

ENUNCIADO EJERCICIO 02

Se considera un escalón de una turbina de vapor axial, de acción de presión constante en el rotor que funciona con vapor de agua. El estado inicial del vapor a la entrada del escalón con velocidad despreciable es $P_0 = 60 \text{ bar}$, $t_0 = 500 \text{ °C}$. A la salida del escalón $P_2 = 40 \text{ bar}$

El derrame en el estator se considera isoentrópico y el ángulo de salida de los álabes $\alpha_1 = 17^\circ$.

Los álabes móviles son simétricos, el coeficiente de pérdida de velocidad en los álabes móviles es $\psi = 0,85$

El escalón funciona con la velocidad periférica de la rueda que produce el rendimiento máximo ($\eta_{\text{máx}}$)

$$\text{Gasto_de_vapor} = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Se pide:

- 1º) ¿Es o no supersónica la velocidad de salida de toberas ?.
- 2º) Rendimiento en la periferia del escalón en función de las pérdidas justificando estas
- 3º) Potencia que proporciona el escalón

A la salida del escalón se produce una subida de la presión a $P_2' = 45 \text{ bar}$. Las condiciones de entrada al escalón son las mismas y así mismo son válidos los datos de la 1ª parte $\alpha_1 = 17^\circ$. El coeficiente de pérdida de velocidad en los álabes fijos $\phi = 1$. Se mantiene constante la velocidad periférica de la rueda de la 1ª parte, pero disminuye el coeficiente de pérdida de velocidad en los álabes móviles $\psi = 0,8$

Se pide:

- 4º) Gasto de vapor en estas condiciones
- 5º) Potencia que proporciona el escalón

Datos:

Condiciones a la entrada de la tobera

$$P_0 = 60 \text{ [bar]}$$

$$t_0 = 500 \text{ [C]}$$

$$\alpha_1 = 17$$

Condiciones a la salida de la tobera

$$P_1 = 40 \text{ [bar]}$$

$$\dot{m}_1 = 0,8 \text{ [kg/s]}$$

Coefficiente de pérdida de velocidad en las coronas móviles. Los álabes son simétricos:

$$\psi = 0,85$$

$$k = 1$$

$$k = \frac{\beta_2}{\beta_1}$$

Velocidad de entrada despreciables

$$c_0 = 0 \text{ [m/s]}$$

$$h_0 = h \left[\text{Steam ; } T = t_0 ; P = P_0 \cdot \left| 100 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{bar}} \right| \right]$$

$$s_0 = s \left[\text{Steam ; } T = t_0 ; P = P_0 \cdot \left| 100 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{bar}} \right| \right]$$

$$h_1 = h \left[\text{Steam ; } s = s_0 ; P = P_1 \cdot \left| 100 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{bar}} \right| \right]$$

Derrame isoentrópico:

$$1 / 2 \cdot c_0^2 \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right| + h_0 = 1 / 2 \cdot c_1^2 \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right| + h_1$$

Velocidad periférica de rendimiento máximo

$$u = 1 / 2 \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha_1)$$

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha_1)}$$

$$u = c_1 \cdot \cos(\rho_1) - w_1 \cdot \cos(\rho_1)$$

$$w_2 = \psi \cdot w_1$$

$$c_2 = \sqrt{w_2^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot w_2 \cdot \cos(\alpha_2)}$$

$$u = c_2 \cdot \cos(\alpha_2) + w_2 \cdot \cos(\alpha_2)$$

1) Velocidad supersónica a la salida de la tobera?
Calculamos la presión crítica par ver si se cumple.

$$v_1 = \sqrt{\left[\text{Steam ; } h=h_1 ; P=P_1 \cdot \left| 100 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{bar}} \right| \right]}$$

$$\gamma = 1,3$$

$$\frac{P_x}{P_1} = \left[\frac{2}{\gamma + 1} \right]^{\left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right]}$$

La presión crítica es inferior a la presión de salida de la tobera. Por lo tanto si no se ha alcanzado la presión crítica la velocidad será subsónica.

2) Pérdidas

$$Y_R = 1 / 2 \cdot (w_1^2 - w_2^2) \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right|$$

$$Y_2 = 1 / 2 \cdot c_2^2 \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right|$$

$$\eta = 1 - \left[\frac{Y_R + Y_2}{h_0 - h_1} \right]$$

3) Potencia

$$N_{e,1} = \dot{m}_1 \cdot u \cdot (c_1 \cdot \cos(\alpha_1) - c_2 \cdot \cos(\alpha_2)) \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right|$$

