

GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Curso 2014/2015

COMPETENCIA ESPACIAL, REGULACIÓN DE MERCADOS Y BIENESTAR SOCIAL

Autor: Jon Andoni Almeida Santamaría

Director: Fco. Javier Casado Izaga

Bilbao, a 24 de Junio de 2015

VºBº DIRECTOR

VºBº AUTOR

Índice de contenido

1. Introducción.....	pag. 4
1.1. Diferenciación horizontal y vertical.....	pag. 4
1.2. Modelo del valle.....	pag. 6
2. Diferenciación horizontal del producto.....	pag. 7
2.1. Aplicar la diferenciación horizontal en el plano.....	pag. 8
2.2. Espacio de características o de localización.....	pag. 9
2.3. Ciudad lineal de Harold Hotelling.....	pag. 9
2.4. Problemas de existencia de equilibrio.....	pag. 12
2.5. Explicación del resultado: efectos demanda y estratégico.....	pag. 16
2.6. Diferenciación máxima y mínima del producto.....	pag. 19
2.7. FOB vs Discriminación precios.....	pag. 21
3. Diferenciación horizontal: ausencia de competencia en precios.....	pag. 23
3.1 Decisiones simultáneas.....	pag. 23
3.2 Decisiones secuenciales.....	pag. 26
4. Bienestar social.....	pag. 28
5. Estudio de la provisión de bienes públicos en municipios colindantes: Aplicación práctica de los modelos de localización.....	pag. 32
6. Bibliografía.....	pag. 40

Resumen del trabajo

Estudio panorámico de las principales aportaciones de la literatura sobre los modelos de localización de empresas en los cuales toman en primer lugar decisiones sobre localización y posteriormente precio. Permite analizar la diferenciación de producto en un entorno real y dar soluciones sobre cuestiones relativas al bienestar social.

Aplicando las nociones anteriores, pero en el caso de modelos en que solo se decide localización, se responde en un caso práctico a cómo definirían los reguladores la localización desde la que se provee un bien público en el municipio.

Interés y actualidad del tema

La temática del trabajo, centrada principalmente en la competencia espacial entre empresas aunque también aplicable a situaciones en las que se busca maximizar el bienestar social, se sitúa como uno de los elementos clave del funcionamiento de cualquier mercado y por ello su elección se encuentra ampliamente justificada.

El interés va más allá del mero conocimiento teórico de la literatura, sino que a partir de ello se puede llegar a comprender con mayor facilidad las decisiones que adoptan las diferentes empresas y/o los reguladores sociales. Además de ello, se permite profundizar, utilizando herramientas aprendidas durante los años cursados, en materias trabajadas de forma tangencial en el material lectivo.

Cabe destacar como anécdota en lo referente a lo actual de la temática del trabajo que durante el periodo de realización del mismo uno de los autores mencionados y sobre los que extraen importantes conclusiones fue galardonado con el premio Nobel de Economía. Se trata del francés Jean Tirole, profesor de la Universidad de Toulouse, ingeniero y doctor en Matemáticas y Economía, que recibió el premio por su análisis del "poder de mercado y la regulación", precisamente las materias sobre las que se sientan las bases de este trabajo.

Objeto del trabajo: objetivos perseguidos y aplicación

Objetivos:

- Comprensión y análisis de la literatura sobre modelos de localización y diferenciación del producto
- Correcta interpretación de los conceptos teóricos presentes en la literatura en cuestión, que será la base para su posterior aplicación práctica (bienestar social, diferentes precios, diferenciación horizontal).
- Conocimiento de las distintas variables que pueden modificar un modelo de localización, y sus distintas aplicaciones en materia de bienestar social, diferenciación del producto y competencia espacial.

- Dominio y fluidez en el uso de herramientas económicas básicas (equilibrios de Nash, funciones de reacción, Teoría de Juegos...)
- Capacidad de aplicación de los conceptos teóricos a un caso práctico que permita dar solución a un problema real.

Aplicaciones prácticas:

Los modelos de localización aplicados a situaciones concretas tienen un amplio potencial a la hora de ser decisivos y de gran ayuda en la toma de decisiones en diversos ámbitos. Esta amplia capacidad de aplicación a la realidad abarca desde situaciones de competencia entre empresas cuyo objetivo es el de maximizar sus beneficios como a situaciones en las que no está presente el lucro (como en el caso práctico planteado en el propio trabajo) en los que se ayuda a encontrar las localizaciones que maximizan el bienestar social para una comunidad desde el punto de vista de su regulador.

Por ello, a través de una correcta comprensión previa de la literatura, y contando con los datos precisos, los modelos de localización pueden ser trasladados a situaciones reales para aportar soluciones de notable importancia.

Además de todo esto, una correcta comprensión de los conceptos de diferenciación horizontal y vertical y de su posible representación gráfica a través de los modelos de localización, ayuda a la toma de decisiones óptimas en situaciones reales de competencia en el mercado. A través de las distintas formas de diferenciación las empresas tratan de marcar sus rasgos distintivos respecto a la competencia y aprovecharse de ello para encontrar su posición más beneficiosa en el mercado.

Metodología utilizada

La metodología utilizada en este trabajo viene diferenciada en dos claros apartados.

En un primer lugar la parte más meramente descriptiva y analítica de la literatura realizada por diversos autores y relativa a los modelos de localización en todas sus posibles variantes. Por tanto, la fuente de información principal han sido los artículos y diferentes publicaciones de estos autores en su época. A través de ello, se trata de presentar de forma resumida y simplificada los principales rasgos y características de estos modelos con el fin de posibilitar una clara interpretación de los mismos para su posterior aplicación a un modelo práctico.

En la segunda parte del trabajo la metodología difiere ampliamente de la utilizada en el primer apartado. En este caso se utilizan los conceptos explicados anteriormente para utilizando las herramientas que nos aportan la Teoría de los Juegos, comúnmente utilizadas en el ámbito tanto micro como macroeconómico, plasmar en el trabajo un caso práctico que refleje las situaciones explicadas en la parte teórica para una situación real y que sea cercana para la población en general.

1. Introducción

Las estrategias industriales y de mercado que se observan en la vida real son diseñadas con el principal objetivo de obtener ventajas sobre la competencia, situarse en una situación ventajosa respecto al resto del mercado, esto es a fin de cuentas, diferenciarse. Tanto en los mercados en los que se producen bienes de consumo final de cara al consumidor, como en aquellos en los que se producen bienes intermedios, incluso en mercados de servicios, la diferenciación del producto o servicio es un elemento clave.

1.1. Diferenciación Horizontal y Vertical

Esta diferenciación será uno de los principales elementos a estudiar por las empresas a la hora de diseñar sus estrategias de posicionamiento en el mercado. Esta diferenciación de productos se clasifica en dos tipos: La **diferenciación vertical** y la **diferenciación horizontal**.

- **Diferenciación vertical**

En el caso de la diferenciación vertical su principal característica es que la totalidad de los consumidores está de acuerdo en cuál es el mejor producto respecto a otro. Su **orden de preferencias de productos es común**, considerando como mejor producto el de mayor calidad, y como el peor el producto de peor calidad.

A pesar de ello, la disposición del consumidor a comprar el producto de mayor calidad no siempre será la misma, variará en función de su poder adquisitivo o de diferentes factores como cultura o entorno social que afecten a sus actitudes finales. Por ello, para encontrar un equilibrio en la competencia los productos de menor calidad deberán fijar un precio lo suficientemente bajo para que el consumidor se plantee adquirirlo sabiendo que no es la mejor opción en cuanto a calidad.

La diferenciación vertical se suele comparar directamente con la calidad del producto, siendo considerado unánimemente como mejor un producto de calidad superior respecto a otro. Tomando como ejemplo, un producto tan actual como los “smartphones” o teléfonos móviles y comparando el nuevo Iphone 5 de Apple con un Smartphone Alcatel, nos encontramos con que la totalidad de consumidores considerará de **mejor calidad el Iphone 5 de Apple**, frente a uno de los nuevos smartphones de Alcatel. Esta unanimidad del mercado se da al cuestionar únicamente por la calidad percibida del producto, es decir, simplemente indica que producto sería el que adquiriría un consumidor si los dos productos le supondrían el mismo coste o tendrían el mismo precio.

Sin embargo si lo extrapolamos a una situación real con diferentes estrategias de fijación de precios las preferencias de los consumidores variarán, ya que aun considerando como de mayor calidad el producto de Apple, el poder adquisitivo o las

diferentes actitudes del consumidor pueden hacer que se decante por adquirir el smartphone de Alcatel por un precio inferior. Este hecho es el que posibilita la competencia abierta en el mercado, permitiendo a las empresas elegir por una diferenciación por calidad o precio, y evitando que todo el mercado sea controlado por las empresas cuyos productos están posicionados como de mayor calidad.

- **Diferenciación horizontal**

En el caso de la diferenciación horizontal, está ya no es jerárquica y **las preferencias entre los consumidores no son homogéneas**. La diferenciación horizontal de productos puede ser representada a través de la localización de un bien en un determinado espacio de características a lo largo del cual se encuentran distribuidos los consumidores. Dicho espacio puede ser un espacio geográfico o estar definido en términos de atributos sobre los cuales algunos consumidores prefieren unas determinadas características y otros prefieren otras.

La diferenciación horizontal implica que cada consumidor preferirá en principio la variedad del producto que se encuentre más cerca de su propia variedad preferida o ideal y valorará menos a las que se encuentren más lejos (en modelos de localización como veremos posteriormente, sería la variedad más cercana a su localización). Dicha preferencia, no implicará compra necesariamente si alguna variedad más lejana resulta más conveniente en términos de precio que la variedad más cercana. Llevado al espacio de características cada consumidor preferirá un bien en función a la cercanía con sus gustos personales, siendo totalmente diferentes estos gustos y preferencias entre la totalidad de consumidores.

Un simple ejemplo de diferenciación horizontal podría ser el de la cerveza siendo variable el gusto de los consumidores entre una cerveza sin alcohol, una de baja graduación o una de alta. Este es un caso por tanto de diferenciación horizontal al **no existir unanimidad en la sociedad** en cuanto a la elección de un determinado tipo de bien en términos de calidad.

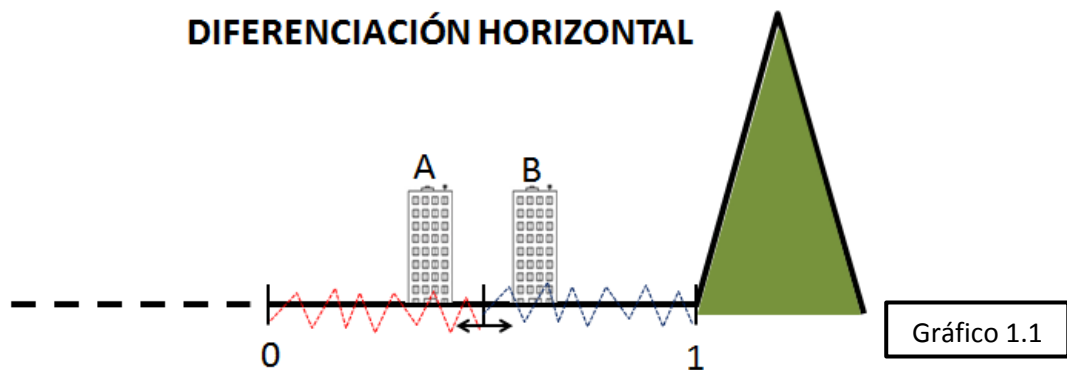
Como se ha comentado los gustos de consumo varían en la población y también son una muestra de ello las preferencias por la ubicación geográfica del lugar donde se adquiere un determinado producto. Es decir, un consumidor prefiere comprar un bien que tiene unas características idénticas en un supermercado más cercano al lugar en el que reside o trabaja, al ser para el individuo la opción que más valor aporta.

1.2. El Modelo del Valle

Como hemos visto anteriormente, son dos los principales tipos de diferenciación del producto que se dan en las situaciones reales en el mercado. A continuación comprobaremos cómo estos dos tipos de diferenciación se pueden representar a través de un sencillo modelo de localización, el cual ayude a entender con mayor profundidad los conceptos teóricos anteriores.

Se trata del conocido como “Modelo del Valle”, un modelo en el cual se representa una ciudad en un intervalo $[0,1]$ con la característica principal de que en uno de sus extremos el acceso a la ciudad estaría imposibilitado, en este caso por una montaña (el modelo se puede representar también con un mar o un muro fronterizo en uno de sus extremos). De este modo como se puede observar en el gráfico el acceso a la ciudad solo está habilitado por uno de sus extremos, y este es el verdadero fin del modelo del valle, analizar la situación de una ciudad lineal con el acceso restringido por uno de los extremos.

Una vez planteado y representado el modelo, se plantea un ejemplo de **diferenciación horizontal** en el que por tanto en el espacio de características todos los consumidores no tendrán las mismas preferencias respecto a un bien, pero si coincidirán en el hecho de que a igualdad de precios preferirán la variedad del bien más cercana a su domicilio. En el intervalo $[0,1]$ se situaran dos empresas (A y B) las cuales a igualdad de precios se repartirán el mercado, y serán elegidas por los consumidores en función de su proximidad.



