eman ta zabal zazu

ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL DE BILBAO

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

TRABAJO FIN DE GRADO

2015 / 2016

PROYECTO: CÁLCULO Y DISEÑO DE LA TRANSMISIÓN DE UN COCHE

3. CÁLCULOS

DATOS DE LA ALUMNA O DEL ALUMNO	DATOS DEL DIRECTOR O DE LA DIRECTORA
NOMBRE: JAVIER	NOMBRE: MIKEL
APELLIDOS: SALAZAR VILCHES	APELLIDOS: ABASOLO BILBAO
	DEPARTAMENTO: INGENIERÍA MECÁNICA
FDO.:	FDO.:
FECHA:	FECHA:

Anexo II

INDICE

1. - DINÁMICA DEL VEHÍCULO

1.1- RESISTENCIA POR RODADURA

$$R_r = (P + P_c) \cdot \mu_r$$

P = Peso del Vehículo

P_c = Peso de la Carga + Combustible + Pasajeros

μ_r = Coeficiente de Rodadura

Esta resistencia es calculada en base a la deformación del neumático del vehículo y el suelo. Dado que los materiales no son ideales, a la hora del rozamiento una sección estará en contacto con el suelo.

Según el propio fabricante, el Audi A3 AdvancedEdition 1.4 TFSI 125 CV 6 velocidades tiene un peso de 1.250 kg; el peso máximo autorizado es de 1.735 kg, por lo que usaremos ese peso como P + P_c para ponernos del lado de la seguridad, considerando así el caso más extremo en el que el vehículo aún es plenamente funcional.

El Coeficiente de Rodadura será 0,065. Este valor ha sido supuesto usando los valores propuestos en el libro de Manuel Cascajosa y es supuesto en base a un caso muy extremo y desfavorable de un neumático ordinario de vehículo sobre hierba, barro y arena.

$$R_r = (P + P_c) \cdot \mu_r = 1.735\ kg \cdot 0{,}065 = 112{,}775\ kg$$

1.2- RESISTENCIA DE LA PENDIENTE

$$R_p = (P + P_c) \cdot {}^{x}/_{100}$$

P = Peso del Vehículo

P_c = Peso de la Carga + Combustible + Pasajeros
x = Pendiente 12% y 8%

La resistencia de la pendiente es la resistencia que se opone al avance de un vehículo al subir éste por una pendiente.

Las especificaciones del vehículo indican los cargas máximas que pueden remolcar con determinadas rampas (en % de desnivel). No se calcularán los valores por encima de dichos valores por considerarse el vehículo incapaz de superarlos. Se calcularán ambos casos y se elegirá el que obtenga un valor mayor por ser considerado el más limitante a la hora de realizar los cálculos.

$$R_p = (P + P_c) \cdot {}^{x}/_{100} = 1.300\ kg \cdot 0.12 = 156\ kg$$

$$R_p = (P + P_c) \cdot {}^{x}/_{100} = 1.500\ kg \cdot 0.08 = 120\ kg$$

1.3- RESISTENCIA DE LA INERCIA

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

$$F_i = m \cdot a$$

V_f = Velocidad Final
V_i = Velocidad Inicial
a = aceleración
t = tiempo
m = masa
F_i = Fuerza de Inercia

Esta resistencia es la derivada de la inercia que posee el vehículo por el mero hecho de moverse. Cuando éste acelere, aparecerá esta resistencia.

$$a = \frac{V_f - V_i}{t} = \frac{100\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1.000\,m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\,s} - 0}{9{,}2\,s} = 3{,}02\ {}^{m}/_{s^2}$$

$$F_i = m \cdot a = 1.735\,kg \cdot 3{,}02\ {}^{m}/_{s^2} = 5.239{,}7\,N$$

1.4- RESISTENCIA DEL AIRE

$$R_a = \frac{\delta \cdot C \cdot S \cdot V^2}{2 \cdot g}$$

δ = Peso Específico del Aire (1,2 kg/m^3)

C = Constante (Coeficiente de Resistencia Aerodinámica)

S = Superficie Frontal

V = Velocidad Máxima del Vehículo considerada en aceleración repentina

g = 9,81 m/s^2

R_a = Fuerza de la Resistencia del Aire

Esta resistencia es la fuerza que aparece cuando el vehículo se mueve, salvo que la velocidad de éste sea igual a la del viento (con su misma dirección y sentido). Esta resistencia está directamente relacionada con el consumo y la dinámica.

$$R_a = \frac{\delta \cdot C \cdot S \cdot V^2}{2 \cdot g} = \frac{1{,}2\ {}^{kg}/_{m^3} \cdot 0{,}32 \cdot 2{,}52\,m^2 \cdot \left(160\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1.000\,m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\,s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\ {}^{m}/_{s^2}}$$
$$= 97{,}4\,kg$$

Hacer notar que la superficie frontal del vehículo está sobredimensionada, al haber multiplicado simplemente su anchura (1,777 m) por su altura (1,421 m), pero al calcularlo de esta forma se simplifican muchos los cálculos y no se pierde demasiada exactitud.

El dato para la constante aerodinámica ha sido obtenida de la ficha técnica del vehículo que posee el valor para un Audi A3.

La velocidad usada para el cálculo es muy superior a la habitual de 120 km/h. Se ha decidido sobredimensionar dicha velocidad para llevar al vehículo al límite y poner los cálculos del lado de la seguridad.

2. - EMBRAGUE

El Embrague es el mecanismo encargado de acoplar y desacoplar el giro del motor de las ruedas según el deseo del conductor del vehículo. Este mecanismo permite cambiar entre marchas o mantener el vehículo parado sin tener que detener el motor. Entre las propiedades deseables del Embrague están en el que éste se comporte de forma elástico, permitiendo una conducción agradable y un cambio de marchas progresivo y suave.

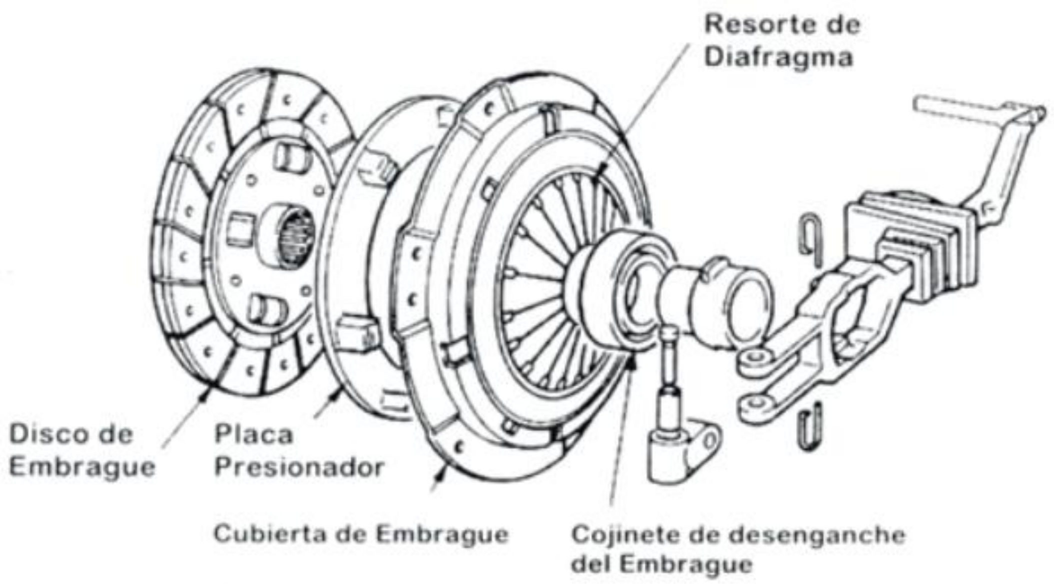


Figura 1: Embrague convencional por elementos

Su principio de funcionamiento es muy sencillo: Une o separa dos árboles, tal y como es mostrado en la figura. Esta separación se efectúa tanto si los árboles están parados como si están en movimiento. Ambos discos se separan o se acercan, de manera que al entrar en contacto (tras un breve periodo al inicio del acoplamiento en el que se produce un pequeño deslizamiento), comienzan a girar solidariamente. Ambos discos quedan unidos firmemente en su giro. Habitualmente, el Embrague trabaja en una posición de transmisión de movimiento.

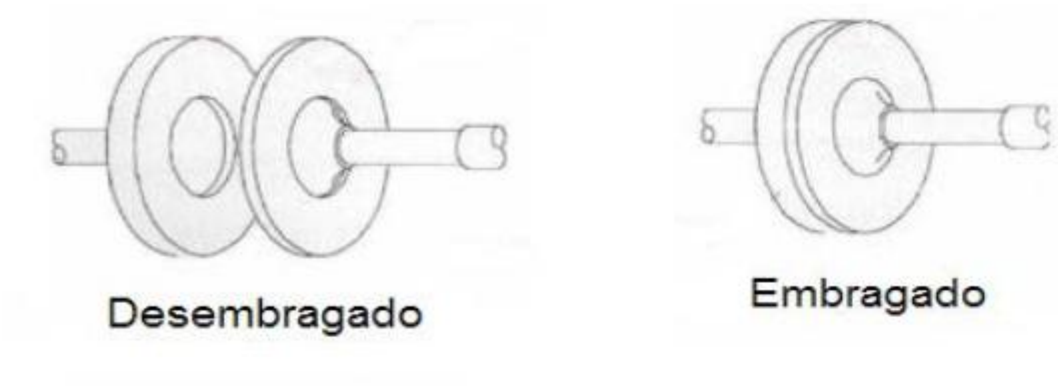


Figura 2: Desembragado y embragado de un vehículo

2.1- MATERIAL DEL EMBRAGUE

Se ha elegido un compuesto orgánico para los forros del Embrague, que está formado por fibras de metal entrelazado con tejido compactado de aramida. También se puede usar fibra de vidrio y aglutinado mediante resinas poliméricas.

El accionamiento será suave y progresivo, teniendo de esta manera una vida útil elevada. El material podrá trabajar a temperatura elevada, teniendo un desgaste inicial prácticamente nulo. Por estas razones es un material muy común en la mayoría de vehículos.

Se puede observar en la figura mostrada a continuación cómo el material tiene un funcionamiento bien diferente a lo largo de su vida útil. Este funcionamiento depende del desgaste al que se somete al material, pero también a la temperatura que puede llegar a alcanzar.

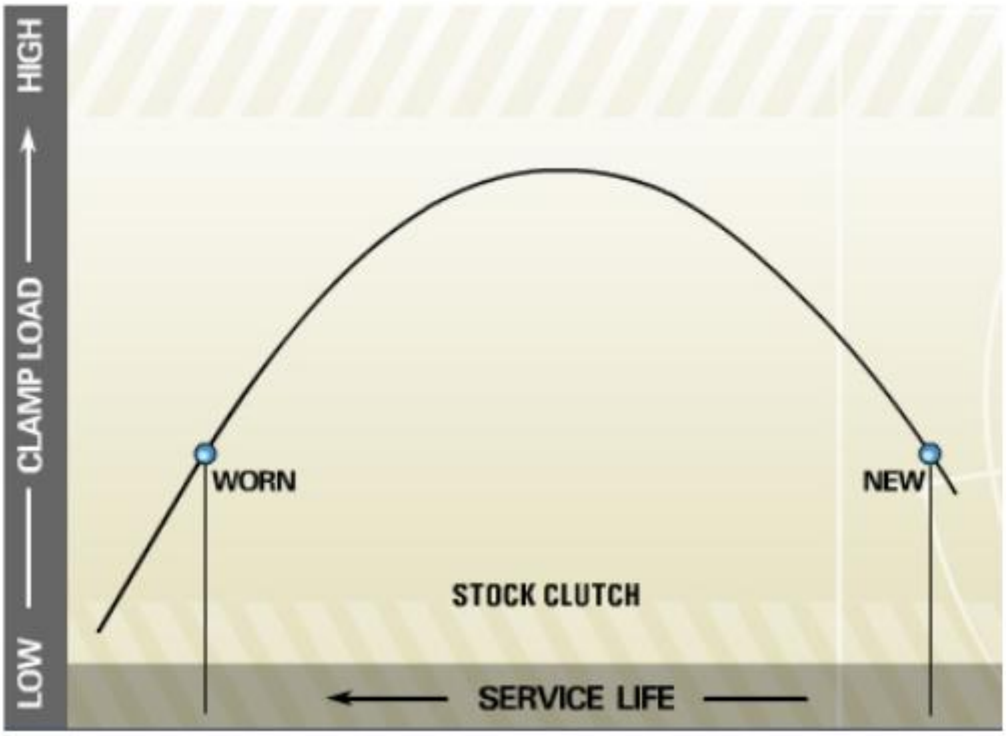


Figura 3: Material del embrague y su comportamiento

2.2- DIMENSIONES DEL EMBRAGUE

$$2 \cdot N = 2 \cdot S \cdot P_{max} \cdot \mu \cdot r$$

$$r = \frac{R_{ext} + R_{int}}{2} = \frac{R_{ext} + 0{,}7R_{ext}}{2} = \frac{1{,}7R_{ext}}{2}$$

$$S = 2\pi \cdot (R_{ext}^2 - R_{int}^2) = 2\pi \cdot 0{,}51R_{ext}^2$$

$$R_{ext} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot N}{\pi \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}51 \cdot P_{max} \cdot \mu}}$$

N = Par Máximo del Motor

P_{max} = Presión para un Funcionamiento Suave

μ = Coeficiente de Rozamiento

R_{ext} = Radio Exterior del Disco de Embrague

R_{int} = Radio Interior del Disco de Embrague

Sabiendo que el $R_{int} = 0{,}7\ R_{ext}$.

Tal y como aparece en el libro de Manuel Cascajosa, la presión recomendada para un funcionamiento suave es de 2,4 kg/cm^2 y el coeficiente de rozamiento es 0,4. El modelo de vehículo a estudiar cuenta con un par máximo de 200 Nm.

$$R_{ext} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot N}{\pi \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}51 \cdot P_{max} \cdot \mu}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 20.000\ Ncm}{\pi \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}51 \cdot 2{,}4\ {}^{kg}/_{cm^2} \cdot 0{,}4 \cdot 9.81\ {}^{m}/_{s^2}}}$$

$$R_{ext} = 11{,}59\ cm$$

$$R_{int} = 0{,}7 R_{ext} = 8{,}11\ cm$$

Para el cálculo, se usará la hipótesis del desgaste uniforme, dado que es la más conservadora. Además, todos los embragues se terminan desgastando, por lo que usar la hipótesis de presión constante no será válida para toda su vida útil.

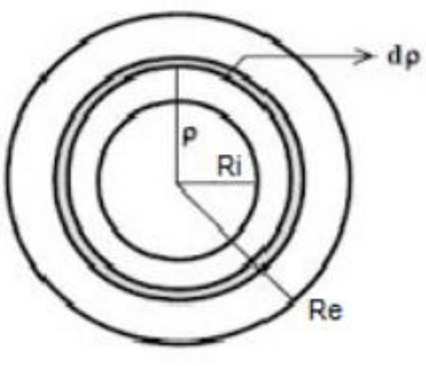


Figura 4: Disco de Embrague

$$P = P_{max} \cdot \frac{R_{int}}{R_{ext}}$$

$$F_a = 2\pi \cdot P_{max} \cdot R_{int} \cdot (R_{ext} - R_{int})$$

$$T_{roz} = n \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{(R_{ext} + R_{int})}{2}$$

P = Presión

P_{max} = Presión Máxima Soportable por el Embrague

F_a = Fuerza Axial

T_{roz} = Par de Rozamiento Soportable por el Disco de Embrague

n = Número de Caras de Rozamiento

$$P = P_{max} \cdot \frac{R_{int}}{R_{ext}} = 2{,}4\ {}^{kg}/_{cm^2} \cdot 0{,}7 = 1{,}68\ {}^{kg}/_{cm^2}$$

$$\begin{aligned} F_a &= 2\pi \cdot P_{max} \cdot R_{int} \cdot (R_{ext} - R_{int}) \\ &= 2\pi \cdot 2{,}4\,{}^{kg}/_{cm^2} \cdot 8{,}11cm \cdot (11{,}59\ cm - 8{,}11\ cm) = 425{,}59\ kg \end{aligned}$$

$$T_{roz} = n \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{(R_{ext} + R_{int})}{2} = 2 \cdot 0{,}4 \cdot 425{,}59\ kg \cdot \frac{(11{,}59\ cm + 8{,}11\ cm)}{2}$$

$$T_{roz} = 3353{,}65\ kg \cdot cm = 328{,}99N \cdot m$$

Al ser el T_{roz} obtenido mayor que el T_{motor} (200 N·m), el diseño es correcto.

2.3- ESTRIADO DEL EMBRAGUE

Debido al gran par que será necesario transmitir con el disco del embrague, éste deberá tener un estriado.

Con ayuda de la norma DIN 5480 y partiendo de un estriado de m = 2 mm y k = 1,15 por el centrado de flancos, se calculará la longitud de la chaveta y la fuerza que ésta podrá soportar.

$$L_t = k \cdot \frac{F_u}{h \cdot z \cdot P} = 1{,}15 \cdot \frac{18.277{,}2\ N}{2\ mm \cdot 16 \cdot 100\ {}^{N}/_{mm^2}} = 6{,}57\ mm$$

$$F_u = \frac{T}{R_1} = \frac{328{,}99\ N \cdot m}{0{,}018\ m} = 18.277{,}2\ N$$

L_t = Longitud de la Chaveta

F_u = Fuerza que soporta el Eje

h = 0,5 · (D_1 - D_2)

D_1 = Diámetro del Eje

R_1 = Radio del Eje

E = 0,055 · F_a · $\sqrt{D_e}$

m = módulo

P = Presión que soporta la Chaveta (Se optará por una chaveta St ajustada con una Presión soportable de 100 N/mm^2.)

K = Factor de Soporte según Decker "Elementos de Máquinas"

Z = Número de Dientes

T = Torsor que tiene que soporta el Embrague

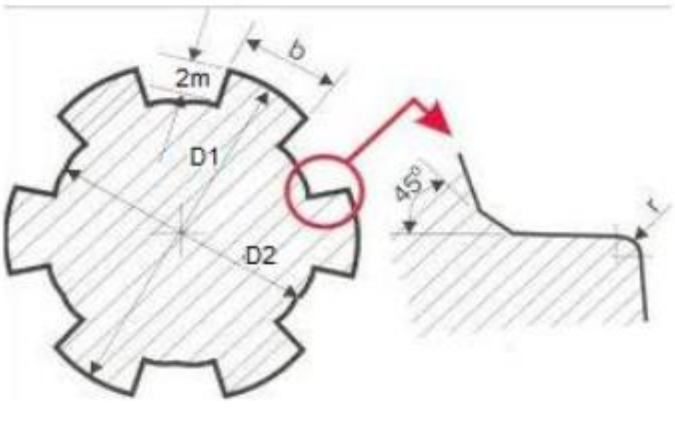


Figura 5: Zona nervada del eje

El eje tendrá un diámetro de 36 mm (como se puede comprobar en el siguiente capítulo) y gracias a la tabla DIN5480 se sabe que el número de dientes del embrague deberán ser 16.

d_B mm	Number of teeth z for module m													
	0,5	0,6	0,75	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6
35	68	57	45	42	34	26	22	18	16	12	10	7		
36	70	58	46	44	34	27	22	19						
37	72	60	48	45	36	28	23	20	17	13	11	8		

Tabla 1: Número de dientes en función del diámetro y el módulo

La longitud de 6,57 mm indica la longitud mínima de la chaveta. Sin embargo, por razones de diseño, se optará por una chaveta que tenga 60 mm para coincidir con el ancho de las ruedas.

3. - CAJA DE CAMBIOS Y DIFERENCIAL

La Caja de Cambios es aquel mecanismo que transforma el par del motor, habitualmente multiplicándolo. Es el responsable de vencer las resistencias que se oponen al vehículo. Dichas resistencias son aquellas que han sido calculadas en el primer apartado. Gracias a la capacidad de seleccionar la marcha que se desea que tiene la Caja de Cambios, se pueden vencer diferentes obstáculos que se le presenten al vehículo mediante el cambio entre marcha según las necesidades. Así, las marchas más bajas tendrán gran fuerza y podrá vencer pendientes con mayor facilidad, a costa de tener una velocidad escasa. Por contra, las velocidades más altas permiten una gran velocidad a costa de no poder subir pendientes.

El Diferencial es, por otro lado, el mecanismo que permitirá que todas las ruedas giren de igual manera cuando el vehículo va en línea recta o que giren de forma diferente en las curvas.

3.1- RELACIONES DE TRANSMISIÓN

Sabiendo la relación que existe en el Diferencial, se puede calcular la desmultiplicación de las revoluciones del motor a las ruedas. Esta relación no cambia, es decir, es fija como se puede hacer con las relaciones que existen en cada marcha. Para calcular esta relación se va a utilizar las ecuaciones que aparecen en el libro de Muñoz Gracia:

$$r_d = \frac{n_{\max pot}}{r_s \cdot n_r}$$

$$n_r = \frac{V_{max} \cdot 60}{\pi \cdot \phi_{rueda}}$$

r_d = Relación del Diferencial

n_{maxpot} = Revoluciones Máximas a Potencia Máxima

n_r= Revoluciones del Diferencial

r_s = Relación en 6ª

V_{max} = Velocidad Máxima

$Ø_{rueda}$ = Diámetro de la Rueda

$$r_d = \frac{n_{\max pot}}{r_s \cdot n_r} = \frac{6.000\, rpm}{0{,}646 \cdot 1.820\, rpm} = 5{,}1$$

$$n_r = \frac{V_{max} \cdot 60}{\pi \cdot \phi_{rueda}} = \frac{206 \frac{km}{h} \cdot \frac{1.000\, m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\, s} \cdot \frac{60\, s}{min}}{\pi \frac{rad}{rev} \cdot 0{,}6319\, m \cdot 0.95} = 1.820\, rpm$$

La relación en 6ª se sabe que es 0,646. Todos los datos para las relaciones de transmisión han sido obtenidos de la siguiente dirección:

http://www.cochesyconcesionarios.com/fichas/Audi/A3/7262801-prestaciones-dimensiones.html

$$i_{cc1ª} = 3{,}615$$
$$i_{cc2ª} = 1{,}947$$
$$i_{cc3ª} = 1{,}281$$
$$i_{cc4ª} = 0{,}973$$
$$i_{cc5ª} = 0{,}778$$
$$i_{cc6ª} = 0{,}646$$
$$i_{ccMA} = 3{,}182$$

El neumático de nuestro modelo es un 205/55/16, es decir, 205 mm de anchura, un perfil de 55% de ancho y una llanta de 16 pulgadas:

$$\phi_{rueda} = 16\, pulg \cdot \frac{25{,}4\, mm}{pulg} + 2 \cdot 0{,}55 \cdot 205\, mm = 631{,}9\, mm = 0{,}6319\, m$$

Sin embargo, dado que la rueda tiene que soportar un peso, éste diámetro no es perfecto. Por ello, será multiplicado por un factor de 0,95 para compensar esa pérdida.

$$\omega_{rueda} = \frac{V_{coche}}{R_{rueda}} = \omega_{motor} \cdot i_{cc} \cdot i_{dif}$$

$$\omega_{rueda}^{6ª} = 6.000\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1}{0{,}646} \cdot \frac{1}{5{,}1} = 1.821{,}16\ \frac{rev}{min}$$

$$V_{coche}^{6ª} = \frac{1.821{,}16\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{rev} \cdot \frac{0{,}6319\ m * 0.95}{2}}{\frac{1.000\ m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\ s}} = 206{,}07\ \frac{km}{h}$$

Que coincide con la velocidad que tenía que dar.

$$\omega_{rueda}^{5ª} = 6.000\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1}{0{,}778} \cdot \frac{1}{5{,}1} = 1.512{,}18\ \frac{rev}{min}$$

$$V_{coche}^{5ª} = \frac{1.512{,}18\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{rev} \cdot \frac{0{,}6319\ m * 0.95}{2}}{\frac{1.000\ m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\ s}} = 171{,}11\ \frac{km}{h}$$

$$\omega_{rueda}^{4ª} = 6.000\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1}{0{,}973} \cdot \frac{1}{5{,}1} = 1.209{,}12\ \frac{rev}{min}$$

$$V_{coche}^{4ª} = \frac{1.209{,}12\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{rev} \cdot \frac{0{,}6319\ m * 0.95}{2}}{\frac{1.000\ m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\ s}} = 136{,}82\ \frac{km}{h}$$

$$\omega_{rueda}^{3ª} = 6.000\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1}{1{,}281} \cdot \frac{1}{5{,}1} = 918{,}4\ \frac{rev}{min}$$

$$V_{coche}^{3ª} = \frac{918{,}4\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{rev} \cdot \frac{0{,}6319\ m * 0.95}{2}}{\frac{1.000\ m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\ s}} = 103{,}92\ \frac{km}{h}$$

$$\omega_{rueda}^{2ª} = 6.000\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1}{1{,}947} \cdot \frac{1}{5{,}1} = 604{,}25\ \frac{rev}{min}$$

$$V_{coche}^{2ª} = \frac{604{,}25\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{rev} \cdot \frac{0{,}6319\ m * 0.95}{2}}{\frac{1.000\ m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\ s}} = 68{,}37\ \frac{km}{h}$$

$$\omega_{rueda}^{1ª} = 6.000\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1}{3{,}615} \cdot \frac{1}{5{,}1} = 325{,}44\ \frac{rev}{min}$$

$$V_{coche}^{1ª} = \frac{325{,}44\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{rev} \cdot \frac{0{,}6319\ m * 0.95}{2}}{\frac{1.000\ m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\ s}} = 36{,}82\ \frac{km}{h}$$

Todas las velocidades obtenidas son razonables, por lo que se dan por buenas.

