

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Cálculo de Interacción de Factores Múltiples de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructuras Aeronáuticas

Josu Argote Sánchez

Máster en Ingeniería Industrial

Dirigido por Javier Canales Abaitua

Curso 2015-2016



Ingeniaritza Goi Eskola Teknikoa
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Bilbao

Índice

Listas de Contenido	III
Índice de Imágenes	III
Índice de Gráficos	VIII
Índice de Tablas	XI
Índice de Ecuaciones	XVI
Agradecimientos	1
Resumen Trilingüe	2
Capítulo 1.....Memoria	3
1.1 Objetivos y Alcance del Trabajo	3
1.2 Beneficios del Trabajo.....	6
1.2.1 Contribuciones técnicas.....	6
1.2.2 Contribuciones científicas.....	7
1.3 Estado del Arte	8
1.3.1 Introducción al fenómeno de concentración de tensiones.....	8
1.3.2 Técnicas de estudio de Kts.....	8
1.3.3 Influencia del Kt en la vida a fatiga.....	19
1.4 Análisis de Alternativas	23
1.5 Análisis de Riesgos.....	26
1.5.1 Planificación de la gestión de riesgos	26
1.5.2 Identificación de las distintas fuentes de riesgos.....	26
1.5.3 Determinación de los riesgos de cada fuente.	27
1.5.4 Evaluación de forma semi-cuantitativa de probabilidades e impactos de cada riesgo.	28
1.5.5 Plan de respuesta genérica frente a riesgos.....	29
1.5.6 Establecimiento de un protocolo de actuación frente a cada grupo de riesgos.....	30
1.5.7 Seguimiento y control de riesgos.	32
Capítulo 2.....Metodología y Cálculos	33
2.1 Introducción.....	33
2.2 Descripción de Tareas y Planificación.....	33
2.3 Metodología.....	39
2.3.1 Preámbulo.....	39

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

2.3.2	Interacción de Concentración de Tensiones.....	76
2.3.3	Estudio de Cargas de Bearing en Aplicaciones Aeronáuticas	111
2.3.4	Caso Real 1	145
2.3.5	Caso Real 2	198
Capítulo 3.....	Aspectos Económicos	236
3.1	Presupuesto	236
Capítulo 4.....	Conclusiones y Líneas Futuras	243
4.1	Conclusiones.....	243
4.1.1	Tarea 3. Estudio de Interacción de Kts	243
4.1.2	Tarea 4. Estudio de Kt ante cargas estructurales en aeronáutica.....	244
4.1.3	Tarea 5. Estudio de Caso Real 1. Remache insertado en radio de mecanizado.	245
4.1.4	Tarea 6. Estudio de Caso Real 2. Remache en proximidad de salto de espesor (joggle).....	245
4.2	Líneas Futuras de Desarrollo.....	246
Bibliografía	249

Listas de Contenido

Índice de Imágenes

Imagen 1. Estado del Arte. Esquema del problema de agujero en plana plana sometida a tensión uniaxial	10
Imagen 2. Estado del Arte. Esquema de grietas sobre resina en Método de Lacas Frágiles.....	11
Imagen 3. Estado del Arte. Ejemplo de franjas de Moiré	12
Imagen 4. Estado del Arte. Aplicación de mallado para método de Moiré.....	12
Imagen 5. Estado del Arte. Franjas de Moiré resultantes para determinación de estado tensional.....	13
Imagen 6. Estado del Arte. Instrumentación para el método de fotoelasticidad	14
Imagen 7. Estado del Arte. Esquema de galga extensométrica.....	16
Imagen 8. Estado del Arte. Valores orientativos de q según Osgood.....	20
Imagen 9. Descripción de Tareas y Planificación. Diagrama Gantt del proyecto	38
Imagen 10. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Esquema de aplicación de simetrías.....	42
Imagen 11. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Mallado del ejemplo de ensayo.....	43
Imagen 12. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Esquema del concentrador circular.....	45
Imagen 13. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Gradiente de tensiones en el concentrador. (Peterson, 1953).....	45
Imagen 14. Preámbulo. Efecto de Borde. Efecto de interacción con el borde sobre K_t . (Peterson, 1953).....	47
Imagen 15. Preámbulo. Efecto de Borde. Ensayo considerando efecto de borde.	48
Imagen 16. Preámbulo. Efecto de Borde. Detalle del elemento en el borde del concentrador	49
Imagen 17. Preámbulo. Mallado Refinado. Modelo FEM	50
Imagen 18. Preámbulo. Mallado Refinado. Detalle del mallado en inmediaciones del concentrador.....	51
Imagen 19. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Detalle de Elemento Crítico en Ensay. Sensib. 1	55

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Imagen 20. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Esquema de elemento a emplear	56
Imagen 21. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Detalle de Elemento Crítico en Ensay. Sensib. 2	56
Imagen 22. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Líneas de isotensión en borde de concentrador. (Schijve, 2001)	58
Imagen 23. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Detalle de Elemento Crítico en Ensay. Sensib. 3	58
Imagen 24. Preámbulo. Cortadura Pura. Esquema de Condiciones de Contorno para deformación	62
Imagen 25. Preámbulo. Cortadura Pura. Mallado para Cortadura por deformación	63
Imagen 26. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensión principal mayor	64
Imagen 27. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensión principal menor	64
Imagen 28. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición, (Schijve, 2001).....	67
Imagen 29. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Ensayo 1	68
Imagen 30. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 1. Componente X	69
Imagen 31. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Detalle de malla del Ensayo 2.	72
Imagen 32. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 2, componente X.....	73
Imagen 33. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Modelo básico.	77
Imagen 34. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Esquema de geometría	78
Imagen 35. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Modelos FEM	79
Imagen 36. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados FEM.....	80
Imagen 37. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Esquema de configuración.....	90
Imagen 38. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Modelos FEM.....	93
Imagen 39. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Cargas y Condiciones de Contorno	94
Imagen 40. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Resultados.....	95
Imagen 41. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. ESDU 75007.....	96
Imagen 42. Interacción Kt. Validación. Tabla de interacción de tensiones, Chart 4.29. (Peterson, 1953)	104

Imagen 43. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Geometría básica.	111
Imagen 44. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Superposición tensional según ESDU.....	112
Imagen 45. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Geometría básica.....	113
Imagen 46. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de funcionamiento de elemento RBE3 (I)	114
Imagen 47. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de funcionamiento de elemento RBE3 (II)	114
Imagen 48. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelización con RBE3. Estado tensional.....	115
Imagen 49. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelización con RBE3. Fuerzas en X	115
Imagen 50. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelización con RBE3. Fuerzas en Y.	116
Imagen 51. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo FEM básico.....	117
Imagen 52. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Detalle de malla en agujero	117
Imagen 53. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados FEM.....	118
Imagen 54. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Valores de Kp según ESDU-93030.....	118
Imagen 55. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Malla 3D	123
Imagen 56. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Detalle agujero con malla 3D	123
Imagen 57. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Condiciones de contorno de modelo 3D	124
Imagen 58. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo FEM del remache.	125
Imagen 59. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo FEM del conjunto 3D en Abaqus	126
Imagen 60. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Deformada del modelo 3D del contacto	127
Imagen 61. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Tensiones en Modelo 3D mediante contacto.....	127
Imagen 62. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Opciones de visualización.	129

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Imagen 63. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Resultados.	129
Imagen 64. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de coordenada angular.	130
Imagen 65. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de Cálculo de K_p en espesor de placa.	133
Imagen 66. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Geometría básica.	137
Imagen 67. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Aplicación de fuerza de remache.	138
Imagen 68. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Modelo FEM.	139
Imagen 69. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Reacciones en SPC en borde alejado.	140
Imagen 70. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Resultados de flujo en borde alejado.	140
Imagen 71. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Resultados flujo tangencial en borde de agujero central.	141
Imagen 72. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Solución analítica K_p (Mori, 1972).	141
Imagen 73. Caso Real 1. Vista global de estabilizador horizontal.	145
Imagen 74. Caso Real 1. Detalle del defecto.	146
Imagen 75. Caso Real 1. Malla 3D del modelo completo.	147
Imagen 76. Caso Real 1. Estado de Cargas.	148
Imagen 77. Caso Real 1. Superposición de estados tensionales.	148
Imagen 78. Caso Real 1. Esquema de interacción de K_t s.	149
Imagen 79. Caso Real 1. Tablas para superposición de K_t s.	151
Imagen 80. Caso Real 1. Aporte de Bearing.	152
Imagen 81. Caso Real 1. Opciones HyperView para Bearing.	152
Imagen 82. Caso Real 1. Resultados Bearing.	153
Imagen 83. Caso Real. Consideración de la proximidad a borde en Bypass.	154
Imagen 84. Caso Real 1. Modelo Combinación Bearing y Bypass.	155
Imagen 85. Caso Real 1. Esquema de Momentos para modelo Bearing y Bypass.	155
Imagen 86. Caso Real 1. Efecto de momento flector en K_t	157
Imagen 87. Caso Real 1. Esquema de geometría para K_t de radio (Kumagai & Shimada, 1967).	160

Imagen 88. Caso Real 1. Aplicación de condiciones de contorno de simetría al problema de Kumagai.....	161
Imagen 89. Caso Real 1. Comparativa BC's Kumagai y Caso Real 1	162
Imagen 90. Caso Real 1. Comparativa Kt Kumagai y Caso Real 1	162
Imagen 91. Caso Real 1. Deformada y desplazamientos de la placa.....	164
Imagen 92. Caso Real 1. Desviación de la tensión principal debido a flexión.....	164
Imagen 93. Caso Real 1. Distribución de Kt de Radio de Mec. (R=8mm)	165
Imagen 94. Caso Real 1. Condiciones de Contorno del modelo FEM.....	169
Imagen 95. Caso Real 1. Detalle de la geometría para análisis del estado tensional.....	174
Imagen 96. Caso Real 1. Estado tensional del caso T	174
Imagen 97. Caso Real 1. Tablas de Kt, b _{rg} y Kt, b _{yp} para casos D.....	180
Imagen 98. Caso Real 1. Detalles de modelos FEM para casos D1, D2 y D3.....	181
Imagen 99. Caso Real 1. Resultados FEM para casos D1, D2 y D3.....	182
Imagen 100. Caso Real 1. Detalle de modelos R2X1 y R3X1	186
Imagen 101. Caso Real 1. Resultados FEM del aporte de radio en Casos R.....	189
Imagen 102. Caso Real 1. Campo de desplazamientos Y para Caso R3X2.....	190
Imagen 103. Caso Real 1. Tensiones principales en las inmediaciones del radio en Caso R3X2.....	191
Imagen 104. Caso Real 1. Sustitución del radio R = 16mm por empotramiento.....	191
Imagen 105. Caso Real 2. Lower Assembly	198
Imagen 106. Caso Real 2. Detalle de unión Stringer-Skin	198
Imagen 107. Caso Real 2. Detalle de zona de defecto.	198
Imagen 108. Caso Real 2. Modelo completo simplificado para superposición.....	200
Imagen 109. Caso Real 2. Charts 4.2 y 4.3 respectivamente. (Peterson, 1953).....	203
Imagen 110. Caso Real 2. Diferencia en la zona de cálculo del Kt debido al joggle.....	206
Imagen 111. Caso Real 2. Detalle y comparativa de geometría y mallado 3D.....	208
Imagen 112. Caso Real 2. Modelo FEM simplificado (I)	210
Imagen 113. Caso Real 2. Cargas y Condiciones de Contorno en Modelo Simplificado (I)	212
Imagen 114. Caso Real 2. Desplazamientos por torsión en Modelo Simplificado (I)	214
Imagen 115. Caso Real 2. Reacciones por flexión en el Modelo Simplificado (I)	215
Imagen 116. Caso Real 2. Reacciones en el contacto con Lower Skin del Modelo Simplificado (I)	216

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Imagen 117. Caso Real 2. Modelo Simplificado (II).....	217
Imagen 118. Caso Real 2. Condiciones de contorno en Modelo Simplificado (II)	218
Imagen 119. Caso Real 2. Resultados FEM de Kt para Modelo Simplificado (II)	219
Imagen 120. Caso Real 2. Desplazamientos por torsión en Modelo Simplificado (II)	220
Imagen 121. Caso Real 2. Reacciones por flexión en el Modelo Simplificado (II).....	220
Imagen 122. Caso Real 2. Reacciones en el contacto con Lower Skin del Modelo Simplificado (II)	221
Imagen 123. Caso Real 2. Modelo para corrección del Kt de joggle	222
Imagen 124. Caso Real 2. Resultados de Kt del joggle en la zona de presencia del remache.	223
Imagen 125. Caso Real 2. Estudio Adicional (I). Comparativa de modelos	226
Imagen 126. Caso Real 2. Estudio Adicional (I). Resultados FEM de Kt.....	229
Imagen 127. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Modelo CAD y mallado 2D equivalente de Stringer 15.....	231
Imagen 128. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Mallado 2D de Lower Skin.	231
Imagen 129. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Cargas y BC de Lower Skin.	231
Imagen 130. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Cargas y BC de Stringer 15.	232
Imagen 131. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Unión mediante CFAST de componentes.....	232
Imagen 132. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultados FEM de reacciones sobre los remaches.....	233

Índice de Gráficos

Gráfico 1. Preámbulo. Condiciones de Contorno.. Tensiones en borde vertical de placa.....	44
Gráfico 2. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Concentración de tensiones en borde vertical de placa.....	44
Gráfico 3. Preámbulo. Efecto de Borde. Concentración de tensiones con efecto de borde	48
Gráfico 4. Preámbulo. Mallado Refinado. Tensiones en el ensayo de malla refinada	52
Gráfico 5. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Resultados Ensayo de Sensibilidad 1	55

Gráfico 6. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Resultados Ensayo de Sensibilidad 1	57
Gráfico 7. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Resultados Ensayo de Sensibilidad 3.....	59
Gráfico 8. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensiones principales en Diagonal 1.....	65
Gráfico 9. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensiones principales en Diagonal 1.....	65
Gráfico 10. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 1, eje Y	70
Gráfico 11. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 1, eje X.....	70
Gráfico 12. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 2, eje Y	74
Gráfico 13. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 2, eje X.....	74
Gráfico 14. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Valores teóricos Kt, Chart 4.22.	81
Gráfico 15. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Ajuste polinómico de las curvas Kt FEM y agujero aislado	84
Gráfico 16. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados de correlaciones para 1.25d	85
Gráfico 17. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados de correlaciones para 1.5d	86
Gráfico 18. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados de correlaciones para 2d	86
Gráfico 19. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Correlación PE.....	88
Gráfico 20. Interacción Kt. Interacción agujeros iguales. Error de correlación PE.....	88
Gráfico 21. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Diferencia Kt según tamaño de agujero.....	91
Gráfico 22. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Preparación de curvas para correlación	97
Gráfico 23. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Ajuste polinómico de las curvas Kt FEM y agujero aislado	98
Gráfico 24. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Resultados de correlaciones habituales para 1.25d	98
Gráfico 25. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Resultados de correlaciones habituales para 1.5d	99

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Gráfico 26. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Resultados de correlaciones habituales para 2d.....	99
Gráfico 27. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Correlación PE de agujeros iguales.....	100
Gráfico 28. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Error de correlación PE de agujeros iguales.....	101
Gráfico 29. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Correlación PE	102
Gráfico 30. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Error de correlación PE.....	102
Gráfico 31. Interacción Kt. Validación. Resultados. Kt para D/d=1	105
Gráfico 32. Interacción Kt. Validación. Error para D/d=1	106
Gráfico 33. Interacción Kt. Validación. Resultados Kt para D/d=2.5	106
Gráfico 34. Interacción Kt. Validación. Error para D/d=2.5.....	107
Gráfico 35. Interacción Kt. Validación. Resultados Kt para D/d=10	107
Gráfico 36. Interacción Kt. Validación. Error para D/d=10.....	108
Gráfico 37. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de tensión tangencial. Comparativa 3D.	131
Gráfico 38. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de tensión tangencial. Comparativa 2D y 3D.....	131
Gráfico 39. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de tensión tangencial. Aproximación cosenoidal.	132
Gráfico 40. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparativa Kp en espesor de placa.....	133
Gráfico 41. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparativa Kp en espesor de placa. Análisis de gradiente.	134
Gráfico 42. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparativa Kp y Kt.....	136
Gráfico 43. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Comparativa Kp de Ensayo y Teórico.....	142
Gráfico 44. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Comparativa Tensión Radial	143
Gráfico 45. Caso Real 1. Comparación resultados de Kt para casos N1, N2, N3.....	170
Gráfico 46. Caso Real 1. Variación de Kt según el espesor de agujero y tamaño de elemento	172
Gráfico 47. Caso Real 1. Distribución de tensiones para caso T según FEM	175

Gráfico 48. Caso Real 1. Distribución del estado tensional de Bearing y Bypass en Caso T.....	175
Gráfico 49. Caso Real 1. Distribución del estado tensional de Radio de Mecanizado en Caso T.....	175
Gráfico 50. Caso Real 1. Comparativa Kt de radio y su aproximación polinómica.....	177
Gráfico 51. Caso Real 1. Comparativa entre Kt global según FEM y Producto para Caso T.....	177
Gráfico 52. Caso Real 1. Comparativa Kt entre Casos N y D.....	183
Gráfico 53. Caso Real 1. Comparativa de Kt según FEM y correlaciones Prod.1 y Prod.2.....	184
Gráfico 54. Caso Real 1. Aproximación de Kt para caso D a través del desplazamiento de curva de caso N.....	185
Gráfico 55. Caso Real 1. Comparativa Kt FEM de Casos R1, R2 y R3.....	188
Gráfico 56. Caso Real 1. Distribuciones de Kt para Casos R.....	189
Gráfico 57. Caso Real 1. Comparativas Kt FEM y Correlaciones para Casos R2 y R3.....	195
Gráfico 58. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultados de LTR para cada remache.....	233
Gráfico 59. Aspectos Económicos. Presupuesto. Diagrama de Pareto.....	241

Índice de Tablas

Tabla 1. Análisis de Riesgos. Matriz Probabilidad-Impacto.....	28
Tabla 2. Análisis de Riesgos. Matriz de Ponderación.....	29
Tabla 3. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Tabla resumen de ejemplo de ensayo.....	43
Tabla 4. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Resumen del ejemplo de ensayo.....	45
Tabla 5. Preámbulo. Efecto de Borde. Resumen de ensayo con efecto de borde.....	48
Tabla 6. Preámbulo. Efecto de Borde. Resumen de ensayo sin efecto de borde.....	49
Tabla 7. Preámbulo. Mallado Refinado. Resumen de ensayo con Malla Refinada.....	51

