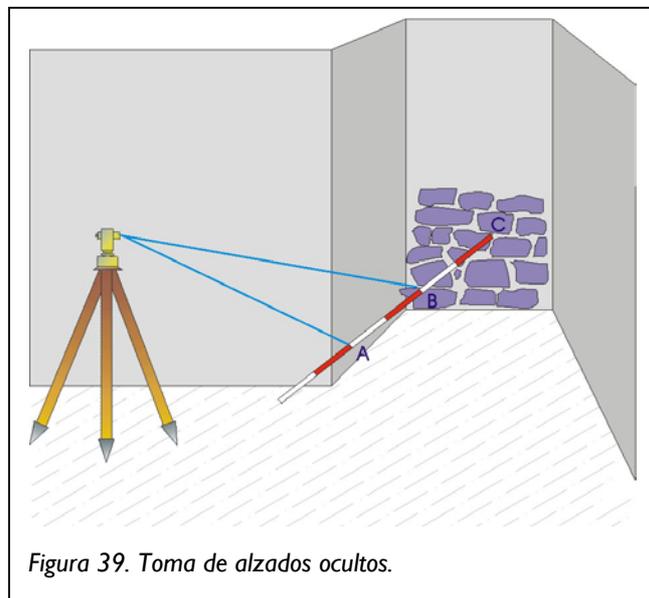
Debido a la posibilidad de la estación total de realizar **mediciones sin prisma**, el trabajo se agiliza respecto a los instrumentos de medida tradicional.

Empleando este sistema el resultado es similar en precisión al obtenido con fotogrametría, por lo que ambos métodos se complementan perfectamente.

Las zonas donde se han realizado estos trabajos son principalmente, la zona 21a (Cripta), zona 10 (cubo noroeste), zona 15 (Capilla de Beneficiados), y zona 20 (Capilla de los Reyes).

Para obtener la representación de todos los alzados en la Capilla de los Reyes, hubo que recurrir a un método indirecto que permitió calcular las coordenadas de los alzados que no son visibles directamente desde las localizaciones donde se podía situar la estación. El proceso seguido consistió en utilizar 3 señales igualmente espaciadas en un jalón (A, B, C), de las cuales las dos primeras eran visibles desde la estación, podían por lo tanto medirse, y la tercera estaba apoyada sobre el punto cuyas coordenadas se quería conocer. A partir de las coordenadas de los dos puntos medidos (A y B) pueden calcularse las coordenadas del tercero, según la ecuación siguiente.

$$\begin{cases} X_C = 2X_B - X_A \\ Y_C = 2Y_B - Y_A \\ Z_C = 2Z_B - Z_A \end{cases}$$



3.3.- Elaboración

En este apartado se describe el tratamiento de la información recogida en campo, su clasificación y el proceso que sigue hasta la preparación de las salidas cartográficas como planos, modelos virtuales, etc., más detalladamente, los puntos a tratar son:

- Clasificación de los pares.
- Restitución.
- Edición.
- Mallado.
- Preparación de planos.

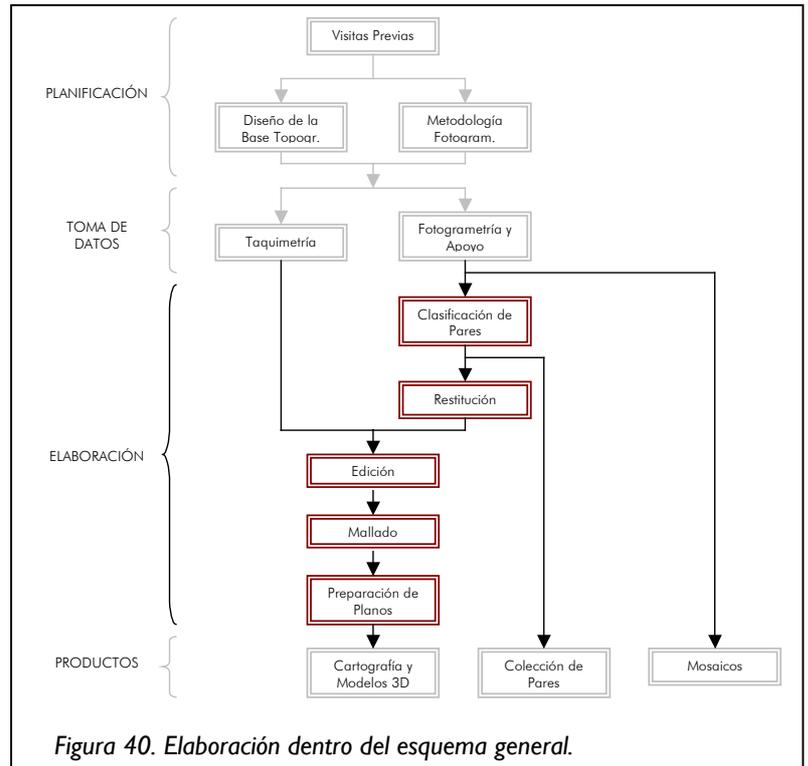


Figura 40. Elaboración dentro del esquema general.

La extracción de información gráfica a partir de los pares fotogramétricos requiere su previa orientación, para lo cual es necesario el apoyo topográfico.

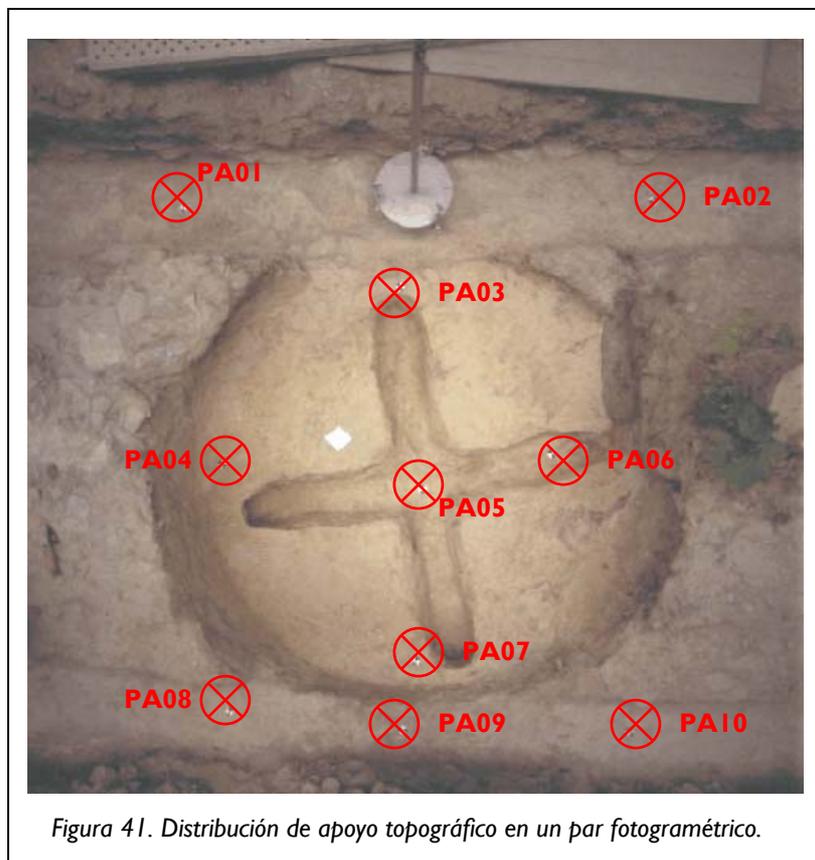


Figura 41. Distribución de apoyo topográfico en un par fotogramétrico.

Orientado el par se dispone de un modelo óptico tridimensional sobre el que se miden los elementos de interés con la misma precisión que si se hiciera sobre el terreno. Los apartados de *Restitución*, *Edición* y *Mallado* se corresponden con las fases del proceso de extracción de los elementos. Secuencialmente, se comienza por dibujar las líneas y puntos que los representan, posteriormente, se agrupa toda la información correspondiente a cada elemento individual, y finalmente se le añade un aspecto visual que permita su representación evocadora.



Figura 42. Proceso de restitución, edición y mallado.

Después de todo este proceso, se pueden preparar salidas gráficas eligiendo los elementos de interés, desde los puntos de vista apropiados para los diferentes análisis y estudios.

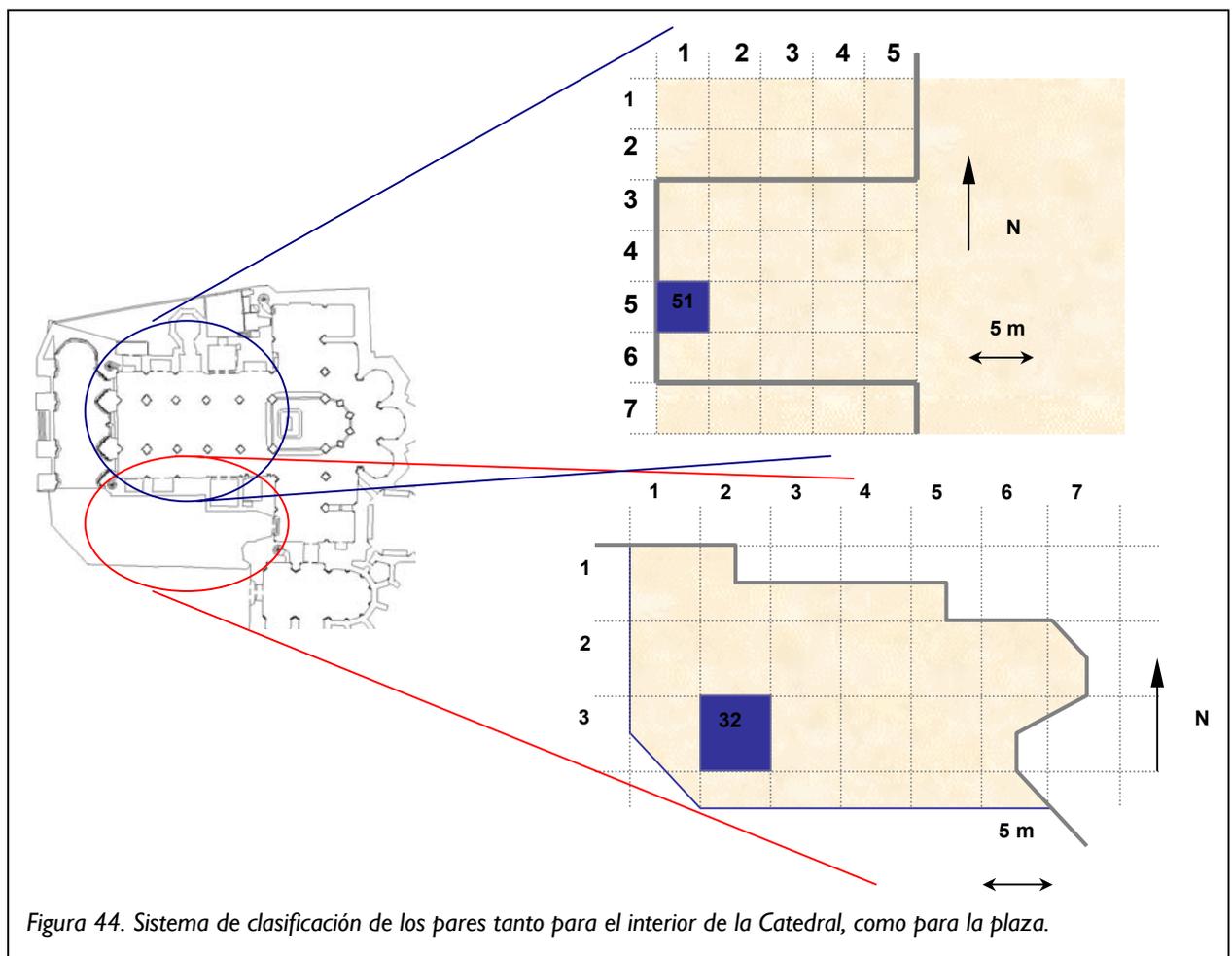


Figura 43. Vista en perspectiva del modelo mallado.

3.3.1. - Clasificación de la información obtenida

Cada par se clasifica asignándole un código único que permite su identificación respecto al resto, este código se elabora a partir de su situación geométrica dentro de la excavación y su nivel de estratificación.

Se han establecido dos sistemas de numeración: el primero para la excavación de la plaza y el segundo para el interior de la Catedral.



El sistema de numeración de pares elegido para las excavaciones consta de tres términos, por ejemplo “N3-12-2”.

- I. En primer lugar se indica en qué fase de la excavación se obtuvo el par, para ello se han establecido niveles (N1, N2, N3, N4, . . .) que hacen referencia a las veces que se ha modificado sustancialmente el terreno. Cuando se ha tenido que fotografiar una zona ya tomada pero que ha sido modificada ligeramente, se han añadido letras obteniéndose así los niveles N1b, N2b, N2c, ... La clasificación por niveles puede ser revisada, si se considera conveniente, cuando se disponga de la datación arqueológica de las unidades.

- II. El segundo término indica la situación del par en la excavación, concretamente en cuál de los cuadrados de 5 x 5 metros que se han replanteado como guía sobre el terreno. Para hacer referencia al cuadrado se utiliza su fila y columna, así el "32" indica fila 3 columna 2.
- III. Finalmente se le asigna un número de orden a los pares que comparten nivel y cuadrado: N2-24-1, N2-24-2, N2-24-3, . . . Si se trata de tres fotografías que forman dos pares se han indicado como "a" y "b" (N3-15-2a y N3-15-2b).

En la segunda fase de excavación de la Plaza (Fase III), para numerar los pares, se consideró que era preferible que estuviesen referidos a la cuadrícula que se definió en la Fase I, antes que definir una nueva cuadrícula ya que estas dos fases son, en realidad, continuación una de la otra. Sin embargo, cuando se estableció la cuadrícula en la Fase I, no se previó que se fuera a ampliar y no se reservaron números. Como solución, se optó por considerar que todos los pares de la Fase III estaban en la cuadrícula -00- de la rejilla exterior.

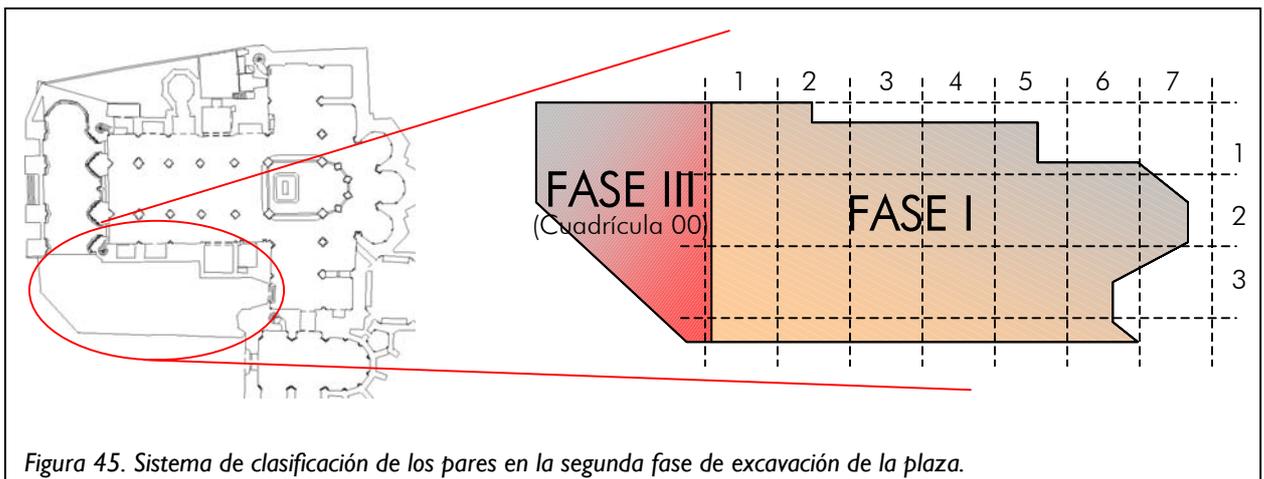


Figura 45. Sistema de clasificación de los pares en la segunda fase de excavación de la plaza.

Las diapositivas se almacenan junto a una ficha identificativa en la que se representan los datos más significativos del par.

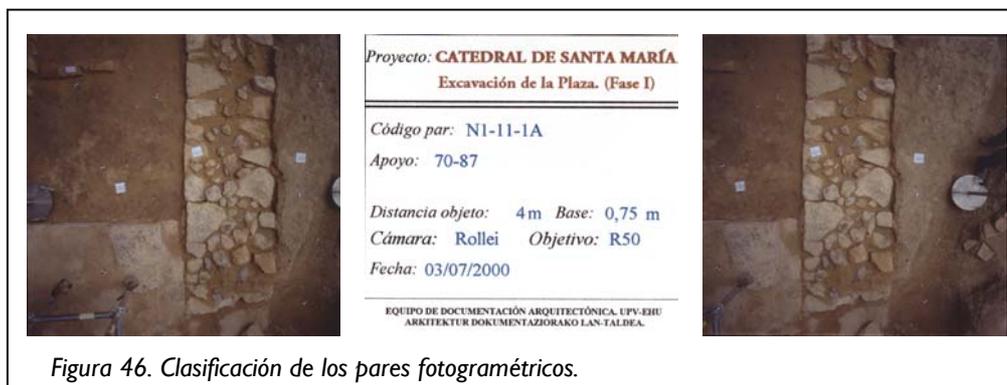


Figura 46. Clasificación de los pares fotogramétricos.

La información que contiene es:

- Código del par.
- Apoyo, número de los puntos cuyas coordenadas se pueden consultar en la ficha de restitución de la carpeta correspondiente.
- **Distancia objeto y base**, características de la toma fotográfica.
- Información de la cámara, modelo y objetivo utilizado.
- Fecha de las tomas.

Paralelamente a estas fichas, se confeccionó una base de datos donde se refleja el código de cada par, la fecha en la que se obtuvo, la cámara que se empleó y objetivo, la distancia de la toma del par, el apoyo necesario para su posterior orientación, así como las unidades estratigráficas y enterramientos que aparecen.

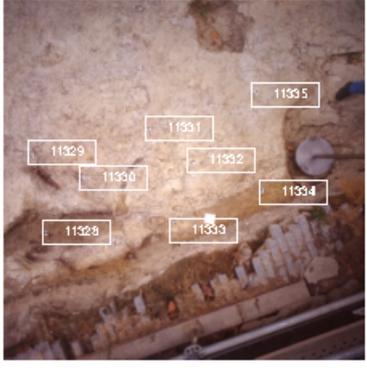
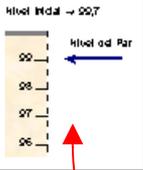
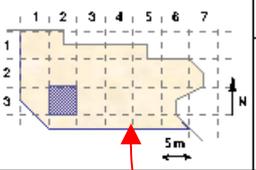
En la tabla siguiente, se puede ver un extracto de esta base de datos.

Tabla 5.- Extracto de la Base de Datos

Par	Día	Apoyo	Unidades	Enterramientos	Alejamiento	Base	Objetivo
NI-74-1	11/04/01	2-4,6-8,10	16042,16043,16045,16046		3.5	0.5	R50
NI-74-2	11/04/01	1-3,5-7-9,10	16041,16042,16044,16045		3.5	0.5	R50
NI-74-3	11/04/01	7,10,11,14,15,17-19	16041		3.5	0.5	R50
NI-74-4	11/04/01	10-12,15,19,20	16041,16046	105,107	3.5	0.5	R50
N2-74-1	20/04/01	36-38,41,46,47,31,32	16052,16061,16057		3.5	0.5	R50
N2-74-2	20/04/01	40,51,39,38,41,50,42,48,49,35	16062,16059,16052,16061,16066,16065	74	2.20	0.35	R50
N2-74-3	20/04/01	40,51,39,41,42,50,48,49,33-35	16062,16059,16066,16061		3.5	0.5	R50
N2-74-4	20/04/01	33-35,28-30,23-25,45	16057,16065,16051,16057,16060		3.5	0.5	R50
N2-74-5	20/04/01	31-33,43-45,26-28,21-23	16060,16057	93,94,108	3.5	0.5	R50
N2-74-6	20/04/01	31,43,44,26,27,21,22	16060,16057		3.0	0.4	R50
N2-74-7	20/04/01	36-38,41,46,47	16052		3.5	0.5	R50

Para cada uno de los sectores excavados se ha creado una base de datos independiente, de tal forma que dependiendo de la zona, se actúa sobre una u otra.

Cada par cuenta, además, con una ficha en la que queda descrita toda la información necesaria para su restitución. El objetivo de estas fichas es agilizar el trabajo con los pares, organizando de una forma visual la información referente a ellos.

EQUIPO DE DOCUMENTACIÓN ARQUITECTÓNICA (U.P.V. - E.H.U.)																																																																							
TRABAJO: Documentación de las excavaciones en la portada de la Catedral de Santa María . Vitoria - Gasteiz																																																																							
PAR: N28e-32-1	ALTURA: 3.5 m	BASE: 0.5 m	OBJETIVO: R50	FECHA: 5/10/2001																																																																			
				PUNTOS DE APOYO <table border="1"> <thead> <tr> <th>PUNTO</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> <th>PUNTO</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>11328</td> <td>98.157</td> <td>75.764</td> <td>98.726</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11329</td> <td>98.469</td> <td>76.521</td> <td>99.079</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11330</td> <td>98.636</td> <td>76.151</td> <td>99.046</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11331</td> <td>99.573</td> <td>76.347</td> <td>99.030</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11332</td> <td>99.631</td> <td>75.911</td> <td>99.033</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11333</td> <td>99.455</td> <td>75.416</td> <td>98.919</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11334</td> <td>100.363</td> <td>75.396</td> <td>98.905</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>				PUNTO	X	Y	Z	PUNTO	X	Y	Z	11328	98.157	75.764	98.726					11329	98.469	76.521	99.079					11330	98.636	76.151	99.046					11331	99.573	76.347	99.030					11332	99.631	75.911	99.033					11333	99.455	75.416	98.919					11334	100.363	75.396	98.905				
PUNTO	X	Y	Z	PUNTO	X	Y	Z																																																																
11328	98.157	75.764	98.726																																																																				
11329	98.469	76.521	99.079																																																																				
11330	98.636	76.151	99.046																																																																				
11331	99.573	76.347	99.030																																																																				
11332	99.631	75.911	99.033																																																																				
11333	99.455	75.416	98.919																																																																				
11334	100.363	75.396	98.905																																																																				
				ENTERRAMIENTOS: Enterramientos																																																																			
				UNIDADES: 18926 Unidades																																																																			
				NOTAS: Notas																																																																			

Nivel de excavación Situación horizontal del par

Nombre del Proyecto
Identificación del par
Coordenadas de los puntos de apoyo

Figura 47. Ejemplo de ficha de restitución.

La información que se puede obtener a partir de la ficha es:

- Nombre del proyecto.
- Identificación del par: código del par, altura de la toma fotográfica (o alejamiento en alzados), base, objetivo de la cámara y fecha de toma del par.
- Distribución del apoyo: sobre la imagen escaneada de una de las dos fotografías del par se señalan los puntos de apoyo. Los puntos de visibilidad dudosa se representan enmarcando el número con línea discontinua. En la medida de lo posible, el Norte queda en la parte superior de la imagen.
- Coordenadas de los puntos de apoyo (en el sistema de la Catedral, común para todas las fases).
- Número de los enterramientos que aparecen en el par.
- Número de las unidades que aparecen en el par.
- Nivel de excavación respecto a la altura inicial del suelo.
- Situación horizontal del par en un croquis de la excavación.
- Notas.

3.3.2.- Restitución de los pares

El objetivo de la restitución, es obtener información gráfica con características métricas, que responda al mismo tiempo en su aspecto visual a la realidad existente.

Para restituir un par, se necesita además el certificado de calibración de la cámara con que fue tomado, un fichero con las coordenadas de los puntos de apoyo que aparecen fotografiados y la ficha de restitución.

La restitución se ha realizado en el **restituidor analítico ADAM MPS2**, de **formato medio**, marca flotante de 25 micras y sistema de medición de 4 micras que conectado a una estación gráfica dotada de un programa de diseño asistido por ordenador, permite que la información cartográfica generada se almacene en formato digital.



Figura 48. Restituidor analítico ADAM MPS2.

Previamente a la restitución de los pares, se procede a su orientación que consta de cuatro pasos fundamentales:

- Preorientación del par
- Orientación interna
- Orientación externa
 - Relativa
 - Absoluta

La preorientación es un ajuste manual, aunque asistido por el restituidor de los **portaplacas** que garantiza la correcta visión estereoscópica mediante la alineación de las imágenes.

La orientación interna, es el proceso en el cual las diapositivas, que son elementos bidimensionales, se convierten en elementos tridimensionales: los haces. Este proceso es necesario ya que las medidas a realizar se encuentran en el espacio tridimensional. En la siguiente figura se representa el proceso de izquierda a derecha (la imagen de la izquierda representa una vista cenital de la diapositiva mientras que las dos restantes están en perspectiva).

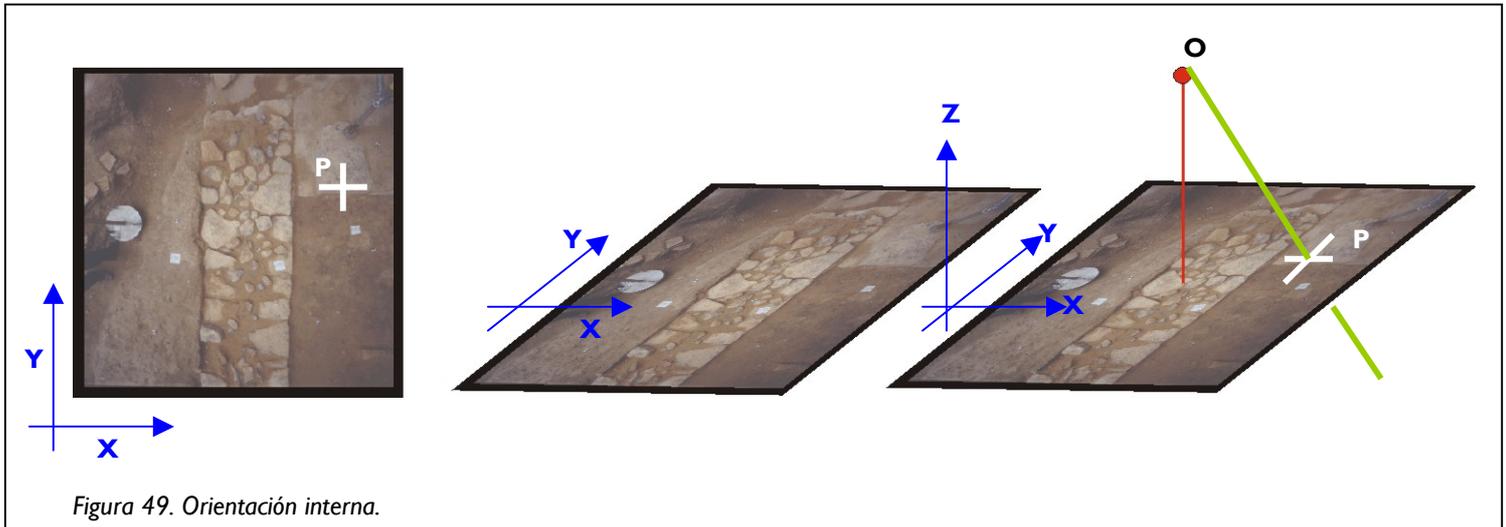


Figura 49. Orientación interna.

Para conseguir que las diapositivas sean elementos tridimensionales hay que localizar un punto característico de la toma (marcado en la imagen por O) que corresponde al **centro de proyección**. Una vez localizado este punto, ya no se realizan cálculos con las coordenadas bidimensionales en el plano XY de los puntos (por ejemplo P en la imagen de la izquierda) sino con la línea que une este punto con O correspondiente con el rayo óptico.

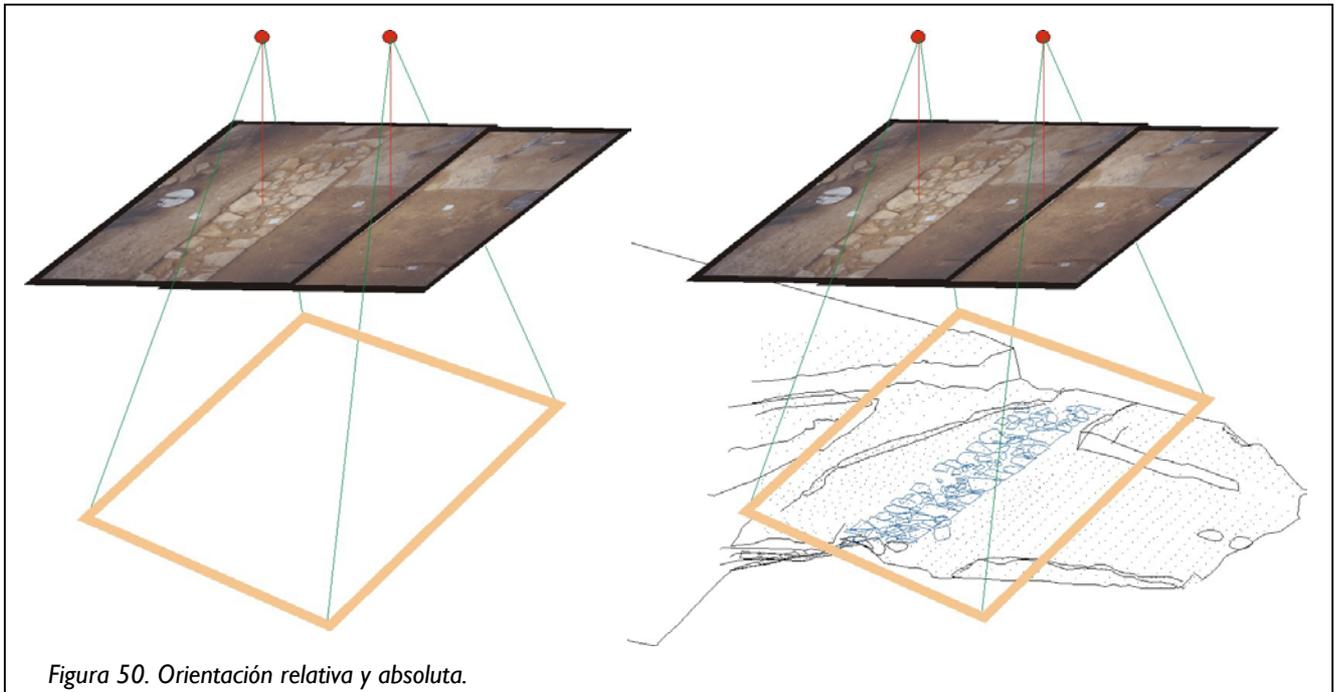
Localizar el centro de proyección significa conocer sus coordenadas tridimensionales. Éstas se obtiene de forma separada: por un lado, la distancia al plano XY corresponde con la **distancia principal** que es un valor numérico conocido e indicado en el certificado de calibración, en segundo lugar, la posición de su proyección sobre el plano XY (punto principal) se obtiene tras medir unas señales que quedan impresas en la diapositiva y que están situadas entre el objetivo y la película, que reciben el nombre de marcas fiduciales.

En el Anexo 9, “*Complementos Matemáticos*”, se puede consultar la formulación correspondiente.

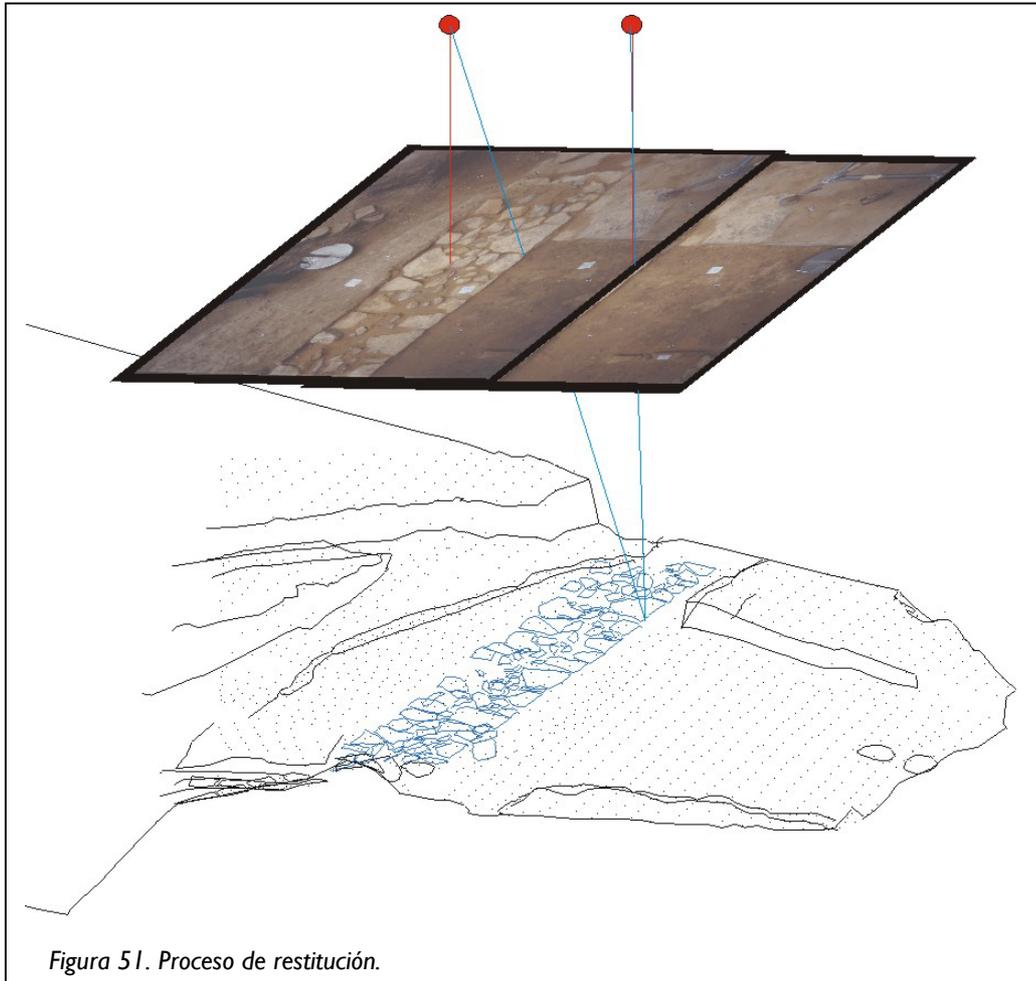
La **visión tridimensional** del objeto representado se obtiene cuando se sitúan dos diapositivas de tal manera que los rayos que representan al mismo punto se cortan en el espacio. Al proceso de cálculo que obtiene esta configuración geométrica se denomina orientación relativa.

Tras la orientación relativa, se dispone de un modelo óptico tridimensional del objeto representado, sin embargo, para obtener medidas reales de este modelo es necesario trasladarlo al sistema de coordenadas que se utiliza en la excavación lo que requiere un escalado, tres rotaciones, ya que se trabaja en el espacio tridimensional, y las tres componentes del vector de desplazamiento. Este paso se denomina orientación absoluta.

El restituidor Adams realiza estos dos pasos de forma simultánea para lo que hay que identificar sobre ambas fotografías una serie de puntos comunes de los cuales al menos tres han de tener coordenadas en el sistema de la excavación.



Una vez orientado el par, se empezará con la restitución. La restitución consiste en la medida de elementos sobre el modelo tridimensional fotogramétrico, para lo cual hay que ir calculando las coordenadas 3D de los puntos que los componen. Estas coordenadas se calculan por intersección de los rayos que unen los centros de proyección con la representación del punto en cada fotografía.



Dada la gran cantidad de información de la que se dispone, es necesario organizar adecuadamente el trabajo de restitución. Gracias a las posibilidades de codificación que permiten los programas CAD, en colores, tipos de líneas o capas, resulta muy útil la asignación de cada UE a una capa de forma que pueda ser localizada con facilidad para su inclusión en diferentes planos.

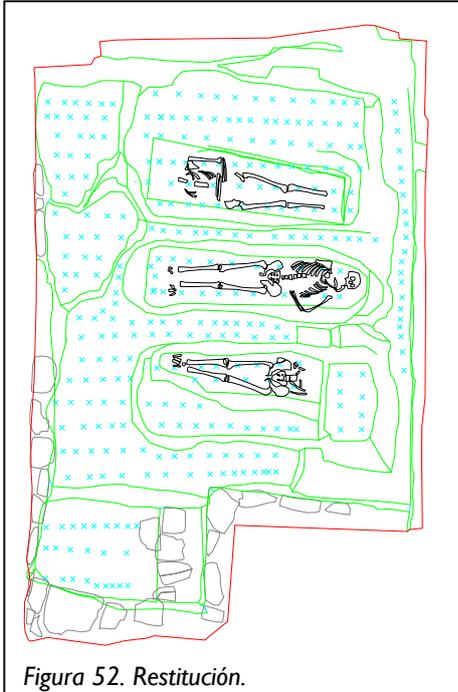


Figura 52. Restitución.

La codificación con uno u otro color, obedece a una planificación establecida.

Tabla 6.- Relación de colores para la restitución

Tipo de elemento	Color
Cortes	Amarillo o verde
Agujeros de poste	Magenta
Enterramientos	Blanco
Piedras	Gris
Cotas	Blanco
Límite excavación	Rojo

Como se puede ver en la figura anterior la restitución que se realiza genera un **modelo alámbrico**.

Lo primero que se restituyen son las líneas que definen una unidad o un corte, posteriormente se restituyen los enterramientos, y finalmente se hace una cuadrícula de puntos con xyz por todo el par, del tal forma que posteriormente se pueda realizar un modelo tridimensional de la zona.

La iluminación artificial puntual en el interior de la Catedral ha dado lugar a diferencias de contraste y tono entre las imágenes, lo que dificulta la identificación de las unidades y por tanto repercute en la dificultad de la restitución.

3.3.3. - Edición

La fase de edición consiste en convertir los elementos gráficos extraídos tales como puntos, líneas, etc., en representaciones métricas digitales de elementos reales (es decir: cortes, superficies, niveles, piedras, enterramientos, etc.. Utilizando para ello las herramientas que proporcionan los programas de dibujo asistido por ordenador y aplicaciones informáticas específicas desarrolladas en el Laboratorio.

A estos elementos que, en esta fase se han diferenciado, habrá que dotarlos de una representación gráfica apropiada que permita visualizarlos como tales, es decir, como elementos que corresponden con realidades geométricas. Esto es lo que se tratará en el apartado siguiente de **mallado**.

En la fase de edición, cada elemento se representa por su perímetro con una polilínea 3D cerrada y un conjunto de **puntos de cota** que definen su superficie.

También se completa el dibujo de los enterramientos que en la fase de restitución se representa sólo de forma esquemática.

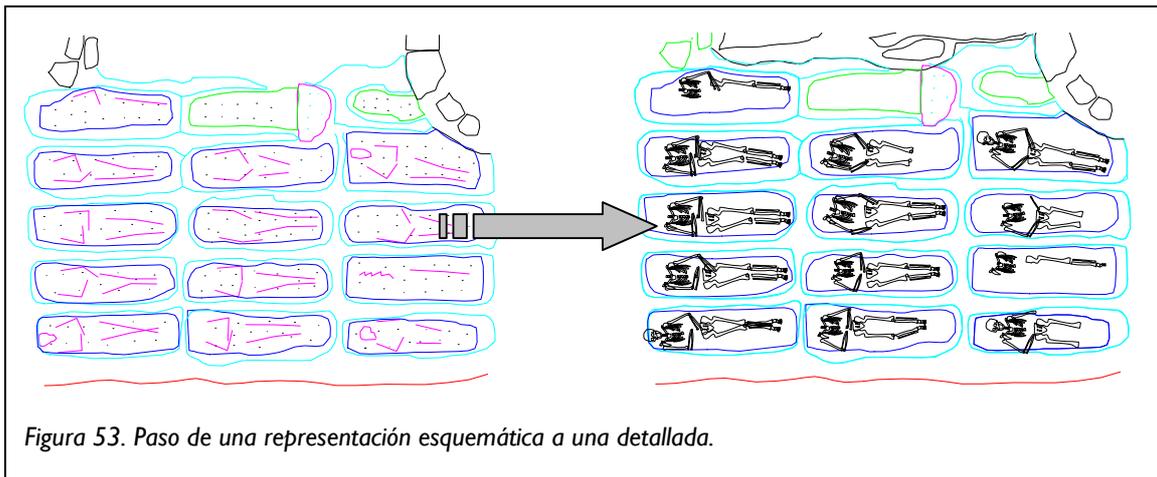


Figura 53. Paso de una representación esquemática a una detallada.

3.3.4. - Mallado

La información visual que se puede extraer de un modelo alámbrico, es más bien escasa ya que no se puede apreciar adecuadamente el relieve, por lo que es difícil la utilización del modelo tridimensional. Así pues se trata de resolver este problema de interpretación, es decir, de obtener una representación de fácil interpretación para las personas que lo consulten, tengan o no relación con el trabajo realizado.

Por esta razón, después de restituir todas las unidades que forman parte de un plano de periodo, se han representado las superficies mediante unidades **teseladas** independientes, de tamaño fijo, y adaptadas a las superficies irregulares que conforman el yacimiento. De esta forma el modelo obtenido, resulta fácilmente interpretable y manipulable por cualquier usuario.

La formación del modelo teselar a partir del modelo alámbrico se realiza de forma semiautomática, ya que la intervención del técnico es necesaria para la validación de las superficies.

Respecto a la generación de estos modelos, se realiza mediante programas desarrollados en nuestro Laboratorio, pudiendo consultarse una referencia más completa en el Anexo 4 “*Generación de superficies malladas*”.

En los casos en los que la restitución no es de unidades de la excavación, sino de alzados de la misma, al estar compuestos por aparejos de piedras, normalmente no van malladas, sino que la restitución se depura definiendo cada piedra como un **elemento superficial independiente**.

En este proceso de generación de mallas, se ha establecido una normalización tanto en el tamaño de las teselas empleadas, como en los colores de las mismas, para que de esta forma el trabajo tenga una continuidad con el empezado en la excavación de 1998.

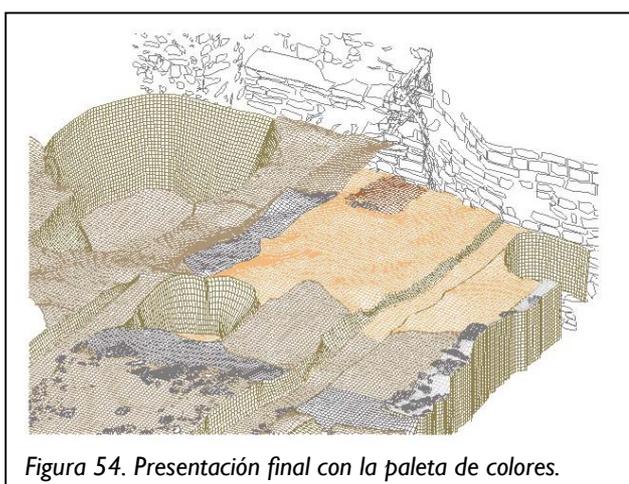


Figura 54. Presentación final con la paleta de colores.

Tabla 7.- Relación de colores del mallado

Tipo de elemento	Color ⁶
Rellenos horizontales	Siena (31)
Paredes verticales	Verde oscuro (46)
Piedras	Gris oscuro (251)
Hogares	Granate (242)
Enterramientos	Blanco (7)
Neutras	Marrón oscuro (34)

Aun así, en zonas donde se requiere un mayor nivel de detalle, se pueden generar mallas de un tamaño inferior y que se ajuste a las necesidades de representación.

⁶ El número entre paréntesis corresponde a la paleta de Autocad ®

3.3.5.- Preparación de planos

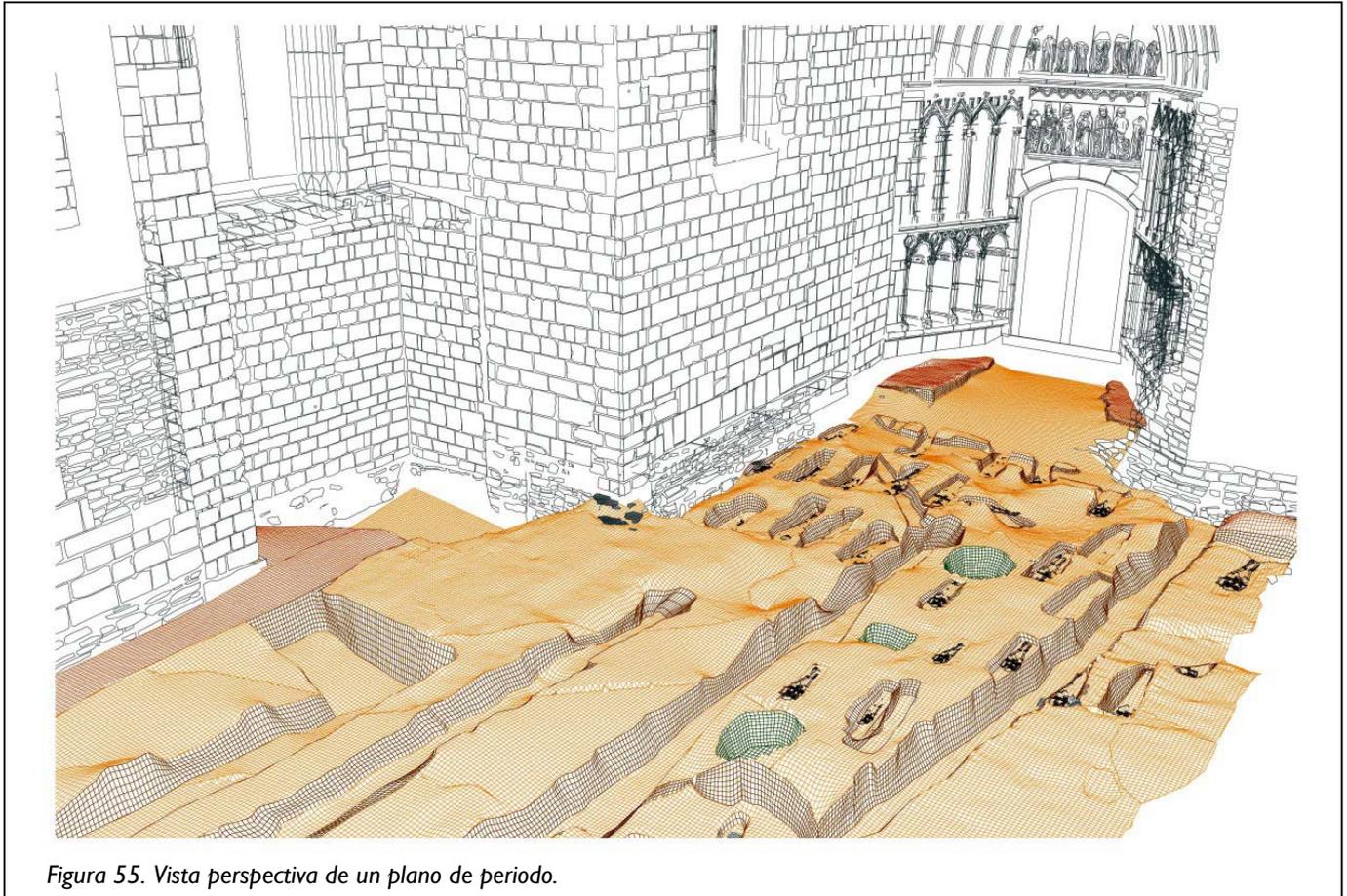


Figura 55. Vista perspectiva de un plano de periodo.

Como se ha indicado, cada unidad se almacena por separado, de tal forma que puedan confeccionarse planos sólo con las unidades que sean necesarias para reflejar las diferentes situaciones e hipótesis arqueológicas.

Esto requiere disponer previamente de toda la información convenientemente clasificada, de modo que la elaboración de dichos planos se haga de una forma ágil.

La salida gráfica final puede combinar información de diferentes tipos como alzados y superficies malladas, líneas con interpretaciones arqueológicas, proyectos de construcción de estructuras, . . . y todo ello con la posibilidad de representar una o varias zonas de forma conjunta, ya que toda la información métrica del proyecto está en el mismo sistema de coordenadas.

3.4.- Productos

El primer y posiblemente más importante resultado obtenido es la **colección de pares** clasificados y con toda la información disponible para su utilización. Esta colección representa el archivo histórico de los tres años de excavación y permite recrear el estado de la misma en cualquier momento previo.

De este archivo histórico se han obtenido ya algunas representaciones y salidas gráficas que, por supuesto, no agotan las posibilidades de éste ya que puede ser consultado y extraer de él nueva información, planos, etc., de forma ilimitada.

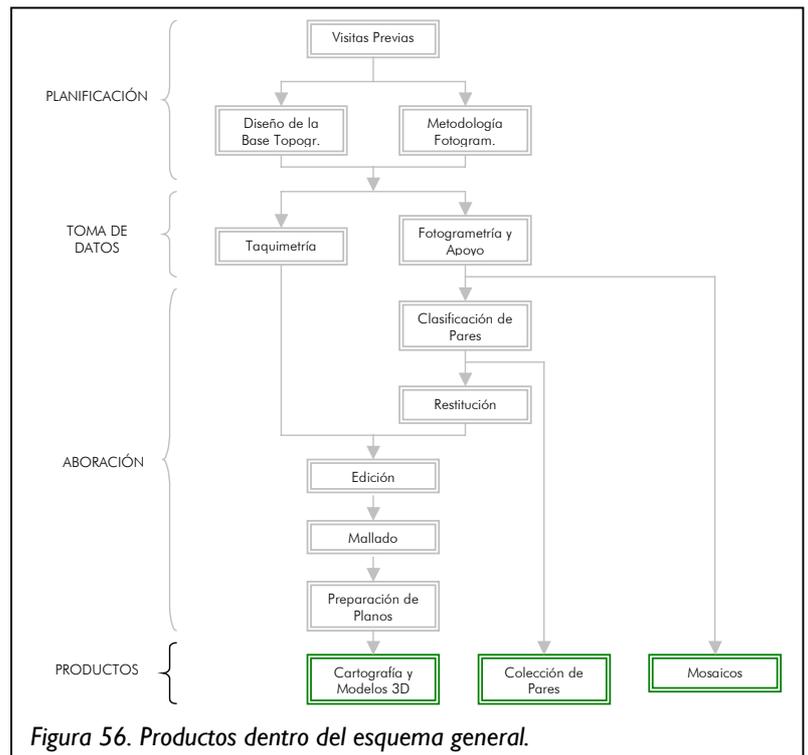


Figura 56. Productos dentro del esquema general.

