

XXX, SISTEMAS ESTRUCTURALES DESPLIEGABLES PARA INFRAESTRUCTURAS DE INTERVENCIÓN URBANA AUTOCONSTRUIDAS

Jon Begiristain Mitxelena

Tesis doctoral codirigida por
Dr. Joseba Escribano Villán
Dr. Ramon Sastre Sastre
Noviembre 2015



ARKITEKTURA
GOI ESKOLA
TEKNIKOA
ESCUELA TÉCNICA
SUPERIOR
DE ARQUITECTURA

ARKITEKTURA SAILA DEPARTAMENTO DE ARQUITECTURA

“In architecture form is a noun; in industry form is a verb”
Buckminster Fuller, *Nine Chains to the moon*

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN	11
1.1	ÁMBITO DE APLICACIÓN Y CONDICIONANTES.....	11
1.1.1	Uso de vacíos urbanos.....	11
1.1.2	Condicionantes de uso y fabricación	14
	▪ Uso de tecnología accesible	14
	▪ Montaje manual.....	14
	▪ Transportable con medios domésticos	14
	▪ Uso mínimo de mano de obra cualificada.....	15
	▪ Despliegue o elevación preferentemente progresiva.....	15
	▪ Repetición de componentes	15
	▪ Variedad de configuraciones	15
1.1.3	Condicionantes metodológicos y criterios generales	16
1.2	JUSTIFICACIÓN DE LAS ESTRUCTURAS DESPLEGABLES AUTOCONSTRUIDAS.....	17
1.3	ESTRUCTURA DE ESTE TRABAJO	20
2	CLASIFICACIONES DE ESTRUCTURAS DESPLEGABLES.....	23
2.1	CLASIFICACIONES MORFOLÓGICAS	23
2.1.1	Cambio de escala o cambio de forma	23
2.1.2	Cambios del número de dimensiones	24
	▪ Estructuras lineales	25
	▪ Estructuras superficiales.....	25
	▪ Estructuras tridimensionales.....	27
2.1.3	Clasificación según la disposición del mecanismo desplegable	28
2.2	CLASIFICACIÓN SEGÚN LOS PROCESOS DE DESPLEGADO	29
2.2.1	Desplegado secuencial o simultáneo.....	29
2.2.2	Desplegado global o por partes	30
2.2.3	Secuencia de montaje	30
2.3	CLASIFICACIONES SEGÚN LOS COMPONENTES DE LAS DESPLEGABLES	31
2.3.1	Número y disposición de accionadores	31
2.3.2	Clasificación según los sistemas de accionamiento	32
	▪ Sistemas neumáticos.....	33
	▪ Estructuras hinchables, presión interna.....	33
	▪ Accionamiento mediante tensado.....	34
	▪ Desplegado por su propio peso	34
	▪ Mecanismos en equilibrio y estructura biestables.....	35
2.3.3	Naturaleza del mecanismo básico desplegable.....	37
	▪ Arquitectura textil.....	37
	▪ Sistemas hinchables	38
	▪ Elementos rígidos planos	38
	▪ Elementos rígidos tridimensionales móviles	39
	▪ Sistemas de barras articuladas	40
	▪ Sistemas de barras y cables.....	40
2.4	VALORACIÓN.....	41
3	ESTRUCTURA TENSADAS, TENSEGRITIES	43
3.1	TIPOS DE ESTRUCTURAS TENSADAS	43
3.1.1	Compresión exterior o ajena a la estructura	44
3.1.2	Compresión perimetral.....	46
3.1.3	Elemento interior comprimido unitario.....	46
3.1.4	Elementos comprimidos interiores.....	47

3.2	TENSEGRITIES.....	49
3.2.1	Descubrimiento de las Tensegrities.....	49
3.2.2	Definiciones.....	51
3.3	TIPOS DE TENSEGRITIES.....	53
3.3.1	Células Tensegrities básicas.....	53
	▪ Tensegrity de dos barras. <i>Doble-X, modulo X o T-2</i>	53
	▪ Tensegrity básica de tres barras <i>Triple-X, Prisma-T, Simplex o T-3</i>	54
	▪ Tensegrity de tres barras reforzado, <i>RT-3</i>	55
	▪ Unidades prismáticas de n barras.....	56
	▪ Elementos anulares.....	56
	▪ Poliedros y tensopoliedros.....	56
3.3.2	Composición de tensegrities complejas.....	58
	▪ Tensegrities generadas mediante las combinaciones de unidades.....	58
	▪ Tensegrities complejas generadas a partir de la transformación.....	59
3.3.3	Combinaciones lineales.....	60
3.3.4	Combinaciones superficiales: mallas.....	60
	▪ Mallas generadas mediante la adición de unidades estables.....	61
	▪ Mallas generadas mediante descomposición.....	62
	▪ Método Otero-Gómez Jáuregui.....	64
3.3.5	Tensegrities irregulares.....	64
3.4	CONCEPTOS Y PROPIEDADES DE LAS ESTRUCTURAS TENSEGRITIES.....	65
3.4.1	Isostaticidad, determinación estática y cinemática.....	65
3.4.2	Tensión propia.....	66
3.4.3	Búsqueda de la forma.....	66
3.4.4	Desplazabilidad y grandes deformaciones.....	67
3.4.5	Características mecánicas de las Tensegrities.....	68
	▪ Optimización del material.....	69
	▪ Recorrido de las cargas.....	69
	▪ Desplazabilidad.....	69
3.4.6	Eficiencia mecánica de las falsas tensegrities.....	70
3.5	DESPLEGABILIDAD Y CONTROL DE LA FORMA DE LAS TENSEGRITIES.....	72
3.6	VALORACIÓN DE LAS TENSEGRITIES.....	74
4	SISTEMAS DE BARRAS ARTICULADAS.....	77
4.1	DESARROLLO CRONOLÓGICO DE LAS PRINCIPALES APORTACIONES.....	77
4.1.1	Antecedentes.....	77
4.1.2	Emilio Pérez Piñero.....	80
4.1.3	Desarrollos posteriores.....	84
4.1.4	Félix Escrig.....	87
4.1.5	Desarrollos más recientes.....	92
4.2	MECANISMOS DESPLEGABLES FORMADOS POR ELEMENTOS LINEALES.....	96
4.2.1	Barras biarticuladas.....	97
	▪ Barras articuladas en sus extremos.....	97
	▪ Marcos arriostrados.....	97
	▪ Desplegables tridimensionales de barras biarticuladas.....	100
4.2.2	Combinaciones de barras con articulaciones intermedias. Pantógrafos o Tijeras.....	103
	▪ Mecanismo en forma de tijera.....	103
	▪ Tijeras dobles y múltiples.....	107

▪	Posición del mecanismo respecto a la superficie de la estructura.....	108
▪	Tijeras con eje de giro desplazado. Barras quebradas o de sección variable	109
4.2.3	Combinaciones de tijeras planas.....	113
▪	Combinaciones cuadrangulares.....	113
▪	Combinaciones triangulares.....	114
▪	Combinaciones múltiples.....	115
4.2.4	Tijeras tridimensionales.....	115
▪	Tijeras de tres barras.....	116
▪	Tijera de cuatro barras.....	117
▪	Tijeras tridimensionales de n barras.....	118
4.2.5	Combinación tridimensional de tijeras a partir de antiprismas.....	118
4.3	COMBINACIÓN DE MECANISMOS. TIJERAS CON BARRAS BIARTICULADAS, CABLES O MEMBRANAS.....	119
5	CONDICIONANTES GEOMÉTRICOS, DISCRETIZACIONES.....	125
5.1	FORMAS ESFÉRICAS.....	126
5.1.1	Poliedros.....	126
5.1.2	Geodésicas	127
5.1.3	Proyección de mallas planas sobre una superficie	129
▪	Proyección de mallas triangulares.....	129
▪	Mallas cuadrangulares	130
▪	Disposición de barras sobre una superficie	130
▪	Comparación de las irregularidades de los diferentes métodos de discretización.	131
▪	Comparación de irregularidades en mallas triangulares... ..	132
▪	Domos de láminas	132
5.2	FORMAS ABOVEDADAS Y MIXTAS.....	134
5.3	DISCRETIZACIONES IMPERFECTAS	135
5.4	DISCRETIZACIONES MEDIANTE MECANISMOS EN TIJERA ...	136
6	CONDICIONANTES CONSTRUCTIVOS. NUDOS	137
6.1	EL NUDO IDEAL.....	137
6.2	ARTICULACIÓN CON GIROS SOBRE UN ÚNICO EJE	138
6.3	EJES DE GIRO CON INTERSECCIÓN EN UN PUNTO CENTRAL.....	139
6.4	NUDOS CON EJES DE GIRO DESPLAZADOS.....	140
6.5	NUDOS CON EJES DE BARRAS EXCÉNTRICOS.....	144
6.6	ANÁLISIS COMPARATIVO DE NUDOS DE EJES DESPLAZADOS Y NUDOS DE BARRAS EXCÉNTRICAS.....	147
6.6.1	Análisis manual	148
6.6.2	Análisis mediante programas de elementos finitos	150
6.6.3	Ejemplo práctico de nudo de ejes desplazados.....	154
6.7	COMBINACIONES DE DIFERENTES ARTICULACIONES EN UN MISMO NUDO	155
7	PROCESOS DE DESPLEGADO	157
7.1	GRADO DE LIBERTAD DE MECANISMO	157
▪	Tijeras planas	158
▪	Combinaciones tridimensionales de tijeras planas.....	158
▪	Tijera tridimensional de tres barras.....	159
▪	Tijera tridimensional de cuatro barras.....	160
7.2	COMPATIBILIDAD DE LOS MECANISMOS DE DESPLEGADO .	162

7.2.1	Plegabilidad.....	163
▪	Plegabilidad de las estructuras planas.....	164
7.2.2	Comprobación de la compatibilidad.....	165
▪	Compatibilidad de estructuras planas	165
▪	Compatibilidad de estructuras curvas.....	166
7.2.3	Estructuras esféricas	167
▪	Tijeras planas en malla triangular.....	168
▪	Tijeras planas en malla cuadrangular	168
▪	Mecanismos tridimensionales de tres barras	170
▪	Mecanismos tridimensionales de cuatro barras	170
7.2.4	Estructuras cilíndricas	171
▪	Mallas cuadrangulares	171
▪	Mallas triangulares.....	172
▪	Tijera tridimensional de tres barras	172
▪	Tijera de cuatro barras	173
7.3	DESPLEGADO DE LAS TENSEGRITIES	173
▪	Falsas tensegrities	173
7.4	PROCESOS DE DESPLEGADO.....	175
▪	Influencia del grado de libertad	175
▪	Alcance y fases del proceso de desplegado.....	176
▪	Accionamiento y control del movimiento.....	177
▪	Rigidización de la estructura desplegada	178
▪	Estructuras biestables.....	179
8	EFICIENCIA ESTRUCTURAL DE LOS MECANISMOS	181
8.1	LIMITACIONES MECÁNICAS DE LOS MECANISMOS EN TIJERA.....	181
8.1.1	Mecanismos en tijera trabajando a flexión	181
8.1.2	Mecanismos en tijera trabajando a tracción o compresión	183
8.2	COMBINACIÓN DE TIJERAS Y TIRANTES.....	186
8.2.1	Esfuerzo a flexión.....	186
8.2.2	Esfuerzo a compresión	188
8.2.3	Comparación entre las tensegrities de dos barras y las tijeras atirantadas	191
▪	Capacidad mecánica	191
▪	Comparación mecánica de las diferentes combinaciones .	191
9	VALORACIÓN DE LAS SOLUCIONES ESTUDIADAS	195
▪	Problemas geométricos. Incompatibilidades formales	195
▪	Grado de libertad y procesos de desplegado.....	196
▪	Uniones	197
▪	Eficiencia mecánica.....	197
▪	Escala de las realizaciones y control de la forma	197
▪	Objetivos de la parte propositiva	198
10	PROPUESTA DE MECANISMOS DESPLEGABLES.....	199
10.1	DESARROLLO DE MECANISMOS DESPLEGABLES.....	199
10.1.1	Combinación de tijeras y de tensegrities de dos barras	199
10.1.2	Tensegrities de dos barras con barras adicionales.....	201
▪	Combinación de seis barras en forma de doble X.....	203
▪	Plegabilidad del mecanismo de doble X.....	205
10.2	COMBINACIONES TRIDIMENSIONALES DE MECANISMOS DE SEIS BARRAS EN DOBLE X	206
10.2.1	Elementos lineales, mallas cuadrangulares y triangulares .	206
10.2.2	Compatibilidad de plegado en mallas cuadrangulares.....	207
10.2.3	Compatibilidad de plegado en mallas triangulares.....	210
10.2.4	Derivados compatibles de la malla triangular.....	212
▪	Mallas romboidales	212

▪ Mecanismo triangular doble.....	214
10.2.5 Valoración de las combinaciones tridimensionales de mecanismos de seis barras en <i>doble X</i>	215
10.3 COMBINACIONES TRIDIMENSIONALES DE TENSEGRITIES DE DOS BARRAS.....	215
10.4 ADAPTACIÓN DE LOS MECANISMOS FORMADOS POR TENSEGRITIES DE DOS BARRAS A DIFERENTES DISCRETIZACIONES.....	218
10.4.1 Discretizaciones no planas	218
10.4.2 Cruces entre barras	221
▪ Cruces de barras en discretizaciones cuadrangulares	221
▪ Cruces de barras en discretizaciones triangulares con barras excéntricas	224
▪ Cruces de barras en discretizaciones triangulares con nudos desplazados	226
10.5 MÓDULO DE NUDOS GIRADOS	231
10.5.1 Mecanismos generado por el giro de nudos de seis barras	232
10.5.2 Mecanismo generado mediante el giro de nudos de tres barras	234
10.5.3 Mecanismo generado por el giro de nudos de dos barras..	237
10.6 DISTORSIONES DE LAS TRAMAS	240
10.7 MODELOS ELEGIDOS PARA EL DESARROLLO DE PROPUESTAS	241

11 PROPUESTA DE MÉTODO DE DISCRETIZACIÓN 243

11.1.1 Modelo de simulador físico.....	247
11.2 DISCRETIZACIONES OBTENIDAS CON MALLAS CONTINUAS	247
11.2.1 MALLAS TRIANGULARES DE MECANISMOS DE DOS BARRAS.....	247
▪ Adaptabilidad a esferas de diferentes radios	248
▪ Canto estructural y cambios de longitud en los cables.....	250
▪ Relación entre el radio y altura libre interior disponible ...	250
11.2.2 mecanismo de nudos girados de tres barras	251
▪ Adaptabilidad a esferas de diferentes radios.	251
▪ Canto estructural y cambios de longitud en los cables.....	252
▪ Relación entre el radio y altura libre interior disponible ...	252
11.2.3 mecanismo de nudos girados de seis barras	253
▪ Adaptabilidad a esferas de diferentes radios	253
▪ Canto estructural y cambios de longitud en los cables.....	254
▪ Relación entre el radio y altura libre interior disponible ...	254
11.2.4 comparación entre los diferentes módulos propuestos.....	254
▪ Número de componentes	254
▪ Adaptabilidad y deformaciones	255
▪ Variación del canto estructural.....	255
11.3 MALLAS MODIFICADAS.....	255
11.3.1 MODIFICACIONES DE BORDE.....	255
▪ Malla triangular de mecanismos de barras	256
▪ Mecanismo de nudos girados de tres barras	257
▪ Mecanismo de nudos girados de seis barras	258
11.3.2 ROTURA DE LÍNEAS CONCÉNTRICAS	259
11.3.3 DISCRETIZACIÓN DE OTRAS SUPERFICIES	261
▪ Elipsoides.....	261
▪ Paraboloides hiperbólico	263

12 MODELOS A ESCALA REAL 265

12.1 COMBINACIONES DE MECANISMOS CALCULADAS.....	265
12.1.1 Formas estructurales.....	266
▪ Estructuras en forma de bóveda con mecanismos de barras cruzadas y de nudos girados de tres barras.....	266
▪ Combinación de mecanismos de barras cruzadas y de nudos de tres barras girados.....	268
12.2 MODELOS CONSTRUIDOS.....	269
▪ Barras.....	269
▪ Nudos.....	270
12.2.1 Mecanismo de barras cruzadas.....	271
12.2.2 Mecanismo de nudos girados.....	272
▪ Primer montaje, inestabilidad de los nudos de tres barras.....	273
▪ Segundo montaje.....	273
▪ Cálculo de la prueba de carga.....	276
▪ Valoración de la prueba a escala real.....	276
13 CONCLUSIONES	277
14 DESARROLLOS FUTUROS	285
▪ Variedad de configuraciones.....	285
▪ Eficiencia mecánica.....	285
▪ Discretizaciones con barras iguales.....	285
▪ Aplicación de formas irregulares.....	285
▪ Nudos.....	286
▪ Procesos de desplegado.....	286
15 BIBLIOGRAFÍA	287

1 INTRODUCCIÓN

El objeto de esta investigación es estudiar las posibilidades que ofrecen las estructuras desplegables para construir infraestructuras temporales. En el primer capítulo se proponen las condiciones iniciales que definen el marco de trabajo para el desarrollo de esta tesis. A continuación se analizan los diferentes tipos de mecanismos desplegables y se valoran sus características fundamentales. En la parte final se eligen los tipos de mecanismos más adecuados para los objetivos fijados en el inicio y se desarrollan propuestas originales de estructuras desplegables.

Infraestructura de intervención urbana

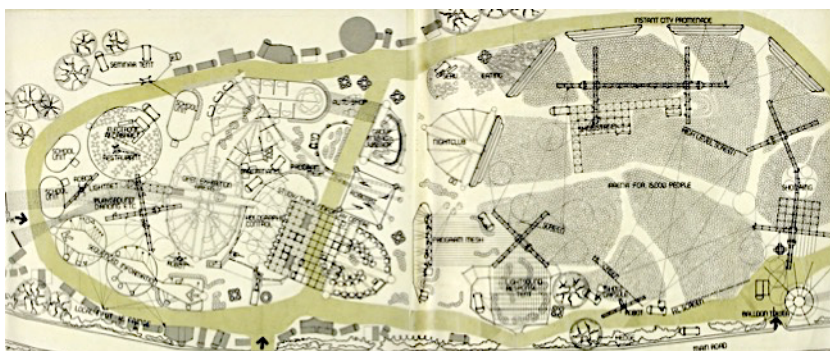
La palabra infraestructura se suele utilizar para denominar construcciones que sirven de soporte al funcionamiento urbano de gran escala, como pueden ser las vías de comunicación o redes de instalaciones urbanas. Sin embargo, el Diccionario de la RAE contempla un significado más amplio del término. Lo define así: “Conjunto de elementos o servicios que se consideran necesarios para la creación y funcionamiento de una organización cualquiera”.

En el ámbito de la intervención urbana es habitual utilizar la palabra infraestructura para denominar construcciones de pequeña entidad. Esta palabra se utiliza por el deseo de enfatizar la función de soporte o servicio para la acción y anteponerla al valor objetual de la construcción. Por esta razón se denominará infraestructuras a las estructuras ligeras que se van a estudiar en esta tesis.

1.1 ÁMBITO DE APLICACIÓN Y CONDICIONANTES

1.1.1 USO DE VACÍOS URBANOS

El espacio urbano cambia de manera continuada. Los elementos o imágenes que se preservan en las ciudades son excepciones en un entorno que está en constante evolución. En la mayor parte del tejido urbano, los espacios se adaptan y la ciudad se configura a cada momento, como un organismo cambiante. A finales del siglo xx, una parte significativa del discurso arquitectónico fijó su atención en la capacidad de adaptación de la arquitectura y las ciudades se interpretaron como entes mutantes que tienden hacia lo etéreo y lo móvil. Aunque no fijemos la atención en esa imagen futurista, si nos centramos en la idea de transformación, podemos constatar que estos cambios han ocurrido en nuestras ciudades a lo largo de la historia.



Instant City, Archigram 1954
Fuente: Archigram Archival Project

La adaptación del tejido urbano se puede producir de diferentes modos: en algunas ocasiones mediante el cambio de uso del espacio o, en otras, mediante la transformación física de lo construido. Estos dos tipos de cambio suelen estar relacionados. Un entorno puede utilizarse de maneras muy diversas y es frecuente que los modos de vivir la ciudad provoquen la transformación física del espacio. Si observamos cualquiera de nuestras ciudades, podemos ver que se producen cambios de manera continua: las variaciones de trazado de las calles, la peatonalización de centros urbanos o la demolición y construcción de edificios.

En esta situación, es habitual que queden vacíos urbanos carentes de uso durante un tiempo determinado. En algunos casos, estos espacios permanecen infrutilizados durante cortos periodos, como ocurre cuando se derriba un edificio y es necesario un tiempo para gestionar la construcción de otro en el mismo lugar. En otros casos, la falta de uso se dilata en el tiempo. En cualquier época se pueden encontrar estos espacios sin uso, pero hay momentos en los que proliferan de manera especial y los tiempos sin uso son considerablemente largos. No es necesario decir que estamos en uno de esos momentos.



**YOU CAN USE
the land you have
to grow the foods you need**

Cartel de propaganda de los *Victory Gardens*. Fuente: The National WWII Museum

Mientras esos espacios están desaprovechados, existen carencias de todo tipo que pueden ser solventadas o aliviadas mediante su uso temporal. El uso puntual de los espacios urbanos no es novedoso, ocurre continuamente en nuestro entorno: los mercados, las ferias o las fiestas son ejemplos en los que una porción de la ciudad se transforma durante breves periodos. Por ejemplo, durante la Segunda Guerra Mundial los parques de Inglaterra se transformaron en huertos urbanos para alimentar a la población (se llamaron *Victory Gardens*). Esta idea se está recuperando recientemente con el objetivo de hacer ciudades más sostenibles. Hay otros ejemplos en los que el uso temporal responde a necesidades sociales, como el trabajo que llevó a cabo Aldo van Eyck en el cargo de arquitecto de la Oficina de Obras Públicas de Ámsterdam. Durante los años posteriores a la Segunda Guerra Mundial, Van Eyck propuso y realizó la adecuación temporal de muchos vacíos urbanos. Este modo de actuar se engloba en un urbanismo basado en las personas, en el que las relaciones humanas se anteponen a la planificación a gran escala que había propuesto el movimiento moderno. Si la manera habitual de hacer urbanismo es empezar por lo general para llegar a lo particular, el que propone van Eyck es un tipo de urbanismo que se genera *desde abajo*.



Aldo van Eyck, *Parque de Dijkstaat* Amsterdam 1954. Reutilización de un solar en desuso

Fuente: <http://re-arquitectura.es>

El trabajo de adecuación de estos espacios puede tener un grado de intensidad diferente y es conveniente que sea proporcional al periodo de tiempo que se vaya a utilizar. Un ejemplo de relación entre medios empleados y tiempo de uso es el proyecto *Esto no es un Solar*, de Zaragoza, en el que se adecuaban solares vacíos como espacios de uso público. Si el plazo de uso era largo, se invertía en un acondicionamiento de cierta permanencia, como plantaciones o pavimentos duros. Si el plazo era muy corto, se recurría a elementos móviles, como maceteros o elementos de mobiliario urbano, que se podían retirar para instalarlos posteriormente en otros lugares. En este tipo de intervenciones, tanto en las que tienen una vida breve, como en las que permanecen más tiempo, existe un factor de transitoriedad. Son obras en las que predomina el cambio y la adaptación.

Otro aspecto fundamental de la adecuación de vacíos urbanos es la función que cumplen los usuarios en el proceso de adecuación. En algunos sectores sociales existe un deseo de que la ciudad no sólo sea hecha para los ciudadanos, sino también por los ciudadanos. Las movilizaciones populares de la plaza del Tahir o la Puerta del Sol, han dado lugar a intervenciones que son ejemplos de porciones de ciudad, transformadas por los ciudadanos, que son capaces de reflejar la complejidad urbana en una escala menor. La lista personas y grupos que trabajan para transformar la ciudad, dando un papel protagonista a los ciudadanos, es muy amplia. Para ver algunos ejemplos representativos se puede consultar los trabajos de la Red de Arquitecturas Colectivas, Raumlabor, Straddle3, Todo por la Praxis, Recetas Urbanas, Bruit de Frigo, Exyzt, Urban Catalitics o, el ya citado, *Esto no es un Solar*, entre muchos otros.



Har-etxea,
Santa Coloma del Besòs 2014

Los medios y procedimientos que se utilizan para llevar a cabo las construcciones son un factor fundamental en su relación con los usuarios. El acondicionamiento temporal se puede realizar de maneras muy diversa y, en muchos casos, pueden llegar a ser los propios usuarios los que lo realizan. El hecho de que la construcción sea una actividad realizada por un grupo de usuarios es un valor en sí mismo, a pesar de que en ocasiones sea consecuencia de la escasez de medios disponibles. Definir el propio entorno es una necesidad humana básica que cada vez se reclama con más fuerza.

El punto de partida de esta investigación se inscribe en este ámbito. **El objetivo principal de este trabajo es desarrollar sistemas constructivos y estructurales novedosos que permitan ser aplicados en situaciones de necesidad y amplíen la capacidad de la gente para usar su entorno.** A continuación se van a exponer los condicionantes concretos que delimitan el marco de trabajo de esta tesis.

1.1.2 CONDICIONANTES DE USO Y FABRICACIÓN

Se plantea desarrollar tipologías estructurales que cubran espacios diáfanos, cuyo montaje sea manual y sean autoconstruibles. Se pretende lograr estructuras eficientes que se monten rápidamente y se puedan fabricar con tecnologías accesibles. La dimensión de las propuestas a las que va dirigido este trabajo es la de una escala intermedia: no serán grandes edificaciones, pero serán mayores que pequeñas construcciones, como son las tiendas de campaña o los puestos de mercado. El rango de medidas que se pretende abarcar es la máxima dimensión que es razonable transportar con medios domésticos y manipular con fuerza manual. El orden de dimensiones está entre 100 y 500 m² de superficie cubierta, aunque puedan llegar a aplicarse en estructuras de mayor superficie. Estos condicionantes generales se concretan en los siguientes aspectos:

- **Uso de tecnología accesible**

Aunque en principio se plantea la ejecución con medios modestos, no tienen por qué ser asimilados a un nivel tecnológico bajo. En lugar de tratar de distinguir entre *high tech* y *low tech*, se considera más adecuado tratar sobre tecnología accesible. En nuestro entorno existen tecnologías muy sofisticadas de uso común, como pueden ser los medios informáticos, la impresión tridimensional o mediante el corte láser. Se plantea combinar tecnologías tradicionales y de fácil aplicación con tecnologías sofisticadas. Sólo se recurrirá al uso de éstas últimas cuando su aplicación suponga una mejora sustancial del resultado.

- **Montaje manual**

El uso de maquinaria pesada puede ser un impedimento en muchos casos, por diferentes motivos. Por una parte, incrementan el coste de la obra y, por otra, hace necesario el uso de mano de obra cualificada, ya que su uso supone un riesgo importante. El montaje manual es inicialmente más barato y puede tener valores añadidos, como un nivel de implicación mayor de la gente o el aumento de la capacidad de los usuarios de modelar su entorno utilizando para ello su capacidad productiva personal.

- **Transportable con medios domésticos**

Por lo mismos motivos por los que se ha elegido que el montaje sea manual, se limita el tamaño de las piezas. Las estructuras, o los componentes en los que éstas se dividan, deberán poder ser transportadas mediante vehículos domésticos. Se toman como tales los que se pueden conducir con un carnet B. Esto acota las medidas de las piezas a longitudes máximas del rango entre 2,5 y 3 metros. Por estos mismos motivos, el peso de los elementos que conforman la estructura se limita a lo que es razonable manipular manualmente. Este factor puede variar con la dimensión y disposición de sus partes, pero se establece como condición que cualquier componente de las estructuras se pueda acarrear o manipular por dos personas.

- **Uso mínimo de mano de obra cualificada**

Se pretende lograr sistemas estructurales fabricación y montaje sencillos, en los que la intervención de especialistas no sea necesaria, de manera que el trabajo se pueda llevar a cabo por personas que tengan una formación básica. En algunos casos puede ser conveniente realizar trabajos de cierta complejidad, si la mejora que supone lo justifica. Se contempla la posibilidad de recurrir a mano de obra cualificada para la fabricación de partes concretas de las estructuras. Se evitará el uso de estos medios especializados en los procesos de puesta en obra.

- **Despliegue o elevación preferentemente progresiva**

Cuando se trata de estructuras de cierta escala, si el desplegado de todo el conjunto se realiza de una sola vez, es necesario recurrir a maquinaria pesada. Si el proceso construcción se reparte en diferentes fases, los medios necesarios pueden ser mucho más sencillos.

En las propuestas que se desarrollarán se valorará positivamente la posibilidad de fraccionar el montaje, de modo que, en lugar de estar constituido de unas pocas acciones de gran entidad, se pueda realizar mediante un mayor número acciones más sencillas.

- **Repetición de componentes**

En la definición de sistemas que se propondrán en la parte final de este trabajo se procurará que el número de componentes diferentes sea lo más bajo posible. La razón es la necesidad de facilitar la fabricación y el montaje. Se intentará utilizar barras de una misma longitud o, al menos, limitar el número de longitudes diferentes. Este mismo criterio se aplicará en el diseño de los elementos de unión y otros componentes especiales de la estructura.

El uso de un número limitado de tipos de componentes para realizar una estructura tiene el valor añadido de facilitar que esos mismos elementos se puedan combinar de diversas maneras, para poder construir una variedad de formas.

Uno de los objetivos de este trabajo es lograr sistemas estructurales formados por elementos repetidos que puedan adoptar diferentes formas.

- **Variedad de configuraciones**

Las estructuras se definirán para poder instalarse en diversas situaciones, por lo que la posibilidad de adaptarse a las condiciones de cada ubicación será un criterio de valoración de los resultados. La variedad de configuraciones se puede lograr de varios modos. Los principales son: la combinación de elementos definidos y el uso de mecanismos que puedan adoptar diferentes formas. Como se pretende lograr un buen ratio entre el número de tipos de componentes y las posibles configuraciones del conjunto, se priorizará la segunda opción.

1.1.3 CONDICIONANTES METODOLÓGICOS Y CRITERIOS GENERALES

En la parte inicial de este trabajo se estudian y valoran las principales características y los condicionantes de las estructuras desplegadas. Durante el desarrollo del análisis se mantiene como horizonte los objetivos fijados como punto de partida. No se realiza una recopilación histórica sistemática, ni se analiza en detalle la evolución en el tiempo de las diferentes soluciones. La atención del análisis se centra en identificar las cuestiones principales que afectan a las estructuras desplegadas y los problemas no resueltos en este tipo de estructuras. En la parte final se proponen y desarrollan mecanismos desplegados que son una aportación original de esta tesis.

Tanto en la valoración de los ejemplos analizados, como en la elección de propuestas, se ha antepuesto la capacidad de uso a la expresión formal. Aunque en algunos casos es una distinción difícil de realizar, en el ámbito de este trabajo supondrá dar prioridad a las soluciones más sencillas tanto formal como constructivamente.

Siguiendo este criterio práctico, se antepone la eficiencia mecánica y constructiva a la claridad de las tipologías estructurales. Como consecuencia de ello, en algunos casos, las soluciones elegidas no son las que resultan tipológicamente más puras, sino que pueden elegir soluciones mixtas o intermedias cuando resulten ser más eficientes. Por ejemplo, se analizan las propiedades desplegadas de las tensegrities, pero en lugar de utilizarlas literalmente, se aplican en otros mecanismos de barras articuladas. Se ha adoptado este criterio porque puede abrir el abanico de posibilidades de uso de las construcciones desplegadas. Este es un ámbito en el que escasean los ejemplos realizados y en el que, a priori, se prevé un camino importante que está por desarrollar.

El método de trabajo que se ha aplicado se basa en el estudio de ejemplos y en el acercamiento físico a las estructuras. Se han realizado modelos informáticos y maqueta a diferentes escalas: 1:10 1:5 1:2 y se ha intentado llegar a la construcción a escala real de algunas partes.

Los cálculos de estructuras se han realizado de manera manual y mediante programas informáticos. El trabajo pone especial atención en investigar sistemas de desplegado desde el punto de vista constructivo y se han analizado con los medios existentes al alcance de la investigación. En la literatura consultada se ha constatado que los trabajos que se centran en desarrollar herramientas de cálculo parten de objetos de estudio muy concretos y se centran en partes acotadas de un análisis complejo, como pueden ser la definición de la forma de las tensegrities, la optimización de material o el cálculo dinámico del proceso de desplegado. La lista de referencias es muy larga. (Burkhardt 2004-2008), (Skelton 2009), (Caladine 1977), (You 1997), (Buhl 2004). Tomar este camino hubiera supuesto una tesis en sí misma, por lo que se ha optado por no profundizar en este campo y utilizar herramientas ya desarrolladas.

La complejidad de funcionamiento de las estructuras desplegadas hace necesario el uso de herramientas de cálculo de diferente grado de complejidad. Se han utilizado los programas *Tricalc*, el programa de cálculo para estructuras textiles y tensadas *Wintess*, *SAP2000*, el módulo de cálculo por elementos finitos *Simulation* integrado en *Solidworks* (originalmente comercializado como el programa *Cosmos*), y los componentes *Grasshooper* y *Kangaroo* que trabajan en el entorno gráfico de *Rhinoceros*.

Estamos en un momento en el que las herramientas informáticas han adquirido una potencia tal, que en algunos casos pueden llegar a hacer difícil visualizar los comportamientos básicos de las estructuras. El cálculo manual permite tener un conocimiento directo, aunque suponga realizar algunas simplificaciones. Un cálculo manual convenientemente planteado puede acercarnos razonablemente a la situación real. En el ámbito concreto de este trabajo su uso está doblemente justificado. Se combinarán los dos tipos de cálculo, de manera que cada uno de ellos confirmará o matizará al otro. Por ejemplo, en el capítulo 6 se cuantifica la afección de los esfuerzos residuales en los diferentes tipos de nudos. Este análisis se ha realizado tanto con medios manuales apoyados por hojas de cálculo, como mediante un programa FEM.

Se ha pretendido dar un carácter práctico a este trabajo. Desde las condiciones iniciales se ha tomado la opción de buscar casos reales. Se podría haber tomado el camino de estudiar y clasificar los diferentes tipos de estructuras desplegadas para formar una base que sirviera a futuros desarrollos. Sin embargo, las estructuras desplegadas aplicadas a la arquitectura forman un campo en el que abundan las propuestas teóricas, pero escasean las ejecuciones a escala real. Por este motivo, se ha optado por intentar llegar a aplicaciones reales. Siguiendo el objetivo inicial de dotar de herramientas para el uso del espacio urbano, se dará prioridad a la viabilidad de las propuestas.

La parte final de esta tesis se plantea como investigación práctica en la que se intentará mejorar y abarcar sucesivamente diferentes cotas de complejidad y efectividad estructural. Por lo tanto, se trata de un tipo de investigación fundamentado en ejecuciones que no sustituyen a las propuestas puramente teóricas. Es un modo de trabajo que, en lugar de partir de un desarrollo teórico general que se vaya concretando hasta llegar a ejemplos finales, partirá de realizaciones concretas de las que se obtendrá información para poder desarrollar propuestas más complejas. La ambición de este objetivo hace que esta tesis constituya una fase inicial de un trabajo que se continuará desarrollando en el futuro.

1.2 JUSTIFICACIÓN DE LAS ESTRUCTURAS DESPLEGABLES AUTOCONSTRUIDAS

En muchas sociedades la movilidad responde a una necesidad de subsistencia. Las posibilidades para lograr alimentos o buscar condiciones climáticas favorables hacen que el modo de vida de algunas poblaciones sea nómada. Existen ejemplos de construcciones muy conocidas que responden a estas necesidades de movilidad, como son las *haimas*, los *tipis* o las *yurtas*. Habitualmente son construcciones ligeras, construidas con materiales del lugar, como madera, pieles o tejidos. Tradicionalmente se transportaban con animales de carga, por lo que debían ser muy ligeras y se tenían que poder empaquetar en volúmenes reducidos.

Proceso desmontaje de una *yurta Kazaja*.
Cuenca de Dzungaria.
Fuente: J L Mejías



Frank Lloyd Wright *Ocatillo Camp*
Fuente: The Frank Lloyd Wright Foundation

Esta tradición de movilidad también está arraigada en culturas más próximas a la nuestra. Por ejemplo, el llamado *Mito de la Frontera* forma parte del relato fundacional de los Estados Unidos. En el año 1927, Frank Lloyd Wright recibió el encargo de proyectar un hotel en San Marcos in the Dessert, Arizona. Aunque finalmente el hotel no se llegó a construir, Wright trasladó su estudio a Arizona para realizar el proyecto y dirigir la obra. Renunció a afincarse en un pueblo y construyó un campamento en medio del desierto, en el que instaló su estudio. Se llamaba *Ocatillo Camp*, tomando el nombre de un arbusto espinoso del entorno. La edificación se organizó al estilo de los campamentos de carros de las caravanas que viajaban hacia el Oeste. Estaba formado por una serie de volúmenes, colocados de manera aparentemente casual, que protegían un espacio interior descubierto. En el centro había un fuego, se realizaban modelos constructivos y se ensayaban materiales en el clima del desierto. Los volúmenes estaban contruidos con madera y estaban cubiertos de lona, recordando de algún modo a las antiguas carretas de los colonos. El campamento se construyó por los propios colaboradores de Wright.

El deseo de formalizar nuestro entorno es un hecho profundamente arraigado en cualquier cultura, el hecho de instalarse en un sitio y habitarlo supone una transformación del lugar. En primera instancia, la arquitectura de las tribus nómadas responde a una necesidad de subsistencia, pero también establece una relación de proximidad con el territorio y manifiesta la capacidad transformadora que tiene el hecho de habitar. Por su velocidad e inmediatez, la arquitectura transportable materializa toda la potencia que tiene el impulso vital de convertir cada lugar habitado en un hogar.

Este tipo de construcciones no se deben tomar como un hecho lejano. Aunque los casos más citados son de tribus nómadas, en nuestras ciudades se pueden encontrar innumerables ejemplos comparables. Las ferias, mercados, circos o muchos acontecimientos festivos dan lugar a transformaciones importantes del espacio urbano. Aunque en ocasiones

se consideran como ejecuciones arquitectónicas menores, desde el planteamiento inicial de este trabajo se consideran manifestaciones fundamentales del hecho de habitar un lugar.

En la arquitectura transportable, el proceso de construcción tiene un protagonismo mayor que en las edificaciones permanentes. Habitualmente, la construcción es una fase que apenas tiene relación con el uso final de los edificios. Por el contrario, en la arquitectura transportable el montaje es una parte fundamental del uso y, en muchos ocasiones, el trabajo está realizado por los propios usuarios. La implicación que puede llegar a tener la población en un proceso de construcción se puede ver mediante un ejemplo: en Villa Álvarez, México, una vez al año, los habitantes construyen una plaza de toros que llaman *La Petatera*. Se dibuja un círculo y en el perímetro se construye una grada usando maderas y los tejidos que se llaman *petates*. Cada familia construye un segmento o tablado de los que está compuesto el círculo y, cuando se desmonta, tiene que guardar el material que ha utilizado. Para que *La Petatera* se pueda montar, cada familia tiene que dejar al vecino apoyarse en su estructura, de modo que el montaje requiere de la colaboración entre familias. Por lo tanto, la construcción de esta plaza de toros es algo propio de cada familia y, al mismo tiempo, constituye un hecho colectivo que forma parte del festejo (Mujika 2007).



La Petatera (Mujika 2007)

En la arquitectura desplegable, el proceso de montaje es un momento clave de su uso, ya que puede constituir la fase más exigente, además de ser el aspecto diferencial de este tipo de construcción. El diseño debe integrar la forma estructural y la definición constructiva en el movimiento de apertura de los mecanismos. En muchas ocasiones, el despliegue de una estructura es un hecho tecnológicamente complejo, que es visto por los usuarios desde la fuera de la obra. En otras ocasiones, cuando la tecnología es más accesible, es posible la participación de gente sin una gran cualificación técnica. El objetivo de este trabajo es desarrollar las posibilidades de construir estructuras desplegables que puedan ser autoconstruidas, tanto en su fabricación como en el montaje, con el objeto de integrar a los usuarios en este proceso.



Har-etxea, montaje de la cubrición Errenteria 2012

La elección de este tema tiene su origen en una experiencia profesional previa en la fabricación y montaje de estructuras geodésicas y similares. Estas obras se han llevado a cabo con la colaboración de diferentes profesionales y usuarios. Se han fabricado y montado cúpulas geodésicas de diferentes frecuencias, estructuras ligeras de diferentes configuraciones y estructuras más complejas. Una de estas obras realizadas se ha llamado *Har-etxea*, es una estructura a medio camino entre las cúpulas geodésicas y las mallas plegadas. Estas estructuras se han montado con medios manuales y en algunos casos se han utilizado sistemas mecánicos de elevación, como plataformas elevadoras y grúas.

En esas experiencias previas se ha constatado que la facilidad y rapidez de montaje son fundamentales. En este tipo de estructuras ligeras las deformaciones que ocurren durante el periodo de montaje son muy importantes y los esfuerzos de las barras pueden llegar a ser mayores que los que producen en el estado de servicio. Por lo que es un momento crítico que, además, se repite muchas veces para una misma estructura. Este es la razón por la que se ha planteado desarrollar sistemas desplegados que faciliten el montaje.

En el prefacio del libro *Tensegrity Systems*, Robert Skelton habla del diseño coordinado. Describe el diseño de un avión como ejemplo de mala coordinación: para hacer un avión primero se diseña la estructura y la forma aerodinámica y se logra una buena integración de ambos. Sin embargo, cuando se aplican los mecanismos, se destruyen las eficiencias de vuelo, ya que se aplican momentos para accionar mecanismos que penalizan el diseño inicial. Skelton también dice que la coordinación deseada no ocurre ni siquiera en los ámbitos de investigación.

En las estructuras desplegadas las diferentes fases (fabricación, montaje, uso y desmontaje) deben estar ligadas entre sí, por lo que la coordinación es indispensable. La situación más desfavorable para cada elemento puede estar en cualquiera de los estados de este proceso, por lo que los requerimientos de cada fase tienen que estar superpuestos. La integración de diferentes estadios del proceso constructivo se puede considerar un valor añadido de este tipo de mecanismos.

Cuando se diseñan y construyen estructuras ligeras permanentes se intentan optimizar para el estado de servicio. En ocasiones los mayores esfuerzos se producen durante el montaje y es habitual que se soporten con medios auxiliares como grúas, cimbras o puntales. En algunos casos, las estructuras se calculan para que sean estables por sí mismas durante el proceso de construcción. En las estructuras desplegadas se pueden dar estas dos situaciones, pero el hecho de que el montaje se repita varias veces motiva que se procure reducir el uso de medios auxiliares en el proceso.

1.3 ESTRUCTURA DE ESTE TRABAJO

En el primer capítulo se han definido las condiciones iniciales de este trabajo. En el segundo capítulo se hace un repaso de los diferentes tipos de estructuras desplegadas y los sistemas de accionamiento. Se parte de los diferentes criterios de clasificación de este tipo de estructuras y se hace una valoración del sistema que se considera más adecuado para continuar la investigación. Se exponen las clasificaciones según los siguientes criterios: morfología, procesos de despliegado, sistemas de

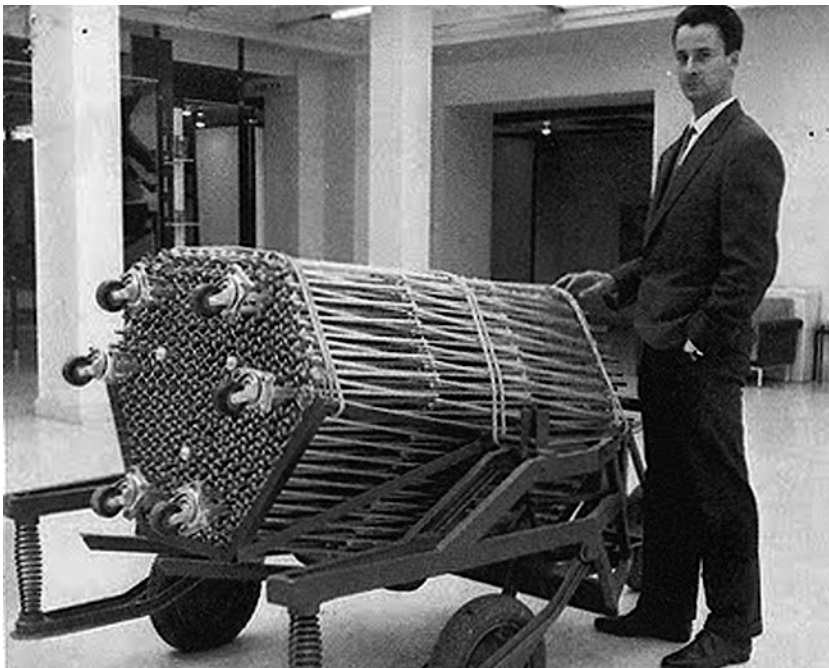
accionamiento del desplegado, y por último, la naturaleza de las unidades básicas empleadas.

Los capítulos 3 y 4 tratan sobre las estructuras tensadas y las estructuras formadas por barras. Se exponen los diferentes tipos de estructuras tensadas y se analizan las características de las tensegrities. Se explican los diferentes mecanismos de barras con especial incidencia en los mecanismos en forma de tijera.

En los capítulos 5, 6, 7 y 8 se analizan los temas fundamentales de las estructuras desplegables: las soluciones de uniones articuladas, las diferentes discretizaciones, los procesos de desplegado y la eficiencia mecánica de los mecanismos en tijera.

En los capítulos 9, 10 y 11 se valora la parte inicial y se proponen diferentes sistemas de estructuras desplegables. También se explica un método de discretización que se ha desarrollado en este trabajo.

En el capítulo 12 se presentan las diferentes realizaciones que se han ensayado en escala real y en escalas intermedias.



Teatro transportable.
Emilio Pérez Piñero 1961.
Fuente: <http://www.espaciopatico.com/>

2 CLASIFICACIONES DE ESTRUCTURAS DESPLEGABLES

2.1 CLASIFICACIONES MORFOLÓGICAS

Las clasificaciones morfológicas habituales de las estructuras se suelen realizar según sea la forma del conjunto o según sea la forma de sus componentes. Por ejemplo, se puede diferenciar entre estructuras superficiales y de barras o entre estructuras lineales, planas y tridimensionales. Estas clasificaciones son comunes a todos los tipos de estructura y no se van a desarrollar aquí.

Las clasificaciones que se expondrán a continuación siguen diferentes criterios que están relacionados con el modo en el que se despliegan las estructuras. Son aspectos fundamentales de este tipo de mecanismos, que condicionan su funcionamiento y el resultado final: los cambios formales que se producen con el desplegado, los factores relacionados con los procesos de montaje y los componentes de las desplegables.

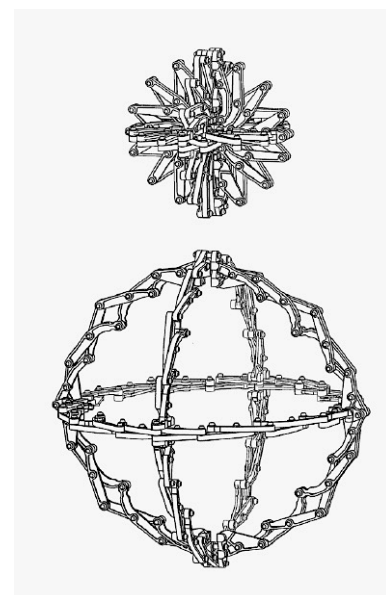
2.1.1 CAMBIO DE ESCALA O CAMBIO DE FORMA

La primera distinción según la forma que se puede realizar entre estructuras desplegables consiste en diferenciar entre los mecanismos que al moverse cambian sólo su escala y los mecanismos que al moverse cambian tanto de medida como de forma.

El planteamiento más sencillo para realizar desplegables que cambien de escala manteniendo su forma es combinar componentes que puedan modificar su propia medida. Un modo de lograrlo es utilizar barras telescópicas. Si cada componente varía su longitud, y todos lo hacen de manera proporcional a su medida inicial, las relaciones geométricas de la estructura se mantendrán iguales durante todo el proceso de desplegado.

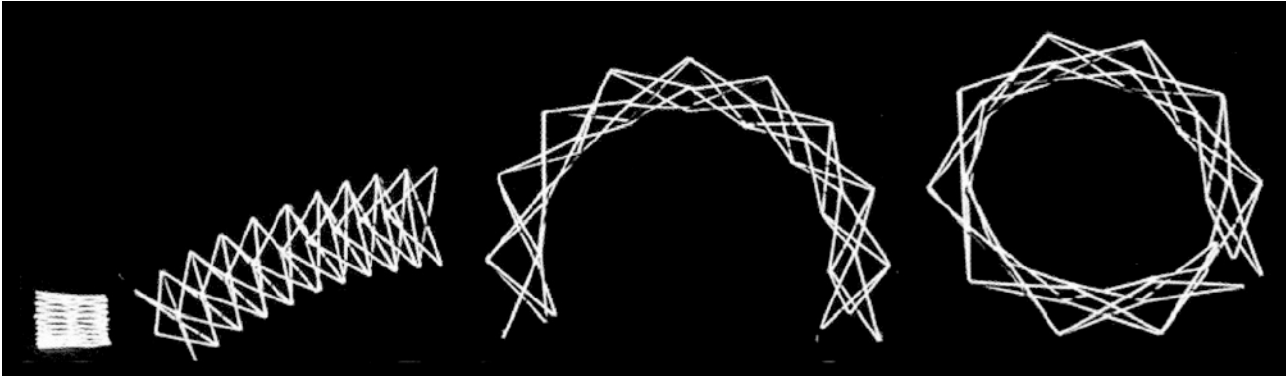
Otro ejemplo de cambio de dimensión manteniendo la geometría lo constituyen las esferas desplegables de Hoberman. La forma de estas estructuras es esférica durante el proceso de desplegado y su discretización es la misma en todo momento. Los componentes desplegables de estas esferas son mecanismos en forma de tijera, los cuales sí modifican su forma durante el proceso (Hoberman 2002).

En el ejemplo de *Esfera de Hoberman* que se ve en la imagen, cada línea de discretización está formada por tres elementos en forma de tijera. Si se analiza la geometría como puntos relacionados por estos conjuntos de tres tijeras, el desplegado de cada arista afecta sólo a la distancia entre esos puntos. Sin embargo, como los extremos de las tijeras están unidos entre sí, el desplegado de cada tijera está condicionado por el de las tijeras adyacentes. Como consecuencia de ello, los cambios de distancia entre los puntos que definen la discretización es proporcional a su distancia inicial y el conjunto se mueve de manera sincronizada. El resultado es una estructura que cambia de dimensión, pero su geometría fundamental se mantiene constante. Cambia la escala, pero mantiene la forma.



Esfera desplegable de Hoberman, patente n° US2002/0083675 (Hoberman 2002)

Como se verá en los capítulos siguientes, en muchos casos es complicado realizar una desplegable formada por una combinación de tijeras cuya forma sea la misma durante el proceso. En algunos casos se logra mediante el uso de *tijeras con ejes de giro desplazados (tijeras de barras quebradas)*. Esta solución se explicará más adelante.



Apertura de un arco desplegable formado por mecanismos en tijera, dispuestos en sección triangular (Escrig 2012)

Entre las estructuras desplegables formadas por mecanismos en tijera, las que mantiene su forma durante el desplegado son casos excepcionales. En la mayoría de los ejemplos el movimiento supone tanto un cambio de dimensión, como de forma. En la imagen de la maqueta se puede observar que la estructura en forma de arco cambia tanto la apertura del arco como el radio de curvatura. En las estructuras de directriz curva formadas por mecanismos en tijera de barras rectas, cuando aumenta el ángulo de apertura del arco, se reduce su radio. Si los desplegados de diferentes mecanismos están relacionados entre sí, se pueden producir incompatibilidades geométricas que, en ocasiones, pueden resultar insalvables. La compatibilidad de movimiento de los mecanismos es uno de los condicionantes de mayor complejidad de las estructuras desplegables formadas por combinaciones de tijeras. El capítulo 7 se dedica a los procesos de desplegado y en él se analiza la compatibilidad de las principales combinaciones de mecanismos en tijera.

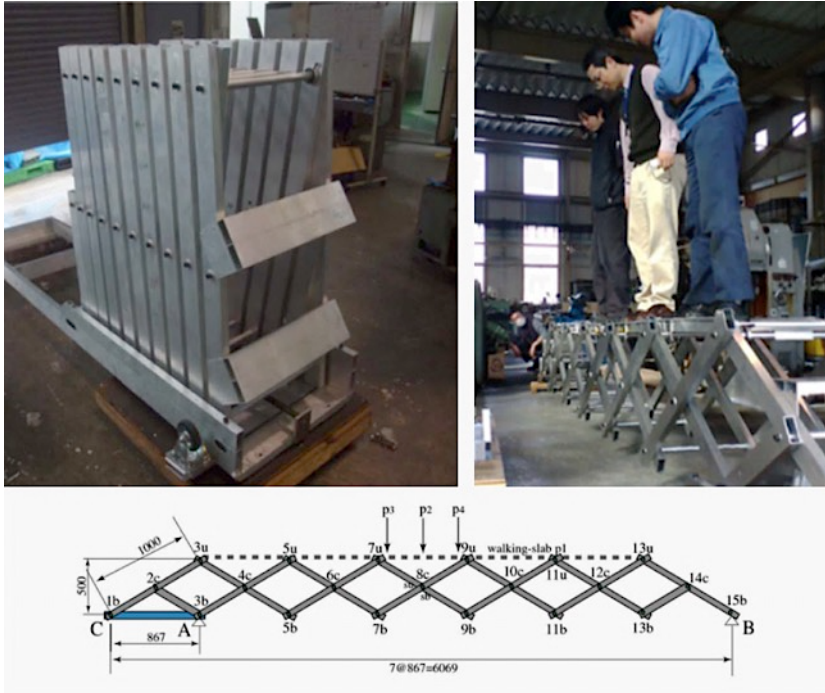
Se van a distinguir tres criterios para clasificar los cambios de forma: los casos en los que hay un cambio en el número de dimensiones (entendido como pasar de un conjunto de dimensión n a uno de dimensión $n+1$ o $n+2$), los que tienen movimientos relativos de volúmenes de forma fija y los casos generales de cambio de forma.

2.1.2 CAMBIOS DEL NÚMERO DE DIMENSIONES

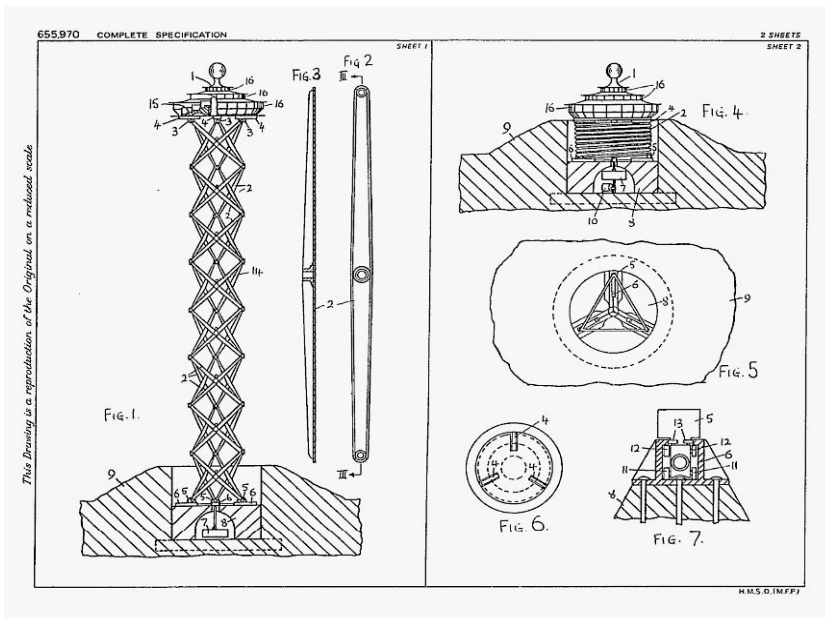
Los cambios del número de dimensiones pueden darse a partir de elementos compactos, lineales o superficiales y dan como resultado elementos lineales, superficiales o volumétricos. Son distinciones relativas, ya que la forma inicial es, naturalmente, tridimensional y en algunos casos no está claro si se debe considerar como elemento compacto o elemento volumétrico. Uno de los tipos que se puede interpretar de diferentes maneras es el de las torres o puentes desplegables que parten de secciones transversales fijas en forma de anillos, los cuales se separan durante el desplegado. Para no aumentar en exceso el número de casos, se hace una breve descripción de los tipos en función de la dimensión del resultado final desplegado.

▪ **Estructuras lineales**

Las estructuras lineales se pueden utilizar para hacer torres o puentes que se pliegan lineal o tridimensionalmente, de modo que las estructuras cerradas sean elementos compactos. Ejemplos de este tipo se pueden encontrar en mástiles de antenas aplicados en la industria aeroespacial o en algunas propuestas de torres o puentes desplegables.



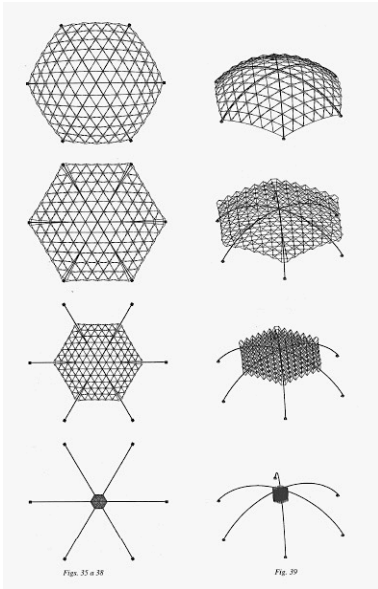
Pasarela peatonal desplegable (Ario 2013)



Patente de torre desplegable, (Hutchings 1951)

▪ **Estructuras superficiales**

Dentro de esta clasificación se han incluido tanto las superficies planas, como las superficies que definen un volumen, las cuales pueden tener forma de membrana o forma de lámina plegada. Cuando parten de un elemento compacto, pueden ser estructuras de barras articuladas o estar formadas por elementos flexibles, como las textiles tensadas o las hinchables.

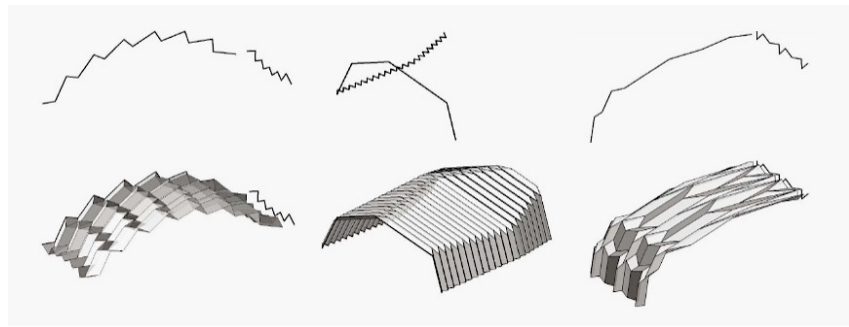


Estructura esférica desplegada formada por una malla triangular (Escrig 2012)

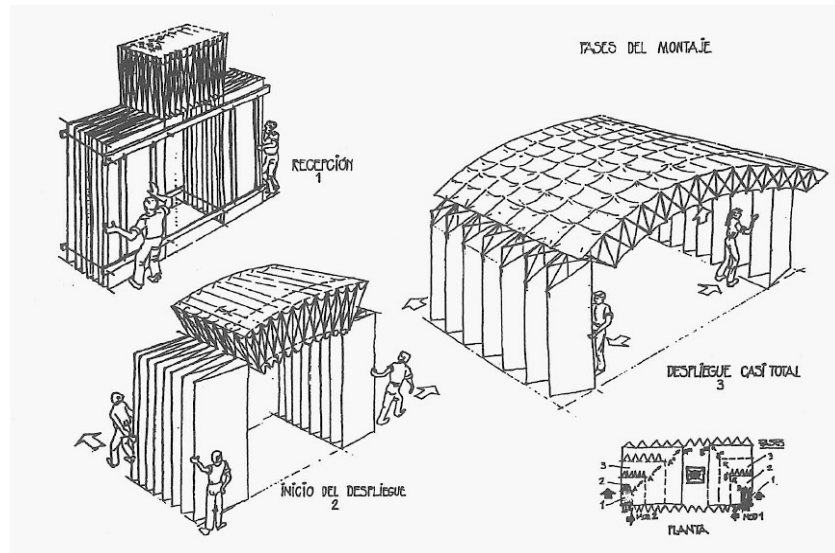
Entre los casos que parten de elementos recogidos lineales, se encuentran las membranas que se pliegan y las que se enrollan alrededor de un eje, como ocurre habitualmente en los toldos. También existen casos más desarrollados como, por ejemplo, el uso de láminas biestables para la construcción de mástiles. Una aplicación similar de uso común, es el de las cintas métricas metálicas.

Otros ejemplos de estructuras superficiales que parten de elementos lineales son las láminas plegadas formadas por elementos rígidos con uniones articuladas. El *Pabellón de Venezuela* de la *Expo de Sevilla de 1992* o las estructuras formadas por paneles rígidos con uniones articuladas que se pueden plegar, son ejemplos de este tipo. Estos mecanismos tienen una fuente de inspiración muy importante en el mundo de los *origami*, en el que se han desarrollado diferentes patrones de plegado como, por ejemplo, el *Miura Ori* o el *Yoshimura* (Buri 2008).

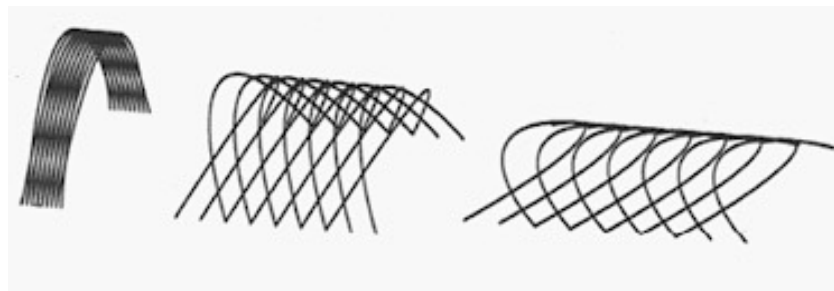
Laminas plegadas mediante diferentes patrones (Buri 2008)

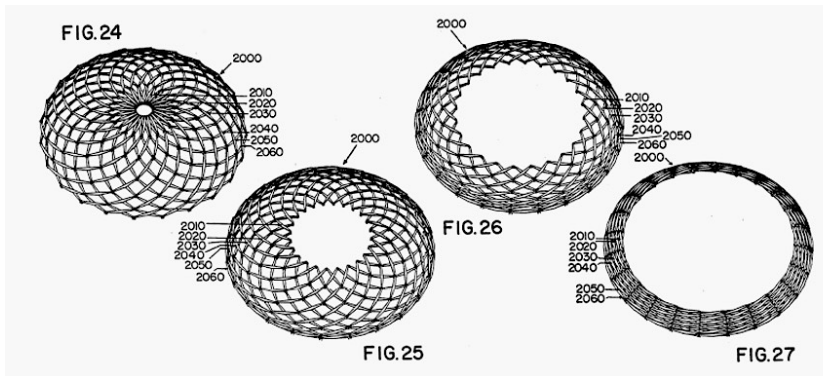


Pabellón transportable de exposiciones en la plaza de la constitución de Almería. Dibujo de Francisco Ortega. (Escrig 2012, 1993)



F. Escrig y J. Sánchez, estructura abovedada desplegable (Escrig 2012)





Iris Dome, imagen de la patente “Radial Expansion/Retraction Truss Structures”, (Hoberman 1991)

Otro tipo dentro de esta clasificación son las estructuras de barras que se pliegan en un elemento lineal y al desplegarse define una superficie. En estos casos, el movimiento de los mecanismos desplegables está inscrito en la superficie definida por la estructura. Las llamadas *Iris Domes* son de este tipo. En su estado plegado tienen forma de anillo y, cuando se despliegan, son esféricas. Otra transformación de esta clase se realiza en las estructuras abovedadas desplegables que se recogen en un arco, construidas por Escrig y Sánchez (Escrig 2012).

▪ Estructuras tridimensionales

Las estructuras espaciales que definen envolventes constituyen el tipo de desplegable más utilizado, especialmente cuando se supera cierta escala. Pueden partir de elementos lineales o compactos, lo más habitual es que estén formados por barras. Las propuestas más significativas de esta clase son las desarrolladas por Emilio Pérez Piñero y por Félix Escrig y José Sánchez. En los próximos capítulos se analizarán varios de estos ejemplos. En la siguiente imagen se muestra la primera propuesta relevante de un edificio desplegable, el *Teatro Ambulante para 500 Espectadores* que proyectó Pérez Piñero en 1961.

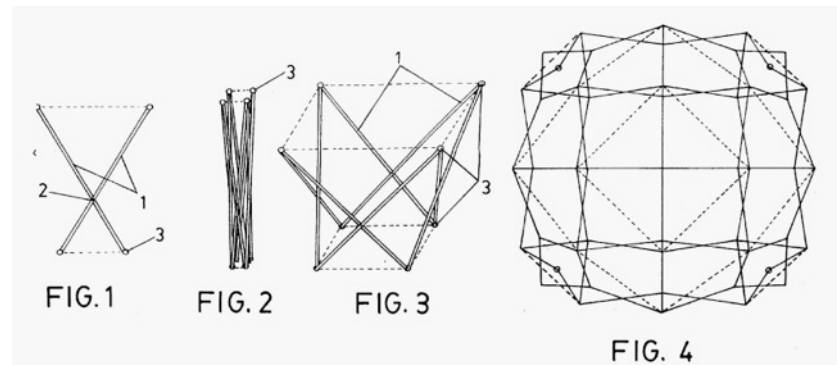


Teatro Ambulante para 500 Espectadores de Emilio Pérez Piñero 1961

Fuente:<http://www.vedoque.net>

2.1.3 CLASIFICACIÓN SEGÚN LA DISPOSICIÓN DEL MECANISMO DESPLEGABLE

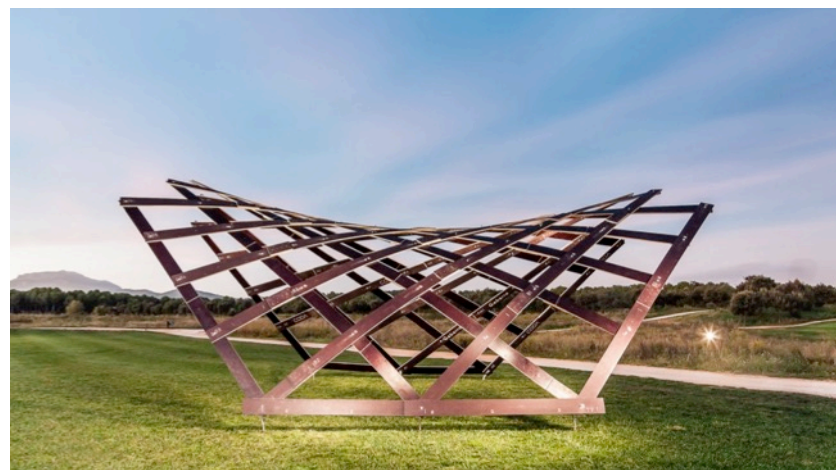
Otra característica que condiciona el comportamiento de las estructuras desplegables es la posición que ocupan los mecanismos en relación a la geometría del conjunto. Cuando la forma general de la estructura es lineal o cuando ésta define una superficie, los mecanismos pueden estar inscritos en esa geometría o pueden ser exteriores a ella. Cuando son exteriores, definen una dimensión transversal, por lo que generan un canto estructural. Esto supone que el mecanismo de despliegado está directamente relacionado con la rigidez de la estructura. El canto de los mecanismos desplegables suele variar durante el proceso, por tanto la inercia de la sección cambia con el movimiento y es posible adaptar el cambio de rigidez a las necesidades estructurales. Esta disposición de mecanismos es la más frecuente.



F. Escrig, cubierta formada por mecanismos en tijera en malla cuadrangular dispuestos en planos perpendiculares a la superficie. Imagen de la patente *Cubierta Modular Desplegable* n° ES 1.026.200. (Escrig 1994)

Algunos ejemplos de aplicación de mecanismos que permanecen inscritos en la superficie de la estructura durante el proceso son las *Iris Domes* o algunas propuestas del grupo de investigación CODA de la ETSA del Vallès, en las que plantean estructuras desplegables compuestas por mecanismos superficiales, los cuales son planos en su estado plegado y, al desplegarse, forman superficies de doble curvatura.

En este modo de disposición de mecanismos, la característica que condiciona la capacidad mecánica del conjunto no es la capacidad del mecanismo en el plano de despliegado, sino su rigidez en una dirección perpendicular. En algunos casos, la estabilidad de la estructura depende exclusivamente de la rigidez transversal del propio mecanismo, pero es habitual que estas estructuras sean estables gracias a la geometría de la superficie definida. Lo más habitual es que sean, o bien superficies de doble curvatura, como paraboloides hiperbólicos o esferas, o bien superficies formadas por planos plegados.



Neula Structure, estructura desplegable de doble curvatura del grupo de investigación CODA, San Cugat 2015. Fotografía Adrés Flajszer. Fuente: <http://coda-office.com>

2.2 CLASIFICACIÓN SEGÚN LOS PROCESOS DE DESPLEGADO

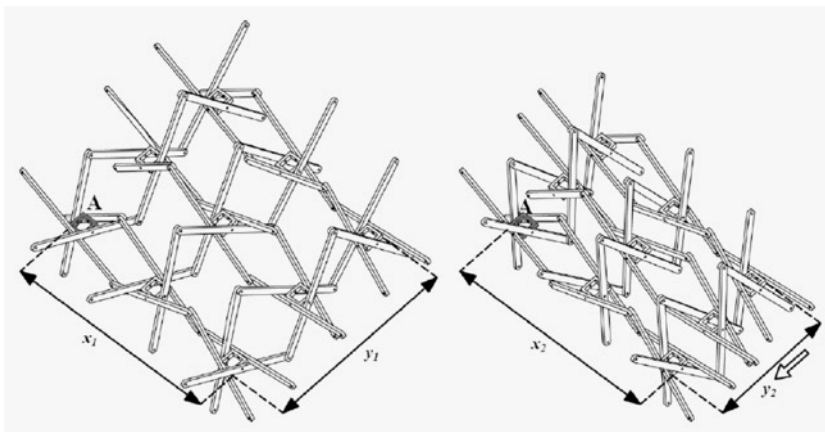
Según las condiciones de fabricación, montaje y el uso al que se destinen, se pueden adoptar diferentes procesos de montaje que constituyen otro criterio de clasificación. El factor principal reside en distinguir entre los procesos en los que el movimiento se da en toda la estructura de manera simultánea y los procesos que se pueden repartir en diferentes fases. Entre estos últimos, cada fase puede afectar a la globalidad de la estructura o a una parte diferenciada.

Otro factor que se puede considerar en esta clasificación es el reparto del proceso en diferentes acciones. La construcción puede consistir sólo en el desplegado o puede estar formada por la concatenación de diferentes acciones, como pueden ser el desplegado de componentes, el ensamblaje de elementos, la elevación de la estructura o su apertura.

2.2.1 DESPLEGADO SECUENCIAL O SIMULTÁNEO

El grado de libertad es el número de desplazamientos que se pueden producir en un mecanismo de manera independiente. Es una característica fundamental de los procesos de desplegado, ya que condiciona la simultaneidad o la posible secuencia de movimientos. Una estructura con un único grado de libertad permite un sólo movimiento, por lo que el desplegado de todo el conjunto debe ser simultáneo.

En otros casos, las estructuras se pueden desplegar por fases. Si el grado de libertad de los mecanismos es mayor de uno, los movimientos pueden darse independientemente y el proceso se puede dividir según estos movimientos. Esto es lo que ocurre en las tijeras tridimensionales de cuatro barras, cuyos mecanismos básicos tienen tres grados de libertad y sus combinaciones pueden tener grados de libertad mayores.

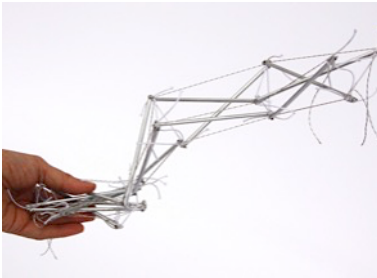


Combinación de tijeras tridimensionales de cuatro barras. En el dibujo de la derecha se indica el movimiento según uno de los grados de libertad de las tijeras de cuatro barras (Akgün 2011)

Las estructuras con más de un grado de libertad se pueden desplegar de manera unitaria, aunque no siempre es sencillo de lograr. El *Teatro Ambulante para 500 Espectadores* de Pérez Piñero tiene tres grados de libertad de mecanismo, uno por cada dirección principal de la trama triangular. El movimiento se puede producir en cada una de estas direcciones de manera independiente. Sin embargo, el accionamiento por su peso propio y la simetría hacen que se despliegue de manera unitaria. Si el sistema de accionamiento fuese otro, sería necesario provocar la apertura en las tres direcciones de manera simultánea.

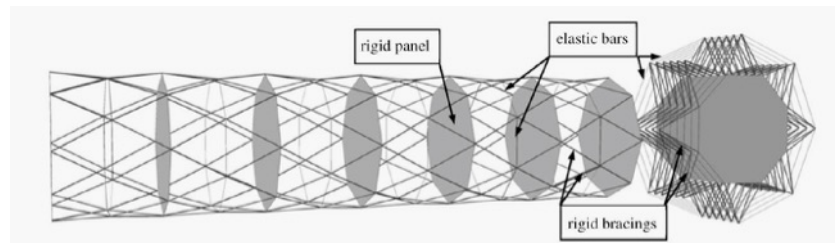
En otros casos se producen diferentes movimientos que afectan a toda la estructura, pero en lugar de ser independientes, forman parte de una secuencia de acciones concatenadas. Un ejemplo de este tipo de movimientos en fases son los mecanismos definidos por Calatrava en su tesis doctoral. En ese trabajo se proponen secuencias de plegado o desplegado en dos fases. Es un procedimiento de gran complejidad geométrica. En un primer movimiento, algunos nudos se disocian, lo que desliga la geometría para poder superar una situación inicial en la que el movimiento está impedido. En la segunda fase, la estructura se pliega sobre sí misma y queda recogida en un volumen compacto (Calatrava 1980).

2.2.2 DESPLEGADO GLOBAL O POR PARTES



Estructura lineal formada por tensegrities T-3 en la que los elementos se pueden plegar de manera secuencial

Independientemente del grado de libertad o de la secuencia en la que se produzcan los procesos de desplegado, cada movimiento puede ser global o afectar a una parte diferenciada del conjunto. En las mallas que se pueden plegar en diferentes direcciones, como el *Teatro Ambulante para 500 Espectadores*, cada movimiento afecta a toda la estructura. Por el contrario, si cada grado de libertad sólo afecta a una parte diferenciada, cada división se podrá mover sin que esté acompañada por el conjunto. Ejemplos de este tipo se dan en algunas torres desplegables formadas por segmentos, en las que cada tramo se despliega independientemente y el movimiento se puede realizar de manera secuencial, desplegando segmento a segmento.

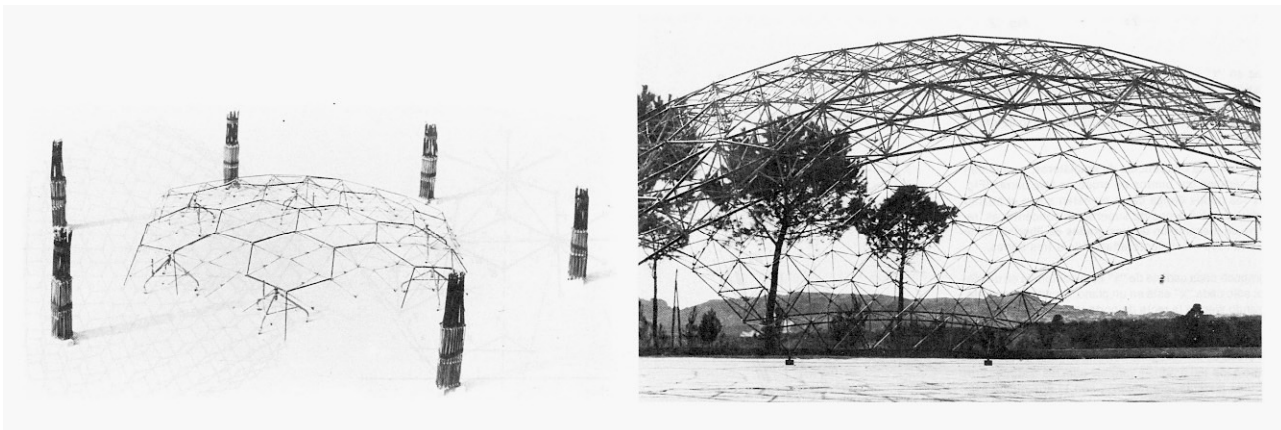


Hegedüs, mástil desplegable (Friedman 2013)

2.2.3 SECUENCIA DE MONTAJE

La secuencia de montaje de las estructuras desplegables puede consistir en una sola acción de desplegado o puede estar formada por una serie de trabajos que constituyen diferentes fases del proceso. En los casos en los que el desplegado es directo, toda la estructura se presenta plegada y se abre hasta lograr la configuración de servicio. Cuando la construcción es un proceso del que el desplegado es una parte, puede

Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces, Emilio Pérez Piñero, 1966 (Puertas 1990)



darse el caso de que una estructura se lleve por partes y se realice un ensamblaje en obra. De esta manera, unos componentes ensamblados previamente se montan *in situ* para luego desplegarse. En otros casos, los componentes se despliegan independientemente y luego se ensamblan, como ocurre en la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces* de Pérez Piñero o en la *Cubierta de la Piscina del Complejo San Pablo*, de Escrig y Sánchez, en la que cada uno de los casquetes esféricos es un desplegable de un grado de libertad. En esta obra, cada parte esférica se transportó entera plegada, se desplegó con la ayuda de una grúa y se colocó en su posición final, en la que se unieron los dos componentes.

2.3 CLASIFICACIONES SEGÚN LOS COMPONENTES DE LAS DESPLEGABLES

2.3.1 NÚMERO Y DISPOSICIÓN DE ACCIONADORES

En función de si el proceso de montaje es unitario o secuencial y según afecten a la globalidad o a partes independientes, los dispositivos de control y accionamiento deben ser acordes con el sistema desplegable. Cuanto menor es el grado de libertad del mecanismo, la estructura tiene una tendencia mayor a mantener su geometría durante el proceso, por lo que el control de la forma es más sencillo. El mínimo número de accionadores es uno por cada grado de libertad. Sin embargo, en la práctica, el número de accionadores necesarios puede ser mayor.

Una estructura cuyo grado de libertad es 1, necesita un control del desplegado que accione todo el conjunto. Por lo tanto, si se utiliza sólo un accionador, éste tiene que tener la capacidad de manejar todo el conjunto. Por el contrario, si una estructura tiene un grado de libertad alto, precisará de un número de dispositivos de accionamiento también elevado y el alcance de cada uno de ellos podrá ser menor. Una estructura puede tender a un número menor de accionadores de gran capacidad o a un número mayor, pero al que se requiere una menor capacidad.

El grado de libertad no es el único parámetro para definir cuántos accionadores son necesarios. La cantidad puede variar según su disposición en la estructura o la rigidez del conjunto. Si se toma una estructura de grado de libertad 1, teóricamente es suficiente con un mecanismo de accionamiento. No obstante, el rozamiento interno de las uniones y la rigidez estructural hacen que, en muchas ocasiones, sea necesario repartir los accionadores de manera homogénea en la estructura.

En muchos casos se procura realizar desplegables de grado de libertad 1 para facilitar que se desplieguen de manera sincronizada en un solo movimiento. Sin embargo, en algunas ocasiones, puede ser conveniente que el desplegado se realice por partes para lograr un control más sencillo del proceso.

Otro motivo para procurar un grado de libertad alto puede ser la necesidad de que las estructuras se puedan adaptar a diferentes situaciones. Más adelante se verá la propuesta de un mecanismo adaptable formado por tijeras, en el que se incorporan articulaciones intermedias para aumentar el grado de libertad y así lograr estructuras desplegables que pueda tomar diferentes formas (Akgün 2010, 2011).

Cubierta de la Piscina del Complejo San Pablo, Sevilla, proceso de montaje. (Escrig 2012)



El caso extremo de una disposición homogénea de accionadores son las desplegables que se abren por su propio peso. La fuerza que genera el movimiento es la gravedad, por lo que el accionamiento está aplicado en todos los componentes y en todo momento. Como no es posible desactivar la fuerza que tiende a desplegar la estructura, el proceso se controla disponiendo algún sistema que restrinja el movimiento, como pueden ser tirantes que se van soltando progresivamente.

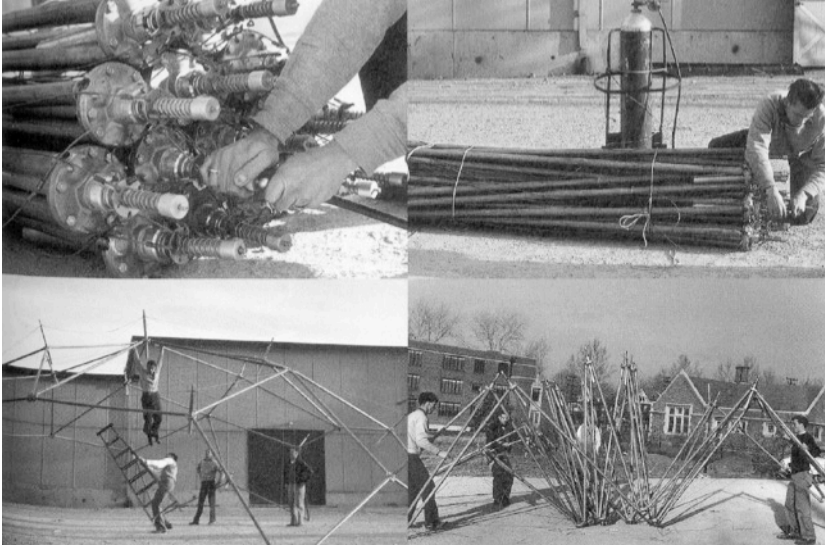
2.3.2 CLASIFICACIÓN SEGÚN LOS SISTEMAS DE ACCIONAMIENTO

En algunos casos, un sistema de generar el despliegado está directamente relacionado con un sistema estructural. Un ejemplo de este tipo son los sistemas hinchables. En otros casos, el accionamiento es independiente del tipo de desplegable y un mismo sistema de accionamiento se puede utilizar en diferentes tipos de estructura. El objetivo de este apartado es hacer un repaso de las características generales de cada sistema y elegir el más adecuado para el objetivo de este trabajo.

Los diferentes sistemas de accionamiento se pueden aplicar de diferentes modos: de manera secuencial, de manera instantánea o pueden ser aplicados en una fase determinada de la construcción. En algunos casos los mecanismos de accionamiento están activados antes del despliegado, son dispositivos que se tensan o someten al mecanismo a un esfuerzo, mientras el movimiento está impedido por algún tipo de atado. De este tipo son los sistemas neumáticos o de muelles, los cuales almacenan una energía potencial capaz de accionar el despliegado. Esto es lo que ocurría en el *Módulo Desplegable Automático* de Pérez Piñero, el cual se accionaba mediante muelles, o la *Flying Sheedpod* de Buckminster Fuller, en la que el despliegado se accionaba mediante un sistema neumático de gas a presión. En estos dos casos, los procesos de despliegado se ponían en marcha soltando las ligaduras de las estructuras, y los mecanismos se desplegaban de manera automática. Otros ejemplos de la aplicación de la energía potencial como sistema accionador son los mecanismos que se despliegan por su propio peso, citados en el punto anterior. En estos casos se puede considerar que el sistema de accionamiento lo constituyen los soportes que sustentan la estructura en unos puntos tales, que el peso propio tienda a abrirla, por lo que es necesario un sistema que eleve el conjunto, sin el cual no se iniciaría el movimiento.

▪ Sistemas neumáticos

Los sistemas neumáticos se basan en elementos de gran capacidad mecánica que generan el movimiento. Su aplicación puede ser independiente de la naturaleza de la estructura. Son dispositivos que se pueden colocar entre dos puntos para regular la distancia entre ellos. Habitualmente tienen el inconveniente de ser sistemas costosos y, en ocasiones, de necesitar compresores o motores.

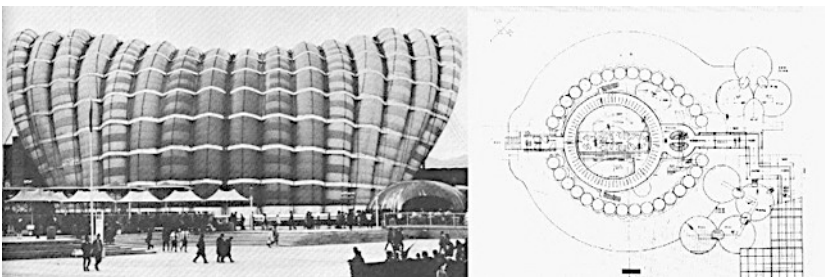


Estructura accionada mediante gas a presión, *Flying Seedpod*, Richard Buckminster Fuller, Washington University de St. Louis, 1953 (Krause 1999)

▪ Estructuras hinchables, presión interna

Existen dos tipos de estructuras hinchables, las de *alta presión* y las de *baja presión*. En las de *alta presión*, también llamadas *de doble capa*, el volumen hinchado no es el espacio de uso de la edificación. El interior de la envolvente está delimitado por una doble membrana en la que hay aire a presión. Los elementos hinchados pueden tener una gran variedad de formas y con ellos se pueden construir espacios abiertos.

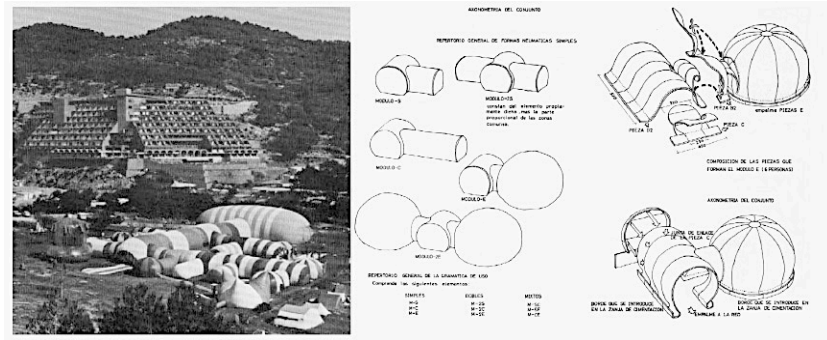
Las hinchables a baja presión trabajan en un rango de valores entre 10 y 100kg/m². Los de alta presión trabajan con valores entre 100 y 1000 veces mayores, con un rango de presiones que puede estar entre 2 y 70 Tm/m² (Herzog 1977).



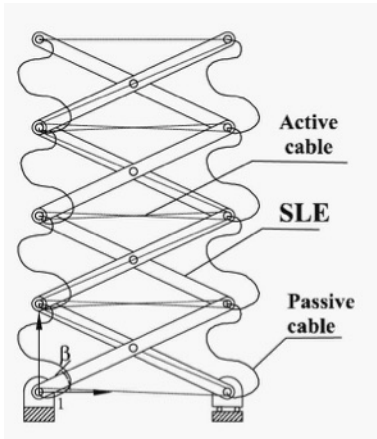
Estructura hinchable de doble capa, *Pabellón de Fuji* de la *Exposición General de Osaka*, 1970 (Herzog 1977)

En las *de baja presión*, también denominadas *de capa sencilla*, el volumen hinchado constituye el espacio utilizable. Esto condiciona en gran medida su uso, ya que obliga a que los interiores sean cerrados y que el acceso se realice mediante sistemas que limiten la salida del aire interior.

Estructura hinchable de capa sencilla.
Ciudad Instantánea de Ibiza, José Miguel de Prada y Poole, 1972 (Herzog 1977)



Las hinchables *de capa sencilla* son estructuralmente más eficientes y más fáciles de construir que las *de doble capa*. Los dos tipos tienen el inconveniente de necesitar sistemas para mantener la presión interior que funcionen ininterrumpidamente. A pesar de estas limitaciones, son una opción viable para realizar construcciones temporales y constituyen un ámbito de estudio que, por su especificidad, no se ha desarrollado en este trabajo.



Torre accionada mediante tensores
 (Nagaraj 2009)

▪ Accionamiento mediante tensado

Los accionamientos mediante tensado son sistemas versátiles que se aplican en una gran variedad de tipos de estructuras como, por ejemplo, las membranas tensadas, las estructuras atirantadas o las tensegrities. El mayor inconveniente que presentan son las limitaciones formales y de diseño que supone el hecho de que sólo trabajen a tracción. Con un diseño adecuado se pueden superar estas limitaciones e incluso, considerarlas una virtud, ya que dan como resultado estructuras que hacen evidente su comportamiento mecánico.

Una gran ventaja de estos sistemas de accionamiento es la posibilidad de que sean dispositivos muy sencillos, como pueden ser los tensores roscados o mecanismos de atirantado de cables y, en muchos casos, pueden llegar a accionarse manualmente.

▪ Desplegado por su propio peso

El peso propio es una fuerza de aplicación constante que, evidentemente, no se puede activar y desactivar. Para evitar que el despliegado sea descontrolado, interesa lograr estructuras que durante el proceso de despliegado se mantengan en un estado cercano al de equilibrio. De ese modo, se pueden desplegar sin un gran esfuerzo. Para lograrlo es importante que la posición del centro de gravedad durante el despliegado no cambie sustancialmente. De lo contrario, la fuerza ejercida por el peso propio se desplazaría, por lo que el conjunto se podría alejar de la posición de equilibrio, lo que dificultaría el control del proceso.

Por este motivo se suele aplicar en estructuras planas o rebajadas. Como ya se ha indicado anteriormente, requieren de medios de soporte temporal que activen el movimiento y sistemas de control que lo limiten. Los soportes pueden ser grúas (Escrig 2012), puntales (Martín 2004) u otros tipos de soporte vertical. A veces se acompañan de soportes auxiliares, como los patines de la maqueta para la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes luces* de Pérez Piñero (Puertas 1989). El sis-

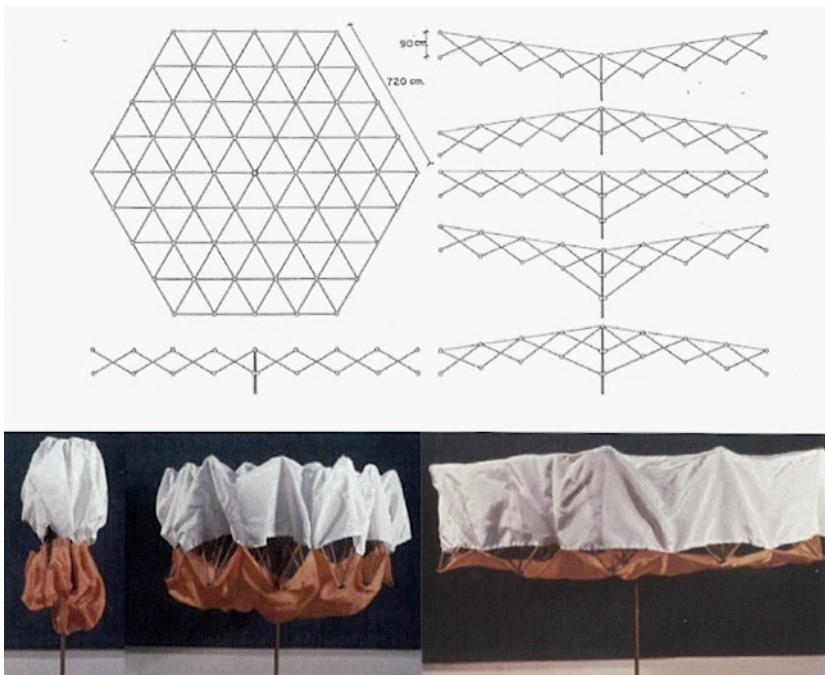
tema de control más habitual y sencillo son cables que se aflojan progresivamente.

En algunas grabaciones de Pérez Piñero (Sanz 1992), se puede ver cómo se despliegan algunas maquetas. Inicialmente están en equilibrio, pero con un ligero movimiento, el centro de gravedad se empieza a desplazar y las estructuras se despliegan en un movimiento acelerado, hasta que llegan a un tope, probablemente limitado por el contacto entre las partes centrales de las barras. Las estructuras mostradas son superficies curvas elevadas, por lo que el centro de gravedad sufre grandes variaciones durante el proceso. Los movimientos de las maquetas que aparecen en el documental son bruscos.

▪ Mecanismos en equilibrio y estructura biestables

Aunque, propiamente, no son mecanismos de accionamiento, estos dos tipos se citan en este apartado por su particular incidencia en los esfuerzos necesarios para generar el desplegado.

Los mecanismos en equilibrio tienen la peculiaridad de poder accionarse con esfuerzos de muy poca entidad. Necesitan de una fijación posterior por que, de lo contrario, el movimiento sería fácilmente reversible y no serían estructuras estables. Un ejemplo de estos sistemas son las estructuras desplegables suspendidas formadas por tijeras, que mantienen constante su centro de gravedad durante el movimiento, como la propuesta para la *Cubierta Eventual Plegable en la plaza de San Francisco de Sevilla* (Escrig 2012).



Cubierta Plegable para la Plaza de San Francisco, Sevilla 1988 (Escrig 2012)

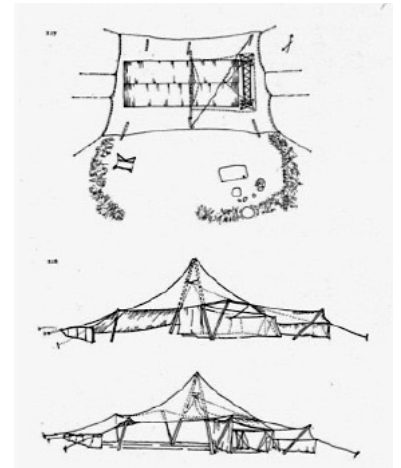
Las estructuras biestables tienen la característica de tener diferentes posiciones de equilibrio geométricamente diferenciadas, sin que haya continuidad entre ellas. Lo más habitual es que haya dos posiciones de equilibrio. Entre las posiciones de reposo hay un estado de tensión de modo que, ejerciendo un esfuerzo que supere esta tensión, se llega a otra situación de equilibrio (Pelegriño 2001) (Kebadze 2004). Corrección

2.3.3 NATURALEZA DEL MECANISMO BÁSICO DESPLEGABLE

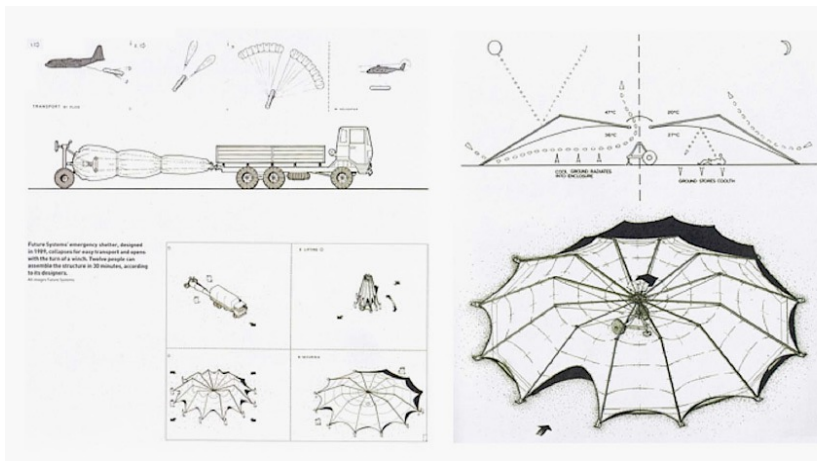
Se entiende la naturaleza del mecanismo desplegable como el modo en el que trabajan y se mueven sus componentes. En principio no se considera el material con el que están fabricados, aunque hay algunos casos en los que el mecanismo está directamente relacionado con un tipo de material. La naturaleza de los elementos desplegables es la característica que define el comportamiento del mecanismo y condiciona en gran medida los parámetros expuestos en los puntos anteriores. Se han distinguido entre los siguientes: textiles, sistemas de barras biarticuladas sencillas, mecanismos de barras, componentes superficiales móviles, elementos tridimensionales rígidos móviles y combinaciones de barras y cables.

▪ Arquitectura textil

El uso de materiales textiles para definir espacios de manera temporal es tradicional en muchas culturas. Pueden ser sistemas sofisticados o estar realizados con tecnologías básicas, construidos con materiales de cada lugar. Los *tipis* se cubren con pieles, las *yurtas* con capas de tejidos o las *haimas* con mantas de lana de camello. Los cierres textiles tienen la capacidad de cubrir superficies con relativo poco peso y se pueden recoger ocupando volúmenes reducidos, es decir, presentan un ratio de plegabilidad muy elevado. Son dos cualidades fundamentales para su transporte con medios limitados. En la naturaleza se pueden encontrar ejemplos muy diversos de membranas desplegables que pueden ser una fuente de información para definir soluciones novedosas (Kishimoto 2006).



Haima de las tribus Tekna, Marruecos (Shelter Publications 1979).



Future Systems. 139 Shelter, refugio desplegable para intervenir en una hambruna en Etiopía, 1989
Fuente: <http://www.jotdown.es/2014/02/soluciones-arquitectonicas-a-situaciones-de-crisis/>

Las construcciones desplegables textiles pueden ser partes móviles de edificios, como ocurre en el cierre de la parte central del *Estadio de Montreal*, o formar edificaciones completas como ocurre en los circos o las *haimas*. Si el despliegado se hace cuando la estructura está en servicio, es delicado mantener la tensión del tejido durante el proceso. Por su tipo de sujeción se puede distinguir entre las cubiertas textiles que se sustentan por entramados rígidos, y las que están formadas exclusivamente por los elementos flexibles (tejidos y cables). En los primeros, los tejidos cumplen la función de cierre y se aprovecha la flexibilidad de los materiales para conseguir coberturas continuas. En los segundos, además de lo anterior, la flexibilidad y resistencia de los materiales se utilizan para generar estructuras estables. Las membranas se formalizan mediante elementos de sujeción y tensores. Los conjuntos son estables



Cubrición retráctil textil para el *Estadio de Montreal*, R. Taillibert 1968 (Escrig 2012).



Cubrición retráctil textil para el Plaza de Toros de Zaragoza, G. Schlaich 1990. (Escrig 2012).

por cumplir con unas condiciones geométricas definidas por la transmisión de cargas. Es habitual que tomen formas de doble curvatura.

Para que se separen del suelo, es necesario que los soportes estén elevados ya que, al ser elementos traccionados, la resultante de sus esfuerzos debe ser interior a la estructura. Habitualmente se soportan mediante elementos comprimidos, pueden estar incluidos en la estructura o ser ajenos a ella. Se pueden distinguir diferentes tipos de textiles según la disposición de las partes comprimidas, las cuales pueden ser exteriores a la estructura, perimetrales o interiores. También pueden distinguirse entre elementos comprimidos unitarios, elementos enlazados o elementos disociados. Esta clasificación se desarrollará en el capítulo 3, en el que se trata de las estructuras tensadas.

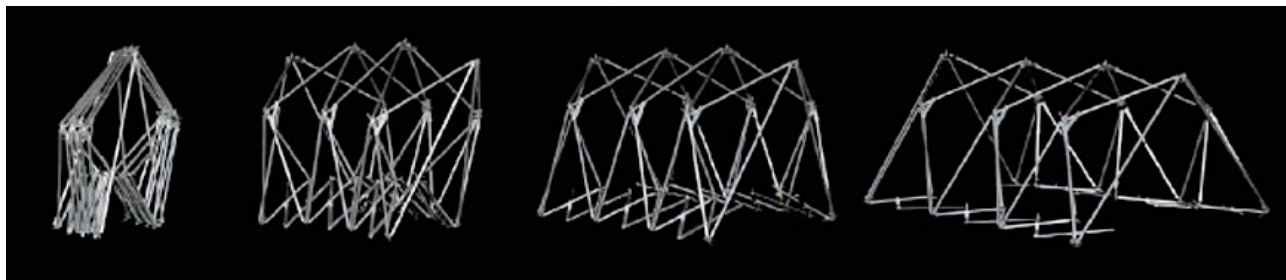
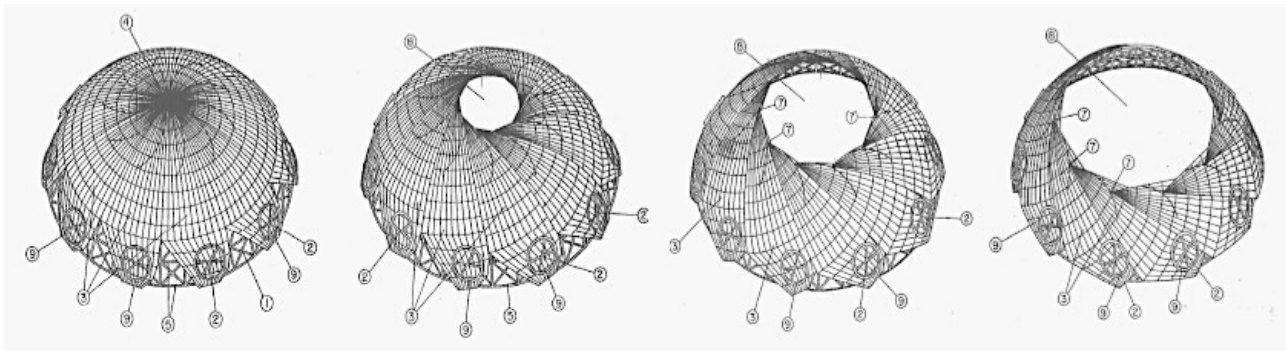
▪ Sistemas hinchables

Estos sistemas se han valorado de manera general en el apartado anterior, en el que se ha explicado que las de membrana doble tienen capacidades estructurales limitadas y las de capa sencilla tienen limitaciones de uso. No se desarrollan por no ser una línea de estudio de este trabajo.

▪ Elementos rígidos planos

Se consideran dentro de este tipo tanto los formados por elementos rígidos superficiales, como los entramados rígidos planos que no modifican su forma. Pueden deslizarse inscritas en una superficie, como ocurre en los diafragmas, en los que unos planos se solapan sobre otros. La propuesta de Pérez Piñero de la *Cúpula Reticular Desplegable de Directriz Esférica*, es un cierre retráctil en el que cada segmento se desplaza sobre la superficie esférica girando alrededor de un eje perpendicular a esta superficie. Los planos se solapan a modo de diafragma tridimensional.

Emilio Pérez Piñero, *Cúpula Reticular Desplegable de Directriz Esférica*, 1971 (Escrig 1993)



Estructura desplegable de bastidores rígidos (Temmerman 2007)



Otro tipo dentro de esta clasificación lo constituyen los mecanismos formados por elementos planos rígidos con uniones articuladas que permiten que el conjunto se pliegue. En el ámbito de los *origami*, se han desarrollado diferentes patrones de plegado y se genera una gran variedad de configuraciones geométricas, aunque para su aplicación arquitectónica, se debe recurrir a las más sencillas. Los ejemplos encontrados son aplicaciones de escala reducida, (a medio camino entre el mobiliario y las edificaciones) o propuestas teóricas (Buri 2008).

Construcciones desplegables de láminas, izq. montaje de Miwa Takabayashi, derecha montaje de Renato Nimishimura (Escrig 2012)

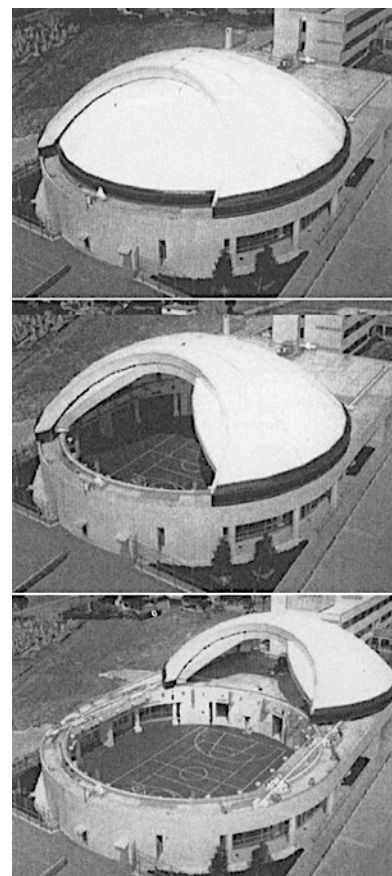
■ Elementos rígidos tridimensionales móviles

Algunas cubriciones móviles de grandes recintos, como estadios o polideportivos, pueden realizarse con elemento rígidos tridimensionales. Suelen ser elementos de gran tamaño que se desplazan y, en algunos casos, se recogen parcialmente. En ocasiones, la gran dimensión y reducido número de partes móviles hacen que el cambio de volumen que se produce sea muy pequeño y que el movimiento consista fundamentalmente en el desplazamiento de unos componentes respecto a otros. En esos casos es más correcto considerarlas como estructuras móviles, en lugar de estructuras desplegables.

En función del movimiento de las piezas se pueden distinguir diferentes tipologías (Ishii 2000). No se describirán en detalle por no ser de aplicación en el ámbito de este trabajo. Las tipologías más sencillas y más utilizadas son las formadas por elementos que se desplazan en horizontal sobre unas vías. En ocasiones, toman la forma de pórticos móviles en los que los elementos desplazables incorporan cierres horizontales y verticales. Pueden descubrirse de manera parcial, como en la *Toronto Skydome* o completa, como en el *Ariake Coliseum*.

Los movimientos y mecanismos de accionamiento pueden llegar a tener una gran complejidad como, por ejemplo, en la *Ball Dome* de Toyama. Esta obra es una cúpula rebajada dividida en dos elementos superficiales que se cruzan en la clave, semejantes a las partes de una pelota de tenis. Una de las dos piezas gira 90° en planta, con lo que se coloca debajo de la otra. Posteriormente, las dos partes se desplazan horizontalmente para dejar el espacio completamente descubierto.

Estos mecanismos acostumbran a tener maquinaria pesada para desplazarse. Son sistemas que se caracterizan por lograr una gran efectividad en acciones muy concretas. Pueden desplegar una cubierta en unos minutos (la *Ohita Dome* en 20 minutos o el *Ariake Coliseum* en 17,5 min y otras cubiertas retráctiles necesitan tiempos similares). En este tipo de estructura son frecuentes los problemas para desplazarlos cuando



Shunichiro Watanabe, *Ball Dome*, Toyama Japón 1992 (Ishii 2000)



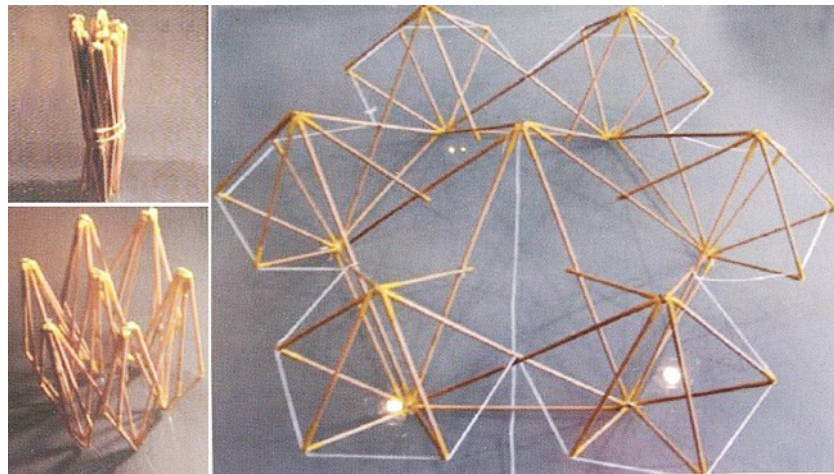
Chico, Marco y Theilaker, Cubierta de la Piscina del C.N. Sant Andreu, Barcelona 1992 (Llorens 1996)

hay viento y, en casi todos los casos, tienen el inconveniente de necesitar mucho espacio para que se puedan recoger. Suelen tener un alto coste, pero en versiones simplificadas son económicas y tienen un gran campo de aplicación en cubriciones sencillas, incluso domésticas.

Algunas realizaciones en el entorno próximo son la *Cubierta Móvil para la Piscina Municipal de Montjuic*, de Llorens y Soldevila de 1992, la *Cubrición de la Piscina del C. N. Sant Andreu*, Barcelona, de Chico, Marco y Theilaker de 1992 o la *Cubierta móvil para la piscina de la Asociación de Empleados de La Caixa*, de Auxiliar de Construcciones Metálicas. Todos los ejemplos son estructuras en arco o pórtico, que tienen una secciones de poco espesor, en las que los diferentes segmentos se solapan para liberar el espacio abierto.

▪ Sistemas de barras articuladas

Estos sistemas pueden ser estructuras formadas por barras simples con articulaciones en los extremos o además pueden incluir uniones articuladas intermedias, como ocurre en los elementos en forma de tijera.



Félix Escrig Modelo de barras para el Pabellón Portátil para el Colegio de Arquitectos de Sevilla 1982 (Escrig 2012)

Las estructuras completas se pueden llegar a compactar en volúmenes muy reducidos. Partiendo de elementos lineales se pueden definir mecanismos básicos que generar diferentes tipos de desplegado.

Los principales mecanismos que se analizarán más adelante son los siguientes:

- Barras simples biarticuladas.
- Mecanismos en forma de tijera plana o pantógrafos.
- Mecanismos en forma de tijera tridimensional.
- Mecanismos en forma tijera conformando superficies no planas, como los *Pantodomas (Iris Domes)*.
- Mecanismos complejos de barras articuladas.

Los diferentes tipos y sus características se analizarán en el capítulo 4.

▪ Sistemas de barras y cables

Cuando se combinan barras y tensores hay sistemas en los que los tensores cumplen una función de refuerzo, como ocurre en las vigas Fink. En otros casos, los tensores cohesionan el conjunto, por ejemplo, en las

tensegrities. Cuando la tensión es condición necesaria para cohesionar el conjunto, las estructuras se pueden desmontar o plegar aflojando algunos cables. De este modo, si las uniones permiten el movimiento de las barras, se pueden generar mecanismos desplegables. No suele ser necesario que se aflojen todos los cables. Se pueden aflojar algunos, de manera que el resto también quede destensado.

Acortando los cables que se han dejado alargar para plegar la estructura, el mecanismo se despliega. Los cables que generan el despliegado cumplen la función de accionadores y se denominan como *cables activos*. Los cables que tienen la longitud final en todo momento se denominan como *cables pasivos* y entran en carga cuando los accionadores se tensan.

Entre este tipo de estructuras tienen especial interés las tensegrities, sobre las que se tratarán en el siguiente capítulo. Apenas existen ejemplos de tensegrities realizadas de cierta escala y algunos autores de relevancia afirman que no son sistemas viables, lo cual se argumentará más adelante (Hanaor 2012) (Snelson 2012). A pesar de ello, las tensegrities son una fuente de información que puede resultar valiosa y gran parte de las propuestas finales de este trabajo tienen relación directa con ellas.

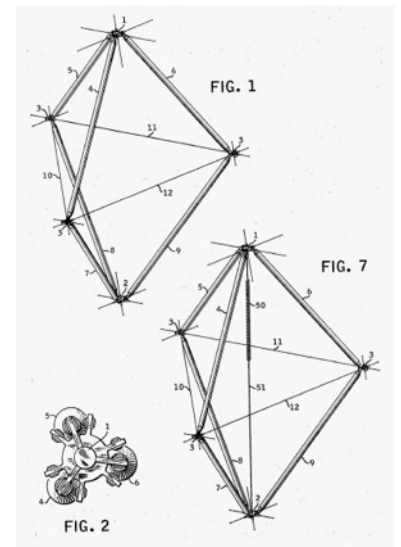


Kenneth Snelson, escultura *Easy Landing*, 1977, Baltimore (<http://kennethsnelson.net>)

2.4 VALORACIÓN

Las estructuras que se van a estudiar se destinarán a definir volúmenes diáfanos para albergar una variedad de usos. Por este motivo, los tipos que se van a desarrollar son fundamentalmente estructuras superficiales. Entre los diferentes tipos, las estructuras que dan mayor libertad formal y posibilidades de despliegado son las superficiales en las que los mecanismos desplegables no permanecen dentro de la superficie de la estructura.

Los sistemas de desplegados globales tienen la ventaja de facilitar el control de la forma durante todo el proceso y de necesitar un número menor de dispositivos de accionamiento que otros tipos. Sin embargo, el accionamiento simultáneo de toda la estructura supone que se deba accionar en su totalidad, lo que en construcciones de cierto tamaño suele requerir de medios auxiliares de gran capacidad. Por lo tanto, son sistemas rápidos, pero muy exigentes en recursos empleados. Por el



Desmond H. Vaughan, imagen de la patente *Expandable Retractable Structure*. Mecanismo en forma de doble tetraedro, en el que el cable vertical funciona de accionador y los cables horizontales son cables pasivos (Vaughan 1973)

contrario, el desplegado por partes hace necesario un número mayor de sistemas de accionado para poder controlarlo, pero el desplegado de cada fase se puede realizar con medios más sencillos. Para el objetivo de este trabajo se va a procurar lograr mecanismos de desplegado progresivos, de manera que el accionamiento pueda ser exclusivamente manual. Se procurará segmentar el desplegado en fases que, en la medida de lo posible, afecten a partes independientes.

En lo referente a la secuencia de fabricación y montaje, la manipulación manual propuesta como objetivo supone una limitación importante en el peso y volumen de los componentes que se transporten. Este condicionante obliga a que las estructuras se deban poder manipular y acarrear por partes, por lo que se van a proponer estructuras que se ensamblan *in situ* antes del desplegado.

Entre todos estos sistemas de accionamiento se ha optado por el sistema de tensado, por ser el que requiere de medios más sencillos y la posibilidad de controlar el despliegue de manera manual.

Respecto a la naturaleza del mecanismo, se han descartado las estructuras formadas por elementos rígidos por las limitaciones de plegabilidad y exigencias de transporte que suponen. También se han descartado las estructuras hinchables por las limitaciones formales y porque suponen la aplicación de tecnologías muy diferentes de las utilizadas en las experiencias previas.

Para desarrollar este trabajo se ha optado por estructuras de barras y tensores por varios motivos. Los principales son que pueden generar un grado de plegabilidad muy alto y son accionables manualmente. Las estructuras de elementos textiles tensados también tienen estas características y son una opción perfectamente válida para el objetivo planteado. Sin embargo, se ha optado por las estructuras de barras por tener una mayor libertad de forma y por ser un ámbito en el que se vislumbra un campo de innovación muy amplio.

3 ESTRUCTURA TENSADAS, TENSEGRITIES

El tipo de desplegable y sistema de accionamiento que se ha elegido para el propósito de este trabajo es el de estructuras formadas por barras y cables que se acciona mediante tensado. En este capítulo se va a tratar de las propiedades de las estructuras tensadas, con especial interés en las estructuras tensegrities. No se plantea como objetivo el desarrollo del ámbito de las tensegrities. Como se explicará más adelante, es un tipo de estructura con importantes limitaciones que se llegan a considerar como estructuras sin aplicación práctica por autores de relevancia. Sin embargo, tienen la capacidad de manifestar de manera clara y explícita las principales propiedades de las estructura tensadas. Se analizarán las principales propiedades de las tensegrities con el objetivo de que puedan ser aplicadas al campo de las desplegables. No obstante, el resultado no tiene porqué limitarse a este tipo específico.

En este capítulo se hará un repaso de los diferentes tipos de tensegrities. Seguidamente se expondrán sus características principales: la desplazabilidad, el problema de la búsqueda de la forma y sus características mecánicas y geométricas. Se distinguirá entre las tensegrities que se denominan *puras* y las llamadas *falsas tensegrities*. Posteriormente se valorará su despleabilidad, una característica inherente a este tipo de estructuras. Finalmente se hará una valoración de estas características desde el punto de vista de sus posibles aplicaciones para lograr los objetivos fijados en el inicio de esta tesis.

3.1 TIPOS DE ESTRUCTURAS TENSADAS

Se considerarán estructuras tensadas aquellas que logran su capacidad estructural gracias a la disposición de miembros tensados, generalmente cables, mallas o membranas. Es habitual que estos elementos tensados sólo tengan la posibilidad de trabajar a tracción. La tensión es previa a la entrada en carga de la estructura y puede servir para mejorar la capacidad estructural, rigidizar el conjunto y, en ocasiones, dar unidad a un conjunto de elementos disociados.

Una estructura formado únicamente por elementos tensados no puede estar en equilibrio por sí misma. Es necesario que haya elementos comprimidos que contrarresten la tracción. Es habitual que las piezas comprimidas formen parte del conjunto, pero en algunas ocasiones, pueden ser exteriores a él. Las estructuras tensadas se pueden clasificar según diferentes parámetros, como pueden ser los materiales empleados o la forma estructural, pero tiene especial interés la clasificación según la disposición de los componentes comprimidos.

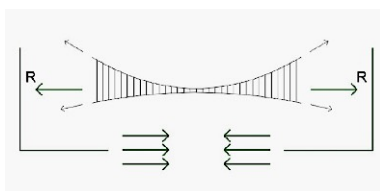
Los elementos comprimidos pueden estar fuera de la estructura, pueden ser perimetrales o pueden ser interiores a ésta. Entre los que son interiores, pueden formar un núcleo central o pueden estar repartidos en la estructura de forma más o menos homogénea. En éstos últimos, puede haber contacto entre componentes comprimidos o pueden estar separados. Hay algunos casos que se sale de esta clasificación como, por ejemplo, las hinchables, en los que el gas forma un sistema comprimido que incide en todo el conjunto.

3.1.1 COMPRESIÓN EXTERIOR O AJENA A LA ESTRUCTURA

En las estructuras tensadas en las que no aparecen elementos comprimidos deben existir esfuerzos exteriores que mantengan la estructura tensada lo que, en última instancia, implica que exista un sistema comprimido exterior. Es el caso de algunos puentes colgantes. En estas estructuras, la función del elemento comprimido la cumple el terreno, por lo que la compresión es ajena a la estructura.



Capilano Suspension Bridge, Vancouver
Fuente: <http://www.infovancouver.com>

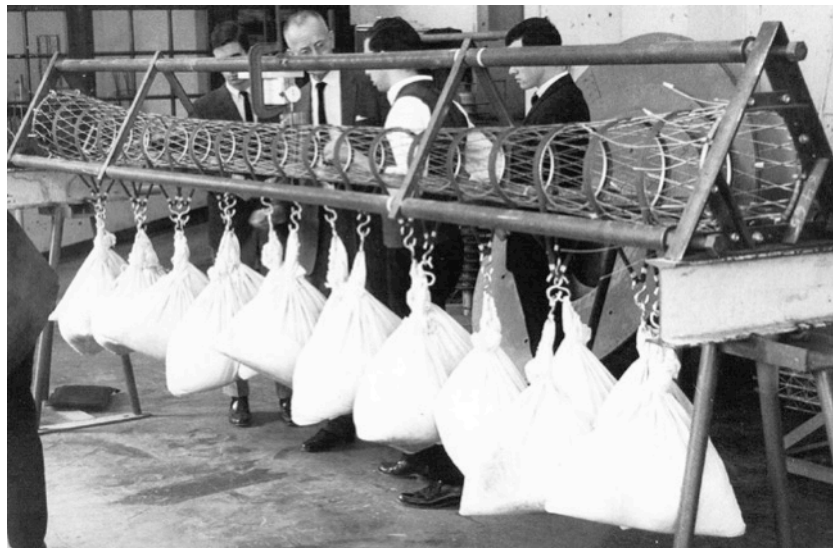


Esquema de estructura tensada con elemento comprimido exterior

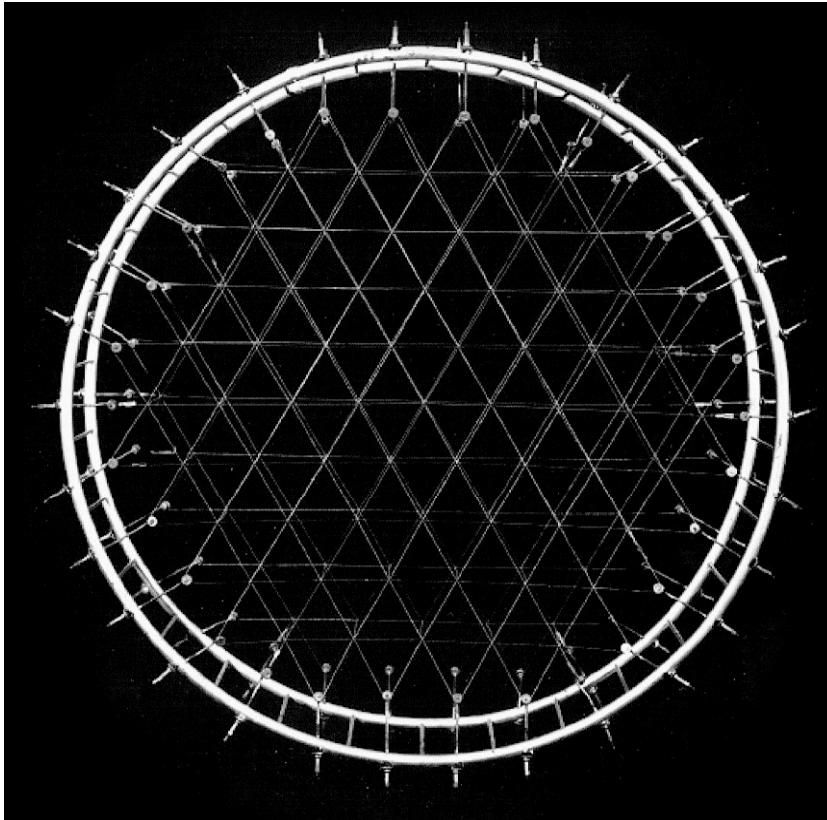
Las estructuras de este tipo tienen la doble vertiente de ser muy efectivas mecánicamente y, al mismo tiempo, necesitar geometrías determinadas, definidas por el recorrido de las fuerzas interiores. Esto hace que estén muy condicionadas formalmente.

Como la resultante de los elementos comprimidos tiene que ser interior al sistema de tracciones, para definir volúmenes interiores es necesario que los soportes estén elevados. Los elementos comprimidos pueden ser otras estructuras o el terreno. Es un tipo de estructuras que necesita unas condiciones de contorno muy específicas, lo que limita su aplicación en diferentes ubicaciones.

Para salvar las limitaciones formales que supone el hecho de que toda la estructura esté traccionada, es habitual que se incorporen elementos comprimidos interiores o perimetrales a la estructura, como ocurre en las *haimas* o las carpas de circo. En esta clasificación forman otro apartado.

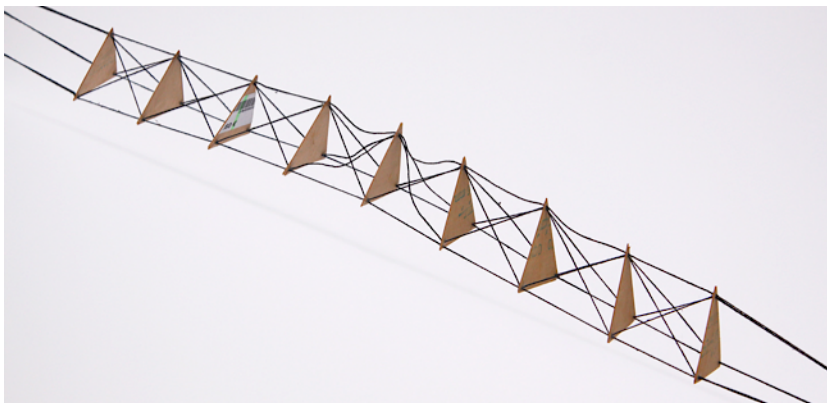


Le Ricolais, maqueta de estructura tensada con un elemento comprimido exterior (Le Ricolais 1997)



Le Ricolais, maqueta de estructura tensada con un anillo perimetral comprimido (le Ricolais 1997)

En las estructuras que son estables por una tracción exterior, en las que se disponen elementos comprimidos interiores. Por regla general, la resultante de la tracción exterior deberá ser interior a la estructura en todas sus secciones. Para que la resultante pueda ser exterior a la estructura y el equilibrio sea posible, las barras tienen que cruzarse en el espacio, de manera que en su proyección sobre cualquier plano, las proyecciones de los elementos comprimidos estén cruzadas.

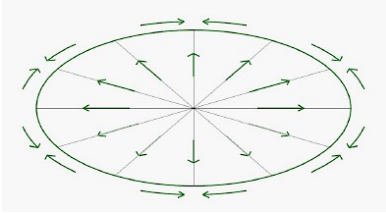


Maqueta de estructura tensada de directriz curva con elementos disociados comprimidos. Las secciones exteriores a la tracción ejercida quedan destensadas



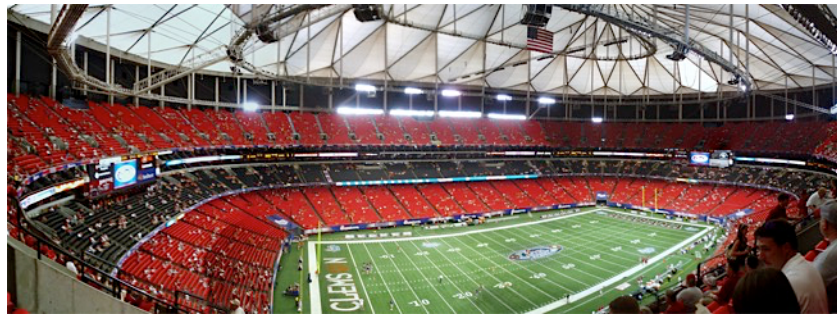
Maqueta de estructura tensada de directriz curva con elementos comprimidos en contacto. Las secciones exteriores a la tracción ejercida quedan destensadas

3.1.2 COMPRESIÓN PERIMETRAL



Esquema de esfuerzos de una estructura tensada con anillo perimetral comprimido

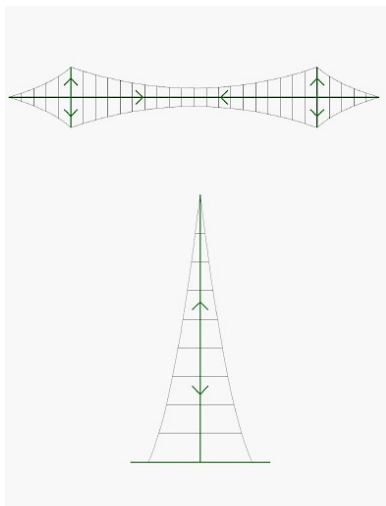
En estos tipos de estructuras, el elemento comprimido está incorporado en el conjunto y permanece en el perímetro del volumen. El funcionamiento de la zona tensada es similar al caso anterior, pero se diferencian de aquél por el hecho de que el conjunto es estable de manera autónoma y no necesita sujeciones más allá del soporte isostático. El elemento comprimido puede tener diferentes formas, pero las más utilizadas son anillos circulares u ovalados. La mayor cubierta tensada que se ha construido hasta la fecha se puede considerar de este tipo, si bien incorpora elementos comprimidos verticales en el interior. Es la *Georgia Dome* construida en el año 1989 en Atlanta. Está formada por un anillo perimetral de hormigón y una estructura tensada interior formada por cables y elementos comprimidos verticales disociados. Cubre un estadio de fútbol americano y salva unas luces de 227,3 y 185 metros, en sus ejes mayor y menor.



Georgia Dome, Atlanta
Fuente: <https://commons.wikimedia.org>

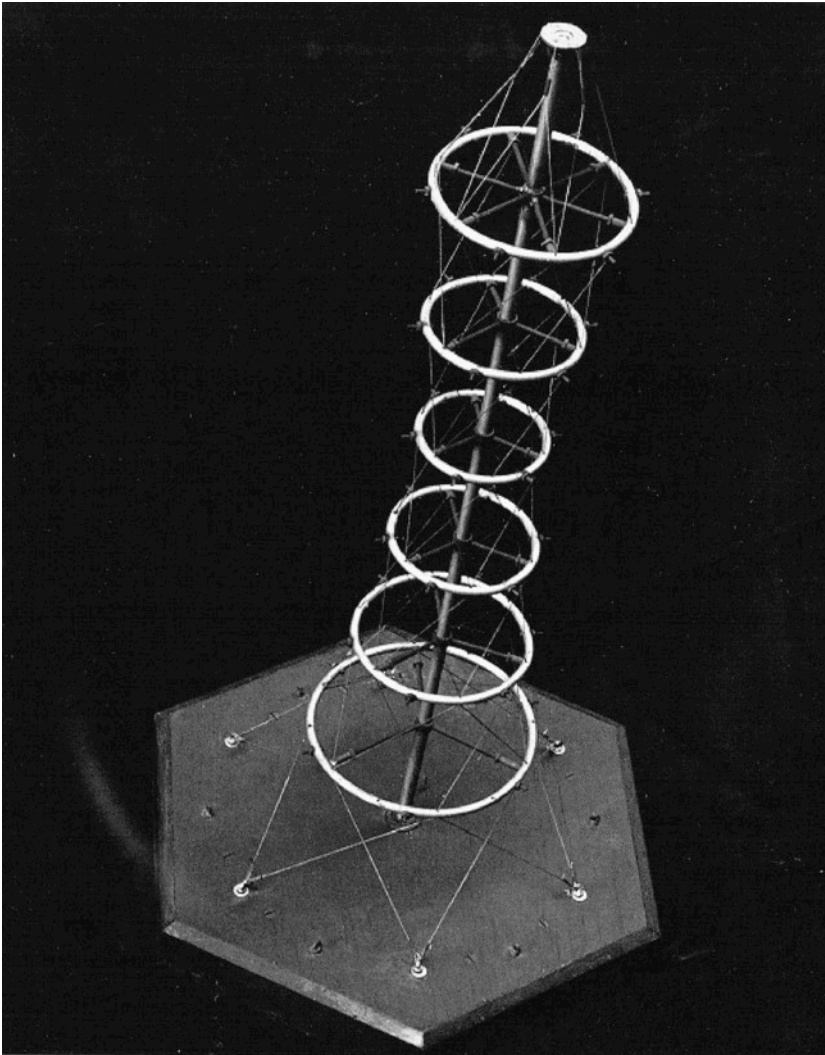
Para su aplicación en vacíos urbanos, este tipo tiene un inconveniente en la ejecución del anillo, ya que, para poder soportar las variaciones de carga, debe ser un elemento de gran rigidez. Ésta es una limitación importante en estructuras ligeras, transportables y económicas. A pesar de que hay ejemplos de anillos desplegados realizados con entramados de barras, su ejecución es compleja. A esto hay que añadir que, para definir volúmenes interiores, es habitual que el anillo esté en una posición elevada. Para ello es necesario disponer de elementos comprimidos que suban el conjunto tensado.

3.1.3 ELEMENTO INTERIOR COMPRIMIDO UNITARIO



Esquema de esfuerzos en un puente tensado con elemento central comprimido y en una torre tensada con elemento central comprimido

En lugar de tener un soporte exterior se puede utilizar un elemento central comprimido de grandes dimensiones y rigidez. Alrededor de este elemento se suele disponer una malla o una serie de cables tensados que se mantienen separados del elemento central mediante barras radiales o anillos comprimidos. Este tipo de estructuras tiene una disposición preferentemente lineal y habitualmente se ha utilizado en puentes y torres. En algunas ocasiones, el elemento comprimido cumple funciones adicionales: en los puentes puede ser el tablero por el que se circula y en las torres puede albergar las comunicaciones verticales (le Ricolais 1997).



Le Ricolais, maqueta de estructura de torre de comunicaciones (le Ricolais 1997)

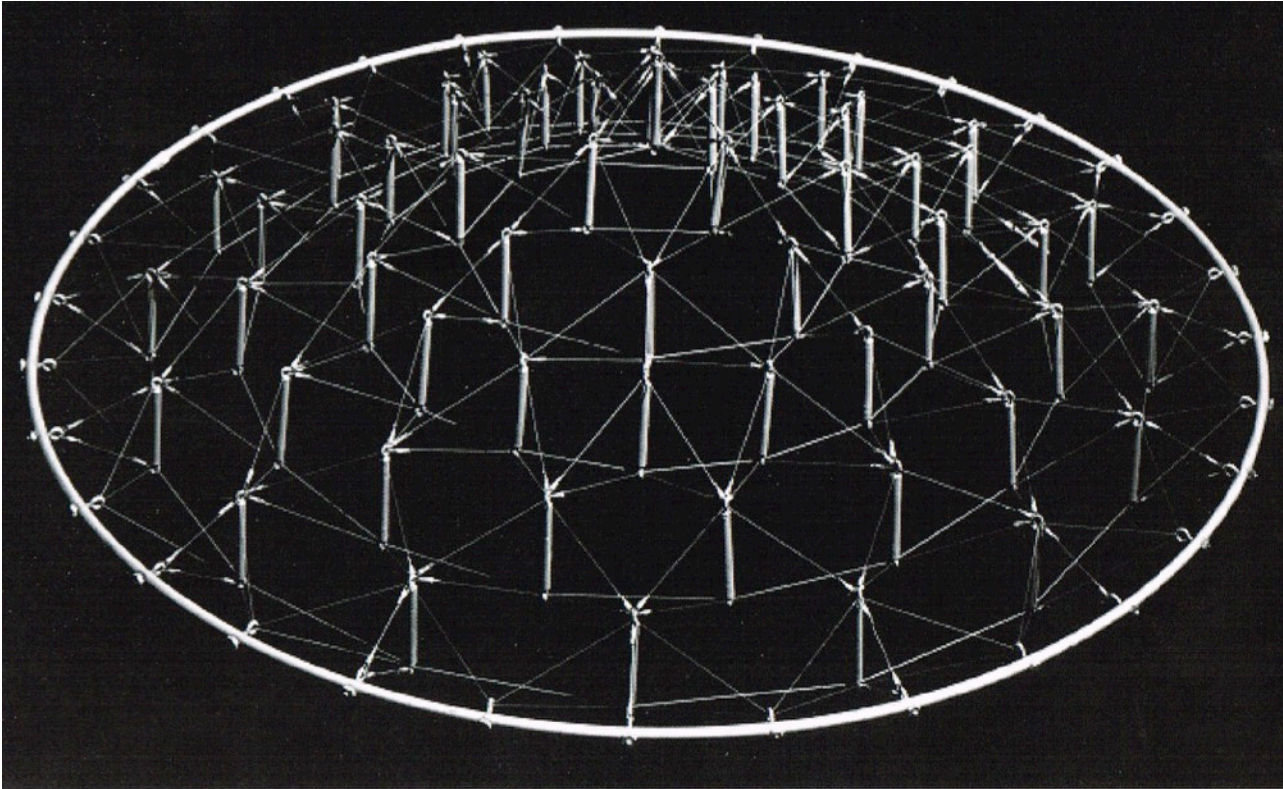
Este tipo de estructuras presenta dos inconvenientes fundamentales para el propósito fijado en este trabajo. Por una parte, el espacio interior está ocupado por el elemento comprimido. Es posible salvar este impedimento disponiendo alguna geometría específica, pero se complica su diseño. El otro inconveniente es la entidad del elemento interior, el cual debe tener una gran rigidez para evitar la inestabilidad. Al igual que en los anillos comprimidos, es complejo lograr que este elemento central sea plegable y fácilmente transportable.