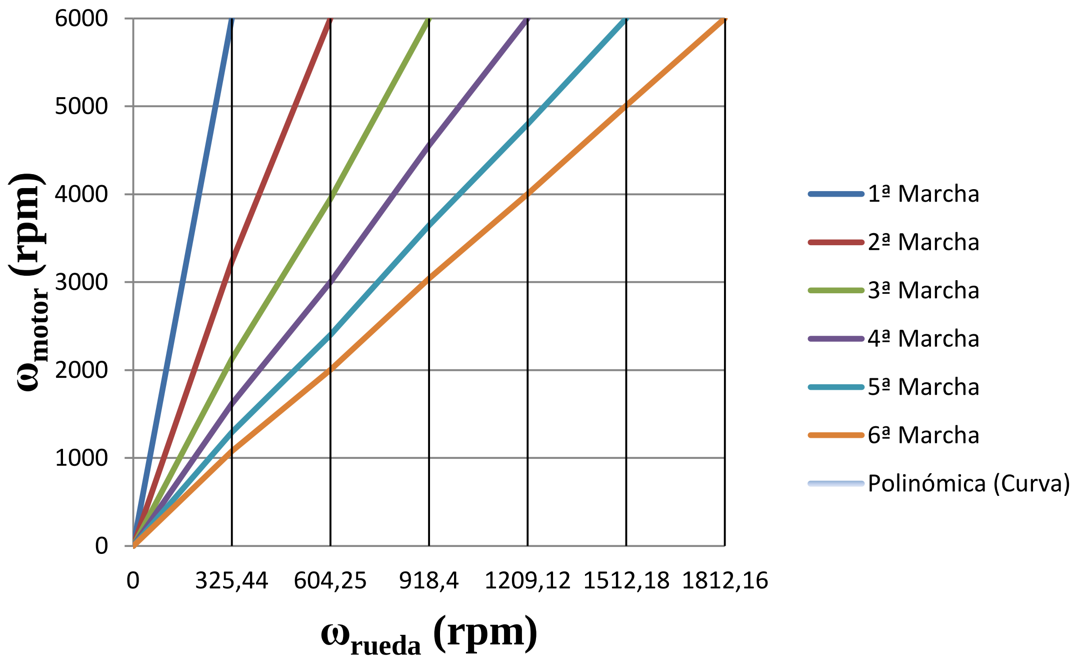


Figura 6: Velocidad de la rueda (en rpm) en función de la marcha

3.2- COMPROBACIÓN DE LA 1ª MARCHA

La comprobación de la 1ª marcha es una necesidad, dado que se debe saber con certeza que el vehículo estudiado es capaz de superar las resistencias que se oponen a su movimiento.

Para esta comprobación se tendrá en cuenta el par máximo sufrido por las ruedas debidas a las fuerzas a las que son sometidas y se calculará la relación mínima necesaria para vencer dicho par.

En este cálculo no se tendrá en cuenta la resistencia debida al aire, dado que ésta sólo es considerada a partir de los 80 km/h.

$$F_R = F_{rod} + F_{pend} + F_{iner} = 112{,}775\ kg + 156\ kg + 5.239{,}7\ N \cdot \frac{1\ kg}{9{,}81\ N} = 802{,}9\ kg$$

Es importante hacer notar que la F_{pend} elegida ha sido el mayor de los valores posibles para estar del lado de la seguridad.

$$T_R = \frac{F_R \cdot \phi_{rueda}}{2} = \frac{802{,}9\ kg \cdot 0{,}6319\ m}{2} = 253{,}67\ kgm = 2.488{,}5\ Nm$$

F_R es la Fuerza Total de Resistencia en la Rueda Motriz

T_R es el Par Resistente en la Rueda Motriz

$$i_{cc} = \frac{w_{cc}}{w_m} = \frac{T_m}{T_{cc}}$$

$$i_d = \frac{w_{rueda}}{w_{cc}} = \frac{T_{cc}}{T_{rueda}}$$

$$i_{cc} \cdot i_d = \frac{T_m \cdot \cancel{T_{cc}}}{\cancel{T_{cc}} \cdot T_{rueda}} \rightarrow T_{rueda} = \frac{200\ Nm}{\frac{1}{3{,}615} \cdot \frac{1}{5{,}1}} = 3.687{,}3\ Nm > 2.488{,}5\ Nm$$

Queda demostrado que el vehículo puede con las fuerzas que se le oponen al movimiento en la primera marcha.

3.3- COMPROBACIÓN DE LA 6ª MARCHA

Al igual que con la primera marcha, es necesario comprobar que la 6ª marcha es adecuada para el vehículo. Para ello, se sustituirá la F_{pend} por la F_{aire}, dado que no se usará la última marcha para vencer grandes pendientes, si no que se enfrentará a la fuerza del aire que se opone a su movimiento a altas velocidades. Así mismo, dado que a altas velocidades no se preveen grandes aceleraciones para aumentar dicha velocidad, no se considerará la Fuerza generada por la Inercia.

$$W_{rueda} = \frac{V}{R} = \frac{206\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1.000\,m}{km} \cdot \frac{h}{3.600\,s} \cdot \frac{60\,s}{min}}{\pi\,\frac{rad}{rev} \cdot 0{,}6319\,m \cdot 0.95} = 1.820\,rpm$$

$$F_R = F_{rod} + F_{aire} = 112{,}775\,kg + 97{,}4\,kg = 210{,}175\,kg$$

$$T_R = \frac{F_R \cdot \phi_{rueda}}{2} = \frac{210{,}175\,kg \cdot 0{,}6319\,m}{2} = 66{,}4\,kgm = 651{,}384\,Nm$$

$$i_{cc} \cdot i_d = \frac{T_m \cdot \cancel{T_{cc}}}{\cancel{T_{cc}} \cdot T_{rueda}} \rightarrow T_{rueda} = \frac{200\,Nm}{\frac{1}{0{,}646} \cdot \frac{1}{5{,}1}} = 658{,}92\,Nm > 651{,}384\,Nm$$

Igual que en el caso anterior, queda demostrado que los cálculos realizados son correctos y que el vehículo estudiado es capaz de superar todas las resistencias que se le opongan.

3.4- DIENTES EN CADA RUEDA DE MARCHA

Para poder transmitir las relaciones anteriormente calculadas, se procederá a calcular el número de dientes que debe tener cada rueda. Es importante tener en mente que estas ruedas no pueden ser muy grandes, dado que esto haría que la caja de cambios fuese muy cara y voluminosa. Así mismo, es importante considerar un par de engranajes (a los que llamaremos toma constante o tc) han de estar en contacto permanente. Esta toma constante tendrá una relación 1:2.

Es de vital importancia mantener una distancia constante entre ejes para lograr un óptimo funcionamiento y evitar el desgaste innecesario de las piezas. De esta manera, la suma de los radios de las ruedas dentadas tendrá que ser constante de manera que la distancia entre ejes no cambie.

Adicionalmente, se impondrán las siguientes condiciones:

- Todos los engranajes tendrán el mismo módulo.
- La distancia entre los ejes de las ruedas será siempre la misma.

Se usarán engranajes cilíndricos de dientes helicoidales, que son los habituales en el sector, por su menor desgaste y porque debido a que vibran menos son más silenciosos. En este tipo de ruedas el engrane se produce entre más de un par de dientes. El ángulo de la hélice será de 20º como base para cumplir:

$$Z_n = \frac{Z}{\cos^3 \beta_a} \geq 14 \rightarrow Z \geq 14 \cdot \cos^3 20° = 11{,}62 \approx 12 \; dientes$$

Por ello, para evitar interferencias, el número mínimo de dientes para la primera rueda será $Z_1 = 12$.

A partir del engranaje de toma constante (tc) se podrán calcular el resto de número de dientes para cada una de las seis marchas del vehículo.

Para la marcha atrás se colocarán ruedas que no mantengan contacto. Estás ruedas tendrán, entremedias, una tercera rueda de cambio de giro. Estas ruedas serán calculadas en su propio apartado más adelante, una vez se conozca el módulo que deberán tener todas las ruedas de la caja de cambios.

$$d = \frac{m_n}{2\cos\beta_a}\,(Z_1 + Z_2) \; y \; i_{cc} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

Relación de Transmisión	Nº de Dientes	Relación Obtenida	β Obtenida
i_{tc} = 1:2	$Z_1 = 12$ $Z_2 = 24$	i_{tc} = 1:2	β = 20º
i_1 = 1:3,615	$Z_3 = 12$ $Z_4 = 44$	i_1 = 1:3,666	β = 18,21º
i_2 = 1:1,947	$Z_5 = 19$ $Z_6 = 37$	i_2 = 1:1,947	β = 18,21º
i_3 = 1:1,281	$Z_7 = 25$ $Z_8 = 32$	i_3 = 1:1,28	β = 21,1º
i_4 = 1:0,973	$Z_9 = 29$ $Z_{10} = 28$	i_4 = 1:0,965	β = 14,78º
i_5 = 1:0,778	$Z_{11} = 18$ $Z_{12} = 14$	i_5 = 1:0,7	β = 11,32º
i_6 = 1:0,642	$Z_{13} = 19$ $Z_{14} = 12$	i_6 = 1:0,632	β = 18,21º
i_{MA} = 1:3,182	$Z_{15} = 12$ $Z_{16} = 16$ $Z_{17} = 19$	i_{MA} = 1:1,583	-

Figura 7: Relaciones de transmisión teóricas, número de dientes y relaciones de transmisión y ángulos reales

Dado que se usará el mismo módulo para todas las ruedas y que β será aproximada a 20º en la primera iteración, podemos considerar que:

$$Z_{11} + Z_{12} \approx Z_{13} + Z_{14}$$

Sabiendo que las marchas 6ª y 5ª van en otro eje, junto a la marcha atrás, se pueden calcular por separado.

$$Z_3 + Z_4 \approx Z_5 + Z_6 \approx Z_7 + Z_8 \approx Z_9 + Z_{10}$$

Empezando por el primer eje:

$$i_6 = \frac{Z_{13}}{Z_{14}} = \frac{1}{0,642} \rightarrow 0,642\, Z_{13} = Z_{14}$$

$$i_5 = \frac{Z_{11}}{Z_{12}} = \frac{1}{0,778} \rightarrow 0,778\, Z_{11} = Z_{12}$$

$$1,778\, Z_{11} = 1,642\, Z_{13} \rightarrow Z_{11} = \frac{821}{889}\, Z_{13}$$

$$Z_{11} = \frac{821}{889}\, Z_{13} = \frac{821}{889 \cdot 0,642} Z_{14} \rightarrow \frac{Z_{12}}{0,778} = \frac{821}{889 \cdot 0,642} Z_{14}$$

Con estas igualdades, se descubre que:

$$Z_{13} > Z_{11} > Z_{12} > Z_{14}$$

Dado que Z_{14} sería la rueda más pequeña, le impondremos un valor de al menos Z = 12

$$Z_{13} = {}^{Z_{14}}\!/_{0,642} = {}^{12}\!/_{0,642} = 18,7 \approx 19$$

$$Z_{14} = 12$$

$$Z_{11} = \frac{821}{889}\, Z_{13} = \frac{821}{889}\, 19 = 17,55 \approx 18$$

$$Z_{12} = Z_{11} \cdot 0,778 = 18 \cdot 0,778 = 14 \approx 14$$

Para la marcha atrás se usarán dientes rectos porque importa menos el ruido que puedan hacer y son más sencillas de calcular.

$$i_{MA} = \frac{Z_{15}}{Z_{17}} = \frac{1}{3,182} \rightarrow 3,182\, Z_{15} = Z_{17}$$

Con el segundo eje:

$$i_4 = \frac{Z_9}{Z_{10}} = \frac{1}{0,973} \rightarrow 0,973\, Z_9 = Z_{10}$$

$$i_3 = \frac{Z_7}{Z_8} = \frac{1}{1,281} \rightarrow 1,281\, Z_7 = Z_8$$

$$i_2 = \frac{Z_5}{Z_6} = \frac{1}{1,947} \rightarrow 1,947\, Z_5 = Z_6$$

$$i_1 = \frac{Z_3}{Z_4} = \frac{1}{3,615} \rightarrow 3,615\, Z_3 = Z_4$$

$$1,973\, Z_9 = 2,281\, Z_7 = 2,947\, Z_5 = 4,615\, Z_3$$

$$Z_3 = \frac{1.973}{4.615} Z_9 = \frac{2.281}{4.615} Z_7 = \frac{2.947}{4.615} Z_5$$

$$Z_9 > Z_7 > Z_5 > Z_3$$

Dado que Z_3 sería la rueda más pequeña, se le impondrá un valor de al menos Z = 12

$$Z_3 = 12$$

$$Z_4 = 3,615\, Z_3 = 3,615 \cdot 12 = 43,38 \approx 44$$

$$Z_5 = \frac{4.615}{2.947} Z_3 = \frac{4.615}{2.947} 12 = 18,79 \approx 19$$

$$Z_6 = 1,947\, Z_5 = 1,947 \cdot 19 = 36,993 \approx 37$$

$$Z_7 = \frac{4.615}{2.281} Z_3 = \frac{4.615}{2.281} 12 = 24,28 \approx 25$$

$$Z_8 = 1,281\, Z_7 = 1,281 \cdot 25 = 32,025 \approx 32$$

$$Z_9 = \frac{4.615}{1.973} Z_3 = \frac{4.615}{1.973} 12 = 28{,}07 \approx 29$$

$$Z_{10} = 0{,}973\, Z_7 = 0{,}973 \cdot 28 = 27{,}24 \approx 28$$

3.5- CÁLCULO DE LA BETA

Se empezará a comprobar por el eje de las marchas más altas:

$$\frac{Z_{11} + Z_{12}}{\cos \beta_{11-12}} = \frac{Z_{13} + Z_{14}}{\cos \beta_{13-14}}$$

$$Z_n = \frac{12}{\cos^3 \beta_{13-14}} \geq 14 \rightarrow \beta_{13-14} = 18{,}21° \rightarrow \beta_{13-14} = 11{,}32°$$

Ahora se comprobará la β más adecuada para las marchas más bajas:

$$\frac{Z_3 + Z_4}{\cos \beta_{3-4}} = \frac{Z_5 + Z_6}{\cos \beta_{5-6}} = \frac{Z_7 + Z_8}{\cos \beta_{7-8}} = \frac{Z_9 + Z_{10}}{\cos \beta_{9-10}}$$

$$Z_n = \frac{12}{\cos^3 \beta_{13-14}} \geq 14 \rightarrow \beta_{3-4} = 18{,}21° \rightarrow \beta_{5-6} = 18{,}21°$$

$$\beta_{3-4} = 18{,}21° \rightarrow \beta_{7-8} = 21{,}1°$$

$$\beta_{3-4} = 18{,}21° \rightarrow \beta_{9-10} = 14{,}78°$$

3.6- CÁLCULO DEL MÓDULO

Para poder calcular el módulo de las ruedas que se han calculado previamente, habrá que definir en primer lugar el material del que estarán hechas.

Se usará un acero mejorado 50CrMo4 que tiene una resistencia de 130 kg/cm^2.

La fórmula que se usará para el cálculo del módulo será la recomendada por la norma DIN a duración y desgaste:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot \ bd_1^2 \cdot \cos^3 \beta}{\psi \cdot z^2}} \ [mm]$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot N \cdot \frac{(i+1)}{k \cdot n \cdot i}$$

N = Potencia [cv]
i = Relación de Transmisión
k = Resistencia [kg/cm^2]
n = Revoluciones [rpm]
z = Número de Dientes
β = Ángulo de la Hélice

Para las revoluciones se usarán las de la Potencia Máxima pero multiplicado por la relación de transmisión de la toma constante (1:2). Este resultado se volverá a multiplicar por la relación de transmisión adecuada para cada marcha cuando la rueda menor de cada par se encuentre en otro eje diferente.

Viene siendo habitual en los automóviles el calcular la duración para unos 300.000 km. Este valor repartido entre las marchas en horas (suponiendo una velocidad media de 60 km/h) dará un resultado de:

Marcha 1ª: 400 horas
Marcha 2ª: 1.100 horas
Marcha 3ª: 1.100 horas
Marcha 4ª: 1.100 horas
Marcha 5ª: 900 horas
Marcha 6ª: 250 horas

Marcha Atrás: 150 horas

Con estos valores se supondrá un factor de guiado (ψ) igual a 15 (guiado excelente).

factor de guiado Ψ	
Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente	5
Calidad y condiciones normales	10
Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos	15-20 (casos excepcionales hasta 30)

Figura 8: Factores de guiado

Para el cálculo de las k para las horas de trabajo se suele usar la siguiente tabla:

Para un valor de h diferente de 5000 horas, el valor de K_{adm} se hará = φK_{5000}. Los valores se extraen de la siguiente tabla

Horas servicio h	150	312	625	1200	2500	5000	10000	40000	80000	150000
φ	3,2	2,5	2	1,6	1,25	1	0,8	0,5	0,4	0,32

Figura 9: K_{adm} en función de las horas de funcionamiento

No obstante, por la naturaleza de la conducción, donde el cambio entre marchas es constante, se ha decidido sobredimensionar la k para asegurar que las ruedas soportan toda la duración deseada del vehículo. En este caso, se calculará cada marcha como si fuese a estar en funcionamiento continuo durante 3.000 horas (el 60% del total de duración estimada para el conjunto).

Es importante considerar siempre la rueda más pequeña de cada marcha para el cálculo del módulo. En el caso de las marchas más bajas, hasta la 3ª, éstas se encontrarán en el segundo eje que recibirá la potencia directamente de la toma constante. Las demás (marchas 4ª, 5ª, 6ª y MA) tendrán la rueda menor en el tercer eje y, por tanto, una velocidad angular diferente a las anteriores.

Marcha 1ª:

N = 125 CV

Z_3 = 12 dientes

β = 18,21º

ψ = 15

i = 3,666

$k_{5.000}$ = 130 kg/cm^2

n = 6.000 · (1:2) = 3.000 rpm

$k_{3.000}$ = 1,2 · 130 kg/cm^2

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot \ bd_1^2 \cdot \cos^3 18{,}21°}{15 \cdot 12^2}} \geq 3{,}91 \, mm$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot 125 \, CV \cdot \frac{(3{,}666 + 1)}{1{,}2 \cdot 130 \, kg/cm^2 \ \cdot 3.000 \, rpm \cdot 3{,}666}$$

Marcha 2ª:

N = 125 CV

Z_5 = 19 dientes

β = 18,21º

ψ = 15

i = 1,947

$k_{5.000}$ = 130 kg/cm^2

n = 6.000 · (1:2) = 3.000 rpm

$k_{3.000}$ = 1,2 · 80 kg/cm^2

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot \ bd_1^2 \cdot \cos^3 18{,}21°}{15 \cdot 19^2}} \geq 3{,}05 \, mm$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot 125 \, CV \cdot \frac{(1{,}947 + 1)}{1{,}2 \cdot 130 \, kg/cm^2 \ \cdot 3.000 \, rpm \ \cdot 1{,}947}$$

Marcha 3ª:

N = 125 CV

Z_7 = 25 dientes

β = 21,1º

ψ = 15

i = 1,28

$k_{5.000}$ = 130 kg/cm^2

n = 6.000 · (1:2) = 3.000 rpm

$k_{3.000}$ = 1,2 · 130 kg/cm^2

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot \ bd_1^2 \cdot \cos^3 21{,}1°}{15 \cdot 25^2}} \geq 2{,}64\, mm$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot 125\, CV \cdot \frac{(1{,}28 + 1)}{1{,}2 \cdot 130\, kg/cm^2 \ \cdot 3.000\, rpm \cdot 1{,}28}$$

Marcha 4ª:

N = 125 CV

Z_{10} = 28 dientes

β = 14,78º

ψ = 15

i = (1:0,965) = 1,036

$k_{5.000}$ = 130 kg/cm^2

n = 6.000 · (1:2) · (1:0,965) rpm = 3.108,8 rpm

$k_{3.000}$ = 1,2 · 130 kg/cm^2

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot \ bd_1^2 \cdot \cos^3 14{,}78°}{15 \cdot 28^2}} \geq 2{,}58\, mm$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot 125\, CV \cdot \frac{(1{,}036 + 1)}{1{,}2 \cdot 130\, kg/cm^2 \cdot 3.108{,}8\, rpm \cdot 1{,}036}$$

Marcha 5ª:

N = 125 CV

Z_{12} = 14 dientes

β = 11,32º

ψ = 15

i = (1:0,7) = 1,428

$k_{5.000}$ = 130 kg/cm^2

n = 6.000 · (1:2) · (1:0,7) rpm = 4.285,7 rpm

$k_{3.000}$ = 1,2 · 130 kg/cm^2

$$m \ \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot \ bd_1^2 \cdot \cos^3 11{,}32°}{15 \cdot 14^2}} \geq 3{,}56\, mm$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot 125\ CV \cdot \frac{(1{,}428 + 1)}{1{,}2 \cdot 130\ kg/cm^2 \ \cdot 4.285{,}7\ rpm \cdot 1{,}428}$$

Marcha 6ª:

N = 125 CV

Z_{14} = 12 dientes

β = 18,21º

ψ = 15

i = (1:0,632) = 1,582

$k_{5.000}$ = 130 kg/cm^2

n = 6.000 · (1:2) · (1:0,632) rpm = 4.746,8 rpm

$k_{3.000}$ = 1,2 · 130 kg/cm^2

$$m \ \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot \ bd_1^2 \cdot \cos^3 18{,}21°}{15 \cdot 12^2}} \geq 3{,}65\, mm$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot 125\ CV \cdot \frac{(1{,}582 + 1)}{1{,}2 \cdot 130\ kg/cm^2 \ \cdot 4.746{,}8 \cdot 1{,}582}$$

Toma Constante:

N = 125 CV

Z_1 = 12 dientes

β = 21,1º

ψ = 15

i = 2

$k_{5.000}$ = 130 kg/cm^2

n = 6.000 rpm

$k_{3.000}$ = 1,2 · 130 kg/cm^2

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot bd_1^2 \cdot \cos^3 20°}{15 \cdot 12^2}} \geq 3{,}24\, mm$$

$$bd^2 = 445.000 \cdot 125\, CV \cdot \frac{(2+1)}{1{,}2 \cdot 130\, kg/cm^2 \cdot 6.000\, rpm \cdot 2}$$

Dado que el módulo más restrictivo se da en la 1ª marcha, se usará el módulo normalizado inmediatamente superior. En este caso, el módulo más cercano a 3,91 mm es el Módulo de la Serie I de 4 mm.

3.7- CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES DE LA MARCHA ATRÁS

Para calcular los engranajes de la marcha atrás, primero es necesario conocer la distancia entre ejes.

