

UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Energía oscura, cálculo de parámetros y análisis y comparación de modelos cosmológicos

Autor:

Laura Arregui Aranguren

Supervisores:

Ruth Lazkoz

*Un trabajo de fin de grado presentado
en cumplimiento de los requisitos
para obtener un Grado en Física*

en el

Departamento de Física Teórica e Historia de la Ciencia

24 de junio de 2015

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

Resumen

Energía oscura, cálculo de parámetros y análisis y comparación de modelos cosmológicos

por Laura Arregui Aranguren

En este trabajo se ha estudiado el modelo cosmológico Λ CDM considerando el universo plano, compuesto por materia que no ejerce presión y por constante cosmológica. El proyecto comienza con una breve introducción a la cosmología, seguido de una explicación concisa del conocimiento actual de la expansión acelerada del universo. El objetivo principal del trabajo reside en comparar este modelo con otro en el que la energía oscura no es la constante cosmológica e imponer restricciones en los parámetros que describen los modelos, para lo cual se han utilizado datos provenientes de brotes de rayos gamma.

Índice general

Resumen	III
Contenidos	IV
1. Introducción	1
2. Cosmología básica	3
2.1. La métrica de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker	3
2.2. Las ecuaciones de Friedmann-Lemaître	4
2.3. Universo plano	6
2.4. Distancias y el diagrama de Hubble	7
3. Desde Einstein a la expansión acelerada del universo	9
4. Evidencias de la expansión acelerada del universo	11
4.1. Situación actual	11
4.2. Supernovas y el universo acelerado	13
4.3. Radiación de fondo de microondas y formación de estructuras a grandes escalas	15
4.4. La edad del universo	17
5. Modelos de energía oscura	19
5.1. Energía del vacío y el problema de la constante cosmológica	19
5.2. Campos escalares	21
5.3. Gravedad modificada	22
5.4. Gravedad no modificada	22
6. Energía oscura y el destino del universo	23
7. Análisis y restricciones en modelos cosmológicos	27
7.1. Modus operandi	27
7.1.1. Los modelos cosmológicos	27
7.1.2. Análisis de los modelos cosmológicos	29
7.1.2.1. Test chi-cuadrado	29
7.1.2.2. Intervalos y elipses de confianza	30
7.2. Brotes de Rayos-Gamma calibrados mediante el método de Padé	33
7.3. Resumen	36
7.4. Resultados	37

8. Conclusiones finales	41
8.1. Puntos importantes que tener en cuenta	41
8.2. Resumen y conclusiones sobre los modelos estudiados	42

Capítulo 1

Introducción

“Por el descubrimiento de la expansión acelerada del universo a partir de observaciones de supernovas lejanas”. Con estas palabras, la Real Academia Sueca de Ciencias anunciaba la concesión del premio Nobel de física de 2011 a tres astrónomos de origen estadounidense: *Saul Perlmutter* (medio premio), *Brian P. Schmidt* y *Adam G. Riess* (conjuntamente el otro medio). Los tres astrónomos, junto con numerosos colaboradores en universidades y centros de investigación de América, Europa y Australia, son responsables de uno de los descubrimientos más revolucionarios de las últimas décadas: la expansión acelerada del universo.

Desde *Hubble*, los cosmólogos han intentado medir la tasa de frenado del universo debido a la gravedad. Hoy por hoy, el descubrimiento de la aceleración cósmica es uno de los mayores avances en cosmología moderna. La constante cosmológica, la explicación más simple de la expansión acelerada ha sido aceptada y rechazada varias veces durante la historia. Sin embargo, esta vez, diferentes observaciones incluyendo estudios detallados de supernovas y la radiación de fondo de microondas (CMB) confirman y establecen este notorio descubrimiento.

El origen físico de la constante cosmológica es un gran misterio. De acuerdo con la teoría de la Relatividad General (RG), si el universo está compuesto de materia ordinaria y radiación la gravedad resultaría en una expansión desacelerada del universo. Sin embargo se ha observado lo contrario, la expansión se acelera. Para dar cuenta de este hecho existen dos posibilidades, de las cuales las dos tienen grandes consecuencias en la visión actual que tenemos del universo y las leyes físicas que lo gobiernan. La primera es que el 75 % de la densidad de energía del universo existe en una nueva forma que ejerce una presión negativa. La otra posibilidad es que la Relatividad General falle a escalas cosmológicas y deba ser reemplazada por una teoría de la gravedad más completa.

Einstein introdujo la constante cosmológica, Λ , en las ecuaciones de campo de la Relatividad General con el fin de producir un modelo cosmológico estático y finito (1917). Con el descubrimiento de la expansión del universo la constante cosmológica se dejó a un lado. Cincuenta años más tarde *Zel'dovich* (1968) se dio cuenta de que Λ matemáticamente equivalía al tensor energía-momento del vacío, por lo tanto no podía ser ignorada. En teoría de cuántica de campos el vacío está formado de partículas virtuales y se le asocia una densidad de energía al menos 60 órdenes de magnitud mayor que lo correspondiente a Λ , esto se conoce como el problema de la constante cosmológica (*Weinberg* 1989). A pesar de la complicada historia de Λ , la cual será brevemente comentada en el capítulo 3, las pruebas observacionales de la aceleración cósmica fueron rápidamente aceptadas por los cosmólogos ya que proporcionaba el elemento necesario para completar el modelo actual de cosmología.

En el capítulo 2 se explicarán las herramientas matemáticas básicas para comprender la expansión acelerada del universo. Después de una introducción histórica, se resumirán algunas de las pruebas observacionales más importantes que dan cuenta de la existencia de energía oscura, capítulos 5 y 4. Seguido de ello se mostrarán algunos de los modelos más aceptados sobre la energía oscura, capítulo 6, incluyendo el modelo más plausible y a su vez más sorprendente, el de la constante cosmológica, que será analizado más a fondo en el capítulo 8. Junto con el análisis del modelo de constante cosmológica o energía del vacío, se analizará otro modelo fenomenológico en el que la ecuación de estado de la energía oscura no se considera constante. El objetivo de este apartado será imponer restricciones en los parámetros que describen a cada uno de los modelos así como analizarlos y compararlos entre sí. Antes de ello, en el capítulo 7, se mencionarán las implicaciones que tiene la aceleración del universo en el futuro de este. Tanto la parte de programación como las gráficas han sido realizadas con Mathematica.

Capítulo 2

Cosmología básica

2.1. La métrica de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker

Existen razones para pensar que el universo es homogéneo e isótropo. Isótropo significa que el universo es igual en todas las direcciones y homogéneo que es igual en todos los puntos. Bajo esta suposición la métrica del espacio tiempo puede ser descrita por la métrica de Friedman-Robertson-Walker (FLRW),

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{(1 - kr^2)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (2.1)$$

donde r, θ, ϕ son coordenadas espaciales, t es el tiempo, tiempo cósmico, y la expansión está descrita por el factor de escala $a(t)$. k describe la curvatura del espacio de 3 dimensiones: $k = 0$ corresponde a un universo plano, $k > 1$ corresponde a un espacio positivamente curvado y $k < 1$ a curvatura negativa. Para $k = 0$ podemos elegir $a_0 = 1$, donde el subíndice 0 hace referencia a hoy en día.

Frecuentemente se utiliza el redshift (o corrimiento al rojo), z en lugar del factor de escala. La interpretación más sencilla y válida para el corrimiento al rojo es que el alargamiento de la longitud de onda de la luz se debe al cambio de escala en las distancias, es decir, a la expansión del universo. Por lo tanto la longitud de onda escala como $a(t)$,

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_t} = \frac{a_0}{a(t)} = 1 + z \quad (2.2)$$

Una cantidad importante a definir es el parámetro de Hubble,

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad (2.3)$$

donde el punto denota derivada respecto tiempo cósmico, t .

El parámetro de Hubble relaciona la velocidad a la que se mueven las galaxias lejanas a nosotros con la distancia a la que están,

$$v \simeq Hd \quad (2.4)$$

Esta relación fue descubierta por *Edwin Hubble* y ha sido comprobada con gran precisión mediante métodos observacionales modernos.

2.2. Las ecuaciones de Friedmann-Lemnaître

Hasta ahora solo se han descrito conceptos cinemáticos, pasamos ahora a estudiar la dinámica que gobierna la evolución del factor de escala $a(t)$. Para ello debemos aplicar las ecuaciones de campo de Einstein,

$$R_{\mu\nu} - 1/2Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2.5)$$

a la métrica de FRW.

Por simplicidad y porque es consistente con lo que se ha observado hasta ahora, es conveniente adoptar la forma de fluido perfecto del tensor energía-momento,

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U_\mu U_\nu + pg_{\mu\nu} \quad (2.6)$$

donde U^μ es la cuatriveicidad del fluido y ρ y p son la densidad de energía y la presión en el sistema de referencia del fluido. Con estas simplificaciones podemos aplicar la ecuación de Einstein (2.5) utilizando (2.1) y (2.6) obteniendo dos ecuaciones. La primera es conocida como la ecuación de Friedmann,

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{k}{2a^2} \quad (2.7)$$

donde i indexa todas los posibles tipos de energía en el universo. Es una ecuación restrictiva en el sentido de que no podemos elegir arbitrariamente \dot{a} sino que viene determinado por la curvatura y la densidad de energía. La segunda ecuación, llamada la ecuación de evolución,

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -4\pi G \sum_i \rho_i - \frac{k}{2a^2} \quad (2.8)$$

Dado un tiempo t cualquiera, se utiliza la ecuación de Friedmann para definir una densidad de energía crítica para la cual el espacio es esencialmente plano, $k = 0$. De

(2.7) se tiene que esta densidad tiene un valor de,

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{2\pi G} \quad (2.9)$$

A partir de esta cantidad se define el parámetro de densidad,

$$\Omega_{total} = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (2.10)$$

el cual permite relacionar la densidad de energía total en el universo con su geometría vía,

$$\begin{aligned} \Omega_{total} > 1 &\Leftrightarrow k = +1 \\ \Omega_{total} = 1 &\Leftrightarrow k = 0 \\ \Omega_{total} < 1 &\Leftrightarrow k = -1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

También es conveniente definir la fracción de densidad de energía crítica para cada una de las componentes,

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c} \quad (2.12)$$

La conservación de energía en RG se expresa mediante la derivada covariante del tensor energía-momento,

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (2.13)$$

Aplicando esto a la métrica FLRW (2.1) y al tensor de energía-momento de un fluido perfecto (2.6) llegamos a la siguiente ecuación de conservación de energía,

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (2.14)$$

Como vemos, esta implica que la expansión del universo puede generar cambios locales en la densidad de energía.

Además de estas ecuaciones necesitamos añadir una ecuación de estado que relacione la densidad de energía y la presión $p = p(\rho)$. Es conveniente elegir la siguiente,

$$p = w\rho \quad (2.15)$$

$w = 0$ corresponde a materia sin presión, polvo, $w = 1/3$ corresponde a un gas de radiación, fotones o especies altamente relativistas.

Si suponemos w constante (2.14) puede resolverse fácilmente,

$$\rho(a)_i \propto \frac{1}{a(t)^{3(1+w_i)}} \quad (2.16)$$

O en términos de z ,

$$\rho(z)_i \propto (1+z)^{3(1+w_i)} \quad (2.17)$$

Puede verse que este comportamiento para el polvo ($w = 0$) y para la radiación ($w = 1/3$) es consistente con lo que se obtendría mediante un cálculo menos riguroso.