Este tipo de estructura tiene un amplio campo de aplicación en mástiles de veleros, en torres de comunicaciones, en refuerzos de estructuras existentes o en elementos de pequeña escala que pueden formar parte de estructuras mayores, como es el caso de las vigas Fink.

3.1.4 ELEMENTOS COMPRIMIDOS INTERIORES

El tipo más habitual de estructuras tensadas lo constituyen las formadas por varios elementos comprimidos interiores. La disposición estratégica de estos elementos permite generar volúmenes con gran libertad formal. Las piezas comprimidas se pueden disponer de manera que eleven las partes tensadas y definan un volumen interior, como ocurre en las *haimas* o en las carpas de circo. Las cúpulas de tracción más habituales son las que combinan este tipo con un anillo perimetral comprimido. Las piezas comprimidas se pueden disponer a modo de

puntales apoyados en el terreno o simplemente pueden ser elementos comprimidos interiores a la estructura, que no tienen porqué estar en contacto con el suelo.



Le Ricolais, maqueta de cúpula de tracción con anillo perimetral comprimido y elementos comprimidos interiores disociados (Le Ricolais 1997)

Dentro de este variado grupo de estructuras se puede distinguir dos tipos: las estructuras que contienen elementos comprimidos en contacto y las que tienen elementos comprimidos disociados, sin contacto entre ellos.

Estas últimas son las llamadas tensegrities. Algunos autores consideran una definición de tensegrity más amplia e incluyen en esta denominación las estructuras tensadas en las que hay contacto entre elementos comprimidos.

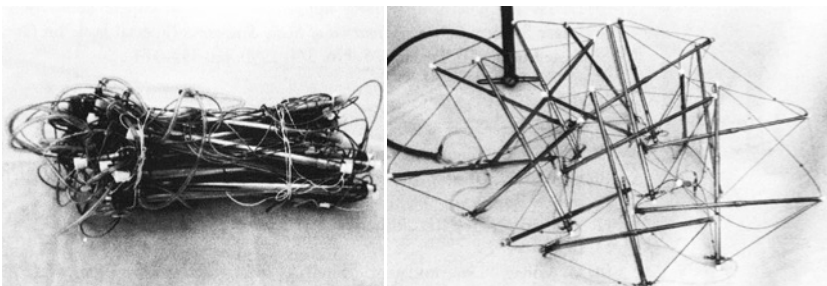
Robert Skelton clasifica tensegrities de diferentes grados para distinguir las *tensegrities puras* de las *tensegrities falsas* (las que tienen contacto entre elementos comprimidos), y poder clasificar estas últimas según su grado de *pureza* (Skelton 2009).



Kenneth Snelson,
montaje de la *Easy-K*, 1970
Fuente: www.kennethsnelson.net

Hay diferentes clasificaciones de tensegrities y un gran abanico de formas y tipos. El hecho de estar formadas por elementos disociados unidos por cables hace que, si los cables se aflojan, los elementos comprimidos se puedan mover libremente. Con una correcta elección de ciertos cables que se destensan es posible empaquetar la estructura en un grupo compacto de elementos comprimidos y cables. Por lo tanto, la plegabilidad es intrínseca a este tipo de estructuras.

Si en lugar de alargar los cables se acortan las barras, el efecto es el mismo: los cables quedan flojos y la estructura se puede plegar. En la siguiente imagen se puede ver la maqueta de una tensegrity realizada con barras telescópicas que se alargan introduciendo gas a presión en su interior. La maqueta se despliega metiendo aire en las barras con un hinchador.

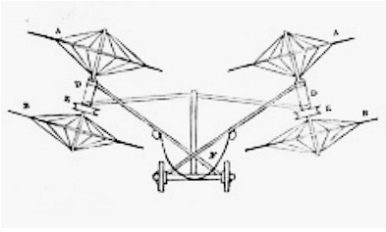


Maqueta de una tensegrity desplegable accionada mediante barras telescópicas con aire comprimido en su interior (Hanaor 1997)

3.2 TENSEGRITIES

3.2.1 DESCUBRIMIENTO DE LAS TENSEGRITIES

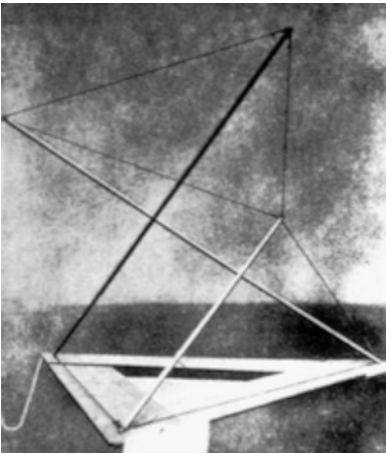
La palabra *tensegrity* fue inventada por Buckminster Fuller, uniendo las palabras *tensional* e *integrity*. Es un término globalmente aceptado para este tipo de estructuras. La traducción al castellano se ha realizado en ocasiones como *tensegridad*. En otros idiomas, también se ha traducido como, como en francés, *tensegrité*. Sin embargo, en la mayor parte de la literatura en castellano se mantiene su vocablo en inglés. En este escrito se ha optado por denominarlo con su palabra original.



George Cayley, *Aerial Carriage* 1843.
Science Museum / Science & Society
Picture Library
Fuente: <http://www.ssplprints.com>

Existen precedentes de elementos tensados que confieren unidad a conjuntos de piezas comprimidas y algunos son, de hecho, auténticas tensegrities, como la rueda de radios tensados, que se puede encontrar en una patente del ingeniero aeronáutico George Cayley de 1808. Sin embargo, a pesar de ser un tipo de entramado utilizado de manera cotidiana, no se identificó como tipo estructural aplicable a edificación hasta mediados del siglo pasado.

El precedente que más se aproximó a esta idea fue la escultura de Karl loganson, titulada *Estudio en Equilibrio*, creada hacia 1920. No estaba definida como tensegrity, pero el ámbito de investigación de la familia de esculturas a la que pertenecía era el de la tensión y el equilibrio. Incluso las peanas sobre las que se mostraron las esculturas eran objetos formados por barras y tirantes. Se puede considerar a loganson como precursor de las tensegrities, aunque no está claro si era conocedor del fenómeno o sólo se quedó a las puertas de él.



Karl loganson, *Estudio en Equilibrio*
Fuente:
<http://www.tumblr.com/tagged/constructivisme>

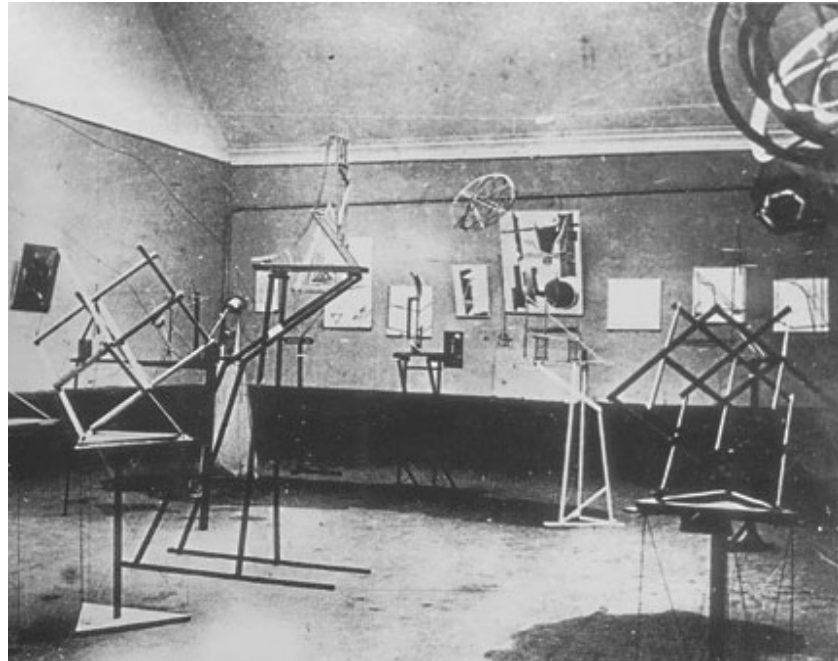
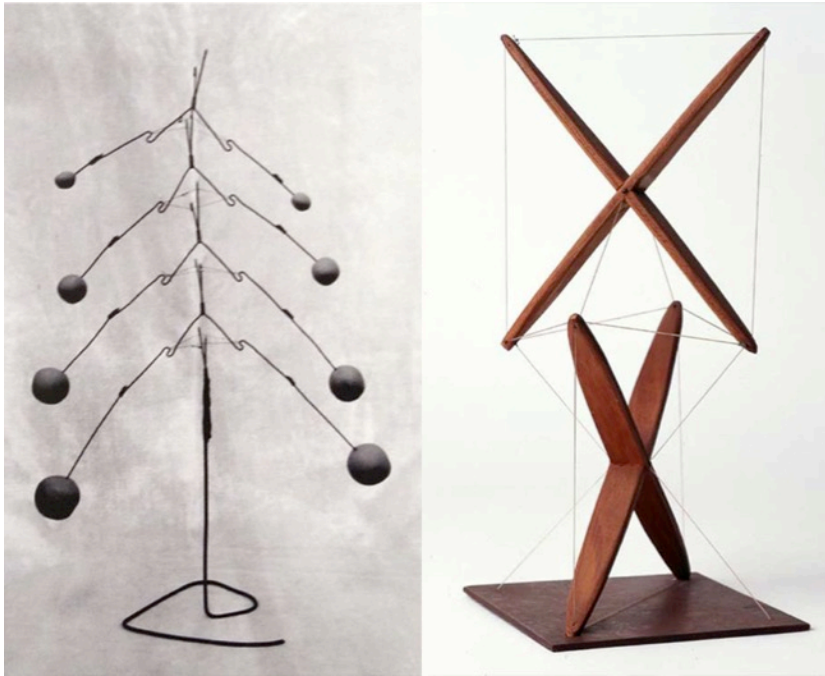


Imagen de la exposición *Obmokhu*,
Moscú 1921
Fuente: <http://www.russianavantgard.com>

Estudio en Equilibrio se expuso en Moscú en mayo de 1921 en la exposición de la sociedad de artistas jóvenes Obmokhu. Apenas quedan unas fotos de esa escultura, pero de las imágenes se puede entender que es muy próxima a una tensegrity. Estaba formada por tres barras y siete cables. Tenía una configuración similar a uno de los modelos de tensegrities básicas, el prisma de tres barras. Estaba construido con barras y cables atados. Las barras seguían la disposición de la tensegrity de tres barras, pero había una diferencia fundamental: al tener sólo siete cables, más otro flojo, no era una estructura estable. Puede ser que el título de la obra respondiera a una situación de equilibrio inestable de varios elementos. Por lo tanto, a pesar de tener la forma de una tensegrity, se puede deducir que este concepto no se encuentra definido en esta obra.



Kenneth Snelson. Izquierda, *One to the Next*, 1948 (Motro 2003); derecha, *WoodX Column*, 1948 (Snelson 2012)

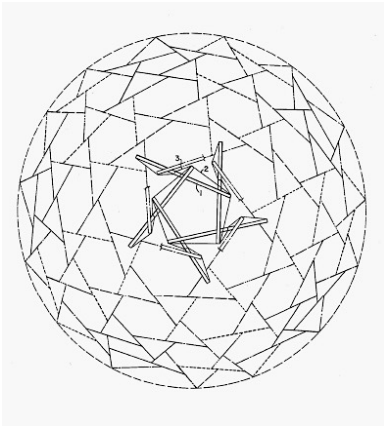
El descubrimiento de las tensegrities ocurrió en 1948. En el verano de ese año, Kenneth Snelson asistió a un curso impartido por Buckminster Fuller, en la Black Mountain College. Durante el otoño siguiente, Snelson realizó algunas esculturas que parecen permanecer suspendidas en el aire. La evolución de la idea desarrollada se puede ver en tres obras realizadas durante esos meses. Las dos primeras recuerdan a algunos móviles de Alexander Calder, se titulan *One to the Next* y *One to Another*. Son composiciones verticales que forman esqueletos, en los que cada pieza se apoya sobre la anterior en un punto, sobre el cual podía girar y balancearse libremente. En estas dos esculturas existen elementos tensegrities, pero pueden pasar desapercibidos en un primer momento. Se encuentran en la unión entre piezas. En lugar de apoyar directamente una pieza contra la otra, la compresión está interrumpida y el peso se transmite a través de cables traccionados. La tercera escultura se titula *WoodX Column*. Está formada por dos piezas de madera en forma de X unidas mediante cables tensados. Es una estructura estática donde la pieza superior está sustentada por la inferior. Es la primera estructura tensegrity que se reconoce como tal.

Las tensegrities llaman la atención por la ligereza y claridad de funcionamiento, acompañado de cierto misterio por la aparente paradoja que supone ver elementos comprimidos que parecen flotar entre una red de cables.

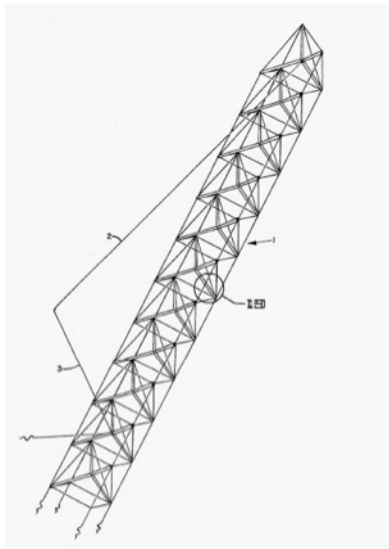
3.2.2 DEFINICIONES

Las tensegrities son un campo cuyos límites no están claramente definidos. No existe una definición generalmente aceptada sino que cada autor hace una propia. La mayor coincidencia de criterios existe entre las definiciones más restrictivas e incluso en estas existen diferencias de matiz.

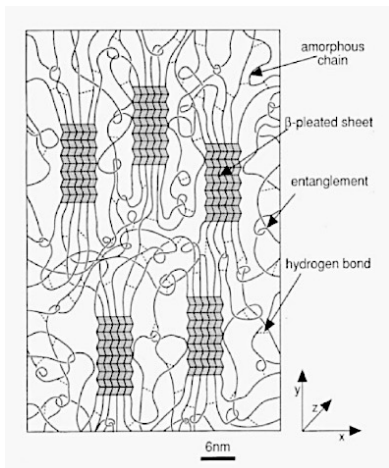
Kenneth Snelson en su patente 3,169,611 definió las tensegrities como “una forma estructural y, más concretamente, una novedosa estructura mejorada, formada por elementos longitudinales que están dispuestos separadamente, bien a tracción o a compresión, para formar un entra-



R. Buckminster Fuller, dibujo de la patente "Tensile-Integrity Structures" Discretización esférica (Fuller 1962)



R. Buckminster Fuller, dibujos de la patente "Tensile-Integrity Structure" definición de las barras comprimidas como una tensegrity lineal (Fuller 1962)



Estructura de una tela de araña, identificada como sistema tensegrity (Skelton 2001)

mado, en el que los miembros comprimidos están separados entre sí y los traccionados están interconectados para formar una red de tracción continua" (Snelson 1965).

Buckminster Fuller escribió ampliamente sobre las tensegrities. Para Fuller, si entendemos los sistemas como conjuntos donde la importancia está en las relaciones, como aproximación, se puede decir que las tensegrities son sistemas. No son una serie de elementos unidos, son algo más. El conjunto es más que la suma de sus partes (Fuller 1975), (Krause 1999, 2001).

Fuller formuló diferentes definiciones pero la más ilustrativa, y la más citada, es la que define las tensegrities como "elementos comprimidos que devienen en pequeñas islas en un mar de tracciones". Fuller no intentó acotar la definición de tensegrity, al contrario, propuso expandir este concepto como modelo con el que explicar el comportamiento de estructuras de todo tipo. Para Fuller, la tensegrity era la estructura básica del universo en todas las escalas, desde el sistema solar hasta el átomo (Fuller 1975). Según Fuller, las tensegrities tienen posibilidades casi infinitas y pueden cubrir luces de casi cualquier dimensión, es más, afirmaba que cuando se aumenta la escala de la estructura aumenta su eficiencia.

En la patente *Tensile-Integrity Structures*, la forma esférica era una estructura tensegrity. Pero la aplicación de este principio fue más allá: cada elemento comprimido era, a su vez, una barra tensegrity. Fuller afirmaba que siguiendo esta subdivisión de estructuras comprimidas hasta el infinito, se puede lograr una estructura formada únicamente por tracciones (Fuller 1962, 1975).

Según Ariel Hanaor hay dos definiciones de tensegrities: una amplia y otra más restrictiva (Hanaor 1997). La amplia es la que usan los matemáticos. Se define como la combinación en forma de red de elementos unidos, formada por barras, puntales y tirantes. Las barras son unidades de longitud fija que soportan tracciones y compresiones, los puntales son elementos con una dimensión mínima que se pueden alargar indefinidamente y soportan compresiones pero no tracciones. Los tirantes son cables rectos que tienen una longitud máxima definida, soportan tracciones, pero no compresiones, y se pueden contraer libremente. En la definición reducida, las tensegrities están definidas por tirantes y barras. Las barras sólo pueden unirse a tirantes. Estas son las llamadas *tensegrities puras*.

Un requisito fundamental para que una estructura sea tensegrity es que haya una tensión previa interior. Hanaor clasifica las tensegrities de manera más restrictiva que otros autores, por ejemplo, no considera las estructuras atirantadas con anillo comprimido perimetral como tensegrities, las llama *domos de cables*.

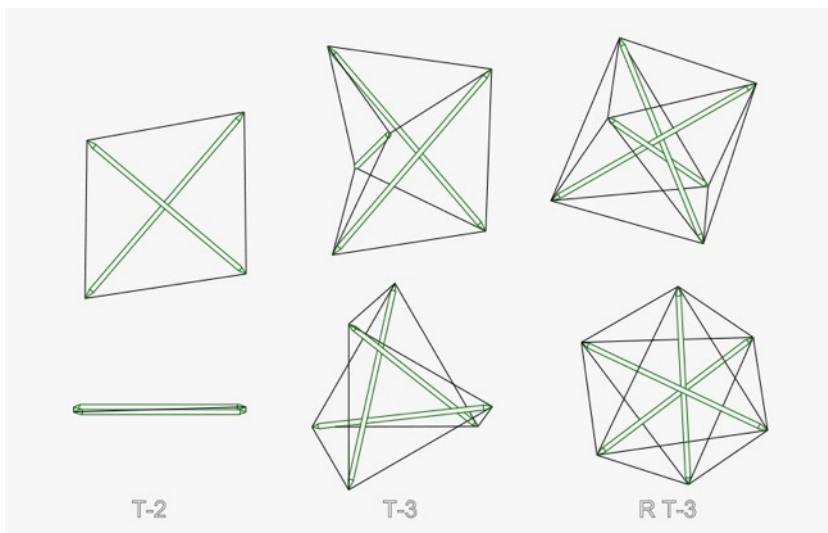
Robert Skelton centra su definición en la estabilidad, sin considerar imprescindible que los elementos comprimidos estén separados. Skelton dice que para que una estructura sea tensegrity, tiene que haber elementos solo a compresión y tensores que los estabilicen. Para distinguir las tensegrities que cumplen la definición más restrictiva, define tensegrities de diferentes grados, en función del número de contactos entre elementos comprimidos. Según esta clasificación, las tensegrities de clase 1 son las que no tienen contacto entre las barras y son de clase

k las que tiene un número k de contactos entre elementos comprimidos. También habla de sistema tensegrity. El matiz no es menor, porque para Skelton lo importante son las relaciones entre elementos. Sin embargo, no considera como tensegrities las estructuras que necesitan tracciones exteriores. Para Skelton las tensegrities deben ser estructuras estables para soportes exteriores isostáticos (Skelton 2009).

3.3 TIPOS DE TENSEGRITIES

Existen diferentes clasificaciones de tensegrities, como son las definidas por Valentín Gómez Jáuregui, René Motro, Anthony Pugh, Robert E. Skelton, Robert W. Burkhardt o por R. Buckminster Fuller y no todas siguen el mismo criterio. El razonamiento que se ha considerado más claro es el que parte del modo en que se pueden generar. Este camino puede dar lugar a diferentes clasificaciones, ya que se pueden lograr las mismas tensegrities por diferentes vías. Si se parte de una tensegrity dada, mediante transformaciones se puede llegar a otra, por ejemplo, se puede generar un icosaedro no regular duplicando las barras de un octaedro. Entre las diferentes clasificaciones se ha tomado como punto de partida de la realizada por René Motro (Motro 2009) y se ha completado con aportaciones de otros autores.

3.3.1 CÉLULAS TENSEGRITIES BÁSICAS

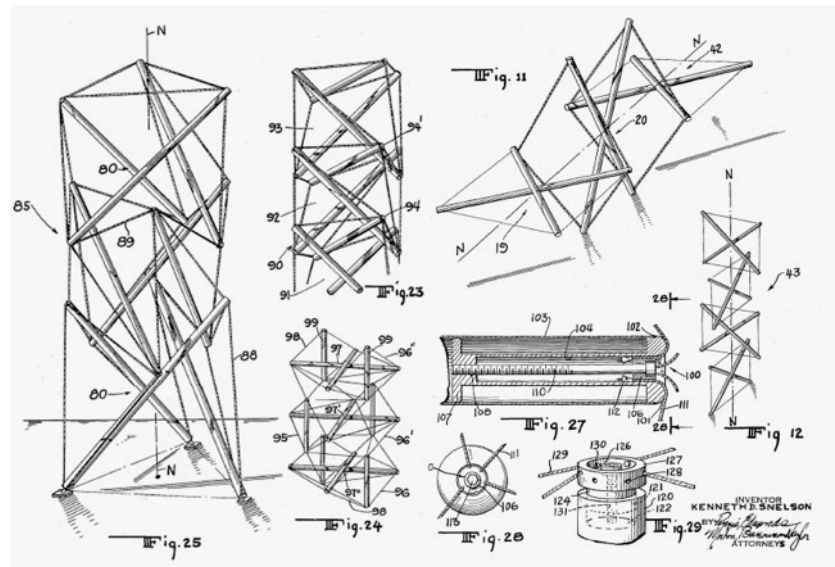


Tensegrity de dos barras o $T-2$, tensegrity de tres barras y nueve cables o $T-3$ y tensegrity de tres barras y doce cables $RT-3$ ($T-3$ reforzado). Fila inferior vistas en planta y superior axonométrica.

▪ Tensegrity de dos barras. *Doble-X, modulo X* o $T-2$

Aunque en muchas clasificaciones no se cita como tensegrity, la unidad más sencilla es la formada por dos barras cruzadas y cuatro cables perimetrales. En algunos casos se utiliza para explicar la manera de generar la tensegrity de tres barras u otras combinaciones más complejas (Motro 2009). Kenneth Snelson la incluye dentro de la clasificación de las tensegrities básicas (Snelson 2012). En la patente US 3169611, Snelson combina varias unidades $T-2$ para explicar diferentes composiciones, de este modo facilita la comprensión de geometrías de cierta complejidad. En sus patentes incluye dibujos esquemáticos en los que las unidades $T-2$ aparecen dibujadas como rectángulos (Snelson 1965). Esta manera de explicarlas está relacionada con su método de trabajo,

ya que desarrolla tensegrities de manera manual. Parte de unidades básicas que combina y transforma para hacer conjuntos más complejos.



Kenneth Snelson, ilustraciones de la patente US3.169.611 (Snelson 1965)

Snelson dice que expande el *módulo X*. En las configuraciones finales de sus propuestas, las barras que formaban las *T-2* están separadas por las tracciones exteriores a su plano. Estos esfuerzos están producidos por la combinación de diferentes unidades básicas, dispuestas como pares de barras cruzadas o paralelas en diferentes direcciones. En las combinaciones de Snelson, las *T-2* son unidades básicas, pero ya no son elementos estables que se pueden separar del conjunto, como puede ocurrir en otras combinaciones.

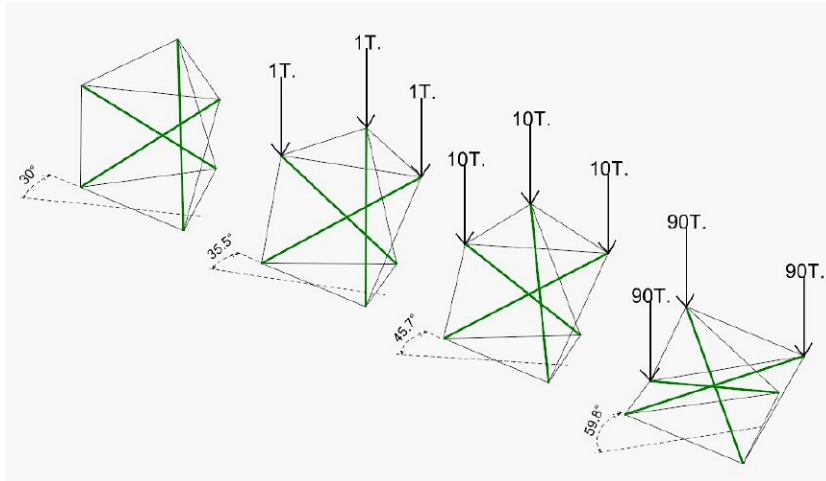
Si se toma la definición más restrictiva, se puede llegar a poner en duda el considerar la *T-2* como tensegrity, ya que las barras comprimidas se tocan en un punto. El contacto se puede evitar por diferentes procedimientos, como hacer barras de directriz quebrada o duplicar las barras en la parte central.

Otro argumento en contra de considerar la *T-2* como tensegrity es que se trata de un elemento plano. Sin embargo, la estabilidad de este elemento es tridimensional. Al contrario de lo que ocurre en otras estructuras planas tensadas, las cuales necesitan un soporte perpendicular para mantenerse estables, la *T-2* es estable espacialmente, ya que cualquier esfuerzo dirigido a separar las barras genera una reacción de los cables contraria que tiende a juntarlas.

▪ Tensegrity básica de tres barras *Triple-X*, *Prisma-T*, *Simplex* o *T-3*

La tensegrity de tres barras y nueve cables es la unidad tridimensional más sencilla. Se llama de diferentes maneras: *Triple-X*, *Prisma-T*, *Simplex* o *T-3*. La figura que definen sus aristas es un antiprisma de planta triangular. En el estado de tensión propia, el giro entre el triángulo superior y el inferior es de 30°. Si todos los cable tienen la misma longitud, las barras tienen una longitud 1,467 veces la de los cables. Si se realiza con cables de la misma longitud las barras se cruzan sin tocarse. Cuando esta tensegrity no es regular, dependiendo de las longitudes de sus componentes, puede haber contacto entre barras.

La *T-3* es una tensegrity desplazable, esto significa que si se aplica un estado de cargas exterior, la variación geométrica no se limita a los desplazamientos infinitesimales debidos a la deformación de sus componentes, sino que, para lograr el equilibrio, se deben producir cambios en su geometría. Dependiendo del estado de cargas, el giro relativo entre las caras superior e inferior puede llegar a los 90° (Skelton 2009).



Deformaciones de una *T-3* con diferentes estados de carga

Se ha calculado un modelo utilizando el programa *Wintess* para comprobar la desplazabilidad de esta tensegrity. Todos los cables son de un metro de longitud. La sección de los cables es de 10 mm de diámetro y barras tubulares 50 mm de diámetro y 4 mm de espesor. Con cargas aplicadas de 1 Tm. en los nudos superiores el giro relativo del triángulo superior es de $35,5^\circ$, con 10 Tm $45,7^\circ$ y con 90 Tm. $59,8^\circ$. En algunos casos, la carga máxima de una tensegrity puede estar limitada por la compatibilidad geométrica, además de la resistencia de sus componentes. Si se continúan aumentando las cargas, la tensegrity supera un límite de compatibilidad y el conjunto colapsa. El desplazamiento de los nudos para la carga máxima aplicada en el ejemplo llega a los 52,8 cm.

▪ Tensegrity de tres barras reforzado, *RT-3*

Esta combinación está formada por tres barras y doce cables, por lo tanto, tiene tres cables más que la *T-3*, lo que modifica completamente sus características.

Es una tensegrity no desplazable, lo que significa que la estructura puede soportar diferentes estados de carga, sin modificar sustancialmente su geometría. Los únicos desplazamientos son los debidos a la deformación de sus componentes.

Si en la *T-3* se deben cumplir una serie de relaciones geométricas diferente para cada estado de cargas, en la *RT-3* ocurre lo contrario: se puede construir una geometría deseada y tendrá la misma geometría para cualquier estado de cargas.

Desde el punto de vista de la generación de la forma, se puede entender como tres barras donde cada pareja de barras forma una *T-2*. En su forma regular define un octaedro en el que las barras se intersecan en el punto central.

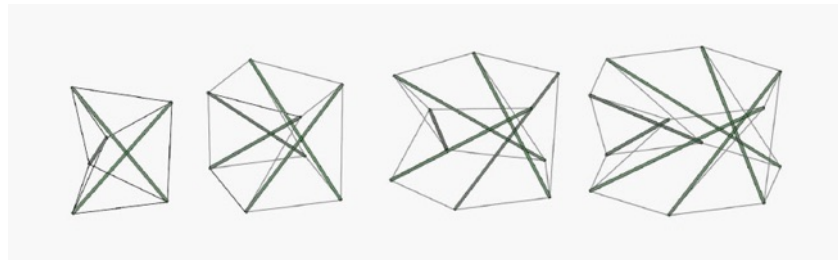
▪ Unidades prismáticas de n barras

Si se parte de una T-3 y se añaden barras de modo que las dos caras inicialmente paralelas se mantengan paralelas, los polígonos que forman esas caras tendrán el mismo número de lados que barras tiene la estructura, es decir, para cuatro barras será un cuadrado, para cinco un pentágono, etc. La figura geométrica definida es un antiprisma. A medida que se añaden barras va cambiando la proporción de este poliedro y se puede llegar a una geometría próxima a la de un anillo.

El giro relativo entre estas caras paralelas, siendo p el número de barras es:

$$\theta = \frac{\pi(p-2)}{2p} \quad (\text{Motro 2009})$$

El prisma de cuatro barras tiene un giro relativo de 45° , el de 5, de 54° , el de 6, 60° ...



Tensegrities prismáticas de 3, 4, 5 y 6 barras

▪ Elementos anulares

Si se toma una unidad prismática y se aumenta el número de lados de los poliedros que la forman, se le pueden sumar barras sin límite. El resultado tiende a una forma de anillo.



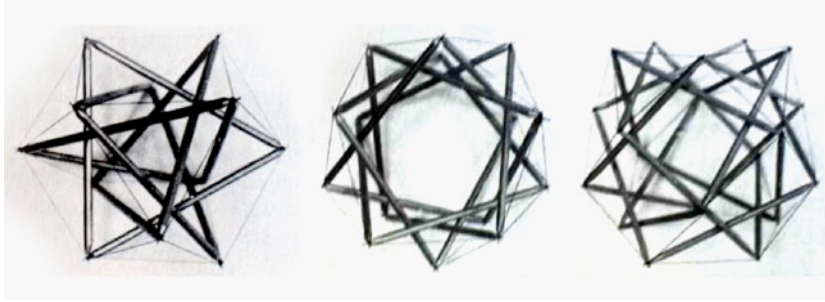
Maqueta de tensegrity en forma de anillo (Motro 2009)

En lugar de hacer una tensegrity pura, se pueden disponer las barras de modo que sus extremos se toquen. En esta disposición la serie de barras concatenadas dibujan un recorrido en el interior de la estructura. Pueden dibujar figuras cerradas o una línea quebrada continua que rodea el anillo y dibuja un recorrido en zigzag. Mediante la superposición de anillos se pueden construir elementos lineales huecos. (Motro 2009) (Rhode 2012). Para un mismo prisma se pueden hacer diferentes circuitos de barras comprimidas.

▪ Poliedros y tensopoliedros

Se pueden hacer tensegrities partiendo de poliedros regulares o semiregulares. En algunos casos las figuras definidas por las tensegrities repiten exactamente la geometría del poliedro original, en otras ocasiones son figuras próximas al poliedro, pero con pequeñas imperfecciones. La tensegrity realizada partiendo de un octaedro es un RT-3. La geometría definida por ambas figuras es idéntica. Existe un conflicto entre barras

porque se cruzan en un punto, pero se puede solventar haciendo las barras ligeramente curvadas o haciendo que algunas barras sean dobles en su parte central.

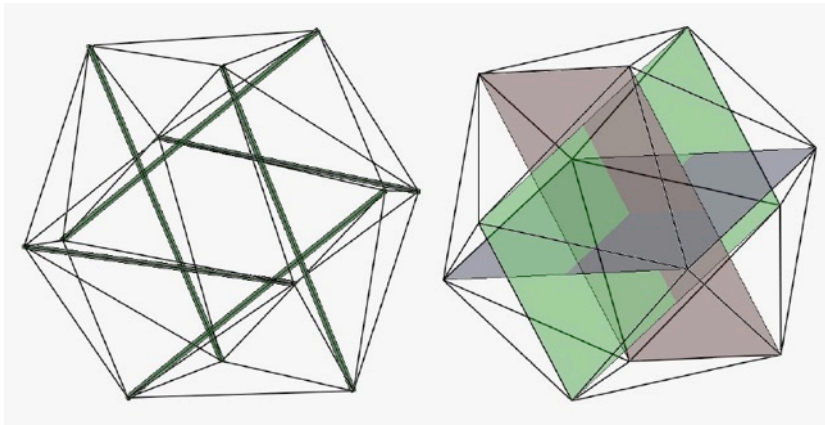


Tres posibilidades de circuito para una prisma de base hexagonal (Motro 2009)

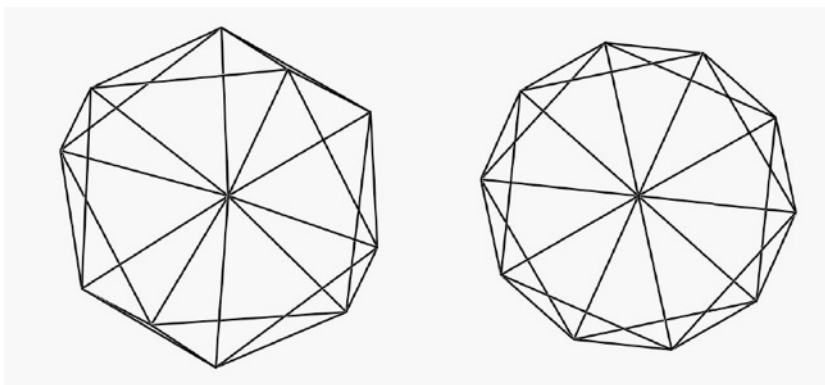


Tensegrity *falsa* a partir de un poliedro realizada uniendo las aristas con circuitos de barras (Motro 2009)

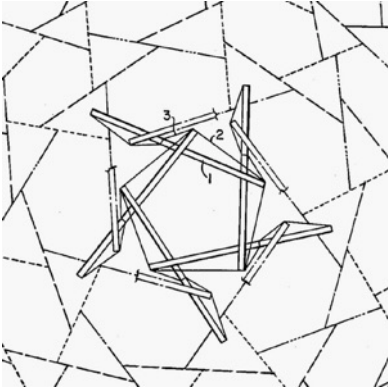
Al contrario de lo que ocurre con el octaedro, la tensegrity que se genera a partir de un icosaedro no es regular. Algunos autores la llaman *octaedro expandido* (Motro 2009). Para hacer un icosaedro regular es necesario utilizar barras de diferentes longitudes, por lo que, si se quiere un icosaedro regular, es necesario hacer una tensegrity irregular y a la inversa, si se mantiene la regularidad de la tensegrity, se logra un icosaedro irregular muy próximo al regular.



Tensegrity generada a partir de un icosaedro

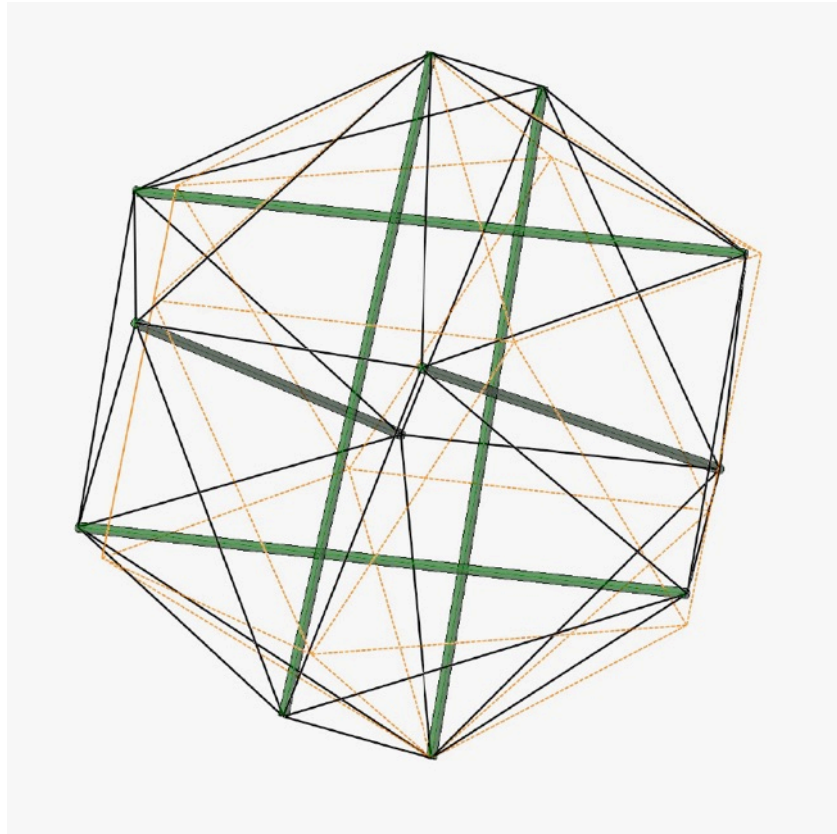


Comparación en planta, de un icosaedro (derecha) y la tensegrity generada a partir de esa figura (izquierda)



Detalle de una ilustración de la patente *Tensile Integrity Structures* de R. Buckminster Fuller (Fuller 1962)

Superposición de un icosaedro, en naranja, y de la tensegrity generada a partir de esa figura



Se pueden hacer tensegrities con contacto entre las barras haciendo circuitos que recorren el interior de estos poliedros, del mismo modo que se hacía en los anillos prismáticos.

Otro modo de hacer tensegrities a partir de poliedros o de discretizaciones de diferentes tipos es sustituir una o varias aristas por barras y unir estas barras mediante cables, como se puede ver en la patente *Tensile Integrity Structures* de R. Buckminster Fuller (Fuller 1962).

3.3.2 COMPOSICIÓN DE TENSEGRITIES COMPLEJAS

Las tensegrities complejas se pueden generar combinando unidades más sencillas o se pueden crear como tensegrities globales que sólo son estables cuando están completadas. En estas últimas no se pueden separar partes sin perder la cohesión del conjunto. Las que están formadas por componentes independientes tienen una seguridad adicional ante un posible fallo, ya que, si falla una parte de la estructura, el resto mantiene su rigidez. Por el contrario, si falla un componente de una tensegrity global, todo el conjunto colapsa.

Si se compone una tensegrity combinando tensegrities básicas el conjunto es estáticamente indeterminado. Si se eliminan los cables redundantes se convierte en una tensegrity global, es decir, no se puede dividir en partes autónomas estables.

- **Tensegrities generadas mediante las combinaciones de unidades**

Las composiciones se pueden generar con diferentes relaciones entre las unidades básicas (Motro 2009):

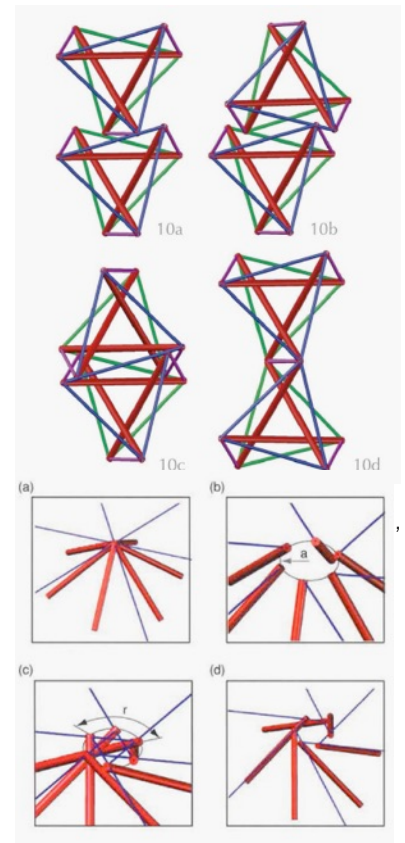
- Composición unilateral: los vértices de un módulo intersecan con las aristas de otro en las caras superior e inferior de la malla.
- Composición bilateral: el vértice de un módulo interseca con la arista de otro en una cara. En la otra cara de la malla ocurre lo inverso, un vértice del segundo módulo interseca la arista del primero.
- Conexión arista-arista: dos módulos comparten una arista.
- Barras contiguas: Las barras comprimidas de los módulos están en contacto, de modo que no son tensegrities puras, sino de clase k , según la clasificación de Skelton.

■ Tensegrities complejas generadas a partir de la transformación

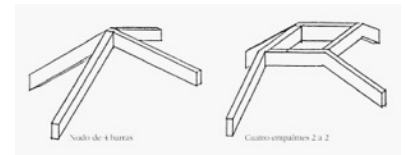
Si se parte de una tensegrity dada, se puede simplificar o ampliar mediante diferentes transformaciones. La acción más sencilla es la de ir sumando barras y cables. Cuando se aumenta el número de barras, se habla de expansión. Se pueden duplicar barras de manera que una barra de una tensegrity se sustituya por dos barras separadas, en principio paralelas. El movimiento contrario es unir barras para simplificar la estructura.

Una transformación más compleja es la llamada *Rot Umbrella*, consiste en sustituir un nudo en el que confluyen varias barras por un polígono traccionado. Los extremos de las barras se separan y se mantienen unidos por cables. Para que ese polígono esté en equilibrio tiene que girar. Mediante esta transformación, varias barras que se unen en un nudo, se transforman en una tensegrity en forma de tronco de pirámide.

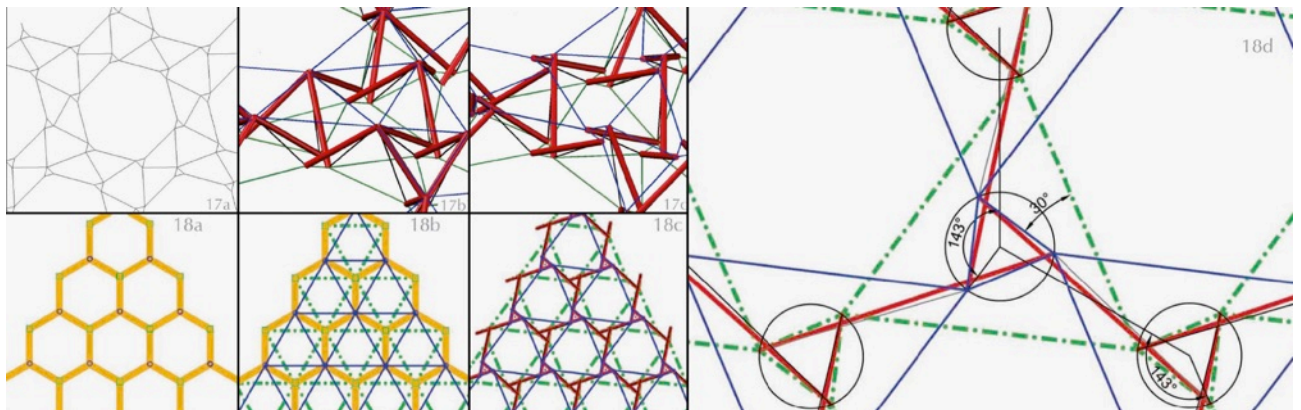
Utilizando este procedimiento se pueden generar tensegrities a partir de estructuras que no lo son. Por ejemplo, se puede partir de una estructura geodésica y sustituir los nudos por polígonos traccionados. Este método también se puede utilizar para convertir tensegrities falsas en puras. Es una transformación similar a la que proponía Sánchez Cuenca para hacer poliedros plegables, pero Sánchez Cuenca sustituía los nudos por mecanismos de barras articuladas en lugar de hacerlos tensegrities (Sánchez Cuenca 1994).



Transformación *Rot Umbrella* mediante el que se transforma un nudo en una unión tensegrity (Gómez Jáuregui 2012)



Transformación de un vértice de un poliedro en un mecanismo plegable (Sánchez Cuenca 1994)

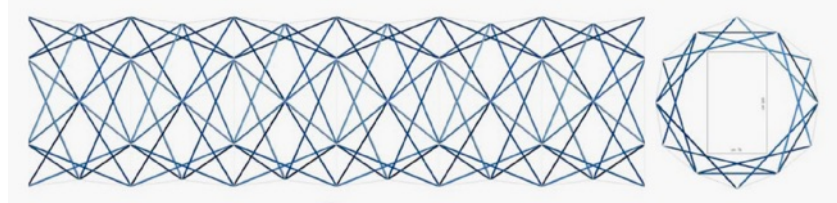


Proceso de definición de una malla tensegrity mediante la transformación *Rot Umbrella* (Gómez Jáuregui 2012)

3.3.3 COMBINACIONES LINEALES

Se puede hacer una tensegrity lineal combinando cualquier unida básica o compleja. Si el elemento tiene una dirección principal, el conjunto tendrá mayor continuidad. Es lo que ocurre si apilamos varias tensegrities antiprismáticas, como la *T-3* o cualquier prisma de n barras. Si se unen linealmente, se logra una forma hueca que se conoce como *Hollow Rope*. En la siguiente imagen se puede ver una combinación realizada mediante barras contiguas.

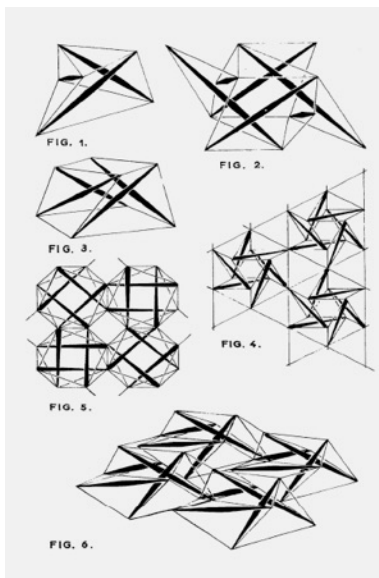
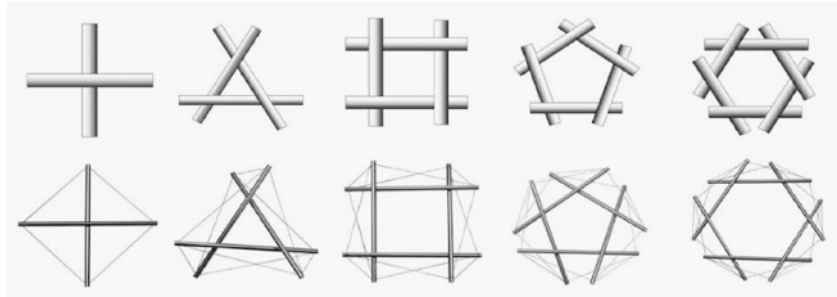
Tensegrity *Hollow Rope* en forma tubular generada por la suma de anillos prismáticos. (Motro 2009)



3.3.4 COMBINACIONES SUPERFICIALES: MALLAS

Los elementos que utilizó Kenneth Snelson como unidades básicas para hacer mallas, a las que llama *Wave Cells* (*células de tejido*), son tensegrities rectas *T-2*, *T-3*, etc. Aunque estas unidades tienen volumen, generan estructuras superficiales, habitualmente mallas de doble capa. En estas combinaciones existe una superficie principal sobre la que se tejen las mallas. Los antiprismas se disponen de manera que su eje sea perpendicular a esa superficie (Snelson 2012).

Wave Cells con sus correspondientes unidades tensegrity en la línea inferior (Snelson 2012)



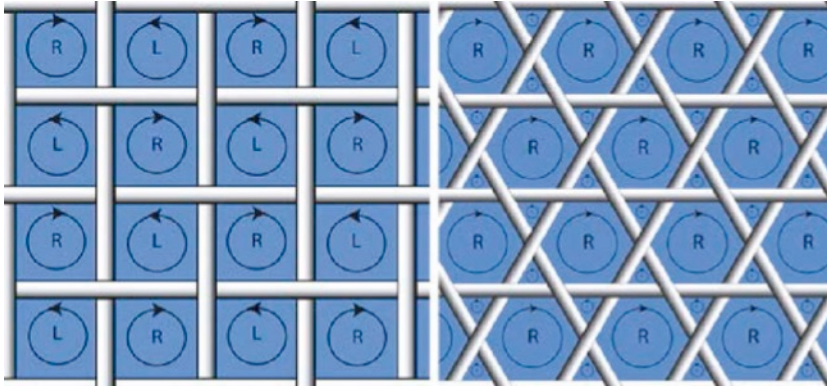
David George Emmerich, mallas generadas mediante la combinación de unidades estables (Emmerich 1964)

Las mallas tensegrities de una capa tienen grandes limitaciones mecánicas y son un campo que en estos momentos está prácticamente abandonado. Por el contrario, las mallas de doble capa constituyen un ámbito de trabajo que está teniendo un desarrollo importante en los últimos años. El grupo de investigación dirigido por René Motro en la Universidad de Montpellier ha planteado un modo de generar mallas de doble capa partiendo de dos planos formados enteramente con cables que se explicará a continuación. El abanico de formas y combinaciones es muy grande. Se puede decir que constituyen una familia aparte dentro de las tensegrities.

El modo de generar una malla o una tensegrity es un modo válido de explicarlo, pero en muchas ocasiones hay varias vías para llegar al mismo resultado. Por ejemplo, algunas de las propuestas generadas mediante el método *Rot-Umbrella* se pueden explicar como superposición de unidades elementales a las que se han eliminado cables. Gómez Jáuregui propone una clasificación basada en el modo en el que se generan las mallas. No es la única manera de hacerlo, pero es clara y facilita la propuesta de nuevos modelos. Se expone a continuación, con alguna inclusión de otras fuentes (Gómez Jáuregui 2011, 2012).

▪ Mallas generadas mediante la adición de unidades estables

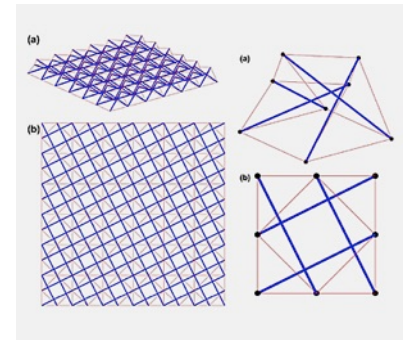
Las mallas planas se pueden generar a partir de elementos estables básicos, como la *T-3* o la *T-4*. Si se utilizan unidades más complejas, se complica excesivamente su geometría. Estas unidades básicas configuran un tejido que tiene dos formas fundamentales: la estándar plana de dos direcciones, que forma una malla cuadrada y la de tres direcciones, que forma una malla hexagonal. En estas mallas se tienen que alternar las unidades dextrógiras y levógiras (Snelson 2012).



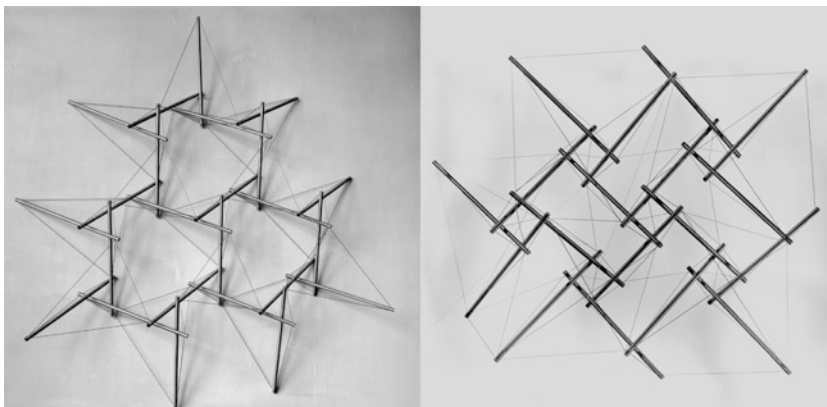
Esquema de combinaciones de unidades cuadrangulares y triangulares para formar mallas con sus direcciones de giro (Snelson 2012)

Es habitual que estas unidades no sean completamente regulares. En algunos casos, se utilizan para lograr mallas de sección curva o también para simplificar la unión entre estas unidades. Un ejemplo de lados desiguales es una *T-4* en la que la proyección del cuadrado superior se halla inscrita en el cuadrado inferior. El volumen envolvente de este prisma forma un paralelepípedo. Esta forma se combina con mayor facilidad que la unidad *T-4* regular.

Otro ejemplo de unidad irregular muy utilizado es el llamado trípode. El trípode es un *T-3* con un lado triangular mayor que el otro. Se pueden disponer de manera que los extremos más abiertos se crucen con los de los trípodes adyacentes, de esta manera, tres barras de tres trípodes distintos se unen en la cara opuesta de la malla, formando un triángulo. Esta figura se puede entender como el extremo de un trípode invertido. En esta combinación, las unidades básicas se hallan mezcladas de manera que se anula la distinción entre elementos básicos y forman una tensegrity global.



Combinación de unidades *T-4* de lados desiguales (Oliveto 2011)



Kenneth Snelson, mallas generadas por la combinación de *T-3* y *T-4* de lados desiguales. (Snelson 2012)

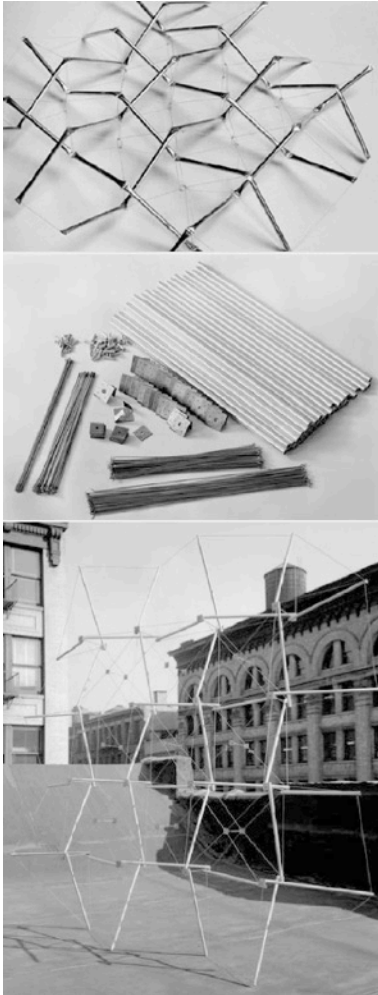
▪ Mallas generadas mediante descomposición

En la universidad de Montpellier se han desarrollado mallas de doble capa partiendo de prismas de cuatro barras. No es una combinación de unidades tensegrities estables. La unidad básica es próxima al $T-4$, pero tiene una diferencia importante, en la $T-4$ la cara superior e inferior están giradas 45° , mientras que en esta unidad, las dos caras están alineadas. La ventaja que supone es que las barras forman una trama cuadrada regular. (Raducanu 2001).

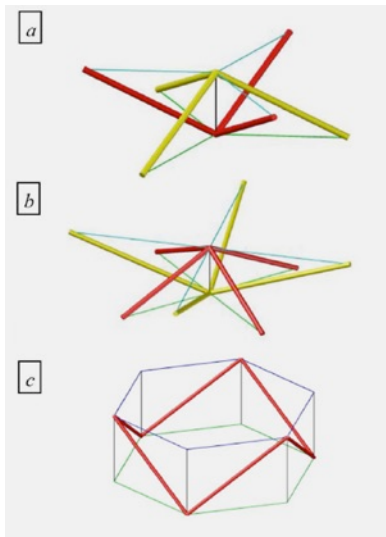
Esta malla es similar a la escultura *Planar Wave* de Snelson. Según el autor, es muy compleja de construir, porque hay que tensarla de manera simétrica ya que, de lo contrario, colapsa (Snelson 2012).

La explicación que realiza de esta malla no parte de unidades estables autónomas. Se toman dos planos paralelos formados por redes de cables y se incorporan elementos intermedios comprimidos. La propuesta de este modo de generar mallas es de Vinicius Raducanu (Raducanu 2001), quien denomina a estos elementos intermedios como separadores o *expanders*. Los separadores están formados por barras comprimidas y cables. Define una de una serie de *expanders* en V, X o Z. Estas unidades no son tensegrities estables. Sin embargo, incorporadas entre dos planos formados por cables, son capaces de formar mallas tensegrities con un grado de complejidad relativamente limitado. No son tensegrities puras por tener contacto entre barras.

A partir de las mallas definidas en la tesis de Raducanu, Ali El Smaili propone un sistema de mallas plegables. El plegado que propone no se realiza aprovechando la despleabilidad inherente de las tensegrities, se puede aplicar a otros tipos de entramado. La estructura está tensada en todo momento y forma una serie de planos que se pueden plegar unos sobre otros. La aportación principal de Smaili consiste en mantener la estructura tensegrity estable en todo momento.

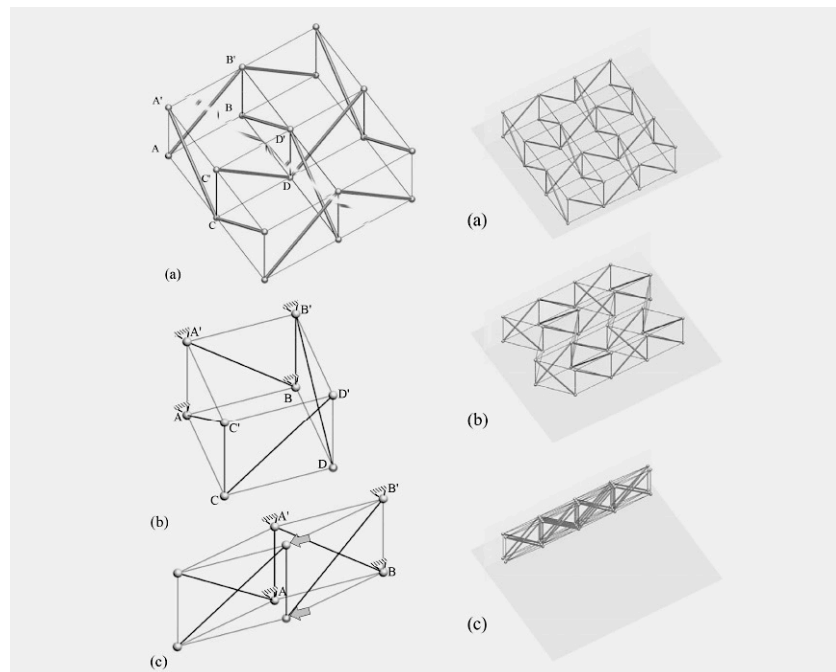


Kenneth Snelson, *Planar Wave* 1960



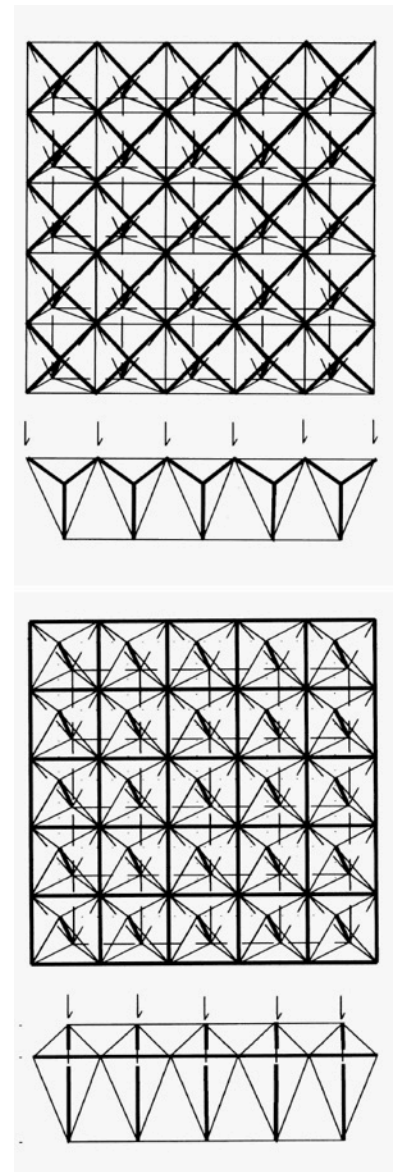
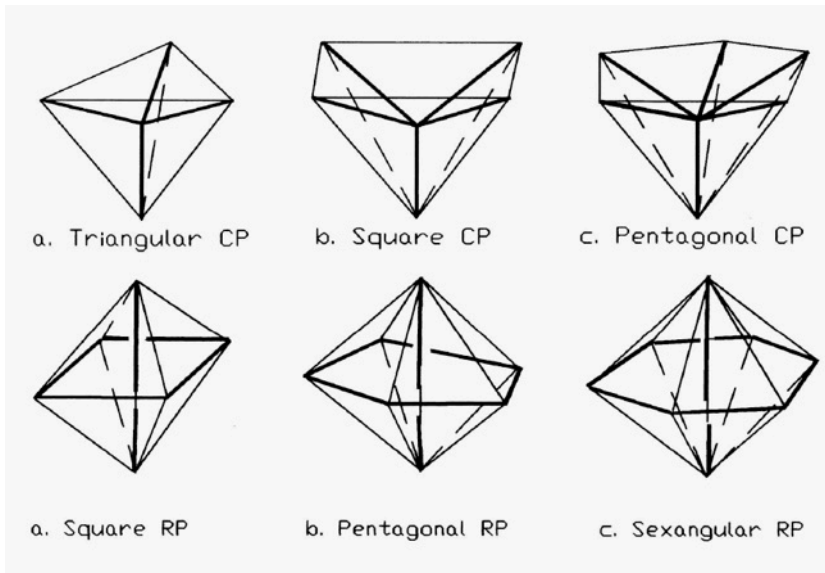
Expanders definidos por Raducanu. a) V33, b) V44 y c) Z6 (Gómez Jáuregui 2012)

Ali Smaili, proceso de plegado de una malla tensegrity (Smaili 2006)



Bing Bing Wang ha propuesto un sistema similar, aunque con otro tipo de componentes (Wang 1997). Uno de ellos lo llama *Reciprocal Prism*, (RP) es una tensegrity del tipo de la rueda con radios. Está formada por un marco de barras situado en el plano de la malla y una barra perpendicular a este marco que pasa por su centro. A partir de esta unidad básica, propone hacer mallas de doble capa. Es la tipología utilizada en el edificio *Blur*, de Diller y Scofidio.

La otra unidad básica que propone Wang es la *Cell Pyramidal* (CP). Se trata de un elemento comprimido formado por varias barras dispuestas de modo radial. Los extremos exteriores de estas barras se unen mediante cables tensados que confieren rigidez al conjunto. En la parte superior de las mallas, se unen los extremos de las barras entre sí. En la parte inferior, los extremos inferiores se unen mediante cables. Para estructuras curvadas funciona mejor que RP, ya que las compresiones son continuas y cercanas al plano de la estructura. Una variante de las CP se hace alargando las barras perpendiculares al plano de la malla, de este modo, las barras superiores tienen una inclinación relativa menor y se genera un plano comprimido de perfil quebrado en la parte superior. Siguiendo este mismo modo de trabajo, Wang propone otra variante de las CP en la que une las partes superiores mediante barras, lo que genera un plano superior continuo de barras comprimidas. Esta propuesta mejora el comportamiento, pero se aleja mucho de las tensegrities. Es más correcto considerado como estructura tensada formada por un entramado de barras articuladas. Lo más destacable de esta aportación es la formalización continua del plano superior y del inferior.



Bing Bing Wang, imagen superior: malla generada con unidades CP. Imagen inferior: malla generada con una variante de las unidades RP (Wang 1997).

Bing Bing Wang Unidades CP y RP (Wang 1997)

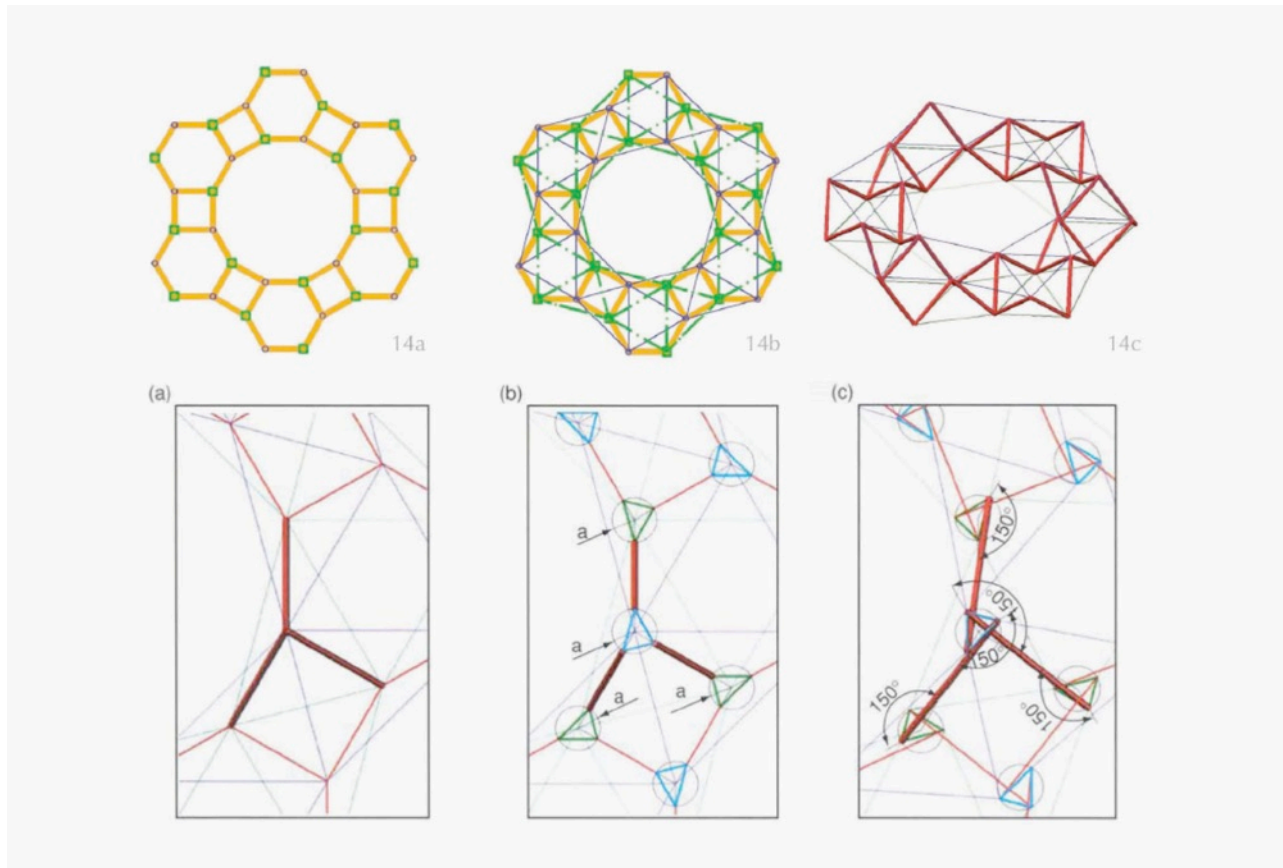
Aunque la explicación de Wang no se habla de la plegabilidad, se puede analizar la capacidad de empaquetamiento de esta estructura. Los nudos planteados por Wang no son bisagras, son esferas a las que se sueldan las cabezas de barras a través de un elemento más fino. Por lo tanto, no se plantea la plegabilidad de las CP o las RP. La forma rígida de estas unidades hace que la capacidad de empaquetar estas estructuras sea muy limitada. Se podrían plantear uniones articuladas que reducirían considerablemente el volumen empaquetado. Un ejemplo próximo a este sistema consiste en una estructura formada por unidades de tijera y pirámides arriostrada por cables que se verá más adelante (Vu 2005).

▪ Método Otero–Gómez Jáuregui

Otero y Gómez Jáuregui proponen un método de generar mallas tensegrities a partir de mallas espaciales que no lo son. Un modo habitual de generar mallas de barras es definir primero la cara superior en inferior para posteriormente disponer los elementos de unión. Por el contrario, Otero y Gómez Jáuregui proponen partir del dibujo que forman las barras intermedias y aplicar una serie de reglas básicas para generar mallas tensegrities.

Aplicar este método tiene la ventaja de que se trabaja teniendo en cuenta los elementos comprimidos. Por este procedimiento se parte de entramados de barras continuas a las que se les aplican transformaciones que convierten en mallas tensegrity de doble capa. Una de estas transformaciones es la *Rot-Umbrella*. Es un método de definir y controlar un sistema de barras comprimidas similar a los *Expander* de Raducanu, pero proporciona mayor libertad formal.

Ejemplo del método de Otero-Gómez Jáuregui (Gómez Jáuregui 2012)



3.3.5 TENSEGRITIES IRREGULARES

Los métodos de definir tensegrities suelen tener el objetivo de buscar combinaciones sencillas y claras. Si se quiere hacer una tensegrity irregular renunciando a la sencillez, se puede partir de un entramado de barras y aplicar las transformaciones explicadas, como sustituir barras por tensegrities o transformar los nudos por polígonos tensados. También se puede llevar la irregularidad al extremo y partir de una unidad cualquiera a la que se le van añadiendo barras y cables para hacerla cada vez mayor.

3.4 CONCEPTOS Y PROPIEDADES DE LAS ESTRUCTURAS TENSEGRITIES

A continuación se expondrán las características fundamentales de las estructuras tensegrities para poder valorar su aplicación como estructuras desplegadas. No se pretende hacer tensegrities desplegadas que, como se verá en este apartado, tienen importantes limitaciones. Las propiedades de las tensegrities se exponen por ser una fuente de información para el desarrollo de las propuestas que se explicarán en la parte final de este trabajo.

3.4.1 ISOSTATICIDAD, DETERMINACIÓN ESTÁTICA Y CINEMÁTICA

En las estructuras de entramado en general, existe una relación entre el número de barras y nudos, necesaria para cumplir la condición de isostaticidad. Por debajo de esa relación, las estructuras son inestables y, por encima, son hiperestáticas. Como es bien sabido, el cumplimiento de esta relación no es suficiente, ya que es posible que se cumpla la relación en la globalidad de una estructura, pero que esto se logre mediante la combinación unas partes hiperestáticas con otras inestables.

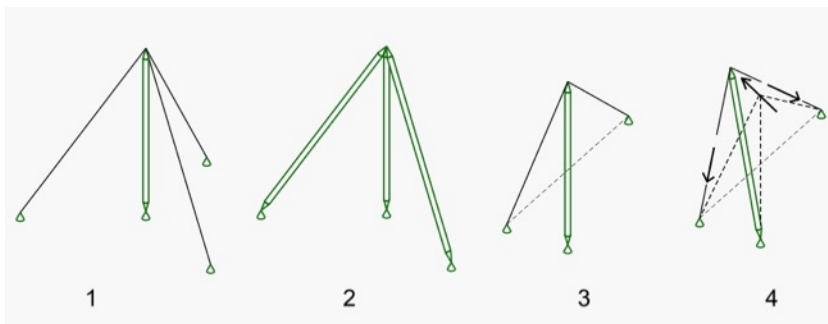
La condición de isostaticidad se puede comprobar mediante la siguiente fórmula:

$$b + 6 = 3n$$

Siendo b el número de barras y n el número de enlaces

En las estructuras tensegrities no se puede aplicar esta relación. Se puede comprobar en un ejemplo sencillo. Si se toma el extremo de una barra unido sólo con cables, son necesarios tres cables para lograr la estabilidad. Si todos los elementos fueran barras, sería suficiente con que a cada nudo llegaran tres barras, pero la condición de no soportar compresiones hace necesario disponer una barra y tres cables.

Si está pretensada, todos los cables trabajan, por lo que el funcionamiento es hiperestático. En este caso se trata de una estructura estáticamente indeterminada y cinemáticamente determinada.



Ejemplo de nudo en equilibrio: 1 con tres cables, 2 con dos barras, 3 con dos cables coplanarios, 4 equilibrio de nudo con dos cables coplanarios ante una fuerza transversal

Si los dos cables son coplanarios, es posible garantizar la estabilidad del nudo sólo con dos cables. Si se analiza en el plano de la estructura, es un caso similar al anterior, pero en dos dimensiones. Si se analiza la estabilidad en una dirección no contenida en el plano de la estructura, es una estructura desplazable, pero es estable, ya que, cuando se da un esfuerzo en esta dirección, se produce un desplazamiento que inclina los cables, de manera que equilibran los esfuerzos. Para que la estructura que se representa en el dibujo sea estable, es imprescindible que

los puntos de anclaje de los cables estén más altos que el apoyo de la barra porque, de lo contrario, el desplazamiento supondría un acortamiento de la distancia necesaria del cable, con lo que no estabilizaría el esfuerzo aplicado y la estructura sería inestable.

Cuando una tensegrity tiene más cables que los necesarios para que sea estable, se dice que es redundante. Un ejemplo de tensegrity redundante es la tensegrity de tres barras reforzada. En estos tipos se pueden eliminar cables y siguen siendo estables, pero se reduce la rigidez y puede haber cambios de geometría importantes. Si quitamos todas las redundantes o si combinamos un patrón para generar una tensegrity compleja no redundante, todo el conjunto es interdependiente. Aunque las tensegrities no redundantes pueden resultar más interesantes conceptualmente, el hecho de que una tensegrity está formada por partes autónomas tiene algunas ventajas. Por una parte, hace posible que sean montadas de manera parcial o progresiva y, por otra parte, mejora la seguridad de la estructura. Construir una estructura que tiene que estar completada y tensada para lograr el equilibrio, supone mantener la geometría del conjunto mediante medios auxiliares durante el proceso de construcción.

3.4.2 TENSIÓN PROPIA

Las tensegrities son estructuras autoestables. La tensión propia les confiere rigidez sin necesidad de apoyos adicionales. Motro explica el comportamiento estructural de las tensegrities mediante una analogía. Si un balón no está en tensión, tiene grandes deformaciones con pequeños esfuerzos y la estructura es inestable. Por el contrario, si está hinchado, está en tensión y cuando se aplica un esfuerzo se producen pequeñas deformaciones, pero la estructura permanece estable. (Motro 2003).

3.4.3 BÚSQUEDA DE LA FORMA

En gran parte de las estructuras, como, por ejemplo, las estructuras de entramado de barras, se puede determinar una forma dada decidida de antemano y construirla mediante la suma de diferentes elementos. En las tensegrities la definición de la forma es más compleja. A pesar de que pueden tener formas muy diversas, cada tensegrity tiene que cumplir unas relaciones geométricas entre sus partes que están determinadas por el equilibrio de fuerzas. Los dos campos de estudio principales sobre las tensegrities son la definición de la geometría y el cálculo de los esfuerzos (Hanaor1997) (Sultan 2009).

El cálculo de las tensegrities se tiene que realizar en dos fases. La primera es la búsqueda de la forma y la segunda es el cálculo estructural. La forma geoméricamente definida de las tensegrities desplazables solo se conoce de antemano en los polígonos regulares (Burkhardt 2004-2008). En los casos en los que no se ha logrado la forma de manera previa mediante procedimientos analíticos, el método para definir una tensegrity consiste en hacer una hipótesis de forma cercana a la deseada y tensarla para lograr su geometría precisa. Si esa geometría no es la deseada, hay que rehacer la operación. Una vez lograda la forma buscada, se realiza el cálculo de esfuerzos. En gran parte de las tensegrities el cálculo da como resultado desplazamientos no infinitesimales, por lo que es necesario un cálculo no lineal.

Esto significa que partiendo de unos elementos concretos, la forma se define de manera dinámica. Si se dispone una serie de barras y cables que puedan configurar una tensegrity determinada, tendrán una posición concreta en la que sea estable. Si se parte de una posición que no lo es, se desplazará hasta alcanzar la geometría en la que se equilibran los esfuerzos.

En algunas ocasiones el método más sencillo es utilizar modelos a escala. Se puede realizar maquetas con materiales muy elásticos sin definir perfectamente su dimensión, de manera que, cuando la estructura se tensa, se desplazará hasta llegar a la posición de equilibrio. Este es uno de los motivos por los que hay infinidad de juegos y maquetas de tensegrities que se pueden construir de manera intuitiva. Mediante este procedimiento se pueden ir generando tensegrities cada vez más complejas. Es el método de trabajo que utiliza Kenneth Snelson. Para realizar una estructura de cierta dimensión, el margen de desplazamiento que es posible asumir es menor por varios motivos: la estabilidad, los medios necesarios para el montaje y la dificultad de tener materiales tan deformables que funcionen estructuralmente a una escala de edificio. Por lo tanto, es necesaria una definición previa de la geometría para el cálculo de esfuerzos y deformaciones, y su fabricación.

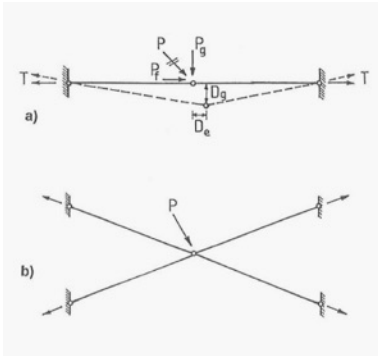
Buscar la forma de manera numérica es un problema complejo. Existen diferentes sistemas para realizarlo. Burkhardt, plantea relaciones geométricas específicas para cada tensegrity. Skelton plantea el método de la densidad de fuerzas y el método de la energía potencial mínima, en la literatura estudiada sólo se han encontrado aplicaciones de ejemplos sencillos (Skelton 2009) (Burkhardt 2004-2008).

Existen programas informáticos que permiten la búsqueda de la forma de manera relativamente sencilla. Son programas que permiten grandes desplazamientos. Para realizar este trabajo se ha utilizado el programa Wintess. Originalmente es un programa creado para el cálculo de estructuras textiles. El módulo de análisis admite deformaciones muy importantes y el motor de cálculo de segundo orden es muy rápido, por lo que, en la práctica, el trabajo es muy próximo a realizar maquetas a escala. Tiene algunas ventajas respecto a los modelos a escala: las características mecánicas de los materiales pueden ser las de la estructura final, las uniones están definidas de manera clara y la definición geométrica de los resultados es muy precisa.

3.4.4 DESPLAZABILIDAD Y GRANDES DEFORMACIONES

Aunque todas las estructuras se deforman al entrar en carga, se puede distinguir entre estructuras de pequeñas y grandes deformaciones. En las primeras, al entrar en carga no hay cambios sustanciales de forma y el cálculo de primer orden tiene la precisión necesaria. En las segundas se dan deformaciones que afectan a su comportamiento estructural. Los cambios de forma afectan al equilibrio, por lo que es necesario hacer un cálculo de segundo orden.

Por otra parte se puede distinguir entre estructuras desplazables e indesplazables. Esta distinción va más allá de la entidad de las deformaciones. Las estructuras indesplazables son aquellas que pueden llegar a una situación de equilibrio sin modificar su geometría inicial, las desplazables son las que necesitan un cambio de geometría para poder lograr el equilibrio. Las estructuras indesplazables pueden tener deformaciones pequeñas o grandes y las desplazables, en casi todos los casos, tienen grandes deformaciones.



Estructura desplazable (a) e indesplazable (b) (Gabriel 1997)

Un ejemplo de estructura desplazable es un cable soportado en sus dos extremos que dibuja una línea recta. Si se aplica una carga puntual en un punto intermedio, en el estado inicial el equilibrio es imposible, ya que para lograr el equilibrio, sería necesitaría una tensión infinita. Sin embargo, cuando se deforma, el cable se inclina y su tensión tiene una componente vertical. De este modo, a medida que aumenta la deformación del cable, disminuye el esfuerzo que tiene que soportar.

Gran parte de los las tensegrities son desplazables, pero algunas no lo son. La T3 es desplazable, como se ha explicado anteriormente, el giro relativo entre caras enfrentadas es de 30° y puede llegar a los 90° según el estado de cargas, mientras que la RT-3 es indesplazable.

En análisis realizados sobre estructuras similares solucionados con modelos desplazables e indesplazables, se ha comprobado que las indesplazables son más rígidas y resistentes (Hanaor 1997). Algunas unidades básicas que de manera independiente son desplazables, pueden dar lugar a combinaciones indesplazables. Según Sultan, los tensegrities desplazables funcionan como resortes de respuesta no lineal, si aumenta su tensado, aumenta su rigidez (Sultan 2009).

3.4.5 CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LAS TENSEGRITIES



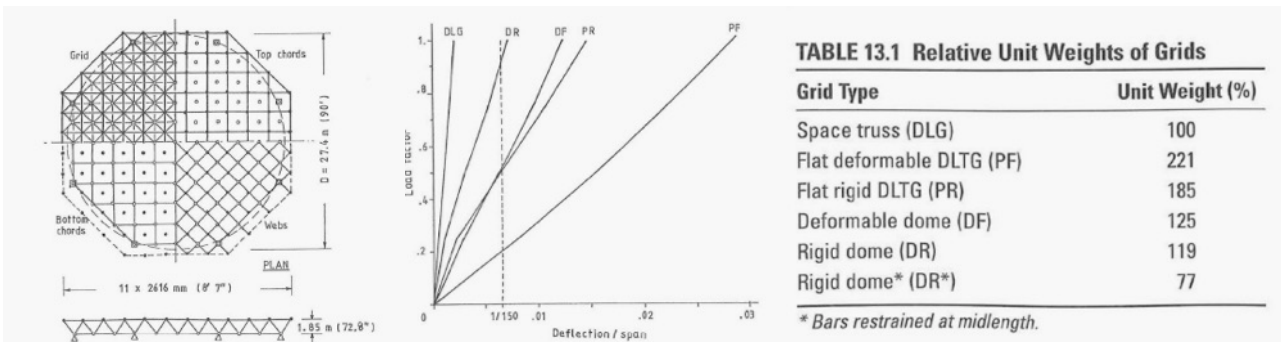
Skylon Tower, Festival of Britain, Londres 1951

La capacidad mecánica de las tensegrities está puesta en cuestión por muchos autores. La gran mayoría limitan su campo de aplicación y otros van más allá, y las clasifican como estructuras no eficientes (Hanaor 2012) (Gómez Jáuregui 2012) (Skelton2009). Ariel Hanaor habla de debilidad inherente y lo fundamenta en estudios concretos sobre tensegrities de doble malla o DLGT. Según Hanaor, “el concepto de tensegrity tiene un campo muy amplio de desarrollo, pero no se puede encontrar ninguno” (Hanaor 1997, 2012).

Ariel Hanaor ha hecho la comparación entre diferentes tipos de estructura para comparar sus capacidades mecánicas. Ha calculado la cubrición de una luz de 27 metros con cinco estructuras diferentes: un entramado ligero tradicional DGL, un malla tensegrity desplazable plana FP, una malla tensegrity no desplazable plana PR, un domo desplazable DF y un domo no desplazable DR.

Resultados de la comparación realizada por Ariel Hanaor entre diferentes estructuras desplazables e indesplazables (Gabriel 1997)

En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento de las cinco estructuras relacionando la carga con la flecha. Se puede comprobar que el entramado tradicional es el más eficiente con gran diferencia y que la malla formada por unidades tensegrity no desplazables es más rígida que la formada por unidades desplazables.



Existen varios factores que influyen en la debilidad estructural de las tensegrities, entre los que se explicarán tres fundamentales: la optimización del material, el recorrido de las cargas y la desplazabilidad. Cada una de estas características limita significativamente la rigidez de la estructura y, combinadas, dan como resultado estructuras de aplicación limitada.

- **Optimización del material**

Una de los principales argumentos a favor de las tensegrities es la optimización de materiales que trabajan a tracción. Los elementos traccionados no tienen limitaciones por inestabilidad, por lo que toda la sección se puede aprovechar hasta el límite de su resistencia. En los elementos comprimidos existe la posibilidad de pandeo, pero se reduce a un pequeño porcentaje de las barras y es habitual que se utilicen secciones huecas para aligerar la estructura. Por estos motivos, el aprovechamiento del material está optimizado, lo que supone que la tensión sea alta y por lo tanto que las deformaciones unitarias también lo sean. Como consecuencia de esto, las deformaciones globales son grandes. Esta limitación no constituye una desventaja respecto a otro tipo de estructuras, ya que se puede salvar aumentando las secciones, pero se perdería un argumento que se utiliza para justificar este tipo de estructuras.

- **Recorrido de las cargas**

El condicionante de evitar la continuidad de elementos comprimidos para que una estructura se considere tensegrity, obliga a que el recorrido de cargas a lo largo de la estructura no sea directo. Como la compresión no puede ser continua, las cargas tienen que recorrer la estructura en un movimiento en zigzag. Este recorrido complejo tiene dos consecuencias. Por una parte, hace que un mismo esfuerzo pase por muchos elementos y, como sus respectivas deformaciones se suman, da como resultado que la deformación de la estructura sea importante. Por otra parte, el aumento de la longitud del recorrido de las carga supone un incremento de material, por lo que va en contra de la ligereza de la estructura. Si en lugar de utilizar tensegrities puras, se emplean falsas, este recorrido se simplifica y, como consecuencia, las deformaciones son menores y la estructura puede ser más ligera.

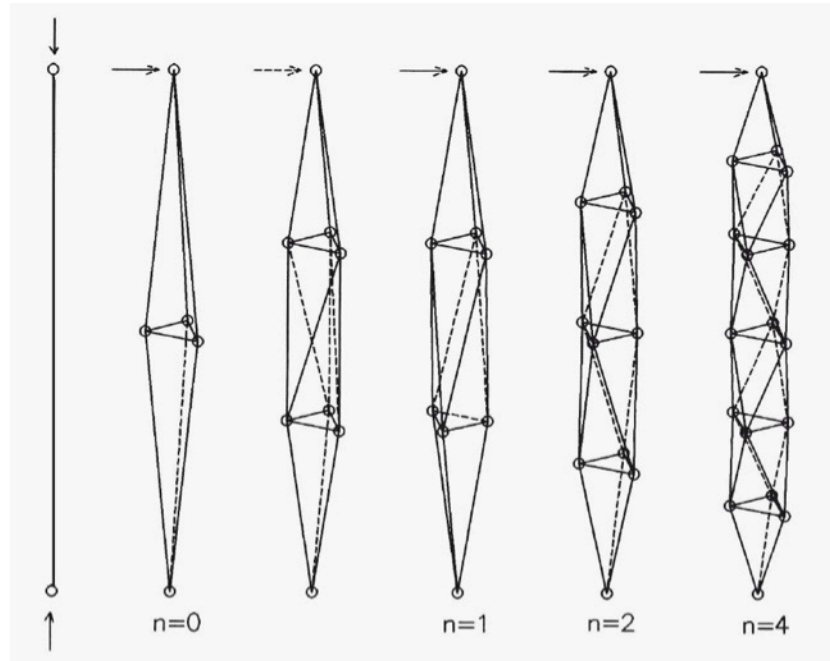
- **Desplazabilidad**

Gran parte de las tensegrities puras son desplazables. Esto significa que la geometría de la estructura se tiene que modificar para lograr el equilibrio. Por lo tanto, la deformación final es la suma de la que se produce por la deformación de los componentes y los desplazamientos que se producen para lograr el equilibrio. Por otra parte, los desplazamientos son de un orden de valores mucho mayor que las deformaciones de los elementos que constituyen la estructura.

Un ejemplo de uso de elementos a compresión son las súper-barras que propone Bing Bing Wang (Wang 1999, 1997). Para eliminar los problemas de pandeo de las barras comprimidas en estructuras de celosía de gran escala, propone utilizar súper-barras formadas por la combinación de unidades T-3. No presenta un cálculo, pero se puede poner en duda

la eficacia de estos elementos por ser tensegrities desplazables. Al comprimirse las secciones giran entre sí, lo que acarrea dos problemas: el movimiento de las barras hace complicadas las uniones y el giro aumenta la inclinación de los elementos comprimidos, lo que acorta la estructura.

Bing Bing Wang, propuesta de superbarras (Wang 1997)



Por estos motivos apenas existen realizaciones de estructuras en uso de tensegrities y las que se han realizado son cubriciones o torres que permiten grandes deformaciones.

3.4.6 EFICIENCIA MECÁNICA DE LAS FALSAS TENSEGRITIES

Las tensegrities puras tienen la ventaja de la claridad de esfuerzos y la sencillez en las uniones pero, al mismo tiempo, tienen grandes limitaciones de rigidez. Las realizaciones de tensegrities más significativas son falsas tensegrities como, por ejemplo, la *Warnow Tower*, construida Rostock, Alemania en 2003. Es una torre tensegrity de 62,3 metros de altura. En esta torre los cables tienen una pretensión de 110tm (el 30% de su capacidad de trabajo), a pesar de este tensado el desplazamiento horizontal de su parte superior de la estructura llega a los 850mm y 1200mm en el extremo de la aguja (Gómez Jáuregui 2004).

Hay algunas diferencias sustanciales de comportamiento mecánico entre las tensegrities puras y las falsas. Entre los factores que se han descrito que contribuyen a la deformabilidad de las tensegrities, el más complicado de mitigar es la complejidad del recorrido de cargas. En las falsas tensegrities se mejora considerablemente este aspecto, aunque continúa habiendo recorridos que no son los más directos.

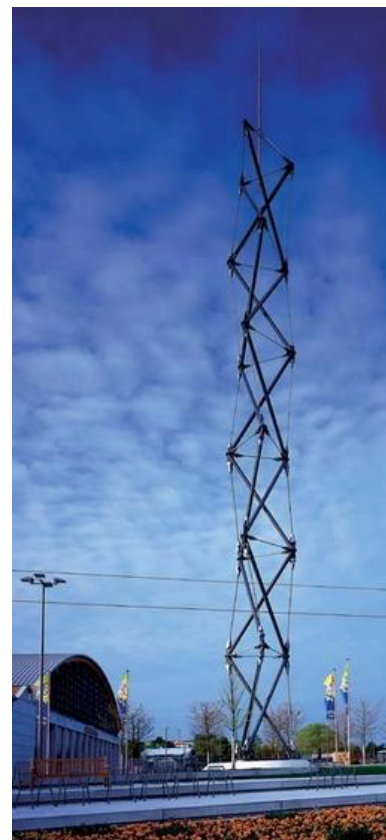
Una de las ventajas que presentan inicialmente las tensegrities es la facilidad de ejecutar las uniones. Cada barra sólo se une a cables, por lo que se evitan los nudos complejos. La flexibilidad de los cables permite el movimiento con uniones muy sencillas. En las falsas tensegrities hay contacto entre barras por lo que esa ventaja desaparece. Como contrapartida, el montaje y el control de la forma son más fáciles.

Como se ha señalado anteriormente, la desplazabilidad es otro de los factores. Tanto las tensegrities puras como las falsas pueden ser desplazables o no desplazables. Si las falsas tensegrities son desplazables, surge una complejidad adicional para fabricar los nudos. Si son desplazables, tienen que permitir movimientos complejos. La *Warnow Tower* está formada por prismas *T3* superpuestos. Como estos componentes son desplazables, el conjunto también lo es. Los nudos tienen que permitir ese movimiento o, si no, soportar los esfuerzos secundarios.

Ariel Hanaor en su artículo *Debunking "Tensegrity" a Personal Perspective* (Hanaor 2012), arremete contra muchos aspectos desde el propio nombre, hasta los campos dispares en los que se aplica el término. Acusa de poco rigor o de interés en seguir adelante con investigaciones sin aplicación. De todas las críticas, merece especial atención la referida a la eficiencia estructural. Afirma que son estructuras que son menos rígidas que los entramados tradicionales y que es falso que sean ligeras. Los principales argumentos planteados:

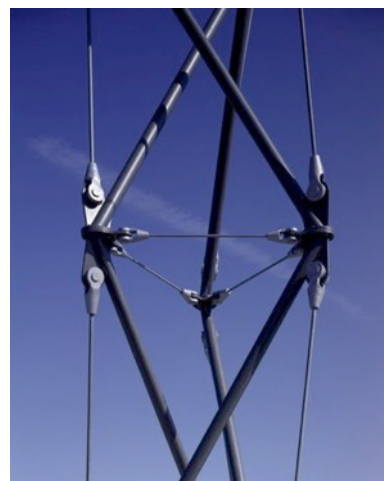
- No son ligeras. El aspecto de que flotan en el aire da una imagen de ligereza pero eso no es cierto, sino que pueden ser pesadas. Para las mismas solicitaciones son más pesadas que los entramados tradicionales.
- Las tensegrities tienen mecanismos infinitesimales, esto es, tienen que deformarse para soportar cargas, lo que hace que sean muy poco rígidas. Para que sean rígidas es necesario tensarlas y cuanto más tensión previa se ejerza, las secciones necesarias serán mayores, lo que aumenta el peso de la estructura.
- La limitación de rigidez que supone el que sean desplazables, se puede mejorar añadiendo tirantes y barras, de manera que se conviertan en indesplazables.
- El brazo de palanca o canto activo de una estructura tensada en la que los dos cordones están traccionados varía cuando la estructura entra en carga. Sin carga aplicada, sólo con las fuerzas de pretensado, el brazo de palanca es cero. Cuando se ejercen sobrecargas, el canto activo cambia y, cuando llega a la carga final, uno de los cables queda flojo y el brazo es aproximadamente la mitad de la distancia entre cables. Por lo tanto, para una misma geometría tienen la mitad de brazo de palanca que un entramado tradicional.
- Los mecanismos de desplegado ocupan y dificultan el empaquetar la estructura en volúmenes pequeños.

Las estructuras tensegrities tienen frecuencias de vibración demasiado bajas. Con el tensado aumenta la frecuencia, en una relación de valor igual a la raíz cuadrada de la tensión (Sultan 2009). En la gráfica que presenta, las frecuencias van de cero para estado sin tensión a 0,6 Hz, una frecuencia demasiado reducida para la normativa vigente ya que, por ejemplo, la normativa española limita la frecuencia a valores mínimos entre 3,4 y 8 Hz dependiendo cuál sea el uso de las estructuras.



Warnow tower, Rostock 2003

Fuente: <https://tensegrity.wikispaces.com>



Warnow tower, Rostock 2003

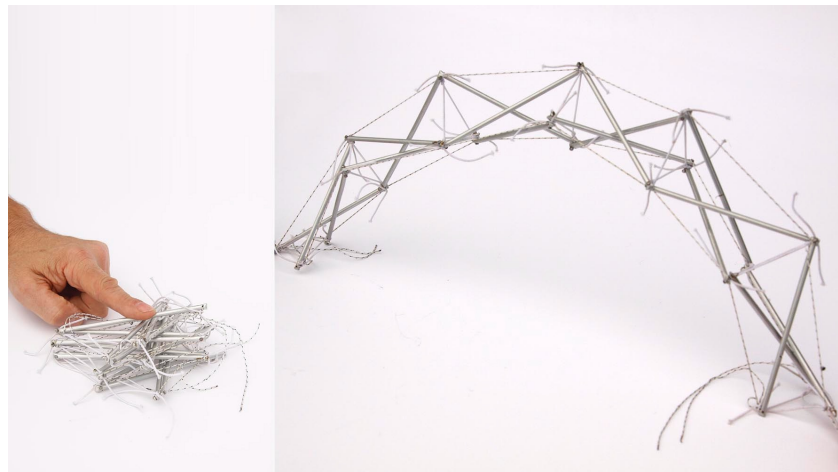
Fuente: <https://tensegrity.wikispaces.com>

3.5 DESPLEGABILIDAD Y CONTROL DE LA FORMA DE LAS TENSEGRITIES

Las tensegrities se pueden entender como estructuras relacionales, ya que están definidas por unos puntos y unas relaciones entre ellos, que se materializan en barras y cables que trabajan de manera definida y específica. Como se ha visto anteriormente, existen muchas definiciones de tensegrity, pero la característica común es que se trata de estructuras formadas por elementos comprimidos disociados y elementos traccionados que forman estructuras estables gracias a una tensión previa del conjunto. Sin esa tensión previa, los elementos comprimidos quedan libres y los elementos traccionados destensados se pueden deformar sin esfuerzo. Por lo tanto, si los elementos traccionados se aflojan lo suficiente, el conjunto se convierte en una serie de componentes sueltos que se pueden apilar. Si se aflojan algunos elementos traccionados convenientemente elegidos, se pueden hacer estructuras desplegables con cualquier tensegrity, por lo que la plegabilidad es una característica inherente de este tipo de estructuras.

Uno de los aspectos más complejos de solucionar en la mayor parte de estructuras desplegables son las uniones. En las tensegrities puras las uniones son muy sencillas, ya que no existe contacto entre barras, por lo que todas las uniones son entre barras y cables. Esto significa que se comportan como articulaciones sin que sea necesario construir uniones específicas que permitan el giro.

El desplegado se puede hacer mediante la variación de longitud de los cables o de las barras. Ariel Hanaor recomienda hacerlo con las barras (Hanaor 2012). Sin embargo, presenta un gran problema: los cables permanecen flojos durante el proceso de desplegado, por lo que no soluciona algunos de los problemas antes citados. El sistema de variar la longitud de los cables permite que las situaciones intermedias del desplegado sean estables, aunque para ello hay que alargar algunos cables y acortar otros de manera sincronizada. Si el movimiento se da con una velocidad reducida, se pueden analizar las situaciones intermedias como estáticas (Sultan 2009).



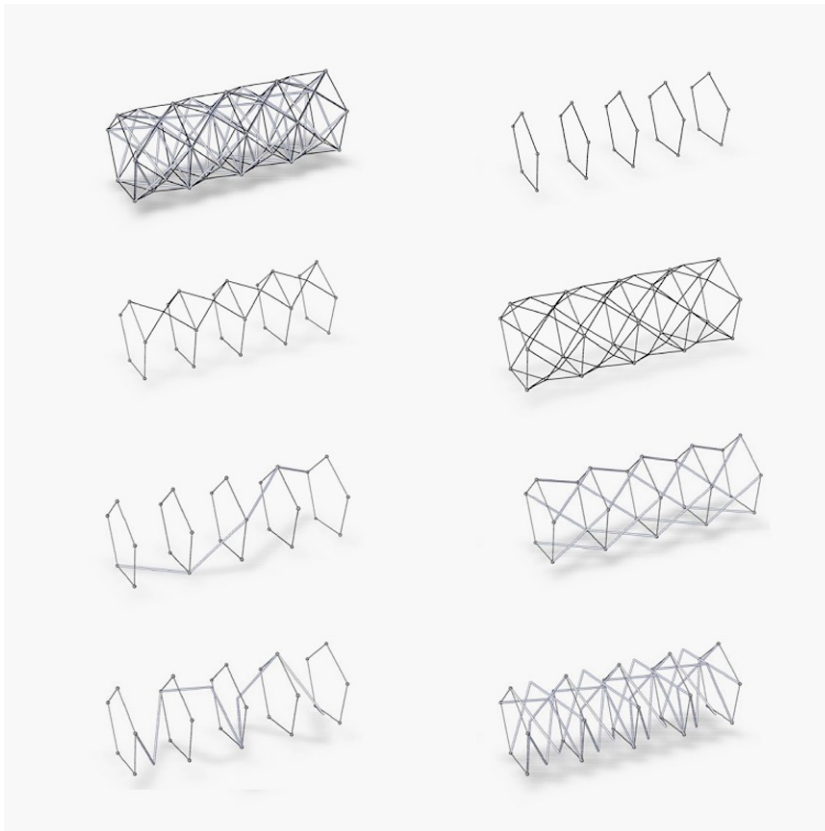
Maqueta de arco tensegrity desplegable

La plegabilidad no está exenta de complicaciones. Las tensegrities destensadas tienen un grado de libertad de mecanismo muy elevado, lo que hace muy complejo el proceso de desplegado. Como ya se ha señalado, el grado de libertad de una estructura desplegable es un factor fundamental en el proceso de desplegado. En la mayoría de casos se procura

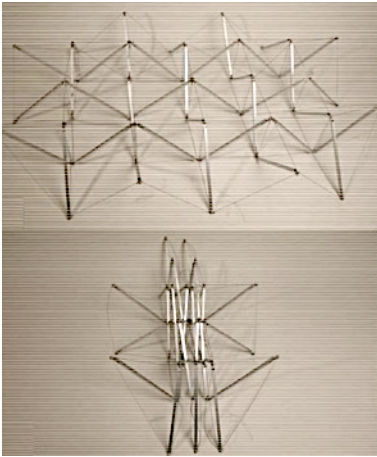
tener un grado de libertad reducido para facilitar el control de la forma durante todo el proceso. En las tensegrities es prácticamente imposible limitar el grado de libertad de la estructura, por lo que el proceso de despliegado con los cables destensados es muy complejo.

Las tensegrities presentan algunos problemas de despliegado, añadidos a la complejidad geométrica. El primero es que, por el desorden que se produce, se pueden chocar barras o enredarlas con los cables. Otro problema es el riesgo de que se produzcan situaciones difícilmente salvables: se pueden dar relaciones de posición de los elementos en las que la tensión no es suficiente para ejercer el movimiento, como ocurre, por ejemplo, cuando se alinean dos barras. Para superar estas situaciones puede ser necesario utilizar medios auxiliares que ayuden a desplazar partes de la estructura.

Estos problemas se pueden solventar utilizando la propiedad de las tensegrities que consiste en tomar diferentes formas en función de la longitud de sus componentes. Si, en lugar de soltar los cables para plegar la estructura, se alargan algunos y se acortan otros, se puede mantener una estructura estable en las fases intermedias del movimiento. De este modo, se puede ir controlando el cambio de forma. Este sistema es factible, pero tiene el problema de necesitar gran número de accionadores y necesitar un control muy preciso del movimiento. Rhode Barbarigos ha propuesto una estructura de 16 metros de luz que necesita 70 accionadores. Intenta minimizar este número de accionadores por diferentes medios, como hacer cables continuos en varios tramos, con lo que reduce el número de accionadores, pero a cambio de restar rigidez al conjunto (Rhode 2004, 2006, 2012).



Composición del puente tensegrity desplegable propuesto por Rhode Barbarigos (Rhode 2012)

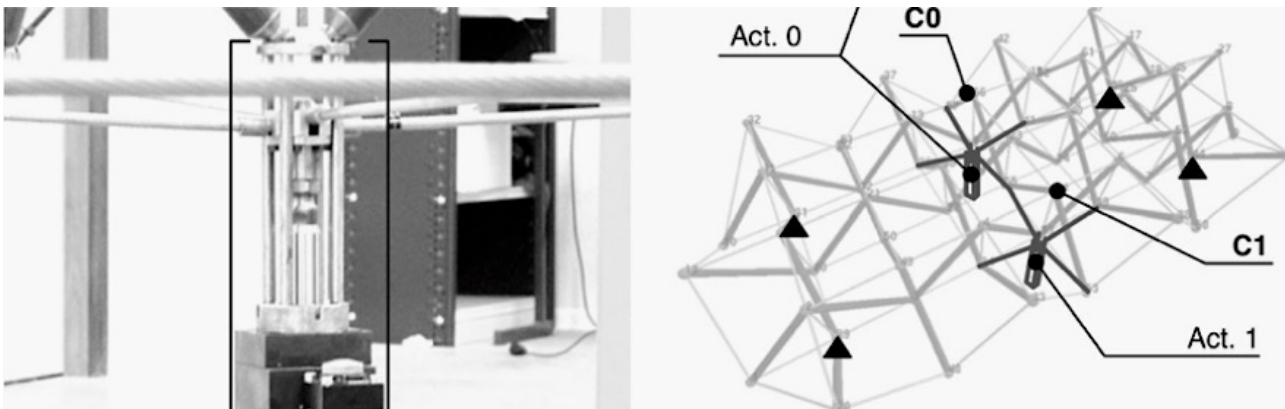


Tensegrity desplegable (Smaili 2006)

Ali el Smaili y René Motro han propuesto un sistema diferente. Parten de la malla de doble capa analizada en la tesis de Raducanu y estudian la forma de plegarla. El sistema que proponen se basa en permitir que existan mecanismos que sean independientes del tensado de la tensegrity. El entramado propuesto forma una malla cuadrangular. El mecanismo de plegado no es propio de las tensegrities, sino que se basa en la deformabilidad de los cuadrados en planta, por lo que se puede aplicar a cualquier entramado de barras que tenga una forma similar. Los planos verticales que forman la estructura se pliegan unos sobre otros, de manera que se logra un plegado muy efectivo. La aportación principal de esta propuesta reside en la capacidad de mantener el estado de tensión de la tensegrity mientras se pliega. En este ejemplo, una ventaja de que la estructura sea una tensegrities puede suponer que las uniones sean más sencillas de ejecutar, sin embargo, es una tensegrity de grado 2, por lo que los nudos no son tan sencillos como en las tensegrities puras (Raducanu 2001) (Smaili 2004, 2006).

Averseng, Dubé, Crosnier y Motro han estudiado la capacidad de controlar el esfuerzo de las tensegrities (Averseng 2005). Han partido de la estructura analizada en la tesis doctoral de Raducanu, en la que han dispuesto elementos verticales de control. El objetivo ha sido controlar esfuerzos como vibraciones, seísmos o tensiones térmicas. También han propuesto la posibilidad de utilizarlo para el control o adaptación de la forma de la estructura. El modo planteado ha sido tensar los cables del plano inferior, para subir la estructura en unos puntos concretos. Para simplificar el modo de accionar la estructura, han propuesto controlar la tensión de algunos cables verticales, con lo que se tensan los cuatro cables inferiores que confluyen en el nudo inferior de ese cable. El sistema está automatizado con sensores y funciona como un amortiguador, cuando se produce un esfuerzo no deseado se activa el sistema y en unos segundos se estabiliza.

Controladores de esfuerzo y comportamiento de las tensegrities (Averseng 2005)



3.6 VALORACIÓN DE LAS TENSEGRITIES

Las tensegrities son estructuras que presentan grandes limitaciones en cuanto a la eficiencia estructural. Ha quedado demostrado que el optimismo de las propuestas de Buckminster Fuller era excesivo. El hecho de que en los 67 años que han pasado desde su descubrimiento no se haya llegado a ejecuciones de relevancia es suficientemente significativo.

Los defensores de su uso argumentan que las tensegrities son un campo muy específico que además de tener aplicaciones, puede servir de introducción a los sistemas complejos (Gómez Jáuregui 2012), (Motro 2012).

Recientemente se ha construido la pasarela peatonal de Kurilpa, en Brisbane, Queensland, Australia. Es una pasarela que en tiene una luz de 120 metros. No se trata de una tensegrity pura, la pasarela es un elemento comprimido continuo. Es una estructura no desplazable. Haciendo un análisis esquemático y teniendo en cuenta que en las estructuras hiperestáticas las cargas son soportadas por los componentes de la estructura en función de su rigidez, se puede deducir que las cargas discurrirán principalmente por el camino más corto, por ser más rígido. Si se compara esta estructura con otra similar donde sólo hubiera las cuatro barras sobre los pilonos y cables soportando la pasarela, no habría una gran diferencia en términos de eficiencia estructural. Este puente funciona como tensegrity a una escala más reducida, en el soporte local del tablero de la pasarela y en las partes centrales de los vanos.



Además de la reducida eficiencia mecánica, otros inconvenientes que se han visto son la complejidad de ejecución y accionamiento en el caso de que se quieran utilizar como estructuras desplegadas.

Kurilpa Bridge, Queensland Australia.
Ove Arup & Partners.

Fuente:
https://en.wikipedia.org/wiki/Kurilpa_Bridge

Las ventajas principales son la claridad estructural y la simplicidad de construcción de las uniones, esto último sólo ocurre en el caso de que se trate de tensegrities puras. El elevado grado de libertad de mecanismo que tienen si se quieren aplicar como estructuras desplegadas es una desventaja, aunque en ocasiones puede ser una ventaja, por permitir el accionamiento progresivo. Por otra parte, el tensado es un mecanismo relativamente sencillo de accionar.

4 SISTEMAS DE BARRAS ARTICULADAS

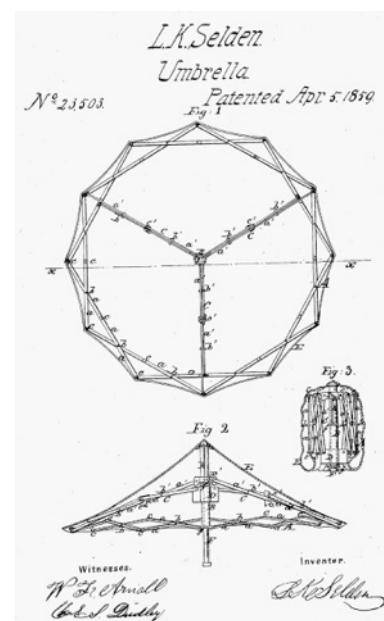
En nuestro entorno podemos encontrar una variedad de objetos realizados con estructuras desplegables, por ejemplo, las persianas de balles-ta, los pantógrafos, las sillas plegables, tendederos de ropa o algunas lámparas. Muchos de estos mecanismos se conocen desde la antigüedad, como el paraguas, del que se tienen noticias en China de hace 3.000 años. Entre los inventos de Leonardo da Vinci se pueden encontrar varios mecanismos desplegables de escala próxima a la arquitectura, como algún sistema de elevación con mecanismos en forma de tijera o una estructura en forma de paraguas de gran tamaño. A pesar de que hacemos un uso cotidiano de muchos de estos mecanismos desplegables, hasta mediados del siglo XX no se desarrollaron sistemas relevantes para su aplicación en la arquitectura. El principal precursor del uso de estructuras desplegables arquitectónicas fue Emilio Pérez Piñero. Existió algún precedente anterior a la obra de Piñero, pero no tuvo un desarrollo comparable ni su repercusión.

4.1 DESARROLLO CRONOLÓGICO DE LAS PRINCIPALES APORTACIONES

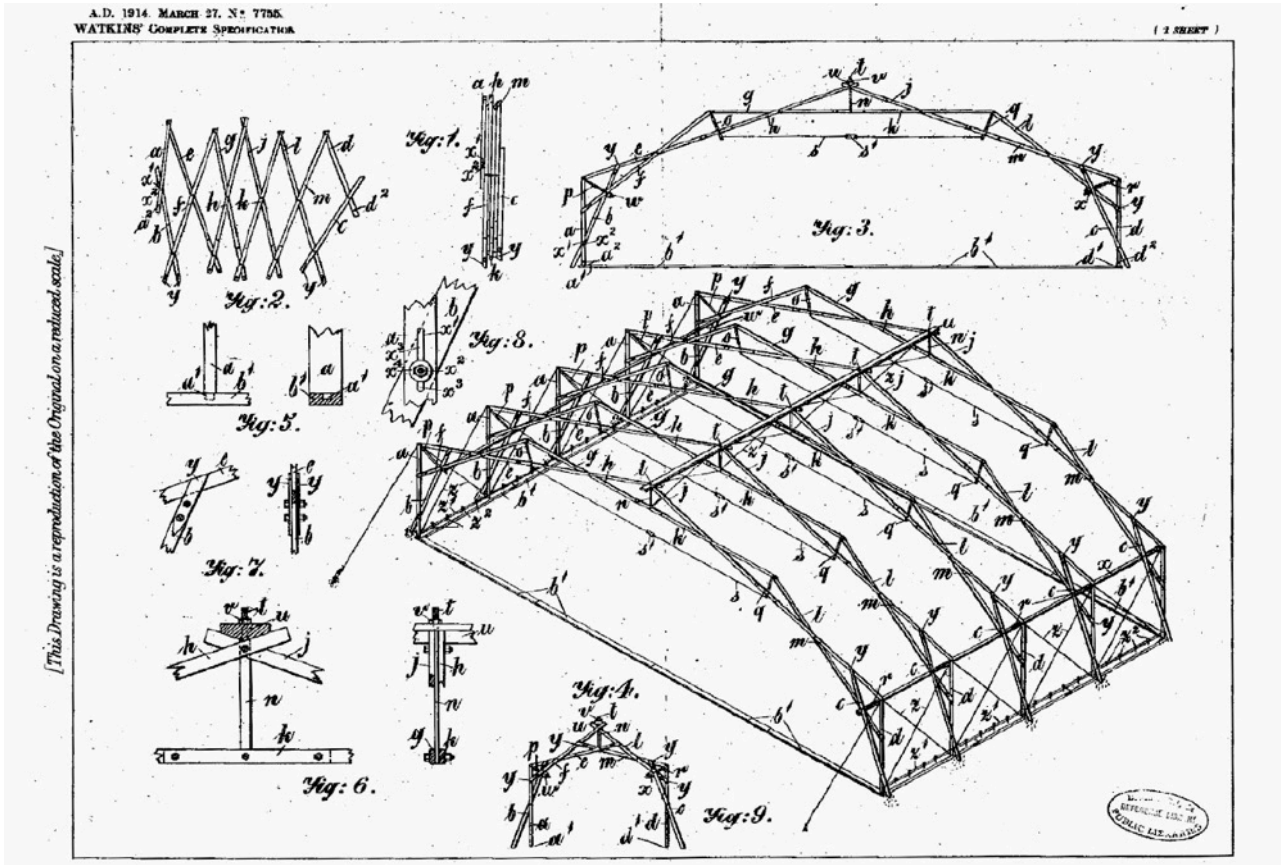
4.1.1 ANTECEDENTES

En 1914, Barbe Sladen Watkins registró la patente con el título *Improvement Supports for Tents Marquees Temporary Bridges and other Portable Structures* (Watkins 1914), en la que se puede ver una estructura formada por unidades articuladas construidas con madera. Los elementos desplegables son pórticos planos formados por una serie de elementos en forma de tijera. En la patente no se describe el proceso de construcción, pero todo parece indicar que se montaban pórticos por separado y luego se elevaban para formar la estructura. Los elementos en forma de tijera se prolongan más allá de los nudos. Esta longitud suplementaria hace posible que, en la situación desplegada, los extremos de una tijera se unan a un punto intermedio de la tijera adyacente. Además de esto, hay nudos deslizantes en algunas tijeras que se fijan cuando la estructura está desplegada. Todo el conjunto aparece fijado mediante estas uniones suplementarias y mediante barras roscadas y cables tensados.

Los tensores están colocados en dos posiciones diferentes. En los extremos de las tijeras hay barras roscadas que tienden a cerrar las tijeras, y por lo tanto, a abrir la base del pórtico. Contraponiéndose a este movimiento hay tirantes horizontales a ras de suelo y en la parte alta de la estructura. Esta segunda serie de tirantes tiende a cerrar los pórticos, de modo que la tensión en sentidos opuestos fija la estructura. Por lo tanto existe un doble sistema de fijación: el atado de nudos y el tensado de tirantes.



L. K. Selden, patente *Umbrella*, paraguas formado por múltiples mecanismos en tijera dispuestos en modo radial y perimetral (L. K. Selden 1859)

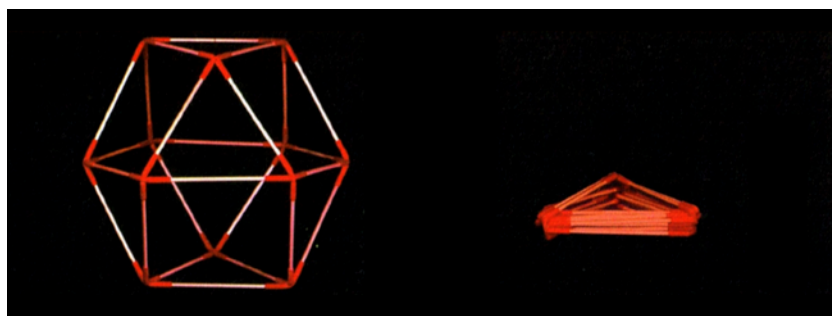


B. S. Watkins, patente "Improvement Supports for Tents Marquees Temporary Bridges and other Portable Structures." (Watkins 1914)

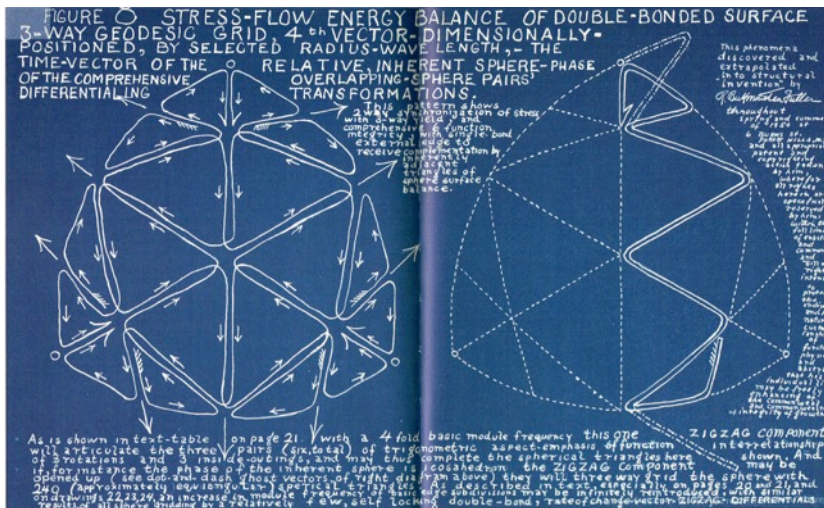
El sistema de desplegado que se deduce de esta patente sólo incide parcialmente en el sistema constructivo. Los pórticos que la forman son desplegables, pero el montaje global no lo es. La construcción de la estructura no difiere del sistema tradicional en el que se construyen los pórticos en el suelo y luego se elevan. Sin embargo, se encuentran muchas soluciones que han sido desarrolladas por otros autores, como la fijación mediante elementos tensados o las articulaciones deslizantes. A pesar del interés y de las vías de investigación que se pueden desprender de esta patente, no se han encontrado aplicaciones directas ni desarrollos posteriores, que estén relacionados directamente con esta propuesta.

El primer autor que propuso estructuras desplegables arquitectónicas de relevancia fue Richard Buckminster Fuller. En su extensa obra se pueden encontrar varias propuestas de estructuras desplegables. Sin embargo, no llegó a aplicarlas en ejecuciones reales. Fuller planteó diversos sistemas y prototipos iniciales que no desarrolló en profundidad.

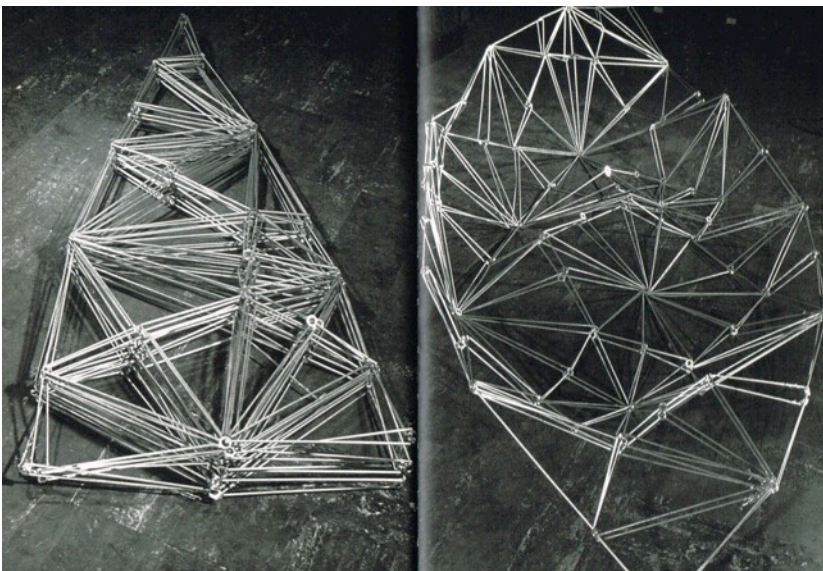
En 1948 Fuller ideó la *Jitterbug transformation*. Era la transformación mediante la cual se podía plegar un poliedro formado por barras.



Richard Buckminster Fuller, maqueta de la Jitterbug transformation 1948 (Krause 1999)



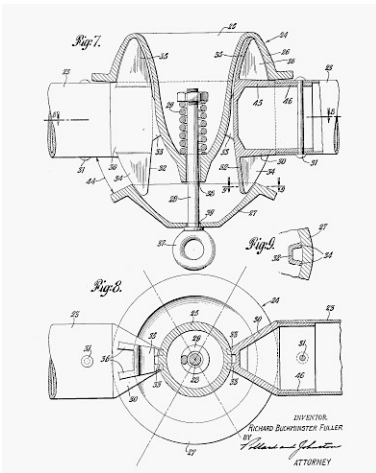
R.B. Fuller, Esquema de estructura formada por tubos con tensores interiores 1950 (Krause 1999)



R.B. Fuller, *Necklace Dome* 1950 (Krause 1999)

En el año 1950 Fuller propuso diferentes sistemas de tensado como forma de conferir unidad a estructuras geodésicas. En el texto *Noah's ark #2* se encuentra la descripción de un sistema de tubos con cables interiores que, cuando se tensan, dan unidad a toda la estructura. Siguiendo la misma idea, construyó la *Necklace-Dome*, una estructura geodésica formada por barras, por la que discurrían cables. La unión de las barras con nudos se realizaba traccionando los cables. Cuando los cables estaban destensados, las barras se podían separar ligeramente de los nudos. Gracias a esta pequeña distancia, era posible aplanar la estructura y luego plegarla sobre sí misma. Se construyó un modelo de escala intermedia.

En 1953 Fuller construyó la estructura llamada *Flying Seedpod* en la universidad Washington de St. Louis, de la que se han mostrado unas fotografías en el capítulo 2. Era una estructura geodésica que se desplegaba de manera automática. El mecanismo era similar a los trípodes de las cámaras fotográficas. La estructura estaba formada por un sistema exterior de cables y un sistema interior de barras. Uniendo estos dos sistemas, se disponía una serie de barras telescópicas en posición radial. Cuando las barras estaban recogidas, la estructura se podía plegar y cuando se estiraban, se abría como lo hace un paraguas. Estos accionadores estaban situados en los nudos que se plegaban hacia el exterior. Los nudos que se plegaban hacia el interior eran articulaciones



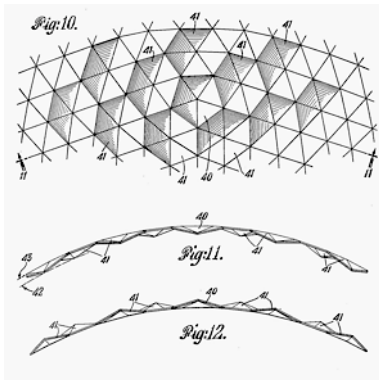
R. B. Fuller, Nudo articulado de la patente 2.682.235 (Fuller 1954)

sencillas que unían cables y barras. El despliegado se accionaba mediante un sistema neumático. Las barras telescópicas radiales se rellenaban de gas a presión, mientras la estructura se mantenía atada. Cuando se soltaban las ataduras, la estructura se desplegaba por la presión interior de las barras telescópicas.

En las fotografías que se conservan se puede ver que el proceso estaba asistido manualmente. A pesar de ser una estructura que se acercaba a la escala arquitectónica, estaba a medio camino entre una tienda de campaña y un pequeño edificio. La ligereza y tamaño de esta estructura hacía que fuera posible manejarla manualmente, por lo que Fuller no se enfrentó a algunos problemas que surgen al pasar de las maquetas a estructuras reales.

En la patente *Building Construction* de Fuller (Fuller 1954), se encuentra un sistema de despliegado como parte de una estructura geodésica. Se trata de un nudo que genera un momento en las barras y las lleva a su posición. La estructura mostrada en la patente es una geodésica que se pliega separando algunos nudos de la superficie de la estructura, de modo que las superficie se pliega. Fuller no desarrolló esta idea en propuestas posteriores.

4.1.2 EMILIO PÉREZ PIÑERO



R. B. Fuller, estructura geodésica desplegable de la patente 2.682.235 (Fuller 1954)

El verdadero inicio del ámbito de las estructuras desplegables aplicadas a la arquitectura comenzó a partir de las propuestas de Emilio Pérez Piñero. En un periodo de 12 años, desde su primer proyecto para el congreso de la UIA del 1961, hasta su muerte en el año 1972, desarrolló innumerables propuestas. Muchas de ellas surgieron de manera intuitiva y las dimensionó con medios de cálculo aproximados. A pesar de esta limitación de medios, realizó un importante desarrollo constructivo y una enorme variedad de propuestas que abrieron una gran cantidad de vías de estudio, muchas de las cuales están todavía por desarrollar.

La información principal sobre los trabajos de Pérez Piñero que se ha manejado se puede encontrar en la Tesis Doctoral de Lina Puertas del Río (Puertas 1989) y en los artículos de Félix Escrig, principalmente los publicados en el libro *Arquitectura Transformable* (Escrig 1993). En la tesis de Lina Puertas se desarrolla en detalle la Geometría y comportamiento estructural de las diferentes propuestas de Piñero y las posibilidades e incompatibilidades formales de diferentes combinaciones de mecanismos. En los artículos de Escrig se hace un repaso de la obra y se estudia especialmente las diferentes tipos de haces de barras, las discretizaciones que generan y su desplegabilidad.

Además de estas fuentes principales se puede consultar la tesis doctoral de M^a Carmen Pérez Almagro (Pérez Almagro 2013) en el que se puede encontrar un índice sistemático de las publicaciones sobre el autor, el artículo de J. P. Valcárcel (Valcárcel 1992) y el volumen de la colección *Arquitecturas Ausentes*, sobre el Concurso de Anoeta, de Candela y Pérez Piñero, a cargo de Miguel Seguí (Seguí 2004) en el que se incluye el repaso cronológico de la obra de los dos autores.

Piñero desarrolló una investigación continuada sobre las estructuras desplegables, en la que cada proyecto supuso una mejora respecto al

anterior. Se puede seguir la evolución de su trabajo a través de las modificaciones que fue introduciendo en las sucesivas propuestas.

En 1961 proyectó el *Teatro Ambulante para 500 Espectadores*. Era una estructura reticular estérea desplegable. Presentó su propuesta en el VII congreso de la UIA que se celebró en Londres, en el que ganó el primer premio del concurso de estudiantes por unanimidad.

Era una malla desplegable de doble capa formada por elementos en forma de tijera de tres barras o *triaspas*, en forma de dos tetraedros unidos por sus vértices. Toda la estructura se transportaba en un camión con una torre que desplegaba la estructura. Además de los mecanismos en tijera, la estructura incorporaba cables de longitud fija en las caras interior y exterior. Piñero también dispuso cables uniendo los nudos de las dos caras. Los cables limitaban el desplegado de manera que definían la forma definitiva y rigidizaban la estructura desplegada. El elemento de cubrición textil estaba incorporado a la estructura y se desplegaba con ella. La forma estructural era la de un casquete esférico apoyado en seis puntos.

Ese mismo año, Piñero inscribió la patente 266801 (Pérez Piñero 1961) en la que se describía el sistema e incluía una propuesta de barras de directriz quebrada. En los mecanismos en tijera, el cruce entre barras obliga a desplazarlas respecto a su posición ideal. Este desplazamiento generaba excentricidades, por lo que se producían momentos flectores residuales de magnitud no despreciable. Piñero propuso corregir este fenómeno utilizando barras de directriz quebrada. En principio puede parecer que una barra quebrada sometida a esfuerzos axiales sufrirá flexiones muy desfavorables. Sin embargo, la unión en el punto medio de las barras compensa esta desviación. En las propuestas que desarrolló no utilizó estas barras dobladas. Un motivo para no utilizarlas puede ser que las tijeras de directriz quebrada se pliegan peor que las rectas.

En el año 1962 Piñero realizó un modelo en el que cambió los cables que unían los nudos de las dos caras por barras roscadas. En el año siguiente, en el modelo que llamó *Cúpula Reticular Transportable y Desplegable desde un Helicóptero*, prescindió de los cables y colocó barras telescópicas verticales uniendo los nudos de las dos caras. La novedad

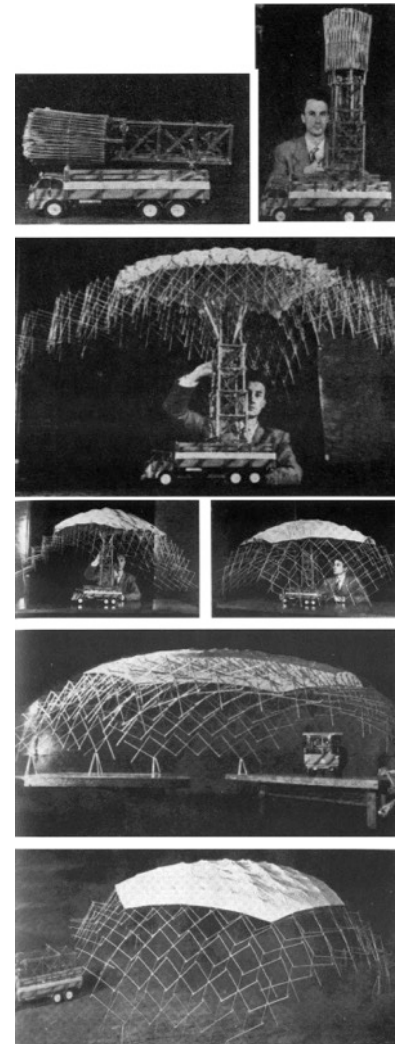
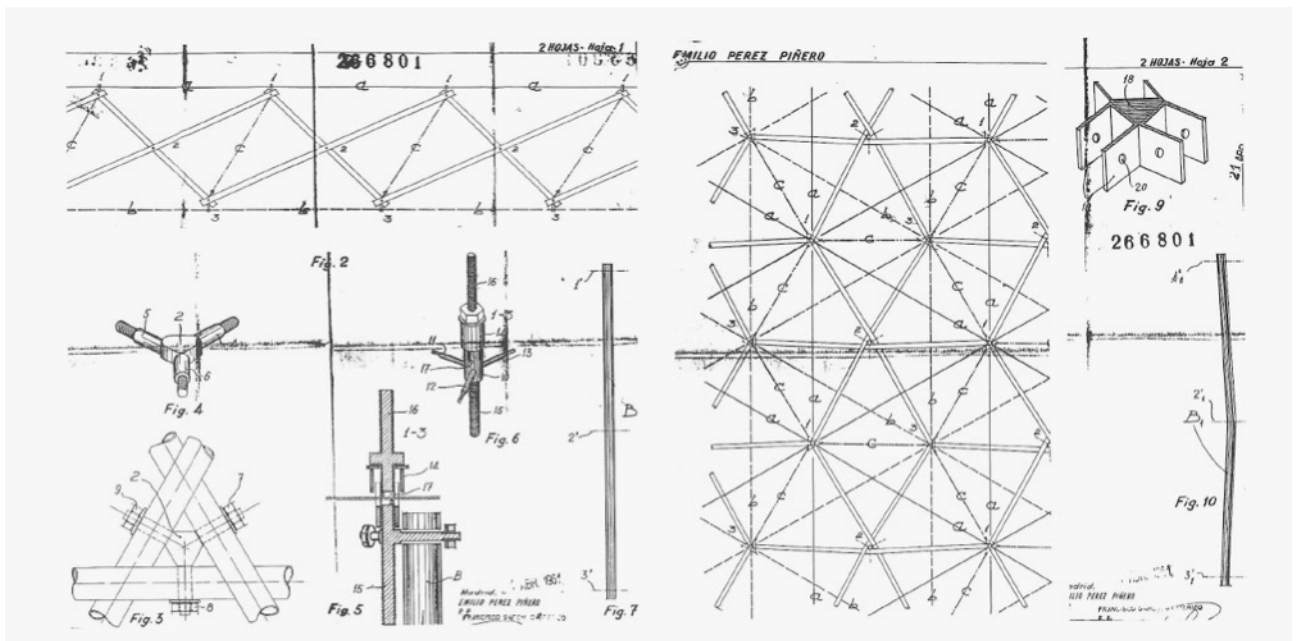


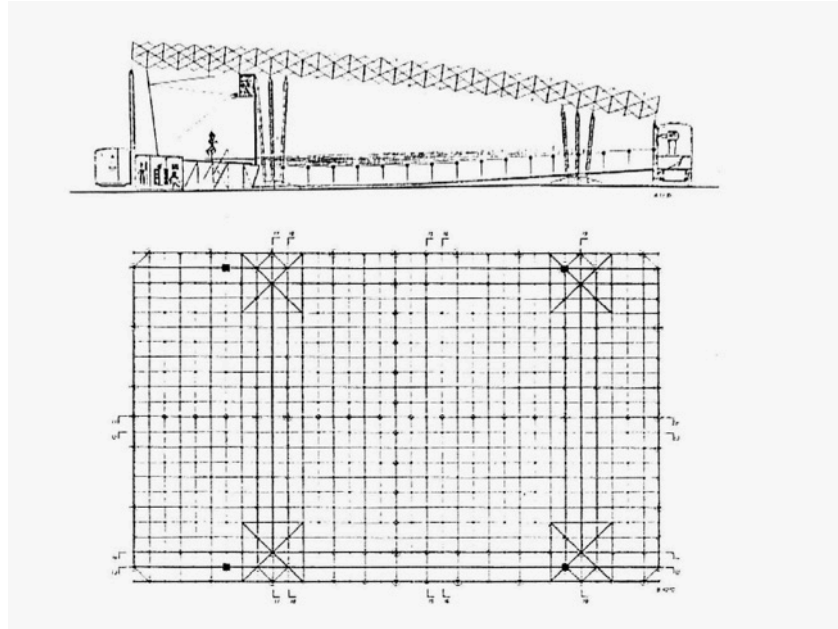
Fig. 34

E. Pérez Piñero, *Teatro Ambulante para 500 Espectadores*, estructura reticular estérea desplegable, 1961 (Escrig 1993)

E. Pérez Piñero Patente 266.801 1961



más significativa de este modelo fue que, en lugar de hacer tijeras con una articulación intermedia, prolongó las barras y cada barra tenía cuatro articulaciones, una en cada extremo y dos en la parte intermedia. Se trata de un tipo de mecanismo que denominaremos *Tijera Doble* o *Tijera Múltiple*. Como se explicará más adelante, estas tijeras mejoran las capacidades mecánicas de las tijeras sencillas, porque evitan que en el cruce de barras haya secciones sin brazo mecánico efectivo. En los proyectos anteriores, Piñero suplía la falta de rigidez de las tijeras mediante cables, pero como los cables sólo trabajan a tracción, la mejora era limitada. Con las tijeras dobles Piñero logró que las tijeras tuvieran un canto efectivo en todas las secciones.