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Tabla 8. Preámbulo. Mallado Refinado. Resumen de resultados de ensayo remallado	52
Tabla 9. Preámbulo. Mallado Refinado. Características del Elemento Óptimo	52
Tabla 10. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Consignado de Ensayo de Sensibilidad 1	54
Tabla 11. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico Real de Ensayo de Sensibilidad 1	54
Tabla 12. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 1	55
Tabla 13. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico de Ensayo de Sensibilidad 2.....	56
Tabla 14. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 2	57
Tabla 15. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico de Ensayo de Sensibilidad 3.....	58
Tabla 16. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 3	59
Tabla 17. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico de Ensayo de Sensibilidad 4.....	60
Tabla 18. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 4	60
Tabla 19. Preámbulo. Cortadura Pura. Propiedades del Material.....	62
Tabla 20. Preámbulo. Cortadura Pura. Tabla resumen para Cortadura por Deformación.....	65
Tabla 21. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Tamaño de elemento.	68
Tabla 22. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados FEM de Ensayo 1	69
Tabla 23. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Tamaño de elemento de Ensayo 2	72
Tabla 24. Preámbulo. Cortadura Pura. Resultados FEM Ensayo 2.....	73
Tabla 25. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Geometría básica.	77
Tabla 26. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Tamaño de elemento crítico.....	78
Tabla 27. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Propiedades del material	78
Tabla 28. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Comparativa Kt FEM y teórico.....	81

Tabla 29. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Curva FEM de Kt para 1.25d.....	83
Tabla 30. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Curva de interacción y agujero aislado.....	83
Tabla 31. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Exponentes PE.....	88
Tabla 32. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Conversión de parámetros de ensayos	92
Tabla 33. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Comparativa de Kt FEM y teórico.....	96
Tabla 34. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Exponentes PE para agujeros iguales.....	100
Tabla 35. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Exponentes PE	101
Tabla 36. Interacción Kt. Validación. Umbrales de seguridad para uso de Prod.	110
Tabla 37. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Geometría básica	111
Tabla 38. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Situación de carga.....	117
Tabla 39. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Opciones de visualización en Hyperview.....	118
Tabla 40. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados ESDU para geometría considerada.....	119
Tabla 41. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparación de resultados.....	119
Tabla 42. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Elemento óptimo. Dimensiones	120
Tabla 43. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Cargas para malla refinada (90°)	120
Tabla 44. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de malla refinada (90°).....	120
Tabla 45. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Coeficientes para presión en 83°.....	121
Tabla 46. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Cargas para malla refinada (83°)	121
Tabla 47. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de malla refinada (83°).....	121
Tabla 48. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resumen de variabilidad de Kp según bibliografía	122

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Tabla 49. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Material para el remache en contacto	125
Tabla 50. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de Modelo 3D mediante contacto.....	128
Tabla 51. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Detalle de carga.....	128
Tabla 52. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Resultados.....	130
Tabla 53. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Datos geométricos de modelo FEM.....	139
Tabla 54. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Resumen de resultados de K_p	142
Tabla 55. Caso Real 1. Dimensiones principales de la geometría.....	146
Tabla 56. Caso Real 1. Aportes de K_t s del estado de carga.....	151
Tabla 57. Caso Real 1. K_t sin efecto de radio.....	151
Tabla 58. Caso Real 1. Comparativa K_t Bypass según proximidad a borde	154
Tabla 59. Caso Real 1. Resultados de K_t Bearing y Bypass sin radio de mecanizado.....	159
Tabla 60. Caso Real 1. Comparativa K_t Kumagai y Caso Real 1	162
Tabla 61. Caso Real 1. Parámetros para K_t según Kumagai y Shimada	163
Tabla 62. Caso Real 1. Comparativa K_t de radio según FEM y teoría	163
Tabla 63. Caso Real 1. Descripción de casos nominales	167
Tabla 64. Caso Real 1. Resultados K_t según FEM para casos N1, N2 y N3	169
Tabla 65. Caso Real 1. Comparación resultados de K_t para casos N1, N2, N3.....	170
Tabla 66. Caso Real 1. Comparativa aporte Bearing y Bypass en distintos modelos.....	171
Tabla 67. Caso Real 1. Geometría básica del caso T	174
Tabla 68. Caso Real 1. Comparativa de Resultados del TFM con metodología de Aernnova.....	178
Tabla 69. Caso Real 1. Descripción de casos D	179
Tabla 70. Caso Real 1. Geometría para tablas de K_t , b _{rg} y K_t , b _{yp} para casos D.....	180
Tabla 71. Caso Real 1. Valor de K_t , b _b teórico para casos D.....	180
Tabla 72. Caso Real 1. Descripción de casos R	185
Tabla 73. Caso Real 1. Distancias X para casos R _i X _j	186
Tabla 74. Caso Real 1. Resultados FEM casos R.....	187
Tabla 75. Caso Real 1. Resumen K_t s FEM de Casos R	188

Tabla 76. Caso Real 1. Resultados FEM Kt, rad para en Casos R	189
Tabla 77. Caso Real 1. Comparativa Kt con radio truncado	192
Tabla 78. Caso Real 1. Polinomio Kt para Caso R2.....	193
Tabla 79. Caso Real 1. Polinomio Kt para Caso R3.....	194
Tabla 80. Caso Real 2. Geometría básica del modelo.	199
Tabla 81. Caso Real 2. Aporte de Bypass según Chart 4.2, Peterson.	203
Tabla 82. Caso Real 2. Aporte Kt Bearing sin corrección de espesor. ESDU- 81006	204
Tabla 83. Caso Real 2. Corrección de Kt de Bearing debido a espesor. ESDU- 81006.	205
Tabla 84. Caso Real 2. Aporte de Bearing a Kt global	205
Tabla 85. Caso Real 2. Aporte de Bearing y Bypass conjuntos.....	205
Tabla 86. Caso Real 2. Aporte del Joggle al Kt según Kumagai y Shimada	207
Tabla 87. Caso Real 2. Aporte de Joggle al Kt corregido a tensión remota	207
Tabla 88. Caso Real 2. Resultado Kt teórico preliminar	207
Tabla 89. Caso Real 2. Resultados FEM de Kt para Modelo Simplificado (I).....	213
Tabla 90. Caso Real 2. Comparativa Kt FEM y Teórico para Modelo Simplificado (I)	213
Tabla 91. Caso Real 2. Comparativa entre resultados de Modelos Simplificados (I) y (II)	219
Tabla 92. Caso Real 2. Corrección de Kt del Joggle	223
Tabla 93. Caso Real 2. Comparativa entre distintas aproximaciones a Kt de Joggle.....	223
Tabla 94. Caso Real 2. Comparativa de resultados de Kt FEM respecto de teóricos con corr. joggel.....	224
Tabla 95. Caso Real 2. Comparativa de Resultados del TFM con metodología de Aernnova.....	225
Tabla 96. Caso Real 2. Estudio Adicional (I) Corrección de Kt de Bearing debido a espesor. ESDU-81006.....	227
Tabla 97. Caso Real 2. Aporte del Joggle al Kt según Kumagai y Shimada	228
Tabla 98. Caso Real 2. Estudio Adicional (I). Kt teórico	228
Tabla 99. Caso Real 2. Estudio Adicional (I) Comparativa Kt FEM y Teórico	229
Tabla 100. Caso Real 2. Estudio Adicional (II).Propiedades de CFAST.....	232
Tabla 101. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultados de LTR.....	234
Tabla 102. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultado de Kt Bearing- Bypass.....	234
Tabla 103. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Comparativa de Kt Global	234

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Tabla 104. Aspectos Económicos. Presupuesto. Horas Internas	238
Tabla 105. Aspectos Económicos. Presupuesto. Amortizaciones	238
Tabla 106. Aspectos Económicos. Presupuesto. Gastos	238
Tabla 107. Aspectos Económicos. Presupuesto. Costes Directos.....	239
Tabla 108. Aspectos Económicos. Presupuesto. Total Presupuestado.....	239
Tabla 109. Aspectos Económicos. Presupuesto. Porcentajes de imputación sobre Total	240
Tabla 110. Aspectos Económicos. Presupuesto. Tabla de Causas-Coste	241
Tabla 111. Aspectos Económicos. Presupuesto. Partidas prioritarias para control.....	241

Índice de Ecuaciones

Ecuación 1. Estado del Arte. Sistema de ecuaciones diferenciales para el problema elástico.....	9
Ecuación 2. Estado del Arte. Simplificación de ecuaciones para caso de tensión plana sin fuerzas de volumen	10
Ecuación 3. Estado del Arte. Solución analítica del problema de Kt de agujero aislado.....	10
Ecuación 4. Estado del Arte. Ecuación de las isóclinas.	15
Ecuación 5. Estado del Arte. Ecuaciones de equilibrio en tensión plana.....	15
Ecuación 6. Estado del Arte. Ecuación para la obtención exacta de la tensión σ_x	15
Ecuación 7. Estado del Arte. Ecuación para la obtención aproximada de la tensión σ_x	15
Ecuación 8. Estado del Arte. Expresión de la tensión cortante.....	15
Ecuación 9. Estado del Arte. Expresión para la obtención de la tensión cortante a partir de fotoelasticidad	16
Ecuación 10. Estado del Arte. Expresión para la obtención de la tensión σ_y	16
Ecuación 11. Estado del Arte. Relación entre resistencia y deformación en extensometría	17
Ecuación 12. Estado del Arte. Expresión para la tensión en extensometría	17
Ecuación 13. Estado del Arte. Expresiones de Goodman a vida finita	19
Ecuación 14. Estado del Arte. Sensibilidad a la entalla.....	19
Ecuación 15. Estado del Arte. Expresión para obtención de KfN.....	20
Ecuación 16. Estado del Arte. Parámetros para obtención de KfN en materiales dúctiles	20

Ecuación 17. Estado del Arte. Parámetros para obtención de K_fN en materiales frágiles.....	20
Ecuación 18. Estado del Arte. Factores K_σ y K_ϵ	21
Ecuación 19. Estado del Arte. Método de Neuber para K_t en plastificación.....	21
Ecuación 20. Estado del Arte. Ecuación constitutiva de Ramberg-Osgood.....	21
Ecuación 21. Estado del Arte. Reformulación de la concentración de tensión con plastificación según Neuber.....	21
Ecuación 22. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Número de nodos para tamaño de elemento dado.....	54
Ecuación 23. Preámbulo. Cortadura Pura. Expresión para deformaciones nodales.....	62
Ecuación 24. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Cortante según Mohr.....	66
Ecuación 25. Interacción K_t . Interacción de agujeros iguales. Correlaciones clásicas.....	84
Ecuación 26. Interacción K_t . Interacción de agujeros iguales. Forma general de la correlación.....	85
Ecuación 27. Interacción K_t . Validación. Expresión teórica de K_t para agujero aislado en placa plana.....	103
Ecuación 28. Interacción K_t . Validación. Expresión de K_t para validación de correlaciones.....	104
Ecuación 29. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Presión de remache sobre agujero.....	112
Ecuación 30. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Expresión K_p según ESDU.....	112
Ecuación 31. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Fuerza nodal de presión.....	116
Ecuación 32. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Expresión corregida de presión para 83°	121
Ecuación 33. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Sistema ec. para coef. de presión en 83°	121
Ecuación 34. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Distribución de presión en el remache.....	137
Ecuación 35. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. K_p según Mori.....	141
Ecuación 36. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Conversión K_p de Mori a Peterson.....	142

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Ecuación 37. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Expresión teórica de tensión radial.....	142
Ecuación 38. Caso Real 1. Expresión esquemática de obtención del Kt.....	149
Ecuación 39. Caso Real 1. Kt teórico en placa sin radio de mecanizado	150
Ecuación 40. Caso Real 1. Expresión general de Kt	150
Ecuación 41. Caso Real 1. Tensión de Bearing	152
Ecuación 42. Caso Real 1. Referenciado a tensión remota de Kt, brg.....	153
Ecuación 43. Caso Real 1. Expresión de momentos en apoyos para modelo Bearing y Bypass	156
Ecuación 44. Caso Real 1. Coeficiente de desequilibrio en momentos flectores.....	158
Ecuación 45. Caso Real 1. Expresión del Kt de radio (Kumagai & Shimada, 1967).	160
Ecuación 46. Caso Real 1. Parámetros para cálculo de Kt de radio (Kumagai & Shimada, 1967)	160
Ecuación 47. Caso Real 1. Dependencia de Kt con la posición del agujero.	166
Ecuación 48. Caso Real 1. Expresión de producto de Kt según distribución de Kt, rad	168
Ecuación 49. Caso Real 1. Expresión de producto de Kt según Kumagai y Shimada	168
Ecuación 50. Caso Real 1. Expresiones polinómicas de aproximación del Kt de radio de mecanizado	176
Ecuación 51. Caso Real 1. Kt teórico en placa sin radio de mecanizado	179
Ecuación 52. Caso Real 2. Expresión general del Kt	201
Ecuación 53. Caso Real 2. Expresión de Kt de Bearing y Bypass.....	202
Ecuación 54. Caso Real 2. Relación entre Kts con distintas referencias.....	203
Ecuación 55. Caso Real 2. Expresión del Kt de radio (Kumagai & Shimada, 1967).	206
Ecuación 56. Caso Real 2. Parámetros para cálculo de Kt de radio (Kumagai & Shimada, 1967)	206
Ecuación 57. Caso Real 2. Expresión para cálculo de Kt global.....	207
Ecuación 58. Caso Real 2. Conversión de Kt de joggle a ref. en zona R2	223
Ecuación 59. Caso Real 2. Valor Teórico de Kt con corrección de aporte de Joggle.....	224
Ecuación 60. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Rigidez elemento CFAST	232
Ecuación 61. Aspectos Económicos. Presupuesto. Expresión de Imprevistos	238

Agradecimientos

La realización de este Trabajo de Fin de Máster ha sido posible gracias a la colaboración con Aernnova Engineering Division, que generosamente ha tenido a bien facilitar todo el material y *background* necesario para el desarrollo del proyecto de investigación. A los responsables de la compañía y a todo el personal de la oficina de Derio va dirigido mi agradecimiento por permitirme formar parte del equipo.

En especial me gustaría enviarle un caluroso agradecimiento a Carolina Cabo, mi tutora en Aernnova Engineering Division, por su inestimable ayuda durante la realización de las múltiples tareas, incluidas revisión y atento consejo. También me gustaría agradecerle su apoyo y sobre todo, su despliegue de paciencia en los instantes más difíciles.

La realización de este TFM no habría sido posible sin la supervisión y guía de Javier Canales, mi director de proyecto durante todo este tiempo, que ha propiciado mi incorporación a Aernnova Engineering Division en calidad de investigador durante los últimos meses. Por todo ello, le envío mi más sincero agradecimiento.

Y por último, gracias a mis seres más queridos, que desde un punto de vista no tan profesional han sabido aportarme un punto de apoyo en los momentos de zozobra y han celebrado conmigo los triunfos del día a día.

A todos, gracias.

Josu Argote Sánchez

A lunes, 19 de septiembre de 2016

Resumen Trilingüe

The main objective of this Project consists of evaluating the stress concentration factors (SCF) in aeronautical structures arisen due to the geometric complexity of their components. Firstly, a contextualization of the SCF phenomenon and its resolution techniques will be conducted through the historical review of scientific development in various disciplines. Subsequently, stress fields generated by the interaction of multiple stress concentrators under aeronautical loadcases will be examined, by means of the usage of empirical and theoretical results available in specialised bibliography. Finally, two real cases of SCF evaluation in aeronautical industry will be solved by virtue of the conclusions obtained in previous developments.

El Trabajo de Fin de Máster que se presenta a continuación tiene como objetivo la evaluación de los factores de concentración de tensiones que se originan en una estructura aeronáutica como consecuencia de la complejidad geométrica de sus componentes. En primer lugar, se realizará una breve contextualización del fenómeno de concentración de tensiones y cómo se ha abordado su resolución a lo largo del desarrollo de las distintas disciplinas científicas. A continuación, se estudiarán los campos tensionales generados por la interacción de distintos concentradores de tensión ante estados de carga típicamente aeronáuticos basándose en resultados empírico-teóricos de la bibliografía especializada. En última instancia, las conclusiones extraídas servirán como base de resolución para dos casos reales de evaluación del factor de concentración de tensiones en la industria aeronáutica.

Master Amaierako Lan honen helburua egitura aeronautikoetan ageri diren osagaiak duten geometría konplexuaren ondorioz sortzen diren tentsioaren kontzentrazio faktoreen ebaluazioa garatzean datza. Lehenengoz, tentsio kontzentrazioaren fenomenoaren testuinguru zientifikoa aztertuko da, hala nola garatutako ebazpen metodoen eta tresnen begirada bat. Ondoren, tentsio-iturri anitzen elkarrekintzaren ondorioz sortutako tentsio-egoera aztertuko da aeronautikan aurkitzen diren karga-egoera tipikoen eraginpean. Horretarako, bibliografia espezializatuek erakusten dituzten emaitzak erabiliko dira. Azkenik, aurreko ataletan lortutako ondorioak haintzat hartuta, industria aeronautikoan ageritako tentsio kontzentrazio faktoreen kalkukurako bi kasu erreal ebatziko dira.

Capítulo 1. Memoria

1.1 Objetivos y Alcance del Trabajo

En las siguientes líneas se delimitará el alcance del trabajo realizado, y se establecerán los objetivos que se esperan satisfacer durante su ejecución. Mediante la elaboración del presente trabajo se busca mejorar la precisión en la evaluación de factores de concentración de tensiones en problemas de geometría y estados de carga complejos. De esta forma, los resultados obtenidos deberían permitir verificar el nivel de precisión de las correlaciones habitualmente empleadas en ingeniería en lo tocante a la estimación de factores de concentración de tensiones. El trabajo, por tanto, abarcará labores de distinta tipología, entre las que se pueden encontrar las siguientes:

- Labores de verificación de métodos de cálculo usuales.
- Estudio de la sensibilidad de los resultados ante variaciones de los parámetros del modelo FEM, como puede ser el tamaño de elemento empleado, condiciones de contorno, geometría del concentrador de tensión o estado de carga aplicado.
- Investigación de nuevas correlaciones que permitan dar una respuesta particularizada ante problemas concretos de concentración de tensiones.
- Resolución de casos reales de evaluación de K_t en aplicaciones de ingeniería.