Hasta el momento no hemos incluido la constante cosmológica Λ en las ecuaciones. Esto es porque es equivalente tratar a la constante cosmológica como un componente de la densidad de energía del universo. Añadir una constante cosmológica en las ecuaciones de campo de Einstein es equivalente a añadir un tensor de energía-momento de la forma,

$$T^{\mu\nu} = -\frac{\Lambda}{8\pi G} g^{\mu\nu} \quad (2.18)$$

Lo cual corresponde a un fluido perfecto con,

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad y \quad p_\Lambda = -\rho_\Lambda \quad (2.19)$$

por lo tanto su ecuación de estado corresponde a,

$$w_\Lambda = -1 \quad (2.20)$$

Esto implica que la densidad de energía es constante, $\rho_\Lambda = \text{constante}$. Como esta energía es constante a lo largo del espacio-tiempo decimos que la constante cosmológica es equivalente a la energía del vacío.

2.3. Universo plano

Como ya se ha mencionado previamente, observaciones cosmológicas modernas, en particular mediciones precisas de la radiación de fondo de microondas, demuestran que el universo hoy en día es prácticamente espacialmente plano.

En el caso de $k = 0$ y una ecuación de estado con w constante, se puede resolver exactamente la ecuación de Friedmann usando (2.16), el resultado es,

$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3(1+w)} \quad (2.21)$$

esto es cierto siempre y cuando $w \neq -1$ en cuyo caso $a(t) \propto e^{Ht}$.

En la ecuación (2.21) se ve que los universos planos dominados por materia y radiación empezaron con $a = 0$, la cual es una singularidad conocida como el Big-Bang. Puede calcularse fácilmente la edad del universo integrando $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$ con $H(a) = \left(\frac{a}{a_0} t_0^{2/3(1+w)}\right)^{-3(1+w)/2}$,

$$t_0 = \int_0^1 \frac{da}{aH(a)} = \frac{t_0}{a_0^{3(1+w)/2}} = \frac{2}{3(1+w)H_0} \quad (2.22)$$

Excepto cuando w es aproximadamente -1 es útil aproximar esta ecuación por,

$$t_0 \sim H_0^{-1} \quad (2.23)$$

Por esta razón la cantidad H_0^{-1} es conocida como el tiempo de Hubble, y proporciona una estimación útil de la edad del universo.

2.4. Distancias y el diagrama de Hubble

Para un objeto de luminosidad intrínseca L , el flujo de energía F , define la distancia luminosa d_L al objeto,

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi F}} = (1+z)r(z) \quad (2.24)$$

donde $r(z)$ es la distancia comovil a un objeto a redshift z , para un universo plano ($k = 0$),

$$r(z) = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \quad (2.25)$$

$H(z)$ depende del modelo cosmológico que se esté estudiando, en general depende de la fracción de densidad crítica de materia no relativista, Ω_M , y de Ω_R , correspondiente a la materia relativista. También depende de la energía oscura mediante w .

La distancia luminosa está relacionada con μ (*distance modulus*) que es la diferencia entre la magnitud aparente m y la magnitud absoluta M de un objeto,

$$\mu(z) \equiv m - M = 5 \log_{10}(d_L/10pc) = 5 \log_{10}[(1+z)r(z)/pc] - 5 \quad (2.26)$$

Las “candelas estándar” son objetos de magnitud absoluta M fijada, esto junto con medidas de la magnitud aparente m , restringe el modelo cosmológico, ya que para diferentes modelos tenemos diferentes $r(z)$. Se mide la magnitud de diferentes objetos a diferentes redshift y comparando estos datos observacionales con lo que nos darían diferentes modelos obtenemos posibles valores de diferentes parámetros cosmológicos. A esta relación entre magnitud y redshift se le conoce como diagrama de Hubble.

Capítulo 3

Desde Einstein a la expansión acelerada del universo

A pesar de que el descubrimiento de la constante cosmológica Λ haya sido uno de los mayores descubrimientos en la última década, no ha sido la primera vez que se ha propuesto. Este concepto ha sido utilizado varias veces en el siglo pasado. A continuación se muestra un pequeño resumen sobre sus complicados altibajos.

En 1917 *Einstein* introdujo la constante cosmológica en sus ecuaciones de campo para obtener un universo finito y estático como se requería en aquel momento. La contribución repulsiva de la constante cosmológica compensa el término atractivo de la materia en el universo. En los años 20 *Friedmann* y *Lemaitre* demostraron independientemente que soluciones con materia y Λ en general implicaban expansión y contracción del universo, a su vez *Eddington* mostró que la solución estática de *Einstein* era inestable frente a expansión o contracción de este. En 1917 *de Sitter* exploró una solución en la que ρ_M era despreciable frente a ρ_Λ . Existía cierta confusión sobre cómo interpretar este modelo, sin embargo a principios de los años 20 *Weyle*, *Eddington* y otros encontraron que la velocidad de recesión para distancias pequeñas, correspondiente a dicho modelo, sería proporcional a la distancia tal y como se comprobó más tarde por *Hubble*.

En 1929 con el descubrimiento de la expansión del universo de *Hubble* se perdió el concepto de constante cosmológica para describir un universo estático, *Einstein* lo llamó “el mayor error de su vida” por no haber sido capaz de predecir la expansión del universo. *Hubble* notó que la relación lineal entre el corrimiento al rojo y la distancia era consistente con el modelo propuesto por *de Sitter*. Ajustando Λ a un valor ligeramente mayor al valor de *Einstein* puede obtenerse una solución prácticamente estática de duración arbitraria, una solución llamada modelo de *Eddington-Lemaitre*. Mientras que

Eddington siguió centrado en Λ intentando introducirla en su teoría “fundamental” y de “unificación”, esta dejó de ser importante para la mayoría de cosmólogos.

Λ fue resucitada a finales de los 60 por *Petrosian*, *Salpeter* y *Szekeres*, quienes usaron el modelo de *Eddington-Lemaitre* para explicar la preponderancia de los cuasares a redshifts alrededor de $z \sim 2$. Con la evolución del modelo cosmológico del Big Bang empezaron a considerar que la constante cosmológica podría ser un gran problema (*Zel'dovich* 1968). Se vio que la predicción cuántica de la energía del vacío daba lugar a un valor de Λ muy alto. Sin embargo, debido al éxito del modelo del Big Bang, la falta de ideas para resolver el problema de la constante cosmológica y la poca importancia dinámica de Λ , el problema fue ignorado.

Fue en 1975 cuando se observaron evidencias de la existencia de la constante cosmológica en el diagrama de Hubble y esta volvió a tomar importancia. A comienzos de los 80 la predicción de un universo plano y una nueva visión de la cosmología ayudaron a establecer la etapa del descubrimiento de la expansión acelerada del universo. En aquellos tiempos las observaciones experimentales mostraban que la densidad de materia era $\Omega_M \sim 0,1$ lo cual fue razón suficiente para comenzar a pensar en la necesidad de una nueva componente de energía, como la energía de vacío, para poder dar lugar a un universo plano.

En 1995 la constante cosmológica resurgió en toda su gloria: era consistente con el valor de $\Omega_M \sim 0,3$ estimado, casaba bien con la formación de estructuras a grandes escalas y proporcionaba un valor correcto para la edad del universo si este se consideraba plano.

Fueron dos acontecimientos los que permitieron el descubrimiento de la aceleración cósmica. En primer lugar, la demostración de que las supernovas de tipo Ia (SNIa) son “candelas estándar” (*Phillips* 1993). El segundo, el despliegue de grandes cámaras mosaicas en telescopios de 4 metros, permitiendo la búsqueda sistemática de grandes áreas en el cielo que contienen miles de galaxias.

Dos grupos de investigación, el Supernovae Cosmology Project y el High-z SN Search (a mediados-finales de los 90), aprovecharon estos avances para medir de forma independiente el diagrama Hubble de SN ha distancias mucho mayores de lo que se habían medido hasta el momento. Los dos grupos encontraron que SN lejanas son 0.25 mag más tenues de lo que serían en un universo en expansión desacelerada, indicando que la velocidad de la expansión ha ido aumentando en los últimos 5Gyr. Cuando analizaron los datos observacionales asumiendo un universo con materia y constante cosmológica, sus resultados mostraron que $\Omega_\Lambda > 0$ con un nivel de confianza del 99%.

Capítulo 4

Evidencias de la expansión acelerada del universo

Desde que se anunciaron los descubrimientos de SN en 1998, las pruebas de un universo en expansión acelerada han ido convirtiéndose más fuertes y mejor fundamentadas. Posteriores observaciones de supernovas han reforzado los resultados originales y nuevas pruebas observacionales han proporcionado otras evidencias de la aceleración cósmica. En este capítulo se comentará cual es la visión actual que tenemos del universo y cuales son algunas de las pruebas más importantes que verifican la expansión acelerada del universo.

4.1. Situación actual

Años antes de que se supiera que la energía oscura era un importante constituyente del universo, las observaciones cosmológicas se centraban en medir dos números: La constante de Hubble H_0 y el parámetro de densidad de materia Ω_M . La constante de Hubble suele parametrizarse en términos de una cantidad adimensional h como,

$$H_0 = 100h \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \quad (4.1)$$

Después de años de esfuerzo esta cantidad h parece converger en un número; el Hubble Telescope Key Project da un valor de,

$$h = 0,71 \pm 0,06 \quad (4.2)$$

el cual es consistente con medidas basadas en otros métodos.

Durante años, medidas basadas en la dinámica de galaxias y cúmulos de galaxias han dado lugar a un valor Ω_M entre 0.1 y 0.4, notablemente más pequeño que el valor de la densidad crítica. Los últimos años han surgido numerosos nuevos métodos para calcular su valor y explicar el hecho de que sea sustancialmente menor que la densidad crítica. A continuación mencionaré algunos de ellos.

El método tradicional para medir la densidad de materia en el universo consiste en “pesar” un cúmulo de galaxias, dividirlo por su luminosidad y extrapolar el resultado al universo como un todo. A pesar de que los cúmulos no son ejemplos representativos del universo, son suficientemente grandes como para que este procedimiento funcione. De esta forma se obtiene un valor de $\Omega_M = 0,2 \pm 0,1$. A pesar de que el valor global de M/L difiera apreciablemente de su valor en los cúmulos, extrapolaciones a partir de escalas pequeñas no parecen alcanzar el valor de la densidad crítica. Nuevas técnicas para “pesar” los cúmulos, incluyendo lensing gravitatorio de galaxias tampoco dan lugar a una densidad de materia que alcance dicho valor.

En vez de medir la masa relativa a la densidad luminosa, la cual puede variar dentro y fuera de los cúmulos, puede medirse también respecto a la densidad de bariones, la cual tiene prácticamente el mismo valor en cúmulos que en cualquier otro lugar. La mayoría de la masa bariónica se encuentra en el gas caliente intercumular, la fracción total de esta masa, f_{gas} , en esta forma puede medirse a partir de observaciones directas de los rayos-X del gas o a partir de la distorsión del fondo de microondas por el scattering de los electrones calientes, típicamente da un valor de $0,1 \leq f_{gas} \leq 0,2$. A partir del valor para la densidad de materia bariónica que proporciona la nucleosíntesis primogénea $\Omega_B \sim 0,04$, estas medidas implican que

$$\Omega_M = \Omega_B / f_{gas} = 0,3 \pm 0,1 \quad (4.3)$$

lo cual es consistente con lo que se obtiene a partir de medidas de fracciones de masas pequeñas.

Otra forma de estimar la densidad de materia viene de las propiedades de los cúmulos a gran redshift. La existencia de cúmulos masivos es razón para argumentar que $\Omega_M \sim 0,2$ y el hecho de que apenas hay cúmulos que evolucionen desde redshift altos a el presente proporciona evidencia de que $\Omega_M < 1$.

Por estas y otras explicaciones existen razones suficientes para creer que el parámetro de densidad de materia en el universo tiene un valor,

$$0,1 < \Omega_M < 0,4 \quad (4.4)$$

Sin embargo, la materia no está constituida solamente de materia ordinaria tal y como la conocemos. La materia que inferimos por su influencia gravitatoria no tiene por qué ser de la forma de la materia a la que estamos familiarizados en la Tierra. Por “materia ordinaria” nos referimos a cualquier cosa formada por átomos y sus constituyentes (protones, electrones, neutrones), esto incluiría todas las estrellas, planetas, gas y polvo del universo. Es común referirse a la materia ordinaria como “materia bariónica”, ya que los electrones a pesar de ser conceptualmente importantes tienen una masa despreciable comparándola con la de los protones y neutrones; por lo que la masa de la materia ordinaria proviene de la masa de los bariones.