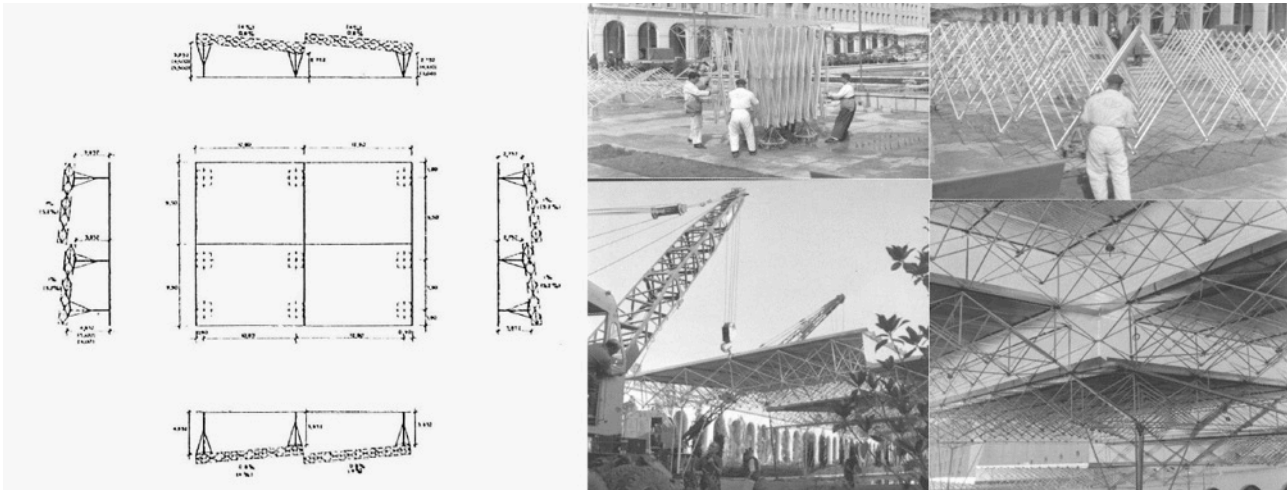


E. Pérez Piñero, *Teatro Ambulante Desplegable*.1963
(Puertas 1996)

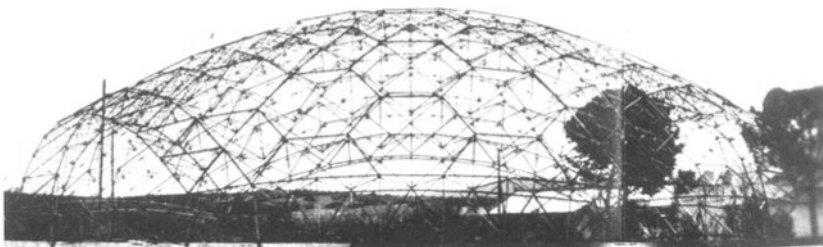
En 1963 Piñero redactó el proyecto detallado del *Teatro Ambulante Desplegable*. Volvió a utilizar los mecanismos de tijeras múltiples, en este caso formando una malla plana. Estudió los soportes y los modos de elevación así como la construcción del graderío que ya avanzó en el proyecto de la UIA.

Las *tijeras dobles* mejoran sensiblemente la capacidad de las simples, pero aumentan el número de articulaciones, lo que complica la ejecución, especialmente teniendo en cuenta que Piñero utilizaba tijeras tri-dimensionales. En obras posteriores empleó otros sistemas de refuerzo.

E. Pérez Piñero, *Pabellón Transportable para Exposiciones* 1963
(Puertas 1996) (Escrig 2012)



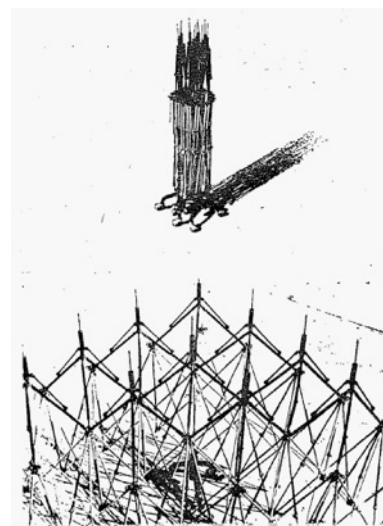
En 1964 ganó un concurso convocado por el Ministerio de Información y Turismo y construyó el *Pabellón Transportable para Exposiciones*. En esta obra cubrió una gran superficie mediante módulos casi iguales de pequeño tamaño, los cuales se ensayaron mediante pruebas de carga y viento. Los módulos eran mallas planas de 12,6 x 9,5 metros, formadas por tijeras sencillas de cuatro barras. La novedad que incluye esta realización era que, después de desplegar la malla de tijeras, se incorporaron barras de arriostramiento en algunos lugares de las caras superior e inferior, y barras verticales en el perímetro que rigidizan el conjunto. Cada módulo de la estructura se desplegaba y se montaba completo en el suelo y luego se elevaba.



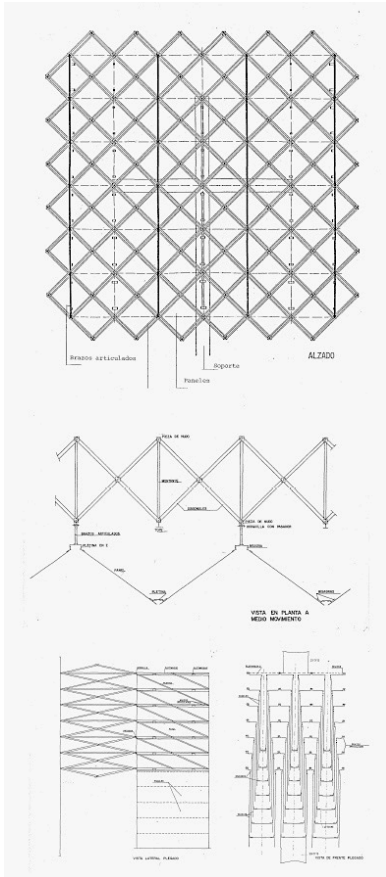
E. Pérez Piñero, *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces* 1966 (Escrig 2012)

En septiembre de 1966, presentó el proyecto de la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces* en la *Conferencia Internacional sobre Estructuras Tridimensionales*, celebrada en Londres. Se trata del máximo nivel logrado por Piñero, en cuanto a escala y capacidad estructural de las desplegables. Construyó un modelo a escala de gran tamaño: tenía 20 metros de diámetro. La estructura estaba proyectada para cubrir una luz de 60 metros. La variación más significativa respecto a las desplegables anteriores consistía en el modo de rigidizar la estructura desplegada. El entramado estaba formado por tijeras tridimensionales de tres barras, similares a las empleadas en el proyecto presentado en la UIA.

El sistema de rigidización lo formaba una segunda capa de barras biarticuladas paralela a la de las tijeras. Este segundo conjunto de barras formaba un sistema de arriostramiento y rigidización que acompañaba a toda la estructura en el movimiento. En su estado desplegado, las barras de rigidización quedaban en la superficie exterior de la estructura, de modo que arriostraban la malla y le conferían un canto de trabajo efectivo en todas las secciones. No se incorporaban barras después del desplegado, lo que simplificaba el trabajo. Sin embargo, para que todo el conjunto trabajase solidariamente, era necesario unir los nudos exteriores de las barras biarticuladas con las tijeras. Para volver a plegar el conjunto era necesario que algunos nudos exteriores se volvieran a des-



E. Pérez Piñero, *Módulo Desplegable Automático* 1970 (Puertas 1989)



E. Pérez Piñero Vidriera Hipercúbica 1971 (Puertas 1989)

doblar en dos. Debido a las grandes dimensiones de la estructura, estaba dividida en siete partes que se desplegaban en el suelo independientemente y posteriormente se elevaban y se ensamblaban en su posición final.

En 1970 realizó un modelo de estudio para un *Módulo Desplegable Automático*. Era una estructura similar a la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces*, que incorporaba un mecanismo de despliegue automático. Se disponían mecanismos, que consistían en muelles con una barra interior y un tope, entre los nudos de la cara superior de las tijeras y los nudos exteriores de las barras de rigidización. Uno de cada tres nudos exteriores tenía este mecanismo. Piñero lo proyectó con la intención de construir un invernadero lunar o realizar antenas espaciales.

En 1971, Piñero construyó un modelo a escala de la *Vidriera Hipercúbica*. Era un desplegable plano que se iba a colocar como cierre vertical del escenario del Museo Dalí de Figueras. El prototipo se estudió en 1965, pero no se llegó a realizar por la muerte del autor. La novedad principal que aportó en esta estructura consistía en incluir elementos rígidos de cierre. El mecanismo básico eran tijeras de cuatro barras con un sistema de arriostramiento similar a la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces*, pero en este caso, el sistema paralelo de arriostramiento cumplía la función de soporte de los elementos rígidos de la vidriera. Todo el desplegable se accionaba por cuatro puntos, a través de una cruz rígida que tenía unos ejes roscados y abarcaba toda la superficie de la estructura desplegada. El acoplamiento de los planos rígidos en su posición plegada era muy complejo, ya que los elementos rígidos tenían que girar y solapar entre sí.

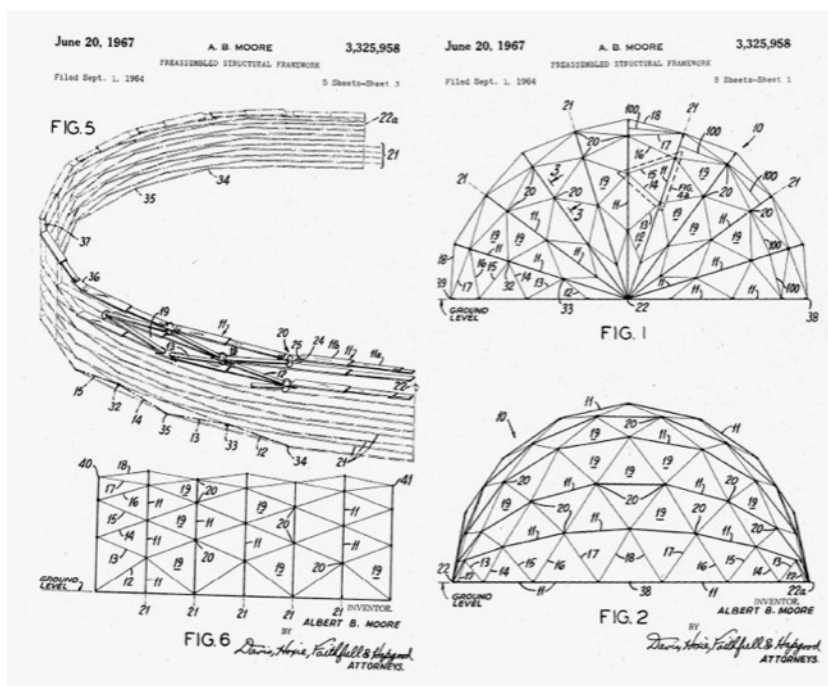


Pérez Piñero y Dalí con la *Vidriera Hipercúbica* bajo la torre Eiffel
Fuente: <http://www.vedoque.net/emilio/>

4.1.3 DESARROLLOS POSTERIORES

A pesar de presentar soluciones aparentemente viables, gran parte de las propuestas desarrolladas por Piñero no han tenido continuidad en otros autores. La construcción de sus propuestas era muy compleja y la evolución posterior se ha dirigido principalmente al desarrollo de sistemas de tijeras planas, geoméricamente más sencillas que las tridimensionales que utilizaba por Piñero.

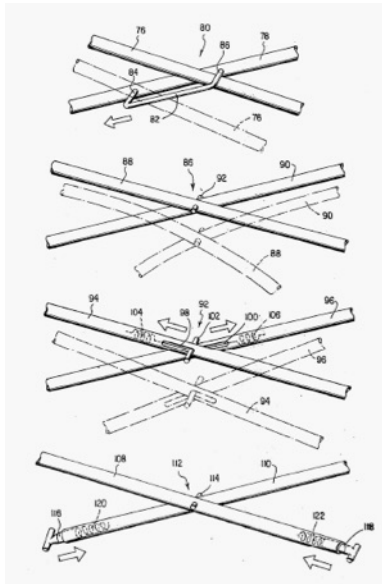
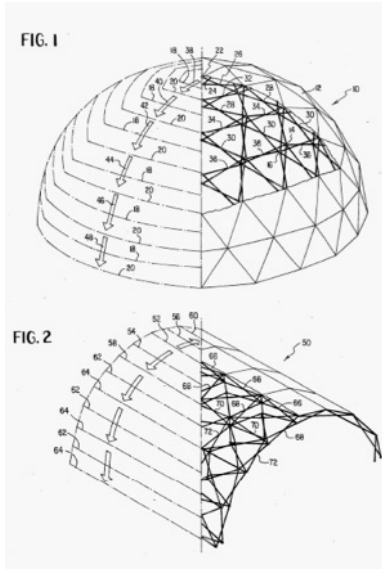
En 1967 Albert Moore patentó un sistema de estructuras desplegables con el nombre *Preassembled Structural Framework* (Moore 1967). En esta patente propuso un entramado de barras en forma de lámina plegada, que seguía la forma de un patrón, que hoy en día es muy habitual en los *Origami*. Se conoce como *Yoshimura Pattern*. Es un tipo de plegado triangular de un plano que formaliza volúmenes cerrados. En este tipo de plegados, el radio del conjunto se modifica con el desplegado, de manera que toda la forma se puede desarrollar de manera continua desde un estado plegado hasta un estado completamente desplegado, en el que la superficie es plana. Dependiendo de la discretización inicial, el estado final puede ser un plano continuo o una superficie quebrada de ángulos abiertos, próxima al plano. El desarrollo constructivo de esta patente no era muy riguroso. Moore propuso un nudo que tenía diferentes tipos de unión para las barras que formaban el arco y las situadas entre arcos. Las barras del arco se unían a una pletina mediante dos tornillos: uno de estos tornillos era fijo y el otro podía tener diferentes posiciones para fijar la estructura desplegada. Las barras intermedias se unían al nudo mediante un anillo de poca rigidez.



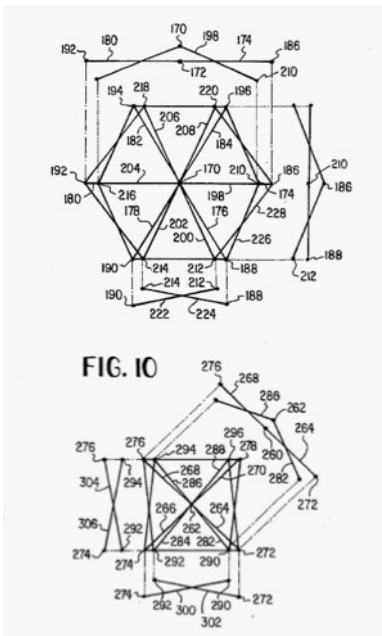
Albert B. Moore, 1967 Imagen de la patente *Preassembled Structural Framework* (Moore 1967)

Una de las complejidades a las que se enfrentó Pérez Piñero era la de fijar la estructura después de ser desplegada. Los sistemas de fijaciones posteriores al desplegado complican el montaje, especialmente cuando las estructuras tienen cierta dimensión. En respuesta a este problema, Theodore Zeigler propuso una solución estructural novedosa. Se trataba de aprovechar la incompatibilidad formal de algunas combinaciones de mecanismos en forma de tijera para que, una vez desplegadas, las estructuras, fueran estables. Habitualmente la incompatibilidad formal es un problema a salvar en las estructuras desplegables, sin embargo, Zeigler propuso aprovecharla para que, una vez abiertas, quedasen fijadas en su posición (Zeigler 1976, 1977, 1984).

Zeigler utilizó estructuras que tienen estados de equilibrio diferenciados que se llaman biestables. En estas estructuras existe más de una posición en la que la estructura está en equilibrio, pero no hay continuidad entre estas posiciones.



Theodore R. Zeigler, patente 4.026.313 (Zeigler 1977)



Para definir una estructura de este tipo se parte de una geometría de la estructura en su estado desplegado. Los mecanismos que forman esta estructura deben cumplir las relaciones de longitud para que las tijeras se puedan plegar. Si las cumplen, la posición de servicio y la posición plegada son estados de reposo. Cuando el mecanismo es compatible, la estructura permanece en reposo en todas las posiciones intermedias. Si el mecanismo es incompatible, los estados intermedios sólo son posibles si se deforma la estructura. Estas estructuras se conocen como *biestables*.

Para pasar de un estado en equilibrio a otro, hay que pasar por un estado de tensión, en el que la estructura se tiene que deformar. Cuando se inicia el movimiento, a medida que se aleja del estado de reposo, aumenta la tensión, hasta que se llega a un estado de tensión máxima. Una vez pasado ese punto, el mecanismo tiende a ir al siguiente estado de reposo. Un ejemplo muy utilizado de este tipo de mecanismo son los cierres de tracción que se utilizan habitualmente en cajas de herramientas o portones de camiones.

Otro modo pasar de un estado a otro es soltar algunas fijaciones, de modo que se salven las incompatibilidades intermedias. Zeigler propuso dos soluciones para evitar el estado intermedio incompatible: nudos intermedios deslizantes y barras con resortes en los nudos que se adaptaban al cambio de longitud. Si se aplican estas soluciones, no es exacto llamarlas biestables. Es más adecuado hablar de estructuras bloqueables.

Algunas combinaciones de elementos en tijera generan incompatibilidades formales (Puertas 1989), Zeigler buscó esta propiedad y llegó a provocarla en los casos en los que no existía. El procedimiento de modificar la geometría era disponer de haces interiores a polígonos en posición asimétrica respecto al plano definido por las articulaciones medias de las tijeras. De este modo, un desplegable compatible se convertía en incompatible.

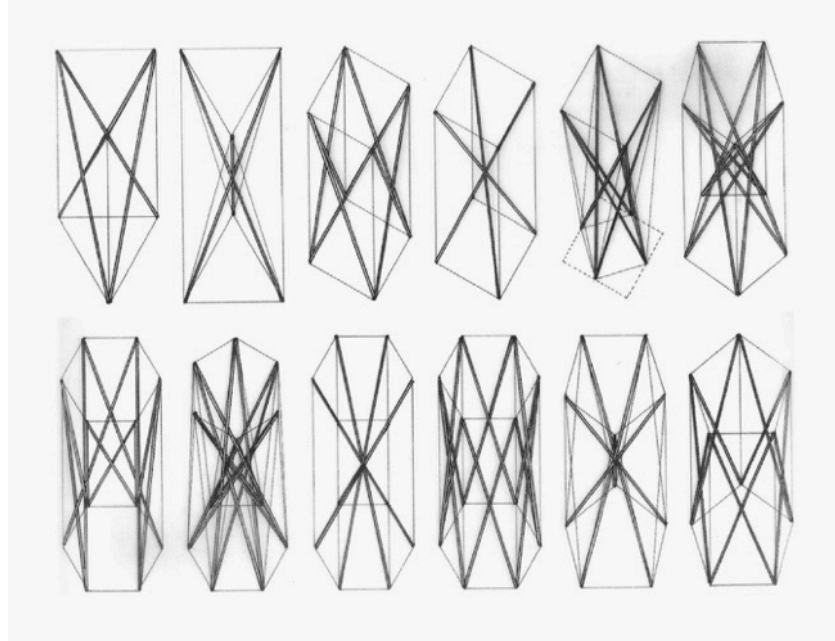
En las propuestas de Zeigler se liberaba el movimiento de algunos nudos intermedios para realizar el desplegado. Una vez desplegada la estructura, estos nudos se fijaban y la estructura era estable. Zeigler no aprovechó completamente la propiedad de biestabilidad. Su mecanismo no difiere sustancialmente de los utilizado por Piñero en alguna de sus propuestas, en las que las barras se fijaban para reforzar la estructura, pero abrió un camino que conduciría a las estructura biestables auto bloqueables que otros autores desarrollaron años más tarde.

En la *Third Conference on Spatial Structures* celebrada el año 1984, R. Clarke presentó un análisis del movimiento del mecanismo básico de Zeigler, el conjunto formado por tres unidades de tijera en forma de triángulo que Clarke llama *Trissor*. No se trataba de los mecanismos en tijera tridimensional de tres barras desarrollados por Piñero, sino de la combinación de tijeras planas formando triángulos que utilizaba Zeigler. Clarke dedujo analíticamente que en las discretizaciones esféricas el mecanismo es incompatible. (Clarke 1984).

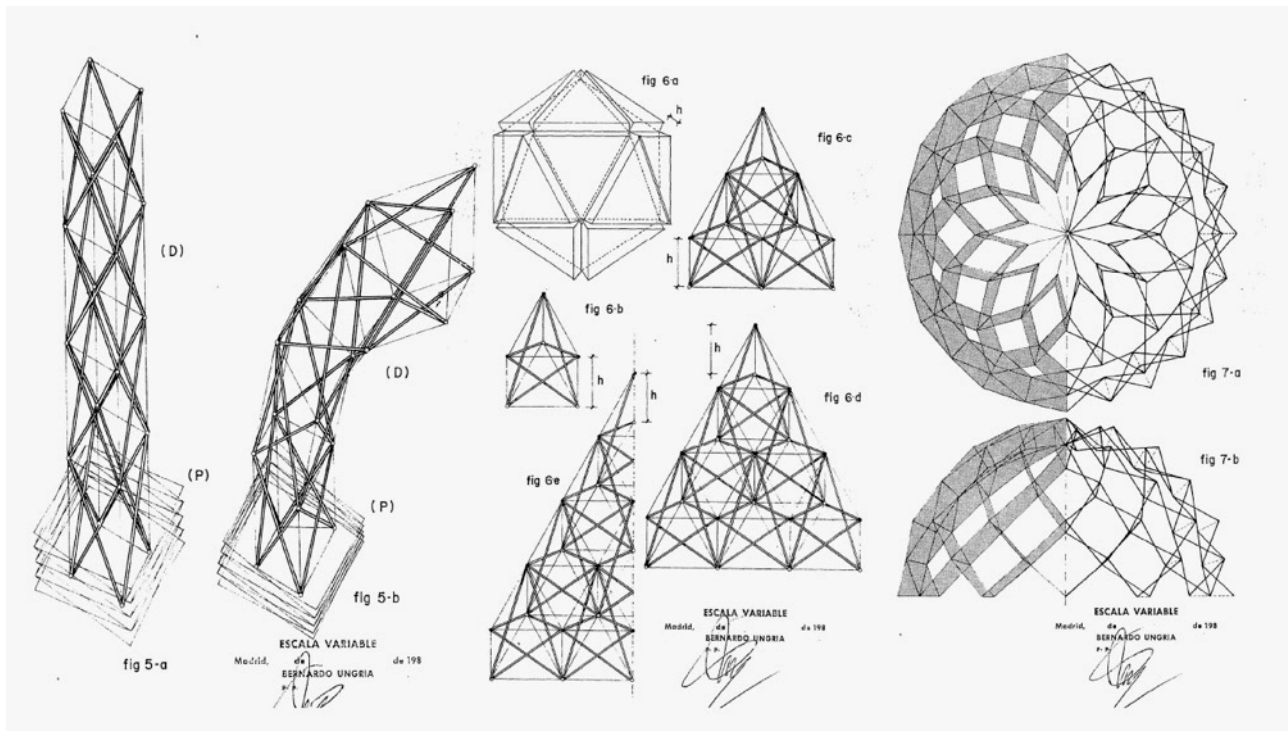
Theodore R. Zeigler tijeras asimétricas interiores a polígonos (Zeigler 1977)

En 1984 en la *Third Conference on Spatial Structures*, celebrada en la Universidad de Surrey, Escrig propuso combinaciones de tijeras planas para formar estructura de superficie curva. También propuso tijeras que tenían lados de diferentes longitudes y definían envolventes en forma trapezoidal que, combinadas, generaban estructuras de formas curvas o irregulares.

F. Escrig, modelos de módulos plegables contenidos en la patente ES 532.117 de 1984 (Escrig 2012)



F Escrig, ilustraciones de la patente ES 532.117 (Escrig 1984)

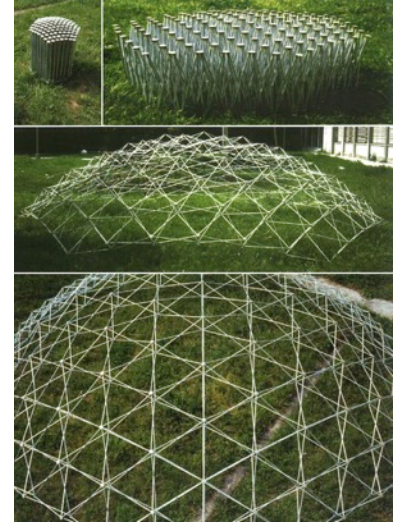


En ese mismo año, Escrig registró la patente *Sistema Modular para la Construcción de Estructuras Desplegables de Barras*. En esta patente se incluía un abanico muy amplio de propuestas, de las que se pueden derivar muchas de sus aportaciones posteriores: definió diferentes mecanismos básicos de tijera, agrupaciones de tijeras planas en formas cuadrada y triangular, aspas tridimensionales de tres y cuatro barras y

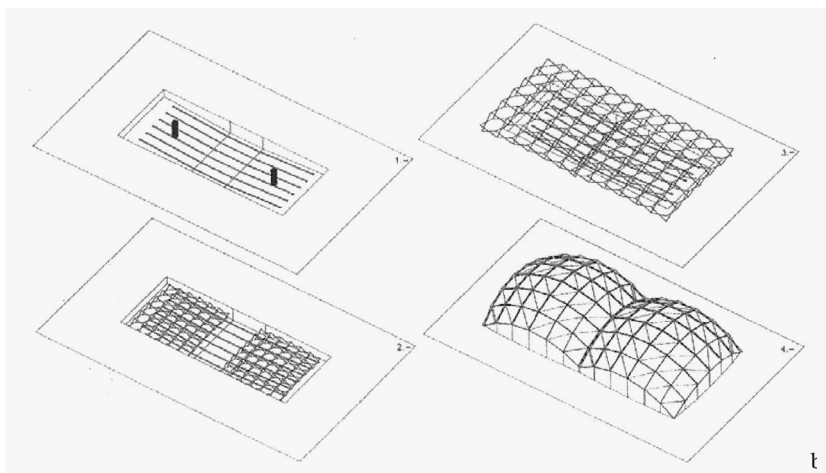
combinaciones en forma de anillo de aspas con varias articulaciones intermedias. También desarrolló diferentes agrupaciones, principalmente de tijeras de dos barras, pero también de tres y cuatro barras, combinaciones en forma de torre y diferentes discretizaciones esféricas y planas. Esta patente también incluía tijeras con barras de longitudes variables y articulaciones descentradas que generan estructuras de canto variable y directriz no recta.

En los años posteriores Escrig, Sánchez y Valcárcel desarrollaron muchas de las propuestas incluidas en esta patente inicial. Inicialmente plantearon combinaciones en mallas triangulares, algunas a partir de discretizaciones geodésicas y otras mediante proyecciones de mallas triangulares sobre superficies esféricas. Las mallas triangulares tienen problemas de incompatibilidad en este tipo de superficies, por lo que dejaron de utilizarlas y optaron por las discretizaciones cuadrangulares, que son compatibles en superficies esféricas y más sencillas de construir que las triangulares.

En el año 1994 Escrig y Sánchez construyeron la *Cubierta Desplegable para la Piscina Olímpica del Complejo Deportivo de San Pablo* en Sevilla. Esta obra se puede considerar la ejecución más importante de una estructura de mecanismos en tijera realizada hasta la fecha. En esta obra, Escrig y Sánchez pusieron en práctica discretizaciones y mecanismos que habían realizado en escalas menores, como la cubrición de una piscina privada en Sevilla e innumerables prototipos y maquetas. La cubierta de las Piscinas de San Pablo es una estructura desplegable que cubre una superficie de 30 x 60 metros. Fue diseñada para poder cubrir la piscina en los meses de invierno y ser retirada en verano. La forma estructural está compuesta por dos casquetes esféricos de perímetro cuadrado de 30 metros de lado. Las esferas están discretizadas con una malla cuadrangular formada por tijeras planas dispuestas en planos perpendiculares a la superficie y construidas con barras de aluminio. Los nudos son del tipo de barras excéntricas, formados por un elemento central del que salen los ejes que soportan las barras y permiten su giro.



Maqueta de estructura desplegable de malla triangular discretizada por proyección (Escrig 2012)



Secuencia de montaje de la cubrición de la *Piscina de San Pablo* con la piscina vacía (Escrig 2012)

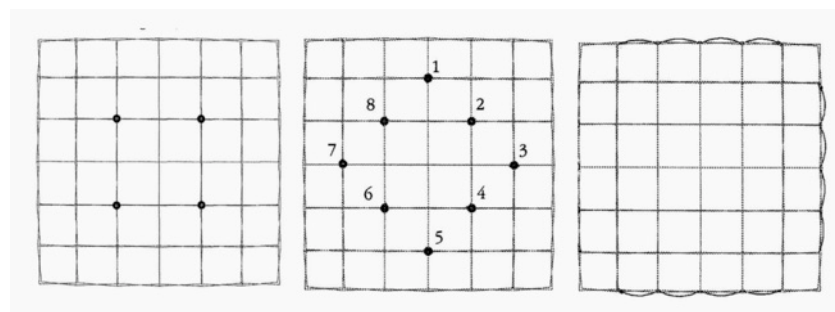


Secuencia de fabricación montaje y resultado de la cubrión de la Piscina de San Pablo (Escrig 2012)

La estructura se fabricó en y montó en taller, dividida en los dos casquetes semiesféricos. El cierre de lona también se incorporó en el taller para que, cuando ésta se desplegara, la lona de cubrión quedara tensada en su posición final. Cada una de las dos partes se transportó completa, montada y plegada en un camión.

En el proceso de montaje cada pieza se desplegó por separado y se colocó en su posición, soportada por una grúa. Las sujeciones a la grúa se colocaron de manera que el peso propio de la estructura ejerciera la fuerza necesaria para que la estructura se desplegara y la apertura se controló mediante cables que se fueron soltando para controlar el movimiento.

Soportes de la estructura de cubrión de las Piscinas de San Pablo durante el proceso de montaje. Izquierda, soportes superiores durante la fase inicial. Centro, soportes inferiores durante la segunda fase de apertura. Derecha, disposición de cuatro cables perimeetrales para el control de la apertura (Sánchez Sánchez 1996)



En una primera fase del despliegado, la grúa soportaba la estructura en cuatro nudos superiores, hasta lograr una apertura intermedia. Posteriormente se cambió la ubicación de los soportes a ocho nudos inferiores, de manera que el peso propio de la estructura accionase el movimiento y se dispusieron cuatro cables que limitaban la apertura.

Cada parte de la estructura se desplegó independientemente y se colocó en su posición. Para que los bordes de las dos partes pudieran coincidir, las semiesferas debían estar ligeramente inclinadas. Después de montar los dos componentes, se incorporaron barras diagonales de arriostramiento.

Entre los años 1997 y 1998 Escrig y Sánchez propusieron varias cubiertas móviles de plazas de toros con cierres textiles móviles, basadas en la idea de las cúpulas tensegrity, de las que realizaron una en la plaza de toros de Jaén.

En el año 1998 construyeron la *Cubierta Móvil del Auditorio Descubierta de Jaén*. Con el mismo sistema realizaron otra cubierta para una piscina semiolímpica en Valencina de la Concepción, Sevilla. La tipología estructural de estas cubriciones es diferente a la de San Pablo. Son estructuras plegables, formadas por arcos de perfiles tubulares de acero, que se cruzan en un mecanismo similar a las tijeras. Toda la cubierta discurre sobre dos carriles y se recoge en un extremo.

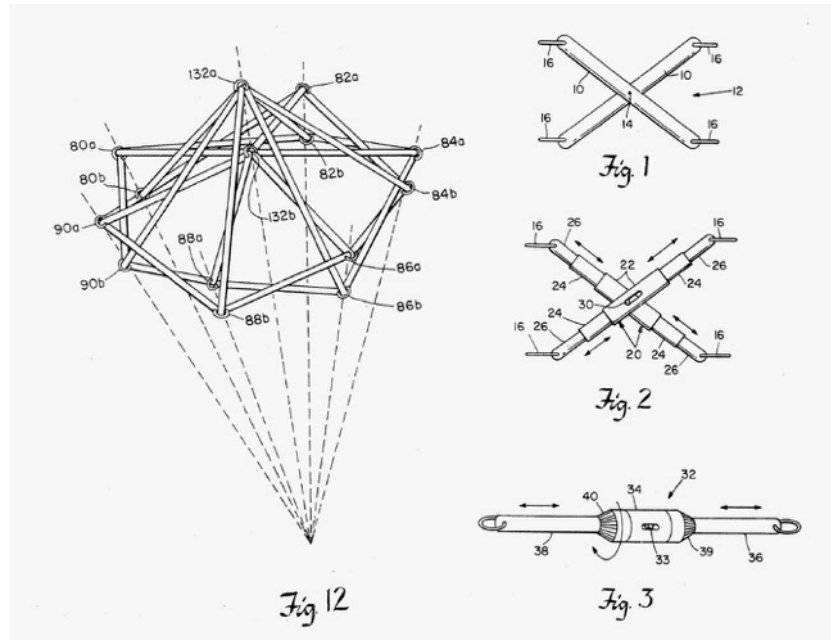


F. Escrig y J. Sánchez, cubierta desplegable para una piscina semiolímpica en Valencina de la Concepción, Sevilla (Escrig 2012)

Estas dos realizaciones son de una entidad comparable a la estructura de San Pablo, pero en lo referente al mecanismo, tienen una diferencia fundamental: en San Pablo el sistema sustentante está directamente relacionado con los mecanismos en tijera, mientras que, en Jaén y Valencina, el sistema sustentante está formado por los arcos de sección tubular de una pieza que son estables por sí mismos en su plano, aunque, por su inclinación, es necesario que se combinen dos arcos como mínimo. Estas obras suponen una mejora significativa en cuanto a proceso de despliegado. En la cubierta de las piscinas de San Pablo, el proceso requiere de un sistema de sustentación externo, mientras que en estas dos estructuras, el proceso se realiza de manera autónoma, sin necesidad de dispositivos ajenos al mecanismo.

4.1.5 DESARROLLOS MÁS RECIENTES

A finales de los 80 y principios de los 90, en el departamento de arquitectura del MIT, el profesor Zalevsky desarrolló una investigación sobre estructuras desplegables. Uno de los estudiantes de este grupo, Anandasivan Krishnapillai, retomó la idea planteada por Zeigler de aprovechar las incompatibilidades formales de algunas estructuras desplegables para lograr estructuras estables. Los profesores Logcher y Rosenfelt del departamento de Ingeniería Civil de la misma universidad, desarrollaron las propuestas de Krishnapillai para hacer estructuras *clickables* (*Clicking Structures* o *Snap Through Structures*), las cuales siguen el mismo concepto propuesto por Krishnapillai.



A. Krishnapillai, ilustración de la patente US 5.167.100 (Krishnapillai 1992)

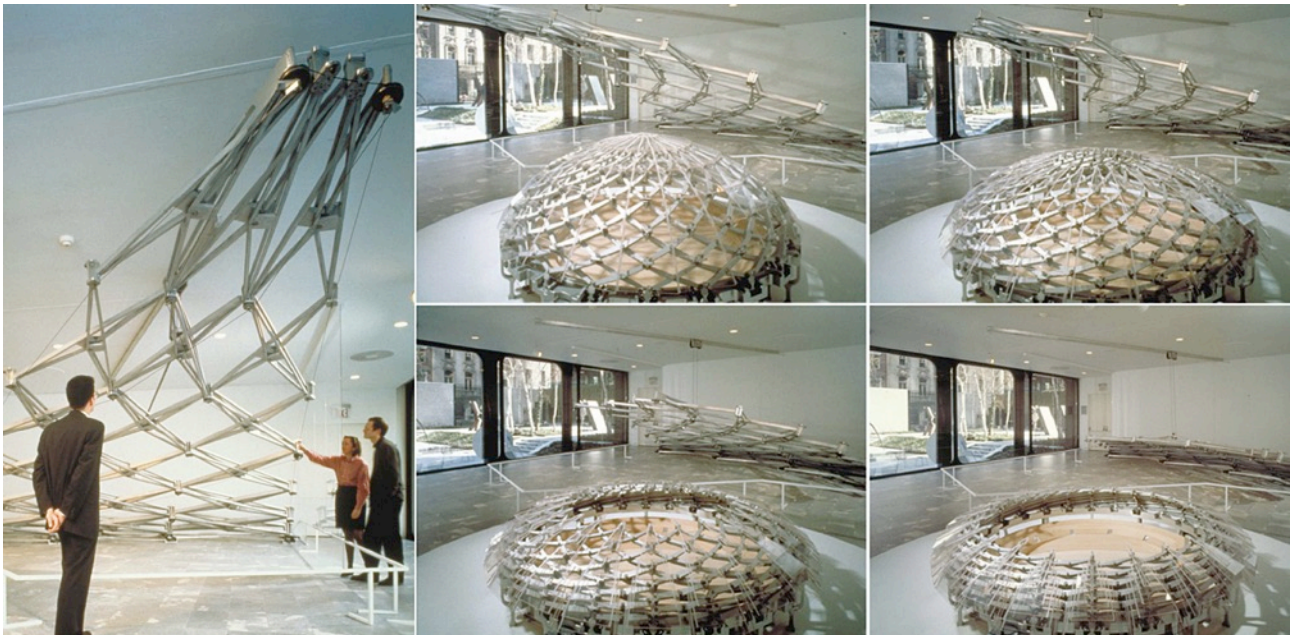
La idea planteada es aprovechar la propiedad de biestabilidad para construir estructuras, de manera que, superando un estado intermedio de tensión, tomen por sí mismas la geometría desplegada. Charis Gantes desarrolló esta idea en su tesis doctoral, que leyó en 1991. Este tipo de estructuras biestables tienen la ventaja de que se mantienen en su posición de servicio, sin añadir uniones ni fijaciones suplementarias. Sin embargo, para que se pueda superar el estado incompatible, se deben construir con materiales muy elásticos. Su aplicación a estructuras de cierta dimensión es limitada.

Desde finales de los años ochenta Chuck Hoberman ha propuesto desplegables de diferentes tipos, siguiendo varias líneas de investigación que todavía continúa desarrollando. Su trabajo abarca un ámbito que incluye juguetes, instalaciones artísticas, escenografías y obras de arquitectura. Entre las diferentes propuestas se destacan las estructuras desplegables en forma de tijera con accionamiento mecánico o manual. Son elementos de factura compleja, en las que las piezas están diseñadas con formas específicas para su función con una ejecución muy elaborada. En muchas ocasiones utiliza secciones variables, articulaciones desplazadas y elementos de unión incorporados a las barras. Recurre a tecnología sofisticada tanto para la fabricación como para el accionado y control del movimiento.



A pesar de la sofisticación de las realizaciones de Hoberman, la aportación más importante para el ámbito de esta investigación es un elemento muy sencillo, el *Haz de Barras de directriz Quebrada* que también se pueden denominar como *Tijera de Eje de Giro Desplazado*. Este mecanismo salva problemas de incompatibilidad que se dan en algunas combinaciones de tijeras irregulares de barras rectas. Permiten el desplegado radial, o los desplegados de polígonos y formas irregulares.

C. Hoberman, esfera desplegable realizada con tijeras de barras de directriz quebrada (Hoberman 2012)



Si se realiza una forma circular en tijeras, éstas tienen forma de segmento de arco. Por lo tanto, los lados son desiguales y la forma del mecanismo básico es trapezoidal. Si se construyen con barras rectas, el desplazamiento de cada uno de estos haces no es compatible con los adyacentes. Sin embargo, si se realizan con haces quebrados, el eje de giro se desplaza y si se cumple una relación geométrica precisa, el desplegado es compatible. Las esferas desplegadas y las *Iris Domes* se han podido construir gracias a estos mecanismos. Son superficies esféricas que se pliega en su perímetro. Más adelante se explicará el funcionamiento de este mecanismo.

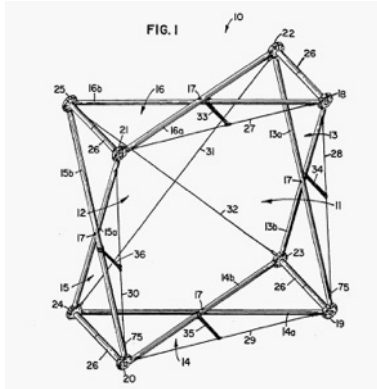
Chuck Hoberman, *Iris Dome* (Hoberman 2012)

El trabajo de Hoberman tiene un desarrollo mecánico complejo y ha logrado procesos de desplegado muy controlados, a menudo incorporando sistemas de control automáticos. Al no haber incompatibilidades

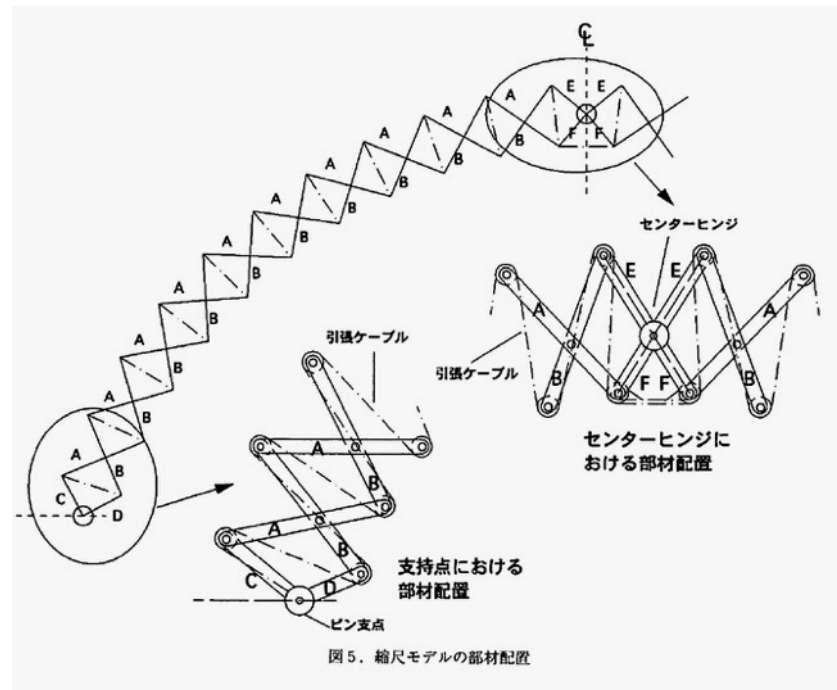
que salvar, los movimientos son suaves y continuos, sin los temblores habituales en muchas de las estructuras desplegables. Las estructuras están diseñadas para plegarse y desplegarse muchas veces, en algunas ocasiones de manera continuada.

Ha habido diferentes propuestas de combinaciones de mecanismos en tijera y tensores. A principios de los años 90 Theodore R. Zeigler propuso combinar tijeras y tensores para hacer estructuras desplegables (Zeigler 1993, 1994). Las tijeras de esta propuesta tenían cables en la cara interior y exterior de la estructura. Los nudos exteriores e interiores de las tijeras estaban unidos por barras, que se soltaban para plegar la estructura. Los cables no funcionaban como accionadores, sólo rigidizaban la estructura cuando estaba desplegada.

Entre 1994 y 1997 Tsukomu Kokawa publicó varios artículos en los que proponía un tipo de estructura en forma de arco, formada por tijeras en las que se disponía un cable que recorría la estructura y accionaba el movimiento. El funcionamiento de estas propuestas se explicará más adelante. En esta línea de trabajo, en 1997 Sergio Pellegrino y Zhong You publicaron un estudio de las estructuras formadas por tijeras y cables en forma de anillo. Estudiaron la compatibilidad de la deformación y diferentes discretizaciones para lograrla. La más sencilla era el anillo hexagonal cuyos lados estaban formados por triángulos equiláteros. El desplegable contaba con cables activos que accionaban el desplegado y cables pasivos que quedaban tensados en la posición abierta y rigidizaban la estructura.



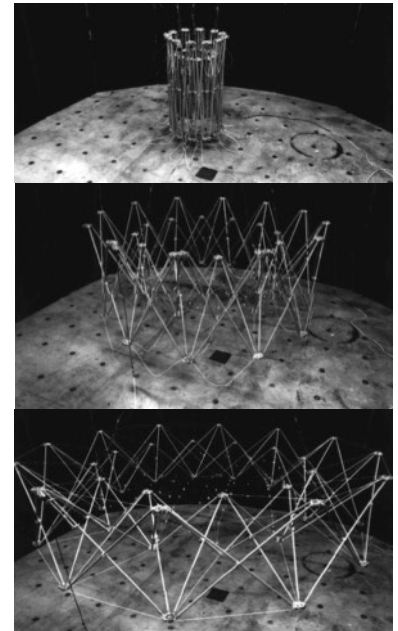
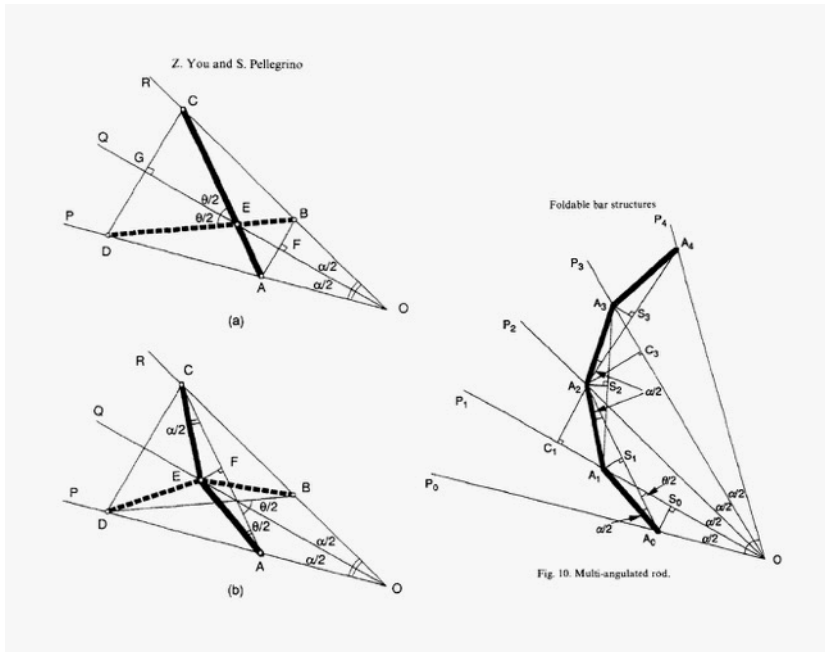
Theodore Zeigler, combinación de mecanismos en tijera barras y cables, imagen de la patente 5.230.196 (Zeigler 1993)



Tsukomu Kokawa, primer propuesta para un arco desplegable formado por mecanismos en tijera y cables (Kokawa)

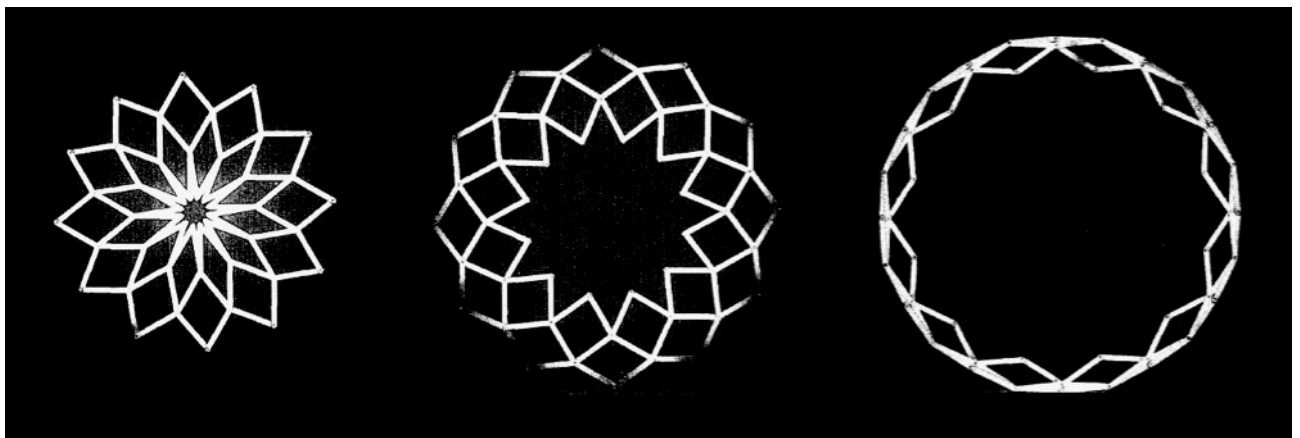
En 1996 You y Pellegrino publicaron el artículo titulado *Foldable Bar Structures* en el que estudiaron en detalle los haces de barras quebradas propuestos por Hoberman. Siguiendo unas reglas geométricas precisas, definieron estructuras de despliegue radial que se podían plegar completamente. Otros ejemplos de aplicación de los haces de barras quebradas son los polígonos y formas planas transformables (You 1996).

You y Pellegrino propusieron estructuras en forma de *Pandomo* o *Iris Dome*, en las que las tijeras se sustituían por dos tipos de barras: unas eran continuas y de directriz quebrada que iban del centro de la esfera al perímetro, las otras era barras biarticuladas que se disponían entre las barras quebradas. Mediante este procedimiento se lograban plegados más compactos y, principalmente, se posibilitaba la incorporación de piezas rígidas de cierre a las estructuras desplegables. Estos elementos de cierre se fijaban a las barras quebradas. You y Pellegrino analizaron la geometría de los elementos de cierre con un método iterativo que reduce progresivamente el solape entre planos de cierre.



Z. You y S. Pellegrino, anillo desplegable formado por tijeras y cables (You 1997)

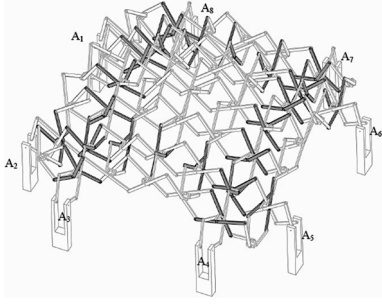
Mecanismos en tijera de directriz quebrada y barras continuas de directriz quebrada (You 1996)



En 2004 Ali El Smaili propuso una aplicación de tensegrities desplegables que se ha citado en el capítulo 3 (Smaili 2004). En su tesis doctoral desarrolló un análisis detallado de las diferentes formas de desplegado. Como se ha explicado anteriormente, la propuesta no utilizaba la desplegabilidad propia de las tensegrities, sino que la estructura se recogía en forma de planos que se recogen unos sobre otros.

Desplegable circular formada por tijeras de directriz quebrada (You 1996)

En 2010 Y. Akgün, C. J. Gantes, K. E. Kalochairetis, G. Kiper, publicaron la propuesta de incorporar grados de libertad adicionales a estructuras en tijera añadiendo articulaciones intermedias (Akgün 2010, 2011). Estas articulaciones liberan el movimiento de diferentes partes de la estructura para que se puedan mover con un grado de libertad mayor.



Estructura desplegable adaptable a diferentes configuraciones, formada por tijeras tridimensionales de cuatro barras con articulaciones intermedias (Akgün 2011)

Dispusieron accionadores en estas articulaciones adicionales, mediante los cuales se podía modificar la forma de la estructura. Propusieron la aplicación de esta idea a una estructura formada por tijeras tridimensionales de cuatro barras. La elección de este mecanismo está justificada por el alto grado de libertad que tienen sus combinaciones, lo que la convierte en la unidad desplegable más adecuada para esta aplicación. Es una de las pocas propuestas de tijeras tridimensionales desde las que hizo Pérez Piñero.

En 2010 Landolf Rhode Barbarigos propuso un puente tensegrity desplegable (Rhode 2010, 2012). Se trataba de una tensegrity en forma de *Hollow Rope*. El mecanismo de control del movimiento era muy complejo: la primera propuesta necesitaba 70 accionadores simultáneos. Se puede reducir el número de accionadores, pero a cambio de perder rigidez. Las sucesivas versiones que ha realizado salvan luces cada vez menores. Puede servir como ejemplo de las limitaciones de las tensegrities en su aplicación a estructuras portantes. Más adelante se explican las limitaciones y las complejidades de las tensegrities que se derivan de esta propuesta.

4.2 MECANISMOS DESPLEGABLES FORMADOS POR ELEMENTOS LINEALES

En las diferentes propuestas y realizaciones de estructuras desplegables estudiadas se ha podido identificar una serie de mecanismos básicos que se combinan para formar estructuras desplegables. Cada mecanismo confiere unas características específicas a las estructuras y condiciona las capacidades, posibilidades y limitaciones de cada sistema desplegable.

Es importante distinguir entre los sistemas estructurales y los mecanismos desplegables. Partiendo de diferentes mecanismos desplegables, se puede llegar a tipologías similares o, a la inversa, con un mismo mecanismo se pueden lograr diferentes tipos de estructura. A continuación se realizará una explicación de los principales mecanismos y sus características principales.

En algunos casos, los mecanismos desplegables y las tipologías estructurales que forman, están directamente relacionadas entre sí, mientras que en otros, son independientes. Tomando como ejemplo obras ya explicadas, una mecanismo estructural que también lo es de desplegado es el de la cubierta de las piscinas de San Pablo. En esta obra, tanto la sección estructural, como la forma de la cubierta, son resultado del mecanismo en forma de tijera. Por el contrario, en las tensegrities que propone Ali El Smaili, el mecanismo desplegable es independiente de la forma estructural. Es una malla tensegrity de doble capa, pero el plegado se realiza aprovechando la deformabilidad de la malla cuadrangular, sin modificar el tensado de la estructura.

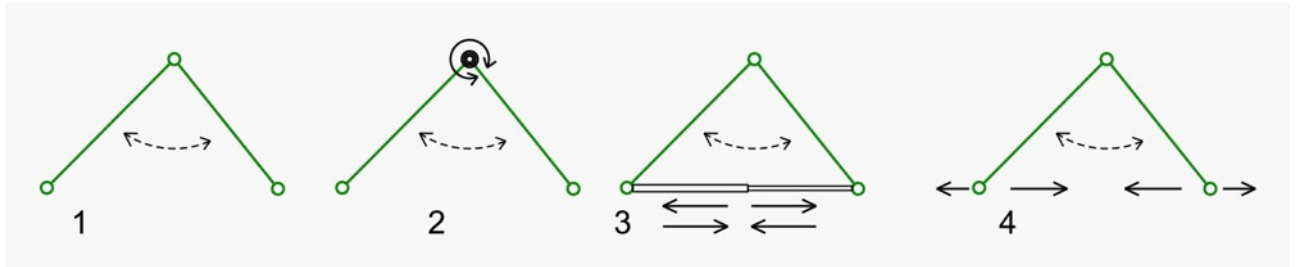
El objetivo de este apartado es analizar los mecanismos básicos con los que se pueden hacer estructuras desplegables y valorar su idoneidad para el objetivo propuesto. También se explicará la respuesta que dan a los principales requerimientos que surgen en el ámbito de las estructuras desplegables, como son: la compatibilidad de movimientos, las discretizaciones o los diferentes procesos de desplegado.

4.2.1 BARRAS BIARTICULADAS

▪ Barras articuladas en sus extremos

El mecanismo desplegable más sencillo es el formado por dos barras unidas mediante una articulación. Este mecanismo se puede accionar mediante fuerzas aplicadas en los extremos libres o mediante momentos aplicados en la articulación. Como se ha justificado anteriormente, el sistema de accionamiento que se estudiará en este trabajo es el de tensores, por lo que no se estudiará el accionamiento mediante otros sistemas.

Mecanismos de dos barras.
 1 mecanismo
 2 accionamiento en la articulación
 3 accionamiento neumático
 4 accionamiento mediante tensores



Los tensores deben poder accionar el movimiento en dos direcciones, tanto para desplegar, como para plegar la estructura o, por lo menos, para limitar el movimiento en una de ellas y accionarlo en la otra. Si no hay un tensado exterior a la estructura, el accionamiento mediante tensores de dos barras articuladas sólo puede mover las barras en una dirección. Para poder hacer mecanismos estables con barras articuladas y tensores es necesario tener mecanismos más complejos, que sean capaces de generar el movimiento en dos sentidos opuestos.

▪ Marcos arriostrados

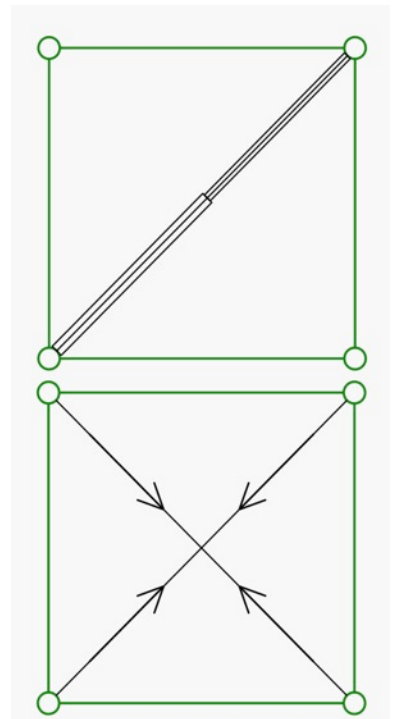
Para que una estructura de barras articuladas sea estáticamente determinada tiene que cumplir la siguiente relación, Siendo n el número de articulaciones y b el número de barras:

$$b = 2n - 3 \text{ (estructuras planas)}$$

$$b = 3n - 6 \text{ (estructuras tridimensionales)}$$

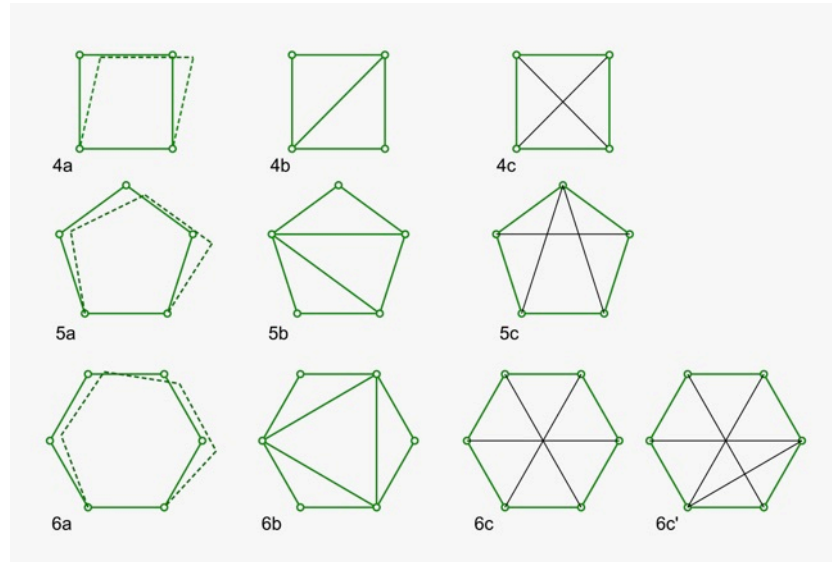
Como es bien conocido, esta condición es necesaria, pero no suficiente, ya que, aunque cumpla esta ecuación, una estructura puede ser hiperestática en una parte y un mecanismo en otra.

Los polígonos de más de tres caras formados por barras articuladas son deformables. Aprovechando esta propiedad, se pueden hacer mecanismos desplegables. El grado de libertad del mecanismo es proporcional al número de lados del polígono.



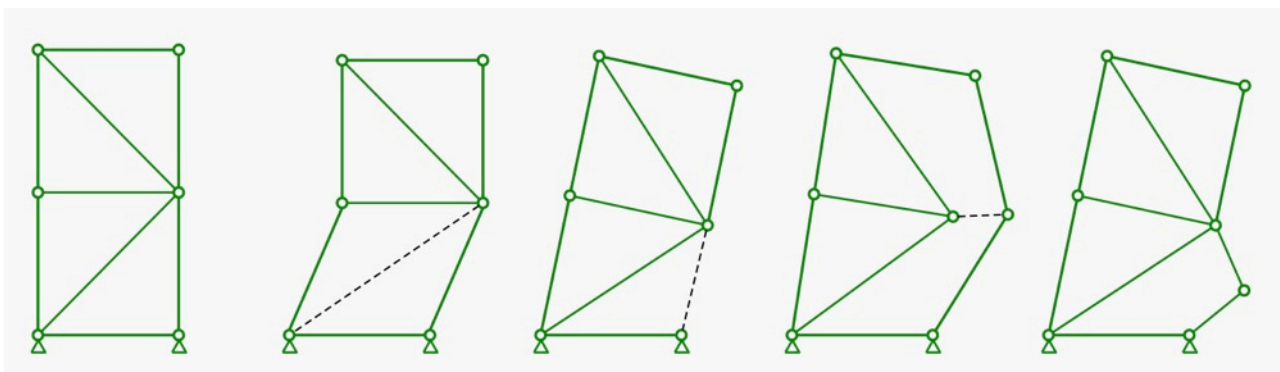
Marco arriostrado con accionamiento de doble dirección y con tensores cruzados

Un modo sencillo de calcular el grado de libertad es probar cuántas barras hay que incorporar para convertirlo en una estructura estable. De este modo, se puede deducir que un cuadrado tiene un grado de libertad de mecanismo, un pentágono 2 grados un hexágono 3, etc. Como los tensores sólo trabajan en una dirección, en muchos casos es necesario poner un número de tensores mayor que el grado de libertad del marco. Por ejemplo, el marco de cuatro barras necesita dos tensores y el de cinco tres. Sin embargo, el de seis barras de la misma longitud se puede accionar con tres tensores que pasan por el centro. Si las barras del hexágono tienen longitudes diferentes, es necesario poner cuatro tensores.



Polígonos deformables (a), estabilizados mediante la incorporación de barras (b) estabilizados mediante la incorporación de cables (c), el hexágono regular (6c) es estable con tres cables mientras que el irregular (6c') necesita cuatro

Si se parte de una estructura isostática y se añaden grados de libertad, se convertirá en un mecanismo, con lo que se pueden definir estructuras desplegadas. Estos grados de libertad se pueden lograr eliminando barras, añadiendo grados de libertad a las articulaciones (articulaciones deslizantes), añadiendo articulaciones intermedias en barras o desdoblando nudos.



Sistemas de generar mecanismos a partir de un entramado estable, eliminando barras, desdoblando nudos o incorporando articulaciones intermedias en barras

En los casos en los que se incorporen articulaciones intermedias en algunas barras, las estructuras se pueden fijar haciendo que esos nudos sean bloqueables. Este sistema es independiente del sistema de accionamiento. Las estructuras se puede desplegar hasta que las barras estén alineadas y en esa situación se bloquean las articulaciones.

Es un tipo de mecanismo que puede ser sencillo de ejecutar y, además, tiene la ventaja de que el nudo bloqueado no está especialmente solicitado. Si se aplica en estructuras articuladas y las barras están alineadas en su estado final, sólo soportan esfuerzos axiales. Como consecuencia de ello, el nudo intermedio bloqueado no necesita tener una gran rigidez. Es suficiente con que soporte las flexiones debidas a la excentricidad y tenga la rigidez necesaria para evitar el pandeo. Otra opción para fijar una articulación intermedia es no alinear las barras y colocar algún dispositivo como tensores o barras telescópicas que supongan un soporte transversal que equilibre el nudo, pero en estos casos no es necesario bloquearlo, por lo que estamos ante otro tipo de sistema.

D. H. Vaughman, entramado desplegable con articulaciones bloqueables, ilustraciones de la patente "Expandable Truss Structure" (Vaughman 1974)

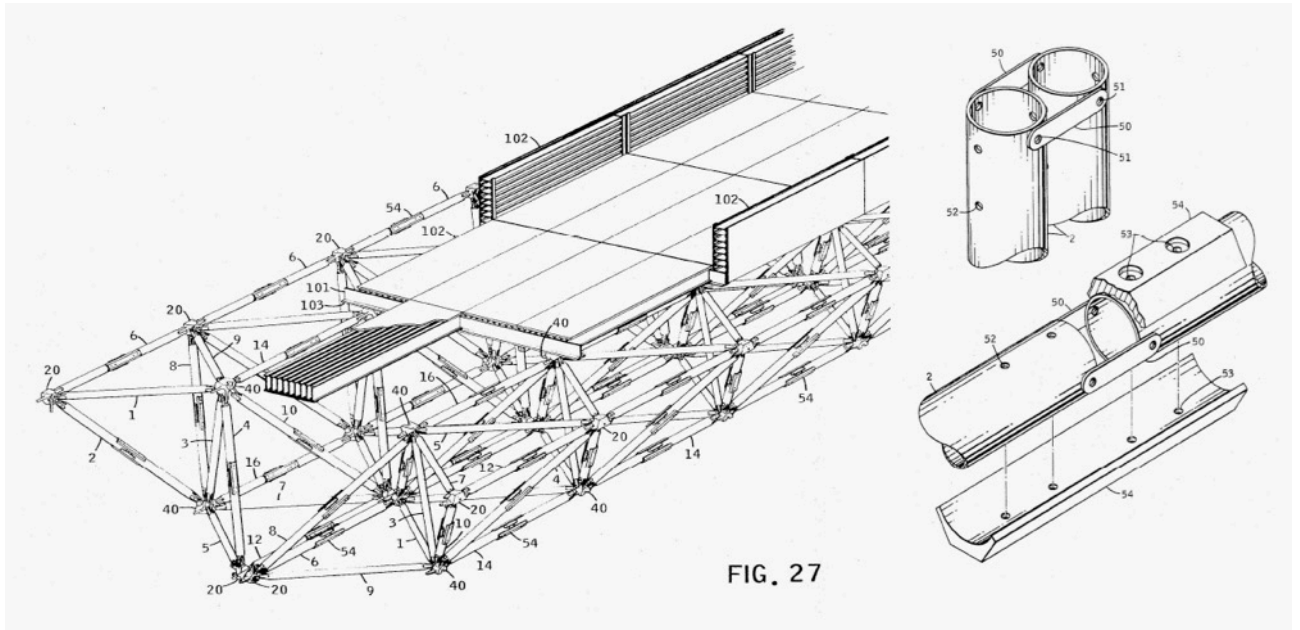
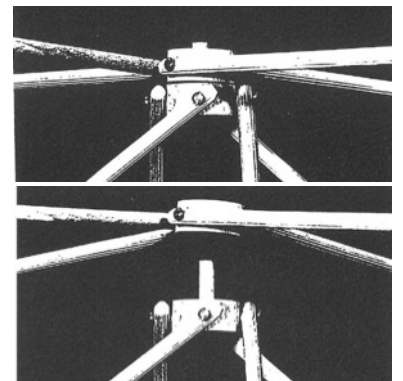


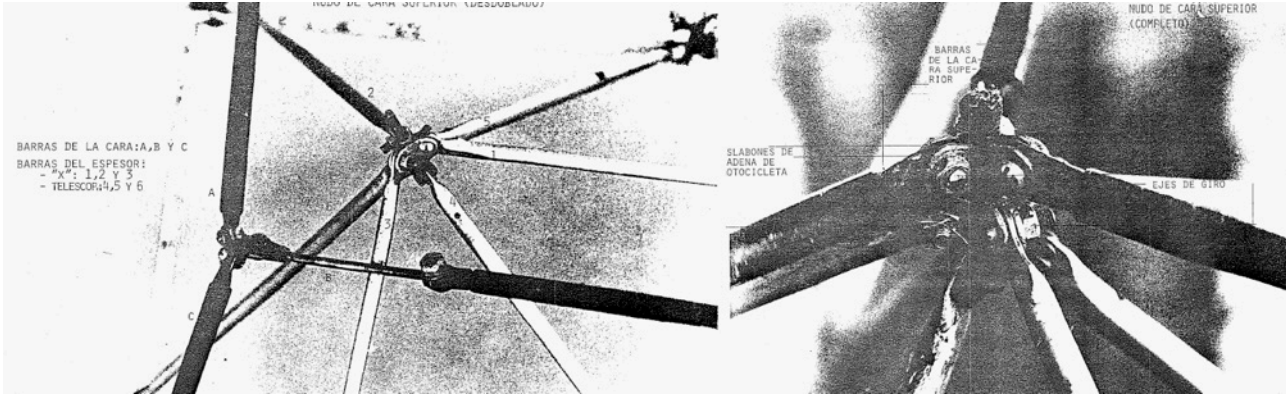
FIG. 27

Otro de los mecanismos que tiene especial interés es el que se genera añadiendo un grado de libertad a algunas articulaciones. Se puede realizar permitiendo el deslizamiento de una barra en un nudo, o desdoblado un nudo en dos, tal como propusieron Calatrava o Piñero. Se puede accionar el desplegado si se coloca una barras que haga de sistema de accionamiento entre las dos partes desdobladas del nudo, lo que tiene la ventaja añadida de poder controlar la estructura durante el movimiento y de ser estructuras estables durante el proceso de desplegado (Calatrava 1980). Pérez Piñero propuso un sistema similar en el *Módulo Desplegable Automático*.

En la Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces, Piñero empleó el sistema de nudos disociados, pero sin ninguna barra dispuesta entre las dos partes del nudo. Para mejorar la rigidez de las tijeras tridimensionales, añadió barras biarticuladas adicionales que, en la estructura desplegada, quedaban en la capa exterior de malla, con sus dos extremos unidos a las tijeras. Para que la estructura pueda plegarse, uno de los lados de estas barras adicionales se tiene que separar de las tijeras, de manera que el nudo se desdobra en dos.



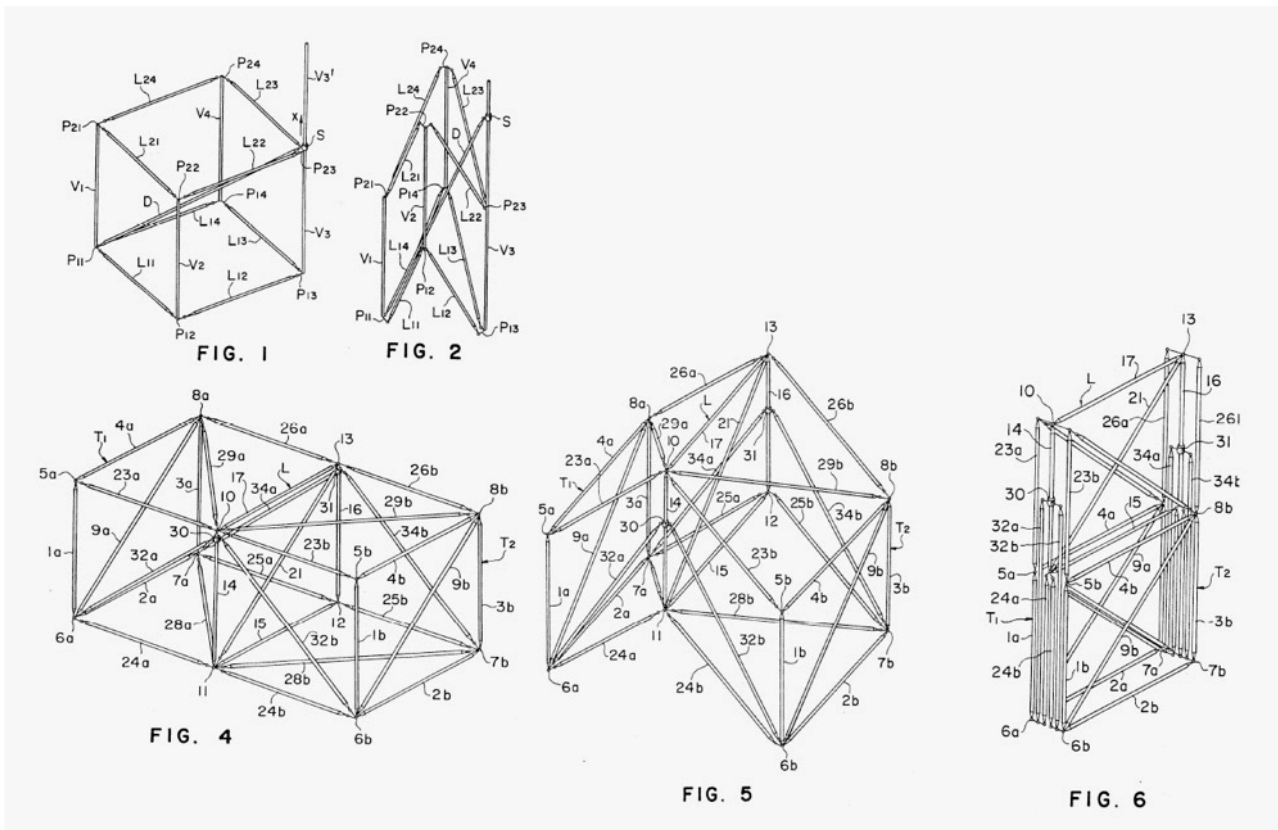
S. Calatrava, nudo desdoblado (Calatrava 1980)



E. Pérez Piñero, *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces*, nudo exterior desdoblado y unido (Puertas 1989)

▪ **Desplegables tridimensionales de barras biarticuladas**

Los mismos sistemas para generar mecanismos se pueden aplicar a estructuras tridimensionales, pero se generan mecanismos de mayor complejidad. Los ejemplos analizados utilizan geometrías sencillas y simetrías para no complicar excesivamente el desplegado. En muchos casos son entramados deformables con barras telescópicas o con nudos deslizantes (Onoda 1991).



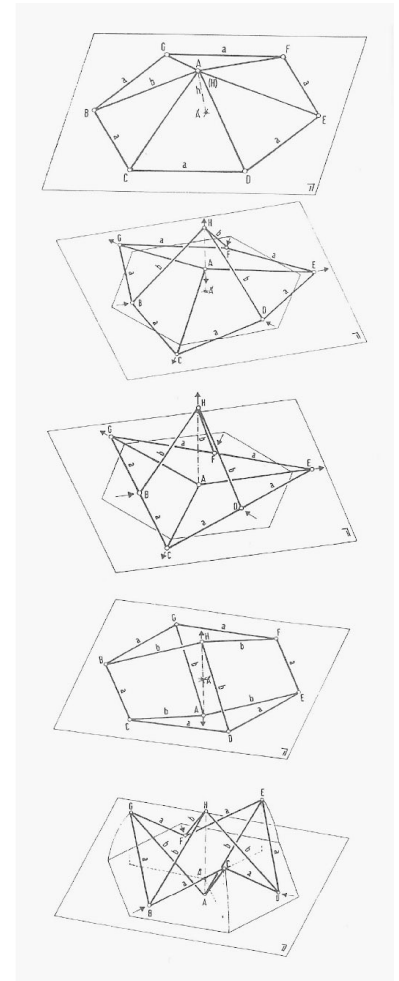
Junjiro Onoda y Kiyoshi Takamatsu. *Entramado desplegable*, patente US 5.040.329 (Onoda 1991)

Una propuesta considerablemente más compleja es la desarrollada por Santiago Calatrava en su tesis doctoral (Calatrava 1980). En esa tesis, se analiza la plegabilidad de los entramados tridimensionales de barras. El mecanismo de plegado principal que aplica es el desdoblamiento de nudos que se ha citado en el punto anterior. El proceso parte de entramados formados por elementos piramidales de número de lados par.

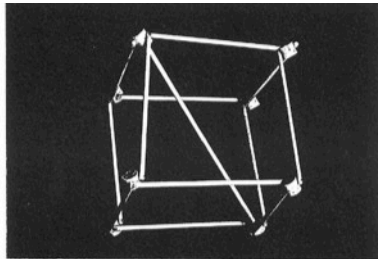
El nudo situado en el vértice de las pirámides se divide en dos partes, cada una de las cuales une barras radiales alternas. El poliedro se pliega mediante un doble movimiento. Primero se desplaza en una dirección, hasta que uno de los vértices y las barras que une sean coplanarias. En un segundo movimiento, las barras perimetrales se recogen en forma de acordeón. De este modo, la pirámide se puede recoger en un paquete lineal compacto. Calatrava propone que haya un estado intermedio en el que todas las barras sean coplanarias, pero ese paso no es obligatorio, ya que se puede plegar sin pasar por ese estado. (En la ilustración de la derecha se explica en proceso mediante cinco estados. El coplanario es el cuarto dibujo. Se puede pasar del tercero al último sin tener que pasar necesariamente por el cuarto).

En algunos casos, Calatrava incorpora barras deslizantes entre las dos partes del nudo desplegado, de manera que se puede accionar y controlar el desplegado. Estos entramados tienen una gran compacidad y una forma de erizo característica. Recuerdan a algunos desplegables de Hoberman, pero el sistema empleado es diferente.

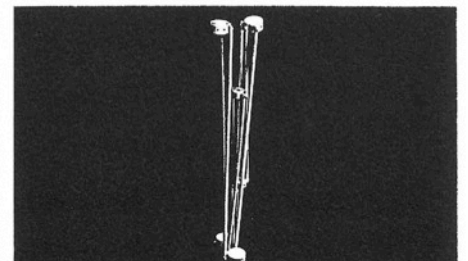
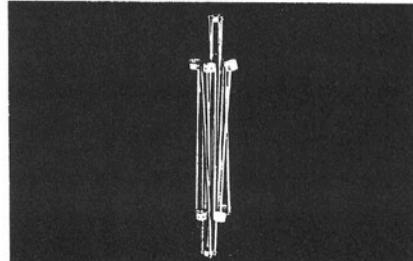
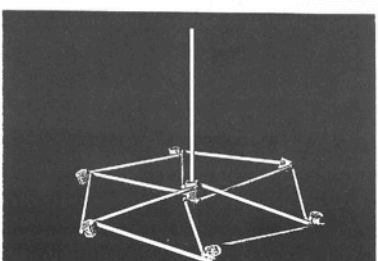
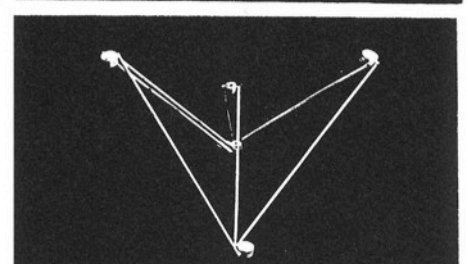
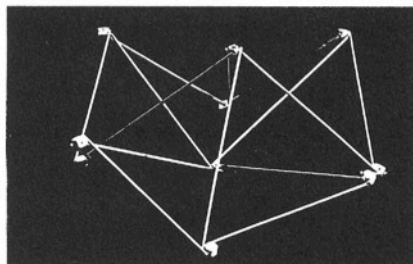
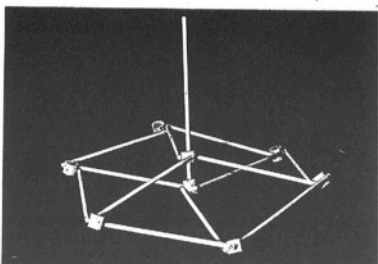
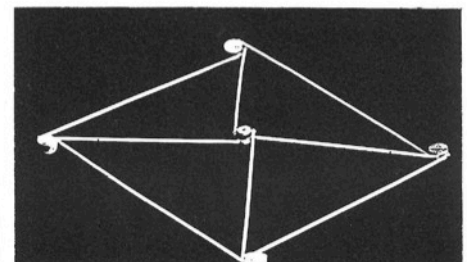
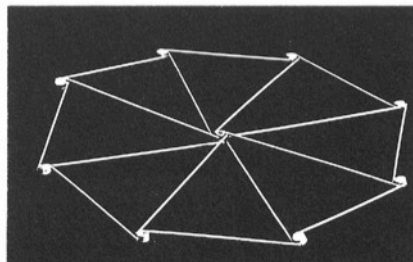
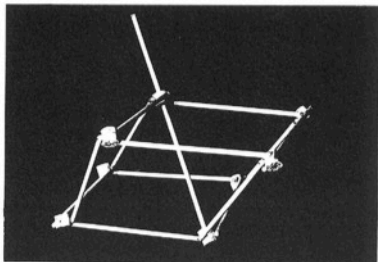
En esta tesis no se trata del sistema de accionado, el cual debe ser muy complejo, ya que los movimientos de un mismo nudo tienen sentidos opuestos en un mismo proceso.

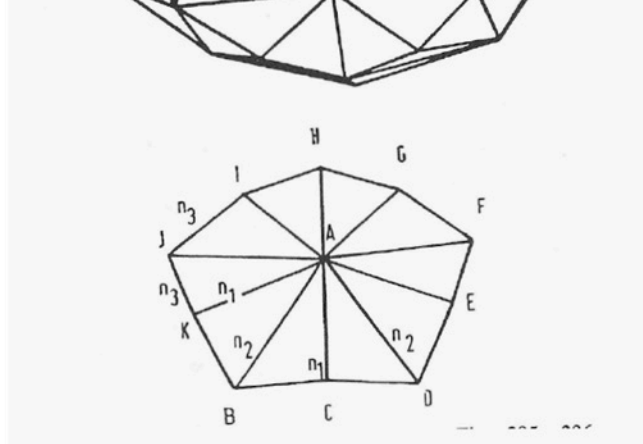
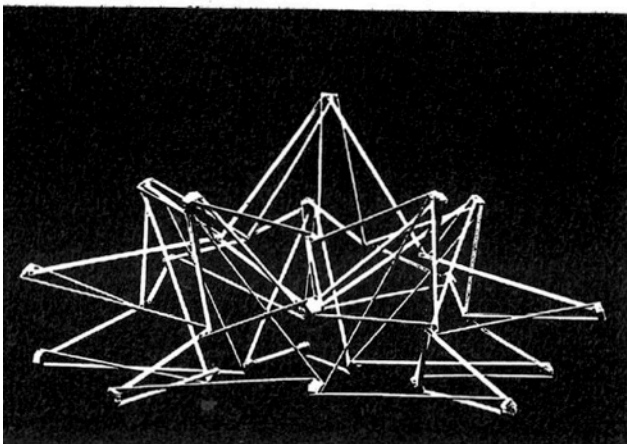
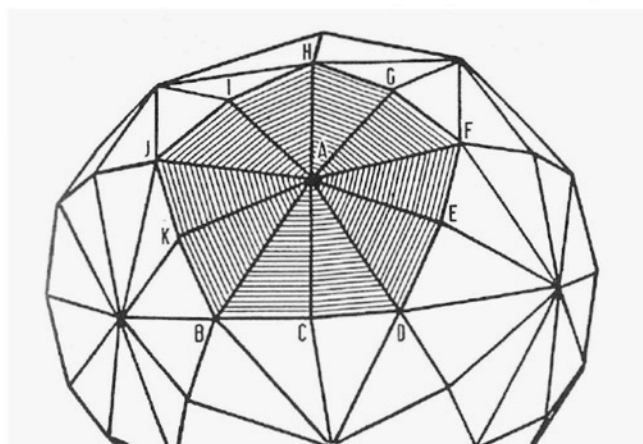
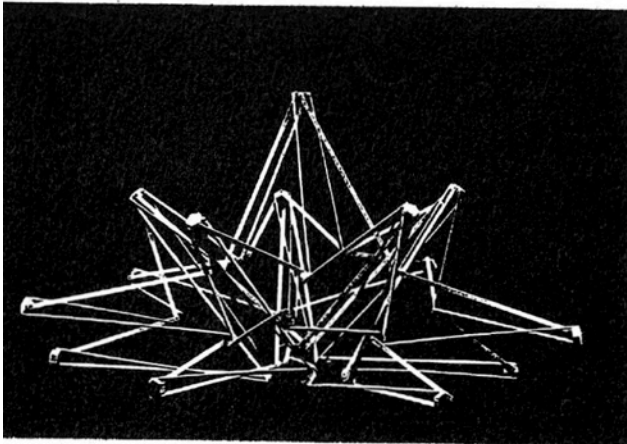
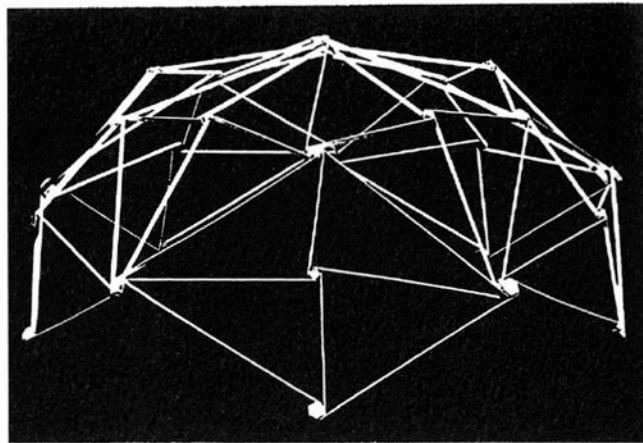
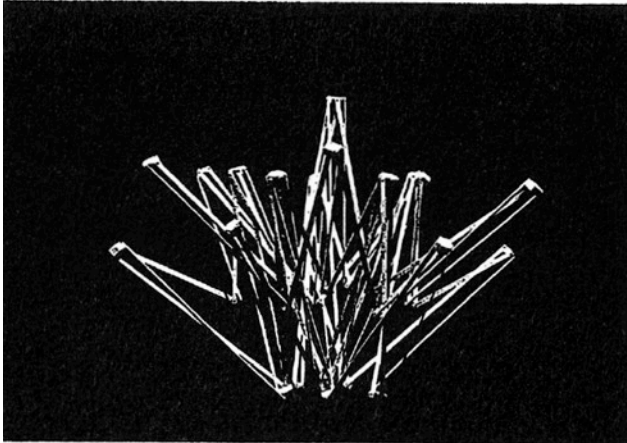
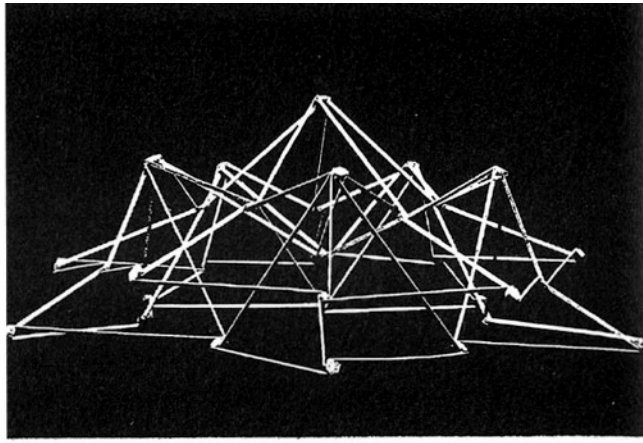
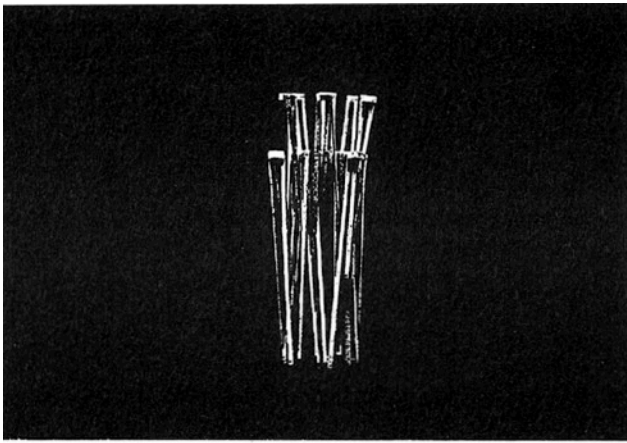


Proceso de plegado de un elemento piramidal en dos movimientos (Calatrava 1980)

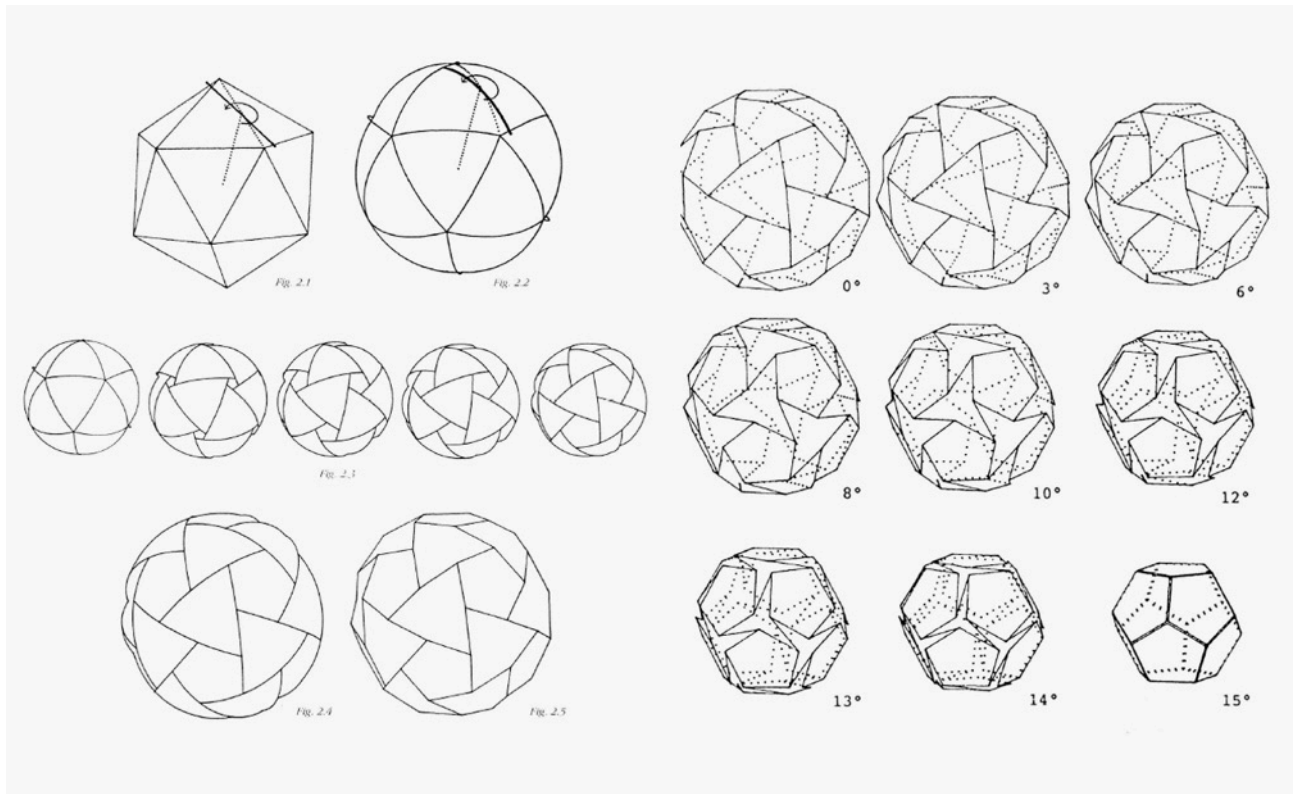


Santiago Calatrava, plegado de entramados. Columna de la izquierda, paso de un exaedro a un hexágono, columna dos plegado de un hexágono, derecha plegado de un cuadrado (Calatrava 1980)





S. Calatrava, ejemplo de plegado de una arista de un dodecaedro triangulado (Calatrava 1980)



Sánchez Cuenca ha propuesto otro sistema de generar estructuras plegables tridimensionales que llama *viredros*. Parte de figuras poliédricas y propone una transformación que genera mecanismos desplegables formados por barras articuladas. Consiste en desdoblarse cada vértice del poliedro en un polígono de tantos vértices como barras llegan a él. Lo realiza girando las aristas respecto a su centro. De este modo cada vértice del poliedro se transforma en un polígono.

Lo que eran las caras del poliedro original son elementos rígidos y los polígonos surgidos de la descomposición del nudo están formados por barras articuladas que se pueden plegar. Los mecanismos generados de este modo experimentan una transformación entre dos figuras, una compacta y otra expandida. Este movimiento supone una variación de volumen pero el grado de plegabilidad es bajo.

Luis Sánchez Cuenca, *viredro* a partir de un icosaedro, izquierda generación de la geometría, derecha diferentes estados del movimiento (Sánchez-Cuenca 1994)

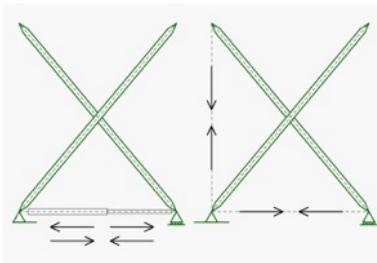
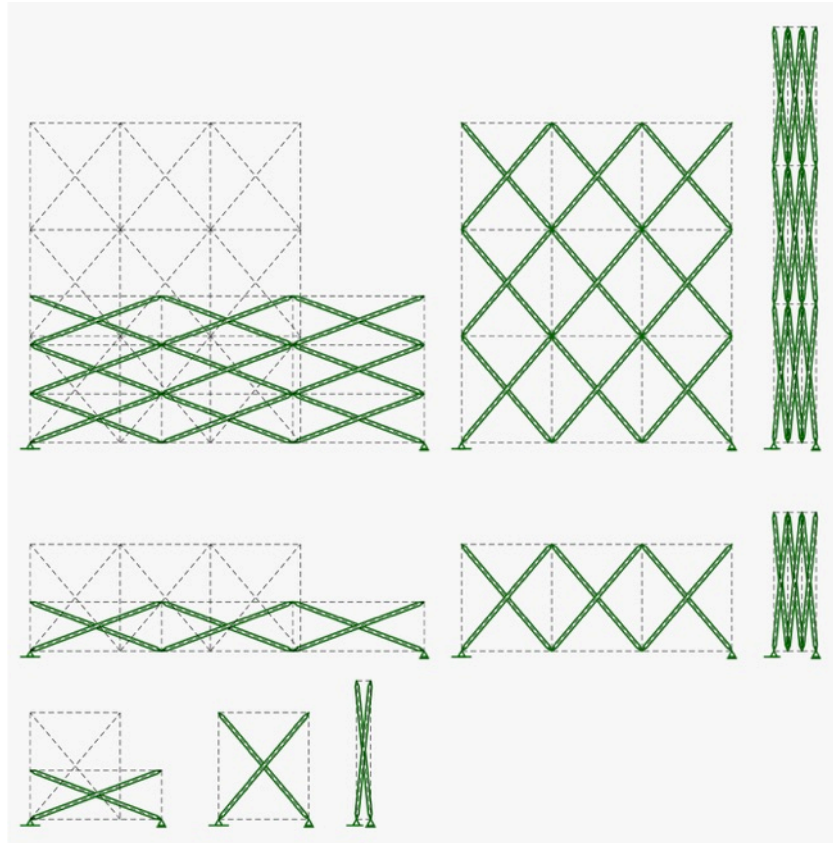
4.2.2 COMBINACIONES DE BARRAS CON ARTICULACIONES INTERMEDIAS. PANTÓGRAFOS O TIJERAS

▪ Mecanismo en forma de tijera

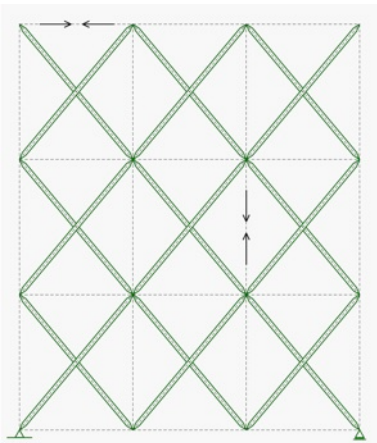
Aunque el mecanismo más sencillo es el de dos barras biarticuladas unidas por un extremo, se ha visto que para generar mecanismos desplegables accionados por tensores, hacen falta configuraciones más complejas, como mínimo de cuatro barras. En el campo de las propuestas teóricas hay una gran variedad de tipos de mecanismos, pero entre los que se han llegado a aplicar a escala de edificios, el más utilizado es el mecanismo en forma de tijera. Pérez Piñero utilizó tijeras tridimensionales en la mayoría de sus diseños, casi todas las propuestas posteriores han utilizado tijeras planas, como las de Zeigler, Gantes o Escrig, entre otros.

El mecanismo en forma de tijera plana está formado por dos barras cruzadas unidas mediante una articulación de modo que el nudo transmite fuerzas de una barra a otra, pero no momentos flectores, por lo que el giro relativo de las dos barras es libre. Cada barra es continua a través del punto de cruce y sus extremos forman un cuadrilátero. Esta unidad desplegable tiene un grado de libertad.

Mecanismos en tijera.
Mecanismo simple, combinación lineal y combinación superficial



Accionadores de tijera, izquierda trabajo en dos sentidos, derecha accionamiento mediante tensado en dos direcciones

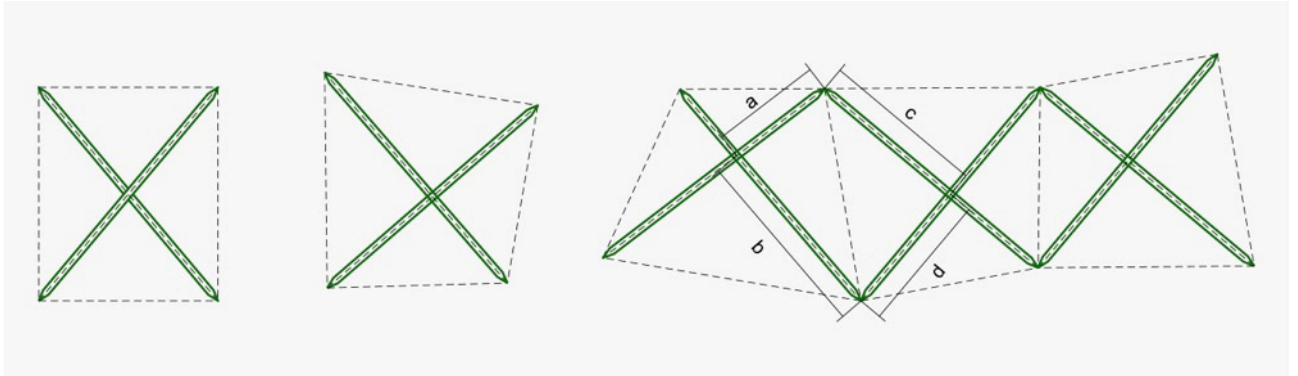


Ejemplo de disposición de tensores accionadores en una combinación superficial da tijeras

Accionando dos extremos de la tijera se controla todo el movimiento. Si se enlazan varios mecanismos de tijera uniendo sus extremos libres, los movimientos de todas las tijeras unidas son solidarios y el grado de libertad 1 se mantiene. El conjunto se puede transformar con un solo accionamiento. El sistema accionador puede estar colocado entre cualquier par de nudos no alineados con barras. Pueden ser extremos o puntos intermedios del conjunto. Si el sistema accionador es de dos direcciones, es decir, si es capaz de acortar o alargar la distancia entre dos puntos, se puede desplegar una serie de tijeras enlazadas con un solo accionador. Para moverlo mediante tirantes tensados son necesarios dos tensores. Éstos se deben disponer en direcciones cruzadas. Uno de ellos tiende a abrir el mecanismo y el otro a cerrarlo.

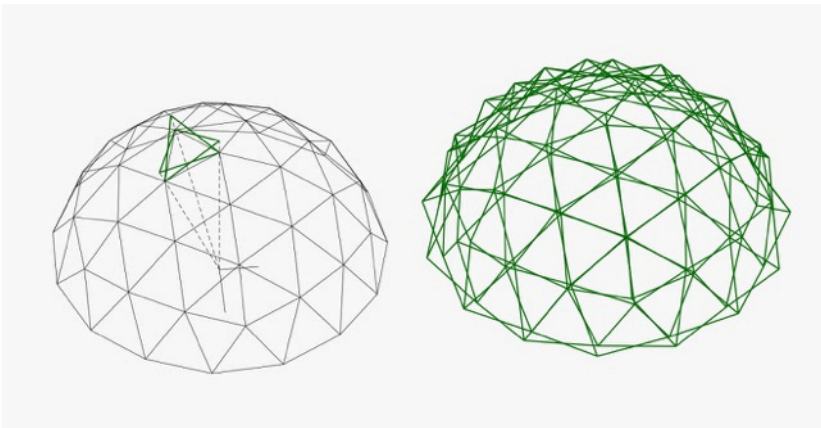
Si las longitudes de las barras son iguales y las articulaciones se sitúan en el punto medio de las barras, la figura que define la tijera será un rectángulo y las combinaciones de tijeras formarán estructuras rectas. Si la articulación intermedia no está centrada, la forma que genera la tijera será un trapecio y las combinaciones de tijeras formarán estructuras no rectas. De este modo se pueden generar estructuras en forma de arco, formas curvas irregulares o secciones variables.

Los mecanismos en tijera tienen un grado de plegabilidad muy alto. Para poder plegarse completamente, la suma de longitudes entre la articulación intermedia y los nudos libres de cada una de las tijeras enfrentadas debe ser igual. Según las longitudes indicadas en la siguiente ilustración, se debe cumplir la relación: $a+b=c+d$. Si no se cumple esta relación una de las tijeras no se podrá plegar completamente.



La tijera plana es un mecanismo de gran versatilidad. Gracias a su sencillez se puede aplicar a una gran variedad de formas y discretizaciones. Se puede definir una estructura desplegable a partir de una discretización de una superficie en líneas rectas, mediante el procedimiento de sustituir estas líneas por tijeras planas. Si se cumple una serie de condiciones que hagan compatible el movimiento, la estructura generada de este modo será desplegable.

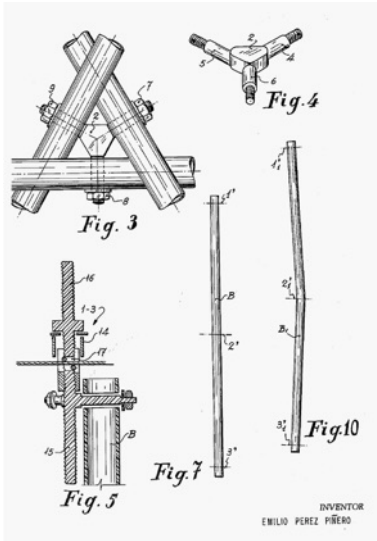
Tijera de brazos iguales, de brazos irregulares y combinación de tres tijeras de brazos irregulares.



Estructura desplegable de mecanismos en tijera generada a partir de una discretización geodésica de frecuencia 3

La compatibilidad de movimiento es uno de los problemas más complejos de este tipo de estructuras. Algunas combinaciones de mecanismos y discretizaciones son compatibles y otras no lo son. En el capítulo 7 se tratará de las condiciones de compatibilidad para los diferentes tipos de mecanismos y combinaciones.

Tanto en combinaciones planas como en tridimensionales, si los mecanismos en tijera se disponen correctamente, todo el conjunto mantiene el grado de libertad del mecanismo básico. El movimiento de cada una de las tijeras está ligado a las otras y toda la estructura se despliega de manera sincronizada. Se ha señalado anteriormente que esto puede suponer una ventaja o un inconveniente. Como se analizará más adelante al tratar de los procesos de despliegado, el grado de libertad limitado facilita el control de la forma, pero es más exigente en cuanto a medios de manejo de la estructura.



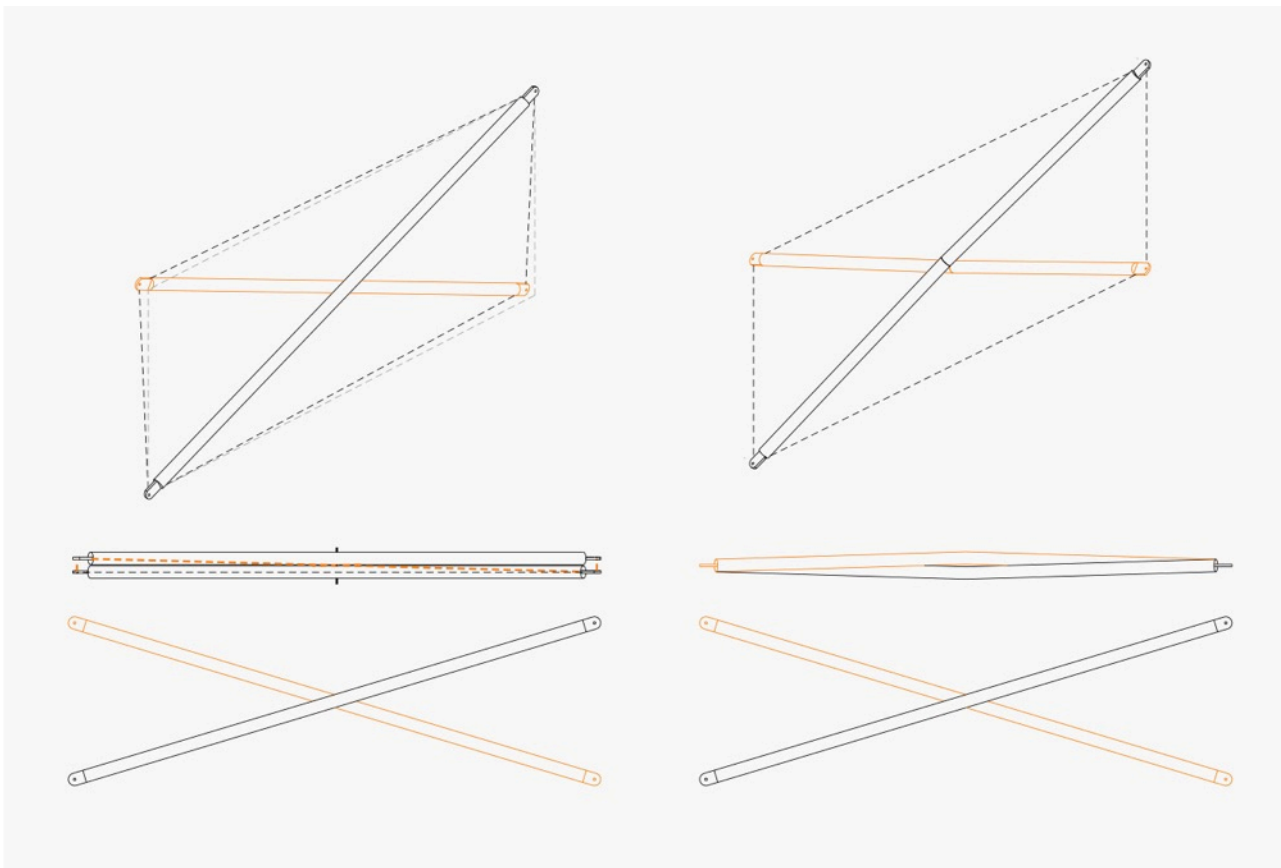
E. Pérez Piñero, imagen de la patente US3.185.164 (Pérez Piñero 1961)

El cruce de las barras provoca excentricidades en las barras. En la tijera más sencilla, la de dos barras rectas, los ejes de las barras se tienen que desplazar, como mínimo medio diámetro para que las barras se puedan cruzar. Esto provoca una excentricidad de cargas que producen momentos flectores de cuantía no despreciable. En el capítulo 6 se cuantificarán los valores de estos esfuerzos para diferentes tipos de nudos.

Se puede evitar esta excentricidad de diferentes formas. Una de ellas es mantener las dos barras en un mismo plano y salvar el cruce entre las barras desdoblado una de ellas en la parte media, de modo que deje un hueco por el que pase la otra barra, pero esto reduce la plegabilidad. Otra opción es duplicar una de las barras, de modo que se evitan las excentricidades de esfuerzos, pero aumenta el número de barras y complica los nudos de los extremos de las tijeras, especialmente en los casos en los que las tijeras se disponen en mallas tridimensionales.

Otro sistema para evitar esta excentricidad es la propuesta por Piñero en varias patentes (Pérez Piñero 1961). Consiste en hacer barras de directriz quebrada en el plano perpendicular al de la tijera. No hay que confundir esta solución con las barras de directriz quebrada propuestas por Hoberman. En las obras de Hoberman, el cambio de directriz de las barras se realiza en el del plano de la tijera. En la solución de barras quebradas de Piñero, éstas se pliegan en un plano perpendicular al de la tijera. A primera vista puede parecer que quebrar las barras generará esfuerzos residuales de flexión, pero en realidad no es así. Las diferentes barras se unen en una articulación central, con lo que se produce un esfuerzo perpendicular al plano de la tijera que equilibra el cambio de dirección del esfuerzo transmitido y evita la flexión. Con esta solución se logra una tijera que tiene sus cuatro extremos en un plano, pero esta solución tiene la desventaja de que limita la plegabilidad del mecanismo.

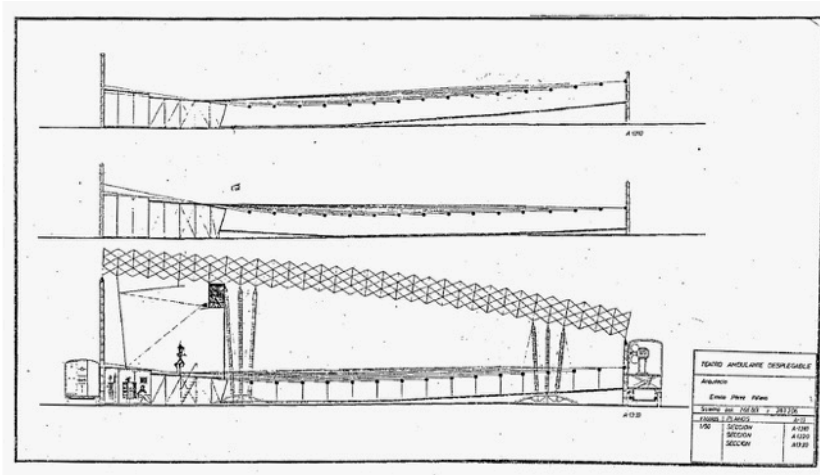
Cruces de barras, izquierda barras rectas, derecha barras de directriz quebrada



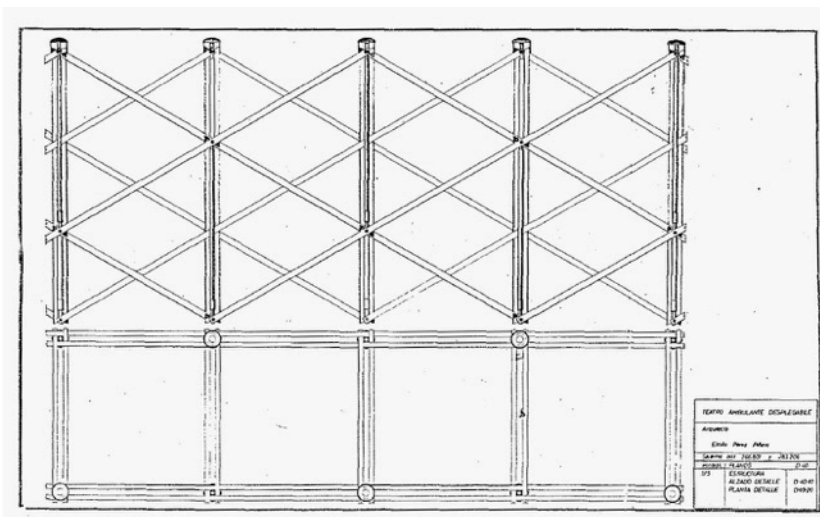
Las tijeras planas tienen una capacidad mecánica muy limitada. En los extremos de las tijeras el canto efectivo es igual a la apertura de la tijera, pero en el punto medio, las barras se cruzan, por lo que la distancia entre sus ejes en el plano de la tijera es nula. La capacidad mecánica de la tijera en esa sección es la suma de las capacidades de las dos barras. Es un valor de orden mucho menor que el de las estructuras en entramado. En el capítulo 8 se tratará de la eficiencia estructural de las tijeras tanto frente a esfuerzos de flexión como de compresión.

▪ Tijeras dobles y múltiples

Pérez Piñero propuso diferentes soluciones para mejorar la capacidad mecánica de las tijeras. Una de las mejoras de la limitada rigidez en el punto medio de las tijeras, consistía en prolongar las barras de manera que hubiera más puntos de cruce entre ellas y hacer tijeras con varias articulaciones intermedias, que hemos denominado como *tijeras dobles* o *tijeras múltiples*. Con esta solución se consigue que en todas las secciones de la estructura haya un brazo mecánico, por lo que se evitan los puntos medios sin canto efectivo de las tijeras simples. Es una solución a medio camino entre las tijeras sencillas y las mallas planas, con la diferencia que las mallas suelen emplearse en posición paralela a la superficie de la estructura y las tijeras múltiples se disponen en planos perpendiculares a ella.



E. Pérez Piñero, *Teatro Ambulante Desplegable* 1963, Sección general (Puertas 1989)



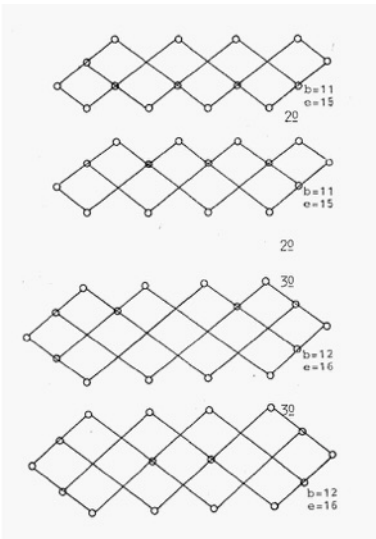
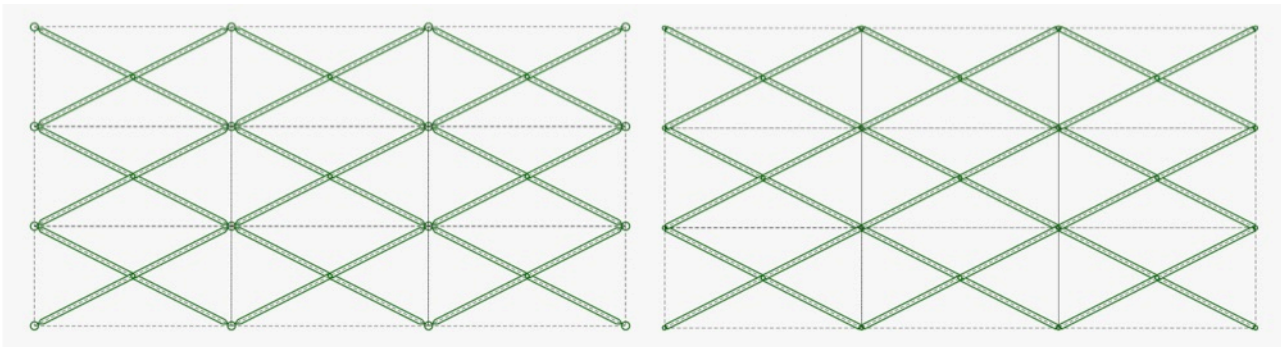
E. Pérez Piñero, *Teatro Ambulante Desplegable* 1963, mecanismo desplegable de tijeras múltiples (Puertas 1989)

Pérez Piñero propuso este sistema en la *Cúpula Reticular Transportable y Desplegable desde un Helicóptero* y en el *Teatro Ambulante Desplegable*, pero no lo desarrolló en proyectos posteriores. Algunos motivos para no utilizarlo pueden ser el elevado número de articulaciones que suponen, la imposibilidad de separarlo en tijeras independientes o, simplemente, que se puede lograr una rigidez similar mediante combinaciones más sencillas.

Piñero desarrolló otros sistemas para solucionar el problema de la falta de rigidez de las tijeras, como disponer cables entre los extremos de las barras, colocar barras de arriostramientos después del desplegado o incorporar una segunda capa de barras articuladas que, en la situación desplegada, quedaban en la superficie exterior de la estructura.

Si se unen mecanismos en tijera en dos direcciones, se mantiene el grado de libertad 1 del conjunto. Cuando se mueven los mecanismos, se tiene que hacer de manera conjunta y no hay un giro relativo entre barras alineadas. Por lo tanto, si se sustituyen las barras alineadas por barras continuas, el mecanismo no modifica su grado de libertad. Aumenta el grado de hiperestaticidad de la estructura, pero no altera el grado de libertad de mecanismo ni la plegabilidad.

Combinación superficial de tijeras (izda.) y malla plana con barras continuas (dcha.)



Ejemplos de tijeras múltiples con número de enlaces mínimo para mantener un grado de libertad de mecanismo del conjunto (Puertas 1989)

En una malla formada por barras continuas, no es necesario que haya uniones en todos los cruces de barras. En algunos puntos, las barras se pueden cruzar sin que haya ninguna ligazón entre ellas. El número de articulaciones necesario se puede calcular mediante la siguiente ecuación (puertas 1989):

$$G = 3(b - e - 1) + \sum_1^e 1_i$$

Siendo:

- G Grados de libertad del mecanismo.
- b n° de barras (elementos).
- e n° de enlaces entre barras (1 o varios por nudos).
- 1_i grados de libertad *i* que se permiten en el enlace

De este modo, se puede calcular el mínimo de articulaciones necesarias para que el mecanismo mantenga el grado de libertad 1, aunque, si se colocan más articulaciones, no se restringe esta libertad.

▪ **Posición del mecanismo respecto a la superficie de la estructura**

En el capítulo 2 se ha distinguido entre dos tipos de estructuras desplegables de tijeras, en función de la posición del mecanismo respecto a la superficie que generan. En algunos casos, las tijeras están en la superficie y se mantienen en ella durante todo el proceso. En otros, se colocan en un plano no contenido en la superficie, generalmente perpendicular a ésta.

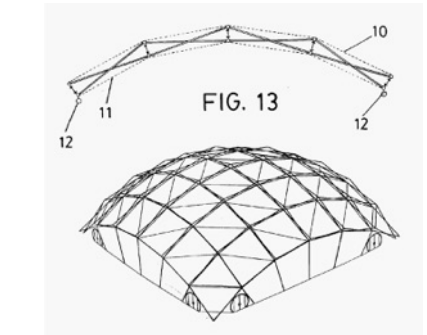
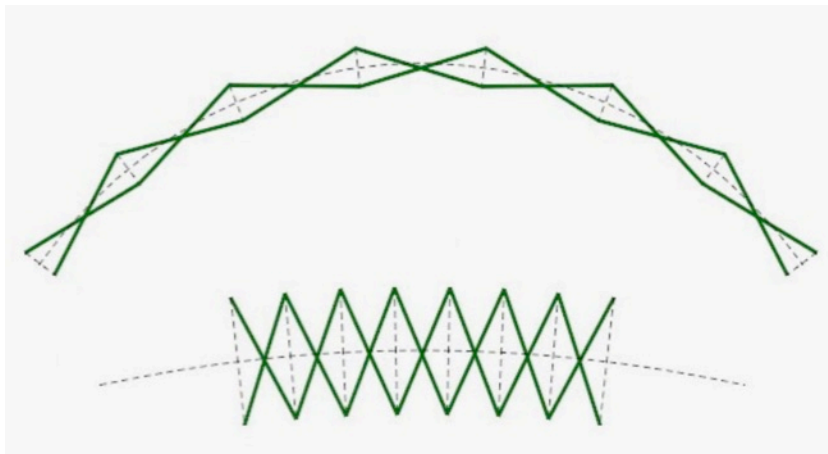
Cuando se colocan de manera perpendicular a la superficie, el mecanismo de tijera proporciona un canto efectivo a las estructura. La capacidad mecánica de la superficie está directamente relacionada con el movimiento del mecanismo. La sección varía de canto y, por lo tanto, cambia la rigidez de la superficie estructural. Aunque la inercia del mecanismo varía cuando la estructura se despliega, tiene una limitación de rigidez en el punto de cruce de la barras, tal como se ha indicado anteriormente. Si las tijeras se disponen sin ningún elemento de refuerzo, en el punto de cruce, la rigidez frente a esfuerzos de flexión es mucho menor que la que tendría una estructura de entramado formada por los mismos elementos. Por lo tanto, la capacidad de generar una sección efectiva perpendicular a la superficie, combinando únicamente tijeras simples, es limitada. Como se verá en el capítulo 8, ésta no es la única limitación mecánica de las tijeras, en el esfuerzo a compresión el comportamiento también presentan limitaciones importantes.

En las tijeras que se despliegan en la superficie de la estructura, la capacidad mecánica es independiente del movimiento del mecanismo de desplegado. La resistencia es la propia del elemento en tijera, que es un elemento rígido en el plano perpendicular al de su mecanismo. Esta solución se aplica habitualmente para construir estructuras en las que la rigidez se logra gracias a la geometría de la superficie.

▪ **Tijeras con eje de giro desplazado. Barras quebradas o de sección variable**

Los mecanismos en tijera con la articulación centrada definen paralelepípedos. Mediante el desplegado se modifica las dimensiones de los lados, pero éstos se mantienen paralelos en todas las posiciones. Cuando la articulación intermedia no está centrada, la figura que se genera es un trapecio. Cuando se modifica el ángulo entre las barras, no sólo cambian las dimensiones de los lados del trapecio, sino que también cambia el ángulo que forman sus lados.

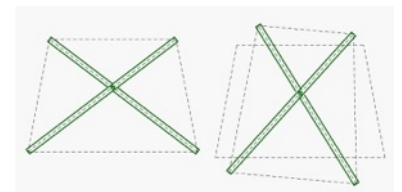
Si se realiza una estructura curva con tijeras de barras rectas, al desplegarse aumenta el ángulo de apertura del arco y se reduce el radio. Por este motivo, cuando se despliega una estructura curva, no sólo cambia la dimensión, sino que también cambia la forma. En muchos casos esto genera problemas de compatibilidad de desplegado.



F. Escrig, imagen de la patente ES 1.026.200, sección formada por tijeras con la posible ubicación del cierre textil y la disposición de refuerzos (Escrig 94)

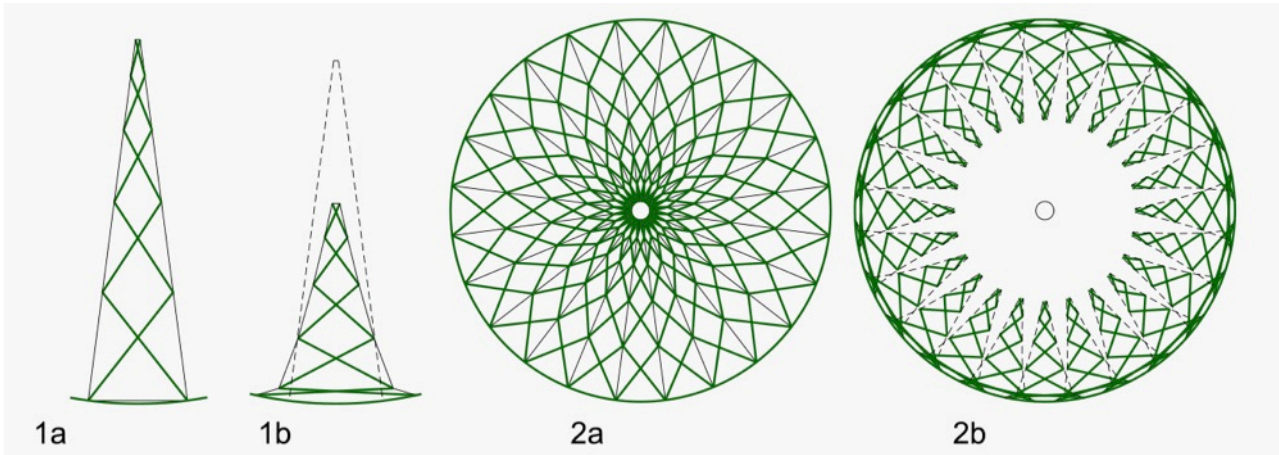


Estructura *Neula*, del grupo CODA
Fuente: <http://coda-office.com/>



Tijera irregular de barras rectas en dos estados de apertura

Movimiento de desplegamiento de un arco realizado con tijeras de barras rectas. Al plegarse aumenta el radio de curvatura y se reduce el ángulo de apertura



Estructura desplegable en forma circular, 1a Segmento en forma de gajo realizado con tijeras de barras rectas desplegado, 1b segmento recogido 2a conjunto cerrado, 2b conjunto recogido

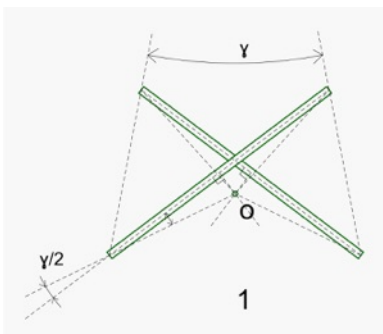
En algunas formas cerradas realizadas con tijeras trapezoidales de barras rectas, el plegado es incompatible. Por ejemplo, las *Iris Domes* parten de una división de la esfera mediante paralelos y meridianos. Los meridianos definen superficies en forma de gajo y cada porción de la trama es una tijera trapezoidal. Si se parte de una forma desplegada, realizada con tijeras de barras rectas, cuando se pliega, los ángulos que forman los meridianos entre sí varían, por lo que los gajos tienden a separarse. Para que se pudiera plegar, deberían ser independientes, tal como se puede ver en la ilustración.

Cuando se construyen estructuras con tijeras dispuestas perpendicularmente a superficies de doble curvatura, puede ocurrir un problema similar. Se puede ver mediante un ejemplo: si se realiza una estructura desplegable esférica partiendo de una discretización geodésica, esta geometría obliga a una relación fija entre las diferentes longitudes de las líneas que la componen y el radio de la esfera. Si se parte de esta discretización para hacer una desplegable con tijeras de barras rectas, cuando los mecanismos se despliegan, aumenta la longitud que ocupan en la superficie, pero se reduce su radio de curvatura. Por lo tanto, el movimiento del mecanismo necesita alterar la relación existente entre las longitudes de las líneas de discretización y el radio de la esfera. Como esta relación es fija, el desplegado no es compatible.

En algunos casos, las incompatibilidades son importantes, en otros son muy pequeñas y se solventan con la flexibilidad del material. Algunas discretizaciones no producen incompatibilidades, ocurre cuando una misma discretización se puede adaptar a diferentes radios de curvatura. El problema de la incompatibilidad generada por el cambio de radio se tratará en el capítulo 7.

Una solución a este problema consiste en desplazar el centro de giro de las barras. Si se desplaza este punto, se modifica el cambio de ángulo de apertura. Se puede encontrar un centro de giro tal, que, al desplegarse, aumente el radio de curvatura pero no se modifique el ángulo de apertura. De este modo se logra que el plegado sea compatible para cualquier geometría.

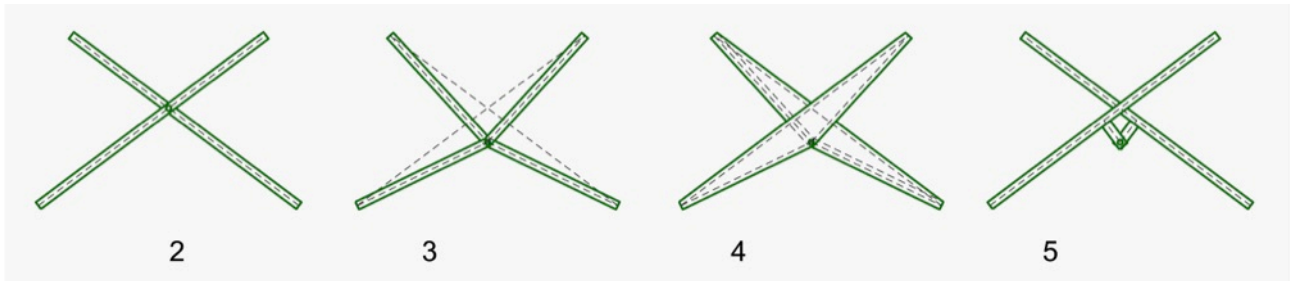
El centro de giro para lograr este movimiento se puede hallar trazando una línea perpendicular desde el centro de cada una de las directrices rectas. El centro de giro buscado está en la intersección de las dos líneas trazadas. El ángulo que forman las líneas quebradas con la línea recta que une los dos extremos ($\gamma/2$ en el dibujo) es la mitad del que forman los lados del trapecio.



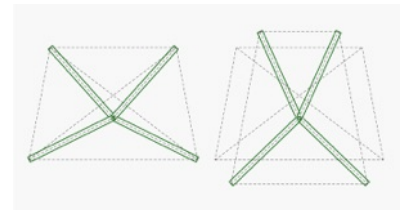
Tijeras de eje de giro desplazado, definición geométrica del punto de giro

Para referirse a este tipo de tijeras, se suele hablar de *Tijeras de Barras de Directriz Quebrada* o de *Barras Multiangulares (Multi-Angulated Rods)* (You 1996). Sin embargo, lo que determina el movimiento no es la forma de las barras, sino el punto respecto al que giran. Las barras pueden ser de diferentes tipos: de directriz quebrada, de sección variable o pueden mantenerse como barras rectas si se dispone de algún suplemento que haga que giren respecto al punto de giro desplazado. Por este motivo, es más adecuado referirse a estos mecanismos como *Tijeras de Eje de Giro Desplazado*, sin embargo, también se hablará de *Barras de Directriz Quebrada*, por ser la denominación más habitual.

Tijeras de eje de giro desplazado. 2 tijera de barras rectas con centro de giro en su intersección, 3 tijera de barras de directriz quebrada, 4 tijera de barras de sección variable, 5 tijera de barras rectas con eje de giro desplazado

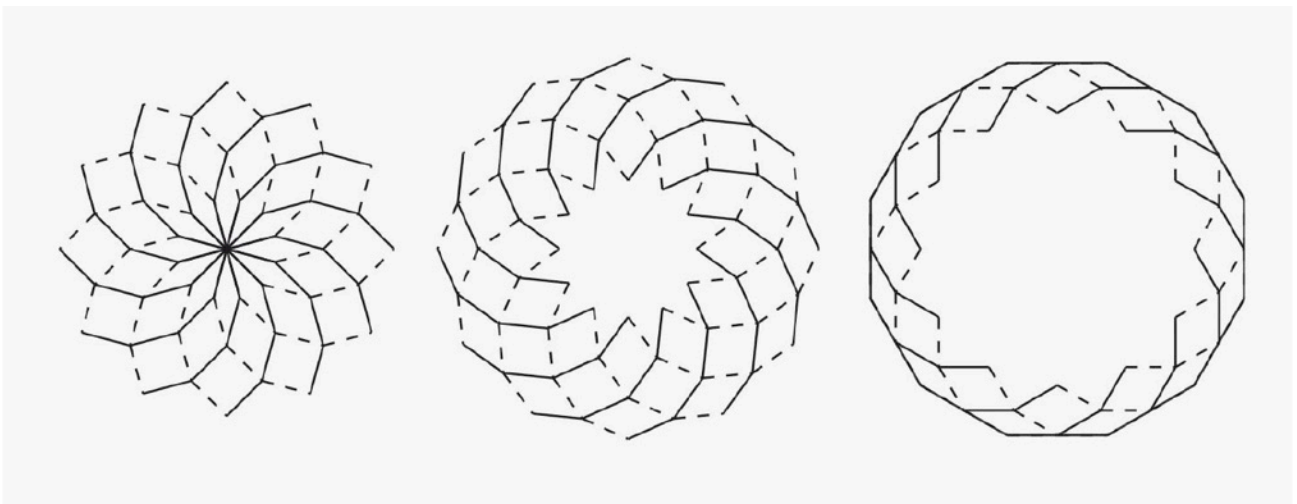


You, Buhl, Jensen y Pellegrino han analizado la optimización del cierre en las cubiertas en forma de *Pandomo* (You 1996) (Jensen 2002) (Buhl 2004). La investigación ha partido del mismo trazado de barras que las *Iris Domes* de Hoberman, pero se ha modificado la posición de las articulaciones. Las series de mecanismos en tijera se han sustituido por dos tipos de componentes: barras radiales quebradas que siguen la superficie y barras biarticuladas que se disponen entre las quebradas.



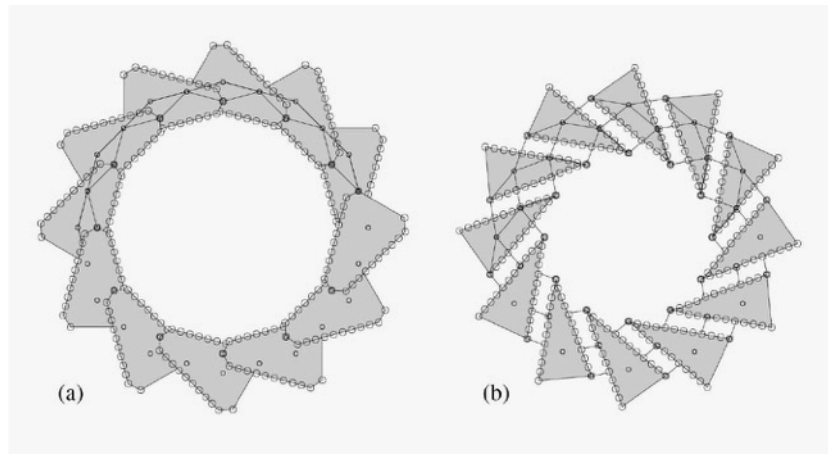
Tijera irregular con *Barras de Directriz Quebrada* en dos estados de apertura

La apertura y cierre de la estructura es similar al de las *Iris Domes*, pero el movimiento de las barras es diferente. Las barras quebradas recorren la superficie esférica desde el perímetro al centro. Al plegarse, estas barras se desplazan, pero se mantienen en la superficie en todo momento, y se recogen en su perímetro. Gracias a que el segmento quebrado mantiene su forma, es posible cerrar la estructura con elementos rígidos soportados por estas barras de directriz quebrada.