De entre los resultados ya obtenidos, podemos destacar los **mosaicos fotográficos** de determinados periodos de la excavación, pero la principal fuente de información son los **datos vectoriales** obtenidos de los pares, interpretados y clasificados de tal forma que son ya representaciones de los objetos reales a partir de las cuales pueden no sólo prepararse los tradicionales planos de planta sino también recreaciones de su evolución o animaciones, entre otras muchas posibilidades de difusión.

3.4.1.- Colección de pares

La colección de pares representa el archivo histórico tridimensional de la totalidad de la excavación de las campañas descritas en esta memoria. Es decir, que se puede volver e examinar cualquier zona de la excavación y en cualquier momento de ésta.

Los pares fotogramétricos con la información adicional asociada (características de la cámara, apoyo topográfico, croquis de situación, etc...), permite el estudio de elementos que ya han desaparecido por el propio proceso de la excavación.

La siguiente tabla resume el número total de pares, incluyendo alzados, en cada zona de excavación.

Tabla 8.- Número de pares fotogramétricos

Zona	Nº pares
17	1.019
16	32
20	20
21	11
21A	21
19	84
22	465
TOTAL	1.652

3.4.2.- Mosaicos

Los mosaicos son un montaje de fotografías que permiten obtener una imagen fotográfica conjunta de toda una zona. Esta imagen es un documento muy interesante para la interpretación del yacimiento ya que incorpora la textura real a la geometría de la restitución y mallas.

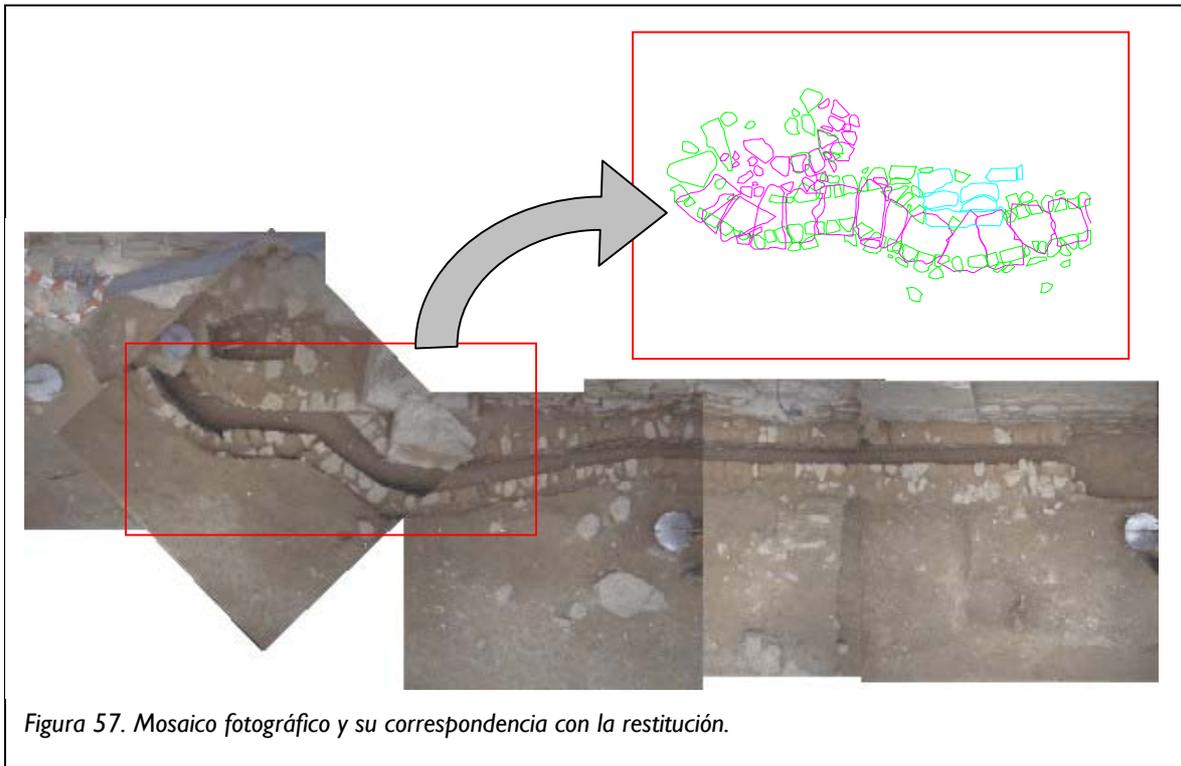
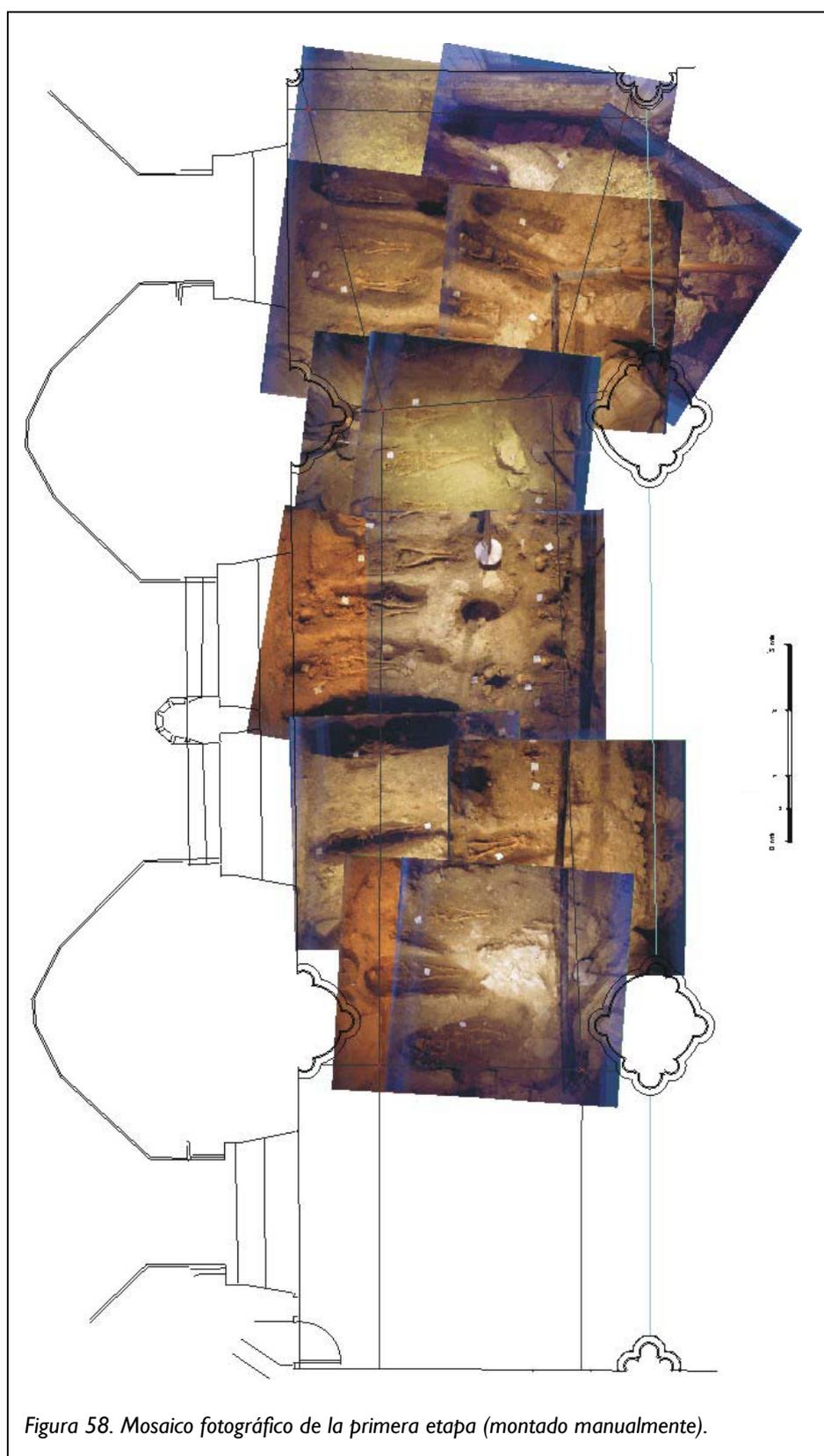


Figura 57. Mosaico fotográfico y su correspondencia con la restitución.

Hay que diferenciar los mosaicos que se realizaron cuando las fotografías se tomaban con la estructura portátil y con el sistema fijo montado sobre los apeos del interior de la Catedral.

En el primer caso, se escaneaban las fotografías obtenidas con la cámara Rollei, y los mosaicos se montaban manualmente. Existían dos problemas principalmente: en primer lugar, era frecuente que apareciesen fotografiadas las bases de la estructura portátil que generaba efectos extraños en el montaje, en segundo lugar, especialmente en interiores, la iluminación era muy diferente entre imágenes ya que se iluminaban individualmente por lo que los bordes aparecen más oscuros. Por otro lado, en la documentación por unidades estratigráficas, resulta muy difícil disponer de fotografías contiguas que formen mosaico.

A continuación se presenta un ejemplo de este tipo de mosaico, en el que se aprecian las características comentadas:



Con el montaje de la estructura sobre los apeos, se controla con gran precisión la posición y desplazamiento de las fotografías. Para la confección de mosaicos se utilizó cámara digital y se realizaron mediante un programa propio de la cámara diseñado para ello.

El resultado final es bastante mejor, además permite la unión de un gran número de fotografías en una sola imagen, lo que da una visión general de toda la excavación.

La imagen siguiente corresponde al último nivel excavado en la zona 22. la superficie es de aproximadamente 300 m² y está compuesta por más de 60 fotografías.



Figura 59. Mosaico fotográfico montado automáticamente.

3.4.3.- Cartografía y modelos 3D

Con toda la información disponible, las posibilidades de salidas gráficas y de difusión son amplísimas, como ejemplo:

- Planos de periodo: según se ha indicado, corresponden al conjunto de unidades estratigráficas pertenecientes a un determinado momento histórico. Se pueden presentar de varios modos, aunque la representación esta basada principalmente en las mallas.
- Animaciones: secuencias de planos de periodo de una determinada zona para ver su evolución a lo largo del tiempo, se presentan en formato multimedia.

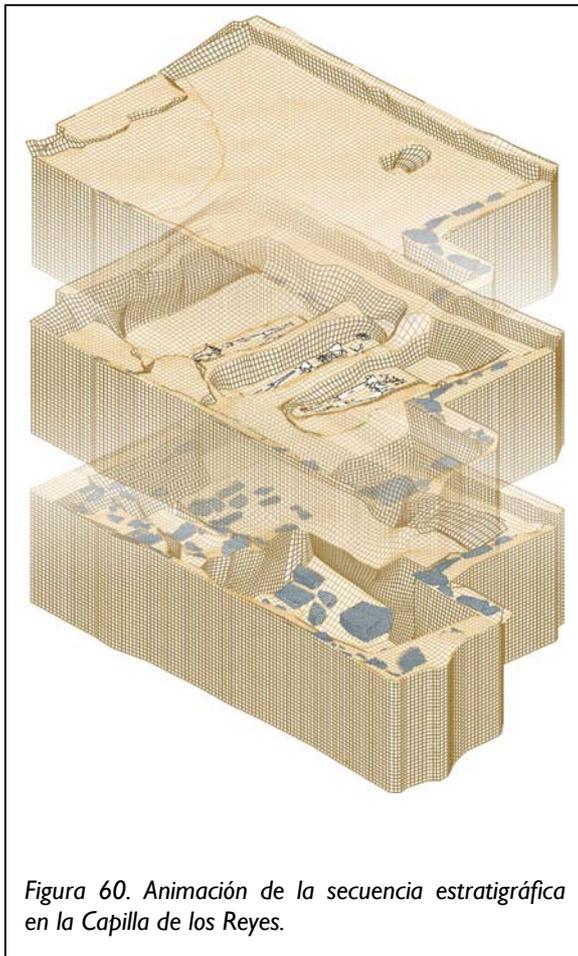


Figura 60. Animación de la secuencia estratigráfica en la Capilla de los Reyes.

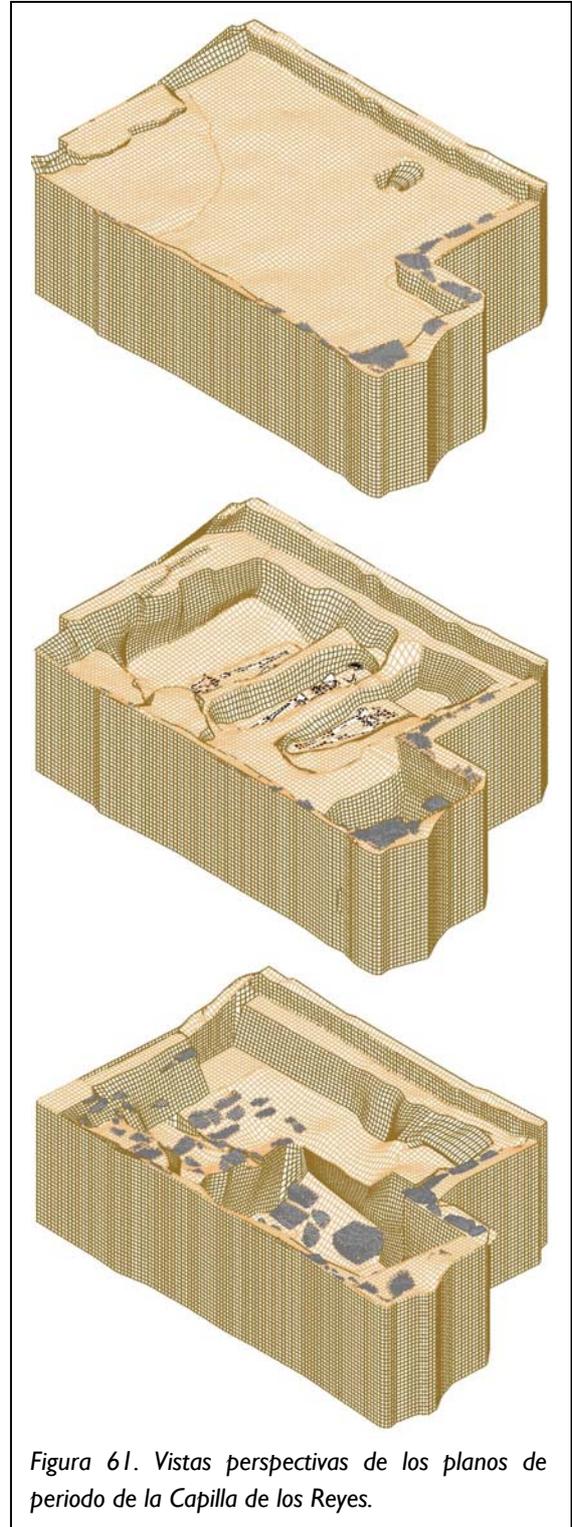


Figura 61. Vistas perspectivas de los planos de periodo de la Capilla de los Reyes.

- Enlace a base de datos: gestión de la base de datos tridimensional–temporal.

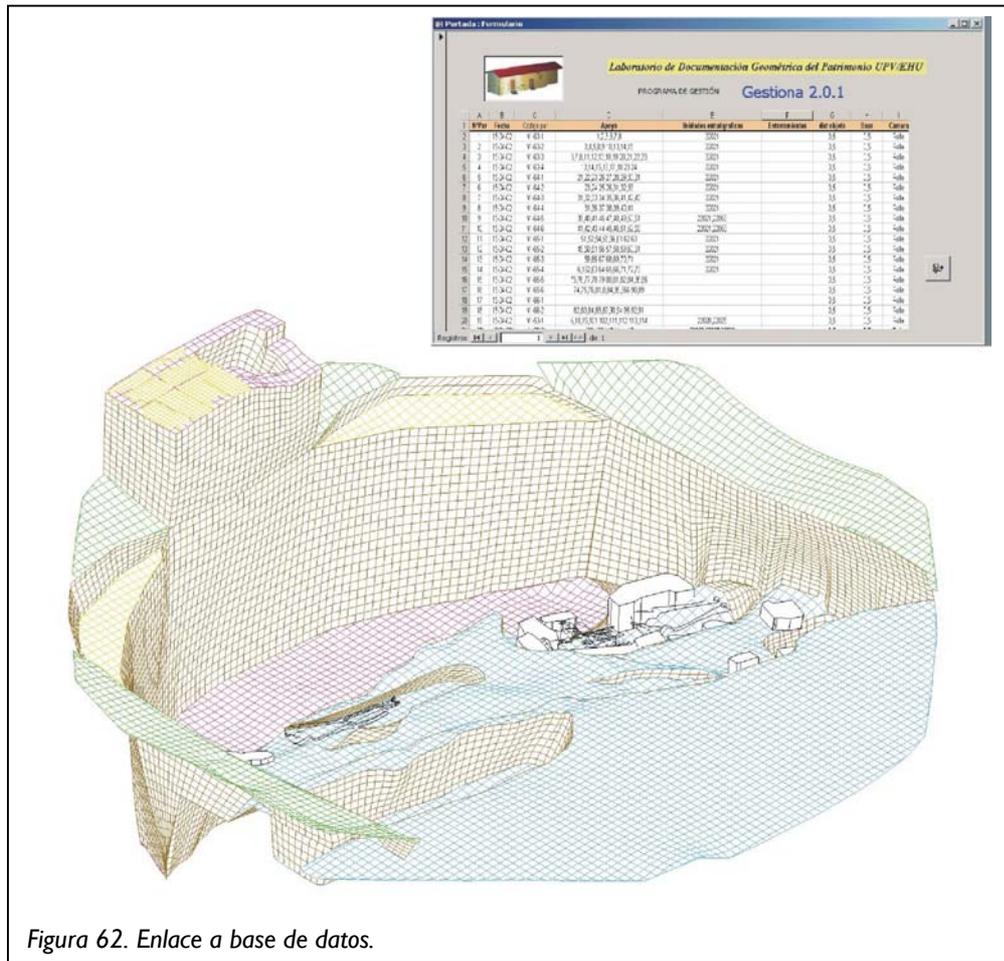


Figura 62. Enlace a base de datos.

- Hipótesis y reconstrucciones: sirven como planos base a los diseños arquitectónicos de futuras estructuras así como al planteamiento de hipótesis de épocas anteriores, por ejemplo, trazado de antiguas murallas, viviendas, calles, . . .

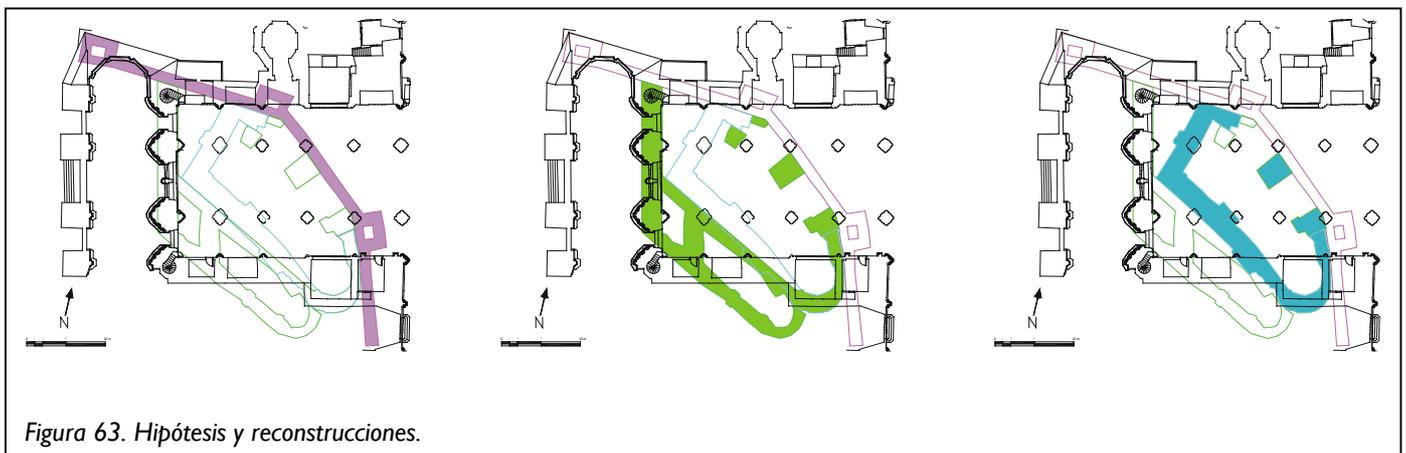


Figura 63. Hipótesis y reconstrucciones.

- **Recorridos virtuales:** generación de modelos virtuales explorables interactivamente.

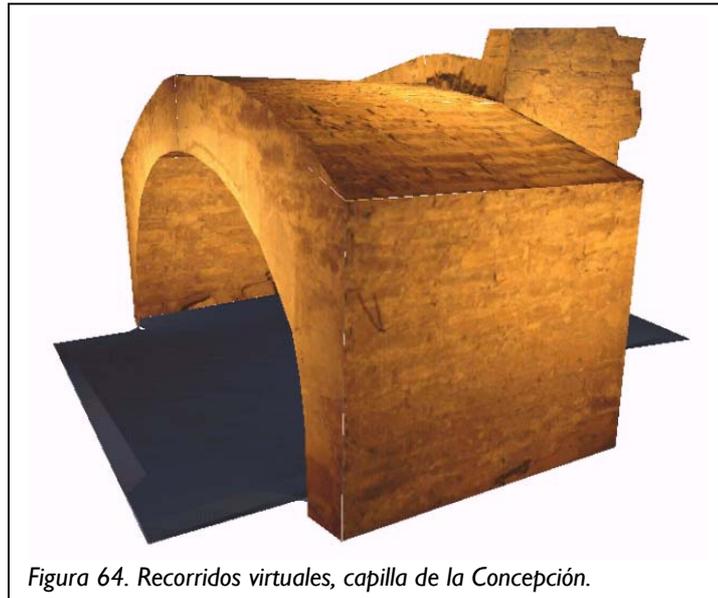


Figura 64. Recorridos virtuales, capilla de la Concepción.

- **Difusión:** Realización de artículos y paneles explicativos de los trabajos realizados. Se han presentado resultados en diferentes congresos y seminarios como el I Congreso de Restauración de Catedrales Góticas (Vitoria, 2001), el I Seminario Internacional en Arqueología de la Arquitectura (Vitoria, 2002) y la colaboración en la redacción del Plan Director de Restauración.

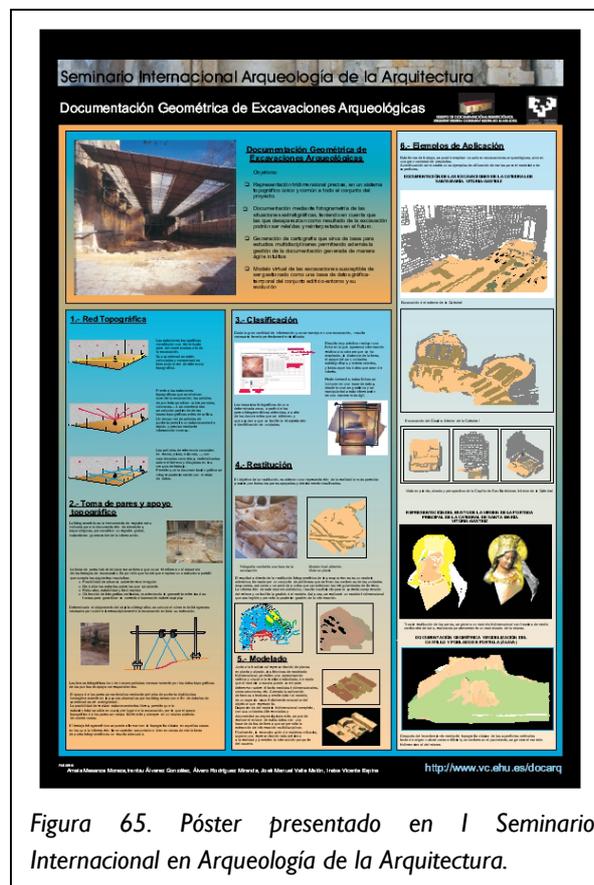


Figura 65. Póster presentado en I Seminario Internacional en Arqueología de la Arquitectura.

4.- CONCLUSIONES

La Catedral de Santa María representa un desafío permanente dada la gran cantidad de factores que confluyen en ella. La variedad de zonas en las que se ha intervenido, ha requerido una adaptación y desarrollo constante. Así el cubo noroeste (zona 10) o la cripta bajo el baptisterio (zona 21A) cuentan con una dificultad geométrica indudable. Las zonas abiertas como la plaza (zona 17) no han sido menos complicadas pues no se disponía de infraestructura desde donde obtener las fotografías y el trabajo debía estar constantemente coordinado con el resto de profesionales que simultáneamente realizaban sus trabajos; otras veces se añadían nuevos problemas debidos a los accesos o la iluminación que han contribuido a hacer de este trabajo todo un reto. Después de tres años de trabajo, creemos que es el momento de presentar algunas de las conclusiones a las que se han llegado.

No es necesario reincidir volviendo a comentar las ventajas de la documentación mediante fotogrametría en lo referente a la metodología de trabajo y la documentación final como base de datos tridimensional, y temporal de toda la excavación en cada una de sus fases.

Sí es interesante resaltar la necesidad de una correcta dosificación de esfuerzos y de medios, de forma que no se sobredimensione la tarea de documentación geométrica hasta llegar a hacerla inoperativa. A este respecto, influye en gran medida el conocimiento del que se disponga sobre la estratigrafía del terreno, previamente a la excavación, como ejemplo se recuerda la diferencia entre la excavación de la plaza (zona 17) de 400 m² en la que se necesitaron más de 1000 pares mientras que para el interior de la nave (zona 22), para una superficie similar bastaron 465 pares. La diferencia entre ambas zonas fue que, mientras en la plaza se documentaba cada unidad de forma independiente, en el interior de la nave se documentó mediante planos de periodo.

La reducción no afecta exclusivamente a la cantidad de fotografías, sino a todas y cada una de las fases de trabajo ya que los tiempos vienen marcados por el ritmo de la excavación y no por el del trabajo topográfico, es decir, independientemente del número de fotografías a realizar el tiempo en el cuál deben realizarse no varía, por lo tanto, a mayor número de tomas, mayor cantidad de recursos que deben destinarse: personal, equipo topográfico, etc.. Por otro lado, el aumento de información lleva aparejado un aumento en la complejidad de gestión de la misma, no tanto de clasificación ya que una vez establecido un criterio válido el número de pares es indiferente, sino de relación entre las diferentes unidades a la hora de compilar las salidas cartográficas.

La enorme cantidad de información generada exige una adecuada planificación que organice los recursos materiales y humanos disponibles. La determinación previa de los tipos de documentos a obtener permite definir las metodologías de trabajo adecuadas para obtenerlos.

La existencia tanto de las fichas de los pares, como de la base de datos, donde aparecen recogidos todos y cada uno de los pares, con sus correspondientes unidades estratigráficas, enterramientos, puntos de apoyo, etc., hacen que en cualquier momento se puedan volver a reobservar sin que falte para ello ningún dato.

Además, la capacidad de reobservación, dota a la información de perdurabilidad en el tiempo a pesar de que los elementos documentados ya no existen físicamente, por el propio proceso de la excavación.

La coordinación con los responsables de las obras de restauración es fundamental a la hora de diseñar y montar las estructuras y elementos auxiliares para las tomas fotográficas.

Por otro lado, el establecimiento de la base topográfica debe ser previa a cualquier intervención, debiendo ser constantemente contrastada, para garantizar su estabilidad, según hemos visto en apartados anteriores.

Por supuesto, es especialmente interesante la disposición de la red topográfica de forma permanente, establecida en el perímetro de la zona de trabajo o en situaciones elevadas lo que permite que no se pierda durante el proceso de excavación.

Hemos de destacar el diseño de elementos auxiliares que permiten adaptar la fotogrametría a las condiciones propias de las excavaciones arqueológicas. La estructura portátil utilizada en exteriores y las estructuras montadas en el interior han resultado plenamente operativas y han permitido obtener documentos y precisiones que difícilmente se hubieran conseguido por otros métodos.

Se han tenido que desarrollar sistemas de clasificación de los pares fotogramétricos, tablas de codificación de colores en los modelos informáticos y separación dentro de los archivos, numeración de los productos cartográficos, etc.. Todo ello para la correcta ordenación y posibilidad de consulta, recuperación y extracción de información, para lo cual, esta planificación previa también debe atender a cómo va a clasificarse y gestionarse la información obtenida, proyectando las bases de datos, procedimientos, manuales y el resto de material imprescindible para su utilización.

Se ha continuado con la investigación iniciada durante la fase de elaboración del Plan Director sobre la representación de superficies mediante elementos teselares. En esta línea se han desarrollado nuevos programas que exploran diferentes algoritmos de interpolación y gestión de la información de partida. Si bien la documentación de la excavación por fotogrametría es importante y necesaria, la representación de la misma mediante un mallado de teselas tan pequeñas, alarga el trabajo considerablemente.

El método de captura basado en la metodología clásica de fotogrametría estereoscópica, auxiliada con topografía sigue siendo plenamente válido. Aunque hay que tener en cuenta que se está realizando un proceso continuo de refinamiento de esta metodología al incluir los nuevos equipos disponibles: las nuevas prestaciones de las estaciones topográficas o de las cámaras fotográficas digitales que facilitan el desarrollo de las diferentes etapas del trabajo pero que a su vez permiten definir variantes, nuevas metodologías y nuevos productos finales. En esta línea hay que situar la tendencia cada vez más marcada a las representaciones virtuales e interactivas. También es muy esperanzadora la irrupción de los escáneres tridimensionales aunque hoy en día aún han de avanzar en el tratamiento de los datos para ser totalmente operativos.

Los mosaicos fotográficos, como representaciones generales de momentos de la excavación, permiten una mejor interpretación visual que se complementa con la calidad geométrica de la fotogrametría. A este respecto, es necesario comentar que las mayores dificultades para conseguir montajes de calidad se centran en conseguir una buena y uniforme iluminación en todo el área a representar.

Uno de los resultados más interesantes de los que se dispone es el estudio temporal de estos tres años, que incluye cada una de las fases del proceso seguido y a partir del cual se está en condiciones de realizar planificaciones muy detalladas, como se presenta en el anexo correspondiente. Para nadie es desconocida la enorme importancia que tiene el conocimiento preciso de costes temporales y económicos en un ámbito tan penoso a la variación como el trabajo arqueológico.

También en esta línea, hemos explorado, aunque superficialmente, la utilidad de los métodos de simulación como herramientas en la planificación del trabajo y ritmo de una excavación. El principal problema es llegar a determinar un modelo matemático que pueda simular el proceso de trabajo. Una vez conseguido se puede generar tantas réplicas como se considere conveniente variando las posibles situaciones de entrada. Analizando estadísticamente los resultados, se puede llegar a prever con un alto grado de exactitud los costes temporales y económicos del trabajo. A pesar de que los datos obtenidos no pueden trasladarse directamente a las excavaciones en curso ya que aún requiere un proceso de calibración de los parámetros que rigen el modelo simulado para que se ajuste a la excavación real, consideramos que la utilidad del tipo de información que aporta, por lo difícil de obtenerla previamente a la excavación, hacen de este tipo de estudios herramientas realmente interesantes.

Se ha abierto una vía muy interesante de investigación sobre el control de deformaciones en edificios históricos mediante métodos topográficos de precisión. Se han realizados dos campañas de observación obteniendo resultados que habrán de contrastarse con nuevas medidas pero que en principio dan validez al método propuesto. Complementariamente se ha empezado a analizar la información proporcionada por el sistema de registro permanente que está llevando a cabo la empresa Labein. Esperamos que el análisis de esta información permita en el futuro la definición de los periodos que afectan cíclicamente a la estructura de la Catedral que aporten nuevos datos a la hora de interpretar el complejo sistema dinámico al que se encuentra sometida.

También se han aplicado otros desarrollos comunes al resto de proyectos del Laboratorio como el estudio en la geometría de las cámaras fotograméticas y los procesos de calibración. Existen programas propios que se han utilizado en la puesta a punto y correcta verificación del instrumental utilizado. Otro campo en el que puede apreciarse este trasvase de información es la realización de representaciones virtuales y en la que hemos aplicado las herramientas desarrolladas en trabajos como la documentación de la Iglesia de San Martín de Arlucea (Álava) o la Torre de Martiartu (Erandio, Bizkaia).

Con todo esto, esperamos haber mostrado la indudable utilidad de las ciencias y técnicas topocartográficas en la contribución a un estudio de la envergadura técnica e histórica como el de nuestra Catedral de Santa María.

LABORATORIO DE DOCUMENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL PATRIMONIO

Grupo de Investigación en Arqueología de la Arquitectura (UPV-EHU)



José Manuel Valle Melón (Dirección)

Amaia Mesanza Moraza

Álvaro Rodríguez Miranda

Vitoria-Gasteiz, Junio de 2003

BIBLIOGRAFÍA

- Armstrong M.; *Basic Linear Geostatistics*. Springer 1998.
- Artano Pérez K., Koroso Arriaga I., Valle Melón J.M.; *Representación y Gestión del modelo tridimensional de la Catedral de Sta. María de Vitoria-Gasteiz*. Primer congreso Europeo de restauración de Catedrales Góticas. 2001. Páginas 619-624.
- Azkarate Garai-Olaun A, Camara Muñoz L., Lasagabaster Gomez J.I., Latorre Gonzalez Moro P.; *Plan Director de Restauración de la Catedral de Santa María de Vitoria-Gasteiz*. Diputación Foral de Álava y Fundación Catedral Santa María. Vitoria - Gasteiz 2001.
- Berg M., Kreveld M., Overmars M., Schwarzkopf O.; *Computational Geometry (algorithms and applications)*. Springer 1997.
- Caspary W.F.; *Concepts of Network and Deformation Analysis*. School of Surveying, the University of New South Wales, Monograph 11. Kensington, Australia, 1988.
- Chueca M., Herráez J., Berné J.L.; *Redes Topográficas y Locales. Microgeodesia*. Paraninfo. Madrid, España, 1996.
- Chueca M., Herráez J., Berné J.L.; *Ampliación de Redes Topográficas y Locales. Cuestiones de Diseño*. Servicio de Publicaciones de la U.P.V. (Universidad Politécnica de Valencia). Valencia, España, 1995.
- De la Fuente J.L.; *Tecnologías Computacionales, Optimización Lineal y Entera*. Reverté 1995.
- Golden Software; *Manual de Surfer (v.6)*. Golden Software 1995.
- Kindle J.; *Geometría Analítica*. Mcgrawhill.
- Kuang S.; *Geodetic Network Analysis and Optimal Desing*. Ann Arbor Press, Inc.. Chelsea, EEUU, 1996.
- Lodeiro Pérez J.M.; *Aplicaciones de la Topografía en la Documentación Arquitectónica y Monumental*. Colegio Oficial de Ingenieros Técnicos en Topografía. Delegación territorial de Madrid-Castilla La Mancha. Madrid 1995.
- Mesanza Moraza A., Álvarez González I., Rodríguez Miranda A., Valle Melón J.M., Vicente Espina I.; *Documentación Geométrica de Excavaciones Arqueológicas*. Seminario Internacional de Arqueología de la Arquitectura. Fundación Catedral de Santa María de Vitoria, Área de Arqueología de la UPV/EHU. Instituto de Historia del CSIC. Vitoria febrero de 2002.
- Ojeda Ruiz, José Luis; *Métodos topográficos y oficina técnica*. Madrid. Editado por el autor. 1984.
- Preparata F.P., Shamos M.I.; *Computational Geometry (an introduction)*. Springer 1985.
- Setan H., Singh R.; *Deformation Analysis of a Geodetic Monitoring Network*. Geomatica Vol 55, nº 3, pp 333-346. 2001.
- Snay R.A., Cline M.W.; *Crustal Movement Investigations at Tejon Ranch, California*. NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) Technical Report NOS 87 NGS 18. Rockville, EEUU, 1980.
- Wolf P.; *Adjustment Computations*. Landmark 1987.
- Zhizhuo W.; *Principles of Photogrammetry*. Wuhan 1990.

Anexo I. Descripción de la estación total y errores

INDICE

- 1.Descripción del instrumento.
- 2.Error angular.
- 3.Errores en los diferentes métodos topográficos realizados.
 - 3.1 Radiación.
 - 3.2 Poligonal.
 - 3.3 Intersección inversa múltiple.
- 4.Cálculo de errores de los métodos aplicados.
- 5.Conceptos sobre recapitulación de errores.
- 6.Recapitulación final de errores.

I.Descripción del instrumento.

Los trabajos topográficos de documentación de las excavaciones de la Catedral se han llevado a cabo utilizando la estación total, TCR 307 de Leica.

Las características técnicas de este instrumento son:

A = 30 X	Aumentos del anteojo
a = 20 ^{cc}	Apreciación
s = 20''	Sensibilidad del nivel
er = 2mm+2 ppm	Error relativo en distancias



Figura I-1. Estación total TCR307

2. Error angular.

Se define el error angular en función de las características del instrumento empleado y de las distancias de trabajo para cada uno de los casos.

- Cálculo del error angular **en planimetría.**

Error de verticalidad $e_v = \frac{s^{cc}}{12}$ ¹

Error de puntería $e_p = \frac{30^{cc}}{A} \left(1 + \frac{4A}{100} \right)$ En caso de que en la observación se halla hecho doble lectura, este error se multiplicará por $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Si damos dos vueltas de horizonte, se multiplicarán por $\frac{1}{\sqrt{4}}$.

Error de dirección $e_d = \frac{e_e + e_s}{D} r^{cc}$ Se suele utilizar como $(e_e + e_s)$ la suma del radio de la señal utilizada para estacionar y el radio del punto donde se coloca el prisma.² r son los segundos que tiene un radian, y equivaldrá a 206265'' o 626630^{cc}

Error de lectura $e_l = \frac{2}{3} a$ En caso de que en la observación se halla hecho doble lectura, este error se multiplicará por $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Si damos dos vueltas de horizonte, se multiplicarán por $\frac{1}{\sqrt{4}}$.

En aparatos electrónicos, el error de lectura viene siendo la desviación típica para una dirección medida en las dos posiciones del anteojo.

¹ A la hora de hacer el cálculo de errores, se podrá trabajar tanto en segundos sexagesimales (") como centesimales(^{cc}). Las equivalencias son 10''=30^{cc}; 20''=60^{cc}; 50''=154^{cc}.

² En este proyecto las señales de estacionamiento son clavos de 4 mm de diámetro, y para el punto a medir, se toma bien directamente con el láser o bien con un jalón cuya punta tiene de 2 mm de diámetro. Con estos datos, $e_e + e_s = 0,003$ mts.

- **Calculo del error angular en altimetría**

$$e_v = \frac{s^{cc}}{3}$$

$$e_l = \frac{154^{cc}}{A} \left(1 + \frac{4A}{100} \right)$$

En caso de que en la observación se halla hecho doble lectura, este error se multiplicará por $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Si damos dos vueltas de horizonte, se multiplicarán por $\frac{1}{\sqrt{4}}$.

$$e_i = \frac{2}{3} a$$

En caso de que en la observación se halla hecho doble lectura, este error se multiplicará por $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Si damos dos vueltas de horizonte, se multiplicarán por $\frac{1}{\sqrt{4}}$.

En aparatos electrónicos, el error de lectura viene siendo la desviación típica para una dirección medida en las dos posiciones del anteojo.

El **angular final** vendrá dado por las expresiones siguientes:

$$\text{Planimetría} \quad e_a = \sqrt{e_v^2 + e_l^2 + e_d^2 + e_p^2}$$

$$\text{Altimetría} \quad e_a = \sqrt{e_v^2 + e_l^2 + e_p^2}$$

3. Errores en los diferentes métodos topográficos realizados.

3.1 Radiación.

- Error transversal (E_T) debido a la medida de los ángulos.

$$\text{Para una sola visual} \rightarrow E_T = D \cdot e_a$$

Pero dado que un ángulo tiene siempre dos visuales, la de referencia y la del punto que queremos conocer $\rightarrow E_T = D \cdot e_a \cdot \sqrt{2}$

e_a es el error angular del instrumento, y D es la distancia media de los puntos radiados.

- Error lineal (E_l) debido a la medida de las distancias.
 $E_l = e_r \cdot D$

e_r es el error relativo del instrumento en la medida de distancias y D es la distancia.

3.2 Poligonal.

- Error transversal (E_T) debido a la medida de los ángulos.

$$E_T = \frac{L}{n} \frac{e_a}{r^{cc}} \sqrt{2} \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}} \quad L \text{ es la longitud total de la poligonal, y } n \text{ el}$$

numero de tramos de la poligonal. En el caso de una poligonal cerrada el número de tramos es el mismo que el número de estaciones, pero en las poligonales abiertas, el número de tramos es $(n-1)$ estaciones.

- Error lineal (E_l) debido a la medida de las distancias.

$$E_L = \frac{L}{n} e_r \sqrt{2}$$

Estos errores son realmente las estimaciones de los errores máximos que se pueden cometer en la realización de la poligonal, en función del instrumental del que disponemos. Este error es normalmente entre 2.5 y 3 veces el error medio cuadrático.

En el caso de las poligonales, el error final NO será la componente cuadrática del error transversal y del error lineal, sino que el error máximo, será el mayor de estos dos errores ya que conocemos la dirección en que actúan dichos errores y en este caso actúan de forma perpendicular entre sí. Esto se debe a que la probabilidad de que estos dos errores se den a la vez es de $1/2500$.

3.3 Intersección inversa múltiple.

Una vez que se ha calculado el error angular, el error en una intersección inversa vendrá dado de la siguiente forma:

$$e = \frac{e_a}{2S} \sqrt{2} \sqrt{(\text{lado mayor})^2 + (\text{lado intermedio})^2}$$

En la fórmula e_a es el error angular, y S es la superficie del triángulo de error que se forma.

4. Cálculo de errores de los métodos aplicados.

La red principal cuando se comenzaron los trabajos ya estaba terminada y compensada, por lo que no haremos mayor referencia en este anexo. Los errores de los que hablamos en este anexo, son errores medios cuadráticos.

Poligonales principales

Tenemos dos poligonales.

Tabla I-1.- Errores máximos de las poligonales.

		Poligonal (1)		Poligonal (2)	
		L=89,045 mts.	N=7	L=20,500 mts.	N=4
e_a	e_v	1,67''=5,15 ^{cc}		1,67''=5,15 ^{cc}	
	e_l	3,05''=9,42 ^{cc}		3,05''=9,42 ^{cc}	
	e_p	0,50''=1,55 ^{cc}		0,50''=1,55 ^{cc}	
	e_d	48,72''=150,38 ^{cc}		1429''=463 ^{cc}	
e_a		48,84''=150,77 ^{cc}		1429''=463,13 ^{cc}	
E_t		0,050 mts.		0,023 mts.	
E_l		0,003 mts.		0,003 mts.	
Error máximo		0,050 mts.		0,023 mts.	

Como ya se ha comentado anteriormente, el error final será aproximadamente un tercio del error calculado en esta tabla, por lo cual consideramos que las precisiones fueron las suficientes para el trabajo a desarrollar.

Concretamente, el error obtenido en la poligonal (1) ha sido de 0,012 metros, mientras que en la segunda poligonal el error es de 0,001 metros.

Radiación de las señales de puntería

En este caso, dependiendo de la zona donde estemos trabajando, la distancia de radiación será distinta. Aquí como estas señales se emplearon posteriormente para realizar las intersecciones inversas, se hicieron dos vueltas completas, con lo que habrá que tenerlo presente para el cálculo del error de puntería y de lectura.

Tabla I-2.- Errores máximos de las señales de puntería.

		Zona 17 D = 20 mts.	Zona 19 D = 10 mts.	Zonas 16,20,21,21A D = 4 mts.	Zona 22 D = 13 mts.
e_a	e_v	1,67''=5,15 ^{cc}	1,67''=5,15 ^{cc}	1,67''=5,15 ^{cc}	1,67''=5,15 ^{cc}
	e_l	3,05''=9,42 ^{cc}	3,05''=9,42 ^{cc}	3,05''=9,42 ^{cc}	3,05''=9,42 ^{cc}
	e_p	0,50''=1,55 ^{cc}	0,50''=1,55 ^{cc}	0,50''=1,55 ^{cc}	0,50''=1,55 ^{cc}
	e_d	30,94''=95,49 ^{cc}	61,88''=190,99 ^{cc}	154,70''=477,46 ^{cc}	47,60''=146,91 ^{cc}
e_a		31,14''=96,10 ^{cc}	61,98''=191,30 ^{cc}	154,74''=477,58 ^{cc}	47,73''=147,31 ^{cc}
E_t		0,004 mts.	0,004 mts.	0,004 mts.	0,004 mts.
E_l		0,002 mts.	0,002 mts.	0,002 mts.	0,002 mts.
Error máximo		0,004 mts.	0,004 mts.	0,004 mts.	0,004 mts.

Como se puede observar, a pesar de que se ha calculado por separado los errores en función de la distancia de radiación, los errores transversales y longitudinales, y por tanto el error máximo, es el mismo en todos los casos.

Intersección inversa múltiple

Dado que la propia estación total, proporciona los errores de estacionamiento tras el cálculo de las intersecciones inversas, podemos utilizar este dato para determinar directamente la magnitud de los errores cometidos sin necesidad de recurrir a la fórmula anteriormente comentada.

En todos los casos los errores cometidos no excedían de medio centímetro en sus componentes XYZ.

Radiación de los puntos de apoyo.

En este caso la distancia de radiación es prácticamente la misma para todos los casos, ya que a la hora de realizar este apoyo se procuraba que los puntos a medir se encontrasen todos ellos a la misma distancia de la estación. Además esta distancia está entre 5 y 30 metros. Calcularemos los dos casos, para ver si esta diferencia de distancias afecta o no al levantamiento de los puntos de apoyo.

En este caso, solamente se toman 1 sola vez, con lo que el error de puntería y de lectura no estarán afectados por $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Tabla I-3.- Errores máximos de la radiación de los puntos de apoyo.

		D = 5 mts.	D = 30 mts.
e_a	e_v	1,67"=5,15 ^{cc}	1,67"=5,15 ^{cc}
	e_l	4,31"=13,30 ^{cc}	4,31"=13,30 ^{cc}
	e_p	0,71"=2,19 ^{cc}	0,71"=2,19 ^{cc}
	e_d	123,76"=381,97 ^{cc}	20,63"=63,66 ^{cc}
e_a		123,85"=382,25 ^{cc}	21,15"=65,28 ^{cc}
E_t		0,004 mts.	0,004 mts.
E_l		0,002 mts.	0,002 mts.
Error máximo		0,004 mts.	0,004 mts.

5. Conceptos sobre recapitulación de errores.

Una vez que se calculan todos y cada uno de los errores que afectan a cada una de las redes del levantamiento, habrá que estudiar el efecto acumulado de los mismos sobre los puntos de apoyo, que son puntos radiados. Estos puntos son los últimos en medirse, y sobre ellos revierten parte de todos los errores que les preceden además de los suyos propios.

- **Error de posición relativa (e.m.p.r.):** Error que tiene un punto con respecto a los puntos de la red principal que es la que enmarca el levantamiento. Para puntos de una misma red, su cuantía es independiente de la posición que ocupen dentro del levantamiento.

Si la figura es encuadrada, es máximo en el centro del levantamiento, e igual a la componente cuadrática de la mitad del error propio de aquella figura y del error máximo de posición relativa que corresponda a los puntos de la red que la encuadran.

$$\text{e.m.p.r.} = \sqrt{\text{e.m.p.r.}^2 + \left(\frac{e}{2}\right)^2}$$

Donde $(\text{e.m.p.r.})^2$ se refiere al error de la red anterior y $(e/2)$ se refiere al error propio de la red.

- **Error de posición absoluta (e.m.p.a.):** Error que tiene un punto con respecto a su verdadera posición en el terreno. No debe sobrepasar el valor del límite gráfico para que no llegue a tener representación en el dibujo ($0.2 \text{ mm}^* E$, donde E es el denominador de la escala).

$$\text{e.m.p.r.} = \sqrt{\text{e.m.p.r.}^2 + \text{e.m.p.a.}^2}$$

Donde $(\text{e.m.p.r.})^2$ se refiere al error de su propia red, y $(\text{e.m.p.a.})^2$ al error de la red principal.

- **Tolerancia (T):** Está muy relacionada con el error relativo, ya que cuando se trata de encuadrar una figura entre dos puntos conocidos, no solo se ponen de manifiesto los errores cometidos en la observación de la misma, sino la peor o mejor posición relativa entre ambos puntos. Así, la tolerancia en el cierre o ajuste de una figura encuadrada entre dos puntos conocidos es la componente cuadrática de los errores máximos de posición relativa de ambos puntos y del error propio de la figura.

$$T = \sqrt{\text{e.m.p.r.}^2 + e^2}$$

Donde $(\text{e.m.p.r.})^2$ se refiere al error de la red anterior y e^2 al error de la propia red.

El error final vendrá determinado por la raíz cuadrada de la componente cuadrática de todos los errores que intervienen en el levantamiento.

Si la red no está encuadrada y no se compensa, el error es total. Si está encuadrada y se compensa el error es la mitad.

6. Recapitulación final de errores.

En el desarrollo de este proyecto se ha trabajado en diferentes sectores, y aunque básicamente la forma de trabajar ha sido la misma en todos ellos, sí que a la hora de la recapitulación de errores los trataremos por separado.

Así encontramos tres casos:

ZONA 17  Red principal → Poligonal Principal (1) → Radiación de dianas → Intersección inversa múltiple → Radiación de puntos de apoyo o taquimétricos.

ZONAS 19, 2016, 21, 21A y 22  Red principal → Radiación de dianas → Intersección inversa múltiple → Radiación de puntos de apoyo o taquimétricos.

ZONA 10  Red principal → Poligonal Principal (2) → Radiación de puntos de apoyo o taquimétricos.

Consideraciones importantes antes de realizar la recapitulación de errores:

- Red principal.

Tolerancia de cierre: No corresponde determinarla ya que dicha red no está encuadrada entre dos puntos conocidos.

Error de posición relativa: Como los puntos de esta red son los que sirven de referencia para fijar dicho error, su valor será igual al desplazamiento máximo que puede tener un vértice de esta red respecto a otros dos de la misma.

Error de posición absoluta: Se corresponde con el error total de la red, siendo la componente cuadrática del error en ángulos y en distancias.

- Poligonal principal (1)

Los cálculos están referidos al caso en que el vértice de llegada y el vértice de salida pertenecen a la red principal.

- Radiación de las señales de puntería

No cabe determinar la tolerancia en el cierre ya que los puntos radiados no constituyen una figura encuadrada y por no realizarse ninguna compensación, la posición relativa queda afectada por la totalidad de su error y no por su mitad.