Por tanto para cada localización de un consumidor las preferencias variarían, al suponerle mayores costes de transporte consumir en una empresa o en otra. En este caso, y teniendo en cuenta la igualdad de precios, los consumidores situados a lo largo del intervalo $[0,1]$ elegirán la empresa más cercana a su localización, ya que será la que maximice su utilidad indirecta y trasladado al espacio de características elegirá el bien que más se aproxime a sus preferencias ideales.

Pero también se puede representar en el modelo un ejemplo de **diferenciación vertical** para el cual las preferencias de los consumidores serán unánimes, con una preferencia clara por una empresa como veremos a continuación.

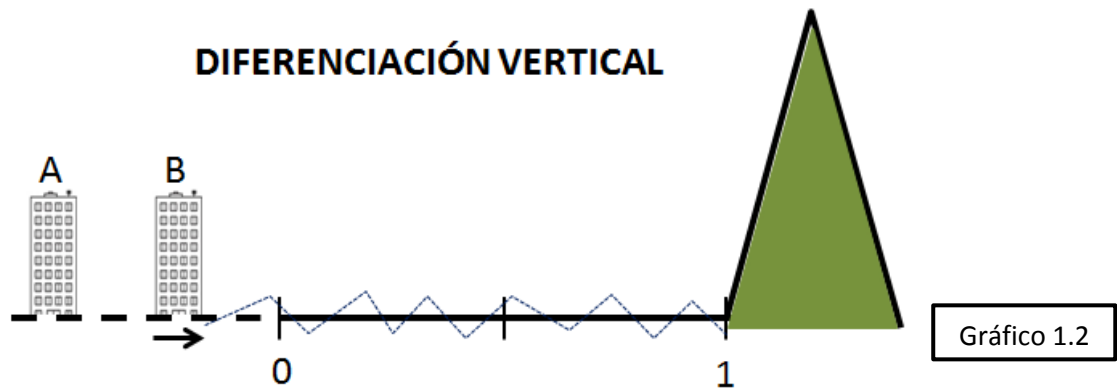


Gráfico 1.2

En este caso la legislación de la ciudad prohíbe la localización de empresas en el interior de la ciudad, es decir dentro del intervalo $[0,1]$. La existencia de esa montaña que ejerce de límite a la entrada a la ciudad, deja la única posibilidad para la localización de las empresas en el extremo izquierdo del intervalo, es decir en la entrada a la ciudad, a las afueras. En esta situación la diferenciación vertical es clara al ser de unánime preferencia por parte de los consumidores la empresa que se localice en un punto más a la derecha en el gráfico, es decir más cercana al intervalo $[0,1]$ y por tanto a la localización del consumidor (a sus características ideales deseadas de un bien, trasladado al espacio de características). Y de esta manera los costes de transporte que tendrá que asumir el consumidor serán inferiores en esa empresa que en la situada en la izquierda.

En este modelo de diferenciación vertical y de nuevo con igualdad de precios, todo el mercado lo absorbe la empresa B, por su mejor localización, mientras que A al ser considerada de utilidad inferior para todos los ciudadanos del intervalo $[0,1]$ queda sin cuota de mercado. Por ello la única manera de que A consiga vender en este mercado en el que es peor considerada de forma unánime es fijando un precio por debajo del de su competidora B, de esta manera los consumidores que valoran menos la calidad y más el precio serán quienes darán cuota de mercado a la empresa A.

2. La Diferenciación Horizontal del producto

En este apartado se dejará de lado la diferenciación vertical para centrarnos en el tipo de diferenciación que mayor presencia tiene en los mercados reales, como es la diferenciación horizontal. Se explicaran diversos modelos a través de los cuales se analizan casos de diferenciación horizontal. Como se ha visto en los apartados anteriores, en los ejemplos de diferenciación horizontal no hay unanimidad entre los consumidores a la hora de decidir qué producto es el mejor o el de una calidad superior. Por ello estos modelos tratan de expresar de forma gráfica y sintética las preferencias de los consumidores en diferentes situaciones, pasando por modelos más teóricos a ejemplos con mayor aplicación práctica y cercanía a la realidad.

Cabe destacar que la base de todos estos modelos y también uno de los puntos de mayor relevancia de este trabajo es el artículo original de Harold Hotelling “Stability in Competition” (1929), que fue quien animó a los autores posteriores a seguir trabajando y estudiando este tipo de modelos de localización.

2.1. Aplicación en el plano de la diferenciación horizontal

Con la intención de relacionar la comentada diferenciación de producto dentro de un modelo espacial, en este caso en 2 dimensiones, y tratando de mostrar gráficamente un ejemplo de diferenciación horizontal, plantaremos un modelo con las siguientes características:

- Nos situamos a modo de ejemplo en el mercado de las bebidas carbonatadas, más comúnmente llamadas bebidas con gas, como las ampliamente conocidas Coca Cola o Pepsi.

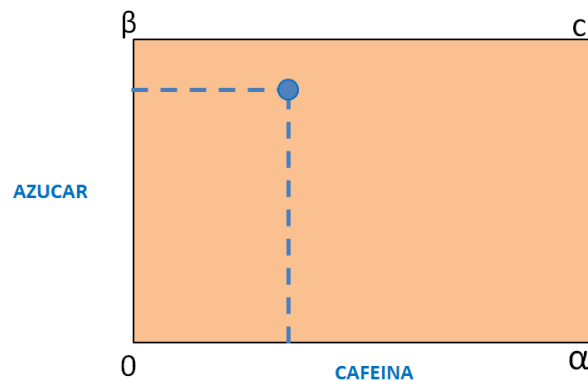


Gráfico 2.1

- Suponemos que la totalidad de consumidores solo encuentran diferencias en las características de **cantidad de azúcar** o dulzor y **nivel de cafeína** que contienen.¹
- El grado de cafeína será representado en el intervalo $(0, \alpha)$ y la cantidad de azúcares o el dulzor de la bebida en el intervalo $(0, \beta)$, representando de esta manera la totalidad de variedades de bebidas carbonatadas que puede elegir el consumidor en el plano.

Con ello, cada punto en este rectángulo $0\alpha C\beta$ supone un tipo de bebida carbonatada con unas características especiales de azúcar y cafeína, que aparecerá en las coordenadas (α, β) , siendo “ α ” el nivel de cafeína y “ β ” la cantidad de azúcares. Con la información que se obtiene de cada punto de la figura anterior, ya se puede llevar a cabo la decisión sobre el tipo de producto que cada empresa ofrecerá al mercado, estableciendo un paralelismo entre distancia geográfica entre las 2 empresas y el nivel de diferenciación de los productos (en este caso las bebidas con gas).

¹ Suponemos que son solo dos las características que definen las preferencias del consumidor, para simplificar el caso, y poder mostrar la figura en un espacio en 2 dimensiones.

2.2. Espacio de características o de localización en la ciudad

A través de este sencillo modelo comprobamos como cada punto espacial define una variedad del producto, al contar con toda la información que puede diferenciar al producto (azúcar y cafeína). Así la decisión sobre cuál es la variedad de producto que cada empresa debe lanzar al mercado puede ser representada de forma gráfica en un modelo espacial como el anterior, en el que la distancia geográfica que exista entre las localizaciones de las empresas definirá el grado de diferenciación del producto comercializado respecto a la competencia.

La dimensión del modelo espacial en cuestión viene definida por el número de variables que caracterizan al producto. En el caso de las bebidas carbonatadas planteado anteriormente como se ha considerado que son dos las características principales, el modelo se representará en dos dimensiones. Por ello, si aumenta el número de características que diferencia a los productos la complejidad del modelo aumenta considerablemente.

Con todo ello este tipo de modelos de localización-precio utilizan el paralelismo explicado anteriormente entre características y localización para realizar estimaciones y ayudar en la toma de decisiones en los mercados con diferenciación de producto.

El proceso abarca dos pasos, en el primero considerado una decisión a largo plazo y por tanto una variable fija, las empresas eligen el punto del espacio en el que se van a localizar (es decir, las variables que definen al producto), y en un segundo paso se fija el precio para ese bien. En resumen, un problema espacial/geográfico se puede modelar también como un problema de gustos o preferencias de los consumidores respecto a cierto bien.

Este paralelismo acompañará constantemente a los modelos localización-precio que se analizarán a continuación, comenzando por el Modelo Básico de la Ciudad Lineal de Hotelling.

2.3. Modelo Básico: “Ciudad Lineal de Hotelling”

Como se ha comentado, en este apartado se estudia la obra que es la base de toda la literatura posterior referente a los modelos de localización-precio. Se trata del artículo que escribió en 1929 el estadístico y economista Harold Hotelling² para la revista *The Economic Journal* bajo el nombre “Stability in competition”, del cual se obtiene el conocido como “Modelo de ciudad lineal de Hotelling”.

En este modelo se toman 2 empresas las cuales venden un producto homogéneo entre ambas, dentro de un mercado lineal establecido en el intervalo $[0,L]$ donde se

² **Harold Hotelling (1895-1973)**: Estadístico y profesor de Economía en la Universidad de Columbia en los años 30, fue profesor de algunos de los que llegarían a ser prestigiosos economistas como Kenneth Arrow o Milton Friedman.

reparten de forma uniforme la totalidad de los consumidores, aunque la versión más convencional y común del modelo y la que utilizaremos en este trabajo incorpora también los siguientes supuestos simplificadores: El intervalo que mide la ciudad se simplifica a $[0,1]$, la densidad también se considera unitaria y se entiende que cada consumidor adquiere un único producto. Este mercado lineal podría asemejarse a una calle comercial en una ciudad o también es comúnmente ilustrado como la longitud de una playa en los que operarían dos vendedores el 1 y el 2. El vendedor 1 se sitúa a la izquierda de 2 (o en el mismo lugar).

Toda distancia existente entre el consumidor y el punto de venta supondrá para el primero un coste de transporte (CT) cada vez que desee obtener un producto:

$$CT = td ; \text{ donde } d = \text{distancia de la empresa en que compra a su domicilio}$$

El valor de reserva “R” (utilidad o incentivos que el individuo obtiene al adquirir cierto producto) deberá ser siempre superior al precio del producto junto con el coste de transporte asumido por el consumidor “CT”, para que obviamente el consumidor decida adquirirlo. Así, el consumidor comprará el producto de la empresa que le reporte un mayor excedente neto, siendo “ p_i ” el precio que debe pagar en dicha empresa el consumidor por el producto en cuestión:

$$\text{Excedente neto} = R - p_i - CT(d) \quad i = 1,2$$

R: Valor de Reserva; Beneficios o utilidad que obtiene el consumidor del bien

p_i : Precio por el que obtiene el bien el consumidor

CT: Coste de transporte que debe asumir el consumidor para trasladar el producto de la empresa a su domicilio

En el gráfico siguiente aparecen representadas las dos funciones que expresan el precio final asumido por el consumidor ($p + CT$), por comprar en la empresa 1 y 2 respectivamente.

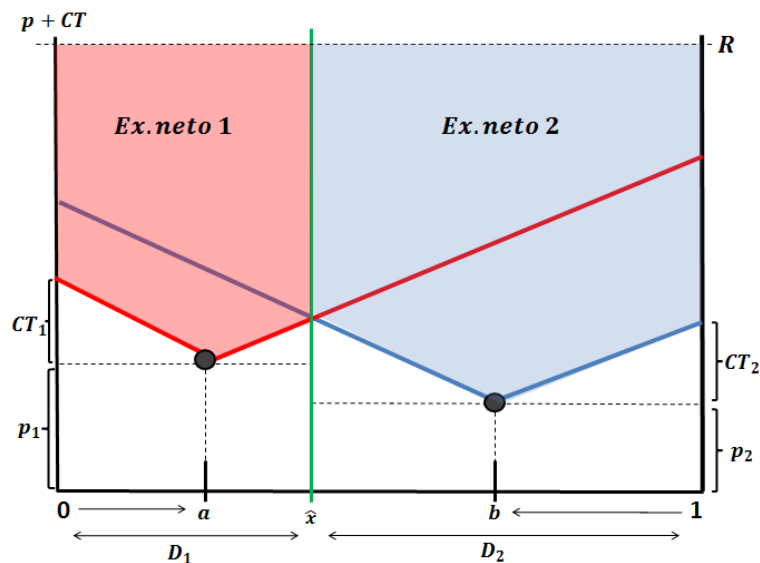


Gráfico 2.2

A la hora de realizar este modelo diferenciaríamos dos fases distintas:

- En primer lugar los vendedores 1 y 2 deciden donde se localizará su punto de venta a lo largo del intervalo $[0,1]$ mencionado anteriormente
- Y en segundo lugar, tras quedar fijado el punto de venta, los vendedores deciden qué precio fijarán al producto para maximizar beneficios.

A modo de simplificación del modelo se supondrá que el coste variable de producción de los bienes es constante y será el mismo entre las empresas participantes. Además el número de empresas en este mercado está ya fijado en dos (1 y 2) y se descarta la posibilidad de entrada de otras empresas. Cabe destacar que en este tipo de modelos en los que son 2 las empresas localizadas a lo largo de la ciudad lineal, la **localización de la empresa 1 se medirá desde el extremo izquierdo** del intervalo (punto 0) y se mide como a , mientras que la de la **empresa 2 se medirá desde el extremo derecho** (punto 1) que se mide como b .