Para ello, sirve con usar cualquiera de los dos pares de engranajes que vienen con ella:

$$d = \frac{m}{2}\,(Z_{11} + Z_{12}) = \frac{4\, mm}{2}\,(18 + 14) = 64\, mm$$

Con una i_{MA} = 3,182/2 = 1,591 (dado que hay una rueda entre medio) se puede deducir que el número mínimo de dientes de cada rueda ha de ser: Z_{15} = 12 y Z_{17} = 19, con una nueva i_{MA} = 1,583. Sabiendo esto, la distancia a la que debe colocarse la tercera rueda se puede obtener por Pitágoras:

$$h^2 = C_1^2 + C_2^2$$

En este caso, la hipotenusa será la distancia entre centros de las ruedas primera y tercera (que ya es conocida) y los catetos serán:

$$C_1 = R_{15} + R_{16} = \frac{4\,mm \cdot 12}{2} + R_{16}$$

$$C_2 = R_{17} + R_{16} = \frac{4\,mm \cdot 19}{2} + R_{16}$$

Por lo tanto:

$$64^2 = (\frac{4\,mm \cdot 12}{2} + R_{16})^2 + (\frac{4\,mm \cdot 19}{2} + R_{16})^2$$

$$4.096 = 576 + 24 + R_{16}^2 + 1.444 + 38 + R_{16}^2$$

$$2.014 = 2R_{16}^2$$

$$R = \sqrt[2]{2.014/2} = 31{,}73\,mm \rightarrow Z_{16} = 16$$

3.8- CÁLCULO DE LAS DIMENSIONES DE LAS RUEDAS

Una vez obtenidos el número de dientes de cada rueda, así como el módulo que tendrán, los radios de éstas son fácilmente extraíbles:

$$R_1 = \frac{m_n \cdot Z_1}{2\cos\beta_{a1-2}} = \frac{4 \cdot 12}{2\cos 20°} = 25{,}54\,mm$$

$$R_2 = \frac{m_n \cdot Z_2}{2\cos\beta_{a1-2}} = \frac{4 \cdot 24}{2\cos 20°} = 51{,}08\ mm$$

$$R_3 = \frac{m_n \cdot Z_3}{2\cos\beta_{a3-4}} = \frac{4 \cdot 12}{2\cos 18{,}21°} = 25{,}26\ mm$$

$$R_4 = \frac{m_n \cdot Z_4}{2\cos\beta_{a3-4}} = \frac{4 \cdot 44}{2\cos 18{,}21°} = 92{,}64\ mm$$

$$R_5 = \frac{m_n \cdot Z_5}{2\cos\beta_{a5-6}} = \frac{4 \cdot 19}{2\cos 18{,}21°} = 40\ mm$$

$$R_6 = \frac{m_n \cdot Z_6}{2\cos\beta_{a5-6}} = \frac{4 \cdot 37}{2\cos 18{,}21°} = 77{,}9\ mm$$

$$R_7 = \frac{m_n \cdot Z_7}{2\cos\beta_{a7-8}} = \frac{4 \cdot 25}{2\cos 21{,}1°} = 53{,}6\ mm$$

$$R_8 = \frac{m_n \cdot Z_8}{2\cos\beta_{a7-8}} = \frac{4 \cdot 32}{2\cos 21{,}1°} = 68{,}6\ mm$$

$$R_9 = \frac{m_n \cdot Z_9}{2\cos\beta_{a9-10}} = \frac{4 \cdot 29}{2\cos 14{,}78°} = 60\ mm$$

$$R_{10} = \frac{m_n \cdot Z_{10}}{2\cos\beta_{a9-10}} = \frac{4 \cdot 28}{2\cos 14{,}78°} = 57{,}91\ mm$$

$$R_{11} = \frac{m_n \cdot Z_{11}}{2\cos\beta_{a11-12}} = \frac{4 \cdot 18}{2\cos 11{,}32°} = 36{,}71\ mm$$

$$R_{12} = \frac{m_n \cdot Z_{12}}{2\cos\beta_{a11-12}} = \frac{4 \cdot 14}{2\cos 11{,}32°} = 28{,}55\ mm$$

$$R_{13} = \frac{m_n \cdot Z_{13}}{2\cos\beta_{a13-14}} = \frac{4 \cdot 19}{2\cos 18{,}21°} = 40\ mm$$

$$R_{14} = \frac{m_n \cdot Z_{14}}{2\cos\beta_{a13-14}} = \frac{4 \cdot 12}{2\cos 18{,}21°} = 25{,}26\ mm$$

Para las ruedas rectas, sin embargo, será:

$$R_{15} = \frac{m \cdot Z_{15}}{2} = \frac{4 \cdot 12}{2} = 24\ mm$$

$$R_{16} = \frac{m \cdot Z_{16}}{2} = \frac{4 \cdot 16}{2} = 32\ mm$$

$$R_{17} = \frac{m \cdot Z_{17}}{2} = \frac{4 \cdot 19}{2} = 38\ mm$$

El ancho de las ruedas será:

$$b = \psi \cdot m = 15 \cdot 4\ mm = 60\ mm$$

Por último, los ángulos de los engranajes helicoidales son:

$$\cos\beta_{a1-2} = \frac{\tan\alpha_{r1-2}}{\tan\alpha_{a1-2}} \to \cos 20° = \frac{\tan 20°}{\tan\alpha_{a1-2}} \to \alpha_{a1-2} = 21{,}17°$$

$$\cos\alpha_{a1-2} = \frac{\tan\beta_{r1-2}}{\tan\beta_{a1-2}} \to \cos 21{,}17° = \frac{\tan\beta_{r1-2}}{\tan 20°} \to \beta_{r1-2} = 18{,}78°$$

$$\cos\beta_{a3-4} = \frac{\tan\alpha_{r3-4}}{\tan\alpha_{a3-4}} \to \cos 18{,}21° = \frac{\tan 20°}{\tan\alpha_{a3-4}} \to \alpha_{a3-4} = 20{,}96°$$

$$\cos\alpha_{a3-4} = \frac{\tan\beta_{r3-4}}{\tan\beta_{a3-4}} \to \cos 20{,}96° = \frac{\tan\beta_{r3-4}}{\tan 18{,}21°} \to \beta_{r3-4} = 17{,}07°$$

$$\cos\beta_{a5-6} = \frac{\tan\alpha_{r5-6}}{\tan\alpha_{a5-6}} \to \cos 18{,}21° = \frac{\tan 20°}{\tan\alpha_{a5-6}} \to \alpha_{a5-6} = 20{,}96°$$

$$\cos\alpha_{a5-6} = \frac{\tan\beta_{r5-6}}{\tan\beta_{a5-6}} \rightarrow \cos 20{,}96° = \frac{\tan\beta_{r5-6}}{\tan 18{,}21°} \rightarrow \beta_{r5-6} = 17{,}07°$$

$$\cos\beta_{a7-8} = \frac{\tan\alpha_{r7-8}}{\tan\alpha_{a7-8}} \rightarrow \cos 21{,}1° = \frac{\tan 20°}{\tan\alpha_{a7-8}} \rightarrow \alpha_{a7-8} = 21{,}31°$$

$$\cos\alpha_{a7-8} = \frac{\tan\beta_{r7-8}}{\tan\beta_{a7-8}} \rightarrow \cos 21{,}31° = \frac{\tan\beta_{r7-8}}{\tan 21{,}1°} \rightarrow \beta_{r7-8} = 19{,}77°$$

$$\cos\beta_{a9-10} = \frac{\tan\alpha_{r9-10}}{\tan\alpha_{a9-10}} \rightarrow \cos 14{,}78° = \frac{\tan 20°}{\tan\alpha_{a9-10}} \rightarrow \alpha_{a9-10} = 20{,}63°$$

$$\cos\alpha_{a9-10} = \frac{\tan\beta_{r9-10}}{\tan\beta_{a9-10}} \rightarrow \cos 20{,}63° = \frac{\tan\beta_{r9-10}}{\tan 14{,}78°} \rightarrow \beta_{r9-10} = 13{,}87°$$

$$\cos\beta_{a11-12} = \frac{\tan\alpha_{r11-12}}{\tan\alpha_{a11-12}} \rightarrow \cos 11{,}32° = \frac{\tan 20°}{\tan\alpha_{a11-12}} \rightarrow \alpha_{a11-12} = 20{,}36°$$

$$\cos\alpha_{a11-12} = \frac{\tan\beta_{r11-12}}{\tan\beta_{a11-12}} \rightarrow \cos 20{,}36° = \frac{\tan\beta_{r11-12}}{\tan 11{,}32°} \rightarrow \beta_{r11-12} = 10{,}63°$$

$$\cos\beta_{a13-14} = \frac{\tan\alpha_{r13-14}}{\tan\alpha_{a13-14}} \rightarrow \cos 18{,}21° = \frac{\tan 20°}{\tan\alpha_{a13-14}} \rightarrow \alpha_{a13-14} = 20{,}96°$$

$$\cos\alpha_{a13-14} = \frac{\tan\beta_{r13-14}}{\tan\beta_{a13-14}} \rightarrow \cos 20{,}96° = \frac{\tan\beta_{r13-14}}{\tan 18{,}21°} \rightarrow \beta_{r13-14} = 17{,}07°$$

3.9- CÁLCULO DE LAS FUERZAS SOBRE LAS RUEDAS

Dado que los engranajes consisten en dos tipos de ruedas, helicoidales y rectas, se necesitarán dos conjuntos de ecuaciones para el cálculo de las fuerzas que deben soportar:

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2}$$

$$U = \frac{T}{r}$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a$$

Porque cada par de ruedas generan una única fuerza, sólo habrá de calcularse una rueda por cada marcha. Estas ruedas estarán situadas en el eje intermedio.

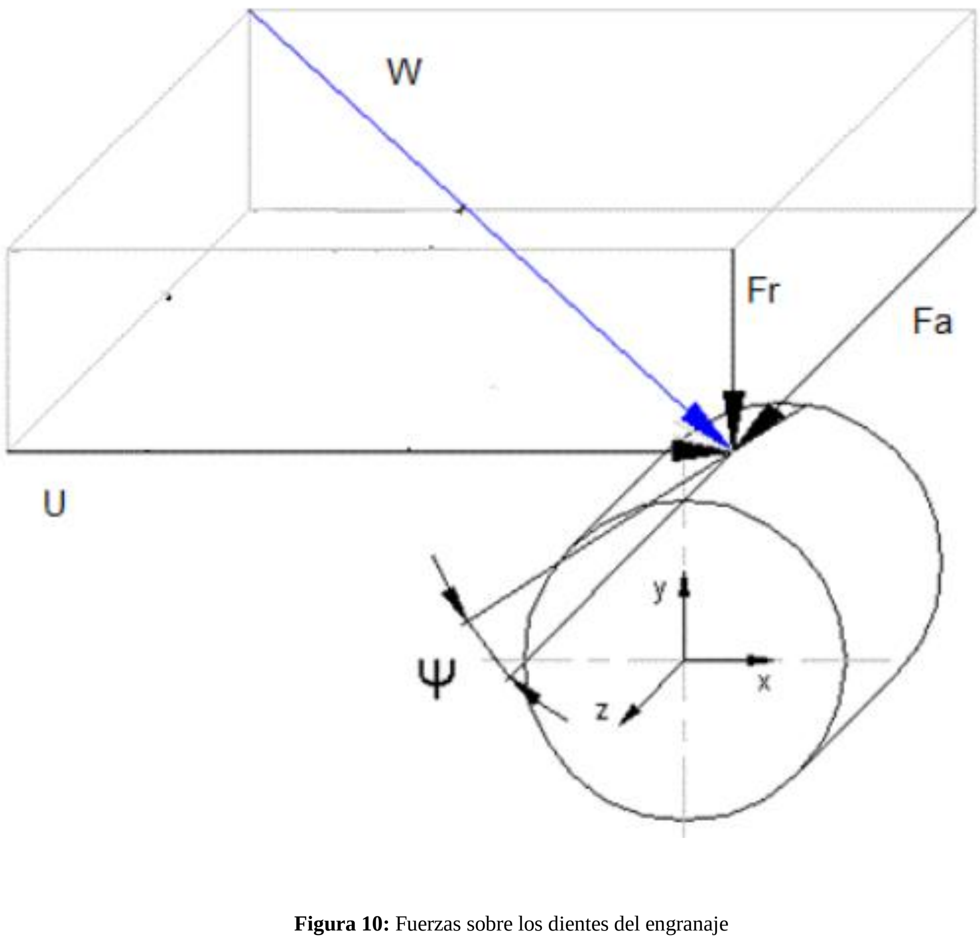


Figura 10: Fuerzas sobre los dientes del engranaje

Toma Constante:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 21,17º

β_a = 20º

r = 51,08 mm = 0,05108 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0{,}05108\ m} = 7.830{,}85\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 7.830{,}85\ N \cdot \tan 21{,}17° = 3.032{,}67\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 7.830{,}85\ N \cdot \tan 20° = 2.850{,}19\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{(7.830{,}85\ N)^2 + (3.032{,}67\ N)^2 + (2.850{,}19\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 8.868{,}08\ N}$$

Marcha 1ª:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 20,96º

β_a = 18,21º

r = 25,26mm = 0,02526 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0{,}02526\ m} = 15.835{,}31\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 15.835{,}31\ N \cdot \tan 20{,}96° = 6.065{,}92\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 15.835{,}31\ N \cdot \tan 18{,}21° = 5.209{,}45\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{(15.835{,}31\ N)^2 + (6.065{,}92\ N)^2 + (5.209{,}45\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 17.739{,}53\ N}$$

Marcha 2ª:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 20,96º

β_a = 18,21º

r = 40 mm = 0,04 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0{,}04\ m} = 10.000\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 10.000\ N \cdot \tan 20{,}96° = 3.830{,}63\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 10.000\ N \cdot \tan 18{,}21° = 3.289{,}77\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{(10.000\ N)^2 + (3.830{,}63\ N)^2 + (3.289{,}77\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 11.202{,}51\ N}$$

Marcha 3ª:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 21,31º

β_a = 21,1º

r = 53,6 mm = 0,0536 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0{,}0536\ m} = 7.462{,}68\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 7.462{,}68\ N \cdot \tan 21{,}31° = 2.911{,}07\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 7.462{,}68\ N \cdot \tan 21{,}1° = 2.879{,}61\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{(7.462{,}68\ \ N)^2 + (2.911{,}07\ N)^2 + (2.879{,}61\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 8.512{,}23\ N}$$

Marcha 4ª:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 20,63º

β_a = 14,78º

r = 60 mm = 0,06 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0{,}06\ m} = 6.666{,}7\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 6.666{,}7\ N \cdot \tan 20{,}63° = 2.509{,}82\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 6.666{,}7\ N \cdot \tan 14{,}78° = 1.758{,}82\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{(6.666{,}7\ N)^2 + (2.509{,}82\ N)^2 + (1.758{,}82\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 7.337{,}38\ N}$$

Marcha 5ª:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 20,36º

β_a = 11,32º

r = 36,71 mm = 0,03671 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0{,}03671\ m} = 10.896{,}21\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 10.896{,}21\ N \cdot \tan 20{,}36° = 4.043{,}61\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 10.896{,}21\ N \cdot \tan 11{,}32° = 2.181{,}23\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{(10.896,21\ N)^2 + (4.043,61\ N)^2 + (2.181,23\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 11.825,22\ N}$$

Marcha 6ª:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 20,96º

β_a = 18,21º

r = 40 mm = 0,04 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0,04\ m} = 10.000\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan\alpha_a = 10.000\ N \cdot \tan 20,96° = 3.830,63\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan\beta_a = 10.000\ N \cdot \tan 18,21° = 3.289,77\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{(10.000\ N)^2 + (3.830,63\ N)^2 + (3.289,77\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 11.202,53 N}$$

Para el cálculo de las ruedas rectas sirve con las fórmulas simplificadas de:

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2}$$

Donde:

$$U = \frac{T}{r}$$

$$F_r = U * \tan \alpha_a$$

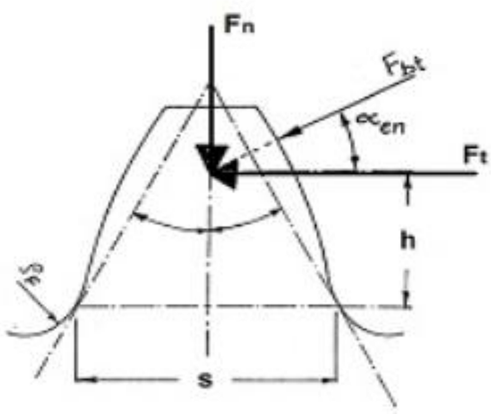


Figura 11: Fuerzas sobre los dientes rectos

Marcha Atrás:

T = 200 N·m x 2 (Incremento por la Toma Constante)

α_a = 20º

r = 24 mm = 0,024 m

$$U = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m \cdot 2}{0{,}024\ m} = 16.666{,}7\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 16.666{,}7\ N \cdot \tan 20° = 6.066{,}17\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2} = \sqrt{(16.666{,}7\ N)^2 + (6.066{,}17\ N)^2}$$

$$\boxed{W = 17.736{,}29\ N}$$

3.10- CÁLCULO DE LAS FUERZAS SOBRE EL DIFERENCIAL

Las fuerzas que aparecen en el Diferencial variarán en función de la marcha que esté engranada en cada momento en la caja de cambios. Se transmitirá un torsor diferente en cada marcha.

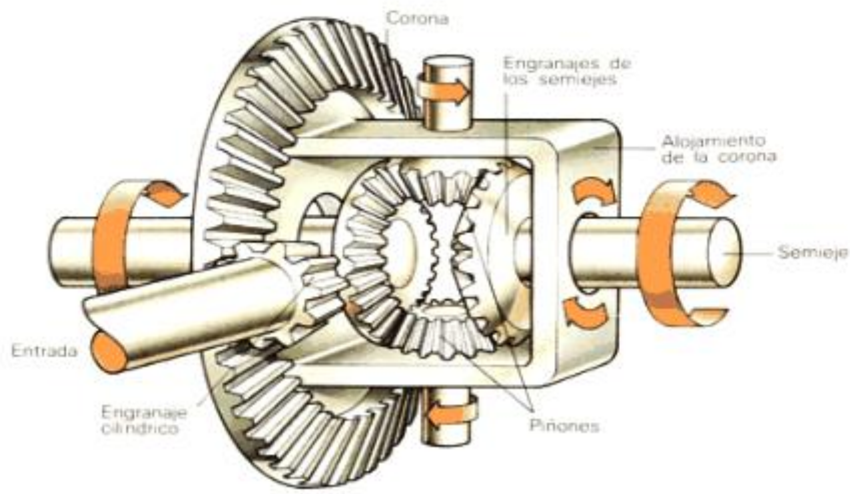


Figura 12: Diferencial de un vehículo

Para el cálculo de las fuerzas a las que se somete al diferencial en función de la marcha establecida se usan las siguientes ecuaciones:

$$\frac{i}{i_{cc}} = \frac{T_{motor}}{T_{dif}}$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}}$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a$$

Se usarán los siguientes datos de partida:

m = 4 mm

$Z_{piñón}$ = 15 (se cogerá un número arbitrario, teniendo en cuenta que no sea ni demasiado grande, ni demasiado pequeño)

α = 20º

Sabiendo el número de dientes, el radio del piñón es:

$$R_{piñón} = \frac{m \cdot Z_{piñón}}{2 \cdot \cos 20°} = \frac{4 \cdot 15}{2 \cdot \cos 20°} = 31{,}93\ mm = 0{,}03193\ m$$

Marcha 1ª:

α_a = 20,96º

β_a = 18,21º

$$T_{dif} = T_{motor} \cdot \frac{i_{cc}}{i} = 200\ N \cdot m \cdot 3{,}615 = 723\ N \cdot m$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}} = \frac{723\ N \cdot m}{0{,}03193\ m} = 22.643{,}3\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 22.643{,}3\ N \cdot \tan 20{,}96° = 8.673{,}82\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 22.643{,}3\ N \cdot \tan 18{,}21° = 7.449{,}12\ N$$

Marcha 2ª:

α_a = 20,96º

β_a = 18,21º

$$T_{dif} = T_{motor} \cdot \frac{i_{cc}}{i} = 200\ N \cdot m \cdot 1{,}947 = 389{,}4\ N \cdot m$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}} = \frac{389{,}4\ N \cdot m}{0{,}03193\ m} = 12.195{,}43\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 12.195{,}43\ N \cdot \tan 20{,}96° = 4.671{,}62\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 12.195{,}43\ N \cdot \tan 18{,}21° = 4.012{,}01\ N$$

Marcha 3ª:

α_a = 21,31º

β_a = 21,1º

$$T_{dif} = T_{motor} \cdot \frac{i_{cc}}{i} = 200\ N \cdot m \cdot 1{,}281 = 256{,}2\ N \cdot m$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}} = \frac{256{,}2\ N \cdot m}{0{,}03193\ m} = 8.023{,}8\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 8.023{,}8\ N \cdot \tan 21{,}31° = 3.129{,}96\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 8.023{,}8\ N \cdot \tan 21{,}1° = 3.096{,}132\ N$$

Marcha 4ª:

α_a = 20,63º

β_a = 14,78º

$$T_{dif} = T_{motor} \cdot \frac{i_{cc}}{i} = 200\ N \cdot m \cdot 0{,}973 = 194{,}6\ N \cdot m$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}} = \frac{194{,}6\ N \cdot m}{0{,}03193\ m} = 6.094{,}58\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 6.094{,}58\ N \cdot \tan 20{,}63° = 2.294{,}44\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 6.094{,}58\ N \cdot \tan 14{,}78° = 1.607{,}98\ N$$

Marcha 5ª:

α_a = 20,36º

β_a = 11,32º

$$T_{dif} = T_{motor} \cdot \frac{i_{cc}}{i} = 200\ N \cdot m \cdot 0{,}778 = 155{,}6\ N \cdot m$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}} = \frac{155{,}6\ N \cdot m}{0{,}03193\ m} = 4.873{,}16\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 4.873{,}16\ N \cdot \tan 20{,}36° = 1.808{,}44\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 4.873{,}16\ N \cdot \tan 11{,}32° = 975{,}52\ N$$

Marcha 6ª:

α_a = 20,96º

β_a = 18,21º

$$T_{dif} = T_{motor} \cdot \frac{i_{cc}}{i} = 200\ N \cdot m \cdot 0{,}642 = 128{,}4\ N \cdot m$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}} = \frac{128{,}4\ N \cdot m}{0{,}03193\ m} = 4.021{,}29\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 4.021{,}29\ N \cdot \tan 20{,}96° = 1.540{,}41\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \beta_a = 4.021{,}29\ N \cdot \tan 18{,}21° = 1.322{,}91\ N$$

Marcha Atrás:

α_a = 20º

β_a = 18,21º

$$T_{dif} = T_{motor} \cdot \frac{i_{cc}}{i} = 200\ N \cdot m \cdot 3{,}182 = 636{,}4\ N \cdot m$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñón}} = \frac{636{,}4\ N \cdot m}{0{,}03193\ m} = 19.931{,}1\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a = 19.931{,}1\ N \cdot \tan 20° = 7.254{,}33\ N$$

3.11- CÁLCULO DE LOS EJES

Una vez obtenidas todas las fuerzas sobre los engranajes, el siguiente paso es el cálculo de los ejes de la caja de cambios. Primero se calculará el eje intermediario para, posteriormente, calcular los ejes secundarios. Para ello se usará la fórmula proporcionada por el código ASME.

Este código ha sido elegido por la sencillez del cálculo y por su naturaleza conservadora que se pondrá del lado de la seguridad. Para la fórmula que se muestra a continuación, sólo se necesitarán las fuerzas de los dientes surgidas del engrane y las reacciones en los apoyos derivadas de dichas fuerzas.