- Intersección inversa múltiple. Los resultados que hemos obtenidos son los calculados y compensados directamente por la estación total empleada. Por ello, a la hora de calcular el efecto que tienen estos errores en el proceso global, se considerarán como si no estuviesen dentro de una figura encuadrada, es decir se tomará el error propio completo, en vez de reducirlo a la mitad.
- Radiación de los puntos de apoyo. No cabe determinar la tolerancia en el cierre ya que los puntos radiados no constituyen una figura encuadrada y por no realizarse ninguna compensación, la posición relativa queda afectada por la totalidad de su error y no por su mitad.

Errores reales en cada una de las fases:

Tabla I-4.- Resumen de errores.

	Error xy (mts)
<i>Red principal</i>	0,003
<i>Poligonal (1)</i>	0,012
<i>Poligonal (2)</i>	0,001
<i>Radiación dianas</i>	0,004
<i>Intersección inversa</i>	0,003
<i>Radiación PA</i>	0,004

ZONA 17

Tabla I-5.- Recapitulación de errores para la zona 17

	Tolerancia	e.m.p.r (mts.)	e.m.p.a.(mts.)
<i>Red principal</i>	No corresponde	0,003	0,003
<i>Poligonal principal(1)</i>	0,012	0,007	0,007
<i>Radiación dianas</i>	No corresponde	0,008	0,009
<i>Intersección inversa</i>	No corresponde	0,008	0,008
<i>Radiación PA</i>	No corresponde	0,009	0,009

ZONAS 19,20,21,21A y 22

Tabla I-6.- Recapitulación de errores para las zonas 16,19,20,21,21A,22

	Tolerancia	e.m.p.r(mts.)	e.m.p.a. (mts.)
<i>Red principal</i>	No corresponde	0,003	0,003
<i>Radiación dianas</i>	No corresponde	0,005	0,006
<i>Intersección inversa</i>	No corresponde	0,006	0,006
<i>Radiación PA</i>	No corresponde	0,007	0,008

ZONA 15

Tabla I-7.- Recapitulación de errores para la zona 15

	Tolerancia	e.m.p.r(mts.)	e.m.p.a. (mts.)
<i>Red principal</i>	No corresponde	0,003	0,003
<i>Poligonal principal(2)</i>	0,004	0,004	0,005
<i>Radiación PA</i>	No corresponde	0,006	0,006

Anexo 2. Cámaras fotográficas

Se presenta a continuación la información referente a las cámaras fotográficas utilizadas, de ellas, la Rollei 6006 y la Hasselblad 903 SWC corresponden a cámaras métricas por lo que se acompaña todo lo referente a su calibración. La cámara que se ha utilizado para la gran mayoría de los pares ha sido la Rollei 6006, siguiendo la metodología general de revisar la información de calibración cada 2 años, se presentan tres certificados que corresponden a los años 1998, 2000 y 2003. La cámara Hasselblad se utilizó durante un periodo en que la cámara Rollei estaba en el taller, no tenemos información de cuándo data el correspondiente certificado aunque creemos que es anterior a 1997, aunque los datos fuesen excesivamente antiguos, los resultados obtenidos fueron en todo momento satisfactorios por lo que, hechas las debidas comprobaciones, lo aceptamos como representativo de la geometría de la cámara.

En los certificados de calibración, se incluye:

- Parámetros internos: distancia focal, posición del punto principal y coeficientes del polinomio de distorsión. Este polinomio se presenta también en forma de gráfica y tabla.
- Posición de las marcas fiduciales.
- Tabla con la superficie útil fotografiada en un par en función de la base y el alejamiento.

Además de estas dos cámaras, también se presenta la información referente al resto de cámaras utilizadas, como de estas últimas no se dispone de datos de calibración, únicamente se presentan las tablas de superficie útil fotografiada. Algunas de estas cámaras son de focal variable por lo que se incluyen dos tablas la primera calculada para la distancia focal mínima y una segunda que corresponde a la distancia focal máxima.

Los listados que se presentan son:

- Rollei 6006, Marzo de 1998.
- Rollei 6006, Noviembre de 2000.
- Rollei 6006, Mayo 2003.
- Hasselblad 903 SWC, anterior a Julio 1997.
- Canon PowerShot G2.
- SMC-Pentax-FA.
- Vivitar V 3.000 S.

FICHA DE CALIBRACIÓN

Cámara: Rollei 6006, focal 50 mm – Marzo 1998-
(N° Serie: 8115498)

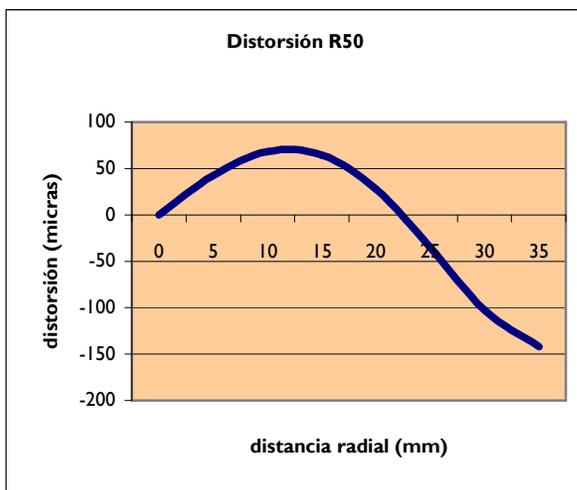
Distorsión radial:
 $r \rightarrow 0,9111 \text{ e-}2$
 $r^3 \rightarrow -0,2401 \text{ e-}4$
 $r^5 \rightarrow 0,1225 \text{ e-}7$
 $r^7 \rightarrow -0,1161 \text{ e-}11$

Distorsión asimétrica:
 $r \rightarrow 0,1607 \text{ e-}4$
 $r^3 \rightarrow 0,3832 \text{ e-}6$

Punto principal:
 $x \rightarrow 0,000 \text{ mm}$
 $y \rightarrow 0,000 \text{ mm}$



Gráfica de corrección:

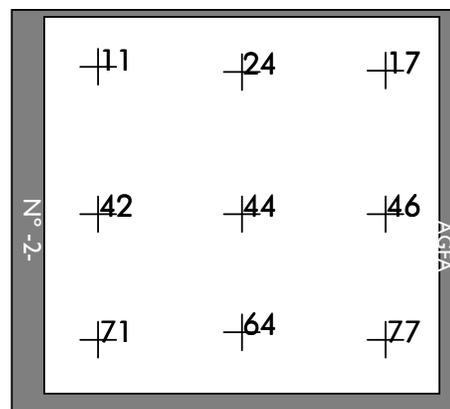


Distancia Radial (mm)	Distorsión (micras)
0	0
5	43
10	68
15	65
20	28
25	-35
30	-103
35	-142

Coordenadas de las marcas fiduciales:

Marca	X(mm)	Y(mm)
1	-20,000	20,000
2	0,000	20,000
3	20,000	20,000
4	-20,000	0,000
5	0,000	0,000
6	20,000	0,000
7	-20,000	-20,000
8	0,000	-20,000
9	20,000	-20,000
10	0,000	10,000

Distribución:



Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Rollei 6006	50 mm	60x60 mm	3 %	Min: 72% Max: 92%	Min: 66% Max: 86%

Alejamiento	Esc. fotograf.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (1/3 d)	mín. (1/10 d)	mín.	max	
1,00	20	4	1,20	1,20	0,33	0,10	0,79	1,03	1,13
1,50	30	6	1,80	1,80	0,50	0,15	1,19	1,54	1,69
2,00	40	8	2,40	2,40	0,67	0,20	1,59	2,06	2,26
2,50	50	10	3,00	3,00	0,83	0,25	1,99	2,57	2,82
3,00	60	12	3,60	3,60	1,00	0,30	2,38	3,08	3,38
3,50	70	14	4,20	4,20	1,17	0,35	2,78	3,60	3,95
4,00	80	16	4,80	4,80	1,33	0,40	3,18	4,11	4,51
4,50	90	18	5,40	5,40	1,50	0,45	3,58	4,63	5,08
5,00	100	20	6,00	6,00	1,67	0,50	3,97	5,14	5,64
5,50	110	22	6,60	6,60	1,83	0,55	4,37	5,65	6,20
6,00	120	24	7,20	7,20	2,00	0,60	4,77	6,17	6,77
6,50	130	26	7,80	7,80	2,17	0,65	5,17	6,68	7,33
7,00	140	28	8,40	8,40	2,33	0,70	5,56	7,20	7,90
7,50	150	30	9,00	9,00	2,50	0,75	5,96	7,71	8,46
8,00	160	32	9,60	9,60	2,67	0,80	6,36	8,22	9,02
8,50	170	34	10,20	10,20	2,83	0,85	6,75	8,74	9,59
9,00	180	36	10,80	10,80	3,00	0,90	7,15	9,25	10,15
9,50	190	38	11,40	11,40	3,17	0,95	7,55	9,77	10,72
10,00	200	40	12,00	12,00	3,33	1,00	7,95	10,28	11,28
10,50	210	42	12,60	12,60	3,50	1,05	8,34	10,79	11,84
11,00	220	44	13,20	13,20	3,67	1,10	8,74	11,31	12,41
11,50	230	46	13,80	13,80	3,83	1,15	9,14	11,82	12,97
12,00	240	48	14,40	14,40	4,00	1,20	9,54	12,34	13,54
12,50	250	50	15,00	15,00	4,17	1,25	9,93	12,85	14,10
13,00	260	52	15,60	15,60	4,33	1,30	10,33	13,36	14,66
13,50	270	54	16,20	16,20	4,50	1,35	10,73	13,88	15,23
15,00	300	60	18,00	18,00	5,00	1,50	11,92	15,42	16,92
17,50	350	70	21,00	21,00	5,83	1,75	13,91	17,99	19,74
20,00	400	80	24,00	24,00	6,67	2,00	15,89	20,56	22,56

Ficha Técnica

Fecha de calibración: Marzo 1998

Realizado por: Arbayun Ingenieros S.L.

Método de cálculo: desconocido

Notas: Este certificado ya ha sido actualizado.

FICHA DE CALIBRACIÓN

Cámara: Rollei 6006, focal 51,033 mm – Nov 2000-
(N° Serie: 8115498)

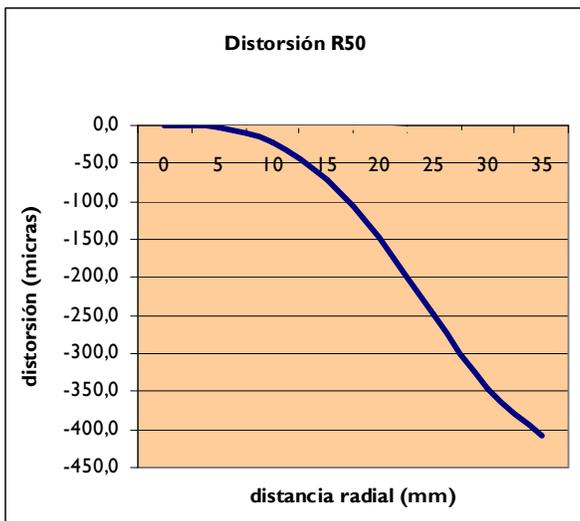
Distorsión radial:
 $r \rightarrow 0,0000$
 $r^3 \rightarrow -2,3738 \text{ e-}5$
 $r^5 \rightarrow 1,3565 \text{ e-}8$
 $r^7 \rightarrow -1,6054 \text{ e-}12$

Distorsión asimétrica:
 $r \rightarrow 0,0000$
 $r^3 \rightarrow 0,0000$

Punto principal:
 $x \rightarrow -0,082 \text{ mm}$
 $y \rightarrow 0,171 \text{ mm}$



Gráfica de corrección:

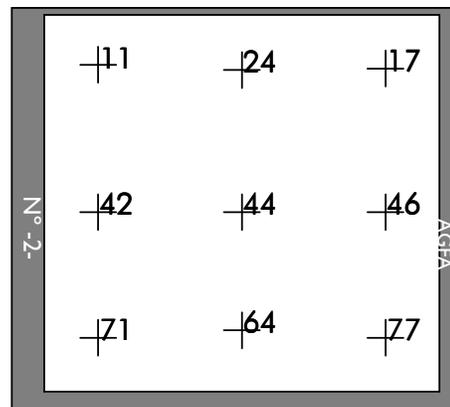


Distancia Radial (mm)	Distorsión (micras)
0	0
5	-3
10	-22
15	-70
20	-149
25	-248
30	-346
35	-409

Coordenadas de las marcas fiduciales:

Marca	X(mm)	Y(mm)
1	-20,000	20,000
2	0,000	20,000
3	20,000	20,000
4	-20,000	0,000
5	0,000	0,000
6	20,000	0,000
7	-20,000	-20,000
8	0,000	-20,000
9	20,000	-20,000
10	0,000	10,000

Distribución:



Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Rollei 6006	50 mm	60x60 mm	3 %	Min: 72% Max: 92%	Min: 66% Max: 86%

Alejamiento	Esc. fotograf.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (1/3 d)	mín. (1/10 d)	mín.	max	
1,00	20	4	1,20	1,20	0,33	0,10	0,79	1,03	1,13
1,50	30	6	1,80	1,80	0,50	0,15	1,19	1,54	1,69
2,00	40	8	2,40	2,40	0,67	0,20	1,59	2,06	2,26
2,50	50	10	3,00	3,00	0,83	0,25	1,99	2,57	2,82
3,00	60	12	3,60	3,60	1,00	0,30	2,38	3,08	3,38
3,50	70	14	4,20	4,20	1,17	0,35	2,78	3,60	3,95
4,00	80	16	4,80	4,80	1,33	0,40	3,18	4,11	4,51
4,50	90	18	5,40	5,40	1,50	0,45	3,58	4,63	5,08
5,00	100	20	6,00	6,00	1,67	0,50	3,97	5,14	5,64
5,50	110	22	6,60	6,60	1,83	0,55	4,37	5,65	6,20
6,00	120	24	7,20	7,20	2,00	0,60	4,77	6,17	6,77
6,50	130	26	7,80	7,80	2,17	0,65	5,17	6,68	7,33
7,00	140	28	8,40	8,40	2,33	0,70	5,56	7,20	7,90
7,50	150	30	9,00	9,00	2,50	0,75	5,96	7,71	8,46
8,00	160	32	9,60	9,60	2,67	0,80	6,36	8,22	9,02
8,50	170	34	10,20	10,20	2,83	0,85	6,75	8,74	9,59
9,00	180	36	10,80	10,80	3,00	0,90	7,15	9,25	10,15
9,50	190	38	11,40	11,40	3,17	0,95	7,55	9,77	10,72
10,00	200	40	12,00	12,00	3,33	1,00	7,95	10,28	11,28
10,50	210	42	12,60	12,60	3,50	1,05	8,34	10,79	11,84
11,00	220	44	13,20	13,20	3,67	1,10	8,74	11,31	12,41
11,50	230	46	13,80	13,80	3,83	1,15	9,14	11,82	12,97
12,00	240	48	14,40	14,40	4,00	1,20	9,54	12,34	13,54
12,50	250	50	15,00	15,00	4,17	1,25	9,93	12,85	14,10
13,00	260	52	15,60	15,60	4,33	1,30	10,33	13,36	14,66
13,50	270	54	16,20	16,20	4,50	1,35	10,73	13,88	15,23
15,00	300	60	18,00	18,00	5,00	1,50	11,92	15,42	16,92
17,50	350	70	21,00	21,00	5,83	1,75	13,91	17,99	19,74
20,00	400	80	24,00	24,00	6,67	2,00	15,89	20,56	22,56

Ficha Técnica

Fecha de calibración: Noviembre 2000

Realizado por: Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio (UPV-EHU)

Método de cálculo: Autocalibración con el programa ALBANY

Notas: Para el cálculo se estableció un polígono de calibración en el patio trasero del Aulario de las Nieves (Vitoria-Gasteiz). Este certificado ha sido actualizado en Mayo de 2003.

FICHA DE CALIBRACIÓN

**Cámara: Rollei 6006, focal 51,114 mm
(emc. 0,14 mm)– Mayo 2003-
(Nº Serie: 8115498)**

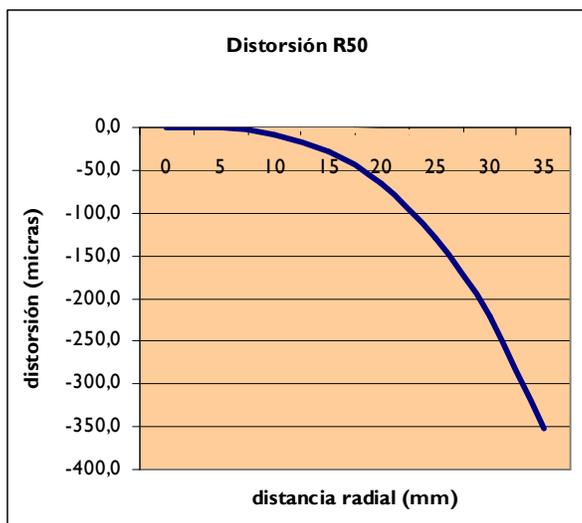
Distorsión radial: $r \rightarrow 0,0000$
 $r^3 \rightarrow -8,2018 \text{ e-}6$ (emc. $9,4\text{e-}7$)
 $r^5 \rightarrow 0,0000$
 $r^7 \rightarrow 0,0000$

Distorsión asimétrica: $r \rightarrow 0,0000$
 $r^3 \rightarrow 0,0000$

Punto principal: $x \rightarrow 0,000 \text{ mm}$
 $y \rightarrow 0,000 \text{ mm}$



Gráfica de corrección:

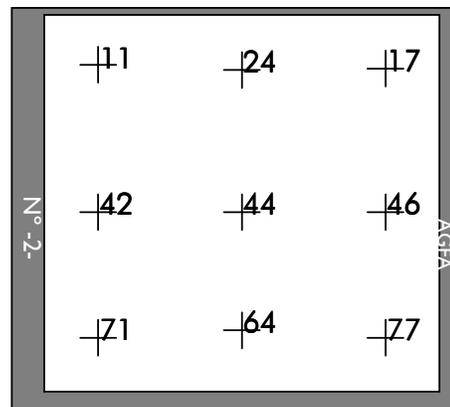


Distancia Radial (mm)	Distorsión (micras)
0	0
5	-1
10	-8
15	-28
20	-66
25	-128
30	-221
35	-352

Coordenadas de las marcas fiduciales:

Marca	X(mm)	Y(mm)
1	-20,000	20,000
2	0,000	20,000
3	20,000	20,000
4	-20,000	0,000
5	0,000	0,000
6	20,000	0,000
7	-20,000	-20,000
8	0,000	-20,000
9	20,000	-20,000
10	0,000	10,000

Distribución:



Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Rollei 6006	50 mm	60x60 mm	3 %	Min: 72% Max: 92%	Min: 66% Max: 86%

Alejamiento	Esc. fotograf.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (1/3 d)	mín. (1/10 d)	mín.	max	
1,00	20	4	1,20	1,20	0,33	0,10	0,79	1,03	1,13
1,50	30	6	1,80	1,80	0,50	0,15	1,19	1,54	1,69
2,00	40	8	2,40	2,40	0,67	0,20	1,59	2,06	2,26
2,50	50	10	3,00	3,00	0,83	0,25	1,99	2,57	2,82
3,00	60	12	3,60	3,60	1,00	0,30	2,38	3,08	3,38
3,50	70	14	4,20	4,20	1,17	0,35	2,78	3,60	3,95
4,00	80	16	4,80	4,80	1,33	0,40	3,18	4,11	4,51
4,50	90	18	5,40	5,40	1,50	0,45	3,58	4,63	5,08
5,00	100	20	6,00	6,00	1,67	0,50	3,97	5,14	5,64
5,50	110	22	6,60	6,60	1,83	0,55	4,37	5,65	6,20
6,00	120	24	7,20	7,20	2,00	0,60	4,77	6,17	6,77
6,50	130	26	7,80	7,80	2,17	0,65	5,17	6,68	7,33
7,00	140	28	8,40	8,40	2,33	0,70	5,56	7,20	7,90
7,50	150	30	9,00	9,00	2,50	0,75	5,96	7,71	8,46
8,00	160	32	9,60	9,60	2,67	0,80	6,36	8,22	9,02
8,50	170	34	10,20	10,20	2,83	0,85	6,75	8,74	9,59
9,00	180	36	10,80	10,80	3,00	0,90	7,15	9,25	10,15
9,50	190	38	11,40	11,40	3,17	0,95	7,55	9,77	10,72
10,00	200	40	12,00	12,00	3,33	1,00	7,95	10,28	11,28
10,50	210	42	12,60	12,60	3,50	1,05	8,34	10,79	11,84
11,00	220	44	13,20	13,20	3,67	1,10	8,74	11,31	12,41
11,50	230	46	13,80	13,80	3,83	1,15	9,14	11,82	12,97
12,00	240	48	14,40	14,40	4,00	1,20	9,54	12,34	13,54
12,50	250	50	15,00	15,00	4,17	1,25	9,93	12,85	14,10
13,00	260	52	15,60	15,60	4,33	1,30	10,33	13,36	14,66
13,50	270	54	16,20	16,20	4,50	1,35	10,73	13,88	15,23
15,00	300	60	18,00	18,00	5,00	1,50	11,92	15,42	16,92
17,50	350	70	21,00	21,00	5,83	1,75	13,91	17,99	19,74
20,00	400	80	24,00	24,00	6,67	2,00	15,89	20,56	22,56

Ficha Técnica

Fecha de calibración: Mayo 2003

Realizado por: Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio (UPV-EHU)

Método de cálculo: Autocalibración con programas propios y ALBANY

Notas: Se recuperó el polígono utilizado en la calibración del año 2000, el cálculo final se realizó con programas propios que proporcionaban más información de la obtenible con los listados de salida de ALBANY (especialmente en lo referente a las precisiones de los parámetros calculados) aunque se utilizó también este programa comprobándose que los resultados coincidían.

FICHA DE CALIBRACIÓN

Cámara: Hasselblad 903 SWC, focal 38'19 mm

– anterior a Julio 1997-

(Nº Serie: 30EV24596)

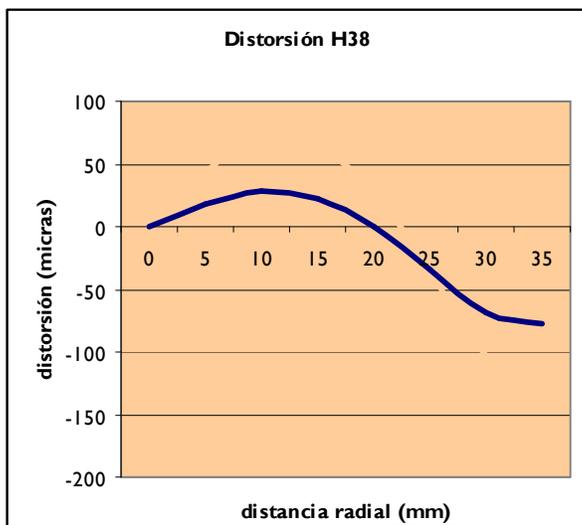
Distorsión radial: $r \rightarrow 0,3985 \text{ e-2}$
 $r^3 \rightarrow -0,1234 \text{ e-4}$
 $r^5 \rightarrow 0,5953 \text{ e-8}$
 $r^7 \rightarrow 0,0000$

Distorsión asimétrica: $r \rightarrow 0,0000$
 $r^3 \rightarrow 0,0000$

Punto principal: $x \rightarrow 0,040 \text{ mm}$
 $y \rightarrow -0,100 \text{ mm}$



Gráfica de corrección:

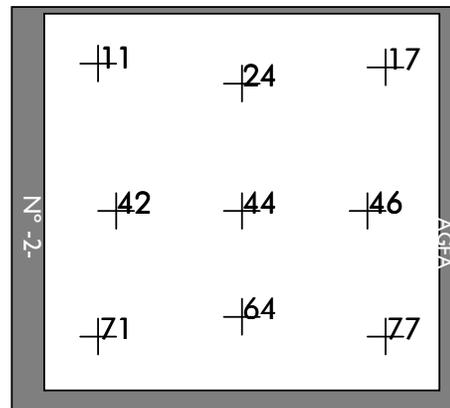


Distancia Radial (mm)	Distorsión (micras)
0	0
5	18
10	28
15	23
20	0
25	-35
30	-69
35	-77

Coordenadas de las marcas fiduciales:

Marca	X(mm)	Y(mm)
11	-22,500	22,500
24	0,000	20,000
17	22,500	22,500
42	-20,000	0,000
44	0,000	0,000
46	20,000	0,000
71	-22,500	-22,500
64	0,000	-20,000
77	22,500	-22,500

Distribución:



NOTA: Las marcas 11, 17, 71 y 77 las marcas más exteriores (circunferencias con cruz).

Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Hassel. 903	38,18 mm	60x60 mm	3 %	Min: 72% Max: 92%	Min: 66% Max: 86%

Alejamiento	Esc. fotograf.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (1/3 d)	mín. (1/10 d)	mín.	max	
1,00	26	5	1,57	1,57	0,33	0,10	1,14	1,38	1,48
1,50	39	8	2,36	2,36	0,50	0,15	1,72	2,07	2,22
2,00	52	10	3,14	3,14	0,67	0,20	2,29	2,75	2,95
2,50	65	13	3,93	3,93	0,83	0,25	2,86	3,44	3,69
3,00	79	16	4,71	4,71	1,00	0,30	3,43	4,13	4,43
3,50	92	18	5,50	5,50	1,17	0,35	4,00	4,82	5,17
4,00	105	21	6,29	6,29	1,33	0,40	4,58	5,51	5,91
4,50	118	24	7,07	7,07	1,50	0,45	5,15	6,20	6,65
5,00	131	26	7,86	7,86	1,67	0,50	5,72	6,89	7,39
5,50	144	29	8,64	8,64	1,83	0,55	6,29	7,57	8,12
6,00	157	31	9,43	9,43	2,00	0,60	6,86	8,26	8,86
6,50	170	34	10,21	10,21	2,17	0,65	7,44	8,95	9,60
7,00	183	37	11,00	11,00	2,33	0,70	8,01	9,64	10,34
7,50	196	39	11,79	11,79	2,50	0,75	8,58	10,33	11,08
8,00	210	42	12,57	12,57	2,67	0,80	9,15	11,02	11,82
8,50	223	45	13,36	13,36	2,83	0,85	9,72	11,71	12,56
9,00	236	47	14,14	14,14	3,00	0,90	10,29	12,39	13,29
9,50	249	50	14,93	14,93	3,17	0,95	10,87	13,08	14,03
10,00	262	52	15,72	15,72	3,33	1,00	11,44	13,77	14,77
10,50	275	55	16,50	16,50	3,50	1,05	12,01	14,46	15,51
11,00	288	58	17,29	17,29	3,67	1,10	12,58	15,15	16,25
11,50	301	60	18,07	18,07	3,83	1,15	13,15	15,84	16,99
12,00	314	63	18,86	18,86	4,00	1,20	13,73	16,53	17,73
12,50	327	65	19,64	19,64	4,17	1,25	14,30	17,22	18,47
13,00	340	68	20,43	20,43	4,33	1,30	14,87	17,90	19,20
13,50	354	71	21,22	21,22	4,50	1,35	15,44	18,59	19,94
15,00	393	79	23,57	23,57	5,00	1,50	17,16	20,66	22,16
17,50	458	92	27,50	27,50	5,83	1,75	20,02	24,10	25,85
20,00	524	105	31,43	31,43	6,67	2,00	22,88	27,54	29,54

Ficha Técnica

Fecha de calibración: desconocida aunque anterior a Julio de 1997

Realizado por: desconocido

Método de cálculo: desconocido

Notas: Los datos de este certificado son muy antiguos y puede que no representen exactamente la geometría de la cámara en el momento de las tomas, no obstante, los resultados obtenidos en la orientación de los pares fotogramétricos fue correcta en todos los casos por lo que se aceptó su utilización.

FICHA DE CÁMARA**Cámara: Canon PoweShot G2, focal 34-102 mm**

No hay información disponible de distorsión.

Ésta es una cámara digital con formato máximo de 2.272x1.704 celdillas, los datos que se presentan a continuación corresponden al equivalente en película convencional de 35 mm.



Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Canon PS	34 mm	35x24 mm	0 %	Min: 68% Max: 90%	Min: 68% Max: 90%

Alejamiento D (m)	Esc. fotog. (l/n)	Esc. plano (l/n)	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (l/3 d)	mín. (l/10 d)	mín.	max	
1,00	29	6	1,03	0,71	0,33	0,10	0,70	0,93	0,71
1,50	44	9	1,54	1,06	0,50	0,15	1,04	1,39	1,06
2,00	59	12	2,06	1,41	0,67	0,20	1,39	1,86	1,41
2,50	74	15	2,57	1,76	0,83	0,25	1,74	2,32	1,76
3,00	88	18	3,09	2,12	1,00	0,30	2,09	2,79	2,12
3,50	103	21	3,60	2,47	1,17	0,35	2,44	3,25	2,47
4,00	118	24	4,12	2,82	1,33	0,40	2,78	3,72	2,82
4,50	132	26	4,63	3,18	1,50	0,45	3,13	4,18	3,18
5,00	147	29	5,15	3,53	1,67	0,50	3,48	4,65	3,53
5,50	162	32	5,66	3,88	1,83	0,55	3,83	5,11	3,88
6,00	176	35	6,18	4,24	2,00	0,60	4,18	5,58	4,24
6,50	191	38	6,69	4,59	2,17	0,65	4,52	6,04	4,59
7,00	206	41	7,21	4,94	2,33	0,70	4,87	6,51	4,94
7,50	221	44	7,72	5,29	2,50	0,75	5,22	6,97	5,29
8,00	235	47	8,24	5,65	2,67	0,80	5,57	7,44	5,65
8,50	250	50	8,75	6,00	2,83	0,85	5,92	7,90	6,00
9,00	265	53	9,26	6,35	3,00	0,90	6,26	8,36	6,35
9,50	279	56	9,78	6,71	3,17	0,95	6,61	8,83	6,71
10,00	294	59	10,29	7,06	3,33	1,00	6,96	9,29	7,06
10,50	309	62	10,81	7,41	3,50	1,05	7,31	9,76	7,41
11,00	324	65	11,32	7,76	3,67	1,10	7,66	10,22	7,76
11,50	338	68	11,84	8,12	3,83	1,15	8,00	10,69	8,12
12,00	353	71	12,35	8,47	4,00	1,20	8,35	11,15	8,47
12,50	368	74	12,87	8,82	4,17	1,25	8,70	11,62	8,82
13,00	382	76	13,38	9,18	4,33	1,30	9,05	12,08	9,18
13,50	397	79	13,90	9,53	4,50	1,35	9,40	12,55	9,53
15,00	441	88	15,44	10,59	5,00	1,50	10,44	13,94	10,59
17,50	515	103	18,01	12,35	5,83	1,75	12,18	16,26	12,35
20,00	588	118	20,59	14,12	6,67	2,00	13,92	18,59	14,12

Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Canon PS	102 mm	35x24 mm	0 %	Min: 3% Max: 71%	Min: 3% Max: 71%

Alejamiento	Esc. fotograf.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (l/3 d)	mín. (l/10 d)	mín.	max	
D (m)	(l/n)	(l/n)	hor.	ver.	max (l/3 d)	mín. (l/10 d)	mín.	max	Esp. mod. vertical (m)
1,00	10	2	0,34	0,24	0,33	0,10	0,01	0,24	0,24
1,50	15	3	0,51	0,35	0,50	0,15	0,01	0,36	0,35
2,00	20	4	0,69	0,47	0,67	0,20	0,02	0,49	0,47
2,50	25	5	0,86	0,59	0,83	0,25	0,02	0,61	0,59
3,00	29	6	1,03	0,71	1,00	0,30	0,03	0,73	0,71
3,50	34	7	1,20	0,82	1,17	0,35	0,03	0,85	0,82
4,00	39	8	1,37	0,94	1,33	0,40	0,04	0,97	0,94
4,50	44	9	1,54	1,06	1,50	0,45	0,04	1,09	1,06
5,00	49	10	1,72	1,18	1,67	0,50	0,05	1,22	1,18
5,50	54	11	1,89	1,29	1,83	0,55	0,05	1,34	1,29
6,00	59	12	2,06	1,41	2,00	0,60	0,06	1,46	1,41
6,50	64	13	2,23	1,53	2,17	0,65	0,06	1,58	1,53
7,00	69	14	2,40	1,65	2,33	0,70	0,07	1,70	1,65
7,50	74	15	2,57	1,76	2,50	0,75	0,07	1,82	1,76
8,00	78	16	2,75	1,88	2,67	0,80	0,08	1,95	1,88
8,50	83	17	2,92	2,00	2,83	0,85	0,08	2,07	2,00
9,00	88	18	3,09	2,12	3,00	0,90	0,09	2,19	2,12
9,50	93	19	3,26	2,24	3,17	0,95	0,09	2,31	2,24
10,00	98	20	3,43	2,35	3,33	1,00	0,10	2,43	2,35
10,50	103	21	3,60	2,47	3,50	1,05	0,10	2,55	2,47
11,00	108	22	3,77	2,59	3,67	1,10	0,11	2,67	2,59
11,50	113	23	3,95	2,71	3,83	1,15	0,11	2,80	2,71
12,00	118	24	4,12	2,82	4,00	1,20	0,12	2,92	2,82
12,50	123	25	4,29	2,94	4,17	1,25	0,12	3,04	2,94
13,00	127	25	4,46	3,06	4,33	1,30	0,13	3,16	3,06
13,50	132	26	4,63	3,18	4,50	1,35	0,13	3,28	3,18
15,00	147	29	5,15	3,53	5,00	1,50	0,15	3,65	3,53
17,50	172	34	6,00	4,12	5,83	1,75	0,17	4,25	4,12
20,00	196	39	6,86	4,71	6,67	2,00	0,20	4,86	4,71

FICHA DE CÁMARA

Cámara: **SMC-Pentax-FA, focal 28-80 mm**

No hay información disponible de distorsión.



Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Pentax	28 mm	35x24 mm	3 %	Min: 73% Max: 92%	Min: 67% Max: 86%

Alejamiento	Esc. fotograf.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (l/3 d)	mín. (l/10 d)	mín.	max	
1,00	36	7	1,25	0,86	0,33	0,10	0,84	1,08	0,81
1,50	54	11	1,88	1,29	0,50	0,15	1,26	1,61	1,21
2,00	71	14	2,50	1,71	0,67	0,20	1,68	2,15	1,61
2,50	89	18	3,13	2,14	0,83	0,25	2,10	2,69	2,01
3,00	107	21	3,75	2,57	1,00	0,30	2,53	3,23	2,42
3,50	125	25	4,38	3,00	1,17	0,35	2,95	3,76	2,82
4,00	143	29	5,00	3,43	1,33	0,40	3,37	4,30	3,22
4,50	161	32	5,63	3,86	1,50	0,45	3,79	4,84	3,63
5,00	179	36	6,25	4,29	1,67	0,50	4,21	5,38	4,03
5,50	196	39	6,88	4,71	1,83	0,55	4,63	5,91	4,43
6,00	214	43	7,50	5,14	2,00	0,60	5,05	6,45	4,83
6,50	232	46	8,13	5,57	2,17	0,65	5,47	6,99	5,24
7,00	250	50	8,75	6,00	2,33	0,70	5,89	7,53	5,64
7,50	268	54	9,38	6,43	2,50	0,75	6,31	8,06	6,04
8,00	286	57	10,00	6,86	2,67	0,80	6,73	8,60	6,45
8,50	304	61	10,63	7,29	2,83	0,85	7,15	9,14	6,85
9,00	321	64	11,25	7,71	3,00	0,90	7,58	9,68	7,25
9,50	339	68	11,88	8,14	3,17	0,95	8,00	10,21	7,65
10,00	357	71	12,50	8,57	3,33	1,00	8,42	10,75	8,06
10,50	375	75	13,13	9,00	3,50	1,05	8,84	11,29	8,46
11,00	393	79	13,75	9,43	3,67	1,10	9,26	11,83	8,86
11,50	411	82	14,38	9,86	3,83	1,15	9,68	12,36	9,27
12,00	429	86	15,00	10,29	4,00	1,20	10,10	12,90	9,67
12,50	446	89	15,63	10,71	4,17	1,25	10,52	13,44	10,07
13,00	464	93	16,25	11,14	4,33	1,30	10,94	13,98	10,47
13,50	482	96	16,88	11,57	4,50	1,35	11,36	14,51	10,88
15,00	536	107	18,75	12,86	5,00	1,50	12,63	16,13	12,09
17,50	625	125	21,88	15,00	5,83	1,75	14,73	18,81	14,10
20,00	714	143	25,00	17,14	6,67	2,00	16,83	21,50	16,11

Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Pentax	80 mm	35x24 mm	3 %	Min: 24% Max: 77%	Min: 18% Max: 71%

Alejamiento	Esc. fotog.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (l/3 d)	mín. (l/10 d)	mín.	max	
D (m)	(l/n)	(l/n)							
1,00	13	3	0,44	0,30	0,33	0,10	0,08	0,31	0,28
1,50	19	4	0,66	0,45	0,50	0,15	0,12	0,47	0,42
2,00	25	5	0,88	0,60	0,67	0,20	0,16	0,62	0,56
2,50	31	6	1,09	0,75	0,83	0,25	0,19	0,78	0,71
3,00	38	8	1,31	0,90	1,00	0,30	0,23	0,93	0,85
3,50	44	9	1,53	1,05	1,17	0,35	0,27	1,09	0,99
4,00	50	10	1,75	1,20	1,33	0,40	0,31	1,25	1,13
4,50	56	11	1,97	1,35	1,50	0,45	0,35	1,40	1,27
5,00	63	13	2,19	1,50	1,67	0,50	0,39	1,56	1,41
5,50	69	14	2,41	1,65	1,83	0,55	0,43	1,71	1,55
6,00	75	15	2,63	1,80	2,00	0,60	0,47	1,87	1,69
6,50	81	16	2,84	1,95	2,17	0,65	0,51	2,02	1,83
7,00	88	18	3,06	2,10	2,33	0,70	0,55	2,18	1,97
7,50	94	19	3,28	2,25	2,50	0,75	0,58	2,33	2,12
8,00	100	20	3,50	2,40	2,67	0,80	0,62	2,49	2,26
8,50	106	21	3,72	2,55	2,83	0,85	0,66	2,65	2,40
9,00	113	23	3,94	2,70	3,00	0,90	0,70	2,80	2,54
9,50	119	24	4,16	2,85	3,17	0,95	0,74	2,96	2,68
10,00	125	25	4,38	3,00	3,33	1,00	0,78	3,11	2,82
10,50	131	26	4,59	3,15	3,50	1,05	0,82	3,27	2,96
11,00	138	28	4,81	3,30	3,67	1,10	0,86	3,42	3,10
11,50	144	29	5,03	3,45	3,83	1,15	0,90	3,58	3,24
12,00	150	30	5,25	3,60	4,00	1,20	0,94	3,74	3,38
12,50	156	31	5,47	3,75	4,17	1,25	0,97	3,89	3,53
13,00	163	33	5,69	3,90	4,33	1,30	1,01	4,05	3,67
13,50	169	34	5,91	4,05	4,50	1,35	1,05	4,20	3,81
15,00	188	38	6,56	4,50	5,00	1,50	1,17	4,67	4,23
17,50	219	44	7,66	5,25	5,83	1,75	1,36	5,45	4,94
20,00	250	50	8,75	6,00	6,67	2,00	1,56	6,23	5,64

FICHA DE CÁMARA	
<p>Cámara: Vivitar V 3.000 S, focal 50 mm</p> <p style="text-align: center;">No hay información disponible de distorsión.</p>	

Cámara	Focal	Formato	Margen	Recubrimiento	Efectivo (%)
Vivitar	50 mm	35x24 mm	3 %	Min: 52% Max: 86%	Min: 46% Max: 80%

Alejamiento	Esc. fotograf.	Esc. plano	Espacio Objeto (m)		Base (m)		Espacio mod. horizon. (m)		Esp. mod. vertical (m)
			hor.	ver.	max (1/3 d)	mín. (1/10 d)	mín.	max	
1,00	20	4	0,70	0,48	0,33	0,10	0,32	0,56	0,45
1,50	30	6	1,05	0,72	0,50	0,15	0,49	0,84	0,68
2,00	40	8	1,40	0,96	0,67	0,20	0,65	1,12	0,90
2,50	50	10	1,75	1,20	0,83	0,25	0,81	1,40	1,13
3,00	60	12	2,10	1,44	1,00	0,30	0,97	1,67	1,35
3,50	70	14	2,45	1,68	1,17	0,35	1,14	1,95	1,58
4,00	80	16	2,80	1,92	1,33	0,40	1,30	2,23	1,80
4,50	90	18	3,15	2,16	1,50	0,45	1,46	2,51	2,03
5,00	100	20	3,50	2,40	1,67	0,50	1,62	2,79	2,26
5,50	110	22	3,85	2,64	1,83	0,55	1,79	3,07	2,48
6,00	120	24	4,20	2,88	2,00	0,60	1,95	3,35	2,71
6,50	130	26	4,55	3,12	2,17	0,65	2,11	3,63	2,93
7,00	140	28	4,90	3,36	2,33	0,70	2,27	3,91	3,16
7,50	150	30	5,25	3,60	2,50	0,75	2,44	4,19	3,38
8,00	160	32	5,60	3,84	2,67	0,80	2,60	4,46	3,61
8,50	170	34	5,95	4,08	2,83	0,85	2,76	4,74	3,84
9,00	180	36	6,30	4,32	3,00	0,90	2,92	5,02	4,06
9,50	190	38	6,65	4,56	3,17	0,95	3,08	5,30	4,29
10,00	200	40	7,00	4,80	3,33	1,00	3,25	5,58	4,51
10,50	210	42	7,35	5,04	3,50	1,05	3,41	5,86	4,74
11,00	220	44	7,70	5,28	3,67	1,10	3,57	6,14	4,96
11,50	230	46	8,05	5,52	3,83	1,15	3,73	6,42	5,19
12,00	240	48	8,40	5,76	4,00	1,20	3,90	6,70	5,41
12,50	250	50	8,75	6,00	4,17	1,25	4,06	6,98	5,64
13,00	260	52	9,10	6,24	4,33	1,30	4,22	7,25	5,87
13,50	270	54	9,45	6,48	4,50	1,35	4,38	7,53	6,09
15,00	300	60	10,50	7,20	5,00	1,50	4,87	8,37	6,77
17,50	350	70	12,25	8,40	5,83	1,75	5,68	9,77	7,90
20,00	400	80	14,00	9,60	6,67	2,00	6,49	11,16	9,02

Anexo 3. Coordenadas de la base topográfica

Coordenadas de las señales colocadas en el interior de la Catedral de Santa María.

Señal	X	Y	Z
T01	108,521	109,544	101,539
T02	98,104	95,970	101,290
T03	114,450	90,494	101,469
T04	98,064	104,357	101,148
T05	113,945	95,671	101,411
T06	97,843	90,396	101,763
T07	108,762	90,524	101,346
T08	103,117	90,582	101,301
T09	97,063	100,128	101,636
T10	120,572	90,544	101,417
T11	126,108	95,767	101,940
T12	126,698	90,492	101,476
T13	126,001	104,268	101,910
T14	97,634	109,919	101,083
T15	114,132	109,530	101,426
T16	126,412	109,663	101,418
T17	114,959	84,828	101,426
T18	140,172	98,770	102,504
T19	103,409	109,840	101,006
T20	113,797	104,256	101,376
T21	140,156	101,303	102,594
T22	109,136	95,775	101,365
T23	108,961	104,364	101,421
T24	120,909	95,637	101,396
T25	120,827	104,361	101,355
T26	121,038	89,677	100,970
T27	121,010	84,751	100,889
T28	122,740	85,735	100,823
T29	124,378	85,694	100,919
T30	124,405	88,658	100,842
T31	109,151	95,784	104,884
T32	113,958	95,669	104,972
T33	113,782	104,188	104,909
T34	108,919	104,302	104,935
T35	120,955	95,631	104,899
T36	126,123	95,753	105,196
T37	126,063	104,236	105,107
T38	120,895	104,323	104,953

Señal	X	Y	Z
T40	112,118	116,336	97,829
T41	113,175	118,505	97,693
T42	112,136	120,297	97,708
T43	109,115	119,865	97,828
T44	108,613	118,615	98,024
T45	109,332	116,593	97,946
T50	135,725	95,745	102,349
T51	135,821	104,221	102,326
T52	135,807	110,133	101,725
T53	135,973	122,210	101,625
T54	126,716	122,205	102,217
T55	127,460	110,041	101,481
T56	126,931	104,200	102,176
T57	127,037	95,853	102,134

Anexo 4. Generación de superficies malladas

INDICE

1. Introducción.
2. Organigrama de trabajo.
3. Generación de mallas.
 - 3.1. Generación de mallas horizontales.
 - 3.1.1. Programas elaborados en 1997.
 - 3.1.2. Programas elaborados en 2000.
 - 3.1.2.1. Preparación del dibujo.
 - 3.1.2.2. Lectura del fichero de dibujo.
 - 3.1.2.3. Algoritmo de inclusión.
 - 3.1.2.4. División regular del espacio bidimensional.
 - 3.1.2.5. Interpolación de alturas.
 - 3.2. Generación de mallas verticales.
 - 3.3. Casos especiales.
4. Otros procesos complementarios.
5. Conclusiones y consideraciones.

1.- Introducción

La idea de empezar a hacer mallados, surge en 1997, cuando se documentan las excavaciones de la Catedral de Santa María para la elaboración del Plan Director de Restauración.

Se trata de conseguir una representación que refleje una aproximación métrica y visual de la realidad y que esta representación sea entendible por la gran mayoría de las personas. Esto se debe a que después de la restitución de los pares fotogramétricos, el resultado obtenido no es muy evocador del elemento que se ha representado, ya que lo que se genera es un modelo alámbrico, por lo que se opta por el modelizado, empleando para ello diferentes técnicas de representación.

Mallar una superficie consiste en dividirla en pequeñas unidades (cuadrados, triángulos, . . .) distribuidas regularmente¹, generalmente identificadas con pequeñas porciones de planos.

El caso concreto que se nos presenta son las superficies generadas en excavaciones arqueológicas, éstas tienen dos características destacables:

- En la mayoría de los casos son aproximadamente planas (generalmente paralelas al plano XY, excepto las paredes) con ligeras variaciones de cota → láminas, en contraposición a objetos puramente tridimensionales como podrían ser cubos, superficies de revolución, estatuas². . .
- La principal utilidad es la representación visual, por lo tanto, prevalecerá la estética del resultado frente al rigor geométrico.

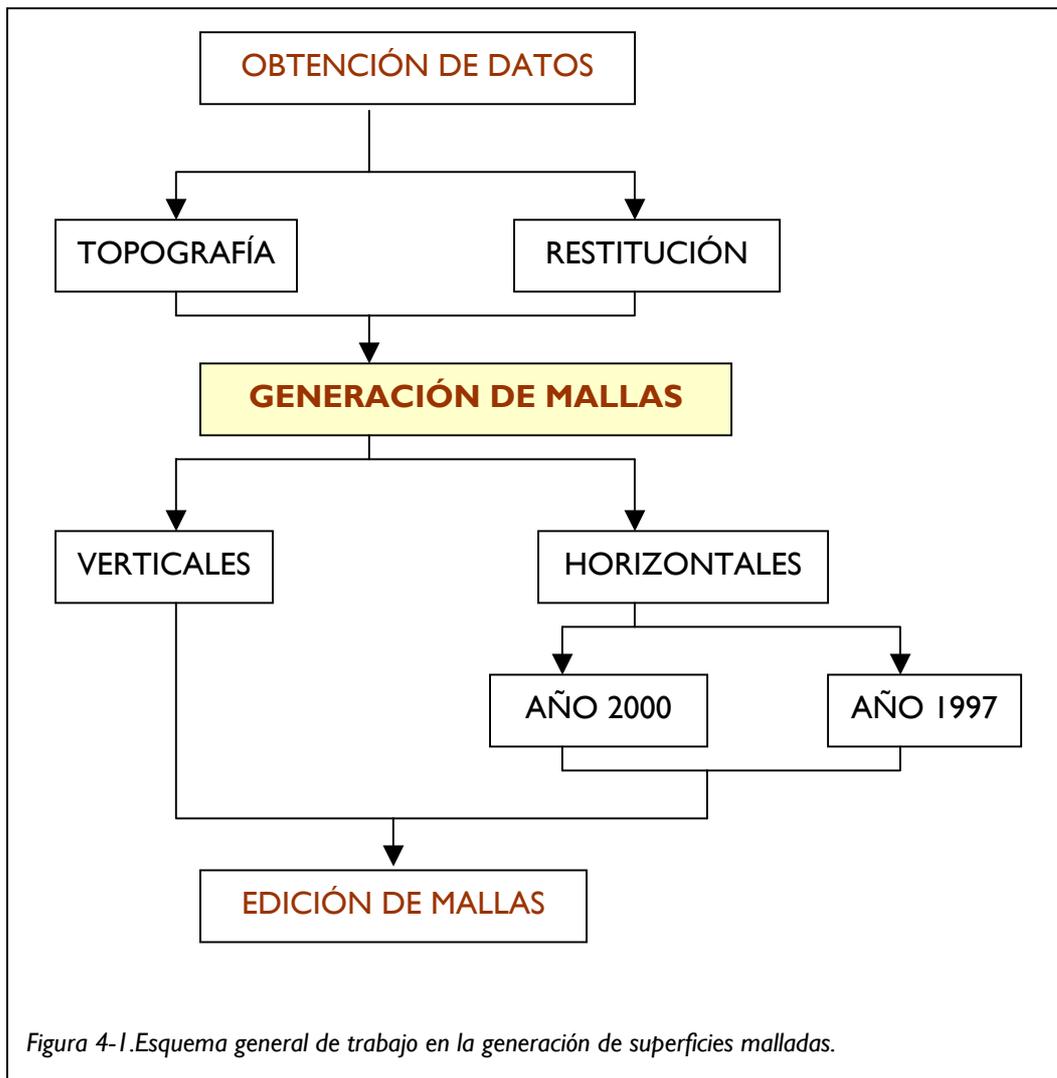
Desde el Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio, se está avanzando en el diseño y creación de programas que realicen este proceso, de una manera más o menos automática y que se adapten al objetivo propuesto.

¹ También existen divisiones irregulares como las redes de triángulos (T.I.N.).