El primero de los pasos a tomar en el modelo, será el cálculo del punto en el que reside el **consumidor indiferente** entre una empresa u otra (\hat{x}), a partir del cual se definirá la demanda con la que cuenta tanto la empresa 1 como 2. Para la obtención de dicho punto se parte de la siguiente ecuación, teniendo en cuenta que la localización de la empresa 1 se mide desde el extremo izquierdo y la 2 desde el extremo derecho:

$$p_1 + t(\hat{x} - a) = p_2 + t(1 - b - \hat{x})$$

Tras trabajar la ecuación y despejar el consumidor indiferente (\hat{x}) se obtienen las demandas de las dos empresas que operan en el mercado. Si $\hat{x} \in [0,1]$ tenemos que:

$$(\hat{x}) = D_1(a, b, p_1, p_2)$$

$$(1 - \hat{x}) = D_2(a, b, p_1, p_2)$$

Trasladando la idea de este modelo a la diferenciación horizontal del producto que estamos analizando, nos encontramos con los bienes representados en el mismo intervalo $[0,1]$ con una única característica que los diferencia, las preferencias del consumidor se dirigirán hacia el bien con la característica que se representa en su localización exacta en el intervalo. Cualquier desviación supondrá para el consumidor una pérdida de utilidad al tener que adquirir un producto que no es de su variedad idónea. Si la diferencia entre la variedad deseada por el consumidor y la ofertada es mayor, mayor es la distancia en el intervalo $[0,1]$, lo que equivaldría a una mayor distancia entre punto de venta y localización del comprador incurriendo en un mayor coste de transporte hasta el mismo. Por tanto a través de la representación de la situación de los dos puntos de venta, obtenemos la información necesaria sobre la diferenciación del producto en el mercado.

Para la resolución del modelo, Hotelling utiliza inducción retroactiva. Esto implica que se comenzará por la 2ª etapa en la que las empresas 1 y 2 fijarán sus precios de manera simultánea (p_1, p_2), y más tarde se resolverá la 1ª etapa en la que las

empresas elegirán sus localizaciones (a, b) teniendo en cuenta los precios que posteriormente estarán vigentes en cada localización elegida.

Por lo tanto Hotelling, teniendo en cuenta los precios (p_1^* , p_2^*) resuelve la 1ª etapa y con ello el juego, concluyendo que la única **solución de equilibrio** se dará con las **dos empresas situadas en el centro del mercado**, al ser ese el punto que maximiza los beneficios de ambas. Por tanto, para Hotelling su modelo de ciudad lineal solo contaba con una solución válida en la que tanto la empresa 1 como la 2 ocupan el punto 0,5 del intervalo, al ser ese punto en el que ambas maximizan sus beneficios dada la localización de su competidora.

2.4. Problema de existencia de equilibrio en el Modelo Básico

A pesar de la indiscutible relevancia del artículo de Hotelling comentado anteriormente, es precisamente un problema o imprecisión presente en su modelo de ciudad lineal, la que ha creado más controversia y ha propiciado innumerables obras posteriores por parte de diferentes autores explicando la existencia del problema y presentando posibles alternativas que hagan el modelo completamente válido.

2.4.1. Causa del problema

La primera obra en plantear este problema fue realizada por “D’Aspermont Gabszewicz y Thisse” (1979), en la que enunciaban que no era cierta la afirmación de Hotelling de que existiera un equilibrio en el subjuego de precios con estrategias puras para cualquier localización de dos empresas (a,b). Por el contrario, según esta obra ese equilibrio en estrategias puras existirá para una cierta cercanía entre las empresas, cuando $a+b < 1$, si se cumplen las siguientes condiciones:

$$\left(1 + \frac{a-b}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3} 1(a+2b)$$

$$\left(1 + \frac{b-a}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3} 1(b+2a)$$

Es decir con esto se concluye, como se observará posteriormente en el gráfico, que cuando las empresas están suficientemente cerca no existe equilibrio en precios para estrategias puras. Por ello diferenciaremos las dos situaciones que se pueden dar en el mercado y que afectan directamente a la plena validez del modelo original de la ciudad lineal:

-Cercanía entre empresas

Esta cercanía es la que genera la inexactitud en el modelo original de Hotelling, ya que hace que con una leve reducción del precio de la empresa 2 se conquiste una importante parte del mercado de la empresa competidora 1, y por tanto ese esfuerzo compensa a la empresa 2.

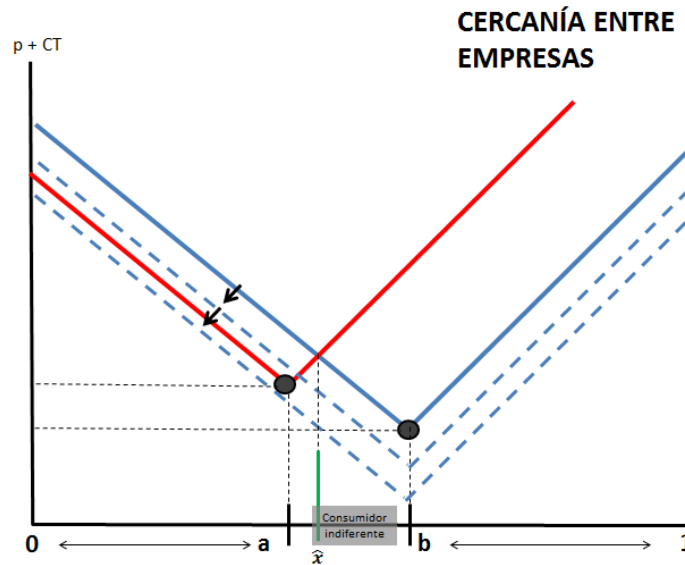


Gráfico 3.1

Como observamos también en el gráfico, el error viene provocado por la cercanía de las empresas, ya que en esta situación la mejor opción para la empresa 2 es bajar el precio lo suficiente para además de captar su parte del mercado captar el de la empresa 1, lo conocido como “patio trasero” de la empresa competidora (formado por los consumidores situados en el intervalo (0,a) y con ello hacerse con todo el mercado).

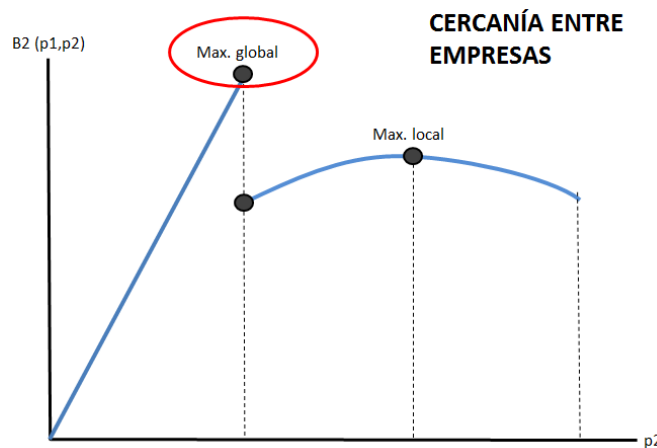


Gráfico 3.2

Así vemos a continuación como la función de beneficios del gráfico viene diferenciada en dos zonas, cuando en el modelo básico de Hotelling sin embargo solo se tiene en cuenta el tramo que forma la zona curva y con ello se incurre en el error de considerar lo que es solamente un máximo local, también como máximo global. El gráfico viene definido en la vertical por “B2”, siendo este el beneficio que obtiene la empresa 2 dados los precios p_1 y p_2 , y en la horizontal por “ p_2 ” que es el precio fijado por la empresa 2 en la segunda etapa del juego.

De esta manera se evidencia el problema de equilibrio del modelo planteado por Harold Hotelling para estrategias puras por el error de consideración de un máximo local como uno global. Y de esta manera obviar el incremento brusco de beneficio que sufre la función al cambiar de tramo.

-Lejanía entre empresas

Sin embargo, como se ha comentado anteriormente la existencia de este problema de equilibrio se cumple únicamente bajo unas específicas características de cercanía entre empresas, si estas no se cumplen y por tanto 1 y 2 están suficientemente separadas, el problema desaparece y por tanto el **modelo de Hotelling se considera correcto**.

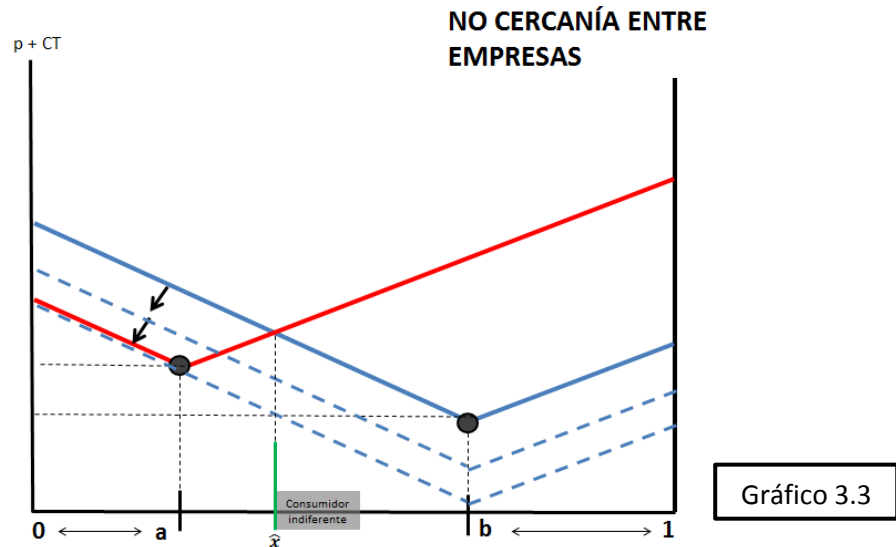


Gráfico 3.3

Este efecto expresado en el gráfico que representa la localización de las empresas 1 y 2, se puede ver en la importante reducción del precio que debe asumir en este caso la 2 si quiere conquistar el patio trasero de su competidora, que además en este caso es más reducido. De esta manera el potencial beneficio a obtener por la 2 será inferior al que obtendría si el precio se mantuviera, como se ve en el posterior gráfico de beneficio de la 2.

Esto es debido a que en este caso el máximo local presente en el segundo tramo del gráfico, también es un máximo global como se puede observar. En este caso el aumento repentino que experimenta el beneficio de la empresa cuando se reduce el precio, y por tanto se conquista el 100% de los consumidores del mercado, es menor y por ello se da la coincidencia de máximo global y local.

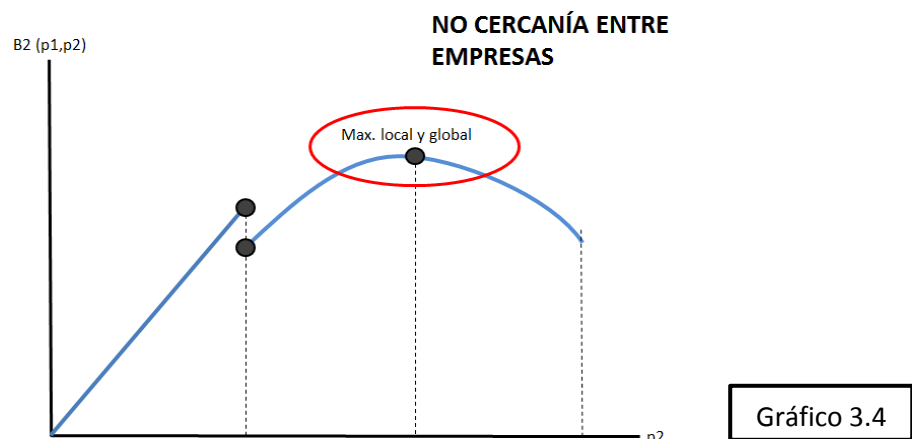


Gráfico 3.4

Por tanto, la distancia entre empresas es la única variable que define la existencia o no de un problema de equilibrio en el modelo para estrategias puras. Y es por ello por lo que se sucedieron las obras que trataban de buscar una solución total al problema mediante modificaciones sobre el modelo original planteado como veremos en el siguiente apartado.

2.4.2. Adaptación del modelo: Soluciones al problema

Con el claro objetivo de perfeccionar el modelo de Hotelling y tratar de especificar de forma clara las características que hacen que en un mercado se dé el Principio de Mínima de Diferenciación³ (situación con las dos empresas competidores en el centro del mercado) se crearon varios modelos alternativos.

D'Aspermont, Gabszewicz y Thisse (1979) introducen una significativa variación en los costes de transporte, convirtiéndolos en cuadráticos, con la que se trata de eliminar el error original de inexistencia de equilibrio en precios para algunos subjugos. Esta nueva propuesta acaba con el resultado de la Mínima Diferenciación, eliminándolo por completo puesto que en el equilibrio las empresas quedan situadas en cada uno de los extremos de la ciudad lineal. La única diferencia respecto al modelo básico de Hotelling es la función que describe los costes de transporte, que pasa a ser $CT(d) = td^2$, donde “d” es la distancia recorrida.

La consideración de costes de transporte cuadráticos permite resolver el problema de la discontinuidad que sufrían las funciones que caracteriza los modelos con costes de transporte lineales anteriores. Como podemos observar en la figura siguiente con costes de transportes cuadráticos las curvas representan el coste total de compra ($CT + p$), y es esa forma la que evita que se den los saltos que provocaban el error en el modelo de Hotelling.