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

Donde:

d = Diámetro del Eje

CS = Coeficiente de Seguridad (se tomará 2)

σ_s = Tensión de Fluencia del Material (34CR4 con $\sigma_s = 100 \frac{kg}{mm^2} = 981 \frac{N}{mm^2}$)

C_m = Coeficiente de Fatiga e Impacto para el Momento Flector

M = Momento Flector

C_t = Coeficiente de Fatiga e Impacto para el Momento Torsor

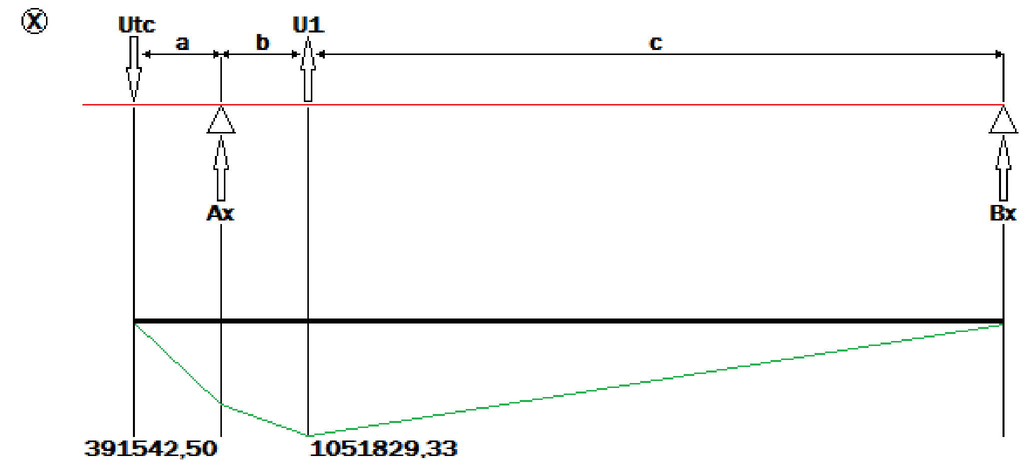
M = Momento Torsor

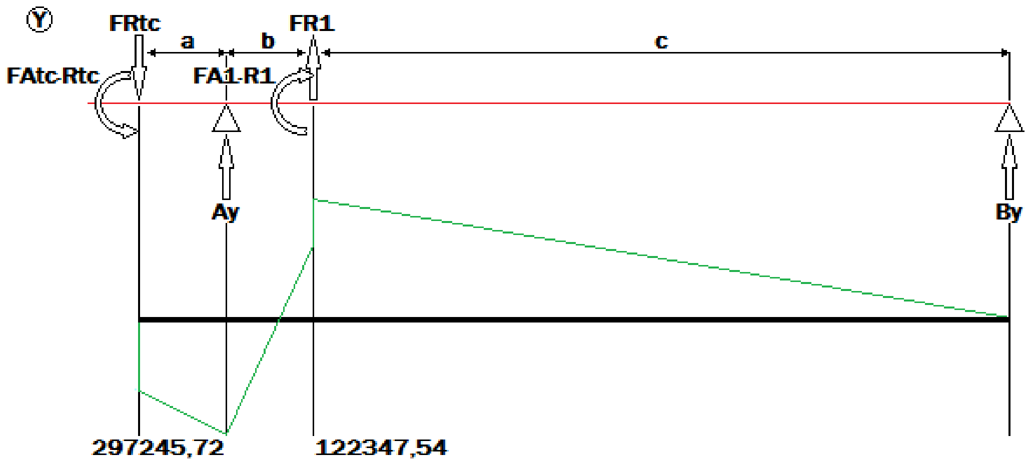
Según el código ASME, los coeficientes de fatiga e impacto dependen del tipo de carga aplicada. Así, en el caso de ejes giratorios con cargas constantes (que es el caso de este proyecto) los valores son de C_m = 1,5 y C_t = 1.

Eje Intermedio o Intermediario

Es conocido como árbol opuesto o contraeje. Consta de un piñón corona conducido que se engrana con el árbol primario y de varios piñones que pueden engranar con el árbol secundario en función de la marcha seleccionada. Dichos piñones giran solidarios al eje. Este eje intermedio gira en el sentido opuesto al del motor.

Marcha 1ª:





Sabiendo que:

$$U_{tc} = 7.830{,}85\ N \qquad U_1 = 15.835{,}31\ N$$

$$Fr_{tc} = 3.032{,}67\ N \qquad Fr_1 = 6.065{,}92\ N$$

$$Fa_{tc} = 2.850{,}67\ N \qquad Fa_1 = 5.209{,}45\ N$$

$$R_{tc} = 51{,}08\ mm \qquad R_1 = 25{,}26\ mm$$

$$a = 50\ mm \qquad b = 50\ mm \qquad c = 400\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{tc} - U_1$$

$$\sum F_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{tc} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Bz} = Fa_1 - Fa_{tc}$$

$$\left(\sum M_B\right)_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay}(b+c) + Fa_1 \cdot r_1 - Fa_{tc} \cdot r_{tc} = Fr_{tc}(a+b+c) + Fr_1 \cdot c$$

$$\left(\sum M_B\right)_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax}(b+c) = U_{tc}(a+b+c) - U_1 \cdot c$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -5.374{,}89\ N$$

$$R_{Bx} = -2.629{,}57\ N$$

$$R_{Ay} = 8.792,72\ N$$

$$R_{By} = 305,87\ N$$

$$R_{Bz} = 2.358,78\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{1.051.829,33^2 + 122.347,54^2} = 1.058.921,086\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 7.830,85 \cdot 51,08 = 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm$$

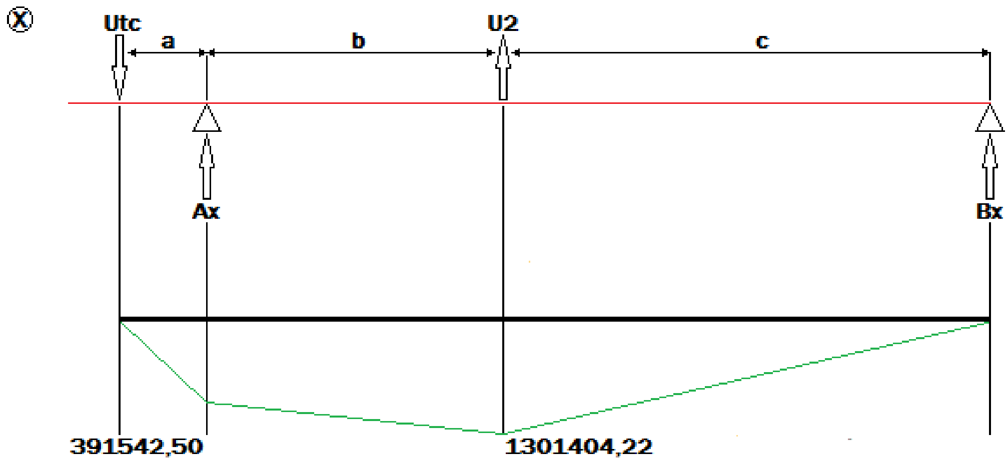
Por último:

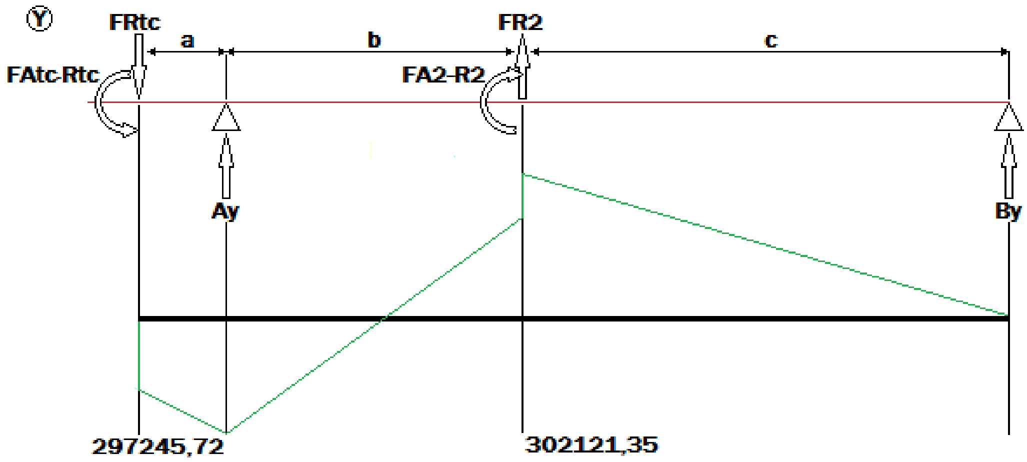
$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1,5 \cdot 1.058.921,086\ \ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm)^2}}$$

$$= \ 32,4\ mm$$

Marcha 2ª:





Sabiendo que:

$U_{tc} = 7.830{,}85\ N$ $\qquad$ $U_2 = 10.000\ N$

$Fr_{tc} = 3.032{,}67\ N$ $\qquad$ $Fr_2 = 3.830{,}63\ N$

$Fa_{tc} = 2.850{,}67\ N$ $\qquad$ $Fa_2 = 3.289.77\ N$

$R_{tc} = 51{,}08\ mm$ $\qquad$ $R_2 = 40\ mm$

$a = 50\ mm$ $\qquad$ $b = 170\ mm$ $\qquad$ $c = 280\ mm$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0\ \rightarrow\ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{tc} - U_2$$

$$\sum F_y = 0\ \rightarrow\ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{tc} + Fr_2$$

$$\sum F_x = 0\ \rightarrow\ R_{Bz} = Fa_2 - Fa_{tc}$$

$$\left(\sum M_B\right)_y = 0\ \rightarrow\ R_{Ay}(b+c) + Fa_2 \cdot r_2 - Fa_{tc} \cdot r_{tc} = Fr_{tc}(a+b+c) + Fr_2 \cdot c$$

$$\left(\sum M_B\right)_x = 0 \rightarrow R_{Ax}(b+c) = U_{tc}(a+b+c) - U_2 \cdot c$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = 2.478{,}72\ N$$

$$R_{Bx} = -4.647{,}87\ N$$

$$R_{Ay} = 5.784{,}30\ N$$

$$R_{By} = 1.079\ N$$

$$R_{Bz} = 439{,}10\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

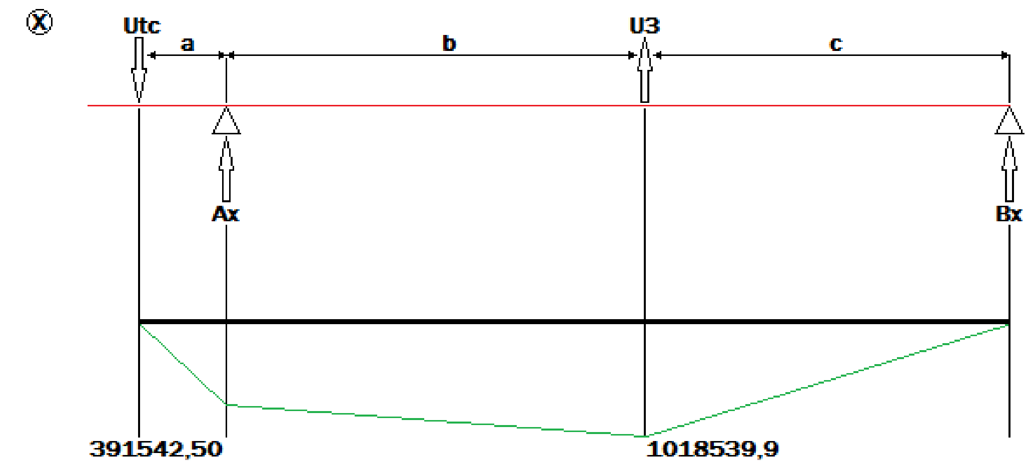
$$M = \sqrt[2]{1.301.404{,}22^2 + 302.121{,}35^2} = 1.336.012{,}823\ N \cdot mm$$

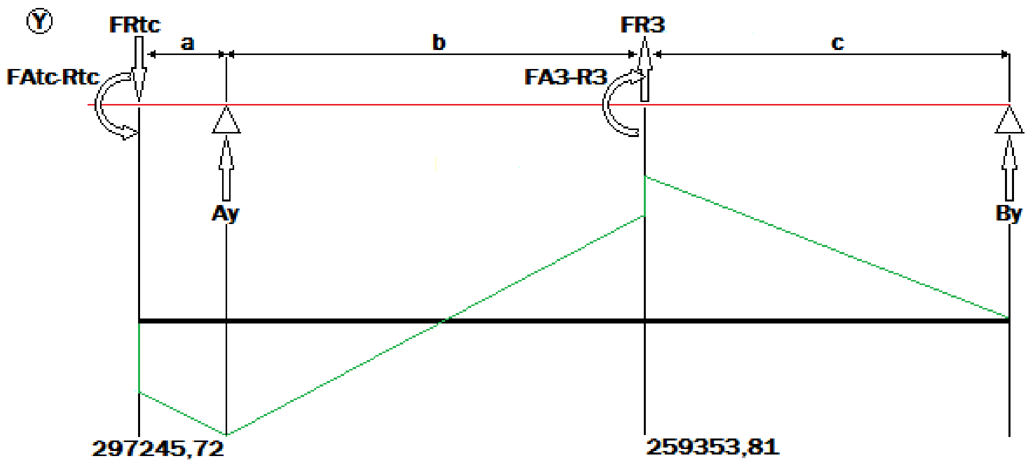
$$T = U \cdot R = 7.830{,}85 \cdot 51{,}08 = 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm$$

Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_S} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.336.012{,}823\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm)^2}}$$
$$= 34{,}88\ mm$$

Marcha 3ª:





Sabiendo que:

$$U_{tc} = 7.830,85\ N \qquad U_3 = 7.462.68\ N$$

$$Fr_{tc} = 3.032,67\ N \qquad Fr_3 = 2.911,07\ N$$

$$Fa_{tc} = 2.850,67\ N \qquad Fa_3 = 2.879,61\ N$$

$$R_{tc} = 51,08\ mm \qquad R_3 = 53,6\ mm$$

$$a = 50\ mm \qquad b = 240\ mm \qquad c = 210\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + R_{Bx} = U_{tc} - U_3$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = Fr_{tc} + Fr_3$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Bz} = Fa_3 - Fa_{tc}$$

$$\left(\sum M_B\right)_y = 0 \rightarrow R_{Ay}(b+c) + Fa_3 \cdot r_3 - Fa_{tc} \cdot r_{tc} = Fr_{tc}(a+b+c) + Fr_3 \cdot c$$

$$\left(\sum M_B\right)_x = 0 \rightarrow R_{Ax}(b+c) = U_{tc}(a+b+c) - U_3 \cdot c$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = 5.218{,}36\ N$$

$$R_{Bx} = -4.850{,}19\ N$$

$$R_{Ay} = 4.708{,}72\ N$$

$$R_{By} = 1.235{,}02\ N$$

$$R_{Bz} = 28{,}94\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

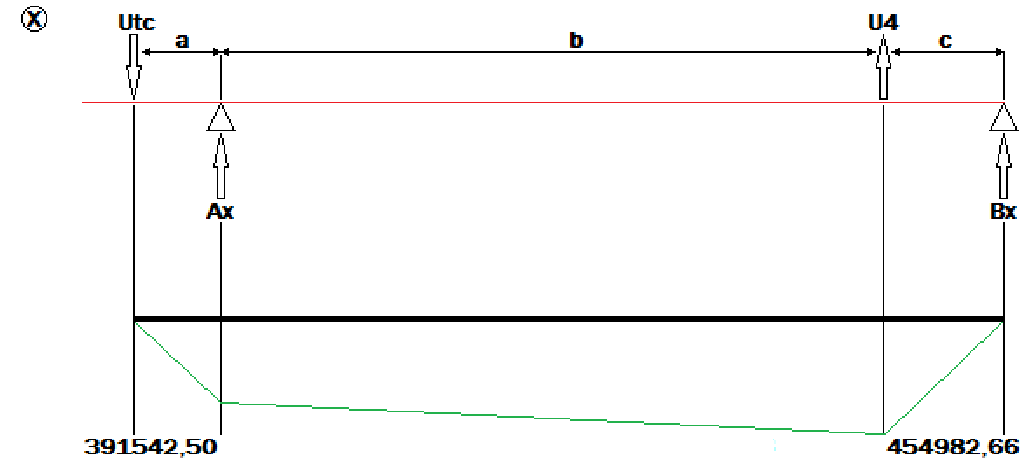
$$M = \sqrt[2]{1.018.539{,}99^2 + 259.353{,}81^2} = 1.051.041{,}445\ N \cdot mm$$

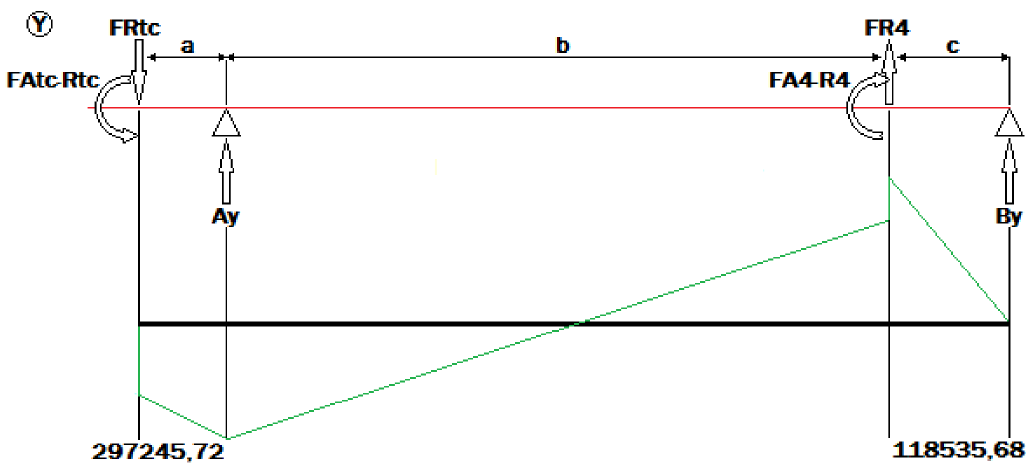
$$T = U \cdot R = 7.830{,}85 \cdot 51{,}08 = 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm$$

Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.051.041{,}445\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm)^2}}$$
$$= 32{,}32\ mm$$

Marcha 4ª:





Sabiendo que:

$$U_{tc} = 7.830{,}85\ N \qquad U_4 = 6.666{,}7\ N$$

$$Fr_{tc} = 3.032{,}67\ N \qquad Fr_4 = 2.509{,}82\ N$$

$$Fa_{tc} = 2.850{,}67\ N \qquad Fa_4 = 1.758{,}82\ N$$

$$R_{tc} = 51{,}08\ mm \qquad R_4 = 60\ mm$$

$$a = 50\ mm \qquad b = 380\ mm \qquad c = 70\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{tc} - U_4$$

$$\sum F_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{tc} + Fr_4$$

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Bz} = Fa_4 - Fa_{tc}$$

$$\left(\sum M_B\right)_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay}(b+c) + Fa_4 \cdot r_4 - Fa_{tc} \cdot r_{tc} = Fr_{tc}(a+b+c) + Fr_4 \cdot c$$

$$\left(\sum M_B\right)_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax}(b+c) = U_{tc}(a+b+c) - U_4 \cdot c$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = 7.663{,}90 N$$

$$R_{Bx} = -6.499{,}75\ N$$

$$R_{Ay} = 3.849{,}12\ N$$

$$R_{By} = 1.693,37\ N$$

$$R_{Bz} = -1.091,85\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

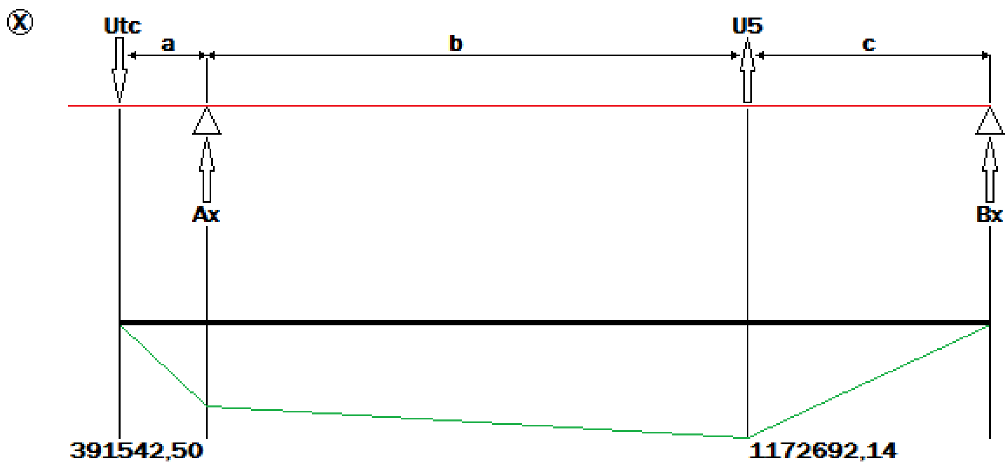
$$M = \sqrt[2]{454.982,66^2 + 118.535,68^2} = 470.170,10\ N \cdot mm$$

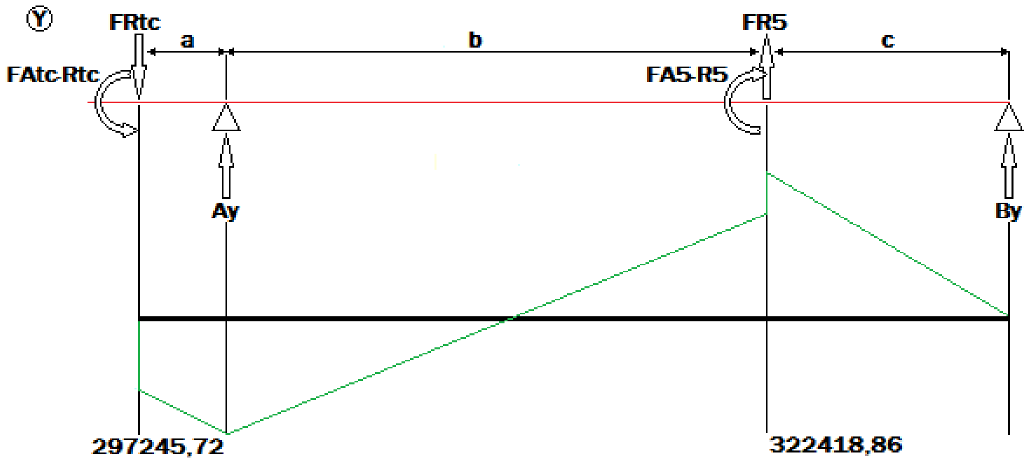
$$T = U \cdot R = 7.830,85 \cdot 51,08 = 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm$$

Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1,5 \cdot 470.170,10\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm)^2}}$$
$$= 25,63\ mm$$

Marcha 5ª:





Sabiendo que:

$$U_{tc} = 7.830{,}85\ N \qquad U_5 = 10.896{,}21\ N$$

$$Fr_{tc} = 3.032{,}67\ N \qquad Fr_5 = 4.043{,}61\ N$$

$$Fa_{tc} = 2.850{,}67\ N \qquad Fa_5 = 2.181{,}23\ N$$

$$R_{tc} = 51{,}08\ mm \qquad R_5 = 36{,}71\ mm$$

$$a = 50\ mm \qquad b = 310\ mm \qquad c = 140\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{tc} - U_5$$

$$\sum F_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{tc} + Fr_5$$

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Bz} = Fa_5 - Fa_{tc}$$

$$\left(\sum M_B\right)_y = 0 \; \rightarrow \; R_{Ay}(b+c) + Fa_5 \cdot r_5 - Fa_{tc} \cdot r_{tc} = Fr_{tc}(a+b+c) + Fr_5 \cdot c$$

$$\left(\sum M_B\right)_x = 0 \; \rightarrow \; R_{Ax}(b+c) = U_{tc}(a+b+c) - U_5 \cdot c$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = 5.311{,}01 \; N$$

$$R_{Bx} = -8.376{,}37 \; N$$

$$R_{Ay} = 4.773{,}29 \; N$$

$$R_{By} = 2.302{,}99 \; N$$

$$R_{Bz} = -669{,}44 \; N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{1.172.692{,}14^2 + 322.418{,}86^2} = 1.216.207{,}54 \; N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 7.830{,}85 \cdot 51{,}08 \; = 400 \; x \; 10^3 \; N \cdot mm$$