² Geométricamente, los elementos superficiales que forman una lámina mantienen la dirección del vector normal aproximadamente constante mientras que en los objetos tridimensionales esto no ocurre. Otra forma de verlo es que si, por ejemplo, una lámina tiene como plano base XY, para cada par de valores XY existirá un único valor de Z (por esto también se pueden encontrar con el nombre de funciones bidimensionales, o XY+Z en lugar de XYZ que se utiliza para los objetos tridimensionales).

2.- Organigrama de trabajo.

El proceso general de trabajo que se sigue es el siguiente:

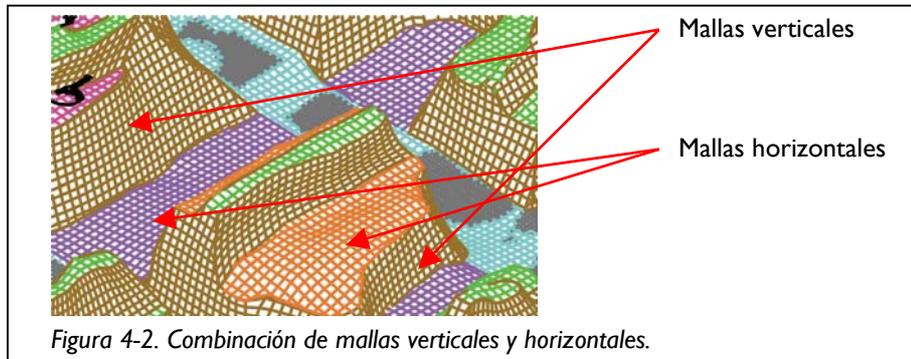


Como se puede apreciar, el esquema tiene principalmente tres partes: *Obtención de los datos*, *Edición de mallas*, y *Generación de mallas*.

En este apartado correspondiente a la generación de mallas, se ha hecho una división entre 1997 y 2000, ya que a medida que se ha ido avanzado en el trabajo, también se ha ido programando en diferentes entornos para la creación de programas que realizasen las mallas. En el presente anexo, se explicarán los dos sistemas de representación por considerarse ambos importantes.

3.- Generación de mallas

A la hora de mallar una zona, se hará una diferencia entre mallar una superficie horizontal o una superficie vertical, aunque posteriormente en la edición completa del dibujo se combinarán ambas.



3.1.- Generación de mallas horizontales

Se trata de mallar una superficie más o menos horizontal y que está definida por un contorno previamente determinado. Antes de empezar con el mallado propiamente dicho habrá que tener en cuenta la dimensión de la cuadrícula que se empleará.

Para este tipo de mallado, el Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio, dispone de dos programas diferentes. El primero fue el elaborado por Iñaki Koroso Arriaga y Karmele Artano Pérez, para las excavaciones de 1997, el segundo ha sido elaborado en el año 2000 como complemento al anterior.

Ambos programas tienen el mismo objetivo, pero funcionan de formas diferentes, por lo que a la hora de explicarlos también lo haremos separadamente.

3.1.1.- Programas elaborados en 1997

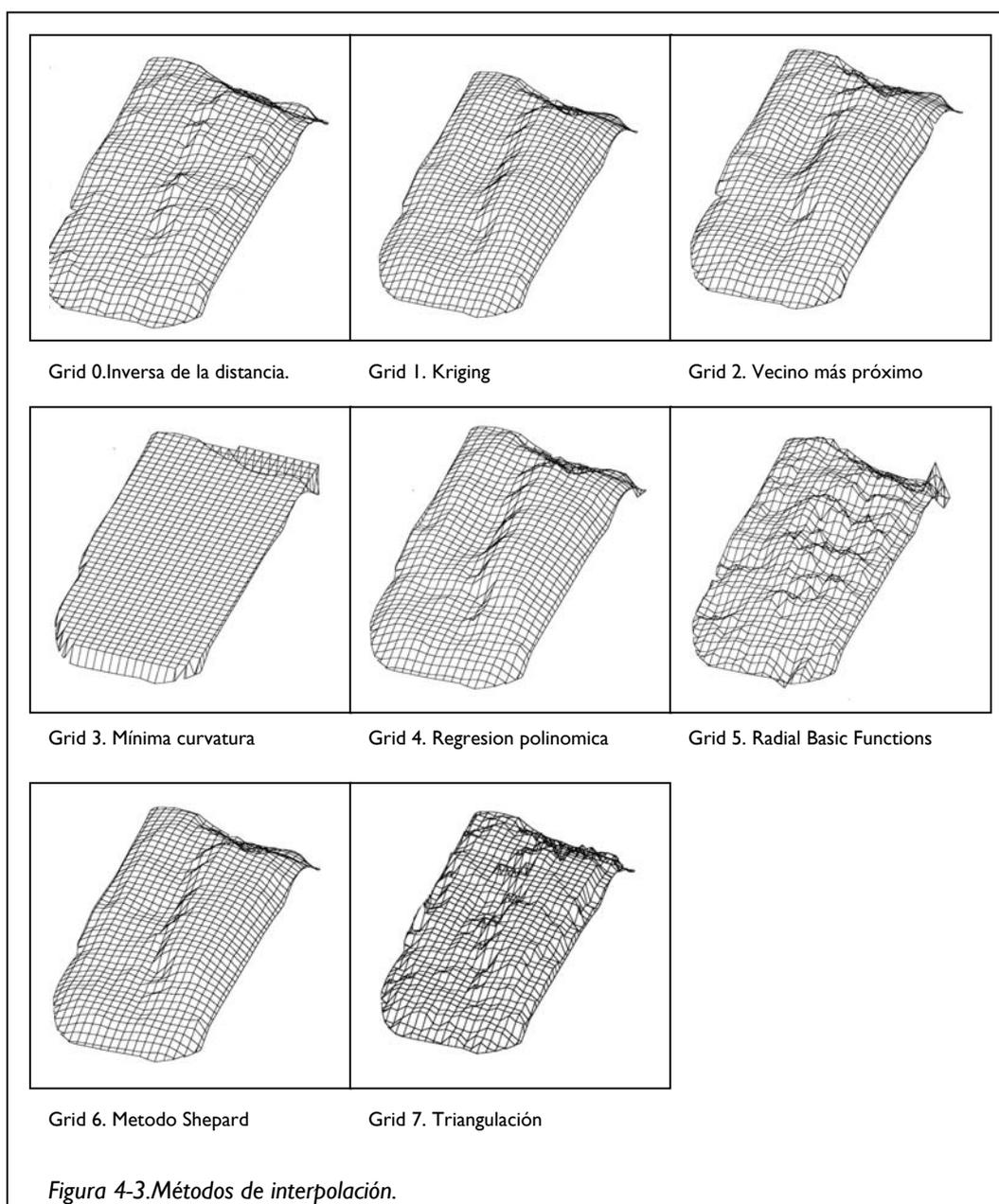
Consisten en una serie de programas en Qbasic, Autolisp y programación en Surfer. Una vez generadas las mallas se deben editar para ajustarlas al perímetro y casar superficies contiguas.

El proceso de trabajo sigue los pasos que se indican a continuación:

- Estando en AutoCad, se van a generar dos ficheros ASCII. Uno de ellos contendrá el contorno de la zona a mallar y los puntos del fichero de trabajo, y el otro tendrá únicamente los puntos del borde. Estos ficheros tendrán las coordenadas de los puntos en función del SCP³ definido previamente.

³ El comando SCP sirve para definir la orientación del sistema de coordenadas personales en el espacio tridimensional.

- El paso siguiente consiste en interpolar los puntos. Para ello se utiliza el programa Surfer. A través del GSMAC32⁴. Con esto lo que se ha obtenido es una malla cuadrada, que irá desde la x e y mínima a la x e y máxima de la zona seleccionada. En un fichero creado con Qbasic, se define el tamaño de celda que se quiere emplear, así como el método de interpolación que empleará Surfer. De entre los 8 métodos posibles que proporciona el programa, nos quedaremos con Kriging, por ser el método que mejor se adapta a las necesidades del proyecto.



⁴ El programa GS Scriptor es un interprete que carga y ejecuta scripts o macros. Se instala automáticamente al instalar Surfer. Consta de dos ventanas típicas de Windows. Una de ellas es un editor de texto que permite abrir, crear, editar y guardar ficheros ASCII. Los macros se crean normalmente en un editor de texto normal, y se ejecutaran desde aquí. La otra ventana suele estar oculta.

- Normalmente la zona que se quiere mallar no se adapta a esta superficie rectangular que se ha creado, por lo que se necesitará recortar estas mallas por el borde anteriormente definido. Una vez ejecutado el programa, se creará otro fichero de salida, que contendrá las coordenadas de cada una de las mallas que forman parte de la zona a representar.
- Con todos estos procesos las mallas ya están creadas, solo hace falta dibujarlas en AutoCAD. El programa que realiza este paso crea 3d caras en una capa en AutoCAD, llamada Bloque.

Con todo este proceso ya se han creado y dibujado todas las mallas. Ahora el proceso que sigue es editarlas, ya que no se suelen ajustar exactamente al borde definido.

En caso de que el SCP elegido sea diferente del universal, habrá que tener cuidado de no cambiarlo hasta que las mallas de esa zona estén dibujadas, ya que en caso de cambiarlo, las mallas se crearán en un sistema de coordenadas arbitrario, que nada tiene que ver con el establecido para la representación del terreno. Otra opción es guardar dicho SCP con un nombre, de tal forma que en cualquier momento se pueda acceder a él.

3.1.2.- Programas elaborados en 2000

Se pretendía generar un programa, complementario a los ya existentes, que pudiera realizar el mallado de todas las superficies a la vez, partiendo de un fichero de dibujo que contuviese el perímetro de las superficies y puntos de cota. Las principales características de este enfoque son las siguientes:

- Independencia de los programas comerciales, pudiendo adaptar la generación de mallas a las características concretas del trabajo.
- La mayor parte del trabajo se realiza de forma automática por el ordenador → mínima intervención del usuario.
- Evitar, en la medida de lo posible la edición posterior de las mallas.

Los apartados en que se divide el proceso son:

- Preparación del dibujo.
- Lectura del fichero de dibujo.
- Algoritmo de inclusión.
- División regular del espacio bidimensional.
- Interpolación de alturas (obtención del MDT⁵).

Los dos primeros puntos tratan aspectos concretos de la implementación del programa. En el primero se describe cómo deben prepararse los datos que se van a utilizar y en el siguiente, la comunicación entre el programa de dibujo y la aplicación informática.

⁵ Modelo Digital del Terreno, también se utiliza frecuentemente la expresión: Modelo Digital de Elevaciones.

Los tres últimos puntos son los que contienen cierta carga “teórica”. En principio, en relación directa con la generación de mallas sólo debería aparecer la división del espacio bidimensional (teselación) y el MDT. Las superficies en que se va a centrar el trabajo pueden estudiarse a partir de un plano de referencia y elevaciones respecto a este plano.

El apartado de división del espacio bidimensional selecciona los puntos del plano que van a utilizarse para definir la superficie⁶, el MDT hace corresponder a cada punto su elevación.

Por lo tanto, se ha pasado de un problema de superficies tridimensionales a superficies que, por un lado, se estudian como planos (dos dimensiones) y posteriormente se les añade la tercera dimensión (altura).

El apartado de algoritmo de inclusión, trata cómo decidir si un determinado punto pertenece o no a cierta superficie. Aunque a primera vista pudiera parecer que no hay mucha relación, se verá que está estrechamente relacionado tanto con la división del espacio bidimensional como con la obtención del MDT.

3.1.2.1.- Preparación del dibujo

Los datos que se van a utilizar serán los perímetros de las superficies y los puntos de cota. El programa ignorará el resto de tipos de elementos (líneas, textos, ...) aunque cuenten con posición tridimensional. Por lo que respecta a los perímetros, éstos se definirán mediante una única polilínea cerrada, utilizando para ello las herramientas del programa de dibujo; si se dejan polilíneas abiertas, el programa las cierra uniendo el último punto con el primero, lo que puede ocasionar resultados incorrectos. Los puntos de cota serán puntos tridimensionales.

El dibujo debe guardarse en un formato de intercambio para poderlo leer posteriormente, en este caso, el formato .dxf de Autocad 2000.

3.1.2.2.- Lectura del fichero de datos

El fichero .dxf es un fichero ASCII, por lo tanto los vértices de una polilínea vienen de la siguiente forma⁷:

```
AcDb3dPolylineVertex
  10
100.0
  20
100.0
  30
25.0
.....
```

⁶ Las “superficies malladas” que se representan son una simplificación (generalización, discretización) de la superficie original.

⁷ .dxf de Autocad 2000, en otras versiones puede variar.

```

AcDb3dPolylineVertex
  10
120.0
  20
140.0
  30
34.0
.....
SEQEND

```

Es decir, cada vértice viene precedido por la etiqueta “AcDb3dPolylineVertex” y después viene el identificador y la coordenada X (el identificador de X es “10”, valor de la coordenada del primer punto “100.0”), el de la coordenada Y (identificador: “20”, coordenada: “100.0”) y Z (identificador: “30”, coordenada: “25.0”). Para indicar que la polilínea ha terminado se utiliza la etiqueta “SEQEND” por que los vértices que aparezcan a continuación pertenecen a la siguiente polilínea y así sucesivamente.

```

.....
AcDb3dPolylineVertex
  10
141.4010756552454
  20
190.6854143470802
  30
90.25
.....
.....
SEQEND

```

Los puntos vienen precedidos por la etiqueta “AcDbPoint”:

```

AcDbPoint
  10
70.84999999999999
  20
70.84999999999999
  30
70.84999999999999

```

El programa incorpora el código necesario para reconocer estas secuencias y almacenar los datos correctamente.

Las polilíneas deben revisarse para verificar que todos los valores son correctos, que no hay vértices repetidos, que existen más de dos vértices, . . . También es interesante obtener el rectángulo de encuadre para reducir el número de cálculos posteriores.

Una vez malladas las superficies, se puede generar un nuevo fichero .dxf para utilizarlo en el programa de dibujo (hay que tener en cuenta que los elementos a

guardar son “3d caras”). Otra posibilidad es utilizar un fichero .scr, en este caso, una cara a partir de cuatro puntos se escribirá:

```
_3dface
100.00,100.00,25.00
123.00,100.23,24.98
130.12,78.45,26.23
99.98,79.50,25.60
↵
```

3.1.2.3.- Algoritmo de inclusión

Durante las siguientes fases será necesario saber si un determinado punto está dentro o fuera de cierta superficie, tanto para conocer si el punto debe utilizarse para interpolar valores de alturas (puntos de cota) como para saber si a cierto punto le corresponde una altura por pertenecer a la superficie (puntos de la malla). Vemos que el primero de estos casos está relacionado con la obtención del MDT y el segundo con la división del espacio bidimensional.

La primera aproximación se puede realizar muy fácilmente mediante el rectángulo de encuadre, pero para los puntos interiores a este rectángulo, hay que afinar más el criterio.

Existen varios enfoques para determinar la pertenencia, entre otros:

- Trazar desde el punto una línea y ver cuántas veces corta a las aristas del perímetro: si es un número impar, está dentro, si es par o cero, fuera.
- Dividir la superficie en elementos (generalmente trapecios) y comprobar si está dentro o fuera de cada uno de ellos (la relación de inclusión en un trapecio es relativamente sencilla y rápida: un trapecio se diferencia de su rectángulo de encuadre en dos triángulos).
- Ver si las aristas separan el punto del centroide o no.
-

El método implementado es similar al segundo, consiste en dividir el perímetro $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n-1, n, 1\}$; en una serie de triángulos: $\{1,2,3\}$, $\{1,3,4\}$, $\{1,4,5\}$, \dots , $\{1,n-1,n\}$.

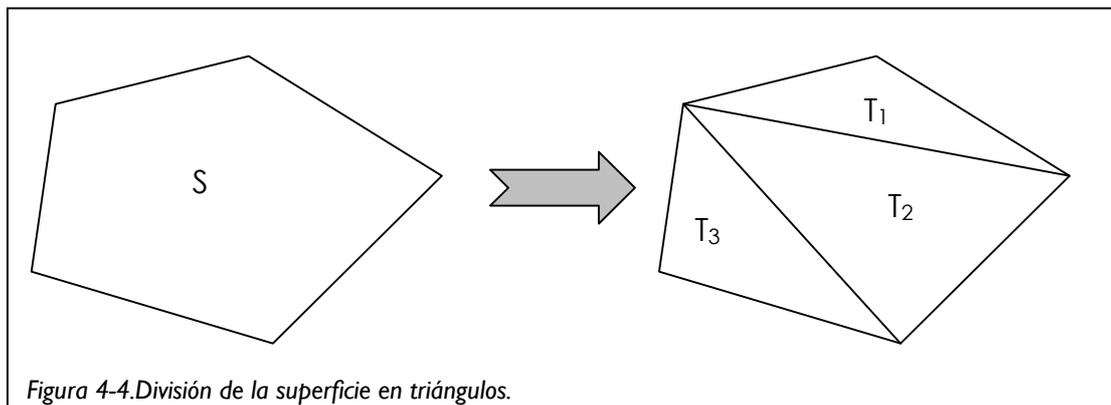
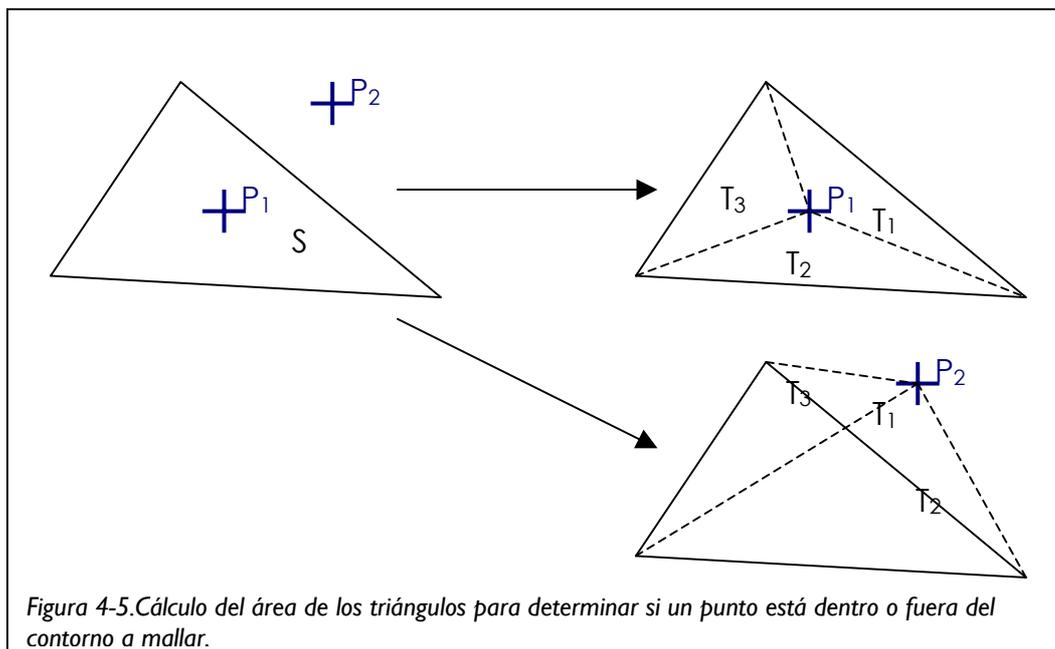


Figura 4-4. División de la superficie en triángulos.

Para saber si un punto pertenece o no a un triángulo nos basamos en el área:

Si $S = T_1 + T_2 + T_3$, entonces es interior, sino, exterior.



Como utilizamos redondeo en las operaciones, habrá que dar cierto margen así que una posible condición sería:

Si $0,9999 \leq \frac{T_1 + T_2 + T_3}{S} \leq 1,0001$, entonces es interior, sino, exterior.

El área de un triángulo de vértices (x_1, y_1) , (x_2, y_2) y (x_3, y_3) , es:

$$S = 0,5 \times \text{abs}(x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2))$$

siendo “abs()” valor absoluto.

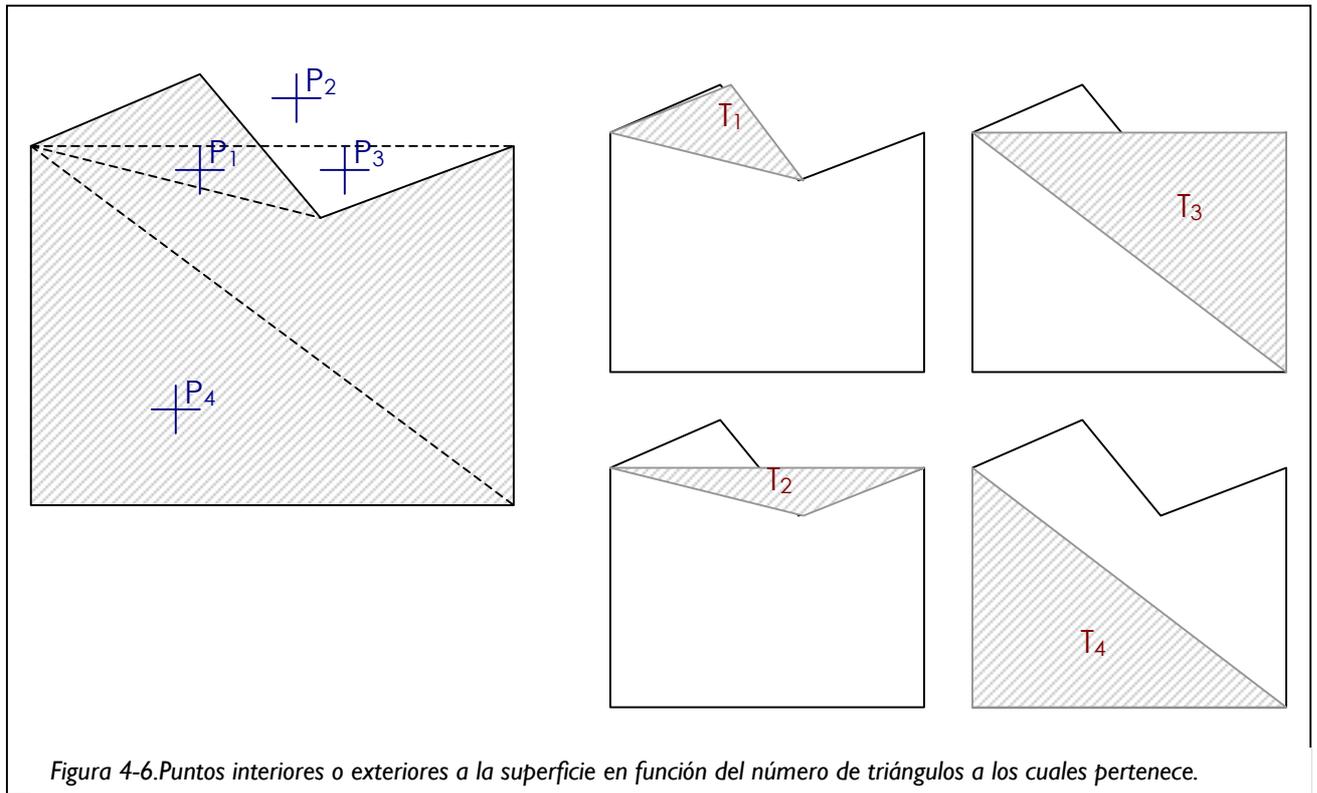


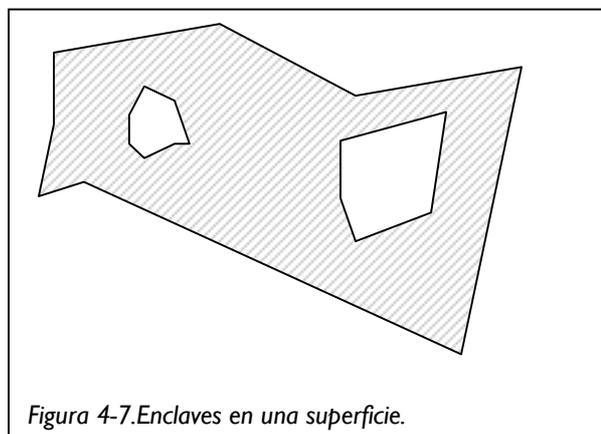
Figura 4-6. Puntos interiores o exteriores a la superficie en función del número de triángulos a los cuales pertenece.

Se verifica que un punto es interior al perímetro si pertenece a un número impar de triángulos, así:

Tabla 4-1.- Puntos interiores y exteriores.

Punto	Pertenece a	Número	Interior o Exterior
P ₁	T ₁ , T ₂ , T ₃	3	interior
P ₂	-	0	exterior
P ₃	T ₂ , T ₃	2	exterior
P ₄	T ₄	1	interior

Cuando aparezcan enclaves de los puntos interiores al perímetro exterior se eliminarán los que sean interiores a algún otro perímetro.



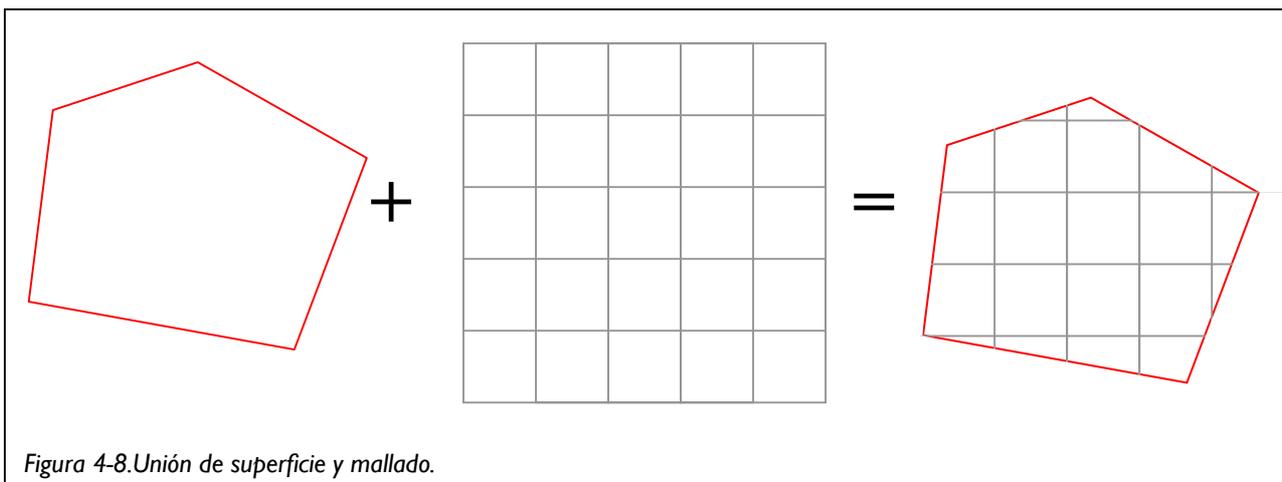
Este algoritmo no funciona cuando los puntos a verificar se encuentran en alguna de las aristas comunes de los triángulos ya que cuenta que pertenece a dos triángulos cuando sólo debería contar uno. Esta coincidencia no es muy probable cuando se utilizan valores de campo (con coordenadas decimales que no se distribuyen regularmente). De todas formas, después de generar la malla regular, es aconsejable comprobar que no existen puntos que se han considerado “exteriores” rodeados de puntos “interiores” (de darse el caso, se consideraría también como interior).

3.1.2.4.- División del espacio bidimensional

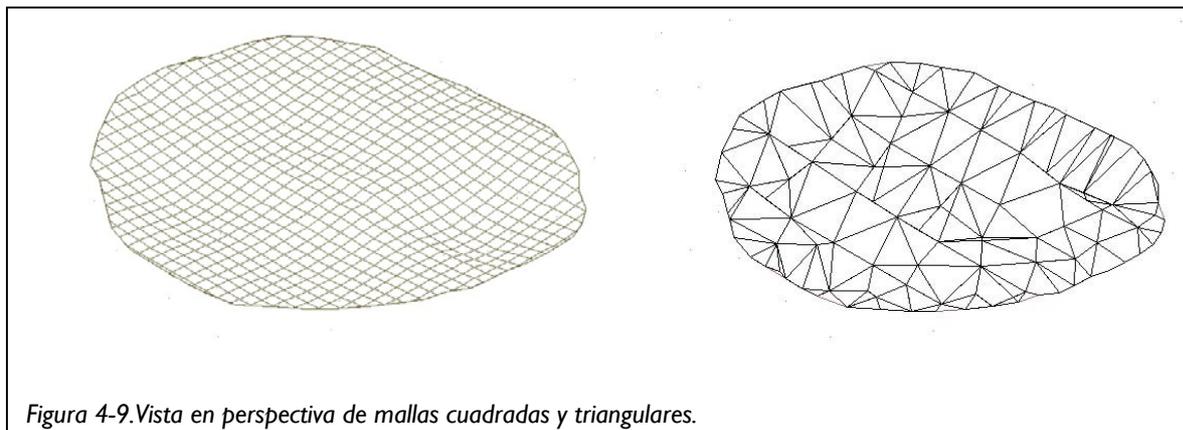
Aunque en este apartado sólo se trata el tema desde un punto de vista bidimensional (la tercera dimensión se añade en el siguiente punto), para introducir el problema hay que volver a la consideración de superficies tridimensionales.

Hay que recordar que cuando se representa una superficie mediante una malla, lo que se hace es sustituirla por un conjunto de pequeñas superficies “sencillas” (concretamente planos) distribuidas regularmente.

La división que se pretende es la más próxima a una malla cuadrada uniforme, es decir, como si se dispusiese de una rejilla y se cortase por el perímetro de la superficie.



Esta división, aunque estéticamente muy buena (especialmente en perspectiva), tiene el inconveniente de que es geoméricamente ambigua.

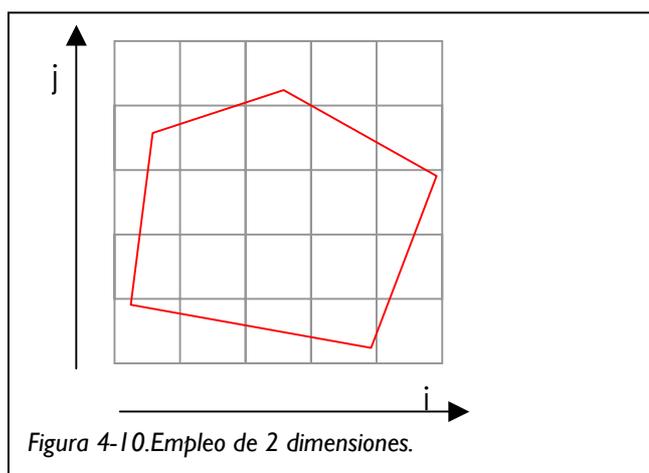


Esta ambigüedad proviene de que, si bien cuando se unen mediante líneas tres puntos estas líneas están contenidas en el mismo plano, las líneas que unen cuatro puntos cualesquiera en el espacio no tienen por qué ser coplanarias. Es decir, la impresión visual es buena pero no representa exactamente a elementos geométricos claros⁸. El problema se agrava cuando se aumenta el número de vértices (lo que ocurre cuando las aristas o los vértices cortan a los cuadrados).

De todas formas, como la utilidad concreta del resultado es puramente visual, son preferibles las mallas cuadradas. Por otro lado, las superficies a mallar son bastante suaves, por lo que tampoco cabe esperar grandes diferencias.

Sin embargo, lo que sí que puede ocurrir es que, en algunos vértices, se formen mallas con hasta 6 o 7 vértices. El programa de dibujo, aunque no lo muestre, sólo considera mallas triangulares y el resto como conjunto de triángulos. Si se quiere pasar de la representación mediante mallas al modelado, alguno de estos triángulos puede haber quedado “al revés” y aparecer como oquedades en el modelo.

Retomamos el trabajo, centrándonos exclusivamente en dos dimensiones, como se ve en el siguiente dibujo. Para definir una malla sólo es necesario un parámetro: el paso o separación entre puntos; las mallas que van a surgir pueden ser de tres tipos:



- Interiores, formadas por los puntos (i,j) , $(i+1,j)$, $(i+1,j+1)$ e $(i,j+1)$.
- Aristas, formadas por puntos interiores (1, 2 ó 3) y dos puntos de la misma arista.
- Vértices, formadas por el propio vértice, un punto de cada una de las dos aristas que llegan hasta él y de cero a cuatro puntos interiores.

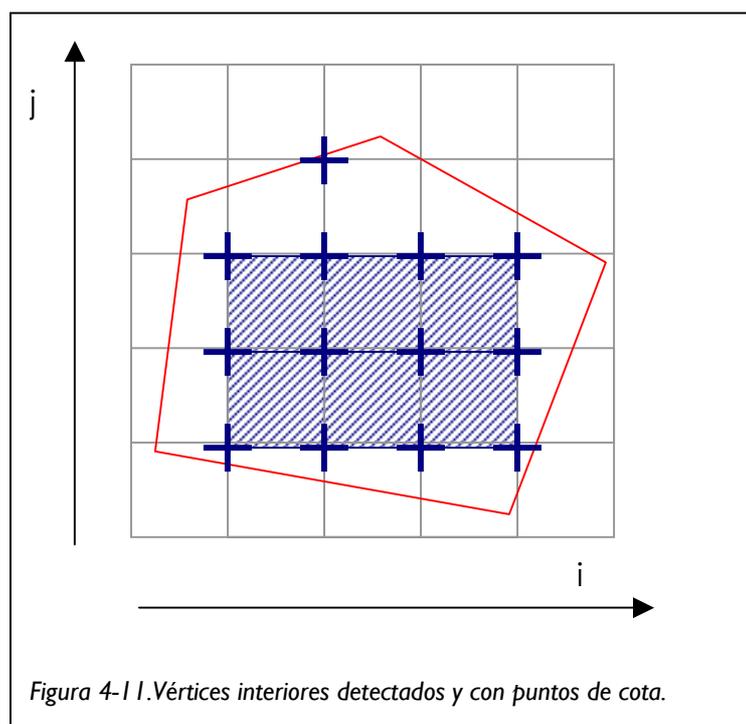
⁸ Los programas que permiten realizar mallas cuadradas en realidad realizan dos triángulos por cada cuadrado y ocultan una arista (que coincide con una diagonal del cuadrado), es decir, cada uno de los cuadrados es, en realidad, dos porciones de dos planos cuya intersección se oculta. El problema es que según se elija una u otra diagonal del cuadrado, los planos son diferentes (y, por lo tanto, la superficie generada).

Es interesante abstraerse del sistema de coordenadas terreno y basarse en el de la rejilla, es decir, es más cómodo definir la posición de un punto como (fila 3, columna 2) que $(X = 89,907; Y = 112,783)$. Para definir el tamaño de la rejilla se utiliza el rectángulo de encuadre del perímetro, para las columnas se empieza en el primer múltiplo del paso después de la X mínima y se termina en el primer múltiplo del paso antes de la X máxima e igual para la filas pero con la coordenada Y . Por supuesto, hay que poder pasar nuevamente a coordenadas terreno a partir de la rejilla.

Cuadros interiores

Se anida un bucle para filas y otro para columnas de tal manera que se repasan todos los puntos de la malla. Para cada punto se comprueba si es interior o exterior y si es interior se le da cota (ver apartado siguiente de interpolación de alturas)⁹.

Se vuelven a anidar los bucles (aunque esta vez hay que restar uno a los límites superiores) y se comprueba si para un punto (i,j) existen cotas para los cuatro puntos: (i,j) , $(i+1,j)$, $(i+1,j+1)$ e $(i,j+1)$, en caso afirmativo se puede dibujar el cuadrado que une estos puntos.



En el dibujo se han marcado con una cruz los vértices interiores y se han sombreado la zona que se ha mallado en este paso.

Un detalle, no se deben crear los cuadrados en cuyo interior existan vértices del perímetro, hay que incluir esta posibilidad cuando se traten los vértices.

⁹ Recordar que para saber si un punto es interior o no, hay que comprobar también en los perímetros interiores (enclaves) a la superficie que se está considerando.

Aristas

Se construye un bucle que recorra todas las aristas del perímetro¹⁰. Se determinan las intersecciones de cada arista con la rejilla (tanto horizontales como verticales) y se ordenan, para ordenarlas es aconsejable que las rectas vengan expresadas en forma paramétrica, es decir:

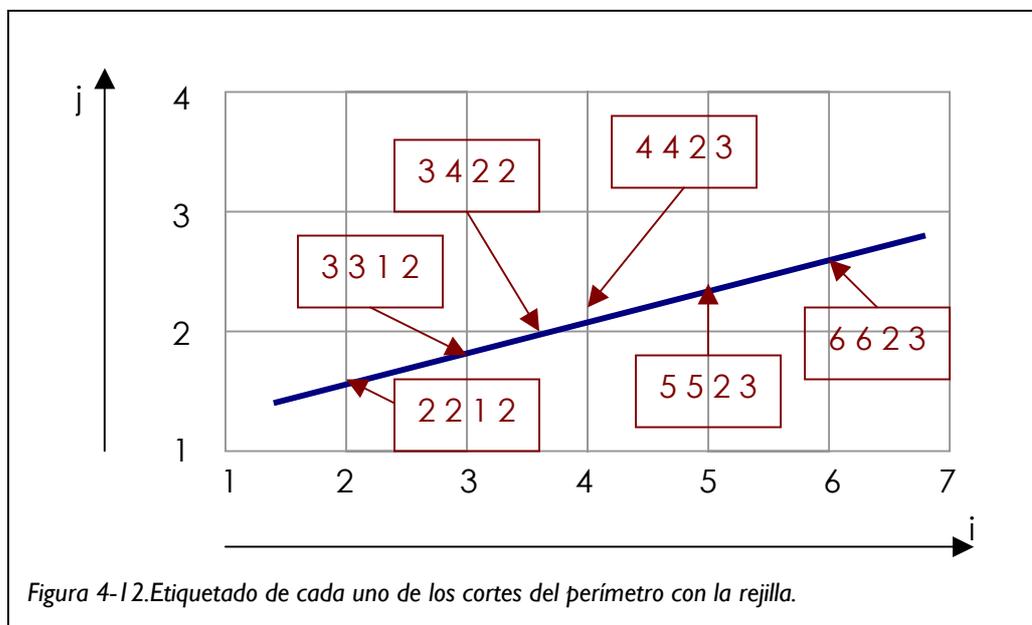
$$\begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t \end{cases}$$

Las ecuaciones anteriores, describen la recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , los diferentes puntos de la recta se obtienen dando valores al parámetro t :

- $t = 0 \rightarrow (x, y) = (x_1, y_1)$.
- $t = 1 \rightarrow (x, y) = (x_2, y_2)$.
- $0 < t < 1 \rightarrow$ dentro del segmento.
- $0 > t$ ó $t > 1 \rightarrow$ fuera del segmento.

El valor de t sirve para saber en qué orden se van produciendo los cortes con la rejilla.

Se etiqueta cada corte con 4 números, los dos primeros indican la columna donde se ha producido el corte y las dos últimas la fila, de tal manera que si el corte es a la derecha o a la izquierda de un cuadro, la columna se repite y si es arriba o abajo, se repite la fila:

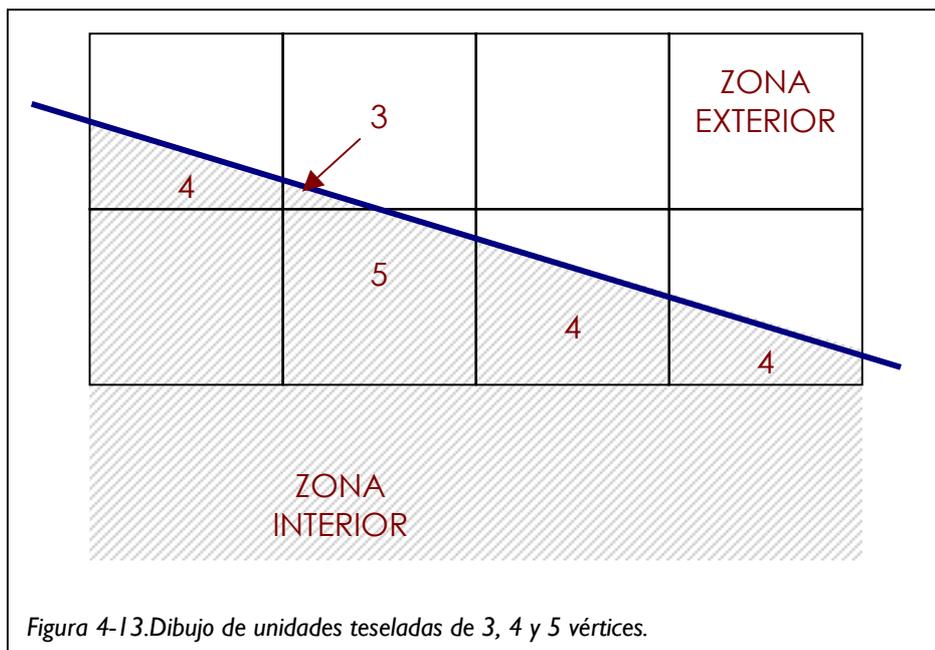


¹⁰ A decir verdad, hay que hacer este paso tanto con el perímetro de la superficie como con el perímetro de los enclaves.

Así los números “3 4 2 2” indica que el corte es en la fila 2, entre las columnas 3 y 4 y “3 3 1 2” indica que el corte es en la columna 3 entre las filas 1 y 2. Cuando el corte se produce en la esquina de un cuadro, se repiten ambas parejas (por ejemplo “8 8 5 5”: corte en la columna 8 y fila 5). Es decir, la estructura es “ $c_1 c_2 f_1 f_2$ ”.

Además de esta etiqueta se almacena la cota del corte.

Las mallas que se van a dibujar en este paso pueden ser de tres, cuatro o cinco puntos de los que dos son cortes con una arista y el resto puntos interiores.



El procedimiento consiste en ir cogiendo los cortes de dos en dos (primero y segundo, segundo y tercero, . . .), a partir de la información de las etiquetas de estos dos cortes se determinan dos puntos interiores que son posibles candidatos a formar la malla junto con los dos cortes, estos dos puntos interiores pueden tener:

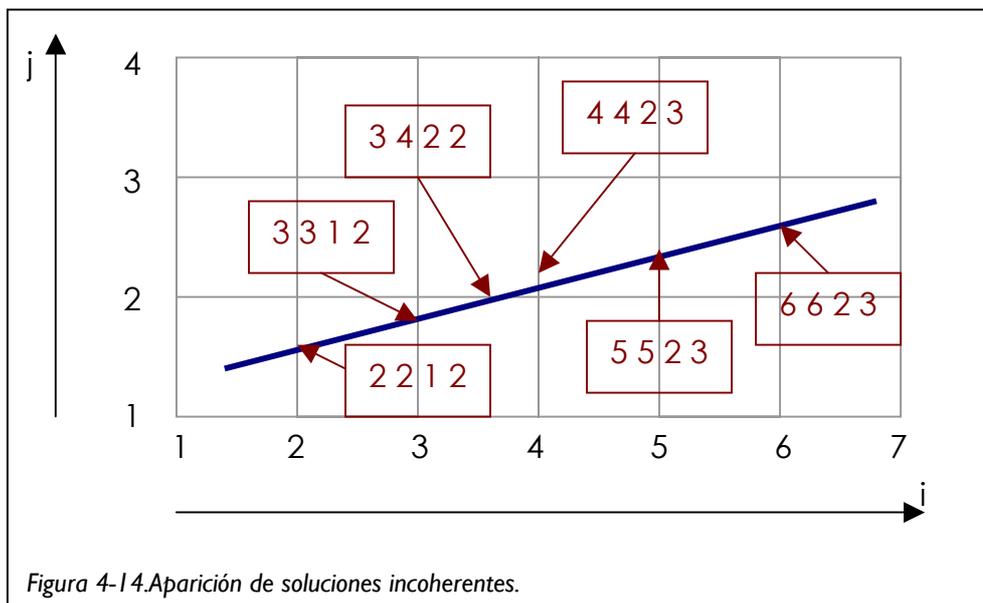
- Igual fila y columna → se trata de una malla de tres puntos. En este caso los dos puntos interiores son el mismo que, junto a los dos cortes forman la malla.
- Igual fila o columna → malla de cuatro puntos. La malla se forma con los dos puntos interiores y los dos cortes.
- Diferente fila y columna → malla de cinco puntos, los dos cortes, los dos interiores y el quinto es o (columna1, fila2) o (columna2, fila1).

En realidad, a partir de las etiquetas se obtienen cuatro parejas de posibles puntos interiores que hay que probar (se puede suponer que sólo existe una solución correcta por lo que en cuanto se encuentra, se puede dejar de probar opciones).

Según la estructura descrita “ $c_1 c_2 f_1 f_2$ ”, en el primer corte hay dos puntos candidatos: “ $C1:c_1 f_1$ ” y “ $C1:c_2 f_2$ ” e igualmente con el segundo corte: “ $C2:c_1 f_1$ ” y “ $C2:c_2 f_2$ ”, las cuatro posibles combinaciones son:

- “ $C1:c_1 f_1$ ” y “ $C2:c_1 f_1$ ”
- “ $C1:c_1 f_1$ ” y “ $C2:c_2 f_2$ ”
- “ $C1:c_2 f_2$ ” y “ $C2:c_1 f_1$ ”
- “ $C1:c_2 f_2$ ” y “ $C2:c_2 f_2$ ”

De estas cuatro opciones, alguna puede no tener sentido, por ejemplo, en el cuadro que aparece entre “ $2 2 1 2$ ” y “ $3 3 1 2$ ”, los puntos interiores pueden ser “ $21 - 31$ ” ó “ $22 - 32$ ” pero no por ejemplo “ $21 - 22$ ”.



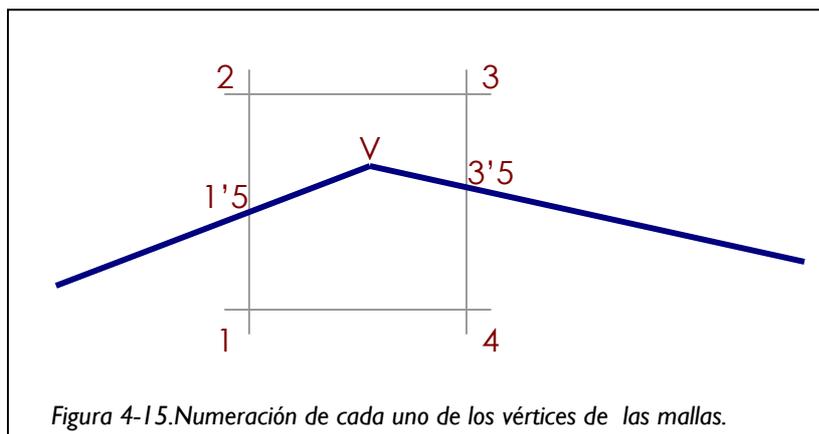
Para eliminar soluciones incoherentes se puede utilizar el siguiente algoritmo:

- Contar las repeticiones entre las dos series “ $c_1 c_2 f_1 f_2$ ” en los dos primeros valores (las columnas), este valor puede ser 0, 1 ó 2.
- Contar las repeticiones entre los dos candidatos (si la fila del primer y el segundo candidato coincide e igual para la columna).
- Si ambos números son pares o impares (considerando el 0 como par), no hace falta seguir calculando, esta combinación no sirve.

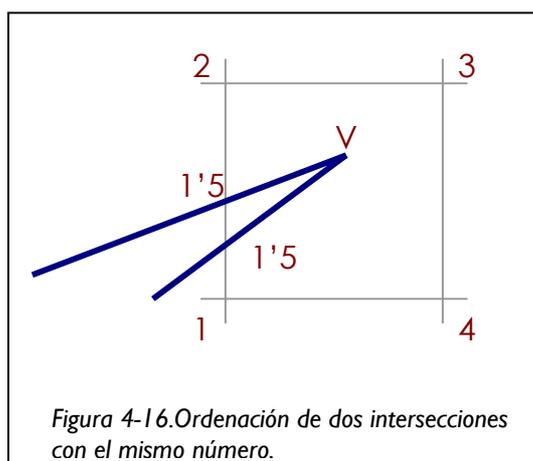
Vértices

El mallado de los vértices¹¹ es la parte más farragosa. El principio es similar al caso de las aristas, lo único que ahora se parte del vértice y los cortes más cercanos de las dos aristas que llegan a él¹², con estos tres puntos se comprueba si existen puntos de la rejilla adecuados con los que generar mallas.

Además de saber con qué puntos se forma la malla, hay que conocer en qué orden se unirán, para lo cual se sigue la siguiente notación:



Es decir, se numeran las esquinas del cuadro a mallar y se añaden los dos puntos correspondientes a las aristas del perímetro como el valor intermedio (entre 4 y 1, el valor es 4'5). Así, por ejemplo si los puntos válidos fuesen 2 y 3, al añadir los de las aristas tendríamos "2, 3, 1'5, 3'5", secuencia que se puede ordenar quedando "1'5, 2, 3, 3'5"; si, por el contrario, los puntos válidos fuesen 1 y 4, la secuencia ordenada sería "1, 1'5, 3'5, 4". Una vez ordenado, para completar la secuencia, basta con añadir "V" entre los dos decimales (o, según el caso, al final).



¹¹ También hay que mallar los de los enclaves.

¹² En realidad, no debe utilizarse el corte más cercano de las aristas sino el más cercano que se haya utilizado. Esto se puede controlar mientras se están mallando las aristas.

Cuando las dos intersecciones tienen el mismo número se ordenan en sentido de las agujas del reloj siendo el primero el de menor $-Y-$ (como en el caso del dibujo¹³), menor $-X-$ (entre 2 y 3), mayor $-Y-$ (entre 3 y 4) o mayor $-X-$ (entre 4 y 1).

Resumiendo el proceso, asignamos número a los cortes y vemos cuáles de las esquinas del cuadro a mallar existen, se ordenan estos valores y se añade el vértice del perímetro, con esto tenemos la secuencia a mallar. El código concreto de mallado depende del número de puntos (de 3 a 7).

El procedimiento de mallado no es satisfactorio cuando hay más de un vértice en el mismo cuadrado de la rejilla o cuando la distancia entre aristas es menor que el tamaño de la rejilla.