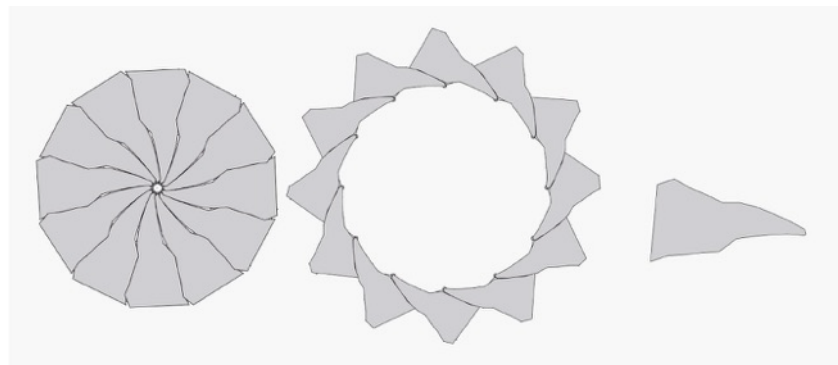
Pandomo de barras continuas de directriz quebrada (Jensen 2002)

Pandomo de barras continuas con piezas de cobertura triangulares (Buhl 2004)



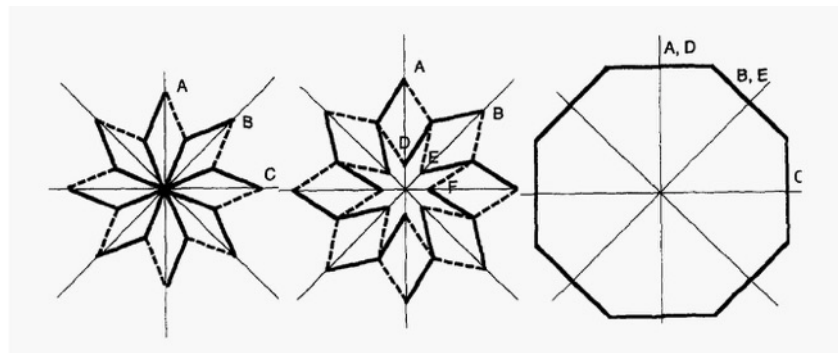
Buhl, Jensen y Pellegrino han analizado el modo de optimizar el cierre de estas superficies. En sus propuestas, intentan minimizar la superficie de solape entre elementos de cierre. Empiezan por un elemento triangular y analizan cómo optimizar su forma. La forma triangular tiene solapes y deja espacios sin cerrar. Siguen un procedimiento iterativo, mediante el cual, van modificando la forma, y reducen progresivamente estos dos parámetros. En este proceso, cambia la forma de las piezas triangulares que se adapte al movimiento. El resultado final es una forma quebrada, en la que tanto los solapes, como los huecos, son muy reducidos. En estas propuestas no se ha llegado a la solución límite que sería una forma curva que encaja perfectamente cuando está cerrada, pero se puede llegar a ella por el mismo procedimiento. (Jensen 2002) (Buhl 2004).

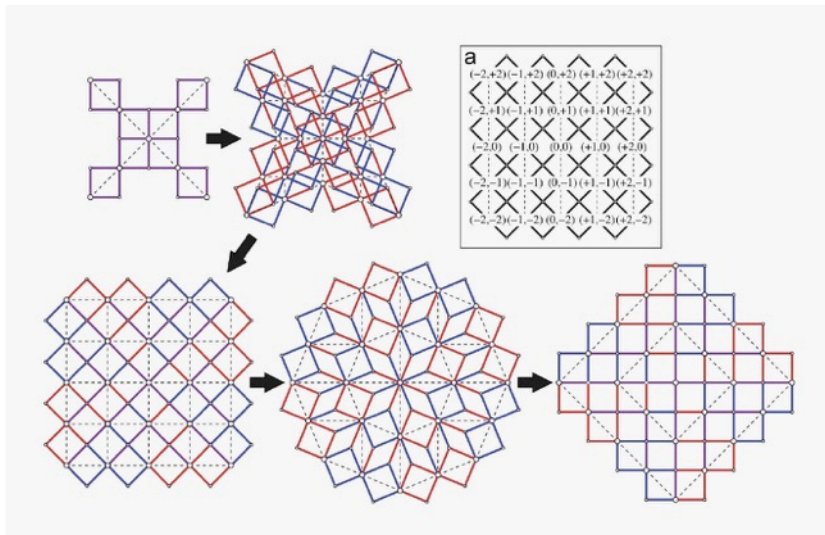
Optimización de las piezas de cobertura de un pandomo de barras continuas (Buhl 2004)



Otra aplicación de las barras de directriz quebrada son las estructuras superficiales que cambian de geometría. Las barras quebradas giran en direcciones opuestas y se producen transformaciones geométricas complejas. (Kiper 2007) (Tanaka 2012).

Transformación de una geometría plana formada por barras directriz quebrada (You 1996)





Transformaciones de una malla superficial formada por barras de directriz quebrada (Tanaka 2012)

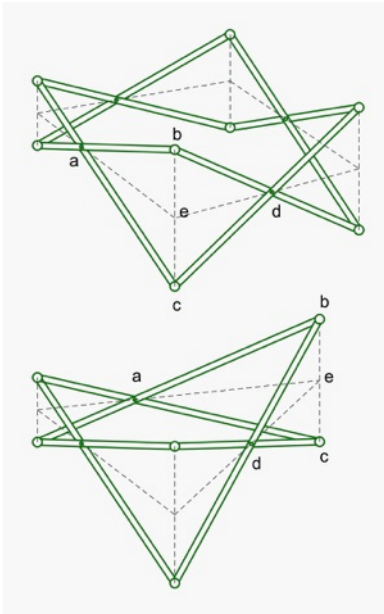
4.2.3 COMBINACIONES DE TIJERAS PLANAS

Cuando los mecanismos en tijera estén dispuestos en un plano perpendicular a la superficie definida por la estructura, se hablará de combinaciones de tijeras planas. Como se ha señalado anteriormente, se pueden definir estructuras desplegadas tomando discretizaciones de superficies formadas por mallas de líneas rectas y sustituyendo esas líneas por tijeras. Los mecanismos se combinan de manera que su movimiento esté relacionado con el de los mecanismos adyacentes, pero la plegabilidad no está garantizada sólo por el hecho de estar formadas por elementos plegables. Para que el movimiento sea posible, es necesario que la relación entre los diferentes mecanismos sea compatible. Como se ha visto en el punto anterior, esto no ocurre en todas las geometrías, existen muchas combinaciones que son incompatibles.

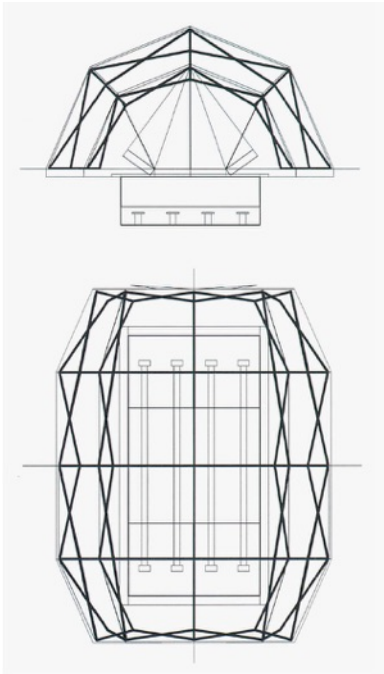
Los elementos en tijera se pueden combinar siguiendo diferentes geometrías, pero sólo se aplica a las más sencillas, debido al gran número de componentes móviles que se crean y la complejidad de su movimiento. En la mayoría de las propuestas estudiadas, se utilizan mallas cuadrangulares o triangulares. Cuando la discretización elegida es de caras poligonales de más lados, es conveniente triangular la superficie para evitar que el conjunto sea deformable en la superficie de la estructura. En las combinaciones cuadrangulares es necesario arriostrar la estructura, pero no hace falta triangular todos los polígonos de la trama. Del mismo modo que ocurre en los entramados en general, es suficiente con arriostrar cada alineación en cada una de las direcciones.

▪ Combinaciones cuadrangulares

Si los nudos sólo permiten el giro en una dirección, las combinaciones de cuatro tijeras planas tienen un único grado de libertad de mecanismo. Si los nudos permiten el giro libre, el grado de libertad es dos: uno por la apertura de las tijeras y otro por la distorsión de la figura en planta. En estructuras planas, en las que la malla cuadrangular es regular, el despliegue es compatible. En los entramados planos que no son regulares, las tijeras tienen lados diferentes. Para que el despliegado sea compatible, la suma de los lados de la tijera en cada par de vértices del cuadrado tienen que ser iguales, es decir: $ab+ac=bd+cd$.



Combinación cuadrangular de tijeras planas



F. Escrig y J Sánchez, esquema de malla para la cubierta de una piscina (Escrig 2012)

Si además de la plegabilidad, se requiere que el conjunto se pueda desplegar completamente, las tijeras deberán ser simétricas, es decir $ab=ac$ y $bd=cd$. Habitualmente, esta no es una condición necesaria, ya que la situación desplegada requerida, no suele ser completamente plana.

Si las tijeras que se utilizan son simétricas respecto al plano definido por las articulaciones intermedias, la relación se puede trasladar a este plano y la compatibilidad se cumple si $ae=ed$.

Cuando la superficie estructural no es plana, la combinación cuadrangular de tijeras puede ser compatible, pero en algunos casos se dan situaciones de incompatibilidad. Esto ocurre cuando los planos que forman las tijeras se alabean. Otro problema que puede ocurrir en este tipo de combinaciones es la distorsión de la malla. En el capítulo 7 se analizarán los diferentes casos de incompatibilidad.

Las mallas cuadrangulares suelen dar como resultado estructuras más sencillas que otras combinaciones, entre otros motivos, porque los nudos recogen cuatro barras, mientras que en las combinaciones triangulares, se pueden encontrar seis o más barras en un mismo nudo. Además de esto, las estructuras en mallas cuadrangulares son menos tupidas que las de mallas triangulares, por lo que son más ligeras y sencillas.

Como contrapartida, necesitan disponer de un sistema de arriostramiento adicional, que puede estar formado por barras biarticuladas, por cables o por tijeras diagonales. Si el arriostramiento se realiza mediante tijeras diagonales, en algunas partes de la estructura la combinación es triangular. Esto puede generar problemas de incompatibilidad que se verán más adelante cuando se trate de la compatibilidad de las mallas triangulares.

▪ Combinaciones triangulares

La combinación de tres tijeras planas formando un triángulo en planta tiene un grado de libertad de mecanismo. Si se combinan tijeras en malla triangular para hacer una superficie plana, el movimiento de la estructura es compatible. Si la malla está formada por líneas de igual longitud, las tijeras son simétricas. En los casos en los que la malla no es homogénea las relaciones geométricas entre las tijeras deben ser similares a las que se han explicado para las combinaciones cuadrangulares, es decir: $ab+ac=bd+cd$, y para tijeras simétricas respecto al plano formado por los nudos intermedios: $ae=ed$.

En las estructuras planas, durante el proceso de desplegado se mantiene la relación entre los lados del triángulo. Por lo tanto, el triángulo definido en la discretización es siempre semejante y el movimiento es compatible.

En estructuras no planas, la compatibilidad es más compleja, el movimiento del elemento triangular es incompatible en todas las combinaciones de doble curvatura y en algunas de curvatura simple. Se analizará en el capítulo 7, en el que se trata de los procesos de desplegado.

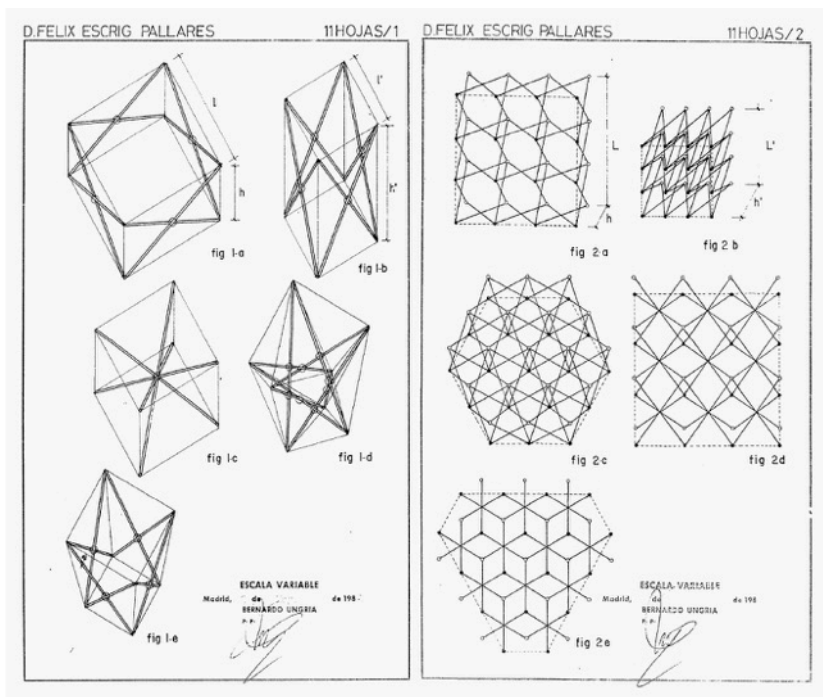
▪ Combinaciones múltiples.

Es posible combinar tijeras planas en polígonos de más de cuatro caras, formando mallas pentagonales, hexagonales etc. Estas mallas son deformables en su plano y no presentan ventajas respecto a las cuadrangulares o triangulares. Estas combinaciones sólo se han propuesto como mecanismos básicos, pero no se ha encontrado ningún ejemplo de aplicación.

4.2.4 TIJERAS TRIDIMENSIONALES

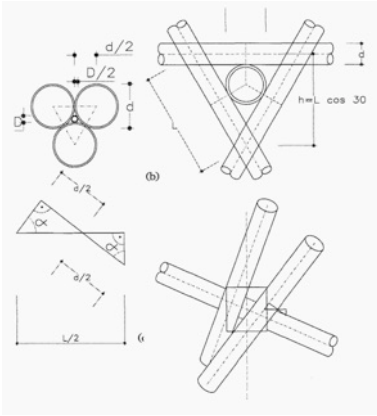
Emilio Pérez Piñero utilizó tijeras tridimensionales en la mayor parte de sus proyectos. Sólo utilizó tijeras planas en estructuras de entidad menor, como el *Banco Plegable* o la *Tienda de Campaña* (Puertas 1989). Los tipos que utilizó principalmente son la tijera de tres barras y la de cuatro barras, además de otras combinaciones derivadas de estos dos tipos. Realizó tijeras múltiples a partir de la tijera tridimensional de cuatro barras y combinó diferentes tijeras tridimensionales con barras adicionales biarticuladas y con cables.

Las tijeras tridimensionales son elementos complejos que han tenido poco desarrollo posterior a la obra de Piñero. Escrig en su patente ES 532117 presentó diferentes tipos de tijeras tridimensionales (Escrig 1984). A pesar de proponer una gran variedad de mecanismos, en sus propuestas utilizó las tijeras planas por ser más sencillas.



F. Escrig ilustraciones de la patente ES 532.117. Izquierda: combinaciones de tijeras planas y tijeras tridimensionales. Derecha: mallas generadas con tijeras planas, tijeras tridimensionales de cuatro barras y tijeras tridimensionales de tres barras (Escrig 1984)

En los mecanismos tridimensionales, las barras giran alrededor de una articulación intermedia. Si en la posición plegada las barras están en contacto, el mecanismo no se puede abrir. Para poder girar, se tiene que separar lo suficiente para evitar el choque entre barras. En las tijeras planas las barras giran en dos planos paralelos y es suficiente con que se desplacen la mitad del diámetro de la barra. En las tridimensionales, el giro se da en planos que se intersecan, por lo que la separación debe ser mayor. Generalmente, el nudo se materializa en una pieza maciza que recoge los ejes de giro y define la separación entre barras.



José Sánchez, imagen del análisis de la apertura máxima de las aspas de tres barras (Sánchez Sánchez 1996)

Al girar las barras, llegarán a un ángulo en el que las barras choquen entre sí. Se puede definir la separación para que no haya contacto hasta una apertura determinada o se puede ajustar para que el contacto entre barras haga de tope y limite la apertura máxima de la tijera.

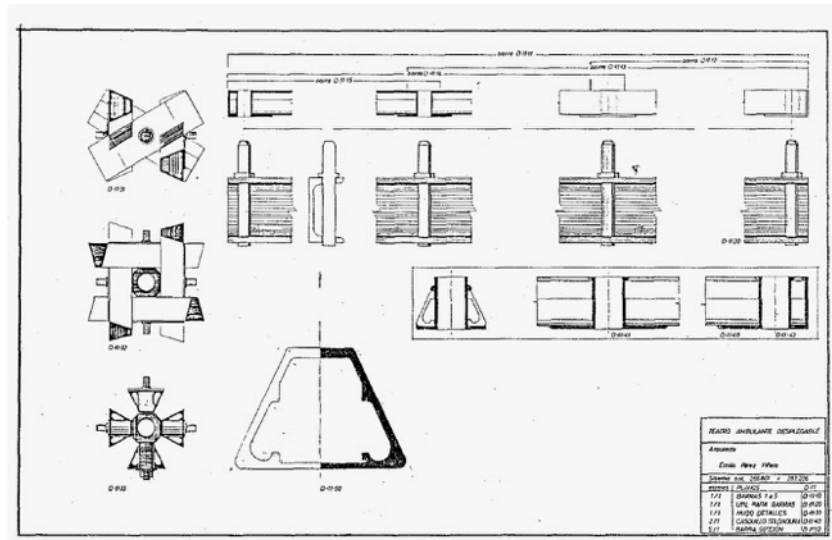
Sánchez y Escrig formularon la apertura máxima de las aspas en función de la relación entre el diámetro de las barras (d) y el diámetro del nudo (D), mediante la siguiente fórmula (Sánchez Sánchez 1996) (Escrig 2012):

$$\frac{D+d}{d} = \left(\frac{1}{\text{sen}\alpha} + \text{sen}\alpha \right) \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{combinación triangular})$$

$$\frac{D+d}{d} = \left(\frac{1}{\text{sen}\alpha} + \text{sen}\alpha \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{combinación cuadrangular})$$

Cuanto mayor sea la relación D/d mayor será el giró máximo de las barras. Por ejemplo, en una tijera tridimensional de tres barras, en la que el diámetro del nudo y el de las barras son iguales (d=D), el ángulo de apertura es de 18,53°.

En el *Teatro Ambulante Desplegable*, Piñero propuso barras de sección trapezoidal que tenían una superficie de contacto plana entre barras. De este modo evitaba que al hacer tope, las barras se dañasen por el contacto.



E. Pérez Piñero, *Teatro Ambulante Desplegable* 1963, detalles de las uniones intermedias de los haces de barras (Puertas 1989)

▪ Tijeras de tres barras

Es un mecanismo construido con la unión de tres barras, unidas por una articulación intermedia. El conjunto toma la forma de dos pirámides unidas por su vértice. El volumen del mecanismo es un prisma de base triangular, cuyas caras, superior e inferior están giradas 180°. De un modo similar a lo que ocurre en las tijeras planas, si la articulación intermedia no está en el centro de las barras, el prisma que define este mecanismo no es recto y las combinaciones de estos mecanismos generan estructuras de superficies no planas.

Este mecanismo tiene un grado de libertad 2. Se pueden identificar tomando una barra como referencia. Los giros de las otras dos barras corresponden a los grados de libertad. Los conjuntos formados por más de dos unidades tienen 3 grados de libertad, siempre que en las combinaciones no queden barras con movimiento libre. Para desplegar estas

estructuras de manera ordenada, es necesario ejercer fuerza de apertura en tres direcciones a 120° (Puertas 1989).

▪ Tijera de cuatro barras

Este mecanismo está formado por cuatro barras que giran alrededor de una articulación intermedia. Tiene la forma de dos pirámides de base cuadrada, unidas por su vértice. El volumen envolvente del mecanismo es un prisma recto de base cuadrada. El grado de libertad es tres, se pueden identificar del siguiente modo: se puede abrir o girar cada una de las tijeras o se puede girar lateralmente una tijera completa respecto a la otra. Otro modo de explicarlo es tomar una barra como referencia y girar cada una de las tres barras restantes.

Cuando se combinan varias tijeras de cuatro barras no se mantiene el mismo grado de libertad. Dependiendo de la disposición de los mecanismos, el grado de libertad puede aumentar o reducirse. Este tipo de tijeras se puede disponer de dos modos. Si tomamos el prisma rectangular que define una tijera de cuatro barras, se pueden unir entre sí compartiendo una arista o compartiendo una cara. Si comparten una arista el grado de libertad aumenta, si comparte una cara se reduce.

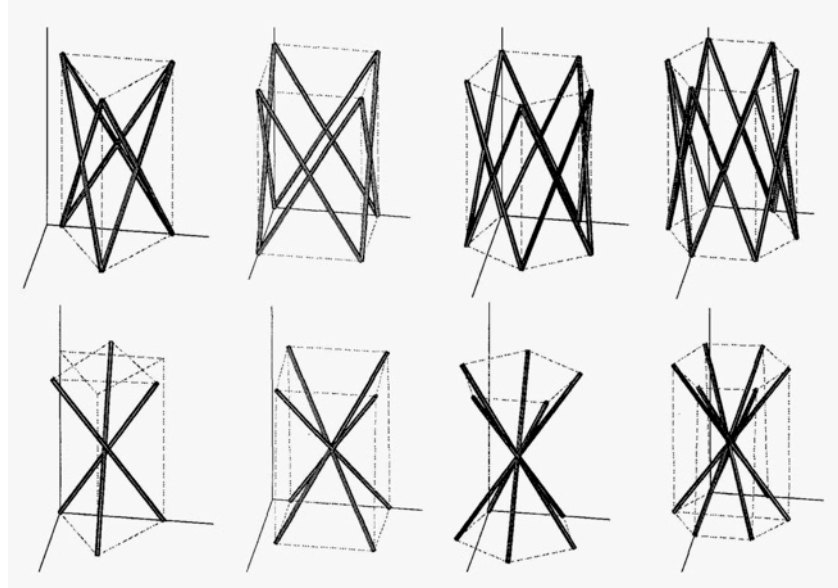
Si se unen según las caras del prisma, el movimiento de cada elemento está ligado al contiguo en cuatro puntos. Cuando se unen dos tijeras de este modo, la apertura de dos barras está condicionada a la de otras dos barras de la otra tijera. Por lo tanto, al accionar dos barras se mueven las otras dos. Como esto provoca un aumento de la dimensión del cuadrado que se dibuja en planta, el resto de barras se mueven también. Por lo tanto, el grado de libertad del conjunto es 1. Para que esto pase, las articulaciones intermedias sólo tienen que permitir el giro en un plano y, por lo tanto, evitar la distorsión en planta. En la práctica estos nudos intermedios no tienen una gran resistencia, por lo que hay que considerar el arriostramiento de los cuadrados para evitar que los cuadrados se distorsionen.

La composición uniendo aristas da estructuras poco tupidas pero de grados de libertad de mecanismo muy elevados. La combinación uniendo caras del prisma da estructuras muy tupidas, tienen el doble de barras la combinación por aristas y se puede entender como la superposición de dos mallas cuadrangulares de tijeras rectas. Si se comparan estas dos soluciones con la disposición cuadrangular de tijeras planas, inicialmente no presentan ventajas. La combinación de tijeras planas tiene la misma densidad de barras que la combinación por unión de aristas y el mismo grado de libertad de la combinación por caras coincidentes.

Piñero utilizó este mecanismo en varias ocasiones, siempre uniendo caras del prisma. En el *Teatro Ambulante Desplegable* proyectó una tijera múltiple tridimensional de cuatro barras. Es una combinación muy compleja, de la que Piñero desarrolló el proyecto detallado, aunque no se llegó a realizar. También utilizó este tipo de tijera en el *Pabellón Transportable para Exposiciones*, en el que utilizaba tijeras de pequeño tamaño que, tal como se ha explicado, se desplegaban en el suelo y se arriostraban antes de elevarse. Otra aplicación de este tipo de mecanismo es la *Vidriera Hipercúbica Desplegable*.

▪ Tijeras tridimensionales de n barras

Se pueden definir tijeras tridimensionales de más de cuatro barras. Una tijera de n barras define un prisma de n lados. Estas tijeras se han propuesto como mecanismos básicos. No se han encontrado aplicaciones reales ni desarrollos de sus combinaciones.

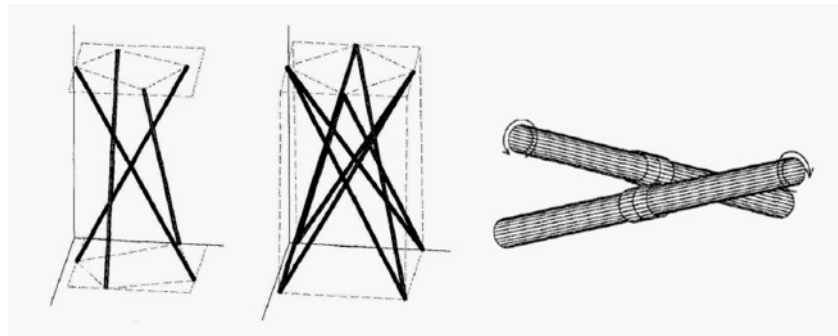


Combinaciones de tijeras planas y tijeras tridimensionales. Fila superior: combinación triangular, cuadrangular, pentagonal y hexagonal de tijeras planas. Fila inferior: tijeras tridimensionales de tres, cuatro, cinco y seis barras (Sánchez Sánchez 1996)

4.2.5 COMBINACIÓN TRIDIMENSIONAL DE TIJERAS A PARTIR DE ANTIPRISMAS.

Existe otro tipo de combinaciones de tijeras que no se pueden definir como ninguno de los dos tipos anteriores. Están a medio camino entre las tijeras planas y las tridimensionales. Son las que se pueden definir a partir de antiprismas, mediante el procedimiento de disponer barras entre vértices, inclinadas en dos direcciones. Las barras no se unen en un punto central (como ocurre en las tridimensionales), sino que cada barra se cruza con otras en dos puntos.

El mecanismo formado de este modo tiene un grado de libertad. Es más rígido que otras tijeras tridimensionales, por tener dos uniones intermedias. Sin embargo, su construcción tiene un inconveniente importante, las articulaciones intermedias giran en el espacio, por lo que su construcción es compleja.

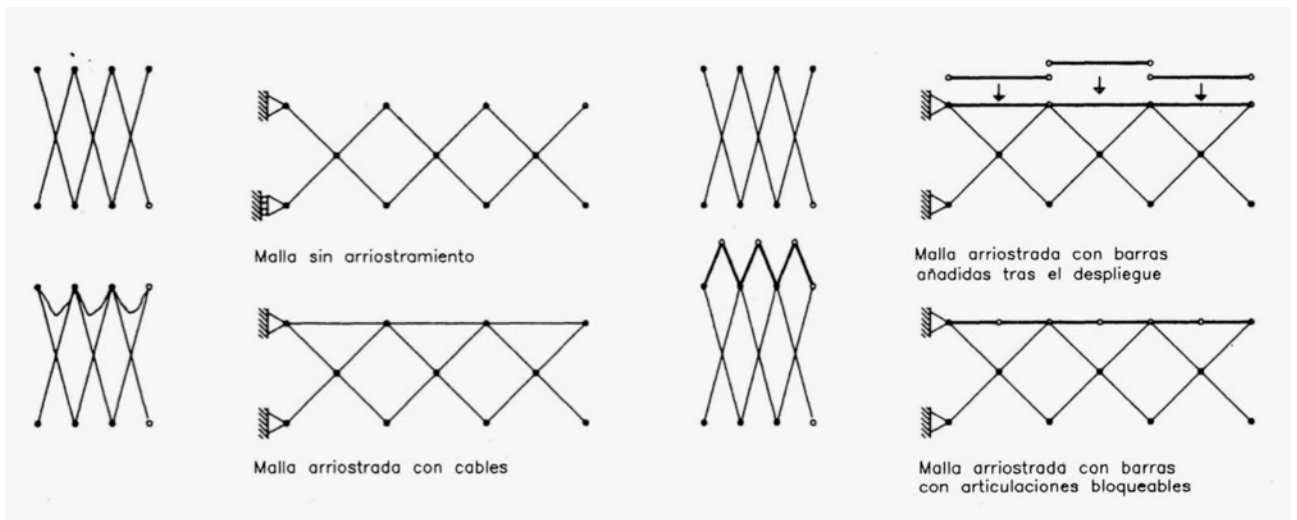


Mecanismo tridimensional generado a partir de un antiprisma. Imagen superior izquierda, disposición de barras entre vértices, inclinadas en un mismo sentido. Superior derecha, mecanismo completo, en el que se han dispuesto barras con inclinaciones en sentidos opuestos. Inferior, nudo intermedio (Sánchez Sánchez 1996)

4.3 COMBINACIÓN DE MECANISMOS. TIJERAS CON BARRAS BIARTICULADAS, CABLES O MEMBRANAS

La clasificación, que se ha realizado en diferentes familias según el modo de trabajo, la tecnología utilizada o el tipo de material empleado, responde a la necesidad de ordenar las ideas principales. En muchas ocasiones, es difícil asignar una estructura a uno solo de los campos que se han definido.

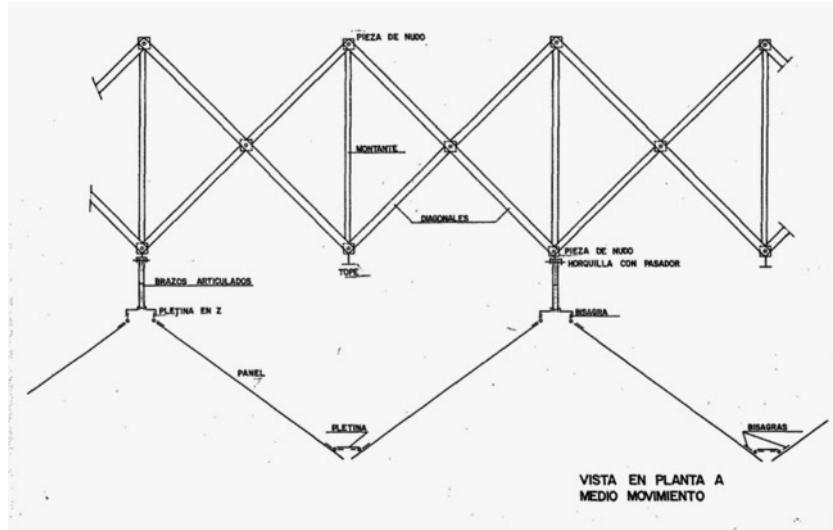
Las principales ventajas de los mecanismos en tijera son el limitado grado de libertad y una relación muy grande entre el volumen desplegado y el plegado. En el punto anterior se han avanzado las limitaciones mecánicas de los mecanismos en tijera. Un modo de mejorar estas limitaciones es añadir barras suplementarias que las refuercen. Pueden situarse en diferentes posiciones: en la cara interior, en la exterior o en ambas. En algunas ocasiones se colocarse después de haber desplegado la estructura y en otras están incorporados al mecanismo, de manera que, cuando la estructura está desplegada, quedan en su posición definitiva.



Cuando están incorporados, pueden constituir un segundo orden de mecanismos. Pérez Piñero utilizó este sistema en la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces*. Esta estructura constaba de dos capas dispuestas en paralelo, una principal con mecanismos en tijera y una segunda capa formada por barras biarticuladas, que acompañaba a la primera. Una vez desplegada la estructura, la segunda capa quedaba alineada con la superficie exterior y los nudos se fijaban para evitar el movimiento.

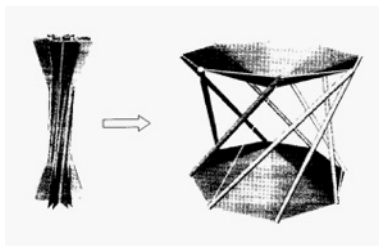
Una variación de la combinación de tijeras y barras biarticuladas, es su uso con articulaciones bloqueables. Si bien las articulaciones bloqueables pueden utilizarse en cualquier tipo de unión, si se aplica la unión de dos barras biarticuladas se puede conseguir que las dos barras unidas funcionen como una. Generalmente, la articulación se bloquea cuando las barras están alineadas. De este modo, la estructura desplegada se fija, para que el movimiento no se revierta.

Diferentes tipos de refuerzo utilizados por Pérez Piñero (Valcárcel 1992)



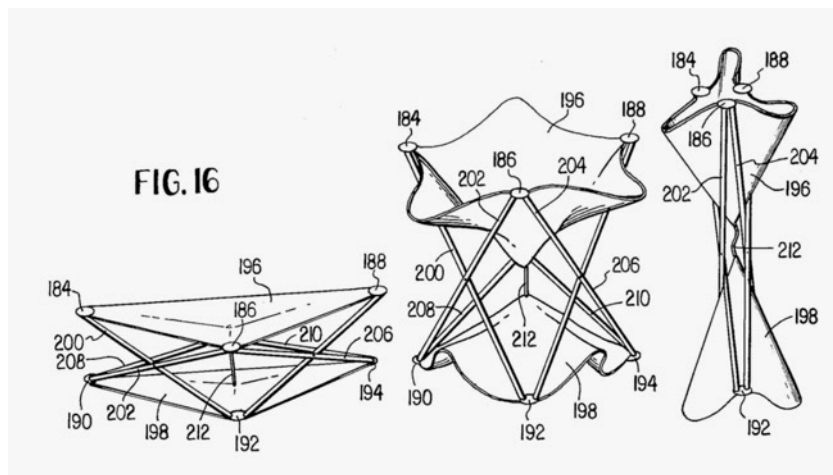
E. Pérez Piñero, *Vidriera Hipercúbica* (Puertas 1989)

También puede haber otros motivos para añadir un segundo orden de barras biarticuladas. En la *Vidriera Hipercúbica*, Piñero utilizó este segundo orden para soportar los cierres rígidos y lograr que se plegasen. En el *Pabellón Ambulante de Exposiciones del Colegio de Arquitectos de Sevilla*, Escrig planteó una combinación de mecanismos en tijera, barras biarticuladas y tijeras incompletas. El mecanismo básico que controla el desplegado es un anillo formado por tijeras planas. A partir de este anillo, se disponen mecanismos formados por barras biarticuladas que forman volúmenes perimetrales y combinaciones con barras de tres nudos y otras biarticuladas. Mediante esta combinación se forman tijeras incompletas que definen un volumen central de gran altura.



Tensegrity con elemento textil (Duffy 2000)

Otro ejemplo, ilustrativo de esta combinación de tipos de mecanismos, son las tensegrities que utilizan elementos textiles, como alguna propuesta para hacer antenas (Duffy 2000) o de otros tipos de estructura que tienen cierres incorporados que cumplen funciones estructurales, como el Moom Pavillion de Kazuhiro Kojima. En estos ejemplos se han sustituido cables por membranas, de modo que se aprovecha la capacidad de soportar tensiones del elemento textil, para que forme parte de una tensegrity. El modo de trabajo de los elementos que forman la estructura no se aleja mucho de las estructuras textiles, pero gracias a las propiedades de las tensegrities, tienen la capacidad de ser estables de manera autónoma, sin necesidad de soportes exteriores.



Combinación de tijeras planas con membrana textil incorporada (Zeigler 1976)



Un sistema que combina algunos aspectos de las tensegrities con características de las estructuras desplegables de barras articuladas es la propuesta por Vu, Diev y Anadasivam (Vu 2005). En esta propuesta la atención se centra en el efecto del tensado y en la combinación de tecnologías. Parten de las unidades básicas en forma de pirámide CP y en forma de prisma RP (Wang 1997), y se centran en la desplegabilidad mediante el tensado. Plantean combinar características de tres tipos de estructura: desplegabilidad de las estructuras articuladas, ligereza de las tensegrities y eficiencia estructural de los entramados. Las llaman estructuras desplegables en tensión. Proponen una combinación de elementos en tijera y pirámides. Es un modo de arriostamiento similar al de la *Cúpula Desplegable para Grandes Luces*.

Moom Pavillion, Kazuhiro Kojima 2013

Fuente:

<https://tensegrity.wikispaces.com/MOOM+Pavillion>

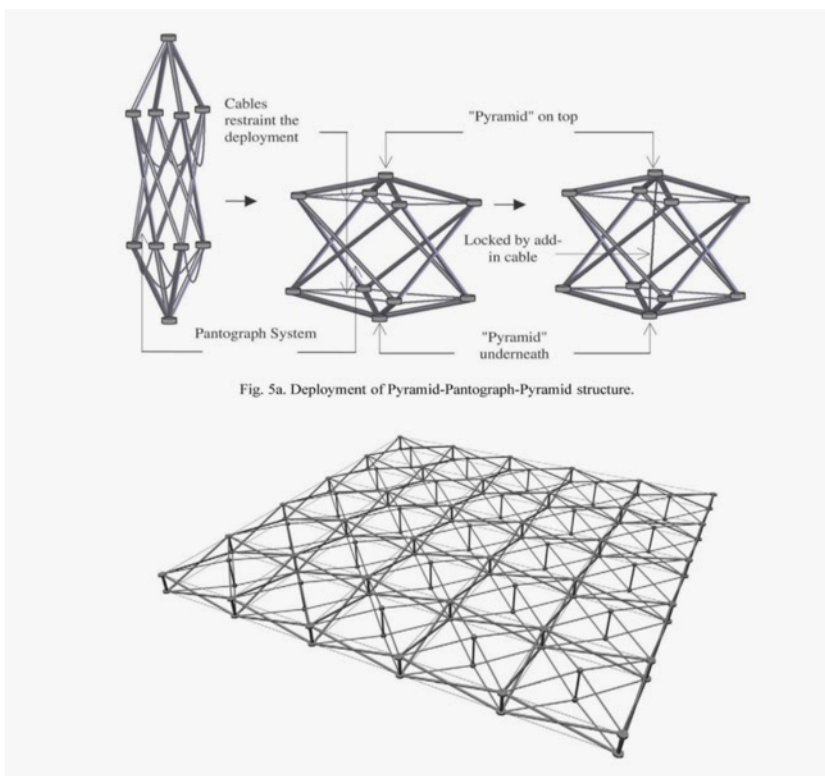
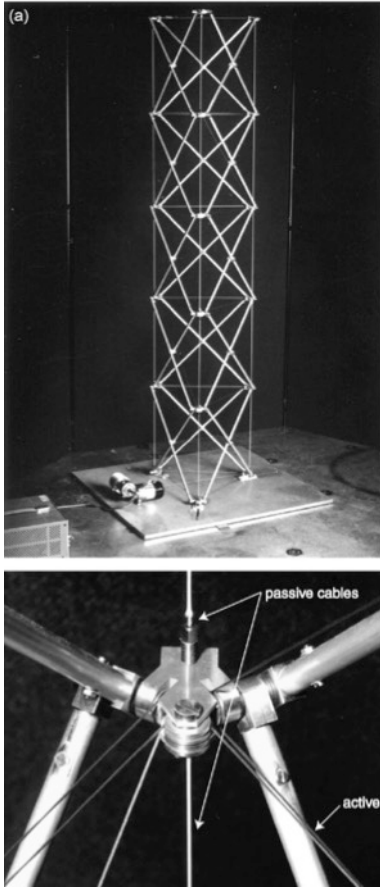
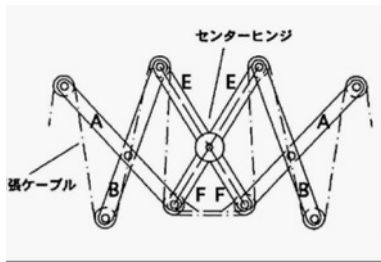


Fig. 5a. Deployment of Pyramid-Pantograph-Pyramid structure.

Mecanismo desplegable en el que se combinan tijeras, barras biarticuladas en forma de pirámide y cables (Vu 2005)



Torre desplegable formada por tijeras y cables (Tan 2006)

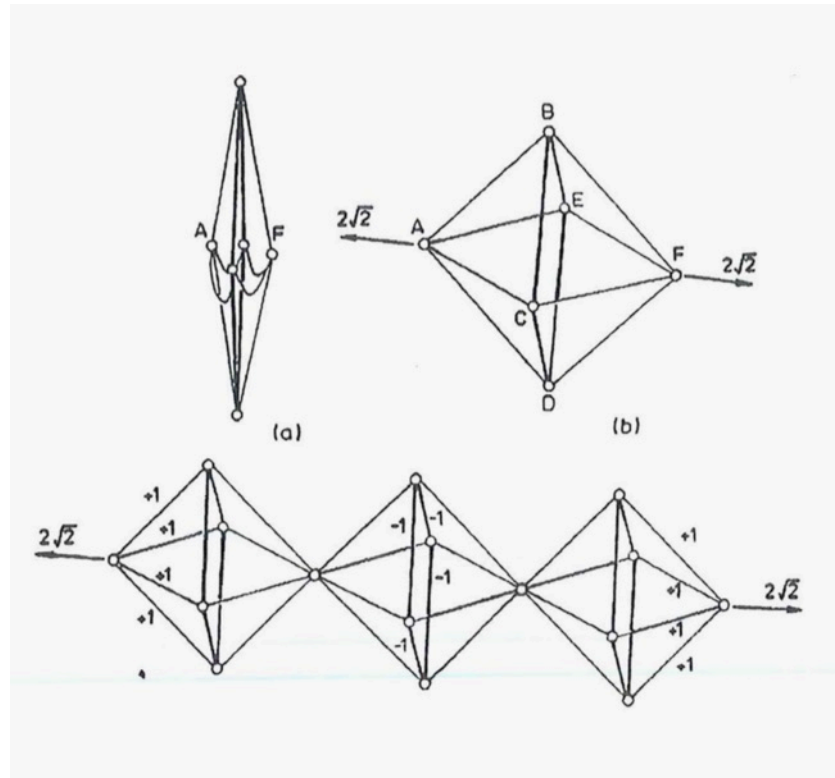


Combinación de mecanismos en tijera y cables accionadores, detalle de la parte central de un arco. En el punto medio la articulación es completa y une cuatro barras (Kokawa 1994)

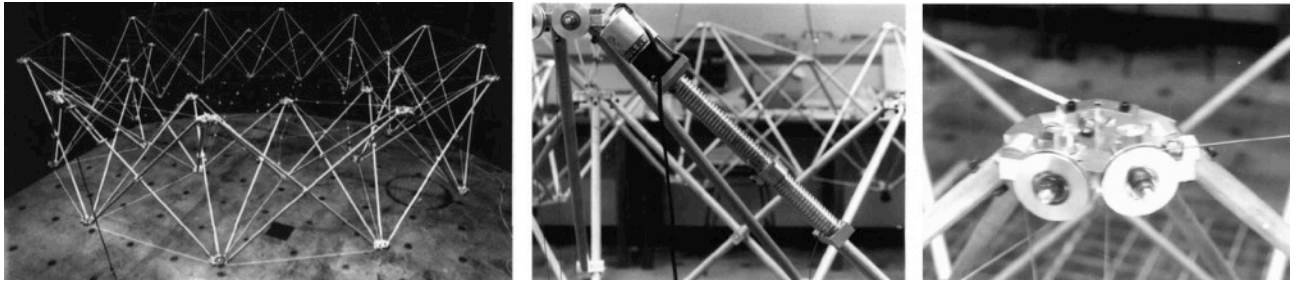
Kwan y Pellegrino, unidades desplegables en forma de octaedro (Gantes 2001)

Existen diferentes propuestas de combinaciones de tijeras y cables, en los que los cables se disponen uniendo nudos enfrentados de las tijeras y recorren el conjunto en forma de zigzag. Cuando los cables se tensan despliegan las tijeras. En algunas propuestas se ha utilizado para accionar arcos formados (Kokawa 1994, 1965, 1996, 1997) o torres (You 1996) (Tan 2006).

Otro ejemplo de combinación de barras y cables son las estructuras de octaedros tensado propuestas por Kwan y Pellegrino en 1994 (Gantes 2001). Están formadas por cuatro barras que forman un cuadrado articulado y ocho cables que completan el octaedro. Ejerciendo un tensado hacia el exterior en los vértices de los cables, perpendicular al plano formado por las barras, todos los cables están tensados y las barras comprimidas. La longitud fija de los cables hace que la estructura sea estable. Ante un esfuerzo exterior de sentido ascendente, la estructura es estable por el pretensado de los cables. Es necesario que haya un sistema de tensado exterior y por lo tanto algún elemento comprimido externo. En el dibujo de conjunto, incorporan barras horizontales en la cara superior e inferior en las líneas centrales del entramado que dibujan una cruz en planta. Los mismos autores, en otra versión de esta propuesta, incorporan cuatro barras diagonales que unen los vértices de los octaedros. Con estas barras la estructura es rígida y no necesita tensado exterior, aunque complica la estructura. En este ejemplo, los octaedros están enfrentados según sus caras y todas las aristas de los octaedros pueden ser cables

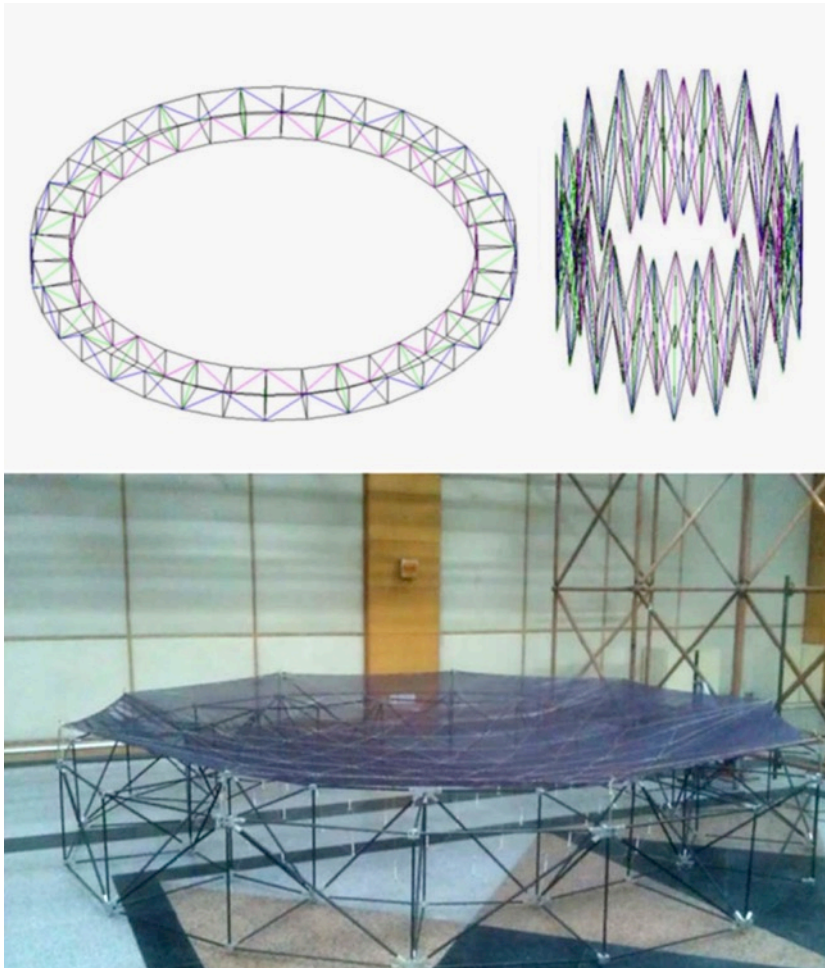


Una propuesta por You y Pellegrino (You 1996, 1997) (Gantes 2001) es un anillo formado por tijeras planas y cables. Hay cables pasivos dispuestos radialmente y varios sistemas de cables puestos en vertical y diagonal. En un ejemplo posterior, proponen un anillo sencillo con una red de cables interiores que cumplen una función contraria, por un lado cierran las tijeras en vertical y por otro ejercen una tensión radial del anillo.



You y Pellegrino, antena desplegable formada por tijeras y cables (You 1997)

Otra variante de la combinación de cables tensados y barras articuladas es la que propuso Buckminster Fuller en la Necklace Dome que se ha explicado al principio de este capítulo. Recientemente se ha utilizado para propuestas de antenas desplegables (Xu 2012). Se trata de un anillo de entramado doble en el que las diagonales son tubos por los que discurre un cable y permiten la separación de los nudos pero evitan que se junten. En su estado plegado el cable está destensado y el tubo, que hace de camisa del cable, tiene la longitud de su posición final, por lo que no llega de un nudo al otro. El despliegado se acciona tensando los cables. Cuando la estructura llega a su posición final el tubo hace tope y encaja en el nudo, de este modo, la barra trabaja a compresión por la tracción del cable.



Estructura desplegable formada con la combinación de tijeras, barras biarticuladas y cables. Accionada mediante tensado (Xu 2012)

5 CONDICIONANTES GEOMÉTRICOS, DISCRETIZACIONES

La discretización de una estructura, entendida de modo genérico, es su división en partes. Puede producirse de diferentes modos y con varios objetivos: en algunas ocasiones es un modelo abstracto que sirve para su cálculo, como ocurre en la aplicación del Método de Elementos Finitos (FEM). En otras ocasiones es una división en partes que se construyen según esa división, como en las estructuras de pilares, vigas y viguetas. Un tercer tipo de discretización es el que toma una forma dada y define una geometría más sencilla, pero próxima a la geometría deseada, generalmente una malla de barras rectas cuyos nudos están contenidos en la forma inicial. En este capítulo se tratará de este último tipo.

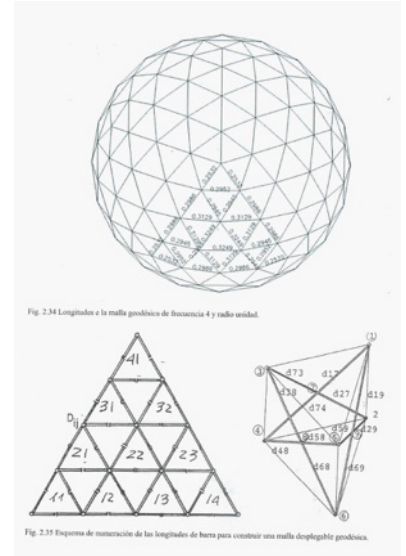
En este capítulo se tratará de las discretizaciones como medio de generar estructuras desplegables. El procedimiento que se aplicará consiste en partir de una superficie, discretizarla mediante una malla y sustituir las líneas de esta malla por una serie de mecanismos desplegables, generalmente en forma de tijera. Se puede sustituir las líneas de la malla por tijeras planas o sustituir los polígonos de la discretización por tijeras tridimensionales.

Existen otros modos de generar estructuras desplegables. Uno de ellos es partir de una estructura de entramado y eliminar ligaduras para lograr cierto grado de libertad de mecanismo. Las propuestas de Calatrava (Calatrava 1980) o la *Necklace-Dome* de Fuller (Krause 1999) son de este tipo.

Otro procedimiento es partir de geometrías deformables, las *Cúpulas de Láminas Desplegables* o la propuesta de poliedros desplegables de Sánchez Cuenca (Sánchez Cuenca 1996) son de este tipo.

Tradicionalmente se ha considerado una ventaja que las discretizaciones tengan barras de longitud igual o de pocos tipos diferentes. En los últimos años, los medios de diseño y fabricación digital han facilitado diseñar y construir discretizaciones muy complejas. En algunas ocasiones se llega a realizar estructuras en las que todas las piezas son diferentes. A pesar de que este tipo de estructuras irregulares es cada vez más habitual, las discretizaciones homogéneas y sencillas continúan teniendo interés por la facilidad de fabricación y montaje que suponen. En el ámbito de la autoconstrucción, estas ventajas son aún más importantes, por este motivo, se tratará de las dificultades que entraña el hacer discretizaciones con un número mínimo de componentes diferentes.

Se analizarán exclusivamente las discretizaciones de superficies en mallas de una capa. Para realizar estructuras de doble capa se utilizarán las mallas de una capa como base sobre la que disponer los mecanismos que dan canto a la estructura. Como se ha señalado en el capítulo anterior, el hecho de construir una discretización dada con mecanismos desplegables no es condición suficiente para que la estructura resultante sea desplegable. Se tienen que cumplir las condiciones de compatibilidad de movimientos. La compatibilidad de las diferentes soluciones se trata en el capítulo 7.



Estructura desplegable definida a partir de una discretización geodésica de una esfera (Escrig 2012)

5.1 FORMAS ESFÉRICAS

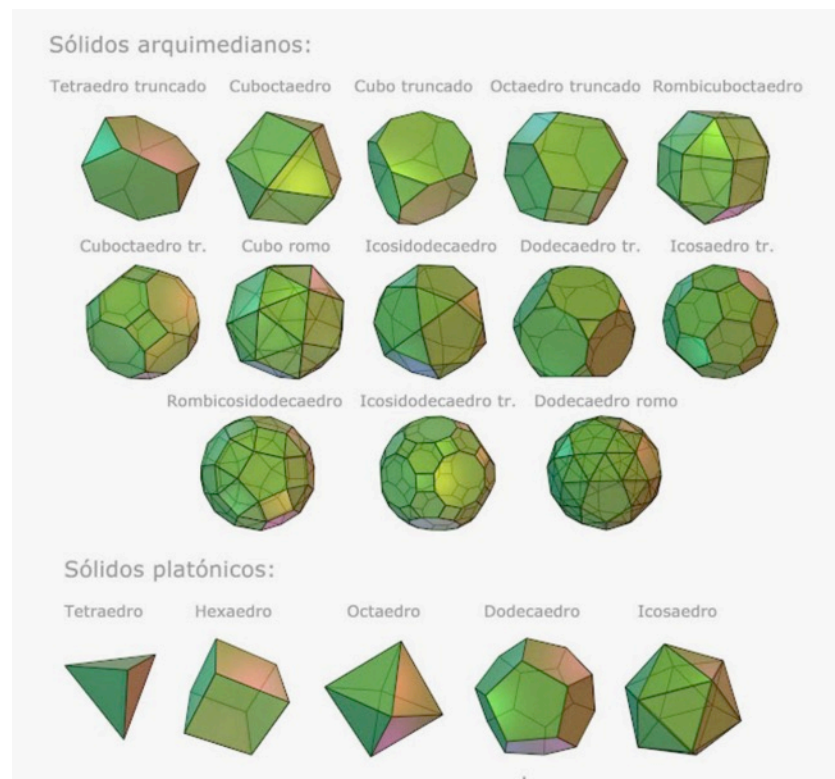
Las formas no desarrollables son las que presentan mayores limitaciones para ser discretizadas con elementos iguales. Sólo se tratarán las formas esféricas por ser las más habituales, aunque algunas de las soluciones que se explicarán puedan aplicarse a otros tipos de superficies.

5.1.1 POLIEDROS

Si se parte de la condición inicial de discretizar una esfera con componentes iguales, las únicas figuras con longitudes de barra y nudos iguales son los cinco poliedros regulares cóncavos o *Sólidos Platónicos*. Si se utilizan estas geometrías para realizar estructuras, la forma se aleja mucho de la esfera y el número de barras es limitado. Cuando se pretende realizar estructura de cierta escala, el número de barras puede resultar demasiado pequeño, lo que supone que es necesario utilizar barras de gran longitud.

Una de las ventajas de las estructuras de doble curvatura es que la geometría confiere rigidez al conjunto, por lo que se pueden construir volúmenes importantes con piezas relativamente pequeñas. Si se aplican los poliedros regulares o los semiregulares como discretización se pierde gran parte de esta ventaja.

Sólidos Arquimedianos y
Sólidos Platónicos



Los poliedros semirregulares, o poliedros regulares convexos, están formados por barras y caras iguales, pero sus vértices no están contenidos en una esfera. Tienen un número de barras mayor que los regulares, pero el volumen interior es proporcionalmente mucho menor, por lo que no presentan interés para el objetivo que se pretende lograr.

Los sólidos arquimedianos tienen aristas y nudos iguales. Generalmente se generan truncando un sólido platónico. Sus caras son polígonos regu-

lares de dos o más tipos. El número de barras que tiene es limitado. Por ejemplo, el poliedro con más aristas de este tipo es el *Dodecaedro Romo*. Tiene 180 barras. Este número máximo puede ser demasiado pequeño para estructura de cierta escala. Si se compara con las discretizaciones geodésicas, la de frecuencia tres tiene 270 barras y la de frecuencia cuatro tiene 480 barras. Además, algunas caras de los sólidos arquimedianos son polígonos deformables por lo que si se construyen con barras articuladas no forman conjuntos estables.

Los prismas y antiprismas son el tipo restante de poliedros regulares cóncavos. Su número es infinito. Son formas próximas al cilindro, por lo que se pueden utilizar para discretizar bóvedas. Se han visto aplicaciones de este tipo de geometrías en la clasificación de las tensegrities.

Existen otras familias de poliedros como los Sólidos de Johnson, que no tienen caras regulares o los sólidos de Catalan, que tiene caras uniformes pero no regulares y aristas diferentes. Las limitaciones de estos poliedros son similares a las de los arquimedianos.

5.1.2 GEODÉSICAS

Un modo de generar estructuras más tupidas es dividir las caras mediante mallas trianguladas y proyectar este dibujo sobre la esfera envolvente. Las estructuras generadas por este procedimiento se conocen como *Cúpulas Geodésicas*. El nombre debe a que las barras se alinean siguiendo líneas geodésicas. Generalmente se parte del icosaedro por ser el poliedro regular que tiene más caras. El número de elementos en los que se divide cada arista del poliedro original se denomina *Frecuencia* de la geodésica. Cuanto mayor es la frecuencia de la geodésica, el número de barras y nudos diferentes es mayor. La geodésica de frecuencia dos tiene dos longitudes de barra y dos tipos de nudo. La de frecuencia tres tiene tres longitudes de barra y tres tipos de nudo. La de frecuencia cuatro tiene seis longitudes de barra y cuatro tipos de nudo diferentes.

En las geodésicas que parten de un icosaedro, la mayor parte de la forma esférica está dividida en hexágonos y aparecen formas pentagonales alrededor de los vértices originales del icosaedro. En una geodésica de cualquier frecuencia se pueden identificar los vértices del poliedro original por estas formas pentagonales. Los vértices dan la sensación de irregularidad, porque en la proyección de las aristas originales, las líneas de la geodésica aparecen quebradas. En algunas ocasiones se intenta evitar esta irregularidad. Un modo de suavizar estas aristas es sustituir los vértices por bandas formadas por triángulos.

No es habitual generar estructuras geodésicas partiendo de otros sólidos platónicos. En caso de hacerse, la irregularidad es más acentuada que en los que parten del icosaedro, ya que aparecen nudos de cuatro o tres barras.

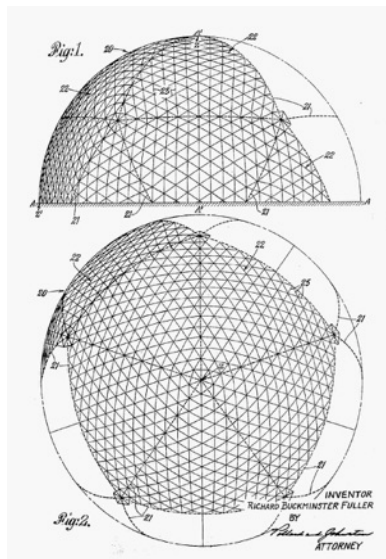
Buckminster Fuller es considerado el creador de las estructuras geodésicas, por ser quien las patentó y desarrolló en gran medida (Fuller 1954). Sin embargo, el descubrimiento es anterior, se conocen figuras próximas a las geodésicas por lo menos desde 1885 en china. En el año 1922 Walther Bauersfeld utilizó una estructura geodésica para construir un planetario para la fábrica Carl Zeiss, en Jena. Se considera la primera estructura geodésica construida.



Escultura de león en el *Palacio de Verano*, construida en 1885, en las afueras de Pekín (Shelter Publications 1973)



Estructura geodésica construida por Walther Bauersfeld, Jena 1922
Fuente: <http://www.zendome.de>



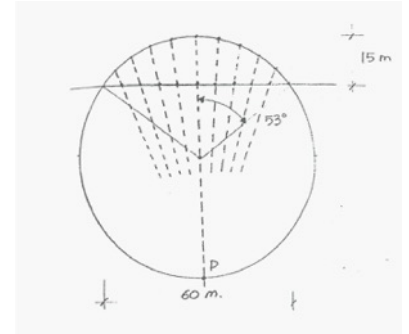
Richard Buckminster Fuller, Ilustración de la patente Construction (Fuller 1954)

5.1.3 PROYECCIÓN DE MALLAS PLANAS SOBRE UNA SUPERFICIE

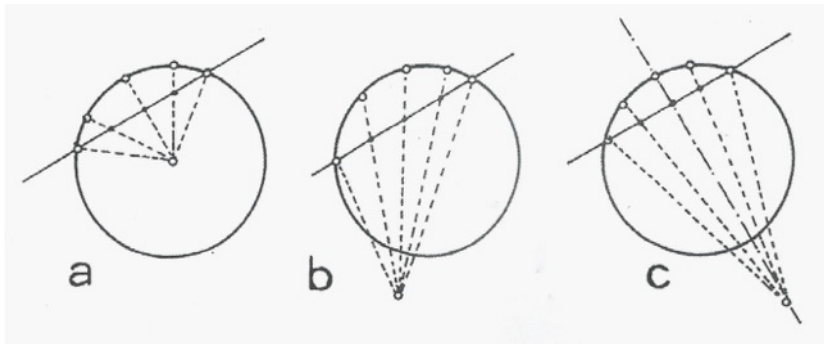
Otro método de discretización consiste en proyectar mallas planas sobre las superficies. En la medida en la que la superficie a discretizar se aleja del plano, aumenta las variaciones de longitud de las barras. Por este motivo, este tipo de discretizaciones se suele utilizar en superficies rebajadas. Se puede aplicar superficies que no sean esféricas.

Puede considerarse como un método menos elaborado que el de las geodésicas, ya que aquél es la proyección de una geometría más próxima a la forma esférica. Sin embargo, mediante este procedimiento, si se limita a cúpulas rebajadas, se pueden lograr discretizaciones aparentemente más regulares que las geodésicas.

Las diferencias de longitud entre barras son menores que en las geodésicas, pero el número de barras diferentes es mucho mayor. A lo largo de la superficie, las barras tienen longitudes diferentes, pero las variaciones entre barras próximas es muy pequeña, por lo que tienen un aspecto homogéneo.



Proyección de una malla sobre una superficie esférica desde un punto cercano al polo inferior de las esfera (Escrig 2012)



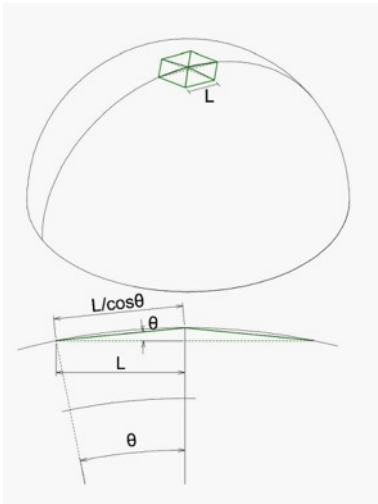
Proyección de mallas sobre superficies esféricas desde diferentes polos (Escrig 2012)

▪ Proyección de mallas triangulares

Un procedimiento para lograr discretizaciones homogénea es proyectar una malla plana sobre la superficie, e intentar que la distorsión producida por la proyección sea mínima. La proyección puede ser paralela o hacerse desde un punto. En la proyección desde un punto, las líneas de proyección se pueden adaptar a la superficie curva, pero el ángulo respecto a la malla que se proyecta es variable. La proyección paralela, se mantiene perpendicular a la malla que se proyecta, pero el ángulo de las líneas de proyección respecto a la superficie varía más que en la proyección desde un punto. No existe una solución ideal, la proyección siempre es imperfecta, lo máximo que se puede lograr es minimizar la variación de longitudes entre elementos.

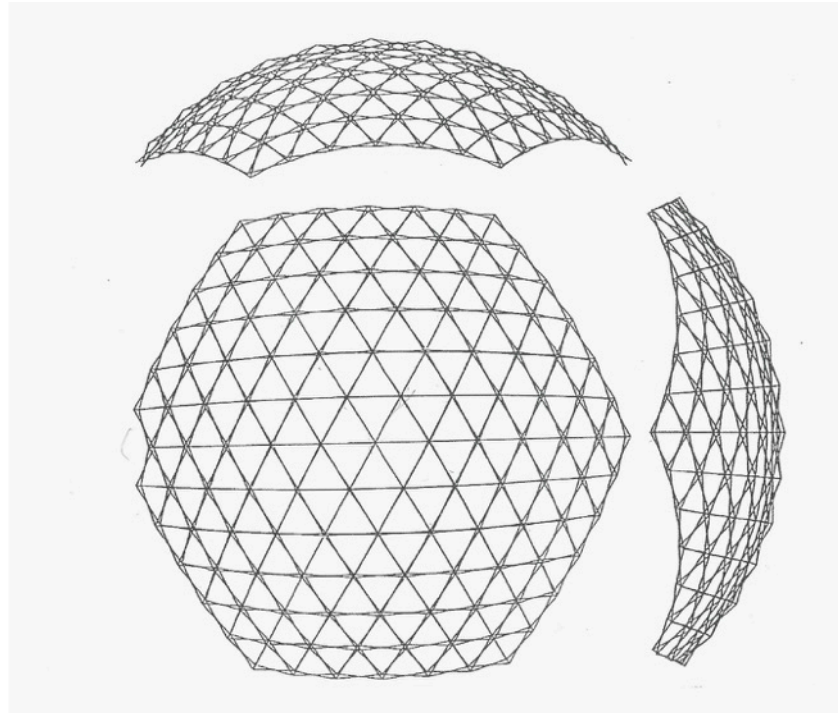
Escrig y Sánchez aplicaron este método. Utilizaron un procedimiento empírico para encontrar el foco de proyección que generase menor variación en las longitudes de las barras. Probaron proyectar la malla desde diferentes puntos y llegaron a un punto cercano al polo inferior de la esfera, con el que se conseguían discretizaciones casi homogéneas. Para cada proyección se debía encontrar la ubicación específica de ese punto, mediante aproximación.

Lograron una malla más regular que la obtenida mediante otras proyecciones, en cualquier caso, las barras nunca pueden ser iguales. Existe una limitación geométrica insalvable en este tipo de discretizaciones. Si se toma un elemento hexagonal, formado por barras iguales que se



Relación geométrica entre la longitud ideal de barras iguales L , y la real $L/\cos\theta$

Estructura desplegable generada a partir de una discretización mediante proyección de una malla triangular sobre una esfera (Escrig 2012)



▪ Mallas cuadrangulares

En las mallas cuadrangulares se puede aplicar el procedimiento de proyección desde un polo. Además de este método, hay otros sistemas para la discretización de esferas. Uno de ellos es la división en meridianos. Otra posible discretización es la que se logra deformando una malla de segmentos iguales.

Martín Gutiérrez y Valcárcel Plantearon un método de discretización informático (Martín 2004). Tenía el objetivo de lograr la mayor homogeneidad posible. Las barras eran de diferente longitud y no se planteaba un canto variable. Analizaron la geometría durante el proceso de desplegado y se lograron errores entre las diferentes barras del 1,746%. Como se verá a continuación, es un error menor que el que se logra por los métodos de proyección, pero es demasiado grande para poder ser absorbido por las holguras de las uniones. Los autores propusieron dejar sueltos algunos nudos para aliviar las tensiones que producían estas diferencias de longitud.

▪ Disposición de barras sobre una superficie

Una malla inicialmente rectangular se puede adaptar a una superficie esférica sin modificar la longitud de sus segmentos. Cuando la superficie se curva los ángulos se distorsionan y la trama se convierte en una malla ligeramente romboidal.

Distorsión de una malla para adaptarse a un superficie curva
Fuente: www.elpais.es



La deformación de una malla de segmentos iguales se puede entender también como la disposición de barras de igual longitud sobre una superficie. Este método no se puede aplicar con mallas triangulares por el motivo que ya se ha explicado, de que las mallas triangulares de barras iguales son obligatoriamente planas.

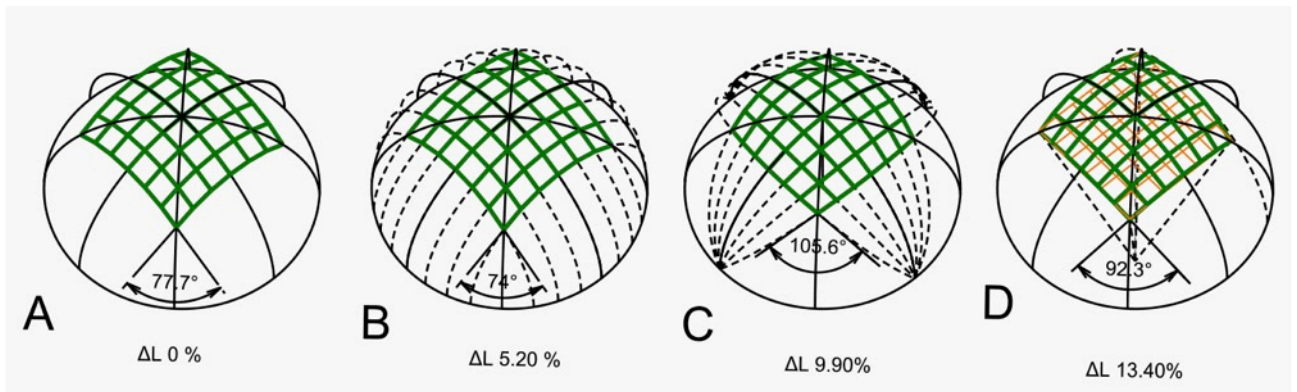
▪ **Comparación de las irregularidades de los diferentes métodos de discretización.**

Para comparar las irregularidades surgidas en cada uno de los procedimientos, se ha realizado la discretización de una superficie mediante los diferentes métodos. Se han tomado las dimensiones uno de los casquetes esféricos de la cubierta de las Piscinas de San Pablo. Estas dimensiones se han tomado de la información gráfica publicada, por lo que son aproximadas, pero se han utilizado para comparar el orden de magnitud de las distorsiones y variaciones de longitud de barras que se logran mediante diferentes tipos de discretización en una misma geometría, por lo que las dimensiones tomadas sólo son un ejemplo.

Se ha tomado una superficie esférica de radio 29 metros y una dimensión total de la estructura en planta de 30 metros. Las barras de una distancia entre articulaciones de 5,35 metros. Con estas dimensiones se ha realizado las siguientes discretizaciones:

- A Disposición de barras de una misma longitud sobre la superficie.
- B proyección paralela o división en paralelos.
- C división en meridianos.
- D proyección de una malla desde un foco situado en la parte inferior de la superficie esférica.

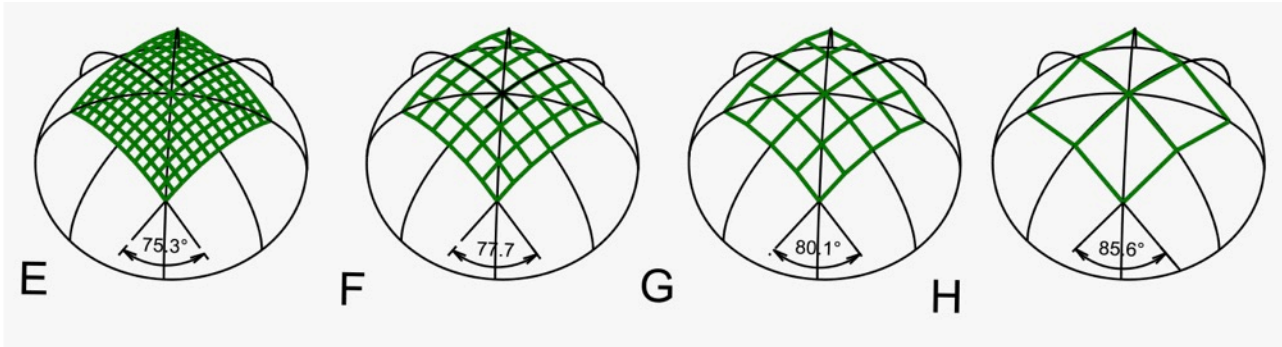
En la figura se pueden ver las mayores diferencias entre longitudes de barras en porcentaje y la distorsión angular máxima para cada caso.



La disposición de barras sobre la superficie (A) tiene la ventaja de que las barras son iguales (es su condición inicial), pero sufre una distorsión importante de la trama, $12,3^\circ$. La proyección paralela (B) tiene la ventaja de que el perímetro es un cuadrado perfecto, pero la distorsión de los ángulos es muy importante, 16° y la variación de longitud es la menor, pero no es una variación despreciable. La división en meridianos (C) tiene una distorsión similar a la proyección paralela, $15,6^\circ$ y una variación de longitud del $9,9\%$. La proyección desde un polo (D) da como resultado las mayores diferencias de longitud, $13,4\%$ y la menor distorsión entre estos ejemplos $2,3^\circ$.

Diferentes discretizaciones de un casquete esférico. A disposición de barras iguales, B proyección recta, C división en meridianos, D proyección desde un polo

También se ha probado la diferencia que supone disponer malas homogéneas de diferentes escalas, para ver cómo varían las distorsiones. Se ha realizado mediante la división la malla original en 24, 6, 4 y 2 tramos (E, F, G y H respectivamente). El resultado es que, cuanto más tupida es una malla, las distorsiones que se producen son mayores. Los valores van desde una distorsión de $4,2^\circ$ para barras de 16 metros hasta una distorsión de $13,7^\circ$ para barras de 2,67 metros.



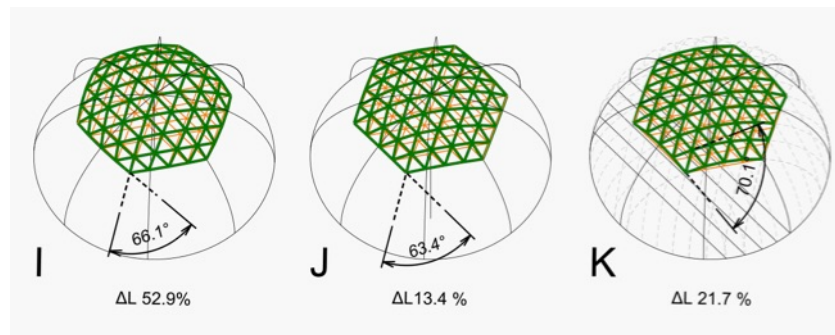
Diferentes discretizaciones de un casquete esférico discretizaciones por disposición de barras iguales de diferentes longitudes E 2,67m, F 5,35m G 8,0 m y H 16,0 metros

Luis Sánchez Cuenca (Sánchez Cuenca 1996) (Rodríguez 2005) ha propuesto una estructura de dimensiones medias, de forma próxima a la esfera, generada a partir de dos secciones perpendiculares circulares. La discretización es una malla cuadrangular con variaciones entre longitudes de barras de aproximadamente el 7%. Plantea una estructura de tamaño medio, con una luz de 14 metros y un canto nominal de 41 cm. Este orden de magnitud es similar al calculado en el ejemplo anterior.

▪ Comparación de irregularidades en mallas triangulares

Se ha realizado la misma comparación con mallas triangulares, se han dibujado tres soluciones:

- I Proyección desde el centro de la esfera.
- J Proyección desde el polo inferior de la esfera.
- K Proyección recta.



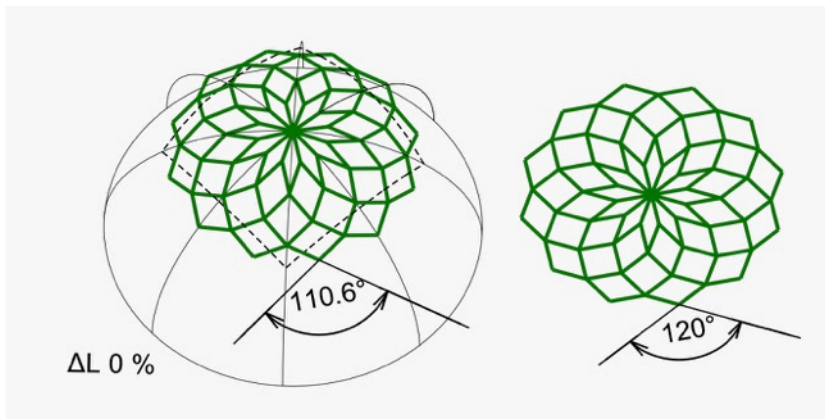
Diferentes discretizaciones triangulares por proyección

Entre estas tres soluciones, la proyección desde el polo inferior de la esfera es la que consigue un resultado más homogéneo.

▪ Domos de láminas

Se puede aplicar el método de disponer barras de una misma longitud formando mallas romboidales. En este tipo de discretizaciones se parte de un punto central y se disponen barras radialmente. Del extremo de cada una de las barras parten otras dos barras. Cada una de ellas se

une en su extremo inferior con la contigua, de manera se forma un rombo. Con este procedimiento se puede cubrir una forma esférica. El resultado es lo que se conoce como Domo de Láminas, o Zome. Con este tipo de discretización, también es posible cubrir otros tipos de superficies de doble curvatura.



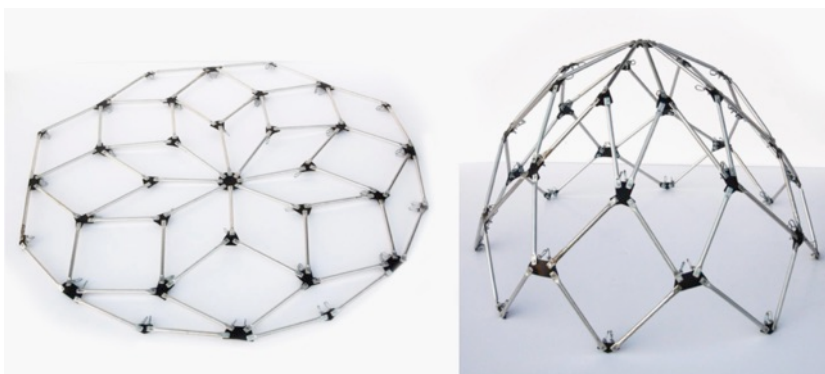
Domo de laminas o *Zome*. Derecha, estado plano de la discretización. Izquierda, estado volumétrico

Para las mismas dimensiones de los ejemplos anteriores, la distorsión de los ángulos es de $9,4^\circ$, tal como se ve indicado en el dibujo.

Las mallas cuadrangulares tienen la desventaja de ser deformables. En las mallas rectangulares las barras están alineadas en cada dirección y es suficiente con arriostrar cada una de las líneas de barras, pero si la malla es irregular, puede ser necesario arriostrar todos los tramos. Por este motivo, las discretizaciones romboidales se tienen que triangular y el resultado final son mallas triangulares.

Los domos de láminas se pueden atar en la dirección de los meridianos o en la de los paralelos. Si se arriostra mediante paralelos, la estructura es estable. Si la triangulación es por meridianos, la estructura tiene un grado de libertad y se puede plegar reduciendo al radio de la esfera. Si se restringe el desplazamiento entre apoyos, la estructura es estable.

La deformabilidad de los domos de láminas se puede aprovechar para hacer estructuras desplegables. En lugar de partir de un elemento plegado que se abre, la estructura se dispone abierta apoyada en el suelo y se eleva mediante tensores perimetrales que se van acortando. Se ha probado este procedimiento mediante maquetas. Están formadas por barras articuladas y se han dispuesto tensores perimetrales continuos. El proceso ha resultado muy difícil de controlar. Estas estructuras son muy deformables y, al tensar los cables, se han plegado de manera muy irregular. Esta limitación se puede salvar disponiendo tensores individuales entre cada par de nudos en su perímetro.



Maqueta de domo de laminas desplegable



Domo de laminas realizado a partir de una lámina plegada

También es posible realizar estructuras de este tipo que partan de una forma plana que se pliega. Las superficies definidas por este procedimiento no son esféricas, son formas de revolución con generatriz de radio variable. Estas estructuras se pueden plegar hasta un límite, ya que las barras llegan a chocar antes de plegarse completamente.

En estructuras de poca entidad que no son desplegables, es habitual hacer nudos semirígidos y disponer de cables horizontales de atado en los nudos inferiores. De esta manera, se triangula la parte más solicitada de la estructura y en la menos solicitada se confía la estabilidad a la simetría de cargas y a la rigidez parcial de los nudos.

5.2 FORMAS ABOVEDADAS Y MIXTAS

Las formas cilíndricas son desarrollables en un plano, por lo que se puede disponer cualquier malla sobre esas superficies. La discretización puede ser cuadrangular, triangular o seguir cualquier otra trama. Las variaciones de longitud y las distorsiones son nulas. Esta gran libertad de discretización tiene su contrapartida. Como son superficies desarrollables, no son rígidas por sí mismas, por lo que, si se construyen con barras articuladas, no siempre son estructuras estables.

Si se utilizan discretizaciones cuadrangulares para hacer estructuras abovedadas de barras articuladas, no son estructuras estables. Las discretizaciones triangulares pueden generar estructuras articuladas estables, siempre que se evite la alineación de una de las direcciones con la directriz del cilindro. Si se evita esta alineación, habrá un desplazamiento relativo entre arcos poligonales, por lo que se mantendrá un canto efectivo de la malla en la proyección sobre plano de la generatriz de la bóveda.

Un caso particular de este tipo de discretización es la que se puede lograr a través del plegado de una superficie plana. Es un tipo de plegado que en el ámbito de los *Origami* se conoce como el patrón *Yoshimura*. Es una discretización en tres direcciones. En su disposición más sencilla, una de ellas es paralela a la curva generatriz de la bóveda y las otras dos son diagonales. Las barras paralelas a la generatriz forman arcos poligonales, cuyos vértices están desplazados unos respecto a los adyacentes. Este desplazamiento hace que, si se toma un segmento de bóveda, en toda la longitud de la generatriz haya un canto efectivo.

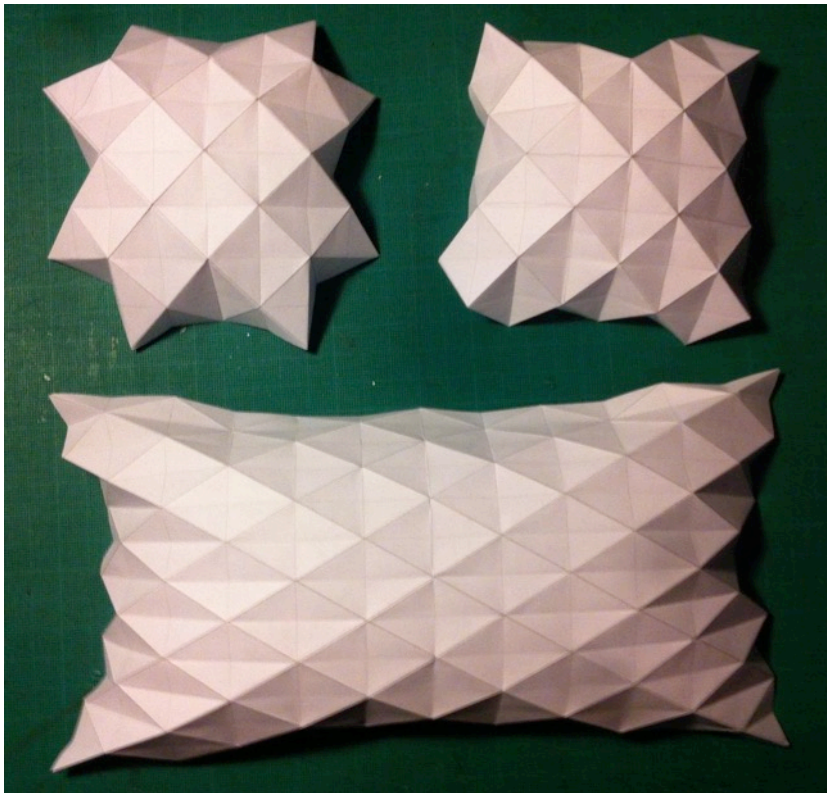
Con esta discretización se pueden hacer estructuras desplegables formadas por barras biarticuladas, pero tienen algunas limitaciones. La primera es que el plegado completo es complicado. Para evitarlo se pueden plantear un procedimiento de montaje inverso al habitual, de modo que, en lugar de partir de un elemento plegado que se despliega, partir de una superficie plana que se disponga en el suelo y se eleve mediante el plegado. La segunda limitación está relacionada con la capacidad estructural. Cuanto mayor sea la relación entre la longitud del arco y la de las aristas, el canto efectivo es menor, por lo que en la práctica, la longitud de las aristas limita la dimensión de la bóveda. En el rango de medidas planteado para esta investigación esa limitación es importante. Para una bóveda de 10 metros de luz y barras de 3 metros

de longitud el canto efectivo mide 23cm, para una bóveda de 15 metros de luz y barras de 3 metros el canto efectivo mide 15cm.

La aplicación de elementos desplegables en forma de tijera a estas discretizaciones puede complicar cuando las líneas son diagonales. En algunas discretizaciones el desplegado es incompatible. Las mallas cuadrangulares paralelas a la directriz y a la generatriz del cilindro son las más sencillas y no presentan problemas de incompatibilidad. Más adelante se tratará de la compatibilidad de las estructuras de tijeras generadas con diferentes discretizaciones cilíndricas.

5.3 DISCRETIZACIONES IMPERFECTAS

Los métodos de discretización parten de una superficie dada a la que se pretende llegar mediante elementos menores. En la mayor parte de los casos no existe una solución perfecta, por lo que hay que utilizar elementos de diferentes longitudes para lograr la geometría deseada. Sólo en algunos casos, como en las láminas plegadas o en las mallas cuadrangulares de barras iguales, se logran discretizaciones de barras iguales.



Discretizaciones realizadas manualmente por aproximación

En los modelos de *origami* que se ven en la fotografía se ha partido de un patrón de plegado y se ha adaptado hasta cubrir una superficie. Los dos ejemplos de planta aproximadamente cuadrada parten de la misma hoja con el mismo patrón, pero las elecciones arbitrarias han sido diferentes y los resultados también lo son.

Una vía de trabajo de la que no se han encontrado ejemplos es hacer discretizaciones por aproximación. Se trata de partir de elementos de dimensiones iguales y aproximarse a la geometría deseada. Se mantiene la homogeneidad de las piezas a costa de una imperfección en la geometría.

Si se aplica este procedimiento con las herramientas de la geometría, se presenta la dificultad que supone tener que tomar decisiones arbitrarias. La diferencia principal, respecto al método de proyección sobre una superficie curva, es que no hay una posición definida. Por ejemplo, si se aplica una malla triangular homogénea sobre una superficie de doble curvatura, algunos puntos estarán contenidos en esa superficie y otros no. En la medida en la que aumenta el número de barras, hay que separarse más de la superficie deseada, por lo que habrá infinitas soluciones, dependiendo de los criterios de aproximación que se elijan.

En la parte propositiva de este trabajo se planteará un modelo informático basado en simulación física, que aplica este método de discretización aproximada.

5.4 DISCRETIZACIONES MEDIANTE MECANISMOS EN TIJERA

En este capítulo se ha tratado sobre las discretizaciones de superficies mediante mallas de una capa. Se ha analizado el grado de regularidad que se obtiene con cada tipo de discretización. El objetivo final es definir estructuras desplegables mediante la sustitución de líneas de discretización por mecanismos. En las discretizaciones más sencillas, se utilizará este procedimiento con los mecanismos que se propondrán en la parte final. En las discretizaciones más complejas, se aplicará el procedimiento por aproximación que se expone en el capítulo 11.

No se ha analizado la regularidad de las barras resultantes cuando se aplican los mecanismos en tijera. En la tesis doctoral de José Sánchez se puede encontrar un análisis sistemático de la regularidad de los diferentes tipos de proyección en estructuras esféricas y cilíndricas (Sánchez Sánchez 1996).

La línea de trabajo que se ha seguido es diferente a la planteada por Sánchez, ya que se han planteado mecanismos diferentes de los de tijera que se realizarán con barras iguales o, en su defecto, por el mínimo número de componentes diferentes. Por este motivo, no se ha expuesto en profundidad ni se han desarrollado las discretizaciones propuestas por este autor.

6 CONDICIONANTES CONSTRUCTIVOS. NUDOS

Las uniones entre barras son una parte fundamental del desarrollo constructivo de las estructuras desplegadas, ya que permiten o coartan los movimientos de las barras. La solución constructiva de los nudos es un problema complejo que frecuentemente requiere de alteraciones y simplificaciones respecto al movimiento ideal. Por este motivo se dedica un capítulo a analizar los diferentes tipos de nudos utilizados en este tipo de estructuras.

Muchos de los ejemplos de nudos encontrados se limitan a propuestas teóricas, los cuales no se han aplicado en estructuras reales. En algunos casos su factibilidad se puede poner en duda, generalmente por ser soluciones constructivas muy complejas, en las que la transmisión de cargas genera tensiones importantes. A estos condicionante hay que sumar el objetivo fijado en el inicio de este trabajo de facilitar la aplicación de este tipo de estructuras, por lo tanto, la sencillez de las soluciones es una cualidad necesaria.

Los nudos deben permitir el movimiento relativo de las barras. Éstos pueden ser giros o desplazamientos (en una o varias direcciones). Se analizarán los nudos que sólo permiten giros, por ser los casos más habituales. Más adelante se verán algunos ejemplos de uniones que también permiten desplazamientos.

6.1 EL NUDO IDEAL

Se puede considerar como nudo ideal, es decir, el geoméricamente perfecto, el que permite el giro en cualquier dirección y los centros de giro de las todas las barras que enlaza se hallan en un mismo punto. En los programas informáticos suele ser la opción general de unión articulada y no es habitual que se puedan definir articulaciones que restrinjan el giro en alguna dirección y lo permitan en otra. En el mundo físico ocurre lo contrario: es relativamente sencillo realizar articulaciones que permitan el giro en una dirección, pero cuanto mayor sea la libertad de giro que se requiera, las complicaciones constructivas serán mayores.

Cuando se trata de unir dos piezas, es fácil encontrar ejemplos que permiten el giro libre, tanto es así, que lo podemos encontrar en las articulaciones de nuestro propio cuerpo. Cuando el número de barras que se quieren enlazar es mayor, la solución se complica. Como la función del nudo es la de limitar el desplazamiento y permitir el giro, las sujeciones entre elementos deben abrazar el punto de giro. Para lograr la transferencia de fuerzas, es necesaria una continuidad de material.

Si se trata de unir dos barras, una de ellas puede tener un extremo en forma esférica y el extremo de la otra debe ser una esfera hueca que aloja el final de la primera. Para que las barras puedan girar, la esfera hueca tiene que ser incompleta, de modo que deje una apertura suficiente para que las barras giren, pero como se debe impedir que las barras se separen, esta apertura está limitada. Esto supone que, en la práctica, el choque entre las piezas restringe la amplitud de giro. Si se trata de unir más de dos barras, se tienen que disponer más esferas concéntricas, con lo que la limitación que supone el choque entre barras es aún mayor.



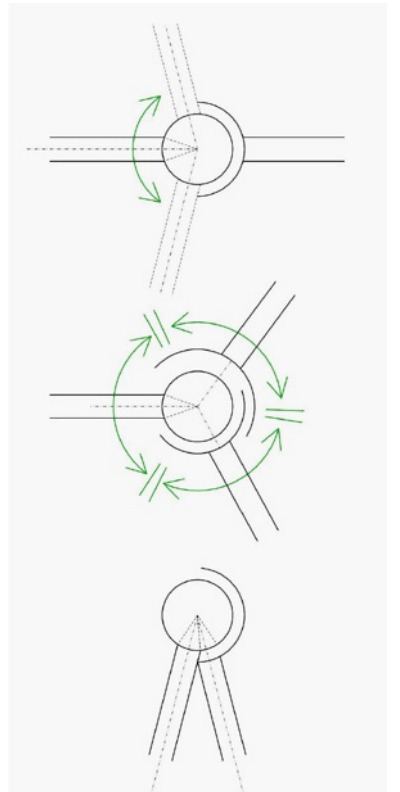
Articulación humana del fémur con la cadera

Fuente: <http://www.uruguayeduca.edu.uy>



Articulación metálica en forma de esfera

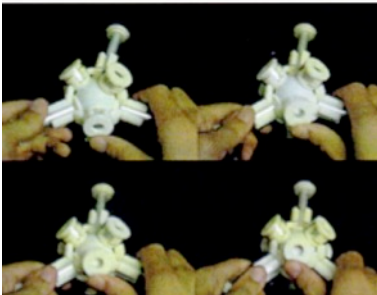
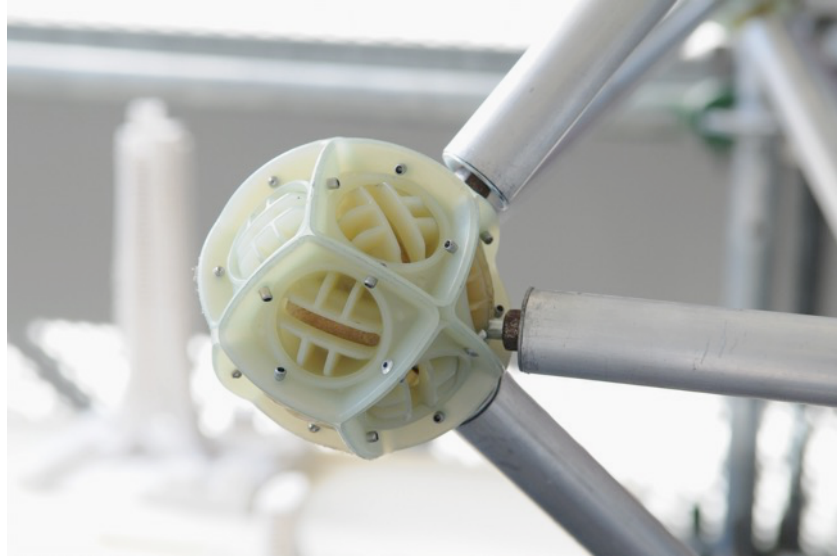
Fuente: <http://www.directindustry.com>



Esquemas de articulaciones esféricas

Existe un ejemplo de nudo en el que se salva esta limitación, aunque no es de uso en edificación. Se puede encontrar en algunos juguetes de construcción en los que las barras se unen a piezas esféricas mediante imanes. Es evidente que no es una solución aplicable a estructuras de edificación, pero se cita como el ejemplo encontrado que más se acerca a la unión ideal.

Fotografía de maqueta de la bienal de arquitectura de Venecia de 2011.
Autor no identificado



Nudo esférico propuesto
(Yokosuka 2013)

Las soluciones constructivas para unir más de dos barras en un nudo ideal son soluciones muy complejas (Yokosuka 2013). Los ejemplos encontrados son prototipos. No se han encontrado estructuras construidas con nudos de estas características. Tampoco se ha encontrado ningún análisis de la capacidad mecánica de estas articulaciones.

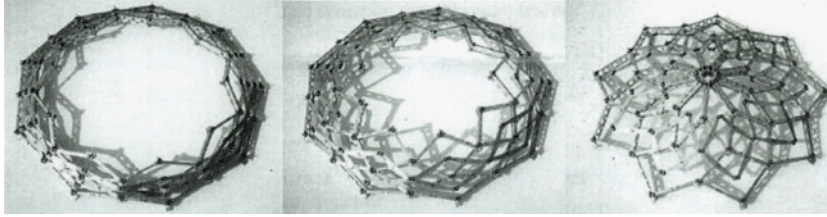
Para lograr soluciones constructivas más sencillas y mecánicamente más efectivas, se deben reducir las exigencias impuestas a los nudos, lo que se puede hacer mediante diferentes procedimientos. En algunos casos se limitan las direcciones de giro de las barras, mientras que en otros, se desplazan las uniones, de manera que haya espacio suficiente para que la construcción de las articulaciones sea más sencilla. Entre las soluciones logradas mediante este segundo procedimiento, los desplazamientos pueden ser de tres tipos:

- Desplazamiento de los elementos de unión en dirección radial, manteniendo la posición del punto de giro.
- Desplazamiento del propio eje de giro.
- Desplazamiento de las barras a una posición excéntrica respecto al punto de giro manteniendo el eje en su posición inicial.

6.2 ARTICULACIÓN CON GIROS SOBRE UN ÚNICO EJE

La solución más sencilla es limitar el giro de las barras manteniendo un eje central alrededor del cual giran las barras. El grosor de las barras que se unen, produce un desplazamiento entre barras pero si estas tienen un final plano, es desplazamiento no es significativo. En cualquier caso, este desplazamiento no modifica la posición del eje de giro de las barras, por lo que no afecta sustancialmente al comportamiento de la articulación.

Estas articulaciones definen un plano de giro perpendicular al eje. Cuando se unen más de dos barras en este tipo de nudos para hacer estructuras superficiales, el eje de giro suele ser perpendicular a esa superficie. Cuando se unen más de dos barras, esto limita su campo de aplicación a las estructuras desplegables en las que el mecanismo se desarrolla en el plano de la estructura.



Un ejemplo de este tipo de desplegables son las cúpulas retráctiles que se pliegan en un anillo perimetral. Son las llamadas *Iris Domes*, Propuestas Chuck Hoberman, y analizadas por diferentes autores. (Hoberman 1991), (Sánchez Cuenca 1996) (You 1996) (Kokawa 2000). Otros ejemplos en los que se puede aplicar este tipo de nudo son las estructuras abovedadas que se pliegan en un elemento en forma de arco. En estas soluciones, el plegado consiste en pasar de un elemento superficial a uno lineal. En las formas abovedadas, la superficie se pliega en un arco, (Escrig 2012) y en las formas esféricas en un círculo.

En este tipo de nudos las barras también pueden girar alrededor de su directriz pero este giro no mejora las aplicaciones para realizar mecanismos desplegables.

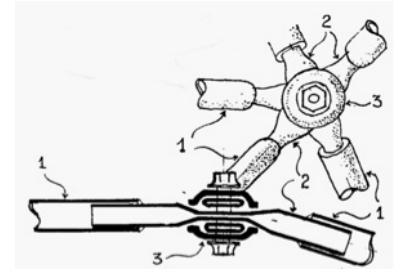
Cuando los movimientos de los mecanismos desplegables son exteriores a la superficie de la estructura, los giros de las barras no se pueden realizar alrededor de un mismo eje. Las barras deben girar alrededor de ejes no perpendiculares a la superficie de la estructura, generalmente son tangentes a ésta.

6.3 EJES DE GIRO CON INTERSECCIÓN EN UN PUNTO CENTRAL

La solución que más se acerca al nudo ideal consiste en desdoblarse cada final de barra en dos y separar estos extremos del punto central de manera simétrica. Cada barra acaba en una forma de horquilla y las líneas virtuales que definen el eje de giro se intersectan en un punto central. En los ejemplos propuestos, cada barra comparte el eje de giro con la enfrentada, de modo que el giro lateral de ambas barras debe ser coplanario.

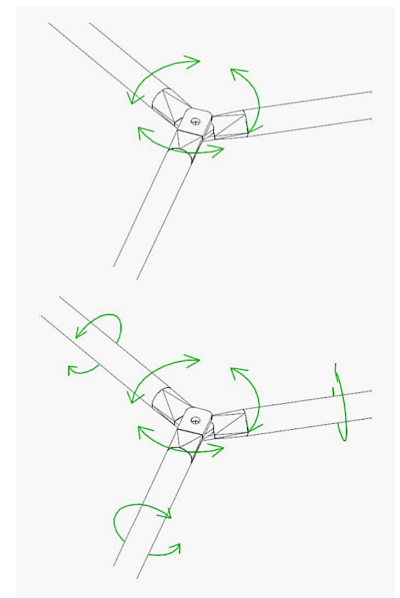
En esta solución de nudo, el mecanismo se expande radialmente y en los casos en los que el número de barras es elevado, las soluciones constructivas son complejas. Por otra parte, estos tipos de nudo presentan la ventaja de no generar excentricidades y permitir realizar una geometría sin errores de partida. Esto no se puede lograr con el resto de soluciones que se verán a continuación, ya que tienen imperfecciones geométricas.

No se han encontrado ejemplos realizados de estructuras con este tipo de nudos, sin embargo, es una solución habitual para unir dos barras

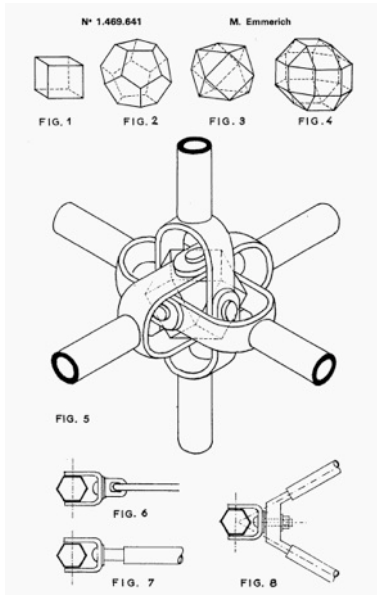


Nudo propuesto por Emmerich en su patente FR 1.484.634 (Emmerich 1966)

Cúpula retráctil (Sánchez Cuenca 1996)

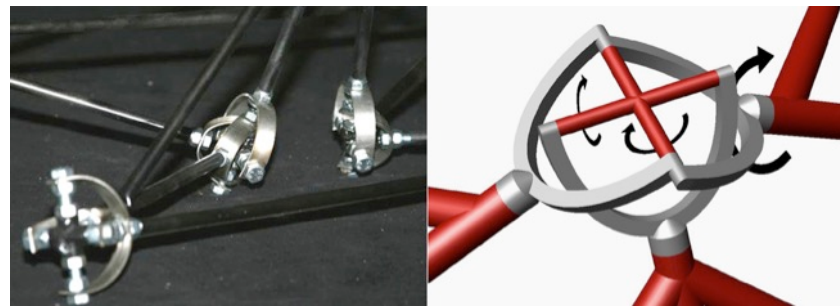


Nudo articulado que permite el giro alrededor de un eje (sup.) posible giro de las barras alrededor de su directriz (inf.)



D. G. Emmerich imagen de la patente FR 1.469.641 (Emmerich 1966)

Propuestas de la tesis Doctoral de Niels de Temmerman (Temmerman 2007)



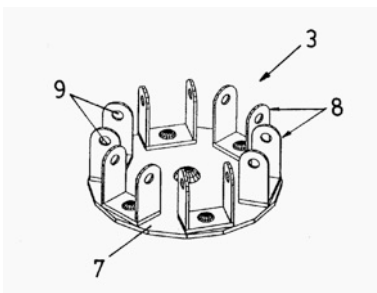
oblicuas, que giran cada una alrededor de su directriz. Son las uniones de ejes quebrados o *cardan*.

El nudo propuesto por David Georges Emmerich en su patente FR 1.469.641, consiste en un elemento central macizo al que se le unen las barras, a través de piezas en forma de horquilla. Desde un punto de geométrico, el movimiento de esta articulación es perfecto. La solución geométrica propuesta es muy compacta. Su única limitación geométrica es que la amplitud de movimiento de las barras no es completa y, según sean los movimientos de las barras, pueden darse casos en los que las restricciones de movimiento sean importantes (Emmerich 1966).

Una solución propuesta por Niels de Temmerman en su tesis doctoral es muy similar a la de Emmerich, pero la pieza maciza central se ha sustituido por una serie de barras radiales, con una unión rígida central. Permite un giro mayor, pero lo logra a costa de aumentar la dimensión del nudo y de aligerarlo (Temmerman 2007).

Estas dos soluciones son constructivamente complejas. Un procedimiento por el cual se pueden simplificar las soluciones, consiste en reducir la cantidad de condicionantes geométricos impuestos al nudo, de modo que su ejecución sea más sencilla. Los resultados obtenidos son uniones que tienen imperfecciones a nivel geométrico y de transmisión de esfuerzos. Por lo tanto, generan esfuerzos residuales en las barras, pero, a cambio de ello, son más sencillas de realizar. Esta facilidad de fabricación es fundamental, prueba de ello es que son los tipos de nudo que se han llevado a la práctica en los ejemplos construidos.

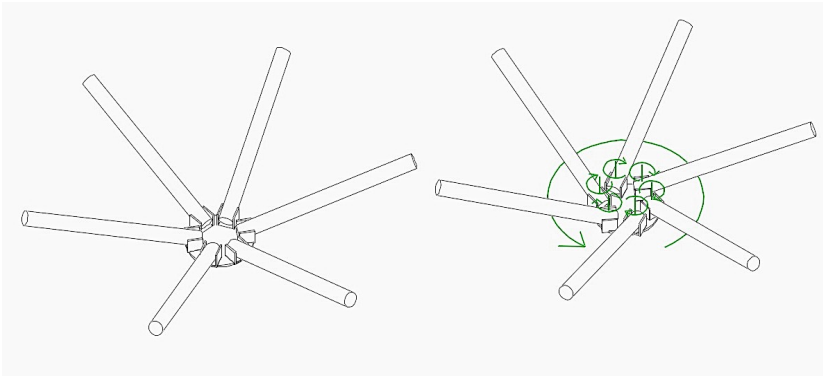
6.4 NUDOS CON EJES DE GIRO DESPLAZADOS



Nudo propuesto por Escrig en la patente ES1.026.200U (Escrig 1994)

Una simplificación del nudo que enlaza barras en varias direcciones, consiste en desplazar los ejes de giro de las barras en dirección radial. Con esta solución, cada barra tiene un eje propio. Constructivamente es mucho más sencillo que los anteriores, pero el desplazamiento de los ejes puede suponer que el nudo sea inestable. Se han identificado dos modos de inestabilidad que se explican a continuación.

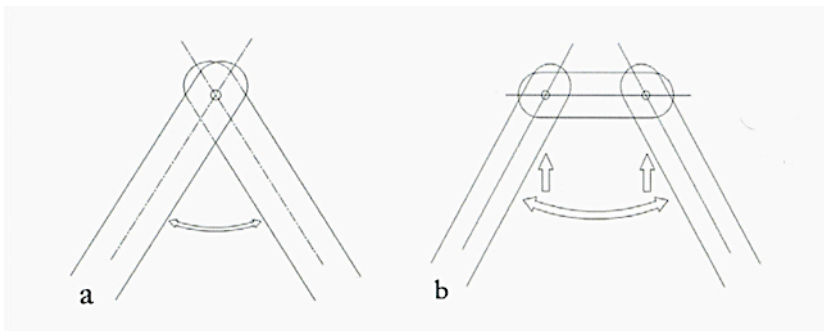
Escrig y Sánchez realizan sus primeros modelos de estructura con un nudo realizado con chapa plegada y remaches (Escrig 2012). Según la explicación dada por José Sánchez en el congreso Transformables 2013, la inestabilidad de este nudo se produce porque todo el nudo puede girar alrededor de su eje central. Por este motivo sólo lo consideran adecuado para ejecutar maquetas y no para construir estructuras reales.



Esquema de inestabilidad del nudo debido al giro del nudo

La inestabilidad de estos nudos no es evidente. En una situación real, el rozamiento entre piezas puede evitar el movimiento, lo que puede hacerlo más peligroso, por no ser una inestabilidad manifiesta. Este problema se puede solventar mediante uniones que no permitan el giro de cada soporte (uniones dobles o soldadura). Es una solución que los autores no han aplicado, porque han optado por otro tipo de nudo para sus obras construidas.

El segundo tipo de inestabilidad que se puede dar en este tipo de nudos es el que argumenta Félix Escrig para descartar el uso de este tipo de nudos. Explicaba que, al desplazarse los nudos, se produce un mecanismo inestable, de modo que todo el nudo puede trabsjar como una biela y girar alrededor de un eje paralelo al eje de giro de las barras (Escrig 2012).



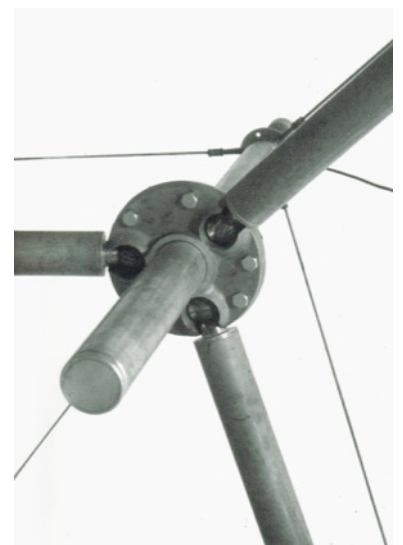
Fotografías de nudo para maquetas (Escrig 2012)

Dos posibilidades de encuentro en un nudo (Escrig 2012) Según el autor la A es correcta y la B incorrecta

La explicación de Escrig es correcta para uniones de dos barras o para uniones con un grado de libertad de mecanismo muy alto. Sin embargo, el mecanismo que se produce por estas dobles articulaciones se puede compensar con algún tipo de sujeción adicional, el cual debe soportar los esfuerzos residuales debido a holguras o desviaciones respecto a la geometría ideal.

En la estructura *Flying Seedpod*, realizado por Buckminster Fuller en la Washington University de St. Louis en 1953, cada barra se une a los nudos mediante articulaciones esféricas. El giro de cada nudo que argumentaba Escrig se evita mediante una barra perpendicular a la superficie de la estructura unida en su extremo por cables tensados. Si los cables no están tensados, el nudo es inestable. Durante el proceso de montaje los cables deben estar tensados en todo momento.

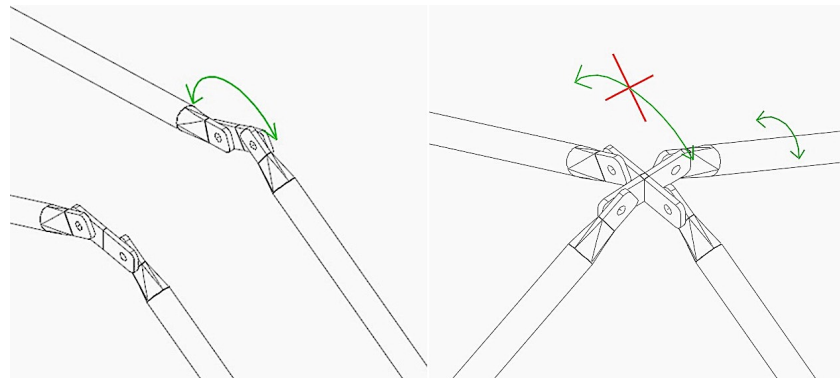
El otro posible giro del nudo no está resuelto. No hay ningún modo evidente que evite que todo el nudo gire alrededor del eje de la barra vertical. Los cables están unidos a un anillo, por lo que tienden a evitar el giro, pero es una sujeción débil. Si las uniones esféricas no permitiesen que las barras girasen horizontalmente el giro del nudo estaría impedi-



Nudo de la estructura Flying Seedpod (Krause 1999)

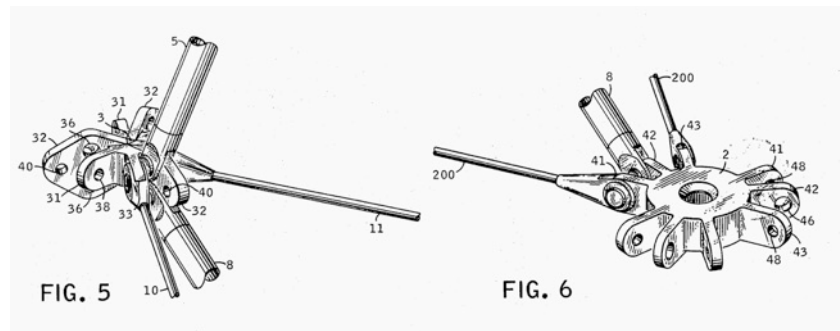
do. Este nudo sólo se utilizó en una estructura de pequeñas dimensiones que se podía manejar manualmente, por lo que su estabilidad no está probada en ejecuciones de escala real.

La solución habitual para evitar la inestabilidad de los nudos de ejes desplazados es más sencilla que la propuesta por Fuller. Consiste en evitar el giro mediante la combinación de barras en diferentes direcciones. Si en un nudo con ejes desplazados se unen más de dos barras, generalmente cuatro, seis u ocho, la inestabilidad explicada por Escrig se puede compensar gracias a la resistencia torsión de las barras dispuestas en diferentes direcciones. Por este motivo es imprescindible que las barras tengan restringido el giro alrededor de su directriz. Como se puede ver en el dibujo siguiente, cuando se unen dos barras el nudo es inestable, pero si se unen barras en diferentes direcciones y éstas son rígidas a torsión, el nudo es estable. Por otra parte, si las barras sólo pueden girar en una dirección, no pueden girar alrededor del eje vertical del nudo, por lo que la inestabilidad respecto al eje vertical del nudo también se evita.

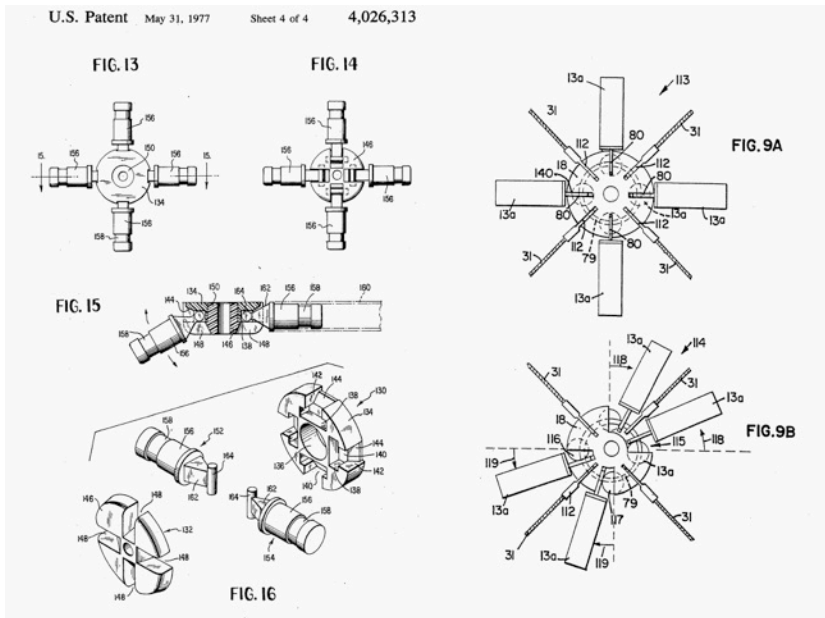


Esquema de nudo de ejes desplazados inestable y nudo de ejes desplazados estable

El desplazamiento de ejes de giro es una solución muy empleada entre los ejemplos analizados. Desmond H. Vaughan, Theodore R. Zeigler (Zeigler 1993) o Charis Gantes (Gantes 1991, 2001) entre otros, proponen esta solución. En la mayoría de ejemplos encontrados el giro del nudo se evita mediante la rigidez a torsión de las barras. En las Patentes de Zeigler se puede ver que las barras tienen un final en forma de T, de lo que se deduce que se ha tenido especial cuidado en que la unión no permita el giro de las barras alrededor de su directriz.

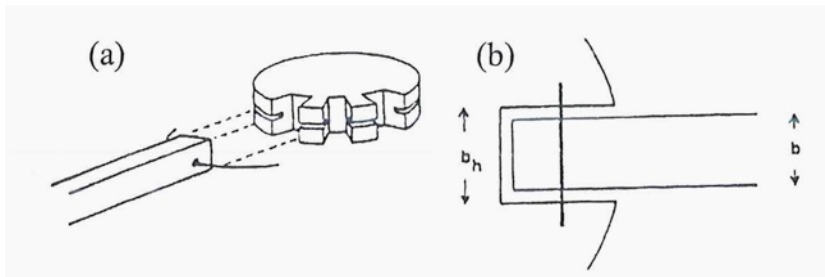


Nudo propuesto por Desmond H. Vaughan (Vaughan 1973)

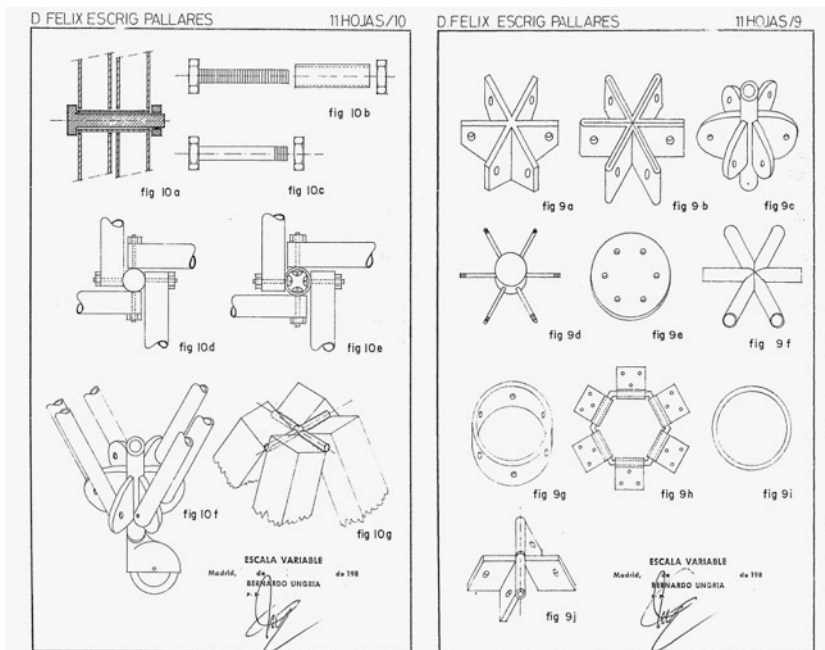


Nudos propuesto por Zeigler en las patentes US 4.026.313 (1977) y US 5.230.196 (Zeigler 1993)

En otros casos no se presta tanta atención a este aspecto y se pueden encontrar soluciones de efectividad dudosa, como el nudo empleado por Charis Gantes en varias de sus propuestas (Gantes 1991). El esquema del nudo es similar al propuesto por Zeigler, pero en este caso, en lugar de hacer una barra con un elemento perpendicular rígido, los extremos de las barras están perforados y se unen mediante un cable. Este ejemplo el nudo parece adecuado para realizar maquetas pero no estructuras a escala real.



Nudo propuesto por Gantes (Gantes 1991)



Escrig, ilustraciones de la patente ES 532.117 (Escrig 1984)

Escrig incluyó esta solución de nudo en varias patentes (Escrig 1984, 1993) y lo propuso en varias ocasiones, pero no llegó a aplicarlo en estructuras construidas, sólo lo utilizó para hacer prototipos. Cuando Escrig y Sánchez realizaron estructuras desplegadas de cierta escala, recurrieron a la solución de desplazar lateralmente las barras manteniendo un punto central en el que se cruzan todos los ejes de giro.

Es habitual que un mismo autor utilice indistintamente los dos tipos de soluciones y que incluso las incluya en una misma propuesta. El ejemplo más significativo es el de Pérez Piñero, que las utilizó sin una clara preferencia por uno de los dos tipos.

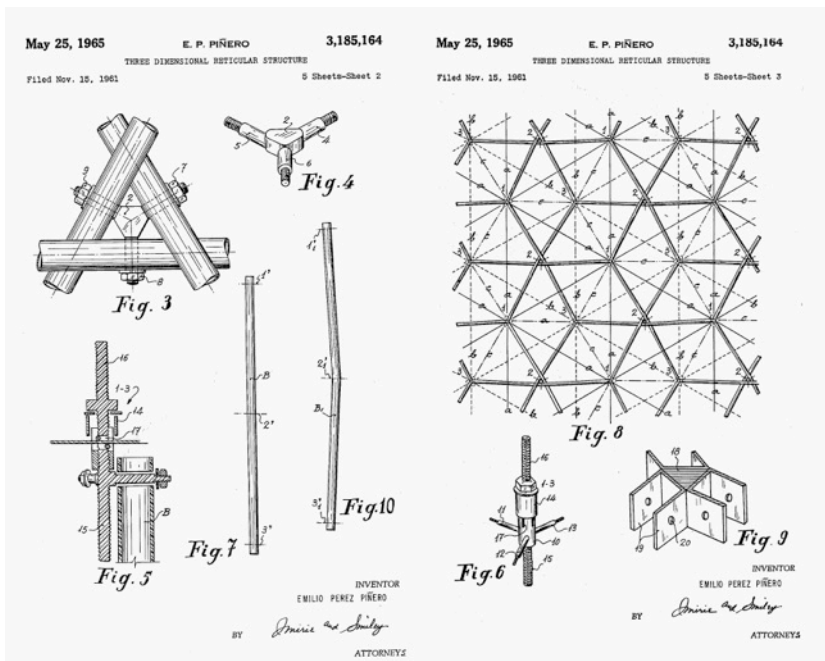
6.5 NUDOS CON EJES DE BARRAS EXCÉNTRICOS

Cuando se construyen mecanismos en forma de tijera, las barras se deben desplazar para evitar que choquen entre sí. Si los nudos se mantienen en el plano medio de la tijera, las barras estarán descentradas respecto a ese eje y se podrán unir lateralmente a él. Si los desplazamientos de las barras se realizan en direcciones radiales respecto al nudo, cada barra girará en un plano.

Con esta solución, las barras tienen una excentricidad respecto al recorrido ideal de las cargas, lo que provoca una flexión lateral. En la solución de ejes desplazados que se ha explicado en el punto anterior, los esfuerzos residuales se producen cuando hay defectos de fabricación u otros errores que producen excentricidades. Por el contrario, en la solución de barras excéntricas, los esfuerzos residuales se dan en todo momento.

Las barras se pueden unir mediante ejes que salen radialmente del nudo. Cuando se unen dos barras, la excentricidad de cada barra debe ser como mínimo igual a su radio. La construcción del nudo permitiría distancias menores, pero el plegado completo de las barras estaría impedido. Si el número de barras enlazadas es mayor, la excentricidad aumenta. Para cualquier número de barras, dos o más, la excentricidad de las barras produce un momento que tiende a girar el nudo. Debido a la necesidad de poder plegar el mecanismo, las barras se deben llegar al nudo en forma de esvástica. En esta disposición, los momentos flectores que se generan por la excentricidad de las barras tienen la misma dirección, por lo que los esfuerzos se suman.

Una alternativa que se puede plantear en este tipo de nudos consiste en disponer las excentricidades de modo que los esfuerzos se compensen. Pero para que las barras no chocasen los ejes se deberían disponer en diferentes alturas e, incluso así, la plegabilidad estaría muy limitada.



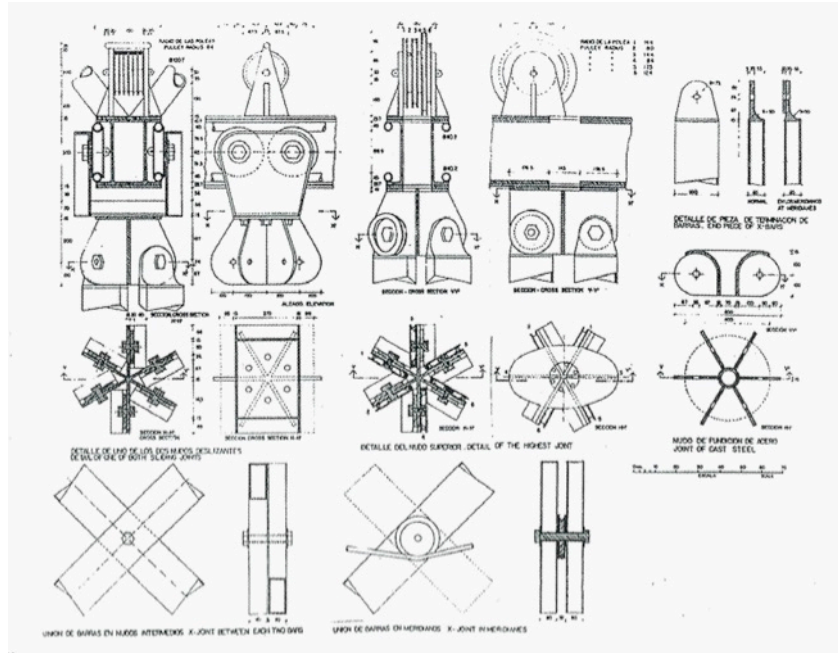
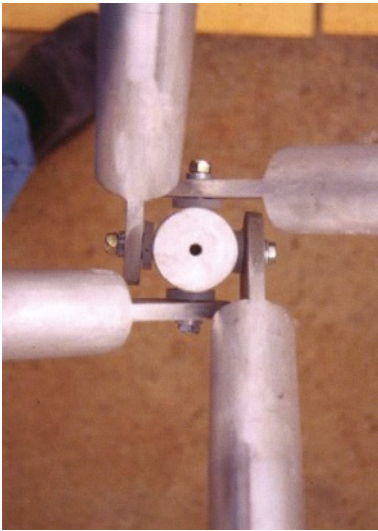
E. Pérez Piñero, ilustraciones de la patente US 3.185.164 (Pérez Piñero 1961)

Pérez Piñero utilizó nudos de barras excéntricas y nudos de ejes desplazados en varias ocasiones. En su primera patente aparecen ambas soluciones (Piñero 1961). En sus obras iniciales utilizó la solución de barra excéntricas, por ejemplo en el desarrollo constructivo del *Teatro Ambulante Desplegable*. Sin embargo, en la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces* o en el *Módulo Desplegable Automático*, utilizó la solución de ejes desplazados. Esto no significa que se decantase por una de las soluciones, ya que posteriormente, volvió a utilizar la solución de barras excéntricas en la *Vidriera Hiperbólica*.

Félix Escrig y José Sánchez, eligieron una de las dos soluciones (Escrig 2012). Al comienzo de su carrera plantearon nudos con ejes desplazados. Es la solución empleada en la propuesta para el *Pabellón Portátil para el Colegio de Arquitectos de Sevilla*. En los modelos a escala utilizaron el nudo de chapas plegadas unidas con remaches que se ha explicado anteriormente.

En algunas propuestas de concursos para ejecutar estructuras de gran escala, también propusieron los nudos de ejes desplazados, como es el caso del proyecto de la piscina de Mairena del Aljarafe, en Sevilla. Esta cubrición era una estructura desplegable de forma esférica, que se desplegaba mediante una guía fija en forma de arco.

Felix Escrig. Plano de detalle del proyecto del la *Piscina de Mairena*. (Escrig 2012)



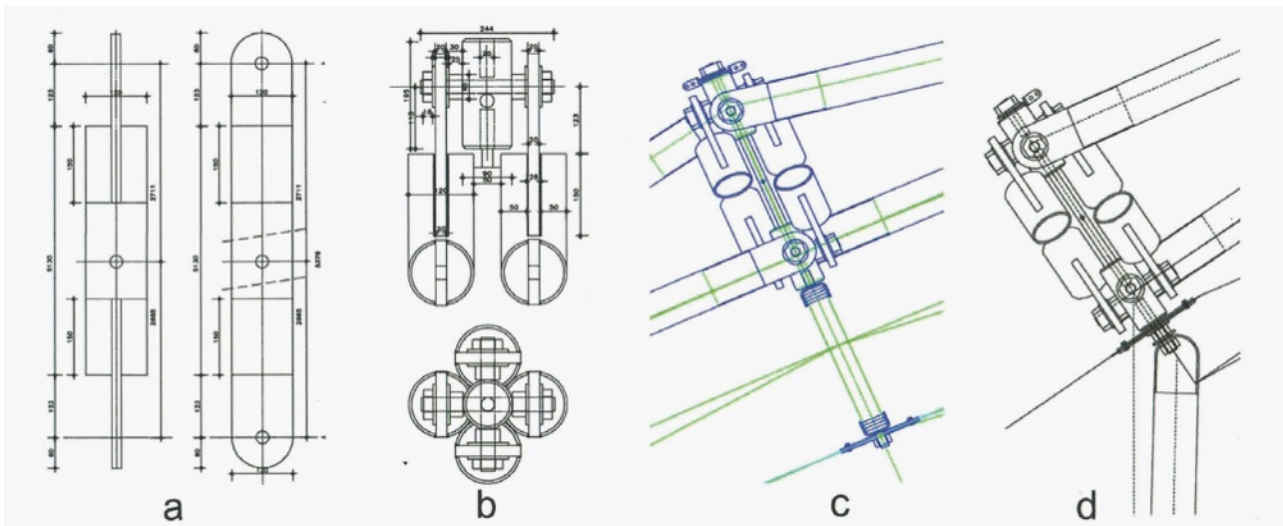
Nudo empleado en las piscinas de San Pablo (Escrig 2012).



Nudo empleado en una piscinas particular en Sevilla (Escrig 2012).

El cambio de solución de nudo se puede encontrar en la información publicada sobre el desarrollo de un tipo de cubierta desplegable para piscinas. Escrig y Sánchez hicieron varias propuestas con maquetas y soluciones de discretizaciones que llegaron a aplicar en ejecuciones reales. En las maquetas utilizaron el nudo de ejes desplazados, pero en las obras realizadas con este tipo de estructura, utilizaron la solución de barras excéntricas. Es el tipo de nudo empleado, tanto en la cubierta de una piscina privada en Sevilla, como en la cubierta de la piscina del complejo de San Pablo.

Detalles de nudos de la cubierta de la piscina de San Pablo (Escrig 2012)

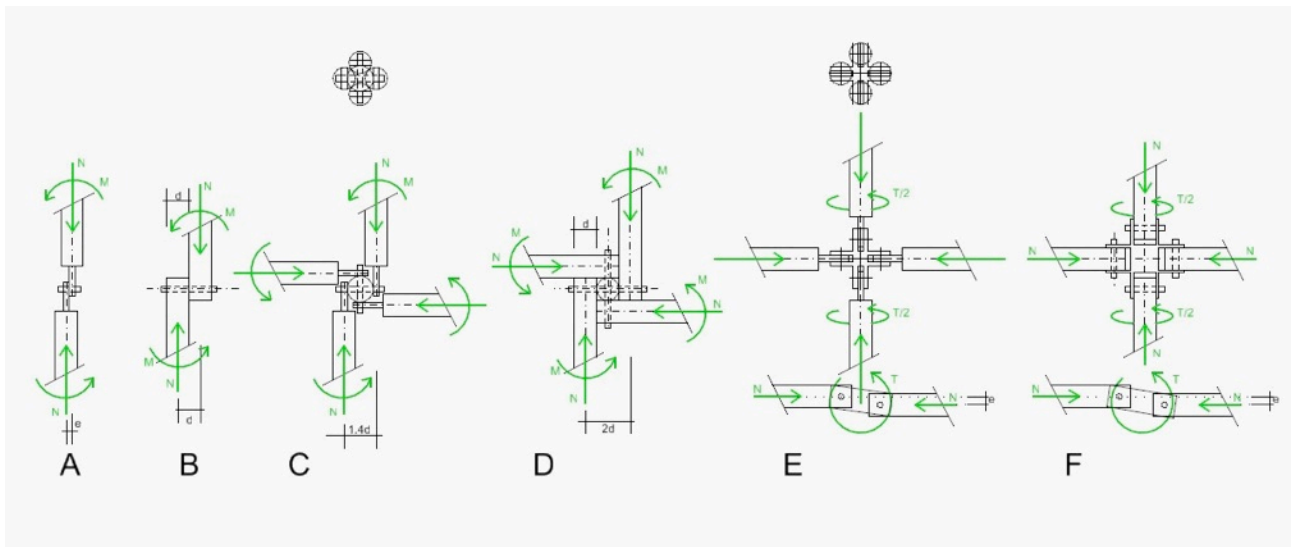


En el libro Modular, Ligero, Transformable, Escrig explicaba que el aspecto más débil de las soluciones de Piñero era el nudo. Además de la inestabilidad del nudo ya citada, argumentaba que este nudo es complejo de ejecutar y obliga a introducir barras curvas para compensar la excentricidad que creaba y que, dependiendo de la separación de barras, la apertura de las tijeras podía estar limitada. De estas limitaciones argumentadas por Escrig la de la inestabilidad del nudo se puede atribuir a la solución de ejes desplazados. Las otras son debidas al uso de tijeras tridimensionales.

En las propuestas de Pérez Piñero se pueden encontrar algunas soluciones que han desarrollado Escrig y Sánchez. Una virtud de estas obras ha sido el hacer una combinación adecuada de diferentes soluciones y mejoras concretas de propuestas anteriores. Por una parte, simplificaron las discretizaciones de las estructuras, utilizando mallas cuadrangulares y tijeras planas. Gracias a esto redujeron el número de barras que llegaba a cada nudo, cuatro en lugar de seis, lo que simplifica en gran medida la solución constructiva. Otra mejora es la reducción de la excentricidad de las barras, lo que se consigue haciendo un final de barra mediante una pieza plana.

La ventaja del nudo de barras excéntricas consiste en que se mantienen los ejes de giro de las barras en su posición ideal y que los cruces de barras encajan perfectamente en la geometría. La desventaja es que las barras se penalizan debido a la excentricidad. A continuación se cuantificarán estos esfuerzos dentro del ámbito de aplicación de este trabajo y se compararán con la solución de ejes desplazados.

6.6 ANALISIS COMPARATIVO DE NUDOS DE EJES DESPLAZADOS Y NUDOS DE BARRAS EXCÉNTRICAS



Esquemas de las diferentes soluciones de nudo

En el dibujo se pueden ver las diferentes soluciones de nudo, tanto de barras excéntricas, como de ejes desplazados. En el dibujo A, las barras tienen un final de espesor reducido, que se puede realizar aplastando la barra o colocando una pletina final de modo que se minimiza el ancho ocupado. Esta solución es la que produce una excentricidad menor,

pero no es aplicable cuando hay que unir más de dos barras. Además, el choque de las barras limita el plegado. La solución B tiene una excentricidad mínima igual al diámetro de las barras. La solución C tiene una excentricidad mínima igual a $\sqrt{2}$ veces el diámetro de las barras, la mínima par poder plegar cuatro barras. La solución D, es similar a la C pero constructivamente es más sencilla, porque las barras mantienen la misma sección en toda su longitud, la excentricidad de esta solución es 2d. Los dibujos E y F son las soluciones de ejes desplazados para los dos tipos de barra.

6.6.1 ANÁLISIS MANUAL

Para valorar el esfuerzo provocado por la excentricidad se han considerado cuatro de los casos dibujados: dos barras que se unen con ejes excéntricos, dos barras con la mínima separación de un diámetro (dibujo B), dos barras con un elemento intermedio y una excentricidad igual a 1.5d (dibujo C) y dos barras con una separación de dos diámetros (dibujo D). El cuarto tipo es el que une cuatro barras con ejes desplazados, para el cálculo realizado cualquiera de las dos tipos dibujados da los mismos resultados (E o F).