4) Nuevo flujo másico

Considerar la velocidad de entrada perpendicular a la sección: $c_1 \sin(\alpha_1)$

$$\dot{m}_1 = c_1 \cdot \frac{\sin(\alpha_1)}{v_1} \cdot \Omega$$

Ahora no estamos en condición de rendimiento máximo.
Presión de salida

$$P_{2,1} = 45 \text{ [bar]}$$

$$h_{2;1} = h \left[\text{Steam ; } s = s_0 ; P = P_{2;1} \cdot \left| 100 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{bar}} \right| \right]$$

$$1 / 2 \cdot c_0^2 \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right| + h_0 = 1 / 2 \cdot c_{2;1}^2 \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right| + h_{2;1}$$

Hay que repetir todo lo de la parte 1 con las condiciones nuevas, excepto la velocidad.

$$w_{2;1}^2 = c_{2;1}^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot c_{2;1} \cdot \cos(\alpha_1)$$

$$\psi_{\text{prima}} = 0,85$$

$$u = c_{2;1} \cdot \cos(\alpha_1) - w_{2;1} \cdot \cos(\beta_{2;1})$$

$$k = \frac{\beta_{2;2}}{\beta_{2;1}}$$

$$w_{2;2} = \psi_{\text{prima}} \cdot w_{2;1}$$

$$c_{2;2}^2 = w_{2;2}^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot w_{2;2} \cdot \cos(\beta_{2;2})$$

$u < w_2 \cdot \cos(\beta_{2;2})$; por lo tanto la proyección de c_2 cae a la izquierda de la vertical.

$$u = c_{2;2} \cdot \cos(\alpha_{2;2}) + w_{2;2} \cdot \cos(\beta_{2;2})$$

El nuevo caudal másico entonces será.

$$\dot{m}_2 = c_{2;1} \cdot \frac{\sin(\alpha_1)}{v_1} \cdot \Omega$$

5) Nueva Potencia.

$$W_{u;2} = u \cdot (c_{2;1} \cdot \cos(\alpha_1) - c_{2;2} \cdot \cos(\alpha_{2;2})) \cdot \left| 0,001 \cdot \frac{\text{kJ/kg}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \right|$$

$$N_{e;2} = \dot{m}_2 \cdot W_{u;2}$$

RESOLUCIÓN EN EES

"Condiciones de entrada del vapor"

$$P[0] = 60 \text{ [bar]}$$

$$t[0] = 500 \text{ [C]}$$

"Angulo de Entrada"

$$\alpha[1] = 17$$

"presión de Salida"

$$P[1] = 40 \text{ [bar]}$$

"Caudal másico"

$$m_dot_1 = 0,8 \text{ [kg/s]}$$

"Coeficiente de Pérdida de velocidad en coronas móviles"

$$\psi = 0,85$$

"Alabes Simétricos"

$$k = 1$$

$$k = \text{BETA}[2] / \text{BETA}[1]$$

"Velocidad de entrada despreciable"

$$c[0] = 0 \text{ [m/s]}$$

$$h[0] = \text{Enthalpy}(\text{Steam}; T=T[0]; P=P[0] * \text{convert}(\text{bar}; \text{kPa}))$$

$$s[0] = \text{Entropy}(\text{Steam}; T=T[0]; P=P[0] * \text{convert}(\text{bar}; \text{kPa}))$$

$$h[1] = \text{Enthalpy}(\text{Steam}; s=s[0]; P=P[1] * \text{convert}(\text{bar}; \text{kPa}))$$

"Derrame Isoentrópico"

$$1/2 * c[0]^2 * \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg}) + h[0] = 1/2 * c[1]^2 * \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg}) + h[1]$$

"Velocidad periférica de rendimiento máximo"

$$u = 1/2 * c[1] * \cos(\alpha[1])$$

$$w[1] = \text{SQRT}(c[1]^2 + u^2 - 2 * u * c[1] * \cos(\alpha[1]))$$

$$u = c[1] * \cos(\alpha[1]) - w[1] * \cos(\text{BETA}[1])$$

$$w[2] = \psi * w[1]$$

$$c[2] = \text{sqrt}(w[2]^2 + u^2 - 2 * u * w[2] * \cos(\text{BETA}[2]))$$

"u > w2 * cos(beta2); por lo tanto la proyección de c2 cae a la derecha de la vertical"

$$u + c[2] * \cos(\alpha[2]) = w[2] * \cos(\text{BETA}[2])$$

"1) Velocidad supersónica a la salida de la tobera?"

"Calculamos la presión crítica par ver si se cumple."

$$v[1] = \text{Volume}(\text{Steam}; h=h[1]; P=P[1] * \text{convert}(\text{bar}; \text{kPa}))$$

$$\gamma = 1,3$$

$$P_x / P[1] = (2 / (\gamma + 1))^{\gamma / (\gamma - 1)}$$

"La presión crítica es inferior a la presión de salida de la tobera."

"Por lo tanto si no se ha alcanzado la presión crítica la velocidad será subsónica."