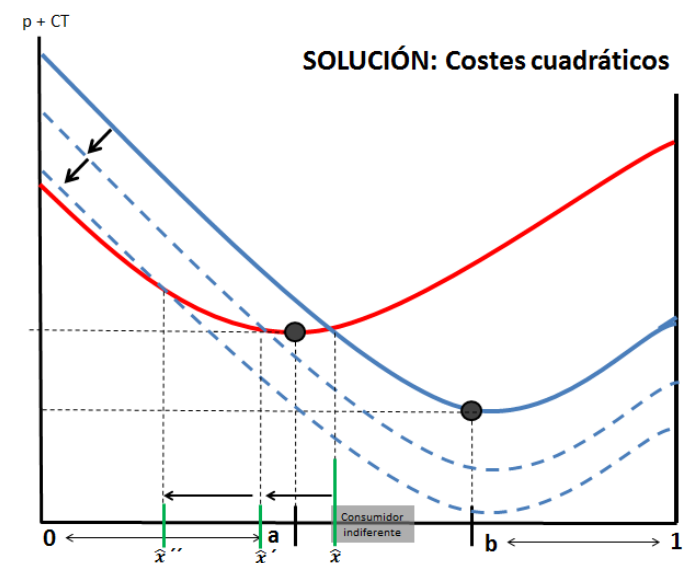


Gráfico 3.5

³ **Principio de la diferenciación mínima:** tendencia de las empresas competidoras en un mercado a volverse idénticas para tratar de atraer a un mayor número de clientes. En modelos de localización, se da con todos los competidores en el mismo punto del intervalo.

En este caso, una reducción del precio por parte de la empresa 2 solo capta clientes poco a poco, sin grandes saltos en la demanda incluso cuando entra en el patio trasero de A, lo que elimina la discontinuidad de la demanda que aparecía en el caso de costes de transporte lineales. Por ello podemos observar que sucesivas reducciones del precio suponen pequeños incrementos de la demanda de 2 sin que se produzcan saltos como en el modelo básico. Vemos como la localización del consumidor indiferente \hat{x} varía conforme se reduce el precio, pero lo hace paulatinamente y sin grandes saltos al estar definido el modelo con costes cuadráticos.

De esta manera se soluciona el problema que surgía debido a la inexistencia de un equilibrio en localizaciones de modelos con costes de transporte lineales y se llega a un equilibrio final en que las empresas se localizan en los extremos del intervalo $[0,1]$, en los puntos donde por tanto la diferenciación es máxima.

2.5. Explicación del resultado: Efectos Demanda y Estratégico

A continuación analizaremos dos efectos que surgen a la hora de buscar equilibrio en localizaciones en el modelo alternativo de la ciudad lineal con costes cuadráticos analizado anteriormente, y se explicará porque las dos empresas acaban localizadas en los extremos de la ciudad lineal.

En este apartado basándonos en las conclusiones planteadas en D'Aspermont, Gabszewicz y Thisse (1979) junto con los detalles de obras posteriores como Tirole (1990) Cap. 7 se estudian de manera analítica los efectos demanda y estratégico, sus localizaciones de equilibrio, así como el efecto predominante entre ambos

En este caso las dos empresas eligen su localización en función a la de su competidora, de esta forma:

- La empresa 1 maximiza su beneficio (B_1) eligiendo su localización tomando la de 2 como dada.
- Y la empresa 2 maximiza su beneficio (B_2) eligiendo su localización tomando la de 1 como dada.

Se comprobará como las decisiones de localización acaban afectando tanto a aspectos de demanda como de fijación de precio. En el proceso para llegar a este equilibrio final se producen dos efectos que son los que definirán la decisión de localización final de la empresa: efecto demanda o centrípeto y efecto estratégico o centrífugo.

- ❖ **Efecto demanda:** Este efecto también llamado efecto directo consiste en lo siguiente, tomando como dados los precios de las empresas, y con la localización de 2 ya fijada: a medida que la empresa 1 (Azul) desplace su localización hacia el centro para estar más cerca de todos los consumidores, es decir, se acerque a la localización de 2, su demanda aumentará (como se observa en el gráfico pasando de $D1$ a $D1'$) a costa de la demanda de 2 que se verá reducida.

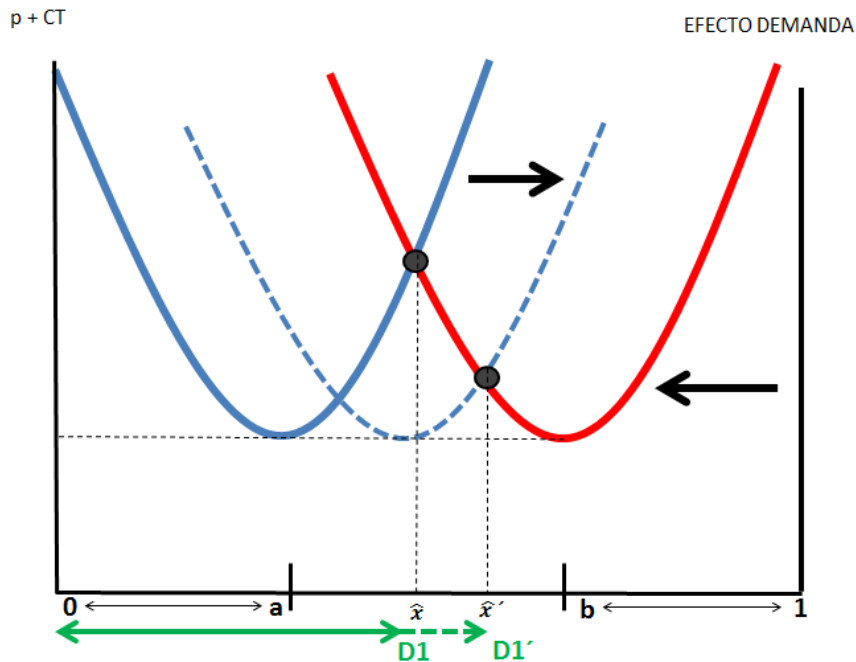


Gráfico 4.1

En el siguiente paso será la empresa 2 (Rojo) la que se moverá a la izquierda del gráfico para conquistar mayor cuota de mercado, y así sucesivamente, hasta llegar a la situación de equilibrio para ambas, en el centro del intervalo $[0,1]$.

Por lo tanto, según este efecto las empresas tenderán a juntarse entre sí, reduciendo de esta manera la diferenciación entre ellas y llevando a las empresas a que una diferenciación mínima en sus productos sea la opción más beneficiosa para ellas.

- ❖ **Efecto estratégico:** Sin embargo, el efecto demanda anterior lleva a resultados completamente opuestos a los obtenidos con el efecto estratégico, también llamado efecto indirecto.

En este caso los precios de las empresas no vienen dados, sino que se determinan en función de las localizaciones de la primera etapa del juego.

Así, para cierta localización dada de la empresa 2, cuanto más se acerca 1 a su rival menor es la diferenciación, lo que produce un aumento de la competencia en precios.

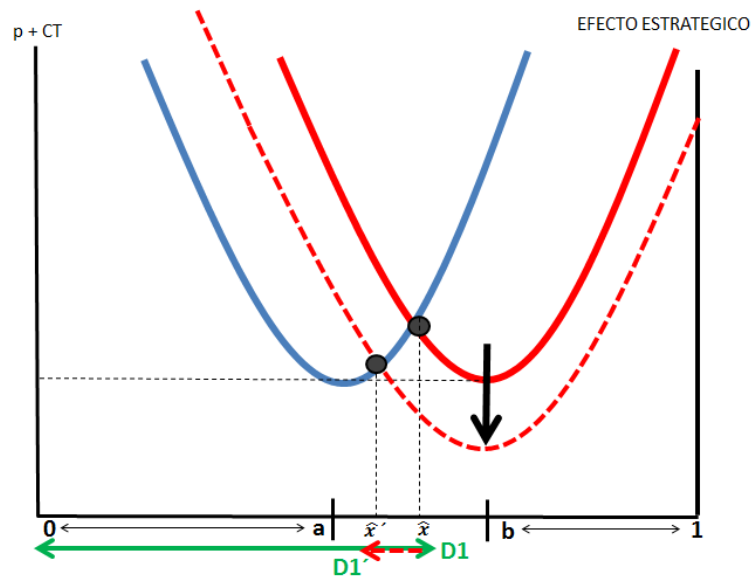


Gráfico 4.2

Este aumento de competencia en precios, se traduce directamente en la reducción del mismo para ser más competitivo, lo que tiene un efecto negativo sobre los beneficios de las dos empresas. Esta situación obligaría a las dos empresas a bajar los precios por lo que la decisión a tomar será la de alejarse entre sí, para diferenciar sus productos y no basar toda su competencia en el precio.

Es por ello, que el efecto estratégico lleva a la máxima diferenciación entre las empresas, llevando a estas a localizarse en los extremos del intervalo $[0,1]$, en la situación en la que la competencia en precios sería más reducida, y en el punto en el que se daba el equilibrio de la solución con costes cuadráticos.

La localización de equilibrio es aquella en que ambos efectos quedan equilibrados, en caso de que domine el efecto demanda la empresas se agruparán en el centro de la ciudad (Mínima diferenciación), mientras que se domina el efecto estratégico las empresas se sitúan en los extremos de la ciudad (Máxima diferenciación). Con costes de transporte cuadráticos el efecto que domina es el efecto estratégico o centrifugo y por tanto las empresas tienden a situarse en los extremos del intervalo $[0,1]$ de la ciudad.

De nuevo trasladándolo al espacio de características esto significa que las empresas buscan la máxima diferenciación entre sus productos, para así mitigar la competencia en precios entre ellas, que llevaría a la reducción de los márgenes de ambas, y daría lugar a una situación que no interesa a ninguna de las dos.

Cabe destacar que en la obra D'Aspermont, Gabszewicz y Thisse (1979) lo único que se explica es el modo de calcular esas localizaciones “a” y “b” de equilibrio, mientras que es en posteriores obras en las que se explica de una manera analítica como es el efecto estratégico el que domina sobre el efecto demanda.

2.6. Diferenciación Máxima o Mínima en un entorno real

Los modelos espaciales analizados anteriormente aparecen diseñados de una forma abstracta con el objetivo de facilitar su estudio y comprensión, sin embargo no dejan de ser de gran utilidad para comprender el funcionamiento de la competencia en precios en un entorno real.

Permiten obtener características básicas del mercado y que afectan a la forma de operar en él por parte de las empresas, como es el **principio de diferenciación**, por el cual las empresas tratan de incentivar la diferenciación entre ellas para reducir la ferocidad en la competencia en precios y de esta forma llegar a obtener márgenes más amplios. Dos empresas con productos similares o idénticos únicamente podrán basar su competencia en el precio, lo que forzará a ambas a reducir el mismo hasta niveles con bajas rentabilidades.

Este principio responde a una de las claves del éxito empresarial para los expertos en marketing, como es la segmentación y diferenciación de mercado. El mundo real deja **ejemplos altamente rentables de empresas**⁴ que buscan la diferenciación máxima en sus productos, y todo ello a pesar de que ciertas características del mercado parecen no recomendar niveles tan altos de diferenciación, como son:

- **Localizarse donde este la demanda**

A pesar de que como hemos comentado las empresas tienen motivos estratégicos suficientes para tratar de diferenciar sus productos del resto de la competencia, también tienen la necesidad de localizarse donde se encuentre la demanda (como se ha visto situándose en el centro de la ciudad lineal). Y como hemos visto en el apartado anterior hay ocasiones en que ni el efecto estratégico y ni el efecto demanda dominan totalmente, debido a que se compensan mutuamente.



Un claro ejemplo práctico en el que se observa claramente cómo la concentración de negocios se localiza dónde está la demanda es el que se da en las afueras de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de Sarriko. Podemos ver como en una área geográfica reducida se aglomeran multitud de academias para el apoyo al estudio de los estudiantes (las conocidas Newton, Da Vinci, MateMas entre otras) y su localización responde únicamente a un criterio de demanda. Esta aglomeración podría ser peligrosa para sus intereses económicos si no fueran

⁴ Destaca **Apple**, diferenciando sus productos radicalmente de la competencia no solo físicamente, sino utilizando sistemas operativos, aplicaciones y conectores diferentes y atípicos. Y también **Ikea**, con formas diferenciadoras de ofrecer y diseñar el producto y de diseñar sus superficies comerciales. Destacar como concepto clave el marketing, para apoyar toda esta estrategia de diferenciación máxima.

capaces de relajar la competencia en precios, y por ello deberían tratar de competir o destacar por otro tipo de atributos diferenciadores.

- **Externalidades positivas entre diferentes empresas**

En ocasiones existen externalidades que pueden incentivar la localización de empresas en la misma área geográfica, siempre que con ellos estas empresas se beneficien mutuamente. El enfoque se suele ver desde dos diferentes puntos de vista.

Por un lado atendiendo al criterio del **coste**, hay fórmulas como los centros comerciales, las instalaciones comunes o ciertas colaboraciones puntuales que pueden llegar a crear sinergias positivas entre empresas a priori competidoras. Este hecho se aprecia claramente con la aglomeración de empresas textiles (El gigante Inditex, H&M, Pepe Jeans, Desigual...) en los centros o parques comerciales de Vizcaya como el céntrico Zubiarte, u otros como Artea, Max Center o Ballonti. Todas estas empresas tratan de aprovechar estas externalidades conjuntas cuando eligen localizarse en estas zonas.