El objetivo que se plantea es hallar la relación entre las tensiones que se producirían en una solución de nudo ideal y las tensiones totales que se producen con la geometría de cada nudo. Tanto en la situación ideal, como en la real, la relación entra carga y esfuerzo de los componentes es lineal. Como consecuencia, la relación con la tensión resultante también es lineal. Por este motivo, se ha realizado un cálculo considerando una carga de valor la unidad. En la última columna de cada tabla se puede ver la relación entre la tensión generada en los perfiles para un trabajo real y la tensión que se produciría en una situación ideal en la que no hubieran excentricidades (únicamente la producida por el esfuerzo axial de las barras).

B								C								D							
Barra	Diam	Area	W	σ_M	σ_N	σ_{TOT}	σ_{TOT}/σ_N	Barra	Diam	Area	W	σ_M	σ_N	σ_{TOT}	σ_{TOT}/σ_N	Barra	Diam	Area	W	σ_M	σ_N	σ_{TOT}	σ_{TOT}/σ_N
25x2	2,5	1,45	0,77	3,25	0,69	3,94	5,69	25x2	2,5	1,74	1,19	3,15	0,57	3,73	6,48	25x2	2,5	1,74	1,19	4,20	0,57	4,78	8,31
25x2,5	2,5	1,77	0,91	2,76	0,57	3,33	5,88	25x2,5	2,5	2,09	1,35	2,78	0,48	3,26	6,81	25x2,5	2,5	2,09	1,35	3,70	0,48	4,18	8,74
25x3	2,5	2,07	1,02	2,45	0,48	2,93	6,07	25x3	2,5	2,41	1,47	2,55	0,41	2,97	7,15	25x3	2,5	2,41	1,47	3,40	0,41	3,82	9,20
30x2	3	1,76	1,16	2,60	0,57	3,17	5,57	30x2,5	3	2,14	1,81	2,49	0,47	2,95	6,32	30x2,5	3	2,14	1,81	3,31	0,47	3,78	8,09
30x2,5	3	2,16	1,37	2,19	0,46	2,65	5,72	30x2,5	3	2,59	2,10	2,14	0,39	2,53	6,55	30x2,5	3	2,59	2,10	2,86	0,39	3,24	8,40
30x3	3	2,55	1,57	1,92	0,39	2,31	5,88	30x3	3	3,01	2,34	1,92	0,33	2,26	6,79	30x3	3	3,01	2,34	2,56	0,33	2,90	8,72
40x2	4	2,39	2,16	1,85	0,42	2,27	5,42	40x2	4	2,39	2,16	2,78	0,42	3,20	7,63	40x2	4	2,39	2,16	3,70	0,42	4,12	9,84
40x3	4	3,49	3,00	1,33	0,29	1,62	5,64	40x3	4	3,49	3,00	2,00	0,29	2,29	7,97	40x3	4	3,49	3,00	2,66	0,29	2,95	10,29
40x4	4	4,52	3,71	1,08	0,22	1,30	5,88	40x4	4	4,52	3,71	1,62	0,22	1,84	8,32	40x4	4	4,52	3,71	2,16	0,22	2,38	10,76
45x2	4,5	2,70	2,78	1,62	0,37	1,99	5,37	45x2	4,5	2,70	2,78	2,43	0,37	2,80	7,56	45x2	4,5	2,70	2,78	3,24	0,37	3,61	9,74
45x3	4,5	3,96	3,90	1,15	0,25	1,41	5,57	45x3	4,5	3,96	3,90	1,73	0,25	1,98	7,85	45x3	4,5	3,96	3,90	2,31	0,25	2,56	10,14
45x4	4,5	5,15	4,86	0,93	0,19	1,12	5,77	45x4	4,5	5,15	4,86	1,39	0,19	1,58	8,16	45x4	4,5	5,15	4,86	1,85	0,19	2,05	10,55
50x2	5	3,01	3,48	1,44	0,33	1,77	5,33	50x2	5	3,01	3,48	2,16	0,33	2,49	7,50	50x2	5	3,01	3,48	2,87	0,33	3,21	9,66
50x3	5	4,43	4,91	1,02	0,23	1,24	5,51	50x3	5	4,43	4,91	1,53	0,23	1,75	7,76	50x3	5	4,43	4,91	2,04	0,23	2,26	10,02
50x4	5	5,78	6,16	0,81	0,17	0,98	5,69	50x4	5	5,78	6,16	1,22	0,17	1,39	8,04	50x4	5	5,78	6,16	1,62	0,17	1,80	10,38
100x3	10	9,14	21,51	0,46	0,11	0,57	5,25	100x3	10	9,14	21,51	0,70	0,11	0,81	7,37	100x3	10	9,14	21,51	0,93	0,11	1,04	9,49
100x6	10	17,71	39,28	0,25	0,06	0,31	5,51	100x6	10	17,71	39,28	0,38	0,06	0,44	7,76	100x6	10	17,71	39,28	0,51	0,06	0,57	10,02

Resultados de la relación entre la tensión producida por el esfuerzo axial y el total en las diferentes soluciones de nudo con barras de ejes excéntricos

En el caso B la tensión total es entre 5 y 6 veces la de una solución ideal, en el caso C 6.5 y 8.3 veces la de la ideal y en el caso D entre 8 y 10,7 veces la de la ideal.

E

Barra	Diam	Area	W	Wt	ζ_T	σ_N	σ_{co}	σ_{co}/σ_N
25x2	2,5	1,74	1,19	1,54	0,41	0,57	0,91	1,58
25x2,5	2,5	2,09	1,35	1,81	0,35	0,48	0,77	1,60
25x3	2,5	2,41	1,47	2,04	0,31	0,41	0,67	1,62
30x2,5	3	2,14	1,81	2,31	0,32	0,47	0,73	1,56
30x2,5	3	2,59	2,10	2,75	0,27	0,39	0,61	1,58
30x3	3	3,01	2,34	3,13	0,24	0,33	0,53	1,60
40x2	4	2,39	2,16	4,55	0,22	0,42	0,57	1,35
40x3	4	3,49	3,00	6,49	0,15	0,29	0,39	1,37
40x4	4	4,52	3,71	8,24	0,12	0,22	0,31	1,38
45x2	4,5	2,70	2,78	5,82	0,19	0,37	0,50	1,35
45x3	4,5	3,96	3,90	8,35	0,13	0,25	0,34	1,36
45x4	4,5	5,15	4,86	10,66	0,11	0,19	0,27	1,37
50x2	5	3,01	3,48	7,25	0,17	0,33	0,45	1,35
50x3	5	4,43	4,91	10,45	0,12	0,23	0,31	1,36
50x4	5	5,78	6,16	13,39	0,09	0,17	0,24	1,37

Relación entre la tensión producida por el esfuerzo axial y el total en una solución de nudo de ejes desplazados

Se ha realizado una estimación similar para la solución de ejes de giro desplazados, (figura E o F en el dibujo). En este caso se ha considerado un error de fabricación que se traduce en una excentricidad de la barra. La excentricidad depende de la precisión de la fabricación y montaje, se ha estimado un valor igual a la mitad del diámetro de la barra, lo que supone un error importante. El momento flector generado por esa excentricidad es soportado a torsión por las barras perpendiculares. Para hallar la tensión total se ha calculado la tensión de comparación con la fórmula de Von Mises, combinando la tensión tangencial generada por la torsión y la tensión normal generada por el axial. En la última columna se puede ver la relación entre la tensión total y la debida al axial. La tensión aumenta entre un 1.35 y 1.60 veces.

Del primer cálculo se puede deducir que los resultados de ejes desplazados son mucho más favorables, pero hay algunos factores que matizan estos valores. El primero es que, en muchos casos, las barras soportan esfuerzos de flexión, además de los esfuerzos axiales considerados en la tabla, por lo que la afección en términos de porcentaje del esfuerzo total puede ser menor. Otro factor es la reducción de la capacidad portante debida al pandeo.

Como se ha explicado anteriormente, las estructuras en forma de tijera sencilla tienen un punto central muy débil frente a esfuerzos de flexión. En la medida que aumenta el esfuerzo de flexión, se reduce la importancia de la excentricidad y, como lo que se está valorando es la importancia relativa de la excentricidad, cuanto mayor sea el trabajo a flexión, la proporción de la afección de la excentricidad es menor. Este cálculo no se puede realizar de manera genérica.

El segundo aspecto que matiza los datos estimados es el pandeo. Aunque tampoco se ha realizado un cálculo genérico de la afección del pandeo, se puede hacer la hipótesis de una situación de trabajo para tener un orden de magnitud de sus valores. Teniendo en cuenta que se procurará hacer estructuras ligeras, se utilizarán secciones mínimas, por lo que las esbelteces serán importantes. Se puede llegar a grados de esbeltez cercanos al límite admitido por la normativa. En este rango de valores, la capacidad portante de la pieza puede verse reducida a un 20% de la axial pura, por lo tanto, en las tablas la afección de la excentricidad bajará en proporción inversa. En la siguiente tabla se presentan los valores teniendo en cuenta la afección de pandeo para un esbeltez límite.

B									C									D								
Barra	Diam	Area	W	σ_m	σ_N^*	σ_{TOT}	σ_{TOT}/σ_N^*		Barra	Diam	Area	W	σ_m	σ_N^*	σ_{TOT}	σ_{TOT}/σ_N^*		Barra	Diam	Area	W	σ_m	σ_N^*	σ_{TOT}	σ_{TOT}/σ_N^*	
25x2	2,5	1,45	0,77	3,25	3,46	6,71	1,94		25x2	2,5	1,74	1,19	3,15	2,87	6,02	2,10		25x2	2,5	1,74	1,19	4,20	2,87	7,08	2,46	
25x2,5	2,5	1,77	0,91	2,76	2,83	5,59	1,98		25x2,5	2,5	2,09	1,35	2,78	2,39	5,17	2,16		25x2,5	2,5	2,09	1,35	3,70	2,39	6,10	2,55	
25x3	2,5	2,07	1,02	2,45	2,41	4,86	2,01		25x3	2,5	2,41	1,47	2,55	2,07	4,63	2,23		25x3	2,5	2,41	1,47	3,40	2,07	5,48	2,64	
30x2	3	1,76	1,16	2,60	2,84	5,44	1,91		30x2,5	3	2,14	1,81	2,49	2,34	4,82	2,06		30x2,5	3	2,14	1,81	3,31	2,34	5,65	2,42	
30x2,5	3	2,16	1,37	2,19	2,31	4,50	1,94		30x3	3	2,59	2,10	2,14	1,93	4,07	2,11		30x3	3	2,59	2,10	2,86	1,93	4,79	2,48	
30x3	3	2,55	1,57	1,92	1,96	3,88	1,98		40x2	4	3,01	2,34	1,92	1,66	3,58	2,16		40x2	4	3,01	2,34	2,56	1,66	4,23	2,54	
40x2	4	2,39	2,16	1,85	2,10	3,95	1,88		40x3	4	3,49	3,00	2,00	1,43	3,43	2,39		40x3	4	3,49	3,00	2,66	1,43	4,10	2,86	
40x3	4	3,49	3,00	1,33	1,43	2,77	1,93		40x4	4	4,52	3,71	1,62	1,11	2,72	2,46		40x4	4	4,52	3,71	2,16	1,11	3,26	2,95	
40x4	4	4,52	3,71	1,08	1,11	2,18	1,98		45x2	4,5	2,70	2,78	2,43	1,85	4,28	2,31		45x2	4,5	2,70	2,78	3,24	1,85	5,09	2,75	
45x2	4,5	2,70	2,78	1,62	1,85	3,47	1,87		45x3	4,5	3,96	3,90	1,73	1,26	3,00	2,37		45x3	4,5	3,96	3,90	2,31	1,26	3,57	2,83	
45x3	4,5	3,96	3,90	1,15	1,26	2,42	1,91		45x4	4,5	5,15	4,86	1,39	0,97	2,36	2,43		45x4	4,5	5,15	4,86	1,85	0,97	2,82	2,91	
45x4	4,5	5,15	4,86	0,93	0,97	1,90	1,95		50x2	5	3,01	3,48	2,16	1,66	3,81	2,30		50x2	5	3,01	3,48	2,87	1,66	4,53	2,73	
50x2	5	3,01	3,48	1,44	1,66	3,10	1,87		50x3	5	4,43	4,91	1,53	1,13	2,66	2,35		50x3	5	4,43	4,91	2,04	1,13	3,17	2,80	
50x3	5	4,43	4,91	1,02	1,13	2,15	1,90		50x4	5	5,78	6,16	1,22	0,87	2,08	2,41		50x4	5	5,78	6,16	1,62	0,87	2,49	2,88	
50x4	5	5,78	6,16	0,81	0,87	1,68	1,94																			

*tensión mayorada por un coeficiente de pandeo 0,2

Resultados de la relación entre la tensión producida por el esfuerzo axial y el total en las diferentes soluciones de nudo con barras de ejes excéntricos, en los que se ha considerado el pandeo

En la tabla se ha considerado la afección del pandeo como una mayoración de la tensión normal de las barras. Si se hace este planteamiento, que no deja de ser una simplificación importante, el aumento relativo de tensión producida por la excentricidad baja considerablemente. En el caso B, el esfuerzo total ronda el doble del producido por el esfuerzo axial, en el casos C entre 2 y 2.5 veces y en el Caso D entre 2,5 y 3 veces. En el caso E la afección es prácticamente nula, aumenta menos del 4%.

E									
Barra	Diam	Area	W	Wt	ζ_T	σ_N^*	σ_{co}	σ_{co}/σ_N^*	
25x2	2,5	1,74	1,19	1,54	0,41	2,87	2,96	1,03	
25x2,5	2,5	2,09	1,35	1,81	0,35	2,39	2,47	1,03	
25x3	2,5	2,41	1,47	2,04	0,31	2,07	2,14	1,03	
30x2,5	3	2,14	1,81	2,31	0,32	2,34	2,40	1,03	
30x2,5	3	2,59	2,10	2,75	0,27	1,93	1,99	1,03	
30x3	3	3,01	2,34	3,13	0,24	1,66	1,71	1,03	
40x2	4	2,39	2,16	4,55	0,22	2,10	2,13	1,02	
40x3	4	3,49	3,00	6,49	0,15	1,43	1,46	1,02	
40x4	4	4,52	3,71	8,24	0,12	1,11	1,13	1,02	
45x2	4,5	2,70	2,78	5,82	0,19	1,85	1,88	1,02	
45x3	4,5	3,96	3,90	8,35	0,13	1,26	1,29	1,02	
45x4	4,5	5,15	4,86	10,66	0,11	0,97	0,99	1,02	
50x2	5	3,01	3,48	7,25	0,17	1,66	1,69	1,02	
50x3	5	4,43	4,91	10,45	0,12	1,13	1,15	1,02	
50x4	5	5,78	6,16	13,39	0,09	0,87	0,88	1,02	

Resultados de la relación entre la tensión producida por el esfuerzo axial y el total en una solución de nudo de ejes desplazados, en los que se ha considerado el pandeo

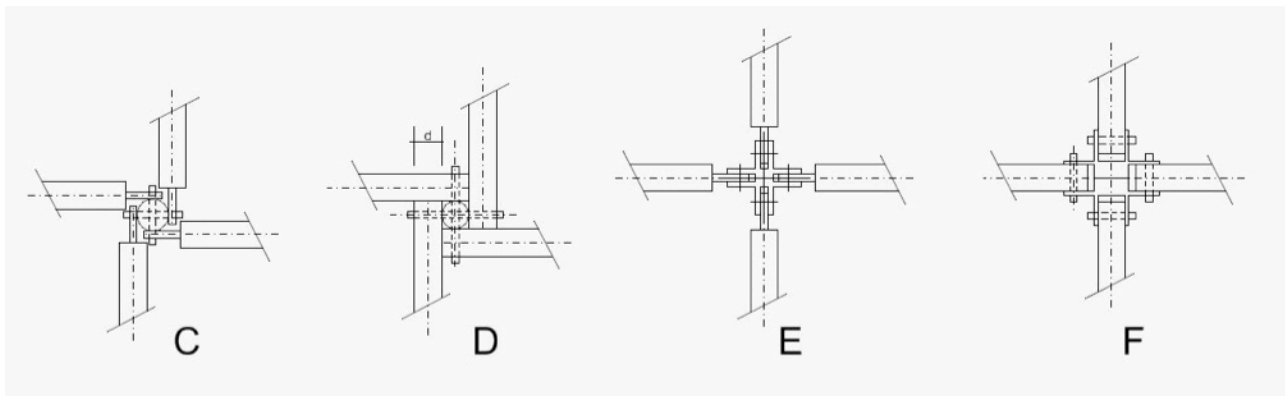
La mayoración de esfuerzos por efecto del pandeo es una opción simplificada que sirve para cuantificar la inestabilidad de un elemento concreto pero no responde con precisión al funcionamiento de una estructura. Por ese motivo se ha realizado estudiado un elemento mediante un programa FEM.

6.6.2 ANALISIS MEDIANTE PROGRAMAS DE ELEMENTOS FINITOS

Se ha utilizado el módulo de cálculo *Cosmos* del programa *Solidworks*. *Cosmos* es un programa *FEM* que se ha adaptado al programa de dibujo. Las barras y mecanismos se han modelado de dos maneras: con elementos finitos volumétricos (tetraedros) y con superficiales (Shell). Se ha testado una misma solución para los dos tipos de nudo.

Se ha realizado un dimensionamiento de la estructura acorde con los planteamientos fijados en el capítulo inicial. Se han definido barras de sección cilíndrica de 40mm de diámetro y 3mm de espesor. Las barras son de 2500mm de longitud y están inclinadas con una diferencia de altura de 535mm entre sus nudos, de modo que el conjunto tiene forma de pirámide. La carga se aplica en el nudo, con un valor de 1000Kp y dirección vertical.

Los cálculos de tensiones dan valores similares a los obtenidos por el procedimiento manual. En el modelo de ejes desplazados, la tensión de las barras está valores inferiores a los 20 Mpa. En el modelo de barras excéntricas las tensiones llegan a los 120 Mpa.



En el cálculo a pandeo los resultados son muy diferentes a los obtenidos manualmente. El programa utilizado da como resultado del cálculo a pandeo el factor de seguridad para la carga aplicada.

Nudos analizados mediante un programa FEM

En los dos tipos de nudo analizados los factores de seguridad a pandeo son casi iguales, ligeramente más favorables para el nudo de barras excéntricas. El modelo con el nudo de ejes desplazados tiene un factor de seguridad a pandeo de 9.06 y en de barras excéntricas 9.61. Se ha probado hacer un nudo más rígido y se ha mejorado ligeramente este factor, pero también se puede aumentar la rigidez de uniones en el nudo de ejes desplazados por lo que el resultado inicial se ha considerado correcto.

De estos análisis se puede deducir que el comportamiento mecánico del nudo con ejes de giros desplazados es más eficiente. Sin embargo el efecto de inestabilidad del nudo hace que la respuesta a pandeo sea similar. En el modelo analizado, el límite que marcaba el pandeo era próximo al límite debido al límite elástico, mientras que en el modelo de barras excéntricas el factor limitante era la tensión.

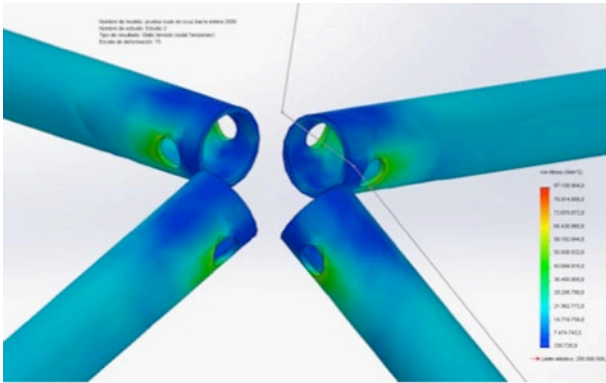
- NBE límite elástico F. de Seguridad $250/120=2.08$
- NBE Inestabilidad F. de Seguridad 9.06
- NED límite elástico F. de Seguridad $250/19=13.15$
- NED Inestabilidad F. de Seguridad 9.61

Cuando las esbelteces de barras son reducidas, la solución de ejes desplazados es significativamente más eficiente. Si la esbeltez es elevada y el factor determinante es el pandeo de las barras no existe ventaja de uno respecto a otro.

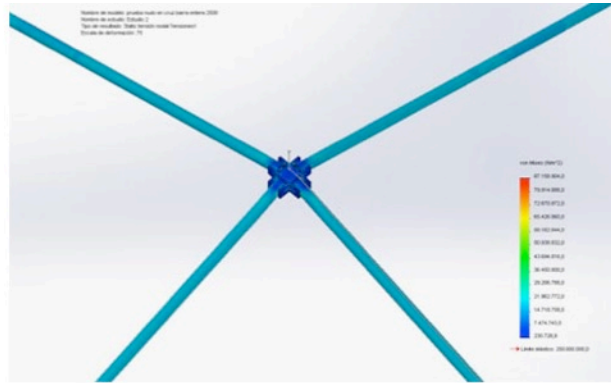
Se ha realizado el mismo cálculo de pandeo para un nudo de ejes desplazados que une seis barras. Aunque puede parecer que las barras transversales mejorarán el soporte lateral porque no dependen únicamente de la rigidez a torsión, sino que la soportan por una combinación de flexión y torsión. Sin embargo, los resultados del cálculo dan un factor de seguridad frente a la inestabilidad muy similar al nudo de cuatro barras.

RESULTADOS CÁLCULO FEM

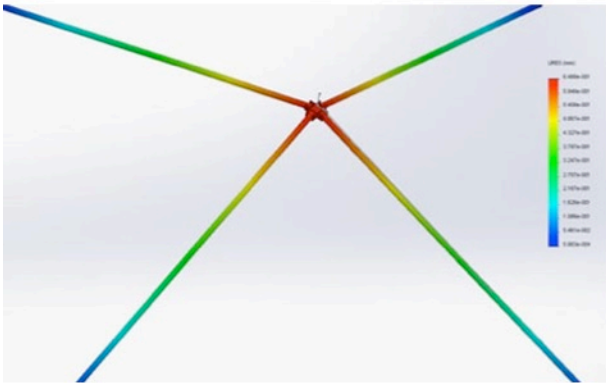
Nudo de ejes desplazados



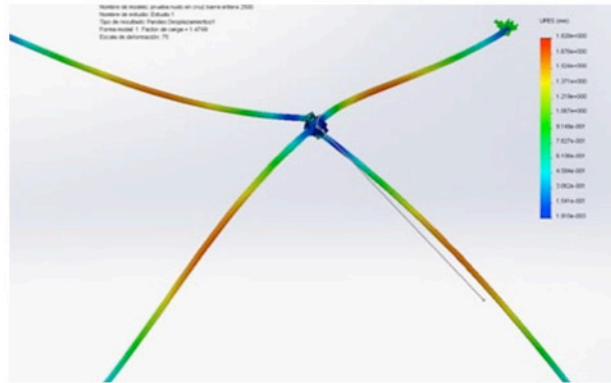
Tensión Junto a piezas de unión 45Mpa



Tensiones en la barra 20Mpa

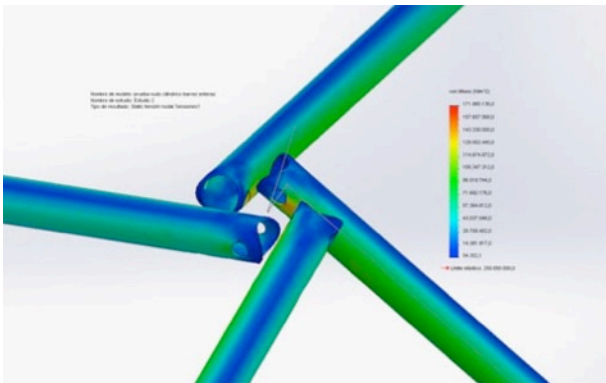


Deformada factor de amplificación 75, desplazamiento máximo 0.6mm

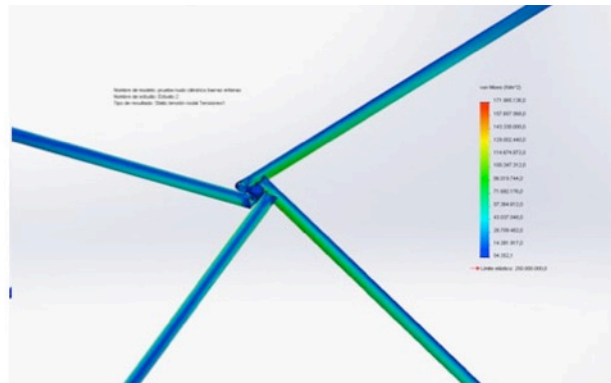


Factor de seguridad al pandeo 1.4

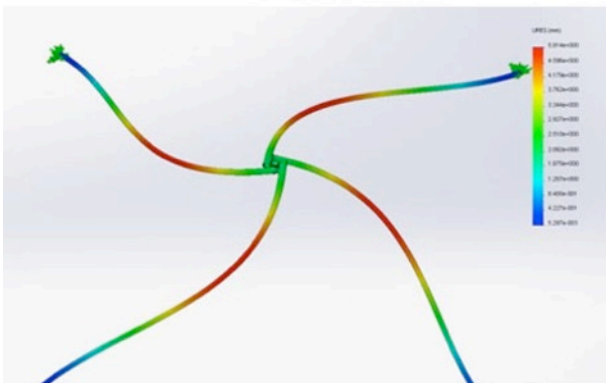
Nudo de barras excéntricas



Tensiones junto a la unión del orden de 140Mpa



Tensiones en la barra 90Mpa

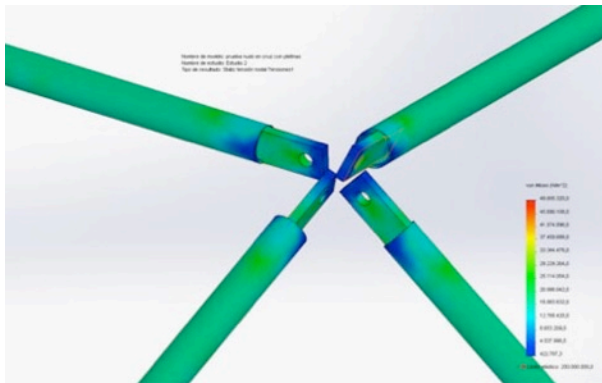


Deformada factor de amplificación 75, desplazamiento máximo 5mm

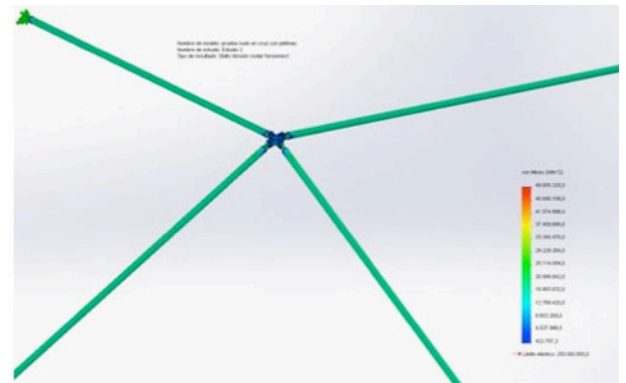


Factor de seguridad al pandeo 2.5

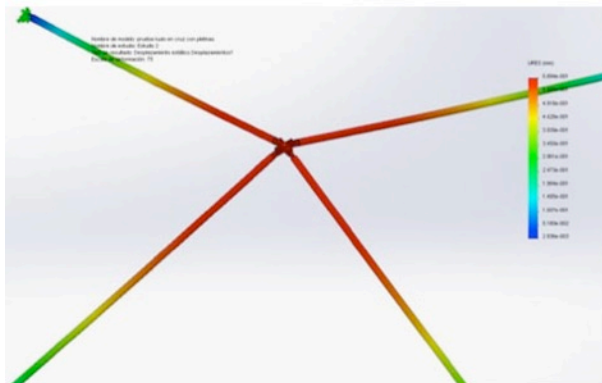
Nudo de ejes desplazados con barras rematadas en pletinas



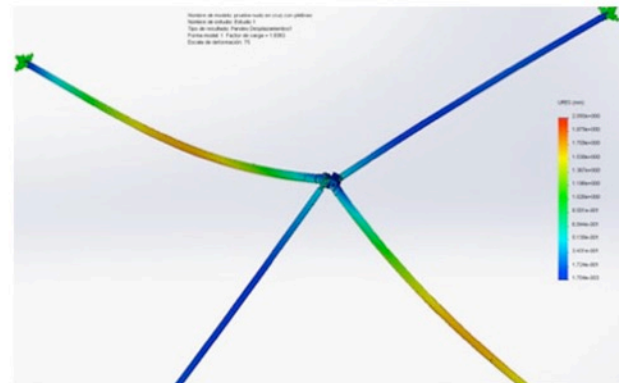
Tensión Junto a piezas de unión 25Mpa



Tensiones en la barra 17Mpa

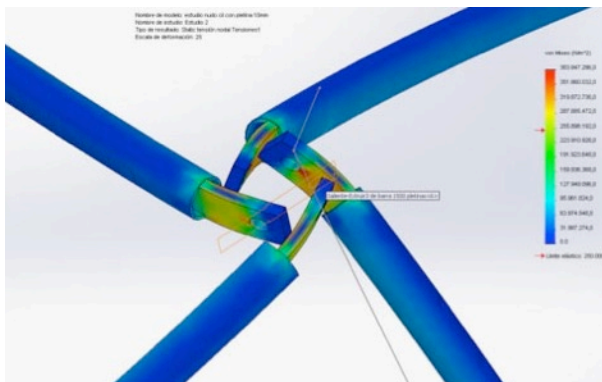


Deformada factor de amplificación 75, desplazamiento máximo 0.59mm

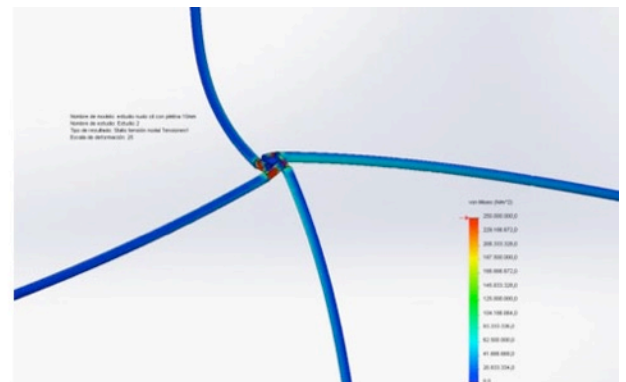


Factor de seguridad al pandeo 1.93

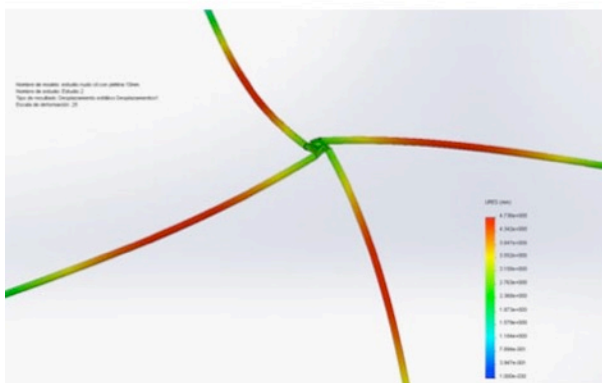
Nudo de barras excéntricas con pletinas



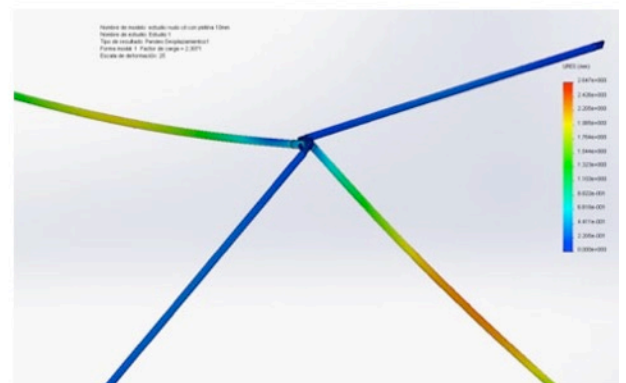
Tensión Junto a piezas de unión 380Mpa



Tensiones en la barra 60Mpa



Deformada factor de amplificación 75, desplazamiento máximo 4.7mm



Factor de seguridad al pandeo 2.3

6.6.3 EJEMPLO PRÁCTICO DE NUDO DE EJES DESPLAZADOS

En los capítulos finales se propondrán diferentes sistemas desplegados. Estos mecanismos se han probado mediante maquetas y se han construido dos mecanismos a escala real. El tipo de nudo empleado en estas estructuras ha sido el de ejes de giro desplazados. En algunos casos se han producido inestabilidades de nudos.

Las estructuras están formadas por nudos de acero y barras de madera microlaminada. La sección de las barras es rectangular de 40x50mm y su longitud es 245cm entre ejes de giro. La esbeltez es muy elevada. Es un factor determinante en esta estructura.

En el mecanismo propuesto hay nudos en los que confluyen tres barras, por lo que la estabilidad de estos nudos frente al giro en el plano de movimiento de cada barra se debe impedir las otras dos barras oblicuas a este plano.

Los nudos que unen cuatro o más barras se han mantenido en su posición, pero los nudos de tres barras en los que había diferencias de carga entre sus barras, la rigidez a torsión de las barras de madera ha sido insuficiente y los nudos han girado.

En el capítulo 12 se describirán los modelos realizados.



Estructura desplegable de nudos de tres barras, los nudos que unen más de tres barras se mantuvieron estables



Estructura desplegable de nudos de tres barras. Algunos nudos de tres barras con cargas asimétricas son inestables

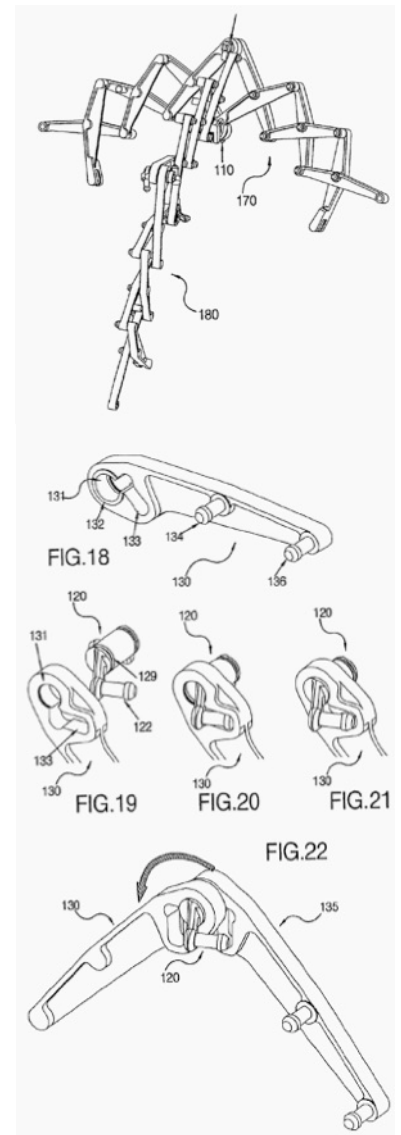
6.7 COMBINACIONES DE DIFERENTES ARTICULACIONES EN UN MISMO NUDO

Se pueden generar nudos más complejos partiendo de articulaciones básicas y combinándolas entre sí. De este modo se pueden ir añadiendo grados de libertad mediante la adición de mecanismos sencillos. El número de variantes que se puede generar con este tipo de combinaciones es muy elevado y heterogéneo. Sólo se presentan algunos ejemplos encontrados en la literatura estudiada.

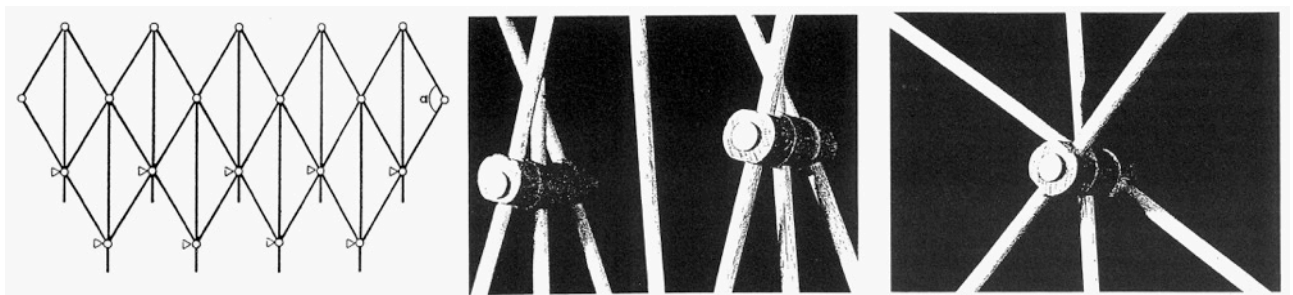
Estas soluciones presentan un inconveniente importante. En los apartados anteriores se ha visto que las soluciones constructivas sencillas generan esfuerzos secundarios. La combinación de estos mecanismos suma los esfuerzos generados por cada una de las articulaciones. Además de esto, en algunos casos, las articulaciones se tienen que desplazar por motivos constructivos, lo que puede aumentar estos esfuerzos que penalizan la estructura.

En la patente *Connections to make Foldable Structures*, Chuck Hoberman propone un nudo que une cuatro barras. Dos de estas barras se unen mediante la solución de ejes desplazados y las otras dos, con la solución de barras excéntricas. La excentricidad de las barras es la mínima necesaria, pero en los nudos de ejes desplazados, tienen que dejar el espacio suficiente para que las barras transversales se crucen, por lo que la separación entre ejes aumenta. Además de esto, la unión de los dos ejes desplazados se tiene que realizar atravesando el eje central, por lo que es una forma muy compleja (Hoberman 2001).

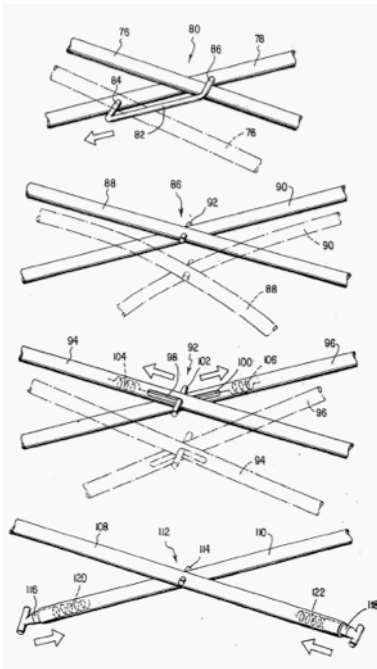
En la tesis doctoral de Santiago Calatrava se pueden encontrar propuestas de combinaciones de articulaciones con uniones deslizantes (Calatrava 1980). Como se ha explicado en el capítulo 4, Calatrava propuso sistemas de barras articuladas que se desplegaban mediante un doble movimiento. Consistía en separar el nudo en dos, para lo que diseñó un nudo de barras excéntricas que se desdoblaba en dos partes, las cuales se deslizaban a través de una barra, para permitir el movimiento. En la imagen se pueden ver dos estados de ese nudo. Estas propuestas no se han llegado aplicar en estructura en uso.



Nudo en el que se combina una articulación de ejes desplazados con una articulación de barras excéntrica (Hoberman 2002)



S. Calatrava, Combinación de articulaciones con uniones deslizantes (Calatrava 1980)



Theodor R. Zeigler, figuras de la patente US4026313

Uniones articuladas formadas por la combinación de bisagras dispuestas en diferentes direcciones (Temmerman 2007)

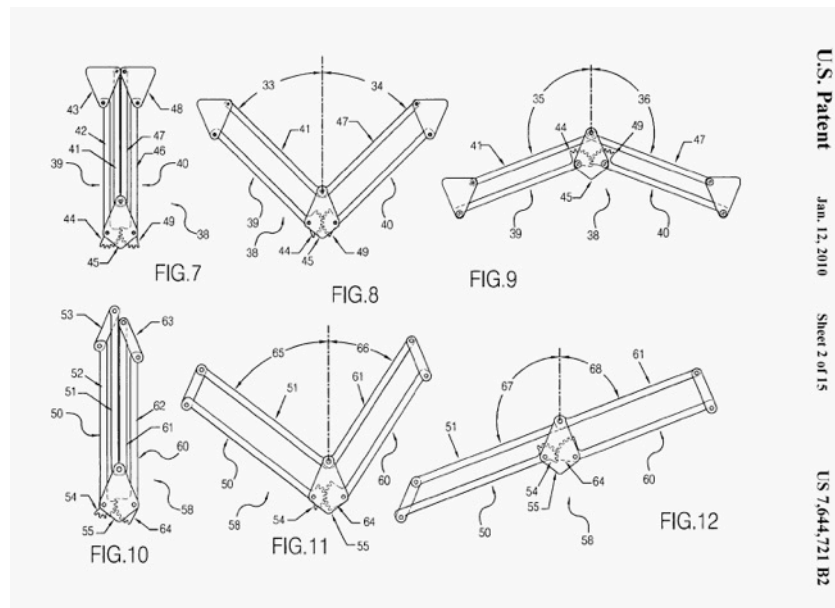
Theodore Zeigler propuso diferentes tipos de nudos para salvar los problemas de incompatibilidad que se generaban en las soluciones que patentó (Zeigler1977). En una de ellas, la unión intermedia evitaba que las barras se separasen y dejaba libre, tanto el giro, como el deslizamiento de las barras. En otro detalle, la articulación era deslizante, mientras que en las otras, dejaba el nudo intermedio como articulación simple. También propuso barras cuyos extremos acababan en resortes, de modo que permitían que las longitudes de las barras se adaptasen los cambios de longitud necesarios para salvar la incompatibilidad formal de algunas combinaciones de mecanismos.

Otras soluciones de nudo propuestas combinan articulaciones en las direcciones específicas del movimiento. En algunas propuestas de Niels de Temmerman, las estructuras están formadas por marcos rígidos que se pliegan. Las barras están duplicadas para que los marcos se puedan plegar completos y los nudos están formados por la suma de varias articulaciones simples. En esta solución, la articulación se materializa en una serie de bisagras desplazadas.



Estructura desplegable con uniones formadas por una combinación de bisagras dispuestas en diferentes direcciones (Temmerman 2007)

Otras soluciones más complejas se pueden encontrar en algunas patentes de Hoberman, en las que propone nudos con finales de barras dentados, con los que se consigue relacionar los giros de diferentes barras que se encuentran en un nudo.



Chuck Hoberman, articulaciones en las que se relacionan los movimientos de las barras unidas (Hoberman 2010)

7 PROCESOS DE DESPLEGADO

La particularidad que diferencia a las estructuras desplegadas respecto a otros tipos es que la puesta en servicio se realiza mediante un movimiento de apertura del mecanismo. Son estructuras que tienen dos tipos de solicitaciones diferenciado: por una parte, las derivadas del movimiento de desplegado y, por otra, la puesta en carga de las estructuras en uso. En este capítulo se tratará de los procesos de desplegado y, principalmente, de las relaciones geométricas y formales que se tienen que cumplir para que sean posibles.

En la primera parte de este capítulo se tratará de la libertad de mecanismo y la compatibilidad de movimientos de las diferentes discretizaciones. Posteriormente se explicarán diferentes procesos de desplegado, mediante de ejemplos.

7.1 GRADO DE LIBERTAD DE MECANISMO

Un nudo libre tiene seis grados de libertad, tres giros y tres desplazamientos. Como regla general, los soportes articulados restringen desplazamientos y permiten giros, pero pueden ser deslizantes y permitir algún desplazamiento o pueden ser articulaciones parciales y restringir algún giro. Con las uniones articuladas ocurre algo similar, permiten giros relativos entre barras y condicionan los desplazamientos de las diferentes barras entre sí, pero pueden permitir algún desplazamiento relativo o pueden impedir algún giro relativo entre las barras que unen.

El grado de libertad de mecanismo es el número de diferentes movimientos relativos que se pueden dar de manera independiente entre los elementos que constituyen el conjunto. También se puede definir del modo inverso, como el número mínimo de restricciones necesarias que se deben añadir para evitar el movimiento.

Para una estructura plana el grado de libertad se puede calcular mediante esta fórmula (Puertas 1989):

$$G = 3(b - e - 1) + \sum_1^e l_i$$

Siendo:

G el grado de libertad

b el número de barras

e el número de enlaces

l_i el número de libertades de los enlaces.

Para estructuras tridimensionales la fórmula es la siguiente:

$$G = 6(b - e - 1) + \sum_1^e l_i$$

Si el resultado es cero, las estructuras son isostáticas. Si es negativo, son hiperestáticas y si es mayor que cero, son mecanismos de grado de libertad G. El resultado de estas ecuaciones no siempre es el valor correcto, para que lo sea, no tiene que haber enlaces redundantes. En el caso de que existan, hay que eliminar esas redundancias y aplicar la

fórmula. En la práctica es complejo de aplicar, ya que no es sencillo identificar los enlaces redundantes.

▪ Tijeras planas

La tijera plana tiene dos barras y un enlace que permite el giro en una dirección, su grado de libertad es 1.

$$(A) G = 3(2 - 1 - 1) + 1 = 1$$

Las combinaciones de tijeras planas mantienen el grado de libertad 1. Las uniones de los extremos de las barras se consideran de un grado de libertad por ser articulaciones en un plano.

$$(B) \text{ Dos tijeras } G = 3(4 - 4 - 1) + 4 = 1$$

$$(C) \text{ Tres tijeras alineadas } G = 3(6 - 7 - 1) + 7 = 1$$

$$(D) \text{ Cuatro tijeras alineadas } G = 3(8 - 10 - 1) + 10 = 1$$

Tres tijeras en L (seis barras, cinco enlaces sencillos con un grado de libertad, un enlace doble con dos grados de libertad)

$$(E) G = 3(6 - 5 \cdot 1 - 1 \cdot 2 - 1) + (5 \cdot 1 + 1 \cdot 2) = 1$$

Cuatro barras en dos líneas (ocho barras, ocho enlaces sencillos con un grado de libertad, un enlace triple con tres grados de libertad)

$$(F) G = 3(8 - 8 \cdot 1 - 1 \cdot 3 - 1) + (8 \cdot 1 + 1 \cdot 3) = -1$$

En este último caso, según la fórmula, la estructura sería hiperestática, pero hay redundancia de enlaces. Eso no significa que no haya mecanismo, sino que la estructura es estáticamente indeterminada, pero es móvil. Si eliminamos un enlace redundante, por ejemplo una unión de extremos de barras, la fórmula da el grado de libertad 1 (ocho barras, siete enlaces sencillos con un grado de libertad, un enlace triple con tres grados de libertad):

$$(G) G = 3(8 - 7 \cdot 1 - 1 \cdot 3 - 1) + (7 \cdot 1 + 1 \cdot 3) = 1$$

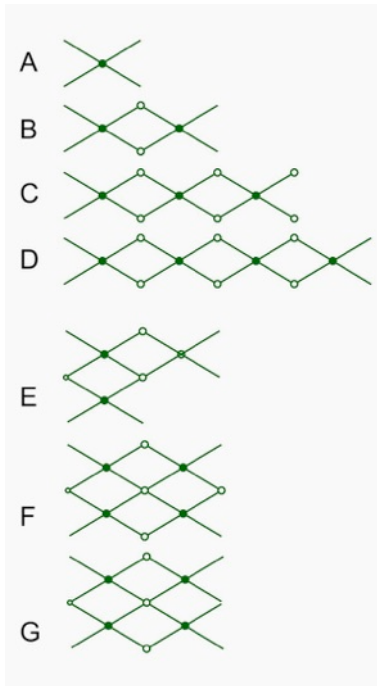
▪ Combinaciones tridimensionales de tijeras planas

La aplicación de la formulación del grado de libertad a estructuras tridimensionales es muy compleja. Generalmente hay enlaces redundantes, muchos de ellos difíciles de identificar. A continuación se analizan la combinación triangular de tres tijeras planas.

Los nudos intermedios tienen un grado de libertad y los extremos tres. Si se considera que los nudos medios tienen dos libertades de giro y los nudos extremos tres:

$$(H) G = 6(6 - 9 - 1) + (3 \cdot 2 + 6 \cdot 3) = 0$$

Según la fórmula sería isostática. Este resultado no es correcto. Sigue habiendo enlaces redundantes. En caso de considerar las articulaciones intermedias con un grado de libertad, habría una redundancia mayor, debida a la rigidez del triángulo en planta.



Combinaciones planas de tijeras, en círculos rellenos las uniones intermedias de las tijeras y en huecos las de los extremos de las barras

Para que no haya redundancia, se puede eliminar un enlace. Por ejemplo, una de las articulaciones intermedias. Si continuamos considerando las uniones intermedias con dos libertades y la extremas con 3, el resultado es:

$$(I) G = 6(6 - 8 - 1) + (2 \cdot 2 + 6 \cdot 3) = 4$$

El resultado de la ecuación está falseado por el giro de las barras alrededor de su directriz. Para que se evite ese giro hay que restringir ese movimiento en cinco nudos. De este modo el mecanismo tiene un grado de libertad.

$$(I) G = 6(6 - 8 - 1) + (5 \cdot 2 + 3 \cdot 3) = 1$$

En la práctica esta formulación es útil para estructura planas. En su aplicación a estructuras tridimensionales tiene un alcance limitado. En este ejemplo se ve la complejidad que supone el cálculo del grado de libertad mediante esta formulación. Se ha tomado como ejemplo un mecanismo del que ya se sabía el resultado, de otro modo es probable que la modelización no hubiera sido correcta.

En la combinación de cuatro tijeras planas ocurre algo parecido. El conjunto tiene dos grados de libertad, uno por la apertura de las tijeras y uno por la distorsión del cuadrado en planta. Las uniones de extremos de barras tienen tres grados de libertad y las intermedias tienen un grado de libertad. Hay 8 barras, 4 enlaces intermedios y 8 enlaces extremos.

$$(J) G = 6(8 - 12 - 1) + (4 \cdot 1 + 8 \cdot 3) = -2$$

El mecanismo tiene enlaces redundantes. No se puede considerar que las articulaciones intermedias tengan dos grados de libertad porque cuatro barras girarían en planta respecto a las otras cuatro. Si se elimina una articulación intermedia (K) el mecanismo tiene el mismo grado de libertad.

▪ Tijera tridimensional de tres barras

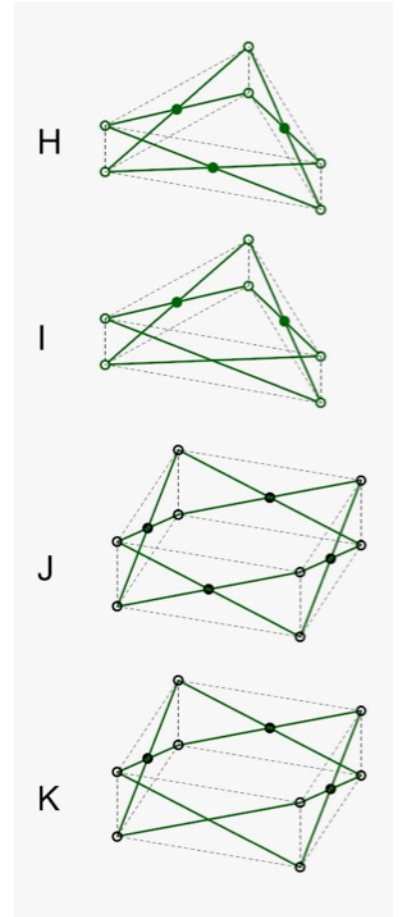
En las tijeras de tres barras no se dan redundancias. Las tijeras de tres barras tienen un enlace doble. El grado de libertad es dos. Si se toma una barra como referencia, los grados de libertad se identifican como los movimiento de las otras dos.

$$(L) G = 6(3 - 2 - 1) + (2 \cdot 1) = 2$$

Las combinaciones de tijeras de tres barras tienen grados de libertad diferentes. Si se combinan dos tijeras unidas por dos extremos de barras, hay seis barras, dos enlaces dobles con un grado de libertad y dos enlaces simples con tres grados de libertad.

$$(M) G = 6(6 - 6 - 1) + (4 \cdot 1 + 2 \cdot 3) = 4$$

El grado de libertad de este mecanismo es cuatro, uno por el movimiento de los pares de barras enlazados por el extremo, dos por el giro de cada una de las barras con extremos libres y el cuarto por el giro de una tijera respecto a la otra por la unión a través de dos articulaciones completas.

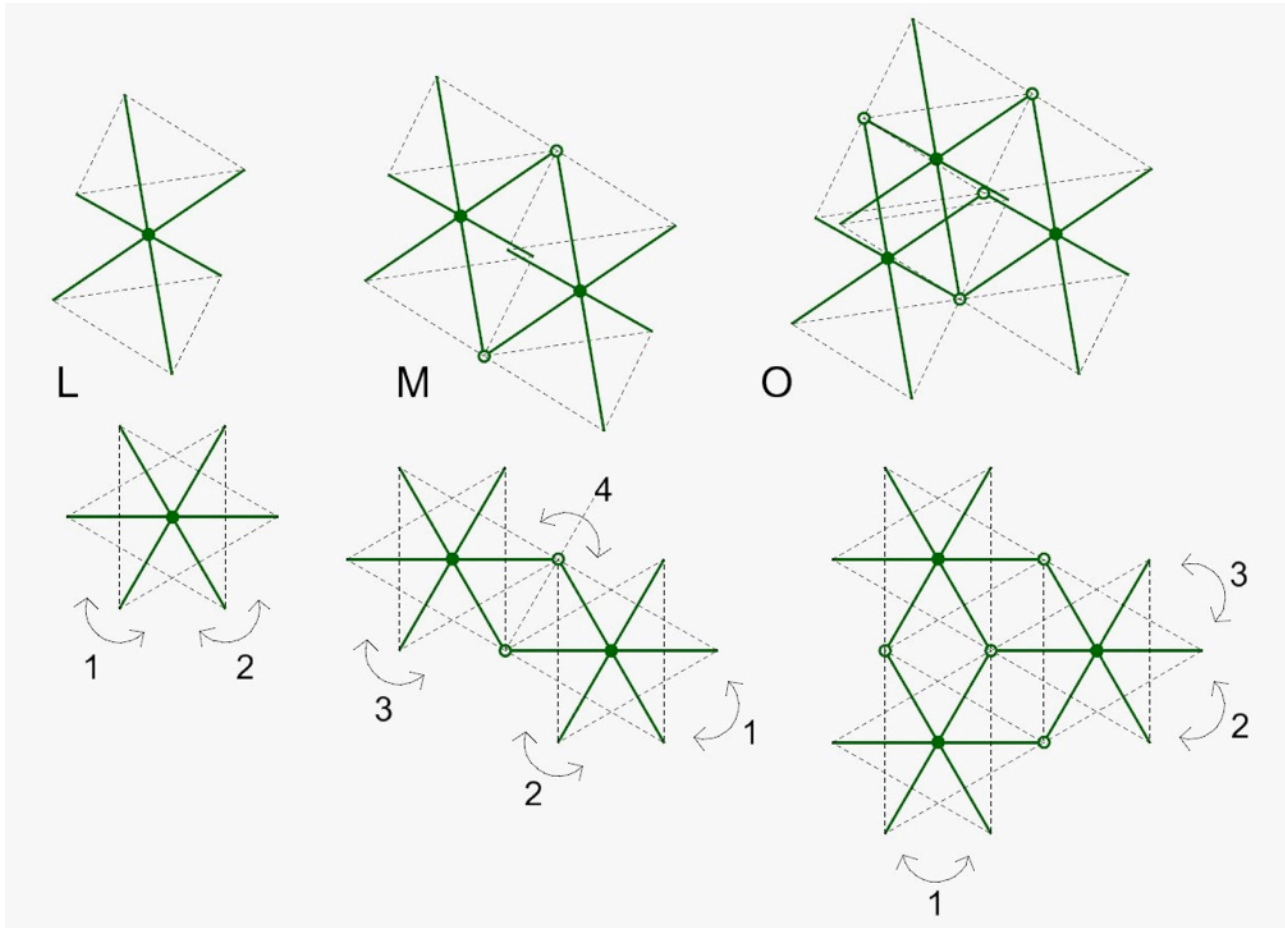


Combinación triangular y cuadrangular de tijeras planas eliminando enlaces redundantes

Si se enlazan tres tijeras triples, hay, nueve barras, tres enlaces dobles de un grado de libertad, dos enlaces extremos de tres grados de libertad y un enlace doble de extremos de barras de tres grados de libertad.

$$(O) G = 6(9 - 11 - 1) + (6 \cdot 1 + 5 \cdot 3) = 3$$

La combinación de mecanismos tiene tres grados de libertad, uno por el movimiento de las tijeras en cada una de las tres direcciones de la trama. Las combinaciones de malla de más de tres tijeras también tienen tres grados de libertad, siempre que no queden barras con movimiento libre.



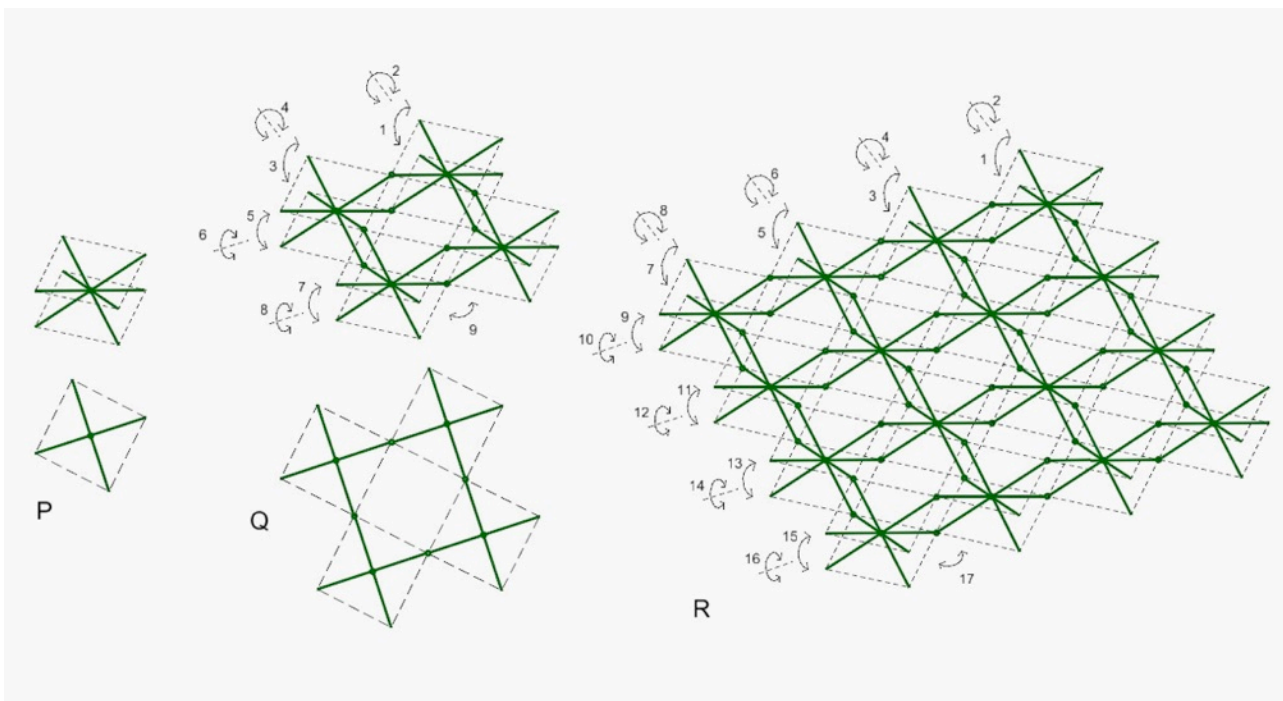
Grados de libertad de una tijera tridimensional de tres barras, la combinación de dos de ellas y la combinación de tres

▪ **Tijera tridimensional de cuatro barras**

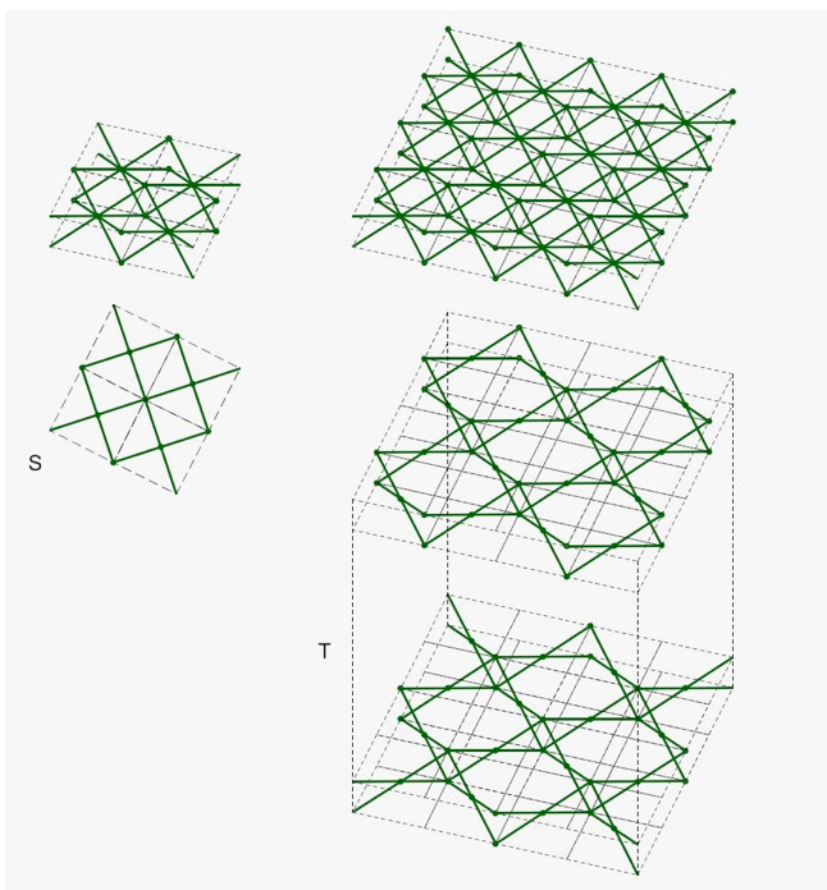
La tijera de cuatro barras tiene un enlace triple de un grado de libertad cada uno y cuatro barras. El grado de libertad del conjunto es tres.

$$(P) G = 6(4 - 3 - 1) + 3 \cdot 1 = 3$$

Las combinaciones tienen enlaces redundantes por lo que la aplicación directa de la fórmula no da resultados reales. Se pueden combinar de dos modos, uniendo dos nudos (haciendo coincidir una arista del prisma definido por el mecanismo) o uniendo cuatro nudos (haciendo coincidir una cara del prisma).



Tijera tridimensional de cuatro barras y sus combinaciones haciendo coincidir la aristas de los paralelepípedos definidos, en las que se indican los grados de libertad (se ha considerado que las tijeras no impiden la distorsión de los cuadrados en planta)



Combinación de tijeras tridimensionales de cuatro barras haciendo coincidir las caras del paralelepípedo definido por el mecanismo

Si se unen en cuatro puntos, el resultado es una malla que se puede entender como dos mallas cuadrangulares de tijeras planas superpuestas, por lo que el número de enlaces redundantes es muy elevado, y la complejidad de identificarlos también es mayor. Si las articulaciones intermedias evitan la distorsión en planta de los cuadrados, el grado de libertad es uno (la apertura de las tijeras), si no impiden la distorsión, el grado es dos.

Si se combinan uniendo aristas la malla es menos tupida, pero el conjunto tiene grados de libertad muy elevados. Hay un grado de libertad por la apertura de cada línea de barras enlazadas, otro por el giro de cada una de las líneas de barras y uno por la distorsión en planta del conjunto. Si, por ejemplo, se toma las combinaciones de cuatro tijeras que se muestran en el dibujo, el grado de libertad del conjunto es 9 o, si se combinan 16, el grado es 17. Se ha calculado los grados de libertad en el caso más desfavorable. Lo habitual es que estas tijeras no permitan la distorsión de los cuadrados, pero la resistencia de las uniones frente a esa distorsión es limitada, ya que depende de la rigidez del eje de giro de las barras.

Se ha visto que la fórmula para calcular el grado de libertad sólo es adecuada en algunos casos porque es muy fácil cometer errores en la identificación de enlaces redundantes. Un modo alternativo de calcularlo, es colocar enlaces adicionales y comprobar la estabilidad del conjunto mediante programas de cálculo. El número mínimo de enlaces necesarios para lograr que la estructura sea estable, será el grado de libertad de la desplegable. Sin embargo, surge el problema de que es difícil definir articulaciones que no sean completas. Este procedimiento de comprobar grados de libertad, se ha aplicado, en las comprobaciones de algunos mecanismos que se propondrán en la parte final de este trabajo. El programa empleado para ello ha sido *Wintess*.

7.2 COMPATIBILIDAD DE LOS MECANISMOS DE DESPLEGADO

Cuando se combinan varios mecanismos básicos desplegables, se pueden poner en relación los movimientos de esos mecanismos, por lo que el grado de libertad del conjunto es menor que la suma de libertades de sus componentes. En ocasiones puede llegar a ser igual o incluso menor que el grado de libertad de cada componente. Algunas combinaciones de tijeras de cuatro barras que se han visto en el punto anterior son ejemplos de este tipo.

Habitualmente se intenta limitar el grado de libertad de las estructuras, con el objetivo de que se desplieguen de manera conjunta. En muchas ocasiones, las combinaciones de mecanismos tienen un único grado de libertad.

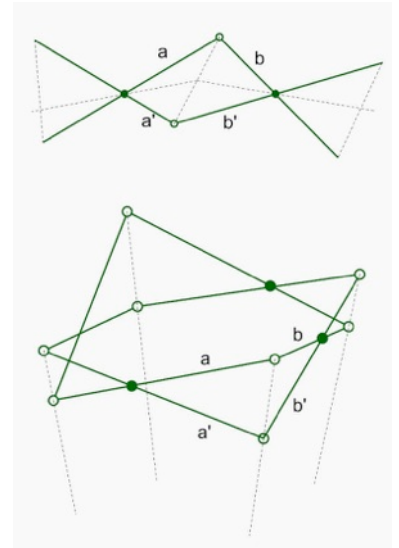
Para que el movimiento del conjunto sea posible, los diferentes movimientos relacionados tienen que ser compatibles. Existen muchas disposiciones de mecanismos que no cumplen las condiciones de compatibilidad. La principal condición de compatibilidad, consiste en que las partes móviles mantengan sus relaciones geométricas durante el proceso de desplegado. La segunda condición es la plegabilidad, es decir, que el mecanismo se pueda plegar completamente.

En la tesis doctoral de Lina Puertas del Río, se puede encontrar un estudio detallado de la compatibilidad de movimientos de diferentes mecanismos (Puertas 1989).

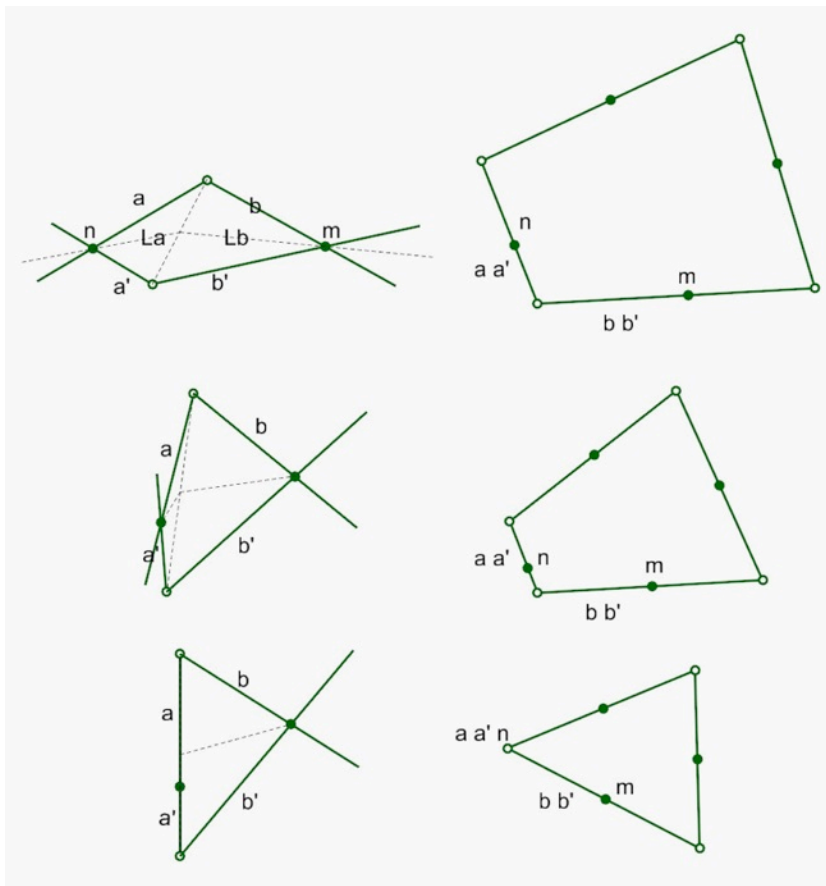
7.2.1 PLEGABILIDAD

La condición de plegabilidad supone que las sumas de las longitudes de las barras desde el punto de cruce hasta los nudos de unión con la tijera contigua tiene que ser iguales $a+a'=b+b'$. La regularidad de los ángulos entre los planos de tijeras planas no influye en la plegabilidad de los mecanismos. Aunque una figura en planta esté distorsionada, si se mantienen las relaciones entre longitudes el mecanismo se podrá plegar completamente.

La plegabilidad completa no es condición obligatoria para que la estructura se pueda mover. Si se toma un mecanismo formado por dos tijeras de longitudes irregulares, como la que se muestra en el dibujo siguiente, en la que $b+b' > a+a'$ se podrá plegar hasta el límite en el que dos barras estén alineadas. Al plegarse, la longitud L_a tiende a cero, mientras que L_b tiende a un valor mínimo, por lo que la variaciones de las longitudes L_a y L_b no son proporcionales. Como consecuencia de esto, la trama de la estructura se distorsiona con el movimiento. En la figura se puede ver que si se toma una forma cuadrangular, la longitud inicial L_a tiende a cero. Con el movimiento de plegado, el trapecio se distorsiona hasta convertirse en un triángulo.



Caso general de la combinación de tijeras



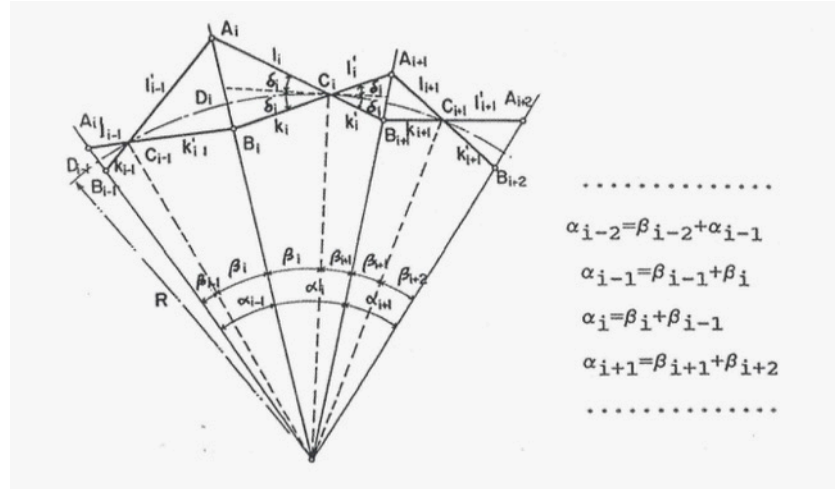
Plegado de un mecanismo que no cumple la condición de plegabilidad completa, en la columna de la izquierda se muestran las vistas en alzado de una arista en los diferentes estados y en la de la derecha las plantas de la combinación en los mismos estados

Si no se cumplen las condiciones de plegabilidad completa, se producen distorsiones en la trama y, en los casos en los que la trama no permite esas distorsiones, el movimiento no es posible. Aunque la plegabilidad completa no es una condición indispensable para que se produzca el movimiento, en casi todos los casos es una condición deseable.

Para que se cumpla la plegabilidad, la suma de las longitudes de brazos de dos tijeras enfrentadas tiene que ser igual, según la nomenclatura de la figura:

$$a + a' = b + b'$$

Las relaciones geométricas para cumplir la plegabilidad de secciones irregulares dependen de muchos factores. Se pueden obtener las relaciones geométricas, tal como ha explicado Félix Escrig (Escrig 2012).



Relaciones geométricas para cumplir la plegabilidad (Escrig 2012)

▪ **Plegabilidad de las estructuras planas**

En las mallas planas los mecanismos en tijera definen trapecios cuyos lados p-p' y q-q' deben ser paralelos, generalmente perpendiculares a la superficie intermedia de la estructura. Si los lados no son paralelos, el ángulo que forman varía con el desplegado, por lo que la estructura no puede ser plana.

La condición de plegabilidad se puede simplificar a $L_a = L_b$

Cuando las mallas son de lados iguales, las tijeras son simétricas y el plegado es posible. Si los lados son irregulares, se tienen que cumplir algunas relaciones entre las longitudes de los brazos de las tijeras. En las combinaciones triangulares la relación es la siguiente:

$$L_1 = a + b \quad L_2 = b + c \quad L_3 = c + a$$

La solución es única:

$$a = \frac{L_1 - L_2 + L_3}{2} \dots$$

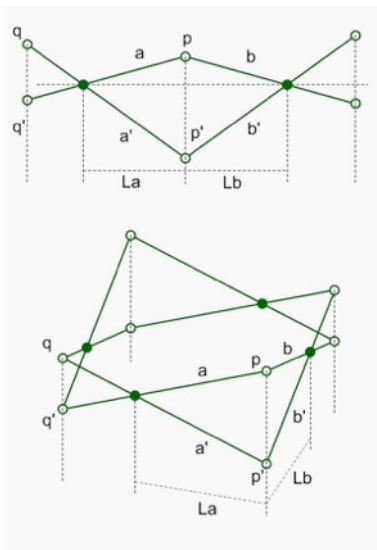
Cuando la malla es cuadrangular la relación es similar

$$L_1 = a + b \quad L_2 = b + c \quad L_3 = c + d \quad L_4 = d + a$$

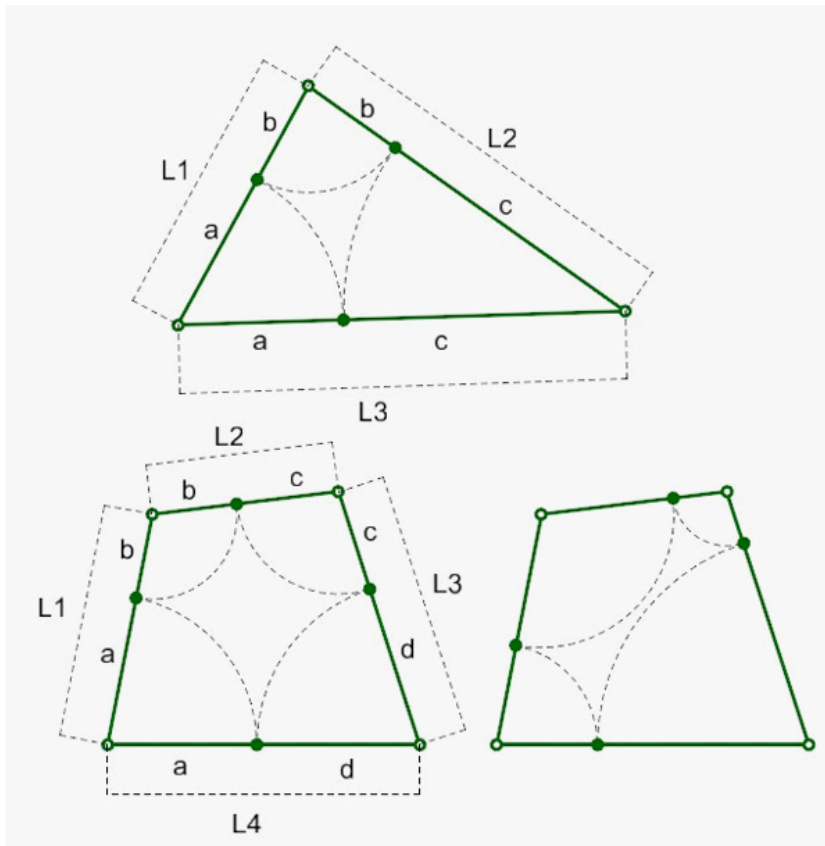
No hay solución única, se puede tomar uno de los valores y de él sacar el resto, pero no se puede aplicar a cualquier cuadrilátero, tiene que cumplir la condición:

$$L_1 + L_3 = L_2 + L_4$$

En la figura se pueden ver dos ejemplos que cumplen la condición de plegabilidad para una misma geometría.



Combinación de tijeras en una estructura plana



Dibujo en planta de algunas combinaciones de tijeras formando estructuras planas, indicando las relaciones dimensionales para cumplir la plegabilidad

7.2.2 COMPROBACIÓN DE LA COMPATIBILIDAD

▪ Compatibilidad de estructuras planas

Para que se cumpla la condición de plegabilidad, las líneas que unen los extremos de las barras tienen que ser paralelas. La plegabilidad se puede cumplir en cualquier dirección, pero lo más sencillo es que sean perpendiculares al plano de la estructura. De este modo, las líneas se mantienen paralelas durante el despliegado. Al plegar y desplegar la estructura, la proyección de las barras sobre el plano tiene la misma forma y sólo cambia su dimensión en planta. En estas condiciones las relaciones geométricas entre las partes de la trama se mantienen. Por lo que, si se cumplen las condiciones de plegabilidad, el despliegado es compatible, tanto en las tramas regulares, como en las irregulares.

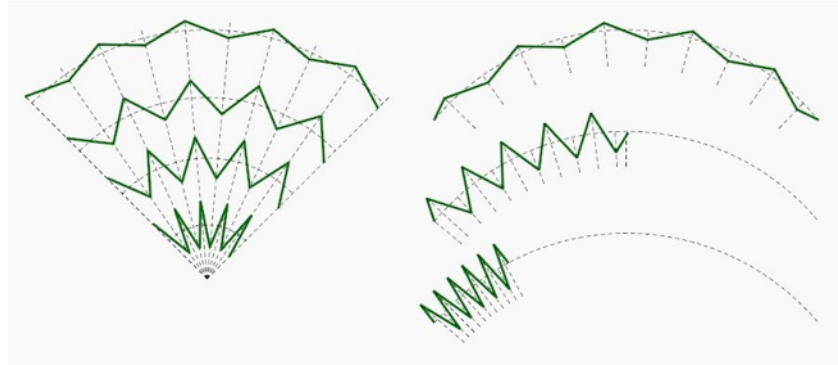
En las tijeras tridimensionales regulares de tres y de cuatro barras, el despliegado también es compatible. Es sencillo hacer formas irregulares con las de tres barras, basta con modificar el ángulo entre los planos de giro de las barras. Si la trama es irregular el canto de la estructura será variable, de lo contrario no se cumpliría la plegabilidad.

En las combinaciones de tijeras tridimensionales de cuatro barras, se pueden hacer formas trapezoidales que permitan el giro entre los dos pares de barras, pero las longitudes de las barras en cada lado de la articulación central son diferentes, por lo que el canto de la estructura es irregular. Para lograr la compatibilidad en un conjunto formado por tijeras tridimensionales de cuatro barras, hay que cumplir las mismas relaciones entre longitudes que se han analizado para las combinaciones de tijeras planas.

▪ Compatibilidad de estructuras curvas

Clarke y Puertas han estudiado la compatibilidad de algunos mecanismos en tijera. Cada uno con un procedimiento diferente ha demostrado la incompatibilidad de algunas combinaciones de tijeras. Lina Puertas lo ha desarrollado analizando las relaciones geométricas, mientras que Clarke lo ha realizado mediante la formulación de sistemas de ecuaciones, las cuales relacionan longitudes y alineaciones de barras (Clarke 1984) (Puertas 1989).

A continuación se propone un modo de comprobación de la compatibilidad, que se fundamenta en las relaciones geométricas de las discretizaciones.

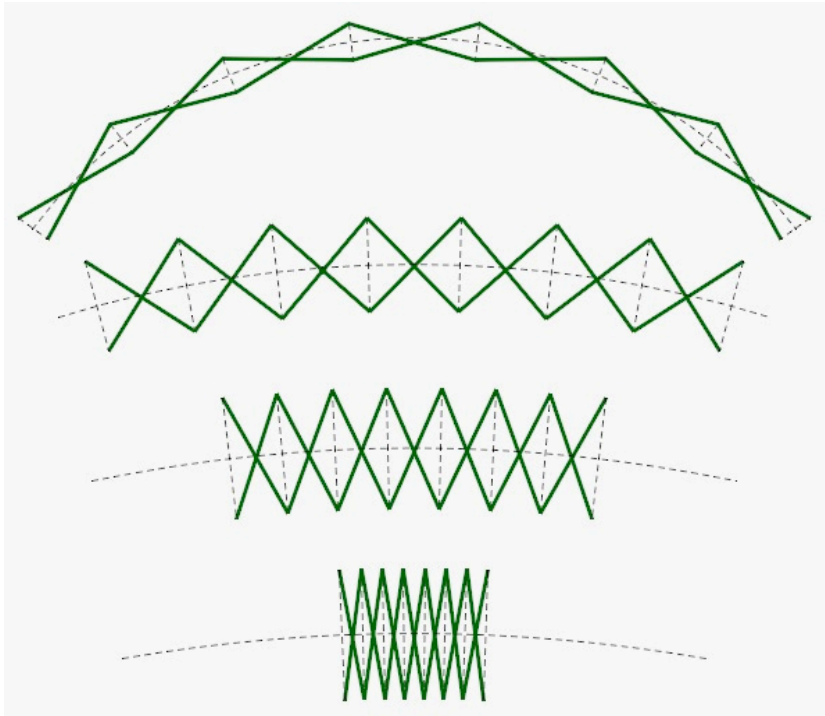


Despliegue de mecanismos curvos por incremento de radio de curvatura y de ángulo de apertura manteniendo el radio constante

Si se toma cualquier tipo de desplegable de directriz curva, sea de tijeras o de otro tipo, se pueden identificar diferentes tipos de movimiento: se puede modificar el radio de curvatura, se puede modificar la apertura del ángulo que forma el arco o se pueden combinar ambos cambios. También cabe la posibilidad de mantener la longitud del arco y reducir el radio. Es un movimiento que no se da en mecanismos de tijera, pero se puede dar en otros tipos de mecanismo.

Como se ha visto en el capítulo 5, gran parte de las discretizaciones deben mantener una relación fija entre el radio de curvatura de la superficie y la longitud de los segmentos resultantes de la discretización. Hay algunos casos en los que estos parámetros se pueden modificar independientemente. Las discretizaciones cuadrangulares en formas cilíndrica son un ejemplo de este segundo tipo. Por el contrario, en las discretizaciones geodésicas, el radio de curvatura y la longitud de segmentos deben tener relaciones fijas, en el resto de discretizaciones triangulares de superficies de doble curvatura ocurre lo mismo. En estos casos la única posibilidad de despliegado consiste en escalar directamente la geometría de la malla. Esto significa que se tiene que ampliar el radio de curvatura sin modificar el ángulo de apertura.

Los mecanismos de tijera en secciones curvas definen formas trapezoidales cuando son planas y formas troncopiramidales cuando son tridimensionales.



Apertura de una combinación curva de tijeras formadas por barras rectas.

En las combinaciones de mecanismos en tijera de barras rectas, tanto en los planos como en los tridimensionales, cuando se despliegan se produce un doble movimiento: se modifica tanto el radio como la apertura. Al desplegar la estructura, aumenta el ángulo de apertura y se reduce el radio de curvatura. Por este motivo, los mecanismos sólo son compatibles cuando las discretizaciones permiten modificar las longitudes de las líneas de las tramas y los radios de curvatura de las superficies, de manera independiente.

Si, en lugar de tijeras de barras rectas, se utilizan tijeras de barras de eje de giro desplazado (de directriz quebrada), se pueden lograr combinaciones de mecanismos que al desplegarse cambien el radio de curvatura y mantengan constante el ángulo de apertura. De este modo, se puede lograr que las relaciones entre los segmentos y el radio sean constantes, por lo que estos mecanismos serán compatibles para cualquier discretización.

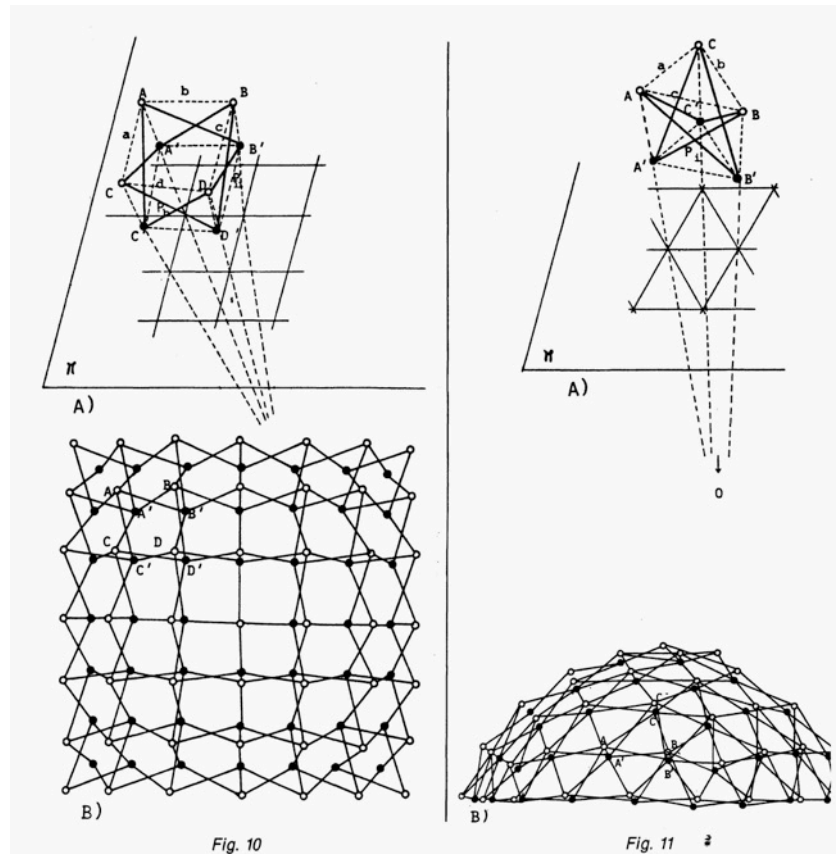
7.2.3 ESTRUCTURAS ESFÉRICAS

Un procedimiento para definir estructuras desplegables que se ha descrito anteriormente, consiste en tomar una discretización superficial y sustituir las líneas por tijeras planas, o los polígonos por tijeras tridimensionales. Cuando la superficie interior y la exterior de la estructura son paralelas, ambas son superficies esféricas. Cuando las caras no son paralelas, se puede tomar como superficie de partida la cara interior, la exterior o la definida por las articulaciones intermedias. Para no complicar en exceso las relaciones geométricas, se suele considerar que los puntos de las tijeras están alineados según la dirección de proyección, que puede ser paralela o polar.

▪ Tijeras planas en malla triangular

Se ha hablado de las propiedades de esta combinación de mecanismos en superficies de doble curvatura. Su disposición en superficies esféricas no difiere del caso general de doble curvatura. En el capítulo 5 se ha visto que los diferentes tipos de discretizaciones triangulares esféricas mantienen una relación fija entre longitudes y radios de curvatura. Por lo tanto, los mecanismos en tijeras de barras rectas no son compatibles en ninguno de los casos. Si se cumple la relación de plegabilidad serán estructura biestables.

Una solución para lograr la compatibilidad, es hacer tijeras de barras quebradas. Otra es disponer algunos mecanismos en tijera que tengan una unión intermedia deslizante. En caso de tomar esta segunda opción, puede ocurrir que las mallas se distorsionen. Como se ha visto en el capítulo 5, las distorsiones pueden tener valores muy diferentes, dependiendo del tipo de trama, la dimensión de las barras y el tipo de discretización empleado. En las geodésicas es muy alto mientras que en las proyecciones radiales de tramas triangulares pueden llegar a ser bajo.



Combinaciones cuadrangulares y triangulares de tijeras planas (Puertas 1989)

▪ Tijeras planas en malla cuadrangular

Se pueden identificar tres tipos de compatibilidad que afectan a las mallas: la compatibilidad de propio mecanismo, la plegabilidad y la relacionada con la distorsión de las mallas de discretización

Lina Puertas ha analizado la compatibilidad de una combinación de cuatro tijeras planas en una superficie esférica, llegando a la conclusión que es compatible (Puertas 1989).

En las discretizaciones de mallas cuadrangulares se han analizado diferentes procedimientos: la disposición de barras sobre la superficie y las diferentes proyecciones de mallas planas cuadrangulares. En todos los casos, los ángulos se alejan de la ortogonal, esta diferencia aumenta, cuanto mayor sea el ángulo de apertura del casquete esférico.

Como ya se ha explicado en este capítulo, las combinaciones en forma curva de tijeras de barras rectas cambian el radio y el ángulo de apertura al desplegarse. En su estado plano, su directriz es recta y, al desplegarse, toman un radio cada vez menor. Por lo tanto, cuando una estructura superficial esférica de este tipo está plegada, define una superficie plana.

Si se parte de una discretización cuadrangular dispuesta en un plano, y se traslada a una esfera, los ángulos que forman las barras cambian. Por lo tanto, las uniones tienen que permitir este cambio de ángulo. Esto complica la solución de los nudos que tienen que permitir el giro en dos direcciones. En las soluciones más sencillas, las de ejes desplazados o las de barras excéntricas, esos giros están coartados, por lo que el desplegado sólo es posible si los nudos se deforman. Como se ha cuantificado en el capítulo 5, ese valor sólo es pequeño para la discretización por proyección ($2,3^\circ$ en el ejemplo analizado), en las otras discretizaciones las distorsiones son importantes. Ese cambio de ángulo se produce cada vez que se pliega o despliega la estructura, por lo que, si ese giro no está permitido, los nudos o las barras sufrirán deformaciones de esos valores cada vez que se produce el movimiento.

	Variación de longitud	Distorsión angular
Disposición de líneas en la superficie.	0%	$12,3^\circ$
Proyección recta.	5,2%	16°
División en meridianos.	9,9%	$15,6^\circ$
Proyección desde el polo inferior	13,4%	$2,3^\circ$
Disposición de líneas radialmente (Domo de láminas)	0%	$9,4^\circ$

Para las estructuras en forma de Domo en Láminas, el razonamiento es similar. La estructura plegada es plana y en la desplegada se distorsionan los ángulos entre barras. Para la misma relación entre dimensión de barras y radio de curvatura, las distorsiones máximas se dan en los extremos. En el ejemplo analizado, el ángulo que en el estado plano son de 120° pasan a ser de $110,6^\circ$. En este tipo de estructuras se puede utilizar el nudo que propone Temmerman, en el que se combinan varias articulaciones dispuestas en diferentes direcciones, que se ha mostrado en el capítulo 6 (Temmerman 2007). Con este tipo de nudos, los nudos permiten la distorsión de la trama sin tener que deformar sus componentes, pero esto condiciona la geometría, de modo que, si parte de un estado plano, no podrá ser esférica y al contrario, si es esférica, no podrá formar un plano continuo.

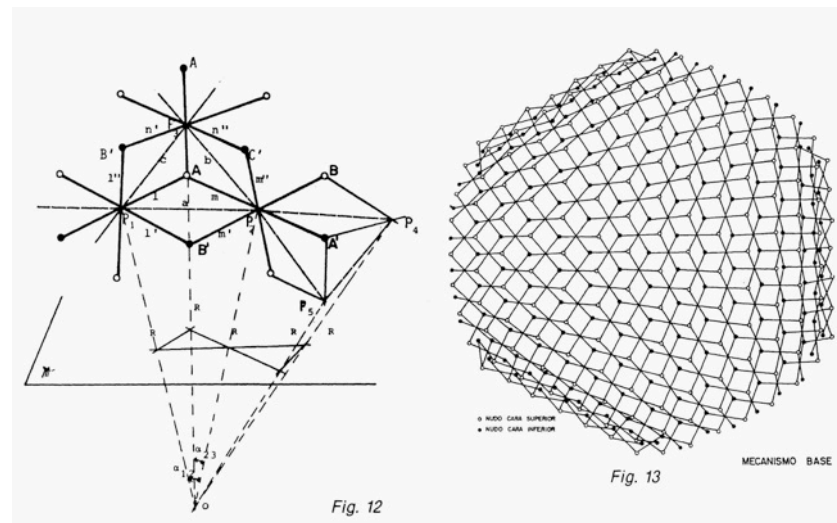
▪ Mecanismos tridimensionales de tres barras

Puertas analizó el mecanismo de tres barras utilizado por Pérez Piñero en varias de sus estructuras. Dedujo que, si se intenta definir la geometría del mecanismo proyectando dos triángulos girados sobre dos superficies esféricas paralelas, las tres barras del haz no se cruzan en un punto. Por lo tanto, se puede considerar que el mecanismo no es compatible. Sin embargo, se puede proyectar la malla sobre una superficie esférica y, partiendo de ella, definir la posición de los nudos interiores y exteriores. Por este procedimiento se logra un mecanismo compatible con la superficie esférica. Los puntos interiores y exteriores no están incluidos en esferas, tal como se puede deducir del primer procedimiento empleado.

Este mecanismo es compatible gracias a dos propiedades. Por una parte, el mecanismo tiene tres grados de libertad, por lo que el ángulo de cada barra no depende de la totalidad del conjunto. Por otra parte, en la definición geométrica de la estructura se puede identificar una malla triangular, cuando la estructura se despliega, la forma esférica cambia aumentando tanto el radio, como el ángulo de apertura. Por este motivo, la malla triangular se debe deformar. Sin embargo, esa malla no está materializada por barras, sino que las barras tienen los extremos en los baricentros de estos triángulos. El mecanismo es desplegable gracias a la inexistencia de barras en estas líneas.

Las barras de los mecanismos son todas distintas, menos las simétricas. Esto complica mucho la definición geométrica y la fabricación. Las medidas se tienen que definir elemento a elemento.

El despliegado de este mecanismo se tiene que accionar en tres direcciones al mismo tiempo, de modo que el movimiento sea homogéneo. En la maqueta para el *Teatro Ambulante para 500 Espectadores*, y otras estructuras similares, el despliegado se realizaba por su propio peso, por lo que era simultáneo en las tres direcciones. No se conoce ningún ejemplo de aplicación en escala real.



Combinación del mecanismo en tijera de tres barras (Puertas 1989)

▪ Mecanismos tridimensionales de cuatro barras

El mecanismo de cuatro barras se puede asimilar a una combinación de tijeras planas en malla cuadrangular, en la que estos mecanismos, en lugar de unirse por los extremos de las barras, se unen en la articula-

ción intermedia. La compatibilidad es similar a aquella. La discretización de una superficie esférica mediante una malla cuadrangular genera barras de diferentes longitudes y, por lo tanto, alturas diferentes de las tijeras. Si la forma esférica es la superficie intermedia de las tijeras, la superficie interior y la exterior no serán esféricas.

El movimiento del mecanismo es compatible, aunque no se han encontrado ejemplos de aplicaciones en superficies esféricas. Todas las obras de Pérez Piñero en las que utilizaba este haz de cuatro barras eran estructuras planas.

Existe una diferencia fundamental entre la combinación de tijeras planas en malla cuadrangular y la combinación de tijeras de cuatro barras. La malla formada por tijeras planas tiene un grado de libertad, mientras que el grado de libertad de las combinaciones de tijeras de cuatro barras es muy grande. En este capítulo se ha visto que, para un ejemplo de 16 elementos, el grado de libertad es 17. Esta diferencia sólo ocurre si las tijeras planas se combinan uniendo aristas del prisma definido. En el caso de que se unan según las caras del prisma, se ha explicado que la malla resultante es igual a la superposición de dos mallas, formadas por tijeras planas. Por lo tanto, su grado de libertad es uno.

7.2.4 ESTRUCTURAS CILÍNDRICAS

Las discretizaciones de estructuras de curvatura simple son más sencillas que las esféricas. Las diferentes discretizaciones de la superficie son independientes del radio de curvatura, por lo que pueden pasar de una forma plana a una curva, sin modificar las longitudes de líneas de discretización, ni los ángulos entre ellas. Sin embargo, en algunos casos pueden existir incompatibilidades por el alabeo de los planos que forman las tijeras.

▪ Mallas cuadrangulares

Si la malla cuadrangular es paralela a la dirección de la bóveda, los mecanismos longitudinales son rectos y las barras tienen la articulación intermedia en su centro. Los mecanismos perpendiculares forman segmentos de arco de envolvente trapezoidal. El desplegado de este mecanismo es compatible (Puertas 1989) (Escrig 2012).

Si la malla se dispone en diagonal respecto a la directriz de la superficie cilíndrica, la malla cuadrangular se puede adaptar a la superficie, pero las líneas diagonales no están en un plano. Cuando se sustituyen las líneas por tijeras planas, la superficie que definen no es plana, es una forma alabeada. Los mecanismos en tijera de barras rectas definen superficies planas, por lo que estas discretizaciones son incompatibles. José Sánchez propuso la posibilidad de hacer estas tijeras con barras de directriz quebrada para que se pudieran adaptar a la forma alabeada. Como en el estado plegado, la superficie definida es plana, el movimiento es incompatible. Sánchez propuso utilizar esta propiedad para hacer estructuras en las que algunas barras se tengan que deformar en el estado plegado, de manera que cuando se despliegan lleguen a un estado de reposo (Sánchez Sánchez 1996). Es una solución que tiene similitudes con las estructuras biestables que se han explicado en el capítulo 4, pero se diferencian de aquéllas en que el estado plegado no es de reposo.

▪ Mallas triangulares



Bóveda realizada con el pliegue origami Yoshimura, (Buri 2008)

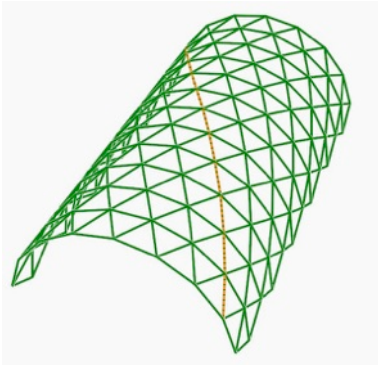
Si se discretiza la superficie abovedada en triángulos equiláteros o isósceles, el mecanismo es compatible. Sin embargo, tal como ocurre en las mallas cuadrangulares, cuando no están alineadas con la directriz, los planos inclinados se alabean. Para lograr los encuentros entre tijeras diagonales hay que modificar estos elementos. Si se unen los nudos de las tijeras perpendiculares a la bóveda, las barras no se tocan, por lo que no se pueden formalizar estas tijeras.

Si la discretización se hace con triángulos escalenos, el desplegado no es compatible.

Otra posible discretización triangular consiste en partir de una malla cuadrangular e incorporar elementos en diagonal. Si estas diagonales se realizan con tijeras, se relacionan tijeras de diferentes longitudes con la misma apertura, por lo que la incompatibilidad es doble: por una parte es imposible cumplir la relación de plegabilidad y, por otra parte, al mover las tijeras, los cambios de longitudes no son proporcionales, por lo que el movimiento es incompatible.

La compatibilidad es posible si las tijeras se colocan diagonalmente en zigzag y se hace una sección en dirección del arco de canto variable. Es una solución muy complicada, que no tiene ninguna ventaja.

Una solución alternativa es duplicar las tijeras en las diagonales, esto es, sustituir esas líneas por dos tijeras alineadas. De esta forma, el canto variable está en la unión de estas dos tijeras y se salva la diferencia de longitud entre las líneas de discretización de diferentes direcciones. En esta solución, los planos formados por estas dos tijeras están alabeados, si se resuelve el encuentro entre estas dos tijeras, no están alineadas, por lo que no son estables y hay que poner elementos en la otra dirección diagonal de la cuadrícula. Esta solución tampoco tiene ninguna ventaja.



Discretización de cilindro en malla triangular equilátera. Las alineaciones diagonales no están contenidas en un plano

▪ Tijera tridimensional de tres barras

Mediante un razonamiento similar al empleado en las superficies esféricas, se puede adaptar diferentes discretizaciones triangulares para utilizar este mecanismo. Las tijeras se pueden disponer de modo tal, que sus nudos medios estén en la superficie cilíndrica, formando una malla triangular. Si se parte de estos puntos, y se hacen coincidir los extremos de las barras con la proyección de los baricentros de los triángulos, se logra una estructura de desplegado compatible. Este método es aplicable a cualquier discretización triangular, aunque las soluciones irregulares no presentan ninguna ventaja respecto a las regulares.

La aplicación de la tijera de tres barras a estructuras cilíndricas tiene un inconveniente fundamental para el desplegado, por ser una estructura de grado de libertad 3. Para que se despliegue de manera homogénea se tiene que accionar en las tres direcciones. Cuando la estructura es esférica, se puede accionar mediante tres fuerzas radiales con un ángulo de 120° entre ellas. En las superficies cilíndricas el desplegado es más complejo, porque las fuerzas radiales que accionan el desplegado no tienen una respuesta homogénea. No se han encontrado ejemplos de su aplicación.

- **Tijera de cuatro barras**

Siguiendo el mismo razonamiento que en las superficies esféricas, la compatibilidad de esta discretización es similar a la malla cuadrangular de tijeras planas. Sin embargo, tal como se ha explicado, la tijera tridimensional de cuatro barras tiene un grado de libertad mucho mayor. Esto la convierte en una solución sin ventajas claras respecto a la tijera plana en malla cuadrangular.

7.3 DESPLEGADO DE LAS TENSEGRITIES

Como se ha visto en el tercer capítulo, la despleabilidad es una propiedad inherente de las tensegrities. Las tensegrities *puras* están formadas por barras disociadas. Estas estructuras logran su unidad y estabilidad gracias a sistemas de cables tensados. Si se aflojan algunos cables, las barras quedan sueltas y el conjunto se puede recoger en un volumen reducido. Como contrapartida, presentan varios problemas para funcionar como estructuras desplegables, principalmente en escalas arquitectónicas. Los principales son: la complejidad formal y su elevado grado de libertad de mecanismo cuando están destensados.

El elevado grado de libertad hace que, cuando las tensegrities no están tensadas, las barras se muevan libremente y la forma sea inestable. El modo de controlar el despliegado, consiste en mantener la estructura tensada durante todo el proceso, es decir, que todas las fases intermedias sean tensegrities estables formadas por las mismas barras, pero por diferentes longitudes de cables para cada estado. Esto se logra acortando unos cables y alargando otros de manera simultánea, lo que supone que hay que controlar las longitudes de todas las barras durante el proceso. Por lo tanto, todos los cables funcionan como accionadores.

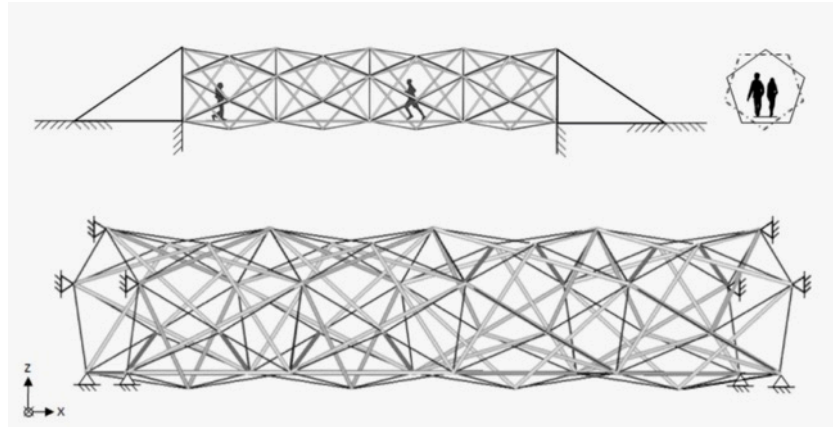
La complejidad formal del despliegado hace difícil definir la geometría de las diferentes fases y garantizar que no haya choques entre barras. Además de esto, existe un riesgo adicional: en algunos casos el cruce de barras y cables provoca que se alineen barras o que choquen entre sí llegando a situaciones que no se pueden superar sólo con el tensado.

- **Falsas tensegrities**

Mediante el uso de tensegrities *falsas* se pueden mejorar las limitaciones de las *puras*. En la medida en que se enlazan barras se limita el grado de libertad de mecanismo. Con lo que se puede simplificar la forma de la estructura y reducir el número de accionadores. En la medida en la que se unan barras, el resultado perderá alguna de las ventajas de las tensegrities (principalmente la sencillez de las uniones), pero pueden dar lugar a nuevos tipos de desplegables. En el extremo de esta transformación se puede llegar a estructuras articuladas que se estabilizan mediante tensado que no se pueden considerar tensegrities.

En el puente desplegable desarrollado por Rhode Barbarigos (Rhode-Barbarigos 2012), se puede cuantificar la complejidad de accionamiento y control que necesitan las tensegrities. Según este autor, tienen la ventaja de mantener rigidez estructural durante el proceso. El prototipo que propone es una falsa tensegrity. El hecho de ser *falsa* hace que el

grado de libertad sea más pequeño que en las tensegrities puras. Es un factor que facilita el control durante el desplegado.



Puente tensegrity tipo *Hollow Rope*.
(Rhode-Barbarigos 2010)

El puente es una pieza lineal hueca, del tipo *Hollow Rope*, formada por prismas tensegrity pentagonales. Para la puesta en servicio se plantea desplegar el puente en dos partes, cada una en voladizo de un extremo y juntarlas en el centro.

Durante el proceso de desplegado, las secciones transversales giran alrededor del eje del puente. La despleabilidad se produce en una sola dirección. La estructura desplegada salva una luz de 16 metros y está dividida en 4 módulos. Cada módulo recogido mide 0,6 metros de grosor y 4,3 metros radio. En su estado desplegado, cada módulo mide 4 metros de grosor y 3,1 de radio, por lo tanto, el grado de despleabilidad es de 1/3,46.

La estructura se divide en: un sistema de cables perpendiculares en forma pentagonal, varios sistemas de cables diagonales y las barras comprimidas, también diagonales. Cuando la estructura se despliega, los cables perpendiculares se acortan de 4,45 a 3,66 metros y los diagonales se alargan de 1,75 a 2,77 metros. Los cables que se alargan no se pueden dejar destensados durante el desplegado, de lo contrario la estructura en voladizo no sería estable.

Todos los cables se tienen que tensar o destensar de manera coordinada. Esto requiere de 70 accionadores que no se limitan a simples tensores, sino que tienen que sufrir cambios de longitud de más de un metro. Para reducir el número de accionadores, el autor plantea la posibilidad de que los cables longitudinales sean continuos, es decir, que pasen por los nudos sin rozamiento, y que los cables de los pentágonos se accionen independientemente. Mediante esta simplificación, se llega a poder desplegar con 40 accionadores. Una alternativa planteada para bajar de este número es utilizar muelles.

En los cálculos que presenta, el sistema funciona mejor cuando todos los cables son independientes. Cumple las condiciones de estabilidad pero tiene una gran limitación de diseño por necesitar 70 accionadores. El sistema de cables continuos reduce a 40 los accionadores pero no cumple con el cálculo dinámico, tiene una frecuencia de vibración demasiado baja 3,35 Hz. La sustitución de actuadores por muelles reduce más las prestaciones, no cumple el cálculo dinámico y tiene grandes desplazamientos verticales en servicio. Además de esto, si se dimensionan los muelles para la seguridad estructural de uso y desplegado, se aumenta mucho el tamaño de los elementos. (Rhode Barbarigos 2012).

7.4 PROCESOS DE DESPLEGADO

▪ Influencia del grado de libertad

Se ha explicado la influencia del grado de libertad en el accionamiento de las estructuras desplegadas. Cuanto mayor sea el grado de libertad, mayor será el número mínimo de accionadores necesarios y el control de la forma será más complejo. En la medida en la que el grado de libertad sea menor, estas propiedades variarán en el mismo sentido.

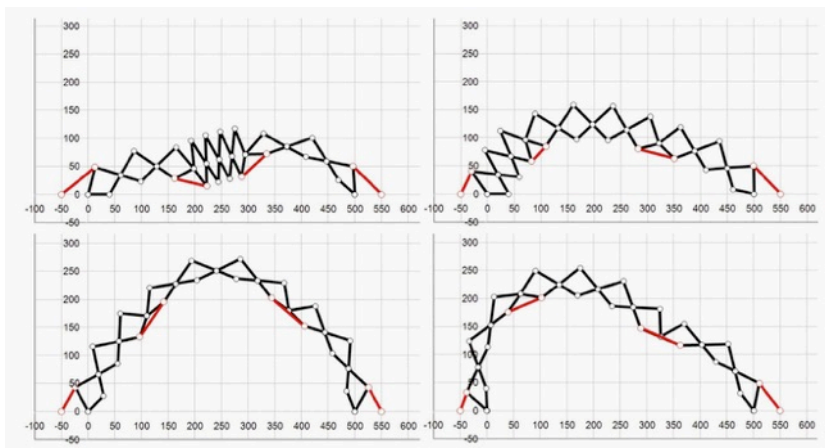
La rigidez también influye en estos factores. Una estructura desplegada muy rígida se puede accionar con un número de accionadores igual a su grado de libertad, pero el número de accionadores necesario aumentará en la medida en la que sea más flexible.

Por otra parte, el grado de libertad también influye en la compatibilidad formal y en los esfuerzos residuales que se pueden generar en un mecanismo desplegado. En este capítulo se ha visto que la tijera tridimensional de tres barras es compatible en superficies esféricas, gracias a los tres grados de libertad que tienen sus combinaciones, mientras que, la combinación triangular de tijeras planas, tiene un grado de libertad y su movimiento es incompatible en ese tipo de superficies.

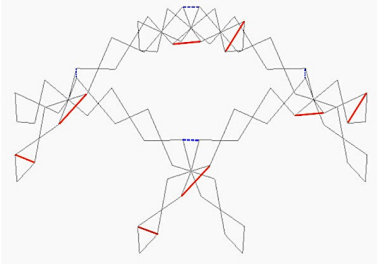
Si se parte de un mecanismo que es incompatible para una estructura dada, esta incompatibilidad se puede solventar aumentando el grado de libertad del mecanismo. Theodore Zeigler lo aplicó en sus propuestas mediante tijeras en las que las uniones intermedia eran deslizantes.

Si se aumenta el grado de libertad de una estructura, se aumenta el número de posibles movimientos que permite, ya que aumentan diferentes formas que pueda tomar. En algunas ocasiones se puede aumentar el grado de libertad de los mecanismos, incorporando articulaciones adicionales, para lograr estructuras adaptables a diferentes situaciones.

Una propuesta del equipo de Yenal Akgün parte de un sistema de tijeras al que se le añaden grados de libertad adicionales (Akgün 2010, 2011). Para ello, sustituyen algunas tijeras por barras que se unen en una articulación central. Las llaman *Modified Scissor-like Elements*. Los elementos separados por estas articulaciones tienen libertad de desplegarse o deformarse libremente. Para controlar el movimiento de estas articulaciones *completas*, se disponen sistemas de acción del movimiento que controlan el desplazamiento relativo en esos puntos.

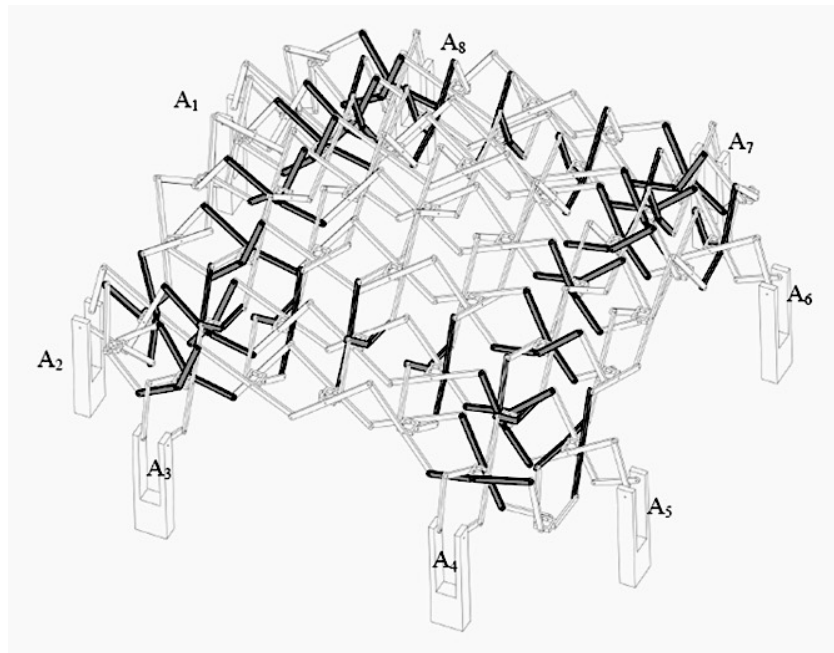


Mecanismos en tijera modificados para incrementar el grado de libertad. Diferentes formas y situación de los accionadores. (Akgün 2010)



Posición de los accionadores en una dirección. En la dirección perpendicular se disponen del mismo modo. (Akgün 2011)

Los autores proponen una estructura abovedada con planta cuadrada, sustentada sobre ocho apoyos. El conjunto está formado por elementos principales en forma de tijera tridimensional de cuatro barras. Como se ha visto anteriormente, este tipo de mecanismo da como resultados conjuntos con grados de libertad muy altos, por lo que tiene una adaptabilidad mayor que la de otros mecanismos. Se disponen dos familias de accionadores, unos accionan las tijeras y los otros controlan la apertura de los *elementos en tijera modificados*. Estas articulaciones añadidas están incorporadas en cuatro líneas (dos en cada dirección), en una posición cercana a los apoyos. Los sistemas de acción del movimiento no se colocan en todas las tijeras modificadas, sólo en las que coinciden en las líneas de apoyos. De este modo, hay dos articulaciones que generan el movimiento en cada línea y el resto de alineaciones de tijeras acompañan el movimiento.



Disposición de los mecanismos en tijera modificados (Akgün 2011)

Cuando una de las secciones de la estructura se curva, las tijeras perpendiculares se inclinan, pero no supone un problema, porque el mecanismo básico empleado permite que cada alineación de barras se pueda inclinar independientemente.

Esta estructura tiene algunas limitaciones, si los radios son irregulares, y dos secciones paralelas tienen diferentes curvaturas, los planos perpendiculares se alabean, lo que es incompatible con el mecanismo en tijera. Otra cuestión que no se ha encontrado resuelta es que las alineaciones de barras que pasan por la parte central se pueden inclinar lateralmente.

▪ Alcance y fases del proceso de desplegado

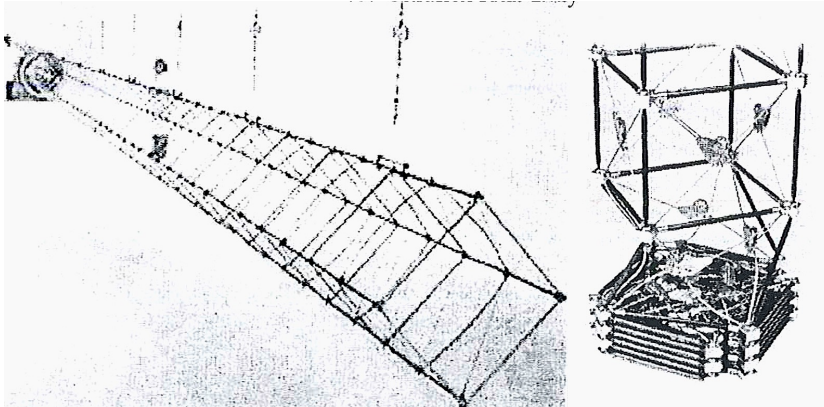
Los movimientos de una estructura pueden afectar a todo el conjunto o sólo a una parte. En una estructura desplegable de grado de libertad 1, el movimiento es global. En estructuras de grado de libertad mayor, los diferentes movimientos pueden afectar a la globalidad o pueden limitarse a una parte. En las mallas de tijeras de tres barras, cada dirección se puede plegar o desplegar de manera independiente y afecta a todo el

conjunto. En otros ejemplos, como ocurre en la propuesta de Akgün, que se ha explicado en el punto anterior, los movimientos pueden afectar a una parte de la estructura. Aunque el desplegado afecte a toda la estructura, si hay varias libertades de mecanismo, el movimiento puede repartirse en movimientos independientes. Como ocurre en las mallas de tijeras de tres barras.

Cuando las estructuras desplegables tienen cierta escala, desplegarlas de manera global hace necesario el uso de maquinaria y medios de transporte de gran envergadura, ya que se tiene que accionar todo el conjunto y, en muchos casos, sostener toda la estructura. Desplegar la estructura por partes puede ser un modo de reducir los medios auxiliares necesarios durante el proceso.

En proceso de montaje de la *Cúpula Reticular Desplegable para Grandes Luces*, la estructura estaba dividida en siete partes que se transportaban y se desplegaban por separado. De este modo, el manejo era más sencillo y el conjunto sólo se tenía que soportar completo en el ensamblaje final de las diferentes partes.

En la tensegrity desplegable que propone Ali El Smaili, el plegado se realiza por fases. La estructura en forma de malla cuadrangular tiene un grado de libertad por cara tramo, en cada dirección, por lo que se puede ir plegando como un acordeón, tramo a tramo. Este mismo tipo de plegado por partes es el que se realiza en algunas torres que se despliegan segmento a segmento.



Mástil desplegable por segmentos (Gantes 2001)

▪ Accionamiento y control del movimiento

Si los accionadores pueden trabajar tanto a tracción como a compresión, son capaces de definir el movimiento relativo entre dos puntos, por lo que es suficiente con un accionador por cada grado de libertad. Sin embargo, es habitual poner accionadores redundantes, repartidos por la estructura, por los motivos ya citados. Si se acciona mediante tensado, son necesarios dos tensores por cada grado de libertad: uno para desplegar el mecanismo y otro en sentido contrario para plegarlo o limitar controlar el movimiento de apertura. Si existe una fuerza externa que tienda a plegar o desplegar la estructura, como puede ser el peso propio, esa fuerza puede sustituir a uno de los accionadores, bien provocando el movimiento, o bien limitándolo.

Si un mismo cable recorre la estructura, puede ejercer la fuerza de accionamiento en varios puntos. Es el procedimiento utilizado por Fuller en la *Necklace Dome*. En esa propuesta, la acción de los tensores se

limitaba a permitir el giro de los nudos cuando estaban flojos, pero hay ejemplos en los que estos cables accionen el movimiento.

La propuesta de arco expandible de Tsutomu Kokawa, combina dos soluciones singulares. Por una parte, incorpora un grado de libertad adicional al arco, mediante una articulación completa en la parte central del arco. Gracias a esta articulación, el arco puede desplegarse mientras mantiene los puntos de apoyo en una misma posición. La segunda singularidad es que dispone un cable que recorre la estructura pasando por las tijeras en zigzag. El cable une cada par de nudos enfrentados y luego continúa por uno de los brazos de la tijera hasta el siguiente par de nudos. El proceso de montaje se realiza en dos fases: empieza expandiendo la estructura parcialmente a nivel de suelo y posteriormente se tensa el cable que recorre toda la estructura que tiende a unir los nudos enfrentados, lo que despliega las tijeras y eleva el arco. El cable circula mediante poleas sin rozamiento (Kokawa 1994, 1995, 1996, 1997).

Esta propuesta puede presentar un inconveniente al que no se ha encontrado solución propuesta por el autor. Si la estructura soporta una sobrecarga de dirección ascendente (esfuerzo habitual debido a la succión del viento), el arco tendería a levantarse, y el cable se destensaría. Se cerrarían las tijeras que no tienen ninguna resistencia al cierre. Para solucionarlo, se podría disponer de una sujeción adicional que puede ser un sistema de tensores continuos en la cara inferior. Es una propuesta de 1994, a partir de la cual, se han realizado prototipos de bóveda de 5,3 y 11 metros de luz, y arcos cruzados de 5,3 metros de luz.

▪ Rigidización de la estructura desplegada

Para mejorar la capacidad portante de las los mecanismos en tijera, Pérez Piñero planteó rigidizar las estructuras desplegadas en varios de sus proyectos. En algunas ocasiones, se disponían barras adicionales después del desplegado. La solución más elaborada de las que planteó Pérez Piñero, consistía en disponer de barras biarticuladas en la cara superior de la estructura, de modo que, cuando la estructura estaba desplegada, las barras biarticuladas quedaban alineadas en una de las caras. Con esto se garantizaba un canto efectivo en todas las secciones. Para que el conjunto trabajase de manera solidaria, las barras adicionales se debían fijar después del desplegado. En la *Cubierta Reticular Desplegable para Grandes Luces*, las barras se debían fijar manualmente después haber desplegado la estructura. En el *Módulo Desplegable Automático*, las barras adicionales estaban unidas a un vástago con resortes que las llevaba a su posición. Esta estructura estaba ideada para que se desplegasen por sí misma, se proyectó cuando se estaba planteando la posibilidad de instalar invernaderos en la Luna.

Martín y Valcárcel analizaron el proceso de desplegado de una estructura en malla cuadrangular. En el proceso de desplegado la estructura se soportaba mediante puntales en el centro y ocho puntos del perímetro. Llegaron a la conclusión de que con ese sistema la luz está limitada. Para los parámetros de carga adoptados, la luz máxima sería de 15 metros. Plantearon la posibilidad de reforzar la estructura con cables inferiores y superiores pero, según sus cálculos, el mecanismo resultaba completamente ineficiente ante esfuerzos gravitatorios desfavorables.

Finalmente propusieron incorporar barras superiores con una articulación interna bloqueable (Martín2004).

▪ Estructuras biestables

Charis Gantes tomó como punto de partida de su trabajo las propuestas de Zeigler y de Krishnapillai de aprovechar las incompatibilidades formales de algunas estructuras desplegadas. Según Gantes existen tres modos básicos de desplegado. El primero necesita que se ejerza una fuerza para accionarlo, lo que supone un gasto de energía y necesita medios importantes para que se lleve a cabo. El segundo aprovecha situaciones o tipos de estructura que tienden a ir a una posición de equilibrio, en este método el control del desplegado se realiza limitando ese movimiento, de este tipo son las desplegadas que se accionan por el peso propio.

En el MIT desarrollaron un nuevo sistema que se ha avanzado en capítulos anteriores. Partieron de las estructuras que por tener una incompatibilidad de movimiento, sólo están en reposo en dos posiciones, Gantes lo llamaba situación de reposo *Biestable*. Aprovechando esa propiedad hicieron las estructuras que llamaban *Snap-Through* en las que había dos estados de equilibrio el completamente plegado y el desplegado. Para pasar de un estado al otro había que forzar la estructura, una vez pasado un punto la estructura iba sola al otro estado.

Si el esfuerzo necesario para superar ese estado de incompatibilidad era muy grande, el sistema era difícilmente factible, por el contrario, si el esfuerzo era reducido, tenía el riesgo de que el movimiento se revirtiese. La estructura analizada por Gantes necesitaba una fuerza de 5kN para superar este estadio de incompatibilidad. Un estado de cargas de servicio se podría provocar el plegado de la estructura, para evitarlo proponía poner barras verticales que fijasen la estructura una vez desplegada. Esto significa que, en las propuestas de Gantes, la propiedad de biestabilidad sólo se aprovechaba para asistir al movimiento.

Gantes explicaba que para que las deformaciones necesarias no rompieran el material y las fuerzas de accionamiento fueran razonables, estas estructuras tenían que estar fabricadas con materiales que tuvieran un módulo de Young muy bajo, y que el aluminio llegaba a ser demasiado rígido. En ocasiones se combinaba aluminio con materiales sintéticos, como el plástico acrílico o el polietileno, e incluso se llegaba a hacer todas las barras con estos materiales. Teniendo en cuenta la flexibilidad de estos materiales y que las estructuras tenían generalmente un único grado de libertad, el accionado simultáneo era complicado, ya que accionamiento en un número reducido de puntos no era posible debido a la reducida rigidez de los materiales que se debían emplear (Gantes 1991, 1993, 1997, 2001) (Zeigler 1984)

8 EFICIENCIA ESTRUCTURAL DE LOS MECANISMOS

Los mecanismos en tijera son los más utilizados en estructuras desplegables. En el capítulo dedicado a las uniones se han analizado los esfuerzos residuales que generan las excentricidades de las barras y se ha cuantificado el orden de magnitud de esos esfuerzos en casos prácticos. También se ha citado su limitada rigidez a flexión. Desde las primeras propuestas de este tipo de estructuras, fue evidente esta limitación. Como se ha explicado, Pérez Piñero propuso diferentes soluciones para suplir esta limitación.

Los mecanismos en tijera también presentan limitaciones mecánicas importantes cuando las estructuras soportan esfuerzos axiales. La transmisión de cargas que siguen la directriz de la estructura genera esfuerzos residuales de una magnitud cercana a los producidos por la flexión. Estas limitaciones son evidentes desde una primera estimación, sin embargo, en la literatura estudiada no se ha encontrado ninguna explicación clara de este aspecto.

A continuación se analizarán los mecanismos en tijera frente a estos dos tipos de esfuerzo y, posteriormente, se valorará la mejora que supone el disponer cables tensados en su perímetro. Posteriormente se comparará el mecanismo en forma de tijera tensado con la tensegrity de dos barras.

8.1 LIMITACIONES MECÁNICAS DE LOS MECANISMOS EN TIJERA

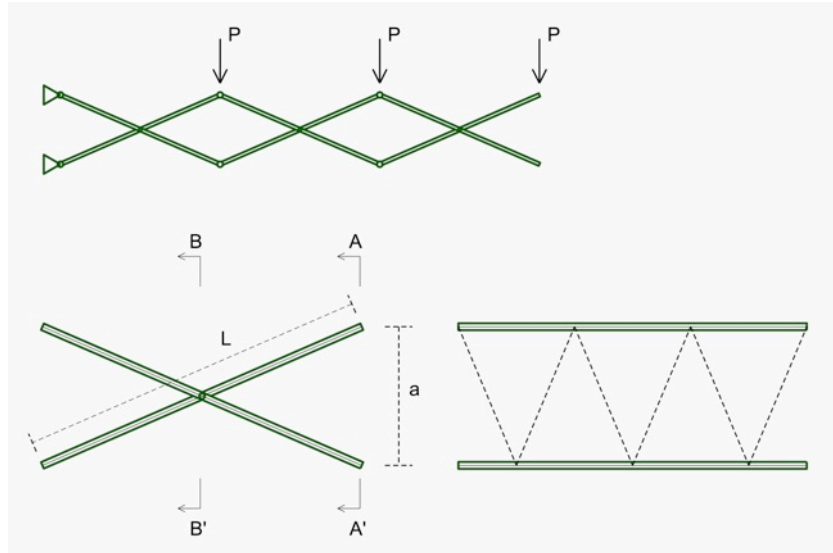
El análisis estructural de los mecanismos en tijera se realizará distinguiendo dos situaciones fundamentales. Las estructuras en las que en su forma global predomina la transmisión de flexiones y en las que predomina la transmisión de esfuerzos axiales.

Es importante aclarar que esta distinción no se realiza según el trabajo de sus componentes, sino que se realiza según el modo de trabajo global de la tipología estructural. De este modo, las malla planas se consideran como estructuras que de manera global trabajan a flexión, independientemente del tipo de esfuerzo que soportan sus componentes. De manera análoga, las estructuras en forma de bóveda o domo se consideran como tipos que trabajan fundamentalmente a compresión, independientemente que sus componentes puedan estar soportando esfuerzos de flexión.

8.1.1 MECANISMOS EN TIJERA TRABAJANDO A FLEXIÓN

Las limitaciones mecánicas frente a los esfuerzos de flexión de los mecanismos en tijera se deben a que, en el cruce entre barras, el brazo de palanca entre barras es nulo. Por este motivo, la capacidad mecánica de la sección es la suma directa de las capacidades de cada una de las barras.

Estructuras en forma de tijera trabajando a flexión. Arriba estructura en voladizo, izquierda mecanismo aislado, derecha viga en celosía del mismo canto



Las capacidades mecánicas de la sección son las siguientes, siendo AA' la sección donde las barras tienen su máxima separación y BB' la sección donde las barras se cruzan:

$$I_{AA'} = 2I + A \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot 2 = 2I + A \frac{a^2}{2}$$

$$I_{BB'} = 2I$$

$$W_{AA'} = \frac{2I + A \frac{a^2}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{4I}{a} + Aa$$

$$W_{BB'} = \frac{2I}{\frac{D}{2}} = \frac{4I}{D} = 2W$$

Siendo:

A, el área de la sección

D, el diámetro

I, el momento de inercia

W, el módulo resistente de la sección tubular

Las tensiones producidas tienen grandes variaciones según la geometría de la tijera y la sección de sus componentes. Para lograr un orden de magnitud de estos valores, se han calculado las tensiones, para lo que se han dimensionado los mecanismos, de manera que sean coherentes con el ámbito de aplicación definido en el inicio de este trabajo.

Como se pretende hacer estructuras ligeras, se han elegido perfiles de esbeltez elevada, cercana a los límites máximos definidos por la normativa. La longitud máxima por las limitaciones de transporte se ha fijado entre 250 y 300cm. Se ha tomado el valor de 250cm. Para esa longitud y acero S275, El perfil tubular 50.3 tiene una esbeltez 150 y una esbeltez reducida 1,72. El perfil 45.3 tiene una esbeltez 168 y una esbeltez reducida 1,93. El perfil 40.3 tiene una esbeltez 190 y una esbeltez reducida 2,18. El límite marcado por le CTE es 2, por lo que el 40.3 tiene una esbeltez excesiva y el 45.3 es prácticamente el valor límite.

Se ha elegido el perfil 50.3 para hacer la cuantificación de esfuerzos. Se han comparado las características mecánicas de la sección en el cruce de las barras, con las características mecánicas de la sección por el punto de mayor amplitud, comparable a la de una estructura en celosía

como la que se ve a la derecha del dibujo. Los valores se han tabulado para diferentes grados de apertura de la tijera, identificadas con la apertura “a”, señalada en el dibujo. La amplitud mínima se ha fijado en 20cm, un valor que constructivamente es muy próximo al coque de los extremos. La amplitud máxima que se ha considerado es de 100cm.

Perfil	A	I	W
D 50.3	4,42	12,27	4,91

Apertura	I _{BB'}	I _{AA'}	W _{BB'}	W _{AA'}	I _{AA'} /I _{BB'}	W _{AA'} /W _{BB'}
20	24,54	908,54	9,82	98,22	37,0	10,0
30	24,54	2013,54	9,82	142,42	82,1	14,5
40	24,54	3560,54	9,82	186,62	145,1	19,0
50	24,54	5549,54	9,82	230,82	226,1	23,5
60	24,54	7980,54	9,82	275,02	325,2	28,0
70	24,54	10853,54	9,82	319,22	442,3	32,5
80	24,54	14168,54	9,82	363,42	577,4	37,0
90	24,54	17925,54	9,82	407,62	730,5	41,5
100	24,54	22124,54	9,82	451,82	901,6	46,0

Cuanto mayor es la amplitud de apertura de la tijera, mayor es la diferencia entre capacidades mecánicas. En las dos columnas de la derecha se puede ver la relación de Inercias y módulos resistentes entre las dos secciones. En el caso de la Inercia, el valor en la sección central es entre 37 y 901 veces menor que la de los extremos, mientras que, el módulo resistente es entre 10 y 46 veces menor.

Relación entre las características mecánicas de las secciones extremas y la intermedia para diferentes aperturas de los mecanismos en tijera

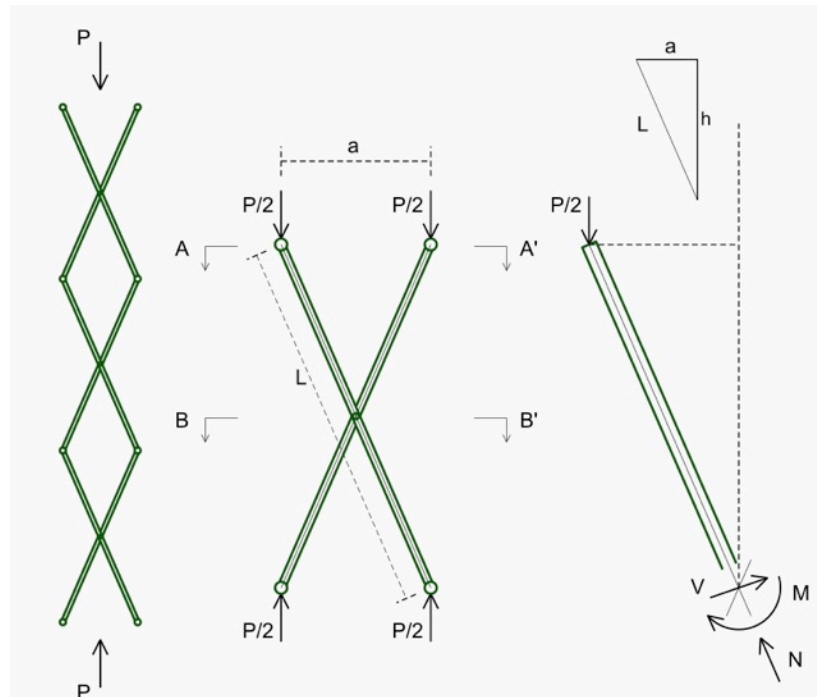
8.1.2 MECANISMOS EN TIJERA TRABAJANDO A TRACCIÓN O COMPRESIÓN

La mayor parte de las propuestas de estructuras desplegadas estudia- das son tipologías que intentan minimizar los esfuerzos a flexión. Son estructuras de sección curva: formas abovedadas, domos o combinaciones de ambas. Mediante estas formas, se salva, aunque sea parcialmente, la debilidad de los mecanismos en tijera frente a la flexión. Sin embargo, cuando el esfuerzo principal es de tracción o compresión el comportamiento estructural también presenta limitaciones importantes.

Cuando los mecanismos en tijera tienen que soportar un esfuerzo en la directriz general de la estructura, como el indicado como P en el dibujo siguiente, este esfuerzo tiende a plegar las tijeras cuando es de compresión y tiende a desplegarlas cuando es de tracción. Para que la estructura no se pliegue por efecto de estas cargas, se debe fijar la apertura de las tijeras. Es habitual que se haga mediante accionadores o fijando la apertura en algunos puntos de la estructura.

Si no se fijan todos los extremos de las tijeras, el recorrido de las cargas genera esfuerzos, cuya resultante es externa a la directriz de las barras. Esto produce esfuerzos de flexión y cortante.