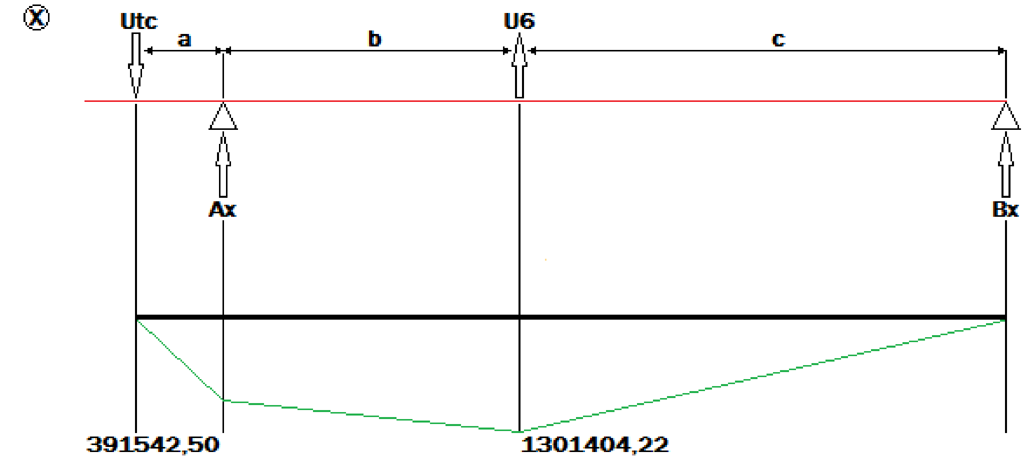
Por último:

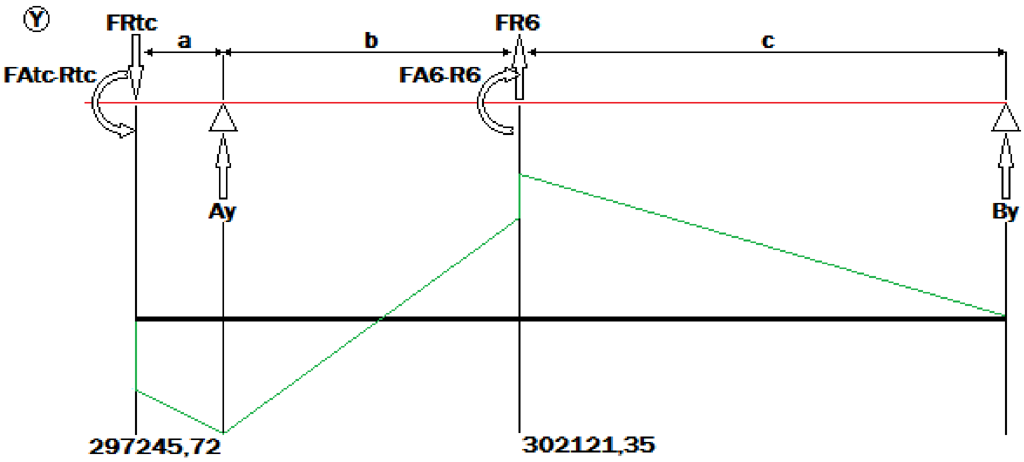
$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \; CS}{\pi \cdot \sigma_S} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981 \; \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.216.207{,}54 \; N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 400 \; x \; 10^3 \; N \cdot mm)^2}}$$

$$= 33{,}84 \; mm$$

Marcha 6ª:





Sabiendo que:

$$U_{tc} = 7.830,85\ N \qquad U_6 = 10.000\ N$$

$$Fr_{tc} = 3.032,67\ N \qquad Fr_6 = 3.830,63\ N$$

$$Fa_{tc} = 2.850,67\ N \qquad Fa_6 = 3.289,77\ N$$

$$R_{tc} = 51,08\ mm \qquad R_6 = 40\ mm$$

$$a = 50\ mm \qquad b = 170\ mm \qquad c = 280\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + R_{Bx} = U_{tc} - U_6$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = Fr_{tc} + Fr_6$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Bz} = Fa_6 - Fa_{tc}$$

$$\left(\sum M_B\right)_y = 0 \rightarrow R_{Ay}(b+c) + Fa_6 \cdot r_6 - Fa_{tc} \cdot r_{tc} = Fr_{tc}(a+b+c) + Fr_6 \cdot c$$

$$\left(\sum M_B\right)_x = 0 \rightarrow R_{Ax}(b+c) = U_{tc}(a+b+c) - U_6 \cdot c$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = 2.478{,}72\ N$$

$$R_{Bx} = -4.647{,}87\ N$$

$$R_{Ay} = 5.784{,}30\ N$$

$$R_{By} = 1.079\ N$$

$$R_{Bz} = 439{,}1\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{1.301.404{,}22^2 + 302.121{,}35^2} = 1.336.012{,}823\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 7.830{,}85 \cdot 51{,}08 = 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm$$

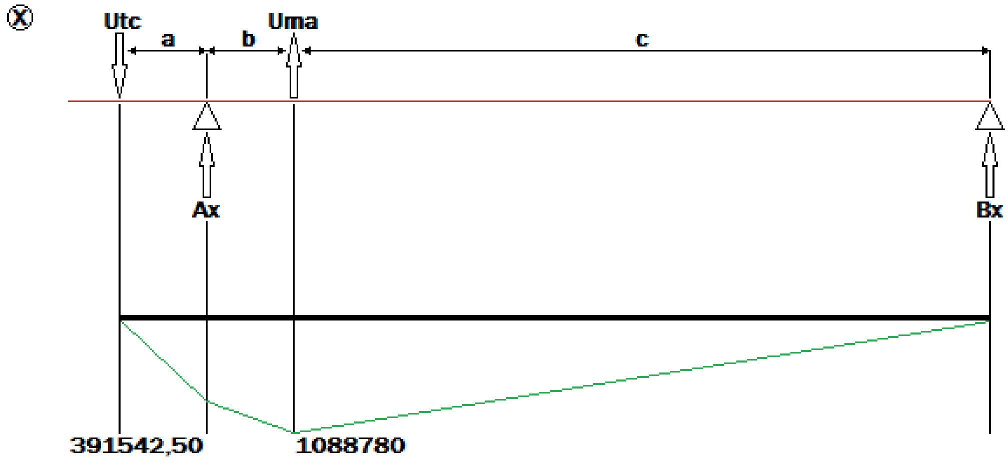
Por último:

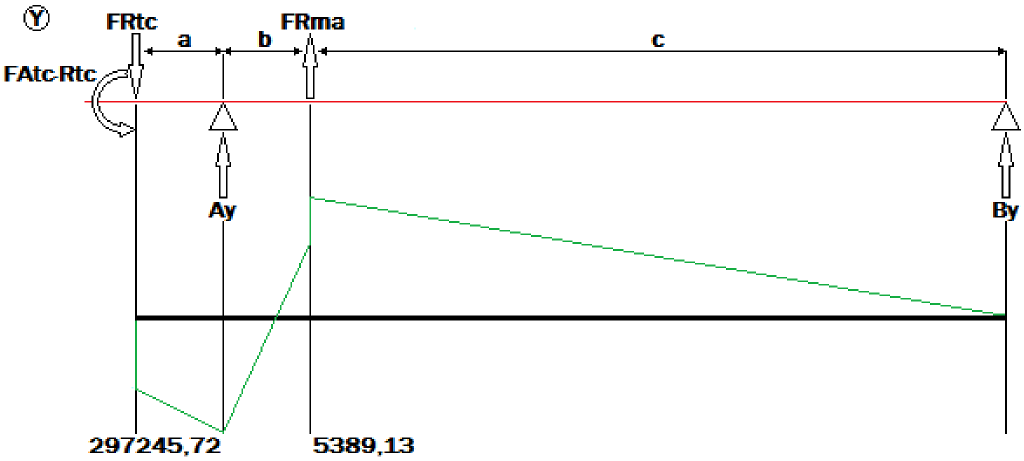
$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.336.012{,}823\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm)^2}}$$

$$= 34{,}88\ mm$$

Marcha Atrás:





Sabiendo que:

$U_{tc} = 7.830,85\ N$ $\quad$ $U_{ma} = 16.666,7\ N$

$Fr_{tc} = 3.032,67\ N$ $\quad$ $Fr_{ma} = 6.066,17\ N$

$R_{tc} = 51,08\ mm$ $\quad$ $R_{ma} = 24\ mm$

$$Fa_{tc} = 2.850,67\ N$$

$a = 50\ mm$ $\quad$ $b = 50\ mm$ $\quad$ $c = 400\ mm$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{tc} - U_{ma}$$

$$\sum F_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{tc} + Fr_{ma}$$

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Bz} = -Fa_{tc}$$

$$\left(\sum M_B\right)_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay}(b+c) - Fa_{tc} \cdot r_{tc} = Fr_{tc}(a+b+c) + Fr_{ma} \cdot c$$

$$\left(\sum M_B\right)_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax}(b+c) = U_{tc}(a+b+c) - U_{ma} \cdot c$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -6.113,90\ N$$

$$R_{Bx} = -2.721,95\ N$$

$$R_{Ay} = 9.085,37\ N$$

$$R_{By} = 13{,}47\ N$$

$$R_{Bz} = -2.850{,}67\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{1.088.780^2 + 5.389{,}13^2} = 1.088.793{,}337\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 7.830{,}85 \cdot 51{,}08 = 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm$$

Por último:

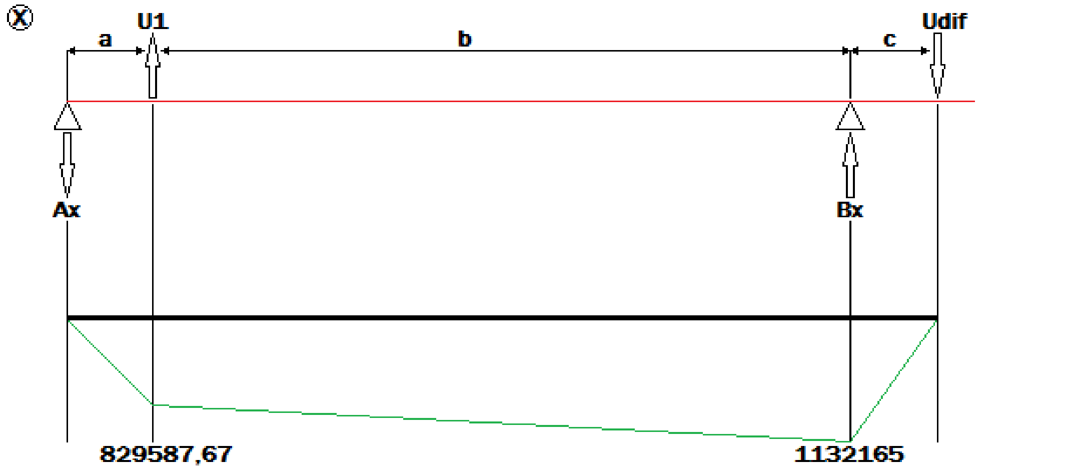
$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_S} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.088.793{,}337\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 400\ x\ 10^3\ N \cdot mm)^2}}$$
$$= 32{,}68\ mm$$

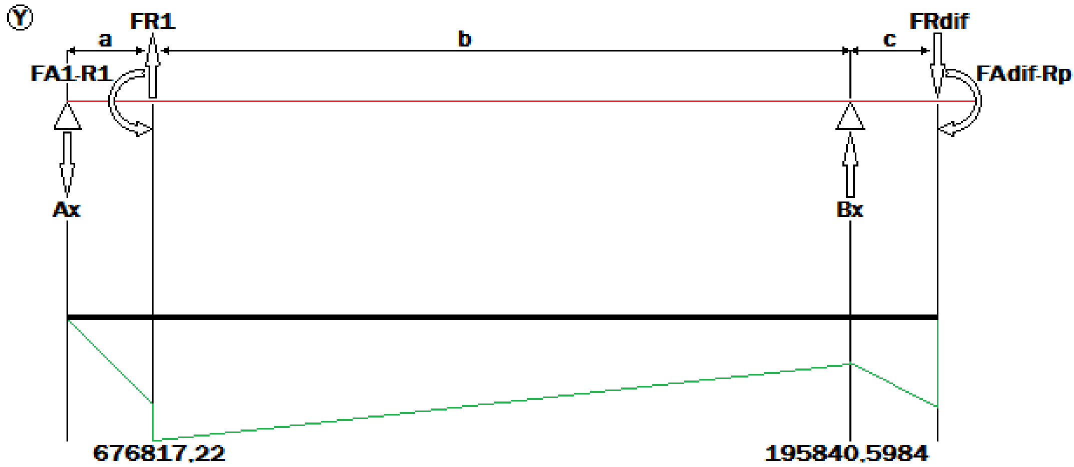
De entre todos los resultados obtenidos 34,88 mm es el diámetro más grande y es el necesario para soportar las fuerzas que aparecen al engranar las ruedas de la 2ª y 6ª Marcha. Dado que no existen ejes comerciales con un diámetro de 34,88 mm, se usará un eje con diámetro de 35 mm.

Eje Secundario

Los ejes secundarios son aquellos en los que varios engranajes conducidos giran sueltos (es decir, locos) hasta que son hechos girar solidariamente con el eje mediante un sistema de desplazables conocidos como sincronizadores. Estos ejes giran en el sentido del motor (cuando se trata de cajas de cambio longitudinal) y al contrario en las cajas transversales.

Marcha 1ª:





Sabiendo que:

$$U_{dif1} = 22.643{,}3\ N \qquad U_1 = 15.835{,}31\ N$$

$$Fr_{dif1} = 8.673{,}82\ N \qquad Fr_1 = 6.065{,}92\ N$$

$$Fa_{dif1} = 7.449{,}12\ N \qquad Fa_1 = 5.209{,}45\ N$$

$$R_{piñón} = 31{,}93\ mm \qquad R_1 = 92{,}64\ mm$$

$$a = 50\ mm \qquad b = 400\ mm \qquad c = 50\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \;\rightarrow\; R_{Ax} + R_{Bx} = U_{dif1} - U_1$$

$$\sum F_y = 0 \;\rightarrow\; R_{Ay} + R_{By} = Fr_{dif1} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0 \;\rightarrow\; R_{Bz} = Fa_{dif1} - Fa_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_y = 0 \;\rightarrow\; R_{By}(a+b) + Fa_{dif1} \cdot r_{dif1} = Fr_{dif1}(a+b+c) + Fr_1 \cdot a + Fa_1 \cdot r_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_x = 0 \;\rightarrow\; R_{Bx}(a+b) = U_{dif1}(a+b+c) - U_1 \cdot a$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -16.591{,}75\ N$$

$$R_{Bx} = 23.399{,}74\ N$$

$$R_{Ay} = 3.884{,}28\ N$$

$$R_{By} = 10.855{,}46\ N$$

$$R_{Bz} = 2.239{,}67\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

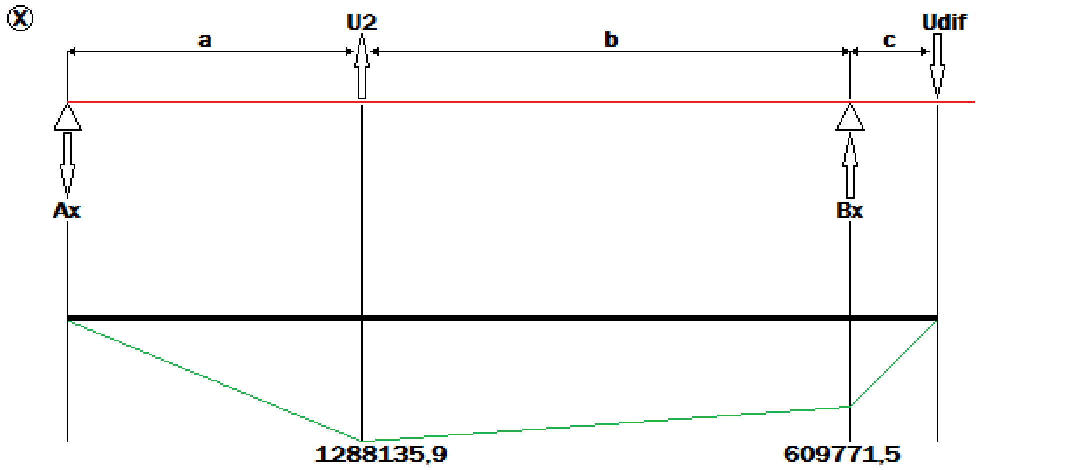
$$M = \sqrt[2]{829.587{,}67^2 + 676.817{,}22^2} = 1.070.652{,}72\ N \cdot mm$$

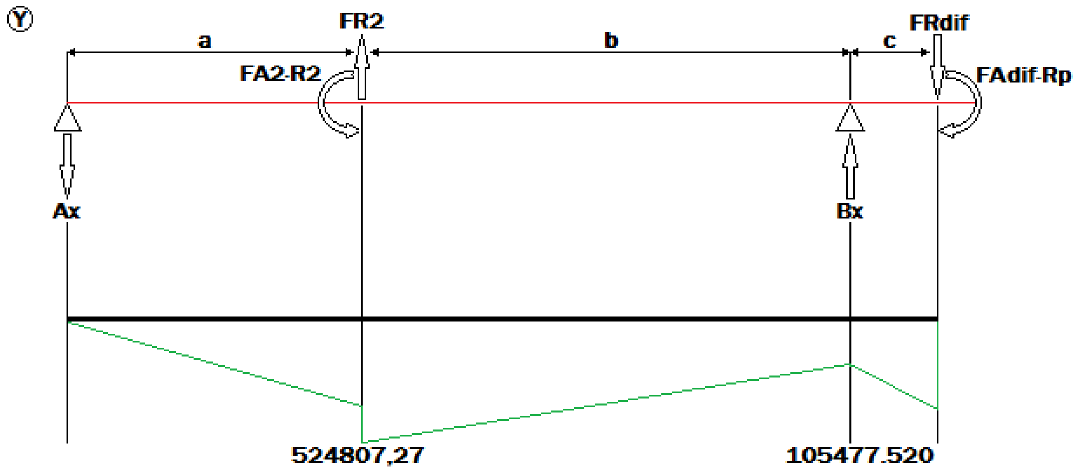
$$T = U \cdot R = 15.835{,}31 \cdot 92{,}08 = 1.466.983{,}118\ N \cdot mm$$

Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.070.652{,}72\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 1.466.983{,}118\ N \cdot mm)^2}}$$
$$= 35{,}61\ mm$$

Marcha 2ª:





Sabiendo que:

$$U_{dif2} = 12.195{,}43\ N \qquad U_2 = 10.000\ N$$

$$Fr_{dif2} = 4.671{,}62\ N \qquad Fr_2 = 3.830{,}63\ N$$

$$Fa_{dif2} = 4.012{,}01\ N \qquad Fa_2 = 3.289{,}77\ N$$

$$R_{piñón} = 31{,}93\ mm \qquad R_2 = 77{,}9\ mm$$

$$a = 170\ mm \qquad b = 280\ mm \qquad c = 50\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow\ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{dif1} - U_1$$

$$\sum F_y = 0 \ \rightarrow\ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{dif1} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow\ R_{Bz} = Fa_{dif1} - Fa_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_y = 0 \ \rightarrow\ R_{By}(a+b) + Fa_{dif1} \cdot r_{dif1} = Fr_{dif1}(a+b+c) + Fr_1 \cdot a + Fa_1 \cdot r_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_x = 0 \ \rightarrow\ R_{Bx}(a+b) = U_{dif1}(a+b+c) - U_1 \cdot a$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -7.577{,}27\ N$$

$$R_{Bx} = 9.772{,}7\ N$$

$$R_{Ay} = 1.579{,}61\ N$$

$$R_{By} = 6.922{,}64\ N$$

$$R_{Bz} = 722{,}24\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{1.288.135{,}9^2 + 524.807{,}27^2} = 1.390.940{,}966\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 10.000 \cdot 77{,}9 = 779.000\ N \cdot mm$$

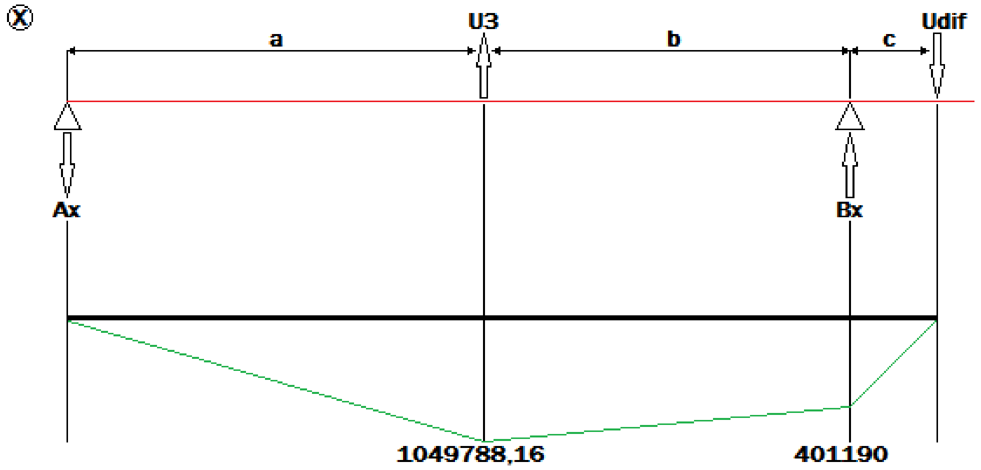
Por último:

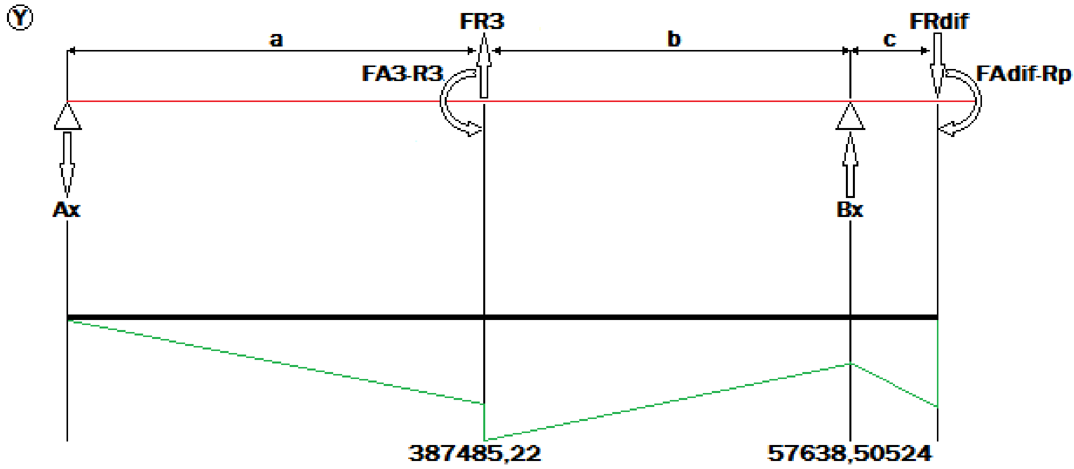
$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.390.940{,}966\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 779.000\ N \cdot mm)^2}}$$

$$= 35{,}89\ mm$$

Marcha 3ª:





Sabiendo que:

$$U_{dif3} = 8.023,8\ N \qquad U_3 = 7.462,68\ N$$

$$Fr_{dif3} = 3.129,96\ N \qquad Fr_3 = 2.911,07\ N$$

$$Fa_{dif3} = 3.096,132\ N \qquad Fa_3 = 2.879,61\ N$$

$$R_{piñón} = 31,93\ mm \qquad R_3 = 68,6\ mm$$

$$a = 240\ mm \qquad b = 210\ mm \qquad c = 50\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + R_{Bx} = U_{dif1} - U_1$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = Fr_{dif1} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Bz} = Fa_{dif1} - Fa_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_y = 0 \rightarrow R_{By}(a+b) + Fa_{dif1} \cdot r_{dif1} = Fr_{dif1}(a+b+c) + Fr_1 \cdot a + Fa_1 \cdot r_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_x = 0 \rightarrow R_{Bx}(a+b) = U_{dif1}(a+b+c) - U_1 \cdot a$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -4.374{,}12\ N$$

$$R_{Bx} = 4.935{,}24\ N$$

$$R_{Ay} = 791{,}43\ N$$

$$R_{By} = 5.249{,}6\ N$$

$$R_{Bz} = 216{,}52\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{1.049.788{,}16^2 + 387.485{,}22^2} = 1.119.017{,}415\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 7.492{,}68 \cdot 68{,}6 = 511.939{,}848\ N \cdot mm$$