Todas las labores anteriores tienen como objetivo el desarrollo de una metodología secuencial que permita, en última instancia, reducir la incertidumbre en la estimación de los valores de K_t en situaciones diferentes a las clásicamente desarrolladas en la bibliografía. Ello debería permitir trabajar con valores de coeficientes de seguridad más ajustados, lo que resulta de gran interés para la industria aeronáutica al posibilitar el diseño de estructuras más optimizadas. Por otro lado, dada la incertidumbre típica en la determinación de la vida a fatiga de los componentes metálicos, obtener valores de K_t más ajustados al valor real de tensión en servicio permite que los cálculos de dicha resistencia a fatiga se realicen con un margen de seguridad más representativo del fenómeno. Ello redundará en una mejora sustancial en la calidad y fiabilidad de los resultados obtenidos, y por ende, en una mayor competitividad del producto en el mercado aeronáutico.

En cualquier caso, debe remarcarse que el cálculo de vida a fatiga de los distintos componentes aeronáuticos empleados en los siguientes apartados excede el alcance del presente informe. El procedimiento de cálculo de vida a fatiga consistirá en la motivación principal para el desarrollo del trabajo actual, pero no parte del mismo. Es decir, se considerará al procedimiento de cálculo de vida a fatiga como un cliente interno del proceso de cálculo global, cuyo *input* serán los valores de K_t calculados de acuerdo con las metodologías, resultados y conclusiones expuestos a lo largo del presente informe.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Una vez establecido el alcance del Trabajo de Fin de Máster que aquí se presenta, resulta esencial resumir los principales objetivos del mismo:

- Reunir, generar y validar métodos y correlaciones de cálculo de factores de concentración de tensiones de modelos básicos para aplicaciones aeronáuticas a partir de la bibliografía especializada e investigación mediante modelos de elementos finitos (FEM).
- Reunir, generar y validar métodos y correlaciones de cálculo de factores de concentración de tensiones como consecuencia de la interacción de distintos concentradores a partir de la bibliografía especializada e investigación mediante modelos FEM.
- Analizar la sensibilidad de los resultados ante variaciones de modelado FEM, geométricas y de estados de carga.
- Reducir la incertidumbre del cálculo global de los factores de concentración de tensiones ante geometrías y estados de carga complejos.
- Mejorar la estimación de los valores de K_t para su uso en cálculo de vida a fatiga en casos reales de componentes aeronáuticos.

Los objetivos anteriores se pueden traducir en una serie de sub-objetivos o tareas globales que dan una mejor perspectiva acerca de cuáles deben ser los pasos de actuación para darles cumplimiento. Estas tareas, si bien enunciadas de forma general, se verán desarrolladas en próximos apartados. Las principales tareas se enuncian a continuación:

- Recopilar métodos analíticos y empíricos de cálculo de factores de concentración de tensiones en casos habituales de geometría y estados de carga de aplicaciones aeronáuticas.
- Reproducir mediante análisis FEM los resultados de la bibliografía consultada, analizando las causas de las discrepancias.
- Verificar técnicas de superposición de estados tensionales para la estimación de los factores de concentración de tensiones fruto de estados de carga complejos.
- Investigar en la bibliografía especializada correlaciones empírico-teóricas para la estimación del valor del K_t generado como consecuencia de la interacción de distintos concentradores de tensión.
- Realizar mediante modelos FEM estudios de interacción de concentración de tensiones de concentradores de tensión, conocido su comportamiento teórico.
- Comparar los resultados de los modelos FEM con los resultados de la bibliografía para la interacción de concentración de tensiones.
- Generar correlaciones para la estimación del K_t fruto de la interacción de concentradores cuyo comportamiento aislado es conocido.
- Determinar la validez de las correlaciones generadas a partir de la comparación con los resultados de los modelos FEM y los obtenidos mediante la bibliografía consultada.
- Aplicar correlaciones de interacción de factores de concentración de tensiones así como métodos de superposición de estados tensionales para realizar una estimación ajustada de los valores de K_t de casos reales de aplicación aeronáutica, facilitados por Aernnova Engineering Division.

Debe hacerse notar aquí que las tareas anteriores se cumplimentan de forma secuencial, pero también recursiva. Dicho mediante otras palabras, se buscará un desarrollo paulatino de las competencias en materia de estimación de concentración de tensiones, partiendo de modelos sencillos de cálculo hacia casos de más difícil interpretación, de tal forma que cada modelo realizado permita analizar una nueva arista del fenómeno, cuya comprensión servirá de base para los casos siguientes. Consecuentemente, de las tareas mencionadas arriba, aun estando dirigidas a la comprensión del comportamiento tensional básico, muchas deberán repetirse secuencialmente en cada modelo realizado, garantizando la mejora continua en el proceso de investigación.

Con todo lo anterior queda fijado cuál es el alcance del trabajo realizado y cuáles deben ser los objetivos a cumplimentar para garantizar que se satisfacen las expectativas del mismo. En base a todo ello, en los siguientes apartados se analizará en qué se traducen el alcance y los objetivos anteriores sobre el proyecto de investigación en términos de beneficios, posibles alternativas y riesgos y consideraciones económicas respectivamente.

1.2 Beneficios del Trabajo

El Trabajo de Fin de Máster desarrollado en el presente informe, de acuerdo con la clasificación ofrecida en la normativa, podría englobarse dentro de la tipología de Desarrollo de Estudio Técnico, al tener como objetivo el desarrollo de una metodología aplicable en el ámbito del diseño industrial. El trabajo realizado no conduce a la generación de una idea o prototipo tangibles, ni desarrolla un proyecto clásico de ingeniería, por lo que las consideraciones que deben realizarse acerca de los beneficios aportados deben ser necesariamente distintas.

Habida cuenta de ello, puede realizarse la siguiente clasificación sobre las partes beneficiadas por la realización del trabajo de investigación que se presenta:

1.2.1 Contribuciones técnicas

Como ya se ha mencionado previamente, el trabajo actual se enmarca dentro de un proceso de investigación sobre análisis estructural en el seno de Aernnova Engineering Division, empresa en cuyas oficinas se ha llevado a cabo el grueso del desarrollo técnico que se presenta. El proyecto se ideó con el fin de verificar que los componentes aeronáuticos que sufren defectos de montaje y fabricación no estarán sometidos a estados tensionales que limiten la vida a fatiga por debajo de las especificaciones técnicas. Sin embargo, el alcance final del proyecto no se ha restringido a este único aspecto.

Actualmente se emplean métodos de estimación de factores de concentración de tensiones que, si bien ofrecen resultados conservadores, conllevan el uso de coeficientes de seguridad que no permiten la optimización del componente estructural, por ser relativamente elevados. Por tanto, el trabajo desarrollado cumple con el doble propósito de evaluar cuán conservadores son los métodos clásicos empleados durante el proceso de cálculo, así como de sistematizar la realización de futuros análisis de factores de concentración de tensiones, permitiendo trabajar desde la fase de diseño con modelos más optimizados desde el punto de vista estructural.

Los beneficios que aporta el proyecto actual, por tanto, son de índole más cualitativa que cuantitativa, al ser de enorme dificultad evaluar el impacto del mismo en términos económicos. La ingente labor que conlleva el diseño y fabricación de los componentes aeronáuticos, debido a las estrictas especificaciones de seguridad estructural y control sobre las tolerancias geométricas de cada parte, impide realizar un estudio de sensibilidad sobre el beneficio económico marginal de la implementación de las metodologías y conclusiones que se extraen del trabajo de investigación realizado.

Sin embargo, sí se puede estimar cuál es el beneficio del proyecto de investigación que se presenta en términos de calidad. Debido a las condiciones y especificaciones de diseño que se mencionaban arriba, resulta imprescindible que todos los procedimientos que toman parte en el desarrollo industrial sean lo más robustos y sistemáticos posible. En este sentido, el trabajo que se desarrolla a continuación ofrece la posibilidad de reforzar la consistencia de las labores de cálculo, eliminando parte de la incertidumbre a la hora de valorar los resultados obtenidos y ofreciendo una guía general de resolución de casos tensionales complejos sin requerir la realización de un estudio del modelo completo. Ello aúna la garantía de la fiabilidad de los resultados obtenidos y la capacidad de resolución celer de modelos complejos, contribuyendo a la mejora de la calidad de las labores de ingeniería.

1.2.2 Contribuciones científicas

Por otro lado, dado que se desarrolla un proyecto de investigación de técnicas de evaluación factores de concentración de tensiones, podría resultar interesante a nivel científico al profundizar en un campo sobre el que se ha investigado en profundidad, pero cuya variedad en casuística y factores de perturbación es prácticamente ilimitada.

Debido a ello, el lector encontrará que en los desarrollos realizados se opta por un enfoque eminentemente aeronáutico del fenómeno de concentración de tensiones. Los componentes analizados formarán parte en todo caso de la estructura metálica del avión, de pequeño espesor y gran esbeltez, por lo que los estados de carga serán con frecuencia uniaxiales y las hipótesis de tensión plana serán generalmente aceptables. Sin embargo, ello no quiere decir que únicamente puedan emplearse las conclusiones obtenidas en aplicaciones aeronáuticas, sino que gran parte del esfuerzo realizado está dirigido hacia la comprensión del fenómeno de interacción de efectos de concentración de tensiones más general, cuyo ámbito de aplicación es el grueso del diseño industrial. En efecto, muchos de los casos de estudio que se toman como base para el desarrollo de la metodología de evaluación de Kt se contrastarán con fuentes bibliográficas de aplicación general.

De esta forma, el estudio realizado servirá también como validación experimental mediante modelos de elementos finitos (FEM) de casos de estudio teóricos y empíricos descritos en la bibliografía, y que se detallarán en el apartado siguiente. El trabajo realizado podrá servir, por tanto, de guía para investigadores y/o personal de cálculo novel en el fenómeno de interacción de concentradores múltiples de tensión, así como de compendio de resultados prácticos para ingenieros que desarrollan cálculos de esta temática de forma asidua.

En última instancia, el trabajo realizado y que se desarrolla en apartados siguientes puede servir como base para el desarrollo futuro de correlaciones empíricas más robustas y generales que las que aquí se presentan. Abarcando un abanico más amplio de casuísticas geométricas y de carga, podría darse el paso a la generación de un proceso de diseño más simplificado, optimizado y sistemático en el ámbito aeronáutico. Todo lo anterior conduciría a una menor dispersión del error e incertidumbre en el comportamiento de los componentes, lo que sería un paso muy interesante en aras de garantizar en la industria la calidad y la eficiencia tanto de los procedimientos de ingeniería como del producto final.

Con todo lo anterior quedarían resumidos los principales beneficios del Trabajo de Fin de Máster que se presenta, distinguidas las dos tipologías de contribuciones principales sobre las que puede tener efecto el estudio realizado. En el próximo apartado se elaborará un resumen de los principales antecedentes históricos que fundamentan el conocimiento del fenómeno de concentración de tensiones.

1.3 Estado del Arte

1.3.1 Introducción al fenómeno de concentración de tensiones

La concentración de tensiones es un fenómeno que ha recibido un tratamiento exhaustivo a lo largo del desarrollo moderno del cálculo estructural. Ello se debe a la necesidad de caracterizar correctamente el campo tensional en los componentes de ingeniería, siendo imprescindible para conducir a diseños optimizados y seguros desde el punto de vista estructural y de vida a fatiga.

Las expresiones clásicas de la Resistencia de Materiales para la determinación de sollicitaciones tensionales ofrecen una buena aproximación en zonas de geometría y estados de carga uniformes, por lo que su uso quedará en general muy restringido en componentes de ingeniería real. En caso de existir zonas de variación de la sección del perfil, como resultado de la presencia de taladros, radios de acuerdo para recrecimiento de espesor (joggle), o aplicación de cargas puntuales (cargas de *bearing* en remaches), por citar algunos, las expresiones clásicas de Resistencia de Materiales dejan de ser válidas y no representan el comportamiento real del estado tensional.

Para garantizar la seguridad integral del componente, es imprescindible conocer con relativa precisión cuáles son las tensiones que se van a presentar en el mismo, por su relevancia frente a fallo estático y dinámico, pero también ante fallo por fatiga. En efecto, para este último fenómeno es especialmente relevante el estudio de la concentración de tensiones, puesto que se produce el fallo a tensiones muy por debajo de las de fallo estático del material. Además, las técnicas clásicas de análisis de fatiga conllevan una incertidumbre superior a las técnicas de evaluación ante fallo estático, al basarse sus curvas de fallo en propiedades del material cuyos valores numéricos presentan una gran dispersión. Por tanto, una evaluación precisa del coeficiente de concentración de tensiones permitirá reducir la incertidumbre sobre la resistencia a fatiga del componente, resultando en un diseño más optimizado y fiable.

Todo lo anterior justifica la necesidad de alcanzar una comprensión exhaustiva del fenómeno de concentración de tensiones, que ha desembocado en una incansable labor de investigación a lo largo de la historia científica más reciente, y para la cual se han desarrollado diversas técnicas de obtención de los factores que lo representan.

1.3.2 Técnicas de estudio de Kts

En este apartado se realiza un recorrido por las principales metodologías de cálculo, ordenadas de forma aproximadamente cronológica, de forma que el lector pueda observar cómo las técnicas de evaluación de Kts ha sufrido una evolución desde complejos métodos matemáticos que representan con exactitud problemas de concentraciones sencillos, hasta técnicas experimentales avanzadas mediante modelos de elementos finitos.

Se presentan a continuación las principales técnicas de evaluación de campos tensionales, realizando una descripción de sus principales características, y enumerando las ventajas y desventajas de cada una de ellas.

1.3.2.1 Obtención analítica de Kts

Históricamente, la rama de la Resistencia de Materiales ha tenido como objeto de estudio principal el análisis estático de componentes estructurales. Esta disciplina analiza el comportamiento del sólido deformable mediante el desarrollo analítico de las ecuaciones fundamentales que lo gobiernan. A través de las mismas se realizaron los primeros estudios sobre factores de concentración de tensiones, estudios que han seguido ampliándose gracias a las progresivas mejoras introducidas en las herramientas matemáticas de resolución de ecuaciones diferenciales.

En las siguientes líneas se realiza una breve descripción de los pasos que conlleva la resolución analítica del campo de tensiones en un sólido deformable genérico.

La Teoría General de la Deformación establece cuáles son las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que relacionan el campo de desplazamientos con las dimensiones espaciales, conduciendo a las expresiones de las deformaciones unitarias (ε_{ij}) del sólido genérico.

Estas deformaciones unitarias pueden relacionarse con el campo de tensiones a través de las ecuaciones constitutivas, que junto con las ecuaciones de compatibilidad de deformación y equilibrio permiten resolver el problema de tensiones de cualquier sólido deformable. Estas ecuaciones constitutivas también se conocen con el nombre de Ley de Hooke Generalizada, y relaciona las tensiones y deformaciones de los materiales a través de una matriz de módulos elásticos, compuesta de 21 coeficientes independientes en el caso anisótropo y de 2 si el material es elástico e isótropo.

Las ecuaciones anteriores conducen a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales de muy compleja resolución, y únicamente en casos de geometría y estados de carga concretos. Se adjuntan a continuación las ecuaciones en derivadas parciales que constituyen el sistema del problema elástico para un caso estático:

$$\sigma_{ij,j} + \Phi_i = 0 \quad (\text{equilibrio interno})$$

$$\sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (\text{ecuaciones constitutivas})$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{ecuaciones de deformación})$$

$$T_i = \sigma_{ij} \cdot n_j \quad (\text{equilibrio en el contorno})$$

$$\varepsilon_{ij,kl} + \varepsilon_{kl,ij} - \varepsilon_{ik,jl} - \varepsilon_{jl,ik} = 0 \quad (\text{ecuaciones de compatibilidad})$$

Ecuación 1. Estado del Arte. Sistema de ecuaciones diferenciales para el problema elástico

Donde la notación anterior contempla el sumatorio en subíndice repetido y derivación en subíndice precedido de coma. Donde los términos anteriores son:

- Φ_i : Fuerza de volumen.
- λ, G : Constantes de Lamé
- e : cambio de volumen unitario $\left(e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$
- δ_{ij} : Delta de Kronecker

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

- T_i : Esfuerzos de superficie

A modo de ejemplo, en caso de un estado de elasticidad plana en ausencia de fuerzas de volumen, las ecuaciones de equilibrio interno y ecuaciones de compatibilidad se simplifican:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = 0$$

Ecuación 2. Estado del Arte. Simplificación de ecuaciones para caso de tensión plana sin fuerzas de volumen

Lo que permite resolver problemas en los que se verifiquen las condiciones anteriores. En base a la resolución del sistema de ecuaciones de la Ecuación 1, algunos investigadores han resuelto el campo de tensiones para casos sencillos. Por citar algunos, puede destacarse la labor de Folias y Wang, que resuelven el problema de tensiones alrededor de un agujero sometido a tensión uniaxial remota en una placa infinita. Su estudio conduce a una solución constituida por desarrollos en serie Fourier, que particularizados para el caso mencionado ofrece las siguientes expresiones:

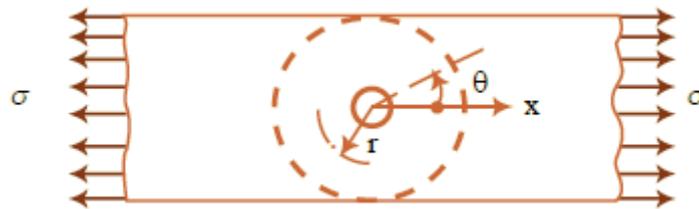


Imagen 1. Estado del Arte. Esquema del problema de agujero en plana plana sometida a tensión uniaxial

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma}{2} \left[\left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \left(1 + 3 \cdot \frac{R^4}{r^4} - 4 \cdot \frac{R^2}{r^2} \right) \cos(2\theta) \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma}{2} \left[\left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \left(1 + 3 \cdot \frac{R^4}{r^4} \right) \cos(2\theta) \right]$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma}{2} \left[\left(1 - 3 \cdot \frac{R^4}{r^4} + 4 \cdot \frac{R^2}{r^2} \right) \sin(2\theta) \right]$$

Ecuación 3. Estado del Arte. Solución analítica del problema de K_t de agujero aislado

De la segunda de las expresiones anteriores se observa que cuando $r = R$ y $\theta = \frac{\pi}{2}$, $K_t = \frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma} = 3$, resultado clásico del fenómeno de concentración de tensiones.

Muchos otros desarrollos se han realizado mediante métodos analíticos, que han concluido en resultados exactos del factor de concentración de tensiones de gran interés para aplicaciones industriales. De las anteriores, algunas se emplearán en el desarrollo del apartado técnico del presente Trabajo de Fin de Máster. Sin embargo, como ya se indicaba

anteriormente, su uso está muy restringido a problemas con condiciones de contorno sencillas de expresar matemáticamente, lo que impide la resolución de problemas con geometrías más complejas.

Debido a ello, ha sido necesario desarrollar técnicas experimentales que, con un margen de error acotado, permita obtener un valor aproximado del efecto de concentración de tensiones en componentes más complejos. A continuación se detallan los más relevantes.