Y también podemos analizarlo por el lado de la **demand**a, lo que lleva de nuevo a empresas a priori competidoras a agruparse con el objeto de aumentar su demanda agregada con un menor coste en la atracción del cliente, siempre y cuando se encuentra un equilibrio entre el aumento de la demanda y el nivel de competencia en precios. De nuevo centrándonos en un ejemplo cercano, vemos como en el recinto MegaPark de Barakaldo se aglomeran en pocos metros varias tiendas dedicadas a la venta de material deportivo (Decathlon, Forum Sport (Grupo Eroski), Nike Outlet o Puma Outlet). Todas estas empresas tienen entre ellas diferenciaciones en el producto, que permiten al consumidor elegir entre ellas en función de sus necesidades. De esta forma cuando una persona desea una prenda deportiva dispone de una oferta amplia sin necesidad de perder tiempo en desplazamientos a otros centros comerciales, es decir, asumiendo menos costes de transporte.

- **Reducción o ausencia de competencia en precios**

Ya se ha comprobado que el principal motivo para la diferenciación del producto es reducir la fuerte competencia en precios que podría darse entre empresas. Sin embargo, en el mundo real aparecen situaciones en las cuales la competencia o fijación de los precios viene limitada por razones legales o sociales por parte de las autoridades u organismos competentes. En situaciones en las que la competencia en precios es suprimida por entes ajenos a las propias empresas, los incentivos para diferenciarse se reducen considerablemente.

En España podemos señalar como ejemplo de precios regulados, la venta de periódicos o revistas, las cuales llevan un precio fijado por parte de los productores

evitando de esta manera competir en precio a los distintos distribuidores (kioscos y otros pequeños establecimientos minoristas) o también el ejemplo de la gasolina unos años atrás, cuyos precios quedaban fijados por las autoridades sin posibilidad de ser modificados por las empresas distribuidoras, restricción ya modificada en la actualidad.

En una situación de un mercado en el que se suprime la competencia en precios, solo ejerce poder el efecto demanda y con ello predomina la diferenciación mínima. Este será analizado posteriormente con más detenimiento en la sección “Diferenciación horizontal: Ausencia de competencia en precios”.

2.7. F.O.B. vs Discriminación de precios

En este apartado separado conceptualmente de los modelos de localización analizados en los apartados anteriores, se abordará el tema de los diferentes sistemas de precios que se fijan en los diferentes sectores y mercados, más concretamente las diferencias entre el sistema restringido de precios F.O.B. y la discriminación de precios. Todo ello con el objetivo de tener una referencia sobre las principales herramientas de las empresas para competir en precios. Estas diferencias entre los distintos sistemas de precios se recogen detalladamente en las obras Hurter, A. P. Jr. y Lederer, P. J. (1985): “*Spatial Duopoly with Discriminatory Pricing*” y Lederer, P. J. y Hurter, A. P. Jr. (1986): “*Competition of Firms: Discriminatory Pricing and Location*”.

De esta manera, encontramos por un lado los precios **F.O.B.** (Free on Board en inglés), que son conocidos en el comercio internacional como el precio de venta de un determinado producto, incluyendo en él tanto el valor del propio artículo como los gastos de transporte y maniobra necesarios hasta ponerlo a disposición del consumidor. En este caso, las empresas se ven obligadas a la producción de un solo producto, y por tanto el consumidor es quien tiene que asumir el gasto de transporte o desplazamiento desde el punto de venta hasta su localización (traslado al espacio de características, el coste que le supone elegir una variedad distinta a su preferencia).

Sin embargo, llevándose a cabo una **discriminación de precios** las empresas cuentan con la capacidad para producir una amplia variedad de productos y por tanto pueden variar el precio del producto en función de las distintas características de los consumidores. De esta manera la asunción del coste de transporte queda en manos de la empresa, que puede ser quien finalmente asuma el coste o lo traslade al consumidor aumentando el precio del producto.

En los apartados anteriores se trabajaba con el sistema restringido de precios F.O.B. y por tanto el consumidor era quien asumía el coste de transporte, y el precio del producto para la totalidad de ellos era el mismo. Sin embargo a continuación se explicará cómo afectaría la existencia de una discriminación de precios en el mercado debido a la diferencia de precios para compradores con distinta situación geográfica.

De esta manera la discriminación de precios se representaría en un mercado espacial de la forma $p(x)$, por tanto el precio variará en función de “x” (variable que representa la localización del potencial comprador). Así la fijación de precios variará en función de esta localización debido a los costes de transporte existentes para llevar el producto de un punto a otro. En caso de realizarse la fijación de precio por el **sistema restringido F.O.B.** el producto puede ser comprado en la localización de la empresa y por tanto el coste de transporte lo asume el consumidor. Pero en el caso de una política de **precios en destino** sería la empresa la que asume el coste de la distribución hasta la localización del cliente.

A modo de inciso, se presentarán algunas de las prácticas de discriminación de precios más conocidas y utilizadas en el mercado, siguiendo la obra “*Logística: Administración de la Cadena de Suministro*” de Ronald H. Ballou.

Para comenzar habrá que dejar clara la distinción entre **política de precios** y **sistema de precios** la cual consiste, en que la primera se trata de las decisiones que se toman en una organización de forma planificada en lo referente al precio, mientras que con sistema de precios se entiende la situación de un mercado en el que todas las empresas siguen la misma política de precios. Por lo tanto, un **sistema de precios en destino** será el mercado en el que todas las empresas llevan a cabo una política de precios en destino y por ello todas asumen el coste de transporte hasta el consumidor sin importar la diferencia en la distancia.

Por otro lado dentro de las políticas de precios las más comunes son las dos siguientes:

- **Sistema de precio de punto-base:** Se trata de la estrategia geográfica de fijación de precios por la cual el productor designa una ciudad o punto geográfico como punto-base (que puede ser distinta al lugar de producción), a partir de la cual cobra al resto de los clientes en función de la distancia geográfica respecto a este punto. Así el precio final será la suma del precio-base (en la ciudad designada) junto con los fletes o gastos en transporte desde la ciudad designada al lugar donde se encuentre el cliente sin importar la cercanía con el lugar de producción.

Por ejemplo, si la empresa “X” dedicada a la producción de azúcar sitúa su punto base en una ciudad del norte del país y cobra a todos los clientes 10 u.m. más los gastos de transporte desde su ubicación a la ciudad base, esto supone que las ciudades del sur asumirán los gastos de transporte desde el norte, aunque la producción del azúcar se elaborara en una zona más cercana. Con este sistema los clientes situados cerca de la fábrica sufren una elevación de precio, mientras que los situados en puntos más alejados asumen un precio total inferior.

Este sistema de precios fue de utilidad en el pasado para industrias como la azucarera, cementera o automovilística pero en la actualidad su utilización ha quedado relevada a un plano secundario. Su importancia en estas industrias

viene definida por el atractivo del sistema de precio de punto-base en las industrias con siguientes características:

- a) Alto coste del transporte respecto al valor general del producto
 - b) Reducida preferencia del consumidor respecto al proveedor del producto
 - c) Industria con una cantidad relativamente pequeña de proveedores.
- **Sistema de precios en destino uniformes:** En este caso se trata del sistema por el cual la empresa fija un precio uniforme para todos los compradores potenciales, sin importar su localización y distancia geográfica respecto a la empresa. Así pagará el mismo precio un consumidor localizado en la misma ciudad que la empresa y otro que reside a miles de kilómetros.

3. Diferenciación Horizontal: Ausencia de competencia en precios

En los anteriores apartados se tenía en cuenta tanto las diferentes localizaciones, como la posibilidad de competir en precios para las empresas. Sin embargo en este caso, gracias al trabajo de recopilación de obras anteriores llevado a cabo por **Gabszewicz y Thisse** (1992) se presenta un modelo de localización en el que **no hay competencia en precios** entre las empresas.

El modelo se plantea dividido en dos diferentes opciones: La primera en la que las empresas tienen que tomar las decisiones de manera **simultánea**, y la segunda con decisiones **secuenciales** y por tanto cada empresa debe tener en cuenta las potenciales decisiones a tomar por su competencia.

En este apartado desaparece totalmente el efecto estratégico o centrifugo comentado anteriormente, y el mercado donde únicamente operan 2 empresas solo se verá afectado por el efecto demanda con la consiguiente diferenciación mínima del producto.

3.1. Decisiones simultáneas

Tal y como ocurría en los anteriores casos, antes de realizar el juego se deben de tener en cuenta algunos supuestos simplificadores con el fin de hacer el modelo más comprensible. De esta manera, los consumidores se encuentran de nuevo distribuidos de forma uniforme a lo largo del intervalo $[0,1]$ y cada consumidor adquiere solamente una

unidad del bien. Al considerarse el producto homogéneo, los consumidores adquirirán el producto que menos coste total (precio más coste de transporte) les suponga.

La característica esencial en este apartado reside en que desaparece la competencia en precios, ya que el precio del producto se supone como dado y es igual en todas las empresas del mercado. En esta situación el consumidor elegirá la empresa más cercana a su localización, suponiendo además que el coste de transporte queda en manos de los consumidores y que se define por una función continua y creciente con la distancia. Por lo tanto en este tipo de juegos, la característica distintiva es que las estrategias por parte de las empresas se basan únicamente en las localizaciones. De hecho, la rentabilidad de estas empresas recae únicamente en la franja de consumidores para la cual la empresa en cuestión es la más cercana.

A continuación consideraremos varios ejemplos con diferentes números de empresas que compiten en el mercado, para así trasladar el modelo a situaciones reales, teniendo muy en cuenta la característica distintiva de este apartado que es la toma de decisiones de forma **simultánea**:

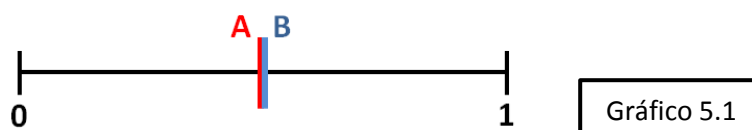
- **n=2 (2 empresas en el mercado)**

En el caso de un mercado en el que solo compiten 2 empresas las localizaciones estarán a las distancias a y b de los dos extremos del intervalo $[0,1]$. Y el beneficio se definirá por la fórmula $(\bar{p} - c_i) * S_i$ siendo las ventas la única variable que definirá la maximización del beneficio puesto que precio (\bar{p}) y costes marginales (c_i) son fijos. Las funciones de ventas S_1 y S_2 se definirán como:

$$S_1 = \frac{1 + a - b}{2} \quad y \quad S_2 = \frac{1 - a + b}{2} ; \quad si \quad a \neq 1 - b \quad y \quad a < 1 - b$$

$$S_1(a, b) = S_2(a, b) = \frac{1}{2} ; \quad si \quad a = 1 - b$$

Como se puede observar, las dos funciones darán lugar a una discontinuidad cuando estas se crucen en un punto distinto al centro del mercado (punto $1/2$). A pesar de esta discontinuidad, destaca el hecho de que exista un único equilibrio en este tipo de modelos, y este equilibrio es el que lleva a las dos empresas a situarse en el centro del mercado. En este punto al no existir competencia en precios, cada empresa se reparte la mitad del mercado y cualquier movimiento por parte de las empresas les producirá una reducción de su cuota de mercado.



Cualquier otro equilibrio es imposible, ya que si una empresa A, se sitúa en un punto distinto del centro del mercado, la empresa competidora B, elegirá localizarse en un punto inmediatamente seguido a ella y más próximo al centro del mercado, para de esta manera hacerse con la mayor parte del mismo, y así sucesiva y cíclicamente hasta llegar al equilibrio comentado anteriormente.



Gráfico 5.2

- **n=3 (3 empresas en el mercado)**

En el caso de un mercado en el que solo compiten tres empresas no existe equilibrio.

Si suponemos el caso en el que las **tres empresas se encuentran separadas**, las dos empresas de los extremos tenderán hacia el centro “encerrando” el mercado de la empresa central, y esta por tanto tenderá a ir hacia uno de los extremos saltando por encima de sus rivales para captar su mercado.

Si suponemos también que son **dos las empresas que se encuentran juntas y una en otra parte del intervalo**, esta última se posicionará cercana a las otras dos aumentando considerablemente su demanda, y sucesivamente cualquiera de las dos que están juntas saltaría a su rival para hacerse con la mayor parte del mercado, por lo que el equilibrio es imposible.

Y si por último asumimos que las **tres empresas se encuentran en el mismo punto** repartiéndose cada una $1/3$ del mercado, cualquiera de ellas podrá aumentar de forma considerable su demanda situándose ligeramente más separada de sus competidoras, por tanto queda clara la inexistencia de equilibrio en un mercado de tres empresas con decisiones simultáneas.

- **n=4 (4 empresas en el mercado)**

Con cuatro empresas en el mercado el equilibrio existe y es único, situándose dos de las empresas en el punto $1/4$ del intervalo, mientras que las otras dos se situarán en el punto $3/4$, de esta manera las cuatro empresas se reparten el mercado de manera equitativa.



Gráfico 5.3

▪ **n=5 (5 empresas en el mercado)**

En este caso también existe un equilibrio único, que se da con dos de las empresas en el punto $1/6$, otras 2 en el punto $5/6$, y la última de ellas sola en el centro del mercado, con una situación ventajosa para esta última ya que su demanda es el doble de sus competidoras.