Resulta que la cantidad de materia ordinaria no es suficiente para dar cuenta de la densidad de materia observada. La mejor estimación para la densidad bariónica es,

$$\Omega_B = 0,04 \pm 0,02 \quad (4.5)$$

Esta estimación proviene de diferentes métodos: cuenta directa de bariones, consistencia con el espectro del fondo cósmico de microondas... Por lo tanto la gran mayoría de la densidad de materia existe en forma de materia oscura no-bariónica. Esencialmente toda partícula conocida del Modelo Estándar de la física de partículas ha sido descartada como candidato a materia oscura. Una de las pocas propiedades que se conocen de la materia oscura es que debe interactuar muy débilmente con la materia ordinaria para poder explicar que la hayamos detectado tan tarde.

4.2. Supernovas y el universo acelerado

La primera prueba directa de la aceleración cósmica tuvo lugar a través del estudio del brillo aparente de varias decenas de supernovas lejanas de tipo Ia. Las supernovas Ia son explosiones de enanas blancas que durante unos instantes brillan tanto (Magnitud absoluta ~ -19.5) como las propias galaxias de miles de millones de estrellas que las albergan. La luminosidad relativa de una supernova de tipo Ia puede determinarse dentro de un intervalo de error del 10 al 20%. Conocer la magnitud absoluta y con la medición de la magnitud aparente da pie a medir distancias extra galácticas relativas con una precisión sin precedentes (2.4).

Ahora pudiendo comparar distancias entre galaxias lejanas es posible estudiar cómo cambia la tasa de expansión a medida que nos vamos a diferentes épocas del universo. Pero ¿cómo relacionar esta tasa de expansión con la distancia? El factor clave aquí es el desplazamiento al rojo. Cada modelo de universo conlleva una relación definida entre el redshift y la distancia.

En un universo en expansión existen en principio tres efectos a considerar sobre el movimiento de una galaxia. Uno es la inercia de la expansión, que viene caracterizada por el valor de la constante de Hubble H_0 . Otro es la tendencia al frenado de la expansión originada por la atracción gravitatoria mutua de toda la masa del universo. El último es un efecto repulsivo debido a la constante cosmológica.

Supongamos ahora un universo con tan poca densidad de materia que el efecto inercial de expansión sea el dominante. La tasa de expansión permanecerá muy aproximadamente constante. Siempre que miremos a un objeto con redshift $z = 1$ estaremos mirando atrás hasta una época cuando los objetos del universo estaban la mitad de separados que en la actualidad. En un universo con una tasa constante de expansión eso significa que una supernova observada con redshift $z = 1$ habría emitido su luz cuando el universo tuviera la mitad de su edad actual ($\frac{a_0}{a(t)} = 1 + z$).

Si observáramos la misma supernova pero ahora situada en un universo con mayor densidad de materia, la desaceleración de la expansión por efecto de la atracción gravitatoria implicaría que el universo se estaba expandiendo más rápido en el pasado que en la actualidad. Los objetos en el universo estarían la mitad de separados a redshift $z = 1$ que lo que están en la actualidad, pero el universo ya no tendría la mitad de su edad, sino algo menos (un ejemplo de ello sería el modelo de Einstein-de Sitter). Al expandirse más rápido en el pasado que en la actualidad, se necesitaría menos tiempo que en el caso con tasa de expansión constante para llegar hasta la separación actual, y por tanto la luz habría viajado durante menos tiempo desde la supernova hasta nosotros. Su distancia aparentaría ser menor y aparecería algo más brillante que en el caso de un universo de baja densidad.

El resultado que han obtenido los grupos de investigadores de supernovas no corresponde a ninguno de los dos casos mencionados en las líneas precedentes. Las supernovas a un determinado redshift son aún menos brillantes que lo esperado en un universo de baja densidad. La manera más directa de interpretar este resultado es que el universo está en expansión acelerada (de forma análoga al universo de de Sitter). Así, esta era más lenta en el pasado que en la actualidad, con lo que el universo necesitó más tiempo para alcanzar la separación actual de objetos y por tanto la luz de la supernova ha tardado más tiempo hasta nosotros, lo que implica una mayor distancia aparente y consecuentemente un menor brillo aparente. En la figura 4.1, tomada del capítulo 3 de la referencia [2], se muestra un ploteo de magnitud aparente corregida frente a redshift. Como puede verse los datos concuerdan mejor con un universo dominado por la constante cosmológica que con un universo dominado por materia (Ω_M).

Los resultados obtenidos no dan un valor exacto para Ω_M y Ω_Λ sino que dan lugar a un rango de posibles valores. Sin embargo, si creemos que sabemos algo sobre una de las

dos la otra queda automáticamente fijada. Hoy en día existen pruebas para pensar que $0,1 < \Omega_M < 0,4$, si elegimos $\Omega_M \sim 0,3$, Ω_Λ tiene que valer $\sim 0,7$. Esto corresponde a una densidad de energía del vacío,

$$\rho_\Lambda \sim 10^{-8} \text{ erg/cm}^3 \sim (10^{-3} \text{ eV})^4 \quad (4.6)$$

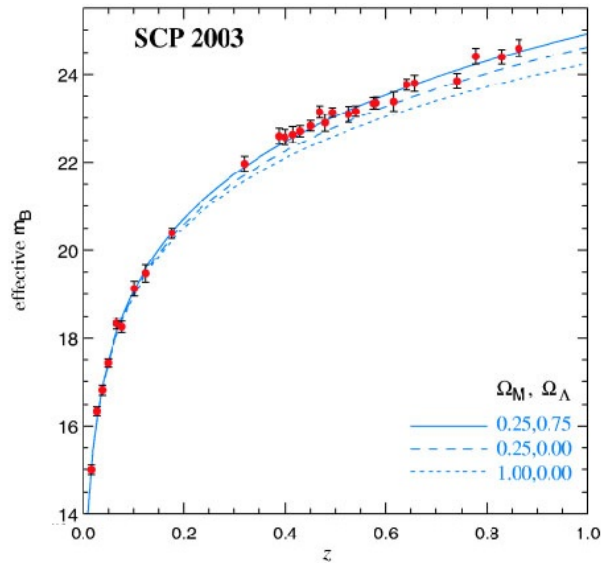


FIGURA 4.1: Diagrama Hubble de SN Ia medido por el Supernovae Cosmology Project

4.3. Radiación de fondo de microondas y formación de estructuras a grandes escalas

La confirmación de la expansión acelerada del universo vino de la mano de las medidas de anisotropías en la radiación de fondo de microondas (CMB) y la formación de estructuras a grandes escalas (LSS).

La mayoría de la radiación que observamos en el universo hoy en día está en forma de radiación de cuerpo negro a una temperatura de $2K$, lo cual se conoce como radiación de fondo de microondas. Las partículas que son ahora masivas y contribuyen a la materia eran antes más calientes e incluso relativistas en tiempos suficientemente tempranos, por lo tanto el universo primogéneo estaba dominado por radiación. Los fotones del CMB eran suficientemente energéticos como para ionizar el hidrógeno y como consecuencia el universo estaba lleno de un plasma cargado (y por lo tanto era opaco). Esta fase duró hasta que los fotones sufrieron un redshift suficientemente alto como para permitir

que los protones y electrones se combinaran durante la era de la recombinación. Poco después de entonces, los fotones se desacoplaron del ahora neutro plasma y se transmitieron libremente por el universo. Se dice que el Universo se hizo transparente por primera vez a la luz, con el espectro de cuerpo negro correspondiente a la temperatura de entonces y pudo viajar a su través. Ha estado viajando desde entonces, pero debido a la expansión del Universo la longitud de onda de esa radiación ha sido alargada hasta la gama de microondas. Ahora ese espectro de cuerpo negro corresponde a sólo una temperatura de 2,7 grados Kelvin.

El concepto de un universo en expansión nos proporciona una explicación del origen del CMB. La radiación de cuerpo negro se emite por cuerpos en equilibrio térmico, el universo actual no se encuentra en esta situación y por lo tanto sin un espacio-tiempo en evolución no tendríamos una explicación para el origen de esta radiación. Sin embargo, en tiempo primogéneos, la densidad y las densidades de energía en el universo eran suficientemente altas como para que la materia se encontrara en equilibrio térmico en cada punto del espacio, proporcionando así un espectro de cuerpo negro que estamos recibiendo hoy en día.

Al contemplar el fondo cósmico de microondas vemos directamente cómo era el Universo en esa época, hace unos 13.000 millones de años. El universo cercano está ya muy evolucionado y las huellas de lo que pasó ya se han borrado, pero las estructuras a gran escala deben ser un reflejo de lo que había en ese entonces: unas fluctuaciones de la densidad a partir del cual la gravedad puede actuar para formar galaxias y estrellas.

Los fotones del fondo cósmico de microondas han viajado durante 13.000 millones de años y durante ese tiempo han sido influenciados por la gravedad de las grandes estructuras del Universo, constituidas por cúmulos de galaxias. La influencia gravitatoria de estas estructuras, dominadas principalmente por materia oscura, tiene que desviar un poco a esos fotones debido al efecto de lente gravitatoria (lensing). Se estima que el desvío total es de unos 3 minutos de arco en promedio y esto debe haber producido desviaciones en el espectro original del CMB.

La formación de estructuras depende de la relación entre gravitación y energía oscura, ya que por una parte debido a la gravitación la materia tiende a acumularse pero por otra parte por la expansión del universo hay una oposición a este acumulamiento. Un universo sin energía oscura contaría con muchas más estructuras a gran escala al operar más libremente la gravedad. En ese caso el lensing sería más importante y las fluctuaciones se desviarían más de una distribución normal (gaussiana). Pero se encontró lo contrario, como era de esperar.

Al parecer el lensing es más débil que el que tendría un universo sin energía oscura y esto arroja como resultado la existencia de una energía oscura que además tienen una intensidad compatible con medidas de otro tipo.

4.4. La edad del universo

Como la edad de expansión del universo depende de la forma en la que se ha expandido, la comparación de esta edad con la edad que se obtiene mediante otros métodos independientes puede ser una prueba de la existencia de energía oscura. La edad de las estrellas en cúmulos globulares restringe la edad del universo a: $12Gyr \leq t_0 \leq 15Gyr$. Combinándolo con la restricción de las medidas que se han obtenido para Ω_M , $0,2 \leq \Omega_M \leq 0,3$ se obtiene un resultado consistente para t_0 si $-2 \leq w \leq -0,5$. Esto puede verse ilustrado en la figura 4.2, la cual se ha tomado del capítulo 4 de la referencia [1].

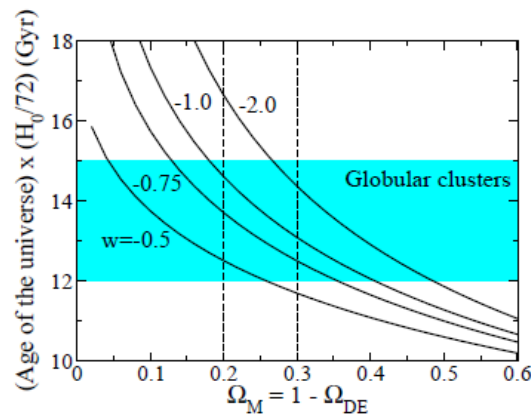


FIGURA 4.2: Edad de expansión de un universo plano frente a Ω_M para diferentes valores de w

Capítulo 5

Modelos de energía oscura

5.1. Energía del vacío y el problema de la constante cosmológica

La energía del vacío es el candidato más plausible y a su vez más misterioso a energía oscura. Ya se ha comentado anteriormente que la energía del vacío es matemáticamente equivalente a una constante cosmológica. Existe un gran inconveniente con este modelo, *el problema de la constante cosmológica*, ya que los valores estimados de la densidad de energía del vacío son muy grandes e incluso divergen en algunos casos.