Estructura formada por mecanismos en tijera que transmite un esfuerzo axial



Cuando una serie de tijeras está sometida a un esfuerzo P que recorre su directriz, las cargas tienen que hacer un recorrido en zigzag, siguiendo los ejes de las barras. Cada una de las barras tiene que transmitir una carga $P/2$, aplicada en diagonal respecto a su eje, por lo que, en la barras, se generan esfuerzos de flexión M y de cortante, V .

En la sección AA' , los esfuerzos son:

$$N = \frac{PL}{2\sqrt{L^2 - a^2}}$$

Los esfuerzos en la sección BB' son:

$$N = \frac{PL}{2\sqrt{L^2 - a^2}}$$

$$M = \frac{P}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{Pa}{4}$$

Se ha cuantificado estos esfuerzos y las tensiones que generan en un caso real, por lo que se han tomado las barras tubulares que se han elegido para el análisis de la flexión: barras de 250cm de longitud, diámetro 50mm y espesor 3mm. Se han calculado las tensiones para una carga de valor la unidad.

Como se puede apreciar en la tabla, la afectación de la excentricidad de la carga es muy importante. Para la geometría y componentes elegidos, la relación entre la tensión debida al esfuerzo axial y el debido al momento flector varía entre 10,0 y 42,3, siendo menor cuanto menor sea la amplitud de apertura de la tijera.

Long barra	Perfil	A	I	W
250	D 50.3	4,42	12,27	4,91

Apertura	Esf axial N	Momento M	σ_N (AA', BB')	σ_M (BB')	σ_{tot} (BB')	$\sigma_{BB'}/\sigma_{AA'}$
20	0,502	5,000	0,113	1,018	1,132	10,0
30	0,504	7,500	0,114	1,527	1,641	14,4
40	0,507	10,000	0,115	2,037	2,151	18,8
50	0,510	12,500	0,115	2,546	2,661	23,1
60	0,515	15,000	0,117	3,055	3,172	27,2
70	0,521	17,500	0,118	3,564	3,682	31,2
80	0,528	20,000	0,119	4,073	4,193	35,1
90	0,536	22,500	0,121	4,582	4,704	38,8
100	0,546	25,000	0,123	5,092	5,215	42,3

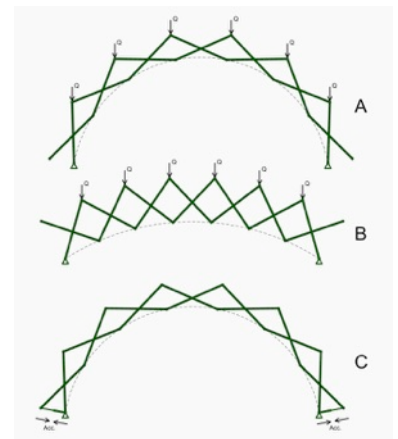
Si se tiene en cuenta la penalización por pandeo de las barras esta relación no resulta tan desfavorable. Si tomamos barras de esbeltez elevada, el coeficiente de minoración de la capacidad frente esfuerzos axiales puede llegar a 0,21, es decir reduce su capacidad portante a poco más de su quinta parte. En el caso de las barras elegidas, dependiendo del coeficiente de imperfección, el factor de reducción de es aproximadamente 0,3. Por lo tanto, la relación se debe matizar pero continúa siendo importante.

Una estructura en forma de arco como la que se ve en el dibujo (dibujo A), sometida a un estado de cargas verticales Q , tenderá a plegar las tijeras (dibujo B), por lo que la estructura no será estable. Para que no se pliegue hay que evitar el movimiento de las tijeras, lo que suele realizarse mediante accionadores que despliegan el mecanismo (dibujo C).

Hay que señalar que si los dos apoyos son articulaciones no desplazables, se da una incompatibilidad de movimientos de las tijeras. Cuando cambia el radio de curvatura y la amplitud del arco, los trapecios que forman cada tijera se distorsionan y el punto de cruce de las diagonales rectas varía con cada apertura. Este extremo se puede comprobar fácilmente, teniendo en cuenta que el arco que se pliega hasta quedar recto, estaría formado por tijeras de lados iguales, y el curvo, por tijeras de lados distintos. Por lo que hay una incompatibilidad de desplazamiento.

Sin embargo, esta imposibilidad de deformarse no supone que el funcionamiento sea adecuado, ya que la transmisión de cargas se realiza haya o no movimiento. Si se analiza una tijera de manera aislada y en una posición fija, los esfuerzos que se generan son los que se han analizado anteriormente. Por lo tanto, las estructuras de sección curva formadas por tijeras, están penalizando de manera significativa la eficiencia estructural de sus componentes.

Relación entre la tensión producida por un axial puro y la total, en la que se incluyen las tensiones debidas a la flexión. Listadas para diferentes apertura de las tijeras



Esquemas de un arco formado por mecanismos en tijera:
 A, estado de servicio
 B plegado debido a cargas gravitatorias
 C mecanismo fijado mediante accionadores colocados en los extremos

8.2 COMBINACIÓN DE TIJERAS Y TIRANTES

Esta tesis de inició con la idea de que las tensegrities pueden ser una alternativa viable para desarrollar nuevos tipos de estructuras desplegadas. Sin embargo, durante el desarrollo de la investigación se han constatado las limitaciones que tienen su aplicación directa. A pesar de que estas limitaciones parecen a todas luces insalvables, la combinación de las propiedades de las tensegrities con otros sistemas puede ser una vía de mejora de las características de las estructuras desplegadas.

Un ejemplo de combinación de propiedades que da lugar a una tipología estructural novedosa pueden ser las llamadas *Cúpulas de Tracción*. Muchos autores están de acuerdo en que no se deben considerar tensegrities. Su comportamiento estructural se puede considerar más próximo al de las catenarias o cables suspendidos que al de las tensegrities. Sin embargo, la combinación de anillos de cables traccionados y barras verticales comprimidas hace posible dejar un espacio inferior cóncavo. Esto se puede considerar como la aplicación de algunas propiedades de las tensegrities. El resultado es una estructura singular que ha dado lugar a realizaciones que son incomparablemente más eficientes que las tensegrities puras, como la Georgia Dome, pero comparten muchas de sus propiedades.

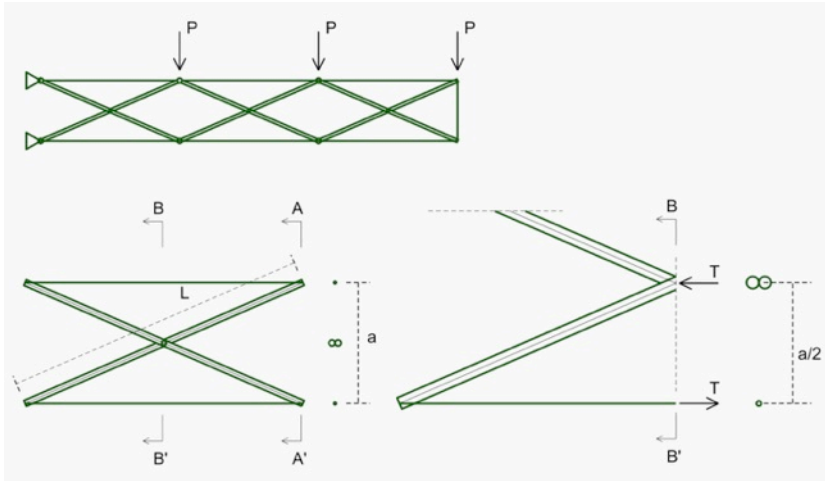
Martín y Valcárcel (Martín 2004) plantearon el refuerzo de mecanismos en tijera con tirantes y concluyeron que el tensado superior e inferior de las estructuras en tijera no supone ninguna ventaja. No se han encontrado referencias que estudien el atirantamiento transversal. El atirantamiento longitudinal es compatible con el plegado de las tijeras, por lo que su aplicación es sencilla por estar destensadas durante todo el proceso y quedar tensadas al completarse el desplegado. Sin embargo, el atirantamiento transversal es más complicado de aplicar, ya que hay que fijarlo cuando las tijeras están desplegadas. Una alternativa consiste en accionar la estructura mediante estos tensores, como ocurre en el arco tensado propuesto por Tsutomu Kokawa, que se ha explicado.

Como se verá más adelante, el tensado longitudinal puede mejorar la capacidad a flexión de la estructura, pero no las limitaciones a compresión. Las estructuras que analizaron Muñoz y Valcárcel eran esféricas, por lo que el principal esfuerzo que soportan es de tracción y compresión. Este puede ser el motivo por el que no apreciaron mejoras debidas al atirantamiento.

A continuación se analizará la combinación de los mecanismos en tijera con cables tensados y seguidamente se compararán con las tensegrities de dos barras. Se combinarán barras cruzadas, con o sin articulación intermedia, con un sistema de cables tensados que les confiere estabilidad y mejora sus capacidades mecánicas.

8.2.1 ESFUERZO A FLEXIÓN

En el caso de que el esfuerzo de la estructura sea a flexión los refuerzos mediante cables pueden constituir mejoras significativas de la capacidad mecánica.



Mecanismo en tijera con tirantes longitudinales

En el punto medio de la tijera el elemento tiene un canto efectivo igual a la mitad de la apertura de la tijera $\frac{a}{2}$. Para poder comparar el módulo resistente de esta sección no se puede realizar como en una sección continua. No se puede calcular el módulo resistente respecto al centro de gravedad de la sección, ya que no existe eje neutro real y las tensiones no son proporcionales a la distancia de ese punto.

Como el equilibrio horizontal condiciona que el esfuerzo horizontal soportado por los tubos sea igual a la tracción del cable, el módulo resistente se calcula como el área de la sección multiplicada por el brazo mecánico.

La tensión generada por el momento flector es:

$$\sigma = \frac{M}{\frac{a}{2}A}$$

Y el módulo resistente:

$$W = \frac{a}{2}A,$$

Siendo A el área de la sección.

Siguiendo la cuantificación de esfuerzos para un caso concreto y considerando que la sección del cable es igual a la del tubo la relación de módulos resistentes y momentos de inercia para diferentes grados de apertura, se puede ver en la siguiente tabla.

Relación de las características mecánicas de un mecanismo en forma de tijera y el mismo mecanismos con cables longitudinales incorporados

Perfil	A	I	W
D 50.3	4,42	12,27	4,91

Apertura	l1(sin cable)	W1 (sin cable)	l2'(con cable)	W2 (con cable)	l2/l1	W2/W1
20	24,54	9,82	442,00	44,20	18,0	4,5
30	24,54	9,82	994,50	66,30	40,5	6,8
40	24,54	9,82	1768,00	88,40	72,0	9,0
50	24,54	9,82	2762,50	110,50	112,6	11,3
60	24,54	9,82	3978,00	132,60	162,1	13,5
70	24,54	9,82	5414,50	154,70	220,6	15,8
80	24,54	9,82	7072,00	176,80	288,2	18,0
90	24,54	9,82	8950,50	198,90	364,7	20,3
100	24,54	9,82	11050,00	221,00	450,3	22,5

En la práctica, disponer de cables de sección similar a la suma de los tubos hace necesario el uso de cables de gran sección, que son complicados de manipular. Esto puede suponer una limitación del aprovechamiento de las secciones tubulares, pero, por otra parte, deja un margen para disponer barras comprimidas de gran esbeltez. Si las barras tienen una esbeltez cercana al límite permitido por la normativa, el esfuerzo a compresión se ve muy penalizado. Si se igualan las capacidades mecánicas tras aplicar ese factor, los cables tendrán una sección que los hará manejables.

Para las dimensiones definidas anteriormente, es decir perfiles tubulares 50.3, la capacidad mecánica reducida es:

$$A \cdot f_{sd} \cdot \chi = 4,42 \cdot A \cdot 0,3 = 1,32 \cdot f_{sd}$$

Siendo A la sección del perfil, f_{sd} el límite elástico del material y χ el coeficiente de minoración por esbeltez.

Esto equivale a una sección de diámetro 13mm del mismo material, o una sección proporcional en caso de materiales de diferente límite elástico.

$$A_c = A_b \cdot 1,32 \cdot \frac{f_{sd b}}{f_{sd c}}$$

Siendo: A_c la Sección del cable, A_b la sección de la barra, $f_{sd b}$ el límite elástico del material de la barra y $f_{sd c}$ el límite elástico del material del cable.

Relación de las características mecánicas de un mecanismo en forma de tijera y el mismo mecanismos con cables longitudinales de 13 mm de diámetro incorporados

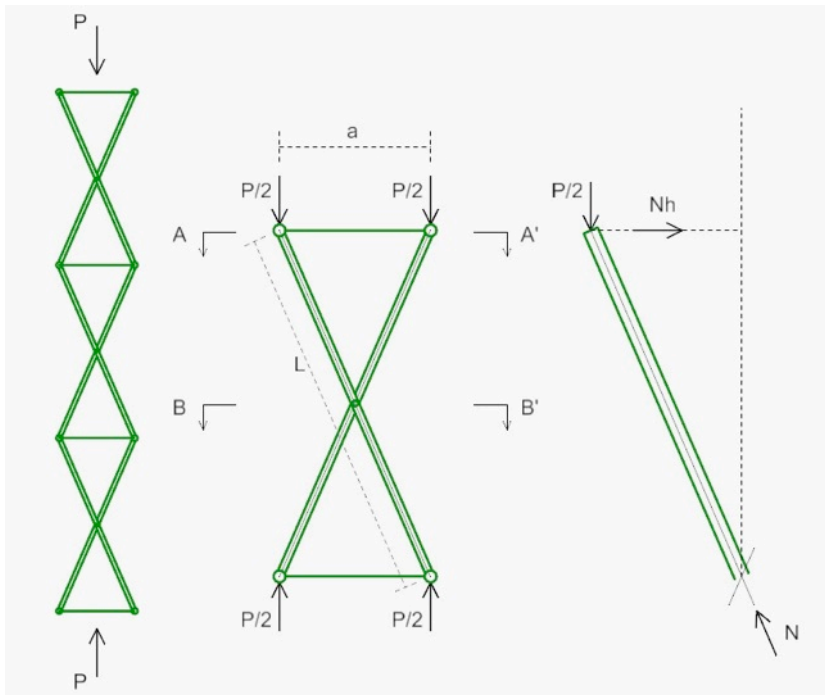
En la siguiente tabla se compara el módulo resistente del mecanismo en tijera sin tensores y con tensores de 13mm de diámetro. En la práctica se utilizarán cables de acero de mayor resistencia para reducir su sección.

Perfil	A	I	W	Acable D 13mm
D 50.4	4,42	12,27	4,91	1,327

Apertura	I_1 (sin cable)	W_1 (sin cable)	I_2' (con cable)	W_2 (con cable)	I_2/I_1	W_2/W_1
20	24,54	9,82	132,70	13,27	5,4	1,4
30	24,54	9,82	298,58	19,91	12,2	2,0
40	24,54	9,82	530,80	26,54	21,6	2,7
50	24,54	9,82	829,38	33,18	33,8	3,4
60	24,54	9,82	1194,30	39,81	48,7	4,1
70	24,54	9,82	1625,58	46,45	66,2	4,7
80	24,54	9,82	2123,20	53,08	86,5	5,4
90	24,54	9,82	2687,18	59,72	109,5	6,1
100	24,54	9,82	3317,50	66,35	135,2	6,8

8.2.2 ESFUERZO A COMPRESIÓN

Si los mecanismos en tijera que se han visto en el apartado anterior se refuerzan con tirantes, el esfuerzo horizontal está soportado por estos tirantes, con lo que se consigue que las barras sólo trabajen a compresión.



Estructura formada por tijeras y tirantes, en la que se aplica un esfuerzo axial P

Si el esfuerzo fuera en sentido inverso, los cables no entrarían en carga, por lo que se darían esfuerzos a flexión. Esto se puede evitar disponiendo cables en la dirección de la carga. En ese caso los tubos no trabajarían y toda la tracción estaría soportada por los cables longitudinales.

En el caso de la compresión el cable soporta un esfuerzo:

$$Nh = \frac{P}{2} \frac{a}{\sqrt{L^2 - a^2}}$$

Y el esfuerzo de compresión de la barra es:

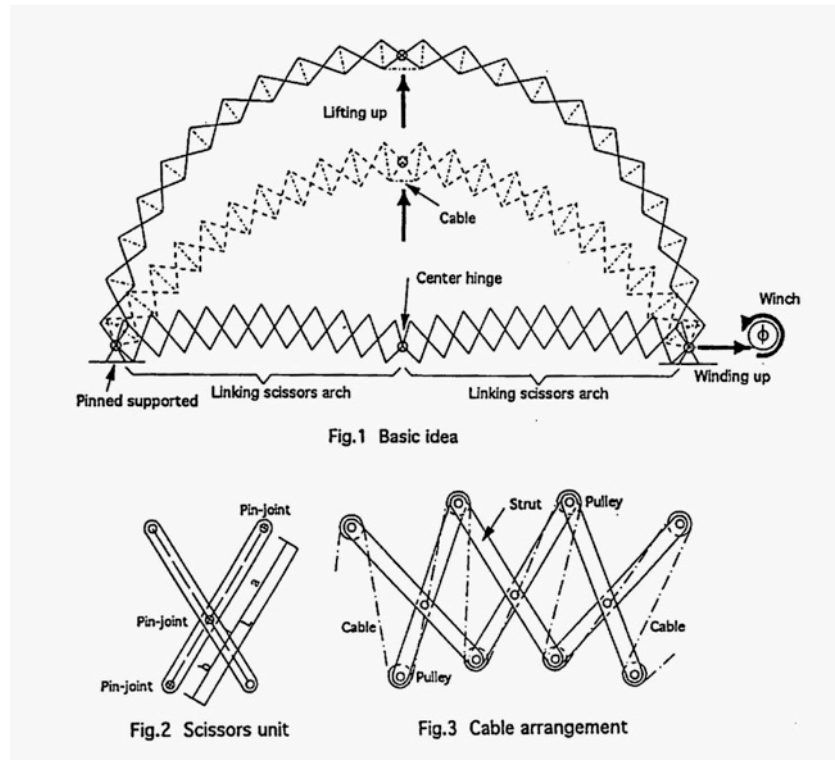
$$N = \frac{P}{2} \frac{L}{\sqrt{L^2 - a^2}}$$

En el caso de que la carga aplicada sea de tracción, los cables soportan todo el esfuerzo, es decir:

$$Nv = \frac{P}{2}$$

En caso de disponer de cables, el esfuerzo sería el que se ha calculado como generado sólo por axiles. Para el ejemplo tabulado, entre 10 y 42,3 veces menor que si no se dispusieran cables.

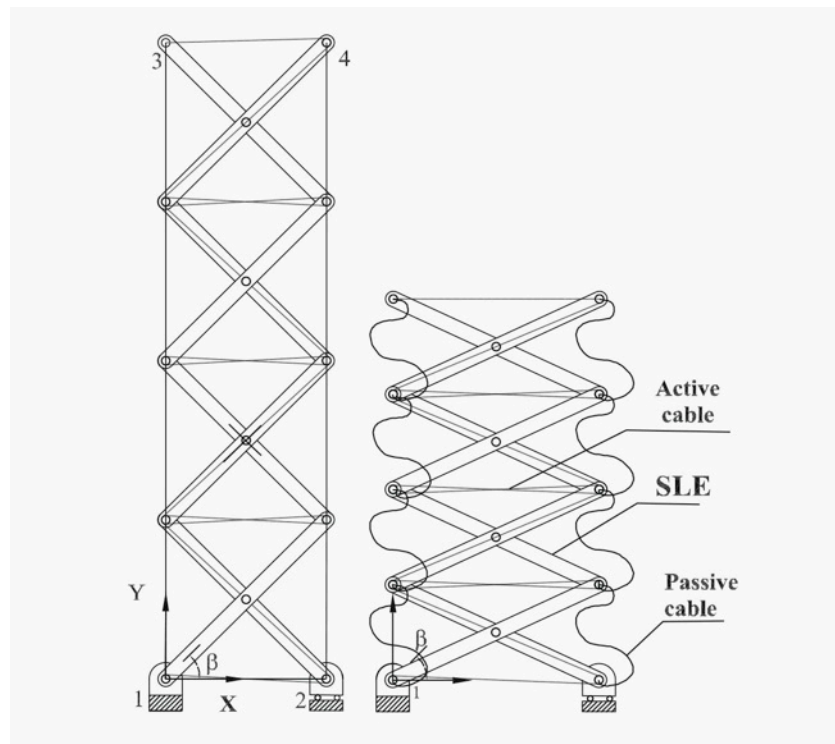
En el capítulo anterior se ha explicado una propuesta de Tsutomu Kokawa, en la que plantea arcos formados por mecanismos en tijera, con cables que recorren las estructuras en forma de zigzag. Cada arco tiene un cable único que discurre por las barras y une cada par de nudos enfrentados. Cuando se tensa el cable, tiende a acercar estos nudos, con lo que se despliegan las tijeras y se eleva el arco (Kokawa 1994, 1995, 1996 y 1997).



Tsutomu Kokawa, arco formado por tijeras accionado mediante un cable tensor (Kokawa 1995)

Tanto en las propuestas de arcos, como en las de mástiles, los cables que trabajan como accionadores recorren la estructura. De este modo, se pueden desplegar todas las tijeras de manera sincronizada con un solo sistema de accionamiento. Con esto se logra que la manipulación y el movimiento del desplegado sean óptimos, ya que el esfuerzo para abrir las tijeras se reparte de manera homogénea en la estructura.

Sin embargo, el hecho de que sea un mismo cable, hace el esfuerzo transversal sea igual en todas las tijeras, por lo que, si el esfuerzo axial es variable a lo largo de la estructura, no se evitan que existan esfuerzos de las flexión en las barras.



Torre desplegable con cables activos que recorren las tijeras y cables pasivos verticales (Nagaraj 2009)

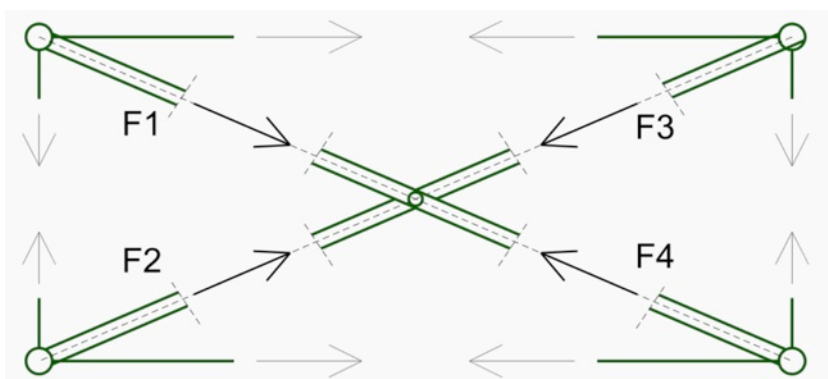
8.2.3 COMPARACIÓN ENTRE LAS TENSEGRITIES DE DOS BARRAS Y LAS TIJERAS ATIRANTADAS

▪ Capacidad mecánica

Si se consigue un estado ideal, en el que las barras no trabajan a flexión, el trabajo de una tijera atirantada es igual a una tensegrity de dos barras. Esto se comprueba analizando el equilibrio de la articulación central. Si no existen esfuerzos de flexión y, por lo tanto, tampoco de cortante, la única solución para que el nudo esté equilibrado es que las barras trabajen de manera independiente, es decir:

$$F1 = F4 \quad \text{y} \quad F2 = F3$$

Por lo que la articulación central no transmite esfuerzos entre barras.



Esquema de esfuerzos de una tijera atirantada en todo su perímetro

Si el atirantado no es perfecto, se generarán esfuerzos residuales en forma de flexiones en las barras. Estos esfuerzos son resultado de errores o imprecisiones del atirantado respecto al estado ideal de cargas, por lo que no se pueden definir de manera genérica.

▪ Comparación mecánica de las diferentes combinaciones

En el análisis manual de la transmisión de esfuerzos, se ha constatado que los mecanismos en tijera tienen importantes limitaciones que penalizan el aprovechamiento óptimo del material y que la disposición de refuerzos adicionales puede mejorar significativamente su capacidad portante.

En el inicio de este capítulo se ha analizado el comportamiento de un mecanismo en diferentes situaciones y se han valorado de manera genérica y mediante ejemplos, las diferencias de comportamiento de mecanismos de tijera con cables de refuerzo y sin ellos.

A continuación se analizarán dos tipos de estructura realizadas con combinaciones de diferentes mecanismos. Una de las combinaciones es una jácena lineal biapoyada y la otra es un arco. Los mecanismos que se han ensayado son: tijeras simples, tijeras con cables longitudinales, tijeras con cables transversales, tijeras con cables en todo su perímetro y tensegrities de dos barras.

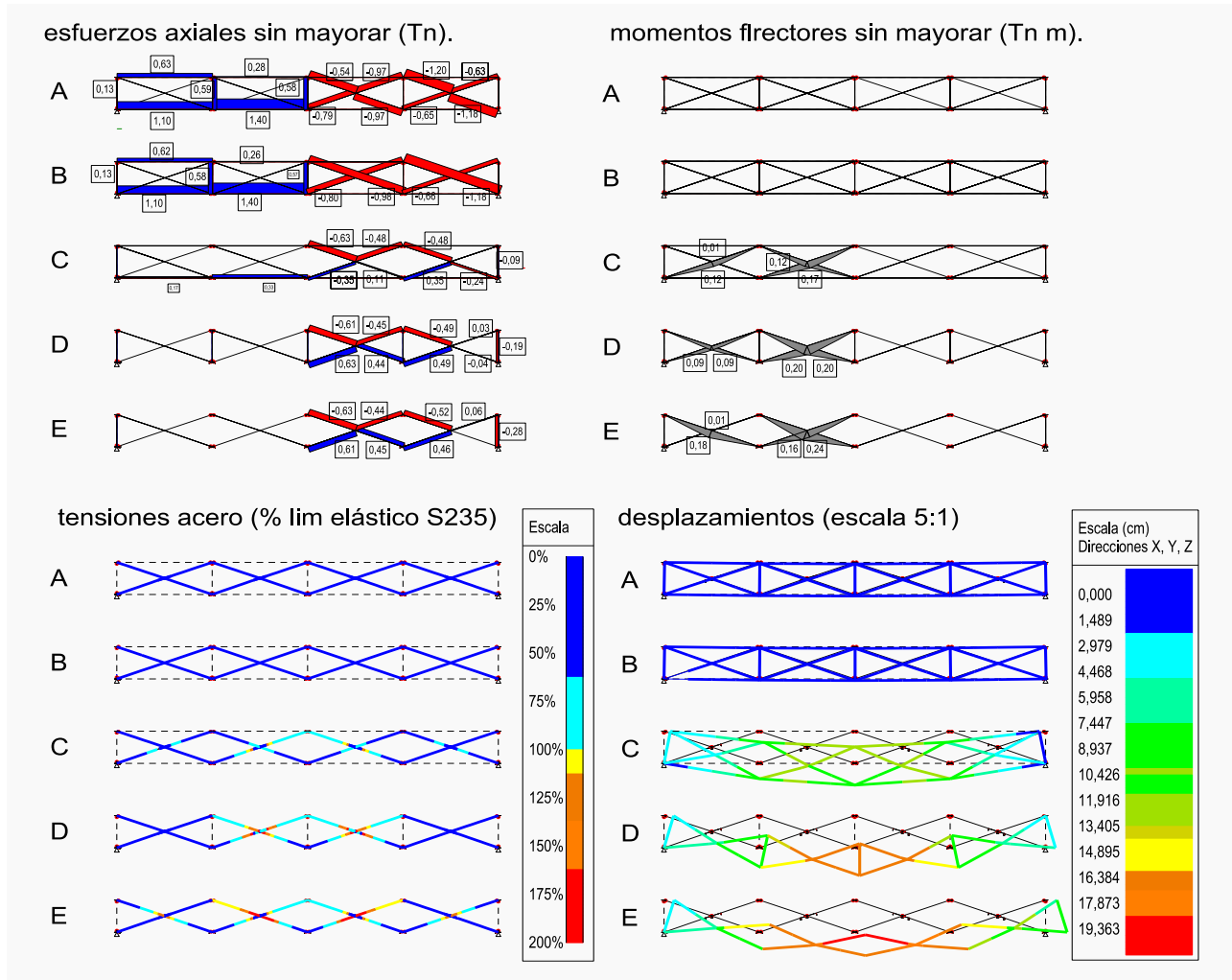
Del mismo modo que se ha realizado anteriormente, se han tomado componentes y medidas de acuerdo con los parámetros de partida, explicados anteriormente: Barras de 250cm de longitud, secciones tubulares 50.3 y cables tensados de 10mm de diámetro. Las cargas aplicadas en los arcos son cargas de viento, tanto de presión como de suc-

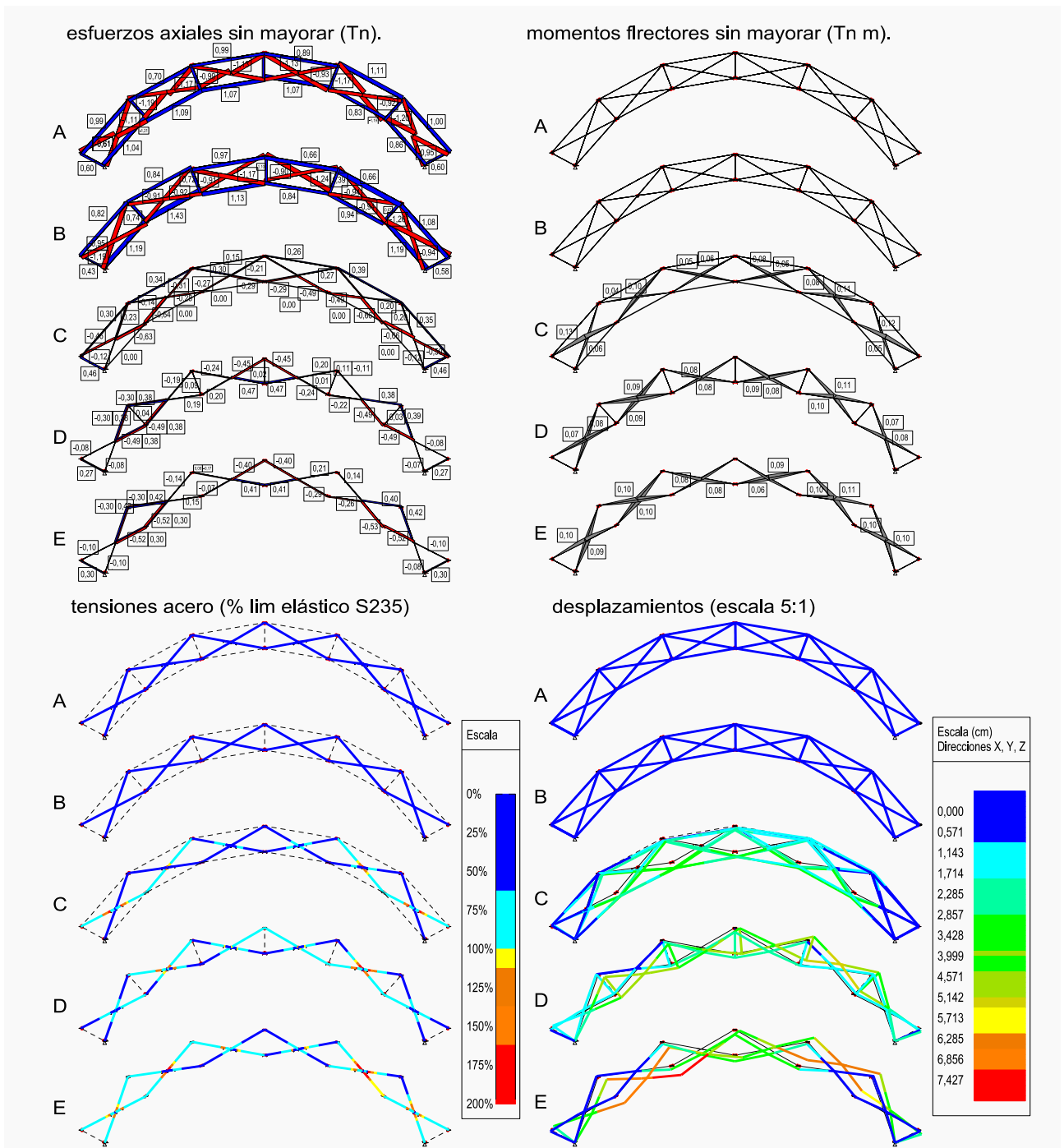
ción, de 70kg por metro cuadrado, las cuales se han considerado ejercidas como fuerzas puntuales aplicadas en los nudos superiores. Los valores de la presión son del orden de los 320kg y los de succión del orden de 160kgs. En un primer cálculo de las jácenas se aplicaron cargas puntuales de 500kg, pero el comportamiento de las opciones C, D y E se alejaba demasiado de un estado de servicio, las deformaciones máximas llegaban a ser de 80cm. Finalmente se ha hecho la comparativa con cargas puntuales de 100 kg.

En la siguiente Ilustración se muestra la comparación de los resultados de la combinación de mecanismos en forma de jácena. En los Casos C, D y E se ha considerado que las barras verticales situadas en los apoyos soportan compresiones, de otro modo, estas estructuras no serían estables. En los casos A y B, todos los cables están tensados. En el caso C se ha permitido que el cable superior quedase destensado ya que pretensar el superior para que trabajase a tracción en el estado de carga penalizaba en exceso su comportamiento. Por este motivo se ha optado por mostrar el resultado más favorable para esta solución.

En las gráficas de esfuerzos axiales, se han representado los cables en la parte izquierda y las barras en la derecha. Las gráficas en rojo, representan compresiones, y en azul, tracciones. En las gráficas de momentos flectores sólo se han representado en la mitad izquierda por ser simétricos. En el caso A existen esfuerzos de flexión, pero su valor es menor de $0,01T_m$, por lo que no se han representado.

Comparación del comportamiento estructural de diferentes combinaciones de mecanismos en forma de arco con carga asimétrica: A tijeras atirantadas en su perímetro B tensegrities de dos barras C tijeras atirantadas longitudinalmente D tijeras atirantadas verticalmente E tijeras sin tirantes





En la imagen superior se pueden ver los resultados de la comparación de las diferentes combinaciones de mecanismos formando arcos. Se han aplicado las cargas ejercidas por la presión del viento en las dos direcciones principales, las cuales ejercen presiones y succiones. También se ha aplicado una presión interior, para lo que se ha considerado que la parte inferior del cierre está abierta en todo su perímetro. El coeficiente de presión interior aplicado es 0,1.

En los Casos A, B y D, los cables están tensados. En el Caso C ha sido imposible que todos los cables mantuvieran su tensión, debido a que provocaban un efecto de recoger las tijeras. Se ha considerado que los cables inferiores quedan flojos, por ser el comportamiento que da mejores resultados.

Comparación del comportamiento estructural de diferentes combinaciones de mecanismos en forma de jácena biapoyada:

- A tijeras atirantadas en su perímetro
- B tensegrities de dos barras
- C tijeras atirantadas longitudinalmente
- D tijeras atirantadas verticalmente
- E tijeras sin tirantes

En las gráficas de comparación de los resultados no se pueden apreciar diferencias significativas. En la siguiente tabla se indican los valores máximos de la deformación y porcentaje de aprovechamiento de las barras a compresión para todos los casos.

Caso	Desplazamiento máximos (cm.) horiz./ Vert.	Porcentaje de aprovechamiento del acero más desfavorable respecto al límite elástico.
Jácena biapoyada		
A	- / 0,65	14,8%
B	- / 0,66	13,6%
C	3,55/8,67	133,7%
D	4,97/ 15,48	199,2%
E	9,95 / 18,71	287,1%
Arco con carga asimétrica		
A	0,19 /0,15	18,6%
B	0,37-/ 0,22	17,1%
C	2,76 / 3,60	192,6%
D	4,19 / 2,75	208,0%
E	5,29 / 5,21	286,6%

Los desplazamientos horizontales y verticales indicados no corresponden a un mismo nudo. Se han indicado los valores máximos en cada estructura.

Los resultados de los casos C, D y E el dimensionamiento realizado es claramente insuficiente, pero este cálculo sirve para identificar las diferencias de comportamiento entre las dos primeras soluciones y el resto.

En estos resultados se observa que los valores de tensión y rigidez son acordes con los que se han calculado manualmente. La comparación entre los mecanismos no atirantados y los atirantados da como resultado tensiones entre 15 y 20 veces mayores y desplazamientos entre 28 y 34 veces mayores. Por otra parte, se observa que los atirantamientos parciales dan resultados próximos a los no atirantados, aunque ligeramente mejores.

La comparación entre las estructuras formadas por mecanismos en tijera atirantados y por tensegrities de dos barras, da resultados muy similares. Las deformaciones son ligeramente menores en las tijeras y las tensiones ligeramente mayores. La influencia de las tensiones residuales es muy reducida, aumenta la tensión de los componentes en un 1,08 % en los dos tipos de estructura. Sin embargo, hay que recordar que no se han considerado errores de puesta en obra, por lo que en aplicaciones reales esta diferencia puede ser mayor.

9 VALORACIÓN DE LAS SOLUCIONES ESTUDIADAS

Entre los diferentes tipos de mecanismos básicos que se han estudiado, los mecanismos en tijeras son los más desarrollados y los que han tenido mayor número de aplicaciones. Sin embargo, en sus aplicaciones, se han identificado problemas no resueltos o parcialmente resueltos. Las propuestas de mecanismos de barras biarticuladas que se han analizado presentan complicaciones de manipulación, aunque no se puede concluir que sea una opción descartable. A continuación se hace una valoración de los principales problemas a resolver en este tipo de estructuras. En la parte propositiva se ensayarán soluciones con el objeto de mejorar estos aspectos.

▪ Problemas geométricos. Incompatibilidades formales

En muchos casos, el modo en el que se despliegan las tijeras genera problemas de incompatibilidad formal. La relación de cambios de geometría que se producen en las estructuras de directriz curva formadas por tijeras de barras rectas, no es la adecuada para mantener la forma ya que, cuando aumenta el ángulo de apertura del arco, se reduce su radio de curvatura.

Existen combinaciones de mecanismos en tijeras compatibles y otros que no lo son. Cuando el mecanismo es incompatible o bien es imposible de desplegar, o bien, se despliega a costa de flexionar las barras. Ha habido algunas propuestas que aprovechan esta cualidad para hacer estructuras que tienen un estado de reposo desplegado, pero tienen que salvar una incompatibilidad formal para lograrlo, son las llamadas *bies-tables*. No se han logrado aplicaciones factibles con materiales y escalas de estructuras en funcionamiento.

Se han identificado diferentes tipos de incompatibilidad formal, la principal es la que genera el movimiento del mecanismo desplegable (Puertas 1989) (Clarke 1984). Un segundo tipo se debe al alabeo de los planos de las tijeras que se da en algunas discretizaciones como, por ejemplo, en algunas discretizaciones triangulares de formas abovedadas. Un tercer tipo de incompatibilidad se produce cuando los mecanismo no se pueden plegar, esta última se ha llamado *condición de plegabilidad*.

En el capítulo en el que se ha tratado de las discretizaciones, se ha identificado un cuarto tipo de incompatibilidad directamente relacionado con la solución de los nudos. En algunas discretizaciones que en principio son compatibles, las mallas se distorsionan. Esto puede ocurrir cuando, durante el desplegado, la estructura pasa de una situación plegada, en la que la estructura es plana, a una situación desplegada, en la que es una superficie es curva. Estos cambios de ángulos entre barras, se producen cada vez que se repite el proceso. Si los nudos permiten el giro en una sola dirección, la distorsión se hace a costa de deformar las piezas o, si no, es incompatible. Cuando las distorsiones son reducidas, las deformaciones producidas se pueden considerar como imperfecciones salvables gracias a la flexibilidad del material.

Existe una solución satisfactoria a estos problemas, aunque conlleva complejidades constructivas. La incompatibilidad se puede salvar utilizando las tijeras con el eje de giro desplazado que propone Hoberman. Esta solución consiste en buscar un punto de giro de las barras, de

modo que, durante el movimiento de las tijeras, el ángulo de apertura de la sección curva sea constante y el radio aumente con el desplegado. En las estructuras realizadas con este tipo de tijeras, la discretización de la estructura no se modifica durante el desplegado. Son geometrías que durante el desplegado sufren un cambio de dimensión general del conjunto, pero mantienen su forma.

Además de solucionar los problemas de incompatibilidad, las tijeras de ejes desplazados que propone Hoberman pueden mejorar, aunque sea parcialmente, la debilidad mecánicas de las tijeras. Si las barras de sección variable tienen una sección mayor en la parte central, en el punto de cruce de las barras. Con ello se mejora el punto más débil de los mecanismos en tijera

Aunque es una solución que tiene más de veinte años, no ha tenido un desarrollo posterior por otros autores. Si bien no se pueden definir la razón con exactitud, algunos de los motivos pueden ser la complejidad de ejecución y a las limitaciones de plegado que presentan las barras de directriz quebrada.

Las tijeras de ejes desplazados suponen una complejidad de ejecución mayor que otras propuestas. Por una parte, porque las barras de sección variable son más complejas de ejecutar que las secciones continuas. Por otra parte, aunque los ángulos de las barras respecto a los nudos se mantienen durante el proceso, son diferentes en cada nudo. Hoberman ha planteado estos mecanismos en estructuras de forma regular, principalmente esferas. Si se aplica este tipo de mecanismos a otras discretizaciones, como la disposición de longitudes iguales o las discretizaciones mediante proyección, cada nudo tiene una forma diferente, sólo son iguales los nudos que tienen posiciones simétricas.

Los conjuntos formados por tijeras de barras rectas, cuando están plegadas, definen superficies planas. Además de esto, las barras rectas se pueden apilar dejando un mínimo espacio entre ellas, por lo que el resultado son conjuntos con grados de plegabilidad muy altos. Por el contrario, las tijeras de ejes desplazados mantienen la forma estructural en todo momento, por lo que las superficies curvas siguen siendo curvas cuando están plegadas. Si a esto se le suma el hecho de que estos mecanismos ocupan más que los de barras rectas, da como resultado que el grado de plegabilidad es menor que en las tijeras rectas. Las estructuras realizadas por Hoberman no se pliegan completamente, pasan de un volumen menor a otro mayor.

▪ **Grado de libertad y procesos de desplegado**

La limitación del grado de libertad de las estructuras desplegables facilita el control de la forma, por lo que en general es una cualidad que se considera favorable. Sin embargo, obliga a un movimiento coordinado de la estructura, por lo que no siempre es lo más conveniente. En el ámbito de aplicación que se ha definido al inicio de este trabajo, se ha razonado que se procurará que los procesos de desplegado se puedan realizar por partes, para que el movimiento se pueda accionar con medios de menor entidad que si se tratase de desplegar toda la estructura de una vez. La solución de tijeras de ejes desplazados no permite el desplegado por partes o, si se logra, es a costa de perder su ventaja principal. Ésta consiste en mantener una geometría semejante en todo momento, lo que no puede ocurrir si el desplegado se realiza por partes.

Otro aspecto importante a considerar, es el modo de transporte y los medios necesarios para hacerlo. Una estructura desplegable se puede transportar completa y desplegarse de una vez, pero, a partir de cierta escala, son necesarios medios auxiliares de importancia (grúas u otros sistemas de elevación mecánicos). Si se pretende que el transporte y el montaje sean completamente manuales, las piezas transportadas no pueden exceder de un determinado peso. Por este motivo, la única posibilidad de cumplir esta condición consiste en que las estructuras deban transportarse en partes y ensamblarse *in situ*.

Esta condición de manipulación manual, hace que sea necesario un desplegado en dos fases. En una primera fase, se transportarán los componentes que se ensamblan *in situ*. Estos componentes se podrán ensamblar plegados o parcialmente desplegados. En una segunda fase, se completará el desplegado, bien de manera sincronizada o bien por partes.

En la última parte de este trabajo se desarrollan algunas propuestas de mecanismos desplegables básicos que se pueden transportar manualmente y ensamblar *in situ*.

▪ Uniones

En el capítulo en el que se ha tratado de las uniones se ha comprobado que no existe el nudo ideal. Los más próximos a la solución teóricamente perfecta pueden unir un número muy limitado de barras (generalmente dos) y tiene un ángulo de giro muy limitado. En el resto de casos, existen excentricidades que generan esfuerzos residuales. Si los nudos permiten el giro de la barra en más de una dirección, las soluciones constructivas se complican.

Sin embargo, como se explicará más adelante, los nudos que permiten el giro de las barras en dos direcciones amplían el abanico de posibilidades de las estructuras desplegables. El desarrollo de este tipo de nudos constituye una línea de investigación en sí misma. En este trabajo solo se ha desarrollado este tema, se han propuesto soluciones de nudos en la medida en que han sido necesarios para ejecutar las propuestas.

▪ Eficiencia mecánica

Los mecanismos en tijera son estructuras mecánicamente muy limitadas. Esta debilidad se da tanto frente a esfuerzos de flexión como a esfuerzos axiales. Se ha comprobado que la disposición de tirante perimetrales mejora considerablemente esta limitación.

Se ha comparado la eficiencia mecánica de las tijeras y las tensegrities de dos barras. Se ha comprobado que en un estado ideal, las tijeras no presentan ventajas a nivel de eficiencia estructural y, en situaciones reales, en las que puede haber imperfecciones de tensado o errores de fabricación, las tijeras pueden verse penalizadas.

▪ Escala de las realizaciones y control de la forma

Cuando cambia la escala de las estructuras, el cambio de esfuerzos y deformaciones no es proporcional al cambio de dimensión, por lo que al aumentar de tamaño, cambia la naturaleza de las soluciones. Esto limita el

uso de maquetas para ensayar soluciones estructurales y, en el caso de las estructuras desplegadas, el cambio de naturaleza tiene un componente adicional. Esto se debe a que, en un modelo a escala, la manipulación puede ser manual y las holguras o flexibilidad del material pueden ocultar problemas que en la escala real sean graves.

La escasez de aplicaciones reales de estructuras desplegadas en edificaciones limita la comprobación de la viabilidad de las propuestas que han analizado diferentes autores. En muchos casos, se han encontrado imperfecciones geométricas o debilidades frente a algunos estados de carga. Si estas estructuras se hubieran llevado a la práctica, habrían sido necesarios ajustes o mejoras. El hecho de que la mayor parte de las propuestas se hayan quedado en escala de maqueta es suficientemente significativo.

Las estructuras con mecanismos en forma de tijera del grupo de Félix Escrig son una excepción en este ámbito. Este equipo ha ejecutado las estructuras desplegadas más importantes realizadas hasta la fecha para el propósito de esta investigación. La obra principal para el ámbito de esta tesis es la cubierta de las piscinas de San Pablo, en Sevilla. Esta estructura y otras cubriciones del mismo tipo de menor escala realizadas por el grupo de Escrig están realizadas en aluminio. Este material, además de tener la ventaja del reducido peso propio, tiene un módulo de elasticidad de valor aproximadamente un tercio del que tiene el acero, por lo que permite deformaciones que en algunos casos facilita salvar las situaciones de incompatibilidad.

Una condición de partida de este trabajo es mantener en todo momento el horizonte de la viabilidad de las propuestas. Por este motivo, en la última parte de esta tesis se proponen mecanismos desplegados que se ensayarán a escala real o a escalas intermedias, suficiente para tener datos sobre su comportamiento.

▪ **Objetivos de la parte propositiva**

Para la última parte de este trabajo se plantean los siguientes objetivos:

Eficiencia mecánica:

- Mejorar el comportamiento mediante de las tijeras mediante el uso de tensores y limitar los esfuerzos residuales eliminando articulaciones intermedias.

Geometría:

- Buscar combinaciones de mecanismos que salven las incompatibilidades geométricas de los mecanismos en tijera, principalmente en mallas triangulares aplicadas a formas de sección curva.

Proceso de ejecución:

- Facilitar el control de la forma.
- Permitir es desplegado por partes.

Versatilidad:

Lograr mecanismos o combinaciones de mecanismos que se estén formados por un número limitado de componente y que combinados puedan dar lugar a diferentes formas estructurales. Se buscarán mecanismos iguales que se adapten a las diferentes formas disponiendo cables de diferentes longitudes.

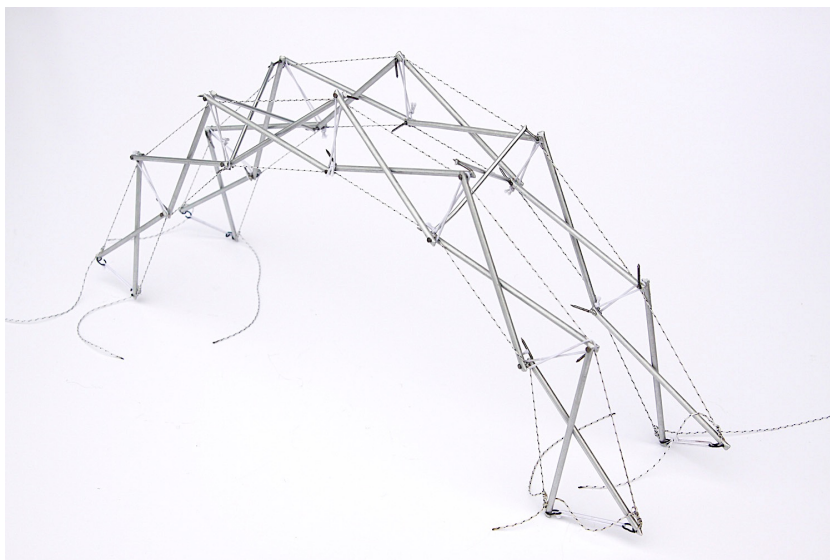
10 PROPUESTA DE MECANISMOS DESPLEGABLES

Este trabajo se ha planeado con el objetivo de definir propuestas concretas de estructuras desplegables. Los primeros capítulos se han dedicado al análisis de las diferentes características que tiene este tipo de estructuras. Durante el desarrollo de este trabajo, se han detectado varios problemas fundamentales no resueltos en este ámbito.

Las soluciones a estos problemas abren un campo de investigación muy amplio. Los problemas de alabeos de los mecanismos las discretizaciones de diferentes geometrías o la solución de nudos que permitan el giro de las barras en dos direcciones, son problemas cuyo desarrollo en profundidad excede el ámbito de esta investigación, por lo que sólo se han tratado de manera inicial y su desarrollo se deja para investigaciones futuras.

10.1 DESARROLLO DE MECANISMOS DESPLEGABLES

En esta fase propositiva se van a exponer diferentes líneas argumentales encaminadas a definir mecanismos o combinaciones de mecanismos, destinados a lograr los objetivos indicados en el final del capítulo anterior. A continuación se explicarán las diferentes soluciones que se han propuesto y valorado. Se explicarán tanto las que se han considerado viables, como las que se han descartado por algún motivo.

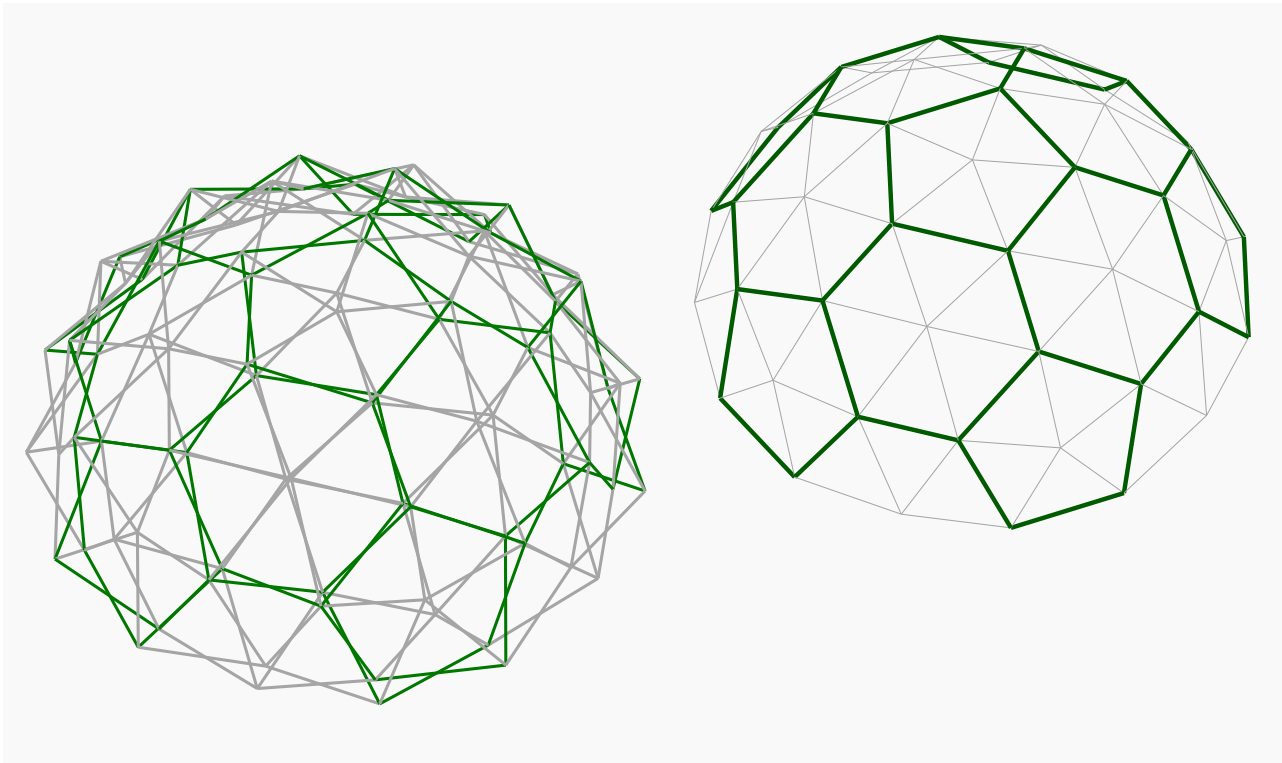


Arco formado por tensegrities de dos barras

10.1.1 COMBINACIÓN DE TIJERAS Y DE TENSEGRITIES DE DOS BARRAS

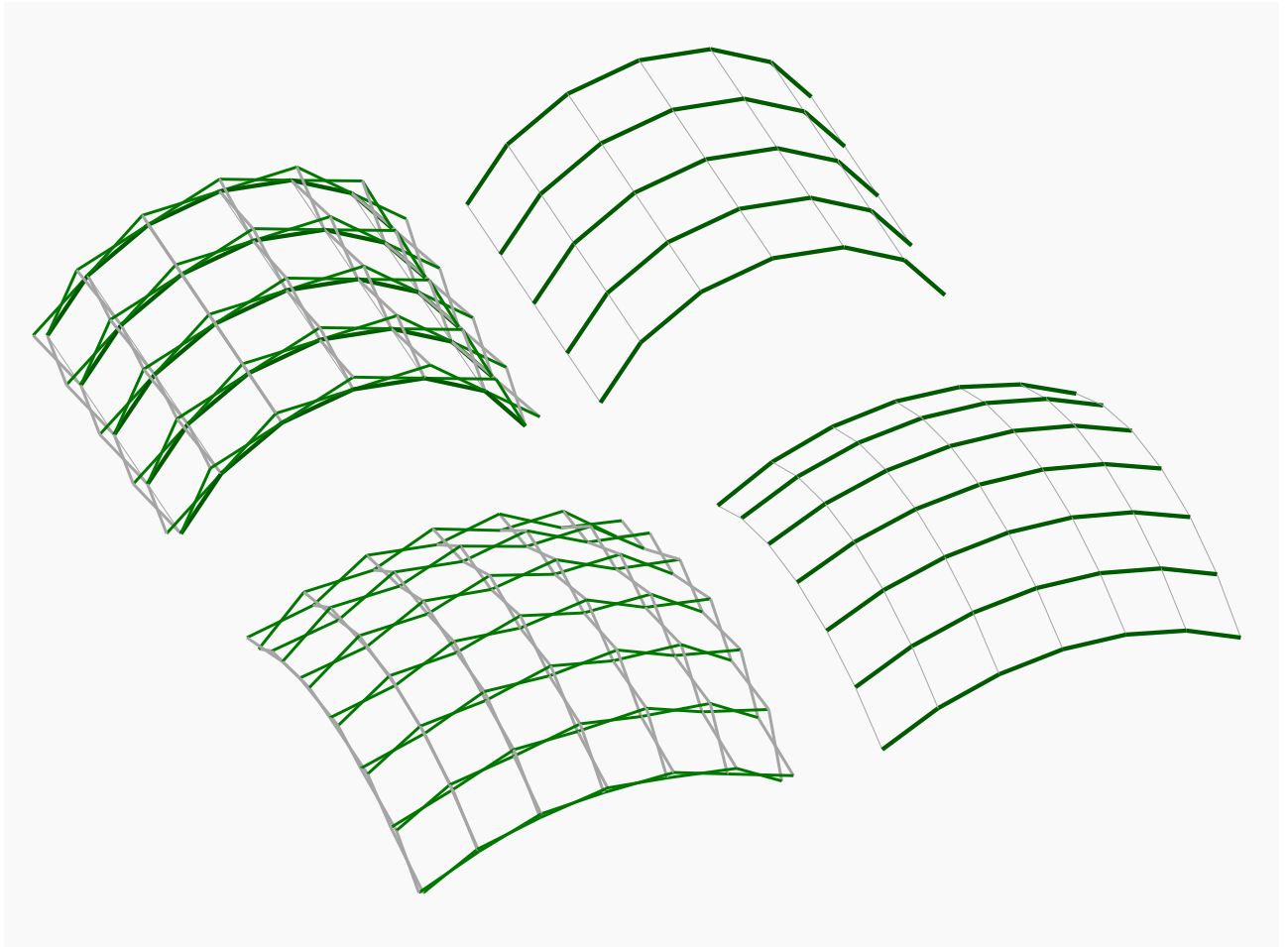
El primer procedimiento aplicado consiste en partir de estructuras formadas por elementos en tijera y modificarlas eliminando articulaciones intermedias. De esta manera, hay partes de las estructuras que tienen una forma claramente definida y fácilmente controlable, mientras que otras partes, tienen un grado de libertad mayor. Con estos grados de libertad añadidos se pretende salvar las limitaciones de compatibilidad de algunas combinaciones. Es una solución próxima a la que propuso Zeigler, mediante la incorporación de uniones deslizante en las uniones intermedias de algunas tijeras.

En la siguiente imagen se puede ver la aplicación a una discretización geodésica de frecuencia tres. Si se toma el mecanismo triangular aislado, su movimiento es compatible. Sin embargo, en algunas combinaciones hay incompatibilidades debidas a la distorsión de los ángulos entre planos verticales. Como ya se ha explicado anteriormente, al plegar la estructura se reduce el ángulo de apertura, pero aumenta el radio de curvatura de la superficie definida. Por este motivo, la relación entre longitudes de la discretización formada por tijeras, es decir, la formada por hexágonos y pentágonos (en verde), se tiene que poder adaptar a una superficie plana. Esto sólo ocurre en algunas discretizaciones, como, por ejemplo, en la discretización en hexágonos y pentágonos obtenida a partir de una geodésica de frecuencia 3, como la que se muestra en el dibujo. En este caso no hay distorsión, los polígonos son regulares. Por el contrario, en las discretizaciones similares obtenidas de las geodésicas de frecuencia 2 y 4, hay distorsiones máximas próximas a los 10° .



Izquierda, combinación de tijeras (en verde) y tensegrities de dos barras (en gris), derecha, discretización geodésica de frecuencia 3 en la que se indica la disposición de las tijeras en y las 2-7

Este mismo procedimiento se puede aplicar en formas cilíndricas con discretizaciones cuadrangulares. Tal como se ha explicado en el capítulo 7, estas discretizaciones son compatibles en gran parte de los casos. Sólo son incompatibles en algunas disposiciones, pero se pueden evitar. Por lo tanto, estas combinaciones no presentan ninguna ventaja significativa en lo referente a la compatibilidad. Una ventaja que pueden proporcionar las combinaciones de tijeras y barras es la posibilidad de un desplegado por partes. Cada arco se puede desplegar de manera independiente, pero la unión entre arcos provoca que se produzcan distorsiones importantes de la geometría, por lo que sólo es posible utilizando nudos que permitan giros en dos direcciones.



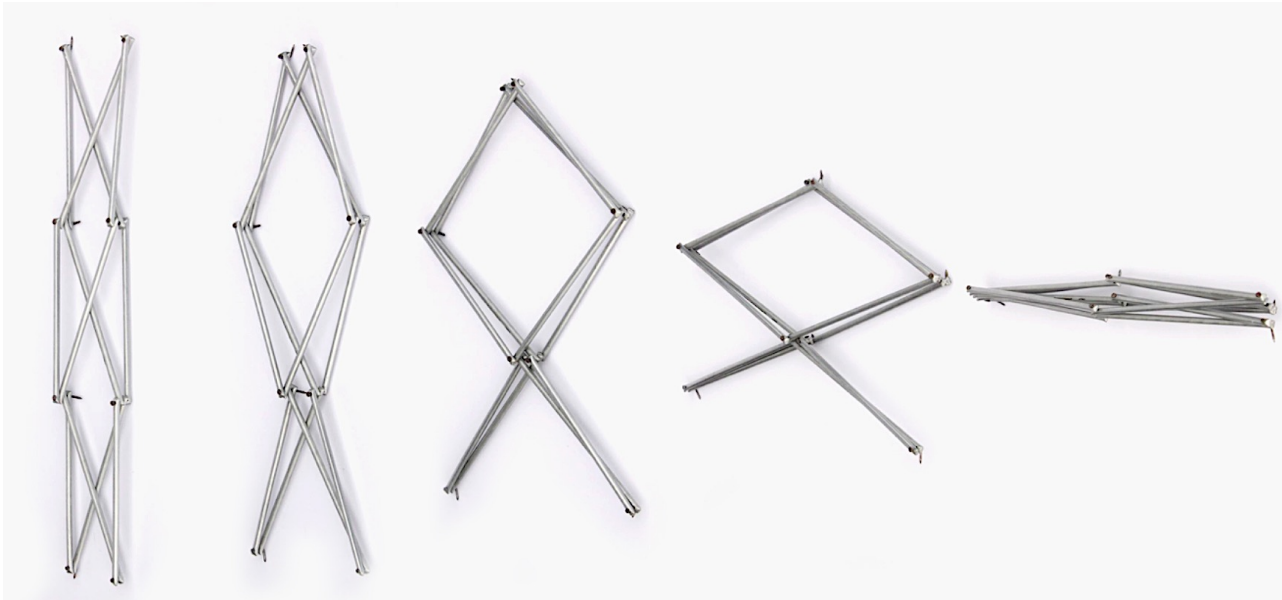
10.1.2 TENSEGRITIES DE DOS BARRAS CON BARRAS ADICIONALES

En la tensegrity de dos barras, el centro de giro de las barra no está definido por una articulación física, gracias a lo que se pueden salvar algunos problemas de incompatibilidad. Las barras no giran respecto a un punto fijo, por lo que pueden funcionar como las tijeras de eje de giro desplazado. Además de esto, pueden tener una ventaja adicional, ya que pueden adoptar diferentes configuraciones con unas mismas combinaciones de barras.

Las tensegrities son estructuras estables, cuya geometría se puede cambiar modificando la longitud de los cables, pero se ha visto que es un procedimiento que puede ser complicado de manejar. Para lograr mecanismos que se controlen con mayor facilidad que las tensegrities, se plantea un procedimiento, mediante el cual se tomarán combinaciones de la tensegrity más sencilla (la formada por dos barras) y se modificará para reducir el grado de libertad del mecanismo. Se ha analizado el grado de libertad que tienen las barras comprimidas sin considerar inicialmente las limitaciones de grado de libertad que generan los cables.

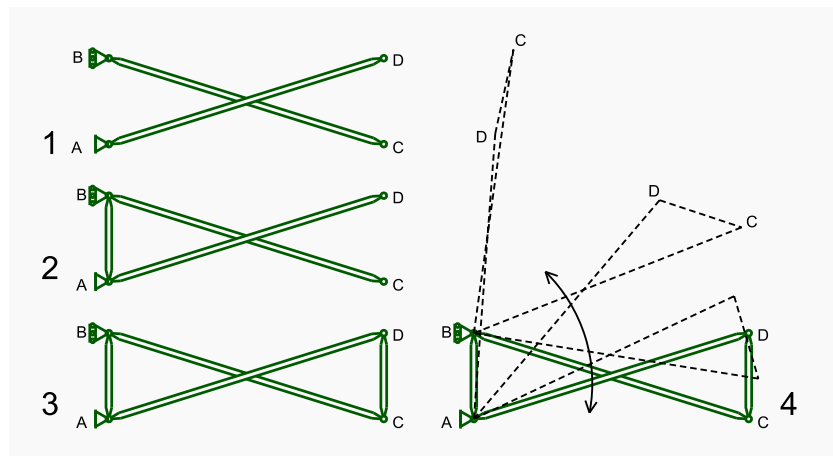
El grado de libertad de se limita añadiendo condiciones de unión entre elementos. Si las condiciones de unión son articulaciones intermedias, se obtienen tijeras, por lo que estamos ante un mecanismo que ya se ha tratado. Si se realizan uniones rígidas, se limita la plegabilidad del elemento, de este modo se pueden hacer elementos comprimidos complejos, como los que propone Bing-Bing Wang (Wang 2004), pero la plegabilidad se reduce respecto a los mecanismo en tijera, por lo que, a pesar de ser una vía de estudio válida, no se ha desarrollado.

Combinación de tijeras (verde) y tensegrities de dos barras (gris) en discretizaciones de bóvedas y domos con mallas cuadrangulares



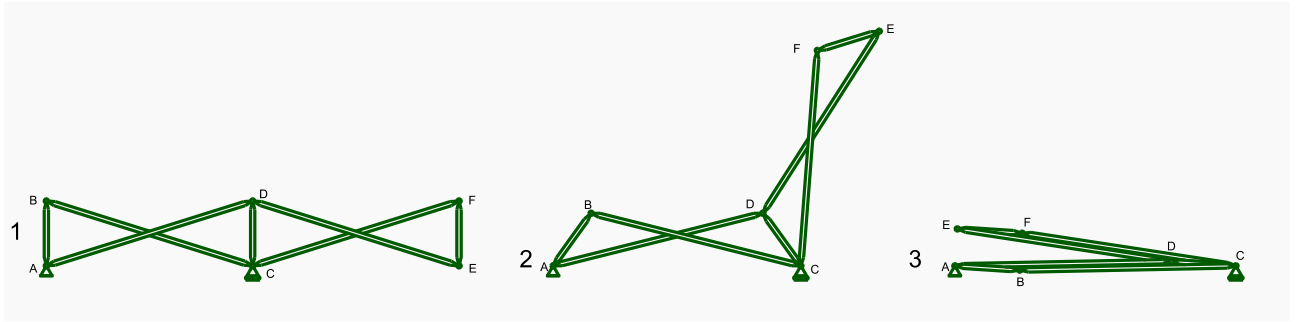
Proceso de plegado de una combinación de barras biarticuladas.

El procedimiento aplicado para reducir el grado de libertad es añadir barras biarticuladas, de manera que se generen mecanismos más complejos. Si se toma un soporte isostático externo, como el que se ve en el siguiente dibujo (1), el grado de libertad de dos barras sueltas en un estado plano es tres (una por el giro de cada barra y una por el desplazamiento de una de las barras respecto a la otra). Si se añade una barra (2), el grado de libertad es dos (por el giro de cada barra). Si se añaden dos barras (3) el grado de libertad es uno por el giro y el desplazamiento de tres barras una de manera conjunta (4).



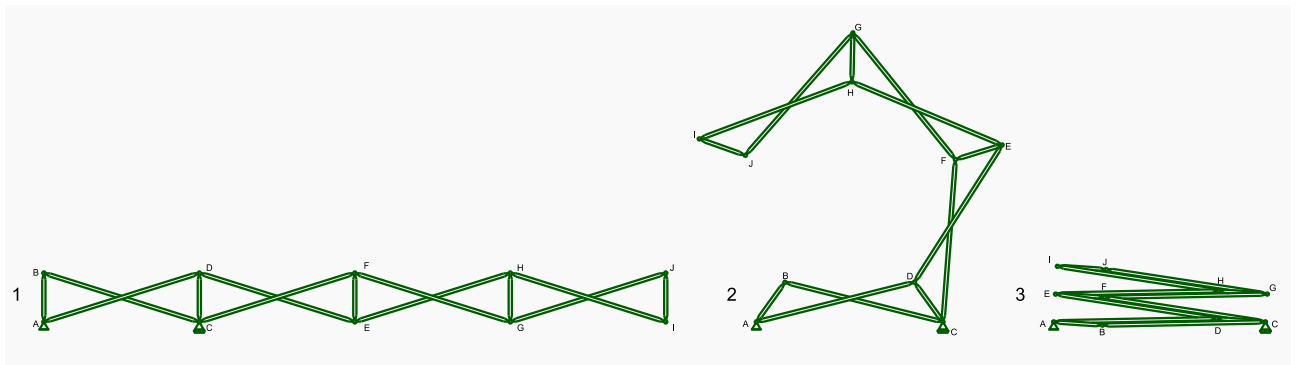
Mecanismos generados mediante la adición de barras a una tensegrity de dos barras. 1 barras del T-2, 2 con una barra adicional, 3 con dos barras adicionales, 4 movimiento de mecanismo de cuatro barras

Las dos barras enfrentadas AB y CD, son paralelas cuando la estructura está desplegada y, al plegarse, sufren un giro relativo de 180° (4). Cuando se combinan varios mecanismos, este giro genera dificultades para su plegado.



Si se unen dos mecanismos de cuatro barras, el conjunto tiene dos grados de libertad. Si la combinación es lineal, como la que se ven en el dibujo superior, al plegarse el giro relativo entre barras verticales contiguas (AB y CD o CD y EF) es de 180° y entre las de los extremos (AB y EF), esos giros se suman, por lo que el giro relativo es de 360° . Este plegado es factible, aunque complicado, en comparación con otros mecanismos.

Combinación lineal de dos mecanismos de seis barras.



Si se combinan más elementos, los giros relativos entre barras se siguen sumando y el plegado se complica más. En la combinación que se ve en el dibujo anterior, el giro relativo entre las barras verticales de los extremos (AB e IJ) es de 720° . Es un plegado excesivamente complicado. En estructuras planas esto supone que las barras se tienen que disponer excéntricamente para que no choquen entre sí. Si este plegado se quiere aplicar en combinaciones tridimensionales el choque de las barras hace imposible el movimiento completo.

Combinación lineal de cuatro mecanismos de seis barras.



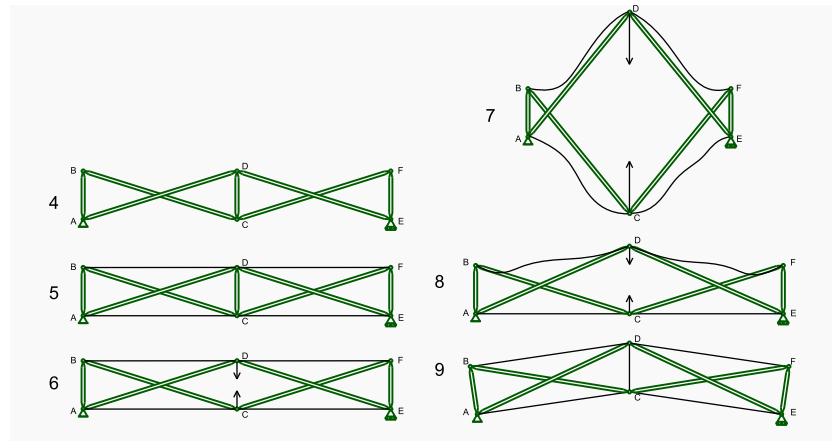
▪ **Combinación de seis barras en forma de doble X**

Si se combinan dos unidades de tres barras o, lo que da el mismo resultado, se elimina la barra central de una combinación de dos unidades de cuatro barras, el conjunto tiene tres grados de libertad de mecanismo. Si se considera este mecanismo independientemente de los cables que tenga, el grado de libertad es elevado. Sin embargo, si las unidades están atirantadas sólo tiene un grado de libertad.

Secuencia de plegado de dos T-2 con barras verticales

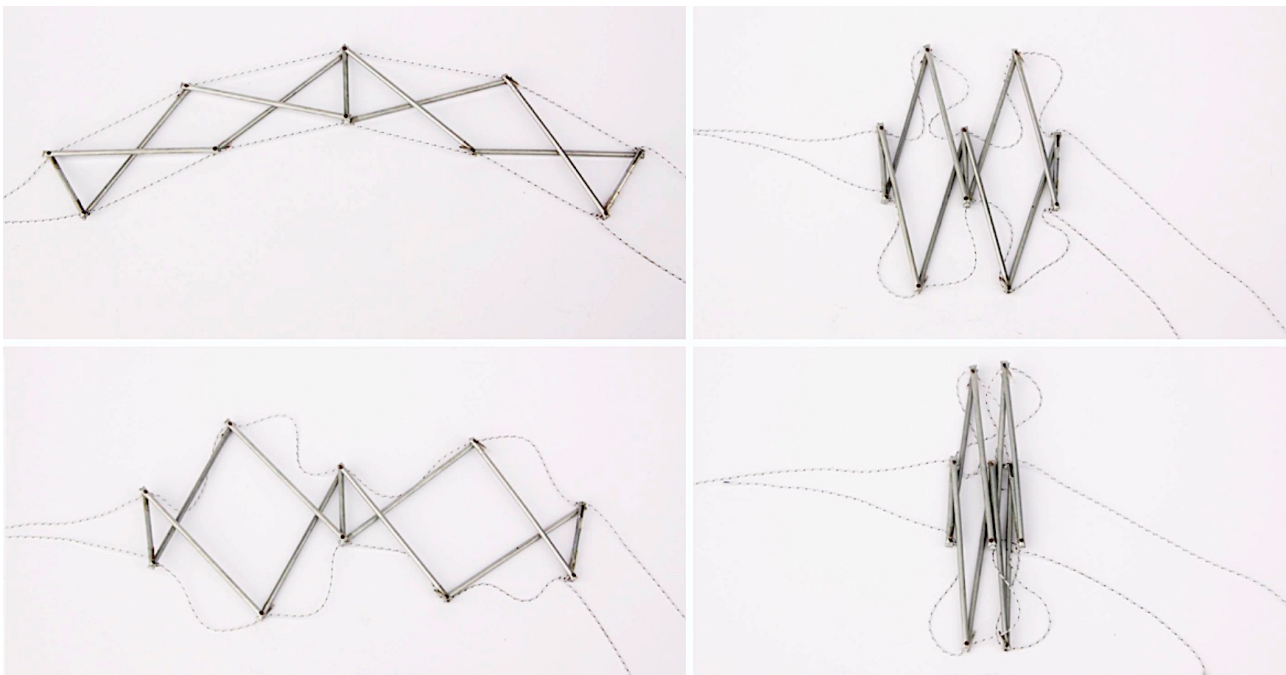
Si la estructura este plegada o en proceso de plegado, el grado de libertad de esta combinación es tres. Sin embargo, si la estructura está a medio desplegar, de manera que los cables inferiores se mantengan tensos y las cargas que soporta el elemento son gravitatorias, se puede completar el desplegado con un solo accionador.

Combinación de seis barras en forma de *Doble X*. 4 mecanismo formado por siete barras. 5 mecanismo formado por siete barras con tirantes. 6 mecanismo formado por seis barras, tirantes y un accionador central. 7, 8 y 9 movimiento del mecanismo de seis barras



Esta combinación presenta algunas complicaciones como estructura desplegable de uso general. El grado de libertad de las combinaciones es muy elevado, pero si se dispone abierta, tal como aparece en la ilustración, se puede elevar con un número limitado de accionadores. Esto es compatible con el condicionante inicial de que el montaje y transporte sea manual, lo que hace necesario que las estructuras se transporte por partes y se ensamblen *in situ*.

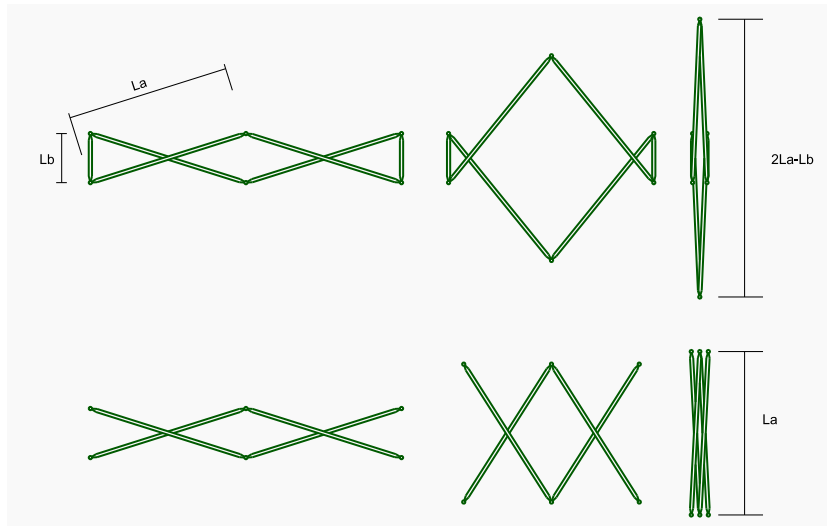
Por otra parte, este elemento tiene una característica favorable: si se disponen cables de diferentes longitudes (líneas ACE y BDF del dibujo 9), una misma combinación de barras puede tener diferentes configuraciones.



Combinación de seis barras en forma de *Doble X*. Secuencia de plegado

▪ Plegabilidad del mecanismo de doble X

El mecanismo de seis barras en doble X tiene un grado de plegabilidad menor que las tijeras o las tensegrities de dos barras. En las combinaciones de tijeras, las estructuras se pueden plegar de manera que las longitudes de las barras coincidan entre sí. La dimensión del conjunto plegado será igual a la longitud de las barras, indicado como L_a en el dibujo siguiente. En el mecanismo de seis barras, la longitud del elemento plegado es mayor que la longitud de las barras. Si L_a es longitud de las diagonales y L_b la de las verticales, el conjunto mide $2L_a - L_b$.



Comparación de la plegabilidad de los mecanismos de seis barras y tijeras

En la imagen se puede ver que la diferencia de longitud del elemento en tijera es igual a la longitud de sus barras, mientras que en la unidad con barras fijas verticales, es dos veces la de las barras menos la longitud de las verticales.

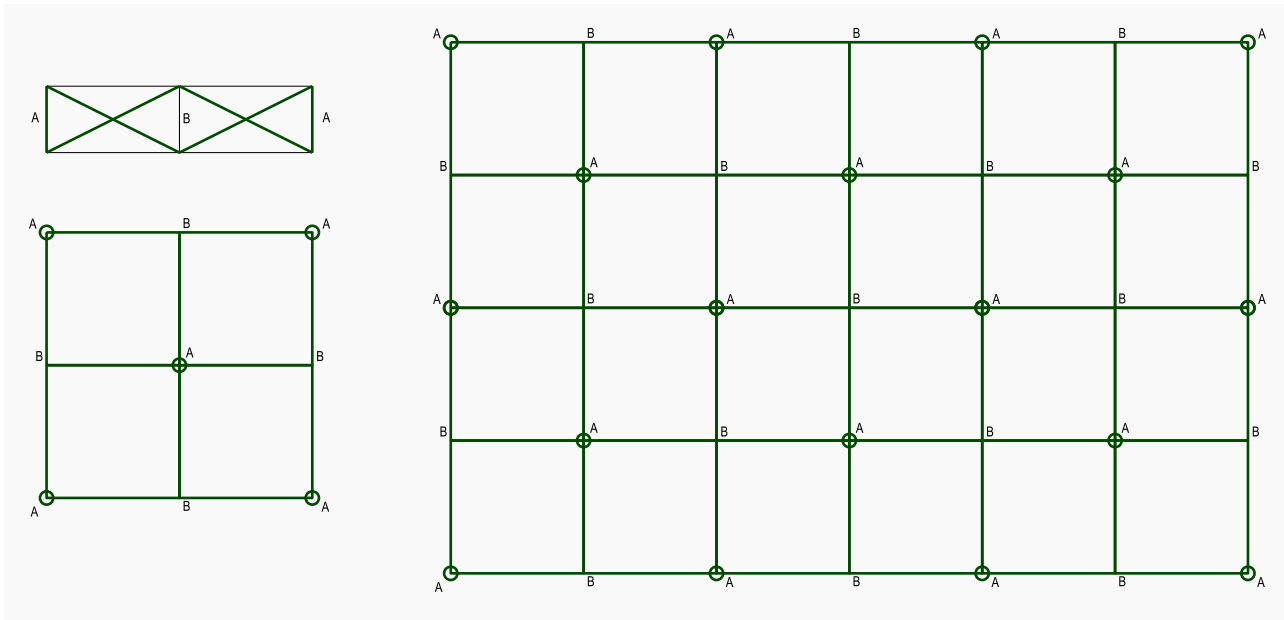
La condición inicial de poder transportarse con medios domésticos limita las dimensiones máximas de los elementos plegados y, por lo tanto, la longitud de las barras está limitada. Por este motivo, el uso de este mecanismo conlleva la reducción de longitudes máximas de barras que se pueden utilizar. Por ejemplo, si se toma una longitud máxima de los elementos a 250cm, con barras verticales de 50cm, las diagonales tendrán una longitud máxima de 150cm. Esta limitación de plegabilidad tiene como resultado que, para unas mismas dimensiones máximas del elemento plegado, las estructuras de mecanismos de seis barras sean más tupidas que las formadas por mecanismos en tijera.

10.2 COMBINACIONES TRIDIMENSIONALES DE MECANISMOS DE SEIS BARRAS EN DOBLE X

10.2.1 ELEMENTOS LINEALES, MALLAS CUADRANGULARES Y TRIANGULARES

Para definir combinaciones de mecanismos de seis barras en *doble X*, se ha partido de diferentes discretizaciones y se han sustituido las líneas por mecanismos de seis barras. Cada conjunto de seis barras se corresponde a dos líneas de la discretización en planta. En cada cruce de líneas de la discretización hay, o bien una barra vertical, o bien un accionador. De este modo, se genera un entramado de barras, en el que se combinan elementos verticales que son barras y otros que son cables. Para que los mecanismos sean plegables, entre dos barras verticales siempre deberá haber un cable vertical, ya que, si existen barras verticales contiguas, el mecanismo no será plegable (o su plegado será el explicado en el punto anterior, lo que imposibilita el plegado del conjunto).

En las mallas cuadrangulares, la alternancia de barras y cables es sencilla de conseguir, la disposición de las barras se muestra en el dibujo siguiente. La posición de las barras se ha indicado con un círculo. Se puede comprobar que, en cualquiera recorrido que se trace siguiendo las barras, se alternan nudos con barras y nudos con cables verticales.



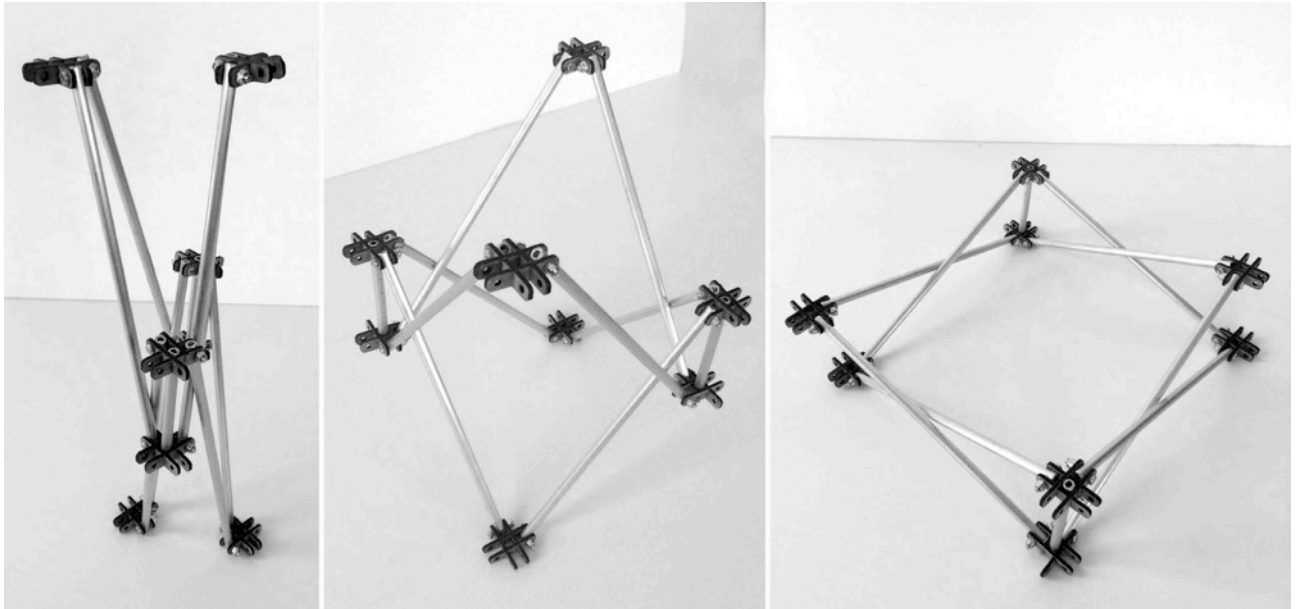
Malla cuadrangular formada por mecanismos de seis barras en doble X

En las mallas triangulares es más complicado de lograr. No es posible hacer una configuración que cumpla la condición de que entre dos barras verticales sólo haya un cable vertical. En algunos casos, entre barras verticales habrá dos cables verticales. Esto genera complicaciones de plegado. Se podrían solucionar utilizando barras de diferentes longitudes, pero, como se verá a continuación, existe una incompatibilidad que no tiene solución.

10.2.2 COMPATIBILIDAD DE PLEGADO EN MALLAS CUADRANGULARES

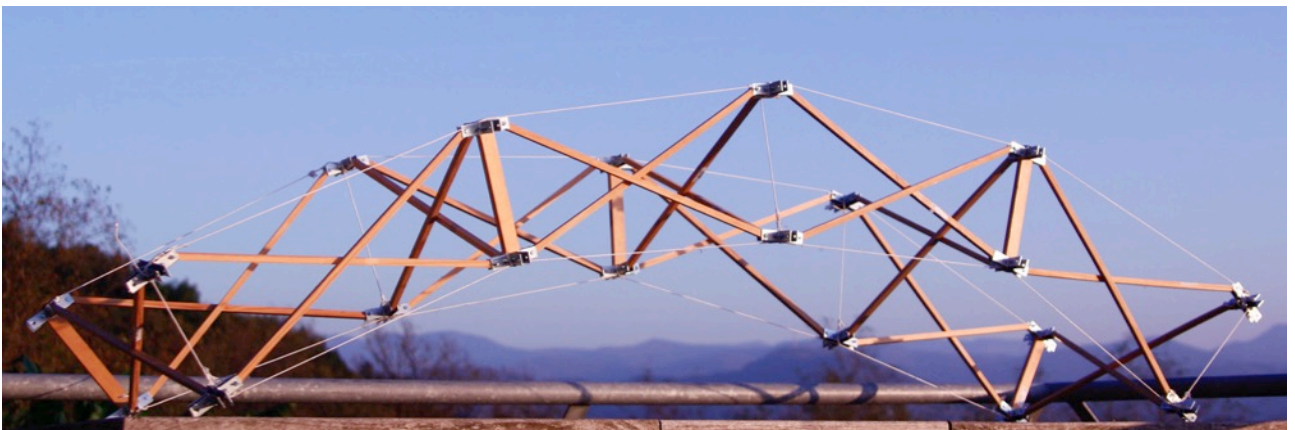
La disposición del mecanismo básico de seis barras en *doble X* se puede combinar para formar elementos lineales o mallas. En los dos casos es aplicable, tanto en geometrías planas, como en curvas. En las mallas, la plegabilidad del mecanismo es igual en las dos direcciones.

En el dibujo anterior se puede ver la combinación básica que se puede repetir formando una malla. Los cables verticales B y las barras verticales A se intercalan, de modo que entre dos barras verticales siempre haya un cable vertical.



El módulo básico es una combinación cuadrada en planta formada por ocho barras diagonales y dos verticales, situadas en dos vértices opuestos del cuadrado. En el dibujo de la siguiente página se muestra el modo en el que se pliega el conjunto. El módulo básico es compatible tanto para mallas planas como para mallas curvas, tanto de simple como de doble curvatura.

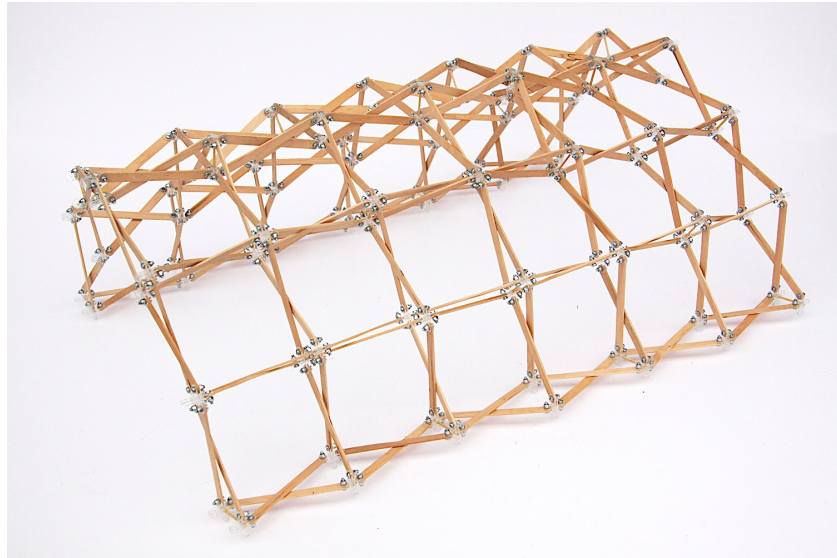
Maqueta de un mecanismo cuadrado formado por ocho barras diagonales y dos verticales



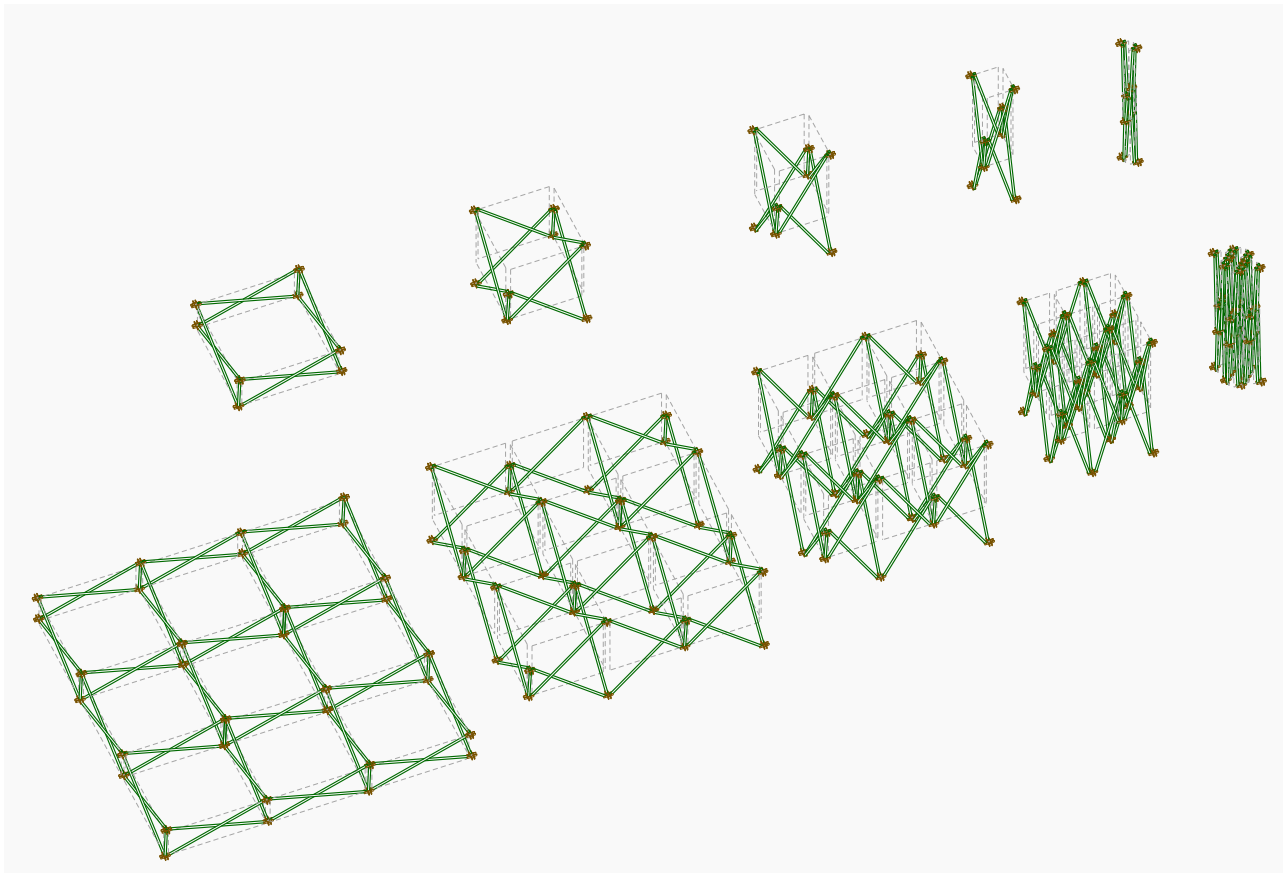
Maqueta a escala intermedia (1/4) de un arco formado por módulos de seis barras en forma de *doble X*, en malla cuadrangular

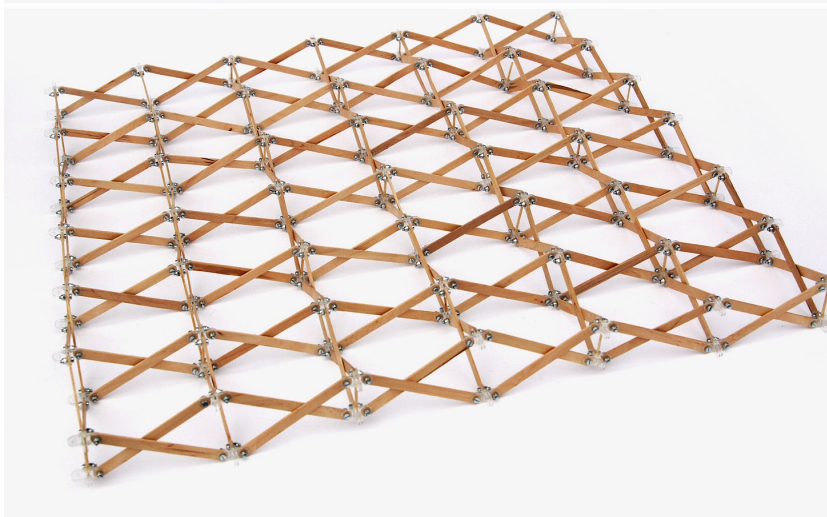
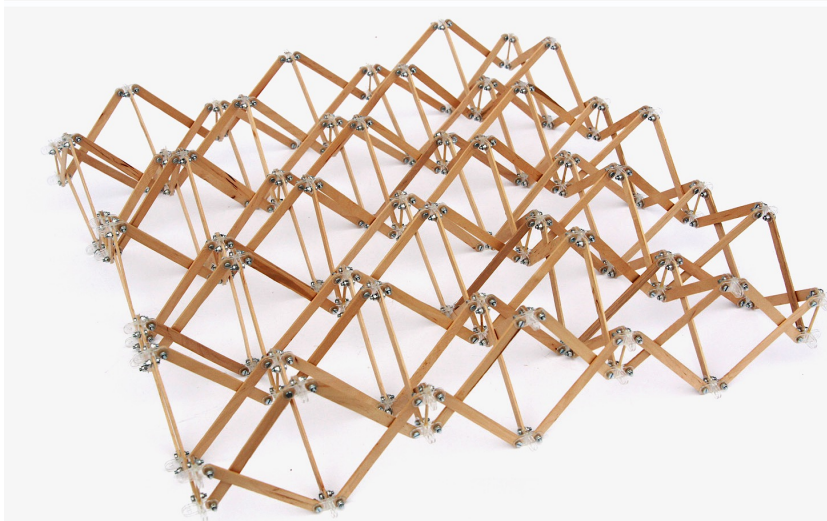
En el capítulo dedicado a las discretizaciones, se ha visto que es posible discretizar formas de doble curvatura con mallas cuadrangulares de líneas de una misma longitud. Por lo tanto, este mecanismo se puede aplicar para estructuras de doble curvatura, pero no se evita la distorsión de los ángulos. Se puede realizar definiendo uniones de ángulos determinados, pero es una construcción compleja y no mejora las condiciones, ya que obliga a mantener una misma forma en todo momento. Otra opción es diseñar nudos que permitan el giro de las barras en dos direcciones, lo que complica la solución constructiva que no se ha desarrollado.

Maqueta de una estructura abovedada realizada con una malla desplegable cuadrangular formada por módulos de seis barras en doble X



Diferentes fases de plegado de combinaciones cuadrangulares de seis barras en forma de *doble X*





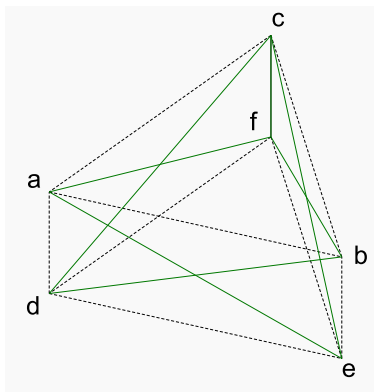
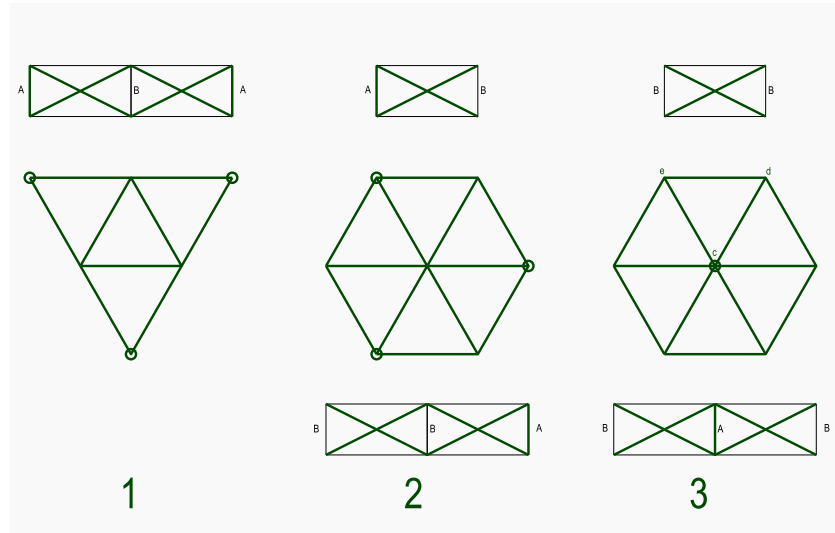
Diferentes fases del plegado de una malla plana formada por mecanismos de seis barras en forma de *doble X*

10.2.3 COMPATIBILIDAD DE PLEGADO EN MALLAS TRIANGULARES

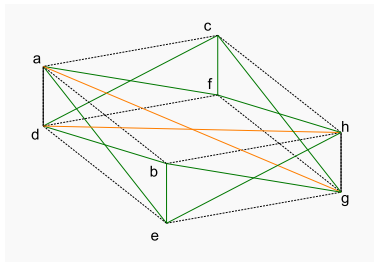
Las mallas cuadrangulares son deformables en planta, por lo que se tienen que arriostrar, mientras que las mallas triangulares tiene la ventaja de ser rígidas en su plano. Sin embargo, presentan problemas de compatibilidad de plegado.

En la siguiente figura se pueden ver diferentes opciones de combinación de barras y cables verticales. Los tres ejemplos mostrados son incompatibles. Esta incompatibilidad se puede deducir de las diferentes longitudes que deben igualarse en el estado plegado.

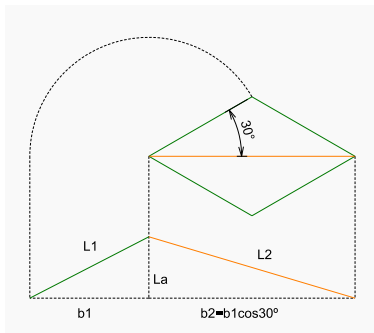
Combinaciones de mecanismos de seis barras en doble X, dispuestos en malla triangular



Modulo de tres pares de barras de longitudes iguales



Discretización triangular de lados diferentes



Relación de longitudes en discretización triangular de lados diferentes a 30°

La explicación más sencilla para esta incompatibilidad se puede realizar utilizando un módulo básico de tres tijeras de barras iguales. En el dibujo de la izquierda se puede ver una combinación de tres aspas. Uno de los elementos verticales es una barra rígida cf , los otros dos elementos verticales son cables ad y be .

Cuando se pliegan las aspas $adcf$ y $becf$, su altura es $2Laf-Lcf$, sin embargo el aspa $abde$, en su posición plegada, tienen una altura $Lae (=Laf)$, por lo que el plegado completo es imposible. El movimiento es posible, pero genera una distorsión del triángulo en planta y para lo que los nudos tienen que permitir el giro en dos direcciones.

Se puede realizar un mecanismo triangular, con barras diagonales de diferentes longitudes, que sea posible plegar completamente. En el dibujo se ven las barras de diferente longitud, identificadas con los colores verde y naranja. Si se define un triángulo de lados diferentes, y se iguala la longitud de las barras que no están en contacto con la barra vertical, con la longitud que tendrán plegadas las barras que están en contacto con la barra vertical, el mecanismo se puede plegar completamente.

Si se define una trama triangular de lados iguales, las relaciones son las siguientes:

$$\frac{b2}{b1} = 2\cos 30 = \sqrt{\frac{4L1}{L1+La}}$$

$$2L1 - La = L2 \quad (\text{Condición de plegabilidad})$$

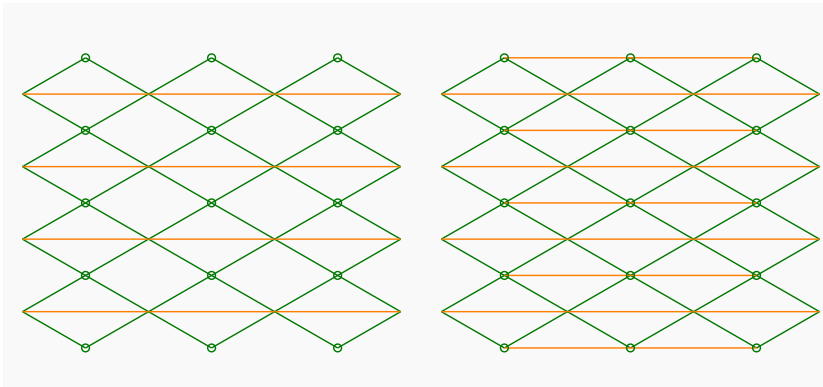
Para una longitud de barras máximo, $L_2=250\text{cm}$, la longitud de las barras verticales será la siguiente:

$$L_1 = 150\text{cm}$$

$$L_a = 50\text{cm}$$

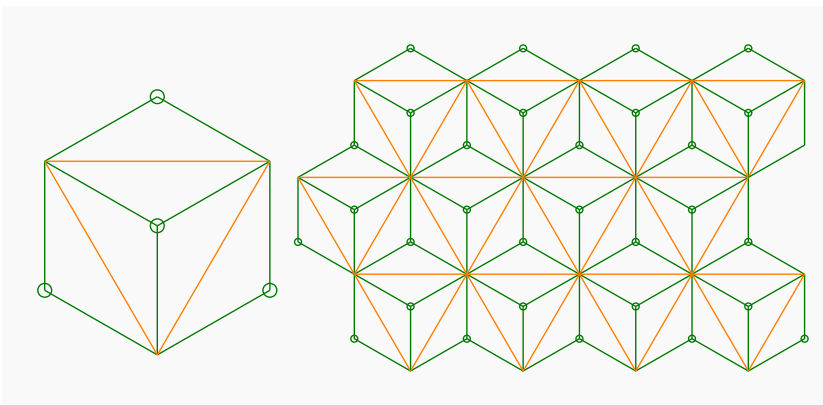
Si se mantiene esta relación, el mecanismo se puede plegar completamente. Sin embargo, la relación de longitudes de los lados del triángulo en planta varía con el plegado, por lo que también cambian los ángulos entre barras en planta. Por lo tanto, el mecanismo puede plegarse pero los nudos tienen que permitir el giro de las barras en dos direcciones, en la dirección de giro de las barras en la apertura y el giro alrededor del eje vertical del nudo.

Si se combinan varias unidades de este tipo formando mallas, se deben hacer coincidir los extremos que no tienen barras verticales entre sí. Las mallas formadas de este modo estarán compuestas por prismas en forma romboidal, unidos por sus extremos (dibujo izquierdo de la siguiente ilustración). Entre estos, quedan huecos cuadrangulares libres, que son deformables en planta. Por lo tanto, la malla es deformable en su plano, lo que significa que han perdido la ventaja principal de las mallas triangulares respecto a las cuadrangulares.



Combinación de unidades triangulares. izquierda combinación plegable, derecha, combinación no plegable

En el dibujo de la derecha de la ilustración anterior, se puede ver una trama homogénea en la que se han triangulado los huecos que quedaban en el caso anterior. Hay barras diagonales en contacto con barras verticales en sus dos extremos, por lo que no es posible plegar los mecanismos.



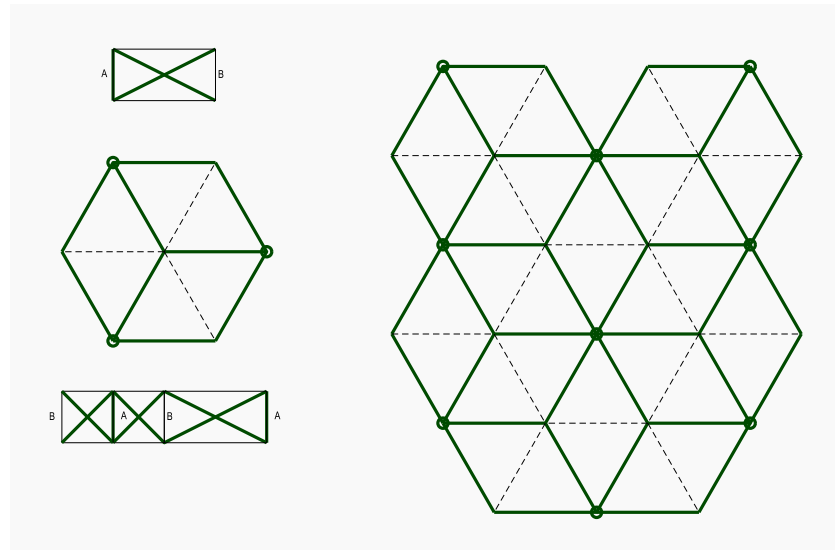
Combinación plegable de unidades triangulares en forma de *Teselación de Penrose*

Es posible realizar combinaciones completamente trianguladas combinando estos mecanismos. Esto se logra si los componentes se disponen cambiando su orientación, a modo de *Teselación de Penrose*. Son mallas muy tupidas y hay nudos de excesiva complejidad, en algunos puntos se llegan a unir 12 barras. Esta combinación también es incompatible, ya que, al plegarse, cambia el ángulo entre barras, lo que no es posible, por la disposición radial respecto al hexágono del mecanismo.

10.2.4 DERIVADOS COMPATIBLES DE LA MALLA TRIANGULAR

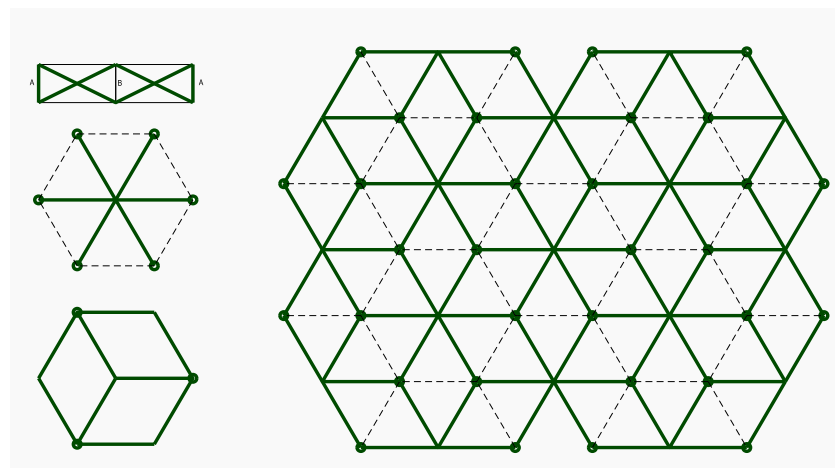
▪ Mallas romboidales

Un modo de evitar la incompatibilidad de las mallas triangulares es retirar algunas aspas. En las siguientes figuras se pueden ver algunos ejemplos. Se ha tomado como punto de partida una unidad hexagonal, y se le han quitado algunas barras y se han sustituido por cables. El resultado son mallas triangulares formadas por barras y cables, en la que las barras forman mallas romboidales.



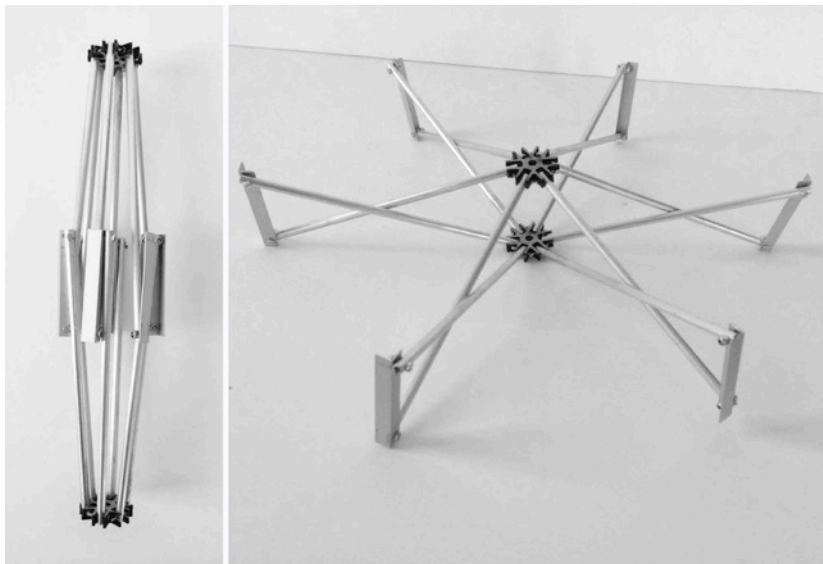
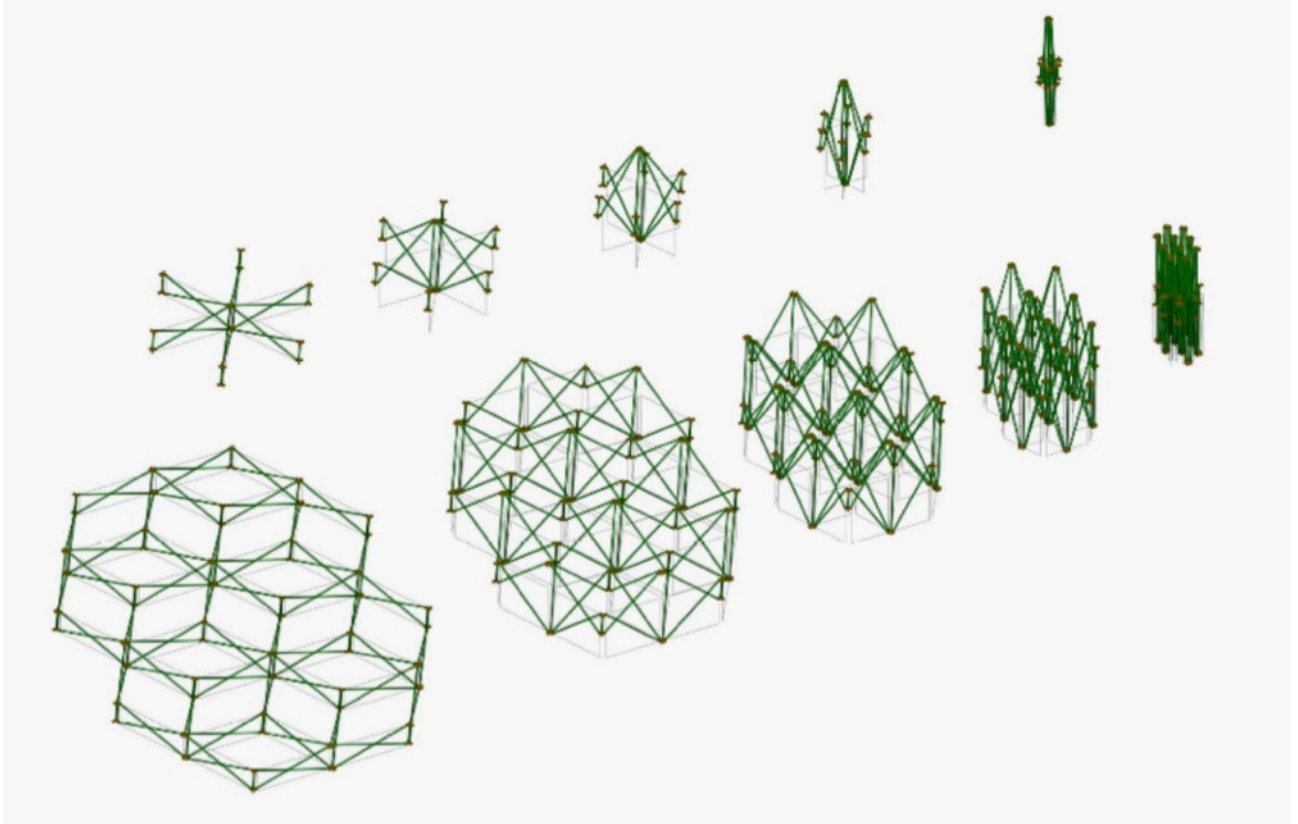
Malla romboidal formada por barras y triangulada mediante cables

Otra combinación que puede presentar alguna ventaja, es la representada en la siguiente figura. Se ha obtenido a partir de un hexágono, en el que todas las verticales perimetrales son barras y sólo la central es un cable.



Malla formada por módulos hexagonales con barras dispuestas en modo radial

Esta combinación tiene la ventaja de que se puede plegar, manteniendo una proporción muy elevada de barras verticales. En el módulo básico hay un cable cada siete líneas verticales. En algunas ocasiones, esta relación se reduce ligeramente por la necesidad de rematar la trama con bordes rectos. La forma de la trama es la misma, pero varía la disposición de barras verticales. Si se compara con la malla cuadrangular ortogonal, tiene la ventaja de limitar el número de accionadores, pero la dificultad de arriostamiento en planta es la misma que en las otras mallas romboidales.



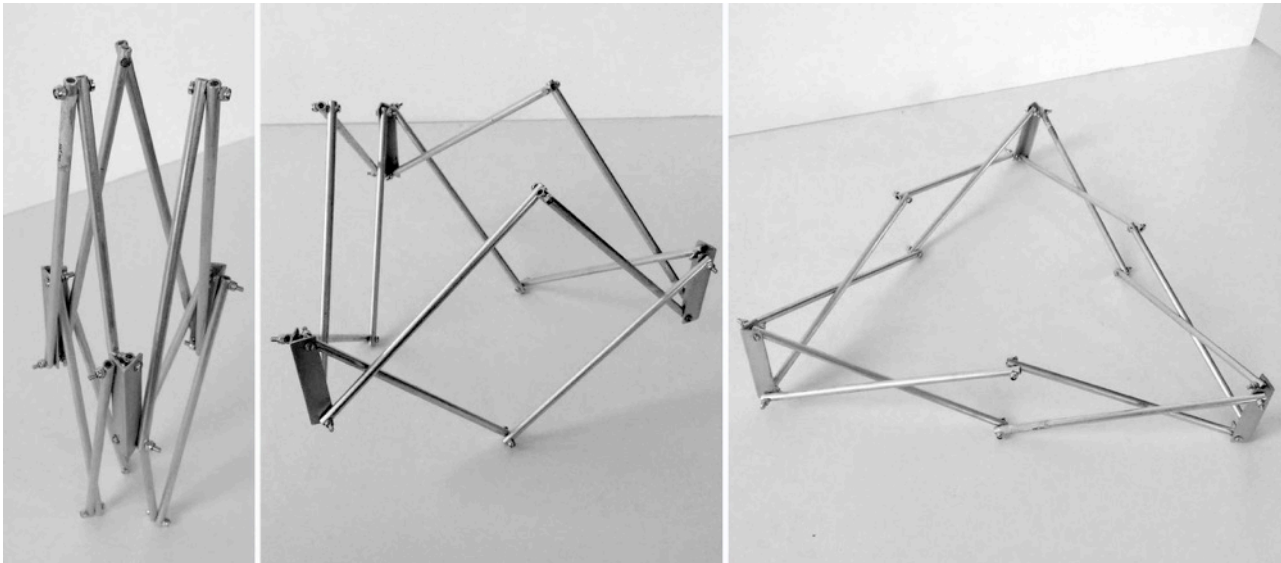
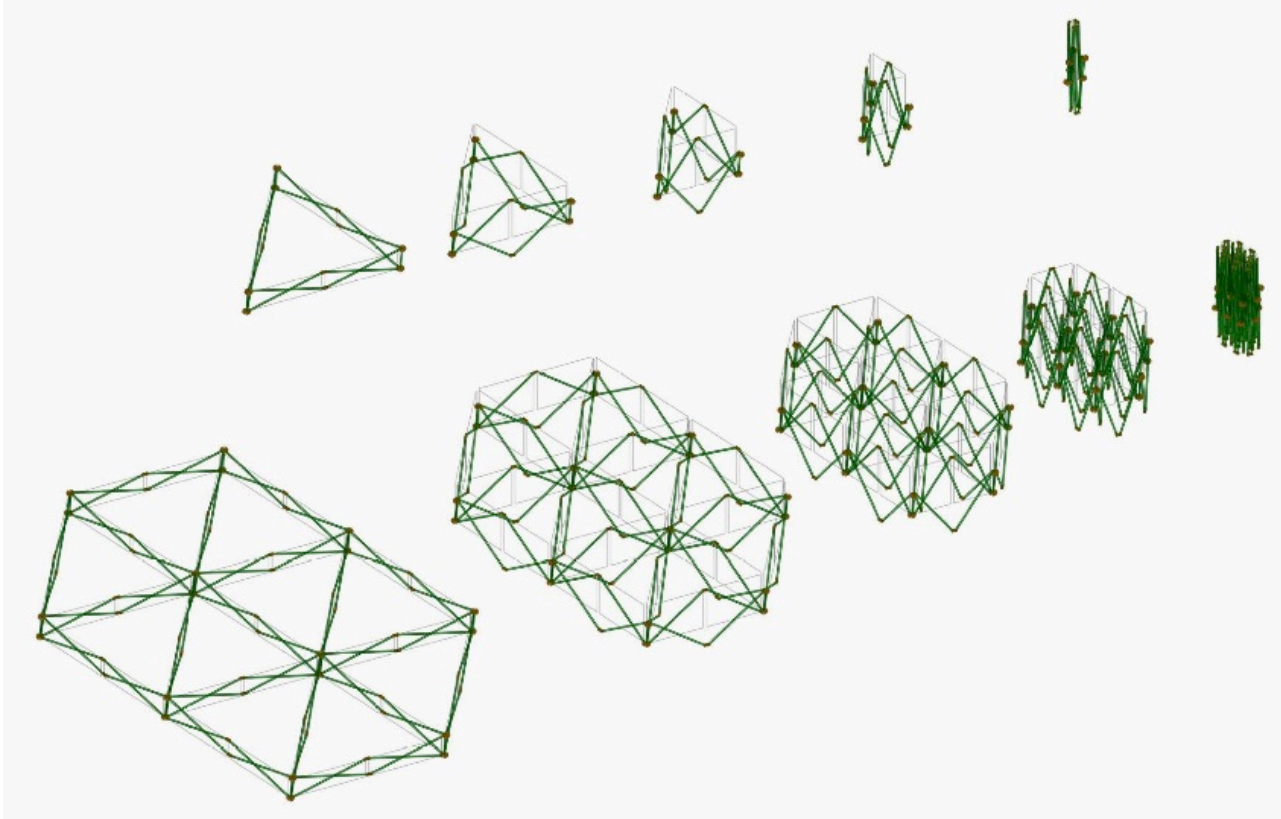
Movimiento de un módulo hexagonal con barras dispuestas en modo radial y de una malla formada con estos módulos

Maqueta de un módulos hexagonal con barras dispuestas en modo radial

▪ Mecanismo triangular doble

Otro modo de generar mecanismos compatibles es partir de una discretización triangular y sustituir cada línea por un mecanismo de seis barras. En cada punto de cruce de la discretización original habrá una barra vertical. Cada módulo de seis barras se puede desplegar independientemente. Por lo tanto, las combinaciones son compatibles en todos los casos. En comparación con otras soluciones, esta configuración genera estructuras menos tupidas que otras combinaciones.

Movimiento de una Mecanismo *Triangular Doble* y de una malla formada con este tipo de módulo



Maqueta de un *Mecanismo Triangular Doble*, formado por la combinación de tres unidades de seis barras en forma de *Doble X*

Teniendo en cuenta la limitación de longitud de los elementos plegados, este aspecto puede resultar ventajoso respecto a otras soluciones. Sin embargo, tiene un inconveniente importante. Los nudos intermedios unen dos barras y no tienen sujeción perpendicular a su plano, por lo que pueden tener problemas de estabilidad.

10.2.5 VALORACIÓN DE LAS COMBINACIONES TRIDIMENSIONALES DE MECANISMOS DE SEIS BARRAS EN *DOBLE X*

De todas las combinaciones propuestas, la más sencilla es la malla cuadrangular. Las combinaciones triangulares de mecanismos en *Doble X* son incompatibles. Las combinaciones compatibles derivadas de las triangulares dan como resultado combinaciones cuadrangulares en forma de rombo. Éstas no presentan ventajas significativas respecto a las discretizaciones cuadrangulares rectas.

Las combinaciones en malla triangular doble tiene la ventaja de dar estructuras poco tupidas, pero la inestabilidad de los nudos intermedios es un problema importante, por lo que se ha descartado esta solución.

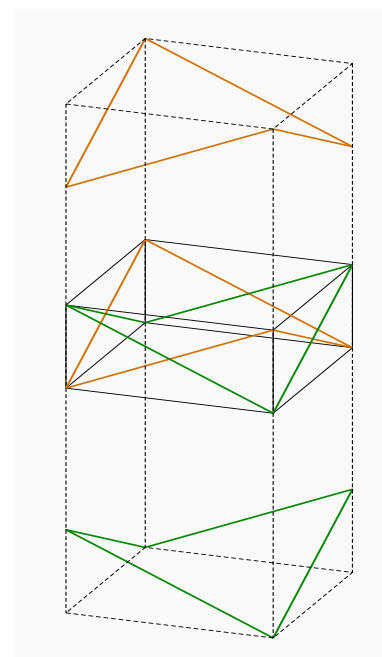
La combinación de elementos en forma de hexágono tiene la ventaja de necesitar menos accionadores que otras soluciones, sin embargo, la unión entre elementos es compleja. Por otra parte, en las estructuras resultantes, las barras comprimidas forman líneas quebradas. Por estos dos motivos se ha descartado continuar desarrollando esta solución.

El motivo definitivo para descartar las combinaciones triangulares de tijeras de seis barras en *doble X*, es que se ha propuesto una combinación más eficiente para esas discretizaciones. Esta propuesta es la combinación tridimensional de tensegrities que se desarrolla a continuación.

10.3 COMBINACIONES TRIDIMENSIONALES DE TENSEGRITIES DE DOS BARRAS

Como se acaba de ver, las combinaciones de módulos de seis barras en *doble X* formando mallas triangulares son incompatibles. Esto se debe al diferente plegado de las barras diagonales que están unidas a una vertical, respecto a las que no lo están. Se ha calculado una relación entre longitudes de barras que es compatible, pero su combinación no se puede realizar en mallas triangulares. La única combinación posible es una malla triangular incompleta que no tiene ventajas respecto a la cuadrangular.

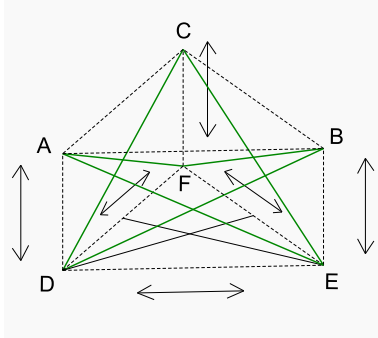
Si se combinan tensegrities de dos barras en malla cuadrangular y se analiza el movimiento de las barras sin tener en cuenta los cables, existen dos series de barras independientes entre sí. Cuatro barras se pueden desplazar independientemente de las otras cuatro. El grado de libertad de esta combinación se ha considerado excesivo. Por ese motivo se ha probado a reducir de grado de libertad que se produce, mediante la incorporación de barras verticales. Esto facilita su manejo y produce mecanismos compatibles.



Combinación de tensegrities de dos barras en trama cuadrangular. en verde y en naranja las dos series de cuatro barras independientes

Sin embargo, si la combinación es en malla triangular, el comportamiento del conjunto es muy diferente. Por una parte las barras forman una cadena continua y, por otra parte, el conjunto tiene una rigidez mayor por estar triangulada en planta.

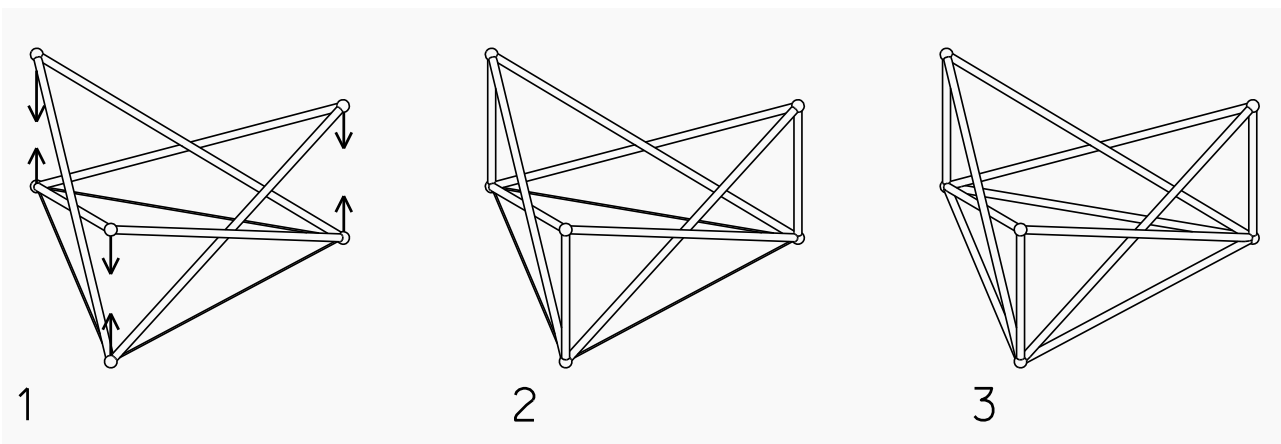
Si se combinan tres tensegrities de dos barras en malla triangular, todo el conjunto está formado por una serie de barras unidas entre sí. El grado de libertad de este conjunto es 6, uno por el movimiento relativo de cada par de nudos alineados en vertical (líneas AD , BE y CF) y otro por cada cambio de longitud de tres aristas horizontales (líneas DE , EF y DF). El cambio de longitud de las otras aristas horizontales está relacionado con esos seis grados de libertad, por lo que no suponen grados de libertad adicionales.



Combinación de tensegrities de dos barras en forma triangular

Cuando el entramado está formado por barras y cables, es complicado comprobar el grado de libertad un conjunto, ya que, dependiendo del estado de cargas, puede haber cables que no trabajen. Las diferentes combinaciones se han comprobado con el programa *Wintess*, para conocer el grado de libertad con seguridad. Gracias a la capacidad de cálculo de segundo orden que tiene este programa, se puede llegar a situaciones de equilibrio en las que las deformaciones prácticamente no tienen límite, por lo que es una herramienta muy útil para este propósito.

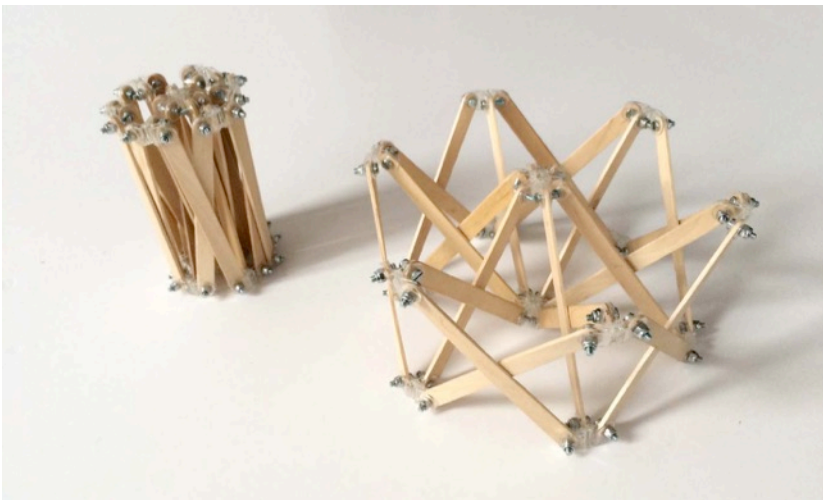
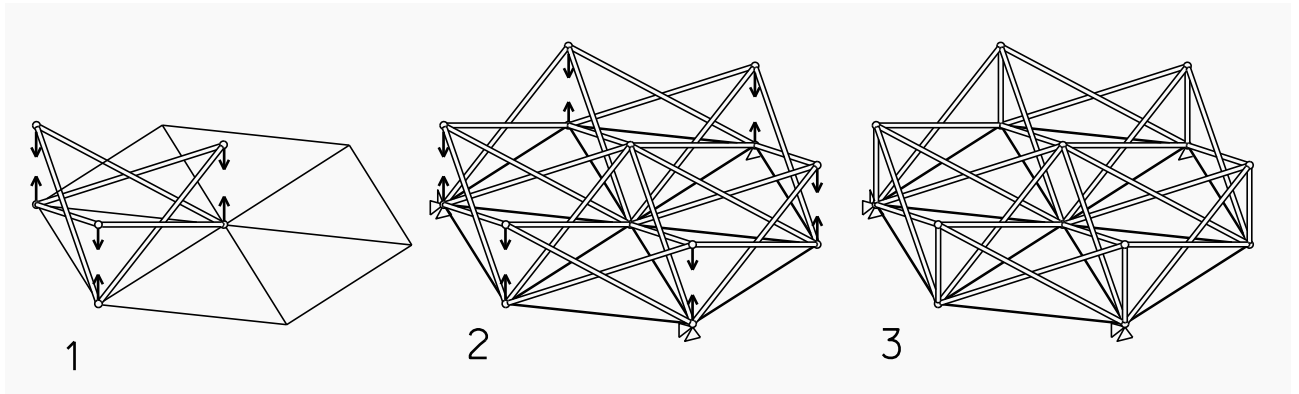
Se han calculado diferentes combinaciones de barras y cables. En los tres nudos superiores se han aplicado cargas de 200kg en tres direcciones ortogonales. En soporte exterior de la estructura es isostático. Los modelos principales se pueden ver en la siguiente ilustración. La figura 1 representa el modelo con la posición de los accionadores. Se ha considerado que los accionadores pueden trabajar a tracción o a compresión, por lo que se han simulado como barras. Si se disponen cables en la cara inferior de la estructura (figura 2), la estructura es estable para cargas gravitatorias, sin embargo, cuando las cargas verticales son ascendentes, los cables no trabajan y el modelo es inestable. Si se disponen barras en su cara inferior el modelo es estable para todas las situaciones de carga (figura 3).



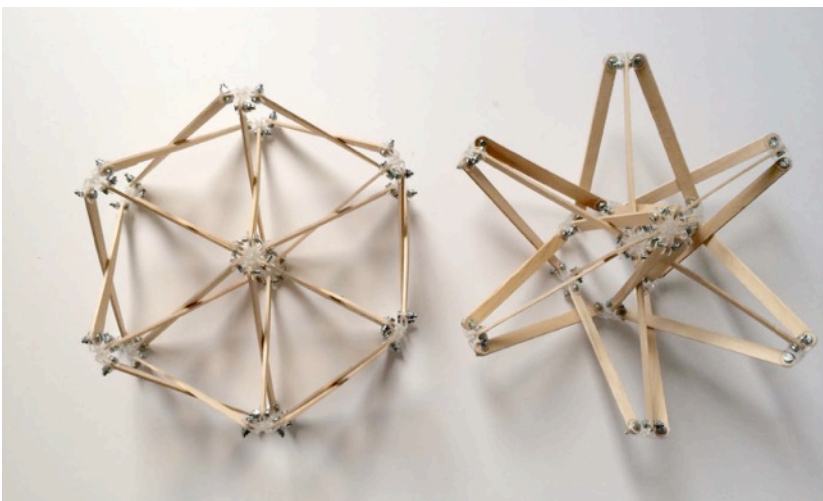
Combinaciones tridimensionales de tres tensegrities de dos barras. 1 modelo con cables en su cara inferior indicando la posición de los accionadores, 2 primer modelo calculado con cables en su cara inferior y barras sustituyendo a los accionadores, 3 modelo con barras en su cara inferior y barras sustituyendo a los accionadores

Se han calculado otras combinaciones con el mismo número de barras adicionales, dispuestas en forma aleatoria en la cara inferior o superior. Aunque el modelo llega a situaciones de equilibrio, las deformaciones son demasiado importantes como para considerarlo estable. En esos casos, para barras de 200 cm de longitud los desplazamientos llegan a ser del orden de 25 cm.

El grado de libertad de este mecanismo es muy elevado, ya desde los primeros modelos en maqueta se comprueba que es complicado de manejar. Sin embargo, cuando se combinan unidades triangulares, la rigidez de la malla triangular limita el grado de libertad y el accionamiento se simplifica.



Combinación de tensegrities de dos barras en malla triangular. 1 unidad básica triangular, 2 disposición de accionadores, 3 modelo analizado



Maquetas de diferentes formas que puede tomar un mismo módulo hexagonal, formado por tensegrities de dos barras, en el que todas las barras son iguales.