1.3.2.2 Técnica de Lacas Frágiles

La técnica de Lacas Frágiles consiste en recubrir la pieza cuyo estado tensional quiera conocerse de una capa de colofonia, resina natural de color ámbar. La laca tiene un comportamiento frágil, por lo que al solicitarse la pieza se formarán líneas de fractura de la resina en dirección perpendicular a las tensiones principales en cada punto.

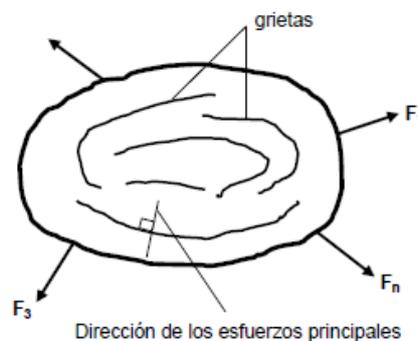


Imagen 2. Estado del Arte. Esquema de grietas sobre resina en Método de Lacas Frágiles

Si bien el principal interés de esta técnica reside en su sencillez para evaluar la dirección principal de las tensiones sobre un componente, también permite hacer una estimación de las magnitudes de las cargas sobre la pieza. Para ello, deberán cargarse de forma simultánea al componente principal unas cintas metálicas calibradas y del mismo material que el mismo. Estas cintas calibradas estarán recubiertas a su vez por una capa de laca, de forma que se fracture simultáneamente con la capa de la pieza principal. Dado que las cintas calibradas permiten conocer cuál es el estado tensional al que están sometidas, podrá estimarse de forma indirecta cuál es el nivel de tensión que se tiene sobre el componente principal.

Sin embargo, este método de evaluación tiene algunos inconvenientes:

- Únicamente permite analizar el estado tensional presente en la superficie de los componentes.
- La capa de colofonia debe aplicarse sobre la superficie seca y sin grasa de la pieza, lo que exige unas condiciones óptimas de higiene en el banco de ensayos.
- Los resultados dependen del espesor local de la resina aplicada.
- Las propiedades de la resina dependen fuertemente de las condiciones ambientales, en especial de la humedad y la temperatura, afectando a la fiabilidad de los resultados.

Por todo lo anterior, esta técnica se emplea principalmente para obtener una visualización rápida de las direcciones de las tensiones principales sobre piezas ya fabricadas. Para

obtener una medida cuantitativa de la magnitud de las tensiones deberá recurrirse a otros métodos como los que se analizan a continuación.

1.3.2.3 Método de Moiré

El método de Moiré es una técnica semi-cuantitativa para la evaluación de los estados tensionales en un componente a partir de la deformación del mismo. Existen diferentes tipologías para la aplicación de esta técnica, por lo que en las siguientes líneas se resumirá de forma esquemática el método de aplicación y funcionamiento del método de rejillas sobre un caso sencillo de tracción axial en una pieza esbelta.

En primer lugar, se definen las franjas de Moiré como las zonas de oscuridad y claridad alternativas que el ojo humano percibe subjetivamente ante la superposición de dos mallas no coherentes. En la siguiente imagen puede observarse cómo la superposición de una malla desalineada alrededor de 5° respecto de la otra genera bandas claras y oscuras alternativamente. En la disposición y separación de dichas bandas radica el método de Moiré para la evaluación del campo de deformaciones.

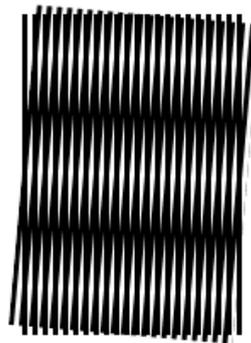


Imagen 3. Estado del Arte. Ejemplo de franjas de Moiré

Para ilustrar el método de aplicación se propone el siguiente ejemplo:

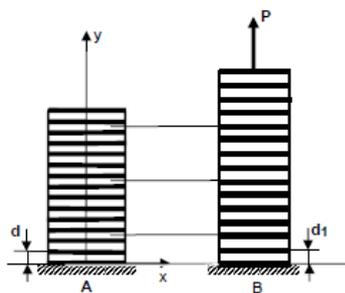


Imagen 4. Estado del Arte. Aplicación de mallado para método de Moiré

- La estructura A de la imagen anterior es la que se toma como base para el análisis, cuya distribución de tensiones quiere conocerse. La evaluación del campo tensional se realizará a través de la determinación experimental del campo de deformaciones en la pieza, mediante las ecuaciones constitutivas del material.

- Inicialmente se toma la estructura A no deformada y se superpone una sucesión de rayas rectas equidistantes y perpendiculares a la dirección de deformación principal, de forma que se conozca el paso existente entre las distintas rayas (d).
- A continuación, se aplica la carga de interés sobre la estructura A, conduciendo a la situación B, en la que el paso entre rayas se determina como (d_1).

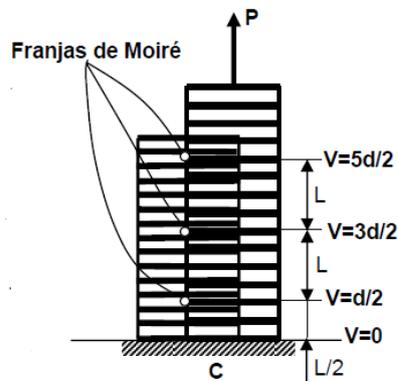


Imagen 5. Estado del Arte. Franjas de Moiré resultantes para determinación de estado tensional.

- Sobre la estructura deformada se superpone la distribución de rayas de la estructura no deformada, de forma que se generen bandas de oscuridad por proximidad de las rayas. A estas franjas se las denomina Franjas de Moiré.
- A partir la distancia entre las distintas franjas se puede determinar el campo de desplazamientos sobre el componente, de forma que a partir de las ecuaciones de deformación presentadas en el apartado anterior ($\varepsilon_{ij} = f(u_{i,j}, u_{j,i})$) pueda obtenerse el valor de las deformaciones unitarias.
- Mediante las ecuaciones constitutivas del material podrán determinarse cuáles son las tensiones que se encuentran en cada zona de la pieza.

El método propuesto sigue siendo válido para situaciones de deformación no uniforme, y también para situaciones de deformación en las que ésta dependa de dos dimensiones espaciales. Para este caso, deberá cargarse la pieza dos veces, aplicando mallas en las dos direcciones, o emplear condiciones de simetría de la pieza para mallar en las dos direcciones la misma pieza para un mismo caso de carga.

Las desventajas principales del método propuesto son las siguientes:

- Únicamente permite analizar el campo tensional en la superficie de la pieza.
- Si se desea una mayor precisión en los resultados debe reducirse el paso entre rayas del modelo, lo que resulta en una malla más densa que en ocasiones impide distinguir correctamente las franjas de Moiré. Para paliar este efecto, debe considerarse emplear la técnica del Moiré diferencial, que permite aumentar la densidad del rayado, sin alterar el estado en deformación de la pieza.

1.3.2.4 Técnicas de fotoelasticidad para obtención de K_{ts}

Las técnicas de fotoelasticidad permiten analizar el estado tensional que se produce en el seno de una pieza que cumpla con las siguientes condiciones:

- Transparencia
- Isotropía
- Birrefringencia

El método fotoelástico permite obtener las curvas isóclinas e isócronas de la pieza, que ofrecen una visualización práctica de las zonas de concentración de tensión, así como una evaluación cuantitativa de la magnitud de las tensiones en cada punto.

A continuación se realizará una breve exposición de los métodos que permiten obtener las isóclinas así como las magnitudes aproximadas de tensión:

1.3.2.4.1 Obtención de Isóclinas

De cara a la práctica experimental, se emplean los siguientes instrumentos:

- Una fuente lumínica que emite luz monocromática de longitud de onda λ .
- Un polarizador P que restringe la polaridad de la luz emitida a un único plano.
- Una pieza compuesta de material birrefringente sometido a cargas para análisis de las tensiones.
- Un analizador A que polariza la luz incidente en contrafase respecto del polarizador P.
- El observador O, situado detrás del analizador.

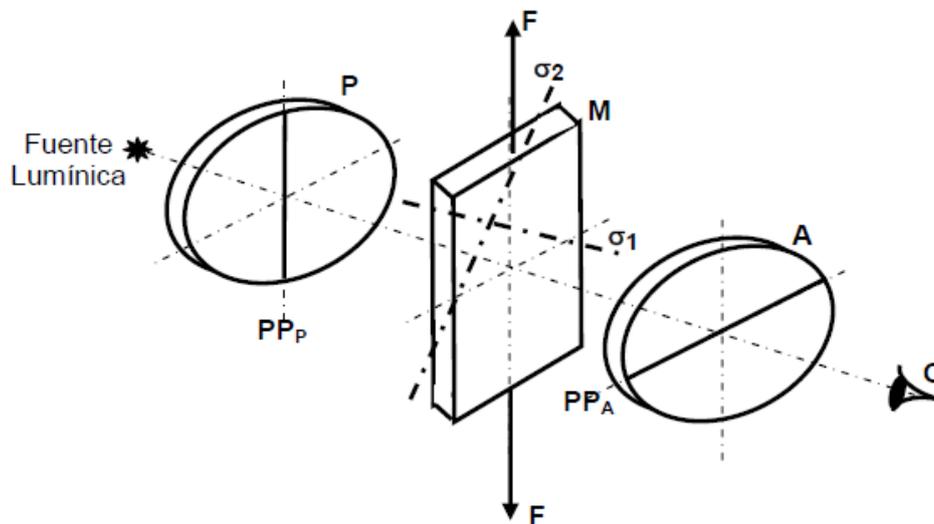


Imagen 6. Estado del Arte. Instrumentación para el método de fotoelasticidad

La luz monocromática emitida se polariza en el polarizador P, de forma que incide sobre el material birrefringente. A continuación, la luz atraviesa el componente, de forma que quede desdoblada de acuerdo con los planos de las direcciones principales σ_1, σ_2 del componente en cada punto.

De esta forma, al alcanzar el analizador, se observará un campo de líneas oscuras en los puntos en los que se cumple la siguiente expresión:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{2n\pi}{C_\lambda \cdot t}$$

Ecuación 4. Estado del Arte. Ecuación de las isóclinas.

Donde n pertenece al conjunto de números naturales, C_λ es la constante de propiedades ópticas del material y t es el espesor de la placa. De esta forma, aquellos puntos sobre los cuales el término $\sigma_1 - \sigma_2$ cumpla la relación anterior para distintos valores de n formarán un lugar geométrico conocido como isóclina. De la determinación de estas isóclinas y la separación entre las mismas podrá conocerse el valor de la tensión en cada punto. Ello se aborda en el siguiente subapartado.

1.3.2.4.2 Cálculo de tensiones mediante técnicas fotoelásticas

De acuerdo con la ecuación de equilibrio para un estado de tensión plana:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

Ecuación 5. Estado del Arte. Ecuaciones de equilibrio en tensión plana.

De donde puede obtenerse el valor de σ_x por integración:

$$\sigma_x = \sigma_x^{(0)} - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx$$

Ecuación 6. Estado del Arte. Ecuación para la obtención exacta de la tensión σ_x .

O empleando diferencias finitas en primera aproximación:

$$\sigma_x = \sigma_x^{(0)} - \Delta \tau_{xy} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Ecuación 7. Estado del Arte. Ecuación para la obtención aproximada de la tensión σ_x .

Donde $\sigma_x^{(0)}$ es el esfuerzo normal en la dirección del eje x , a partir del origen, cuyo origen se toma por conveniencia en el contorno libre de la pieza para facilitar su determinación. El valor de la tensión cortante puede hallarse directamente de la aplicación de la técnica de fotoelasticidad. Del estado de tensión plana se sabe que:

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin(2\alpha)$$

Ecuación 8. Estado del Arte. Expresión de la tensión cortante.

Y dado que $\sigma_1 - \sigma_2 = n \cdot \sigma_0^{(m)}$ con $\sigma_0^{(m)} = \frac{\Delta P \cdot t^p}{A \cdot t^m}$:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

$$\tau_{xy} = \frac{n \cdot \Delta P \cdot t^p}{2 \cdot A \cdot t^m} \cdot \sin(2\alpha)$$

Ecuación 9. Estado del Arte. Expresión para la obtención de la tensión cortante a partir de fotoelasticidad.

Donde n es el orden de isóclina considerada, ΔP es la carga aplicada, A es la sección transversal del modelo, y los superíndices m y p se refieren al modelo y a la probeta respectivamente. Dado que todos los valores son conocidos, puede obtenerse el valor de τ_{xy} en cada punto. De esta forma, podrá obtenerse σ_x , de acuerdo con las expresiones de la Ecuación 6 y Ecuación 7.

De desearse obtener el valor de la tensión σ_y , se recomienda el uso de la teoría de tensión plana, según la cual:

$$\sigma_y = \sigma_x - \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4\tau_{xy}^2}$$

Ecuación 10. Estado del Arte. Expresión para la obtención de la tensión σ_y .

Con lo anterior, se habrían obtenido los valores aproximados de la tensión, de forma experimental. En cualquier caso, este método de cálculo puede contener errores estructurales y aleatorios debidos a que la estimación de los valores de tensión se obtiene de la medida directa de la separación de las líneas isóclinas sobre el modelo.

Pese a ello, una gran cantidad de los estudios sobre valores de K_t existentes en la bibliografía se han obtenido a partir de ensayos de fotoelasticidad. La dilatada experiencia del personal investigador garantiza la fiabilidad de la metodología anterior, convirtiéndose, junto con los dos métodos que quedan por analizar, en referencia para el estudio del fenómeno de concentración de tensiones.

1.3.2.5 Técnicas de Galgas Extensométricas

La técnica de la extensometría por galgas consiste en la instalación sobre la superficie de la pieza a analizar de una serie de galgas o sensores de deformación. Estas galgas se adhieren a la superficie del componente, de forma que se deformen junto con éste, suponiéndose en primera instancia que la deformación de ambos elementos será la misma. Las galgas se encuentran calibradas, de forma que existe una relación entre la resistencia del cableado del que está compuesta y la deformación de la misma. Monitorizando el valor de la resistencia y de su variación puede obtenerse el valor de la deformación de la galga. Se adjunta a continuación una imagen de la misma:

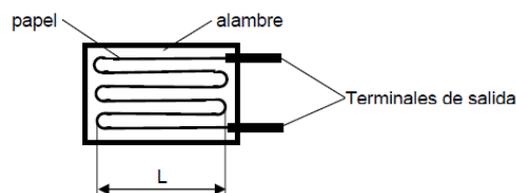


Imagen 7. Estado del Arte. Esquema de galga extensométrica

De esta forma, conocida la deformación ε de la galga, aplicando las ecuaciones constitutivas del material se puede conocer cuál es el valor de la tensión en la dirección de la deformación de la galga. De acuerdo con la bibliografía consultada:

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon \cdot k$$

Ecuación 11. Estado del Arte. Relación entre resistencia y deformación en extensometría

Donde R es la resistencia del alambre y k es el factor del extensómetro eléctrico. De la expresión anterior se obtiene el valor de la deformación unitaria, que introducida en la expresión de la Ley de Hooke simplificada permite obtener el valor de la tensión en la dirección de la deformación de la galga:

$$\sigma = E \cdot \frac{dR}{R \cdot k}$$

Ecuación 12. Estado del Arte. Expresión para la tensión en extensometría

Entre las ventajas del empleo de galgas extensométricas se puede encontrar las siguientes:

- Pueden ubicarse en forma de rosetas, cubriendo un amplio espectro angular, de forma que se capte el valor de la tensión en múltiples direcciones. De acuerdo con la teoría de la tensión plana, quedaría de esta forma definido el estado tensional completo en el punto considerado.
- Las galgas son generalmente pequeñas, por lo que permiten obtener el valor de la tensión en zonas de difícil acceso.
- Las distintas arquitecturas de conexión de galgas por medio de circuitos eléctricos permiten analizar diversos estados de carga, como flexión o cortadura.

Entre las desventajas principales, se debe destacar que las galgas se ubican en la superficie del componente, por lo que no pueden medir estados tensionales en el interior del sólido. Por otro lado, las galgas se deformarán también por efectos térmicos, por lo que deberá compensarse este efecto a la hora de realizar las mediciones.

1.3.2.6 Técnicas FEM para obtención de Kts

En último lugar, se presenta el método de elementos finitos para el cálculo aproximado de los factores de concentración de tensiones en un componente. Dado que es una técnica de simulación, no requerirá la construcción física del modelo que se quiere analizar, permitiendo la aplicación de distintos estados de carga y la superposición de los mismos, así como la modelización de tipologías de cargas muy variadas. Además, los resultados no dependerán de las condiciones ambientales del laboratorio, al contrario que las técnicas anteriores, por lo que hoy día se ha convertido en el método de análisis de referencia para estudio tensional de los componentes en el desempeño industrial.

El método de elementos finitos (FEM) es un método de discretización estructural, de forma que el componente quede subdividido en elementos más pequeños, cuyas conexiones se realizan a través de los nodos de los mismos. Existe una gran variedad de tipos de elementos, de forma que el proceso de mallado sea más flexible. La principal distinción de

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

los mismos radica en si son bidimensionales o tridimensionales, coexistiendo dentro de cada categoría nuevas clasificaciones de elementos, en función del número de nodos que tengan y de la distribución de los mismo.

En efecto, la forma que tenga el elemento condicionará la formulación de las funciones de interpolación nodales que gobiernan su comportamiento estructural. Las funciones de interpolación son funciones que toman el valor unitario en el nodo al que pertenecen y se anulan en el resto. En puntos del elemento no coincidentes con los nodos, el valor de las variables de tensión y deformación se obtendrán por promediado de los valores nodales a través de las funciones de interpolación.

El método de elementos finitos implementa de forma discretizada las ecuaciones de compatibilidad, equilibrio, constitutivas del material y deformación. A cada nodo se le asigna un vector de desplazamientos, de forma que por derivación discreta permita hallar los valores de deformación del modelo. Éstos se relacionan con la tensión a través de las ecuaciones constitutivas del material ya mencionadas. De esta forma, se condensa toda la información nodal en vectores que pueden ser manipulados fácilmente en forma matricial por ensamblado de las matrices y vectores asociados a cada nodo del modelo. De esta forma, el modelo completo se comportará como un único componente deformable sometido a cargas definidas por el usuario, y cuya rigidez (en forma matricial) determina las tensiones y deformaciones de sus nodos. La única información, además de la geometría del modelo, que debe proporcionar el usuario, será el modo en que el modelo se relaciona con el resto de la estructura, es decir, las cargas externas y las condiciones de contorno.