Al introducir la mecánica cuántica podemos estimar esta energía considerando fluctuaciones cuánticas del vacío. A todas las escalas de energías probadas experimentalmente, el mundo está formado por un conjunto de campos cuánticos. Si tomamos la transformada de Fourier de un campo cuántico libre, cada modo de longitud de onda concreta se comporta como un oscilador armónico. Es decir un campo cuántico puede pensarse como una colección de infinitos osciladores. El estado fundamental de un oscilador armónico con potencial $V(x) = \frac{1}{2}w^2x^2$ tiene una energía $E_0 = \frac{1}{2}\hbar w$. Por lo tanto cada modo del campo cuántico contribuye a la energía del vacío y el resultado final deberá ser una integral sobre todos los modos. Desafortunadamente esta integral diverge. Sin embargo es posible que no haya que incluir modos con longitudes de onda muy pequeña, ya que desconocemos lo que ocurre a esa escala obteniendo así un resultado finito. Para dar cuenta de nuestra ignorancia podríamos introducir una energía de corte por encima de la cual no haya ninguna contribución al potencial y esperar que una teoría más completa lo justifique. Si esta energía está en la escala de Planck se obtiene,

$$\rho_{vac}^{guess} \sim (10^{18} GeV)^4 \sim 10^{112} erg/cm^3 \quad (5.1)$$

Sin embargo la densidad de energía del vacío ya ha sido medida mediante observaciones (Ec. 4.6), y lo que vemos es que,

$$\rho_{vac}^{obs} \sim 10^{-120} \rho_{vac}^{guess} \quad (5.2)$$

La teoría de *supersimetría* arregla parcialmente este problema. Supersimetría es la hipotética simetría entre fermiones y bosones. En un mundo supersimétrico (SUSY) todo fermión del modelo estándar de física de partículas tiene una pareja bosónica de igual masa. Las contribuciones de fermiones y bosones a ρ_{vac} se cancelan ya que los bosones contribuyen positivamente y los fermiones negativamente. La energía del vacío en un estado supersimétrico sería por tanto nula. Desafortunadamente SUSY no es una simetría que se haya observado hasta el momento en la naturaleza: no se ha observado ninguna partícula SUSY en los colisionadores. Si SUSY se rompe a cierta escala de masa M se espera que las imperfectas cancelaciones generen una densidad de energía $\rho_{vac} \sim M^4$. En el mundo real el hecho de que en experimentos de aceleradores de partículas no se hayan visto partículas SUSY indica que $M \sim 10^3 GeV$, por lo tanto obtendríamos,

$$\rho_{vac}^{obs} \sim 10^{-60} \rho_{vac}^{guess} \quad (5.3)$$

Próximamente, experimentos en el Large Hadron Colider (LHC) en el CERN empezarán a buscar señas de estas partículas.

Otra alternativa para resolver el problema de la constante cosmológica es la idea de que posiblemente la energía del vacío no sea una cantidad fundamental sino una característica de nuestro entorno local. No acudimos a una teoría fundamental para explicar la temperatura media de la atmósfera de la tierra, ni nos sorprende que esta temperatura sea notablemente mayor que en la mayoría de las partes del universo; puede ser que lo mismo ocurra con la energía del vacío. Esta idea se conoce como el “principio antrópico”.

Para que esta idea funcione tenemos que imaginar diferentes regiones del universo con diferentes valores de energía del vacío. Y por tanto nosotros nos encontraríamos en una región donde el valor de esta sea favorable para nuestra existencia. Aunque la mayoría de humanos piensen que la energía del vacío no juega ningún papel importante en nuestras vidas, un valor mayor al que nos rodea podría generar un re colapso del universo (si ρ_{vac} fuera negativo) o la imposibilidad de formar galaxias (si ρ_{vac} fuera positivo).

Recientes trabajos en teoría de cuerdas han proporcionado apoyo a la idea de que existan varios estados de vacío en vez de un único estado.

5.2. Campos escalares

La energía del vacío no varía en espacio y tiempo, no es dinámica. No obstante, introduciendo un nuevo grado de libertad, un campo escalar ϕ , podemos hacer que sea dinámica. Para un campo escalar con lagrangiano $\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - V(\phi)$ el tensor de energía-momento toma la forma de fluido perfecto con,

$$\rho = \dot{\phi}^2/2 + V(\phi) \quad p = \dot{\phi}^2/2 - V(\phi) \quad (5.4)$$

donde se ha asumido que ϕ es espacialmente homogéneo y $V(\phi)$ es la energía potencial; ver 5.1. La evolución del campo (Ec. 2.14) viene dada por,

$$\rho = \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) \quad (5.5)$$

donde la prima indica derivada respecto ϕ . La energía oscura de campo escalar puede venir descrito por una ecuación de estado con,

$$w = \frac{\dot{\phi}^2/2 - V(\phi)}{\dot{\phi}^2/2 + V(\phi)} = \frac{-1 + \dot{\phi}^2/2V}{1 + \dot{\phi}^2/2V} \quad (5.6)$$

En el caso en que $\dot{\phi}^2/2V \ll 1$ tenemos que $w = -1$ y el campo escalar se comporta como un energía de vacío que varía lentamente con $\rho_{VAC} \simeq V[\phi(t)]$. En un caso general w puede tomar cualquier valor entre -1 y 1 y variará en el tiempo.

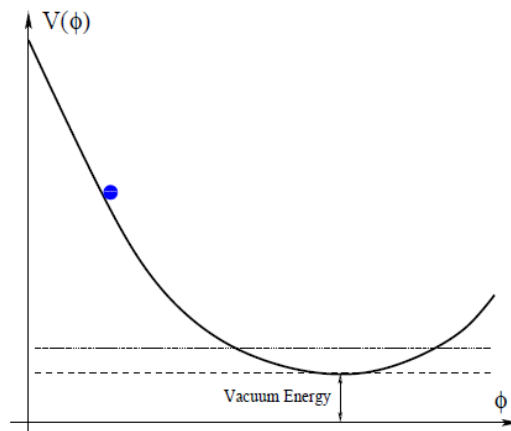


FIGURA 5.1: Potencial escalar general. El campo escalar hace que el potencial decaiga hasta alcanzar un mínimo que corresponde a la energía del vacío. La energía asociada al vacío puede ser positiva, negativa, o cero

5.3. Gravedad modificada

Una posibilidad totalmente diferente es que la aceleración cósmica sea una manifestación de nueva física gravitacional en vez de energía oscura. Esto implicaría una modificación en la parte geométrica de la ecuación de Einstein en vez de en la parte de energía-momento. Asumiendo que el espacio-tiempo de cuatro dimensiones puede seguir siendo descrito por una métrica, una posible solución sería modificar la ecuación de Friedmann que gobierna la evolución de $a(t)$.

Para no echar a perder el éxito de la cosmología estándar en tiempos iniciales (Desde el Big Bang hasta la formación de estructuras) la ecuación de Friedmann debe reducirse a la de la RG para $z \gg 1$.

5.4. Gravedad no modificada

La tercera alternativa para explicar las observaciones de SN, es dejar a un lado la suposición básica de que el universo es homogéneo a grandes escalas. Se ha discutido acerca del hecho de que efectos gravitatorios no lineales de perturbaciones de la densidad espacial podrían generar una relación distancia-redshift muy similar a la que generaría un universo homogéneo en expansión acelerada. Para que esto sea consistente con los datos de SN y no genere conflicto con la isotropía de CMB, la Vía Láctea debería estar prácticamente en el centro de una escala muy grande, prácticamente esférica. Queda por ver si este modelo es consistente con la rica variedad de datos cosmológicos obtenidos hasta ahora. De todas formas, que nuestra galaxia ocupe un lugar privilegiado en el universo violaría el principio de Copérnico.

Capítulo 6

Energía oscura y el destino del universo

Una de las cosas que se estudian en cosmología es que geometría y destino están directamente relacionados: un universo cerrado (positivamente curvado) colapsa y uno abierto (plano o negativamente curvado) se expande por siempre, suponiendo que el universo solo contiene materia y $\Lambda = 0$. La presencia de energía oscura corta esta estrecha relación entre geometría y destino, dando lugar a diferentes problemas fundamentales que involucran el futuro del universo.

Para ilustrar la relación entre geometría y destino podemos escribir la ecuación (2.7) en términos de un potencial efectivo y un término cinético, teniendo en cuenta (2.16),

$$V_{eff}(a) + \dot{a}^2 = 0 \quad V_{eff}(a) = k - \Omega_0 H_0 a^{-(1+3\omega_T)} \quad (6.1)$$

donde w_T es la fracción entre presión total y la densidad total de energía (incluyendo todos los componentes). Si $w_T > -1/3$ el segundo término en V_{eff} crece monótonamente desde $-\infty$ hasta 0 cuando a va de 0 a ∞ . Para $k > 0$ existe un valor de a para el cual $V_{eff} \rightarrow 0$, en el cual \dot{a} debería ir a cero y a tomar su valor máximo. Para $k = 0$, \dot{a} se anula solo si $a \rightarrow \infty$; y para $k < 0$, \dot{a} se mantiene positivo incluso si $a \rightarrow \infty$.

Con energía oscura hay un cambio: como la densidad de energía oscura decrece más despacio que la densidad de materia o radiación, según vaya expandiéndose el universo llegará un punto en el que la energía oscura domine el segundo término en V_{eff} . Después de lo cual, V_{eff} decrece monótonamente, puesto que $\omega_T \simeq \omega_{DE} < -1/3$, alcanzando $-\infty$ cuando $a \rightarrow \infty$. Teniendo en cuenta que $\rho_{DE} > 0$ y que ω_{DE} es negativo, si el factor de escala se hace suficientemente grande como para que domine la energía oscura,

lo cual ocurre a no ser que $\Omega_M > 1 \gg \Omega_{DE}$, el universo se expandirá por siempre independientemente de k .

Si energía oscura es la energía del vacío, la aceleración continuará, y la expansión será exponencial, dando lugar a un “red out” del universo. Para verlo, consideremos la distancia comóvil a un dado redshift z en el tiempo t durante la época de expansión exponencial,

$$r(z, t) = \int_{a(t)/(1+z)}^{a(t)} \frac{da}{a^2 H} \simeq \frac{z}{H_0} \exp[-H_0(t - t_0)] \quad (6.2)$$

el decrecimiento exponencial de esta distancia implica que el número de galaxias por debajo de un redshift dado encoge exponencialmente. Alternativamente, la ecuación (6.1) implica que el redshift para una galaxia a distancia actual r crece exponencialmente. Galaxias más allá que el Grupo Local, $r \geq 1 - 2Mpc$, sufrirán un redshift más allá de lo detectable en una escala de tiempo $t - t_0 \sim 100Gyr$. La Vía Láctea permanecerá gravitacionalmente unida al Grupo Local, el cual aparentará ser estático. Incluso el CMB, sufrirá un redshift mayor que lo detectable. Si la energía oscura es un campo escalar,

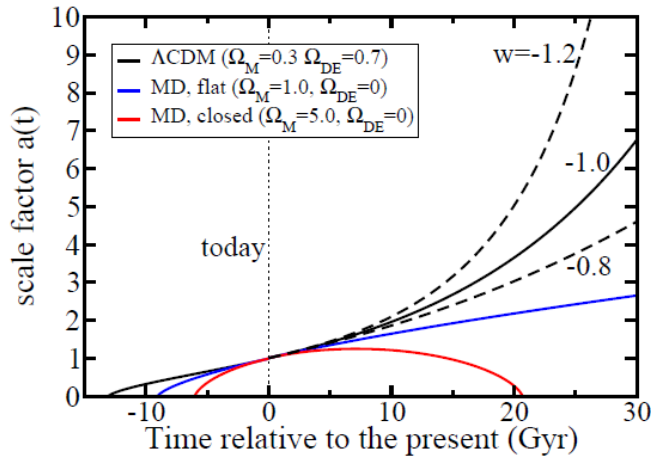


FIGURA 6.1: Evolución del factor de escala del modelo FLRW con y sin energía oscura. Las cuatro curvas de más arriba corresponden a modelos planos. Las líneas discontinuas denotan modelos con $\omega = -0,8$ o $-1,2$ y $\Omega_M = 0,3$. MD denota modelos dominados por materia

entonces el campo alcanzará el mínimo del potencial, véase la figura 5.1. Si el mínimo del potencial es precisamente cero, el universo volverá a ser dominado por la materia y regresará a la expansión desacelerada, restaurando la relación entre geometría y destino. Si el mínimo del potencial del campo escalar tiene densidad de energía negativa, la energía de la materia oscura y la del campo escalar se cancelarán en algún momento, dando lugar al recolapso, independientemente de k . Si la energía potencial en el mínimo es positiva y mayor que un valor crítico que depende de Ω_M la expansión acelerada

sucedirá de nuevo y tal y como se ha descrito previamente el universo sufrirá un “red out”. Estas posibilidades están ilustradas en la figura 6.1.