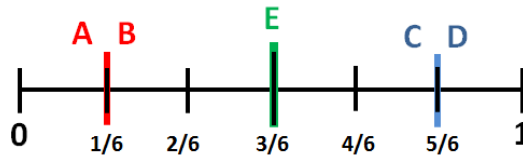


Gráfico 5.4

▪ **n ≥ 6 (6 o más empresas en el mercado)**

Para los mercados sin competencia en precios en los que operan 6 empresas o más, el equilibrio existe aunque su cálculo se vuelve más complejo, pero todos estos equilibrios tienen las siguientes características comunes:

- No más de 2 empresas se pueden localizar en el mismo punto del intervalo
- Las empresas que no se sitúen en el centro del mercado, estarán emparejadas con otra/s empresa/s al otro lado del intervalo (Por ejemplo, $1/4$ y $3/4$)
- Las empresas emparejadas tendrán el mismo nivel de ventas.
- Las empresas localizadas en solitario, tendrán una cuota de mercado que será mínimo del tamaño de sus competidoras emparejadas, pero nunca más del doble.

3.2. Decisiones secuenciales

A pesar de utilidad del modelo anterior, en la realidad puede que sea más correcto entender las decisiones de localización empresarial de un modo secuencial, en función de las decisiones previas tomadas por las otras empresas. El caso de las decisiones simultáneas tratado en el apartado anterior es quizás de mayor validez para un mercado en el que las empresas son perfectamente móviles y con una capacidad de reacción instantánea, sin embargo en situaciones reales las decisiones de localización son de difícil modificación, llegándose a considerar incluso irreversibles.

En estos ejemplos de entrada secuencial y en los cuales la decisión elegida es irreversible, parece lógico que la empresa trate de prever el comportamiento futuro de sus competidores, y elegir su localización idónea en consecuencia. Por ello en este tipo de juegos se toman como dadas las localizaciones de empresas en etapas anteriores, pero se tratan de forma condicional las posibles decisiones futuras de la competencia. De esta manera se considera a la empresa que decide su localización una “seguidora” de las que lo hicieron previamente, pero también una “líder” o “referencia” de las que actuarán en el futuro.

La elección de localización se lleva a cabo a través de inducción retroactiva y por tanto se tienen en cuenta las decisiones óptimas que tomarán las empresas que deciden posteriormente. Para tratar de mostrarlo de una manera más gráfica como en el caso anterior, se presentan las soluciones de localización en el intervalo $[0,1]$ para los casos con:

▪ **$n=2$ (2 empresas en el mercado)**

La solución se da con las 2 empresas situadas en el centro del mercado como en el caso de la toma de decisiones simultánea. Esto es debido a que como el juego está resuelto por inducción retroactiva, se está suponiendo que la empresa competidora que decidirá posteriormente siempre lo hará de forma óptima, y por tanto algo más cercana al centro. Por ello la única manera de conseguir el equilibrio sin que ninguna tenga la posibilidad de aumentar su demanda en etapas posteriores es con las dos fijadas en el centro de la ciudad lineal.

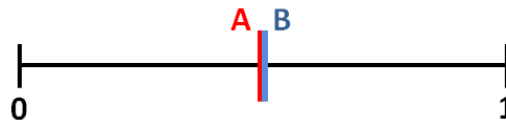


Gráfico 6.1

▪ **$n=3$ (3 empresas en el mercado)**

Ya habíamos comprobado como en el caso de decisión simultánea no existía equilibrio para un mercado con 3 competidores, sin embargo no ocurre lo mismo cuando la decisión es secuencial. En este caso el equilibrio está en la primera empresa posicionada en el punto $\frac{1}{4}$ (o en el $\frac{3}{4}$), la segunda por tanto en el punto $\frac{3}{4}$ (o en el $\frac{1}{4}$), y finalmente la tercera que elegirá situarse en cualquier punto del intervalo entre las 2 empresas ya posicionadas.

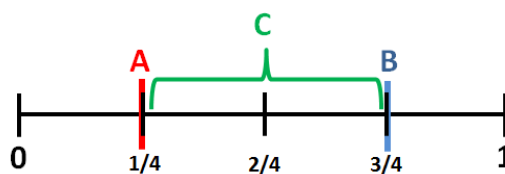


Gráfico 6.2

▪ **$n \geq 4$ (4 o más empresas en el mercado)**

Para los casos de un gran número de empresas en el mercado ($n \geq 4$), el cálculo se vuelve complejo y demasiado denso para ilustrarlo.

De esta manera simplificada y restringida se ha tratado de explicar un tema como la competencia espacial con una creciente importancia en la economía y la industria, a pesar de no haber tenido en cuenta factores que serían clave en una situación real como empresas que producen diversidad de marcas o la gran importancia e influencia en las decisiones del marketing y la publicidad, y sobre todo y como restricción más importante la de no competencia en precios, al estar fijados previamente.

4. Bienestar Social

El concepto de bienestar social de una forma general se suele referir al nivel de satisfacción alcanzado a través de las necesidades básicas fundamentales de la sociedad, expresada en valores como educación, salud, alimentación, seguridad social, vivienda o medio ambiente.

Desde un punto de vista económico y más concreto, y a pesar del intenso debate que supone definir con precisión el bienestar social, habitualmente se suele medir a través de la cantidad de bienes y servicios que se produce en una sociedad para cada uno de sus habitantes (comúnmente llamado renta per cápita). Este debate en torno a la definición del estado de bienestar es abordado por el reciente premio Nobel de Economía Jean Tirole en varias de sus prolíficas obras.

En este punto, habría que destacar la importancia de un bienestar social (BS), que en este caso será la suma del excedente de los consumidores (EC) y del excedente de las empresas o productores participantes en el mercado (EP):

$$BS = EC + EP$$

En este mercado se presupone que cada consumidor adquiere únicamente una unidad del bien, que el número de consumidores esta normalizado a 1 y el valor máximo que un potencial consumidor está dispuesto a pagar (como el precio máximo en mercados de subastas) se mide como su valor de reserva (\bar{R}), donde \bar{R} se supone que es lo suficientemente grande como para que a todos los consumidores les interese adquirir el bien sea cual sea su localización y por tanto sean cuales sean los costes de transporte y precios que deban asumir. Con todo ello el excedente bruto de los consumidores se expresa de la siguiente manera:

$$EC \text{ Bruto} = 1 * \bar{R}$$

Mientras que para obtener el excedente neto del consumidor (EC) debemos restar el precio pagado por el bien junto con el coste de transporte del mismo:

$$EC = \bar{R} - \sum_{i=1}^{i=n} p_i * D_i - \sum_{i=1}^{i=n} CT_i$$

Dónde:

D_i : Demanda total de la empresa “i”. Nótese que $\sum_{i=1}^{i=n} D_i = 1$

p_i : Precio del bien de la empresa “i”.

CT_i : Coste de transporte que deben asumir los consumidores que compran en la empresa “i” para desplazar el producto hasta su domicilio.

Todo ello por el lado del consumidor, mientras que por el lado de las empresas o productores y suponiendo que estas no tienen costes de producción, el excedente se limitaría a:

$$EP = \sum_{i=1}^{i=n} p_i * D_i$$

De esta manera obtenemos la fórmula que definirá el bienestar social para este mercado:

$$BS = EC + EP = \bar{R} - \sum_{i=1}^{i=n} p_i * D_i - \sum_{i=1}^{i=n} CT_i + \sum_{i=1}^{i=n} p_i * D_i$$

La cual se simplifica a:

$$BS = \bar{R} - \sum_{i=1}^{i=n} CT_i$$

De esta manera el Bienestar Social solo dependería de dos variables, el valor de reserva (\bar{R}) que esta dado y los costes totales de transporte ($\sum_{i=1}^{i=n} CT_i$). El precio del producto (p_i) no es una variable que afecte al aumento o disminución del bienestar social ya que solo es una transferencia de consumidores a productores y en el bienestar social ambos tienen el mismo peso por lo que no existe pérdida irrecuperable de eficiencia.

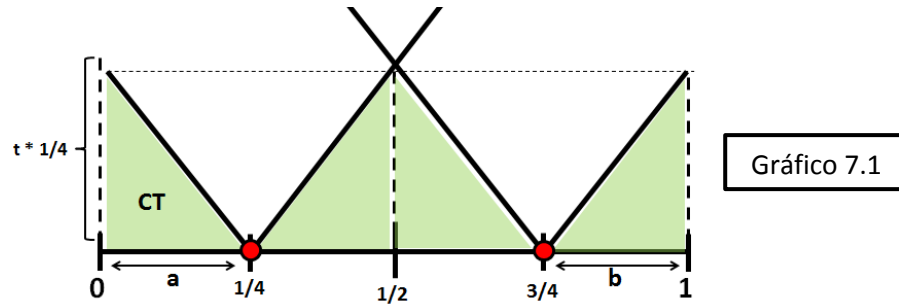
Por ello, la única manera de maximizar el bienestar social en este caso, sería minimizando el coste en el que incurren los consumidores a la hora de trasladar el producto desde el punto de venta a sus domicilios. Por tanto el papel de un regulador que desea maximizar el bienestar social, sería encontrar las localizaciones que minimicen los costes de transporte, ya que como hemos comprobado es la única variable cuya modificación afecta directamente al bienestar social.

En esta situación se plantearán los ejemplos de mercados con 2 y 3 empresas respectivamente, para los cuales se analizará cuáles serán las localizaciones que hacen mayor el bienestar tanto de consumidores como de productores, bajo la óptica del regulador. Para hacer el análisis más sencillo se considerarán lineales los costes de transporte y los precios de las empresas igual.

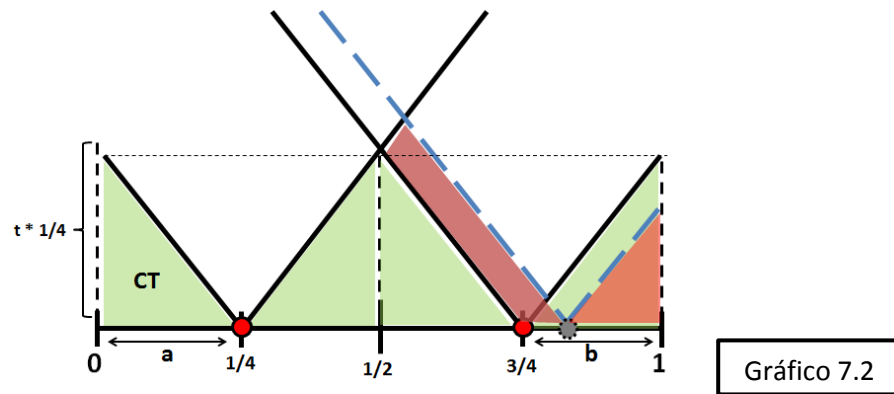
- **n=2 (2 empresas en el mercado)**

Comenzando por el caso de un mercado en el que únicamente compiten dos empresas, se trata de encontrar las dos localizaciones que harán que los costes de transporte sean los mínimos para la totalidad de consumidores. Estas localizaciones serán únicas y están localizadas en los puntos $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$ del intervalo $[0,1]$. Por ello el regulador con el objetivo de maximizar el bienestar social deberá promover que las

empresas que operan en este mercado se localizan en los puntos señalados. Todo ello se ve en el posterior gráfico donde aparecen reflejadas las rectas que definen los costes de transporte (CT) de cada individuo, con sus localizaciones óptimas desde el punto de vista social.



Como podemos comprobar en el siguiente gráfico, cualquier localización distinta a la que maximiza el bienestar social genera aumentos considerables de los costes de transporte para los consumidores, y por tanto no maximiza el bienestar social. Se ha desplazado una de las localizaciones elegidas por el regulador, para mostrar claramente ese aumento en los costes de transporte.



Como claramente observamos la zona sombreada supondría los nuevos costes de transporte a asumir por los ciudadanos de la ciudad lineal, que son claramente superiores a los que se dan en la situación de equilibrio para el bienestar social.

- **n=3 (3 empresas en el mercado)**

Y para un mercado en el que compiten únicamente tres empresas la mecánica a seguir por el regulador será la misma, buscando las localizaciones que minimicen los costes de transporte de los consumidores. En este caso el único equilibrio se dará con las tres empresas localizadas en los puntos $1/6$, $1/2$ y $5/6$ del intervalo $(0,1)$, generando cualquier otra localización alternativa un mayor coste de transporte y consecuentemente un menor bienestar social como se refleja a continuación:

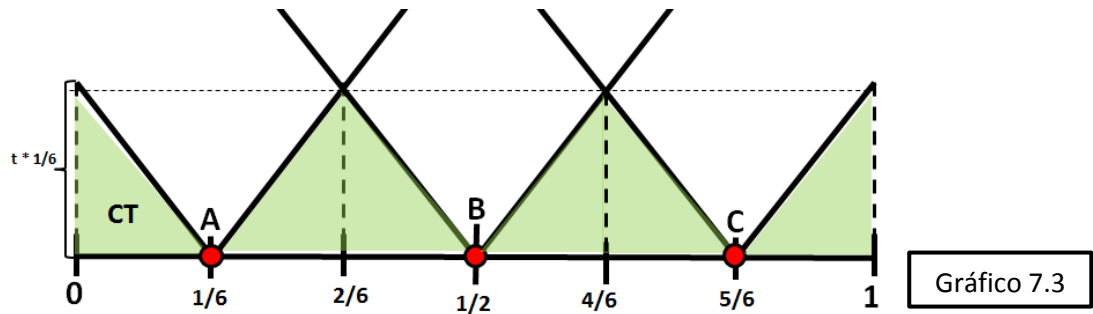


Gráfico 7.3

- **Regla general : $n \geq 4$ (4 o más empresas en el mercado)**

Como hemos visto en los ejemplos de mercados con dos y tres empresas, solo existen unas localizaciones que maximizan el bienestar para cada uno de los mercados. Del cálculo de esos equilibrios podemos obtener una regla general que sirva para encontrar de manera sistemática las localizaciones que maximizan el bienestar social desde el punto de vista del regulador para mercados con “n” empresas.