Las fuentes de error principales que se encuentran en un modelo FEM son las siguientes:

- Número de nodos del modelo.
- Relación de aspecto de los elementos del modelo.
- Tipología del elemento empleado.
- Correcta modelización de las cargas y condiciones de contorno.
- Error estructural debido a la interpolación mediante funciones de interpolación.

En general, el usuario podrá operar sobre los cuatro primeros factores, pero debe tenerse en cuenta que el modelo FEM, como todo método de resolución numérica, lleva implícito un error estructural que no podrá compensarse sistemáticamente. En cualquier caso, es la concomitancia de los factores anteriores lo que puede llevar a una evaluación errónea del estado tensional del modelo. Las condiciones de contorno que se empleen son, junto con las cargas, las que mayor influencia tienen sobre la fiabilidad de los resultados, ya que una incorrecta elección de las mismas puede implicar la resolución de un modelo muy distinto al que se pretendía dar respuesta.

En general, y de acuerdo con la bibliografía consultada, el error intrínseco al análisis FEM puede incluirse dentro del rango de 3-5%, por lo que deberá imperar una actitud crítica con los resultados obtenidos así como respecto de la calidad del modelo realizado.

A lo largo del proyecto que se desarrollará a continuación, éste último será el método empleado para la evaluación de las concentraciones de tensión. En cualquier caso, de cara a la validación de los resultados que se obtengan, se tomarán como base los datos sobre K_t aportados por la bibliografía, obtenidos eminentemente a partir de métodos analíticos y fotoelásticos. En especial, muchos de los datos empleados para la verificación de los

resultados FEM se han obtenido del Stress Concentration Factors, elaborado por Peterson en 1974, y que constituye un utilísimo compendio de los factores de concentración obtenidos por investigadores de talla mundial a partir de distintas técnicas resumidas en el presente apartado.

1.3.3 Influencia del K_t en la vida a fatiga

1.3.3.1 Fatiga en régimen elástico

El factor de concentración de tensiones encuentra aplicabilidad directa en los procesos de estudio de vida a fatiga de componentes. El fenómeno de fatiga se caracteriza por el fallo ante tensiones alternas de tracción inferiores al límite de fluencia del material, por lo que es esencial caracterizar cuáles son los valores máximos de tensión que existirán en la pieza analizada.

Hallar los valores de los K_t s permitirá mayorar los valores de las tensiones alternas y medias a las que está sometido el componente. Para duración finita, de acuerdo con el criterio de Goodman para materiales dúctiles:

$$\text{Método Tensión Residual: } \frac{K_{fN} \cdot \sigma_a}{\sigma_N} + \frac{K_{fN} \cdot \sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1$$

$$\text{Método Tensión Nom. Media: } \frac{K_{fN} \cdot \sigma_a}{\sigma_N} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1$$

$$\text{Material Frágil: } \frac{K_{fN} \cdot \sigma_a}{\sigma_N} + \frac{K_t \cdot \sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1$$

Ecuación 13. Estado del Arte. Expresiones de Goodman a vida finita

Donde σ_a y σ_m son las componentes alternas y medias de la tensión respectivamente; σ_N y σ_{ut} son los límites en tensión alterna equivalente en duración a fatiga y a rotura estática respectivamente; es el coeficiente de concentración de tensiones adaptado a fatiga a duración finita K_{fN} y es el coeficiente de concentración de tensiones clásico. Las expresiones anteriores se emplean según distintos criterios, en función del valor de las tensiones alternas en relación con la componente media, o si ésta es de compresión.

La existencia de un factor K_{fN} distinto a K_t se justifica experimentalmente, ya que se observa que la tensión que debe aplicarse para estudios de fatiga es inferior a $K_t \cdot \sigma_{nom}$. El valor de K_{fN} a duración finita se obtiene del coeficiente K_f a duración infinita a fatiga, que se relaciona con K_t a través del factor de sensibilidad a la entalla q . Este factor de sensibilidad a la entalla aúna los efectos que tienen sobre la vida a la fatiga de un componente factores como el material o la geometría de la pieza, características geométricas de la entalla y la deformación de la misma. De esta manera, se puede establecer la siguiente relación:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$$

Ecuación 14. Estado del Arte. Sensibilidad a la entalla

La obtención del valor de q ha sido objeto del desarrollo de multitud de labores de investigación, que han concluido en metodologías muy variadas, estableciendo su

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

dependencia con la geometría de la entalla y las propiedades del material, así como con el gradiente de tensiones en la zona de interés. A modo orientativo, Osgood propone algunos valores de referencia para q , recogidos por R. Avilés:

Material	k_t	k_r	q
Acero inoxidable 18-8	1,6	1,0	0,0
Acero estructural 120 BHn	1,6	1,3	0,5
Acero endurecido 200 BHn	1,6	1,6	1,0
Fundición gris	1,6	1,0	0,0
Aluminio 2014-0	1,6	1,0	0,0
Aluminio 7075-T73	6,7	1,8	0,13
Titanio 6AL-4V	3,5	2,8	0,72

Imagen 8. Estado del Arte. Valores orientativos de q según Osgood

De esta forma, pueden obtenerse valores de K_f que permitan su aplicación en análisis a vida infinita de componentes. Si se deseara obtener el valor de K_{fN} a vida finita, se obtiene mediante las siguientes expresiones, de acuerdo con la curva S-N de fatiga:

$$K_{fN} = 10^{-\Delta\alpha} \cdot N^{-\Delta\beta}$$

Ecuación 15. Estado del Arte. Expresión para obtención de K_{fN}

con $\Delta\alpha$ y $\Delta\beta$ para materiales dúctiles:

$$\Delta\beta = \frac{\log K_f}{\log N - \log N_e}$$

$$\Delta\alpha = \Delta\beta \cdot \log N$$

Ecuación 16. Estado del Arte. Parámetros para obtención de K_{fN} en materiales dúctiles

O $\Delta\alpha$ y $\Delta\beta$ para materiales frágiles:

$$\Delta\beta = \frac{\log K_f - \log K_t}{\log N - \log N_e}$$

$$\Delta\alpha = -\log K_t - \Delta\beta \cdot \log N$$

Ecuación 17. Estado del Arte. Parámetros para obtención de K_{fN} en materiales frágiles

Donde N es el número de ciclos a vida finita y N_e es el número de ciclos para el límite a fatiga.

Las consideraciones anteriores buscan introducir la importancia de la evaluación de los factores de concentración de tensiones para vida a fatiga en régimen elástico. Estos mismos desarrollos pueden generalizarse a situaciones de comportamiento plástico, que se describirá brevemente en el siguiente apartado, a fin de obtener una visión más global del fenómeno de concentración de tensiones.

1.3.3.2 Fatiga en régimen plástico

En régimen plástico la relación $\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom}$ no representa correctamente el comportamiento del material. A modo puramente ilustrativo, se toma el método de resolución de Neuber, citándose otros en la bibliografía (Avilés González, 2015), que requiere de la formulación de dos nuevos factores de concentración de tensiones, K_σ y K_ε . Éstos quedan definidos como sigue a continuación:

$$K_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_{nom}}$$

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{nom}}$$

Ecuación 18. Estado del Arte. Factores K_σ y K_ε

Neuber propone la siguiente relación entre K_σ , K_ε y K_t :

$$K_t^2 = K_\sigma \cdot K_\varepsilon$$

Ecuación 19. Estado del Arte. Método de Neuber para K_t en plastificación

y dado que $\varepsilon_{nom} = \frac{\sigma_{nom}}{E}$:

$$\varepsilon \cdot \sigma = K_t^2 \cdot \frac{\sigma_{nom}^2}{E}$$

Esta relación anterior es de gran utilidad, ya que puede introducirse en la curva monótonica real del material del componente que se esté realizando, y obtener el valor de la tensión con el que trabaja. De acuerdo con la ecuación de Ramberg-Osgood:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{e_p} \right)^\chi$$

Ecuación 20. Estado del Arte. Ecuación constitutiva de Ramberg-Osgood

donde e_p es el coeficiente de resistencia y χ es el enfurecimiento por deformación. Combinando la expresión de Neuber para el K_t y la ecuación de Ramberg-Osgood:

$$\frac{\sigma^2}{E} + \frac{\sigma^{1+\chi}}{e_p^\chi} = K_t^2 \cdot \frac{\sigma_{nom}^2}{E}$$

Ecuación 21. Estado del Arte. Reformulación de la concentración de tensión con plastificación según Neuber

Se obtiene una expresión de la forma $f(\sigma, K_t, \sigma_{nom}) = 0$, cuya resolución conduce al valor de la tensión σ a la que se somete al modelo.

El método anterior se adunta por ofrecer una visión más global del fenómeno de concentración de tensiones, si bien la diferencia en la resolución del campo tensional difiere significativamente de los habitualmente planteados. El valor del K_t no será directamente implementable en las expresiones de Goodman indicadas anteriormente, sino que los valores de tensión obtenidos deberán compararse con los límites a fatiga considerados. En cualquier caso, a lo largo del desarrollo del trabajo actual se considerará que el

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

comportamiento del material es puramente elástico, no requiriéndose el uso de las expresiones anteriores.

Con ello se da por finalizada la revisión del Estado del Arte del Trabajo de Fin de Máster que se presenta.

1.4 Análisis de Alternativas

En este apartado se realizará un breve estudio de las alternativas al desarrollo realizado en el presente Trabajo de Fin de Máster. Dicha tarea requerirá realizar una revisión de los objetivos que trazan la línea de desarrollo del informe, y dado que el proyecto que se presenta tiene una eminente componente investigadora, también se repasará cuáles de las técnicas de evaluación de estados tensionales descritas en la bibliografía resultarían aplicables.

En el desarrollo actual de las labores de ingeniería, es imprescindible realizar análisis estructurales que garanticen la seguridad en el uso de los componentes considerados durante la vida en servicio planificada. El objetivo del presente Trabajo de Fin de Máster es el de recopilar, desarrollar y validar técnicas de cálculo de estados tensionales por medio de la determinación de los factores de concentración de tensiones en modelos en los que existen interacciones de distintos concentradores de tensión. Esta técnica de evaluación de los estados tensionales es sumamente útil, al permitir expresar el máximo valor de la tensión de un componente como múltiplo de una tensión aplicada y generalmente conocida. De ello se desprende el interés de este tipo de análisis, cuyos resultados mantienen la validez en tanto en cuanto se mantengan las hipótesis de resolución iniciales (material isótropo, elástico-lineal, condiciones de contorno y cargas), cualesquiera que sean las magnitudes de las nuevas cargas aplicadas sobre el modelo. Por añadidura, los resultados obtenidos podrán combinarse con distintos estados de carga (principio de superposición) y estimar el incremento marginal de tensión en el modelo al introducir el efecto de concentración de tensiones de un nuevo concentrador (interacción de Kts). El usuario de las técnicas de cálculo descritas encontrará además abundante información y multitud de bases de datos sobre factores de concentración de tensión, por haber sido una temática que ha suscitado el interés de investigadores por su valor de cara al cálculo y la optimización estructural.

Como contrapartida a las ventajas que aporta esta forma de abordar el estudio del estado tensional en componentes de ingeniería debe tenerse en cuenta que la obtención de los coeficientes de concentración de tensiones, que sirven como base para el cálculo tensional de estados de carga más complejos, presenta algunos inconvenientes. Si bien hoy día el uso de las herramientas de análisis FEM ha facilitado en gran medida las labores de cálculo, el análisis tensional en componentes industriales ha debido realizarse tradicionalmente a partir de técnicas de fotoelasticidad y extensometría, que, como se indicaba en el apartado anterior, conllevan el uso de coeficientes de seguridad que traten de paliar la incertidumbre generada por la dispersión de los resultados inherente a las mismas. Sin embargo, dado el largo recorrido de las investigaciones en esta materia, y las numerosas revisiones realizadas por investigadores de la bibliografía especializada, actualmente se tiene un conocimiento razonablemente preciso del comportamiento del fenómeno de concentración de tensiones. De esta forma, el uso de coeficientes de concentración de tensiones, si bien manteniendo activo el sentido crítico necesario en cualquier desarrollo de ingeniería, puede realizarse con todas las garantías de seguridad estructural.

Habida cuenta de todo lo anterior, existen pocas alternativas al enfoque tomado durante el desarrollo del proyecto actual, en el que se combinan resultados de Kt citados en la bibliografía junto con otros obtenidos mediante análisis FEM para el desarrollo y análisis de correlaciones de interacción de estados tensionales en casos de estudio reales de la

industria. Mediante la evaluación de distintas técnicas para la realización de los procesos que requiere el desarrollo del presente trabajo, se pueden distinguir las siguientes alternativas:

- **Realización de prototipos de los modelos de análisis.** Los procesos de representación de estados tensionales tanto para la generación de nuevos valores de K_t como para la validación de correlaciones teóricas se ha realizado mediante simulación en modelos de elementos finitos. Una alternativa a esta forma de obtener resultados podría consistir en construir un prototipo sobre el cual se pudiesen cuantificar los valores de las tensiones máximas.

Las técnicas más útiles con el fin de caracterizar el estado tensional del modelo serían las correspondientes a ensayos de fotoelasticidad y extensometría. En cualquier caso, dichos métodos conllevan importantes inconvenientes, algunos de los cuales ya han sido mencionados en el apartado anterior, pero que se reproducen aquí por su interés comparativo:

- El coste asociado a la construcción de prototipos de cara al estudio de su comportamiento estructural no resulta rentable frente a la simulación FEM. El coste en el que se incurre al generar un modelo de cada componente para la obtención de los valores de K_t no es económicamente justificable en el desarrollo empresarial, encareciendo significativamente las tareas de investigación. La necesidad de prototipos precisos, material de experimentación costoso, instalaciones específicas para el análisis y control de las condiciones ambientales, así como la contratación de personal cualificado restringe la práctica empírica a casos muy concretos, en los que suele analizarse el comportamiento estructural global del componente.
- La experimentación mediante técnicas de extensometría o fotoelasticidad conlleva tiempos de análisis más dilatados, a diferencia de la formulación FEM, que permitirá ajustar el tiempo empleado en el análisis de acuerdo con la precisión que requieran los cálculos subsecuentes y la responsabilidad del componente analizado. Además, debe destacarse la versatilidad de las técnicas FEM, que permiten mediante pequeñas modificaciones de los mismos la generación de nuevos modelos.
- Las técnicas de fotoelasticidad y extensometría presentan algunas restricciones en su aplicación. Concretamente, la extensometría únicamente permite evaluar el campo tensional sobre la superficie de sus componentes, siendo inviable para conocer el estado tensional del interior de un sólido macizo. Las técnicas de fotoelasticidad, sin embargo, suelen emplear hipótesis de estados de tensión plana, de forma que los resultados obtenidos queden restringidos a aplicaciones que verifiquen esta condición. El análisis FEM, sin embargo, permite la programación de herramientas de cálculo numérico y software que superan las limitaciones anteriores.

Los inconvenientes en el uso de técnicas empíricas de evaluación de los estados tensionales limitan su práctica a la labor de investigación básica, no siendo viable su uso en el ámbito empresarial en el que se realiza el presente trabajo. De acuerdo con ello, queda reforzado el uso de modelos FEM para la obtención de los valores de K_t de los componentes analizados.

- **Sustitución de datos bibliográficos por resultados FEM.** Otra alternativa que podría considerarse es la de prescindir de las bases de datos acerca de factores de concentración de tensiones que se encuentran en la bibliografía especializada, a fin de evitar los errores por experimentación en los que se haya podido incurrir durante su obtención. De esta forma, los valores de K_t deberían obtenerse mediante modelos FEM.

Esta forma de proceder, sin embargo, implica una serie de inconvenientes, exponiéndose a continuación los principales:

- Se prescinde del conocimiento acumulado de un gran equipo de investigadores especializados en el fenómeno de concentración de tensiones.
- Se malgasta tiempo útil en la repetición de los desarrollos realizados por otros investigadores, cuyos resultados se ofrecen contrastados y verificados habitualmente por distintos grupos de trabajo.
- Se introduce riesgo en el proceso de análisis estructural, al basar la fiabilidad de éste en los resultados no contrastados de un único investigador.

En efecto, los valores de K_t ofrecidos en la bibliografía, aglutinados en su mayoría en el célebre compendio de factores de concentración de Peterson, permiten ahorrar tiempo de cálculo y desarrollo, pues adjuntan comentarios y consejos acerca del modo de empleo, así como estimaciones sobre el error cometido por las distintas correlaciones. Así, deben emplearse como base para la verificación de los resultados FEM obtenidos y no ser sustituidos por éstos, pues el análisis mediante elementos finitos incluye distintas fuentes de error que en ningún caso permiten la obtención del estado tensional exacto.

De esta forma, a lo largo del desarrollo del trabajo actual, se emplearán las correlaciones empíricas descritas en la bibliografía como base calibrada con la que comparar los resultados FEM que se obtengan de los primeros modelos realizados. A continuación, a medida que se progrese en la comprensión del fenómeno de concentración de tensiones, se emplearán como base para la obtención teórica de los valores de K_t de modelos complejos, cuya validez se verificará por comparación con los resultados FEM de los mismos.

En resumen, el análisis de alternativas conduce al camino óptimo para el desarrollo del trabajo de investigación que se presenta. Éste estará realizado por la combinación oportuna de datos empíricos obtenidos de la bibliografía con la experimentación sobre método FEM. La forma de empleo de cada una de las fuentes de obtención de K_t s evolucionará a lo largo del desarrollo del trabajo, de forma que desempeñen labores tanto de estimación como de validación de resultados del estado tensional.

De esta forma, se concluye el análisis de las alternativas del desarrollo de investigación.

1.5 Análisis de Riesgos

Una parte imprescindible en el desarrollo de cualquier proyecto es realizar un análisis de los riesgos del mismo. De acuerdo con el Project Manager Institute (PMI), entidad de referencia para la dirección de proyectos, un riesgo se define como un “*suceso o evento que, de producirse, repercute en la consecución de los objetivos definidos, bien sea positiva o negativamente*”.

De acuerdo con el PMI, el protocolo genérico para la gestión de los riesgos de un proyecto está compuesto de los siguientes pasos:

1. Planificación de la gestión de riesgos.
2. Identificación de las distintas fuentes de riesgos.
3. Determinación de los riesgos de cada fuente.
4. Evaluación de forma semi-cuantitativa de probabilidades e impactos de cada riesgo.
5. Plan de respuesta genérica frente a riesgos.
6. Establecimiento de un protocolo de actuación frente a cada de riesgo.
7. Seguimiento y control de riesgos.

De acuerdo con la metodología anterior, se establecerá un plan integral para la gestión de los riesgos que podría presentar el proyecto de investigación actual.