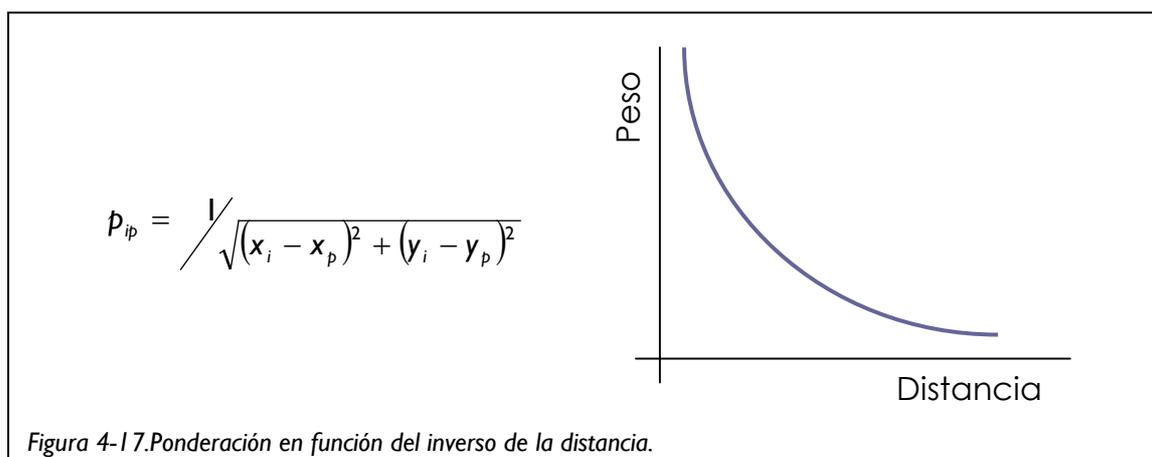
3.1.2.5.- Interpolación de alturas (MDT)

Es habitual que para obtener la cota de un punto de la rejilla se realice una media ponderada con los puntos de cota conocida. Por ejemplo, si se tienen n -puntos con alturas $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ y se quiere calcular la altura de un punto $-p-$ (Z_p):

$$Z_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ip} Z_i}{\sum_{i=1}^n p_{ip}}$$

donde $-p_{ip}-$ es el peso de cada dato, los diferentes métodos de interpolación se diferencian en la función que se utiliza para estimar estos pesos. Intuitivamente, se puede deducir que los puntos que influirán más en el valor final serán los más cercanos al punto a calcular, los diferentes tipos de ponderación definen como varía esta influencia según nos alejamos.

Así pues, normalmente, se hace que los puntos más cercanos al que se pretende estimar tengan pesos mayores. El ejemplo más sencillo de ponderación sería el inverso de la distancia:



¹³ Por cierto, nótese que si en este ejemplo, existiesen los vértices 1, 2, 3 y 4, estaríamos realizando el caso que se excluyó cuando se describieron los “cuadros interiores”.

En nuestro caso, los puntos de cota serán:

- Vértices del perímetro principal.
- Vértices de los perímetros de los enclaves.
- Puntos de cota interiores.
- Puntos en las aristas.

Los puntos de las aristas sirven para que no existan saltos muy bruscos al enlazar el mallado a las mismas ,ya que sólo se utilizan los extremos para dar cotas.

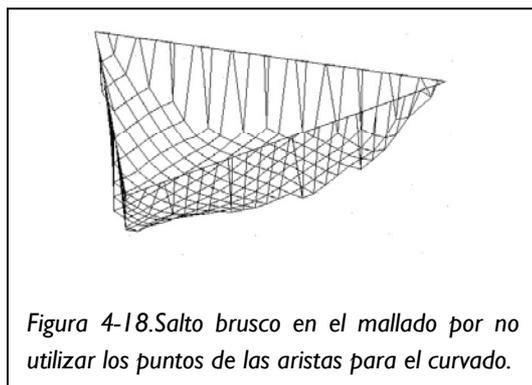


Figura 4-18. Salto brusco en el mallado por no utilizar los puntos de las aristas para el curvado.

Sin embargo, estos puntos pueden generar problemas en los métodos que veremos a continuación ya que parten de cierta independencia en los datos que no se produce realmente con estos puntos ya que están relacionados linealmente.

La interpolación por el inverso de la distancia no da buen resultado¹⁴, especialmente si se utilizan todos los puntos ya que se pueden generar superficies muy planas (próximas a la media) y fuertes escalones. El resultado se mejora calculando cada cota sólo con los 3 ó 4 puntos más cercanos.

¹⁴ no da buen resultado visual, la interpolación no depende tanto del método utilizado como de la calidad de los datos de partida: con buenos datos, los valores serán buenos independientemente del método utilizado y con datos escasos, da igual el método que se utilice ya que no se obtendrá nada representativo. Tema aparte es el aspecto visual, aunque las cotas obtenidas con dos métodos diferentes sean similares, se busca que se formen transiciones suaves frente a escalonadas y con cierta ondulación frente a planas.

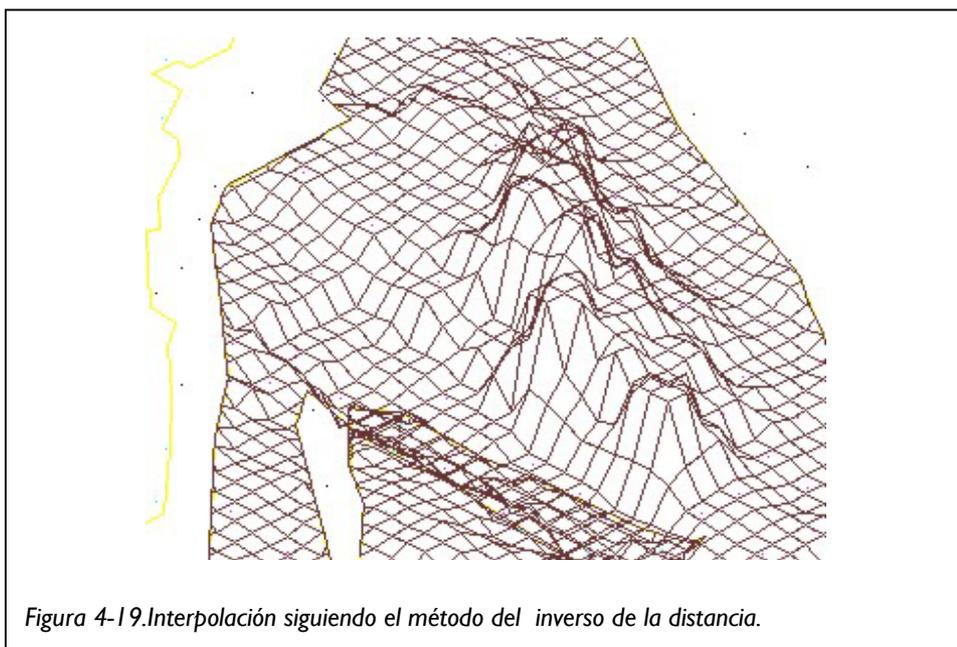


Figura 4-19. Interpolación siguiendo el método del inverso de la distancia.

Otro método es utilizar múltiples superficies¹⁵ (predicción mínimos cuadrados), en el que la superficie se reconstruye a partir de la suma de un conjunto de superficies (en cada punto de cota se centra un cono, un hiperboloide, . . ., el tipo de función que se utilice se denomina *núcleo*). El proceso de cálculo consta de dos fases, en la primera se calculan las superficies auxiliares que reconstruyen la superficie original y, en la segunda, se calculan las cotas de los puntos de la malla utilizando estas superficies auxiliares.

No se incluye la formulación detallada ya que al programar este método no se han obtenido resultados satisfactorios con ninguno de los núcleos propuestos en la bibliografía¹⁶. Posiblemente porque los puntos de los perímetros estaban muy cercanos en comparación con los puntos de cota del interior, esto hacía que las funciones se calcularan para longitudes de onda que no tenían nada que ver con las que se utilizaban para la interpolación por lo que se generaban fuertes oscilaciones.

Se mejoraban los resultados realizando las siguientes operaciones:

- No trabajar directamente con las cotas sino con su incremento respecto a la media¹⁷.
- Utilizar un factor de suavizado (posiblemente estuviese mejor dicho de *generalización*) consiste en eliminar todos los puntos que estén a menos de 2, 3, 5, . . . veces el paso de otro (con valores más altos se obtienen superficies más planas).

¹⁵ ver Zizhuo, páginas 345-346.

¹⁶ Con el único que se obtuvieron buenos resultados fue con la “campana de Gauss” pero también surgían problemas en algunos casos.

¹⁷ Estos métodos tienen base estadística aparte de la puramente funcional. Algunos ponen como condición, entre otras, que los valores que se pretenden estimar tengan media cero.

Posiblemente el método más adecuado para obtener las alturas sea el de Krige¹⁸, es un método con fuerte componente estadística y que parte del conocimiento de la función de covarianza espacial (las covarianzas están relacionadas con los pesos¹⁹). La puesta en práctica requiere un estudio previo de ésta, aunque de forma simplificada se puede utilizar un modelo genérico.

A modo de ejemplo, una posible formulación sería la siguiente²⁰, los pesos se obtienen de la expresión:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \dots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \dots & \gamma_{2n} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \dots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_{1p} \\ p_{2p} \\ \dots \\ \dots \\ p_{np} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\gamma}_{1p} \\ \bar{\gamma}_{2p} \\ \dots \\ \dots \\ \bar{\gamma}_{np} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Los valores γ se obtienen de una función llamada *variograma*²¹, y λ es un multiplicador de Lagrange que aparece al introducir la condición de que la suma de todos los pesos sea igual a la unidad²².

La esencia de una buena interpolación está en definir correctamente la función que representa el variograma (que, al fin y al cabo, vuelve a ser cómo influye la distancia en la ponderación).

Para el variograma se ha utilizado un modelo esférico²³, cuyos valores son:

$$\gamma_h = \begin{cases} C(1,5h - 0,5h^3) \rightarrow 0 \leq h \leq 1 \\ C \rightarrow h > 1 \end{cases}$$

siendo C la escala y h la distancia relativa, esta distancia es la distancia real sobre el terreno dividido por una constante denominada rango (R):

¹⁸ suele aparecer como *Kriging*. Ver Armstrong.

¹⁹ Concretamente, la matriz covarianza es la inversa de la matriz de pesos.

²⁰ De todas formas, el método de Krige es bastante más complejo, se recomienda consultar la referencia de la nota 17.

²¹ El valor del variograma para un valor h (distancia h) es igual a una constante C (varianza) menos la covarianza correspondiente al valor h .

²² Esta condición es necesaria para que la cota estimada no aparezca escalada respecto a los valores que se utilizan para interpolar, en la ecuación que aparece al comienzo del apartado sobre la media

ponderada: $Z_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ip} Z_i}{\sum_{i=1}^n p_{ip}}$, esta condición se incorpora en el sumatorio que aparece en el

denominador.

²³ Además del esférico, también son habituales los modelos lineal, exponencial, gaussiano, . . .

$$h_{12} = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{R}$$

Por lo tanto, basta con definir los valores de $-C-$ y $-R-$ que mejor se adapten a los datos de origen; pueden obtenerse buenos resultados utilizando:

- C : varianza de las alturas de los puntos de cota.
- R : semidiagonal del rectángulo de encuadre de la superficie.

Volviendo a la expresión anterior:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \dots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \dots & \gamma_{2n} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \dots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_{1p} \\ p_{2p} \\ \dots \\ \dots \\ p_{np} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\gamma}_{1p} \\ \bar{\gamma}_{2p} \\ \dots \\ \dots \\ \bar{\gamma}_{np} \\ 1 \end{pmatrix}$$

que expresado en forma matricial sería:

$$A q = k$$

La matriz $-A-$ (excepto la última fila y última columna), está formada por el variograma de los puntos de cota entre sí (por ejemplo, γ_{32} es el valor obtenido utilizando la distancia entre los puntos de cota $-3-$ y $-2-$). El vector $-q-$ ya hemos comentado que contiene los pesos a utilizar para calcular la cota de un determinado punto $-p-$ y el vector $-k-$ contiene (excepto el último elemento) los valores de la función del variograma utilizando la distancia desde $-p-$ a los diferentes puntos de cota conocida.

Entonces, una vez completada la matriz y los vectores (para lo que únicamente hay que conocer los valores $-C-$, $-R-$ y las coordenadas bidimensionales de los puntos de cota y del punto $-p-$ a calcular) se obtienen los pesos a utilizar:

$$A q = k \rightarrow q = A^{-1} k$$

pesos que se pueden utilizar en la expresión utilizada para calcular la cota del punto $-p-$:

$$Z_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ip} Z_i}{\sum_{i=1}^n p_{ip}} = \sum_{i=1}^n p_{ip} Z_i \quad \text{ya que} \quad \sum_{i=1}^n p_{ip} = 1$$

La única dificultad que puede surgir es al invertir la matriz $-A-$, en principio, $-A-$ es siempre invertible (si se utilizan las funciones modelo recomendadas y los valores de $-C-$ y $-R-$ son lógicos), sin embargo, como $-\gamma_{ii}-$ vale frecuentemente $-0-$, $-A-$ tiene la diagonal principal nula y esto genera problemas en varios algoritmos de inversión matricial. Una posible solución es multiplicar cada término de la expresión por $-A-$ ²⁴:

$$\begin{aligned} A q &= k \\ A A q &= A k \\ q &= (A A)^{-1} A k \end{aligned}$$

La matriz $-A A-$ no da problemas de inversión.

Una última reseña, la expresión que calcula Z_p se puede poner en forma matricial:

$$Z_p = \sum_{i=1}^n p_{ip} Z_i = \begin{pmatrix} p_{1p} & p_{2p} & \dots & p_{np} & \lambda \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \dots \\ Z_n \\ 0 \end{pmatrix} = q^T z = k^T A(AA)^{-1} z$$

de toda esta expresión $-A(AA)^{-1}z-$ es constante para todos los puntos a los que les quiera dar cota, por lo que sólo habrá de calcularse una vez.

Aún así, es posible que haya puntos problemáticos que impidan realizar correctamente la inversión, deberán ir suprimiéndose según se detecten problemas de cálculo.

Como todos los problemas matriciales, el tiempo de cálculo necesario y los problemas de redondeo pueden hacer inviable intentar resolverlos cuando el tamaño de las matrices es muy grande. Para paliar, en parte, este problema se puede dividir la superficie a mallar. Esto conlleva que las diferentes zonas no casan perfectamente, para mejorar el resultado se pueden igualar los bordes internos, por ejemplo, haciendo que los puntos límite entre las zonas se unan mediante polinomios de grado dos o tres.

²⁴ nótese que $-A-$ es simétrica.

3.2.- Generación de mallas verticales

Para la generación de mallas verticales se pueden hacer de dos formas diferentes: bien con los programas de mallado horizontal explicados anteriormente, es decir, abatiendo los planos y colocando un SCP paralelo a ellos, o bien mediante una de las opciones de las que dispone AutoCad.

De esta última forma, la edición de las mallas resulta mucho más rápida y se ajusta en mayor medida a las superficies.

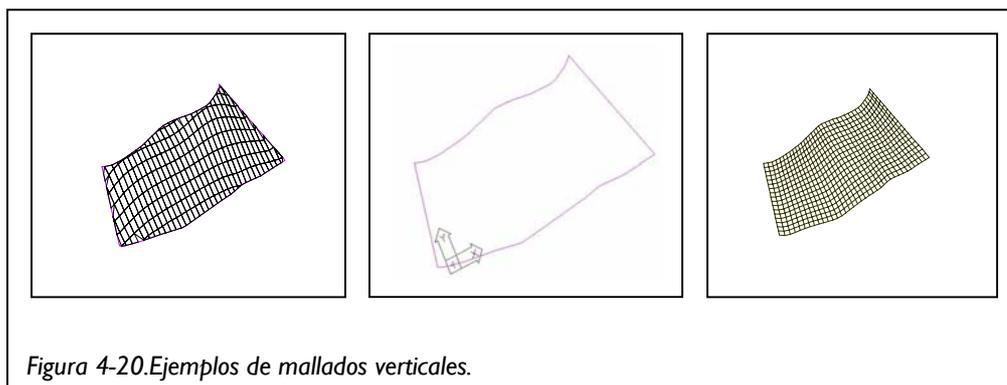
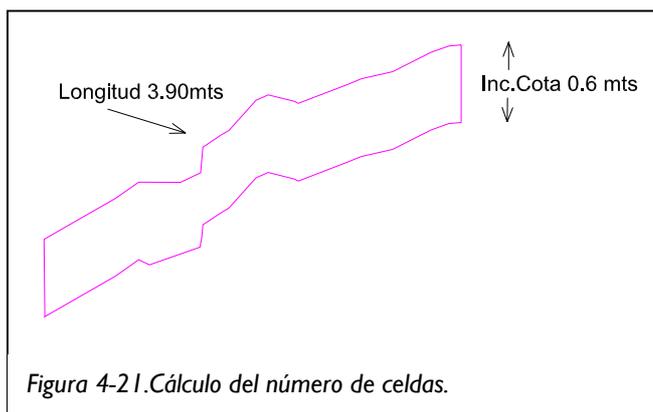


Figura 4-20. Ejemplos de mallados verticales.

- En la primera figura las mallas de la pared vertical se han hecho proyectándolas sobre una superficie horizontal. Al ser el espacio horizontal muy pequeño para la gran diferencia de cota que hay, al dibujar las mallas aparecen estiradas
- La segunda figura sigue el mismo método que la anterior, con la diferencia de que en este caso el SCP está paralelo a la superficie. El resultado es correcto, pero requiere un mayor proceso de edición.
- La tercera y última figura se corresponde con mallas hechas directamente con una opción que proporciona el programa AutoCad. El aspecto es muy similar al que se obtendría en el segundo caso, pero el proceso de edición en este caso es prácticamente inexistente. El inconveniente de este método es que no tienen en cuenta los puntos interiores.

El proceso de mallado vertical según programas de dibujo asistido por ordenador, se basa en dividir la zona a mallar en cuatro polilíneas unidas dos a dos. Se tratará de conocer cuántas celdas tendremos para la dimensión vertical y cuántas para la horizontal. Estos datos son necesarios porque en AutoCad es necesario rellenar el valor de dos variables: *surftab1* y *surftab2*, que se corresponden con el número de celdas horizontales y verticales respectivamente. Para esto bastará con saber el tamaño de malla que se desea, la longitud y la diferencia de cotas de la superficie a mallar.



En el ejemplo de la figura suponiendo una malla de 5 centímetros de lado, el valor de surftab1 será 78 (3,90 mts x 20 mallas por metro) y el de surftab2 será de 12 (0,6 mts. x 20 mallas por metro)

Una vez introducido en AutoCad los valores de estas variables, la orden será:

Dibujo > Superficies>Superficie definida por lados

Aquí se irá señalando una por una y en orden las cuatro líneas en las que se ha dividido la zona a mallar. El resultado es un bloque que se adapta perfectamente a la superficie.

3.3- Casos especiales

Hay un caso especial de generación de mallas, que realmente se podría incluir más como edición que como generación de las mismas. Se trata de elementos en los que se combinan varios métodos.

El caso más claro se produce cuando se trata de mallar una piedra que no esté en un alzado. En esta circunstancia el aspecto final de la piedra puede ser de varias formas:

- La superficie horizontal de la piedra se puede mallar, o puede ser una 3dcara.
- La superficie vertical de la piedra puede ser una malla, una pcara o una extrusión.

Esta variedad se puede aplicar debido a que se trata de un elemento de dimensiones pequeñas. En el caso de un elemento con mucha diferencia de cota, el hacer una extrusión no reflejaría la realidad del objeto.

Cuando la piedra se encuentra en un alzado, siempre aparecerá como una 3dcara.

Para las opciones de convertir una polilínea en 3d cara y viceversa, una 3dcara en polilínea, se han utilizado los programas elaborados también en el laboratorio.

4.- Otros procesos complementarios

Además del mallado propiamente dicho, el proceso de realizar el modelizado de una zona, requiere otras actuaciones.

Una vez dibujadas las teselas, será necesario unir los mallados horizontales con los verticales, de forma que se consiga el propósito inicial, que era el de obtener un aspecto evocador de la realidad.

5.- Conclusiones y consideraciones

En resumen, algunas de las diferencias entra los programas empleados son:

Programas 1997

- Programas utilizados: QB y AutoLisp.
- Realiza las mallas zona por zona → Más fácil de editar.
- Los contornos deben de ser cerrados.
- No se adapta del todo bien a los contornos.

Programas 2000

- Programas utilizados: Tcl.
- Realiza todas las mallas de una vez → Más difícil de editar debido a la gran cantidad de información que se genera de una sola vez.
- Detecta enclaves y los contornos no han de estar cerrados.
- Se adapta bien a los contornos, pero repite celdas.

Anexo 5. Modelos virtuales VRML

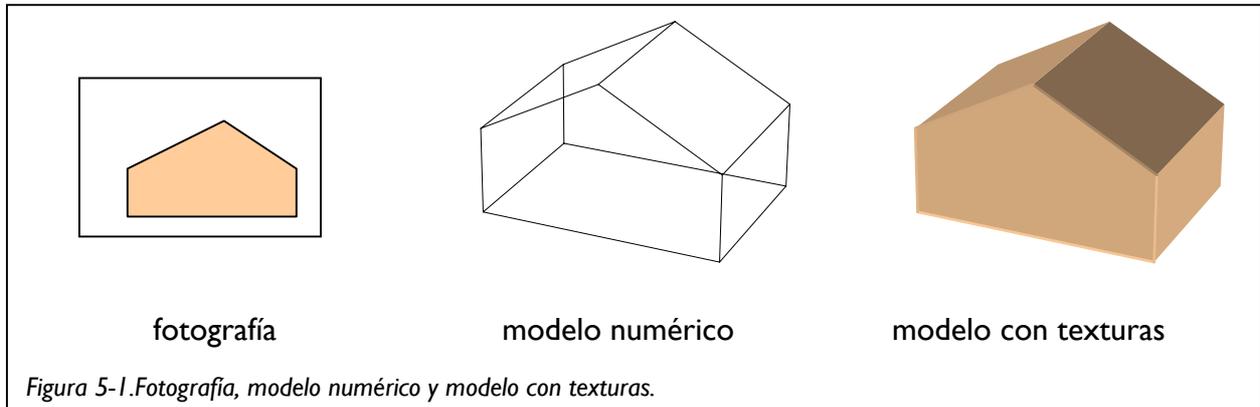
La información que se presenta a continuación corresponde a un extracto del procedimiento PR-07 (agosto 2002) del Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio en el que se describe la aplicación informática que se ha utilizado en la confección de los modelos virtuales.

De dicho procedimiento, se incluyen los dos primeros apartados, es decir, la introducción donde se comenta cómo se aborda la confección de éstos y la formulación matemática que conlleva esta propuesta metodológica.

El procedimiento completo puede descargarse desde la página web del Laboratorio.

1.- Introducción

Se trata de una versión preliminar de un programa de modelado fotogramétrico, su objetivo es reconstruir un elemento tridimensional a partir de fotografías, recortando porciones de imagen y ajustándolas a sus coordenadas tridimensionales. Esto, unido a un visor de escenas tridimensionales permite presentar modelos muy evocadores de los elementos a representar.



Actualmente, existen en el mercado varios programas comerciales que realizan estas operaciones y los resultados obtenibles son, por regla general, bastante satisfactorios, sin embargo, existen ciertas aplicaciones para las cuales no son del todo adecuados. Estos programas suelen encuadrarse en alguna de estas dos categorías:

- **Rectificación:** se basan en la transformación proyectiva bidimensional y, por lo tanto calculan la relación entre las coordenadas imagen (2D) y las coordenadas XY en un plano que corresponde al terreno. Son adecuados para rectificar fachadas aisladas o perspectivas de suelos, pero no sirven para elementos completos y es muy complicado unir las diferentes rectificaciones para formar un objeto tridimensional. Por otro lado, al utilizar un modelo matemático (la transformación proyectiva) independiente, en principio, de la geometría de la cámara, puede utilizarse con cámaras no métricas.
- **Fotogrametría monoscópica:** se basan en las relaciones de colinealidad y ajuste de haces, permiten trabajar directamente en el espacio 3D del objeto por lo que se pueden obtener reconstrucciones realistas, según los modelos matemáticos que lleve implementado el programa, puede hasta no ser necesario incorporar puntos de apoyo (modelos sin escala). Este enfoque necesita, sin embargo, que la geometría interna de la cámara sea conocida para cada toma si se quieren obtener buenos resultados.

La posibilidad de trabajar en coordenadas 3D reales (en el sistema objeto) es muy interesante en representaciones arquitectónicas ya que las colecciones de alzados, siendo imprescindibles para el estudio de detalle, no permiten recrear fácilmente el aspecto general del edificio.

En realidad, cualquier sistema orientado a fotogrametría arquitectónica debería poder trabajar con este tipo de sistema de coordenadas (ejes con cualquier orientación respecto a la toma y posibilidad de enlazar todas la tomas del trabajo en el sistema 3D objeto además de permitir los sistemas de coordenadas locales que sean más adecuados a cada fotografía y las relaciones entre ellos) aunque, en la actualidad, siguen siendo la excepción y lo más frecuente es tener que introducir los datos en “caso normal” como si se tratase de fotografía aérea.

Por otro lado, es enormemente productivo, poder utilizar fotografía convencional evitando recurrir a cámaras métricas. Las cámaras digitales obtienen ya imágenes de gran resolución, pero los continuos ajuste de zoom y enfoque impiden su utilización con los modelo matemáticos que consideran conocida la geometría interna de las tomas.

El enfoque que se ha considerado para este programa es suponer que el objeto a representar puede dividirse en un conjunto de planos. Entre estos planos y las coordenadas imagen de las fotografías se pueden establecer transformaciones proyectivas y, una vez calculados los parámetros correspondientes, los dibujos sobre las fotografías pueden situarse en el espacio tridimensional.

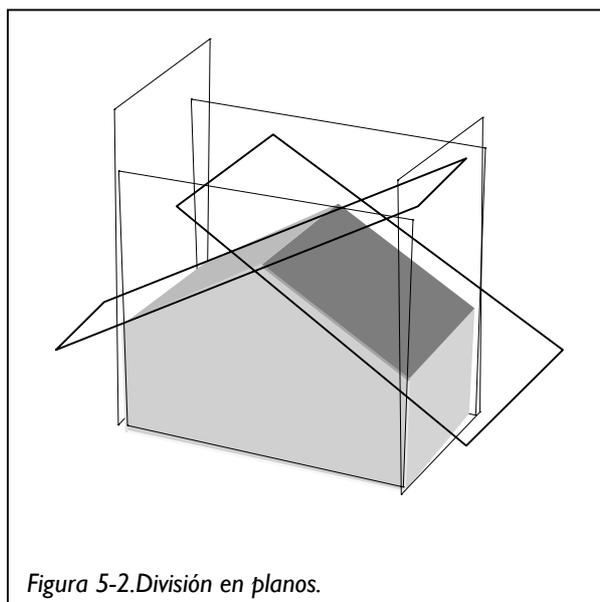


Figura 5-2. División en planos.

Como las transformaciones proyectivas se van calculando para cada plano se puede cubrir todo el objeto manteniendo la independencia de los parámetros internos de la cámara en el momento de la toma.

Sobre las fotografías se define el perímetro de una parte del objeto (que esté contenida en el plano definido por la transformación proyectiva). El programa rectifica la porción de fotografía utilizando los parámetros de la proyección y genera dos archivos: el primero contiene la textura, es decir, la porción de imagen rectificada (formato .jpeg) y el segundo la información espacial, es decir, la situación de esa textura en el espacio (extensión .ele).

Existe un segundo módulo del programa que genera una escena tridimensional a partir de un conjunto de elementos seleccionado por el usuario, en realidad, este módulo sólo convierte la información de los archivos .ele a formato VRML (Virtual Reality Model Language, extensión .wrl), la escribe en un único fichero y agrupa todos los ficheros de textura en el mismo directorio del archivo generado.

Los archivos VRML son ASCII, por lo que pueden editarse; además es un estándar y las escenas pueden visualizarse en cualquier navegador de internet sin más que instalar el correspondiente visor, la mayoría de los cuales son gratuitos. A continuación se presenta una lista con algunas direcciones en las que encontrar visores gratuitos:

- Cortona: <http://www.parallelgraphics.com>
- Cosmo: <http://karmanaut.com/cosmo/player>
- Atmosphere: <http://www.adobe.com>
- FreeWRL (Linux): <http://www.crc.ca/FreeWRL>

2.- Resumen del proceso de cálculo

A partir de una serie de coordenadas tridimensionales (en el objeto):

$$1, 2, 3, 4, \dots, n \rightarrow (X_1, Y_1, Z_1), (X_2, Y_2, Z_2), (X_3, Y_3, Z_3), (X_4, Y_4, Z_4), \dots, (X_n, Y_n, Z_n)$$

se calcula el plano medio; un plano en el espacio se representa por:

$$AX + BY + CZ + D = 0$$

siendo (A, B, C, y D) los parámetros a calcular, la resolución por mínimos cuadrados proporciona la siguiente expresión homogénea:

$$\begin{cases} A \sum X^2 + B \sum XY + C \sum XZ + D \sum X = 0 \\ A \sum XY + B \sum Y^2 + C \sum YZ + D \sum Y = 0 \\ A \sum XZ + B \sum YZ + C \sum Z^2 + D \sum Z = 0 \\ A \sum X + B \sum Y + C \sum Z + nD = 0 \end{cases}$$

El número de puntos mínimo será de cuatro, aunque sólo se necesitan tres para definir el plano, es necesario un cuarto para la transformación proyectiva posterior, además, disponer de este cuarto punto permite conocer la precisión del ajuste de los puntos al plano.

De estas cuatro relaciones sobra, por lo menos una, ya que si se multiplican A, B, C y D por una constante el plano resultante es el mismo, por lo tanto, uno de estos cuatro parámetros puede igualarse a la unidad (o a cualquier otro valor) y resolver el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas (si se fija un valor, la ecuación correspondiente, que proviene de un diferencial, se elimina). El problema es que determinados planos tienen alguno de sus parámetros igual a cero y, si se iguala ese parámetro a la unidad, la resolución falla.

Por ejemplo, que D sea igual a cero, significa que el plano pasa por el origen, esta es una situación que, eligiendo correctamente el sistema de referencia y en objetos de geometría sencilla no tiene por qué darse, pero cuando el objeto se complica (gran cantidad de planos en cualquier orientación) no hay garantías de que no vaya a suceder.

Si C es igual a cero, significa que el plano es perpendicular al plano -XY-, esta situación es relativamente frecuente si se elige un sistema de coordenadas objeto -XY- plano horizontal y -Z- vertical: todas las fachadas tendrán valores de C próximos a cero.

Por último, que A o B sean cero significa que son planos perpendiculares a los planos -XZ- e -YZ- respectivamente.

Cuando dos de los parámetros (A, B, C) son iguales a cero, estamos ante un plano paralelo a uno de los planos coordenados.

Como no es posible saber qué tipo de plano vamos a tener y con el fin de disponer de un algoritmo lo más universal posible se resuelve el sistema de dos formas independientes: con $A=1$ y con $B=1$ y se elige la mejor entre ambas (o, en su caso, la que no dé problemas de cálculo), por mejor solución se considera la que ofrezca menores residuos en el ajuste. Los únicos planos que fallan en las dos suposiciones son los que cumplen que $A=B=0$, es decir, planos paralelos a $-XY$ - como el suelo, suponemos que no se fotografían este tipo de planos.

Para $A=1$ tenemos:

$$\begin{pmatrix} \sum Y^2 & \sum YZ & \sum Y \\ \sum YZ & \sum Z^2 & \sum Z \\ \sum Y & \sum Z & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum XY \\ -\sum XZ \\ -\sum X \end{pmatrix}$$

y para $B=1$:

$$\begin{pmatrix} \sum X^2 & \sum XZ & \sum X \\ \sum XZ & \sum Z^2 & \sum Z \\ \sum X & \sum Z & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum XY \\ -\sum YZ \\ -\sum Y \end{pmatrix}$$

Se calculan, a continuación, la proyección de los puntos sobre este plano medio según:

$$\begin{cases} X'_i = X_i - d \cdot A \\ Y'_i = Y_i - d \cdot B \\ Z'_i = Z_i - d \cdot C \end{cases} ; d = \frac{AX_i + BY_i + CZ_i + D}{A^2 + B^2 + C^2}$$

Este plano se rota en el espacio para convertirlo en otro con $Z=cte$ (así sólo quedan coordenadas $-XY$ - que son las que se relacionarán los las $-xy$ - de la fotografía en la transformación proyectiva):

$$\begin{pmatrix} X''_i \\ Y''_i \\ Z''_i = cte \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \chi & \operatorname{sen} \chi & 0 \\ -\cos \omega \operatorname{sen} \chi & \cos \omega \cos \chi & \operatorname{sen} \omega \\ \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \chi & -\operatorname{sen} \omega \cos \chi & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{pmatrix}$$

siendo:

$$\begin{cases} \chi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a}{b}\right) \\ \omega = \pm \operatorname{ar} \cos(c) \end{cases}$$

y (a,b,c) los cosenos directores de la recta normal al plano, que se obtienen según:

$$\begin{cases} a = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ b = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ c = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \end{cases}$$

Como el valor de Z'' es igual para todas las coordenadas, se les puede restar quedando el plano coincidente con $-XY-$ (esto es interesante a la hora de generar el elemento VRML).

Las coordenadas X'', Y'' pueden relacionarse con las $-xy-$ de la fotografía a través de la transformación proyectiva:

$$\begin{cases} x = \frac{a_1 X'' + a_2 Y'' + a_3}{c_1 X'' + c_2 Y'' + 1} \\ y = \frac{b_1 X'' + b_2 Y'' + b_3}{c_1 X'' + c_2 Y'' + 1} \end{cases}$$

que, en forma matricial, se expresa:

$$\begin{pmatrix} X'' & Y'' & 1 & 0 & 0 & 0 & -xX'' & -xY'' \\ 0 & 0 & 0 & X'' & Y'' & 1 & -yX'' & -yY'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

A partir de cuatro puntos, puede resolverse este sistema, si se dispone de más puntos incluso, por mínimos cuadrados. Con estos ocho coeficientes se completa el paso de coordenadas $-XYZ-$ objeto a $-xy-$ fotografía.

Para recorrer el camino en sentido contrario, de $-xy-$ fotografía a $-XYZ-$ objeto, sólo hay que calcular los parámetros de la transformación proyectiva inversa:

$$\begin{pmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 & -xX'' & -yX'' \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 & -xY'' & -yY'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \\ b'_1 \\ b'_2 \\ b'_3 \\ c'_1 \\ c'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'' \\ Y'' \end{pmatrix}$$

y realizar el paso de (X'', Y'', Z'') a (X', Y', Z') a través de la matriz transpuesta (la rotación es ortogonal) poniendo como valor en Z' la separación al plano $-XY-$ ya calculada.

$$\begin{pmatrix} \cos \chi & -\cos \omega \operatorname{sen} \chi & \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \chi \\ \operatorname{sen} \chi & \cos \omega \cos \chi & -\operatorname{sen} \omega \cos \chi \\ 0 & \operatorname{sen} \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i'' \\ Y_i'' \\ Z_i'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i' \\ Y_i' \\ Z_i' \end{pmatrix}$$

Estos valores (X', Y', Z') son los que se consideran ya en el objeto, puesto que se partía de que la separación al plano medio era pequeña.

Anexo 6. Estudio de deformaciones de la estructura de pilares

INDICE

1. Introducción.
2. Planificación.
3. Primera época (Mayo-Agosto 2001).
4. Segunda época (Febrero 2003).
5. Cálculo de desplazamientos.
6. Conclusiones

1.- Introducción

En mayo de 2001, dentro del conjunto de trabajos métricos relacionados con la restauración de la Catedral y como complemento a otra serie de estudios como la red de seguimiento permanente de deformaciones, se vio el interés de utilizar métodos topográficos para analizar la posible deformación que se pudiera producir en la estructura de pilares de la nave durante la excavación de esta zona.

Los objetivos que se plantearon en ese momento fueron:

- Estudiar las deformaciones en los pilares dentro de las precisiones del material disponible y comparar los resultados con los proporcionados por la red de seguimiento permanente (mantenida por la empresa LABEIN).
- Definir y probar la metodología de control de deformaciones, incluyendo el desarrollo de las herramientas informáticas adecuadas.

La forma de abordar este proyecto consiste en medir las coordenadas de una serie de puntos en dos épocas, una anterior y otra posterior a la excavación. Comparando los valores de las coordenadas se podrá determinar el desplazamiento.

La medida de coordenadas se realizarán mediante intersección directa angular que, aunque no es el método más preciso, sí que es el más robusto, es decir, que permite refinar las medidas eliminando la práctica totalidad de los sistematismos, obteniendo así, observaciones de gran calidad. En cuanto al método de cálculo: al disponer de información redundante, se ajustará minimizando el cuadrado de los residuos¹ lo que permite no sólo obtener las mejores soluciones desde un punto de vista estadístico² sino también, y lo que es más importante, disponer de información respecto a la precisión de los valores numéricos obtenidos.

La idea de realizar este estudio surgió del propio Laboratorio y se ha ejecutado con recursos propios, lo que ha obligado a ceñirse a la disponibilidad que, en cada momento, ha habido de personal y material, no siendo, en algunos casos, las más idóneas para el trabajo propuesto. A este respecto, hay que tener en cuenta que no se está utilizando instrumental especialmente diseñado para control de deformaciones. Los resultados que aquí se obtengan no serán significativos por sí mismos (los desplazamientos que se puedan llegar a detectar) sino que revelarán la necesidad o no de un estudio métrico detallado.

Por último hay que aclarar que lo único que se está comprobando es la estabilidad de la red topográfica que, se supone, solidaria a la estructura de pilares, pero los desplazamientos detectados pueden deberse igualmente a desprendimientos o movimientos de las señales sin que tengan por que estar relacionados con movimientos de los pilares sobre los que están situadas.

¹ Método de Mínimos Cuadrados.

² El método de mínimos cuadrados obtiene la “mejor estimación lineal insesgada” y es, por definición, solución de varianza mínima.

2.- Planificación

A continuación se describen tres aspectos de la planificación: la toma de datos, la planificación temporal y el presupuesto.

Toma de datos

Para la toma de datos se utilizó el material disponible en el Laboratorio, teniendo en cuenta que el resto de proyectos tenían prioridad en su uso.

El siguiente croquis muestra la distribución de las columnas de la nave de la Catedral tal como estaba antes de la excavación de la misma (Zona 22). Se incluye también el identificador de cada pilar (E1, G2, ...).

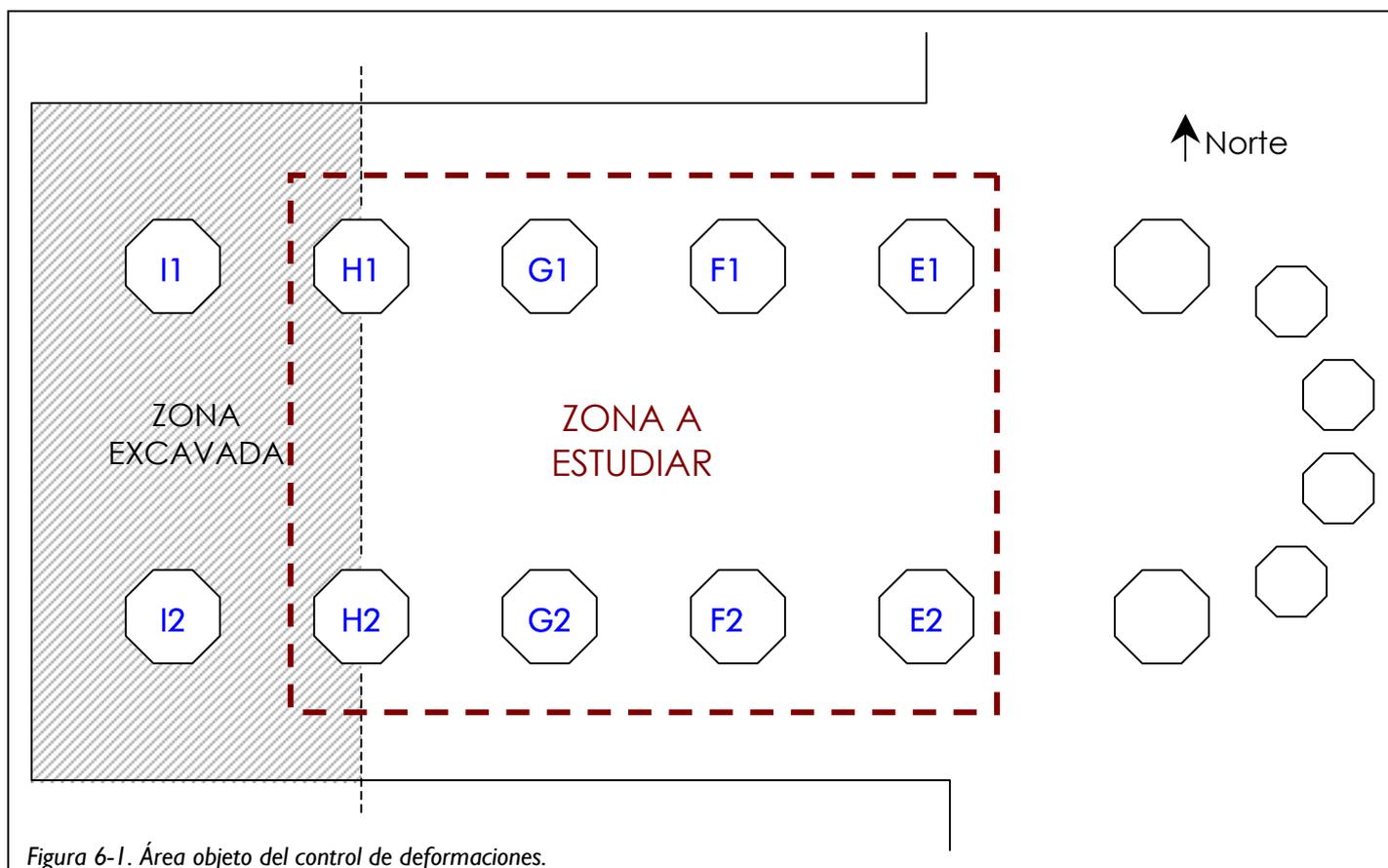
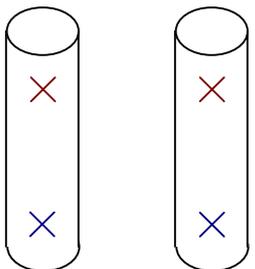
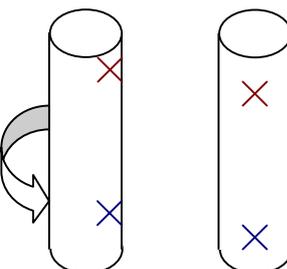
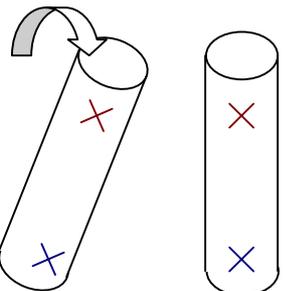
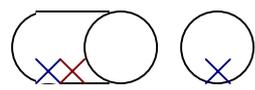


Figura 6-1. Área objeto del control de deformaciones.

Como ya se ha comentado, con la excavación, era posible que la, ya de por sí deteriorada estructura, sufriera deformaciones, que es lo que se pretendía cuantificar. Se consideró que un buen objeto de estudio podrían ser las ocho columnas de la nave que se marcan en el croquis anterior ya que presentaban deformaciones notables.

Las deformaciones que esperábamos no son sólo desplazamientos planimétricos entre las columnas, también que las columnas individualmente y debido a asentamientos o socavación roten sobre su propio eje o cabeceen. Estos desplazamientos, que producen movimientos tridimensionales de las columnas, pueden estudiarse sólo en planimetría (lo cual es más adecuado para los métodos que vamos a utilizar) situando dos señales por columna a diferente altura.

Tabla 6-1.- Efecto de los desplazamientos previsibles sobre las coordenadas de las señales

	situación normal	rotación	cabeceo
Alzado			
Planta	 Las señales rojas coinciden con las azules	 Las señales rojas coinciden con las azules	 La señal roja de la columna derecha coincide con la azul

En los gráficos anteriores se presentan dos columnas, vemos que la rotación produce una variación en el vector entre las marcas de ambas columnas mientras que el cabeceo produce una variación entre las marcas de la misma columna. También se aprecia que esta disposición no permite detectar asentamientos.

Dadas las características de los desplazamientos que pretendíamos detectar, se consideró que situar más de dos señales por columna no añadía información de interés.

Por lo tanto, el número de señales para controlar los ocho pilares fue de dieciséis (marcadas en azul en el croquis siguiente, situadas en las columnas a observar, cada marca indica dos señales situadas a diferentes alturas). A esto hay que añadir una serie de señales de referencia que debían ubicarse en el exterior de la zona deformable y respecto a las cuales se medirían los desplazamientos (marcadas en verde), para estas señales se eligieron las paredes exteriores aunque tampoco había garantías de que estas paredes fuesen más estables que la zona a estudiar.

Finalmente se planificaron la estaciones desde las que se realizarían las medidas (en rojo), en un primer momento se consideró un número de seis, dispuestas según el siguiente esquema:

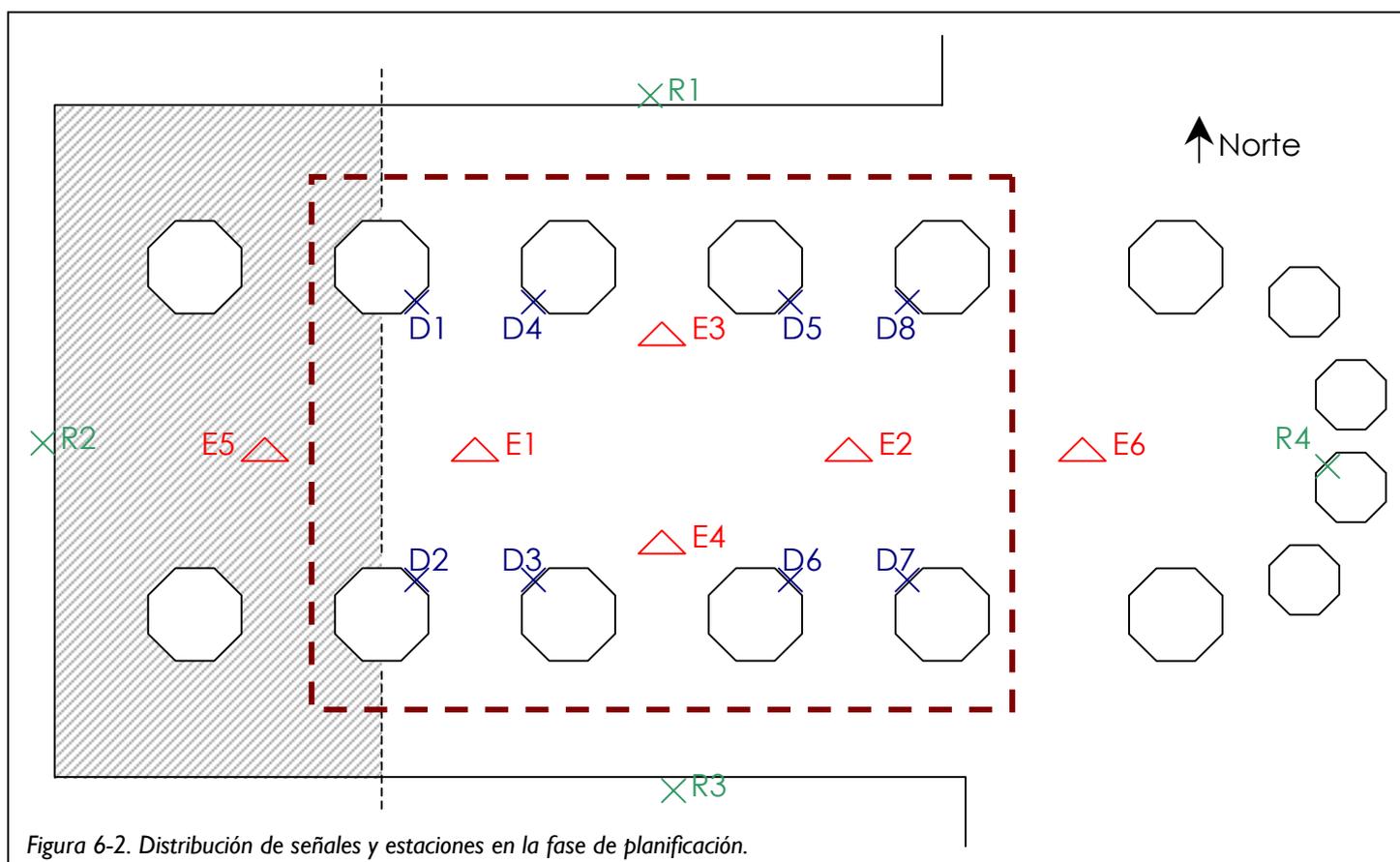


Figura 6-2. Distribución de señales y estaciones en la fase de planificación.

Con esta configuración, la relación de visuales posibles quedaba de la siguiente forma:

Tabla 6-2.- Relación de visuales previstas

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Tot	R1	R2	R3	R4
E1	X	X	X	X	-	-	X	X	6	X	X	X	X
E2	X	X	-	-	X	X	X	X	6	X	X	X	X
E3	X	X	X	-	-	X	X	X	6	X	X	X	X
E4	X	X	-	X	X	-	X	X	6	X	X	X	X
E5	-	-	X	X	-	-	X	X	4	X	X	X	X
E6	X	X	-	-	X	X	-	-	4	X	X	X	X
Tot	5	5	3	3	3	3	5	5					

Es decir, que los puntos se ven desde un mínimo de tres estaciones y un máximo de cinco. Estos valores no son completamente satisfactorios, pero la disposición de la estructura a controlar, tampoco hace posible añadir nuevas estaciones que aporten información significativa.

Como señales de puntería y de referencia se utilizaron las que forman la red de apoyo topográfico en el interior de la Catedral (escuadras de aluminio sujetas con silicona), densificándose donde era necesario. Había que tener en cuenta que, como se iba a consolidar la estructura, era posible que se perdiese alguna de estas señales, imposibilitando el estudio sobre parte de la zona de análisis.

En lo que respecta al método de observación, y según se ha comentado, se consideró que un estudio de desplazamientos horizontales era suficiente para determinar valores de deformación.

Las condiciones para efectuar las mediciones fueron bastante desfavorables, ya que como se ha indicado el material disponible no es el adecuado para estudios de control de deformaciones (no es suficientemente preciso), por otro lado, tampoco era posible la construcción de señales adosadas, pilares de estacionamiento, . . . Todo esto obligó a recurrir a estacionamientos libres sobre trípode y a utilizar exclusivamente observaciones angulares por ser éstas las que con mayores garantías podían obtenerse.