Esta regla general hace que para cualquier mercado en el que compitan “n” empresas, una de las empresas siempre está localizada en el punto $\frac{1}{2*n}$, donde “n” es el número de empresas que operan en el mercado en cuestión.

Y de esta manera el total de empresas del mercado se localizarán en los puntos: $\frac{1}{2*n}$, $\frac{1}{2*n} + \frac{1}{n}$, $\frac{1}{2*n} + \frac{2}{n}$... y así sucesivamente.

Así por ejemplo, para demostrar la simplicidad que supone encontrar las localizaciones que maximizan el bienestar social con esta regla, para un mercado con **n=5** los puntos del equilibrio serían:

$$\frac{1}{2*5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{5}{10} + \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{1}{5} = \frac{9}{10}$$

De esta manera se demuestra cuáles serían las localizaciones que deberían tomar las empresas en la práctica para maximizar el bienestar social, en los diferentes casos con mercados con diversidad en el número de competidoras, siempre desde un punto de vista del organismo regulador.

A modo de aclaración final, y tras el análisis de todas las situaciones anteriores parece clara la diferencia que surge entre las **localizaciones de equilibrio** y las **localizaciones eficientes desde el punto de vista del bienestar social**. Mientras en las **primeras** se buscan las localizaciones que aportan a las empresas que operan en el mercado una mayor demanda por parte de los consumidores y con ello un mayor beneficio, sin que ninguna de las empresas tenga incentivos para modificar su localización. En el caso del **bienestar social** se mira desde el punto de vista del regulador, quien trata de buscar la situación más favorable para la totalidad de la

sociedad, que en este caso se reduce a buscar las localizaciones que supongan unos menores costes de transporte a los individuos.

Como el objetivo de ambas es diferente, las localizaciones a las que dan lugar también lo son como se puede ver en el gráfico posterior, que mantiene las características de ausencia de competencia en precios, costes de transporte lineales, y en este caso un mercado en el que operan únicamente 2 empresas.

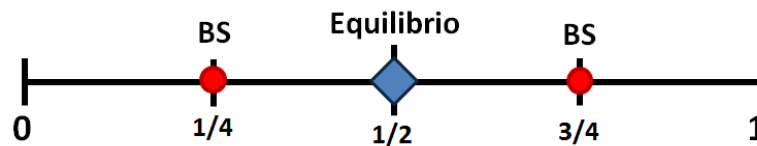


Gráfico 7.4

De esta manera se aprecia claramente la diferencia de localizaciones entre lo socialmente responsable y lo que las empresas eligen si no están condicionadas (equilibrio). De los resultados del gráfico se puede extraer que en comparación con la situación óptima de bienestar social, la localización de equilibrio tiene una falta de diferenciación del producto con las dos empresas situadas en el centro del mercado. Esto significa que si de un regulador social dependiera estas se situarían en puntos más separados entre sí, en concreto los puntos $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$. Por lo que si no se condiciona al mercado, el equilibrio que se dará tendrá una baja diferenciación del producto.

5. Estudio de la provisión de bienes públicos en municipios colindantes: Aplicación práctica de los modelos de localización

A continuación, con el fin de trasladar a la realidad la teoría de los modelos de localización anteriores, se analizará un modelo de localización aplicado a una situación real. Para ello se continuará con varios de los supuestos del apartado anterior como **ausencia de competencia en precios** (\bar{p}), **costes de transporte lineales** y un mercado o entorno donde únicamente son **dos los entes que operan** (pudiendo ser empresas, negocios, servicios públicos o cualquier ente trasladable a un modelo de localización).

El mercado en cuestión cuenta con varias particularidades que lo diferencian de modelos anteriores, en este caso el modelo se desarrollará de nuevo en el intervalo $[0,1]$, pero con la particularidad de que el mismo intervalo nos encontramos con **dos ciudades situadas consecutivamente**. Cada una de las ciudades tiene su propio regulador o planificador cuyo único objetivo es maximizar el bienestar social de sus vecinos. El regulador de cada ciudad colindante debe decidir dónde localizar un bien o servicio público.

Para este ejemplo de ciudades situadas consecutivamente, podemos apoyarnos con facilidad en el cercano caso del Gran Bilbao, más concretamente con las localidades de la margen izquierda. De esta manera encontramos por ejemplo localizadas de forma adyacente y consecutiva a municipios como Barakaldo, Sestao, Portugalete o Santurtzi en lo que nos plantea una situación idónea para ser representada a través de un modelo de localización. Todas estas localidades vecinas entre sí cuentan con una amplia población local, que disfrutará de los negocios y servicios propios que encuentran dentro de su municipio. Sin embargo, no dudarán en acudir a una de las localidades vecinas en caso de que uno de los servicios del municipio vecino les aporte incentivos de algún tipo, ya sea en forma de ahorro económico, de mayor calidad o de mayor cercanía y por tanto menores costes de transporte.

Precisamente es la cuestión de la cercanía y los costes de transporte la que trabajaremos en el posterior caso. En él teniendo en cuenta la situación de dos de los municipios de la margen izquierda, plantaremos la potencial problemática que surgirá a la hora de decidir en qué lugar de las localidades proveer un bien o servicio de uso público, como por ejemplo un parque público, para que este satisfaga las necesidades de la mayoría de sus ciudadanos en términos de cercanía o costes de transporte y también el hecho de cómo un municipio puede aprovecharse de los servicios públicos que ofrece su vecino. Adoptamos el supuesto simplificador de que los parques de ambos municipios son de **igual calidad** y por tanto las preferencias de los individuos solo dependerán de la cercanía a los mismos, siempre y cuando del acceso a dicho servicio **no se pueda excluir a no residentes** en el municipio.

La elección de un parque público como elemento a localizar no es casual, sino que cumple con varios elementos que simplifican el modelo y eliminan posibles excepciones o diferencias entre ciudadanos de una u otra localidad⁵. Por tanto necesitamos de un servicio cuyo uso pueda ser disfrutado sin ningún tipo de contraprestación económica por no pertenecer al municipio donde está localizado. Al ser un bien público cuyo uso no es restringido su precio es nulo, es decir $p = \bar{p} = 0$.

La localización de estos parques públicos será decidida por parte de los órganos competentes de cada municipio, que tendrán el único objetivo de maximizar el bienestar social de sus residentes, o equivalentemente minimizar los costes de desplazamiento (transporte) de sus ciudadanos respecto al parque, contando con que quizás parte de ellos decidan acudir al parque de la localidad vecina en caso de serles más cercano. Para ello se consideran **dos municipios de tamaños diferentes**. La ciudad 1 es de tamaño más reducido y abarca el intervalo $[0;0,4]$, mientras que la ciudad 2 ocupará por tanto el intervalo $[0,4;1]$ del segmento $[0,1]$. Este hecho trasladado a nuestra realidad se adapta perfectamente a las situación de Sestao como municipio pequeño y Barakaldo como municipio de tamaño superior. Cabe destacar que como se viene haciendo en todo el trabajo, las localizaciones de la empresa o bien público del Municipio 1 (a) se medirá

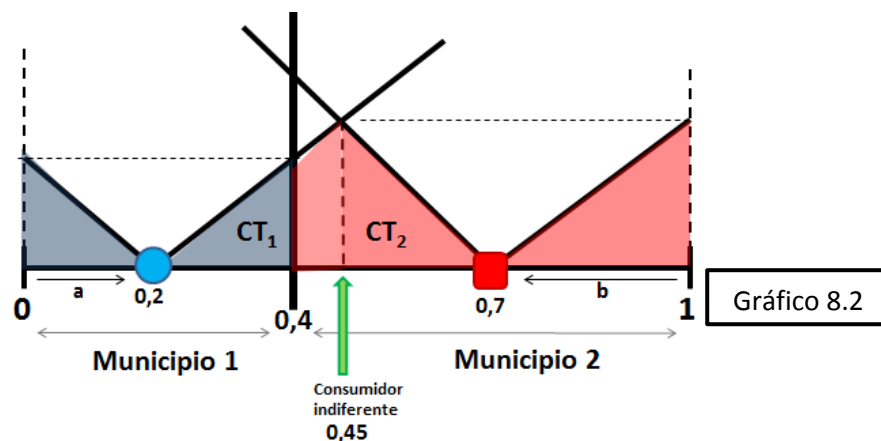
⁵ Podríamos elegir cualquier servicio público que no tenga competencia en precios y el cual no ofrezca servicio exclusivo a los ciudadanos locales, como podría ocurrir en el caso de los centros cívicos.

desde el extremo izquierda del intervalo (punto 0), mientras que las del Municipio 2 (b) se medirán desde el extremo derecho (punto 1). A lo largo del segmento $[0,1]$ tenemos **uniformemente distribuidos a los consumidores** con densidad unitaria.



A priori, lo lógico **si el acceso entre municipios estuviese restringido o si no se permitiera disfrutar de los servicios de la localidad vecina** parecería localizar los parques públicos en el centro de cada localidad y de esa manera se conseguiría que cada regulador minimizara los costes de transporte para cada municipio.

Pero la frontera entre las dos localidades, como ocurre en la realidad entre Sestao y Barakaldo, es abierta y por tanto los individuos de un municipio pueden atravesarla para acudir al parque de la localidad vecina si este se encuentra a una distancia más reducida que el perteneciente a la suya propia. El siguiente grafico ilustra esta situación:



Los parques públicos están localizados en $a=0,2$ y $b=0,3$. Un individuo que reside en el punto $0,41$ del intervalo (perteneciente a Barakaldo o Municipio 2) preferirá, en términos de costes de transporte, acudir al parque de Sestao (Municipio 1) que solo dista $0,21$. Acudir al parque público de su propio municipio le supondría asumir una distancia mayor, al encontrarse a una distancia de $0,29$ de su domicilio.

Teniendo en cuenta este hecho, el objetivo será encontrar las localizaciones de cada parque que minimicen los costes de transporte para la totalidad de los consumidores del municipio dada la localización del parque vecino y viceversa; o lo que es lo mismo, encontrar el **Equilibrio de Nash** de este juego. Con el Equilibrio de Nash lo que encontraremos será la mejor opción para los ciudadanos del Municipio 1, teniendo en cuenta la localización que seguirán en el Municipio 2 para su parque. Para el Municipio 2 se elegirá también la mejor opción de localización posible teniendo en cuenta la localización que se vaya a tomar en el Municipio 1. De este equilibrio de Nash cabe destacar que no implica que el resultado obtenido sea el mejor para los 2

municipios de forma conjunta, sino que será el mejor para cada uno de los municipios dada la localización del vecino siendo valorados individualmente.

Siguiendo a Gibbons en su obra “*Un primer curso de Teoría de Juegos*” la definición formal de un Equilibrio de Nash consiste en lo siguiente. Sean:

S_i : Espacio de estrategias del jugador (regulador) $i = 1,2$

$$S_1: a \in [0; 0,4]$$

$$S_2: b \in [0; 0,6]$$

BS_i : Bienestar social del municipio $i = 1,2$ (Variable que se quiere maximizar)

Poniendo como ejemplo una estratégica concreta dentro del espacio de estrategias posible para cada jugador (s_i =estrategias concretas):

$$s_1; \text{ p. ej } a = 0,2$$

$$s_2; \text{ p. ej } b = 0,7$$

En un juego en forma normal de 2 jugadores, $G = \{S_1, S_2; BS_1, BS_2\}$ las estrategias s_1^*, s_2^* forman un Equilibrio de Nash, si para todo i , s_i^* es la mejor respuesta del jugador "i" (o una de ellas) a las alternativas del otro jugador:

$$BS_i(s_i^*, s_j^*) \geq BS_i(s_i, s_j^*) \quad \forall s_i \in S_i$$

Para encontrar estas localizaciones por tanto debemos buscar minimizar los costes de transporte para cada uno de los distritos. Por ello en primer lugar definiremos los costes de transporte de cada uno de ellos, en función de la localización del parque vecino, para luego obtener las funciones de reacción que definan la localización de los parques de ambos municipios que minimicen los costes de transporte.