Se ha analizado la combinación triangular que forma un hexágono en planta, tal como se ve en la ilustración superior. Si se disponen cables en su cara inferior la estructura es estable para todas las situaciones de carga, tanto para cargas verticales descendentes como ascendentes. Si, en lugar de poner cables en todas las líneas de la malla triangular, se

disponen sólo perimetralmente, la estructura no es estable, ni siquiera en un estado en el que las cargas sólo sean gravitatorias.

En todos estos modelos se ha considerado que los nudos son articulaciones perfectas. Si los nudos sólo permitiesen el giro en una dirección, el grado de libertad del conjunto sería uno, pero, en la práctica, la rigidez de los nudos no es suficiente para garantizar la indeformabilidad de las tramas cuadrangulares.

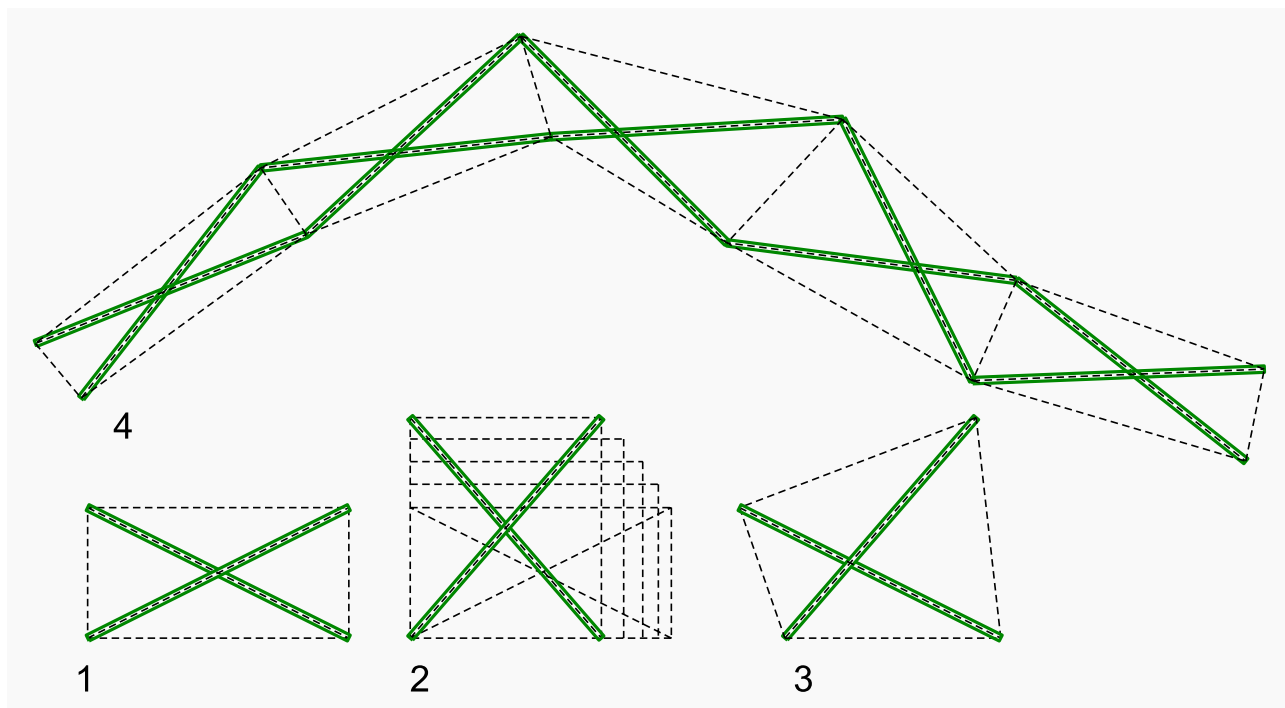
10.4 ADAPTACIÓN DE LOS MECANISMOS FORMADOS POR TENSEGRITIES DE DOS BARRAS A DIFERENTES DISCRETIZACIONES

10.4.1 DISCRETIZACIONES NO PLANAS

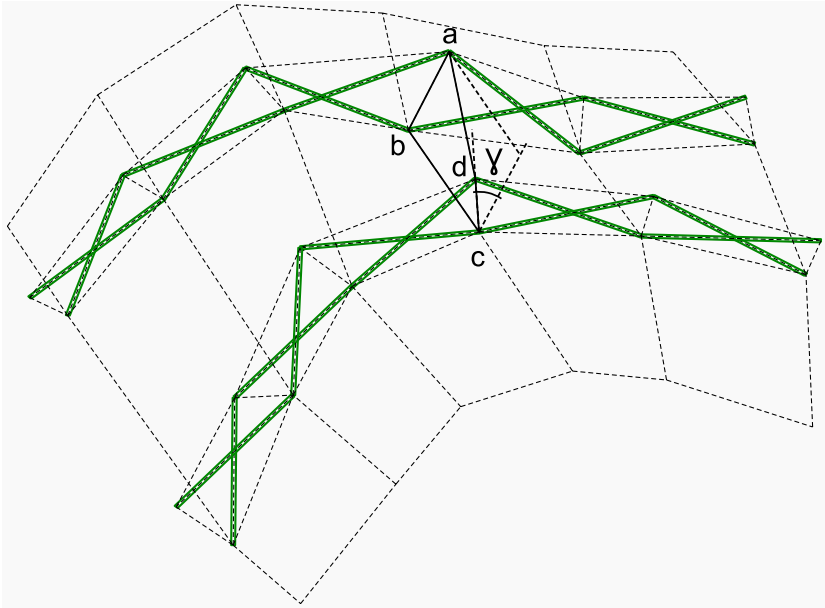
En las discretizaciones planas, la forma de la malla es la misma en todo el proceso de despliegado, siempre que se haga de manera coordinada. Los problemas de incompatibilidad surgen cuando se realizan superficies no planas, especialmente cuando son de doble curvatura. Cuando se pretende hacer un despliegado por partes, estos problemas son mayores, ya que se dan situaciones intermedias de formas no regulares difíciles de prever y controlar. Uno de los objetivos más ambiciosos de este trabajo es lograr mecanismos que sean compatibles en discretizaciones irregulares y más aún cuando se intentarán realizar con barras de una misma longitud.

El hecho de que las barras se crucen sin articulación intermedia permite que un mismo par de barras pueda formar rectángulos o diferentes trapecios. Un mismo mecanismo repetido puede formar superficies de diferentes curvaturas. Esta adaptación se hace de dos maneras: modificando la longitud que ocupa en la superficie o modificando al ángulo entre sus lados. Estas dos transformaciones permiten la adaptación libre pero no están exentas de complicaciones.

Adaptación a diferentes discretizaciones de un mismo mecanismo. 1 mecanismo recto, 2 diferentes longitudes en planta, 3 formas curvas, 4 forma irregular



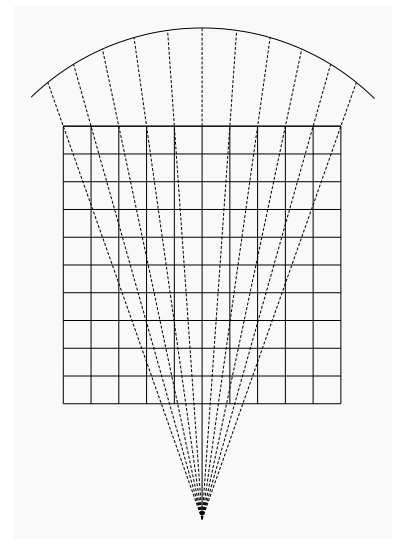
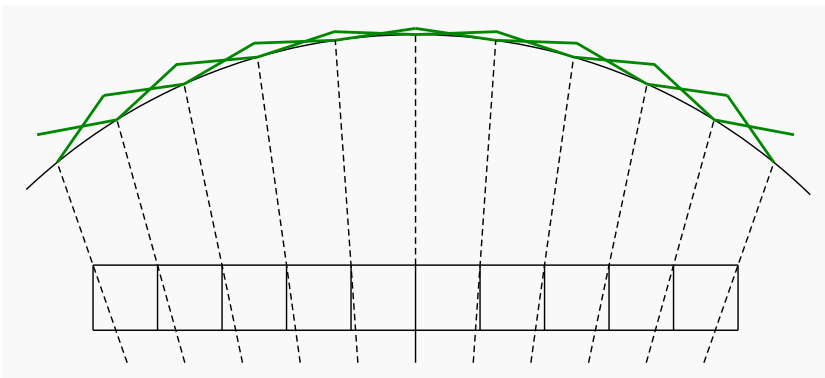
Las secciones de forma libre se pueden definir con pares de barras de una misma longitud, tal como se ve el dibujo siguiente. Sin embargo, si la forma es irregular y la superficie está formada por un entramado tridimensional de mecanismos, las líneas que unen los nudos interiores y exteriores (líneas *ba* y *cd* en la ilustración), forman un ángulo (γ), por lo que la superficie que definen es un plano alabeado.



Alabeo de planos transversales es superficies irregulares

El segundo modo de adaptar un mismo mecanismo a diferentes discretizaciones es adaptar los pares de barras a diferentes longitudes de discretización de la superficie modificando su ángulo. Esto da como resultado secciones de canto variable. En muchos casos la variación de sección no será la más adecuada para el funcionamiento estructural.

En las discretizaciones esféricas que se adaptan a la superficie modificando la longitud de los segmentos, las longitudes centrales son mayores que las perimetrales. Si los mecanismos de barras se adaptan a estas longitudes, el canto de la estructura será mayor cuanto más alejado esté del centro. El resultado es una sección variable con un canto máximo en el borde y mínimo en el centro.



Discretización cuadrangular de una esfera realizada por el procedimiento de proyección de una malla desde un polo

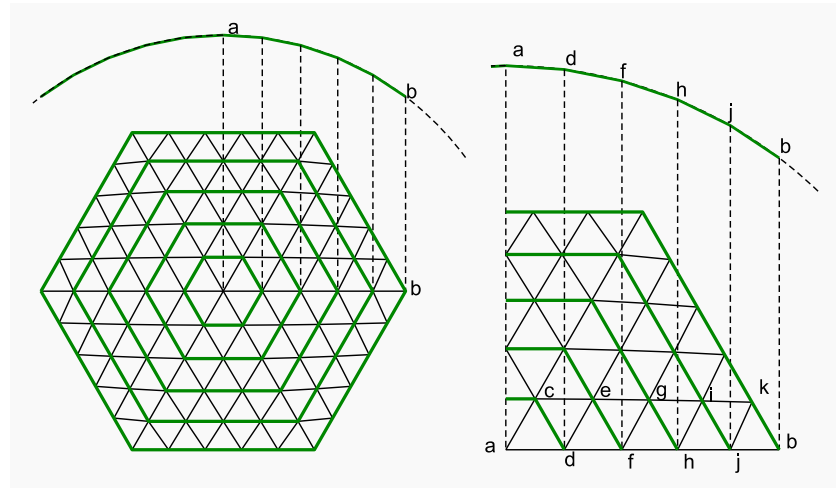
Adaptación de mecanismos de dos barras a una discretización rectangular realizada por el procedimiento de proyección

Para estructuras en las que predomina la compresión, el esfuerzo es máximo en los bordes y mínimo en el centro. Sin embargo, la inclinación de las barras respecto a la directriz aumenta en los bordes, por lo que la efectividad en la transmisión de esfuerzos de estas barras está penalizada en el lugar donde el esfuerzo es mayor.

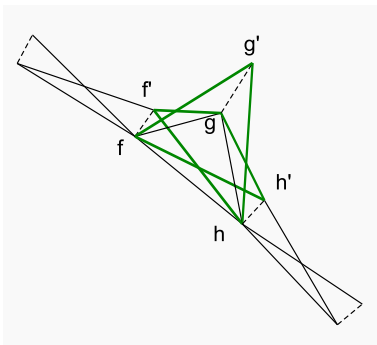
En estados de carga en los que el esfuerzo predominante es el de flexión, el esfuerzo es máximo en un punto intermedio entre el centro y el borde, por lo que el canto de la estructura tampoco se adapta a la forma estructural óptima, aunque no es justo la inversa, como pasa en las estructuras que trabajan a compresión. En el capítulo 11 se propondrán soluciones específicas a este problema para las estructuras desarrolladas.

Se pueden hacer discretizaciones cuadrangulares con barras de una misma longitud, con lo que se evitaría esta dificultad de adaptación. En las discretizaciones triangulares, los segmentos no pueden ser iguales, ya que un hexágono de barras iguales es obligatoriamente plano. En el siguiente dibujo se ve la variación de longitudes de una discretización triangular de una esfera.

Discretización triangular de una superficie esférica



Si se discretiza una superficie esférica, en la que se reparte una parte de la sección en barras iguales, identificada entre los puntos *a* y *b* del dibujo, la proyección horizontal de esas barras es menor cuanto más alejadas estén del centro. Por lo tanto, los hexágonos perimetrales (en planta, dibujados en verde) están formados por segmentos menores cuanto más alejados estén del centro, es decir $ac > cd > ef > gh > ij > kb$.



Relación entre separaciones de nudos

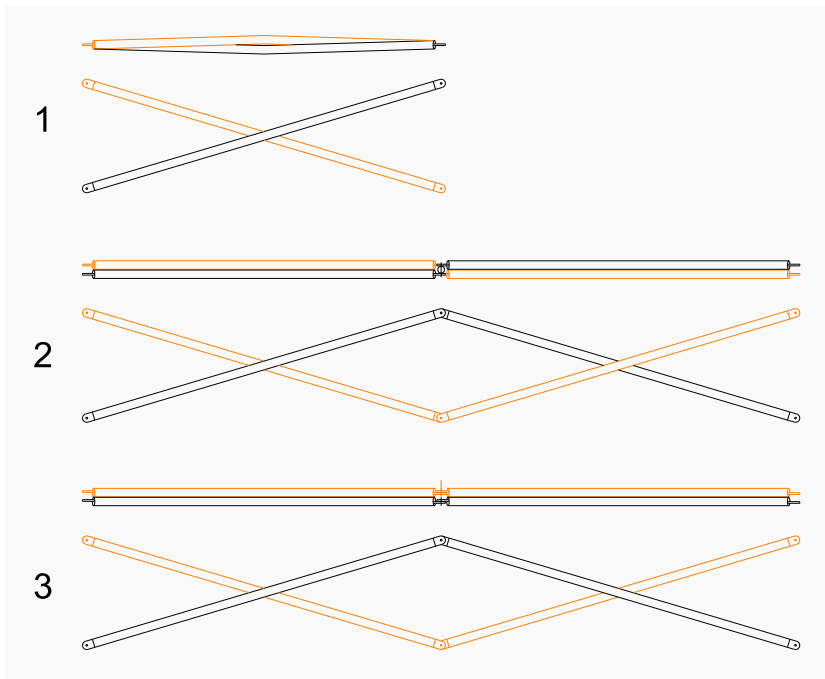
Se ha elegido la opción de dividir la arista *ab* en segmentos iguales por ser una forma sencilla de explicar el cambio de longitud, en otros tipos de discretización triangular por proyección ocurre el mismo efecto, las líneas de discretización son más cortas a medida que se alejan del centro, por lo que el canto de la estructura aumenta.

La división de una arista en partes iguales no es la mejor opción para hacer una estructura desplegable de tijeras o de barras cruzadas. La adaptación de estos mecanismos a discretizaciones triangulares es un problema complejo. Los cruces de mecanismos en diferentes direcciones condiciona la apertura de los pares de barras en las diferentes direcciones. Si se pretende adaptar una estructura de barras cruzadas a la discretización que se ha presentado en el dibujo anterior, da un resultado muy irregular. Si se toma, por ejemplo en triángulo *fgh*, las distancias *ff'* y *hh'* son iguales, como la distancia *gh* es menor que la distancia *fh*, los nudos *g* y *g'* tienen que estar más separados que *f* y *f'*. Esta separación a su vez condiciona la distancia *gf*. Por lo tanto, los mecanismos de barras iguales no se pueden adaptar directamente sin hacer modificaciones en la discretización.

Mediante este ejemplo se puede ver la complejidad que supone hacer estructuras con barras iguales aprovechando la capacidad de estos mecanismos de adaptarse a línea de discretización de diferente longitud. En el capítulo 11 se va a explicar la aplicación de un procedimiento con el que hacer discretizaciones de este tipo.

10.4.2 CRUCES ENTRE BARRAS

Para que las barras se puedan cruzar, sus ejes tienen que estar desplazados. Se han identificado tres modos de solucionar este problema que se muestran en el siguiente dibujo: las barras pueden tener una directriz quebrada (1), las barras pueden ser excéntricas respecto a los nudos (2) o los nudos inferior y superior pueden estar desplazados entre sí (3).

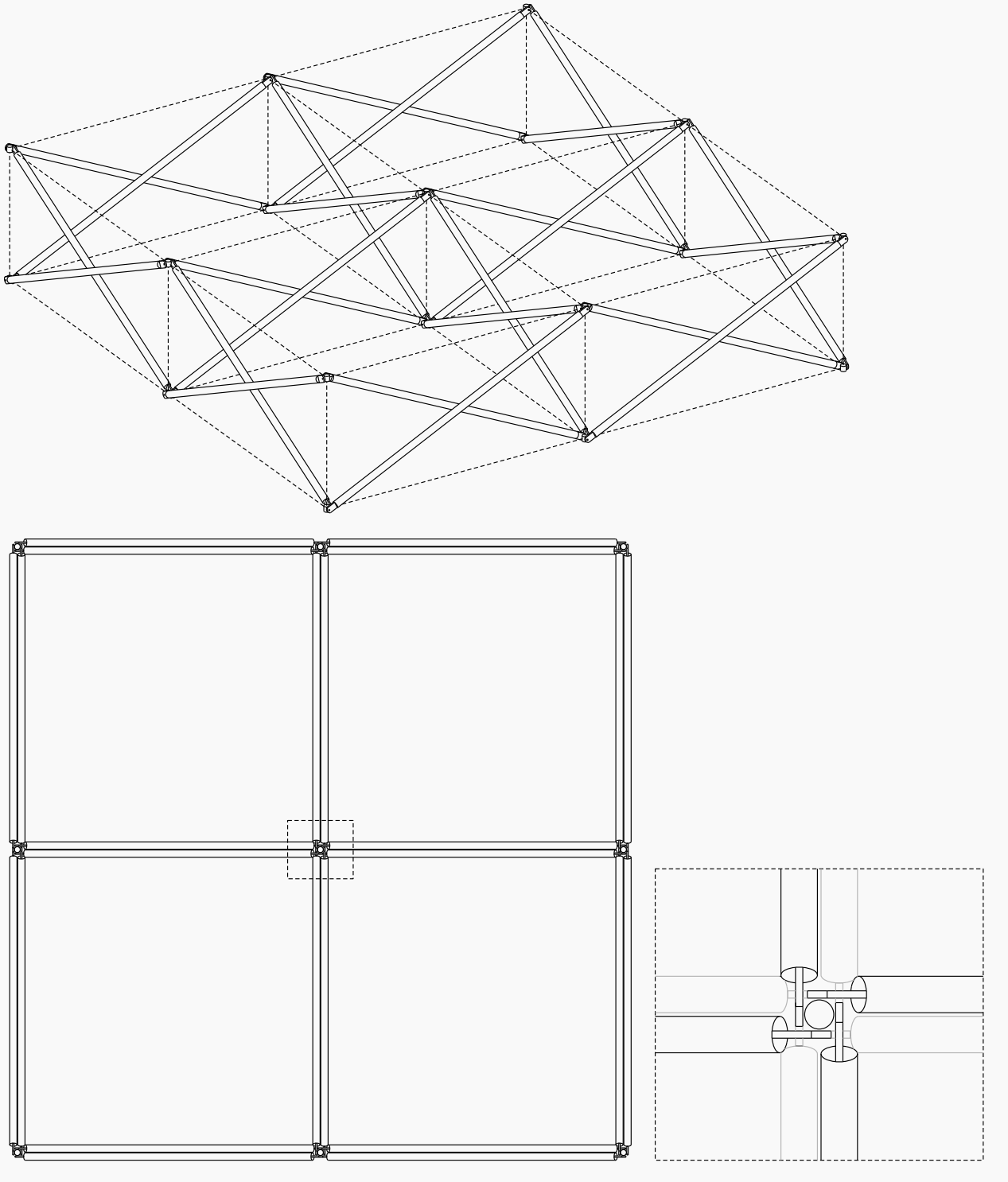


Diferentes tipos de cruces entre barras. 1 barras de directriz quebrada, 2 barras excéntricas, 3 nudos desplazados

Emilio Pérez Piñero propuso la solución de hacer tijeras con barras quebradas en su patente ES 0266801. Como ya se ha explicado, la articulación intermedia compensa la excentricidad producida por el quiebro de las barras. Sin embargo, cuando se utilizan tensegrities de dos barras u otros tipos de combinaciones de barras sin articulación intermedia, esta excentricidad provoca flexiones en las barras. Las otras dos soluciones se han analizado en el capítulo 6.

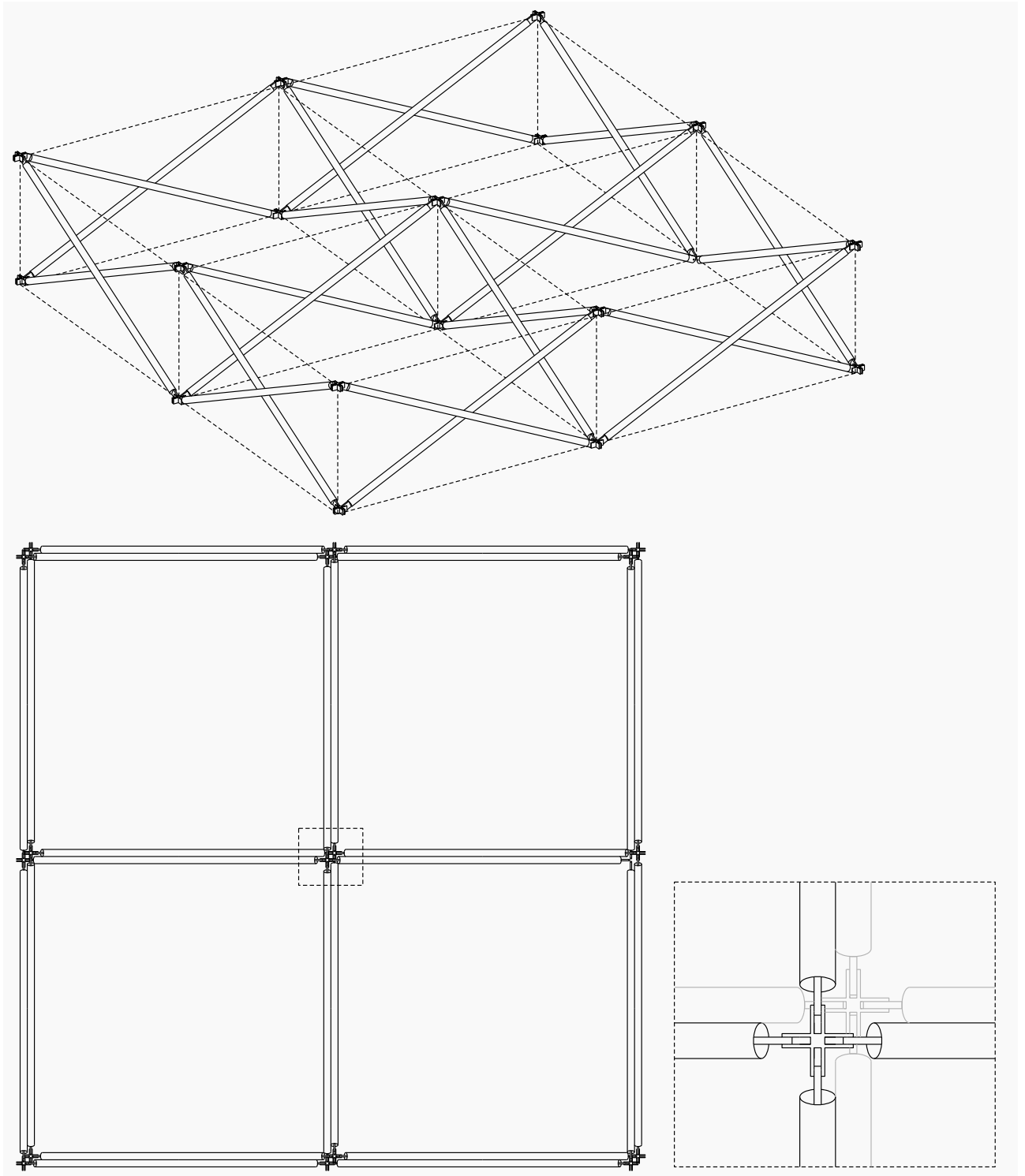
▪ Cruces de barras en discretizaciones cuadrangulares

En las mallas cuadrangulares el cruce entre barras se puede solucionar tanto desplazando los nudos como haciendo barras excéntricas. En el siguiente dibujo se puede ver la solución de barras excéntricas, en la que las barras se tienen que desplazar como mínimo la mitad del diámetro de su sección. La solución dibujada es del tipo de la utilizada en las Piscinas de San Pablo.



Solución de cruce de barras en mallas cuadrangulares mediante la disposición de barras excéntricas respecto al centro del nudo

En la solución de nudos desplazados, la estructura se puede separar en dos sistemas de barras, las cuales se unen mediante elementos verticales (barras y cables). Si una de las tramas se desplaza respecto a la otra en dos direcciones, se cruzan sin alterar su forma. La única irregularidad es que los elementos verticales están inclinados y las líneas de la trama que forman los cables superiores e inferiores están ligeramente quebradas. En las siguientes ilustraciones se muestra esta solución.



Las dos soluciones son válidas. Ninguna de las dos es claramente mejor que la otra a nivel geométrico. En la combinación de barras excéntricas, la geometría es más cercana a la ideal, pero no es una diferencia significativa en comparación a otros aspectos, como la eficiencia estructural o la complejidad constructiva de los nudos.

Solución de cruces de barras en malla cuadrangular mediante el desplazamiento de nudos

▪ Cruces de barras en discretizaciones triangulares con barras excéntricas

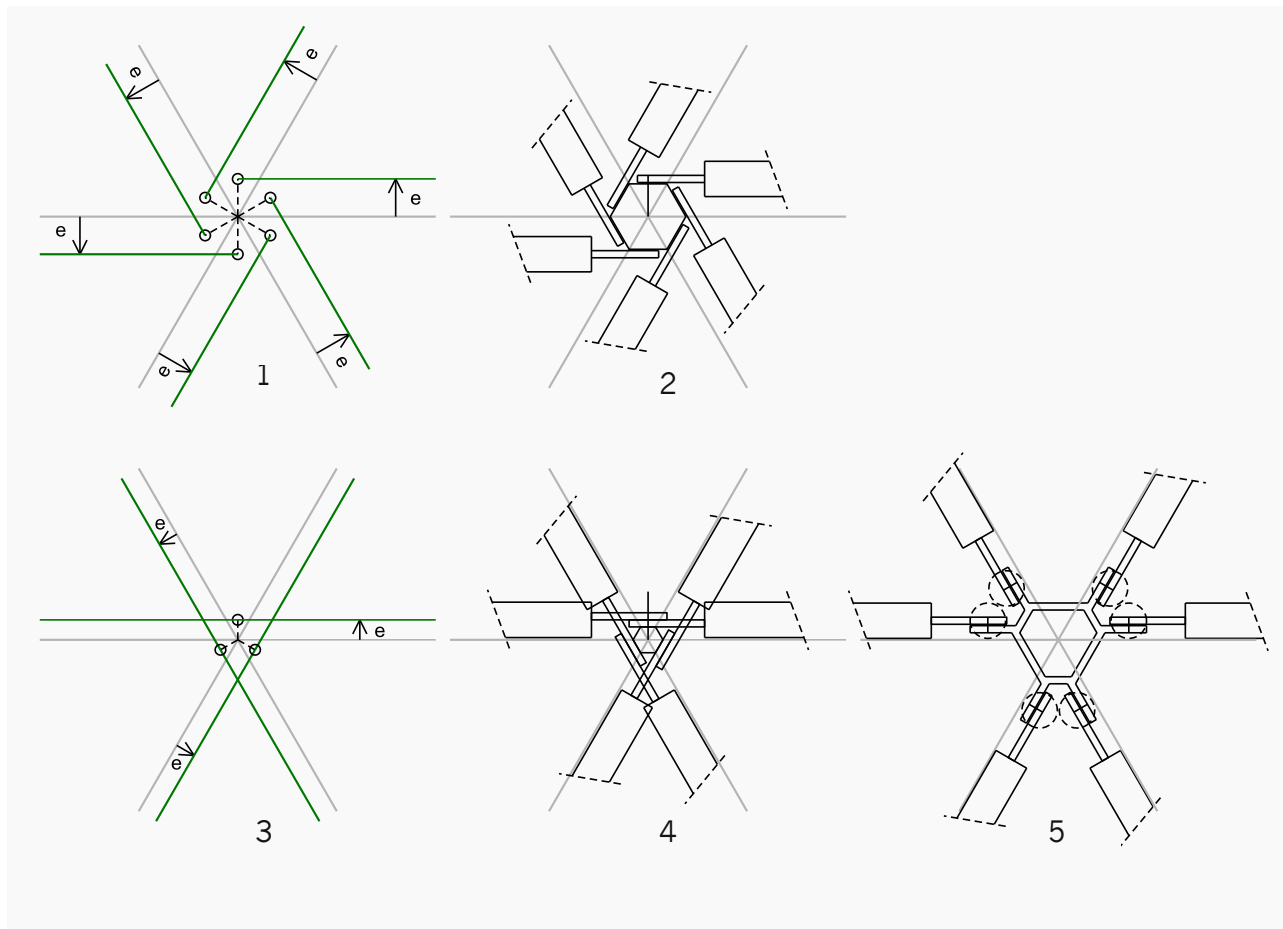
Se ha probado aplicar las dos soluciones de cruce de barras que se han explicado en el punto anterior, en las mallas triangulares. En la opción de barras excéntricas, se han valorado dos posibilidades: desplazar cada barra independientemente y es desplazarlas de dos en dos.

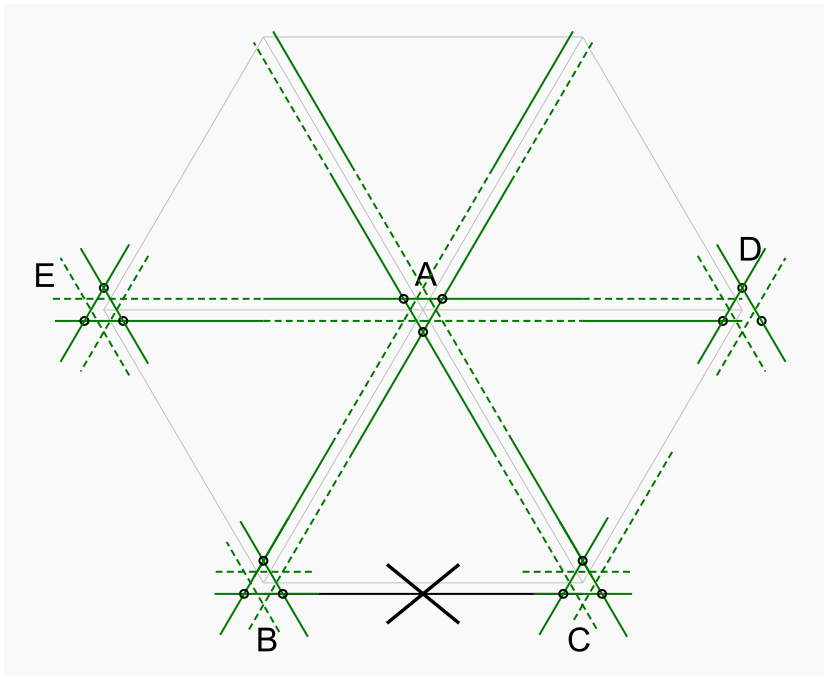
En la primera opción, las barras se desplazan en dirección perpendicular su eje (1), de manera que el conjunto toma forma de esvástica de seis brazos (2). Si todas las barras están comprimidas, generan momentos en el nudo, los cuales tienen la misma dirección, por lo que los ejes de giro y las barras tienen que soportar estos esfuerzos flectores. Si se quiere evitar esta flexión, las barras se pueden desplazar de dos en dos, de manera que queden enfrentadas (3).

Si se desplazan las barras en pares enfrentados, de manera similar al desplazamiento de barras independientes, se da un cruce de ejes y por las barras chocan entre sí (4). Se puede plantear que las barras se crucen a diferentes alturas, pero el nudo resultante es muy voluminoso y, en el estado plegado, las barras también chocan.

Este choque se puede evitar mediante un doble desplazamiento, tal como se ve en la figura 5 del dibujo. En esta solución, las barras son excéntricas respecto al centro del nudo y las articulaciones se desplazan hasta librar el punto de cruce de ejes. Es una solución complicada que, como se verá a continuación, no soluciona el cruce de barras.

Soluciones de nudos para barras excéntricas. 1 esquema de desplazamiento (e) de cada barra de manera independiente, 2 nudo de seis desplazamientos, 3 esquema de desplazamiento (e) en pares enfrentados, 4 ejemplo de nudo para el desplazamiento en pares enfrentados en el que chocan las barras, 5 ejemplo de nudo con articulaciones desplazadas para solucionar el choque entre barras



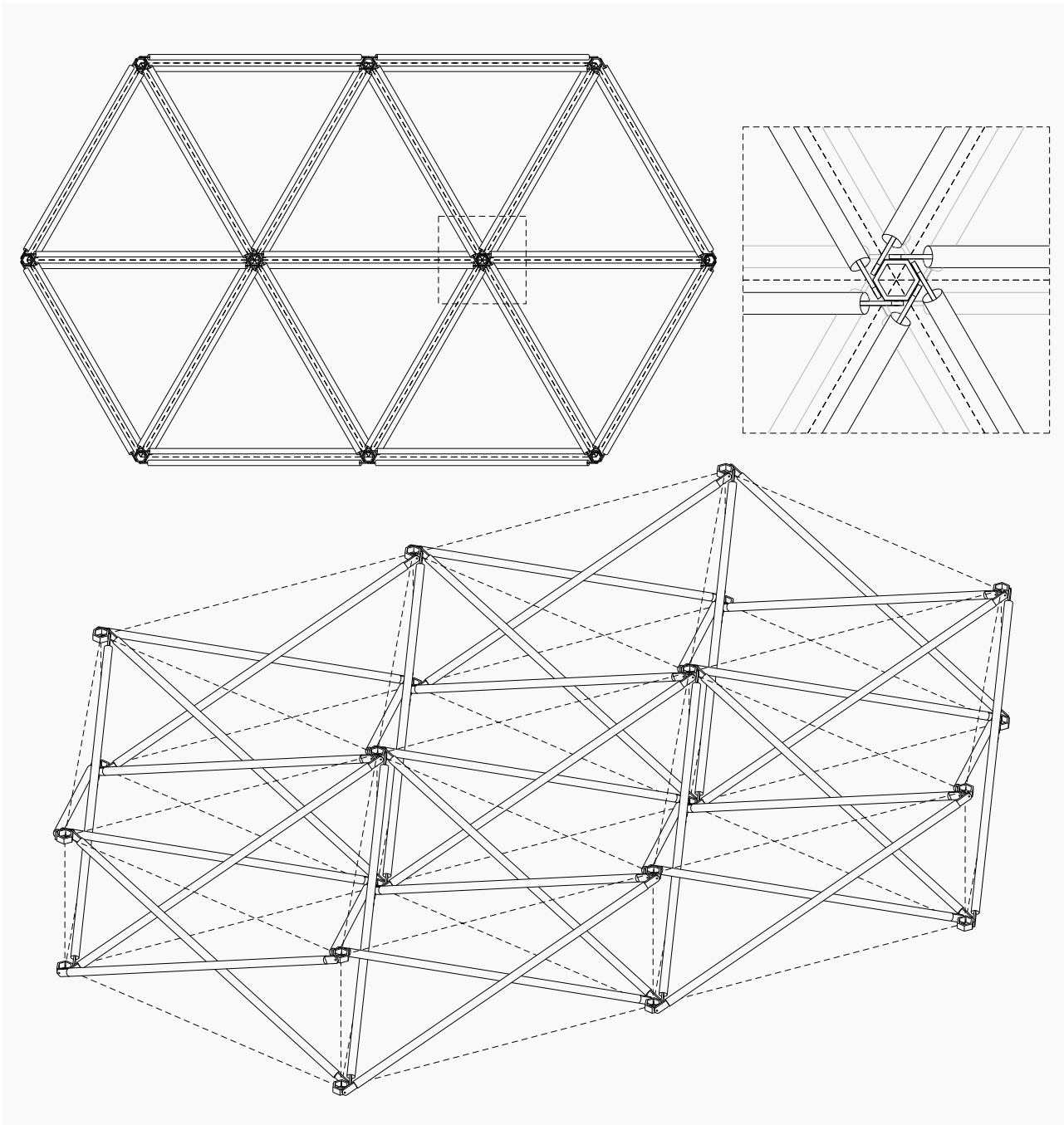


Esquema de disposición de barras para la solución de barras excéntricas en pares enfrentados. Se representa en línea continua las partes superiores de las barras y en discontinua las partes inferiores

En el esquema anterior se pueden ver las barras que salen de un nudo, A. Para poder distinguir las inclinaciones de las barras en planta, se ha grafiado en línea continua la mitad superior de las barras y en discontinua la mitad inferior. Para que las barras se crucen sin chocar, los nudos superiores tiene que estar girados respecto a los adyacentes, tal como se ve identificado con círculos negros en los nudos A, E y D. Si se toman tres nudos que forman un triángulo, por ejemplo A, B y C, y se giran los nudos B y C, estos dos nudos están alineados entre sí, por lo que las barras chocan.

Se han probado otras soluciones de giro, pero dan como resultado barras no paralelas entre sí y nudos irregulares. No se ha encontrado ninguna solución satisfactoria a este problema.

En el siguiente dibujo se puede ver la solución de barras con ejes desplazados de manera individual. En esta solución de nudo, las barras se cruzan sin chocar. Todos los nudos y todas las barras son iguales. La solución es correcta.



Combinación de mecanismos de barras cruzadas en malla triangular, solución del cruce de barras mediante el nudos de barras excéntricas.

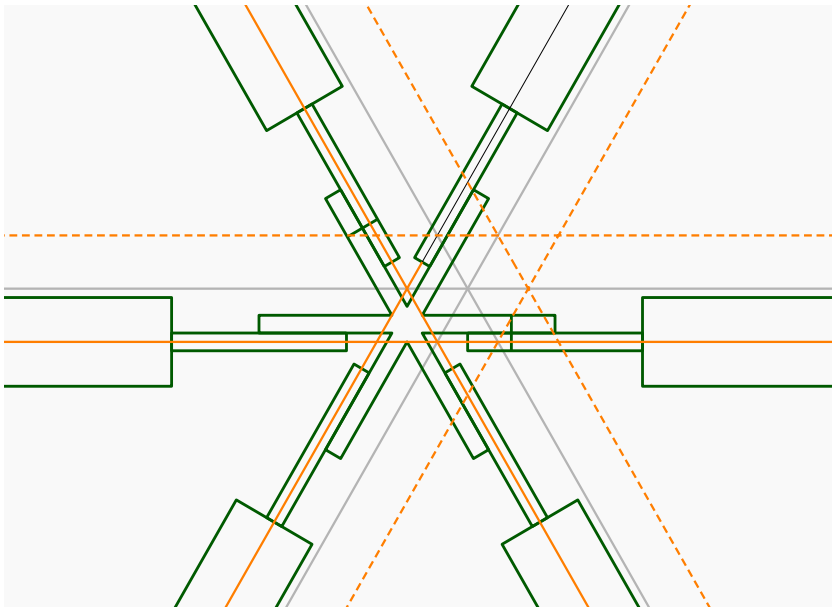
- **Cruces de barras en discretizaciones triangulares con nudos desplazados**

En las mallas cuadrangulares el desplazamiento de nudos soluciona el cruce de barras de manera sencilla. El desplazamiento es igual en cada una de las direcciones de la trama. Da como resultado un desplazamiento diagonal, a 45° cuando la trama es de base rectangular.

En las tramas triangulares la solución es más complicada. No es posible desplazar la misma distancia en cada dirección. El desplazamiento más sencillo consiste en trasladar el nudo en dos direcciones una distancia y la resultante de ambas en la tercera. Si se toma este desplazamiento y se repite, no se puede evitar el choque entre barras. Tampoco se evita si se toma una dirección y los nudos se desplazan en sentidos opuestos. Para que las barras no choquen, la única solución es modificar la direc-

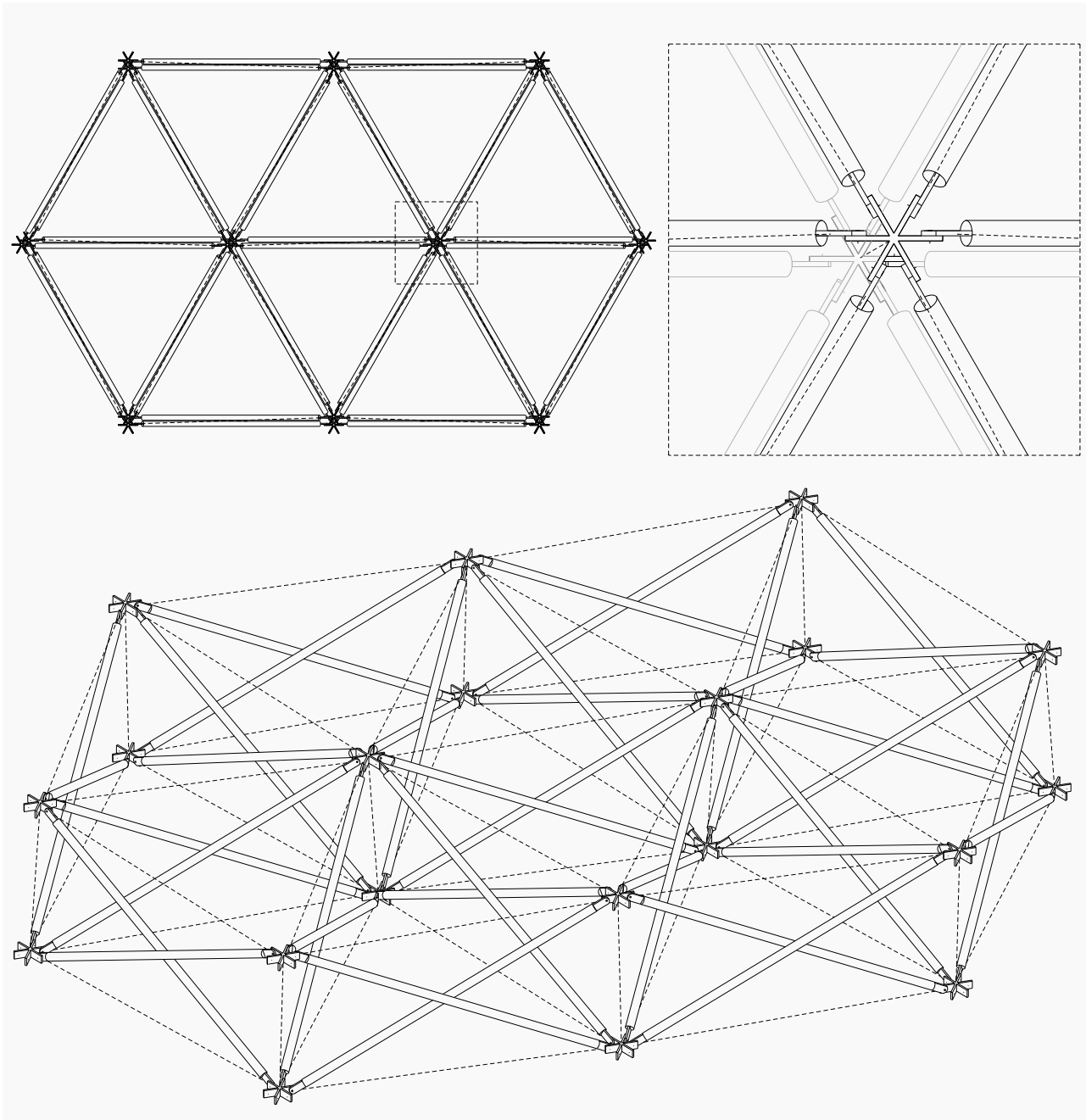
ción de desplazamiento de cada nudo. No existe una posibilidad única, se puede evitar el coque mediante diferentes combinaciones de desplazamientos. En todos los casos, las soluciones presentan complicaciones. Aunque se ha llegado a solucionar geoméricamente el cruce entre barras, esta solución implica tener barras de diferentes longitudes. Como se explicará a continuación, la irregularidad de longitudes imposibilita plegar la estructura.

Si los nudos se desplazan en diferentes direcciones, la relación entre desplazamientos en cada dirección es diferente, por lo que las barras no pueden quedar alineadas en planta. Por otra parte, al desplazarse en diferentes direcciones, las barras no pueden tener la misma longitud. No se ha llegado a una solución óptima, pero se ha buscado una configuración en la que las irregularidades se minimicen.



Solución de nudo desplazado, en gris la trama original, en línea continua naranja, ejes de barras superiores, en línea discontinua naranja ejes de barras inferiores

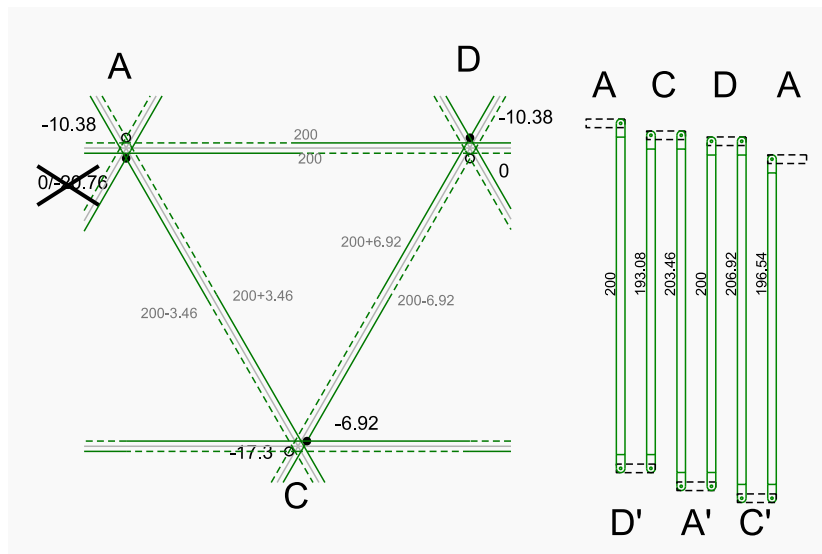
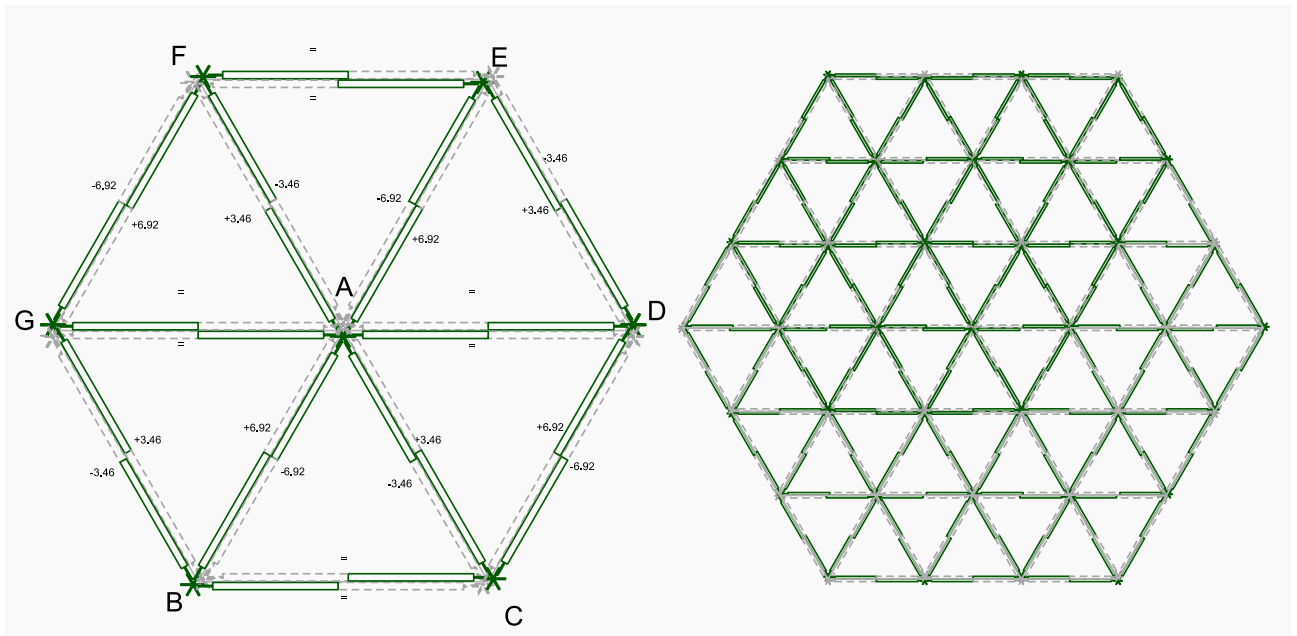
Se ha partido de un nudo original y se ha desplazado cada eje lo mínimo para librar el cruce de barras. Los tres ejes no se cruzan en un punto pero la distancia es muy pequeña. Se ha tomado como medida barras de diámetro 50mm. La excentricidad de cada barra para esta medida es de 8.3mm. En la solución que se ha desarrollado se ha tomado una excentricidad de 10mm para dejar un mínimo espacio entre barras que se cruzan. Esta excentricidad se ha salvado uniendo las barras lateralmente al nudo, tal como se ve en el dibujo superior. En la siguiente ilustración se muestra una malla realizada con esta solución.



Combinación de mecanismos de barras cruzadas en malla triangular, solución del cruce de barras mediante el desplazamiento de nudos. Las barras tienen diferentes longitudes

Los desplazamientos en diferentes direcciones dan como resultado barras de diferentes longitudes. Se han probado las diferentes direcciones de desplazamiento que hacen posible el cruce de barras. En el siguiente dibujo se representa una de las posibles soluciones. Se ha partido de una malla triangular, formada por barras de 200cm y se han representado completamente desplegadas. Hay cinco longitudes de barras.

La estructura dibujada es una de las diferentes posibilidades que soluciona el cruce entre barras. Sin embargo, el plegado no es posible. Se han probado todas las combinaciones de desplazamientos posibles y se ha constatado que no existe ninguna que haga posible el plegado. En el siguiente dibujo se puede ver una de ellas, a modo de ejemplo.



Solución de cruce de barras mediante nudos desplazados. En línea continua verde la mitad superior de las barras y nudos superiores. En gris discontinua, mitad inferior y nudos inferiores. Los valores indicados son la variación en centímetros respecto a una dimensión original de 200 cm

Ejemplo análisis de plegado de un triángulo. Para que la plegabilidad se cumpliera, en el dibujo de la derecha, el nudo A debería coincidir en altura en los dos extremos

En el dibujo superior se puede ver el análisis de plegado de una de las opciones.

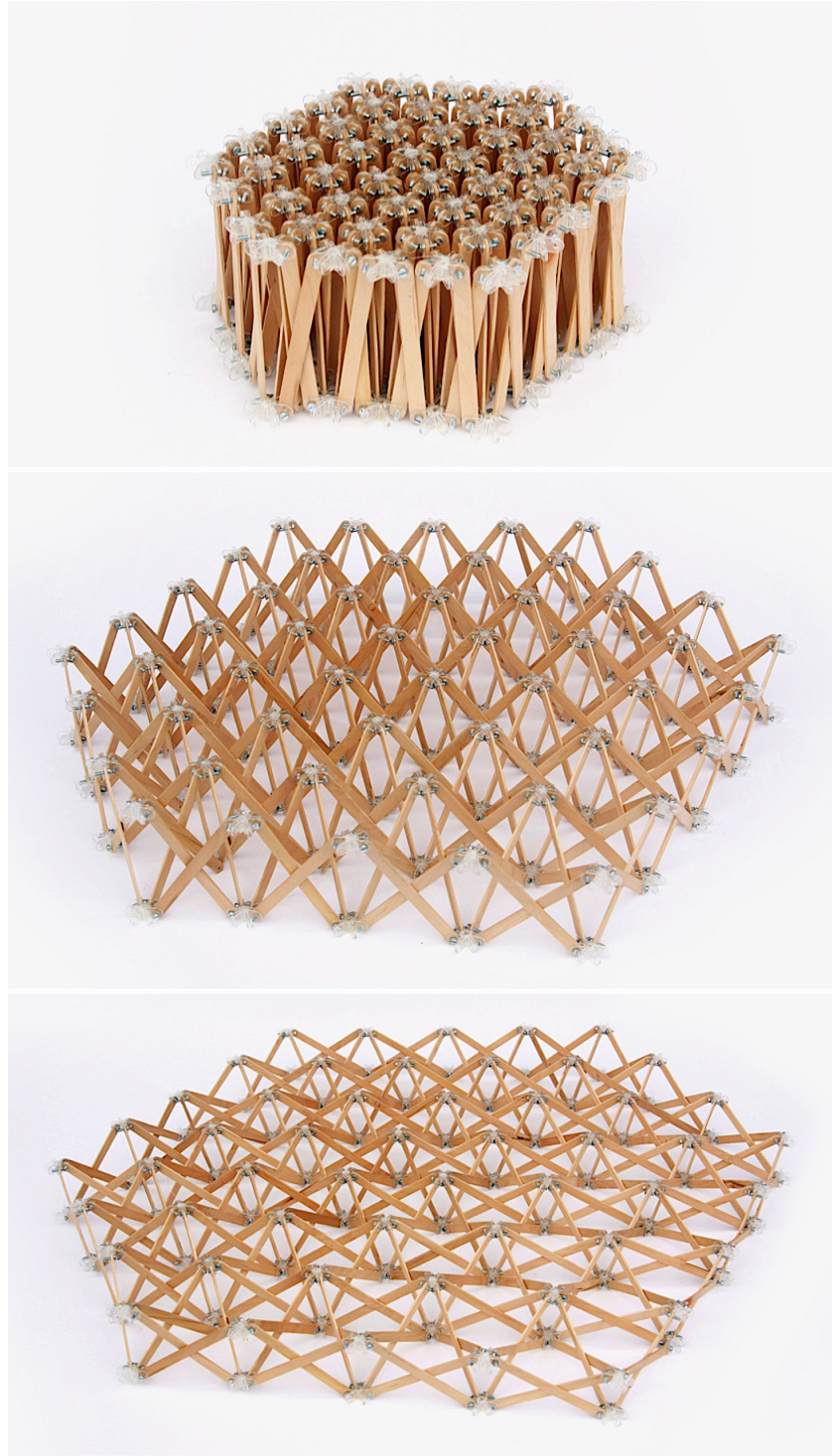
Dibujo de la izquierda:

- Círculos negros: posición de los nudos superiores.
- Círculos sin relleno: posiciones de nudos inferiores.
- Línea continua verde: las partes superiores de las barras.
- Línea discontinua verde las partes inferiores de las barras.
- Número gris: longitudes de las barras.
- Número negro las posiciones en altura de los nudos respecto a la posición teórica plegada para barras de una misma longitud. (En el nudo A superior, se ha puesto la cota cero original y la resultante de recorrer la estructura).

En el dibujo de la derecha se ha representado la posición plegada desarrollada, los nudos A, C y D son los superiores y los A', C' y D' los inferiores. Si se recorre la estructura plegada empezando por el nudo A, el

final deberías estar a la misma altura, lo que no ocurre en ninguna de las diferentes combinaciones de desplazamientos de nudos. Por lo tanto, sólo se podría plegar a costa de girar los nudos, lo que no es posible porque lo impide el resto de barras que llega a ese mismo nudo.

Existe una solución a este problema que entraña ciertas complejidades constructivas. Si se utilizan barras de una misma longitud y se hacen nudos con los ejes de giro desplazados a diferentes distancias, el plegado es posible. Esto supone hacer nudos diferentes para cada situación.



Diferentes fases del plegado de una malla triangular de mecanismos de barras cruzadas



Maqueta a escala intermedia (1/2) de un módulo hexagonal de barras cruzadas

10.5 MÓDULO DE NUDOS GIRADOS

Para intentar solucionar el problema del cruce de barras se han probado diferentes combinaciones de mallas triangulares superpuestas. Como se ha visto en el apartado anterior, desplazar toda la trama no soluciona el cruce de barras, hay que desplazar nudo a nudo tomando diferentes direcciones, pero no se consigue un mecanismo que se pueda plegar de manera sencilla.

Se han probado diferentes soluciones, se ha probado girar los nudos, y mantener las tramas regulares. Mediante este procedimiento, se parte de los mecanismos de barras cruzadas y se giran los nudos, de esta manera, las barras se separan. Eso da como resultado entramados tridimensionales en los que las barras se cruzan pero no son coplanarias.

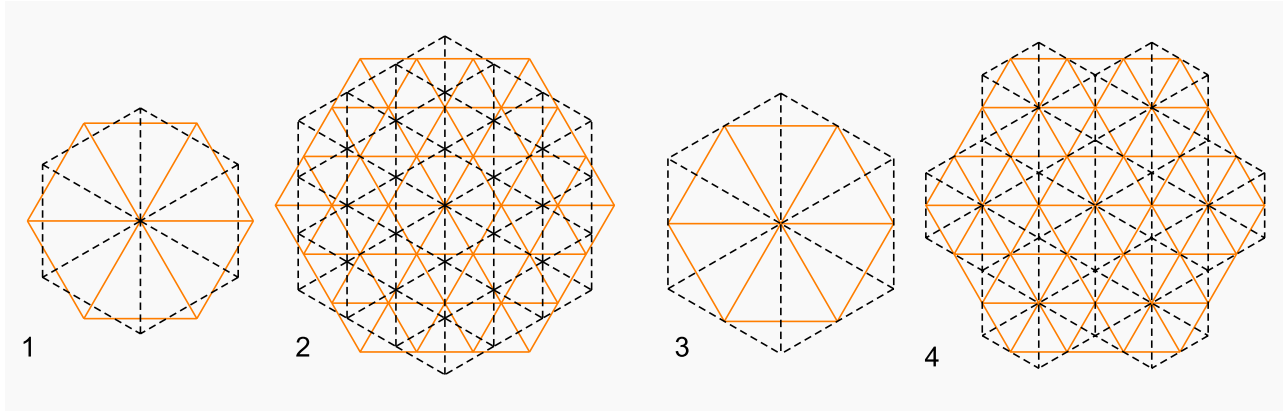
Los mecanismos generados mediante el giro de nudos solucionan algunos problemas generados en los mecanismos anteriores. Como las barras están separadas, no es necesario desplazarlas para evitar que choquen.

Por otra parte, se soluciona un posible problema que no se ha tratado hasta este momento. Cuando se realizan estructuras irregulares, los planos que forman los pares de barras se pueden alabear. Los mecanismos en tijera no permiten esto, pero las barras cruzadas si lo pueden permitir, aunque hay que evitar los choques entre barras. En la solución de nudos girados, la separación entre barras da un margen considerable para que la estructura se pueda adaptar a diferentes formas sin choques entre barras.

Por último, como se verá a continuación, las combinaciones de mecanismos generados mediante el giro de nudos tienen un grado de libertad mayor que los mecanismos propuestos anteriormente, por lo que se adaptan con mayor facilidad a diferentes superficies.

10.5.1 MECANISMOS GENERADO POR EL GIRO DE NUDOS DE SEIS BARRAS

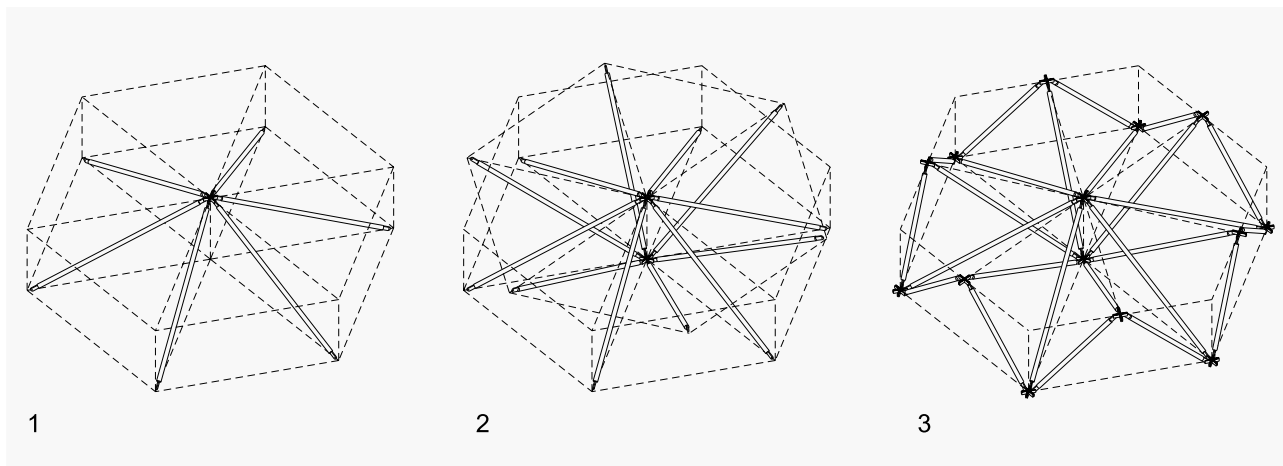
Si se toma un elemento hexagonal de una trama triangular, como las propuestas en el apartado anterior, y se gira la trama 30° , el resultado son dos tramas superpuestas. Como se puede ver en el siguiente dibujo, esta superposición da un resultado excesivamente irregular, pero si se modifica la escala de una de las dos tramas, la superposición es regular.



Superposición de tramas: 1 elemento hexagonal en el que se ha girado 30° , 2 superposición de dos tramas iguales giradas 30° , 3 modulo girado con longitudes modificadas 4 superposición regular de dos tramas giradas y escaladas.

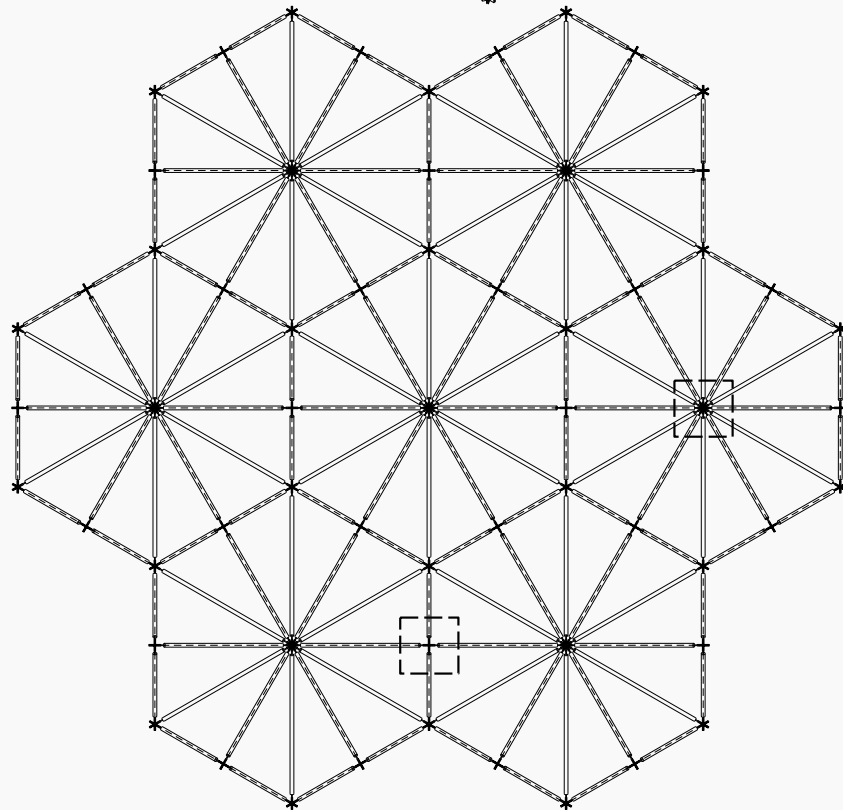
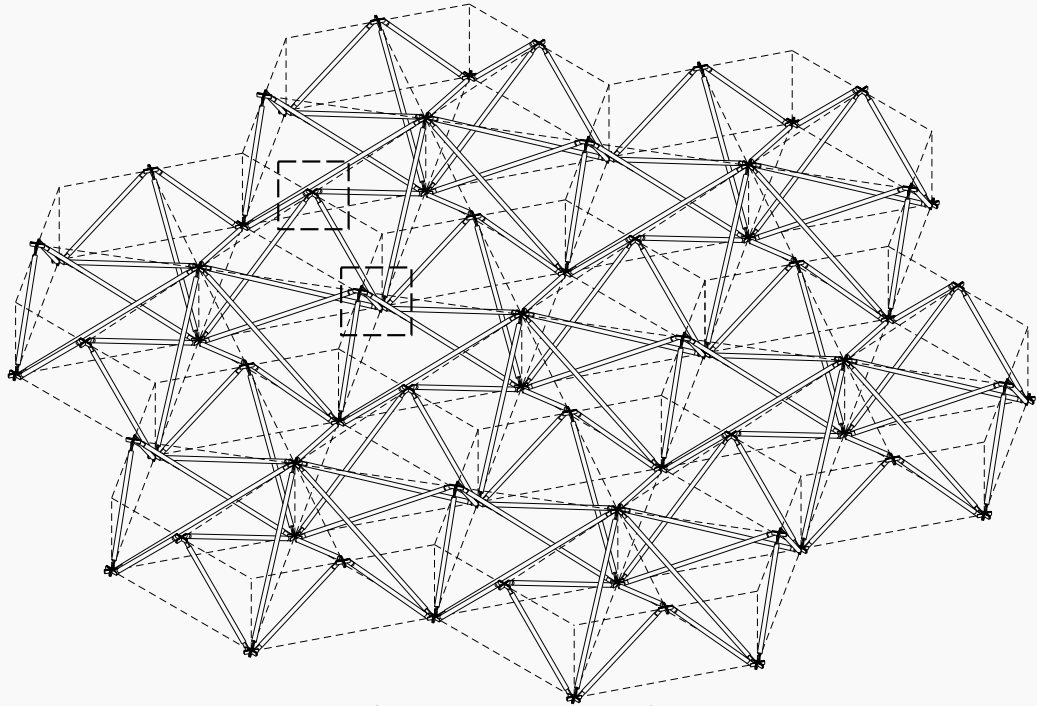
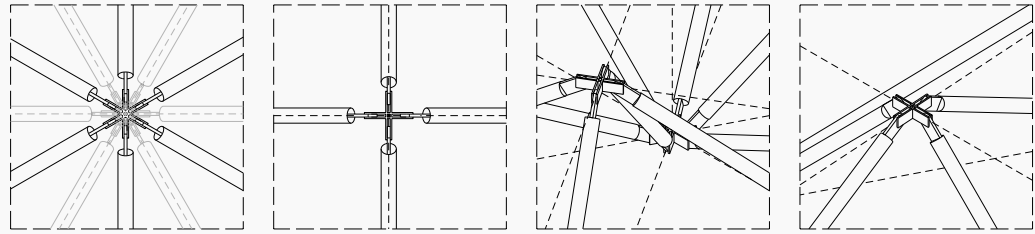
La superposición de tramas giradas da como resultado una malla irregular que no es aplicable por dar lugar a infinitud de nudos y barras de longitudes diferentes. Sin embargo, si se modifica la longitud de los segmentos de una de las tramas, tal como se ve en la figura 3, la superposición de tramas es regular, figura 4.

En el siguiente dibujo se puede ver el modo en que se genera este mecanismo. Si se parte de un nudo con seis barras (1), se gira 30° (2) y se modifica la longitud de uno de los haces de barras y se une todos los extremos con barras perimetrales (3).



Mecanismo de nudo de seis barras girado, proceso de definición

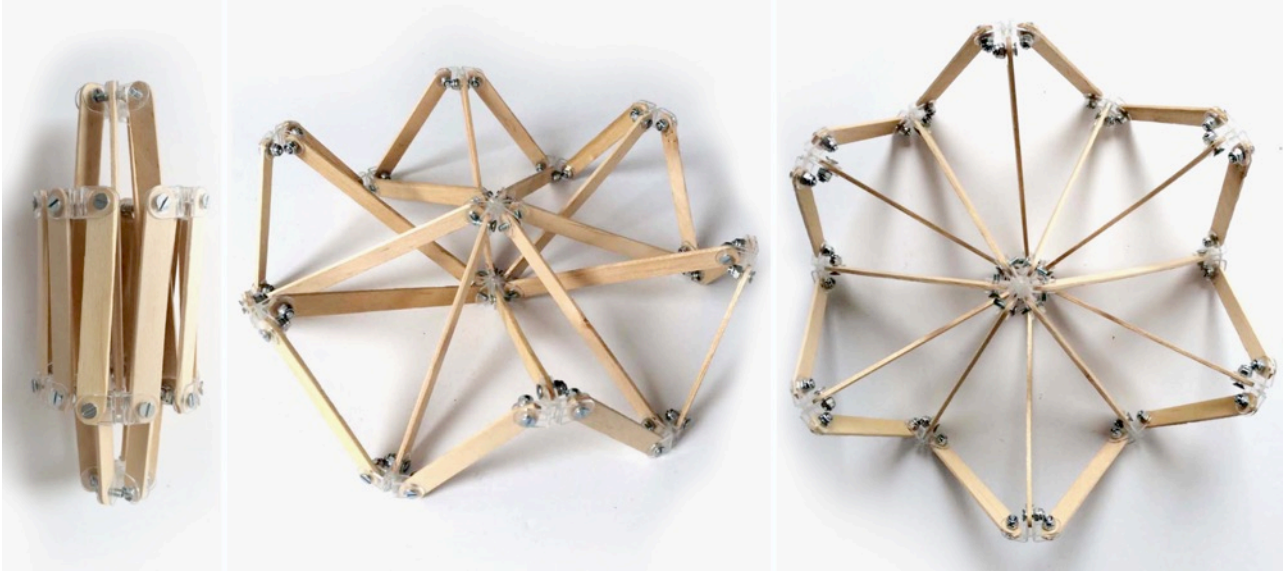
Existen barras de tres longitudes diferentes, las radiales que salen del nudo central superior, las radiales que salen del inferior y las perimetrales. Existen dos tipos de nudos, en unos confluyen seis barras y en otros cuatro. Como no existe conflicto de cruce de barras, se puede utilizar cualquiera de los nudos que se han visto anteriormente. En el modelo dibujado y las maquetas se ha optado por nudos de ejes desplazados.



Malla generada mediante mecanismos de nudos girados de seis barras

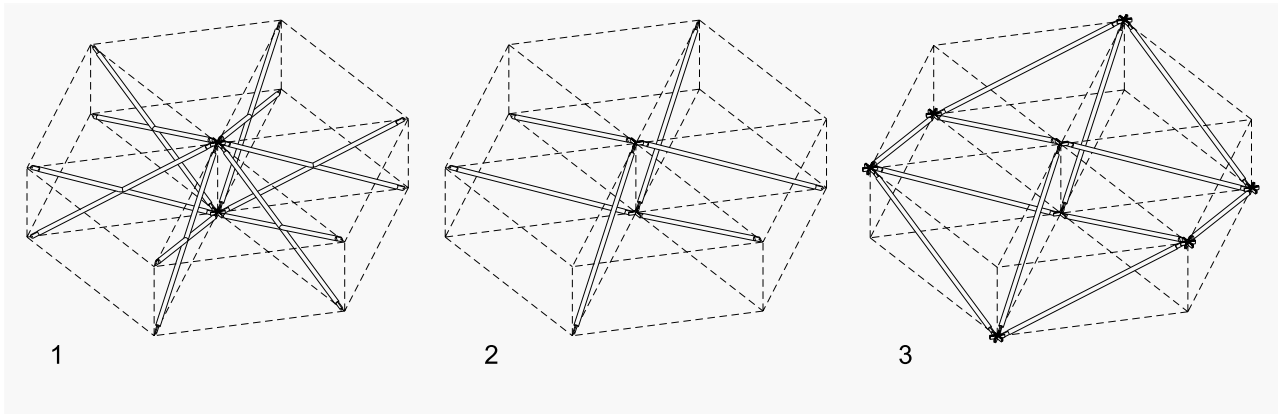
Maqueta de mecanismo de nudo de seis barras girado

Cuando se pliega este conjunto, las barras se cruzan y la longitud total del elemento plegado es igual a la suma de las dos longitudes de las barras radiales del hexágono, menos la longitud de las barras perimetrales del hexágono.



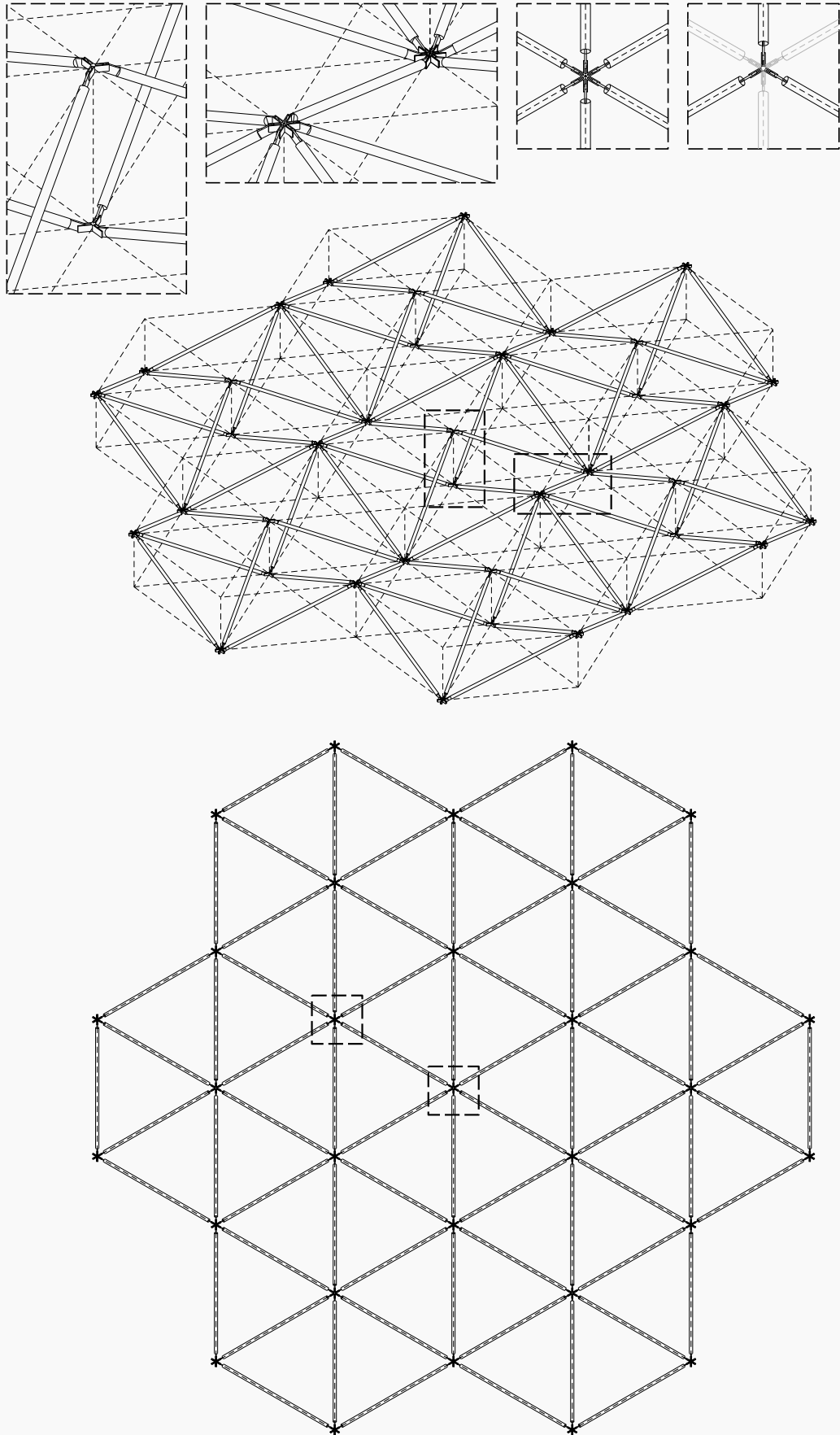
10.5.2 MECANISMO GENERADO MEDIANTE EL GIRO DE NUDOS DE TRES BARRAS

Se ha definido un mecanismo de manera análoga al anterior, pero reduciendo el número de barras. Se ha tomado un hexágono con dos nudos centrales de seis barras (1) y se le han quitado barras alternas (2). Los extremos de las barras se unen con barras perimetrales (3).



Mecanismo de nudos de tres barras girados. Proceso de definición

La estructura generada de este modo es menos tupida y más regular que la generada mediante nudos de seis barras girados. En ésta, todas las barras tienen la misma longitud. Existen dos tipos de nudos, los del centro del hexágono, en los que confluyen tres barras y los perimetrales, en los que confluyen seis barras. El conjunto plegado tiene una longitud igual a la de las barras.



Malla generada mediante mecanismos de nudos girados de tres barras



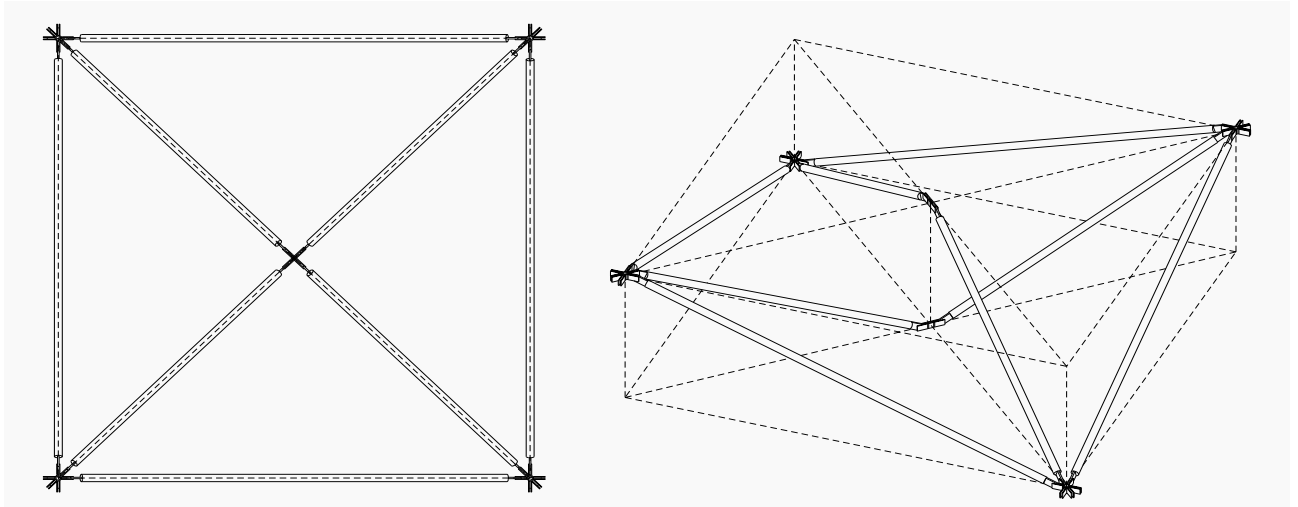
Maqueta de mecanismo de nudo de tres barras girado



Malla generada con mecanismos de nudos de tres barras girados en estado plegado y desplegado

10.5.3 MECANISMO GENERADO POR EL GIRO DE NUDOS DE DOS BARRAS

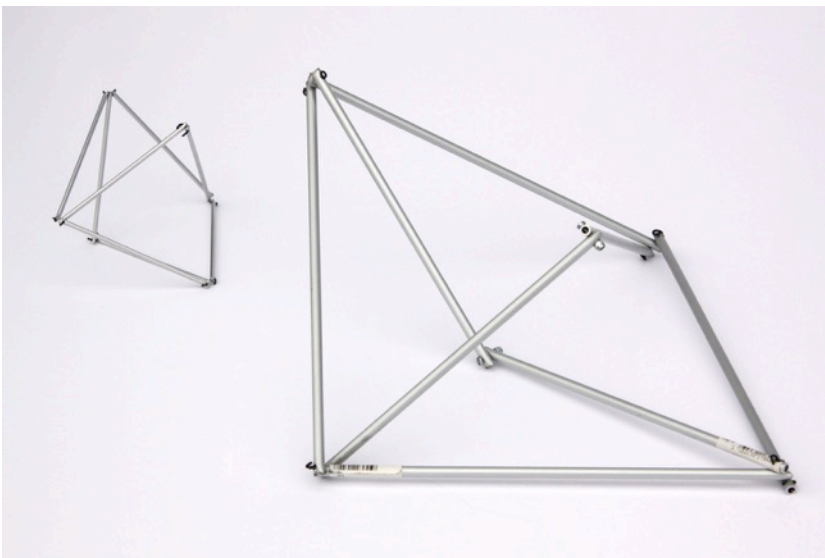
Si se plantea aplicar esta misma solución a mallas cuadrangulares el resultado la estructura resultante no es estable. Si se parte de un nudo de dos barras y se repite el procedimiento, el resultado es un elemento de base cuadrada con una trama formada por las barras originales a 45° .



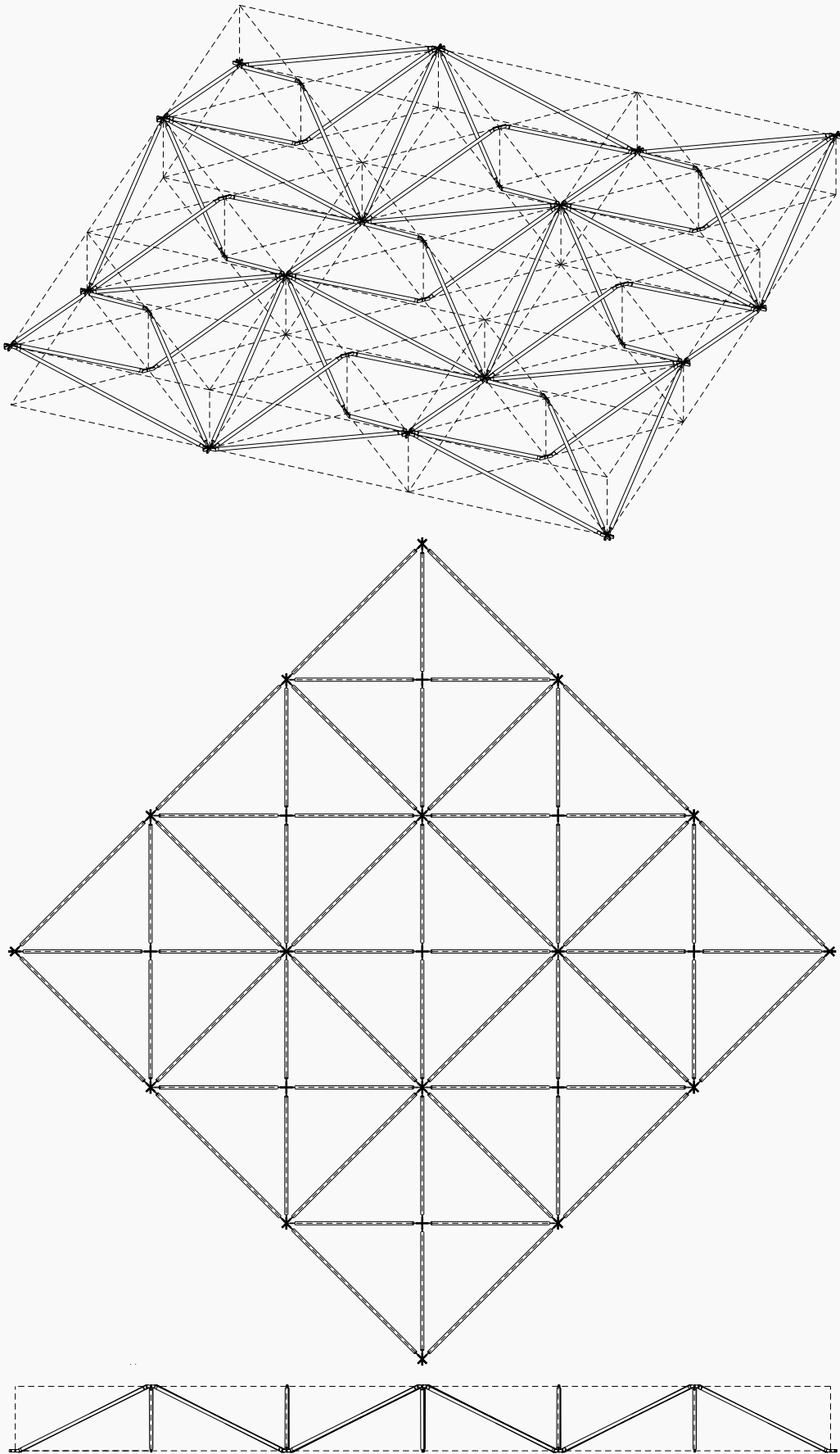
Modulo de nudos de dos barras girados 90°

En la ilustración superior se puede ver una malla generada con estos mecanismos. Hay dos tipos de nudos y dos longitudes de barras.

Una condición necesaria para que el equilibrio sea posible en una tensegrity es que en su proyección sobre cualquier plano, las barras deben cruzarse. En la ilustración de la página siguiente se ve un alzado de la malla de nudos de dos barras que no cumple esta característica, por este motivo la estructura no ofrece resistencia a flexión y no es estable.

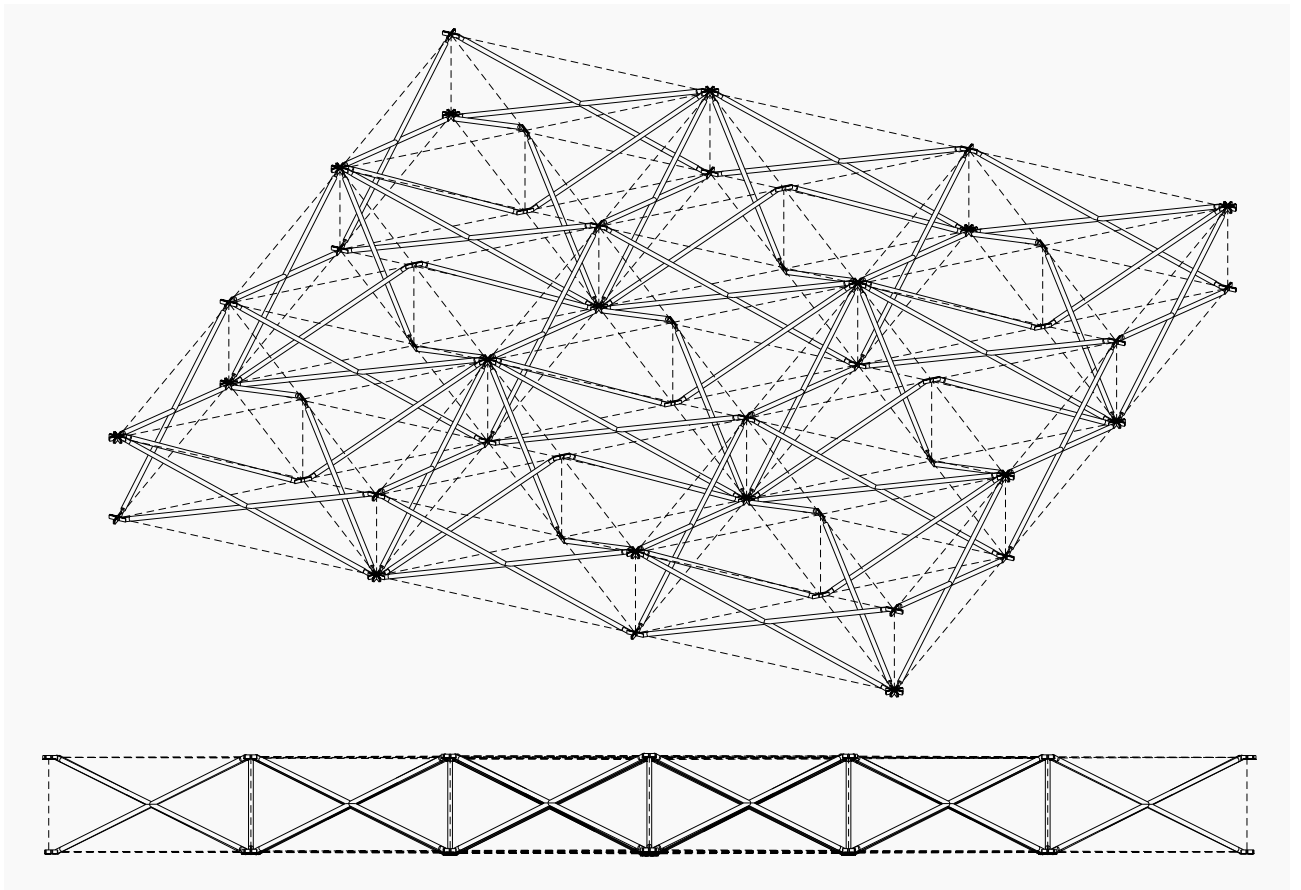
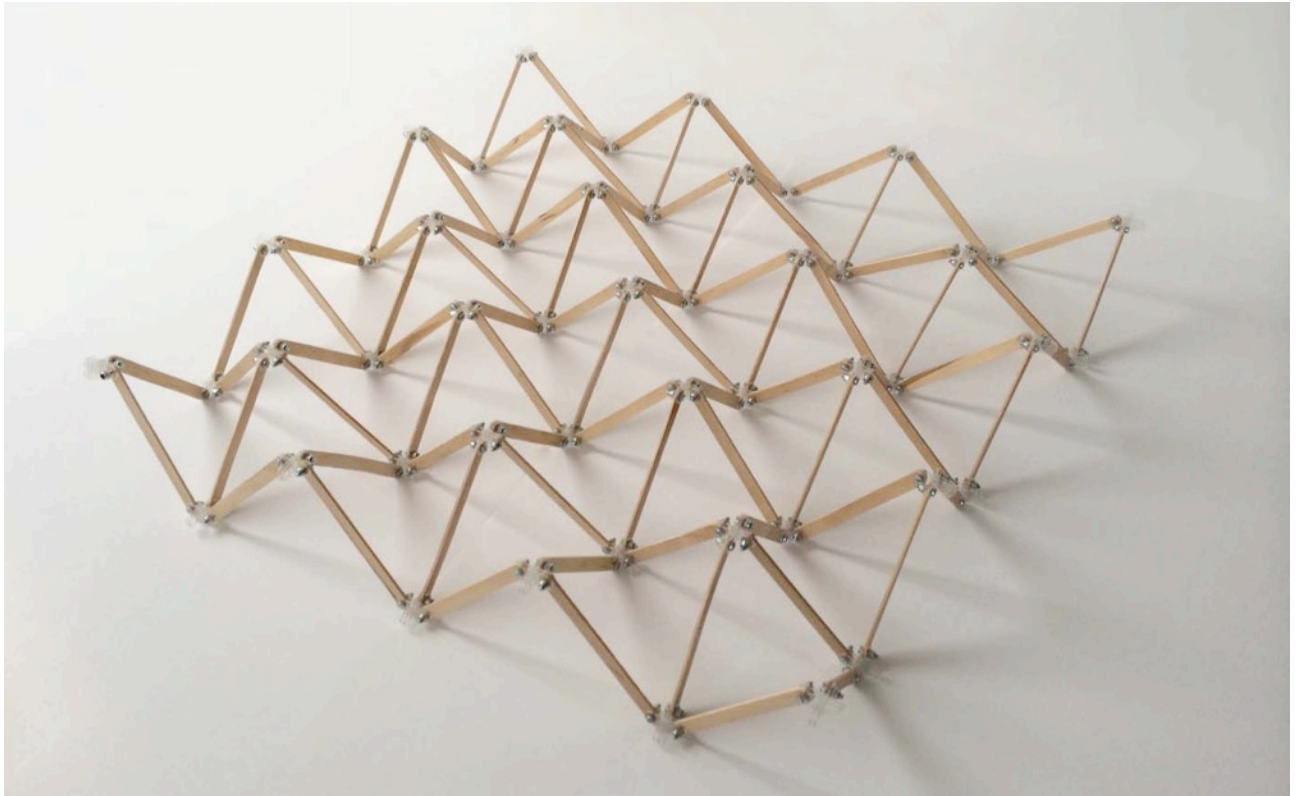


Maquetas de módulos de nudos de dos barras girados 90°



Malla generada mediante módulos de dos barras girados 90°

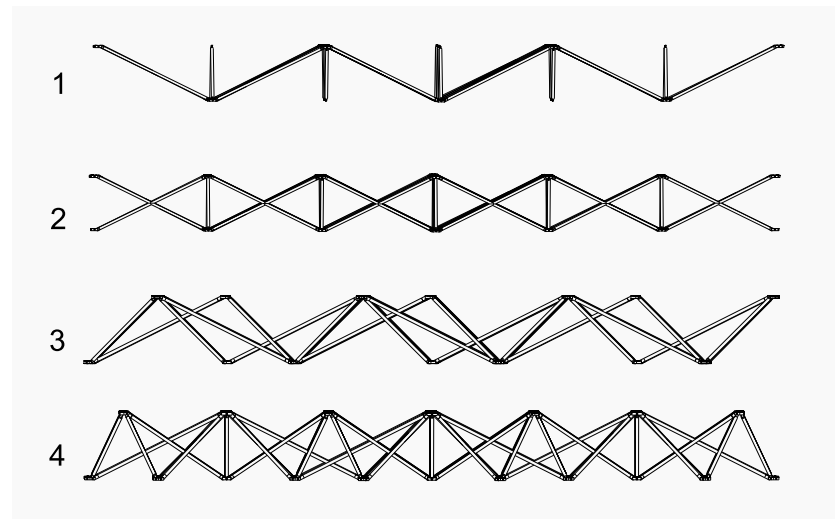
Maqueta de una malla formada por barras biarticuladas en forma de lámina plegada, el mecanismo no se puede estabilizar mediante tensado



Malla formada por mecanismos de nudos girados de dos barras con barras dobladas en el perímetro de cada módulo

Se puede subsanar esta debilidad doblando las barras perimetrales de cada módulo, pero el resultado es una malla cuadrangular de mecanismos de dos barras como las vistas anteriormente a la que se han incorporado diagonales formadas por dos barras.

En la siguiente ilustración se ven los alzados de diferentes mallas en los que se ve el plano de menor canto efectivo. Sólo se han representado los elementos comprimidos, sin cables. En la malla de nudos de dos barras, el canto efectivo es nulo en todas las uniones. En la malla de nudos de dos barras con diagonales dobles, el canto efectivo es la mitad del canto total. En la malla de nudos de tres barras, el canto efectivo mínimo es aproximadamente un tercio del canto total y en la de nudos de seis barras es un poco menor de dos tercios.



Comparación de alzados de diferentes mallas. 1 nudos de dos barras, 2 nudos de dos barras con dobles diagonales, 3 nudos de tres barras, 4 nudos de seis barras

10.6 DISTORSIONES DE LAS TRAMAS

Si se parte de una discretización plana y se adapta a una superficie de doble curvatura, se modifican los ángulos entre las líneas de discretización. Si esta transformación se aplica a un mecanismo de barras plegable, que puede estar formado por tijeras o por los mecanismos de barras cruzadas, los nudos tienen que permitir el giro de las barras en dos direcciones.

Los mecanismos en tijera con ejes intermedios desplazados permiten mantener una discretización dada durante todo el proceso de desplegado. Los mecanismos que se han propuesto en los que se han eliminado las articulaciones intermedias, también hacen posible mantener en todo momento una misma discretización, pero la estructura no se mantiene en esa forma de manera natural. Su aplicación es muy complicada, ya que es necesario un control preciso de la forma en todo momento. Si se pretende hacer un desplegado por partes, la trama se distorsiona obligatoriamente.

Para desarrollar los modelos se han planteado diferentes soluciones. Una de ellas es hacer las uniones, tanto en los nudos como en los extremos de las barras de una rigidez limitada para que se puedan adaptar deformándose. Otra opción es hacer nudos que permitan que las barras giren en dos direcciones. La tercera posibilidad de adaptación a diferentes discretizaciones es aprovechar la mayor deformabilidad de

los mecanismos de los nudos girados para adaptarlos a diferentes configuraciones.

10.7 MODELOS ELEGIDOS PARA EL DESARROLLO DE PROPUESTAS

De las estructuras propuestas en este capítulo, las que pueden cumplir inicialmente con las condiciones de este trabajo son las mallas cuadrangulares de mecanismos de seis barras en *dobles X*, las mallas triangulares de mecanismos de dos barras cruzadas y los mecanismos de nudos girados de tres y de seis barras.

Como se ha explicado en los capítulos anteriores, los mecanismos en tijera funcionan correctamente en mallas cuadrangulares, mientras que presentan importantes problemas de compatibilidad en mallas triangulares. Aunque el mecanismo de seis barras en *dobles X* puede suponer alguna mejora respecto a las propuestas precedentes, los mecanismos en malla triangular pueden desarrollar un campo en el que los mecanismos en tijera están limitados, por lo que se han elegido estos últimos para su desarrollo. Esto no supone que se descarte el mecanismo en malla cuadrangular, pero se deja para su desarrollo futuro.

Los mecanismos de nudos girados, tanto de tres como de seis barras son los que se prevé que serán más adaptables a diferentes superficies. Además tienen la ventaja de que se pueden aplicar con diferentes tipos de nudos y que evitan el problema del choque de barras.

11 PROPUESTA DE MÉTODO DE DISCRETIZACIÓN

En el capítulo anterior se han propuesto varios sistemas desplegados, entre los que se han elegido los que se consideran más adecuados para el propósito de esta tesis. En este capítulo se propondrán discretizaciones que parten de los tres mecanismos seleccionados.

Entre los objetivos iniciales de este trabajo está el buscar estructuras en las que haya el mínimo número de componentes diferentes. Como se ha visto en el capítulo 5, las discretizaciones de barras iguales presentan importantes limitaciones. En este capítulo se ensayará un procedimiento para salvar esas limitaciones.

Las discretizaciones propuestas por diferentes autores suelen plantear la resolución de una geometría regular con barras de diferente longitud. En algunos casos, como en las geodésicas, se dispone de un número limitado de longitudes diferentes y, cuanto mayor es la relación entre el radio de la superficie y el tamaño de las barras, hay mayor número de longitudes diferentes. En otros casos, como en las discretizaciones por proyección, no se limita el número de longitudes diferentes. Se logra una apariencia más homogénea, a costa de hacer muchas longitudes de barra diferentes, pero con pequeñas diferencias entre barras adyacentes. En este capítulo se propondrá un método de discretización diferente a éstos.

El método que se propone parte de una premisa inicial que cambia los condicionantes que son habituales cuando se trata de definir discretizaciones. Se aceptará una imperfección de la forma final, a cambio de lograr la simplificación de los componentes. Si las discretizaciones habituales parten de superficies a las cuales se adaptan las barras y se intenta que éstas sean homogéneas, el procedimiento que se plantea ahora hará lo inverso: se tomarán unos componentes dados, de longitudes iguales y se aproximarán a las superficies deseadas. Resumiendo en una frase se puede decir que: **si habitualmente las discretizaciones se han propuesto realizar superficies perfectas ejecutadas con barras imperfectas, se propone realizar geometrías imperfectas con barras perfectas.**

Un procedimiento similar al propuesto es el de disponer barras de una misma longitud sobre una superficie. Este procedimiento sólo se puede aplicar en mallas cuadrangulares, y da como resultado las discretizaciones en láminas o las discretizaciones en malla cuadrangular que se han visto en el capítulo 5.

Su aplicación en mallas triangulares se ha encontrado en muy pocos ejemplos, la mayor parte provienen del mundo de los *origami*. También se pueden encontrar algunos ejemplos en estructuras autoconstruidas y en algunas *Estructuras Recíprocas*, realizadas con elementos iguales.

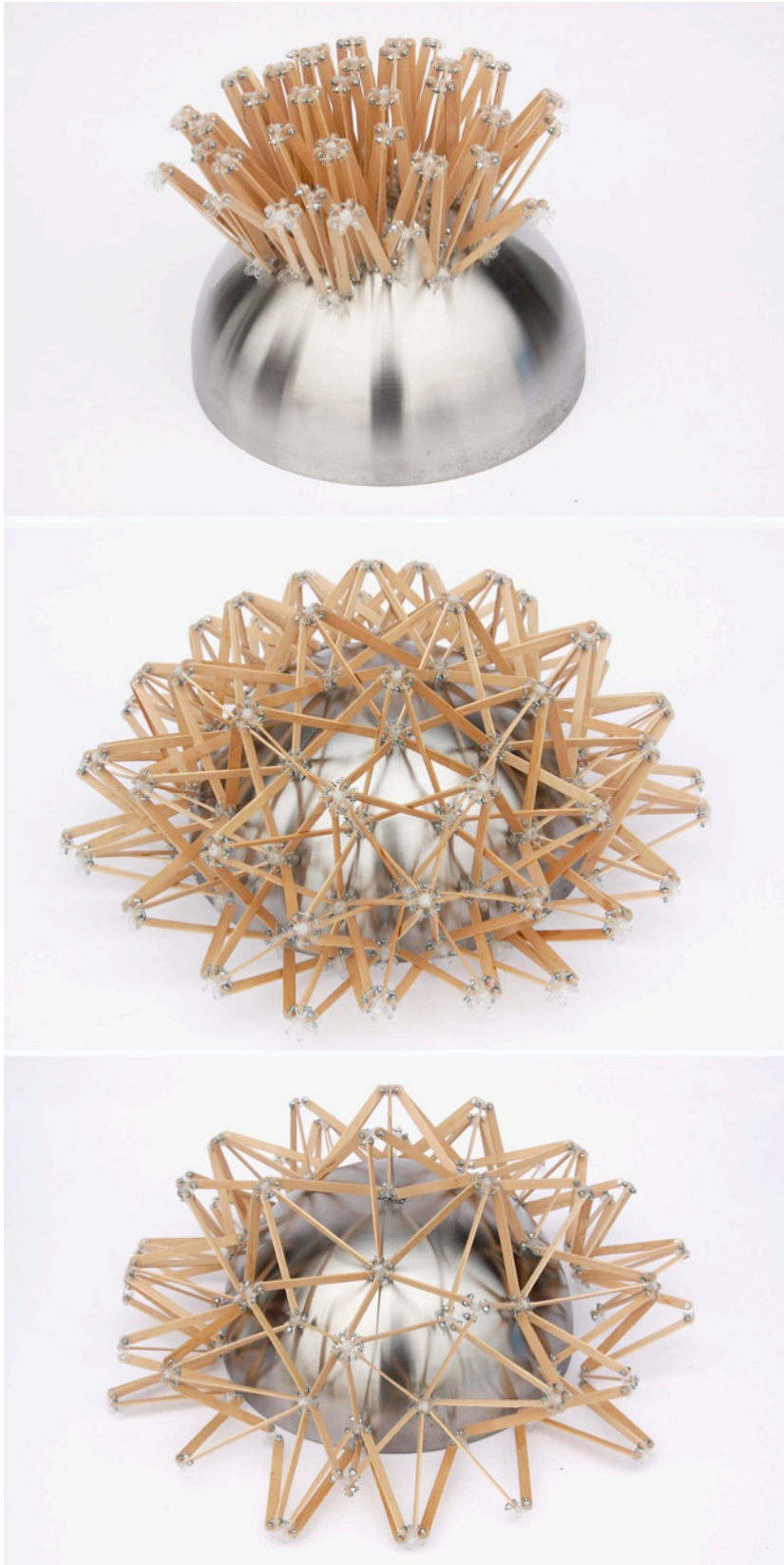
El desarrollo de estas discretizaciones con instrumentos de geometría tradicional es muy complicado de realizar. Como no existe una posición de los componentes que esté definida con exactitud, a la hora de construir geoméricamente los modelos, hay que tomar decisiones aleatorias. Tradicionalmente se han empleado métodos similares con modelos físicos, como en el caso de la papiroflexia o maquetas a escala de estructuras. En la escala real se han dado algunos ejemplos de autoconstrucción que han partido de componentes concretos, sin una forma completamente definida de antemano.

Las combinaciones de barras que se adaptarán a las superficies que se vayan a discretizar, serán mecanismos formados por barras cruzadas. Este tipo de mecanismos tienen una característica que hace que se adapten mejor que las mallas de una capa a diferentes superficies, ya que si las barras inclinadas cambian el ángulo respecto a la superficie, su longitud proyectada en esa superficie varía, por lo que se pueden adaptar a discretizaciones superficiales de líneas de diferente longitud.

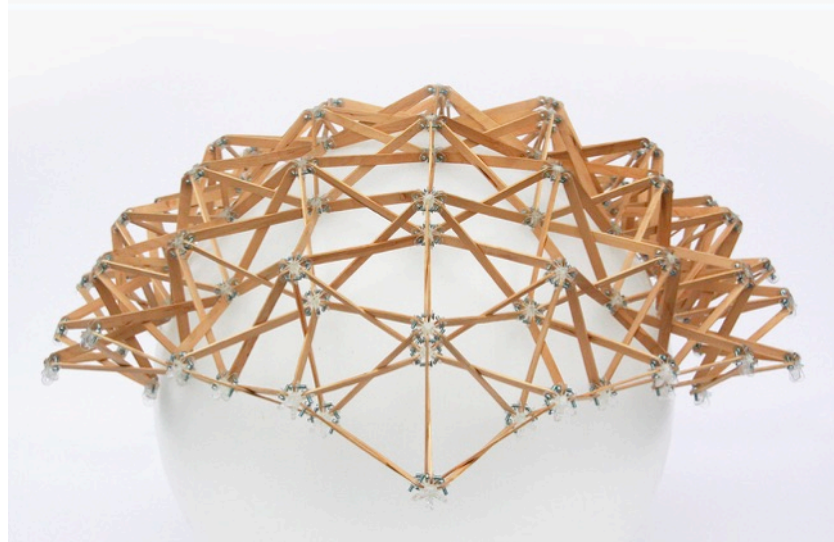
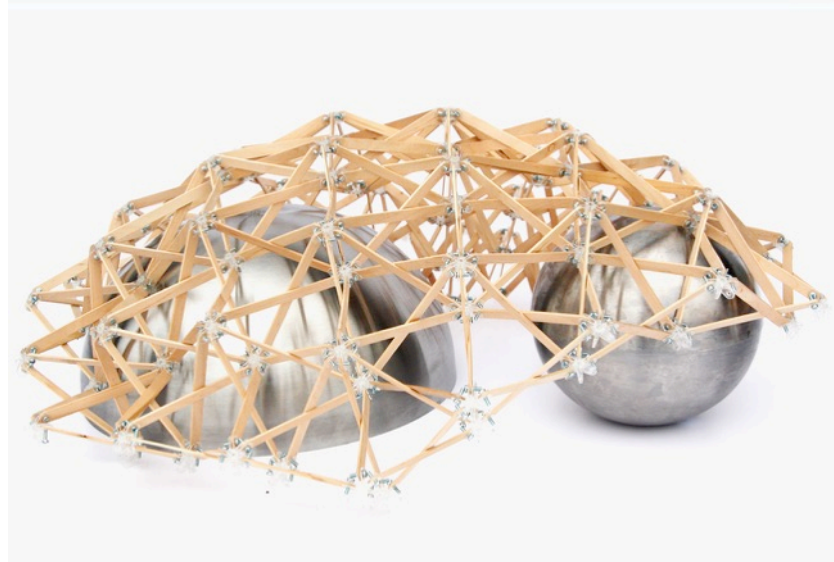
Esta capacidad de adaptación tiene limitaciones, si las diferencias de longitud de las líneas de discretización de la superficie son muy grandes, la variación de canto puede ser excesiva. Además de eso, como se ha visto en los capítulos anteriores, el resultado de este procedimiento no siempre es el óptimo. La variación de canto que supone la adaptación de los pares de barras, puede no ser acorde con los requerimientos estructurales. Se intentará mejorar esta limitación durante el trabajo de búsqueda de discretizaciones.

El primer planteamiento para lograr discretizaciones de *geometrías imperfectas*, ha sido partir de maquetas que se pudieran deformar manualmente para adaptarse a diferentes formas. Para ello, ha sido necesario construir maquetas de una escala suficiente y con gran precisión. Se han realizado algunas pruebas, pero se presenta el problema de que las maquetas permiten deformaciones y holguras muy diferentes a las de la escala real. Por otra parte, las formas obtenidas son difíciles de trasladar a una fabricación a escala mayor. Se han realizado algunas pruebas, pero aunque es una opción válida, se ha desarrollado un método similar, pero basado en programas informáticos.

Se ha utilizado un simulador físico en el que se definen unos mecanismos básicos que se adaptan a diferentes superficies. El procedimiento que se aplicará es similar al planteado inicialmente con maquetas, pero en un entorno virtual. Este entorno tiene la ventaja de la facilidad de ensayar diferentes mecanismos con rapidez y la precisión en la obtención de los datos finales, ya que la forma lograda es un dibujo de CAD en forma de malla de alambre.



Mallas adaptadas a una forma esférica. En las dos imágenes superiores el mecanismo de barras cruzadas y en la inferior de nudos de tres barras girados



Malla formada por mecanismos cruzados sobre diferentes superficies

11.1.1 MODELO DE SIMULADOR FÍSICO

El software utilizado trabaja en el entorno del programa *Rhinoceros*, versión 5.0. Éste es un programa de modelado en tres dimensiones que se basa en NURBS. Originalmente fue creado como agregado para *AutoCAD*. Mediante este programa se han dibujado las mallas básicas y se ha utilizado como soporte gráfico para el *plug-in* *Grasshopper 3D*.

Grasshopper 3D es un lenguaje de programación visual desarrollado por David Rutten, en Robert McNeill & Associates. Es un programa que habitualmente se utiliza para generar algoritmos generativos. *Grasshopper* se ha utilizado para la escritura de definiciones algorítmicas que se han aplicado a diferentes modelos y superficies.

Para definir un entorno de simulación física y las fuerzas usadas para deformar las mallas, se ha utilizado el *Add-on Kangaroo* llamado *Physics*. Este es el soporte principal para la simulación del entorno físico. A este componente se le conectan las fuerzas aplicadas, las geometrías que se desean testear, los puntos de anclaje, las distintas opciones de configuración y la frecuencia. Se han utilizado los componentes *Unary Force*, *Springs from Lines*, *Pull to Surface*, *Anchor XYZ* y *Anchor Springs*.

Unary Force tiene dos entradas: Un vector-fuerza, con longitud y dirección, y una serie de puntos en los que se aplica este vector-fuerza.

Springs from Lines, dota de un comportamiento elástico o plástico a los elementos. En los modelos realizados, sólo se ha utilizado el comportamiento elástico. Este componente permite controlar una serie de parámetros físicos, de los que se han aplicado la rigidez y la longitud de reposo.

Pull to Surface se ha utilizado para aplicar una fuerza de atracción entre uno o varios puntos y una superficie. Esta fuerza se controla mediante un *Slider*.

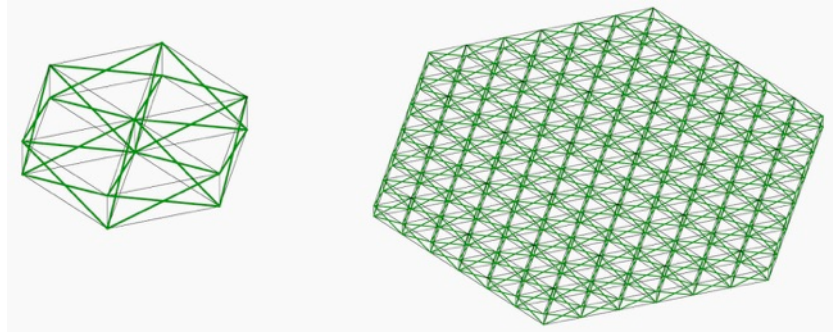
Los puntos de soporte de la estructura se definen con *Anchor XYZ*. Mediante *Anchor Springs* se definen anclajes en puntos concretos.

11.2 DISCRETIZACIONES OBTENIDAS CON MALLAS CONTINUAS

11.2.1 MALLAS TRIANGULARES DE MECANISMOS DE DOS BARRAS

El proceso de obtención de discretización es independiente de la dimensión de sus componentes. Los módulos hexagonales se han dimensionado a partir de una malla de 2000mm de lado y un canto del mecanismo de 750mm. Las barras resultantes tienen una longitud de 2136mm. La malla completa tiene forma hexagonal, con seis módulos en cada lado. La dimensión máxima de la malla, en diagonal, son 24 metros. La malla está formada por 684 barras y 254 nudos.

Módulo hexagonal del mecanismo y la malla aplicada



▪ Adaptabilidad a esferas de diferentes radios

Mediante el simulador se probado la adaptabilidad de este módulo a formas esféricas de diferentes radios. Para que la malla se adapte a cada superficie, se ha definido una fuerza de atracción entre los nudos inferiores de la malla, y la superficie de la esfera. Se han definido las barras como elementos rígidos y los cables como deformables, la estructura se adapta a la forma en la medida en que lo permite su movimiento. El programa no permite definir el módulo de Young de los materiales de forma absoluta. La elasticidad de los diferentes componentes tiene que ser relativa. Esto significa que no se pueden definir barras completamente indeformables.

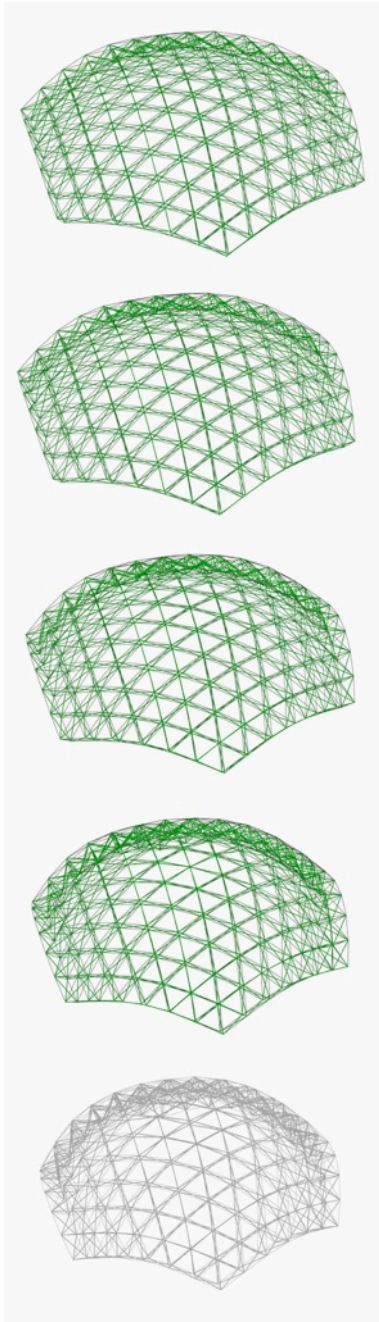
Se pretende que las barras se adapten a la superficie sin modificar su longitud y lograr la dimensión de los cables para esta geometría. Para lograrlo se ha dado una rigidez 2000 veces mayor a las barras que a los cables. Como resultado de ello, los resultados tienen algunas imperfecciones.

Esta definición tiene el riesgo de dar resultados incorrectos, ya que si se definen combinaciones que sólo se puedan adaptar mediante la deformación de las barras, éstas se deformarán hasta adaptarse a la superficie deseada. En estos casos, las barras pueden tener cambios de longitud importantes, sea cual sea la rigidez de los cables. Para garantizar que los resultados no sean erróneos se ha cuantificado los cambios de longitud de las barras. Son del orden de 2mm. Se han tabulado los datos de cambio de longitud máxima en cada caso.

Es importante señalar que el proceso planteado no es de cálculo de esfuerzos, sino la búsqueda de la forma de la estructura. Errores en la geometría del orden de 2mm son menores que la precisión de fabricación que se puede obtener.

Del resultado se extraen los siguientes datos:

- *DefBarras*: deformación de las barras. Es uno de los valores para dar por válida la simulación. Este dato sirve para comprobar que los cambios de longitud no invaliden el resultado.
- *DistMaxNudo*: distancia entre la superficie a adaptar, y el nudo de la parte inferior de la estructura más alejado de esta. Este parámetro indica la fidelidad de la discretización respecto a la forma deseada.
- *DefAngular*: cambio de ángulo relativo que forman las barras, medido en la superficie interior de la estructura desplegada. Se muestra el valor máximo.
- *Alabeo*: indica el alabeo sufrido en los planos que definidos por los pares de barras cruzadas. Se muestra el valor máximo.



Discretizaciones para esferas de radio 15m, 13.5m, 12m, 10.5 y 9m (error en esta última)

- *DifCant*: diferencia entre la longitud del cable vertical más largo y la del más corto, independientemente de su posición en la estructura. De este dato se puede obtener la variabilidad en el canto estructural de la forma adaptada.
- *AlturaLibre*: altura libre del espacio que define la estructura.

Resultados:

Radio esfera	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
r15m	+1,2/-1,0	7,6	2°	1,4°	670	448
r13,5m	+1,4/-1,2	9,6	3°	1,6°	820	489
r12m	+1,8/-1,5	12,3	3°	1,9°	1020	536
r10,5m	+2,3/-2,0	16,3	4°	3°	1287	585

Cuanto más pequeño es el radio de la esfera, mayor es la inexactitud en la forma de la estructura. Sin embargo, los errores son muy pequeños, en el caso de una esfera de 10,5m de radio, el nudo más alejado de la superficie de la misma, se encuentra a tan solo 16mm de distancia.

Se han ido ensayando radios de esfera cada vez menores. La menor dimensión que se ha simulado es la adaptación a una esfera de 9 metros de radio. Este resultado ha sido erróneo. Para poder adaptarse a la forma, el nudo más alto de la superficie exterior se ha introducido en el interior del espacio. Por tanto, solo los valores anteriores a este caso son válidos. En la imagen siguiente se puede ver como los cables se cruzan antes de los nudos superiores, y son las barras las que dejan de cruzarse.



Discretización para una esfera de radio 9m. Error al adaptarse a la forma. La superficie interior y exterior de la estructura se solapan. Se puede ver que las barras de la parte central (en verde) no se cruzan

Se han comprobado las deformaciones angulares de los triángulos que componen la malla de la superficie inferior de la malla. Son más acusadas cuanto más al borde de la estructura se encuentre el triángulo medido y crecen al disminuir el radio de la esfera discretizada. En el caso de la esfera de 15m de radio, las distorsiones angulares máximas son aproximadamente de 2°; en el caso de la esfera de 10,5m de radio, del orden de 4°.

Para medir el alabeo de los planos definidos por los pares de barras, se ha cuantificado la diferencia de ángulo de las líneas definidas por pares

de nudos (interior y exterior), en los lados de cada barra. Esta distorsión aumenta a medida que disminuye el radio de la esfera a discretizar. Los valores máximos se encuentran en las proximidades del borde de la estructura. Los alabeos medidos tienen unos valores máximos entre $1,4^\circ$ (esfera r15m) y 3° (esfera r10,5m).

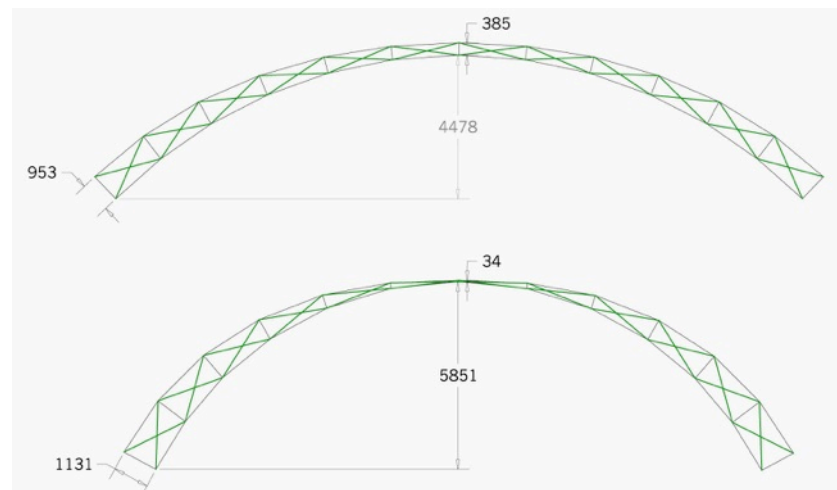
▪ Canto estructural y cambios de longitud en los cables

Se ha comprobado la dimensión del canto eficaz estructural en las diferentes formas adaptadas en las discretizaciones. Tal como se ha explicado, en las discretizaciones en formas esféricas, el canto es mínimo en el centro y aumenta a medida que se aleja de ese punto. Esta diferencia aumenta cuanto menor es el radio de la superficie esférica.



Discretización para esfera de radio 13,5m. Distorsión angular máxima en la superficie interior de la estructura

La diferencia entre el canto en la parte central y el borde de las diferentes estructuras varía desde 670mm (esfera R15m) a 1287mm (esfera r10,5m). Este parámetro es muy desfavorable, más adelante se probarán variaciones de la malla que lo mejoran.



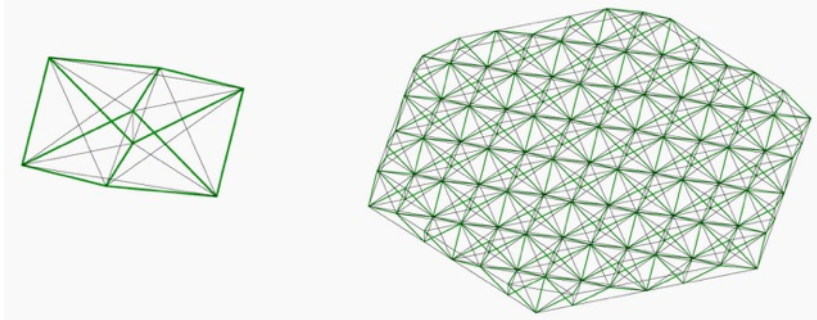
Canto estructural (se observa la variación) y altura libre interior en los arcos centrales en discretizaciones para esferas de 15 y 10.5m

▪ Relación entre el radio y altura libre interior disponible

Para comprobar la eficacia de la estructura en cuanto al espacio cubierto creado, se ha medido la distancia entre los nudos más bajos en el borde, y el nudo en el cenit de la superficie interior. Teniendo en cuenta los 24m de diagonal de la estructura simulada, los valores van desde 4,48m en la esfera de radio 15m, hasta 5,85m en la de 10,5m.

11.2.2 MECANISMO DE NUDOS GIRADOS DE TRES BARRAS

Para aplicar el mecanismo de nudos girados de tres barras, se han tomado las mismas medidas del caso anterior: módulos triangulares de 2000mm de lado, altura de 750mm y barras de 2136mm de longitud. La dimensión máxima total, medida en la diagonal, son 24m.



Mecanismo de nudo de tres barras girado y malla analizada

El módulo básico de esta malla tiene menos componentes. La estructura simulada tiene 342 barras y 169 nudos. Además de esto, hay una reducción significativa de cables verticales. Esto significa que la estructura resultante se podrá desplegar con un número menor de accionadores.

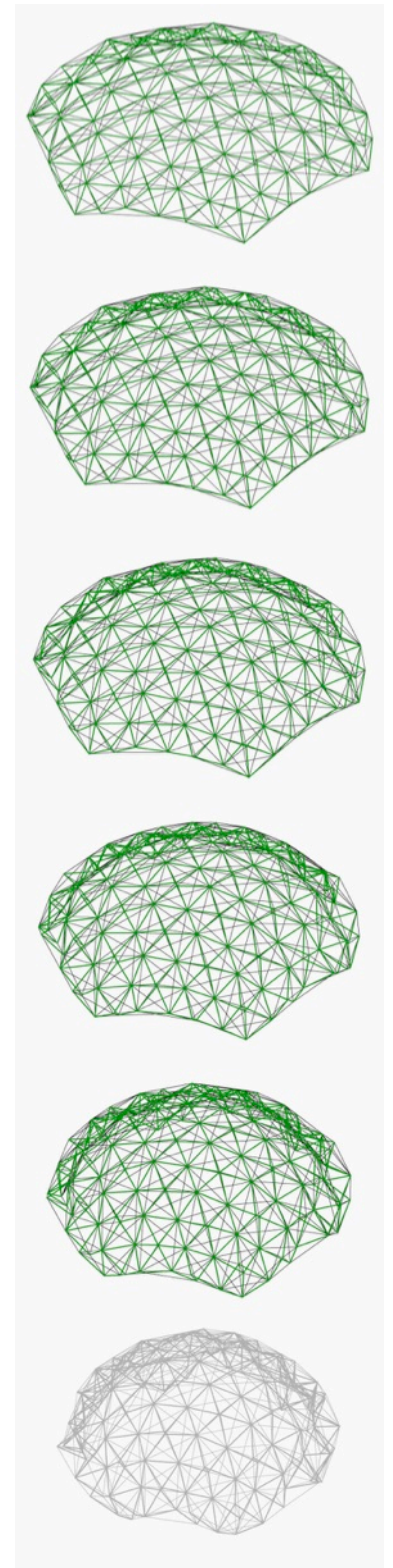
▪ Adaptabilidad a esferas de diferentes radios.

Los resultados este módulo para discretizar formas esféricas de diferentes radios son los siguientes:

Radio esfera	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
r15m	+0,2/-0,3	2,8	5°	395	464
r13,5m	+0,3/-0,4	3,7	6°	498	513
r12m	+0,5/-0,5	5	7°	645	573
r10,5m	+0,6/-0,8	7,3	10°	861	646
r9m	+0,9/-1,2	1,2	13°	1166	731

Al igual que en el caso anterior, la *imprecisión* de la discretización aumenta a medida que se reduce el radio de la superficie esférica. En el caso de discretizar una esfera de 9m de radio, el nudo más lejano a la forma ideal se encuentra a 12mm de la misma. A partir de aquí se observa el desdoblamiento descrito para el módulo anterior: la superficie interior y exterior se solapan en el modelo.

La distorsión angular máxima en los triángulos de la superficie interior de la estructura, varía entre los 5° (esfera r15m), 7° (esfera r12m), o 13° (esfera r9m).



Discretizaciones para esferas de radio 15m, 13.5m, 12m, 10.5m, 9m y 7.5m (error en esta última)

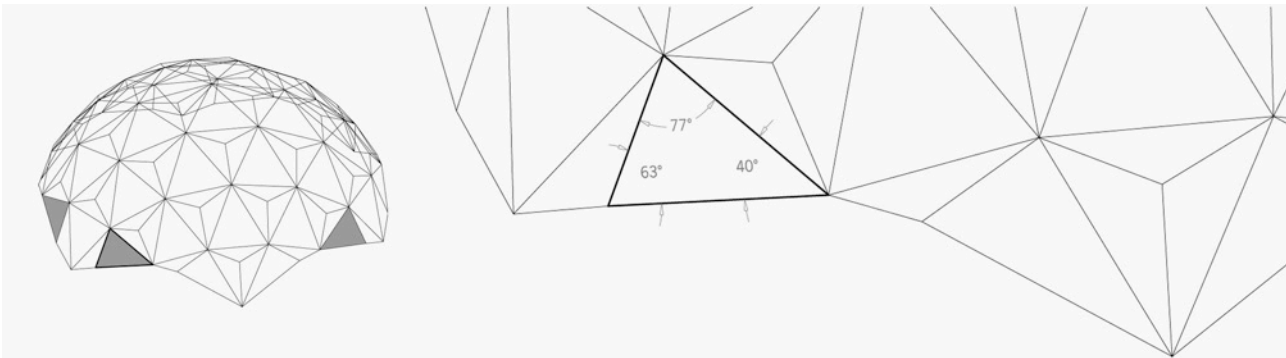
▪ Canto estructural y cambios de longitud en los cables

Otro aspecto a tener en cuenta, es que en el punto más alto de la forma esférica, la estructura se compone de un solo nudo del que salen seis barras. Por este motivo, el canto mínimo se mide en los primeros tres cables verticales que se encuentran rodeando este nudo.

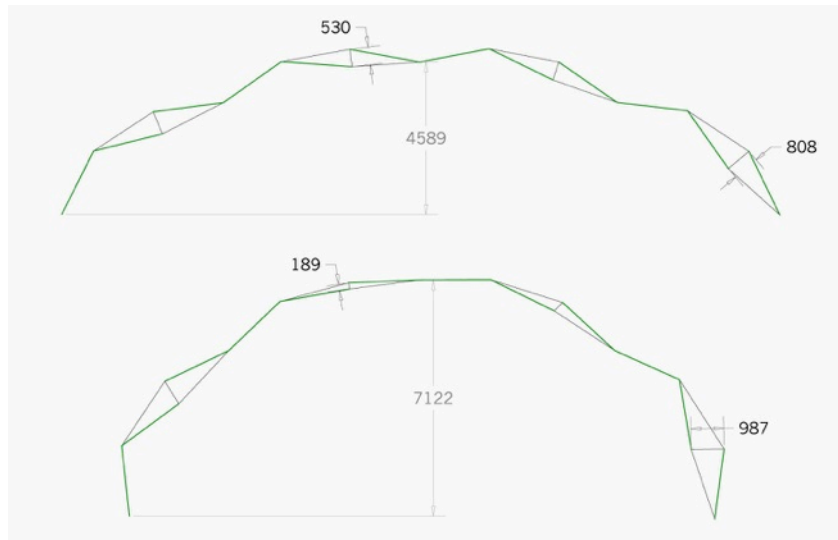
En la esfera de 15 metros de radio, el canto en la parte central es de 530mm y en los bordes de 925mm. En la esfera de 9 metros de diámetro el canto en el centro es de 189mm y 1354 en el borde.

▪ Relación entre el radio y altura libre interior disponible

Partiendo de la estructura hexagonal de 24m de diagonal simulada, la altura libre interior varía entre 4,64m (esfera r15m) y 7,31m (esfera radio 9m).



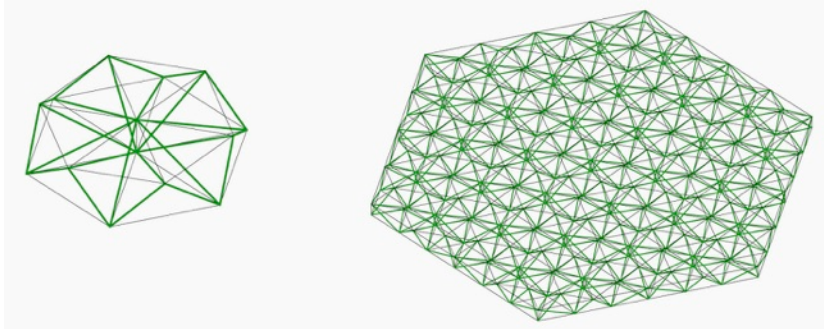
Discretización de una esfera de radio 9m. Distorsión angular máxima en la superficie interior de la estructura



Canto estructural y altura libre interior en los arcos centrales en discretizaciones para esferas de 15 y 10.5m

11.2.3 MECANISMO DE NUDOS GIRADOS DE SEIS BARRAS

Las dimensiones de la estructura son las mismas que en los dos casos anteriores. A diferencia de las anteriores soluciones, el mecanismo de nudos girados de seis barras se construye con barras de tres longitudes diferentes: 2136mm, 1887mm y 1250mm.



Mecanismos hexagonal de nudo de seis barras girado y la malla analizada

Con estas dimensiones, la estructura está compuesta por 696 barras y 284 nudos. Al igual que en el mecanismo de nudos girados de tres barras, la densidad de cables verticales es menor que en el caso de la malla triangular de mecanismos de dos barras y, por lo tanto, son necesarios menos accionadores.

▪ Adaptabilidad a esferas de diferentes radios

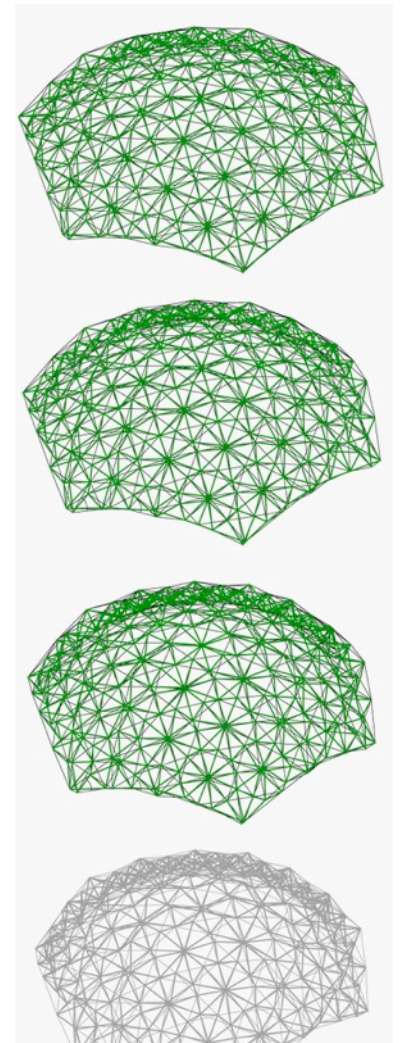
La discretización con este módulo sufre deformaciones incompatibles al adaptar la forma de una esfera de 10,5m de radio.

Resultados

Radio esfera	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
r15m	17,2	6°	760	451
r13,5m	18,1	9°	958	496
r12m	19,9	12°	1260	549

En la superficie interior, la distancia entre el nudo más alejado y la superficie esférica, va desde 17mm (esfera r15m) a 20mm (esfera r12m).

Las distorsiones en la triangulación de la superficie empiezan a ser excesivas al tomar una esfera de 13,5m, donde ya son del orden de 9° y llegan hasta los 12° para una esfera de radio 12m. Aun así, estas deformaciones angulares coinciden con deformaciones locales muy visibles en el borde de la estructura. Esta irregularidad está localizada, ya que en otros triángulos de borde la deformación angular es siempre inferior, variando desde 3° (esfera r15m) a 6° (esfera 12m).