Para terminar veamos qué ocurriría si $\omega_{DE} < 1$, en este caso la densidad de energía oscura crece con el tiempo $\rho_{DE} \propto a^\beta$ con $\beta \equiv -3(1 + \omega) > 0$, tal y como puede verse en la ecuación (2.16). El factor de escala crece muy rápido y alcanza un valor infinito en un tiempo finito, reescribiendo (2.21) con (2.22)

$$a(t) \simeq \frac{1}{[1 - \beta H_0(t - t_0)/2]^{2/\beta}} \quad \Rightarrow \quad (t_\infty - t_0) \simeq \frac{2}{\beta H_0} \quad (6.3)$$

Esto se conoce como el “big rip”. Una vez haya alcanzado dicho valor cualquier estructura (desde átomos hasta cúmulos) será desgarrada.

Capítulo 7

Análisis y restricciones en modelos cosmológicos

Como bien se ha comentado previamente en este capítulo se mostrarán dos modelos diferentes de energía oscura con el fin de estudiarlos y compararlos. Para imponer restricciones en los modelos se ha comparado la *distance modulus* teórica, ecuación (2.26), correspondiente a cada modelo con el valor obtenido mediante observaciones. El método y su fundamento matemático se explicarán en la sección 7.1, junto con los dos modelos a examinar. Los valores de la *distance modulus* se han obtenido a partir de brotes de Rayos-Gamma calibrados mediante el método de Padé del cual se hablará en la sección 7.2, para más información véase la referencia [3]. Finalmente en la sección 7.3 se mostrarán los resultados obtenidos.

7.1. Modus operandi

7.1.1. Los modelos cosmológicos

El modelo más sencillo de energía oscura es el que ya se ha comentado repetidas veces, el modelo de la constante cosmológica, Λ CDM (en inglés: Lambda-Cold Dark Matter), donde consideramos el espacio-tiempo plano y simplemente formado por polvo y energía oscura, en este modelo el parámetro de la ecuación de estado de la energía oscura es constante $\omega = -1$, es decir $p = -\rho$.

En el primer modelo a analizar no se considerará que el valor de w esté fijado, sino que será uno de los parámetros cosmológicos a determinar. Nos referiremos a dicho modelo como XCDM, en este caso el parámetro de la ecuación de estado de la energía oscura

w_x es constante pero su valor es desconocido. Por tanto considerando que el universo está formado por polvo y energía oscura, utilizando los correspondientes ρ_i , (2.17), en la ecuación (2.7), obtenemos $H(z)$ para este modelo,

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + (1-\Omega_M)(1+z)^{3(1+w)}} \quad (7.1)$$

El valor de H_0 se considerará conocido utilizando el valor de Planck para h ,

$$\begin{aligned} H_0 &= 100h \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \\ h &= 0,68 \end{aligned} \quad (7.2)$$

Por lo tanto este primer modelo consta de dos grados de libertad, Ω_M y w_x . Conocido $H(z)$ conocemos la distancia comóvil, (2.25), y la distancia luminosa (2.24) por lo que estamos capacitados para calcular la *distance modulus*, (2.26), y compararlo con su valor experimental.

La inclusión de la constante cosmológica Λ en las ecuaciones de *Einstein* es la forma más sencilla de producir un universo en expansión acelerada, el modelo Λ CDM predice un universo que actualmente se expande de forma acelerada y es consistente con las observaciones actuales. Sin embargo el modelo tiene varios problemas, el primero se trata de que predice, para hoy en día, una densidad de energía de materia y de Λ comparables. El segundo gran problema es la enorme diferencia entre el valor de Λ observado y el que predice la teórica cuántica de campos, el problema de la constante cosmológica. Es posible que estos rompecabezas indiquen que el modelo Λ CDM no sea más que un caso límite de un modelo cosmológico más complejo que responda a estos problemas. El primer modelo que hemos estudiado, XCDM, es un modelo muy simple y a su vez incompleto de una densidad de energía oscura dinámica. Otra posibilidad tal y como se ha comentado en capítulos anteriores es atribuir la expansión acelerada a una gravedad modificada, una generalización de la relatividad general.

Extensiones más complicadas del modelo cosmológico estándar aparecen cuando se reemplaza el escalar de Ricci por una función analítica de la curvatura, $f(R)$. En esto es en lo que se basa el artículo de la referencia [4] en el cual nos hemos centrado a la hora de escoger y analizar el segundo modelo. De esta manera, si uno quiere interpretarlo en el contexto de la relatividad general, la energía oscura puede considerarse un fluido geométrico que se añade al tensor de energía-momento convencional. Por tanto la cuestión de hallar la ecuación de estado de la energía oscura se reemplaza por entender qué $f(R)$ concuerda mejor con los datos observacionales obtenido hasta el momento. Además un candidato a $f(R)$ aceptable sería aquel que se reduzca al modelo Λ CDM para $z \ll 1$, ya que esto garantiza buen acuerdo con las observaciones actuales. Con este cambio en la teoría de la gravedad, las ecuaciones cosmológicas de Friedmann para

la relatividad general quedan modificadas en términos de $f(R)$, resolverlas sería lo ideal, pero no es posible, por ello en la referencia previamente mencionada realizan el *ansatz* que se tomará y estudiará como el segundo modelo cosmológico en este trabajo. Este modelo se trata de,

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \log(\alpha + \beta)} \quad (7.3)$$

donde α y β son constantes. Imponiendo que $H = H_0$ en $z = 0$ se obtiene que $\alpha = \exp(1 - \Omega_M)$. Como vemos este modelo también consta de dos grados de libertad: Ω_M y β .

7.1.2. Análisis de los modelos cosmológicos

En esta sección procederé a explicar cual es el análisis estadístico que se ha aplicado a los modelos previamente explicados. Nos hayamos ahora en una situación en la que la *distance modulus*, μ , teórica es conocida para ambos modelos, por lo tanto podemos compararla con datos observacionales de μ y de esta forma imponer restricciones en los parámetros que los describen, dos en cada caso.

7.1.2.1. Test chi-cuadrado

Nosotros tenemos un conjunto de medidas observacionales que queremos comparar con lo que predicen los diferentes modelos. La pregunta que nos hacemos para cada modelo es: ¿Son compatibles los datos que obtenemos con los datos observados?, ¿Como decidir si las medidas observacionales son consistentes con lo que esperamos a partir del modelo en cuestión? Para responder a estas preguntas utilizaremos el test de χ^2 .

Se define la estimación de acuerdo entre lo observado y lo esperado como:

$$\chi^2 = \sum_1^n \frac{(\text{Valor observado} - \text{Valor esperado})^2}{(\text{Desviación estándar})^2} \quad (7.4)$$

En nuestro caso esto se traduce a,

$$\chi^2 = \sum_1^n \frac{(\mu_{obs} - \mu_{modelo})^2}{(\text{error en } \mu_{obs})^2} \quad (7.5)$$

Si el acuerdo es bueno χ^2 es del orden de n , si el acuerdo es malo χ^2 es mucho mayor que n . Por lo tanto en general cuanto menor sea χ^2 mejor será el ajuste. En realidad lo correcto no es comparar χ^2 con n , sino con el número de grados de libertad ν . El número de grados de libertad se define como el número de datos observados, menos el número

de parámetros calculados a partir de los datos (ligaduras) y utilizados en los cálculos, en nuestro caso $\nu = n - 2$. Por lo tanto χ^2 viene dado por,

$$\chi_{red}^2 = \frac{\chi^2}{\nu} \quad (7.6)$$

En consecuencia, para inferir cual de los dos modelos se ajusta mejor a lo observado compararemos ambos χ_{red}^2 concluyendo que el que de un valor menor ajusta mejor.

7.1.2.2. Intervalos y elipses de confianza

7.1.2.2.1 Intervalo de confianza univariante

Se llama intervalo de confianza en estadística a un par de números entre los cuales se estima que estará cierto valor desconocido con una determinada probabilidad de acierto. Formalmente, estos números determinan un intervalo, que se calcula a partir de datos de una muestra, y el valor desconocido es un parámetro poblacional.

La probabilidad de éxito en la estimación se representa por $1 - \sigma$ y se denomina nivel de confianza. En estas circunstancias, σ es el llamado error aleatorio o nivel de significación, esto es, una medida de las posibilidades de fallar en la estimación mediante tal intervalo.

El nivel de confianza y la amplitud del intervalo varían conjuntamente, de forma que un intervalo más amplio tendrá más posibilidades de acierto (mayor nivel de confianza), mientras que para un intervalo más pequeño, que ofrece una estimación más precisa, aumentan sus posibilidades de error.

Para la construcción de un determinado intervalo de confianza es necesario conocer la distribución teórica que sigue el parámetro a estimar θ . En definitiva, un intervalo de confianza al $1 - \sigma$ % para la estimación de un parámetro poblacional θ que sigue una determinada distribución de probabilidad, es una expresión del tipo $[\theta_1, \theta_2]$ tal que $P(\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) = 1 - \sigma$, donde P es la función de distribución de probabilidad de θ .

La estimación confidencial consiste en determinar un posible rango de valores o intervalo, en los que pueda ser, con una determinada probabilidad, que el valor de un parámetro se encuentra dentro de esos límites. Este parámetro será habitualmente la media o la varianza para distribuciones gaussianas.

La técnica de la estimación confidencial consiste en asociar a cada muestra un intervalo que se sospecha que debe contener al parámetro. A éste se le denomina intervalo de confianza. Evidentemente esta técnica no tiene porqué dar siempre un resultado correcto. A la probabilidad de que hayamos acertado al decir que el parámetro estaba contenido

en dicho intervalo es a lo que se la denomina nivel de confianza o nivel de significación. En el caso de las distribuciones normales generalmente se construyen intervalos

7.1.2.2.2 *Región de confianza de una distribución multivariante*

Para entender mejor la diferencia, describimos en primer lugar la región de confianza para dos variables analizadas de forma independiente. La región de confianza para esas dos variables se representa en la figura 7.1, tomada del capítulo 2 de la referencia [7]. Como puede observarse, se trata de una región rectangular, que en el caso de dimensión mayor que 2 será un hiperrectángulo.