Con el equipo disponible, estimamos que la precisión máxima con la que se podía obtener cada punto era de ≈ 5 mm (e_c). Realizando un estudio de errores muy superficial, tenemos:

Una expresión para el error máximo en la intersección directa (que es como se han calculado las coordenadas de las señales de puntería):

$$e_c = 5 l e_a$$

con - e_a - error de la observación angular y - l - distancia entre la señal y la estación, considerando el valor de 15 m para esta distancia:

$$e_a = \frac{e_c}{5 \times l} = \frac{0,005}{5 \times 15} = 0,00006666 \text{ rad} \approx 40''$$

Valor asequible con el equipo disponible. De todas formas, se observaron ángulos independientes para evitar errores sistemáticos y se procuró disponer de una redundancia de 3 ó 4 valores por cada ángulo para dar mayor fiabilidad al resultado.

El cálculo de deformaciones se obtiene de comparar los datos de dos series de observaciones (una anterior a la excavación y otra posterior). Se ajustan y calculan coordenadas de ambas series en un sistema común, se estiman los desplazamientos y errores de estas estimaciones obteniendo así si los desplazamientos detectados son significativos o no (para las precisiones de las observaciones realizadas).

Temporal

El trabajo consiste en dos observaciones separadas en el tiempo, la previsión de horas necesarias para cada una fue la siguiente:

1ª fase de observación:

- 50 h Planificación del trabajo.
- 40 h Trabajo de campo (señalización y observación).
- 100 h Oficina (proceso de datos, ajuste, conclusiones, salidas gráficas y desarrollo de programas informáticos).

2ª fase de observación:

- 15 h Revisión de la planificación.
- 40 h Trabajo de campo.
- 50 h Oficina.

Esta planificación puede variarse si los resultados obtenidos hacen interesante continuar con el estudio y realizar nuevas fases de observación.

Económico

Es un trabajo sin presupuesto asignado que ha sido financiado a cargo del Laboratorio de Documentación Geométrica del Patrimonio.

3.- Primera época (Mayo-Agosto 2001)

Respecto al esquema original de 6 observaciones, sólo se pudieron efectuar 4. En el siguiente esquema aparecen representadas, también las señales de puntería utilizadas con su numeración, en los pilares existen dos, una situada a poca distancia del suelo y otra a unos 5 metros respecto a éste (estas son las que llevan numeración a partir de 30).

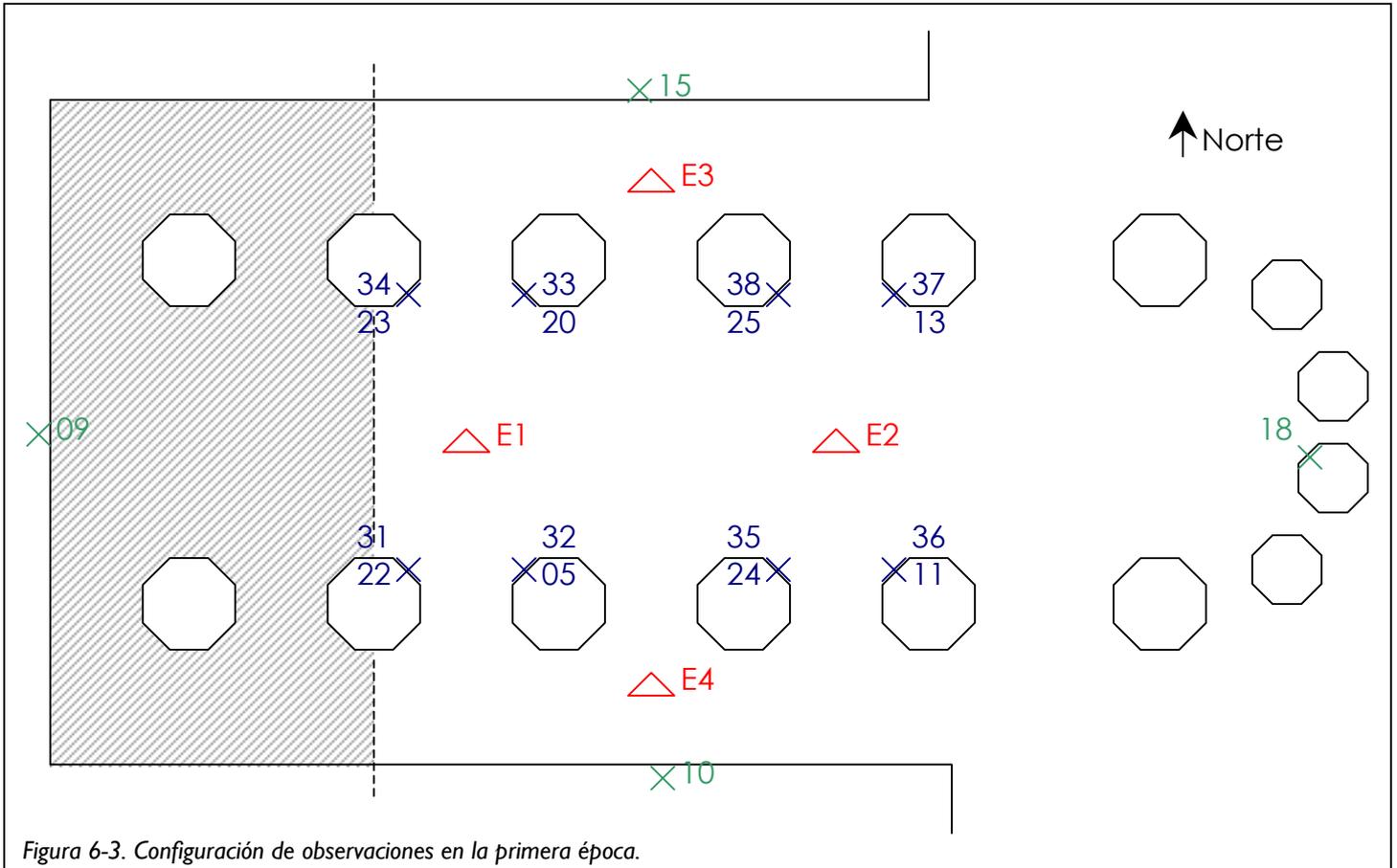


Figura 6-3. Configuración de observaciones en la primera época.

Además la separación temporal de las observaciones fue de más de cuatro meses (mayo a agosto de 2001) desde que se observó E1 hasta E4, esta separación tampoco es muy aconsejable y resta coherencia al resultado final ya que estas medidas no representan exactamente la situación de la estructura en un momento preciso.

En realidad, este estudio se había prácticamente abandonado ya que estas primeras observaciones no parecían muy satisfactorias y además existía un convencimiento de que la estructura estaba totalmente estabilizada. Por otro lado, se había construido una estructura metálica a 4 metros sobre el suelo (pasarela) que dificultaba las visuales a las dianas superiores para la segunda época.

Sin embargo, en septiembre de 2002, cuando la excavación ya había sacado toda la zapata de algunos pilares, se comprobó que eran de una calidad bastante mala (en comparación con los que se habían descubierto en excavaciones anteriores). Esto unido a informaciones del centro de seguimiento permanente (un movimiento de 7 mm que se recuperó a los pocos días) preocupaba a los arquitectos y aparejadores que controlaban el desarrollo de la obra.

Ante esta situación, se pensó que podría ser conveniente recuperar las medidas realizadas en su momento, calcularlas y compararlas con un nuevo conjunto de medidas actuales que habría que planificar y realizar (ya que al construir la pasarela y estar excavado el suelo, había que volver a analizar los posibles puntos de estacionamiento).

En primer lugar había que recuperar las medidas de la primera época y realizar un cálculo preliminar para estimar las precisiones esperables en este trabajo.

La estructura de los ficheros de observaciones es la siguiente³:

I12	E1-15	17.7299	95.3144	9.663	1.632	0.000
I12	E1-09	299.4848	95.9053	14.412	1.632	0.000
I12	E1-10	152.0147	96.6423	13.297	1.632	0.000
I12	E1-18	103.2457	96.0602	28.738	1.632	0.000
I12	E1-11	118.8732	94.9354	15.304	1.632	0.000
I12	E1-13	82.7706	94.9799	15.076	1.632	0.000
.....						
.....						
I12	D-001	17.7332	95.3170	9.663	1.632	0.000
I12	D-002	299.4838	95.9063	14.412	1.632	0.000
I12	D-003	152.0109	96.6442	13.299	1.632	0.000
I12	D-004	299.4844	95.9033	14.412	1.632	0.000
I12	D-005	103.2448	96.0643	28.738	1.632	0.000
.....						
.....						
I12	I-001	217.7327	304.6814	9.663	1.632	0.000
I12	I-002	99.4840	304.0925	14.412	1.632	0.000
I12	I-003	352.0146	303.3522	13.299	1.632	0.000

La primera columna es un identificador de estación, la segunda indica el punto visado, lectura horizontal⁴, vertical, distancia reducida, altura del instrumento y de la mira (cero esta última pues las lecturas se hacían con el láser directamente sobre la marca). En cuanto al punto visado, existen un primer grupo con el nombre de la estación y del punto visado, después se realizan varios conjuntos de lecturas en círculo directo e inverso (el programa coge la primera lectura E1-15 → LH = 17,7299 y asigna todos los -D- e -I- al punto correspondiente por proximidad al valor numérico, por ejemplo D-I → LH = 17,7332 ó I-I → LH = 217,7327, también se utiliza la lectura vertical para diferenciar las lecturas a las dos dianas situadas en la misma columna).

El método de observación es de ángulos independientes y se realizan varias series utilizando como referencia cada una de las estaciones exteriores. Con esta

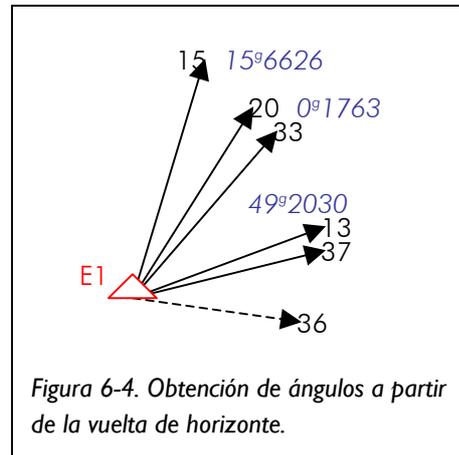
³ En los listados de ordenador, representados en letra *courier*, el separador decimal es el punto.

⁴ Las unidades angulares son grados centesimales (400 grados en 2π radianes), las unidades lineales son metros.

información se calcula la vuelta de horizonte de cada estación mediante un ajuste por mínimos cuadrados.

El resultado de cada ajuste de estación es un listado en cuya primera línea se incluyen las coordenadas planimétricas (aproximadas) de la estación desde la que se han realizado las medidas y a continuación los valores angulares entre cada dos visuales siguiendo la vuelta de horizonte.

```
# 111.473 100.239
20 15 15.6626
33 20 0.17630
13 33 49.2030
37 13 0.1419
36 37 35.95055
11 36 0.0114
10 11 33.1336
32 10 16.2418
05 32 0.1648
31 05 62.2053
22 31 0.0492
09 22 68.8076
34 09 64.7866
23 34 0.8663
15 23 52.5910
```



Para el ajuste conjunto de todas las estaciones, se parte de un fichero con las coordenadas aproximadas de las señales:

Señal	Coord.X	Coord.Y	Coord.Z
=====	=====	=====	=====
05	113.945	95.670	101.411
09	97.062	100.123	101.643
10	120.573	90.544	101.417
11	126.109	95.769	101.935
13	126.000	104.270	101.906
15	114.129	109.530	101.427
18	140.173	98.775	102.496
20	113.797	104.256	101.377
22	109.137	95.771	101.368
23	108.960	104.360	101.424
24	120.909	95.636	101.397
25	120.825	104.366	101.357
31	109.149	95.784	104.884
32	113.961	95.673	104.972
33	113.781	104.201	104.909
34	108.913	104.313	104.935
35	120.955	95.631	104.899
36	126.144	95.761	105.196
37	126.080	104.257	105.107
38	120.895	104.323	104.953

Se realizó un ajuste preliminar de las observaciones de esta primera época, desafortunadamente hubo que eliminar los puntos 35 y 38 (puntos superiores de las columnas F1 y F2) ya que sólo se habían podido leer desde E2. Tampoco se utilizó la vuelta de horizonte que se realizó desde E1 con referencia a I8 ya que ese vértice no vuelve a aparecer en ninguna otra estación.

Las coordenadas de este primer ajuste son:

Coordenadas de 36
X: 126.1232 emc: 0.0016 Y: 95.7526 emc: 0.0013
Coordenadas de 37
X: 126.0626 emc: 0.0015 Y: 104.2355 emc: 0.0012
Coordenadas de 20
X: 113.7974 emc: 0.0012 Y: 104.2410 emc: 0.0015
Coordenadas de 22
X: 109.1391 emc: 0.0014 Y: 95.7694 emc: 0.0012
Coordenadas de 05
X: 113.9428 emc: 0.0011 Y: 95.6680 emc: 0.0015
Coordenadas de 23
X: 108.9677 emc: 0.0014 Y: 104.3486 emc: 0.0013
Coordenadas de 24
X: 120.9021 emc: 0.0013 Y: 95.6381 emc: 0.0014
Coordenadas de 25
X: 120.8197 emc: 0.0009 Y: 104.3466 emc: 0.0014
Coordenadas de 09
X: 97.0789 emc: 0.0050 Y: 100.1210 emc: 0.0025
Coordenadas de 10
X: 120.5594 emc: 0.0016 Y: 90.5452 emc: 0.0012
Coordenadas de 11
X: 126.0898 emc: 0.0017 Y: 95.7596 emc: 0.0012
Coordenadas de 13
X: 125.9843 emc: 0.0014 Y: 104.2489 emc: 0.0012
Coordenadas de 31
X: 109.1508 emc: 0.0014 Y: 95.7835 emc: 0.0012
Coordenadas de 32
X: 113.9574 emc: 0.0010 Y: 95.6691 emc: 0.0015
Coordenadas de 33
X: 113.7817 emc: 0.0012 Y: 104.1882 emc: 0.0016
Coordenadas de 15
X: 114.1326 emc: 0.0016 Y: 109.5096 emc: 0.0012
Coordenadas de 34
X: 108.9188 emc: 0.0014 Y: 104.3028 emc: 0.0013

De este ajuste, lo único que hay que tener en consideración son los errores medios cuadráticos (emc) obtenidos ya que el valor numérico de las coordenadas XY es dependiente del sistema de referencia. Teniendo en cuenta que el error máximo suele ser de unas 3 veces el error medio cuadrático, y que aún se podrían obtener resultados con menores errores mejorando el sistema de referencia empleado, los errores máximos esperables son de unos pocos milímetros (≈ 5), coincidente con el valor obtenido en la planificación.

Por lo tanto, para que los desplazamientos detectados sean significativos y ya que éstos se calculan como la resta de dos valores de estas características, la magnitud del desplazamiento debe ser, cuando menos, de 1 cm.

4.- Segunda época (Febrero 2003)

Para la segunda fase, el suelo de la excavación y el sistema de apeos y pasarela impedía repetir la configuración anterior, finalmente, se utilizaron un total de cinco estaciones según el siguiente croquis. Las señales de referencia 10 y 18 no eran visibles por lo que se tuvieron que descartar (la señal 10, se eliminó del cálculo de la primera época, la número 18 no se había llegado a utilizar).

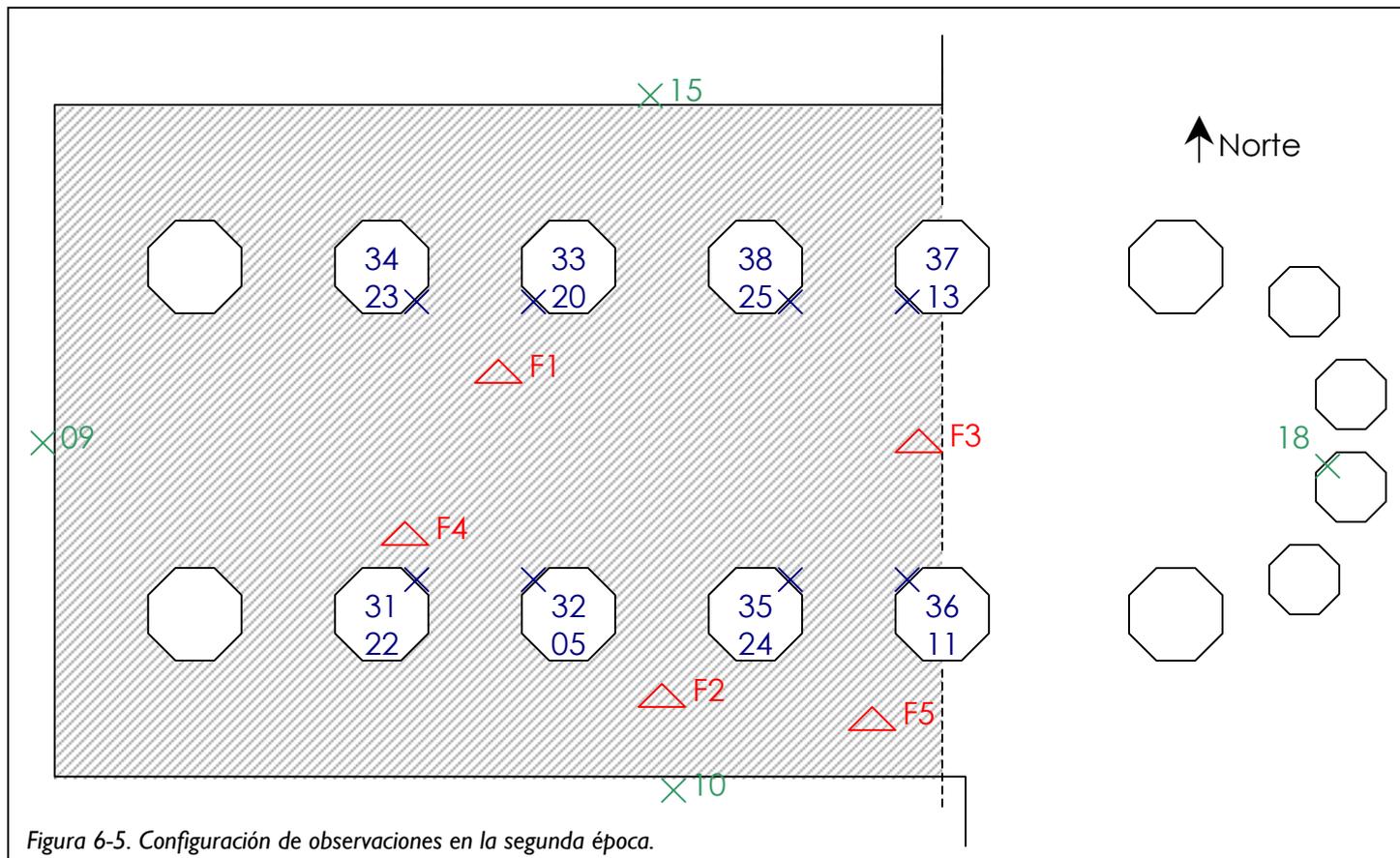


Figura 6-5. Configuración de observaciones en la segunda época.

Las observaciones se realizaron en los días 21 y 24 de febrero de 2003, cuando, finalizada la excavación se estaba empezando la consolidación de los pilares.

En esta época sí que se observaron las dieciséis dianas disponibles en los pilares, sin embargo, de las que no se cuenta con datos de la época anterior no se pueden tener valores de desplazamiento⁵ (columnas F1 y F2 en la parte superior, es decir, señales 35 y 38).

⁵ Se podrá, no obstante, realizar estudios respecto a esta segunda época si se decide realizar una tercera época de observación.

Al igual que en la época anterior, se realiza un ajuste preliminar para comprobar las precisiones de las coordenadas.

Coordenadas de 35
X: 120.9549 emc: 0.0004 Y: 95.6315 emc: 0.0004
Coordenadas de 36
X: 126.1409 emc: 0.0015 Y: 95.7594 emc: 0.0013
Coordenadas de 37
X: 126.0807 emc: 0.0010 Y: 104.2550 emc: 0.0013
Coordenadas de 20
X: 113.7971 emc: 0.0005 Y: 104.2561 emc: 0.0007
Coordenadas de 38
X: 120.8948 emc: 0.0008 Y: 104.3278 emc: 0.0025
Coordenadas de 22
X: 109.1345 emc: 0.0004 Y: 95.7742 emc: 0.0013
Coordenadas de 05
X: 113.9444 emc: 0.0007 Y: 95.6678 emc: 0.0006
Coordenadas de 23
X: 108.9610 emc: 0.0006 Y: 104.3627 emc: 0.0015
Coordenadas de 24
X: 120.9079 emc: 0.0004 Y: 95.6343 emc: 0.0004
Coordenadas de 25
X: 120.8281 emc: 0.0006 Y: 104.3692 emc: 0.0021
Coordenadas de 09
X: 97.0525 emc: 0.0080 Y: 100.1304 emc: 0.0022
Coordenadas de 11
X: 126.1076 emc: 0.0015 Y: 95.7656 emc: 0.0012
Coordenadas de 13
X: 126.0001 emc: 0.0010 Y: 104.2676 emc: 0.0014
Coordenadas de 31
X: 109.1444 emc: 0.0004 Y: 95.7874 emc: 0.0013
Coordenadas de 32
X: 113.9591 emc: 0.0006 Y: 95.6710 emc: 0.0005
Coordenadas de 33
X: 113.7785 emc: 0.0007 Y: 104.2017 emc: 0.0009
Coordenadas de 15
X: 114.1312 emc: 0.0013 Y: 109.5312 emc: 0.0015
Coordenadas de 34
X: 108.9110 emc: 0.0006 Y: 104.3171 emc: 0.0016

Como puede apreciarse en el listado, las precisiones son similares a las de la primera época.

5.- Cálculo de desplazamientos

El cálculo consiste en un ajuste conjunto de todos los datos utilizando un sistema de referencia común. Para definir este sistema de referencia es necesario considerar que dos de los puntos estudiados no han sufrido desplazamiento⁶, es decir, que los desplazamientos que se presentan a continuación son relativos a los puntos que se consideran fijos.

En primer lugar se consideró oportuno utilizar como puntos fijos los situados en los muros exteriores (señales 9 y 15), los resultados obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 6-3.- Desplazamientos considerando fijos los puntos 9 y 15

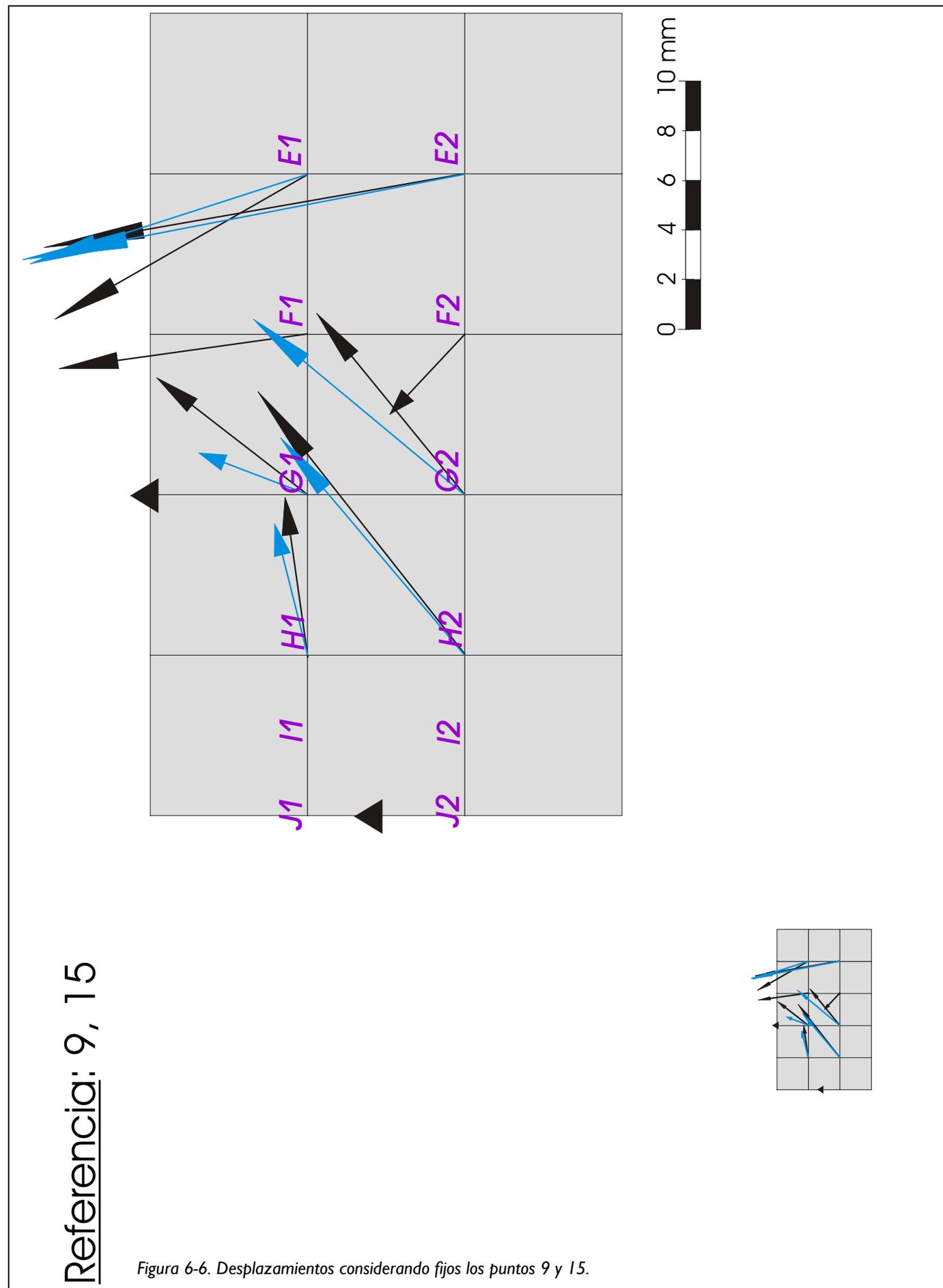
Punto	Época 1		Época 2		Diferencias		
	X	Y	X	Y	dx	dy	distancia (mm)
36	126,1456	95,7526	126,1421	95,7703	-0,0035	0,0177	18,0
37	126,0807	104,2515	126,077	104,2627	-0,0037	0,0112	11,8
20	113,7933	104,2505	113,798	104,2566	0,0047	0,0061	7,7
22	109,1315	95,7671	109,1421	95,7754	0,0106	0,0083	13,5
5	113,943	95,6658	113,9503	95,6717	0,0073	0,0059	9,4
23	108,9573	104,3595	108,9637	104,3604	0,0064	0,0009	6,5
24	120,9144	95,6391	120,9111	95,6422	-0,0033	0,0031	4,5
25	120,8277	104,3639	120,8263	104,3738	-0,0014	0,0099	10,0
11	126,1121	95,7596	126,1088	95,7764	-0,0033	0,0168	17,1
13	126,0023	104,2651	125,9965	104,2752	-0,0058	0,0101	11,6
31	109,1432	95,7811	109,152	95,7885	0,0088	0,0074	11,5
32	113,958	95,6663	113,9649	95,6749	0,0069	0,0086	11,0
33	113,7777	104,1979	113,7794	104,2023	0,0017	0,0044	4,7
34	108,9086	104,3135	108,9138	104,3148	0,0052	0,0013	5,4

En la siguiente página se puede ver un dibujo a escalas aproximadas de 5:1 y 1:1 de estos desplazamientos, se ha incluido la numeración de los pilares afectados, existen dos vectores por cada uno: el de color negro hace referencia a la señal inferior y el azul a la superior (excepto en los pilares F1 y F2 en que no hay medidas de las señales superiores). Las señales 9 y 15 se representan mediante triángulos.

⁶ Dos puntos o, lo que es lo mismo, cuatro coordenadas, es el número mínimo de datos necesario para definir un sistema de coordenadas bidimensional. Todos los sistemas definidos por datos mínimos son conformes (se diferencian en una transformación bidimensional de coordenadas). En los sistemas definidos con datos mínimos, la geometría del resultado depende exclusivamente de las observaciones. También se puede definir el sistema con más datos de los mínimos necesarios (por ejemplo 4 puntos fijos), en este caso, el resultado final depende tanto de las observaciones como de los puntos considerados como fijos, como las coordenadas de las señales de referencia utilizadas en la excavación son menos precisas que las medidas realizadas para el control de deformaciones, este segundo caso no es adecuado, por lo que se debe recurrir a sistemas definidos por datos mínimos.

Referencia: 9, 15

Figura 6-6. Desplazamientos considerando fijos los puntos 9 y 15.



En el gráfico de vectores anterior aparecen desplazamientos muy importantes: hasta de 18 mm siendo muchos de ellos superiores al centímetro. Si tuviésemos garantías de que los puntos utilizados como referencia (señales 9 y 15) han permanecido estables entre las dos épocas de medida, habría que atribuir estos resultados a un desplazamiento conjunto del sistema de pilares (nótese que el desplazamiento medio en coordenada X es de unos 2 mm. mientras que en Y llega a los 8 mm.).

Como carecemos de datos que avalen esta afirmación, es más coherente suponer que, en realidad, estas deformaciones tan elevadas pueden ser debidas a las coordenadas de alguno de estos puntos (9 ó 15), bien por desplazamiento, movimiento de la señal o simplemente por falta de precisión en el cálculo de coordenadas⁷.

Por lo tanto, se decidió cambiar el sistema de referencia, esta vez utilizando como puntos fijos las señales 13 y 22 (se eligió éstas porque formaban la pareja más alejada y con mejor redundancia). La tabla de desplazamientos obtenidos es:

Tabla 6-4.- Desplazamientos considerando fijos los puntos 13 y 22

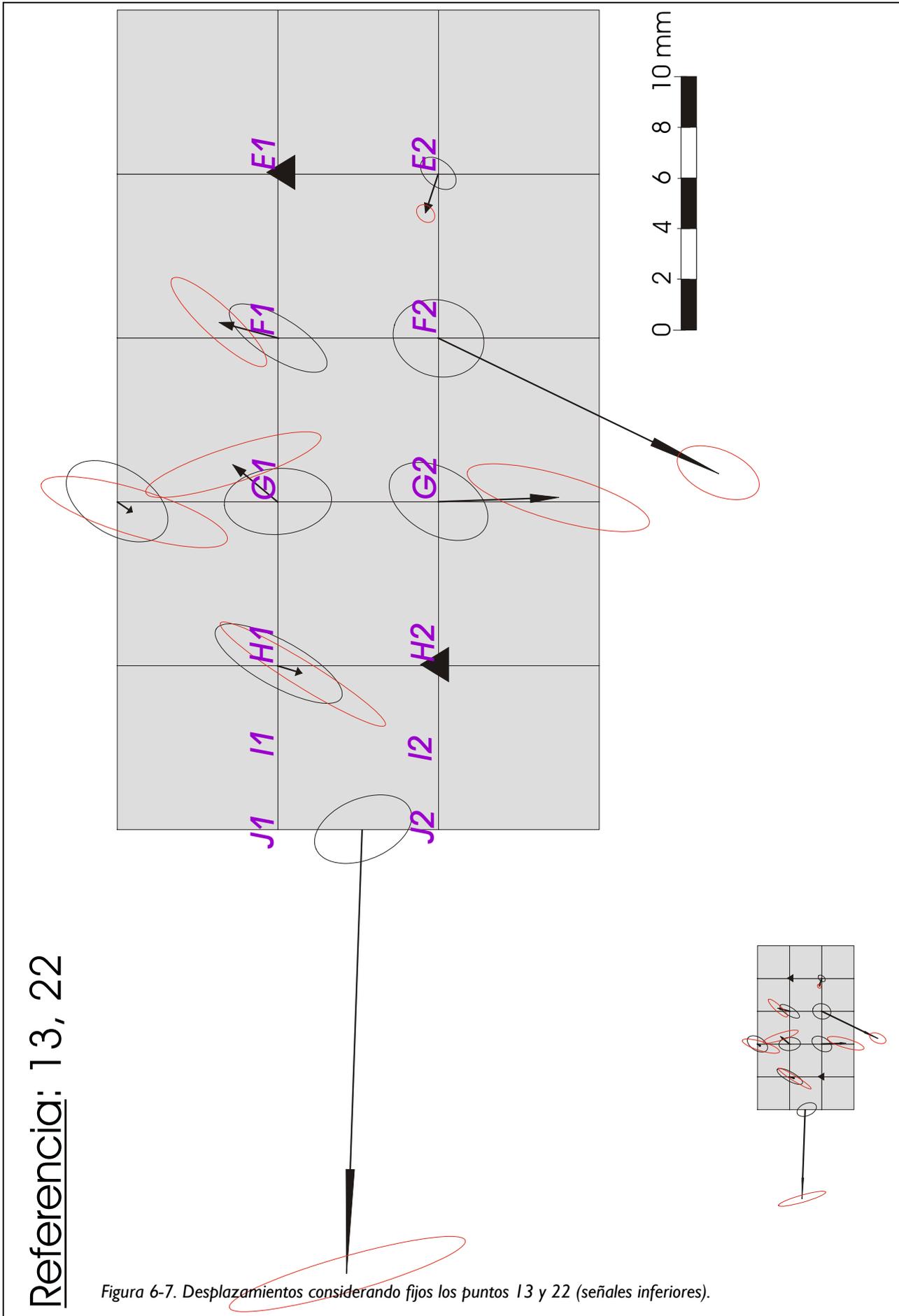
Punto	Época 1		Época 2		Diferencias		
	X	Y	X	Y	dx	dy	distancia (mm)
36	126,1453	95,7604	126,1436	95,7617	-0,0017	0,0013	2,1
37	126,0785	104,2565	126,0805	104,2574	0,0020	0,0009	2,2
20	113,7953	104,2526	113,7968	104,2544	0,0015	0,0018	2,3
5	113,9468	95,6708	113,947	95,6661	0,0002	-0,0047	4,7
23	108,9609	104,3604	108,9606	104,3594	-0,0003	-0,0010	1,0
24	120,9159	95,6458	120,9105	95,6349	-0,0054	-0,0109	12,2
25	120,8272	104,3676	120,8278	104,3699	0,0006	0,0023	2,4
9	97,0707	100,1226	97,0532	100,1233	-0,0175	0,0007	17,5
11	126,1118	95,7674	126,1103	95,7679	-0,0015	0,0005	1,6
31	109,1487	95,785	109,1469	95,7841	-0,0018	-0,0009	2,0
32	113,9619	95,6713	113,9616	95,6693	-0,0003	-0,0020	2,0
33	113,7796	104,1999	113,7782	104,2	-0,0014	0,0001	1,4
15	114,1296	109,5303	114,1292	109,5297	-0,0004	-0,0006	0,7
34	108,9122	104,3145	108,9107	104,3138	-0,0015	-0,0007	1,7

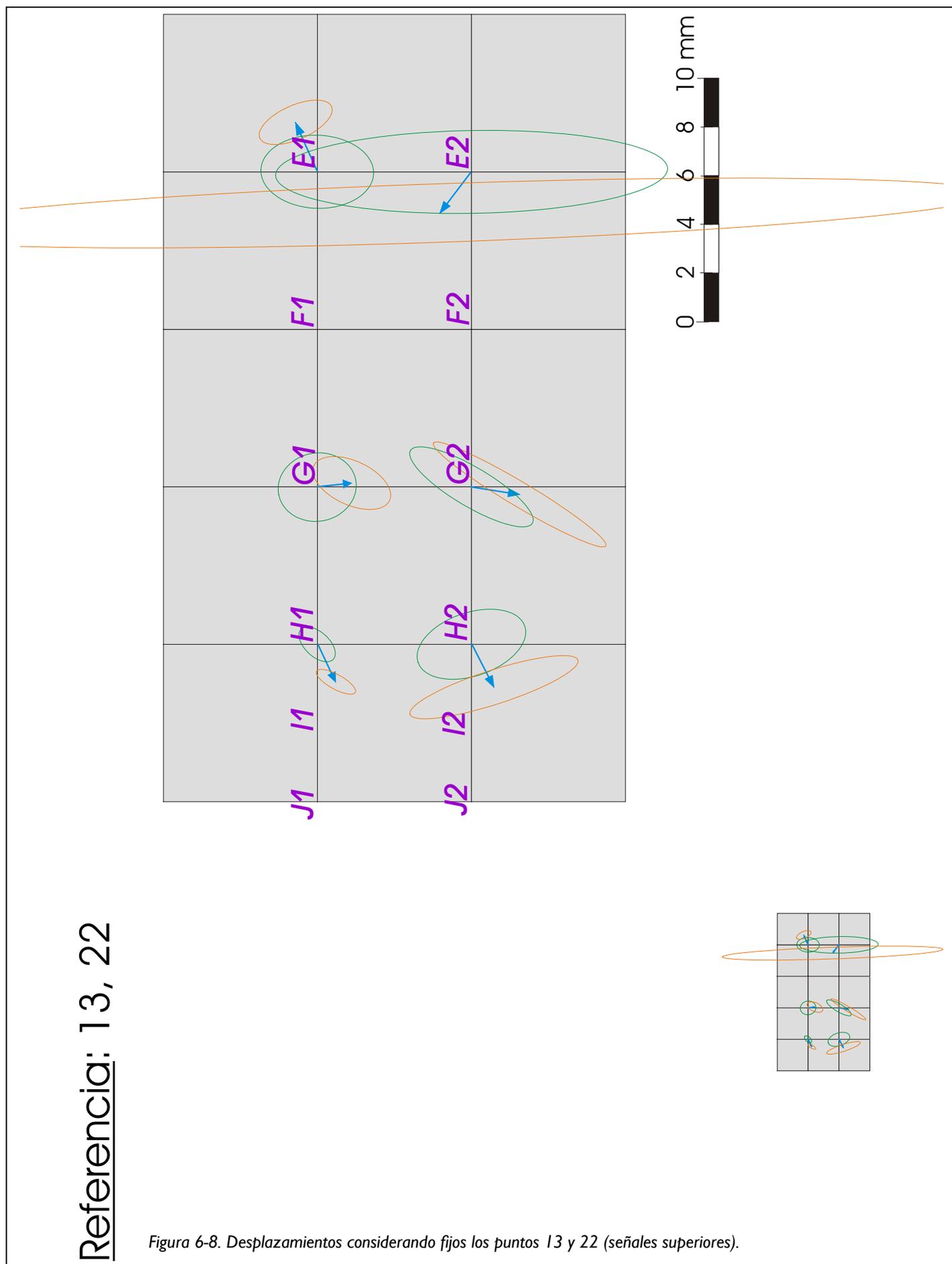
A continuación se presentan los gráficos para las señales situadas en el nivel inferior (vectores en negro) y en el nivel superior (vectores en azul), al igual que en el gráfico anterior, los puntos fijos se representan mediante un triángulo. Se han dibujado también las elipses de incertidumbre⁸ al 95 % (error máximo), tanto de la coordenada de la primera época (centrada en la base del vector) como de la coordenada de la segunda época (centrada en el vértice).

Recordar que estos gráficos representan las mismas medidas que el gráfico presentado en la página anterior, simplemente se ha modificado el sistema de referencia respecto a, qué se mide el desplazamiento.

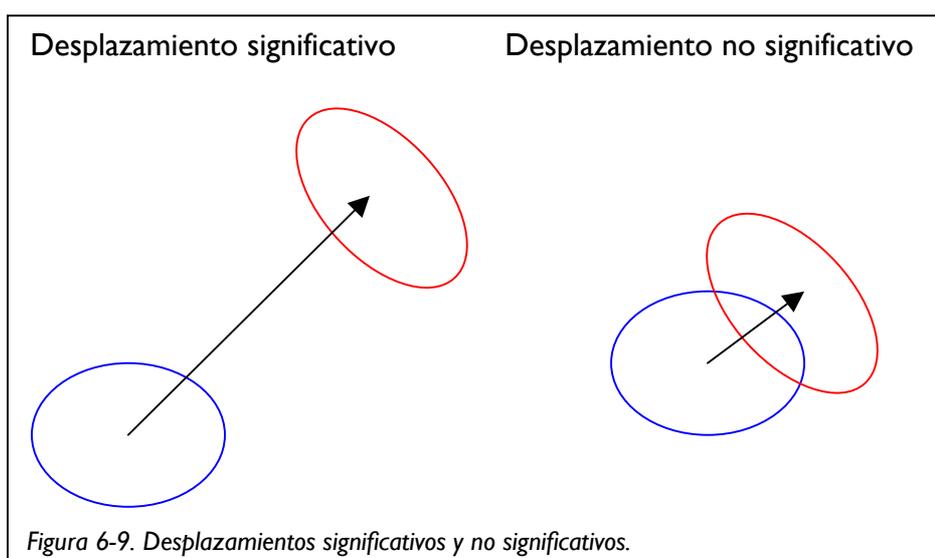
⁷ A este respecto, indicar que la señal 9, por su situación, es una de las que peor se determinan por intersección ya que los ángulos de corte son poco favorables.

⁸ Figura geométrica que incluye con una determinada probabilidad estadística (68%, 90%, 95%, . . .) la posición exacta de una solución.





Analizando estos gráficos se puede comprobar si los desplazamientos detectados son o no significativos. Por un lado está el desplazamiento detectado que aparece representado mediante el vector y por otro la incertidumbre de las coordenadas mediante las elipses. Si las elipses se intersecan, el desplazamiento detectado no es significativo (es decir, que el error o incertidumbre asociado es superior al valor numérico del desplazamiento); si, por el contrario, las elipses aparecen separadas, significa que el desplazamiento es significativo (el vector corresponde al valor más probable del desplazamiento y la incertidumbre de este valor es la composición de ambas elipses).



6.- Conclusiones

Analizando los gráficos anteriores se puede comprobar que existen desplazamientos que deben considerarse significativos. Sin entrar en la interpretación geométrica o estructural de los resultados, queda patente que, a la vista de estos datos, la red topográfica formada por las señales de referencia utilizadas en este estudio ha sufrido desplazamientos detectables en el periodo agosto 2001- marzo 2003. Estos desplazamientos tienen una magnitud milimétrica e incluso centimétrica en algún caso.

La extrapolación de estos resultados a deformación de la estructura de pilares sobre la que se disponen estas señales vendrá condicionada por la seguridad que se tenga de que estas señales no han sufrido desplazamientos del tipo de desprendimientos, dilatación del material utilizado para su fijación (silicona), etc.

Téngase en cuenta que este estudio se ha realizado a partir de la red topográfica de la excavación y no a partir de señales específicas para el control de deformaciones, lo que hubiese redundado en una mejora de los resultados obtenidos.

No se han confrontado aún estos resultados con la red de seguimiento permanente con la que cuenta la Catedral, de todas formas, sería necesario disponer de los datos de este seguimiento permanente para realizar algunos estudios complementarios.

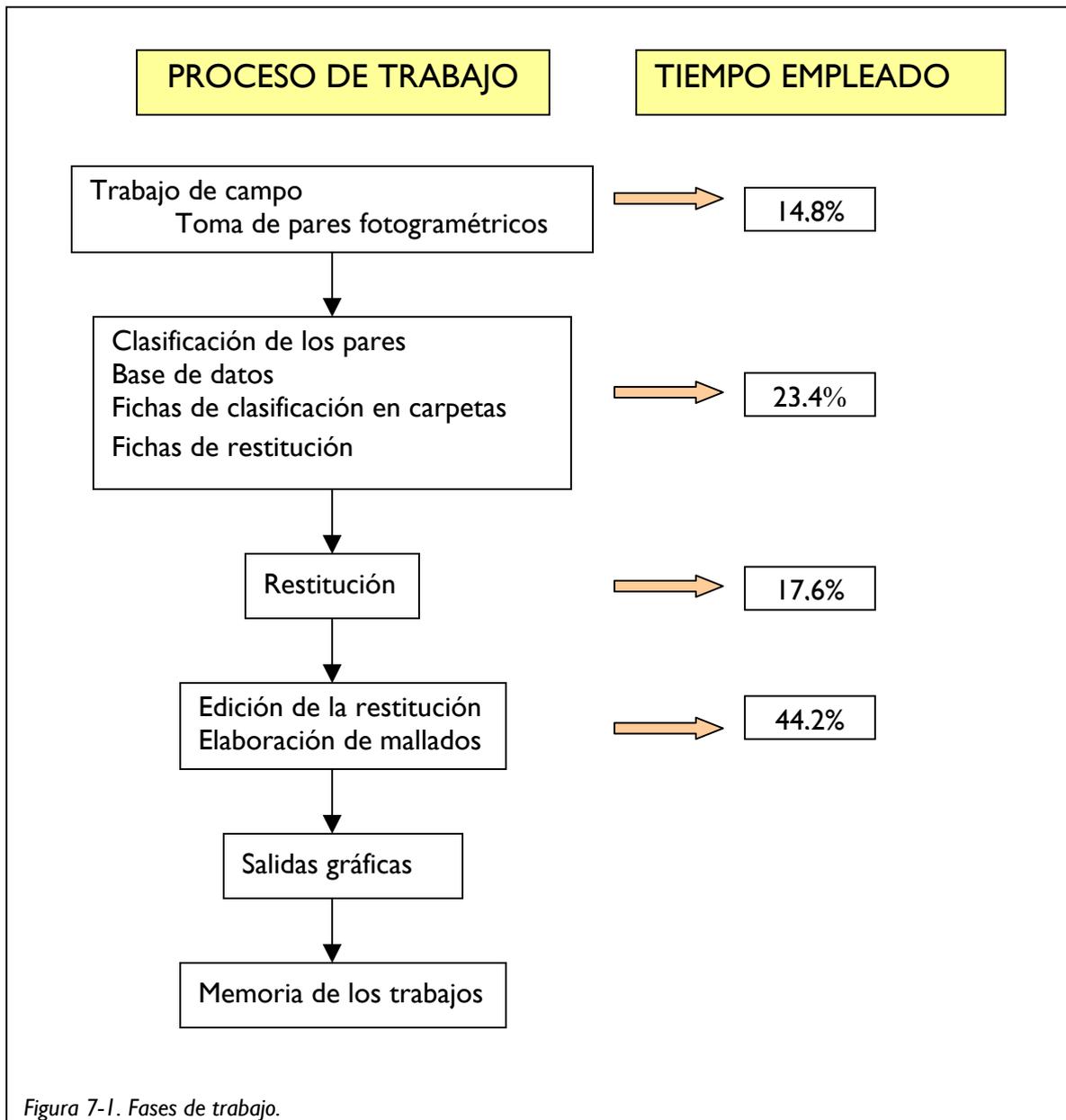
Se ha pretendido dar una visión de cuál es el procedimiento de observación, cálculo y resultados que se pueden obtener mediante técnicas topográficas aplicadas a estudios de deformaciones. Existe gran cantidad de bibliografía al respecto de estudios en obras de ingeniería como presas o puentes e incluso en estudios regionales como movimientos de fallas sísmicas, algunos de estos trabajos resultan muy interesantes pues incluso han llegado a obtener modelos matemáticos que permiten prever el estado de deformaciones, esfuerzos, etc., en momentos futuros.

Por último recomendar que, si se espera que la estructura vaya a seguir sufriendo deformaciones se evalúe la utilidad de realizar un control topográfico de precisión que incluya medidas con instrumental especialmente diseñado para este propósito y estudios matemáticos más elaborados.

Anexo 7. Evaluación temporal de las fases de trabajo

En este anexo, lo que se trata de expresar es el volumen de trabajo que se ha generado a lo largo de estas tres campañas de excavación, y por tanto el tiempo necesario para su completa ejecución y presentación en función de los recursos humanos y materiales actualmente dedicados a este proyecto.

Comenzando por definir el proceso completo de trabajo¹:



¹ Se va a considerar siempre el caso de la fotogrametría ya que ha sido el método aplicado en el 96 % de las ocasiones.

Con este resumen de actividades se calcula el total de trabajo para cada una y todas las campañas de trabajo.

Tabla 7-1.- Relación de superficie, número de pares y planos de período

		Superficie(m ²)	Perímetro (m)	Número de pares	Planos de período
ZONA 15		68	37,3	0	1 ²
ZONA 16		28,3	21,5	32	4
ZONA 17	General	413,5	107,7	1.019	4
	Sta, Ana	145	57		8
ZONA 19		106,8	55,7	84	6
ZONA 20		16,3	17,5	20	3
ZONA 21		17	19,6	11	3
ZONA 21 ^a		17,8	15,3	21	5
ZONA 22		385	81,5	465	9 ³
TOTAL		1.197,7 m²	413,1 m	1.652 pares	43 planos

Contabilizado el tiempo empleado en cada una de las fases de trabajo, se estima que aproximadamente se tarda 1 hora en hacer el proceso completo de 1 m² de excavación, por cada plano de período.

Tabla 7-2.- Tiempo necesario para la finalización de cada zona

		Superficie	Horas /plano período	Planos de período	Horas totales por zona
ZONA 15		68	68	1	68
ZONA 16		28,3	28,3	4	113,2
ZONA 17	General	413,5	413,5	4	1.654
	Sta, Ana	145	145	8	1.160
ZONA 19		106,8	106,8	6	640,8
ZONA 20		16,3	16,3	3	48,9
ZONA 21		17	17	3	51
ZONA 21A		17,8	17,8	5	89
ZONA 22		385	385	9	3.465
TOTAL		1.197,7 m²	1.197,7 horas	43 planos	7.289,9 horas

7290 horas (8 h/día) → 911 días de trabajo (22 días/mes) → 41,5 meses de trabajo.

² Plano obtenido mediante topografía clásica

³ Uno de los 9 planos se obtuvo por topografía

Además a estos tiempos habría que añadir el tiempo necesario para la elaboración de la memoria, generación de planos, o nuevos productos que se decida obtener.

Anexo 8. Simulación estadística

INDICE

1. Introducción.
2. Valores aleatorios.
3. Planteamiento.
4. Resultados de la simulación.

1.- Introducción

La simulación es una metodología para abordar sistemas de comportamiento impreciso, consiste en generar un modelo del mismo e introducir series de entradas posibles. A partir del análisis de los resultados obtenidos en cada prueba y en el conjunto de las series se pueden extraer conclusiones válidas para el sistema estudiado.

El esquema de funcionamiento es:

- Generación de valores aleatorios.
- Convertir estos aleatorios en entradas válidas.
- Ejecutar el modelo.
- Estudio estadístico de las salidas.

En este trabajo¹ se ven las posibilidades de esta técnica para la previsión y planificación de trabajo en una excavación arqueológica que, debido a que su desarrollo depende en gran medida de lo que se va hallando, puede llegar a ser bastante impredecible.

2.- Valores aleatorios

Durante el desarrollo de este trabajo se van a necesitar gran cantidad de números aleatorios, va a ser necesario, por lo tanto, un generador que satisfaga las características de longitud de la serie generada y uniformidad.