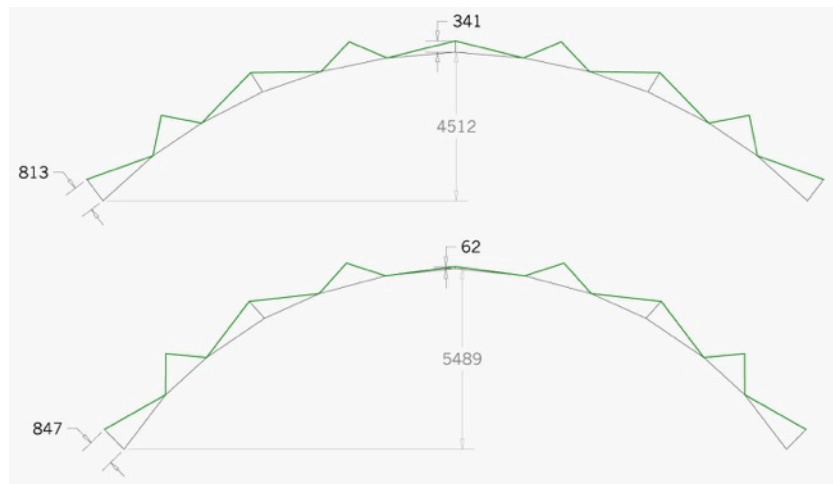
Discretizaciones para esferas de radio 15m, 13.5m, 12m y 10.5m (error en esta última)



Discretización para una esfera de radio 13,5m y distorsión angular máxima en la superficie interior de la estructura

▪ Canto estructural y cambios de longitud en los cables

Las variaciones de canto se producen de un modo similar a los casos anteriores. Para la esfera de 15 metros de radio, el canto mínimo son 341mm y el máximo 1102mm. Para la esfera de 13,5 metros, el canto mínimo es de 233mm y el máximo de 1191mm. Para la esfera de 12 metros, el canto mínimo es 62mm y el máximo 1323mm.



Canto estructural y altura libre interior en los arcos centrales en discretizaciones para esferas de 15 y 12m (el canto máximo no se da en estas secciones, por lo que el valor indicado en el lado no es el máximo)

De estos datos se puede deducir que este mecanismo se adapta peor que los dos anteriores, ya que las diferencias son menores y el fallo de la discretización se produce con un radio mayor.

▪ Relación entre el radio y altura libre interior disponible

La altura interior de las estructuras simuladas varía desde 4,51m (esfera r15m) y 5,49m (esfera r12m).

11.2.4 COMPARACIÓN ENTRE LOS DIFERENTES MÓDULOS PROPUESTOS

Analizados los diferentes tipos de discretización propuestos, se pueden observar las siguientes conclusiones:

▪ Número de componentes

El número de elementos que componen una estructura es un parámetro que influye en la facilidad del transporte y montaje, y en el coste de fabricación. El tipo de estructura más ligero es el compuesto por mecanismos de barras giradas con tres nudos. Para su fabricación son nece-

sarios aproximadamente un 40% menos de nudos que en los otros dos tipos de mecanismo, y la mitad de barras.

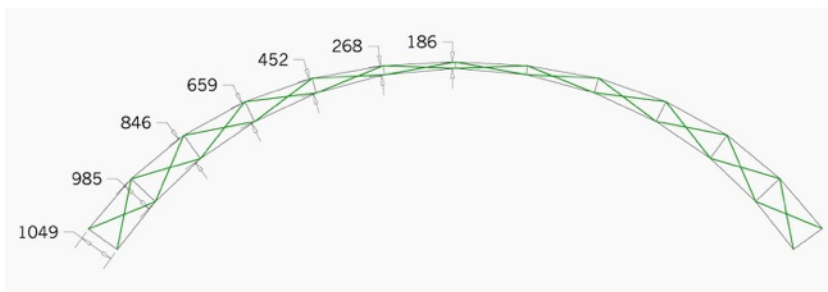
Por otra parte las estructuras con mayor número de barras son más rígidas, aunque esta relación no es lineal. En los ejemplos que se desarrollarán, se cuantificarán esfuerzos y deformaciones de las diferentes soluciones, para elegir la más adecuada.

▪ Adaptabilidad y deformaciones

En las simulaciones llevadas a cabo se ha analizado la adaptabilidad de las diferentes propuestas a formas esféricas de diferentes radios. El tipo estructural que más se aproxima a la superficie a discretizar es el mecanismo de nudos girados de tres barras. Por el contrario, la estructura formada mediante la malla triangular de mecanismos de dos barras produce una menor distorsión angular en su superficie interior y de manera más homogénea.

▪ Variación del canto estructural

Tal como se ha mencionado anteriormente, en todos los modelos propuestos se produce una variación de canto que no es la deseable. El mecanismo que sufre menores variaciones en su canto es el mecanismo de nudos girados con tres barras, seguido por el mecanismo de dos barras.



Mecanismo de dos barras. Canto estructural variable en la discretización para una esfera de 12m de radio

11.3 MALLAS MODIFICADAS

En las pruebas de discretización que se han explicado hasta este punto, se puede considerar que la adaptación a las superficies es adecuada. Los errores de geometría (alabeos y distorsiones), pueden ser asumibles si se eligen los casos en los que estos valores son menores. El parámetro que ha dado peores resultados es la variación de canto de la estructura.

Para lograr cantos más homogéneos, se han probado discretizaciones con mallas a las que se han retirado algunas barras. De este modo se interrumpen la continuidad de los anillos hexagonales, para lograr que en los bordes el canto no aumente o lo haga de manera más moderada.

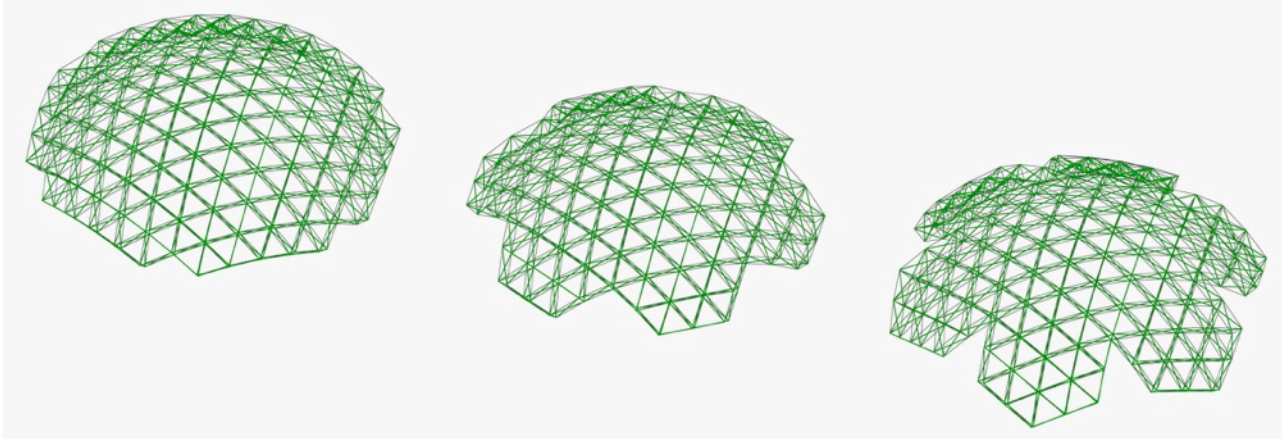
11.3.1 MODIFICACIONES DE BORDE

La primera discontinuidad ensayada consiste en interrumpir los bordes, mediante aperturas en forma de ojal. Se han hecho nuevas simulaciones

con cada uno de los módulos estructurales modificados, para observar y cuantificar las mejoras que se logran.

▪ Malla triangular de mecanismos de barras

Se ha partido de la estructura original de forma hexagonal que se ha aplicado anteriormente, y se han efectuado simulaciones con diferentes tipos de apertura en sus bordes. Se han eliminado diferente cantidad de módulos triangulares en los vértices o centros de los lados del hexágono. En todos ellos se ha probado discretizar una esfera de 13,5m de radio.



Mecanismo de dos barras.
Alteraciones de borde: izquierda (a) eliminación de dos triángulos en los vértices, centro (b) eliminación de ocho triángulos en los vértices, derecha (c) eliminación de cuatro triángulos en el centro de los bordes

Resultados

	DefBarras (mm)	DistMax Nudo(mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)	Altura Libre(cm)
Original	+1,4/-1,2	9,6	3°	1,6°	820	489
a	+0,4/-0,6	6,0	2°	0,6°	756	409
b	+1,6/-1,6	8,2	3°	3°	561	385
c	+2,7/-2,5	19,6	2°	2,8°	504	492

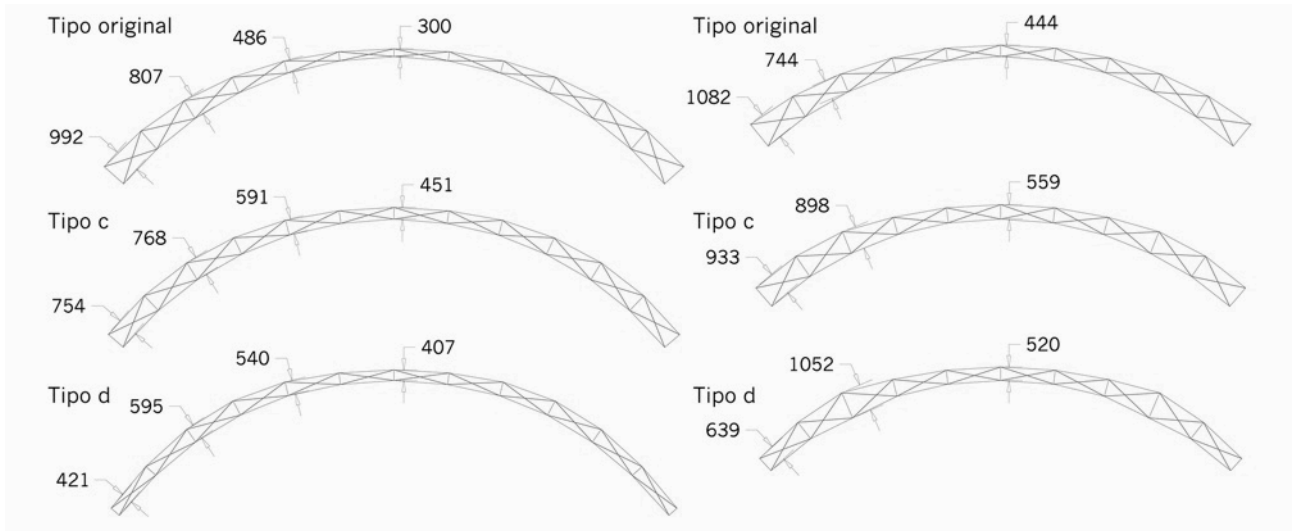
En todos los casos la adaptabilidad a la forma no sufre cambios notables. Comparándolos con la estructura original, los alabeos son menores en el modelo a y mayores en b y c. Las deformaciones angulares máximas se mantienen entre 2 y 3° en todos los casos, menos en el caso "c" donde en el punto del corte es mayor.

Sin embargo, la mejora en la continuidad del canto es significativa en las tres nuevas estructuras. Los casos b y c son los más favorables. El canto sigue siendo mínimo en el centro y máximo en los bordes, pero la diferencia entre ellos se reduce, respectivamente, hasta el 68% y 61% del original

A partir de la solución "c" se han probado dos estrategias para intentar reducir el canto en el perímetro de la estructura. Se ha actuado solamente en los brazos que surgen entre los recortes efectuados. Se ha probado a fijar la parte central de diferentes maneras y dejar deformar el perímetro, pero los resultados no han diferido sustancialmente de los obtenidos anteriormente.

El otro procedimiento aplicado ha sido poner fuerzas adicionales en los nudos superiores de la parte perimetral. De esta manera se ha logrado reducir el canto de la estructura en sus bordes. En la parte central el

canto estructural es similar al logrado anteriormente, mientras que en los bordes ha pasado de 754mm a 421mm. Como contrapartida, los alabeos y la deformación angular son mayores que en los modelos anteriores.



Resultados

	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
Original	+1,4/-1,2	9,6	3°	1,6°	820	489
c	+2,7/-2,5	19,6	6°	2,8°	504	492
d	+3,6/-3,1	—	13°	4,26°	647	518

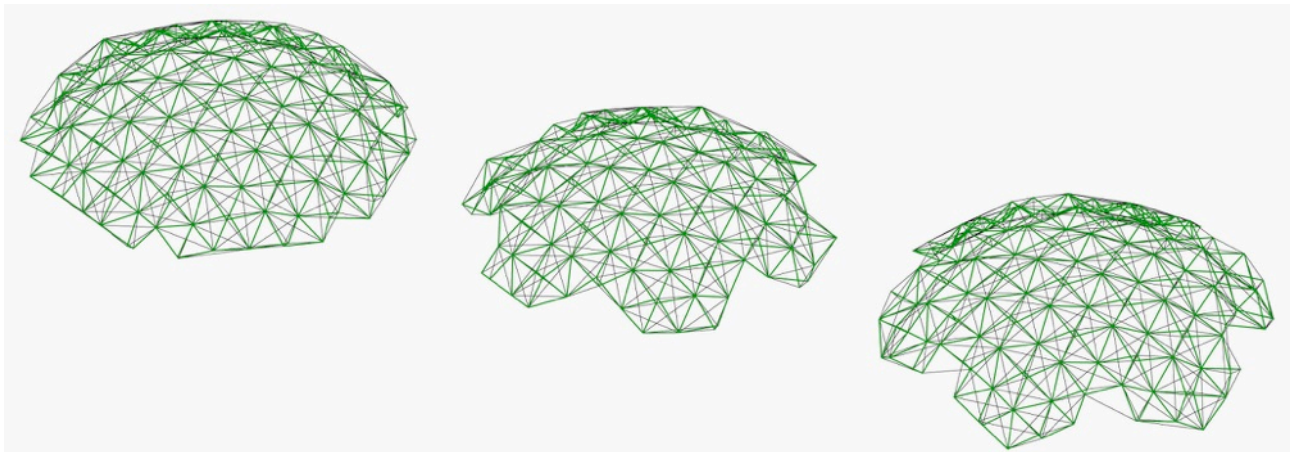
Nota aclaratoria: las diferencias de canto máximas de la tabla se hallan en nudos intermedios que no aparecen en las secciones dibujadas.

El canto máximo está en la parte intermedia, por lo que se ha logrado el objetivo buscado de una estructura con cantos mínimos en la parte central y perimetral y cantos máximos en los lugares donde el esfuerzo de flexión es máximo. Sin embargo, el control de estos parámetros es complicado y sólo se ha llegado a él mediante aproximación, sin un control preciso de sus valores.

▪ Mecanismo de nudos girados de tres barras

Combinaciones de mecanismos de barras cruzadas. Diferentes pruebas para adaptar el canto a los requerimientos estructurales. En la columna izquierda, la secciones centrales en la derecha secciones intermedias

Mecanismo de nudos girados de tres barras. Alteraciones de borde: izquierda (a) eliminación de dos triángulos en los vértices, centro (b) eliminación de ocho triángulos en los vértices, derecha (c) eliminación de cuatro triángulos en el centro de los bordes



Se ha aplicado el mismo procedimiento a la malla formada por mecanismos de nudos girados de tres barras. En todos los casos se ha buscado discretizar una esfera de 13,5m de radio. Los resultados han sido los que se muestran en la tabla.

Resultados

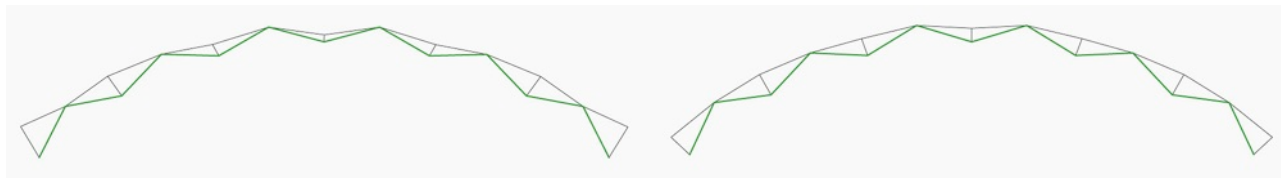
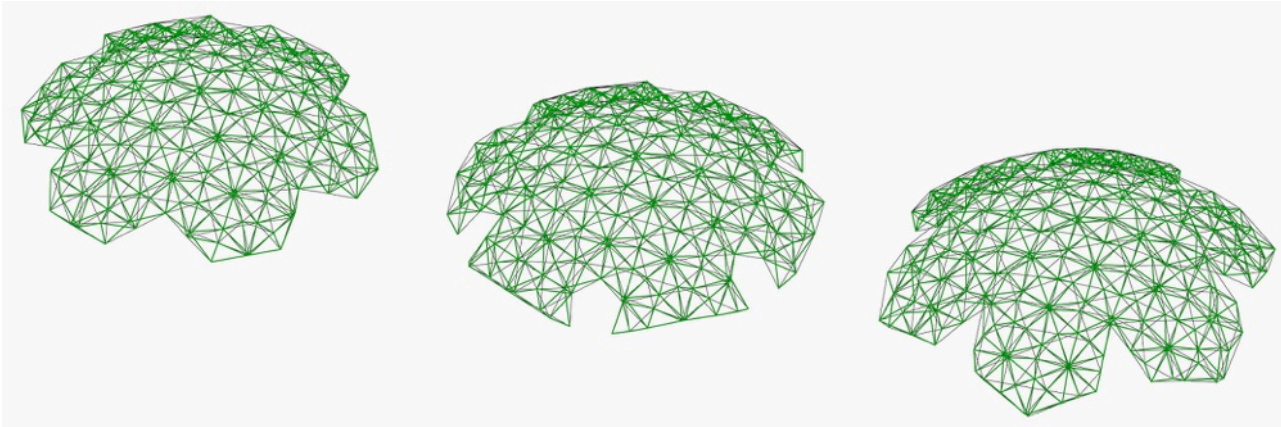
	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
Original	+0,3/-0,4	3,7	6°	498	513
a	+0,2/-0,3	3,8	5°	531	430
b	+0,3/-0,2	4,4	2°	297	393
c	+0,2/-0,2	3,0	4°	370	507

Se observa que las deformaciones angulares que sufren los nudos disminuyen en cualquiera de los tres casos. La eliminación de barras y cables en la parte central de los bordes vuelve a ser la opción con mayor grado de mejora en el canto, aunque no llega a ser tan grande como la obtenida en el módulo de dos barras cruzadas.

Mecanismo de nudos girados de seis barras. Alteraciones de borde: izquierda (a) eliminación de ocho triángulos en los vértices, centro (b) eliminación de seis triángulos en forma de hexágono en los vértices, derecha (c) eliminación de cuatro triángulos en el centro de los bordes

▪ Mecanismo de nudos girados de seis barras

Se ha aplicado el mismo procedimiento con el mecanismo de nudos girados de seis barras. Se ha modificado la forma de actuar sobre los vértices.



Mecanismo de nudos girados de seis barras. Mejoras en la continuidad del canto estructural entre el original (izquierda) y el caso "b", eliminación de seis triángulos en los vértices de la estructura (derecha)

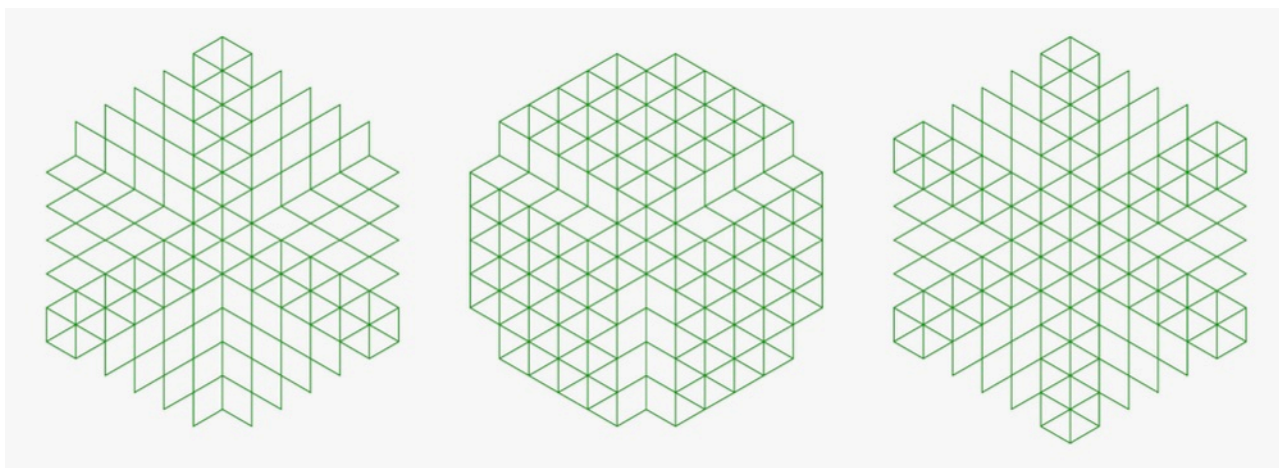
	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
Original	18,1	9°	958	496
a	11,1	6°	584	379
b	13,1	5°	528	406
c	12,3	5°	623	496

Al igual que para las discretizaciones anteriores, la deformación en los nudos de la superficie interior disminuye. La diferencia entre el cable vertical más largo y el más corto también se reduce. La más significativa se produce en el caso *b* (55% del original), en el que se han eliminado 6 triángulos en forma de hexágono en cada vértice de la estructura.

11.3.2 ROTURA DE LÍNEAS CONCÉNTRICAS

Otro procedimiento que se ha probado para mejorar el problema de la variación de canto es interrumpir la continuidad de las líneas hexagonales concéntricas al punto central de la malla estructural. Eliminar completamente las barras y cables que siguen estas líneas plantearía problemas de estabilidad. Se han eliminado de manera local, siguiendo diferentes disposiciones, tal como se ve en los dibujos en planta de la siguiente ilustración.

Se ha probado a discretizar esferas de 13,5m y 15m de radio con cada una de las soluciones. En todos los casos, el módulo utilizado ha sido el construido con mecanismos de dos barras cruzadas.



Resultados

Esfera R15m	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
Original	+1,2/-1,0	7,6	2°	1,4°	670	448
tipo a	+0,8/-0,8	2,8	11°	3,2°	73	445
tipo b	+3,1/-1,8	16,8	5°	3,1°	524	390
tipo c	+0,8/-0,6	13,1	6°	5°	113	440

Malla hexagonal de 24m de diagonal, a la que se han eliminado parte de las líneas concéntricas, mediante diferentes soluciones: izquierda, (a) manteniendo tres tramos radiales intactos y modificando el resto; centro (b) inverso al anterior; derecha (c), variante del primero, pero manteniendo intactos 6 tramos radiales del hexágono original

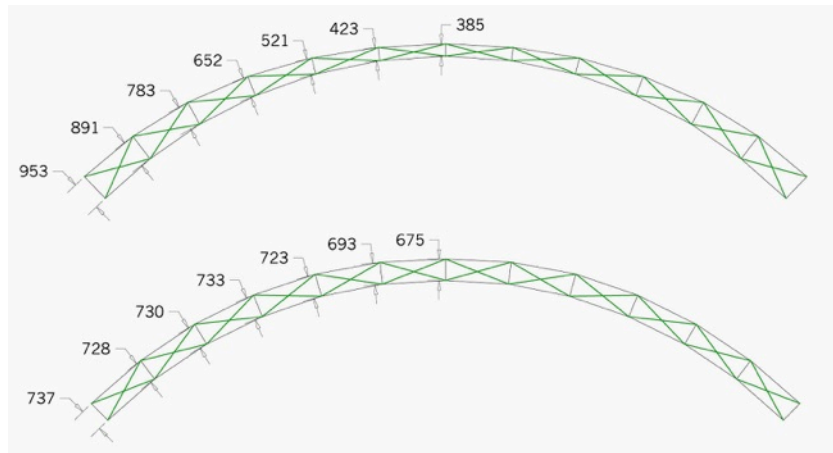
En los resultados obtenidos se puede observar que, como era previsible, cuantas más barras y cables se eliminan de la estructura, mayor es el grado de deformación y alabeo que sufre la malla.

La distorsión angular de los triángulos de la superficie inferior llega a ser mayor de 11° en el tipo *a*, en el que se pueden apreciar deformaciones importantes visualmente. El alabeo máximo dobla su valor en comparación de la discretización original. Como contrapartida, se logra un canto más continuo.

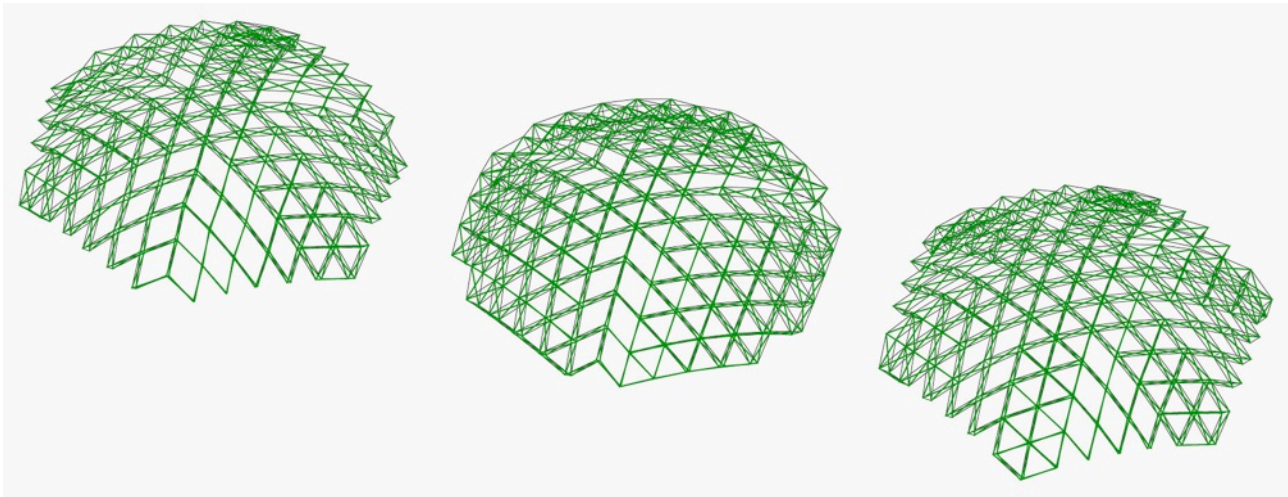
La solución de tipo *c* es la que se considera más adecuada, por lograr una mejora significativa en la variación del canto, sin aumentar excesivamente

vamente las deformaciones, si bien, en algunos planos verticales el alabeo puede llegar a ser importante.

Mecanismo de dos barras.
Discretización para esfera de 15m de radio. Mejoras en la continuidad del canto entre la estructura original (arriba) y la modificada de "tipo c" (abajo).



En la discretización para una esfera de 13,5m de radio, los resultados son similares.



Soluciones tipo a, tipo b y tipo c, para discretización de esfera de 13,5m de radio

Resultados.

Esfera R13,5 m	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)	Altura Libre (cm)
Original	+1,4/-1,2	9,6	3°	1,6°	820	489
tipo a	+1,0/-1,0	3,7	19°	4,2°	87	479
tipo b	+3,8/-2,4	17	6°	3,8°	643	426
tipo c	+1,0/-0,8	16,6	9°	6°	139	481

Todas las modificaciones analizadas crean discretizaciones con mayor grado de deformación y alabeos que las de la malla completa, pero mejoran en cuanto a la continuidad del canto estructural. Estas mejoras son prácticamente iguales a las conseguidas al adaptarse a una esfera de radio 15m.

Al igual que en el radio de 15 metros, la discretización de tipo a sufre las mayores deformaciones angulares y también la menor diferencia entre la longitud de los diferentes cables verticales.

La discretización tipo b tiene un nivel de mejoras mucho menor a las demás, la modificación tipo c se considera la más adecuada, aunque en este caso los alabeos son más importantes.

11.3.3 DISCRETIZACIÓN DE OTRAS SUPERFICIES

Además de las formas esféricas se ha aplicado el mismo método para analizar la adaptación de las estructuras a otras geometrías. En todos los casos, se ha optado por los dos módulos o tipologías que mejores resultados han dado: el sistema de dos barras cruzadas, y el de nudos girados de tres barras.

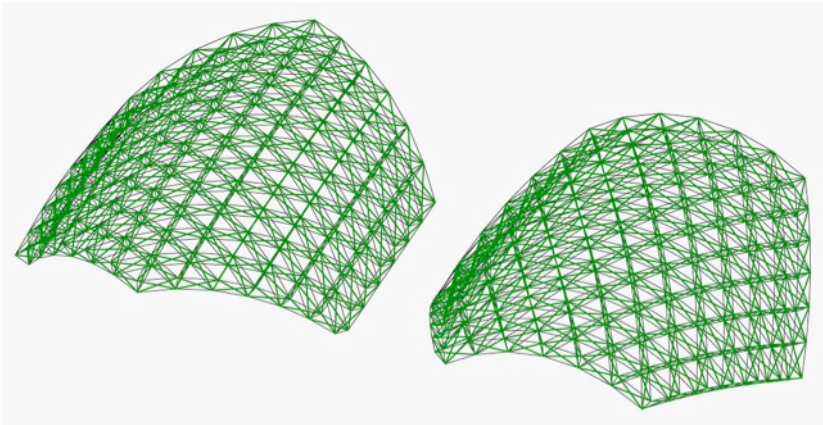
▪ Elipsoides

El elipsoide es una superficie doble curvatura cuyas secciones ortogonales principales son elipses. Al variar las relaciones entre los ejes de estas elipses, se crean diferentes superficies y, como consecuencia, diferentes deformaciones en la malla que se adapta a ellas.

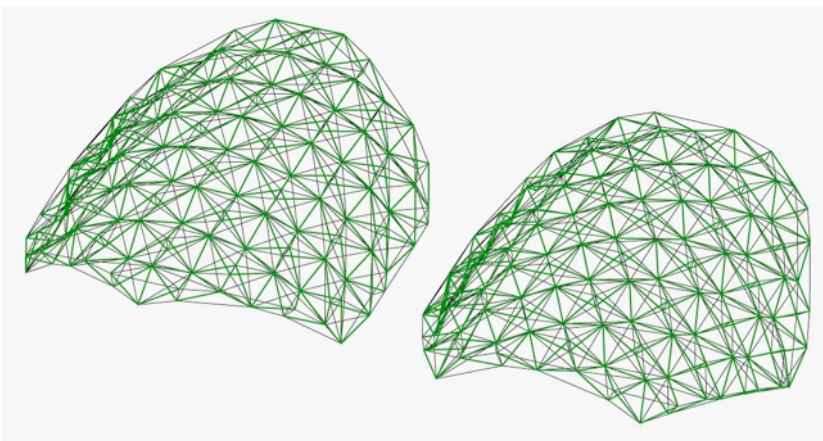
La estructura tomada como base para estas simulaciones es la misma que se ha utilizado en los casos anteriores: una construcción de forma hexagonal y 24m de diagonal, formada con los diferentes mecanismos estudiados.

Al contrario que la superficie esférica, que es totalmente simétrica, la estructura original se puede orientar de diferentes maneras en relación con los ejes del elipsoide. Por un lado, se ha alineado el eje longitudinal del elipsoide con una de las diagonales de la estructura, y por otro, el mismo eje con una de las apotemas de la forma hexagonal.

Las dimensiones de los ejes del primer elipsoide discretizado son las siguientes: 60m de longitud, 20m de ancho y 24m de alto.



Malla formada por mecanismos de dos barras cruzadas. Discretizaciones de elipsoides de ejes de 60m, 20m y 24m. Izquierda, eje longitudinal alineado con diagonal del hexágono (tipo a1). Derecha, eje longitudinal alineado con las apotemas del hexágono (tipo a2)

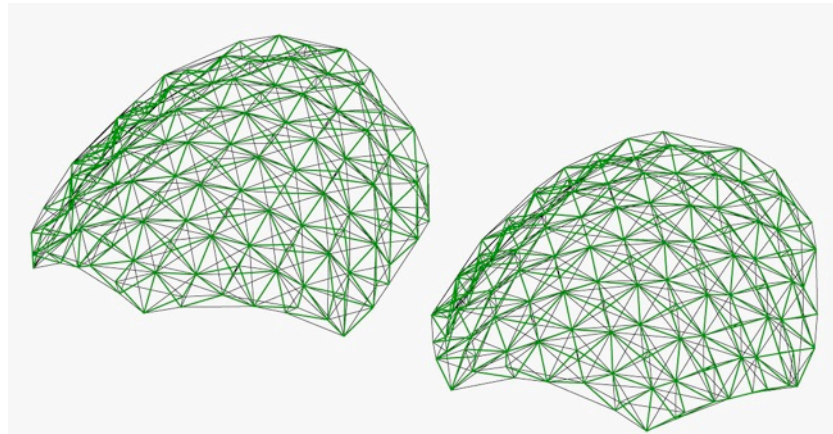


Malla formada por mecanismos de nudos girados de tres barras. Discretizaciones de elipsoides de ejes de 60m, 20m y 24m. Izquierda, eje longitudinal alineado con diagonal del hexágono (tipo b1). Derecha, eje longitudinal alineado con las apotemas del hexágono (tipo b2)

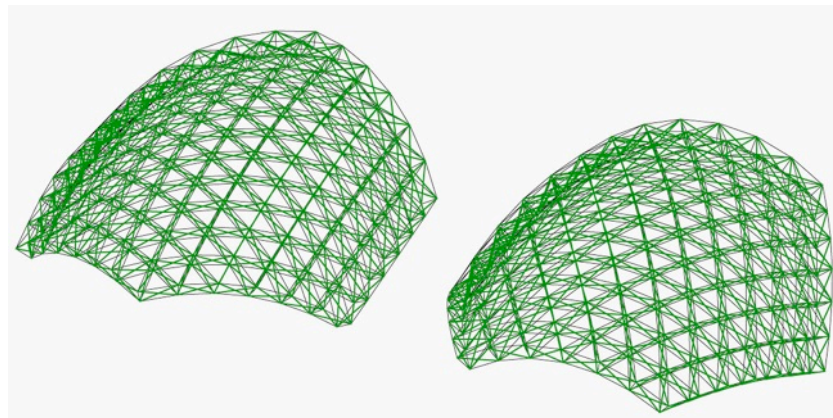
Resultados.

Elipsoide 60x20x24m	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)
tipo a1	+0,9/-0,8	4	2°	5,4°	226
tipo a2	+0,5/-0,5	3,3	3°	5,6°	219
tipo b1	+0,1/-0,1	1,6	3°	...	159
tipo b2	+0,1/-0,1	1,6	4°	...	149

El segundo elipsoide discretizado tiene unos ejes de 40m (longitud), 20m (anchura) y 24m (altura). La única variación en cuanto a la superficie anterior, es que su eje longitudinal mengua, aumentando la curvatura en esa dirección.



Malla formada por mecanismos de dos barras cruzadas. Discretizaciones de elipsoides de ejes de 40m, 20m y 24m. Izquierda, eje longitudinal alineado con diagonal del hexágono (tipo c1). Derecha, eje longitudinal alineado con apotema del hexágono (tipo c2)

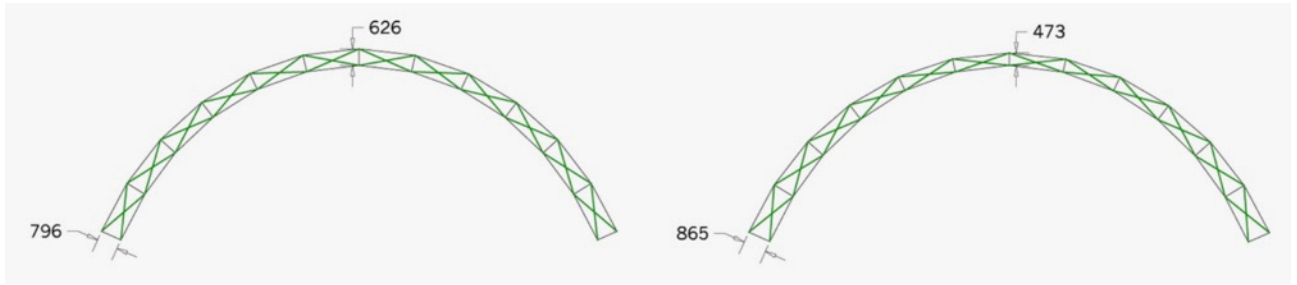


Malla formada por mecanismos de nudos girados de tres barras. Discretizaciones de elipsoides de ejes de 40m, 20m y 24m. Izquierda, eje longitudinal alineado con diagonal del hexágono (tipo d1). Derecha, eje longitudinal alineado con apotema del hexágono (tipo d2)

Resultados

Elipsoide 40x20x24m	DefBarras (mm)	DistMax Nudo (mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)
tipo c1	+1,6/-1,6	7,2	3°	4,4°	516
tipo c2	+1,2/-1,1	5,9	4°	4,9°	532
tipo d1	+0,2/-0,3	2,9	4°	...	331
tipo d2	+0,2/-0,3	2,9	6°	...	331

Al variar la longitud del eje longitudinal del elipsoide, puede verse como la superficie pasa de asemejarse a una bóveda (lo sería con un eje longitudinal infinito) a aproximarse a la forma esférica (tres ejes iguales).



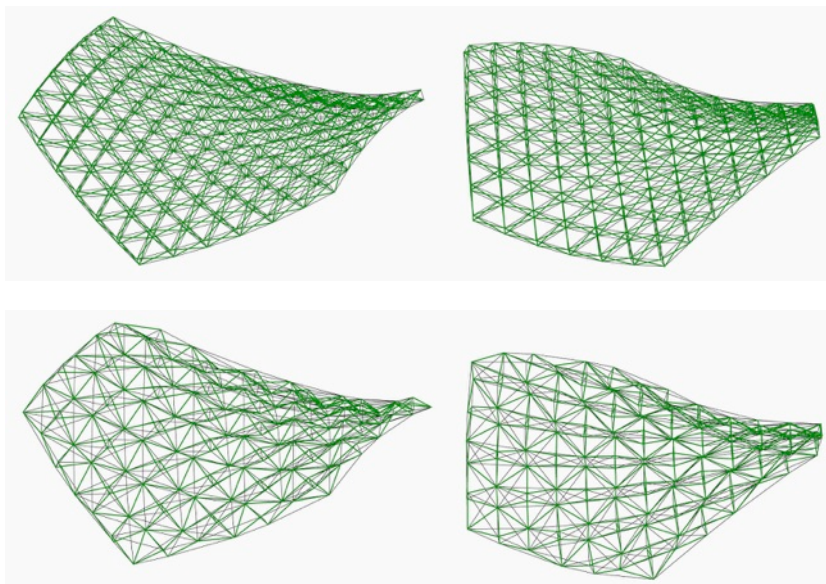
Los elipsoides son formas intermedias entre las esferas y las bóvedas, lo que se refleja en los datos de las simulaciones. Cuando se discretiza el primer elipsoide, se consiguen deformaciones angulares bajas y cantos bastante continuos, sin embargo, los alabeos son importantes. Estas características son similares a las discretizaciones de bóvedas. Por el contrario, cuando se acorta el eje longitudinal, aumentan las deformaciones angulares en las superficies de la estructura y aumenta la irregularidad del canto, mientras que los alabeos se reducen. Por lo tanto, los resultados se van acercando a los conseguidos al discretizar superficies esféricas.

Malla formada por mecanismos de dos barras cruzadas. Discretizaciones de elipsoides de ejes de 60m, 20m y 24m (izquierda), y ejes de 40m, 20m y 24m (derecha). Variación de la continuidad del canto al acortar eje longitudinal del elipsoide

▪ **Paraboloide hiperbólico**

La siguiente superficie ensayada es un paraboloide hiperbólico. Es una superficie reglada. Al igual que las anteriores, es una superficie de doble curvatura, con la diferencia ser cóncava en una dirección y convexa en otra.

Tal como se ha hecho en el caso de los elipsoides, se parte de la misma estructura original de forma hexagonal y se simula su adaptación con dos diferentes orientaciones.



Malla formada por mecanismos de dos barras cruzadas. Discretizaciones de paraboloide hiperbólico. Izquierda, diagonal alineada con parábola inferior (tipo a1) Derecha, diagonal alineada con parábola superior (tipo a2)

Mecanismo de nudos girados de tres barras. Discretizaciones de paraboloide hiperbólico. Izquierda, diagonal alineada con parábola inferior (tipo b1) Derecha, diagonal alineada con parábola superior (tipo b2)

Resultados

Paraboloide hiperbólico	DefBarras (mm)	DistMax Nudo(mm)	Def Angular	Alabeo	DifCant (mm)
tipo a1	+1,4/-1,5	7,5	2°	4,8°	399
tipo a2	+1,5/-1,6	6,4	3°	5,8°	377
tipo b1	+0,1/-0,1	2,4	3°	...	171
tipo b2	+0,1/-0,1	2,7	4°	...	176

Cuando se intentan discretizar paraboloides de menores curvaturas, aparece el mismo error que en el caso de las esferas de pequeños radios: la superficie exterior e interior de la estructura se solapan en algunos puntos.

Estos resultados son muy similares a los obtenidos con las superficies anteriormente estudiadas. En los casos analizados, las superficies con radios de curvatura variables (elipsoides e hiperboloides) dan como resultado cantos estructurales más continuos, mientras que, los alabeos de planos formados por las barras cruzadas son mayores.

12 MODELOS A ESCALA REAL

En el capítulo 10 se han expuesto los diferentes mecanismos planteados y se ha analizado su viabilidad para generar sistemas desplegados. Se han considerado cuatro mecanismos como los más adecuados y, entre ellos, se ha optado por las tres propuestas en malla triangular para el desarrollo de discretizaciones.

El mecanismo de nudos girados de seis barras tiene tres longitudes de barras diferentes y tiene un grado de plegabilidad menor que las otras propuestas. En conjunto recogido tiene una dimensión igual a la suma de las dos longitudes mayores menos la de las barras menores.

Los mecanismos de nudos de tres barras girados son los que se adaptan mejor a las diferentes superficies, pero a costa de distorsiones más importantes que los otros mecanismos. Por el contrario, los mecanismos de barras cruzadas son los que menos se distorsionan, pero su adaptabilidad es menor. El mecanismo de nudos de seis barras girados tiene unas características intermedias.

Los mecanismos de barras cruzadas y los de nudos de tres barras están formados por barras iguales, y en su estado plegado, la longitud del conjunto es igual a la de sus barras.



Para el desarrollo a escala real, se han elegido el mecanismo de barras cruzadas y el de nudos de tres barras, por estar compuestos de barras iguales y porque su grado de plegabilidad es mayor.

Mecanismos plegados, izquierda de nudos de seis barras girados, centro de barras cruzadas, derecha de nudos de tres barras girados

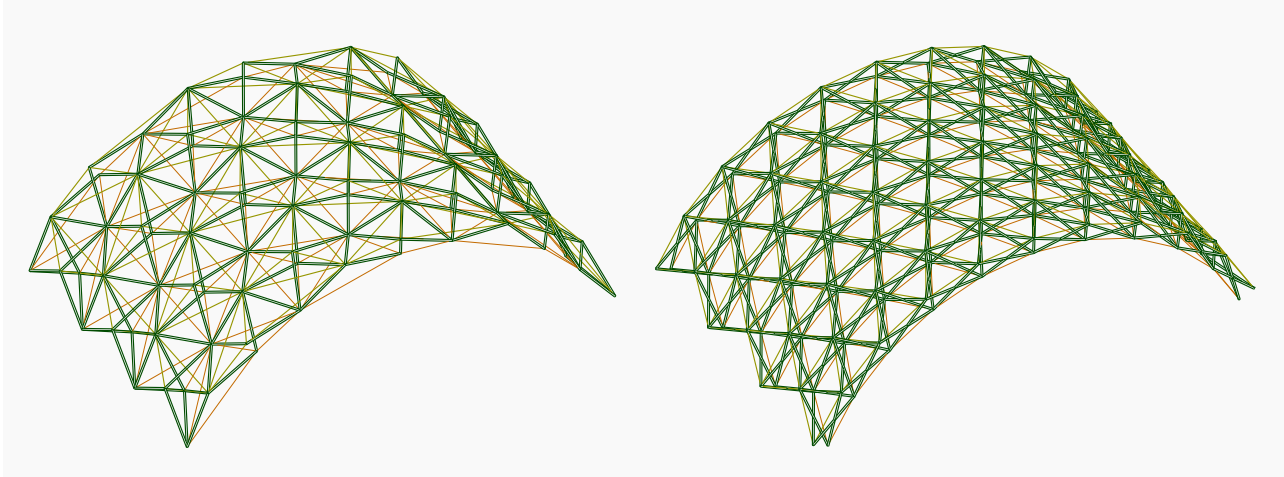
12.1 COMBINACIONES DE MECANISMOS CALCULADAS

El objetivo que se ha fijado es construir una serie de componentes con los cuales sea posible montar diferentes estructuras. Esta idea se ha desarrollado tanto en la escala de los mecanismos, como en la de sus componentes. En la escala estructural se ha planteado realizar mecanismos iguales que se pueden combinar de diferentes maneras. En la escala constructiva se han definido unos componentes que sirven para montar las piezas necesarias para construir los diferentes mecanismos.

12.1.1 FORMAS ESTRUCTURALES

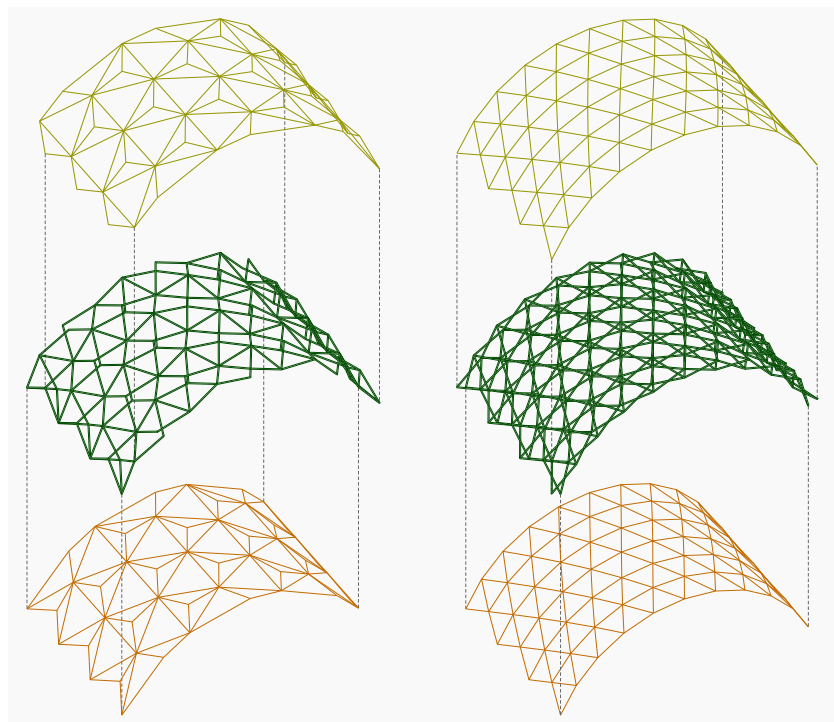
Se ha partido de una forma abovedada, por ser sencilla y tener solicitudes mayores que las formas de doble curvatura. Se han definido mecanismos formados por barras de 175cm de longitud y un canto estructural de 50cm. Estos mecanismos se han combinado para formar bóvedas de 14 metros de radio, ligeramente rebajadas. Salvan una luz de 13,3m y tienen una altura libre 4,15m.

Bovedas analizadas. Izquierda mecanismo de nudos girados. Derecha, mecanismo de barras cruzadas



▪ Estructuras en forma de bóveda con mecanismos de barras cruzadas y de nudos girados de tres barras

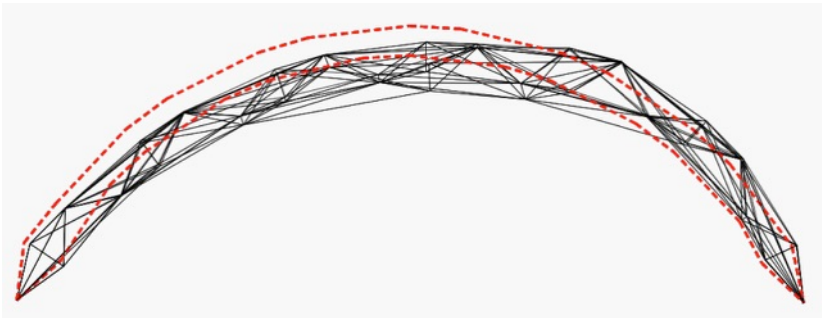
Los módulos básicos utilizados son los descritos en el capítulo 10. Son formas hexagonales, pero algunos se han cortado para adaptarse a los bordes de la forma cilíndrica. En el modelo de barras cruzadas el corte no suponen ninguna irregularidad de la trama. Por el contrario, en el modelo de nudos girados, aparecen nudos con dos barras en los bordes. Se ha probado otra combinación en la que lo hexágonos son completos.



Vista explotada de las bóvedas analizadas en la que se ven los sistemas de cables superiores e inferiores. Izquierda, estructura formada por mecanismos de nudos de tres barras. Derecha, estructura formada por mecanismos de barras cruzadas

Las cargas aplicadas son las ejercidas por la presión de viento en las dos direcciones principales, según los valores definidos por la normativa vigente (CTE y la Norma UNE-EN 13782 sobre estructuras temporales). Se han aplicado presiones y succiones, tanto exteriores como interiores. Se ha considerado que la cubierta no llega hasta el suelo, por lo que el cierre está abierto en la parte baja. El coeficiente de presión interior aplicado es 0,1. Se han pretensado los cables mediante una tensión térmica de -50° , lo que equivale a 0,96m de diferencia de longitud. Los cálculos se han realizado con el programa *Wintess*. No se ha aplicado ningún coeficiente de mayoración de cargas.

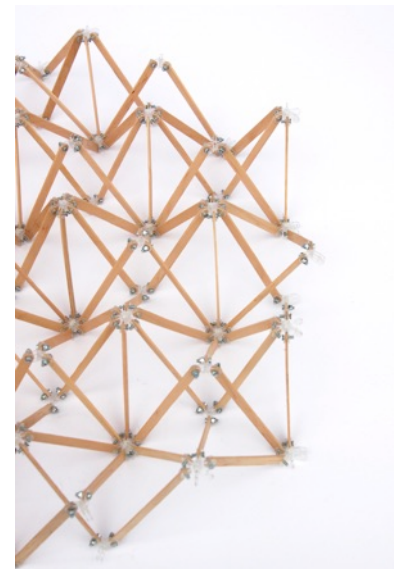
La bóveda formada por nudos girados es claramente ineficiente, el desplazamiento máximo es de 46cm y los esfuerzos máximos llegan a las 5,39Tm a compresión y 6,52Tm a tracción.



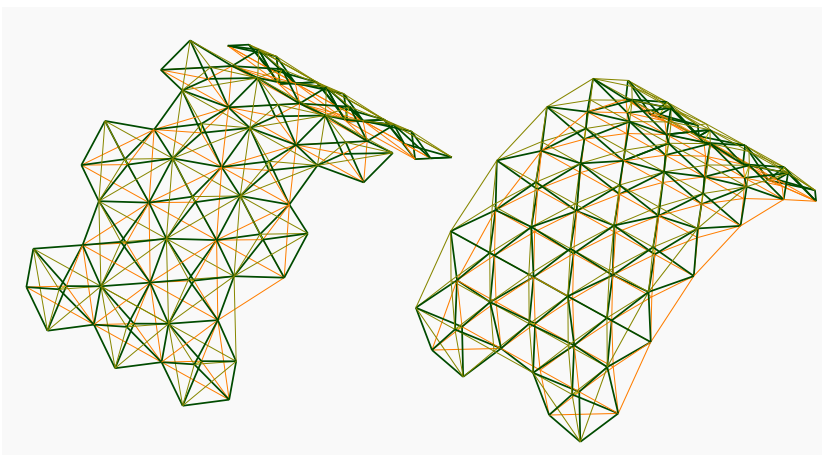
Deformada de la bóveda de nudos girados de tres barras, en línea discontinua la forma inicial

La bóveda formada por mecanismos de barras cruzadas tiene un comportamiento adecuado. Se ha calculado la estructura con barras de acero de 42mm de diámetro y 3mm de espesor y con secciones de madera de 40x40mm. Para las secciones metálicas el desplazamiento máximo de los nudos es de 32mm, los esfuerzos máximos a compresión son de 851kg y los de tracción de 1150kg. Para la versión de barras de madera, los desplazamientos máximos son de 38mm, las compresiones máximas de 761kg y las tracciones máximas 762kg.

Uno de los puntos débiles del mecanismo de nudos de tres barras son los bordes. El módulo básico tiene forma hexagonal en planta. Si se define una forma de bordes rectos, como la que se ha analizado, aparecen hexágonos incompletos, por lo que existen nudos que sólo unen dos barras. Si se construye esta forma utilizando únicamente hexágonos completos, la irregularidad del borde es excesiva. Para lograr una forma más continua con hexágonos completos se ha probado a girar los mecanismos.



Extremo en el que aparecen nudos con dos barras por el corte de las unidades hexagonales



Bovedas formadas por mecanismos de nudos de tres barras completos. Izquierda barras alineadas con la generatriz de la bóveda, derecha posición girada.

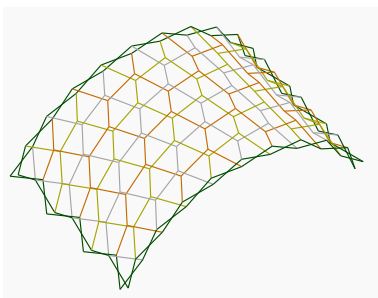
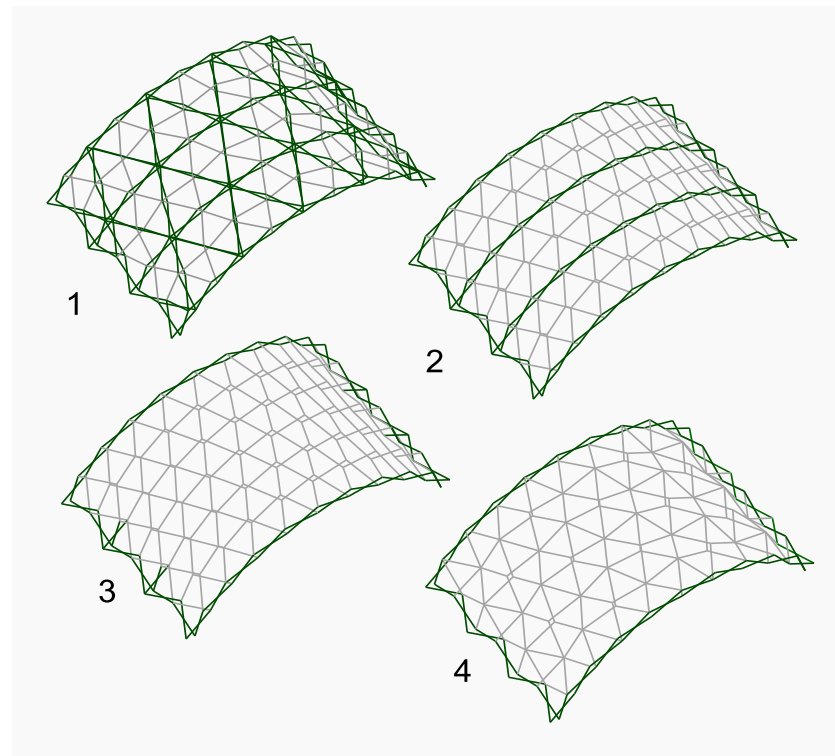
El cálculo de esta estructura ha dado valores similares al de la anterior. Los esfuerzos máximos de las barras se han reducido a aproximadamente la mitad, aunque siguen siendo mucho mayores que en el otro mecanismo, 3177kg a tracción y 2684kg a compresión. Los desplazamientos mayores que en la estructura anterior, llegan a ser de 508mm.

▪ Combinación de mecanismos de barras cruzadas y de nudos de tres barras girados

Los mecanismos de barras cruzadas tienen un comportamiento estructural óptimo, pero la resolución del cruce de barras presenta complicaciones geométricas. En los mecanismos de nudos girados de tres barras, la solución geométrica es sencilla, pero su rigidez es insuficiente.

Se han probado soluciones mixtas para intentar lograr mecanismos que salven estas limitaciones. Para ello, se ha partido de la estructura de nudos de tres barras y se han añadido barras adicionales, de manera que existan líneas formadas por mecanismos de barras que aumenten la rigidez del conjunto.

Soluciones mixtas analizadas:
1 refuerzos en malla triangular,
2 refuerzo en bandas paralelas
alternas,
3 refuerzo perimetral con malla
continua y 4 refuerzo perimetral
con malla formada por módulos
hexagonales.



Soluciones mixta de malla continua de nudos de tres barras girados. Los tres sistemas de barras independientes se han representado en gris, amarillo y naranja

Se han dispuesto los refuerzos tal como se muestra en la ilustración anterior: en malla triangular (1), en bandas paralelas alternas (2) y perimetralmente con dos tipos de malla: malla continua (3) y malla formada por módulos hexagonales (4). La malla continua no se había probado hasta ahora, se trata de combinar nudos girados sin que formen hexágonos completos. Esta malla aparecen tres sistemas de barras que se cruzan, sin contacto entre ellos. Esta solución no se puede dividir fácilmente en componentes, pero se ha probado para contrastar los resultados con otras soluciones.

Los resultados de desplazamientos de los tres primeros modelos son muy similares a la estructura formada por barras cruzadas. Los esfuerzos son superiores, pero hay que tener en cuenta que el número de barras de estas estructuras es menor.

La solución mixta formada por módulos hexagonales da resultados muy diferentes a los otros tres tipos, los esfuerzos máximos de barras son superiores y las deformaciones son excesivas, llegan a los 20cm. Los resultados se resumen en la siguiente tabla.

Modelo	Desplazamientos (mm)			Esfuerzos max. Sin mayorar (kg)		Nº de barras
	Hor.	Vert.	Tot.	Tracc.	Comp.	
Garras cruzadas	26	18	32	762	761	374
Nudos de 3 barras	319	340	466	6.006	3.039	196
Mec. Girados de Nudos de 3 barras	265	431	508	3.177	2.684	174 *
Mixto 1	26	18	32	1.270	1.009	293
Mixto 2	27	18	32	1.143	1.276	239
Mixto 3	55	45	71	1.922	1.937	223
Mixto 4	130	153	201	1.976	2.706	219

* Debido a la disposición de elementos completos, esta estructura tiene un ancho efectivo menor, por lo que el número de barras no es comparable, si se pondera este dato según la superficie ocupada, el número de barras es el mismo que en la solución anterior de nudos de tres barras

12.2 MODELOS CONSTRUIDOS

Se han construido dos tipos de mecanismos y la combinación de uno de ellos a escala real. Los prototipos construidos son un hexágono de barras cruzadas y la combinación de tres hexágonos de nudos girados de tres barras. Se han fabricado los diferentes componentes con los que construir varios mecanismos y combinaciones. Las barras son iguales y los elementos de unión están formados por piezas que se ensamblan y en sus diferentes combinaciones dan lugar a una variedad de tipos de nudo.

▪ Barras

Las barras son de madera microlaminada de abedul, con resinas fenólicas. Los bordes y perforaciones se han realizado manualmente. Se ha partido de paneles de 40mm de espesor, el grueso mayor que se encuentra habitualmente en almacenes. Para evitar desperdicio de material, la longitud de las barras es la máxima del tablero estándar, 250cm. Esto hace que la esbeltez de las barras sea muy elevada, por lo que su carga admisible y su rigidez se ven penalizadas.

Las articulaciones permiten el giro en un plano pero no en el perpendicular, por lo que la longitud de pandeo es diferente en cada una de estas direcciones. Se ha definido una sección rectangular para igualar la esbeltez mecánica en las dos direcciones. Se ha partido de del grosor del tablero y se ha obtenido la otra dimensión. En el plano de giro de la barra, la longitud de pandeo es la total ($L = 245\text{cm}$ entre articulaciones). En el plano perpendicular se ha considerado una longitud de pandeo igual a $0,7L$. La sección construida es de $40 \times 50\text{mm}$. La esbeltez mecánica de la barra en el plano de giro de la barra es 119,5 y en el perpendicular 128,6.



Barras de madera microlaminada de $40 \times 50 \times 2500\text{mm}$

▪ Nudos

Se han diseñado los nudos para que se puedan fabricar ensamblando componentes. Algunos componentes se repiten, de manera que pueden formar parte de diferentes tipos de nudo. Son piezas de acero de 4mm de espesor cortadas con láser que se ensamblan entre sí, de modo que se unen mecánicamente. Mediante un tornillo perpendicular se garantiza la unión. Soltando el tornillo se puede desmontar la pieza y utilizar sus componentes para hacer otros nudos.

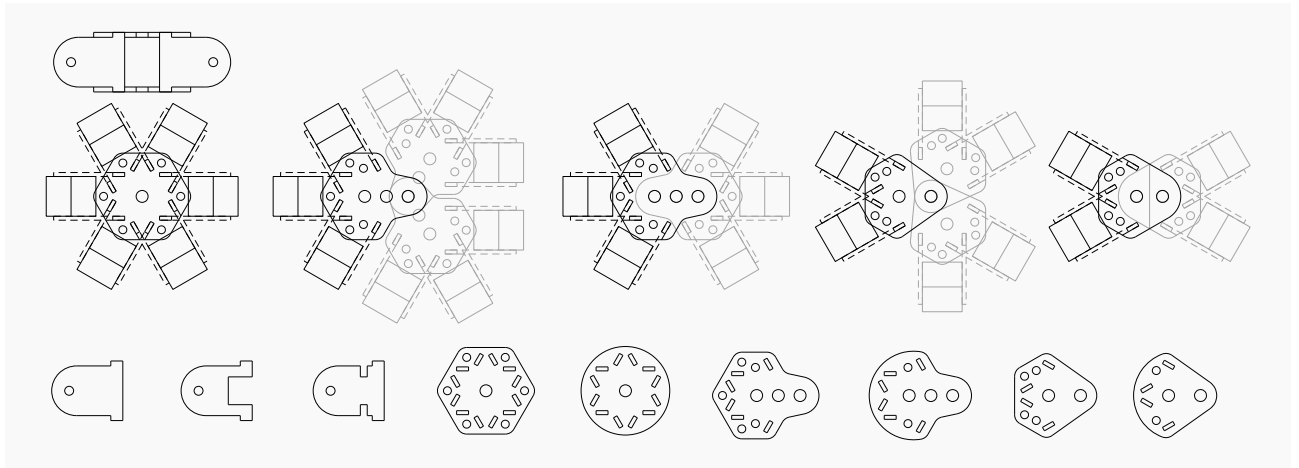
Se han diseñado nudos para unir dos tres o seis barras. También se han diseñado piezas especiales para poder salvar el cruce de barras de los mecanismos de barras cruzadas. Se ha previsto que los nudos que unen dos o tres barras se puedan ensamblar entre sí, para que sea posible unirlos frontalmente (dos nudos) o en diagonal (dos o tres nudos).



Componentes de acero para ensamblar nudos



Dos nudos de tres barras unidos en diagonal



Los cables se han dimensionado siguiendo los resultados del cálculo de la combinación de mecanismos de barras cruzadas. Se ha elegido un cable de acero galvanizado de 6mm de diámetro formado por 6 cordones de 19 hilos. Su carga de rotura es de 2100kg.

Los mecanismos están planteados para que los cables horizontales sean fijos y los verticales tengan tensores y funcionen como accionadores. En los mecanismos construidos, se han dispuesto tensores en todos los cables para poder controlar la forma de la estructura.

Fila superior, nudos de seis tres y dos barras con sus combinaciones.
Fila inferior, componentes.

12.2.1 MECANISMO DE BARRAS CRUZADAS

Se ha preparado material para construir tanto mecanismos de barras cruzadas, como los de nudos girados. La primera prueba de construcción se ha realizado con un módulo hexagonal de barras cruzadas. El peso del conjunto es de 92kg. Se ha montado un módulo completo y se ha trasladado, plegado y desplegado por dos personas. El volumen ocupado es muy grande y su manipulación es complicada. Por este motivo no se ha continuado con la fabricación de más módulos y se ha optado por desarrollar los mecanismos de nudos de tres barras.

Fabricación de un mecanismo hexagonal de barras cruzadas fomadas por barras de 250cm.

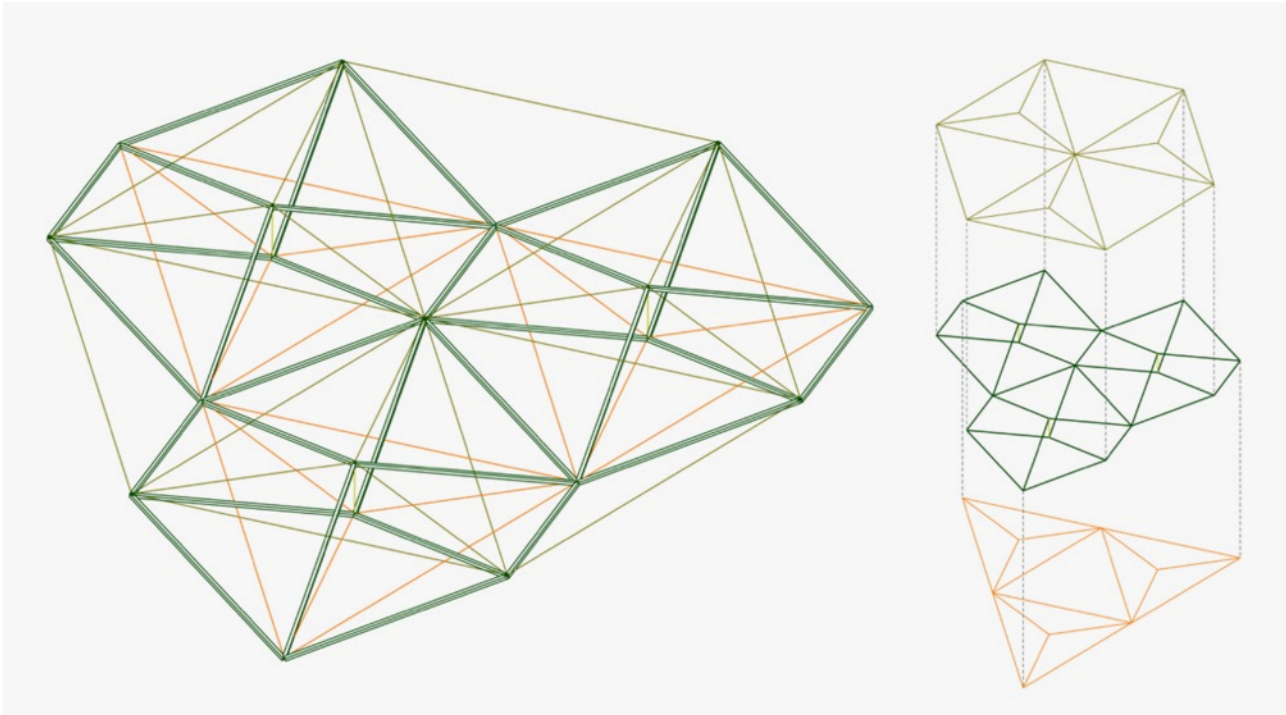


12.2.2 MECANISMO DE NUDOS GIRADOS

Para la prueba de combinación de mecanismos, se ha elegido el módulo de nudos de tres barras. Este mecanismo ha dado resultados muy desfavorables en los cálculos realizados, tanto en esfuerzos de las barras y cables, como en deformaciones. Sin embargo, se ha elegido para poder comprobar la manejabilidad y su comportamiento a escala real y se han aplicado cargas de poca entidad. Como se explicará a continuación, los resultados han confirmado los datos de cálculo.

Se han construido tres módulos y se han combinado. El conjunto tiene unas dimensiones totales de 875cm x 866cm. Se ha apoyado en tres puntos, con una separación entre apoyos de 866cm. El peso total del conjunto es de 142kg.

Combinación de tres mecanismos de nudos girados y vista explotada en la que se ve los sistemas de barras, cables superiores y cables inferiores



Para el cálculo, se han simulado el tensado de los cables mediante la aplicación de cargas térmicas de un valor de -50°C en los inferiores y -5°C en los superiores. El resultado es que con el peso propio la flecha es casi nula, 4mm. Las compresiones máximas son de 176 kg y las tracciones máximas de 219kg.

Transporte y manipulación de las tres unidades



Se han fabricado tres módulos de manera independiente y se han colocado tensores en todos los cables. Los tres módulos se han transportado en un vehículo de tamaño medio y se han ensamblado in situ. Se ha pretensado la estructura y se le ha dado una contraflecha de 8cm.

▪ Primer montaje, inestabilidad de los nudos de tres barras

La estructura se ha elevado manualmente y se ha colocado sobre tres apoyos. En un primer intento de montaje, la estructura ha tensado de manera desordenada. Los nudos intermedios que unen tres barras han resultado inestables. La estabilidad de los nudos de ejes desplazados depende de la rigidez a torsión de las barras. En el cálculo que se ha realizado para nudos de cuatro barras que se ha explicado en el capítulo 6, se ha comprobado que el factor limitante de estas soluciones es el pandeo.

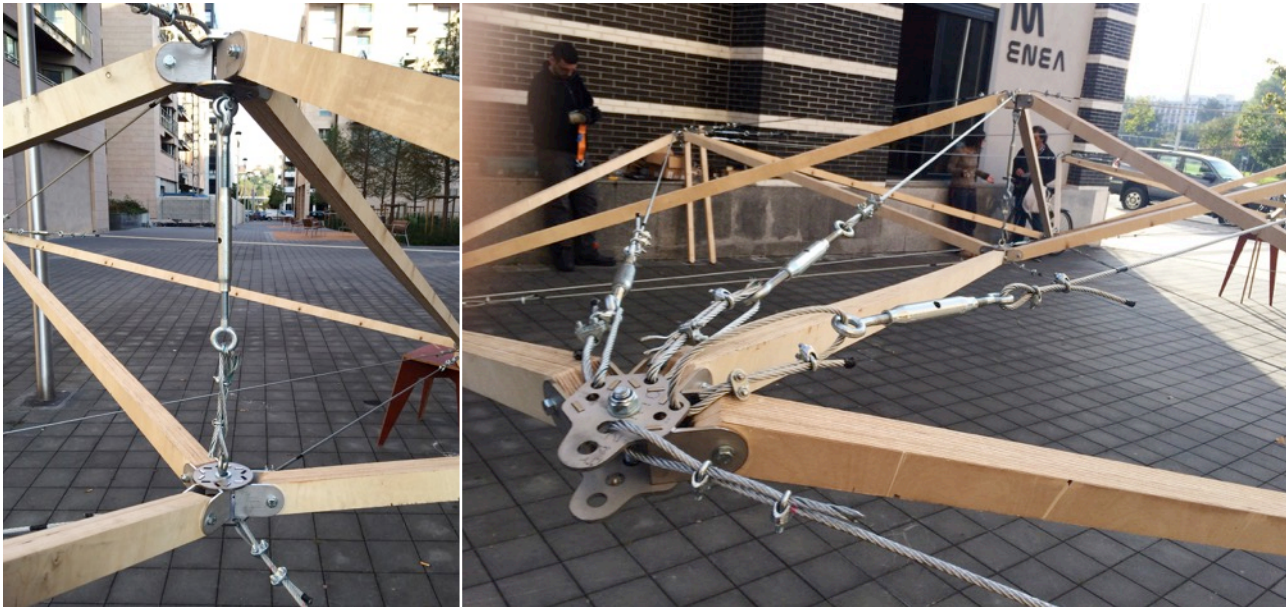
En la prueba realizada, la situación es más desfavorable que la calculada mediante el programa FEM, por dos motivos: por una parte, los nudos unen tres barras, por lo que la estabilidad del nudo depende de menos barras; por otra parte, el material empleado es menos rígido que los tubos de acero considerados en ese cálculo. Cuando el nudo gira, las excentricidades de las barras aumentan por lo que también aumenta el esfuerzo que tiende a girar el nudo. En esta prueba, los nudos que unen más de tres barras no han dado problemas de estabilidad.



Giros de los nudos en la primera prueba de montaje debidos a la insuficiente rigidez a torsión de las barras

▪ Segundo montaje

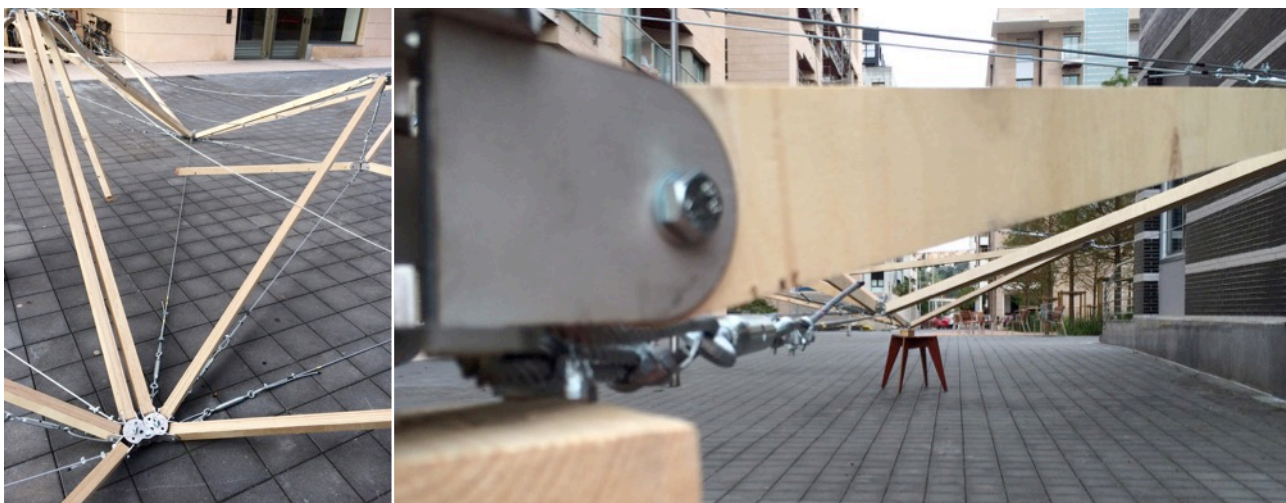
La estructura ha soltado y se ha vuelto a montar de manera ordenada. Cuando las barras estaban en su posición se han apretado algunas uniones de barras a nudos. Sólo se han apretado las uniones a los nudos que unen tres barras, el resto se ha dejado flojo, para poder comprobar su estabilidad en una situación de carga.



Nudos en posición correcta en el segundo montaje

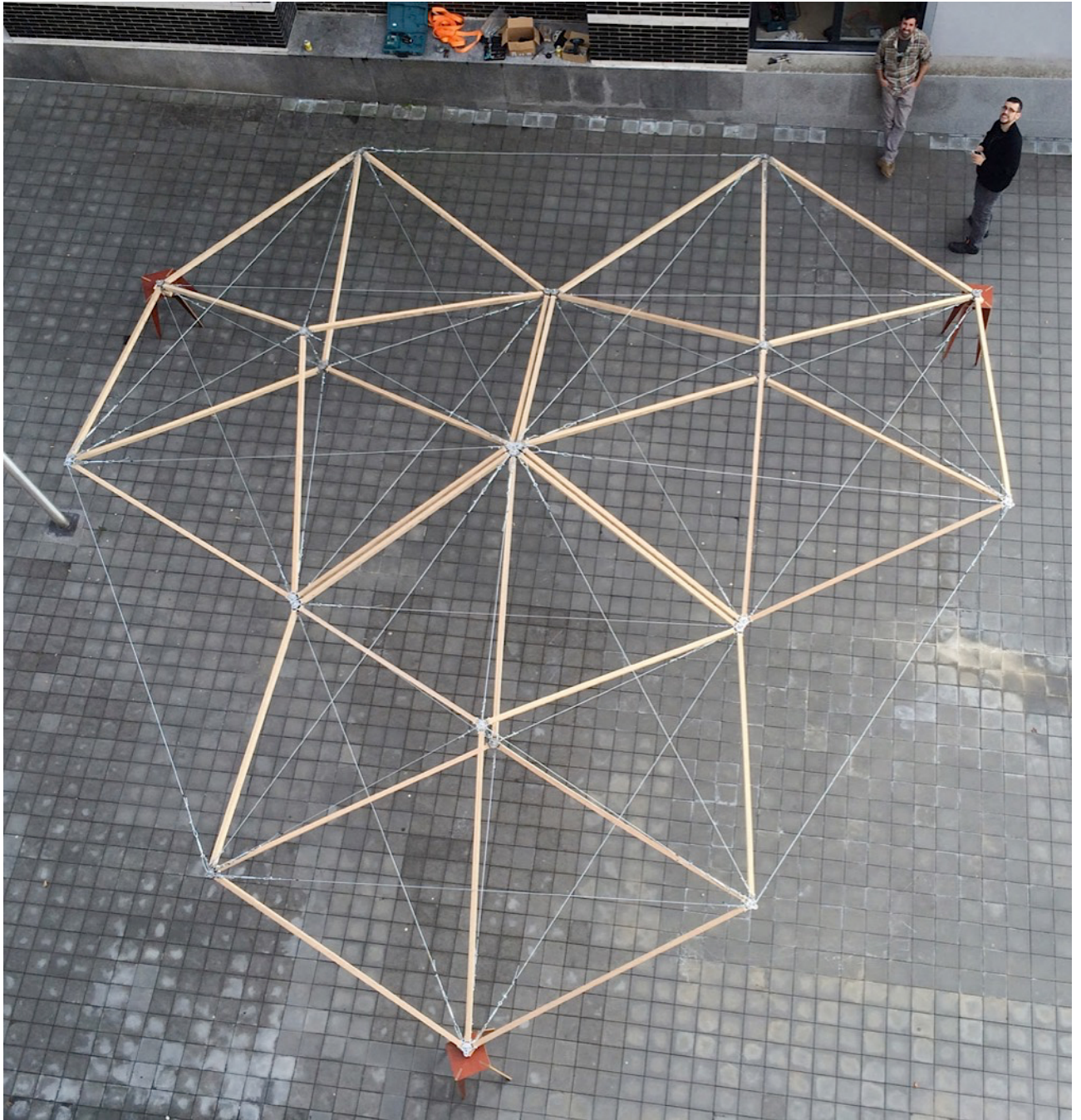


Estructura completa sobre tres apoyos



Barra partida por pandeo tras la prueba de carga

Contraflecha de la estructura



La estructura elevada de este modo ha mantenido su geometría. Esto no es una solución válida al problema de giro de los nudos, ya que las barras tienen que poder girar, pero ha servido para probar el resto de características de la estructura. Una solución consiste en disponer de barras de mayor rigidez a torsión.

Inicialmente se ha aplicado una carga de 90kg en un nudo intermedio, la flecha con esta carga ha sido de aproximadamente 5cm. Posteriormente se ha aplicado una segunda carga de 60kg. Una de las barras que salen radialmente del nudo central se ha partido por su parte media al aplicar la segunda carga.

Conjunto de tres mecanismos hexagonales de nudos girados sobre tres apoyos

▪ Cálculo de la prueba de carga

Se ha realizado el cálculo posterior de la estructura, considerando las de cargas que se han aplicado a la estructura real. Para ello se ha utilizado el programa *Wintess*. El resultado ha dado como resultado que la tracción máxima en los cables ha sido de 819kg y la compresión máxima de 866kg. En la barra que ha fallado, la compresión ha sido muy próxima a la máxima 816kg. También se ha realizado el cálculo a pandeo de una barra aislada con el mismo programa. Para realizar ese cálculo se ha considerado la longitud de pandeo de $0,7L$ en la dirección de la dimensión menor de sección de la barra y L en la dirección de la dimensión mayor. Se ha aplicado una fuerza transversal de 10kg en el centro de la barra para provocar la inestabilidad.

Según ese cálculo, con 840kg de carga axial, la barra está en el límite de la inestabilidad, con 830kg es estable, aunque con grandes deformaciones mientras que con 850kg colapsa.

El cálculo de deformaciones para la primera carga aplicada da como resultado una flecha en ese punto de 74mm, un resultado muy similar al que se ha producido en la situación de carga real.

El resultado de los cálculos ha sido mucho más acorde con el comportamiento real de lo esperado, sin embargo el hecho de que en una situación concreta los resultados de cálculo se ajusten con tanta precisión al comportamiento real no garantiza que lo hagan en otros casos. Hay parámetros de cálculo que se han tomado de manera aproximada, como la longitud de pandeo de las barras o el módulo de elasticidad de la madera microlaminada. Para lograr una precisión mayor sería necesario ensayar las barras empleadas para obtener sus módulos de elasticidad exactos y modelar la estructura en su geometría real con un programa FEM.

▪ Valoración de la prueba a escala real

El peso y volumen del módulo de barras cruzadas ha resultado excesivo. Para que su uso sea factible es necesario reducir la dimensión y peso las piezas. Esto puede lograrse definiendo elementos que sean una porción del módulo hexagonal o construyendo los módulos con barras de menor tamaño.

Para utilizar el módulo de nudos girados hay que garantizar la estabilidad de los nudos. Un modo de lograrlo es sustituir el tipo de nudo utilizado por el tipo de ejes desplazados. Otro modo de lograrlo es utilizar barras con una rigidez suficiente a torsión, de modo que sea suficiente para evitar el giro. En cualquier caso, las deformaciones de este tipo de estructura son excesivas, por lo que no se considera una solución viable.

Una solución a las limitaciones de los dos mecanismos puede ser el uso de combinaciones intermedias, tal como se ha propuesto en la parte inicial de este capítulo. Estas soluciones tienen complejidades geométricas importantes para poder dividirse en módulos independientes, se han dejado para desarrollar en investigaciones futuras.

13 CONCLUSIONES

En la introducción se han definido y justificado los condicionantes de partida, los cuales han marcado los criterios de valoración que se han mantenido durante todo el trabajo. Los fundamentales son, por una parte, la fabricación, transporte y manipulación manual y, por otra, la modularidad y repetición de componentes.

En el segundo capítulo se ha hecho un repaso de los diferentes tipos de estructuras desplegadas en función de diferentes criterios de clasificación. Se han razonado y valorado las características de los diferentes sistemas, entre los que se han elegido las estructuras formadas por barras y cables. Los motivos de esta elección han sido la versatilidad de este tipo de desplegadas, la variedad de propuestas existentes y los campos no desarrollados en este ámbito. Por otra parte, se han descrito diferentes sistemas de accionamiento, y se ha elegido el que se ejerce mediante tensado, porque se ha considerado como el más sencillo y el que se adapta mejor a una manipulación manual.

Se han expuesto las principales propiedades de las estructuras tensadas y se han analizado con más detalle las tensegrities. Se han descrito los diferentes tipos y sus propiedades. Las principales son: la desplazabilidad, la tensión propia, la búsqueda de la forma y la eficiencia mecánica. Se ha visto que las tensegrities son estructuras con grandes limitaciones mecánicas. En el caso de las *falsas tensegrities*, esta debilidad no es tan acusada. Otro de los aspectos valorados ha sido la desplegabilidad que, a pesar de ser una característica inherente a este tipo de estructuras, presenta grandes complicaciones geométricas y de control del proceso de desplegado. De este capítulo se ha concluido que, inicialmente, las tensegrities no son el tipo de estructura más adecuado para desarrollar la propuesta de esta tesis, pero sus propiedades se pueden aplicar a otros mecanismos desplegados formados por barras y cables.

En el capítulo dedicado a los mecanismos de barras se ha realizado una exposición cronológica de las principales aportaciones estudiadas en este ámbito. Seguidamente se han analizado los diferentes tipos de mecanismos desplegados que se pueden realizar con barras articuladas. Se han explicado los mecanismos formados por barras biarticuladas y, posteriormente, los diferentes tipos de mecanismos en forma de tijera. Se ha valorado la repercusión que tiene la posición de los mecanismos desplegados en relación a la superficie definida.

Se puede distinguir entre tijeras planas y tridimensionales. Entre las planas, las más sencillas son las formadas por dos barras rectas. Se han expuesto dos tipos derivadas de éstas: las *tijeras múltiples* y las *de eje de giro desplazado*. Las que se han denominado *tijeras múltiples* responden a dos tipos de condicionantes: en unos casos se han utilizado para mejorar la capacidad mecánica de los mecanismos en su parte más débil (el lugar en el que se cruzan las barras), en otros casos se han utilizado para definir superficies continuas en las que los mecanismos están inscritos. Un ejemplo de este último tipo son las llamadas *Iris Domes*. Las tijeras de ejes de giro desplazados (habitualmente se denominan como tijeras de barras quebradas), son otra variación de las tijeras planas. Mediante este tipo de mecanismos se mejora el movimiento de desplegado y se puede lograr combinaciones que mantienen sus relaciones geométricas sin variaciones de la forma durante todo el pro-

ceso (varía la dimensión pero no la forma estructural). Desde el punto de vista geométrico del proceso, constituyen una solución óptima, pero tienen la contrapartida ser soluciones de construcción compleja y tener un grado de plegabilidad menor que otros tipos de tijera. Para cumplir los objetivos de esta tesis, tienen el inconveniente añadido de no suponer ninguna mejora si se pretende realizar un desplegado que por partes.

Las tijeras tridimensionales son más complejas que las planas. Emilio Pérez Piñero las utilizó en la mayor parte de sus propuestas, sólo utilizó tijeras planas en obras menores. Las propuestas de tijeras tridimensionales posteriores a Piñero son muy escasas. La gran mayoría han optado por simplificar los mecanismos y generalmente utilizan diferentes tipos de tijeras planas. Estos mecanismos se han combinado de manera tridimensional, generalmente en forma de mallas en tramas triangulares o cuadrangulares.

En el quinto capítulo se ha tratado de las discretizaciones encaminadas a realizar estructuras desplegables. De acuerdo con los condicionantes iniciales de esta investigación, se ha analizado la problemática de realizar discretizaciones con elementos iguales o minimizando la variedad de componentes. Se ha tratado fundamentalmente sobre discretizaciones esféricas, porque las superficies de doble curvaturas son las que presentan mayores dificultades y, entre éstas, las esféricas son las más habituales.

Las discretizaciones de elementos iguales tienen limitaciones y sólo son óptimas en los casos más sencillos. Generalmente suponen irregularidades en los componentes que pueden ser de diversos tipos. En algunos casos se limita el número de componentes diferentes, pero la variedad de medidas pone de manifiesto la irregularidad. En otros casos se logra una regularidad aparente y, aunque haya gran número de componentes diferentes, las diferencias entre barras próximas son muy pequeñas.

Es posible hacer discretizaciones cuadrangulares de formas de doble curvatura con líneas de igual longitud. Para adaptarse a estas superficies, las tramas se tienen que distorsionar. Si se utilizan estas discretizaciones para hacer estructura desplegables con mecanismos en tijera de barras rectas, el ángulo de las superficies varía con el movimiento y, por lo tanto, cambian los ángulos de las líneas de discretización. Si se construyen con nudos que permiten el giro de las barras en una sola dirección, éstos se deforman durante el proceso de desplegado. Para evitarlo se pueden hacer nudos que permiten el giro en dos direcciones o utilizar tijeras de ejes de giro desplazados. Las dos soluciones requieren de soluciones constructivas complejas.

Las tijeras de lados desiguales formadas por barras rectas definen formas trapezoidales, con ellas se pueden hacer estructuras de sección irregular o curva. El ángulo que forman los lados de los trapecios varía con el movimiento, lo que puede generar problemas de incompatibilidad. Cuando las tijeras se disponen paralelas a la superficie estructural y definen formas cerradas es habitual que estas distorsiones no sean compatibles. Cuando se disponen perpendiculares a la superficie estructural, el cambio de ángulo supone un cambio de la curvatura de la superficie definida. Este cambio de radio de curvatura puede provocar que el ángulo de las líneas de discretización (definida como la trama que dibujan los mecanismos en la superficie) cambie durante el desplegado. En algunas discretizaciones, esta distorsión de los ángulos es incompati-

tible. Estos dos problemas se puede solventar construyendo tijeras con ejes de giro desplazados.

La solución de los nudos es uno de los temas fundamentales de la definición de las estructuras desplegadas, ya que, a la importancia que tienen en cualquier estructura, se le suma el hecho de tener que permitir el movimiento de las barras. Por este motivo, se ha dedicado un capítulo a tratar las diferentes tipos de nudo que se pueden utilizar. Se ha argumentado que, en el ámbito de esta tesis, el nudo ideal es inviable por las limitaciones de movimiento y las complejidades constructivas que supone. Las soluciones habituales simplifican la construcción de los nudos a costa de limitaciones en el movimiento de las barras. Cuando el mecanismo se mueve inscrito en la superficie estructural, la solución habitual es permitir el giro de las barras alrededor de un eje perpendicular a esa superficie. En las estructuras en las que el mecanismo desplegable es externo a la superficie definida, se han identificado dos tipos de solución claramente diferenciados: los nudos de ejes de giro desplazados y los de barras excéntricas.

Los nudos de barras excéntricas producen momentos residuales por la excentricidad de los esfuerzos axiales. El movimiento de las barras condiciona la dirección de la excentricidad, de modo que las barras tienen que llegar al nudo en forma de esvástica, debido a esto, los momentos producidos por las excentricidades se suman. En todos los ejemplos que se han analizado, los momentos residuales son soportados por las barras y los ejes de giro de los nudos.

En los nudos de ejes de giro desplazados existe el riesgo de que el nudo funcione como una biela y sea inestable. Para que no ocurra, el giro del nudo debe estar impedido. Aunque se ha visto algún ejemplo en el que existen elementos adicionales que impiden el giro, como la disposición de barras radiales, lo más habitual es que las barras dispuestas en diferentes direcciones eviten este giro mediante su rigidez a torsión.

Las dos soluciones de nudo generan esfuerzos adicionales en las barras. En los nudos de ejes de giro desplazados se deben al esfuerzo de torsión de las barras y en los de barras excéntricas a la excentricidad de la transmisión de cargas. Se ha cuantificado la repercusión de estos esfuerzos para casos concretos. El análisis se ha realizado por medios manuales y, por medios informáticos, mediante un programa FEM. Se han cuantificado las tensiones resultantes y el factor de seguridad frente a la inestabilidad.

En función de las tensiones resultantes, la solución de ejes de giro desplazados es más eficiente. Los resultados del cálculo manual y el informático han dado resultados similares. En lo referente a la inestabilidad, el cálculo manual realizado es una comprobación simplificada, por lo que no se ha considerado un resultado fiable. En el cálculo mediante el programa FEM, para el dimensionamiento de componentes que se ha elegido, el factor de seguridad frente a la inestabilidad es similar para los dos tipos de nudo. Se ha concluido que, si la inestabilidad no supone un factor decisivo para dimensionar la estructura, la solución de ejes de giro desplazados es más eficiente. Sin embargo, cuando la estructura se acerca a los límites de esbeltez, ambas soluciones pueden tener una eficiencia similar. En la estructura realizada a escala real las barras elegidas han excedido la esbeltez máxima para garantizar esta estabilidad y algunos nudos que unen tres barras han resultado inestables.

Para que las barras se puedan cruzar sin chocar entre sí, tienen que estar desplazadas. El tipo de nudo influye en el modo de solucionar este cruce. En el capítulo 10 se han analizado las diferentes soluciones de cruce de barras para los mecanismos propuestos. En los casos en los que se usan nudos de barras excéntricas, el cruce se soluciona de manera natural, ya que, manteniendo los nudos en su posición teórica, las barras quedan desplazadas.

Cuando los nudos son de ejes de giro desplazados, es necesario que haya un desplazamiento relativo entre los nudos. En las estructuras que se disponen según tramas cuadrangulares la solución es sencilla, consiste en realizar un desplazamiento en diagonal de los nudos de una capa de la malla, respecto a los de la otra capa. En las de mallas triangulares la solución es más compleja. En los mecanismos de barras cruzadas se ha llegado a solucionar el cruce utilizando barras de diferentes longitudes, pero el plegado de las estructuras resultantes ha sido incompatible. Una solución a este problema es hacer nudos con diferentes desplazamientos de los ejes de giro, de modo que el resultado sea similar a la solución de barras de diferentes longitudes. De este modo se soluciona el cruce de barras y el mecanismo se puede plegar, pero el aumento del desplazamiento de los ejes agrava el riesgo de inestabilidad de los nudos. En los mecanismos de nudos girados, las barras están separadas, por lo que el cruce no supone un problema, se puede utilizar los dos tipos de nudo indistintamente.

El aspecto diferencial de las estructuras desplegadas respecto a otros tipos, consiste en que la puesta en servicio se produce mediante un movimiento de apertura del mecanismo. La libertad de mecanismo condiciona el modo en que se da el movimiento de dos maneras, por una parte, el grado de libertad define el número de movimientos independientes y, como consecuencia de ello, el número mínimo de accionadores que serán necesarios. Por otra parte, cada grado de libertad puede afectar a la totalidad de la estructura o a una parte de ésta. Se han analizado los diferentes mecanismos y los grados de libertad que tienen, tanto de manera individual, como cuando se combinan para formar mallas espaciales.

Es habitual que se intente limitar el grado de libertad de las estructuras desplegadas para facilitar el control del proceso de desplegado. Sin embargo, para poder accionarse de manera manual, se ha considerado más adecuado que el grado de libertad sea mayor y que la afección sea parcial. De este modo, en lugar de realizar un movimiento global que requiera de medios de gran alcance, se pueden lograr procesos de desplegado que se realicen como una serie de movimientos concatenados que requieran de medios de accionamiento de menor entidad.

Se han descrito diferentes tipos de mecanismos en tijera que se pueden combinar para dar lugar e entramados desplegados. Cuando estos componentes se unen, sus grados de libertad se condicionan mutuamente. Los conjuntos pueden mantener el mismo grado de libertad del mecanismo básico, pueden tener un grado mayor o, en algunos casos, el conjunto puede tener un grado de libertad menor que cada componente aislado.

En algunas combinaciones de mecanismos desplegados, los movimientos de los diferentes componentes no son compatibles entre sí y los conjuntos no se pueden desplegar o, si lo hacen, es a costa de deformar

algunas barras. La compatibilidad de movimientos es uno de los aspectos más complejos que hay que solucionar para definir estructuras desplegadas. Se ha analizado la compatibilidad de las diferentes combinaciones de mecanismos en tijera.

Se han identificado diferentes tipos de compatibilidad: la plegabilidad completa, la despleabilidad completa, la compatibilidad de movimiento y la no distorsión de la geometría. Habitualmente, la despleabilidad completa no es necesaria. La plegabilidad completa puede no ser indispensable, pero si no se cumple, el movimiento acarrea cambios importantes de la geometría, por lo que siempre es una condición deseable. La compatibilidad de movimiento es una condición necesaria, aunque existen casos en los que la incompatibilidad se aprovecha para hacer estructuras biestables.

La distorsión de la geometría puede darse de dos modos diferentes: puede ser el alabeo de los planos definidos por los mecanismos o el cambio de ángulos entre las líneas de discretización. Las tijeras no permiten el alabeo de planos, por lo que son incompatibles con estos mecanismos. En los mecanismos de barras cruzadas sin articulaciones intermedias, los planos se pueden alabeo, pero es necesario evitar el choque entre barras y que las barras puedan girar en dos direcciones. La distorsión de las tramas no supone un problema si los nudos permiten giros en dos direcciones, de lo contrario, los nudos deben poder deformarse.

El capítulo 8 se ha dedicado a analizar la eficiencia estructural de los mecanismos en tijera. Son estructuras intrínsecamente débiles. La reducida rigidez a flexión de este mecanismo se debe a la ausencia de canto efectivo en su parte central. Ha sido descrita por diferentes autores y varios de éstos han propuesto soluciones para mejorarla, como son la incorporación de barras adicionales, la disposición de cables o el uso de tijeras múltiples. Cuando se trata de transmitir esfuerzos axiales, los mecanismos en tijera presentan limitaciones de un orden comparable al que ocurre frente a las flexiones. Esto se debe a la inclinación de las barras respecto a la dirección principal de la fuerza transmitida, lo que provoca esfuerzos de flexión. Es un fenómeno que se comprueba con facilidad si se analiza la transmisión de cargas de manera manual, pero a pesar de ello, no se ha encontrado ningún análisis de claro de este aspecto. Mediante la disposición de cables adicionales se puede evitar que las barras trabajen a flexión cuando la estructura transmite esfuerzos axiales.

Se ha cuantificado la mejora que suponen la incorporación de cables de refuerzo perimetrales en los mecanismos en tijera mediante una valoración manual. Seguidamente se ha probado la eficiencia estructural de las diferentes combinaciones en dos tipos de estructura: jácenas biapoyadas y arcos con cargas asimétricas. Los mecanismos que se han estudiado son: tijeras atirantadas en todo su perímetro, tijeras atirantadas longitudinalmente, tijeras atirantadas transversalmente, tijeras sin atirantar y tensegrities de dos barras. En los dos tipos de estructura estudiados, los resultados han sido similares, las tijeras atirantadas en su perímetro y las tensegrities de dos barras son las que han dado un resultado notoriamente mejor, sin diferencias significativas entre ellas. La capacidad estructural del resto de mecanismos analizados es claramente inferior.

En el capítulo 10 se han propuesto y analizado diferentes tipos de mecanismos, que son propuestas originales de esta tesis. Se han expuesto los diferentes mecanismos planteados, tanto los que se han valorado positivamente como los que se han descartado por algún motivo.

Las primeras propuestas han partido de combinar mecanismos en tijera y tensegrities de dos barras. No se han identificado mejoras considerables, por lo que se han descartado. Posteriormente, se ha aplicado el procedimiento de partir de tensegrities de dos barras y reducir el grado de libertad mediante la incorporación de barras adicionales. Por esta segunda vía, se ha definido un mecanismo que se ha llamado *de seis barras en doble X*. Se han definido diferentes combinaciones en mallas triangulares y cuadrangulares. Las mallas cuadrangulares dan resultados compatibles. Las mallas triangulares no son compatibles por sí mismas y se han probado modificaciones para lograr que lo sean. A partir de las mallas triangulares se han conseguido combinaciones compatibles, pero ha sido a costa de interrumpir la malla. Estas soluciones no presentan ventajas frente a las mallas cuadrangulares, por lo que se han descartado.

Las mallas desplegadas formadas a partir de tramas cuadrangulares son más flexibles que las definidas mediante tramas triangulares. Esto se debe a la rigidez de las formas triangulares. En el análisis de propuestas de diferentes autores se ha constatado que las tramas triangulares presentan mayores problemas de incompatibilidad de movimientos. En el inicio del desarrollo de propuestas se había considerado que las combinaciones de tensegrities de dos barras tenían un grado de libertad excesivo, por lo que inicialmente se probó a añadir enlaces adicionales para reducirlo. Por otra parte, las tramas triangulares resultaban excesivamente rígidas para los mecanismos modificados. Teniendo en cuenta estos dos factores contrapuestos, se ha llegado a la conclusión de que la rigidez de las tramas triangulares puede compensar el alto grado de libertad de las tensegrities de dos barras.

Si se combinan tres tensegrities de dos barras en forma triangular, es difícil controlar la forma. Sin embargo, cuando se amplía la malla sumando más mecanismos, los movimientos de las barras se condicionan entre sí, y se reduce el grado de libertad del conjunto.

Como desarrollo de esta idea, se han propuesto tres mecanismos básicos: el formado por tensegrities de dos barras en malla triangular, el que se ha llamado *de nudos de seis barras girados* y el denominado como *de nudos de tres barras girados*.

La combinación de tensegrities de dos barras se ha solucionado con nudos de barras excéntricas. De las diferentes opciones analizadas con nudos de ejes desplazados ninguna soluciona geoméricamente la estructura. Las soluciones para evitar el choque son muy complejas, suponen disponer de barras diversas longitudes y nudos desplazados en diferentes direcciones. Aunque se ha llegado a solucionar la geometría del cruce de barras, el mecanismo ha sido incompatible.

Los mecanismos de nudos girados se han definido a través de modificaciones efectuadas sobre el mecanismo de tensegrities de dos barras. El de seis barras se ha logrado girando 30° la trama de una de las dos superficies y ajustando las longitudes para lograr una trama homogénea. El de tres nudos se puede definir de diferentes maneras, pero la

más sencilla es partir del mecanismo de barras cruzadas y eliminar una barra de cada par. Las combinaciones de estos dos tipos de mecanismo se han definido geoméricamente. Se pueden realizar con nudos de barras excéntricas o con nudos de ejes desplazados, ambas soluciones son geoméricamente correctas. Las aplicaciones de estos mecanismos se han desarrollado con nudos de ejes desplazados.

Los mecanismos en tijera y los de barras cruzadas tienen la propiedad de poder adaptar la longitud que ocupan en planta, modificando su apertura. De este modo, se pueden realizar estructuras a partir de discretizaciones de líneas de diferente longitud con mecanismos de barras de longitudes iguales. Este procedimiento no está exento de inconvenientes. En las discretizaciones esféricas, las longitudes de las líneas que las componen son menores en su perímetro, por lo que, en su aplicación, el canto estructural es menor en el centro y aumenta a medida que se aleja de él. Esta variación en el canto no se adecúa a las necesidades estructurales.

La adaptación de los mecanismos de barras a discretizaciones de líneas diferentes, es muy compleja. Para poder lograrlo se ha desarrollado un procedimiento de discretización que se ha denominado como *imperfecto*. Se basa en partir de mecanismos formados por elementos de una misma longitud, y acercarlos a una superficie. Inicialmente se ha aplicado con modelos a escala y, posteriormente, se ha utilizado un simulador físico para realizarlo en un entorno virtual.

En las discretizaciones realizadas se han probado los tres tipos de mecanismos de malla triangular propuestos y se han adaptado a diferentes superficies. Se han medido diferentes parámetros para controlar el resultado: la aproximación a las superficies de referencia, la variación de canto de las estructuras, la distorsión de los ángulos de la trama y se ha controlado el grado de imperfección del procedimiento mediante la comprobación de la variación de longitudes de las barras. Estos datos se han tabulado para las diferentes soluciones.

En las discretizaciones esféricas se han probado tramas en las que se ha interrumpido la continuidad de los anillos perimetrales. Se ha mitigado el aumento de canto en el perímetro de las estructuras y se han logrado discretizaciones en las que los cantos en el centro y perímetro son menores, mientras que, en las partes intermedias, son mayores. De este modo, se ha logrado que el canto estructural se aproxime al óptimo según la transmisión de esfuerzos para estados de carga asimétricos.

Como final de esta tesis se ha construido un ejemplo de estructura a escala real. Para ello se han elegido los mecanismos de barras cruzadas y los de nudos girados de tres barras. Se han definido estructuras abovedadas formadas por estos mecanismos y se han calculado para las sobrecargas que estipula la normativa vigente. El mecanismo de barras cruzadas ha tenido un comportamiento óptimo, tanto en el cálculo de esfuerzos como en el de deformaciones. La estructura de nudos girados ha sido claramente insuficiente en ambos aspectos. Posteriormente se han probado diferentes combinaciones de los dos mecanismos, de manera que los pares de barras cruzadas constituyen líneas de refuerzo en las mallas de mecanismos de nudos girados. Se han logrado soluciones mixtas con características resistentes muy similares a la estructura formada por mecanismos de barras cruzadas, pero con un número de barras mucho menor.

Se han realizado pruebas a escala real de los dos mecanismos básicos. Para ello se ha diseñado y fabricado una serie de componentes que sirven para montar diferentes tipos de mecanismos. Se ha construido un módulo hexagonal formado por barras cruzadas. El conjunto ha resultado demasiado pesado y complicado de manipular, por lo que se ha descartado construir la combinación de varios mecanismos de este tipo.

Ante la dificultad de manipular el módulo de barras cruzadas, se han construido tres módulos hexagonales de nudos de tres barras y se han ensamblado entre sí. A pesar de que el cálculo de este mecanismo había dado resultados muy desfavorables, se ha realizado para probar la manipulación y comportamiento de los mecanismos. También se ha probado su comportamiento estructural aplicando cargas muy reducidas.

La manipulación y transporte de estos mecanismos ha sido adecuada. Se han fabricado por dos personas y se han transportado en un vehículo doméstico de tamaño intermedio. Los mecanismos se han desplegado manualmente y se han ensamblado por tres personas. Para su fabricación se han empleado barras de madera de gran esbeltez. En la prueba realizada, esta esbeltez ha resultado excesiva. En el primer montaje algunos nudos han resultado inestables y han girado. Se ha realizado una segunda prueba en la que se han fijado algunas uniones entre barras y nudos, para poder comprobar el comportamiento frente a otros factores. La estructura se ha cargado hasta romper uno de sus componentes. Posteriormente se ha realizado un cálculo de los esfuerzos y deformaciones producidos por esas cargas y los datos han sido acordes con el comportamiento real.

Como conclusión final, se considera que se han propuesto mecanismos desplegables novedosos que pueden mejorar aspectos no solucionados en el ámbito de esta investigación. Estos mecanismos pueden salvar problemas de incompatibilidad que se producen en otros sistemas desplegables y permitir estructuras adaptables a diferentes configuraciones. Los mecanismos propuestos están en una fase inicial, para su aplicación práctica es necesario desarrollar las soluciones geométricas, constructivas y del proceso de montaje.

14 DESARROLLOS FUTUROS

Durante el desarrollo de esta investigación se han identificado varios ámbitos en los que hay problemas fundamentales no resueltos. Los mecanismos que se han propuesto suponen algunas mejoras, pero están en una fase propositiva que necesita un desarrollo en profundidad.

▪ Variedad de configuraciones

El modelo calculado, realizado y ensayado a escala real ha sido una primera prueba para comprobar el comportamiento de los mecanismos en estado de servicio. Los componentes construidos permiten diferentes configuraciones. La continuación más inmediata de la investigación consistirá en probar diferentes combinaciones de los mismos elementos y hace combinaciones que puedan tomar diferentes formas. Estas pruebas se tomarán como punto de partida para poder desarrollar estructuras de forma libre.

▪ Eficiencia mecánica

Se ha comprobado que el atirantado mejora significativamente la eficiencia mecánica de los mecanismos en tijera y hace posible el desarrollo de mecanismos de barras cruzadas sin articulaciones intermedias. Entre los tres mecanismos propuestos, el formado por barras cruzadas es el más tupido y el que presenta mejores características mecánicas. Sin embargo, es el más complejo de solucionar geométricamente. Los mecanismos de nudos girados de tres y seis barras, son más ligeros y menos rígidos. Desarrollar combinaciones a medio camino entre estos mecanismos es una en una línea de trabajo mediante la que se puede lograr una relación más adecuada entre la sencillez geométrica y la eficiencia estructural. En la parte final de esta tesis se han propuesto algunas combinaciones a modo de ejemplo, pero no se han llegado a desarrollar. Esto implica solucionar la relación geométrica de las barras, para que se pueda garantizar la estabilidad de todos los nudos y el cruce de barras.

▪ Discretizaciones con barras iguales

En el método de discretización mediante un simulador físico se ha llegado a aproximar el canto estructural a los requerimientos estructurales, sin embargo el control de la forma todavía es aproximado. Este procedimiento tiene un campo de mejora en el control de los resultados finales. Este procedimiento se puede aplicar a otros tipos de estructura, como las láminas plegadas, de las que se han hecho algunas pruebas con maquetas.

▪ Aplicación de formas irregulares

Cuando se realizan superficies irregulares con mecanismos en tijera o con los mecanismos propuestos en la parte final de esta tesis, es habitual que los planos definidos por los mecanismos se alabeen. Estas deformaciones son incompatibles con los mecanismos en tijera. Por el contrario, los mecanismos que se han propuesto permiten el alabeo de sus planos. En los mecanismos de barras cruzadas puede ser complicado evitar el choque entre barras, mientras que, en los mecanismos de

nudos girados, las barras están desplazadas y existen un margen considerable para que se adapten a formas irregulares. Un desarrollo de las propuestas de esta tesis consiste en estudiar la aplicación de los mecanismos propuestos a superficies libres y a estructuras que puedan tomar diferentes formas.

- **Nudos**

La solución de las uniones entre barras es uno de los problemas fundamentales de las estructuras desplegadas. La eficiencia mecánica y sencillez de construcción de los nudos es un ámbito de posible mejora. Otro de los aspectos por desarrollar en las uniones es la estabilidad de los diferentes nudos de ejes desplazados, para diferentes tipos de nudos y barras.

Se ha constatado que muchas estructuras desplegadas sufren distorsiones de la trama y alabeos de planos definidos durante el despliegado. Generalmente se ha intentado limitar la cuantía de estas alteraciones de la geometría, de manera que puedan ser absorbidas por las holguras y la flexibilidad de los materiales. Si se trata de realizar estructuras de formas irregulares es necesario definir mecanismos que se puedan adaptar a distorsiones de tramas y alabeos de los planos. Este objetivo se puede lograr mediante nudos que permitan el giro de las barras en dos direcciones.

- **Procesos de despliegado**

No se ha desarrollado en detalle el proceso de despliegado de las estructuras propuestas. El despliegado de las estructuras realizadas se ha realizado manualmente, tensando cables de manera ordenada, hasta lograr la forma deseada. Sin embargo, no se ha realizado un estudio preciso del proceso. Para desplegar estructura de una escala mayor es necesario analizar en detalle las diferentes fases de despliegado y calcular los esfuerzos para cada estado.

15 BIBLIOGRAFÍA

- Y. Algún, C. J. Gantes, W. Solbes, K. Gormaz, K. E. Kalochairetis. (2011) “A Novel Adaptative Spatial Scissor-Hinge Structural Mechanism for Convertible Roofs”. *Engineering Structures*, nº 33.
- Y. Akgün, C. J. Gantes, K. E. Kalochairetis, G. Kiper. (2010) “A Novel Concept of Convertible Roofs with high Transformability Consisting of Planar Scissor-Hinge Structures”. *Engineering Structures*, nº 32.
- I. Ario, M. Nakazawa, Y. Tanaka, I. Tanikura, S. Ono (2013) “Development of a Prototype Deployable Bridge Based on Origami Skill”. *Automation in Construction* Vol. 32
- J. Aversgen, J. F. Dubé, B. Crosnier, R. Motro (2005) “Active Control of a Tensegrity Plan Grid” *44th IEEE Proceeding of the Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*, Sevilla.
- T. Buhl, F. V. Jensen, S. Pellegrino (2004) “Shape Optimization of Cover Plates for Retractable Roof Structures” *Computer & Structures*. Vol 82 nº 15-16
- H Buri, Y. Weinand (2008) “Origami-Folded Plate Structures Architecture” *10th World conference of Timber Engineering*, Miyazaki, Japan.
- R. W. Burkhardt (2004-2008) *A Practical Guide to Tensegrity Desing* Versión 2.30 Accesible online en: <http://www.trip.net/~bobwb/ts/tenseg/book/tenseg.pdf>
- R. W. Burkhardt (2007) *A Technology for Designing Tensegrity Domes and Spheres*. Accesible On line en: <http://www.trip.net/~bobwb/ts/prospect/prospect.pdf> y <http://bobwb.tripod.com/prospect/prospect.htm>
- C. R. Caladine (1977) “Buckminster Fuller’s Tensegrity Structures and Clerk Maxwell Rules for the Construction of Stiff Frames” *International Journal of Solids Structures* Vol 14, Pergamo Press.
- S. Calatrava (1980) “Zur Faltbarkeit Von Fachwerken (Sobre La plegabilidad de los Entramados)” Tesis doctoral publicada en *Arquitectura Transformable*. ETSA Sevilla, Sevilla 1993. Accesible online en: <http://www.starbooks.es/libros.php>
- P. Casinello, S. Huerta, J. M. Prada Poole, R Sánchez Lampreave (2010) *Geometría y Proporción en las Estructuras: Ensayos en Honor de Ricardo Díaz Aroca*. Ed Ricardo Sánchez Lampreave, Madrid.
- F. Cassinello (1992) *Las Estructuras desplegadas de Emilio Pérez Piñero* Inventores Murcianos CARM Comunidad Autónoma de la Región de Murcia.
- R. C. Clarke (1984) “The Kinematics of a Novel Deployable Space Structure System” *Third International Conference on Space Structures*. Space Structures Research Center, University of Surrey, U.K. Elsevier Applied Science Publishers. London and New York.
- J. Duffy, J. Rooney, B. King, C.D. Crane (2000) "A Review of a Family of Self Deploying Tensegrity Structures with Elastic Ties" *The Shock and Vibration Digest* Vol. 32 nº2.
- D. G. Emmerich (1959). “Organes d’Assemblage pour Charpente, en Particulier pour l’Industrie du Bâtiment” Patente nº FR1238303A.

- D. G. Emmerich (1964). “Construction des Reseaux Autotendants” Patente nº FR1377290A.
- D. G. Emmerich (1964). “Structures Linéares Autotendants” Patente nº FR1377291A.
- D. G. Emmerich (1966) “Construction de Coupoles Isotropiques” Patente nº FR 1.484.634A
- D. G. Emmerich (1966) “Noeuds d’Assemblage Universels” Patente nº FR1469641A
- F. Escrig. (2012) *Modular, Ligero, Transformable: un Paseo por la Arquitectura Ligera Móvil* Secretariado de publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- F Escrig , J. Sánchez. (2005) “Arco Desplegable de Grandes Dimensiones”. Patente nº ES 200500858.
- F Escrig, J. Sánchez. (2004) *Arquitectura Móvil y de Rápido Montaje*. STAR, *Structural Architecture* nº 1. ETSA de SEVILLA. Accesible on-line en: <http://www.starbooks.es/revistas.php>
- F Escrig , J. Sánchez, J Llorens. (2005) *Estructuras en tracción*. STAR, *Structural Architecture* nº 5. ETSA de SEVILLA. Accesible on-line en: <http://www.starbooks.es/revistas.php>
- F Escrig , J. Sánchez. (2005) *Estructuras en tracción II*. STAR, *Structural Architecture* nº 6. ETSA de SEVILLA. Accesible on-line en: <http://www.starbooks.es/revistas.php>
- F. Escrig (2001) “Estructura Plegable de Malla para la Cubrición de Recintos” Patente nº ES 2.158.787
- F. Escrig, J. Pérez Valcárcel, J. Sánchez (1996) “Cubiertas de rápido montaje para Piscinas al Aire Libre” *Revista de edificación* nº 23 Servicio de Publicaciones de la Universidad de Navarra. Accesible on-line en: <http://hdl.handle.net/10171/16700>
- F. Escrig (1994) “Cubierta Modular Desplegable”. Patente nº ES 1.026.200 U
- F. Escrig (1993) “Las Estructuras de Emilio Pérez Piñero” *Arquitectura Transformable*, ETSA Sevilla. Accesible on-line en: <http://www.starbooks.es/libros.php>
- F. Escrig (1993) “Geometría de las Estructuras Desplegables de Aspas” *Arquitectura Transformable* ETSA Sevilla. Accesible on-line en: <http://www.starbooks.es/libros.php>
- F. Escrig (1984) “Expandable Frame Structures” *Third International Conference on Space Structures*, Universidad de Surrey.
- F. Escrig (1984) “Sistema Modular para la Construcción de Estructuras Espaciales Desplegables de Barras”. Patente nº ES 532.117
- B. Foster, M. Mollaert (2009) *Arquitectura textil. Guía Europea de Diseño de las Estructuras Superficiales Tensadas*. Editorial Munilla-Lería. Madrid.
- N. Friedman, M. Weiner, G. Farkas, I. Hegedüs, A. Ibrahimbegovic (2013) “On the Snap-back Behaviour of a Self-Deploying Antiprismatic Column”. *Engineering Structures* nº 50.

- N. Friedman (2012) “Investigation of Higly Flexible, Deployable Structures: Review, modeling, Control, Experiments and Application”. Tesis Doctoral leída en la Ecole Normale Superieure Cachan y en Budapest University of Technology and Economics.
- N. Friedman, G. Farkas. (2011) “Roof Structures in Motion – Retractable and Deployable Roof Structures Enabling Quick Construction or Adaptation to External Excitations”. *Concrete Structures* n° 01.
- R. B. Fuller, E. J. Applewhite (1975) *Synergetics. Exploration in the Geometry of Thinking*. Macmillan Publishing Co. Inc. New York 1982
- R. B. Fuller (1967) “Octahedral Building Truss”. Patente n° US 3.354.591
- R. B. Fuller (1962) “Tensile-Integrity Structures”. Patente n° US 3.063.521
- R. B. Fuller (1954) “Building Construction”. Patente n° US 2.682.235
- C. Gantes, E. Konitopoulou (2004) “Geometric Design of Arbitrarily Curved Bi-stable Deployable Arches With Discrete Joint Size” *Intenational Journal of Solid Structures*. Vol. 4
- C. J. Gantes (2001) *Deployable Structures: Analysis and Design*. WIT Press.
- C. Gantes, A. Giakumakis, P. Vousvounis (1997) “Symbolic Manipulation as a Tool for Design of Deployable Domes” *Computers and Structures*. Vol. 64.
- C. Gantes, J. J. Connor, R. D. Logcher (1993). “Simple Friction Model for Scissor-Type Mobile Structures” *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 119, n° 3
- C. Gantes (1991) *A Design Methodology for Deployable Structures*. Tesis doctoral leída en el M.I.T. accesible on-line en: <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/13901>
- C. Gantes (1989) “Structural Analysis and Design of Deployable Structures” *Computer & Structures* Vol 32 N° 3-4
- A. Gheorghiu V. Dragomir, (1968) *La Representation des Structures Constructives* Editions Eyrolles, Paris.
- V. Gómez Jáuregui, C. Otero, R. Arias, C. Manchado (2012) “Novel Technique for Obtaining Double Layer Tensegrity Grids”. *International Journal of Space Structures*. Vol 27 n° 2 – 3.
- V. Gómez Jáuregui (2012) “Mallas Tenségricas de Doble Capa y Manipulaciones de Rot-Umbrela” *Informes de la Construcción* Vol 64, 331-344.
- V. Gómez Jáuregui, C. Otero, R. Arias, C. Manchado (2011) “New Configuration for Double Layer Tensegrity Grids” *Structural Engineers World Congress 2011*. Como, Italia.
- V. Gómez Jáuregui (2007) *Tensegridad: Estructuras Tenségricas en Ciencia y Arte*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria, Santander.

- V. Gómez Jáuregui (2004) “Tensegrity Structures and their Application to Architecture”. Tesis para el Masters Architecture. School of Architecture, Queens University Belfast. Accesible en: http://www.tensegridad.es/Publications/MSc_ThesisTensgrity_Structures_and_their_Application_to_Architecture_by_GOMEZ-JAUREGUI.pdf
- A. Hanaor (2012) “Debunking ‘Tensegrity’ - A Personal Perspective” *International Journal of Space Structures*. Vol 27 nº 2 – 3.
- A. Hanaor (2010) “Some Structural-Morphological Aspects of Deployable Structures for Space Enclosures” *An Antology of Structural Morfology*. Ed. R. Motro. World Scientific Publishing Company, Singapore.
- A. Hanaor (1997) “Tensegrity Theory and Application” *Beyond the Cube. The Arquitecture of Space Frames & Polyhedra*. Editor J. F. Gabriel. Editorial, John Wiley and Sons Inc. New York.
- T. Herzog (1977) *Construcciones Neumáticas. Manual de Arquitectura Hinchable*. Ed. Gustavo Gili, Barcelona.
- C. Hoberman (2010) “Synchronized Four-Bar Linkages” US Patent nº 7644721.
- C. Hoberman (2002) “Conections to make Foldable Structures” US Patent nº US2002/0083675.
- C. Hoberman (1991) “Radial Expansion/Retraction Truss Structures” US Patent nº 5.024.031.
- C. Hoberman. (1990-2012) página web del autor:
<http://www.hoberman.com/portfolio>:
<http://www.hoberman.com/portfolio.php>
- C. Hoberman (1988) “Reversibly Expandable Doubly Courved Truss Structure” US Patent nº 4.942.700.
- C. Hoberman (1988) “Reversibly Expandable Three-Dimensional Structure” US Patent nº 4.780.344.
- J. F. Hutchings (1951) “Improvements of the Application of the “Lazy-Tongs” System to Collapsible Tower and the Like” patente nº GB 655.970.
- K. Ishii. (2000) *Structural Design of Retractable Roof Structures* WIT Press Southampton, UK.
- B. de Jager, R. Skelton (2005) “Stiffness of Planar Tensegrity Truss Topologies” *International Journal of Solids and Structures*. Vol 43.
- F. V. Jensen, S Pellegrino. (2002) “Expandable Structures formed by Hinged Plates” *Fifth International Conference on Space Structures*. Universidad de Surrey.
- E. Kebabze, S. D. Guest, S. Pellegrino. (2004) “Bistable Prestressed Shell Structures” *International Journal of Solids and Structures*. Vol 41
- G. Kiper, E. Söylemez, A. U. Özgür Kisisel (2007) “A Family of Deployable Polygons and Polyhedra” *Mechanism and Machine Theory*, nº 43.
- N. Kishimoto, M. C. Natori, K. Higuchi (2006) “New Deployable Membrane Structure Models Inspired by Morphological Changes in Nature” *14th AIAA/ASME/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. Newport, Rhode Island.

- T. Kokawa. K. Watanabe (1994) “A Study on Cable Scissors Archs” *Boletín de la Facultad de Ingeniería de Hokkaido Tokai* nº14, p. 1 a 14.
- T. Kokawa. (1995) “A Trial Expandable Arch ” *IASS International Symposium* Milano Vol.2
- T. Kokawa. (1996) “Scissors Arch with Zigzag-Cable through Pulley-Joint” *IASS Symposium* Stuttgart, Vol II, p. 868-875.
- T. Kokawa (1997) “Cable Scissors Arch--Marionettic Structure,” *Structural Morphology Towards the New Millennium, IASS International Colloquium*, University of Nottingham, pp.107-114
- J. Krause, C. Lichtenstein ed. (1999) *Your Private Sky. R. Buckminster Fuller, The Art of Design Science* Lars Muller Publishers. Baden, Suiza.
- J. Krause, C. Lichtenstein ed. (2001) *Your Private Sky. R. Buckminster Fuller, Discourse* Lars Muller Publishers. Baden, Suiza.
- A. Krishnapilai (1992) “Deployable Structures” Patente US 5.167.100.
- J. I. Llorens, A. Soldevila (1996) “Cubiertas móviles” *Revista de edificación* nº 23 Servicio de Publicaciones de la Universidad de Navarra. Accesible on-line en: <http://hdl.handle.net/10171/16701>
- E. Martín Gutierrez, J. P. Valcárcel (2004) “Foldable Systems Based on Bundle Modules with Quadrangular Base” *International Journal of Space Structures* Vol 19 nº 3
- A. B. Moore (1967) “Preassembled Structural Framework” Patente nº US 3.325.958
- R. Motro, ed. (2010) *An Antology of Structural Morfology* World Scientific Publishing Company, Singapore.
- R. Motro (2009) “Structural Morphology of Tensegrity Systems” *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)* Vol.10 nº 1.
- R. Motro. (2003) *Tensegrity: Structural Systems for the Future*. Sterling, VA : Kogan Page Science. London.
- M. Mujika, R. Villamayor (2007) *Jai Tek, Tecnología Feliz*. Euskal Herriko Unibertsitatea, Universidad del Pais Vasco, Leioa.
- B.P. Nagaraj, R. Pandiyan, Ashitava Ghosal (2010) “A Constraint Jacobian Based Approach for Static Analysis of Pantographic Masts” *Computer and Structures* nº, 88.
- A.D. Nguyen (2009) Étude du Comportement Mécanique et du Pliage d’un Anneau de Tenségrité a Base Pentagonale Tesis Doctoral Leída en la Universidad de Montpellier.
- J. Onoda, K Takamatsu (1991) “Collapsible Truss Structures” Patente US 5.040.349.
- J. Onoda (1988) “Deployable Truss Structure” Patente nº US 4.745.725.
- S. Pellegrino, ed. (2001) *Deployable Structures* CISM Courses and Lectures nº 412. International Center for Mechanical Sciences. Springer Wien New York, Udine.
- S. Pellegrino, C. Green, S. D. Guest, A. Watt (2000) “SAR Advanced Deployable Structure” Universidad de Cambridge. Accesible On line en: <http://www2.eng.cam.ac.uk/~sdg/preprint/TR191.pdf>

- S. Pellegrino (1992) “A Class of Tensegrity Domes” *International Journal of Space Structures* Vol 7 n° 2
- M. C. Pérez Almagro (2013) “Estudio y Normalización de la Colección Museográfica y del archivo de la Fundación Emilio Pérez Piñero” Tesis Doctoral leída en la universidad de Murcia.
- E. Pérez Piñero (1995) “Cúpula Reticular Practicable de Directriz Esférica” Patente ES 2.063.610.
- E. Pérez Piñero (1976) “System of Articulated Plates” Patente n° US 3,975,872.
- E. Pérez Piñero (1971) “Un Sistema de Planos Articulados Cubriendo una Estructura Reticular Estérea Desplegable” patente n° ES 397.963.
- E. Pérez Piñero (1961) “Estructura Reticular Tridimensional” patente n° ES 266.801, US 3,185,164.
- E. Pérez Piñero, F. Escrig (1993) “Las Estructuras de Pérez Piñero” *Arquitectura Transformable* (artículo de Félix Escrig que incluye transcripción de escritos de Pérez Piñero).
- L. Puertas del Río, (1996) “Primeras Propuestas en España de Estructuras Desplegables de Barras.” *Revista de la Edificación*, n° 23
- L. Puertas del Río, (1990) “Estructuras Espaciales Desmontables y Desplegables.” *Informes de las Construcción* Vol 42 n° 409.
- L. Puertas del Río (1989) “Estructuras Espaciales Desmontables y Desplegables. Estudio de la Obra del Arquitecto Emilio Pérez Piñero” Tesis doctoral leída en el Departamento de Estructuras de Edificación de la Universidad Politécnica de Madrid.
- A. Pugh (1976) *An Introduction to Tensegrity* University of California Press, Berkley
- L. Puig, A. Barton, N. Randon (2009) “A Review on Large Deployable Structures for Astrophysics Missions” *Acta Astronautica* 67, 2010.
- J. Quirant (2000) “Systèmes de Tenségrité et Autocontrainte: Qualification, Sensibilité et Incidence sur le Comportement” Tesis Doctoral leída en la Universidad de Montpellier II.
- V. Raducanu (2001) “Architecture et Système Constructif: Cas des Systèmes de Tenségrité” Tesis Doctoral leída en la Universidad de Montpellier II.
- I. Raskin (1998) “Stifness and Stability of Deployable Pantographic Columns” Tesis Doctoral leída en la universidad de Waterloo, Ontario, Canada.
- N. Rodríguez (2005) “Diseño de una Estructura Transformable por la Deformación de una Malla Plana en su Aplicación a un Refugio de Rápido Montaje”. Tesis Doctoral Leída en la Universidad Politécnica de Cataluña.
- L. G. A. Rhode Barbarigos (2012) “An Active Deployable Tensegrity Structure” Tesis Doctoral n° 5457 leída en la École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- L. G. A. Rhode Barbarigos, N. Bel Hadj Ali, R. Motro, I. F. C. Smith. (2012) “Design Aspects of a Deployable Tensegrity-Hollow-Rope Footbridge” *International Journal of Space Structures*. Vol 27 n° 2, 3.

- L. G. A. Rhode Barbarigos (2011) “Deployment Analysis of a Pentagonal Tensegrity-Ring Module” *11 Colloque National en Calcul des Structures, CSMA*. Presq’île de Giens (Var).
- L. G. A. Rhode Barbarigos, N. Bel Hadj Ali, R. Motro, I. F. C. Smith. (2010) “Designing Tensegrity Modules for Pedestrian Bridges.” *Engineering Structures* Vol 32 nº 4
- L. Sánchez Cuenca. (1994) “Geometría Flexible Para Estructuras de Barras” *Informes de la Construcción*, Vol 45 nº 430
- L. Sánchez Cuenca. (1996) “Cúpula extensible”. *Revista de Edificación*, nº23. Accesible on line en: <http://hdl.handle.net/10171/16703>
- L. Sánchez Cuenca. (1996) “Geometría Extensible para Estructuras con Barras en X”. *Scientia Gerundensis* nº 22, p 153-159.
- L. Sánchez-Cuenca (2006) “Una Cúpula sin Nudos” *Revista de Expresión Gráfica en la Edificación*, nº 4.
- J. Sánchez Sánchez (1996) “Estructuras Desplegables de Aspas para Mallas Poliédricas Curvas” Tesis doctoral leída en la Universidad de Sevilla.
- L. R. Sánchez Sandoval (2005) “Contribution à l’Étude du Dimensionnement Optimal des Systèmes de Tenségrité” Tesis Doctoral leída en la Universidad de Montpellier II.
- J. B Sanz (1992) *Las estructura Vivas de Pérez Piñero*. Documental. Empresa Pública de Murcia 92 S.A.
- M. Seguí. (2004) *Candela Pérez Piñero Un Diálogo Imaginal. Proyecto para el Concurso del Velódromo de Anoeta. 1972* Colección Arquitecturas Ausentes del Siglo XX. Ministerio de Vivienda. Editorial Rueda S.L. Madrid.
- L. K. Selden (1859) “Umbrella” patente US 23.503.
- Shelter Publications, organización sin ánimo de lucro (1973) *Shelter* Título de la edición española, *Cobijo* Tursen, Hermann Blume Ediciones, Madrid 1993.
- R. E. Skelton, K. Nagase (2012) “Tensile Tensegrity Structures” *International Journal of Space Structures* vol. 27, nº 2&3.
- R. E. Skelton, M. C. De Oliveira (2009) *Tensegrity Systems* Springer Science+Business Media, New York.
- R. E. Skelton, M. C. De Oliveira (2009) “Optimal Complexity of Deployable compressive Structures” *Journal of the Franklin Institute*. 347
- R. E. Skelton, D. Williamson, J. H. Han (2002) “Equilibrium Conditions of Class I Tensegrity Structure” *Advances in the Astronautical Sciences Spaceflight Mechanism* vol. 112.
- R.E Skelton, J. P. Pinaud, D.L. Mingori (2001) “Dinamic of the Shell Class of Tensegrity Structures” *Journal of the Frankiln Institute* nº 338.
- K. D. Snelson (2012) “The art of Tensegrity” *International Journal of Space Structures*, Vol 27 nº 2-3
- K. D. Snelson (1965) “Continuous Tension, Discontinuous Compression Structures” US Patent 3169611.

- A. Smaili (2004) “Systèmes Légers Pliables/Dépliables: Cas des Systèmes de Tensegrité” Tesis doctoral leída en la Universidad de Montpellier II.
- A. Smaili, R. Motro, (2006) “Foldable/Unfoldable Curved Tensegrity System by Finite Mechanism Activation”. *IASS Symposium*, publicado en *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 2006.
- C. Sultan(2009) “Tensegrity: Sixty Years of Art, Science and Engineering” *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 43, 70-145
- H. Tanaka, Y. Shibutani, S. Izumi, S Sakai (2012) “Planar Mobility of 8-Bar Jointed Structures With Single Degree of Freedom” *International Journal of Solids and Structures* Vol. 49
- N. Temmerman (2007) “Design and Analysis of Deployable Bar Structures for Mobile Architectural Applications.” Tesis Doctoral leída en la Vrije Universiteit, Brussel.
- A. P. Thrall, S. Adriansen, I. Paya-Zaforteza, T. P. Poli (2011) “Linkage Based Movable Bridges: Design Methodology and three Novel Forms.” *Engineering Structures* 37 nº 214-223.
- J. P. Valcárcel (1992) *La Obra Arquitectónica de Emilio Pérez Piñero* Boletín Académico. Escola Técnica Superior de Arquitectura da Coruña, 16: 3-12. ISSN 0213-3474 Accesible on line en : <http://hdl.handle.net/2183/5237>
- D. H Vaughman (1974) “Expandable Truss Structure” Patente nº US 3.783.573.
- D. H. Vaughan (1973) “Expandable Retractable Structure” Patente nº US 3.771.274.
- K. K. Vu, J. Y. Richard, K. Anandasivam (2005) “Deployable Tension Strut Structures: from Concept to Implementation” *Journal of Constructional Steel Research*, 62.
- B. B. Wang. (2004) *Free Standing Tensioned Structures. From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems* Spon Press, Taylor and Francis Group, Oxfordshire · New York.
- B. B. Wang (1999) “A Theoretical Study of Super-Span Latticed Shells” *Journal of Construction Steel Research* Vol. 51.
- B. B. Wang (1997) “Cable Strut Systems: Part I · Tensegrity” *Journal of Construction Steel Research* Vol. 45 nº 3
- B. B. Wang (1997) “Cable Strut Systems: Part II · Cable Strut” *Journal of Construction Steel Research* Vol. 45 nº 3
- B. S. Watkins (1914) “Improvement Supports for Tents, Marquees, Temporary Bridges and other Portable Structures” patente nº U.K 7755.
- Y. Xu, F. Guan, J. Chen, Y. Zhen (2012) “Structural Design and Analysis of a Double-Ring Deployable Truss for Mesh Antenas” *Acta Astronautica*, 81.
- Y. Yokosuka, T. Matsuzawa (2013) “Shape-finding Analysis for Variable Geometry Structures Formed by a Multilink Spatial Joint”. *New Proposals for Transformable Architecture, Engineering and Design. In the Honor of Emilio Pérez Piñero*. Sevilla.

- Z. You, S. Pellegrino. (1997) “Cable-Stiffened Pantographic Deployable Structures Part 2: Mesh Reflector” *AIAA Journal* Vol 35, nº 8.
- Z. You, S. Pellegrino. (1996) “Foldable Bar Structures” *International Journal of Solids and Structures*. Vol 34 nº 15
- Z. You, S. Pellegrino. (1996) “Cable-Stiffened Pantographic Deployable Structures Part 1: Triangular Mast” *AIAA Journal* Vol 34, nº 4.
- T. R. Zeigler (1993) “Polyhedron Building System” Patente nº US 5.230.196
- T. R. Zeigler (1994) “Polyhedron Building System Having Telescoping Scissors” Patente nº US 5.274.980
- T. R. Zeigler (1984) “Collapsible Self Supporting Structures” Patente nº US 4. 437 275.
- T. R. Zeigler (1977) “Collapsible Self-Supporting Structures” Patente nº US 4.026.313
- T. R. Zeigler (1976) “Collapsible Self-Supporting Structure” Patente nº US 3.968.808.
- V.V.A.A. D. G. Emmerich (1997) *David Georges Emmerich: Architecte-ingénieur, une Utopie Rationnelle* Catálogo de la exposición celebrada en, Musée des Beaux-arts, de Orléans, 19 marzo-28 abril 1997.
- V.V.A.A. R. le Ricolais (1997) *Robert le Ricolais. Visiones y paradojas. Visions and Paradox* Editado por fundación cultural COAM.