Comenzaremos calculando los costes de transporte del municipio de mayor tamaño, en este caso el municipio 2 (Barakaldo). Tendremos que tener en cuenta que el cálculo de estos costes se deberá realizar solo en los casos en los que la localización del parque del municipio 1 se dé en el intervalo $[0,1;0,4]$ ya que si la localización se da en un punto tal que $a \leq 0,1$, el regulador del municipio 2 minimizará los costes de sus individuos localizando el bien público en el centro de su ciudad y, por tanto, la función de reacción $b^*(a)$ será:

$$b^*(a) = 0,3 \quad \text{si } a \in [0 ; 0,1]$$

Como vemos esta parte de la función de reacción del Municipio 2 es lineal y constante. Sin embargo el cálculo de la función de reacción en los casos en los que la localización se da en $a \geq 0,1$ será más complejo, ya que el regulador del Municipio 2 elegirá mediante la localización del parque que los residentes más cercanos al

Municipio 1 aprovechen la cercanía al parque vecino. Este hecho se observa en el siguiente gráfico:

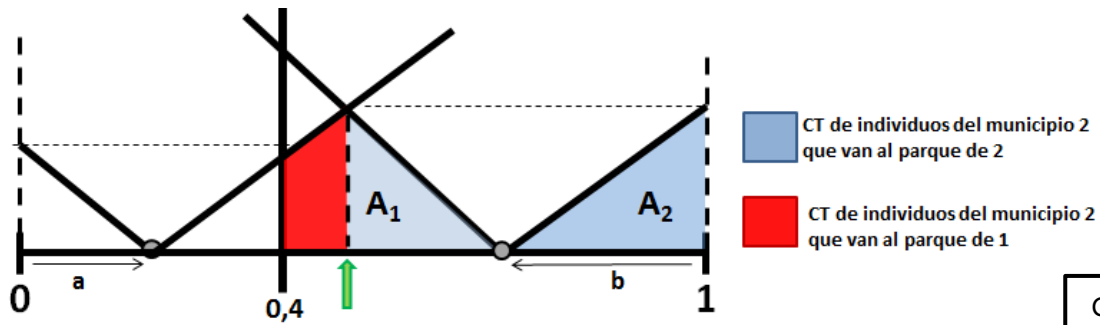


Gráfico 8.3

De esta forma cuando $a \geq 0,1$, los costes de transporte para los ciudadanos del municipio 2 se definirán de la siguiente forma:

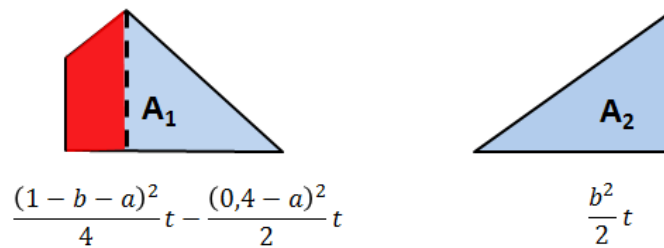


Gráfico 8.4

$$CT_2(a, b) = \frac{(1-b-a)^2}{4}t - \frac{(0,4-a)^2}{2}t + \frac{b^2}{2}t$$

A estos costes de transporte les aplicamos la derivada parcial respecto a “b” de la cual extraeremos la función de reacción para el municipio 2:

$$\frac{\partial CT_2(a, b)}{\partial b} = 0 \quad ; \quad \frac{1}{2}(1-a-b)(-1)t + bt = 0$$

$$-1 + a + b + 2b = 0$$

$$b^*(a) = \frac{1-a}{3} \quad \text{si } a \in [0,1;0,4]$$

A modo de comprobación se realizará la derivada segunda, comprobando que esta sea mayor que cero para todos los valores y con ello asegurar que la función objetivo es estrictamente convexa y por tanto la condición de primer orden describe un mínimo.

$$\frac{\partial^2 CT_2(a, b)}{\partial b^2} = \frac{1}{2}t + t > 0$$

En consecuencia si $a \in [0,1;0,4]$, $b^*(a) = \frac{1-a}{3}$ minimiza los costes de transporte de los residentes y maximiza el bienestar social del municipio 2 dado “a”.

En el caso del Municipio 1, al igual que ocurría en el municipio 2 la función de reacción estará dividida en dos tramos, por lo que habrá que tener en cuenta que su función de reacción será lineal, constante e igual a 0,2 siempre que la localización de “b” tenga lugar en la zona de intervalo [0;0,4], debido como en el caso anterior a que el regulador del municipio 2 minimizará los costes de sus individuos localizando el parque público en el centro de su ciudad:

$$a^*(b) = 0,2 \quad \text{si } b \in [0;0,4]$$

Solo quedaría hallar los costes de transporte y posteriormente la función de reacción del Municipio 1 teniendo en cuenta que la localización del parque público del Municipio 2 se dará en el intervalo [0,4; 0,6]. Cuando $b \geq 0,4$ los costes de transporte para los ciudadanos del municipio 1 (CT_1), siguiendo el mismo proceso que en su municipio vecino, se definirán de la siguiente manera:

$$CT_1(a, b) = \frac{(1 - a - b)^2}{4}t - \frac{(1 - 0,4 - b)^2}{2}t + \frac{a^2}{2}t$$

La condición de primer orden nos permite obtener la función de reacción para el municipio 1:

$$\frac{\partial CT_1(a, b)}{\partial a} = 0 \quad ; \quad \frac{1}{2}(1 - b - a)(-1)t + at = 0$$

$$-1 + a + b + 2b = 0$$

$$a^*(b) = \frac{1 - b}{3} \quad \text{si "b" } \in [0,4;0,6]$$

Para verificar que es un mínimo calculamos la derivada segunda, buscando con ello confirmar que la función objetivo⁶ es estrictamente convexa:

$$\frac{\partial^2 CT_1(a, b)}{\partial a^2} = \frac{1}{2}t + t > 0$$

De esta manera y a modo de resumen nos encontramos que las funciones de reacción tanto del Municipio 2 como del 1, serán respectivamente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si "a" } \in [0 ; 0,1] : \quad b^*(a) = 0,3 \\ \text{si "a" } \in [0,1;0,4] : \quad b^*(a) = \frac{1 - a}{3} \\ \text{si "b" } \in [0;0,4] : \quad a^*(b) = 0,2 \\ \text{si "b" } \in [0,4;0,6] : \quad a^*(b) = \frac{1 - b}{3} \end{array} \right.$$

⁶ Función objetivo: se trata de la función que se pretende maximizar o minimizar.

Tomando como referencia las funciones de reacción calculadas, estas se representarán de forma esquemática en el siguiente gráfico en el que también aparecerá el Equilibrio de Nash, que se dará en el punto exacto $(0,2 ; 0,8/3)$ como se demostrará posteriormente. Por tanto, las localizaciones que maximizan el bienestar social de ambas localidades tomando como dadas la de su vecina, serán para el Municipio 1 el punto 0,2 en el centro de su ciudad y para el Municipio 2 el punto $0,8/3$ aprovechándose de la localización del parque de su municipio vecino para que una parte de sus ciudadanos acudan a él.

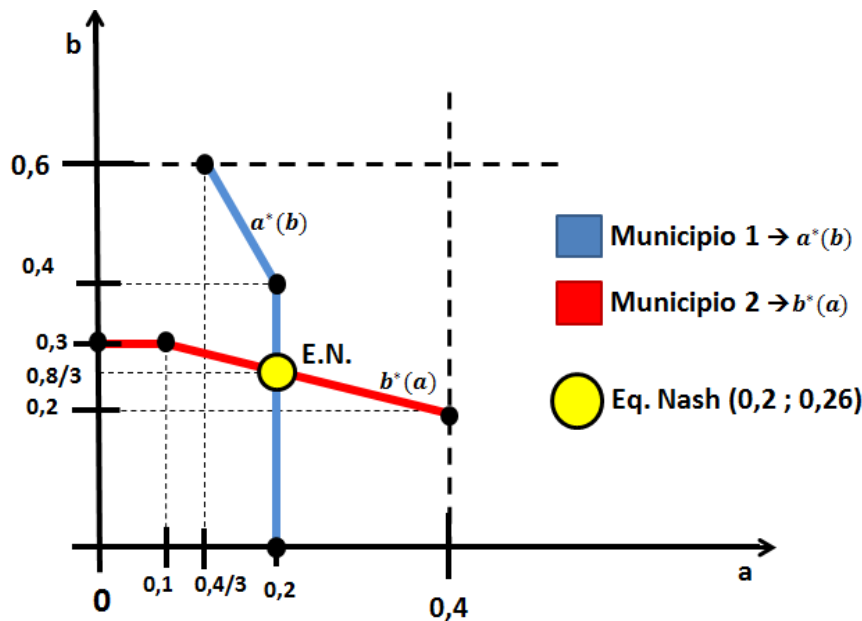


Gráfico 8.5

De esta forma, una vez obtenidas las dos funciones de reacción de cada uno de los municipios el objetivo, ya comentado anteriormente, será el de encontrar el Equilibrio de Nash. Para ello habrá que encontrar el punto en el que los municipios minimizan sus costes de transporte dada la localización de su vecino. Y ese punto se dará cruzando la función de reacción del Municipio 2 para la zona en la que “a” está entre $[0,1;0,4]$, de tal manera que:

$$\begin{cases} a^*(b) = 0,2 \\ b^*(a) = \frac{1-a}{3} \end{cases} \rightarrow \frac{1-0,2}{3} = \frac{0,8}{3} = 0,2\hat{6}$$

Equilibrio de Nash $(a^*, b^*) = (0,2; \frac{0,8}{3})$

Teniendo en cuenta que la localización de “b” se ha tomado desde el punto 1 del intervalo hacia la izquierda mientras que la de “a” ha sido desde 0, obtenemos que las localizaciones de equilibrio de los parques de los municipios 1 y 2 medidas desde el extremo izquierdo deben darse respectivamente en los puntos 0,2 y $2,2/3$. Estas serían por tanto las localizaciones que reducirían los costes de transporte al máximo para los individuos de cada una de las localidades vizcaínas (Sestao y Barakaldo) teniendo en cuenta la localización del servicio público de su municipio vecino. De esta manera la

representación gráfica con las localizaciones obtenidas del Equilibrio de Nash para ambos municipios sería la siguiente:

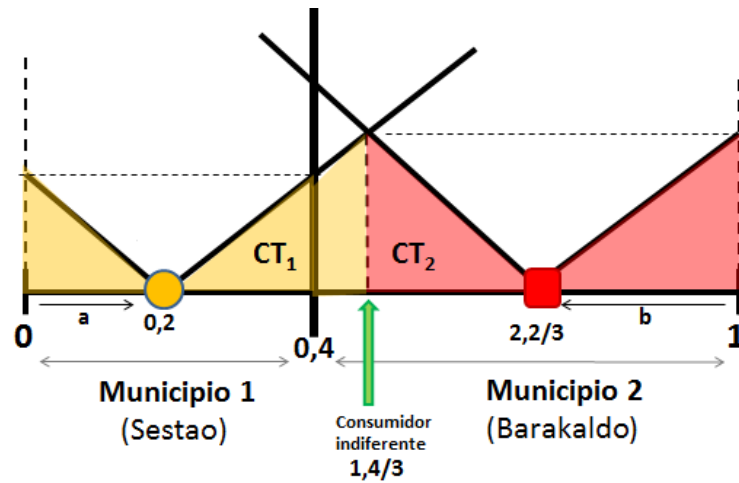


Gráfico 8.6

En él podemos observar que el consumidor indiferente se localiza en el punto $\frac{1,4}{3} = 0,4\hat{6}$ y, por tanto, una considerable porción de ciudadanos del Municipio 2 no acudirá a su propio parque público, sino que debido a la mayor cercanía acudirán al del Municipio 1.

La conclusión que se obtiene de los resultados extraídos del equilibrio de Nash anterior es que en un modelo práctico de este tipo con dos municipios de diferentes dimensiones, **el municipio de mayor tamaño**, en este caso el Municipio 2 (Barakaldo), **se aprovecha de la localización del bien público de municipio de menor tamaño** (Sestao) para maximizar el bienestar social de sus propios ciudadanos. Este objetivo se consigue debido a que se minimizan los costes de transporte de los ciudadanos del Municipio 2, “mandando” a parte de sus propios ciudadanos al parque del Municipio 1, por su mayor cercanía.

Cabe destacar como punto clave, que en todo caso es el municipio de mayor tamaño quien se aprovecha y obtiene esa ventaja del municipio pequeño, hecho que nunca se repetirá en sentido opuesto debido básicamente a que sus menores dimensiones se lo impiden. La conclusión puede bien ayudar a comprender decisiones tomadas en el pasado así como ser un elemento clave a la hora de decidir la localización de un servicio público en un contexto similar al presentado en el caso, además de con una correcta adaptación del modelo ser aplicado a distintos campos o mercados con el consiguiente aumento en la complejidad del caso si se introdujeran variables como precio o mayor número de competidores.

Bibliografía

- **Ballou R. H.** (2004): “Logística: Administración de la Cadena de Suministro”, *Prentice Hall Mexico*
- **D`Aspermont, C.; Gabszewicz, J.J. y Thisse J. F.** (1979): “On Hotelling’s Stability in Competition”, *Econometrica* (vol 47, p. 1145-1150)
- **Gabszewicz, J.J. y Thisse J. F.** (1979): “Price Competition, Quality and Income Disparities”, *Journal of Economic Theory* (20, p. 340-359)
- **Gabszewicz, J.J. y Thisse J. F.** (1986): “On the nature of competition with differentiated products” *The Economic Journal* (96, p. 160-172)
- **Gabszewicz, J.J. y Thisse J. F.** (1992): “Handbook of Game Theory”, *Elsevier Science Publishers* (vol 1, p. 297-303)
- **Gibbons, R.** (1992): “Un primer curso de Teoría de Juegos”, *Antoni Bosch* (p. 8-9)
- **Hotelling, H** (1929): “Stability in Competition”, *The Economic Journal* (39, p.41-57)
- **Hurter, A. P. Jr. y Lederer, P. J.** (1985): “Spatial Duopoly with Discriminatory Pricing”, *Regional Science & Urban Economics* (vol 5, p. 541-555)
- **Lederer, P. J. y Hurter, A. P. Jr.** (1986): “Competition of Firms: Discriminatory Pricing and Location”, *Econometrica* (vol 54, p.623-640)
- **Tirole, J.** (1990): “La Teoría de la Organización Industrial”, *Ariel Economía* (Cap. 7)