1.5.1 Planificación de la gestión de riesgos

Es imprescindible de cara a una identificación apropiada de las fuentes de riesgos, así como de los propios riesgos del proyecto actual, identificar cuál es la tipología del mismo. Dado que este proyecto se enmarca en la categoría de Desarrollo de Estudio Técnico, los riesgos inherentes al mismo serán de una naturaleza distinta de los que pudieran serle propios a un proyecto de desarrollo de producto, por poner un ejemplo.

En efecto, tratándose de un Estudio Técnico, las principales fuentes de riesgos que pueden asignársele serán de naturaleza organizativa, de gestión de la información, riesgos externos y riesgos asociados a labores de investigación, entre otros.

Establecer claramente el tipo de proyecto que se desarrolla permitirá desgranar eficazmente las distintas fuentes de error, al ayudar a poner el foco en los factores clave que determinan el éxito o fracaso del mismo. Dichas fuentes de error, a su vez, servirán de núcleo para el desarrollo en cascada de los riesgos concretos que ofrecerá el proyecto.

1.5.2 Identificación de las distintas fuentes de riesgos.

Como se indicaba anteriormente, es primordial acotar en qué ámbitos del proyecto pueden producirse riesgos. Para un proyecto de investigación, las principales fuentes de riesgos pueden pertenecer a los siguientes ámbitos:

- Riesgos en calidad
- Riesgos técnicos
- Riesgos en tiempos
- Riesgos en gestión de stakeholders
- Riesgos en comunicaciones y recursos humanos
- Riesgos en adquisiciones
- Riesgos en financiación

1.5.3 Determinación de los riesgos de cada fuente.

A continuación se examinarán los posibles riesgos contenidos dentro de cada fuente posible de riesgo en el ámbito del proyecto de investigación:

- Riesgos en calidad
 1. Gestión incorrecta de la documentación.
 2. Documentación débil o ineficaz de los procedimientos de calidad y responsabilidades.
 3. Exigencias excesivas de documentación y trámites.
 4. Inaccesibilidad a bases de datos privadas para obtener datos científicos relevantes
 5. Incorrecta distribución de la información.
- Riesgos técnicos
 6. Errores de cálculo o programación del modelo.
 7. Requerimiento de procesos de cálculo o metodologías difíciles de implementar.
 8. Errores experimentales.
 9. Modelo matemático incorrecto, correlaciones no válidas.
 10. Incongruencias en los resultados obtenidos por comparación con los proyectos de investigadores asociados.
- Riesgos en tiempos
 11. Pérdida o sustracción de documentos y/o archivos de relevancia.
 12. Pérdida o sustracción de material necesario.
 13. Eventos que imposibiliten el uso de las instalaciones.
 14. Desastres naturales y/o estructurales.
 15. Destinación del investigador a otras tareas.
- Riesgos en gestión de stakeholders
 16. Reducción presupuestaria al desarrollo.
 17. Rechazo de responsabilidad.
 18. Identificación incorrecta de los stakeholders.
 19. Estimación incorrecta de los intereses de cada stakeholder.
 20. Interacción débil con los stakeholders.
 21. Estimación incorrecta de intereses cruzados entre stakeholders.
 22. Elección de una postura de negociación o comunicación incorrecta con cada stakeholder.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

- Riesgos en comunicaciones y recursos humanos
 - 23. Carencia de experiencia del investigador en un tema concreto.
 - 24. Desmotivación del investigador.
 - 25. Incapacidad de liderazgo por parte del director del proyecto.
 - 26. Incompatibilidad en el trinomio exigencia-implicación-respuesta en el investigador.
 - 27. Flujo de información sesgado.
 - 28. Falta de confianza recíproca entre dirección y personal investigador.
 - 29. Conformismo laboral.
 - 30. Enfermedad, expulsión o defunción del investigador.
- Riesgos en adquisiciones
 - 31. Caducidad de las licencias de software.
 - 32. Carencia de material informático adecuado.
- Riesgos en financiación
 - 33. Imposibilidad de encontrar financiación.

1.5.4 Evaluación de forma semi-cuantitativa de probabilidades e impactos de cada riesgo.

Una vez establecida la lista anterior de riesgos, se pueden aplicar distintas técnicas de ponderación cualitativas para establecer una priorización de los mismos de cara a la simplificación del proceso de análisis. Una de las técnicas más inmediatas y visuales es la confección de una matriz de probabilidad-impacto, donde se establece una línea de equilibrio en la diagonal de la matriz, que separan sendas regiones de alta y baja priorización. Introduciendo los riesgos anteriormente citados, la matriz de evaluación probabilidad-impacto resulta como sigue:

		Impacto				
		Muy Bajo (0.05)	Bajo (0.10)	Medio (0.20)	Alto (0.40)	Muy Alto (0.80)
Probabilidad	Muy Baja (0.1)	3	2	17, 19, 22	7,14,28, 32	9,16,30,31, 33
	Baja (0.3)	18	13, 21	25, 29	6, 10, 24, 26	
	Media (0.5)		1	4	12	11
	Alta (0.7)		5, 23	8		
	Muy Alta (0.9)	20	27	15		

Tabla 1. Análisis de Riesgos. Matriz Probabilidad-Impacto

También resulta conveniente confeccionar una matriz de ponderación, que calcula para cada casilla un nivel de severidad mediante el producto de las puntuaciones otorgadas a cada nivel de impacto y probabilidad. De esta forma, superpuesta a la matriz anterior, permite establecer una priorización más detallada dentro de cada zona de nivel de riesgo. Se muestra a continuación:

		Impacto				
		Muy Bajo (0.05)	Bajo (0.10)	Medio (0.20)	Alto (0.40)	Muy Alto (0.80)
Probabilidad	Muy Baja (0.1)	0.01	0.01	0.02	0.04	0.08
	Baja (0.3)	0.02	0.03	0.06	0.12	0.24
	Media (0.5)	0.03	0.05	0.10	0.20	0.4
	Alta (0.7)	0.04	0.07	0.14	0.28	0.56
	Muy Alta (0.9)	0.05	0.09	0.18	0.36	0.72

Tabla 2. Análisis de Riesgos. Matriz de Ponderación.

De acuerdo a las ponderaciones de la tabla anterior, y en vista de los riesgos de que se dispone, se propone elaborar un plan de respuesta frente a riesgos en función del código de color de la zona a la que pertenezcan, ordenados según la ponderación de la matriz correspondiente.

1.5.5 Plan de respuesta genérica frente a riesgos.

Una vez realizado un rápido análisis de probabilidad-impacto de cada riesgo, el siguiente paso corresponde a decidir la mejor estrategia de gestión para cada uno de ellos. Previo a este análisis, conviene efectuar un breve repaso de los tipos de actuaciones disponibles ante un riesgo, teniendo siempre en cuenta que el análisis ha cubierto exclusivamente los riesgos nocivos para el proyecto.

- **Supresión del riesgo:** Existe un riesgo y se toman medidas concretas destinadas a, bien eliminar el riesgo íntegramente, o bien a eliminar sus consecuencias.
- **Transferencia del riesgo:** Se acepta la existencia de un riesgo y se transfiere su responsabilidad a un órgano externo.
- **Mitigación del riesgo:** Se trata de minimizar la probabilidad de que ocurra un riesgo o su impacto sobre el proyecto asumiendo que ocurra, hasta unos umbrales de aceptación asumible.
- **Aceptación del riesgo:** No existe forma viable de cambiar el proyecto o no se dispone de mejores alternativas. La aceptación puede ser activa, estableciendo un plan de contingencia ante un eventual acaecimiento del riesgo; o puede ser pasiva, sin la toma de medidas de contingencia especiales, asumiéndose el riesgo de forma estructural por la dirección del proyecto.

Evidentemente, se tratan de estrategias genéricas aplicables a cualquier proyecto, por lo que es necesario realizar un estudio más detallado sobre las actuaciones para cada riesgo. A ese fin, primeramente se identificará qué estrategias genéricas conviene emplear en cada zona de nivel de riesgo, y a continuación idear actuaciones concretas para cada riesgo particular.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

- Zona verde: Bajo riesgo. Pueden afrontarse mediante dos métodos.
 - Supresión del riesgo si la modificación del plan del proyecto no es muy costosa, o si es como mínimo proporcional al riesgo.
 - Aceptación del riesgo, si la alternativa anterior no se muestra viable.
- Zona amarilla: Riesgo medio. La aceptación del riesgo no es una estrategia indicada.
 - Puede tratarse de suprimir el riesgo en caso de no ser excesivamente costoso.
 - Si lo fuera, puede bastar con mitigar sus efectos. El riesgo minorado puede tratarse como un riesgo de zona verde, y emplear las estrategias indicadas.
 - En otro caso, interesa ceder su gestión a otra organización.
- Zona roja: Riesgo alto. Se consideran las mismas actuaciones que en la zona de riesgo medio, con salvedades:
 - La supresión del riesgo puede ser enormemente costoso o inviable. Generalmente degenerará en una mitigación de riesgos.
 - En ningún caso será admisible la aceptación pasiva del riesgo. La aceptación activa deberá ser la última medida a tomar, con un plan de contingencia detallado, destinado a mitigar las consecuencias derivadas del riesgo aceptado, y evitar así la generación de futuros riesgos.
 - Por tanto, la estrategia a llevar será la de mitigar estos riesgos y, si fuera posible, eliminarlos. Si no lo fuera, se transferirá el riesgo a otro organismo.

1.5.6 Establecimiento de un protocolo de actuación frente a cada grupo de riesgos.

Una vez establecidas las estrategias genéricas por grupos y conocidas las matrices de nivel de riesgo y ponderación, pueden examinarse por orden de prioridad los riesgos sobre los que actuar y definir las actuaciones específicas a tomar para cada uno de ellos, siguiendo las estrategias genéricas de actuación. Para el análisis que se inicia a continuación se han considerado únicamente las zonas de riesgo alto y medio, analizando en éste último caso únicamente aquellos riesgos correspondientes a una ponderación mínima de 0.12. Para el resto, se aplicarán en primera aproximación las estrategias genéricas arriba descritas, por tratarse de riesgos de baja influencia.

- Riesgos altos
 - Ponderación 0.4
 - Riesgo 11: Pérdida o sustracción de documentos y/o archivos de relevancia.
 - Realización automática de copias de seguridad o *backup* de los archivos.
 - Protección mediante cifrado de documentos relevantes.
 - Custodia bajo medidas de seguridad de archivos físicos.
 - Adopción de técnicas de higiene y clasificación adecuadas en el archivado de documentos.
 - Contratación de servicios de recuperación de datos.
 - Denuncia de la sustracción a las autoridades.
 - Ponderación 0.2
 - Riesgo 12: Pérdida o sustracción de material necesario.

- Realización automática de copias de seguridad o *backup* de los archivos.
- Adopción de técnicas de higiene y clasificación adecuadas en el archivado de documentos.
- Contratación de servicios de recuperación de datos.
- Denuncia de la sustracción a las autoridades.
- Ponderación 0.18
 - Riesgo 15: Destinación del investigador a otras tareas.
 - Adoptar medidas de diálogo y negociación con el equipo de dirección de proyectos, a fin de minimizar la dispersión temporal del investigador.
 - Realización de calendarios de tareas a fin de planificar la actividad investigadora, resultando en una mayor eficiencia del tiempo no destinado a otras actividades.
 - Complimentar regularmente un registro horario que permita obtener *feedback* de los tiempos invertidos en cada tarea, de cara a la planificación óptima futura.
 - Emplear los tiempos muertos de los procesos de otras actividades para adelantar tareas de investigación.
- Ponderación 0.14
 - Riesgo 8: Errores experimentales.
 - Llevar un seguimiento de los procesos de investigación realizados a fin de facilitar la revisión de las fuentes de error.
 - Consultar con expertos en la temática para averiguar el motivo de la dispersión.
 - Investigar en la bibliografía causas de desviación de resultados en la temática tratada.
 - Rehacer las pruebas realizadas en base al seguimiento de tareas experimentales, aislando separadamente cada fuente de error.
- Ponderación 0.12
 - Riesgos 6: Errores de cálculo o programación del modelo.
 - Emplear correlaciones y cálculos de validez verificados por otros investigadores.
 - Validar las correlaciones y cálculos empleados con resultados experimentales (FEM).
 - Realización de análisis de alternativas de cálculo.
 - Consultar a un panel de expertos.
 - Riesgo 10: Incongruencias en los resultados obtenidos por comparación con los proyectos de investigadores asociados.
 - Emplear correlaciones y cálculos de validez verificados por otros investigadores.
 - Validar las correlaciones y cálculos empleados con resultados experimentales (FEM).
 - Recabar información acerca de las hipótesis de cálculo y rangos de validez de los resultados de dichos investigadores.
 - Establecer contacto con los investigadores mencionados.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

- Consultar con un panel de expertos.
- Riesgo 24: Desmotivación del investigador.
 - Generar calendarios de tareas donde se alternen actividades de distinta tipología.
 - Realizar pausas cortas pero frecuentes que permitan el esparcimiento del investigador.
 - Evitar estancamientos del proceso de investigación.
 - Realizar informes de resultados con asiduidad, donde pueda observarse la mejora continua en el proceso de investigación.
 - Realizar reuniones semanales para exposición de resultados en el equipo de investigación.
- Riesgo 26: Incompatibilidad en el trinomio exigencia-implicación-respuesta en el empleado.
 - Asumir mayores responsabilidades en el equipo de investigación.
 - Generar calendarios de tareas donde se alternen actividades de distinta tipología.

1.5.7 Seguimiento y control de riesgos.

Una vez conocidos los riesgos principales, cuál es su incidencia, y cuáles deben ser las medidas a tomar, corresponde realizar una breve conclusión indicando los métodos a llevar a cabo para un correcto seguimiento de los riesgos. Así, los objetivos principales del control y seguimiento de riesgos son, de acuerdo con el PMBOK:

- Comprobar si ha habido modificaciones en los riesgos supuestos, bien por adición de nuevos no previstos y por eliminación de otros no aplicables.
- Comprobar si las hipótesis de estimación de riesgos han variado a lo largo del desarrollo del proyecto y realizar las correcciones oportunas.
- Elaborar un seguimiento de las tareas indicadas para la gestión de riesgo y el grado de cumplimiento de las mismas.
- Evaluar posibles modificaciones de los planes de contingencia realizados.

Para llevar a cabo el seguimiento efectivo, generalmente deben establecerse métricas cuantificables que permitan analizar variaciones, desviaciones y tendencias de las tareas afectadas por los distintos riesgos identificados. Ello excede los objetivos del presente informe, por lo que simplemente se reflejan aquí los algunos métodos, de forma meramente descriptiva:

- Reconsideración de riesgos.
- Auditorías de riesgo.
- Medida del desempeño técnico.
- Reformulación de planes de contingencia.
- Reuniones de análisis de riesgos.

Con todo lo anterior, se da por finalizado el apartado de análisis de riesgos del TFM que se presenta.

Capítulo 2. Metodología y Cálculos

2.1 Introducción

El presente informe tiene como objetivo abordar el análisis de la concentración de tensiones en estructuras aeronáuticas de geometría compleja a partir de modelos simplificados y/o su combinación. El objetivo final de este análisis consiste en dar respuesta a la necesidad de Aernnova Engineering Division de refinar el método de cálculo de Kts en componentes estructurales. Por tanto, se explorarán las herramientas necesarias para este fin, y se resolverán de modo ilustrativo los estados tensionales de dos componentes reales que requieren verificar su fiabilidad a fatiga.

A continuación se detallarán las tareas previstas para la realización del trabajo.

2.2 Descripción de Tareas y Planificación

Previo al desarrollo técnico del informe, es imprescindible la planificación de las tareas principales que configurarán las líneas de investigación, y que permitirán la consecución de los objetivos establecidos para el Trabajo de Fin de Máster.

De acuerdo con las tareas genéricas expuestas en el apartado de Objetivos y Alcance, se idearán tareas que permitan una progresión en la comprensión del fenómeno de concentración de tensiones. Inicialmente se realizarán tareas de estudio de los casos de concentración de tensiones más sencillos, de forma que se permita al investigador familiarizarse con el software de análisis y la bibliografía específica. Posteriormente se analizarán modelos más complejos, que dirijan las labores de investigación hacia la resolución de problemas reales de concentración de tensiones en aplicaciones aeronáuticas.

Se presentan las siguientes tareas principales:

Tarea 1. Estudio del Kt en placa infinita con agujero centrado ante cargas de tracción.

- Duración prevista: 60h
- Descripción: Se toma como base el caso más simple de concentración de tensiones a fin de verificar experimentalmente los resultados descritos en la bibliografía y como introducción al fenómeno de concentración de tensiones.
- Objetivos y sub-tareas:
 - i. Introducir al investigador al fenómeno de concentración de tensiones.
 - ii. Familiarización con el software de análisis.
 - iii. Familiarización con la bibliografía especializada.
 - iv. Evaluación de las fuentes de desviación de los resultados FEM respecto de los teóricos. Efecto de borde en la obtención del Kt.
 - v. Estudio de sensibilidad de los resultados ante tamaño de elemento del modelo FEM.
 - vi. Determinación de tamaño óptimo de elemento para futuros desarrollos.

Tarea 2. Estudio de superposición de Kt en placa infinita para cargas de cortadura.

- Duración prevista: 60h
- Descripción: Se evalúa la técnica de superposición de Kts para estados tensionales complejos, aplicándolo a un estado de cortadura pura sobre una placa con agujero centrado.
- Objetivos y sub-tareas:
 - i. Modelizar un estado de cortadura pura real por aplicación directa de deformación angular y evaluar el Kt asociado.
 - ii. Emplear el método de superposición de estados lineales de tensión para modelizar un estado de cortadura pura y evaluar el Kt asociado al mismo.
 - iii. Comparar los resultados de ambos métodos, discutiendo la aplicabilidad del método de superposición en casos de cargas complejos.
 - iv. Refinar los resultados de Kt mediante técnicas de optimizado de malla.

Tarea 3. Estudio de interacción de Kts.

- Duración prevista: 160h
- Descripción: Analizar el fenómeno de interacción de factores de concentración de tensiones en modelos sencillos, de forma que se conozcan los aportes individuales a los estados tensionales de los concentradores de tensión. Por manipulación de dichos aportes de Kt separados se construirán correlaciones empíricas que permitan estimar el valor del Kt sobre el modelo real.
- Objetivos y sub-tareas:
 - i. Obtener el valor del Kt de una placa plana donde coexisten dos agujeros sometidos a tracción perpendicular a la línea de centros mediante FEM. Los agujeros:
 1. Podrán ser del mismo o distinto tamaño
 2. Se ubicarán a distintas distancias entre centros.
 - ii. Se recopilarán las correlaciones propuestas por la bibliografía para la modelización de interacción de Kts.
 - iii. Se propondrán nuevas correlaciones que se ajusten a los casos FEM realizados.
 - iv. Se analizará la fiabilidad y rango de validez de cada una de las correlaciones anteriores para distintas configuraciones geométricas.
 - v. Se determinarán las correlaciones que se emplearán en apartados sucesivos para la interacción de Kts.