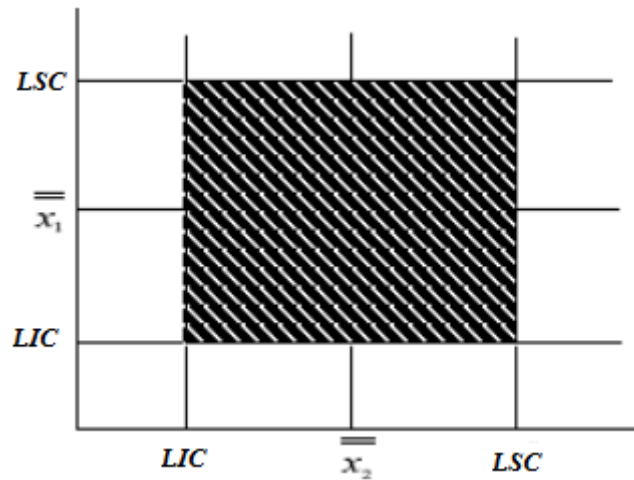


FIGURA 7.1: Región de confianza para dos variables analizadas independientemente

Sin embargo, la representación de la región de confianza para dos variables correlacionadas y analizadas de forma conjunta, tiene forma de elipse, cuya inclinación depende de la correlación existente entre las variables. La forma de la elipse dependerá de la cuantía de la correlación y de su signo. Por ejemplo, para dos variables positivamente correlacionadas, la región de confianza se representa en la figura 7.2, la cual se ha obtenido del capítulo 2 de la referencia [7]. En el caso de dimensión mayor que 2, la región será un hiperelipsoide.

7.1.2.2.3 *Elipses de confianza*

La matriz de covarianza se define como,

$$[C] = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \tag{7.7}$$

donde σ_x y σ_y son las incertidumbres $1 - \sigma$ en los parámetros x e y. Por otro lado, $\sigma_{xy} = \rho\sigma_x\sigma_y$, donde ρ varía, en valor absoluto, desde 0 (variables independientes) a 1

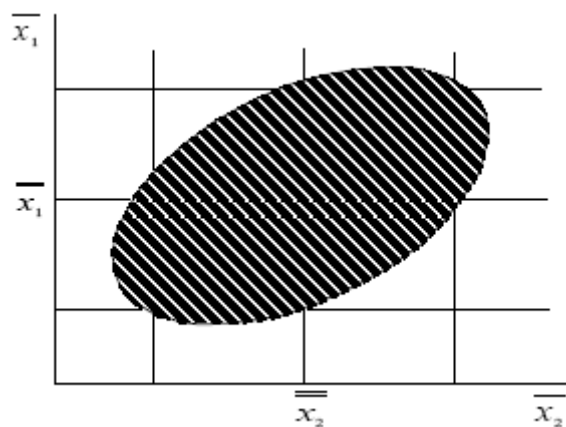


FIGURA 7.2: Región de confianza para dos variables correlacionadas

(variables totalmente correlacionadas). Los parámetros de las elipses se calculan como sigue,

$$\begin{aligned}
 a^2 &= \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2}{4}} \\
 b^2 &= \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2}{4}}
 \end{aligned}
 \tag{7.8}$$

La inclinación de la elipse respecto el eje x viene dada por el ángulo θ ,

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}
 \tag{7.9}$$

Después multiplicamos las longitudes de los ejes a y b por el coeficiente α dependiendo del nivel de confianza en el que estamos interesados. Los valores de α para diferentes niveles de confianza utilizados típicamente se muestran en el cuadro 7.1, los cuales se han tomado de la referencia [8].

σ	NC	α
1	68.3 %	1.52
2	95.4.3 %	2.48
3	11.8 %	3.44

CUADRO 7.1: Elipses de confianza

de esta manera podemos reproducir diferentes elipses que representen diferentes niveles de confianza tal que los puntos que contenga cada elipse, serán puntos que satisfagan

que se estiman con un tanto % de posibilidades de acierto.

7.2. Brotes de Rayos-Gamma calibrados mediante el método de Padé

Los valores de μ observacionales en los que basa el estudio que hemos realizado se han obtenido a partir de brotes de rayos-Gamma calibrados mediante el método de Padé. Los brotes de rayos-Gamma (GRB) se consideran una de las fuentes más energéticas en el universo. Son destellos de rayos gamma asociados con explosiones extremadamente energéticas en galaxias distantes. Se consideran los elementos electromagnéticos más luminosos que ocurren en el universo. Se cree que muchos de los GRB son haces colimados con radiación intensa producidos a causa de una supernova, cuando una estrella de rápida rotación y gran masa colapsa para formar un agujero negro.

La aceleración del universo fue descubierta basándose en observaciones de supernovas de tipo Ia (SNIa), en 1998. En los últimos años se han propuesto los brotes de rayos gamma como prueba complementaria a las SNIa. Los fotones altamente energéticos de la banda de rayos gamma son prácticamente inmunes a las extinciones debido al polvo y por lo tanto han sido observados hasta redshift $z \sim 8 - 9$. Es por ello que los GRBs se utilizan para explorar el universo temprano en el rango de redshift alto, el cual es difícil de acceder mediante otras pruebas cosmológicas. Usar GRBs para restringir parámetros cosmológicos conlleva un problema, el “problema de la circularidad”, debido a la falta de GRBs a redshift $z < 0,1$. Para calibrar las relaciones empíricas de luminosidad de los GRBs, uno tiene que asumir un modelo cosmológico en particular, con ciertos parámetros determinados *a priori*. Por lo que al usar los GRBs calibrados (los cuales serán ya cosmológicamente dependientes) para restringir modelos cosmológicos, aparece el problema de la circularidad.

En este trabajo nos hemos basado en los valores de μ dados en TABLE III del capítulo 2 de la referencia [4] obtenidos mediante la aproximación de Padé, la cual procedo a explicar ahora. Es similar a calibrar SNIa como candelas estándar secundarias usando variables de Cepheids las cuales son candelas estándar primarias, podemos también calibrar GRBs como candelas estándar con una gran cantidad de SNIa. En la referencia se considera una muestra de 138 GRBs, de los cuales 59 están a redshift bajos $z < 1,4$ y 79 a redshift altos $z > 1,4$ y para calibrarlos se utiliza un conjunto de datos que consiste en 580 SNIa.

El primer paso es encontrar una fórmula para la *distance modulus*, consideramos la aproximación de Padé, la cual puede entenderse como una generalización de la aproximación

de Taylor. En matemáticas, la aproximación de Padé es la mejor aproximación de una función dada por una función racional de un cierto orden. Para cualquier función $f(x)$, su correspondiente aproximación de Padé de orden (m,n) viene dada por,

$$f(x) = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 x + \dots + \alpha_m x^m}{1 + \beta_1 x + \dots + \beta_n x^n} \quad (7.10)$$

donde m y n son enteros no negativos y α_i y β_i son constantes. Esta aproximación puede evitar la divergencia del polinomio de Taylor a redshift alto.

Para encontrar cual es el orden (m,n) más adecuado se procede como sigue: Se comprueban todas las aproximaciones de Padé hasta un dado orden, en este caso $(4,4)$. Para cada aproximación de un orden concreto ajustamos la μ dada por la ecuación (7.10), con el valor real de las SNIa y minimizamos el correspondiente χ^2 ,

$$\chi^2 = \sum_1^n \frac{(\mu_{obs}(z_i) - \mu_{pade}(z_i))^2}{\sigma_i^2} \quad (7.11)$$

donde σ es el error 1σ correspondiente. Después se contrastarán las 16 aproximaciones de Padé hasta el orden $(4,4)$, el criterio convencional es comparar χ^2 reducida. Con este y otros métodos se infiere que el mejor ajuste está dado por la aproximación de Padé de orden $(3,2)$. Queda por lo tanto calculada la *distance modulus* en esta aproximación,

$$\mu_{pade}(z) = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z^3}{1 + \beta_1 z + \beta_2 z^2} \quad (7.12)$$

Ajustando esta fórmula a la *distance modulus* real de las 580 SNIa mediante la minimización de χ^2 en la ecuación 7.11, se obtienen los coeficientes que dan lugar al mejor ajuste, dichos valores se encuentran en el capítulo 2 de la referencia [4]. En la figura 7.3 se muestra el diagrama de Hubble de las 580 SNIa junto con la *distance modulus* dada por la aproximación de Padé de orden $(3,2)$ con los coeficientes correspondientes al mejor ajuste.

Ahora las *distance modulus* de los 59 GRBs a redshift bajo $z < 1,4$ pueden leerse directamente de la fórmula de $\mu_{pade}(z)$, ecuación 7.12, los correspondientes errores se obtienen mediante propagación de errores.

No obstante, en el desarrollo de mi trabajo se ha utilizado la *distance modulus* de los 79 GRBs a redshift alto $z > 1,4$, lo que queda de esta sección lo dedicaremos a explicar como se han obtenido estos valores. El procedimiento anterior no es válido ya que los datos de SNIa nos proporcionan información únicamente a bajo redshift.

Existe una relación empírica, relación de Amati, entre el pico de energía del espectro en el sistema de referencia en reposo cosmológico, $E_{p,i}$, y la energía radiada isotrópica

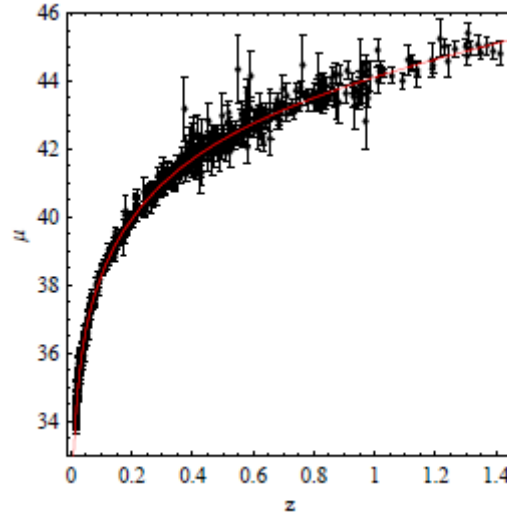


FIGURA 7.3: Diagrama de Hubble de 580 SNIa (rombos negros), y la distance modulus expresada en la aproximación de Padé de orden (3,2) con los coeficientes correspondientes al mejor ajuste (línea roja)

equivalente E_{iso} ,

$$\log \frac{E_{iso}}{erg} = \lambda + b \log \frac{E_{p,i}}{300keV} \quad (7.13)$$

donde,

$$E_{iso} = 4\pi d_L^2 S_{bolo} (1+z)^{-1} \quad (7.14)$$

y S_{bolo} la fluencia de rayos gamma en el GRB a redshift z y d_L la distancia luminosa del GRB. λ y b son constantes a determinar por la bien conocida relación,

$$\mu = 5 \log \frac{d_L}{Mpc} + 25 \quad (7.15)$$

Podemos convertir la *distance modulus* de cada GRB a bajo redshift en distancia luminosa d_L y después calcular E_{iso} utilizando la ecuación (7.14), con los valores de S_{bolo} tomados de las referencias [5] y [6]. A continuación haciendo uso de los valores de $E_{p,i}$ de los 59 GRBs a redshift bajo de [5] y [6], ajustamos la relación (7.13). El mejor ajuste se obtiene para,

$$b = 1,7969 \quad y \quad \lambda = 52,7333 \quad (7.16)$$

con incertidumbres 1σ ,

$$\sigma_b = 0,0070 \quad y \quad \sigma_\lambda = 0,0035 \quad (7.17)$$

Posteriormente se extiende la relación (7.13) a redshift altos, $z > 1,4$ y a partir de ello inferimos μ tal y como se explica a continuación. Como $E_{p,i}$ para los 79 GRBs a $z > 1,4$ está dado por [5] y [6], podemos deducir E_{iso} de la relación de Amati, con b y λ dados

por (7.17). Una vez calculado E_{iso} es posible derivar la *distance modulus* para los 79 GRBs a redshift altos utilizando (7.14) y (7.15) y tomando el correspondiente S_{bolo} de [5] y [6]. Los errores pueden obtenerse por propagación de errores. En la figura 7.4 se muestran los valores de μ obtenidos para los GRBs a redshift alto, $z > 1.4$. Los datos numéricos pueden encontrarse en TABLE III del capítulo 2 de [4].