Antes de nada, comprobaremos si el generador del lenguaje de programación que se va a utilizar es adecuado, en caso contrario habrá que implementar alguno que proporcione mejores resultados.

A modo de ejemplo, uno de los métodos más utilizados² para obtención de series de aleatorios se basa en los siguientes parámetros:

- Multiplicador: m (ej. 9.301).
- Constante: c (ej: 49.297).
- Divisor: d (ej: 233.280).
- Semilla: s (suele obtenerse del reloj del ordenador).

el número aleatorio (entre 0 y 1) se obtiene por:

$$x = \frac{\text{Resto}(s \cdot m + c, d)}{d},$$

y para los siguientes valores se sustituye la semilla por el último numerador obtenido.

¹ La realización de este trabajo surgió a partir del curso de doctorado sobre técnicas de simulación impartido por el profesor D. Francico Javier Ariza de la Universidad de Jaén.

² El algoritmo y los valores están cogidos de [WELCH, 1995], que a su vez es una adaptación de "Exploring Expect" O'Relley & Associates, 1995 y de "Numerical Recipes in C" Cambridge University Press, 1988.

Los primeros valores obtenidos con estos parámetros son (semilla 5.049):

```
0,518 0,217 0,173 0,399 0,431 0,543 0,640 0,810 0,551 0,656
0,770 0,612 0,864 0,727 0,142 0,681 0,098 0,559 0,523 0,301
0,280 0,807 0,751 .....
```

Pero antes de implementar ningún algoritmo, se comprueba, el generador aleatorio del lenguaje, Tcl en este caso. En varias pruebas realizadas con 3 decimales, se determina la longitud de una serie de aleatorios hasta que se vuelve a repetir el primer valor.

```
set uno [format "%.3f" [expr rand()]]
set i 0
set dos -1
while {$dos!=$uno} {
    incr i
    set dos [format "%.3f" [expr rand()]]
    puts "$i: $dos"
}
```

Las longitudes obtenidas son:

```
1.- 854 valores hasta repetición
2.- 680 valores hasta repetición
3.- 397 valores hasta repetición
4.- 224 valores hasta repetición
5.- 34 valores hasta repetición
6.- 1.189 valores hasta repetición
.....
```

De todas formas, esta prueba tampoco es significativa ya que las secuencias no se repiten después del mismo valor, así en la secuencia 4, tenemos:

```
0,283 0,696 0,954 0,991 0,524 0,645 0,233 0,796
```

y en la secuencia 2

```
0,283 0,908 0,689 0,698 0,137 0,595 0,006 0,971
```

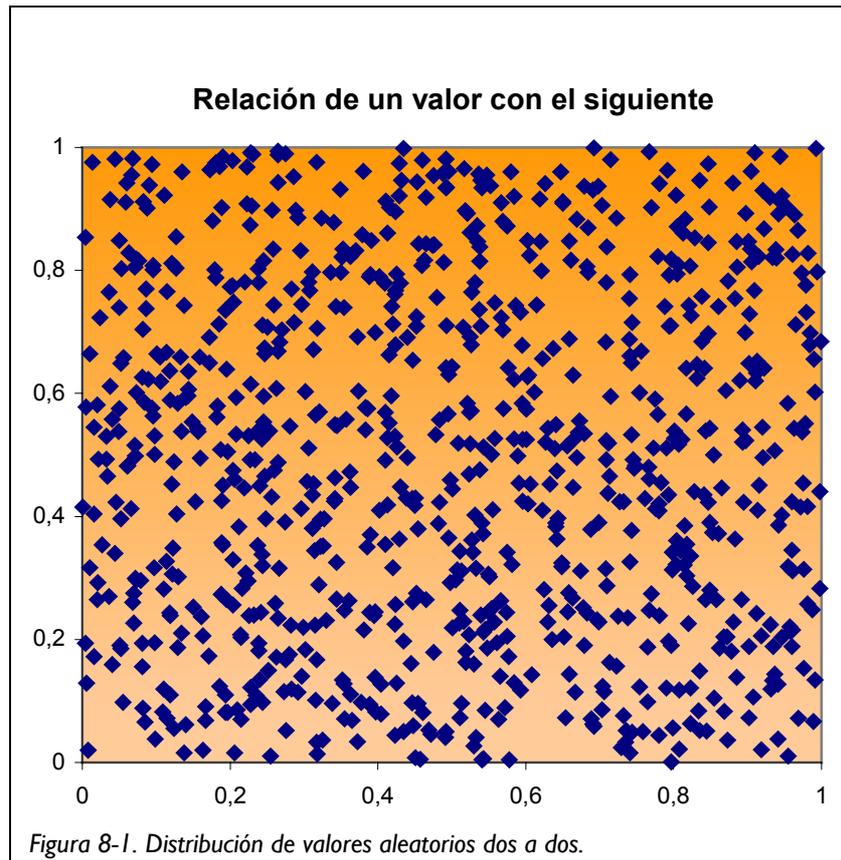
Incluso dentro de la misma secuencia, realizando la prueba con 2.000 números aleatorios, aparecían las siguientes series con el número 0,410:

```
0,410 0,723 0,994 0,091 0,681
0,410 0,598 0,015 0,485 0,528
0,410 0,817 0,220 0,555 0,782
```

También es cierto que al trabajar con tres decimales se está redondeando el valor realmente generado por el programa que es de 12 decimales:

```
% expr rand()  
0,101098883013
```

Otra forma de comprobar el comportamiento del generador es realizando un gráfico de dispersión de cada valor respecto al siguiente, por ejemplo, para la primera serie (854 valores):



Aunque aparecen algunos agrupamientos y zonas vacías, existe una distribución bastante homogénea, es decir, que no parece haber sistematismos entre números consecutivos.

A continuación se analizan los valores de forma estadística, sólo se va a analizar una muestra, aunque, en realidad, sería necesario estudiar el comportamiento de varias para poder llegar a conclusiones significativas.

Se procede, a analizar estadísticamente una muestra, para lo que se ha seleccionado la secuencia de 34 números de la serie 5.

0,967	0,411	0,737	0,367	0,860	0,984
0,475	0,202	0,265	0,059	0,496	0,025
0,876	0,218	0,540	0,755	0,205	0,930
0,223	0,100	0,441	0,349	0,922	0,981
0,615	0,118	0,382	0,972	0,036	0,697
0,573	0,571	0,335	0,356		

La secuencia ordenada es:

0,025	0,036	0,059	0,100	0,118	0,202
0,205	0,218	0,223	0,265	0,335	0,349
0,356	0,367	0,382	0,411	0,441	0,475
0,496	0,540	0,571	0,573	0,615	0,697
0,737	0,755	0,860	0,876	0,922	0,930
0,967	0,972	0,981	0,984		

La mediana de esta serie es 0'458, se agrupa la secuencia sin ordenar en rachas (valores por encima -I- o por debajo -0- de la mediana).

1010111000101011010000111001011100

Es decir, 10 rachas de -I- y 10 de -0-. Según el contraste de Wald-Wolfowitz, para estos valores con 34 elementos, el número total de rachas debe estar entre 11 y 25 para que la muestra sea aleatoria (con una probabilidad del 95%), como en esta serie el número de rachas es 20 (10+10), se infiere que es aleatoria.

Los valores aleatorios generados corresponderán a una distribución uniforme $U(0,1)$, sin embargo, para aplicaciones prácticas suele ser más interesante disponer de aleatorios que sigan una distribución normal $N(0,1)$, una expresión para convertir los valores es:

$$x \in N(0,1), r \in U(0,1) \rightarrow x = \frac{r^{0,135} - (1-r)^{0,135}}{0,1975}$$

Se trata de una expresión aproximada, se comprobará a continuación si es suficiente o es necesario recurrir a otras expresiones.

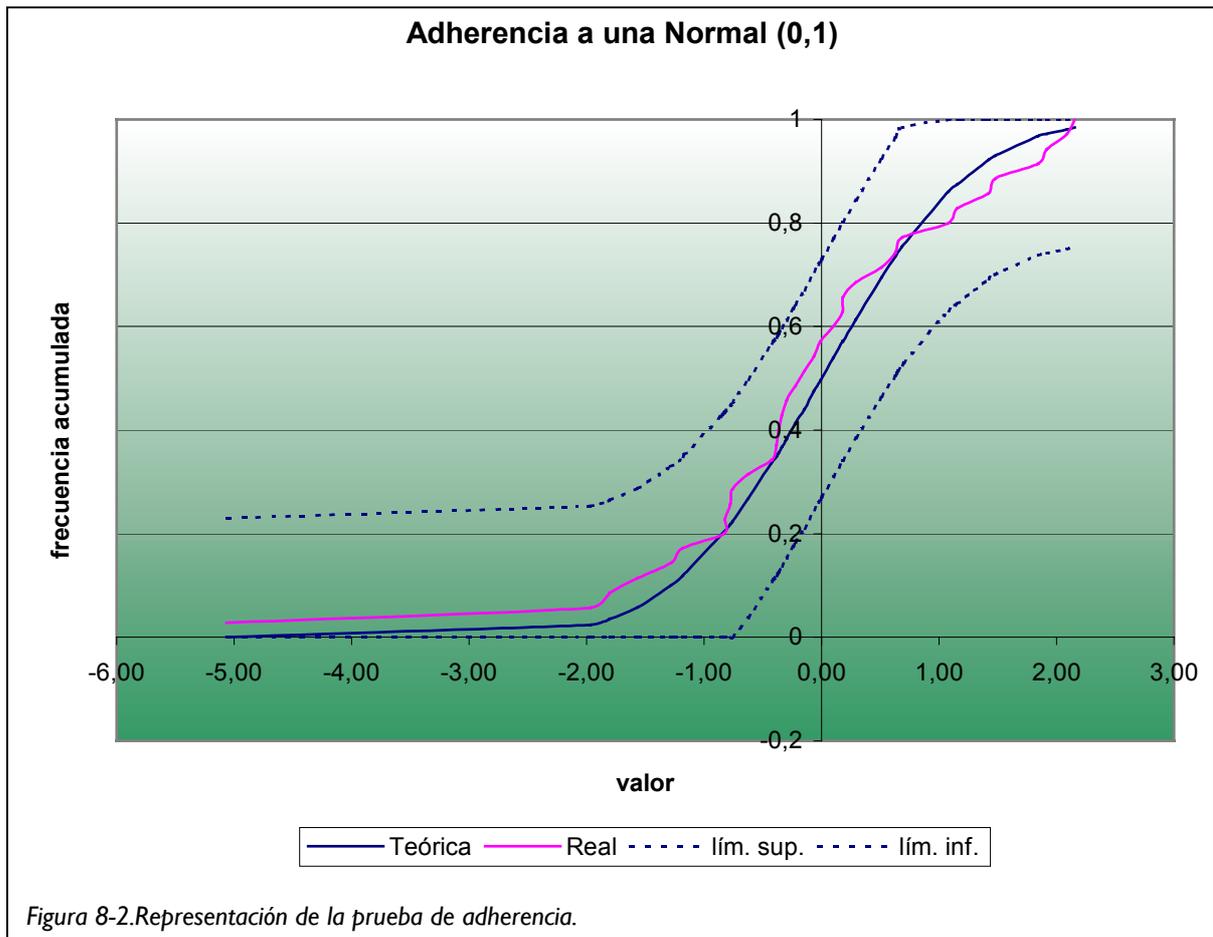
Para verificar que, realmente, los nuevos valores siguen una distribución normal, se realiza una prueba de adherencia (Kolmogorov-Smirnov).

Tabla 8-I.- Prueba de adherencia a una distribución normal

Valores $-x$ - Ordenados	frecuencia acumulada de N(0,1)	frecuencia acumulada de la muestra	diferencia
-5,06	0	0,0286	0,0286
-1,97	0,0244	0,0571	0,0327
-1,81	0,0351	0,0857	0,0506
-1,57	0,0582	0,1143	0,0561
-1,28	0,1003	0,1429	0,0426
-1,18	0,119	0,1714	0,0524
-0,83	0,2033	0,2000	0,0033
-0,82	0,2061	0,2286	0,0225
-0,78	0,2177	0,2571	0,0394
-0,76	0,2236	0,2857	0,0621
-0,62	0,2676	0,3143	0,0467
-0,42	0,3372	0,3429	0,0057
-0,39	0,3483	0,3714	0,0231
-0,37	0,3557	0,4000	0,0443
-0,34	0,3669	0,4286	0,0617
-0,30	0,3821	0,4571	0,0750
-0,22	0,4129	0,4857	0,0728
-0,15	0,4404	0,5143	0,0739
-0,06	0,4761	0,5429	0,0668
-0,01	0,496	0,5714	0,0754
0,10	0,5398	0,6000	0,0602
0,18	0,5714	0,6286	0,0572
0,18	0,5714	0,6571	0,0857
0,29	0,6141	0,6857	0,0716
0,51	0,695	0,7143	0,0193
0,63	0,7357	0,7429	0,0072
0,69	0,7549	0,7714	0,0165
1,08	0,8599	0,8000	0,0599
1,15	0,8749	0,8286	0,0463
1,42	0,9222	0,8571	0,0651
1,48	0,9306	0,8857	0,0449
1,85	0,9678	0,9143	0,0535
1,92	0,9726	0,9429	0,0297
2,08	0,9808	0,9714	0,0094
2,16	0,9846	1,0000	0,0154

En la tabla para este estadístico se obtiene que para una probabilidad del 95%, con 34 muestras, las diferencias no deben superar el valor 0,23, en esta serie, se comprueba que la adherencia es bastante buena.

La representación gráfica de la prueba anterior es:



Finalmente, se considera que tanto el algoritmo generador de números aleatorios como la expresión aproximada de conversión a distribución normal son adecuados para las pruebas a realizar.

3.- Planteamiento

Se intenta diseñar un proceso que permita optimizar el trabajo de documentación de un yacimiento arqueológico. Se cuenta con varias posibilidades de trabajo, especialmente relacionadas con la infraestructura previa que se prepare, sin embargo, la eficacia de esta infraestructura dependerá en gran medida de la evolución del trabajo arqueológico.

En una primera aproximación consideraremos que un yacimiento está formado por un conjunto de capas (niveles) de un determinado espesor³ variable tanto espacialmente como de nivel a nivel. Como el yacimiento tiene, de por sí, cierto carácter “impredecible” se ha considerado que una posible forma de abordar el problema es mediante simulación, es decir, se generan yacimientos posibles y se simula el proceso de excavación con el proceso de documentación asociado según las diferentes configuraciones posibles. Repitiendo el proceso se puede llegar a unos índices estadísticos que permitan elegir de entre las posibles metodologías de documentación la que tiene mayor probabilidad de ser óptima.

El yacimiento

Consideraremos que nuestro yacimiento está formado por un conjunto de cuadrículas que serán la unidad mínima de trabajo. El tamaño del yacimiento es un dato de partida (ej: 6x16):

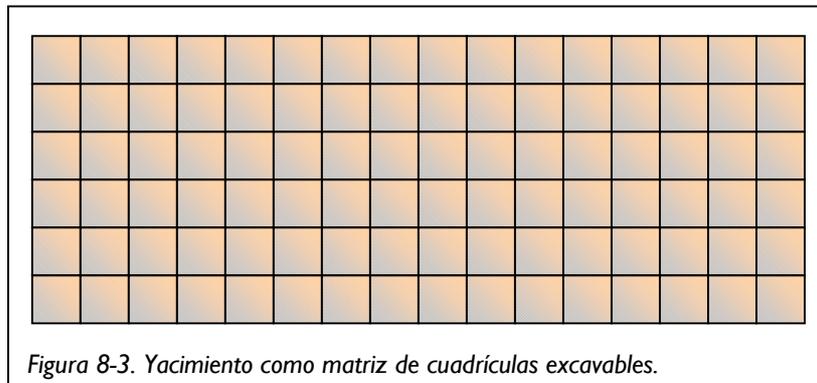


Figura 8-3. Yacimiento como matriz de cuadrículas excavables.

³ Por espesor se va a entender una propiedad relacionada con el tiempo necesario para retirar un nivel; no debe entenderse exclusivamente como volumen de tierra sino también relacionado con el interés y dificultad del estrato.

Cada una de estas cuadrículas tendrá una estructura que, en principio es desconocida por lo que habrá de simularse, se puede partir de un conocimiento aproximado como el número total de niveles que la componen y el espesor aproximado (dejando para la simulación cierta variación en el espesor):

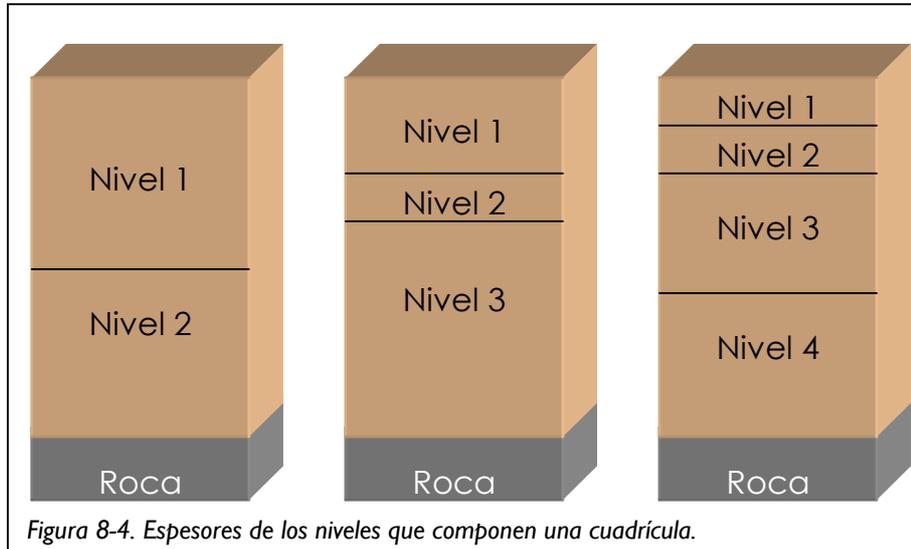


Figura 8-4. Espesores de los niveles que componen una cuadrícula.

Se pueden plantear también relaciones de continuidad, de tal forma que, el espesor de una celdilla esté relacionado con el espesor de sus vecinas. No es necesario suponer que todas las celdillas tiene el mismo espesor total.

Como primera aproximación se considera el siguiente pseudocódigo como generador del yacimiento:

```

N ← número de niveles
C ← número de celdillas
repetir desde i = 1 hasta N
  repetir desde j = 1 hasta C
    espesor(j,i) ← espesor_medio(i)+aleatorio()
  fin de repetir j

  repetir desde j = 1 hasta C
    espesor(j,i) ← (espesor(j-1,i)+espesor(j,1)+espesor(j+1,i))/3
  fin de repetir j
fin de repetir i

```

El segundo bucle sobre -j-, es una especie de filtro de paso bajo cuyo propósito es generar continuidad entre los espesores de las celdas contiguas.

La excavación

El trabajo es, alternativamente, excavación y documentación, es decir, se excava hasta que se llega a la superficie que se quiere documentar (cuando se elimina un nivel), una vez documentada, se puede volver a excavar hasta el siguiente nivel y así sucesivamente hasta llegar a terreno natural en todo el yacimiento (se supondrá que también se debe documentar la superficie de esta última capa de suelo natural).

Uno de los puntos fundamentales es desarrollar un algoritmo que reproduzca el proceso real de excavación, tanto el ritmo como la distribución y avance de las zonas excavadas.

El modelo más sencillo sería considerar que cada arqueólogo se sitúa en una celdilla (en principio al azar) y permanece en ella hasta que elimina un nivel, momento en que deja esa celdilla (debe ser documentada) y va a una nueva (que también puede determinarse al azar entre las que estén libres).

Otra posibilidad sería que los arqueólogos trabajasen en grupos y fuesen desplazándose, siempre que sea posible, a celdas contiguas. En un principio, partiremos de la primera suposición (es decir, situación aleatoria de cada arqueólogo), nuestro dato conocido (y, en parte, variable en la simulación) es el número de arqueólogos.

En cuanto al espesor que se elimina por día, consideraremos que puede aproximarse por un valor constante más un número aleatorio que siga una distribución normal (por lo tanto, el valor aleatorio puede ser un número negativo; el espesor eliminado, por supuesto, no).

La documentación

Cuando se llega a la superficie de un nuevo nivel, se debe detener la excavación en esa celdilla hasta que se haya documentado. Básicamente, el proceso de documentación consiste en obtener un par estereoscópico de la zona. Los pares deben sacarse desde cierta altura y perpendiculares al suelo, por lo tanto debe existir algún tipo de estructura que permita obtener las fotografías.

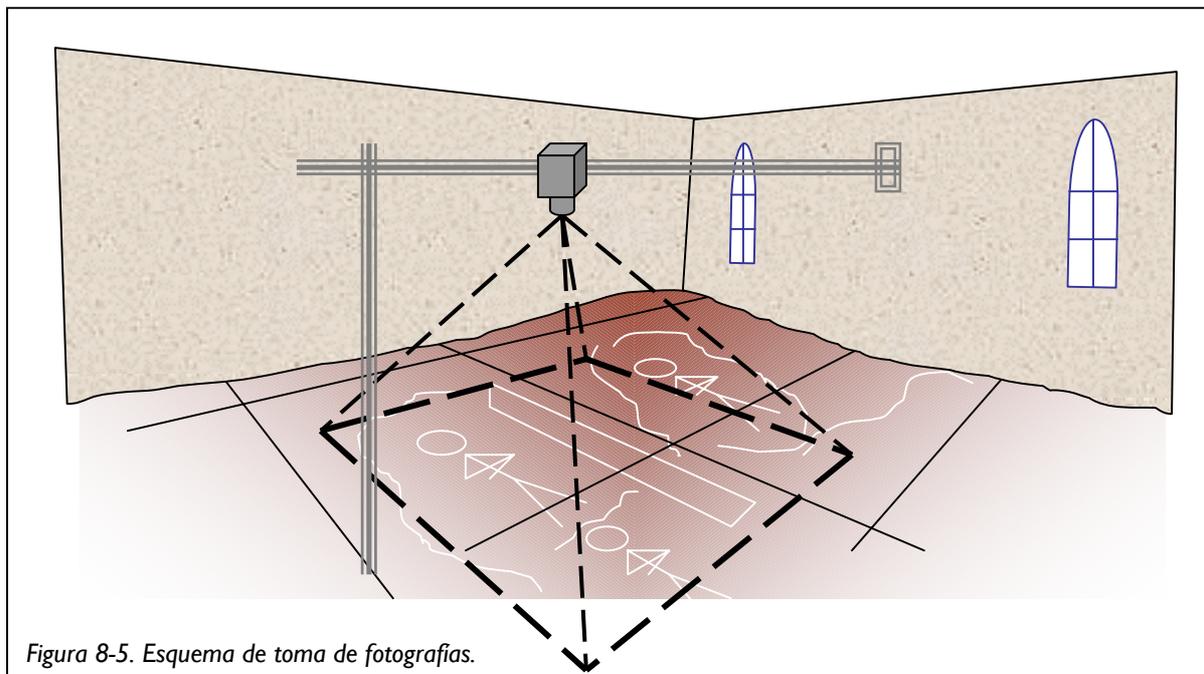


Figura 8-5. Esquema de toma de fotografías.

Se consideran dos posibilidades:

- 1.- Utilizar una estructura portátil que, por sus características puede situarse en cualquier parte de la excavación; sin embargo, no puede coger mucha altura por lo que sólo puede fotografiar las celdillas de una en una.
- 2.- Montar una estructura fija por raíles; en este caso se puede elevar más la cámara y fotografiar simultáneamente 4 cuadrículas (habrá que esperar a que estén las cuatro listas para tomar las fotografías), como la estructura está fija, no se pueden fotografiar cualquier conjunto de 4 celdillas vecinas sino únicamente las que estén debajo de cada rail.

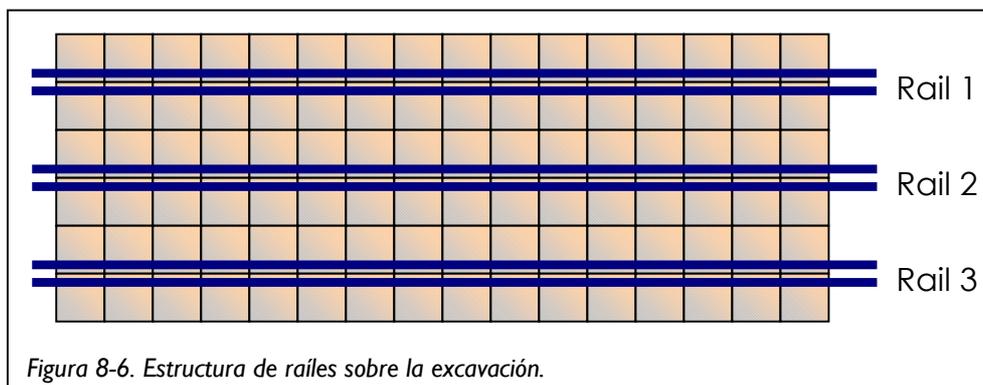


Figura 8-6. Estructura de raíles sobre la excavación.

Como tampoco es adecuado que una celdilla que ya ha sido excavada tenga que estar mucho tiempo al descubierto sin ser documentada, se añade una variable de espera de tal forma que si una celdilla sobrepasa este tiempo preparada para ser documentada, sea fotografiada independientemente de si las casillas vecinas están listas.

Variables a minimizar

Ya se dispone del modelo, los costes serán:

- Coste topográfico.

$$\text{N}^\circ \text{ topógrafos} \times \text{días} \times \text{suelo}$$

estructura portátil:

$$\text{Precio Estructura} + \text{N}^\circ \text{ fotografías} \times \text{coste por fotogr.}$$

Raíles:

$$\text{Precio Raíles} + \text{N}^\circ \text{ fotografías} \times \text{coste por fotogr.}$$

- Coste arqueológico.

$$\text{N}^\circ \text{ arqueólogos} \times \text{días} \times \text{suelo}$$

Las variables a minimizar en la solución óptima serán:

- Coste topográfico + arqueológico mínimo.
- Desarrollo temporal mínimo.

Reglas adicionales

Todos los efectivos (arqueólogos y topógrafos) cobran por día, independientemente de que no trabajen.

Las celdillas que se dejan listas para ser documentadas, pueden ser excavadas al día siguiente.

No se comienza a excavar un nivel hasta que el anterior haya sido totalmente documentado.

Cuando un arqueólogo termina de excavar el nivel de una celdilla, no cambia de celdilla hasta el día siguiente (se supone que hace trabajo de clasificación, inventario, croquis, . . .).

4.- Resultados de la Simulación

Como primera prueba del modelo, se introducen los siguientes datos:

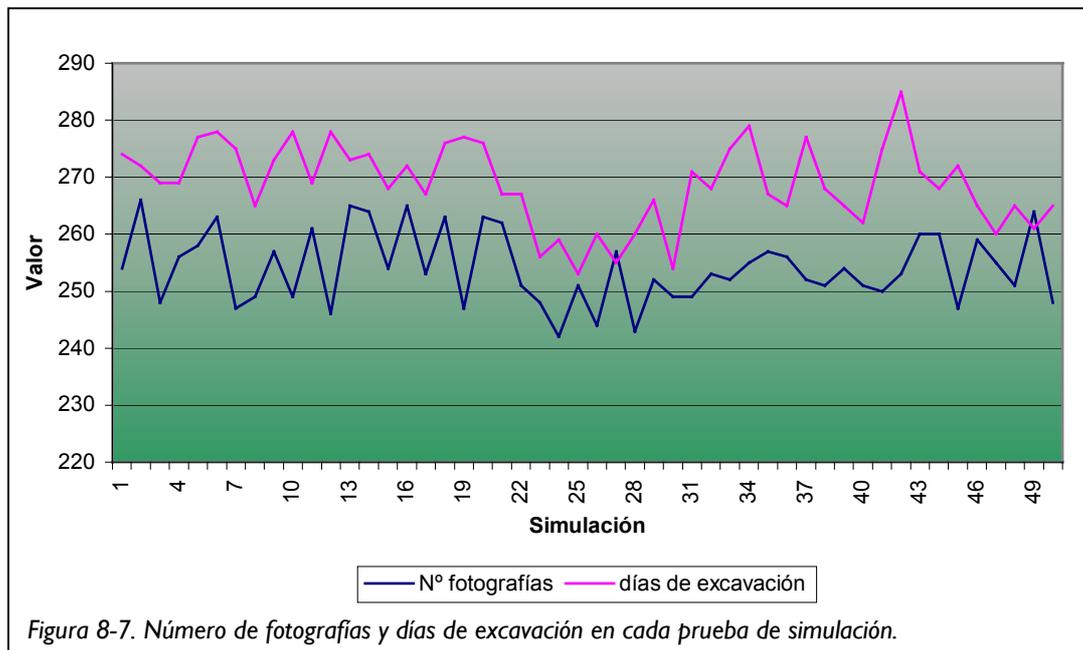
Tamaño del yacimiento: 10 x 10
Nº de arqueólogos: 15
Velocidad de excavación de cada arqueólogo: 1 unidad de espesor.
Posible variación de velocidad de excavación: $0'8 \times N(0,1)$
Estructura de documentación: raíles
Días que puede estar una celdilla excavada sin documentar: 10
Número de niveles: 4
Espesores medios: 7, 2, 5 y 4 unidades de espesor.
Variación del nivel medio en una celdilla: 4, 1, 2 y 3 x $N(0,1)$

Número de yacimientos a simular con estos datos: 5
Número de excavaciones a simular por yacimiento: 10

Resultados (número total de fotografías y días totales e excavación):

Yacim: 1, excav.: 1, fotog: 254, días: 274
Yacim: 1, excav.: 2, fotog: 266, días: 272
Yacim: 1, excav.: 3, fotog: 248, días: 269
Yacim: 1, excav.: 4, fotog: 256, días: 269
Yacim: 1, excav.: 5, fotog: 258, días: 277
Yacim: 1, excav.: 6, fotog: 263, días: 278
Yacim: 1, excav.: 7, fotog: 247, días: 275
Yacim: 1, excav.: 8, fotog: 249, días: 265
Yacim: 1, excav.: 9, fotog: 257, días: 273
Yacim: 1, excav.: 10, fotog: 249, días: 278
Yacim: 2, excav.: 1, fotog: 261, días: 269
Yacim: 2, excav.: 2, fotog: 246, días: 278
Yacim: 2, excav.: 3, fotog: 265, días: 273
Yacim: 2, excav.: 4, fotog: 264, días: 274
Yacim: 2, excav.: 5, fotog: 254, días: 268
Yacim: 2, excav.: 6, fotog: 265, días: 272
Yacim: 2, excav.: 7, fotog: 253, días: 267
Yacim: 2, excav.: 8, fotog: 263, días: 276
Yacim: 2, excav.: 9, fotog: 247, días: 277
Yacim: 2, excav.: 10, fotog: 263, días: 276
Yacim: 3, excav.: 1, fotog: 262, días: 267
Yacim: 3, excav.: 2, fotog: 251, días: 267
Yacim: 3, excav.: 3, fotog: 248, días: 256
Yacim: 3, excav.: 4, fotog: 242, días: 259
Yacim: 3, excav.: 5, fotog: 251, días: 253
Yacim: 3, excav.: 6, fotog: 244, días: 260
Yacim: 3, excav.: 7, fotog: 257, días: 255
Yacim: 3, excav.: 8, fotog: 243, días: 260
Yacim: 3, excav.: 9, fotog: 252, días: 266
Yacim: 3, excav.: 10, fotog: 249, días: 254
Yacim: 4, excav.: 1, fotog: 249, días: 271
Yacim: 4, excav.: 2, fotog: 253, días: 268
Yacim: 4, excav.: 3, fotog: 252, días: 275
Yacim: 4, excav.: 4, fotog: 255, días: 279
Yacim: 4, excav.: 5, fotog: 257, días: 267
Yacim: 4, excav.: 6, fotog: 256, días: 265
Yacim: 4, excav.: 7, fotog: 252, días: 277
Yacim: 4, excav.: 8, fotog: 251, días: 268
Yacim: 4, excav.: 9, fotog: 254, días: 265
Yacim: 4, excav.: 10, fotog: 251, días: 262
Yacim: 5, excav.: 1, fotog: 250, días: 275
Yacim: 5, excav.: 2, fotog: 253, días: 285
Yacim: 5, excav.: 3, fotog: 260, días: 271
Yacim: 5, excav.: 4, fotog: 260, días: 268
Yacim: 5, excav.: 5, fotog: 247, días: 272
Yacim: 5, excav.: 6, fotog: 259, días: 265
Yacim: 5, excav.: 7, fotog: 255, días: 260
Yacim: 5, excav.: 8, fotog: 251, días: 265
Yacim: 5, excav.: 9, fotog: 264, días: 261
Yacim: 5, excav.: 10, fotog: 248, días: 265

Aunque se trata de dos cosas diferentes, aprovechando que las magnitudes son similares, estas 50 pruebas pueden representarse conjuntamente en el siguiente gráfico (se representan conjuntamente para ver la relación entre ambas magnitudes):



Adicionalmente, se pueden obtener estimaciones para las dos variables a minimizar, que en su forma más básica sería:

- Nº fotografías: 254 (e.m.c.: 6).
- Días de excavación: 269 (e.m.c.: 7).

Introduciendo costes por día de excavación y por fotografía⁴ se tendría una estimación no sólo del trabajo y, lo que es más importante, existe información sobre la fiabilidad de este coste total.

Muchas veces, las previsiones no se realizan según valores medios y errores medios cuadráticos sino valiéndose de acotaciones de valores máximos y mínimos, como se dispone de la serie completa de valores, no hay ningún inconveniente en buscar estos valores (valor máximo, valor mínimo, error máximo, . . .).

También se puede ver que se ha determinado de una forma muy sencilla dos valores bastante imprecisos (número de fotografías y días de excavación) que, de forma analítica, no son fáciles de estimar con exactitud.

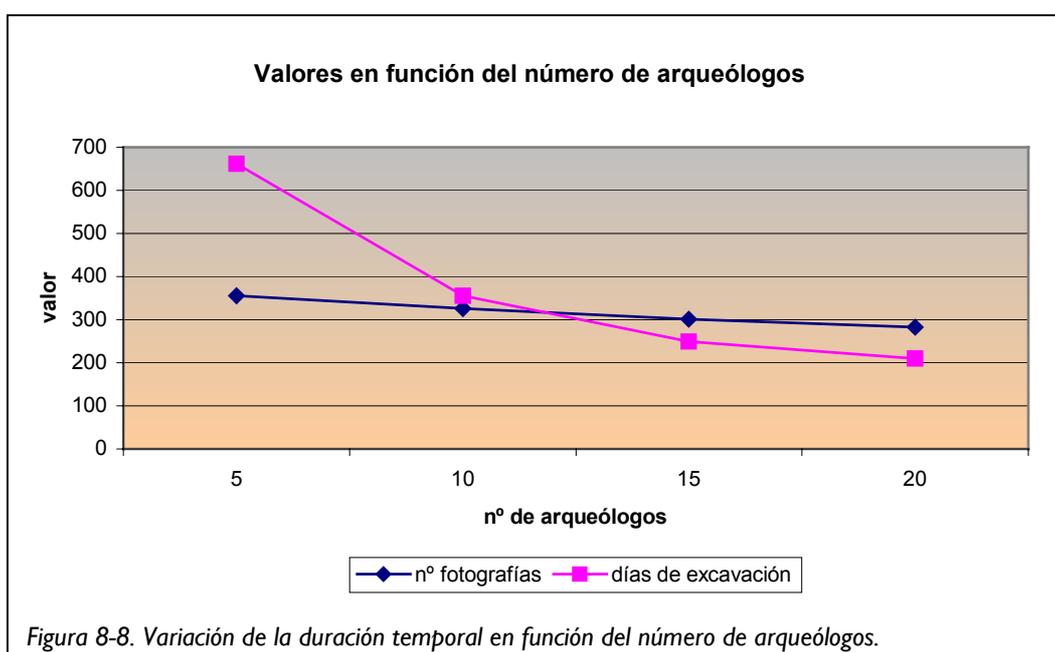
Obviamente, los resultados obtenidos dependen de los parámetros iniciales, mediante un proceso de comprobación de previsiones con resultados definitivos (después de la excavación), se pueden ir ajustando estos valores iniciales para ir mejorando las previsiones para futuros trabajos.

⁴ Por "fotografía" se entiende todo el proceso relacionado con la documentación de una celdilla (o un conjunto de celdillas).

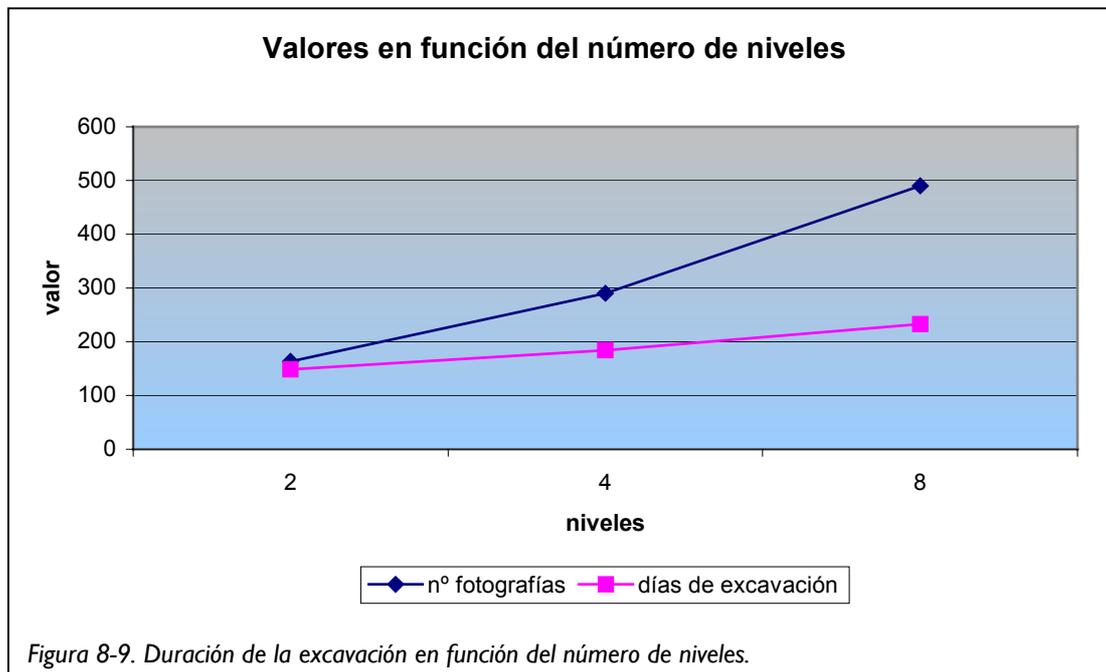
Una de las ventajas de la simulación es que permite determinar qué parámetros es importante controlar bien y en cuáles una variación significativa de su valor no influye en el resultado final.

Si, por ejemplo, se repite la simulación pero utilizando el otro sistema de documentación (portátil), el número de fotografías es de 400 (siempre, 4 niveles por 100 cuadrículas) y el número de días necesarios se reduce hasta 230. El caso contrario que consiste en utilizar raíles pero sólo fotografiar cuando esté todo el nivel excavado (esto se consigue introduciendo unos valores altos para el tiempo que puede estar una celdilla sin documentarse) se llega a unas 115 fotografías en 570 días.

Otras posible representación podría ser la variación de estos parámetros según el número de arqueólogos:



○ en función del número de niveles encontrados (manteniendo el espesor total):



5.- Conclusiones

Se ha comprobado que la simulación es una herramienta muy útil para obtener valores de procesos que dependen de parámetros muy variables o poco definidos. Para ello, se ha realizado un modelo básico de excavación arqueológica y se han realizado varias simulaciones con el fin de obtener valores que sirvieran para la planificación del trabajo.

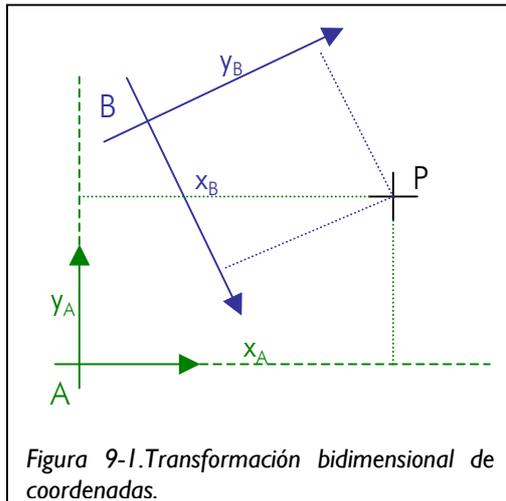
Anexo 9. Complementos matemáticos

I.- Transformaciones de Coordenadas

Las transformaciones permiten referir un conjunto de coordenadas a un sistema diferente al que han sido medidas. Por ser las que se han utilizado en mayor medida durante este trabajo, nos centraremos en la transformación conforme o de Helmert y en la transformación afín, aunque hay que comentar que existen muchas otras expresiones con gran cantidad de aplicaciones.

Transformación bidimensional conforme (Helmert 2D)

En la siguiente figura se puede ver gráficamente el resultado de cambiar los ejes de coordenadas del sistema -A- (x_A, y_A) a un segundo sistema -B- (x_B, y_B) .



La relación geométrica entre ambos sistemas consiste en una traslación del origen (t_x, t_y) de coordenadas, un giro (α) y un cambio de escala (e) . Es decir, matemáticamente:

$$\begin{cases} x_B = \lambda \cos(\alpha) x_A + \lambda \sin(\alpha) y_A + t_x \\ y_B = -\lambda \sin(\alpha) x_A + \lambda \cos(\alpha) y_A + t_y \end{cases}$$

También puede expresarse como:

$$\begin{cases} x_B = C_1 x_A + C_2 y_A + C_3 \\ y_B = -C_2 x_A + C_1 y_A + C_4 \end{cases}$$

tras realizar el siguiente cambio en la notación:

$$\begin{cases} C_1 = \lambda \cos(\alpha) \\ C_2 = \lambda \sin(\alpha) \\ C_3 = t_x \\ C_4 = t_y \end{cases}$$

Igualmente, se pueden obtener expresiones que permitan el paso inverso, es decir: Sistema B \rightarrow Sistema A.

Lo importante de estas expresiones es que muestran que una transformación de estas características: traslación, giro y cambio de escala; puede representarse mediante cuatro parámetros.

Como por cada punto del que se conozcan las coordenadas en ambos sistemas se va a disponer de dos ecuaciones (una para la coordenada x y otra para la coordenada y), si se conoce las coordenadas de dos puntos en ambos sistemas se tendrán cuatro ecuaciones para cuatro incógnitas, es decir, que se estará en disposición de poder calcular los parámetros que relacionan ambos sistemas. Dado que estos parámetros son comunes para todos los puntos, una vez que se conozcan, se pueden calcular las coordenadas en uno de los sistemas a partir de los valores en el otro.

Transformación afín

La transformación afín, es muy similar a la anterior, pero añade la posibilidad de que existan factores de escala diferenciados para cada uno de los ejes y además prevé que los ejes no sean estrictamente ortogonales. Si cuando nos hemos referido a la transformación conforme, decíamos que eran necesarios cuatro parámetros para definirla, la transformación afín, requiere seis.

$$\begin{cases} x_B = a_1 x_A + a_2 y_A + a_3 \\ y_B = a_4 x_A + a_5 y_A + a_6 \end{cases}$$

El proceso de cálculo es similar al caso anterior, la diferencia es que ahora, el número mínimo de puntos que se requiere para poder calcular los parámetros es de tres.

La transformación afín se utiliza preferentemente en el proceso de orientación interna ya que es capaz de modelar deformaciones en la película fotográfica debidas al propio proceso de toma y revelado así como defectos mecánicos en el sistema de medida del restituidor.

Transformación tridimensional conforme (Helmert 3D)

Se trata de una generalización del caso bidimensional, en esta ocasión los parámetros que rigen el cambio de sistema son:

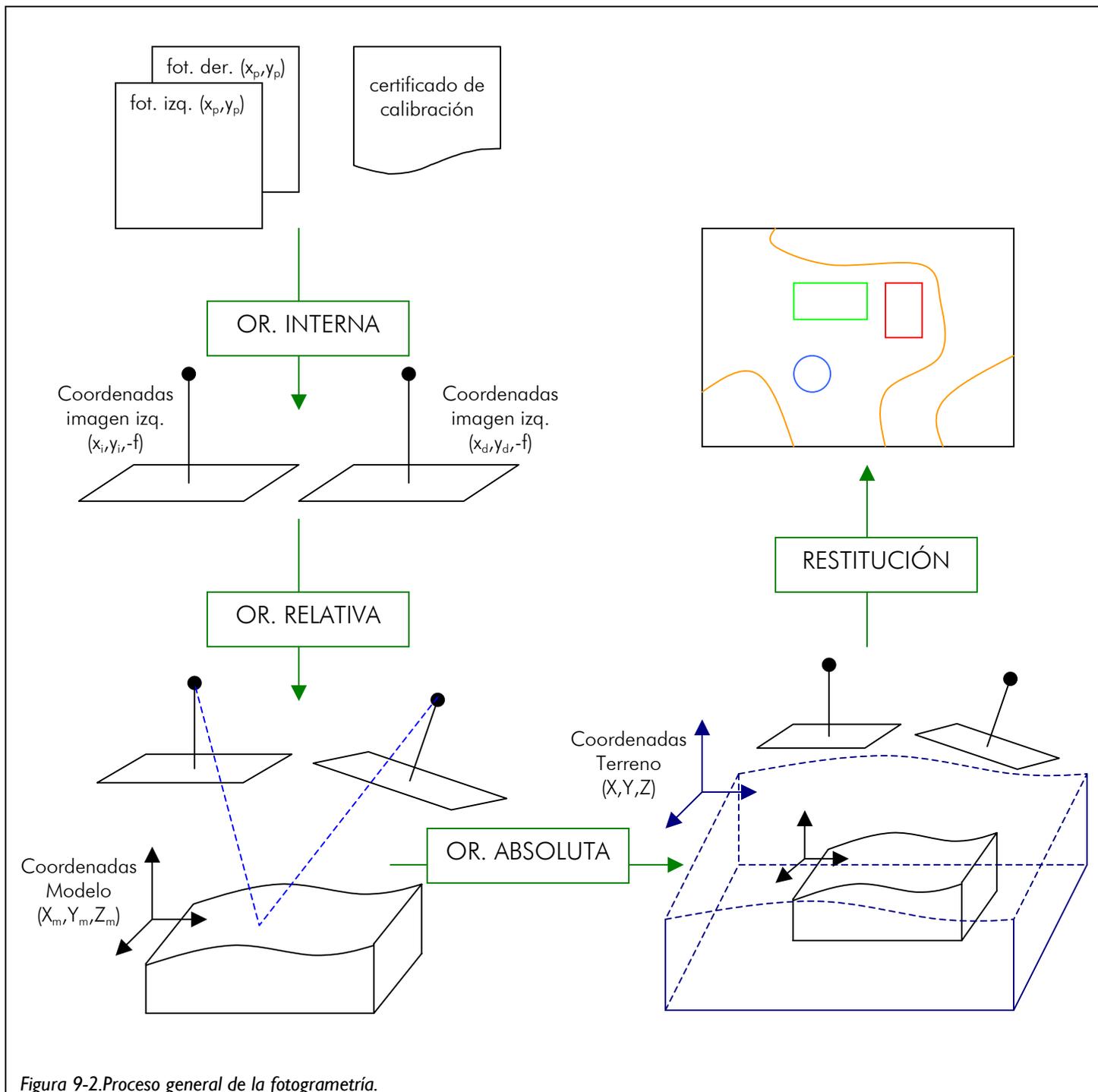
- Tres traslaciones: (t_x, t_y, t_z) , que describen el desplazamiento entre los orígenes de ambos sistemas.
- Tres rotaciones: $(\omega, \varphi, \kappa)$ que representan la rotación respecto a cada uno de los ejes de coordenadas.
- Un factor de escala: (λ) común para los tres ejes.

La expresión de esta transformación es, en formato matricial, la siguiente:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{\text{Sist.A}} = \lambda \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \kappa & \sin \omega \sin \varphi \cos \kappa + \cos \omega \sin \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa \\ -\cos \varphi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \sin \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \varphi \sin \kappa \\ \sin \varphi & -\sin \omega \cos \varphi & \cos \omega \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{\text{Sist.B}} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}$$

2.- Orientación Fotogramétrica

El siguiente esquema representa el proceso general de la fotogrametría, es decir, cómo a partir de dos imágenes fotográficas e información adicional: certificado de calibración y puntos de apoyo, se puede llegar a obtener información métrica tridimensional de los elementos fotografiados.



En la figura anterior, se han marcado las diferentes fases de que consta y que ya han sido comentadas en la memoria, a continuación haremos una nueva revisión de cada fase pero esta vez centrándonos en su aspecto matemático.

Orientación interna

El objetivo de la orientación interna es la reconstrucción de los haces perspectivos, para ello hay que definir un sistema tridimensional de coordenadas en el cual se puedan representar estos haces. Este sistema, que es independiente para cada imagen (marcado en verde sobre la siguiente figura), tiene su origen en el centro de proyección -O-.

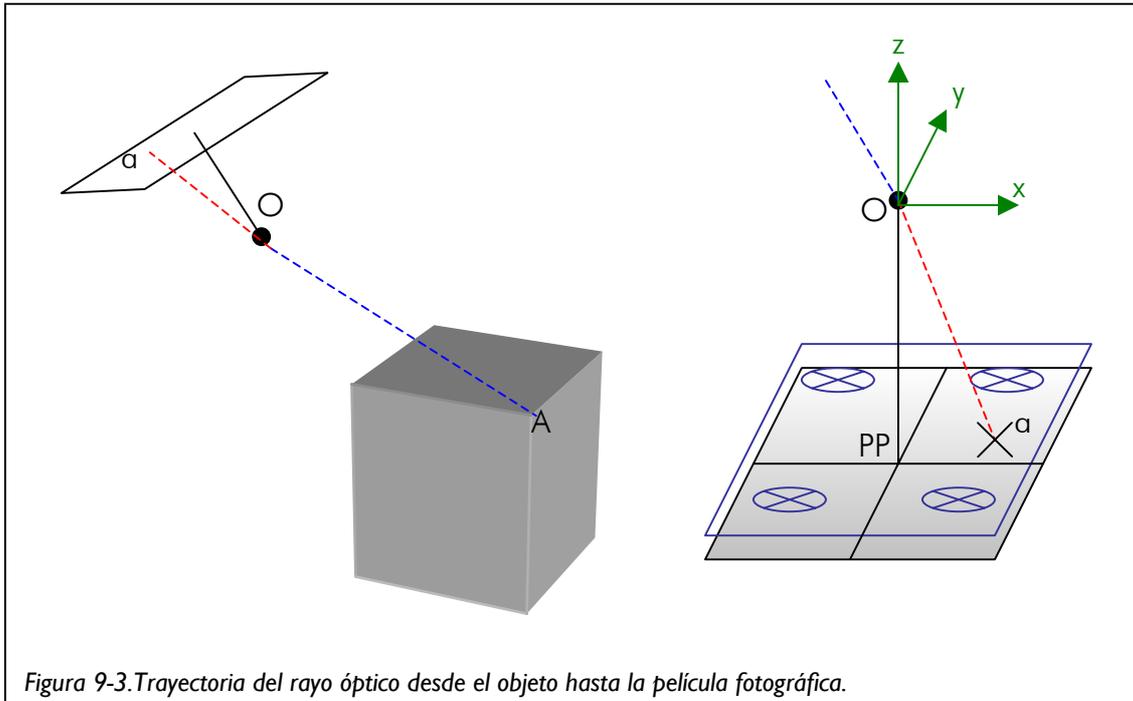


Figura 9-3. Trayectoria del rayo óptico desde el objeto hasta la película fotográfica.