Tarea 4. Estudio de Kt ante cargas de *bearing* en aeronáutica.

- Duración prevista: 185h
- Descripción: La tarea actual pondrá el foco en el análisis de los estados tensionales generados por cargas de *bearing* en taladros de remache. Dichas cargas de *bearing* son muy habituales en aplicaciones aeronáuticas, por realizarse la unión entre distintos componentes de pared delgada mediante líneas de remaches.
- Objetivos y sub-tareas:

- i. Recopilación de bibliografía sobre Kts ante cargas de *bearing* en agujero aislado.
- ii. Discusión del método óptimo para la aplicación de la carga de *bearing*.
- iii. Modelización de placa plana con agujero de remache aislado sometido a carga de *bearing* en su contorno en modelos 2D y 3D.
- iv. Modelización de placa plana con agujero de remache aislado sometido a carga de *bearing* mediante contacto entre sólidos en Abaqus.
- v. Comparación de resultados de Kt ofrecido por cada método anterior con la bibliografía.
- vi. Modelización de placa plana con agujero de remache aislado sometido a carga de *bearing* en su contorno en modelos 2D y 3D.
- vii. Recopilación de bibliografía sobre Kts ante cargas de *bearing* en línea de remaches.
- viii. Modelización línea de remaches sometidos a carga de *bearing* en su contorno en modelos FEM.
- ix. Comparación de resultados de Kt ofrecido por el método anterior con la bibliografía.

Tarea 5. Estudio de Caso Real 1. Remache insertado en radio de mecanizado.

- Duración prevista: 265h
- Descripción: Evaluación de Kt sobre una estructura aeronáutica real, en la que por error de fabricación se inserta el taladro de un remache en el interior de un radio de mecanizado. Se discutirá como influyen entre sí el estado de *bearing-bypass* del remache con el efecto de concentración de tensiones introducido por el radio de mecanizado.
- Objetivos y sub-tareas:
 - i. Recopilación de bibliografía sobre Kts de *bearing* y *bypass* para su uso en las correlaciones teóricas.
 - ii. Emplear métodos de superposición para estimar la componente de *bearing-bypass* del modelo sometido a tensión.
 - iii. Realizar modelos FEM que validen los resultados anteriores.
 - iv. Evaluar fenómenos de flexión para su eliminación del modelo FEM.
 - v. Recopilación de bibliografía sobre el Kt generado por el radio de mecanizado.
 - vi. Obtener valores FEM de Kts generados por el radio para su uso en el proceso de interacción de tensiones.
 - vii. Emplear correlaciones de interacción de Kts para obtener estimaciones teóricas del mismo.
 - viii. Realizar modelos FEM del modelo real que se analiza y obtener los valores de Kt para distintas posiciones del remache.
 - ix. Contrastar los valores teóricos obtenidos con los valores FEM.
 - x. Analizar la sensibilidad del método de aproximación para variaciones aisladas de las principales variables geométricas: diámetro de remache y radio de mecanizado.

Tarea 6. Estudio de Caso Real 2. Remache en proximidad de salto de espesor (joggle)

- Duración prevista: 170h
- Descripción: Evaluación de K_t sobre una estructura aeronáutica real, en la que por error de fabricación se ubica el taladro de un remache en las proximidades de una zona con salto de espesor (joggle). Se discutirá como influyen entre sí el estado de *bearing-bypass* del remache con el efecto de concentración de tensiones introducido por el joggle.
- Objetivos y sub-tareas:
 - i. Obtención de las expresiones teóricas que permiten la obtención del K_t mediante superposición e interacción de aportes de *bearing-bypass* y joggle.
 - ii. Obtención de los factores de concentración teóricos aplicables para la estimación teórica a partir de la bibliografía.
 - iii. Estudio de los efectos de flexión y torsión existentes en el modelo real para su eliminación en el modelo FEM de análisis.
 - iv. Simplificación sucesiva del modelo para supresión de los factores anteriores.
 - v. Obtención de los resultados de K_t mediante FEM para cada modelo.
 - vi. Corrección FEM del valor del K_t aportado por el joggle para ajuste de resultados teóricos.
 - vii. Estudios adicionales sobre variación del K_t con posición del remache y estimación numérica del valor del *load transfer ratio* η con el que trabaja el remache de interés.

Tarea 7. Revisión de resultados y tareas anteriores.

- Duración prevista: 40h
- Descripción: Corregir desajustes y errores que descubiertos por la realización de nuevos análisis y a través de una mejor comprensión del fenómeno de concentración de tensiones. La revisión no se realiza de forma continua, pero abarca todo el periodo de realización del TFM.
- Objetivos y sub-tareas:
 - i. Verificar la validez y fiabilidad de los resultados tensionales obtenidos.

Tarea 8. Documentación de resultados y redacción del informe del TFM.

- Duración prevista: 100h
- Descripción: Se documenta todo el trabajo realizado de forma secuencial. La redacción no se realiza de forma continua, pero abarca todo el período de realización del TFM.

Por otro lado, se establecen los siguientes hitos del proyecto:

Hito 1. Comienzo del proyecto de investigación.

Hito 2. Finalización de Tarea 1

- Descripción: Se da por finalizada la primera fase de familiarización con las técnicas de obtención de K_t s mediante FEM y de recopilación de bibliografía básica.

Hito 3. Revisión de la Tarea 1

- Descripción: Se finaliza la revisión de la Tarea 1.

Hito 4. Finalización de Tarea 2

- Descripción: Se da por finalizado el estudio sobre superposición de estados tensionales.
- Hito 5. Revisión de la Tarea 2**
 - Descripción: Se finaliza la revisión de la Tarea 2.
- Hito 6. Finalización de Tarea 3**
 - Descripción: Se da por finalizado el estudio sobre interacción de Kts en modelos básicos.
- Hito 7. Revisión de la Tarea 3**
 - Descripción: Se finaliza la revisión de la Tarea 3.
- Hito 8. Finalización de Tarea 4**
 - Descripción: Se da por finalizado el estudio sobre efectos de Kt generados por cargas de *bearing*.
- Hito 9. Revisión de la Tarea 4**
 - Descripción: Se finaliza la revisión de la Tarea 4.
- Hito 10. Finalización de Tarea 5**
 - Descripción: Se da por finalizado el estudio sobre el Caso Real 1.
- Hito 11. Revisión de la Tarea 5**
 - Descripción: Se finaliza la revisión de la Tarea 5.
- Hito 12. Finalización de Tarea 6**
 - Descripción: Se da por finalizado el estudio sobre el Caso Real 2.
- Hito 13. Revisión de la Tarea 6**
 - Descripción: Se finaliza la revisión de la Tarea 6.
- Hito 14. Finalización de Tarea 7**
 - Descripción: Se da por finalizada la revisión de los resultados del Trabajo de Fin de Máster.
- Hito 15. Finalización de Tarea 8**
 - Descripción: Se da por finalizada la redacción del informe del Trabajo de Fin de Máster.
- Hito 16. Finalización del proyecto de investigación.**

Las tareas e hitos anteriores pueden distribuirse a lo largo del período de colaboración como se detalla en el siguiente diagrama Gantt:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

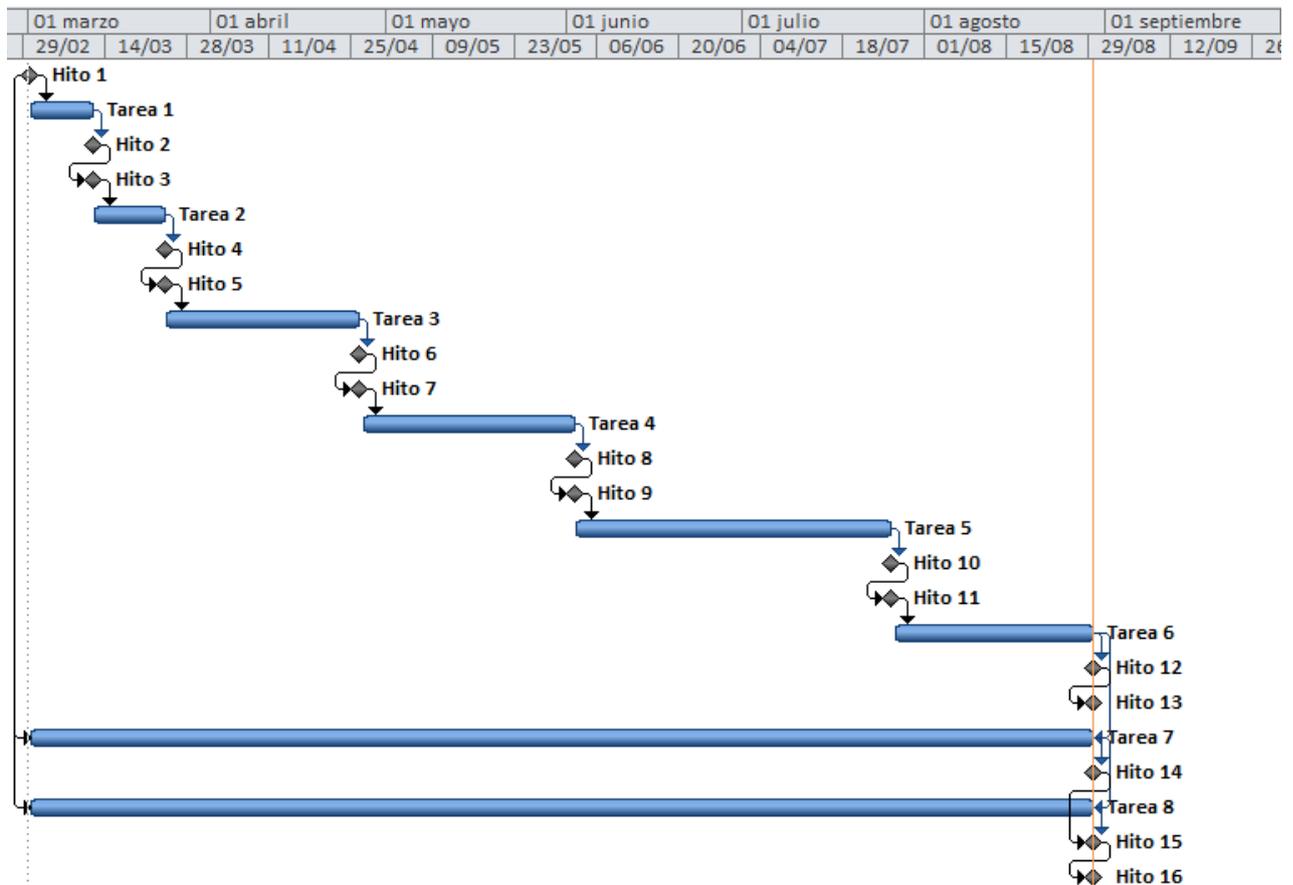


Imagen 9. Descripción de Tareas y Planificación. Diagrama Gantt del proyecto

Como se puede observar, la estructura general del proyecto deja entrever un desarrollo secuenciado, en el que las distintas tareas realizadas sirven de base para las siguientes. Ello facilita la organización modular del trabajo, si bien hará que la planificación sea muy sensible a retrasos, al pertenecer todas las tareas al camino crítico del proyecto. Se requerirá por tanto un estrecho seguimiento de cada tarea realizada y la evaluación de métodos que agilicen el proceso de desarrollo.

Con todo lo anterior, se da por finalizado el apartado correspondiente a la descripción de las tareas y planificación del proyecto.

2.3 Metodología

En el presente apartado se desarrolla el informe técnico del Trabajo de Fin de Máster.

2.3.1 Preámbulo

En primera instancia, es esencial realizar un estudio preliminar acerca de cuáles son los principales factores que condicionan la resolución del fenómeno de concentración de tensiones. De esta forma se podrá caracterizar el efecto que tienen éstos sobre los resultados, y las conclusiones que se obtengan serán útiles en futuros análisis.

Entre los principales factores, pueden distinguirse:

- Estado de tensiones presente en el modelo:
 - Estado Uniaxial de Tensión.
 - Estado Biaxial de Tensión.
 - Estado Multiaxial de Tensión.
- Condiciones de contorno del modelo.
- Existencia de simetrías.
- Perturbaciones debidas a la geometría:
 - Efecto de borde.
 - Radios de acuerdo.
 - Saltos de espesor.
- Interacción entre concentradores cercanos
- Efectos de plastificación.
- Gradiente de tensiones y área de influencia del concentrador de tensión.
- Tamaño de elemento FEM en la zona de máximo valor de la tensión.
- Tipo de elementos para el mallado del modelo.

En este primer apartado del informe técnico se realizará un análisis preliminar del fenómeno de concentración de tensiones, de forma que se tome un primer contacto con el mismo y con el software FEM que se empleará en el desarrollo del trabajo. Esta tarea introductiva se realizará sobre el caso más sencillo de concentración de tensiones, el de una placa infinita con un agujero circular centrado sometido a tracción. Sobre dicho modelo se analizarán los distintos factores indicados arriba, de manera que ello ayude a comprender el fenómeno de forma progresiva y aplicar los resultados a geometrías y estados de carga más complejos.

2.3.1.1 Delimitación del Problema. Hipótesis aplicables

En primera instancia, debe delimitarse el ámbito de resolución del problema de Kts que se llevará a cabo durante todo el desarrollo del informe técnico. Ello tiene una gran importancia de cara a delimitar el alcance de las labores de investigación realizadas, así como las líneas futuras de desarrollo que pueden establecerse tomando este informe como base.

1. **Régimen elástico-lineal.** La resolución del problema tensional no considerará efectos de plastificación local del material. Además, se supondrá comportamiento lineal, para permitir la aplicabilidad de técnicas de superposición tensional.
2. **Estado triaxial de tensiones.** En general, se aceptará la existencia de estados no planos de tensión. Ello no podrá representarse en los modelos FEM bidimensionales

realizados en el desarrollo técnico, requiriéndose realizar una discusión del error cometido al no considerar el espesor de la pieza real.

3. **Componentes metálicos e isótropos.** Se analizarán componentes aeronáuticos metálicos, realizados eminentemente en aluminio. Se supondrá asimismo condición de isotropía. No se contemplan en general aplicaciones del presente trabajo a estudios sobre material compuesto, exceptuando casos concretos de composites pseudo-isótropos.
4. **Rango de error aceptable.** La bibliografía consultada establece un error típico en los resultados del análisis FEM en el rango de 3%-5%. Por tanto, resultados con errores comprendidos en este rango serán en general aceptables.
5. **Empleo de valores Brutos.** Peterson realiza una distinción entre los valores de K_t en función de cuál es la tensión de referencia tomada para el cómputo de los mismos. A lo largo de los desarrollos empleados, se tomará siempre la tensión bruta (tensión remota no aplicada sobre la sección sin concentrador) como referencia de cálculo, a menos que se indique lo contrario.

2.3.1.2 Consideraciones sobre postprocesado FEM

Antes de comenzar el desarrollo técnico del presente informe, es necesario analizar brevemente las capacidades y limitaciones del método FEM, dado que se empleará profusamente en próximos apartados.

Los programas que implementan el método de elementos finitos para la resolución de problemas de análisis estructural son herramientas muy potentes y con amplísima capacidad de cálculo, que permite con un bajo nivel de error determinar las tensiones (en nuestro caso) que presentarán los componentes analizados. Sin embargo, como todo método numérico, su uso lleva implícito la aceptación de un error de aproximación a la solución real del fenómeno que se analice. Este error surge para el método FEM de la discretización del problema en unidades resolubles, llamados elementos, sobre cuyos nodos se obtienen los resultados numéricos de las variables de campo analizadas.

Como ya se expresaba en el apartado *Técnicas FEM para obtención de K_t s*, página 17, la resolución de un problema tensional en régimen elástico-lineal ofrece los valores del campo de desplazamientos sobre los nodos del modelo. La resolución puede realizarse también sobre los puntos de cuadratura de Gauss en vez de sobre los nodos del elemento, demostrándose matemáticamente que el error cometido en la resolución es menor.

En cualquier caso, los métodos de postprocesado habituales (*HyperView*, por ejemplo) no ofrecen los resultados sobre dichos puntos de Gauss, sino que los transfieren al centroide del elemento mediante técnicas de extrapolación, de forma que la información a procesar por el programa sea significativamente menor. Este hecho es importante, ya que los resultados que se ofrezcan, a menos que se indique otra cosa, se obtendrán a través de los resultados centroidales, que en general no representarán el comportamiento tensional completo del elemento al que pertenecen.

Si se analizan los resultados de tensión en zonas de bajo gradiente, probablemente el error cometido al aproximar los resultados nodales a través de resultados centroidales no sea significativo. Sin embargo, para análisis donde el gradiente de tensiones es elevado (como caracterización de componentes ante K_t s), en general, los resultados podrán divergir significativamente.

Las formas de actuar a fin de solventar el problema anterior pueden ser las siguientes:

1. Emplear un tamaño de elemento muy pequeño,
2. Emplear técnicas de extrapolación nodal de resultados.

En cuanto a la primera de las opciones, un tamaño pequeño de elemento permitirá que la distancia entre el centroide y cualquiera de sus nodos sea muy pequeña frente a la longitud característica de la variación de la tensión, por lo que el error entre los resultados centroidales y nodales puede ser asumible.

Sin embargo, emplear tamaños de elemento pequeños tiene la desventaja de que conduce a modelos con números de nodos inaceptables, de forma que se alarga el proceso de cálculo y se obtienen ficheros de resultados muy pesados. Esto es aún más crítico para modelos 3D, por lo que en general, esta técnica deberá emplearse exclusivamente en modelos sencillos, exclusivamente bidimensionales.

Por otro lado, en cuanto a la segunda de las opciones, *Nastran* ofrece la posibilidad de calcular las tensiones nodales mediante los comandos **CORNER** o **BILIN**, esencialmente idénticos, salvo por el hecho de que **BILIN** es estable en un número mayor de situaciones. El comando **BILIN** realiza el cálculo de las tensiones en los nodos mediante una extrapolación bilineal de los resultados de tensión en los puntos de cuadratura de Gauss. Ello permite que en mallados de tamaño de elemento grosero se puedan obtener valores más ajustados a los reales cuando el modelo no es muy detallado.

Sin embargo, en modelos de malla muy refinada en zonas de alto gradiente de tensión, la aplicación de técnicas de extrapolación nodal tiende a sobredimensionar los resultados, representando pobremente el comportamiento real del componente.