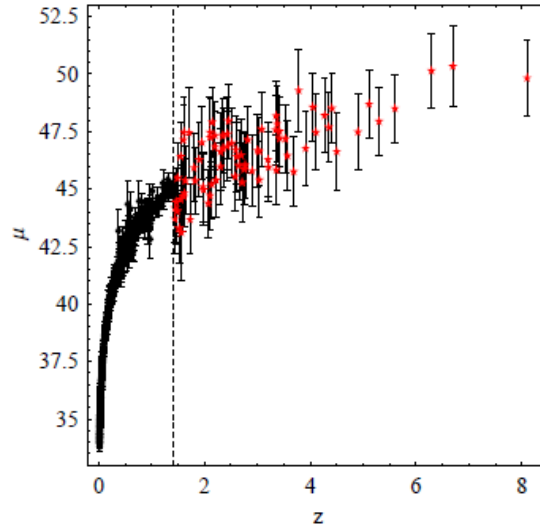


FIGURA 7.4: Diagrama de Hubble de 580 SNIa (rombos negros), 79 GRBs a redshift alto cuya *distance modulus* ha sido derivada mediante la relación de Amati calibrada (estrellas rojas). La línea discontinua indica $z=1.4$

7.3. Resumen

Con todo lo visto hasta el momento se da por terminada la explicación sobre la forma de operar y analizar los modelos en cuestión. Muestro ahora de forma resumida lo que se ha tratado de explicar hasta el momento en el capítulo 7 con el fin de aclarar cual es la forma de proceder para obtener los resultados que se mostrarán en la siguiente sección.

- Primero y antes que nada se han explicado los modelos así como las motivaciones para estudiarlos. Una vez construido los dos modelos, cada uno de los cuales contiene dos parámetros cosmológicos, se analizarán de forma independiente.
- El análisis se basa en comparar la *distance modulus* obtenida mediante el modelo en cuestión dando diferentes valores al par de parámetros indeterminados y la *distance modulus* deducida mediante observaciones. Las μ -es observacionales se han conseguido a partir de los GRBs calibrados con el método de Padé.

- Con el método de Padé se obtiene un conjunto de valores de μ a diferentes z , con el cual evaluamos χ^2 para un cierto número de pares de valores aleatorios de los dos parámetros a determinar y salvando únicamente el par que minimice χ^2 , siendo este el mejor ajuste.
- Se realizará este proceso repetidas veces almacenando en cada ciclo el par de parámetros que mejor ajusten la *distance modulus* de los GRBs (los que minimicen χ^2), obteniendo así un conjunto de mejores ajustes para cada modelo.
- Una vez obtenido un conjunto de pares de valores podemos representar las elipses de confianza, así como comparar el valor medio de χ^2 reducido para los dos modelos diferentes.

7.4. Resultados

Procedemos ahora a mostrar los resultados, como bien se ha mencionado previamente, el trabajo se trata de ajustar los modelos a los datos observacionales imponiendo restricciones en los parámetros cosmológicos. A continuación se expondrán de manera conjunta los resultados obtenidos para los dos modelos a estudiar, modelo 1 hace referencia a (7.1) y los gráficos correspondientes están en azul mientras que modelo 2 corresponde a (7.3) y los gráficos están en verde. Por cuestiones de simplicidad en esta sección nos referiremos a w_x como w .

Para comenzar, con el fin de hacernos una idea gráfica de los modelos a los que nos enfrentamos, en la figura 7.5 se han representado $H(z)$ y sus respectivos errores para cada uno de los modelos,

Modelo 1,

$$H(z)_1 = H_0 \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + (1-\Omega_M)(1+z)^{3(1+w)}} \quad (7.18)$$

$$\sigma(z)_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial H_1}{\partial \Omega_M}\right)^2 \sigma_{\Omega_M}^2 + \left(\frac{\partial H_1}{\partial w}\right)^2 \sigma_w^2 + 2 \frac{\partial H_1}{\partial \Omega_M} \frac{\partial H_1}{\partial w} \sigma_{\Omega_M w}} \quad (7.19)$$

Modelo 2,

$$H(z)_2 = H_0 \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \log(\alpha + \beta)} \quad (7.20)$$

$$\sigma(z)_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial H_2}{\partial \Omega_M}\right)^2 \sigma_{\Omega_M}^2 + \left(\frac{\partial H_2}{\partial \beta}\right)^2 \sigma_{\beta}^2 + 2 \frac{\partial H_2}{\partial \Omega_M} \frac{\partial H_2}{\partial \beta} \sigma_{\Omega_M \beta}} \quad (7.21)$$

Donde $\sigma_{\Omega_M}^2$ y σ_w^2 son las varianzas del conjunto de Ω_M -s y w -s que dan un mejor ajuste, y $\sigma_{\Omega_M w}$ la covarianza. Análogamente, $\sigma_{\Omega_M}^2$, σ_{β}^2 y $\sigma_{\Omega_M \beta}$ son las varianzas y la

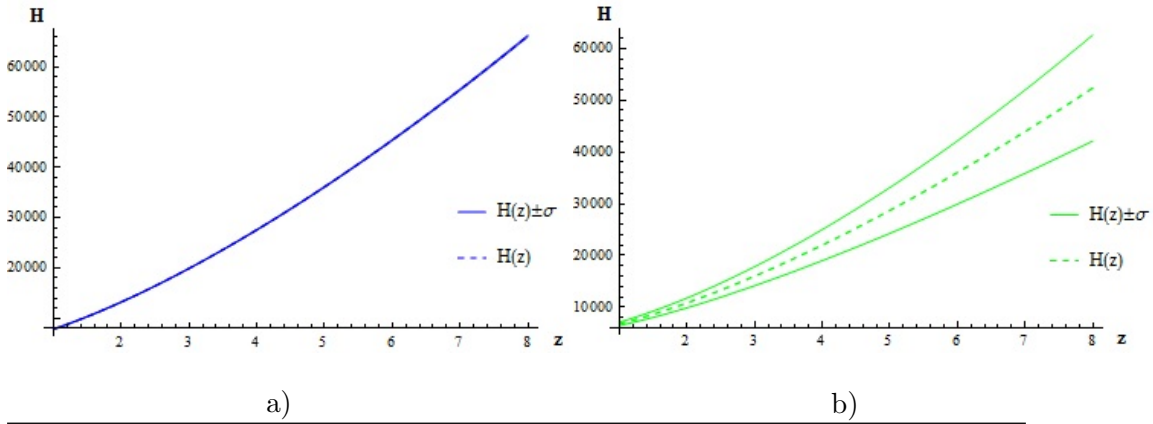


FIGURA 7.5: (a)Curvas $H(z)$, $H(z) + \sigma$ y $H(z) - \sigma$ para el modelo 1 en todo el rango en z donde está definida, $1,4 < z < 8$. (b)Curvas $H(z)$, $H(z) + \sigma$ y $H(z) - \sigma$ para el modelo 2 en todo el rango en z donde está definida, $1,4 < z < 8$.

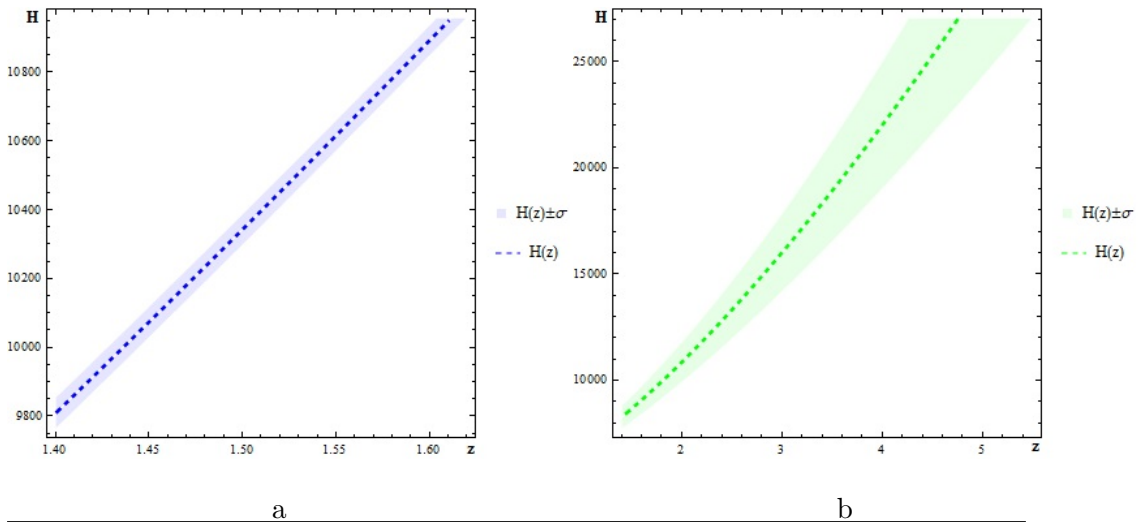


FIGURA 7.6: (a)Curvas $H(z)$, $H(z) + \sigma$ y $H(z) - \sigma$ para el modelo 1 ampliadas, en el rango $1,4 < z < 1,6$. (b)Curvas $H(z)$, $H(z) + \sigma$ y $H(z) - \sigma$ para el modelo 1 ampliadas, en el rango $1,4 < z < 5,5$.

convarianza del conjunto de Ω_M -s y β -s respectivamente. Más adelante se aclarará como se ha obtenido el conjunto de mejores ajustes.

En la figura se han representado las curvas en todo el rango de z para los cuales tenemos datos, es decir $1,4 < z < 8,0$, a primera vista para el primer modelo la curva de $H(z)$, $H(z) + \sigma$ y $H(z) - \sigma$ coinciden. En la figura 7.6 se muestran las mismas curvas pero en un rango de z reducido para observar mejor el resultado, y como puede verse, para el modelo 1 las curvas no coinciden exactamente tal y como se creía *a priori* pero son paralelas para todo z .

El conjunto de parámetros se ha obtenido como se explica a continuación. Se ha calculado χ^2 para k pares aleatorios de los parámetros cosmológicos de cada uno de los casos. Una vez evaluado los k χ^2 -es, se escoge el par para el cual se obtiene el mejor ajuste, es decir,

aquel par que resulta dar el valor más pequeño de χ^2 . Repitiendo el proceso n veces obtenemos un conjunto de n pares de mejores ajustes.

Para el modelo 1, los parámetros son la densidad de materia Ω_M y el parámetro w de la ecuación de estado de la energía oscura. Se fueron incrementando los números (k, n) el partiendo desde $(k, n) = (10, 30)$ hasta ver que la media de los n mejores ajustes convergía a cierto valor concreto.