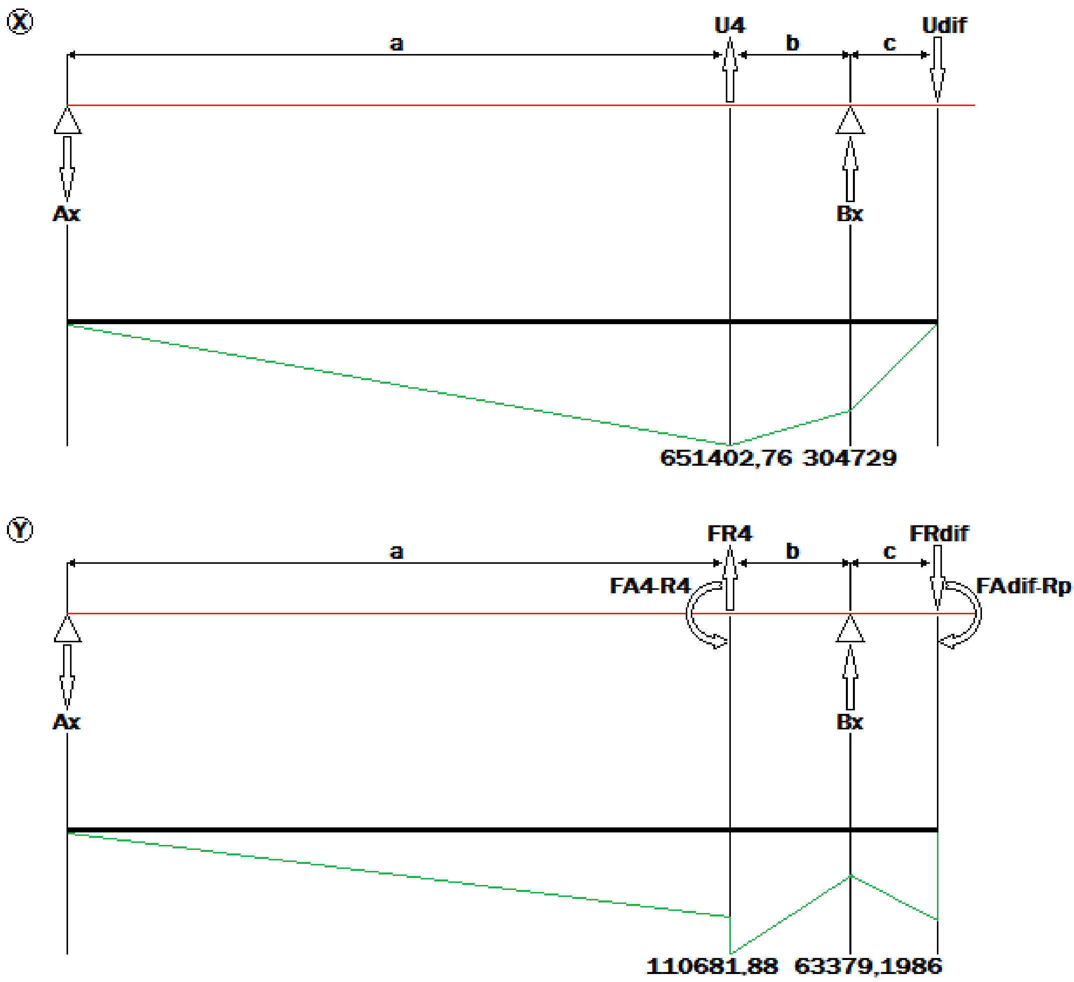
Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.119.017{,}415\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 511.939{,}848\ N \cdot mm)^2}}$$

$$= 33{,}15\ mm$$

Marcha 4ª:



Sabiendo que:

$$U_{dif4} = 6.094{,}58\ N \qquad U_4 = 6.666{,}7\ N$$

$$Fr_{dif4} = 2.294{,}44\ N \qquad Fr_4 = 2.509{,}82\ N$$

$$Fa_{dif4} = 1.607{,}98\ N \qquad Fa_4 = 1.758{,}82\ N$$

$$R_{piñón} = 31{,}93\ mm \qquad R_4 = 57{,}91\ mm$$

$$a = 380\ mm \qquad b = 70\ mm \qquad c = 50\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0\ \rightarrow\ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{dif1} - U_1$$

$$\sum F_y = 0\ \rightarrow\ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{dif1} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0\ \rightarrow\ R_{Bz} = Fa_{dif1} - Fa_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_y = 0\ \rightarrow\ R_{By}(a+b) + Fa_{dif1}\cdot r_{dif1}$$
$$= Fr_{dif1}(a+b+c) + Fr_1\cdot a + Fa_1\cdot r_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_x = 0\ \rightarrow\ R_{Bx}(a+b) = U_{dif1}(a+b+c) - U_1\cdot a$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -1.714{,}22\ N$$

$$R_{Bx} = 1.142{,}1\ N$$

$$R_{Ay} = 23{,}23\ N$$

$$R_{By} = 4.781{,}03\ N$$

$$R_{Bz} = -150{,}84\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{651.401{,}76^2 + 110.681{,}88^2} = 660.739{,}0015\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 6.666{,}7 \cdot 57{,}91 = 386.068{,}597\ N \cdot mm$$

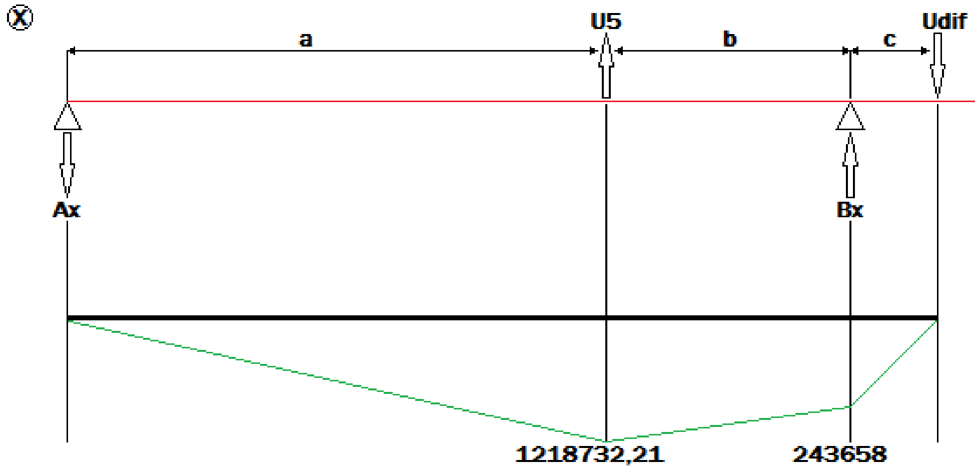
Por último:

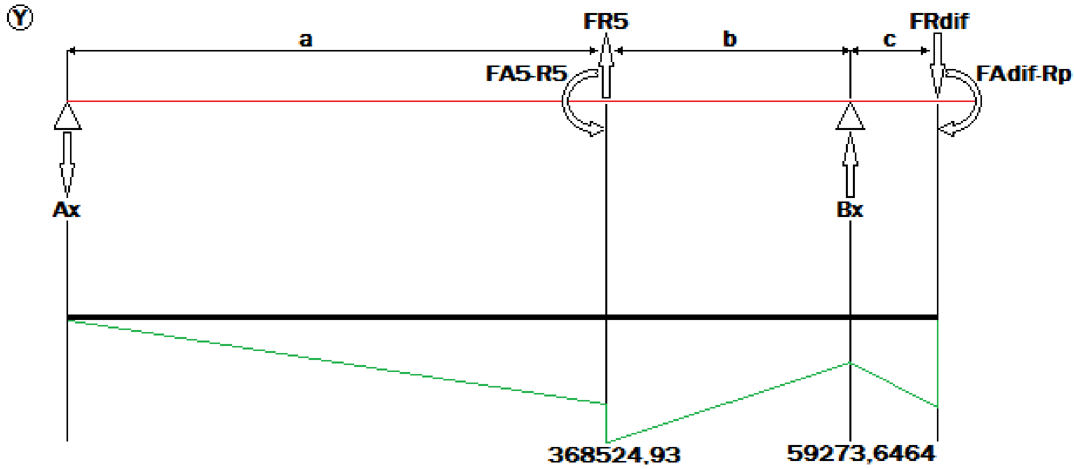
$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 660.739{,}0015\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 386.068{,}597\ N \cdot mm)^2}}$$

$$= 28{,}06\ mm$$

Marcha 5ª:





Sabiendo que:

$U_{dif5} = 4.873,16\ N$ $\qquad$ $U_5 = 10.896,21\ N$

$Fr_{dif5} = 1.808,44\ N$ $\qquad$ $Fr_5 = 4.043,61\ N$

$Fa_{dif5} = 975,52\ N$ $\qquad$ $Fa_5 = 2.181,23\ N$

$R_{piñón} = 31,93\ mm$ $\qquad$ $R_5 = 28,55\ mm$

$a = 310\ mm$ $\qquad$ $b = 140\ mm$ $\qquad$ $c = 50\ mm$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + R_{Bx} = U_{dif1} - U_1$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = Fr_{dif1} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Bz} = Fa_{dif1} - Fa_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_y = 0 \rightarrow R_{By}(a+b) + Fa_{dif1} \cdot r_{dif1}$$
$$= Fr_{dif1}(a+b+c) + Fr_1 \cdot a + Fa_1 \cdot r_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_x = 0 \rightarrow R_{Bx}(a+b) = U_{dif1}(a+b+c) - U_1 \cdot a$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -3.931{,}39\ N$$

$$R_{Bx} = -2.091{,}66\ N$$

$$R_{Ay} = 987{,}91\ N$$

$$R_{By} = 4.864{,}14\ N$$

$$R_{Bz} = -1.205{,}71\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{1.218.732{,}21^2 + 368.524{,}93^2} = 1.273.231{,}646\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 10.896{,}21 \cdot 28{,}55 \ = 311.086{,}7955\ N \cdot mm$$

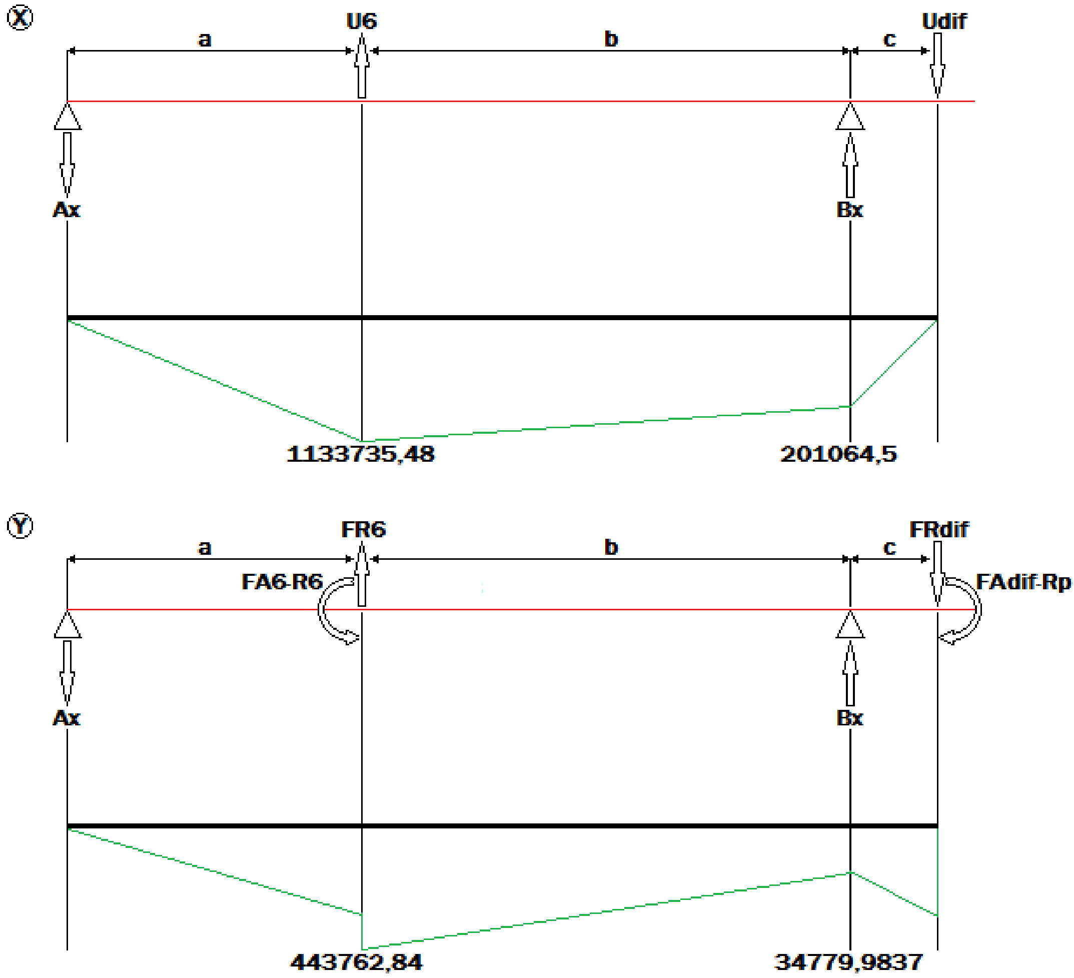
Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_S} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.273.231{,}646\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 311.086{,}7955\ N \cdot mm)^2}}$$

$$= \ 34{,}25\ mm$$

Marcha 6ª:



Sabiendo que:

$$U_{dif6} = 4.021{,}29\ N \qquad U_6 = 10.000\ N$$

$$Fr_{dif6} = 1.540{,}41\ N \qquad Fr_6 = 3.830{,}63\ N$$

$$Fa_{dif6} = 1.322{,}91\ N \qquad Fa_6 = 3.289{,}77\ N$$

$$R_{piñón} = 31{,}93\ mm \qquad R_6 = 25{,}26\ mm$$

$$a = 170\ mm \qquad b = 280\ mm \qquad c = 50\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Ax} + R_{Bx} = U_{dif1} - U_1$$

$$\sum F_y = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay} + R_{By} = Fr_{dif1} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Bz} = Fa_{dif1} - Fa_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_y = 0 \ \rightarrow \ R_{By}(a+b) + Fa_{dif1} \cdot r_{dif1}$$
$$= Fr_{dif1}(a+b+c) + Fr_1 \cdot a + Fa_1 \cdot r_1$$

$$\left(\sum M_A\right)_x = 0 \ \rightarrow \ R_{Bx}(a+b) = U_{dif1}(a+b+c) - U_1 \cdot a$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -6.669{,}03\ N$$

$$R_{Bx} = 690{,}32\ N$$

$$R_{Ay} = 2.121{,}55\ N$$

$$R_{By} = 3.249{,}49\ N$$

$$R_{Bz} = -1.966{,}86\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

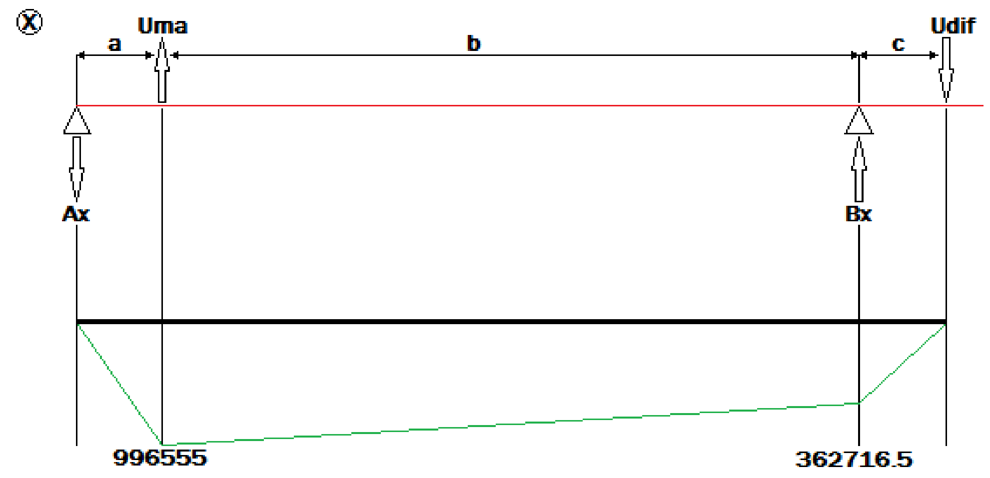
$$M = \sqrt[2]{1.133.735{,}48^2 + 443.762{,}84^2} = 1.217.489{,}872\ N \cdot mm$$

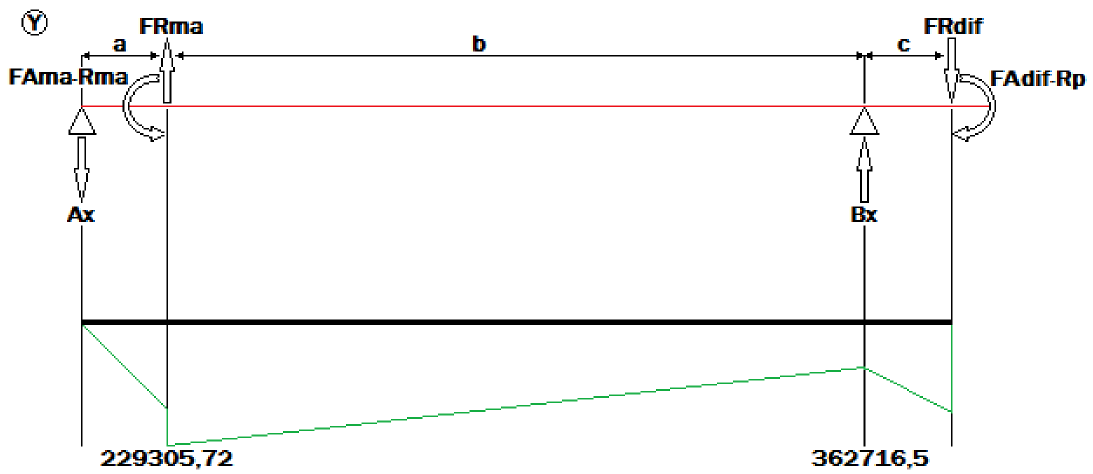
$$T = U \cdot R = 10.000 \cdot 25{,}26 = 252.600\ N \cdot mm$$

Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_S} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.217.489{,}872\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 252.600\ N \cdot mm)^2}}$$
$$= 33{,}7\ mm$$

Marcha Atrás:





Sabiendo que:

$$U_{difma} = 19.931{,}1\ N \qquad U_{ma} = 16.666{,}7\ N$$

$$Fr_{difma} = 7.254{,}33\ N \qquad Fr_{ma} = 6.066{,}17\ N$$

$$R_{piñon} = 31{,}93\ mm \qquad R_{ma} = 38\ mm$$

$$a = 50\ mm \qquad b = 400\ mm \qquad c = 50\ mm$$

Los sumatorios de Fuerzas y Momentos quedan como:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + R_{Bx} = U_{dif1} - U_1$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = Fr_{dif1} + Fr_1$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Bz} = 0$$

$$\left(\sum M_A\right)_y = 0 \rightarrow R_{By}(a+b) = Fr_{dif1}(a+b+c) + Fr_1 \cdot a$$

$$\left(\sum M_A\right)_x = 0 \rightarrow R_{Bx}(a+b) = U_{dif1}(a+b+c) - U_1 \cdot a$$

Por tanto:

$$R_{Ax} = -17.029{,}41\ N$$

$$R_{Bx} = 20.293{,}81\ N$$

$$R_{Ay} = 4.586{,}11\ N$$

$$R_{By} = 8.734{,}39\ N$$

$$R_{Bz} = 0\ N$$

Una vez se conocen las reacciones en los apoyos, se procede a calcular los momentos flectores y torsores:

$$M = \sqrt[2]{996.555^2 + 362.716{,}5^2} = 1.060.511{,}729\ N \cdot mm$$

$$T = U \cdot R = 16.666{,}7 \cdot 38 = 636.059{,}4204\ N \cdot mm$$

Por último:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ CS}{\pi \cdot \sigma_S} \cdot \sqrt[2]{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2}{\pi \cdot 981\ \frac{N}{mm^2}} \cdot \sqrt[2]{(1{,}5 \cdot 1.060.511{,}729\ N \cdot mm)^2 + (1 \cdot 636.059{,}4204\ N \cdot mm)^2}}$$

$$= 32{,}9\ mm$$

Después de calcular todos los posibles diámetros de los Ejes Secundarios, se elegirá el mayor tamaño. Tras compararlo con los diámetros comerciales, se ha decidido utilizar un diámetro para los Ejes Secundarios de 36 mm.

3.12- CÁLCULO DE LOS RODAMIENTOS

Se empleará la norma DIN para el cálculo de los Rodamientos. Estos se verán sometidos a cargas radiales y axiales, tal y como se ha visto en anteriores apartados, que varían en función de la marcha engranada.

Rodamientos en el Eje Intermediario

El cálculo de los Rodamientos se hará a fatiga, dado que el eje girará a velocidad angular constante sometido a cargas no constantes. Las cargas utilizadas serán las surgidas en los apoyos de los ejes. Para mayor sencillez de visualización se muestran en la siguiente tabla:

MARCHA	C. RADIAL A (N)	C. RADIAL B (N)	C. AXIAL (N)
1ª	10.605,4	2.647,3	2.358,78
2ª	6.293,03	4.771,47	439,1
3ª	7.028,75	5.004,96	28,94
4ª	8.576,2	6.716,72	-1.091,85
5ª	7.140,81	8.687,2	-669,44
6ª	6.293,02	4.771,47	439,1
MA	10.950,97	2.721,98	-2.850,67

Figura 13: Fuerzas Axiales y Radiales en función de la marcha y el apoyo

Para el apoyo A se usará un rodamiento cilíndrico dado que no estará sometido a fuerzas axiales.

$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 1 \cdot 1{,}2 \cdot F_R$$

$$F_{e1} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 10.605{,}4 = 12.726{,}48\ N = 12{,}73\ kN$$
$$F_{e2} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 6.293{,}03 = 7.551{,}64\ N = 7{,}55\ kN$$
$$F_{e3} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 7.028{,}75 = 8.434{,}5\ N = 8{,}43\ kN$$
$$F_{e4} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 8.576{,}2 = 10.291{,}44\ N = 10{,}29\ kN$$
$$F_{e5} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 7.140{,}81 = 8.568{,}972\ N = 8{,}57\ kN$$
$$F_{e6} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 6.293{,}02 = 7.551{,}624\ N = 7{,}55\ kN$$
$$F_{eMA} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 10.950{,}97 = 13.141{,}164\ N = 13{,}14\ kN$$

Para cada marcha se espera una duración determinada, por ello se le asociará un porcentaje del tiempo de uso:

MARCHA	DURACIÓN (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1.100	22
3ª	1.100	22
4ª	1.100	22
5ª	900	18
6ª	250	5
MA	150	3

Figura 15: Reparto de duraciones según la marcha

Una vez se tienen los porcentajes se procederá a calcular la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[3]{F_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_3^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_4^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_5^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_6^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_{MA}^3 \cdot \frac{q_1}{100}}$$

$$F_e = 9{,}41\ kN$$

Donde

F = Fuerza de cada Marcha

q = Porcentaje de horas de funcionamiento

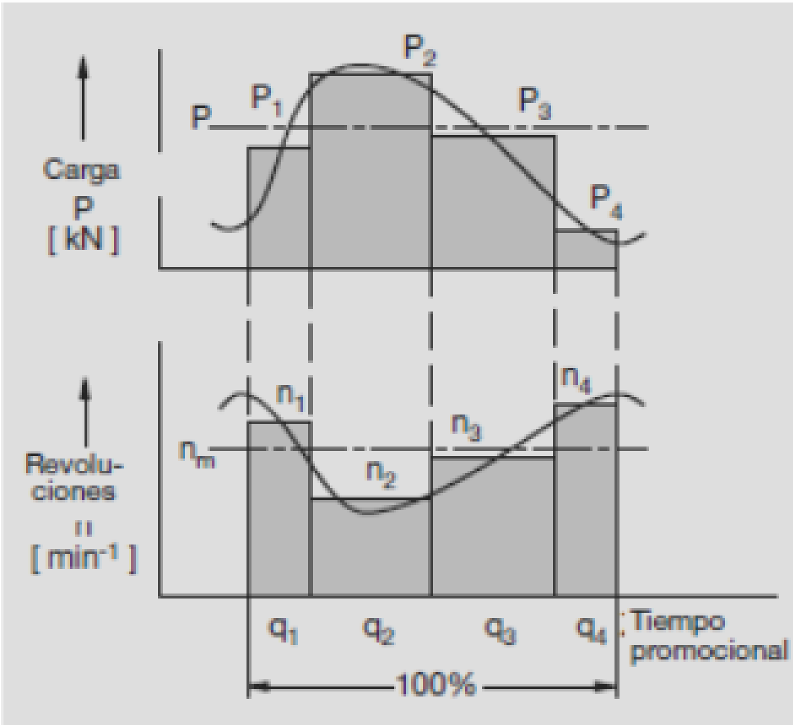


Figura 16: Carga equivalente en rodamientos

Se sabe que los rodamientos van a tener unas 5.000 h de funcionamiento y que el eje gira a 3.000 rpm. Se usará una confiabilidad R = 95%. Su duración de vida es, por tanto:

$$L = 5.000\ h \cdot 3.000\ rpm \cdot 60\ {}^{min}/_{h} = 900 \cdot 10^6\ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{900}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 1.453{,}83\ rev$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 9{,}41 \cdot 1.453{,}83^{3/10} = 83{,}63\ kN$$

Según el catálogo de la marca FAG, en su página 278-279 para Rodamientos Cilíndricos, para una carga de 83,63 kN el Rodamiento necesario tendrías las siguientes características:

C	83,63 kN
$Ø_{int}$	35 mm
$Ø_{ext}$	80 mm
B	31 mm
C	91,5 kN
Rodamiento	NJ2307E.TVP2
Anillo Angular	HJ2307E

Figura 17: Rodamiento obtenido

Para el apoyo B se usarán dos rodamiento de bolas dado que estará sometido a fuerzas axiales. Se supondrá X = 0,52 e Y = 1,63 (e = 0,27) para los casos en los que F_a/F_r > e y X = 1 e Y = 0 para los que no.