"2) Pérdidas"

$$Y_R = 1/2 * (w[1]^2 - w[2]^2) * \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg})$$

$$Y_2 = 1/2 * c[2]^2 * \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg})$$

$$\eta_{\text{periferico}} = 1 - ((Y_R + Y_2) / (h[0] - h[1]))$$

"3) Potencia"

$$W_u_1 = u * (c[1] * \cos(\alpha[1]) + c[2] * \cos(\alpha[2])) * \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg})$$

$$N_e_1 = m_dot_1 * W_u_1$$

"4) Cálculo del Nuevo flujo másico. Calculamos la sección del área."
 "considerar la velocidad de entrada perpendicular a la sección: $c_1 \sin(\alpha_1)$ "

$$m_{\dot{1}} = c_1 \cdot \sin(\alpha_1) / v_1 \cdot \text{OMEGA}$$

"Ahora no estamos en condición de rendimiento máximo"

"Presión de salida"

$$P_{2[1]} = 45 \text{ [bar]}$$

$$h_{2[1]} = \text{Enthalpy}(\text{Steam}; s=s[0]; P=P_{2[1]} \cdot \text{convert}(\text{bar}; \text{kPa}))$$

$$1/2 \cdot c_0^2 \cdot \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg}) + h_0 = 1/2 \cdot c_{2[1]}^2 \cdot \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg}) + h_{2[1]}$$

"Hay que repetir todo lo de la parte 1 con las condiciones nuevas, excepto la velocidad"

$$w_{2[1]}^2 = c_{2[1]}^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot c_{2[1]} \cdot \cos(\alpha_1)$$

$$\psi_{\text{prima}} = 0,85$$

$$u = c_{2[1]} \cdot \cos(\alpha_1) - w_{2[1]} \cdot \cos(\beta_{2[1]})$$

$$k = \beta_{2[2]} / \beta_{2[1]}$$

$$w_{2[2]} = \psi_{\text{prima}} \cdot w_{2[1]}$$

$$c_{2[2]}^2 = w_{2[2]}^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot w_{2[2]} \cdot \cos(\beta_{2[2]})$$

" $u < w_2 \cdot \cos(\beta_2)$; por lo tanto la proyección de c_2 cae a la izquierda de la vertical"

$$u = c_{2[2]} \cdot \cos(\alpha_{2[2]}) + w_{2[2]} \cdot \cos(\beta_{2[2]})$$

"El nuevo caudal másico entonces será"

$$m_{\dot{2}} = c_{2[1]} \cdot \sin(\alpha_1) / v_1 \cdot \text{OMEGA}$$

"5) Nueva Potencia"

$$W_{u_2} = u \cdot (c_{2[1]} \cdot \cos(\alpha_1) - c_{2[2]} \cdot \cos(\alpha_{2[2]})) \cdot \text{convert}(\text{m}^2/\text{s}^2; \text{kJ/kg})$$

$$N_{e_2} = m_{\dot{2}} \cdot W_{u_2}$$

RESULTADOS

$$\eta_{\text{periferico}} = 0,8459$$

$$\gamma = 1,3$$

$$k = 1$$

$$m_{\dot{1}} = 0,8 \text{ [kg/s]}$$

$$m_{\dot{2}} = 0,6782 \text{ [kg/s]}$$

$$N_{e_1} = 89,26 \text{ [kW]}$$

$$N_{e_2} = 52,62 \text{ [kW]}$$

$$\text{OMEGA} = 0,0004143 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\psi = 0,85$$

$$\psi_{\text{prima}} = 0,85$$

$$P_x = 21,83 \text{ [bar]}$$

$$u = 245,6 \text{ [m/s]}$$

$$W_{u_1} = 111,6 \text{ [kJ/kg]}$$

$$W_{u_2} = 77,59 \text{ [kJ/kg]}$$

$$Y_2 = 8,824 \text{ [kJ/kg]}$$

$$Y_R = 11,5 \text{ [kJ/kg]}$$

	alpha[i]	BETA[i]	c[i]	h[i]	P[i]	s[i]	t[i]	v[i]	w[i]
punto	[deg]	[deg]	[m/s]	[kJ/kg]	[bar]	[kJ/kg-K]	[C]	[m ³ /kg]	[m/s]
[0]			0	3422	60	6,881	500		
[1]	17	31,44	513,6	3290	40			0,07777	287,9
[2]	106,1	31,44	132,8						244,7

2 parte del ejercicio

	P_2[i]	c_2[i]	h_2[i]	w_2[i]	BETA_2[i]	alpha_2[i]
punto	[bar]	[m/s]	[kJ/kg]	[m/s]	[deg]	[deg]
[0]						
[1]	45	435,4	3328	213	36,7	
[2]		147,6		181	36,7	47,14