Analizando el camino de un rayo óptico desde un punto -A- hasta su representación sobre la fotografía -a-, vemos que al pasar por el objetivo -O- existe una ligera desviación de la trayectoria debida a la distorsión, antes de llegar a la película. En las cámaras métricas, se conoce cuál es el valor de esta distorsión por lo que se puede corregir analíticamente. Normalmente, esta distorsión, se expresa mediante un polinomio de grado impar, siendo parte de la información del certificado de calibración.

Entre el centro de proyección (objetivo) y la película se dispone de una placa de cristal sobre la que se han grabado una serie de marcas, llamadas fiduciales, que aparecerán representadas también en la fotografía pero, al estar por detrás del objetivo, su representación no estará afectada de distorsión. La finalidad de estas marcas es definir un sistema de coordenadas inherente a cada fotografía.

La medida de coordenadas sobre las fotografías se realiza con instrumentos (comparadores, restituidores, . . .) que miden en sistemas propios de coordenadas, por lo que, es necesario conocer las coordenadas de estas marcas fiduciales en este sistema propio de la fotografía y valerse de la transformación bidimensional de coordenadas para relacionar las coordenadas medidas con las fiduciales. Las coordenadas fiduciales de las marcas deben venir reseñadas en el certificado de calibración.

El certificado de calibración también informa de cuáles son las coordenadas del punto principal -PP-, proyección de -O- sobre la fotografía, respecto al sistema de coordenadas formado por las marcas fiduciales (x_0, y_0) . Finalmente, para completar el sistema tridimensional es necesario el dato numérico de la distancia entre el centro de proyección -O- y el punto principal -PP-, esta distancia se llama distancia principal aunque forzando un poco la terminología también es frecuente decir distancia focal. Realmente distancia principal y focal sólo coinciden en el caso de la cámara esté enfocada a infinito que es la situación más general en fotogrametría aérea, siendo más excepcional en terrestre. A pesar de esto y dado que la mayor parte de la formulación que se presenta a continuación está cogida de la fotogrametría aérea mantendremos ambos términos como sinónimos.

En resumen, la información mínima que debe proporcionar el certificado de calibración será la siguiente:

- Valor de la distancia principal /distancia focal.
- Coordenadas del punto principal -PP- en el sistema fiducial.
- Coordenadas de las marcas fiduciales (sistema fiducial).
- Valores de la distorsión.

Recordar que sobre las fotografías se mide en el sistema propio del instrumental que se esté utilizando para la restitución por lo que, el primer proceso debe consistir en relacionar ambos sistemas. Para ello hay que medir las coordenadas de las marcas fiduciales en el restituidor. Con esto, se dispone de las coordenadas tanto en el sistema del restituidor, las medidas, como en el fiducial, del certificado, pudiéndose calcularse los parámetros que permiten el paso entre ambos sistemas.

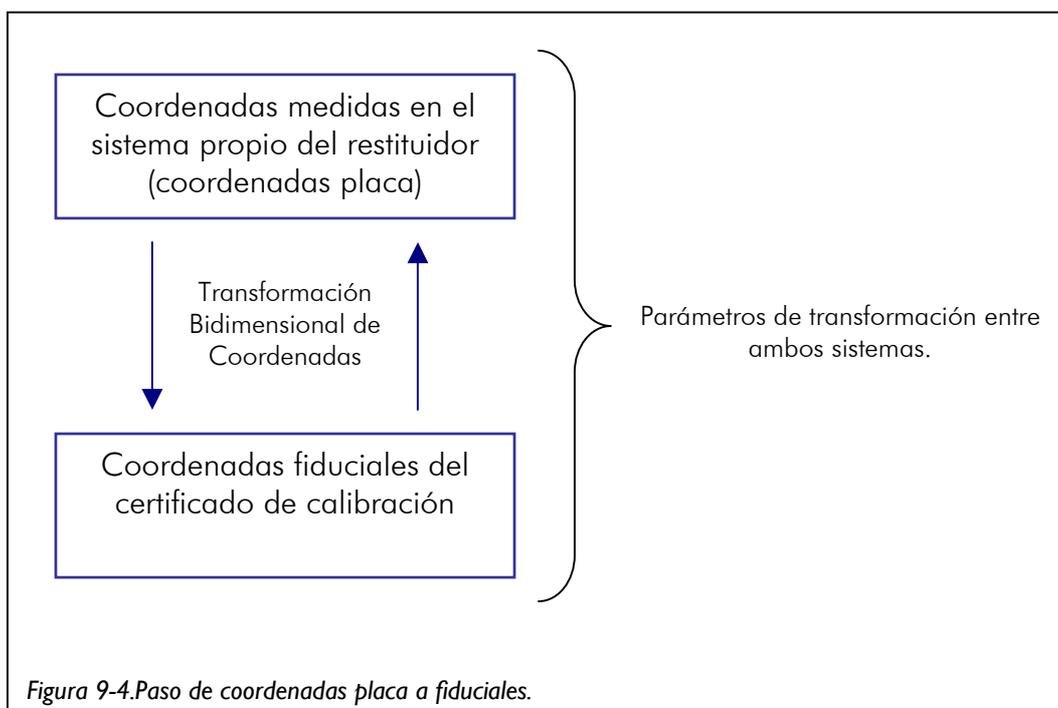
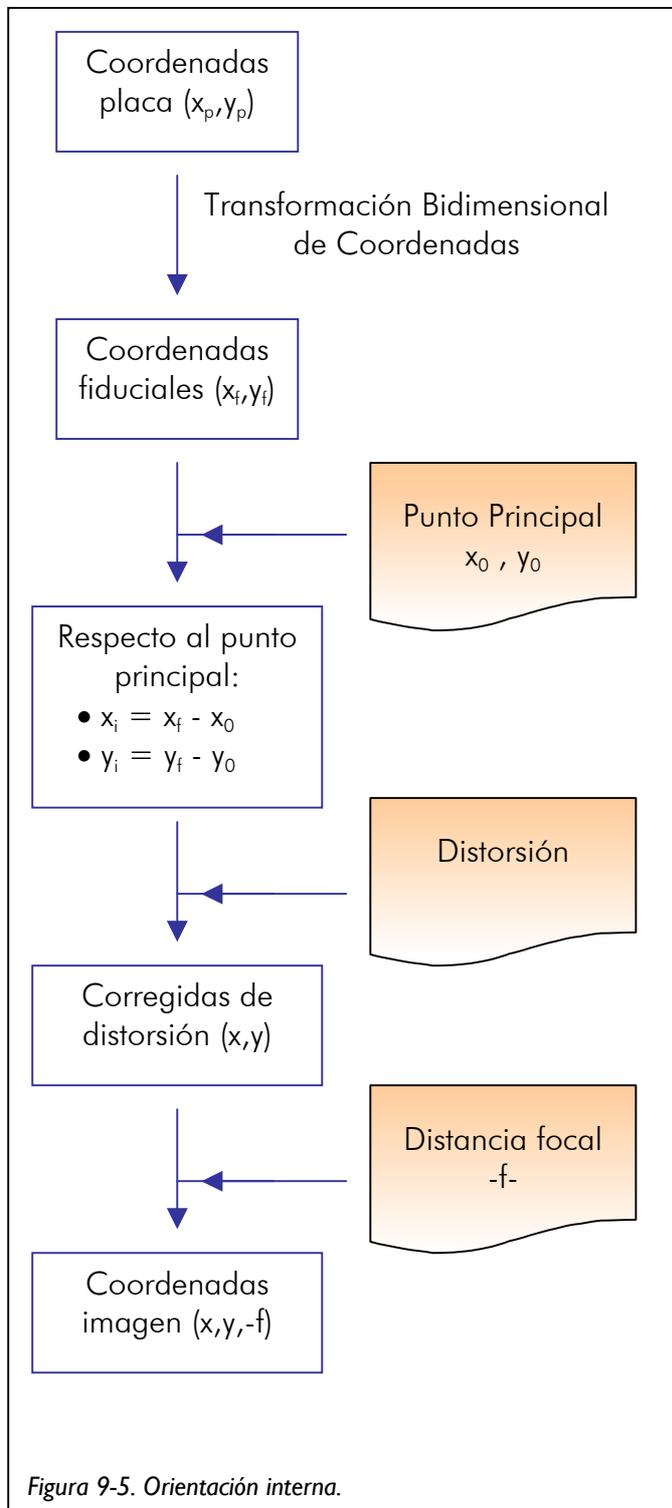


Figura 9-4. Paso de coordenadas placa a fiduciales.

Disponiendo de estos parámetros de transformación, la relación entre coordenadas placa y coordenadas imagen (sistema centrado en el centro de proyección) es el siguiente.



De este esquema, sólo faltaría por comentar las expresiones que se utilizan para la corrección de la distorsión. Lo más habitual es considerar que la distorsión es un efecto radial simétrico respecto al punto principal y se suele modelar, como ya se ha indicado mediante un polinomio de grado impar:

$$\Delta r = s_0 r + s_1 r^3 + s_2 r^5 + \dots$$

En esta expresión, $-r-$ es la distancia al punto principal, $-\Delta r-$ es la corrección a efectuar a esta distancia radial y $s_0, s_1, s_2,$ etc. son los parámetros del polinomio y son los que proporciona el certificado de calibración.

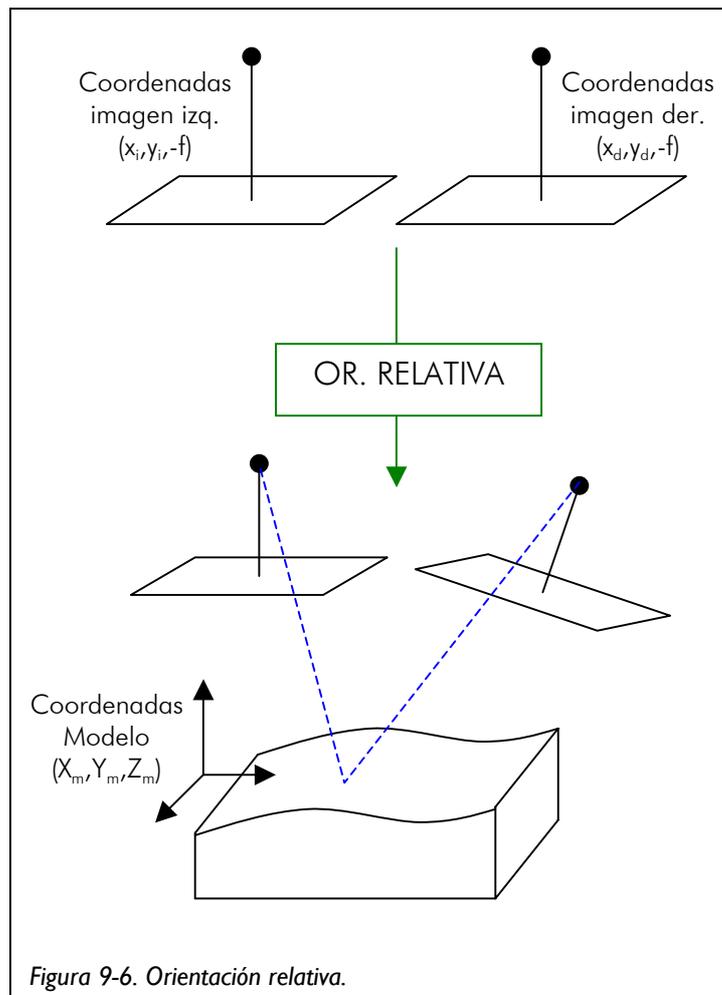
El término s_0 corresponde a una variación en la distancia focal, por lo que es frecuente que no aparezca en la expresión anterior corrigiéndose su efecto directamente en el valor de la focal.

$$\Delta f = -f s_0$$

En realidad, existe una gran variedad de expresiones similares que sirven para modelar el efecto de la distorsión por lo que hay que tener cuidado a la hora de introducir los parámetros en el restituidor y saber a cuál se está refiriendo tanto en los parámetros como en el criterio de signos.

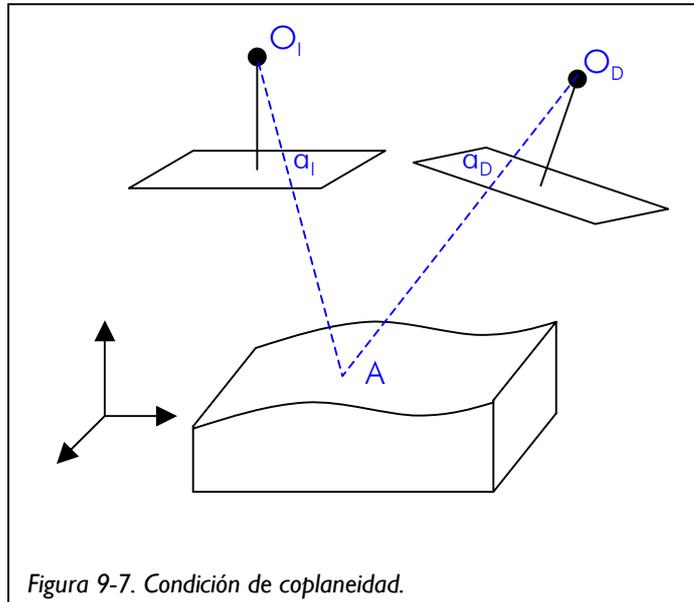
Orientación relativa

En la orientación relativa, se pasa de disponer de dos sistemas de coordenadas, uno por fotografía, a un sistema tridimensional común. Este sistema tridimensional común (sistema modelo) es un sistema intermedio que no se corresponde con el sistema en el cuál se van a obtener los resultados finales (sistema terreno), siendo un sistema que se adapta a la geometría propia de cada par fotogramétrico y que sirve para simplificar ciertos cálculos.



Tras el proceso de orientación relativa, ya se puede inspeccionar el modelo estereoscópicamente.

Para su cálculo se parte de la condición de coplaneidad, que relaciona un punto en el modelo –A- con su representación en cada una de las fotografías –a₁- y –a_D-. Una vez orientado el modelo, estos tres puntos y los dos centros de proyección –O₁- y –O_D- deben estar en un mismo plano.



A continuación se presenta una expresión que describe esta relación. Hay que reseñar que esta expresión corresponde realmente a una simplificación de la expresión general en la que se aprecia más claramente el proceso de cálculo.

$$f(x_D - x_I)\beta_Y + (y_I x_D - x_I y_D)\beta_Z - (f^2 + y_I y_D)\omega_D + (x_D y_I)\varphi_D - (f x_D)\kappa_D - f(y_D - y_I) = 0$$

siendo:

- x_I, y_I : coordenadas imagen fotografía izquierda.
- x_D, y_D : coordenadas imagen fotografía derecha.
- f : distancia focal.
- β_Y, β_Z : componentes angulares de la base en los ejes –Y- y –Z-.
- $\omega_D, \varphi_D, \kappa_D$: giros relativos respecto a los ejes –X-, –Y- y –Z- entre el sistema tridimensional de la fotografía derecha y el de la izquierda.

De todos estos datos, las coordenadas imagen sobre las fotografías se pueden medir y la focal es un dato conocido, restan como incógnitas, por lo tanto, las componentes angulares de la base y los giros relativos de la segunda fotografía respecto a la primera. Como vemos, cada punto medido en ambas fotografías proporciona una ecuación, al ser cinco las incógnitas a calcular, será necesario medir las correspondencias de cinco puntos para poder calcular los parámetros de la orientación relativa.

Orientación absoluta

Una vez que se dispone de la orientación relativa ya se está en condiciones de trabajar en el espacio tridimensional del objeto fotografiado, el problema es que el sistema común en el que se trabajaría sería el sistema modelo que, como se ha comentado, corresponde a un sistema arbitrario del equipo de restitución.

Para que las medidas realizadas puedan relacionarse con las del resto de pares y con otras medidas e integrarse así con la cartografía general es necesario hacer una transformación tridimensional de coordenadas según la formulación ya expuesta.

Como en todos los cambios entre sistemas de coordenadas, el paso previo es la determinación de los parámetros de transformación para lo cual es necesario conocer las coordenadas de ciertos puntos en ambos sistemas. Las coordenadas en el sistema modelo no representan ningún problema ya que se pueden calcular directamente con el restituidor a partir de sus coordenadas en las fotografías. Para disponer de coordenadas en el sistema terreno se utilizan los puntos de apoyo, es decir, un conjunto de señales a las que se les dota de coordenadas en el sistema general de la excavación y que, al aparecer fotografiadas, se podrán calcular sus coordenadas en el sistema modelo.

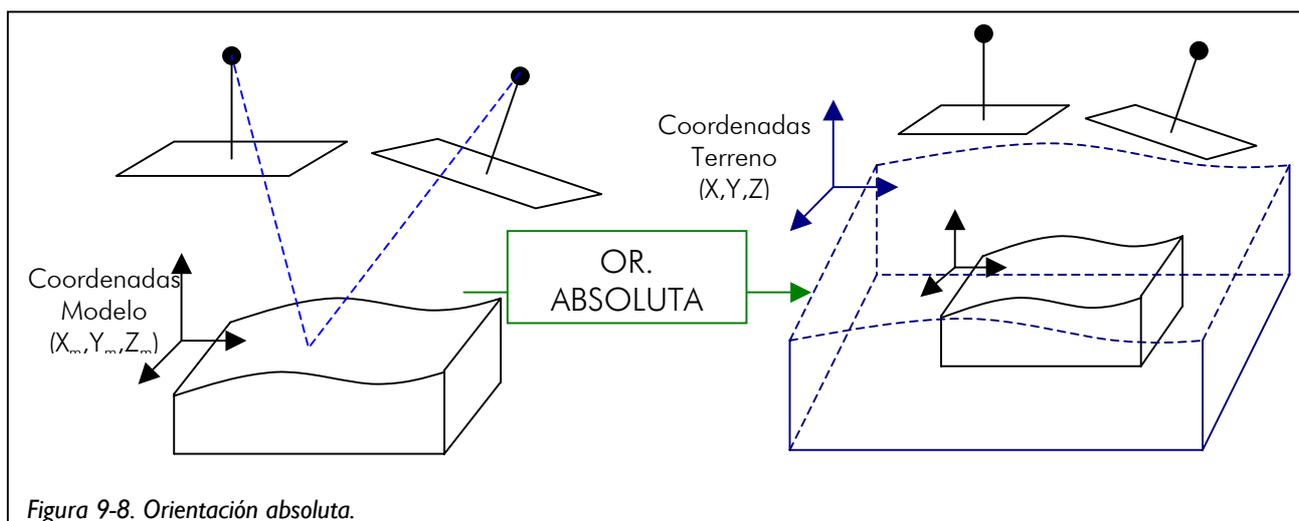


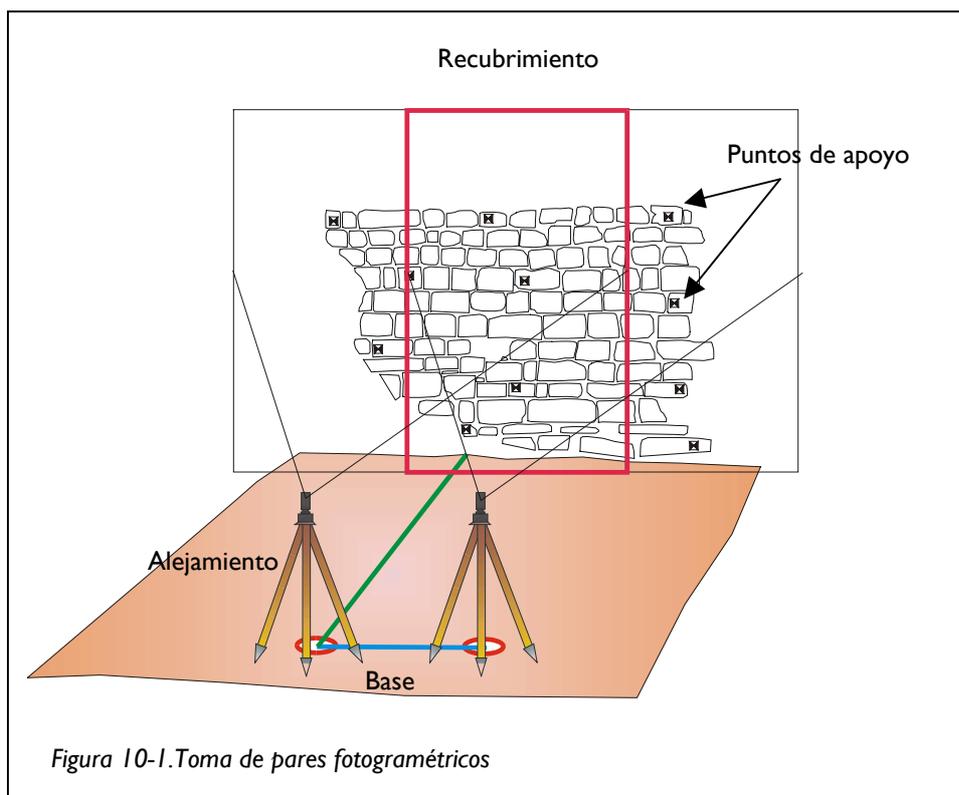
Figura 9-8. Orientación absoluta.

La transformación tridimensional de coordenadas, según se comentó, requiere conocer siete parámetros, como cada punto en el que se conozcan las coordenadas en ambos sistemas aporta tres ecuaciones, el mínimo necesario es de tres puntos.

Anexo 10. Glosario de términos

A

- **Alejamiento:** Distancia entre la cámara fotográfica y el objeto fotografiado.(Figura 10-1).
- **Apoyo:** Conjunto de puntos cuyas coordenadas se conocen y que aparecen fotografiados en el par. Permiten referir todas las medidas realizadas sobre el par fotogramétrico al sistema de coordenadas terreno (Figura 10-1).

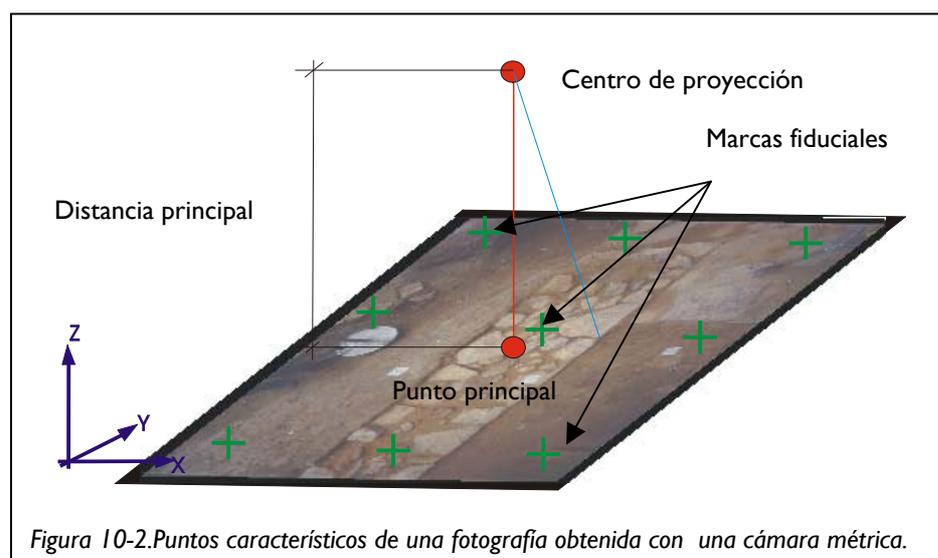


B

- **Base:** Separación, medida perpendicularmente al alejamiento, entre los dos puntos desde donde se toman las dos fotografías que forman el par. La magnitud de la base está en función del alejamiento, pudiendo estar comprendida entre 1/10 y 1/5 del mismo, y permite la visión estereoscópica (Figura 10-1).
- **Base de datos:** Sistema informático que permite el almacenamiento de información de diferentes fuentes y las consultas, estableciendo búsquedas y relaciones entre dichas fuentes.
- **Base topográfica:** Conjunto de estaciones que materializan sobre el terreno y, de forma permanente, el sistema de coordenadas empleado. Físicamente consiste en un conjunto de puntos debidamente señalizados: clavos, picas, estacas, hitos, etc., cuyas coordenadas se conocen en el sistema de trabajo.

C

- **Calcular y compensar:** Las medidas topográficas, habitualmente ángulos y distancias, deben elaborarse con el fin de obtener las coordenadas de los puntos, cuando se dispone de medidas redundantes, es decir, que se pueden determinar las coordenadas de un mismo punto a partir de varios cálculos diferentes, los resultados obtenidos, que estarán siempre dentro de la precisión del instrumental y métodos empleados, deben unificarse para obtener un único conjunto de coordenadas para cada punto.
- **Cámara métrica:** cámara fotográfica de la cual se conoce la distancia principal, la posición del punto principal y la función de distorsión así como un conjunto de señales de referencia (marcas fiduciales) que permiten definir un sistema tridimensional propio de coordenadas. Geométricamente, una cámara métrica es aquella cuyas fotografías pueden considerarse “perspectivas puras”, es decir la relación entre cada punto del espacio y sus imágenes fotográficas son líneas rectas que convergen en un punto que es el centro de proyección.
- **Cartografía temática:** documento cartográfico en el que la topografía sólo hace de soporte a un tema georreferenciable, es decir, relacionado con la superficie topográfica, que es el que realmente se presenta.
- **Centro de proyección:** Geométricamente, en los sistemas fotográfico se puede considerar que todos los rayos ópticos convergen en un punto antes de impresionar la película, este punto recibe el nombre de centro de proyección y es el que se utiliza para definir las coordenadas tridimensionales de la cámara durante los procesos de orientación (Figura 10-2).
- **Certificado de calibración:** Informe anexo que contiene las coordenadas de las marcas fiduciales, los valores numéricos de la distancia principal, posición del punto principal en coordenadas fiduciales, y valores de la función de distorsión del objetivo. Las cámaras fotográficas de las que se dispone de certificado de calibración se consideran métricas (Figura 10-2).



- **Colección de pares:** Los pares fotogramétricos obtenidos debidamente clasificados y ordenados. Constituyen un archivo temporal tridimensional de la excavación en cada una de sus fases. Incluye además la información necesaria para la localización de cualquier par así como los datos necesarios para la extracción de datos a partir de ellos.

D

- **Datos vectoriales:** Información formada por puntos y líneas. Esta información es exclusivamente geométrica, es decir, no existe el concepto de muro, zanja, fosa, etc., solamente líneas formadas por puntos en el espacio tridimensional.
- **Densificar la red:** Añadir nuevas estaciones a la base topográfica.
- **Distancia principal:** Distancia del centro de proyección al punto principal en una fotografía, coincide con la distancia focal cuando se enfoca a infinito (Figura 10-2).
- **Distancia objeto:** Ver *Alejamiento*.

E

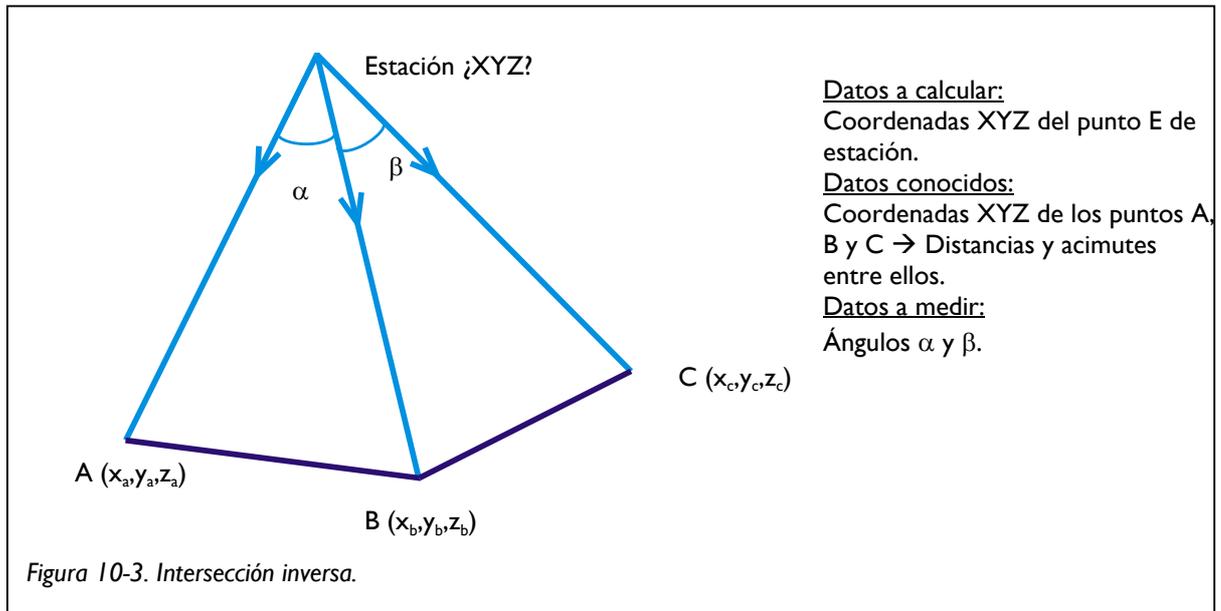
- **Elementos auxiliares:** Todos aquellos elementos que permiten la obtención de los pares fotogramétricos más fácilmente y con mejores resultados. Aquí se incluye la iluminación artificial, dispositivos para situar la cámara en determinadas posiciones, señales de puntería para facilitar la localización de puntos de apoyo, etc..
- **Elementos superficiales independientes:** Elemento bidimensional dentro del espacio tridimensional de coordenadas, está formado por un perímetro cerrado que define esta superficie, estando a su vez el perímetro formado por un conjunto de puntos y sus relaciones de conexión.
- **Errores:** Imprecisiones debidas a las limitaciones físicas y constructivas de los aparatos de medida. La magnitud de estos errores ha de estudiarse con el fin de acotarse para garantizar la precisión geométrica de los documentos finales.
- **Estabilidad de la red:** Permanencia de las coordenadas en el tiempo, es decir, que los puntos que forman la base topográfica no sufran desplazamientos que comprometan la coherencia de los resultados obtenidos.
- **Estación total:** Instrumento topográfico que permite la medida de ángulos y distancias y su almacenamiento en memoria para el posterior volcado de datos.
- **Estacionamiento:** Colocación del instrumental topográfico en condiciones de obtener medidas.
- **Estacionamiento libre:** Estacionamiento en el que no es necesario tener previamente señalado el punto sobre el que va a realizarse.

F

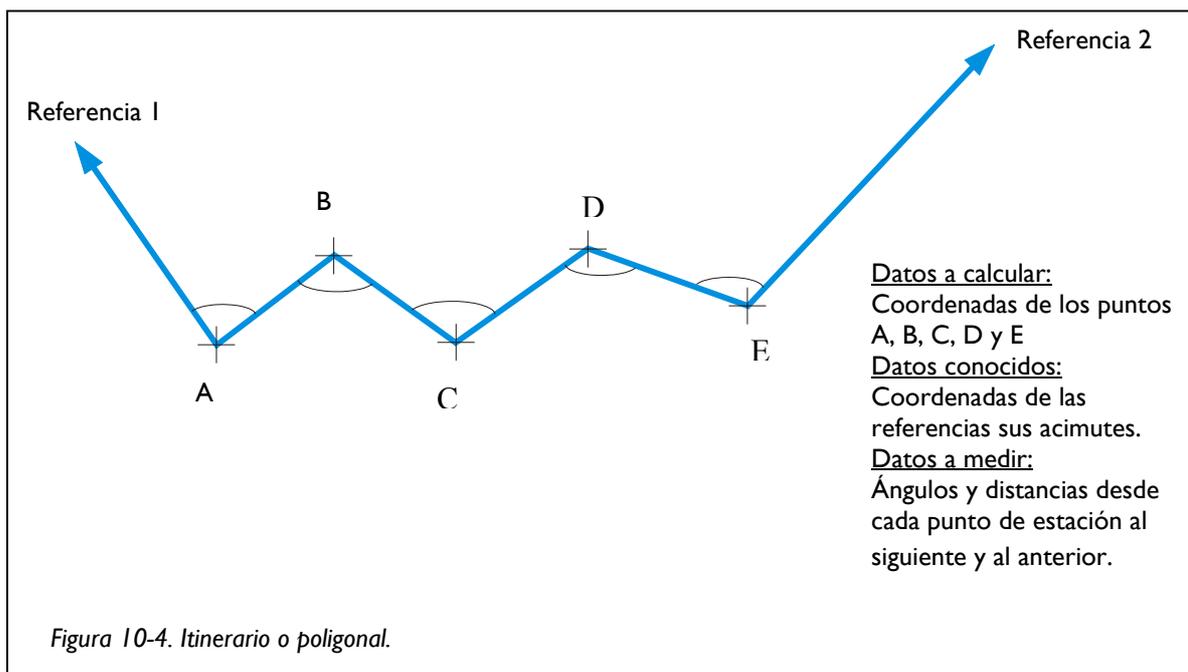
- **Formato medio:** Fotografías cuyo tamaño de negativo es superior a 35 mm e inferior a 12 cm.
- **Fotogrametría:** Técnica que permite la medición de coordenadas a partir de fotografías.

I

- **Intersección inversa múltiple:** Método topográfico de obtención de las coordenadas del punto de estación a partir de la observación de un mínimo de tres puntos de coordenadas conocidas (Figura 10-3).



- **Itinerario:** Método topográfico que obtiene las coordenadas de una serie de estaciones de forma sucesiva mediante la observación angular y de distancias, es decir, utilizando las coordenadas de la anterior para ir dotando de coordenadas a la siguiente (Figura 10-4).



M

- Mallas: Elementos superficiales mínimos en los que se divide cada unidad para su representación en el sistema informático.
- Medición sin prisma: Medida de distancias mediante láser, para la que no se requiere la utilización de un prisma situado en el punto a medir.
- Métodos topográficos: Procesos para la obtención de las coordenadas XYZ de los puntos que representan el terreno.
- Modelo alámbrico: Resultado de la restitución fotogramétrica. Ver *datos vectoriales*.
- Modelo tridimensional digital: Representación informática del conjunto de medidas realizadas y que definen los elementos tridimensionales medidos sobre el terreno.
- Modelo virtual: Modelo tridimensional digital al cual se han añadido texturas o imágenes fotográficas para obtener una recreación realista.
- Montaje fotográfico: Unión de una colección de fotografías en una única imagen que represente globalmente la excavación.
- Mosaico: Ver *montaje fotográfico*.

O

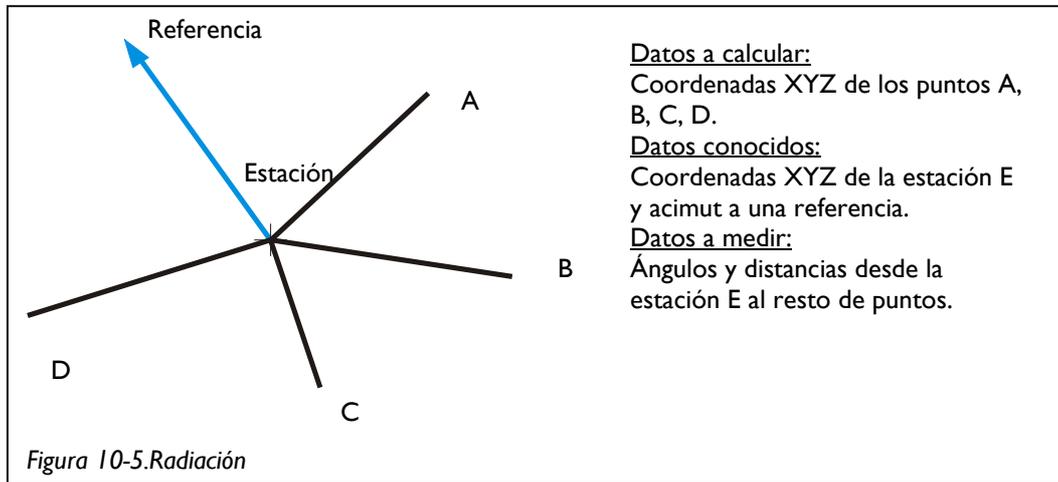
- Orientación de los pares: Proceso fotogramétrico en el cual, partiendo de las dos fotografías que forman el par, se obtiene un modelo tridimensional de la zona en coordenadas terreno. Consta de: Orientación Interna, Orientación Relativa y Orientación Absoluta.

P

- Par fotogramétrico: Dos fotografías obtenidas desde dos puntos de vista diferentes, en las que aparece una zona común denominada recubrimiento y que permiten ver este recubrimiento estereoscópicamente una vez orientadas (Figura 10-1).
- Plomada física: Hilo lastrado que marca la vertical de un punto.
- Poligonal: Ver *itinerario*.
- Portaplacas: Soporte donde se sitúan las diapositivas y negativos en el restituidor analítico.
- Precisión angular y de distancias: Grado de fiabilidad de los valores medidos con el instrumental topográfico.
- Productos cartográficos: Resultados obtenidos a partir de datos topográficos.
- Puntos de cota: puntos obtenidos mediante taquimetría o restitución y que definen el relieve.

R

- **Radiación:** Método topográfico para dar coordenadas a un punto a partir de la medición de la distancia y acimut respecto a la estación (Figura 10-5).



- **Red de referencia topográfica:** Ver *base topográfica*.
- **Restitución:** Proceso de extracción de la información gráfica mediante un restituidor.
- **Restituidor analítico:** Instrumento que realiza la orientación de los pares y que conectado a una estación gráfica permite la extracción de datos.

S

- **Señalización y precisión:** Clasificación jerárquica de las señales topográficas utilizadas en función de su utilización a lo largo del trabajo. Hace referencia a su estabilidad en el transcurso de la excavación así como al tipo de señal empleada.
- **Sistema de referencia permanente:** Conjunto de señales de referencia situadas en lugares que no se modifican durante el proceso de excavación y que, por lo tanto, pueden utilizarse durante todo el periodo de trabajo.
- **Sistema relativo de coordenadas:** Sistema de coordenadas cuyo origen, escala y orientación están definidos arbitrariamente.
- **Sistema topográfico único:** sistema general de coordenadas en el cual se presentarán todos los resultados independientemente de que en zonas concretas y puntualmente se hayan utilizado otros sistemas relativos.

T

- **Taquimetría:** Ver *radiación*.
- **Tesela:** Ver *mallá*.
- **Transformación bidimensional de coordenadas:** proceso matemático en el que se calcula el giro, traslación y escalado que permite el paso entre dos sistemas bidimensionales.

V

- Visión estereoscópica: Visión en tres dimensiones obtenida a partir de un par de fotogramétrico.
- Visión tridimensional: Ver *visión estereoscópica*.

INDICE DE FIGURAS DE LA MEMORIA

Figura	Página
1.- Ortofotografía del Casco Histórico de Vitoria.	3
2.- Croquis de la zonas de excavación del Plan Director.	4
3.- Perspectiva de un plano de período de la nave central.	5
4.- Cartografía temática	6
5.- Croquis de las zonas excavadas en la Catedral. 1997-2003.	7
6.- Mosaico fotográfico y objetivos del trabajo.	8
7.- Esquema general de trabajo.	10
8.- Planificación dentro del esquema general.	11
9.- Bases topográficas.	12
10.- Señales de puntería.	12
11.- Señales de referencia.	13
12.- Distribución de las bases topográficas para la realización de la cartografía tridimensional de la Catedral.	14
13.- Hallazgo de la cripta y acceso a la misma.	15
14.- Señales colocadas a la entrada de la cripta.	16
15.- Esquema de trabajo para la red topográfica del interior de la cripta.	16
16.- Imagen de la zona 10.	17
17.- Croquis de situación y esquema en sección de la zona 10.	17
18.- Croquis de las señales de puntería de la excavación del 2000.	18
19.- Croquis de las señales de puntería de las excavaciones 2000-2003.	19
20.- Colocación de señales de puntería en los pilares de la Catedral.	20
21.- Croquis de las señales de puntería en la zona del altar y el crucero.	21
22.- Señales de referencia, croquis arqueólogos, y proceso de toma de datos para su confección.	22
23.- Ejemplos de fotografías tomadas con andamios.	23
24.- Toma de pares mediante la estructura auxiliar.	24
25.- Recubrimiento mínimo y máximo de la cámara Rollei 6006.	25
26.- Esquema de la estructura empleada en la toma de pares utilizando focos de luz.	26
27.- Montaje para la realización de pares verticales y horizontales.	26
28.- Pegadianas.	26
29.- Interior de la Catedral antes y después de la colocación de la pasarela.	27
30.- Sección del proyecto de colocación de la pasarela.	27

	<u>Figura</u>	<u>Página</u>
31.- Detalle del puente-grúa instalado bajo la pasarela.		28
32.- Esquema de la estructura con la cercha, el carril y los tensores.		29
33.- Diseño del despiece y modelo mecanizado del soporte que circula bajo el rail suspendido.		29
34.- Ejemplo de certificado de calibración.		30
35.- Toma de datos dentro del esquema general.		31
36.- Documentación de un sector por planos de período y por unidades estratigráficas.		32
37.- Señal de puntería y etiquetas correspondientes a unidades estratigráficas.		33
38.- Pares fotogramétricos de las cimentaciones de los pilares.		35
39.- Toma de alzados ocultos.		36
40.- Elaboración dentro del esquema general.		37
41.- Distribución del apoyo topográfico en un par fotogramétrico.		37
42.- Proceso de restitución, edición y mallado.		38
43.- Vista en perspectiva del modelo mallado.		38
44.- Sistema de clasificación de los pares tento para el interior de la catedral como para la plaza.		39
45.- Sistema de clasificación de los pares en la segunda fase de excavación de la plaza.		40
46.- Clasificación de los pares fotogramétricos.		41
47.- Ejemplo de ficha de restitución.		42
48.- Restituidor analítico Adam MPS2.		43
49.- Orientación interna.		44
50.- Orientación relativa y absoluta.		45
51.- Proceso de restitución.		46
52.- Restitución.		47
53.- Paso de una representación esquemática a una detallada.		48
54.- Presentación final con la paleta de colores establecida.		49
55.- Vista perspectiva de un plano de período.		50
56.- Productos dentro del esquema general.		51
57.- Mosaicos fotográficos y su correspondencia con la restitución.		53
58.- Mosaico fotográfico de la primera etapa montado manualmente.		54
59.- Mosaico fotográfico montado automáticamente.		55
60.- Animación de la secuencia estratigráfica de la Capilla de los Reyes.		56
61.- Vistas perspectivas de los planos de periodo de la Capilla de los Reyes.		56

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
62.- Enlace a la base de datos.	57
63.- Hipótesis y reconstrucciones.	57
64.- Recorridos virtuales, capilla de la Concepción.	58
65.- Póster presentado en el I Seminario Internacional en Arqueología de la Arquitectura.	58

NOTAS

Figura 1, obtenida de la página Web de la Diputación Foral de Álava.

Figuras 3 y 4, obtenidas del Plan Director de Restauración de la Catedral de Santa María.

Figuras 30, 31 y 32 cedidas por la Fundación Catedral Santa María.

INDICE DE FIGURAS DE LOS ANEXOS

ANEXO I. DESCRIPCIÓN DE LA ESTACIÓN Y ERRORES

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
Figura I-1. Estación total TCR307	2

ANEXO 4. GENERACIÓN DE SUPERFICIES MALLADAS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
4-1.- Esquema general de trabajo en la generación de superficies malladas.	3
4-2.- Combinación de mallas verticales y horizontales.	4
4-3.- Métodos de interpolación.	5
4-4.- División de la superficie en triángulos.	9
4-5.- Cálculo del área de los triángulos para determinar si un punto está dentro o fuera del contorno a mallar.	10
4-6.- Puntos interiores o exteriores a la superficie en función del número de triángulos a los cuales pertenece.	11
4-7.- Enclaves en una superficie.	11
4-8.- Unión de superficie y mallado.	12
4-9.- Vista en perspectiva de mallas cuadradas y triangulares.	12
4-10.- Empleo de 2 dimensiones.	13
4-11.- Vértices interiores detectados y con puntos de cota.	14
4-12.- Etiquetado de cada uno de los cortes del perímetro con la rejilla.	15
4-13.- Dibujo de unidades teseladas de 3, 4 y 5 vértices.	16
4-14.- Aparición de soluciones incoherentes.	17
4-15.- Numeración de cada uno de los vértices de las mallas.	18
4-16.- Ordenación de dos intersecciones con el mismo número.	18
4-17.- Ponderación en función del inverso de la distancia.	19
4-18.- Salto brusco en el mallado por no utilizar los puntos de la arista para el curvado.	20
4-19.- Interpolación siguiendo el método del inverso de la distancia.	21
4-20.- Ejemplos de mallados verticales.	25
4-21.- Cálculo del número de celdas.	26

ANEXO 5. MODELOS VIRTUALES VRML.

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
5-1.- Fotografía, modelo numérico y modelo con texturas.	2
5-2.- División en planos	3

ANEXO 6. ESTUDIO DE DEFORMACIONES DE LA ESTRUCTURA DE PILARES

Figura	Página
6-1.- Área objeto del control de deformaciones.	3
6-2.- Distribución de señales y estaciones en la fase de planificación.	5
6-3.- Configuración de observaciones en la primera época.	8
6-4.- Obtención de ángulos a partir de la vuelta de horizonte.	10
6-5.- Configuración de observaciones en la segunda época.	12
6-6.- Desplazamientos considerando fijos los puntos 9 y 15.	15
6-7.- Desplazamientos considerando fijos los puntos 13 y 22 (señales inferiores).	17
6-8.- Desplazamientos considerando fijos los puntos 13 y 22 (señales superiores).	18
6-9.- Desplazamientos significativos y no significativos.	19

ANEXO 7. EVALUACIÓN TEMPORAL DE LAS FASES DE TRABAJO

Figura	Página
7-1.- Fases de trabajo.	1

ANEXO 8. SIMULACIÓN ESTADÍSTICA

Figura	Página
8-1.- Distribución de valores aleatorios dos a dos.	4
8-2.- Representación de la prueba de adherencia.	7
8-3.- Yacimiento como matriz de cuadrículas excavables.	8
8-4.- Espesores de los niveles que componen una cuadrícula.	9
8-5.- Esquema de toma de fotografías.	11
8-6.- Estructura de raíles sobre la excavación.	11
8-7.- Número de fotografías y días de excavación en cada prueba de simulación.	14
8-8.- Variación de la duración temporal en función del número de arqueólogos.	15
8-9.- Duración de la excavación en función del número de niveles.	16

ANEXO 9. COMPLEMENTOS MATEMÁTICOS

Figura	Página
9-1.- Transformación bidimensional de coordenadas.	1
9-2.- Proceso general de la fotogrametría.	3
9-3.- Trayectoria del rayo óptico desde el objeto hasta la película fotográfica.	4
9-4.- Paso de coordenadas placa a fiduciales.	5
9-5.- Orientación interna.	6

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
9-6.- Orientación relativa.	7
9-7.- Condición de coplaneidad.	8
9-8.- Orientación absoluta.	9

ANEXO 10. GLOSARIO DE TÉRMINOS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
10-1.- Toma de pares fotogramétricos.	1
10-2.- Puntos característicos de una fotografía obtenida con cámara métrica.	2
10-3.- Intersección inversa.	4
10-4.- Itinerario o poligonal.	4
10-5.- Radiación.	6

INDICE DE TABLAS DE LA MEMORIA

<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
1.- Precisión de las coordenadas obtenidas por topografía.	13
2.- Ejemplo de recubrimiento de la cámara Rollei 6006.	25
3.- Listado de unidades estratigráficas.	34
4.- Listado de enterramientos.	35
5.- Extracto de la base de datos.	41
6.- Relación de colores para la restitución.	47
7.- Relación de colores para el mallado.	49
8.- Número de pares fotograméticos.	52

INDICE DE TABLAS DE LOS ANEXOS

ANEXO I. DESCRIPCIÓN D ELA ESTACIÓN Y ERRORES

<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
1-1.- Errores máximos de las poligonales.	6
1-2.- Errores máximos de las señales de puntería.	6
1-3.- Errores máximos de la radiación de los puntos de apoyo.	7
1-4.- Resumen de errores.	10
1-5.- Recapitulación de errores para la zona 17	10
1-6.- Recapitulación de errores para las zonas 16,19,20,21,21A,22	10
Tabla 1-7.- Recapitulación de errores para la zona 15	10

ANEXO 4. GENERACIÓN DE SUPERFICIES MALLADAS

<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
4-1.- Puntos interiores y exteriores.	11

ANEXO 6. ESTUDIO DE DEFORMACIONES DE LA ESTRUCTURA DE PILARES

<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
6-1.- Efecto de los desplazamientos previsible sobre las coordenadas de las señales.	4
6-2.- Relación de visuales previstas.	5
6-3.- Desplazamientos considerando fijos los puntos 9 y 15.	14
6-4.- Desplazamientos considerando fijos los puntos 13 y 22.	16

ANEXO 7. EVALUACIÓN TEMPORAL DE LAS FASES DE TRABAJO

	<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
7-1.- Relación de superficie, número de pares y planos de periodo.		2
7-2.- Tiempo necesario para la finalización de cada zona.		2

ANEXO 8.SIMULACIÓN ESTADÍSTICA

	<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
8-1.- Prueba de adherencia a una distribución normal.		6



LABORATORIO DE DOCUMENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL PATRIMONIO
Grupo de Investigación en Arqueología de la Arquitectura (UPV-EHU)

Aulario de las Nieves, edificio de Institutos Universitarios
C/ Nieves Cano 33, 01006 Vitoria-Gasteiz (España-Spain).
Tfno: +34 945 013222 / 013264
e-mail: ldgp@ehu.es web: <http://www.ldgp.es>