Marcha 1ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{2.358{,}78\ N}{2.647{,}3\ N} = 0{,}89 > e$$

$$X = 0{,}56\ e\ Y = 1{,}63$$

Marcha 2ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{439{,}1\ N}{4.771{,}47\ N} = 0{,}09 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 3ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{28{,}94\ N}{5.004{,}96\ N} = 0{,}006 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 4ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1.091{,}85\ N}{6.716{,}72\ N} = 0{,}16 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 5ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{669{,}44\ N}{8.687{,}2\ N} = 0{,}077 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 6ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{439{,}1\ N}{4.771{,}47\ N} = 0{,}09 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha Atrás

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{2.850{,}67\ N}{2.721{,}98\ N} = 1{,}05 > e$$

$$X = 0{,}56 \; e \; Y = 1{,}63$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 0{,}52 \cdot 1 \cdot F_R + 1{,}63 \cdot F_a$$
$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 1 \cdot 1 \cdot F_R + 0 \cdot F_a$$

$$F_{e1} = 0{,}56 \cdot 1 \cdot 2.647{,}3 + 1{,}63 \cdot 2.358{,}78 = 5.327{,}3 \; N = 5{,}33 \; kN$$
$$F_{e2} = 1 \cdot 1 \cdot 4.771{,}47 = 4.771{,}47 \; N = 4{,}77 \; kN$$
$$F_{e3} = 1 \cdot 1 \cdot 5.004{,}96 = 5.004{,}96 N = 5 \; kN$$
$$F_{e4} = 1 \cdot 1 \cdot 6.716{,}72 = 6.716{,}72 \; N = 6{,}72 \; kN$$
$$F_{e5} = 1 \cdot 1 \cdot 8.687{,}2 = 8.687{,}2 \; N = 8{,}69 \; kN$$
$$F_{e6} = 1 \cdot 1 \cdot 4.771{,}47 = 4.771{,}47 \; N = 4{,}77 \; kN$$
$$F_{eMA} = 0{,}56 \cdot 1 \cdot 2.721{,}98 + 1{,}63 \cdot 2.850{,}67 = 6.170{,}9 \; N = 6{,}17 \; kN$$

Para cada marcha se espera una duración determinada, por ello se le asociará un porcentaje del tiempo de uso:

MARCHA	DURACIÓN (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1.100	22
3ª	1.100	22
4ª	1.100	22
5ª	900	18
6ª	250	5
MA	150	3

Figura 18: Reparto de duraciones según la marcha

Una vez se tienen los porcentajes se procederá a calcular la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[3]{F_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^3 \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^3 \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^3 \cdot \frac{q_4}{100} + F_5^3 \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^3 \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^3 \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_e = 6{,}39 \; kN$$

Donde

F = Fuerza de cada Marcha

q = Porcentaje de horas de funcionamiento

Se sabe que los rodamientos van a tener unas 5.000 h de funcionamiento y que el eje gira a 3.000 rpm. Se usará una confiabilidad R = 95%. Su duración de vida es, por tanto:

$$L = 5.000\ h \cdot 3.000\ rpm \cdot 60\ {}^{min}/_{h} = 900 \cdot 10^6\ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{900}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 1.453{,}83\ rev$$

Se dividirá la carga entre dos para reducir el diámetro necesario.

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 3{,}195 \cdot 1.453{,}83^{1/3} = 36{,}195\ kN$$

Según el catálogo de la marca FAG, en su página 240-241 para Rodamientos de Ruedas, para una carga de 72,39 kN el Rodamiento necesario tendrías las siguientes características:

C	36,195 kN
$Ø_{int}$	35 mm
$Ø_{ext}$	72 mm
B	17 mm
C - C_0	44 kN - 35,5 kN
Rodamiento	QJ207MPA
	Cuatro Caminos de Rodadura

Figura 19: Rodamiento obtenido

Se comprobarán los coeficientes supuestos:

Marcha 1ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{2.358{,}78\ N}{68.000\ N} = 0{,}035\ \rightarrow e = 0{,}23$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{2.358{,}78\ N}{2.647{,}3\ N} = 0{,}89$$

$$X = 0{,}56\ e\ Y = 1{,}92$$

Marcha 2ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{439{,}1\ N}{68.000\ N} = 0{,}006\ \rightarrow e = 0{,}19$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{439{,}1\ N}{4.771{,}47\ N} = 0{,}09$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 3ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{28{,}94\ N}{68.000\ N} = 0{,}0004\ \rightarrow e = 0{,}19$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{28{,}94\ N}{5.004{,}96\ N} = 0{,}006$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 4ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{1.091{,}85\ N}{68.000\ N} = 0{,}016\ \rightarrow e = 0{,}22$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1.091,85\ N}{6.716,72\ N} = 0,16$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 5ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{669,44\ N}{68.000\ N} = 0,001\ \rightarrow e = 0,19$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{669,44\ N}{8.687,2\ N} = 0,077$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 6ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{439,1\ N}{68.000\ N} = 0,006\ \rightarrow e = 0,19$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{439,1\ N}{4.771,47\ N} = 0,09$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha Atrás

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{2.850,67\ N}{68.000\ N} = 0,042\ \rightarrow e = 0,24$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{2.850,67\ N}{2.721,98\ N} = 1,05$$

$$X = 0,56\ e\ Y = 1,85$$

$$F_{e1} = 0,56 \cdot 1 \cdot 2.647,3 + 1,92 \cdot 2.358,78 = 6.011,35\ N = 6,01\ kN$$

$$F_{e2} = 1 \cdot 1 \cdot 4.771{,}47 = 4.771{,}47N = 4{,}77\ kN$$

$$F_{e3} = 1 \cdot 1 \cdot 5.004{,}96 = 5.004{,}96\ N = 5\ kN$$

$$F_{e4} = 1 \cdot 1 \cdot 6.716{,}72 = 6.716{,}72\ N = 6{,}72\ kN$$

$$F_{e5} = 1 \cdot 1 \cdot 8.687{,}2 = 8.687{,}2\ N = 8{,}69\ kN$$

$$F_{e6} = 1 \cdot 1 \cdot 4.771{,}47 = 4.771{,}47\ N = 4{,}77\ kN$$

$$F_{eMA} = 0{,}56 \cdot 1 \cdot 2.721{,}98 + 1{,}85 \cdot 2.850{,}67 = 6.798{,}05\ N = 6{,}8\ kN$$

$$F_e = \sqrt[3]{F_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^3 \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^3 \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^3 \cdot \frac{q_4}{100} + F_5^3 \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^3 \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^3 \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_e = 6{,}45\ kN$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 6{,}45 \cdot 1.453{,}83^{1/3} = 73{,}07\ kN < 86{,}5kN$$

Vale

Rodamientos en el Ejes Secundarios

Al igual que en el caso del Eje Intermedio, el cálculo de los Rodamientos se hará a fatiga, dado que el eje girará a velocidad angular constante sometido a cargas no constantes. Las cargas utilizadas serán las surgidas en los apoyos de los ejes. Para mayor sencillez de visualización se muestran en la siguiente tabla:

MARCHA	C. RADIAL A (N)	C. RADIAL B (N)	C. AXIAL (N)
1ª	17.040,75	25.795,14	2.239,67
2ª	7.740,17	11.976,17	722,24
3ª	4.445.14	7.205,19	216,52
4ª	1.714,38	4.915,55	-150,84
5ª	4.053,62	5.294,8	-1.205,71
6ª	6.998,35	3.322,01	-1.966,86
MA	17.636,14	22.093,62	0

Figura 20: Fuerzas Axiales y Radiales en función de la marcha y el apoyo

Para cada marcha se calculará la duración de cada rodamiento:

$$L_1 = 400 \cdot 325{,}44\, rpm \cdot 60 \min = 7{,}81 \cdot 10^6 \ rev$$
$$L_2 = 1.100 \cdot 604{,}25\, rpm \cdot 60 \min = 39{,}88 \cdot 10^6\, rev$$
$$L_3 = 1.100 \cdot 918{,}4\, rpm \cdot 60 \min = 60{,}61 \cdot 10^6\, rev$$
$$L_4 = 1.100 \cdot 1.209{,}12\, rpm \cdot 60 \min = 79{,}8 \cdot 10^6\, rev$$
$$L_5 = 900 \cdot 1.512{,}18\, rpm \cdot 60 \min = 81{,}66 \cdot 10^6\, rev$$
$$L_6 = 250 \cdot 1.821{,}16\, rpm \cdot 60 \min = 27{,}32 \cdot 10^6\, rev$$
$$L_{MA} = 150 \cdot 369{,}73\, rpm \cdot 60 \min = 3{,}33 \cdot 10^6\, rev$$

$$L_{total} = 188{,}1 \cdot 10^6\, rev$$
$$L_{total} = 112{,}31 \cdot 10^6\, rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{188{,}1}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 303{,}85\, rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{112{,}31}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 181{,}42\, rev$$

Para el apoyo A se usará un rodamiento cilíndrico dado que no estará sometido a fuerzas axiales.

$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 1 \cdot 1{,}2 \cdot F_R$$

$$F_{e1} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 17.040{,}75 = 20.448{,}9\, N = 20{,}45\, kN$$
$$F_{e2} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 7.740{,}17 = 9.288{,}204\, N = 9{,}29\, kN$$
$$F_{e3} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 4.445{,}14 = 5.334{,}168\, N = 5{,}33\, kN$$
$$F_{e4} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 1.714{,}38 = 2.057{,}256\, N = 2{,}06\, kN$$

$$F_{e5} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 4.053{,}62 = 4.864{,}344\ N = 4{,}86\ kN$$

$$F_{e6} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 6.998{,}35 = 8.398{,}02\ N = 8{,}4\ kN$$

$$F_{eMA} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 17.636{,}14 = 21.163{,}368\ N = 21{,}16\ kN$$

Para cada marcha se espera una duración determinada, por ello se le asociará un porcentaje del tiempo de uso:

MARCHA	DURACIÓN (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1.100	22
3ª	1.100	22
4ª	1.100	22
5ª	900	18
6ª	250	5
MA	150	3

Figura 21: Reparto de duraciones según la marcha

Una vez se tienen los porcentajes se procederá a calcular la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[3]{F_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^3 \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^3 \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^3 \cdot \frac{q_4}{100}}$$

$$F_e = 9{,}64\ kN$$

$$F_e = \sqrt[3]{F_5^3 \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^3 \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^3 \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_e = 6{,}94\ kN$$

Donde

F = Fuerza de cada Marcha

q = Porcentaje de horas de funcionamiento

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 9{,}64 \cdot 303{,}85^{3/10} = 53{,}56\ kN$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 6{,}94 \cdot 181{,}42^{3/10} = 33{,}03\ kN$$

Según el catálogo de la marca FAG, en su página 278-279 para Rodamientos Cilíndricos, para unas cargas de 53,56 kN y 33,03 kN el Rodamiento necesario tendrías las siguientes características:

C	53,56 kN	33,03 kN
$Ø_{int}$	30 mm	30 mm
$Ø_{ext}$	72 mm	62 mm
B	27 mm	16 mm
C	73,5 kN	39 kN
Rodamiento	NJ2306E.TVP2	NJ206E.TVP2
Anillo Angular	HJ2306E	HJ206E

Figura 22: Rodamientos obtenidos

Por razones organizativas, es probable que sea mejor coger el primero de los modelos para todos los casos para hacer un pedido de un único modelo. Se elegiría ese, pues los resultados obtenidos simplemente indican el modelo mínimo a tener en cuenta.

Para el apoyo B se usarán un rodamiento de bolas y otro cilíndrico dado que las cargas son demasiado grandes para un único rodamiento. Se dividirá la carga radial entre ambos rodamientos. La carga axial irá únicamente en el rodamiento de bolas.

MARCHA	C. RADIAL A (N)	C. RADIAL B (N)	C. AXIAL (N)
1ª	17.040,75	25.795,14	2.239,67
2ª	7.740,17	11.976,17	722,24
3ª	4.445.14	7.205,19	216,52
4ª	1.714,38	4.915,55	-150,84
5ª	4.053,62	5.294,8	-1.205,71

6ª	6.998,35	3.322,01	-1.966,86
MA	17.636,14	22.093,62	0

Figura 23: Fuerzas Axiales y Radiales en función de la marcha y el apoyo

$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 1 \cdot 1{,}2 \cdot F_R$$

$$F_{e1} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 12.897{,}57 = 15.477{,}084\ N = 15{,}48\ kN$$
$$F_{e2} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 5.988{,}085 = 7.197{,}702\ N = 7{,}2\ kN$$
$$F_{e3} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 3.602{,}595 = 4.323{,}114\ N = 4{,}32\ kN$$
$$F_{e4} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 2.457{,}775 = 2.949{,}33\ N = 2{,}95\ kN$$
$$F_{e5} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 2.647{,}4 = 3.176{,}88\ N = 3{,}18\ kN$$
$$F_{e6} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 1.661{,}005 = 1.993{,}206\ N = 1{,}99\ kN$$
$$F_{eMA} = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 11.046{,}81 = 13.256{,}172\ N = 13{,}26\ kN$$

Para cada marcha se espera una duración determinada, por ello se le asociará un porcentaje del tiempo de uso:

MARCHA	DURACIÓN (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1.100	22
3ª	1.100	22
4ª	1.100	22
5ª	900	18
6ª	250	5
MA	150	3

Figura 24: Reparto de duraciones según la marcha

Una vez se tienen los porcentajes se procederá a calcular la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[3]{F_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^3 \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^3 \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^3 \cdot \frac{q_4}{100}}$$

$$F_e = 7{,}39\ kN$$

$$F_e = \sqrt[3]{F_5^3 \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^3 \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^3 \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_e = 4{,}24\ kN$$

Donde

F = Fuerza de cada Marcha
q = Porcentaje de horas de funcionamiento

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 7{,}39 \cdot 303{,}85^{3/10} = 41{,}06\ kN$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 4{,}24 \cdot 181{,}42^{3/10} = 20{,}18\ kN$$

Según el catálogo de la marca FAG, en su página 278-279 para Rodamientos Cilíndricos, para unas cargas de 53,56 kN y 33,03 kN el Rodamiento necesario tendrías las siguientes características:

C	41,06 kN	20,18 kN
$Ø_{int}$	30 mm	30 mm
$Ø_{ext}$	62 mm	62 mm
B	20 mm	16 mm
C	49 kN	39 kN
Rodamiento	NJ2206E.TVP2	NJ206E.TVP2
Anillo Angular	HJ2206E	HJ206E

Figura 25: Rodamientos obtenidos

Por razones organizativas, es probable que sea mejor coger el primero de los modelos para todos los casos para hacer un pedido de un único modelo. Se elegiría ese, pues los resultados obtenidos simplemente indican el modelo mínimo a tener en cuenta y cualquiera por encima cumpliría dichos requisitos mínimos.

Para el Rodamiento de Bolas se supondrá X = 0,52 e Y = 1,63 (e = 0,27) para los casos en los que F_a/F_r > e y X = 1 e Y = 0 para los que no.

Marcha 1ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{2.239{,}67\ N}{12.897{,}57\ N} = 0{,}17 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 2ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{722{,}24\ N}{5.988{,}085\ N} = 0{,}12 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 3ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{216{,}52\ N}{3.602{,}595\ N} = 0{,}06 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 4ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{150{,}84\ N}{2.457{,}775\ N} = 0{,}06 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 5ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1.205{,}71\ N}{2.647{,}4\ N} = 0{,}45 > e$$

$$X = 0{,}56\ e\ Y = 1{,}63$$

Marcha 6ª

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1.966{,}86\ N}{1.661{,}005\ N} = 1{,}18 > e$$

$$X = 0{,}56\ e\ Y = 1{,}63$$

Marcha Atrás

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{0\ N}{11.046{,}81\ N} = 0 < e$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 0{,}52 \cdot 1 \cdot F_R + 1{,}63 \cdot F_a$$
$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 1 \cdot 1 \cdot F_R + 0 \cdot F_a$$

$$F_{e1} = 1 \cdot 1 \cdot 12.897{,}57 = 12.897{,}57\ N = 12{,}9\ kN$$
$$F_{e2} = 1 \cdot 1 \cdot 5.988{,}085 = 5.988{,}085\ N = 5{,}99\ kN$$
$$F_{e3} = 1 \cdot 1 \cdot 3.602{,}595 = 3.602{,}595\ N = 3{,}6\ kN$$
$$F_{e4} = 1 \cdot 1 \cdot 2.457{,}775 = 2.457{,}775\ N = 2{,}46\ kN$$
$$F_{e5} = 0{,}56 \cdot 1 \cdot 2.647{,}4 + 1{,}63 \cdot 1.205{,}71 = 3.447{,}85\ N = 3{,}45\ kN$$
$$F_{e6} = 0{,}56 \cdot 1 \cdot 1.661{,}005 + 1{,}63 \cdot 1.966{,}86 = 4.136{,}14\ N = 4{,}14\ kN$$
$$F_{eMA} = 1 \cdot 1 \cdot 11.046{,}81 = 11.046{,}81\ N = 11{,}05\ kN$$

Para cada marcha se espera una duración determinada, por ello se le asociará un porcentaje del tiempo de uso:

MARCHA	DURACIÓN (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1.100	22
3ª	1.100	22
4ª	1.100	22
5ª	900	18
6ª	250	5
MA	150	3

Figura 26: Reparto de duraciones según la marcha

Una vez se tienen los porcentajes se procederá a calcular la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[3]{F_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^3 \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^3 \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^3 \cdot \frac{q_4}{100}}$$

$$F_e = 6{,}15kN$$

$$F_e = \sqrt[3]{F_5^3 \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^3 \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^3 \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_e = 3{,}72\ kN$$

Donde

F = Fuerza de cada Marcha

q = Porcentaje de horas de funcionamiento

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 6{,}15 \cdot 303{,}85^{1/3} = 41{,}34\ kN$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 3{,}72 \cdot 181{,}42^{1/3} = 21{,}06\ kN$$

Según el catálogo de la marca FAG, en su página 240-241 para Rodamientos de Ruedas, para unas cargas de 41,34 kN y 21,06 kN el Rodamiento necesario tendrías las siguientes características:

C	41,34 kN	21,06 kN
$Ø_{int}$	30 mm	30 mm
$Ø_{ext}$	72 mm	62 mm
B	19 mm	16 mm
C - C_0	58,5 kN - 43 kN	36,5 kN - 27,5 kN
Rodamiento	QJ306TVP	QJ206MPA
	Cuatro Caminos de Rodadura	Cuatro Caminos de Rodadura

Figura 27: Rodamientos obtenidos

Por razones organizativas, es probable que sea mejor coger el primero de los modelos para todos los casos para hacer un pedido de un único modelo. Se elegiría ese, pues los resultados obtenidos simplemente indican el modelo mínimo a tener en cuenta.