Teniendo en cuenta que estos son parámetros bien estudiados en la actualidad, inicialmente se variaron entre $0,2 \leq \Omega_M \leq 0,4$ y $-1,15 \leq w \leq -0,95$ escogiendo números aleatorios que seguían una distribución uniforme. Una vez evaluados en suficientes puntos y obtenido unos 50 mejores ajustes, se procedió a utilizar números aleatorios que siguieran una distribución gaussiana centrada en el valor medio de los ajustes anteriores y de desviación estándar la varianza de estos, con el fin de evaluar χ^2 en pares (Ω_M, w) que no desviaran mucho de su valor medio. A partir de $(k, n) = (100, 200)$ se vio que se daba la convergencia. Finalmente hicimos $(k, n) = (200, 1000)$ evaluaciones, obteniendo un valor medio para los parámetros de,

$$\Omega_M = 0,307 \pm 0,001 \quad w = -0,99 \pm 0,03 \quad (7.22)$$

en perfecto acuerdo con lo que se ha visto en el capítulo 4 en la sección 4.1. La matriz de covarianza,

$$[C] = \begin{bmatrix} 2,13192 \times 10^{-6} & -0,0000153301 \\ -0,0000153301 & 0,000738749 \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

Respecto al modelo 2 se procedió de manera análoga, pero utilizando otro rango inicial para los parámetros cosmológicos Ω_M y β . Tomando como referencia el intervalo utilizado en la referencia [3], se escogió $0,17 \leq \Omega_M \leq 0,42$ y $0,01 \leq \beta \leq 0,1$. Después de evaluar χ^2 en $(k, n) = (200, 1000)$ puntos, el valor medio de los mejores ajustes resultó ser,

$$\Omega_M = 0,19 \pm 0,02 \quad \beta = 0,06 \pm 0,02 \quad (7.24)$$

Ω_M está en bastante acuerdo con lo que predicen en [3], sin embargo β no lo está, es plausible pensar que puede deberse al rango de redshift utilizado, ya que hemos utilizado un rango en z diferente al utilizado en la referencia. La matriz de covarianza,

$$[C] = \begin{bmatrix} 0,000336491 & 0,0000434379 \\ 0,0000434379 & 0,000615643 \end{bmatrix} \quad (7.25)$$

Continuamos analizando las elipses de confianza. Tal y como vemos en la figura 7.7 tanto Ω_M y w como Ω_M y β están correlacionadas. La manera de interpretar las elipses es: sea

un par (Ω_M, w) , la probabilidad que el par de valores caiga dentro de la elipse $\alpha = 1,52$ es del 68,3%. De la figura también puede inferirse que cada modelo tiene un parámetro de correlación, ρ , de signo diferente. Su valor numérico es para cada uno,

$$\rho_{modelo1} = -0,386289 \quad \rho_{modelo2} = 0,0954372 \quad (7.26)$$

En el modelo 1 $\rho < 0$, lo cual indica que las dos variables se correlacionan en sentido inverso. A valores altos de una de ellas le corresponden valores bajos de la otra y viceversa. Cuanto más próximo a -1 esté el coeficiente de correlación más patente será esta covariación extrema. Respecto al segundo modelo $\rho > 0$, las dos variables se correlacionan en sentido directo. A valores altos de una de corresponden valores altos de la otra e igualmente con los valores bajos. En el modelo 1 ρ está más cerca de -1 que en el modelo 2 a 1, esto indica que existe una dependencia mayor entre las variables del primer modelo.

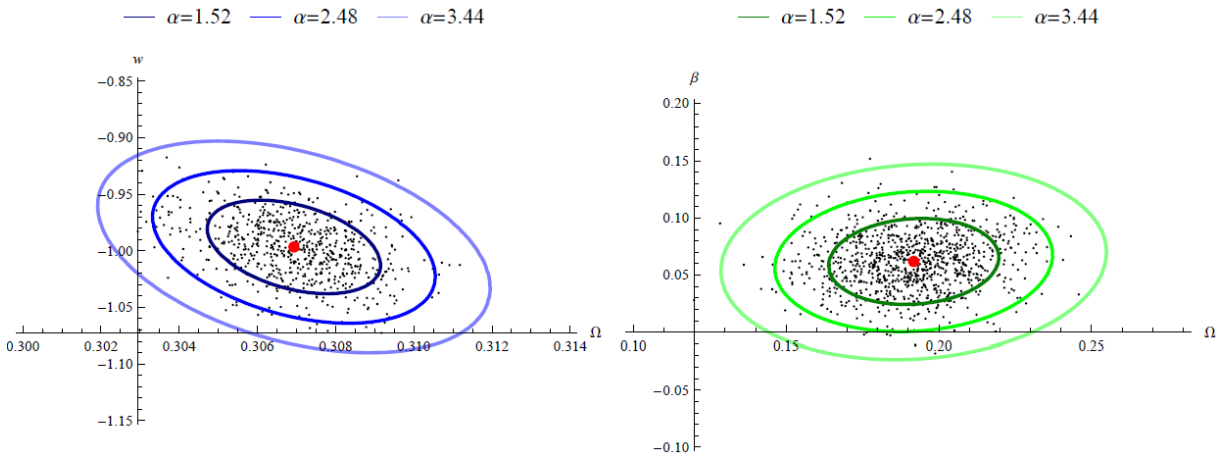


FIGURA 7.7: Mejores ajustes para el par de parámetros cosmológicos (puntos negros), valor medio de los mejores ajustes (punto rojo) y elipses de confianza con incertidumbre 1σ ($\alpha = 1,52$), 2σ ($\alpha = 2,48$) y 3σ ($\alpha = 3,44$), para el modelo 1 (azul) y el modelo 2 (verde).

Respecto a si un modelo ajusta mejor que el otro, podemos comparar la media de los χ^2 reducidos de cada modelo, el criterio es: cuanto menor sea este valor mejor ajusta el modelo. Los valores que se han obtenido son,

$$\chi_{red,modelo1}^2 = 0,10808 \quad \chi_{red,modelo2}^2 = 0,0764485 \quad (7.27)$$

por lo que cabe concluir que el ajuste del segundo modelo es mejor que el del primero.

Capítulo 8

Conclusiones finales

Diez años después de su descubrimiento la aceleración del universo está firmemente asentada. En cambio, el origen físico de este fenómeno continúa siendo un gran misterio, acarreado con ello diferentes problemas en física y astronomía. Hoy en día, la explicación más sencilla, energía del vacío, es consistente con todos los datos observacionales, no obstante, la teoría no nos proporciona una explicación para su pequeño valor.

8.1. Puntos importantes que tener en cuenta

En esta sección muestro seis puntos sobre energía oscura y aceleración del universo que he considerado importantes a modo de resumen:

Pruebas de la aceleración del universo Desde el descubrimiento de la aceleración cósmica gracias a las SN, se han observado numerosas SN a diferentes redshift, reduciendo así tanto los errores sistemáticos como los estadísticos. Además independientemente de la RG y basándose solamente en el diagrama de Hubble, hay pruebas consistentes de que la expansión del universo se ha acelerado.

Energía oscura y la causa de la aceleración del universo Basándonos en la RG la aceleración del universo no puede explicarse mediante ninguna forma conocida de materia o energía, pero sí mediante una energía constante con gran presión negativa conocida como energía oscura. Esta energía oscura debe constituir el 75 % del universo.

Pruebas independientes de energía oscura En el contexto de modelo materia oscura fría para la formación de estructuras, CMB y el conjunto de estructuras a gran escala proporcionan evidencias independientes de que el universo contiene una componente de energía que constituye el 75 % de toda la energía y la cual puede llegar a dominar.

Energía del vacío como energía oscura La explicación más simple para la energía oscura es la energía asociada al vacío, la cual es matemáticamente equivalente a la constante cosmológica. Sin embargo, los valores estimados para esta cantidad son muchos órdenes de magnitud mayor de lo esperado, o incluso infinito.

Situación actual Tomando todos los datos observacionales que demuestran la existencia de la energía oscura, establecen restricciones en la densidad crítica constituida por energía oscura $0,76 \pm 0,02$ y en el parámetro de la ecuación de estado, $w \approx -1 \pm 0,1$ asumiendo que w es constante.

¿Energía oscura o nueva física gravitatoria? Sobre la energía del vacío hay diferentes propuestas incluyendo un nuevo campo escalar o la influencia de nuevas dimensiones espaciales. En la mayoría de estos modelos se espera que la energía oscura varíe con el tiempo. Por otra parte, la aceleración cósmica podría ser una manifestación de la física subyacente en la RG y no de la energía oscura. Existen modelos, que están por desarrollar, de nueva física gravitatoria consistente con un gran número de datos que restringen las teorías de la gravedad.

Destino oscuro El destino del universo depende fuertemente de la naturaleza de la energía oscura. Existen tres posibilidades: recolapso y continuación de la expansión acelerada o desacelerada. La existencia de energía oscura da lugar al problema de la incertidumbre cosmológica: ¿Podemos determinar el contenido de masa/energía con suficiente precisión para concluir si una pequeña cantidad de energía oscura hoy el día pueda dominar en el futuro lejano?

Las dos grandes preguntas Hoy en día las dos preguntas más importantes sobre la aceleración cósmica son: ¿Es la energía oscura algo más que energía del vacío? ¿La relatividad general describe de forma auto-consistente la aceleración cósmica? Puede establecerse que $\omega \neq -1$ o que varía con el tiempo dejando atrás la idea de energía del vacío. Estableciendo que los valores de ω determinado por la geometría y por métodos de crecimiento de estructuras no son iguales, puede apuntar hacia la modificación de la gravedad como causa de la aceleración cósmica.

8.2. Resumen y conclusiones sobre los modelos estudiados

Para concluir con el trabajo cabe resumir las conclusiones más relevantes que extraigo del estudio de los dos modelos cosmológicos del capítulo 7.

- El modelo 1 ajusta de forma que el rango de error de la función $H(z)$ es menor que el del modelo 2. Por lo que podríamos decir que el modelo XCDM es más preciso que el segundo.
- El valor medio de los parámetros del primer modelo obtenidos es,

$$\Omega_M = 0,306934 \quad w = -0,996636 \quad (8.1)$$

en perfecto acuerdo con los valores que se les atribuye hoy en día mediante diversos métodos.

Respecto al segundo modelo, los valores medios son,

$$\Omega_M = 0,191763 \quad \beta = 0,0619724 \quad (8.2)$$

Ω_M coincide aproximadamente con lo que predice la referencia de la cual hemos partido para estudiar el modelo, [3], sin embargo β no lo está, probablemente debido a la diferencia en el rango de redshift utilizado.

- Los parámetros de correlación son para cada modelo,

$$\rho_{modelo1} = -0,386289 \quad \rho_{modelo2} = 0,0954372 \quad (8.3)$$

Lo cual indica que Ω_M y β están correlacionados negativamente y más fuertemente que Ω_M y w para el segundo modelo, los cuales están correlacionados positivamente.

- χ^2 reducido para cada uno de los dos ajustes tiene un valor de,

$$\chi_{red,modelo1}^2 = 0,10808 \quad \chi_{red,modelo2}^2 = 0,0764485 \quad (8.4)$$

Concluyendo así que el mejor ajuste se obtiene a partir con el segundo modelo.

Bibliografía

- [1] J.A. FRIEMAN, M.S. TURNER y D. HUTERER, “*Dark Energy and the Accelerating Universe*”, Ann.Rev.Astron.Astrophys.46:385-432 (2008) <http://arxiv.org/abs/0803.0982v1>
- [2] M. TRODDEN y S. M. CARROLL, “*TASI Lectures: Introduction to Cosmology*”,SU-GP-04/1-1 (2004) <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0401547v1>
- [3] S. CAPOZZIELLO, O. FAROOQ, O. LUONGO y B. RATRA, “*Cosmographic bounds on the cosmological deceleration-acceleration transition redshift in $f(R)$ gravity*” (2014) <http://arxiv.org/abs/1403.1421v1>
- [4] J. LIU y H. WEI, “*Long Gamma-Ray Bursts Calibrated by Pade Method and Constraints on Cosmological Models*” (2014) <http://arxiv.org/abs/1410.3960v1>
- [5] H. WEI, “*Observational Constraints on Cosmological Models with the Updated Long Gamma-Ray Bursts*” JCAP 1008, 020 (2010) <http://arxiv.org/abs/1004.4951>
- [6] Y.P. QIN y Z.F. CHEN, “*Statistical classification of gamma-ray bursts based on the Amati relation*” Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 430, 163 (2013) <http://arxiv.org/abs/1311.4713>
- [7] M. ELENA, “*Guía de aplicación de una metodología para asignar tolerancias a un conjunto de variables correladas*”, Universidad Carlos III de Madrid (2010)
- [8] D. COEN, “*Fisher Matrices and Confidence Ellipses: A Quick-Start Guide and Software*” (2009) <http://arxiv.org/abs/0906.4123>