Se comprobarán los coeficientes supuestos:

Marcha 1ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{2.239,67\ N}{43.000\ N} = 0,052\ \rightarrow e = 0,26$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{2.239,67\ N}{12.897,57\ N} = 0,17$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 2ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{722,24\ N}{43.000\ N} = 0,017\ \rightarrow e = 0,2$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{722{,}24\ N}{5.988{,}085\ N} = 0{,}12$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 3ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{216{,}52\ N}{43.000\ N} = 0{,}005\ \rightarrow e = 0{,}19$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{216{,}52\ N}{3.602{,}595\ N} = 0{,}06$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 4ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{150{,}84\ N}{43.000\ N} = 0{,}003\ \rightarrow e = 0{,}19$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{150{,}84\ N}{2.457{,}775\ N} = 0{,}06$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

Marcha 5ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{1.205{,}71\ N}{27.500\ N} = 0{,}044\ \rightarrow e = 0{,}24$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1.205{,}71\ N}{2.647{,}4\ N} = 0{,}45$$

$$X = 0{,}56\ e\ Y = 1{,}83$$

Marcha 6ª

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{1.966,86\ N}{27.500\ N} = 0,071\ \rightarrow e = 0,27$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1.966,86\ N}{1.661,005\ N} = 1,18$$

$$X = 0,56\ e\ Y = 1,63$$

Marcha Atrás

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{0\ N}{27.500\ N} = 0\ \rightarrow e = 0,19$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{0\ N}{11.046,81\ N} = 0$$

$$X = 1\ e\ Y = 0$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 0,52 \cdot 1 \cdot F_R + 1,63 \cdot F_a$$
$$F_e = X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_a = 1 \cdot 1 \cdot F_R + 0 \cdot F_a$$

$$F_{e1} = 1 \cdot 1 \cdot 12.897,57 = 12.897,57\ N = 12,9\ kN$$
$$F_{e2} = 1 \cdot 1 \cdot 5.988,085 = 5.988,085\ N = 5,99\ kN$$
$$F_{e3} = 1 \cdot 1 \cdot 3.602,595 = 3.602,595\ N = 3,6\ kN$$
$$F_{e4} = 1 \cdot 1 \cdot 2.457,775 = 2.457,775\ N = 2,46\ kN$$
$$F_{e5} = 0,56 \cdot 1 \cdot 2.647,4 + 1,83 \cdot 1.205,71 = 3.688,99\ N = 3,69\ kN$$
$$F_{e6} = 0,56 \cdot 1 \cdot 1.661,005 + 1,63 \cdot 1.966,86 = 4.136,14\ N = 4,14\ kN$$
$$F_{eMA} = 1 \cdot 1 \cdot 11.046,81 = 11.046,81\ N = 11,05\ kN$$

Una vez se tienen los porcentajes se procederá a calcular la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[3]{F_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^3 \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^3 \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^3 \cdot \frac{q_4}{100}}$$

$$F_e = 6{,}15kN$$

$$F_e = \sqrt[3]{F_5^3 \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^3 \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^3 \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_e = 3{,}76\ kN$$

Donde

F = Fuerza de cada Marcha

q = Porcentaje de horas de funcionamiento

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 6{,}15 \cdot 303{,}85^{1/3} = 41{,}34\ kN < 58{,}5\ kN$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 3{,}76 \cdot 181{,}42^{1/3} = 21{,}28\ kN < 36{,}5\ kN$$

Valen

Rodamientos en las Ruedas del Ejes Secundarios

Dado que las ruedas en el eje secundario deben girar locas, hasta que el sincronizador las una solidariamente al eje, necesitan un Rodamiento en su interior que facilite dicho giro. Este rodamiento debe soportar las cargas de cada marcha. Se optará por unos Rodamientos de Agujas dado que no soportan fuerzas axiales y que son fáciles de calcular. Los datos se obtendrán del catálogo del fabricante NBS.

$$F_{tot} = \sqrt{F_R^2 + U^2}$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_{tot}$$

Marcha 1ª

$$F_{tot} = \sqrt{F_R^2 + U^2} = \sqrt{6.065{,}92^2 + 15.835{,}31^2} = 16.957{,}37\ N$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_{tot} = 1 \cdot 1 \cdot 16.957{,}37 = 16.957{,}37\ N = 16{,}96\ kN$$

$$L_1 = 400 \cdot 325{,}44\ rpm \cdot 60\ \text{min} = 7{,}81 \cdot 10^6\ \ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{7{,}81}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 12{,}62\ rev$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 16{,}96 \cdot 12{,}62^{1/3} = 39{,}49\ kN$$

C	45,5 kN
$Ø_{int}$	30 mm
$Ø_{ext}$	40 mm
C_0	68,5 kN
Rodamiento	K30 x 40 x 30 NBS

Figura 28: Rodamientos obtenidos

Marcha 2ª

$$F_{tot} = \sqrt{F_R^2 + U^2} = \sqrt{3.830{,}63^2 + 10.000^2} = 10.708{,}58\ N$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_{tot} = 1 \cdot 1 \cdot 10.708{,}58 = 10.708{,}58\ N = 10{,}71\ kN$$

$$L_2 = 1.100 \cdot 604{,}25\ rpm \cdot 60\ \text{min} = 39{,}88 \cdot 10^6\ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{39{,}88}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 64{,}42\ rev$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 10{,}71 \cdot 64{,}42^{1/3} = 42{,}93\ kN$$

C	45,5 kN
$Ø_{int}$	30 mm
$Ø_{ext}$	40 mm
C_0	68,5 kN
Rodamiento	K30 x 40 x 30 NBS

Figura 29: Rodamientos obtenidos

Marcha 3ª

$$F_{tot} = \sqrt{F_R^2 + U^2} = \sqrt{2.911{,}07^2 + 7.462{,}68^2} = 8.010{,}36\ N$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_{tot} = 1 \cdot 1 \cdot 8.010{,}36 = 8.010{,}36\ N = 8{,}01\ kN$$

$$L_3 = 1.100 \cdot 918{,}4\ rpm \cdot 60\ \text{min} = 60{,}61 \cdot 10^6\ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{60{,}61}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 97{,}91\ rev$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 8{,}01 \cdot 97{,}91^{1/3} = 36{,}93\ kN$$

C	45,5 kN
$Ø_{int}$	30 mm
$Ø_{ext}$	40 mm
C_0	68,5 kN
Rodamiento	K30 x 40 x 30 NBS

Figura 30: Rodamientos obtenidos

Marcha 4ª

$$F_{tot} = \sqrt{F_R^2 + U^2} = \sqrt{2.509{,}82^2 + 6.666{,}7^2} = 7.123{,}49\ N$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_{tot} = 1 \cdot 1 \cdot 7.123{,}49 \ = 7.123{,}49 \ \ N = 7{,}12\ kN$$

$$L_4 = 1.100 \cdot 1.209{,}12\ rpm \cdot 60\,\mathrm{min} = 79{,}8 \cdot 10^6\ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{79{,}8}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 128{,}91\ rev$$

$$C = \ F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 7{,}12 \cdot 128{,}91^{1/3} = 35{,}97\ kN$$

C	45,5 kN
$Ø_{int}$	30 mm
$Ø_{ext}$	40 mm
C_0	68,5 kN
Rodamiento	K30 x 40 x 30 NBS

Figura 31: Rodamientos obtenidos

Marcha 5ª

$$F_{tot} = \sqrt{F_R^2 + U^2} = \sqrt{1.808{,}44^2 + 4.873{,}16^2} = 5.197{,}9\ N$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_{tot} = 1 \cdot 1 \cdot 5.197{,}9 = 5.197{,}9\ N = 5{,}2\ kN$$

$$L_5 = 900 \cdot 1.512{,}18\ rpm \cdot 60 \min = 81{,}66 \cdot 10^6\ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{81{,}66}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 131{,}91\ rev$$

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 5{,}2 \cdot 131{,}91^{1/3} = 26{,}47\ kN$$

C	31,5 kN
$Ø_{int}$	30 mm
$Ø_{ext}$	40 mm
C_0	39,5 kN
Rodamiento	K30 x 40 x 18 NBS

Figura 32: Rodamientos obtenidos

Marcha 6ª

$$F_{tot} = \sqrt{F_R^2 + U^2} = \sqrt{3.830{,}63^2 + 10.000^2} = 10.708{,}58\ N$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_{tot} = 1 \cdot 1 \cdot 10.708{,}58 = 10.708{,}58\ N = 10{,}71\ kN$$

$$L_6 = 250 \cdot 1.821{,}16\ rpm \cdot 60 \min = 27{,}32 \cdot 10^6\ rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right]^{1/1{,}483}} = \frac{27{,}32}{0{,}02 + 4{,}439 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}483}}$$

$$L_{10} = 44{,}13\ rev$$

La fuerza, sin embargo, se dividirá entre dos pues se van a usar dos rodamientos al mismo tiempo. Esto se debe a que el diámetro exterior del rodamiento necesario es demasiado cercano al diámetro de pie del engranaje y podría causar problemas.

$$C = F_e \cdot L_{10}^{1/a} = 5{,}36 \cdot 44{,}13^{1/3} = 18{,}94\ kN$$

C	19,1 kN
$Ø_{int}$	30 mm
$Ø_{ext}$	35 mm
C_0	33,5 kN
Rodamiento	K30 x 35 x 17 NBS

Figura 33: Rodamientos obtenidos

Dado que, con la excepción del rodamiento de la sexta marcha, todos los rodamientos de agujas, excepto uno, han salido del mismo modelo, se decide por razones logísticas usar el mismo en todas las ruedas. Únicamente el rodamiento de la sexta marcha, por razones constructivas será diferente y consistirá en dos rodamientos en lugar de uno.

3.13- CÁLCULO DE LOS SINCRONIZADORES

Los sincronizadores son elementos unidos a los ejes secundarios y fijos a éstos mediante un estriado, cuya función es unirse a los engranajes de las marchas, que giran locos, para unirlos solidariamente al eje y que se transmita la potencia del motor a las ruedas. Estos elementos utilizan la norma DIN 5480 correspondiente a los estriados.

Figura 34: Despiece de un sincronizador

Cálculo de la Longitud del Nervado

Para saber si el estriado aguantará las fuerzas y el par que va a ser transmitido a las ruedas, es necesario conocer la longitud del mismo. Conociendo el valor del diámetro del eje (36 mm) y el módulo (2 mm), mediante la norma DIN 5480 se obtiene que el estriado de los sincronizadores debe poseer 16 dientes.

d_B mm	Number of teeth z for module m													
	0,5	0,6	0,75	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6
35	68	57	45	42	34	26	22	18	16	12	10	7		
36	70	58	46	44	34	27	22	19						
37	72	60	48	45	36	28	23	20	17	13	11	8		

Figura 35: Número de dientes por diámetro y módulo

Para obtener la longitud del estriado se usarán las siguientes ecuaciones:

$$F = \frac{T}{r}$$

$$L = K \cdot \frac{F}{h \cdot z \cdot P}$$

F = Fuerza Tangencial en el Eje

r = Radio del Eje

K = Factor de Soporte (1,15 para centrado de flancos)

T = Torsor del Diferencial

P = Presión en los Flancos de los Nervios (100 N/mm^2) para chaveta ST ajustada

h = altura portante de los nervios (2 mm)

L = Longitud del nervado (mm)

z = número de dientes

d = Diámetro del Eje

Sincronizador 1ª y 2ª Marcha

$$F = \frac{T}{r} = \frac{723\ N \cdot m}{0{,}018\ m} = 40.166{,}7\ N$$

F = 40.166,7 N

h = 2 mm

Ø = 36 mm

$$L = K \cdot \frac{F}{h \cdot z \cdot P} = 1{,}15 \cdot \frac{40.166{,}7\ N}{2\ mm \cdot 16 \cdot 100\ {}^{N}/_{mm^2}} = 14{,}43\ mm$$

L = 14,43 mm

Sincronizador 3ª y 4ª Marcha

$$F = \frac{T}{r} = \frac{256{,}2\ N \cdot m}{0{,}018\ m} = 14.233{,}3\ N$$

F = 14.233,3 N

h = 2 mm

Ø = 36 mm

$$L = K \cdot \frac{F}{h \cdot z \cdot P} = 1{,}15 \cdot \frac{14.233{,}3\ N}{2\ mm \cdot 16 \cdot 100\ {}^{N}/_{mm^2}} = 5{,}11\ mm$$

L = 5,11 mm

Sincronizador 5ª Marcha

$$F = \frac{T}{r} = \frac{155{,}6\ N \cdot m}{0{,}018\ m} = 8.644{,}4\ N$$

F = 8.644,4 N

h = 2 mm

Ø = 36 mm

$$L = K \cdot \frac{F}{h \cdot z \cdot P} = 1{,}15 \cdot \frac{8.644{,}4\ N}{2\ mm \cdot 16 \cdot 100\ {}^{N}/_{mm^2}} = 3{,}11\ mm$$

L = 3,11 mm

Sincronizador 6ª Marcha

$$F = \frac{T}{r} = \frac{636{,}4\ N \cdot m}{0{,}018\ m} = 35.355{,}6\ N$$

F = 35.355,6 N

h = 2 mm

Ø = 36 mm

$$L = K \cdot \frac{F}{h \cdot z \cdot P} = 1{,}15 \cdot \frac{35.355{,}6\ N}{2\ mm \cdot 16 \cdot 100\ {}^{N}/_{mm^2}} = 12{,}71\ mm$$

L = 12,71 mm

Dimensiones de los Sincronizadores

Los sincronizadores tienen un funcionamiento similar al de los embragues cónicos, dado que su conicidad hace que se una de forma solidaria a la rueda que va a unir al eje. La diferencia más evidente es el dentado del sincronizador para el perfecto encaje. Sin embargo, para el cálculo se supone que no existe tal dentado, comprobando que la conicidad sea suficiente para soportar el par transmitido.

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot P \cdot r_i \cdot (r_e - r_i)$$

$$T_{roz} = \frac{\mu \cdot F_a \cdot (r_e + r_i)}{2 \sin \alpha}$$

P = Presión máxima (85 N/mm^2)
r_i = Radio interior de la conicidad del sincronizador
r_e = Radio exterior de la conicidad del sincronizador
α = Ángulo de la conicidad (12º)
μ = Coeficiente de Rozamiento (0,4)

Se sabe que:

$$r_e = 1{,}2 \cdot r_i$$

Sincronizador 1ª y 2ª Marcha

Se supondrá que el radio exterior de la rueda será r_e = 30 mm y el radio interior r_i = 25 mm, con un coeficiente de rozamiento de μ = 0,4.

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot P \cdot r_i \cdot (r_e - r_i) = 2 \cdot \pi \cdot 85\ {}^{N}/_{mm^2} \cdot 25\,mm \cdot (30\,mm - 25\,mm)$$

$$F_a = 21.250\pi\ N$$

$$T_{roz} = \frac{\mu \cdot F_a \cdot (r_e + r_i)}{2 \sin \alpha} = \frac{0{,}4 \cdot 21.250\pi\ N \cdot (30\,mm + 25\,mm)}{2 \sin 12°}$$

$$T_{roz} = 3.532.015,347\ N \cdot mm = 3.532,015\ N \cdot m > 1.466,983\ N \cdot m$$

El Torsor obtenido es comparado con el mayor Torsor que hay en las ruedas 1 y 2, en este caso, el de la rueda 1 es el más grande.

Vale

Sincronizador 3ª y 4ª Marcha

Se supondrá que el radio exterior de la rueda será r_e = 30 mm y el radio interior r_i = 25 mm, con un coeficiente de rozamiento de μ = 0,4.

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot P \cdot r_i \cdot (r_e - r_i) = 2 \cdot \pi \cdot 85\ {}^{N}/_{mm^2} \cdot 25\ mm \cdot (30\ mm - 25\ mm)$$

$$F_a = 13.600\pi\ N$$

$$T_{roz} = \frac{\mu \cdot F_a \cdot (r_e + r_i)}{2 \sin\alpha} = \frac{0,4 \cdot 13.600\pi\ N \cdot (30\ mm + 25\ mm)}{2 \sin 12°}$$

$$T_{roz} = 2.260.489,82 N \cdot mm = 2.260,5\ N \cdot m > 511,94\ N \cdot m$$

El Torsor obtenido es comparado con el mayor Torsor que hay en las ruedas 3 y 4, en este caso, el de la rueda 1 es el más grande.

Vale

Sincronizador 5ª Marcha

Se supondrá que el radio exterior de la rueda será r_e = 30 mm y el radio interior r_i = 25 mm, con un coeficiente de rozamiento de μ = 0,4.

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot P \cdot r_i \cdot (r_e - r_i) = 2 \cdot \pi \cdot 85\ {}^{N}/_{mm^2} \cdot 25\ mm \cdot (30\ mm - 25\ mm)$$

$$F_a = 7.650\pi\ N$$

$$T_{roz} = \frac{\mu \cdot F_a \cdot (r_e + r_i)}{2 \sin \alpha} = \frac{0{,}4 \cdot 7.650\pi\ N \cdot (30\ mm + 25\ mm)}{2 \sin 12°}$$

$$T_{roz} = 1.271.525{,}525\ N \cdot mm = 1.271{,}53 N \cdot m > 311{,}09\ N \cdot m$$

Vale

Sincronizador 6ª Marcha

Se supondrá que el radio exterior de la rueda será r_e = 30 mm y el radio interior r_i = 25 mm, con un coeficiente de rozamiento de μ = 0,4.

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot P \cdot r_i \cdot (r_e - r_i) = 2 \cdot \pi \cdot 85\ {}^{N}/_{mm^2} \cdot 25\ mm \cdot (30\ mm - 25\ mm)$$

$$F_a = 7.650\pi\ N$$

$$T_{roz} = \frac{\mu \cdot F_a \cdot (r_e + r_i)}{2 \sin \alpha} = \frac{0{,}4 \cdot 7.650\pi\ N \cdot (30\ mm + 25\ mm)}{2 \sin 12°}$$

$$T_{roz} = 1.271.525{,}525\ N \cdot mm = 1.271{,}53 N \cdot m > 252{,}6\ N \cdot m$$

Vale

3.14- CÁLCULO DE LAS DIMENSIONES DEL DIFERENCIAL

El sistema diferencial tratado en este proyecto está constituido por dos satélites y dos planetarios. Éstos son ruedas cónicas de dientes rectos que se cortan en perpendicular. Tendrán un módulo de 4 mm, tal y como ha sido calculado de la serie normalizada I de la norma DIN 780.

Ángulo Primitivo

$$\tan\vartheta_1 = i$$

$$\tan\vartheta_2 = \frac{1}{i}$$

Ángulo Addendum

$$a_c = arctg\frac{2\sin\vartheta}{z}$$

Ángulo Deddendum

$$a_d = arctg\frac{2{,}5\sin\vartheta}{z}$$

Anchura del Diente

$$b = \psi \cdot m$$

Radio

$$R = \frac{m \cdot z}{2}$$

Radio de Cabeza

$$R_c = \frac{m \cdot z}{2} + m \cdot \cos\vartheta$$

Radio de Fondo

$$R_f = \frac{m \cdot z}{2} - 1{,}25 \cdot m \cdot \cos\vartheta$$

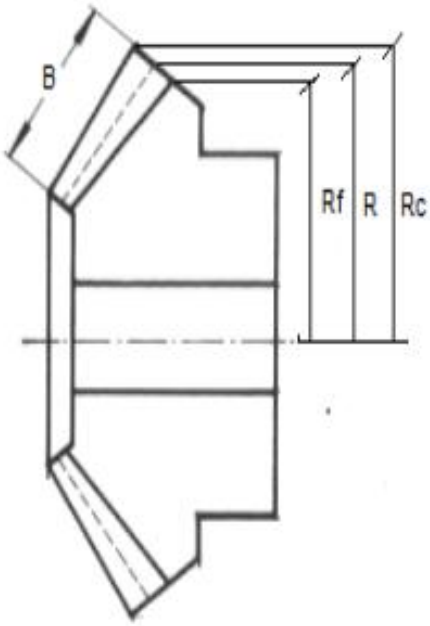


Figura 35: Esquema de un engranaje cónico de dientes rectos

Dimensiones de los Satélites

Se considerará que los satélites tendrán 15 dientes y ψ será 10.

ϑ_1 = 41,41º

i = 0,882

a_c = 5,04º

a_d = 6,29º

b = 40 mm

R = 30 mm

R_c = 33 mm

R_f = 26,25 mm

Dimensiones de los Planetarios

Se considerará que los planetarios tendrán 17 dientes y ψ será 10.

ϑ_2 = 48,59

i = 0,882

a_c = 5,04º

a_d = 6,29º

b = 40 mm

R = 34 mm

R_c = 36,64 mm

R_f = 30,7 mm

Dimensiones del Piñon

Se considerará que el piñón tendrá 15 dientes y ψ será 10.

ϑ_1 = 18,43º

i = 3

a_c = 2,41º

a_d = 3,02º

b = 40 mm

R = 30 mm

R_c = 33,8 mm

R_f = 25,26 mm

Dimensiones de la Corona

Se considerará que la corona tendrá 45 dientes y ψ será 10.

ϑ_1 = 71,56º

i = 3

a_c = 2,41º

a_d = 3,02º

b = 40 mm

R = 90 mm

R_c = 91,26 mm

R_f = 88,42 mm

3.15- CÁLCULO DE LAS CHAVETAS

Según la norma DIN 6885, es necesario comprobar que las chavetas que se encuentran encajadas en los ejes y que unen a estos con las ruedas fijas de los ejes de la caja de cambios que soportan los esfuerzos a cortadura o aplastamiento. Esta misma norma establece las medidas (altura, longitud y base) que deben poseer dichos elementos.

Las chavetas son siempre de un material resistente pero menos que el del eje o los materiales de los elementos del mismo. Esto se debe a que las chavetas cumplen la función de fusible mecánico y que, por su bajo coste, son fácilmente sustituibles por otras. El material usado para las chavetas en este proyecto será un Acero Mejorado sin Alear Ck60 cuyas propiedades son:

Acero Mejorado sin Alear Ck60	
Resistencia a Tracción	σ_t = 75-90 kg/mm^2
Límite de Fluencia Mínimo	σ_{fl} = 45 kg/mm^2
Dureza Brinell	HB = 217 - 265 kg/mm^2
Resistencia a Fatiga (Flexión)	σ_e = ±35 kg/mm^2
Solicitación Admisible	σ_{b_adm} = 1.300 - 1.500 kg/mm^2

Figura 36: Propiedades del acero usado

Con 36 mm de diámetro para el eje, la norma DIN 6885/1, da un ancho para la chaveta de b = 10 mm, una altura de h = 8 mm y una profundidad en el eje de t = 4,7 mm. El Coeficiente de Seguridad usado será de 2.

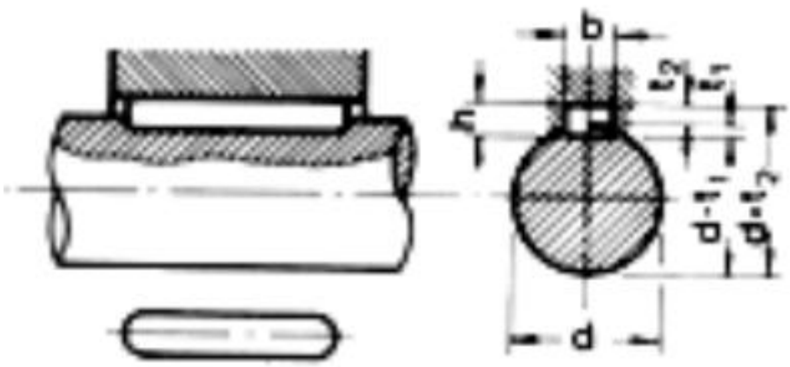


Figura 37: Esquema de una chaveta

Para el cálculo de la longitud de la chaveta sometida a aplastamiento se utilizará la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{F}{a}$$

F = Fuerza que actúa sobre la Chaveta
a = Área de Aplastamiento (A = t · l)
σ = Tensión de Fluencia del Material

Para el cálculo de la longitud de la chaveta sometida a cortadura se utilizará la siguiente ecuación:

$$\tau = \frac{F}{a}$$

F = Fuerza que actúa sobre la Chaveta
a = Área de Aplastamiento (A = b · l)
σ = Tensión de Fluencia del Material (0,5·σ)

$$T = F \cdot r$$

T = Torsor que recibe el Eje donde se sitúa la Chaveta
F = Fuerza del Eje
r = Radio del Eje

Eje Primario

La chaveta será colocada en el eje donde se encuentra el engranaje de la Toma Constante. El Torsor Máximo soportado es de 200 N·m.

$$T = F \cdot r \rightarrow F = \frac{T}{r} = \frac{200\ N \cdot m}{0{,}018\ m} = 11.111{,}1\ N$$

Por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{a} = \frac{F}{t \cdot l} \rightarrow l = \frac{F}{t \cdot \sigma} = \frac{11.111{,}1\, N}{4{,}7\, mm \cdot 45\ {}^{kg}/_{mm^2} \cdot 9{,}81\ {}^{N}/_{kg}} = 5{,}35\, mm$$

Por cortadura:

$$\tau = \frac{F}{a} = \frac{F}{b \cdot l} \rightarrow l = \frac{F}{b \cdot \tau} = \frac{11.111{,}1\, N}{10\, mm \cdot \frac{45\ {}^{kg}/_{mm^2}}{2} \cdot 9{,}81\ {}^{N}/_{kg}} = 5{,}03\, mm$$

Eje Intermedio

La chaveta será colocada en el eje donde se encuentra las ruedas de cada marcha que van fijas al eje. El Torsor Máximo soportado es de 400 N·m.

$$T = F \cdot r \rightarrow F = \frac{T}{r} = \frac{400\, N \cdot m}{0{,}018\, m} = 22.222{,}2\, N$$

Por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{a} = \frac{F}{t \cdot l} \rightarrow l = \frac{F}{t \cdot \sigma} = \frac{22.222{,}2\, N}{4{,}7\, mm \cdot 45\ {}^{kg}/_{mm^2} \cdot 9{,}81\ {}^{N}/_{kg}} = 10{,}7\, mm$$

Por cortadura:

$$\tau = \frac{F}{a} = \frac{F}{b \cdot l} \rightarrow l = \frac{F}{b \cdot \tau} = \frac{22.222{,}2N}{10\, mm \cdot \frac{45\ {}^{kg}/_{mm^2}}{2} \cdot 9{,}81\ {}^{N}/_{kg}} = 10{,}06\, mm$$

Eje Secundario

La chaveta será colocada en el eje donde se encuentra el engranaje de la Marcha Atrás. El Torsor Máximo soportado es de 636,06 N·m.

$$T = F \cdot r \rightarrow F = \frac{T}{r} = \frac{636{,}06\ N \cdot m}{0{,}018\ m} = 35.336{,}7\ N$$

Por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{a} = \frac{F}{t \cdot l} \rightarrow l = \frac{F}{t \cdot \sigma} = \frac{35.336{,}7\ N}{4{,}7\ mm \cdot 45\ {}^{kg}/_{mm^2} \cdot 9{,}81\ {}^{N}/_{kg}} = 17{,}03\ mm$$

Por cortadura:

$$\tau = \frac{F}{a} = \frac{F}{b \cdot l} \rightarrow l = \frac{F}{b \cdot \tau} = \frac{35.336{,}7\ N}{10\ mm \cdot \frac{45\ {}^{kg}/_{mm^2}}{2} \cdot 9{,}81\ {}^{N}/_{kg}} = 16\ mm$$

Una vez obtenidas todas las longitudes de chaveta, se debiera elegir siempre la mayor (en este caso 17,03 mm) como longitud mínima. Sin embargo, por razones de diseño se elegirán chavetas que tengan una longitud de 60 mm, coincidiendo con la anchura de los engranajes.