Sin embargo, los resultados obtenidos a partir de técnicas de extrapolación nodal no deben considerarse en ningún caso como resultados reales del modelo. Roylance lo explica con la siguiente frase:

“The user must be aware that graphical postprocessors smooth results that are themselves only approximations, so numerical inaccuracy is a real possibility.”

En los manuales de *Altair (HyperWorks)* también advierten sobre el uso de las herramientas de extrapolación:

“[...] there is no guarantee that the extrapolation reflects the physical behavior of the part, so it has to be used with caution.”

Por lo tanto, en la medida en que se aposite se preferirá evitar el uso de herramientas de extrapolación de resultados nodales. Como guía práctica de uso, en modelos bidimensionales sencillos se optará por refinar la malla hasta caracterizar adecuadamente el estado tensional sin herramientas de extrapolación nodal, mientras que en modelos tridimensionales se elaborarán mallados más groseros, sobre cuyos resultados se aplicarán extrapolaciones bilineales a los nodos de los elementos.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se procede con los desarrollos propuestos para el presente Trabajo de Fin de Máster

2.3.1.3 Placa Plana con Concentrador Centrado. Condiciones de Contorno.

Uno de los primeros problemas a abordar a la hora de crear el modelo FEM, consiste en determinar correctamente las condiciones de contorno para el sistema que se busca representar.

En la bibliografía se resuelve de forma analítica el problema de una placa infinita con un agujero centrado sometida a carga axial, de forma que los bordes de la misma no afecten en los resultados. Evidentemente, no es razonable emplear un modelo FEM de placa infinita, bastará con permitir una separación suficientemente grande entre el centro del agujero y de la placa para que ésta pueda considerarse infinita.

De acuerdo con el Principio de Saint-Venant (Schijve, 2001), una discontinuidad en el campo tensional de longitud d perturbará al mismo en una zona de longitud característica de $L_c = 3 \cdot d$ desde el borde de la discontinuidad. Sin embargo, el borde de la placa se puede considerar como otra discontinuidad sobre el campo tensional, por lo que la distancia característica deberá ser mayor para seguir verificando la condición de placa infinita. Sobre ello se profundizará en el apartado siguiente.

Para garantizar el estado de tensión plana que se supondrá para este primer análisis, el espesor de la placa tiene que ser mucho menor que el resto de longitudes características de la misma. De esta forma, se garantizará que la rigidez aportada por el espesor de la placa no restringe la deformación de la misma.

Dado que la geometría del modelo puede resumirse a un agujero centrado sobre una placa, desde el punto de vista del análisis resulta mucho más eficaz aplicar las simetrías existentes, y analizar únicamente un cuarto de placa empleando las condiciones de contorno oportunas. De esta forma, una la geometría del modelo se representa en la Imagen 3:

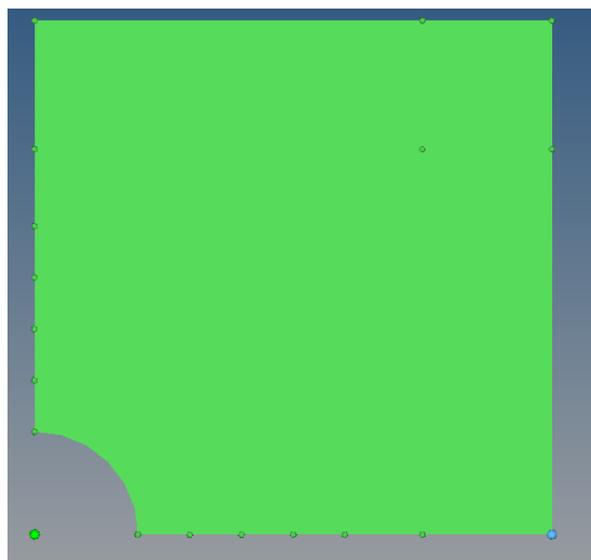


Imagen 10. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Esquema de aplicación de simetrías.

Para establecer la equivalencia estática al modelo completo será necesario que la cara horizontal en contacto con el agujero pueda deformarse en la dirección horizontal (dirección de aplicación de la carga), pero no así en la vertical, representando la unión con el cuarto

simétrico inferior. Por otro lado, el lado vertical en contacto con el agujero deberá impedir el movimiento en la dirección horizontal, pero no así en la vertical, permitiendo deformaciones de contracción debidas a *Poisson*.

Así mismo, se impondrán restricciones en el eje Z o dirección del espesor de la pieza junto con las restricciones anteriormente mencionadas para evitar posibles movimientos de sólido rígido fruto de efectos numéricos.

Se resumen en la siguiente tabla las características principales para la realización del modelo FEM:

Material	Al-7475 T7351 Plate
Límite elástico (Fty)	413.68MPa
Tensión nominal aplicada (S_inf)	100MPa
Tamaño mínimo de elemento	0.156mm
Diámetro de agujero (D)	4mm
Ancho de placa (W)	20mm
Espesor de placa (t)	2mm

Tabla 3. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Tabla resumen de ejemplo de ensayo

En los modelos FEM que se elaborarán en el apartado actual, y a menos que se indique lo contrario, se emplearán elementos CQUAD4 en el borde del agujero generados automáticamente mediante software, de forma que se siga una distribución nodal lineal. No se descartará el empleo discrecional de elementos CTRIA, con el fin de realizar transiciones de tamaño de elemento suaves en la malla.

Se muestra a continuación un esquema de un primer mallado grosero realizado en *HyperMesh*:

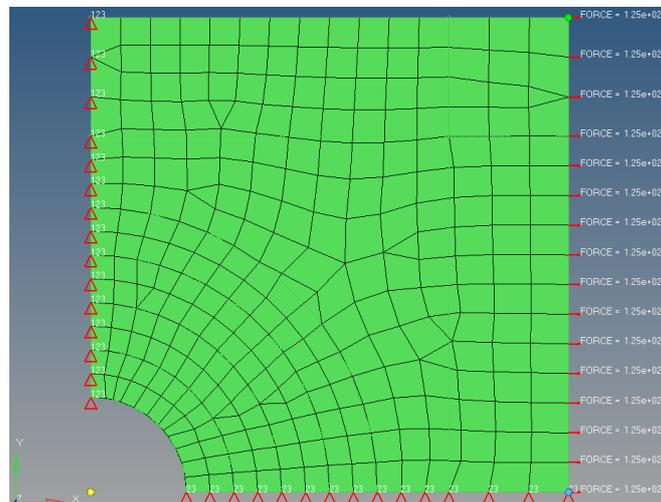


Imagen 11. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Mallado del ejemplo de ensayo

Se hace notar que aunque el tamaño mínimo de elemento es de 0.1565mm, como se demostrará en próximos análisis, se necesitará un tamaño de elemento menor para captar correctamente el comportamiento de concentración de tensiones, debido a los altos gradientes de tensión que se encuentran en los alrededores del agujero.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Los resultados de interés son los obtenidos en el borde vertical del cuarto de placa, donde se deberían esperar fenómenos críticos de concentración de tensiones. Extrayendo los valores de la tensión en los nodos ubicados sobre dicho borde, pueden observarse los siguientes resultados, indicados en Gráfico 1 y Gráfico 2.

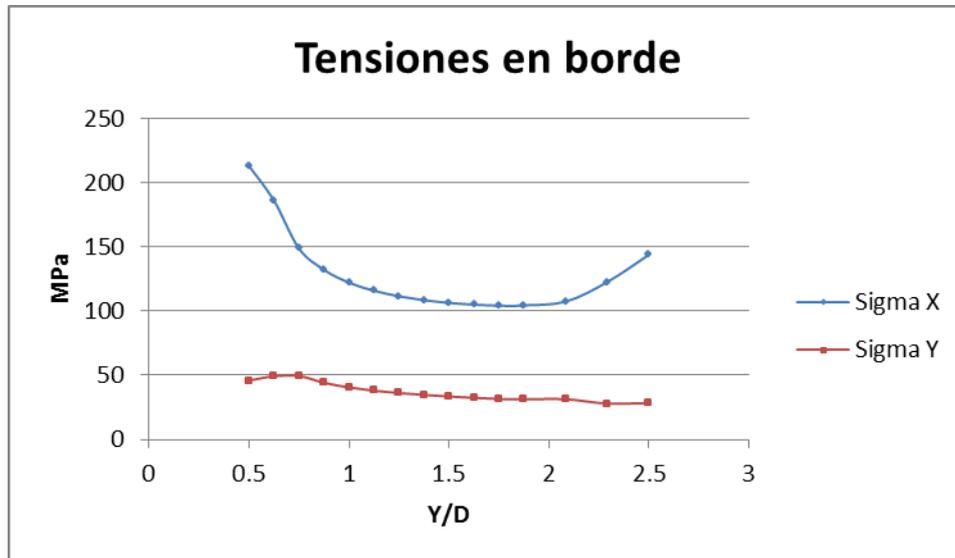


Gráfico 1. Preámbulo. Condiciones de Contorno.. Tensiones en borde vertical de placa

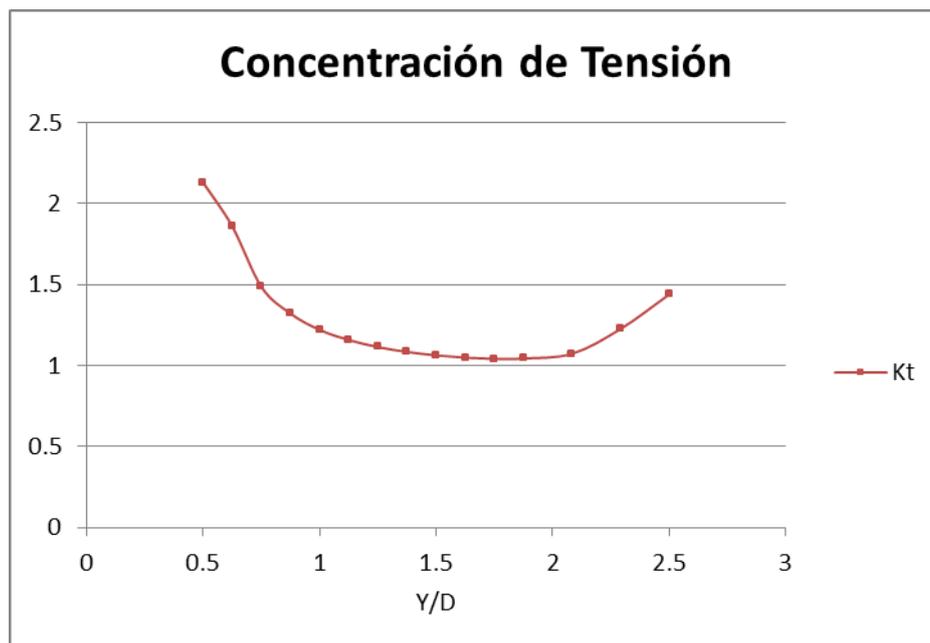


Gráfico 2. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Concentración de tensiones en borde vertical de placa

Téngase en cuenta que la magnitud 'Y' a lo largo de la cual se muestran los resultados se ha adimensionalizado respecto del diámetro del concentrador para dotar a los mismos de mayor generalidad, y para poder compararlos con los resultados que obtenidos en futuros desarrollos. Más adelante se prescindirá asimismo de la magnitud de los resultados de tensión, prefiriéndose adimensionalizarlos respecto de la tensión nominal lejana, obteniendo directamente los valores de la concentración de tensiones.

Para una placa plana infinita sometida a estado tensional plano, los desarrollos analíticos prevén un factor de concentración de tensiones $K_t = 3$ en el borde de la circunferencia, como se muestra en las imágenes Imagen 12 e Imagen 13. Sin embargo, dado que la relación W/D es próxima a la indicada por el Principio de Saint-Venant, los resultados no serán aquellos previstos por la teoría. En efecto, los resultados son los que siguen:

Resumen del Ensayo	
W/D	5
Tamaño de elemento	0.156mm
Kt	2.13

Tabla 4. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Resumen del ejemplo de ensayo

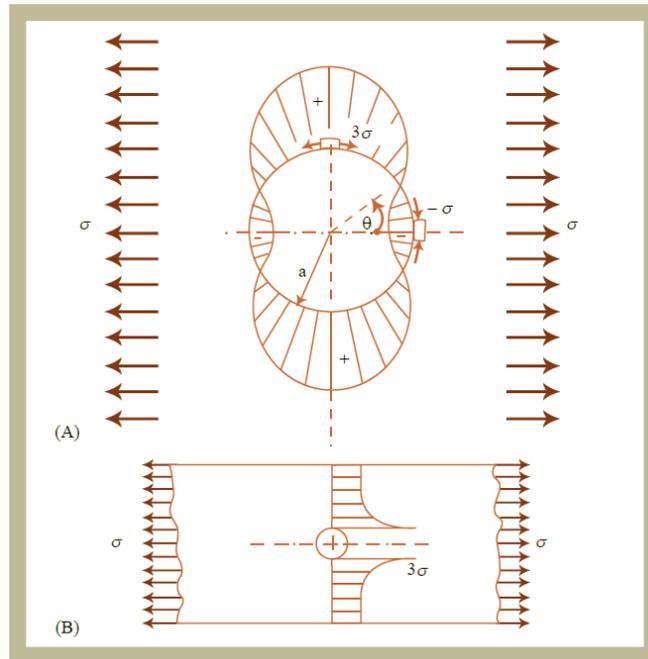


Imagen 12. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Esquema del concentrador circular.

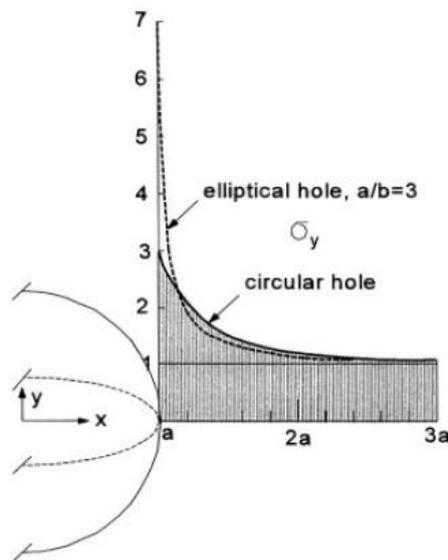


Imagen 13. Preámbulo. Condiciones de Contorno. Gradiente de tensiones en el concentrador. (Peterson, 1953)

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Como puede observarse, el valor del K_t no alcanza el previsto por la bibliografía. En vista de ello pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- El valor obtenido para el K_t no es el esperado. Ello puede deberse a los siguientes factores:
 - El tamaño de elemento es demasiado grosero. En las inmediaciones del concentrador de tensión, el gradiente es muy pronunciado, por lo que el tamaño del elemento deberá corregirse para captar correctamente dicha variación.
 - El valor de W/D es demasiado bajo, produciéndose interacción con el borde de placa.
- En el Gráfico 1 se observa también un efecto de aumento de tensión en la zona de contacto con la pared de la placa. Esto ocurre como consecuencia de haber elegido una relación D/W demasiado ajustada para el ensayo.

Como se ha indicado al comienzo del apartado, el objetivo de este primer ensayo no va más allá de evaluar la influencia de los distintos factores, y poner de relieve cuáles son las necesidades del modelo para alcanzar un nivel de precisión adecuado en futuros ensayos.

Así, en base a las conclusiones anteriores, se extraen las siguientes líneas de acción para profundizar en el análisis del caso de concentración de tensiones de agujero centrado en placa infinita sometida a tensión:

- Limitar el efecto de interacción con el borde exterior en los siguientes ensayos.
- Emplear elementos de tamaño menor para captar adecuadamente el campo de tensiones.

En efecto, resultaría de gran utilidad tratar de hallar cuál es el tamaño de elemento óptimo que capta con precisión el comportamiento tensional. En el siguiente apartado se profundizará en las posibles soluciones a las anteriores cuestiones.

2.3.1.4 Placa Plana con Concentrador Centrado. Efecto de Borde.

En las siguientes líneas se tomará como base el ejemplo de ensayo anterior y se ejecutará el análisis FEM tratando de eliminar progresivamente las fuentes de error obtenidas para el valor del factor de concentración de tensiones.

Tal y como se indicaba anteriormente, elegir un valor W/D inadecuado repercute en la proximidad al borde, generándose unas tensiones que no prevé el modelo matemático de placa plana infinita. El efecto de la interacción con el borde ha sido estudiada por varios autores de la bibliografía consultada, cuyo trabajo se resume en (Peterson, 1953). Como demuestra la Chart 4.1 de Peterson en la Imagen 14, el valor de K_{tg} aumenta a medida que aumenta la relación d/H aumenta, es decir, la ratio entre el diámetro del concentrador y el ancho de placa.

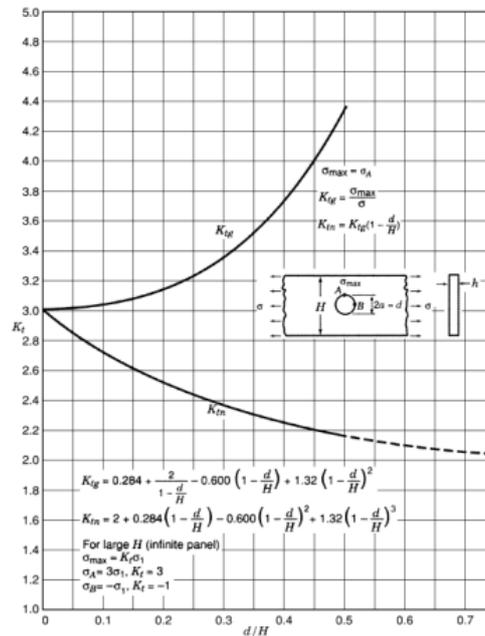


Chart 4.1 Stress concentration factors K_{tg} and K_{tn} for the tension of a finite-width thin element with a circular hole (Howland 1929-30).

Imagen 14. Preámbulo. Efecto de Borde. Efecto de interacción con el borde sobre K_t . (Peterson, 1953)

Se propone por tanto repetir el ensayo del apartado anterior aumentando el tamaño de la placa, a fin de analizar el efecto del borde sobre los resultados de K_t . Asimismo, y por tratar de ajustar los resultados al valor esperado, se ha refinado el mallado para captar el máximo valor de la tensión.

La tabla que resume las características del ensayo es la siguiente:

Material	Al-7475 T7351 Plate
Límite elástico (Fty)	413.68MPa
Tensión nominal aplicada (S_inf)	100MPa
Tamaño mínimo de elemento	0.083mm
Diámetro de agujero (D)	4mm
Ancho de placa (W)	40mm
Espesor de placa (t)	2mm

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Tabla 5. Preámbulo. Efecto de Borde. Resumen de ensayo con efecto de borde

El modelo FEM de la placa empleada será el que se muestra en la Imagen 15:

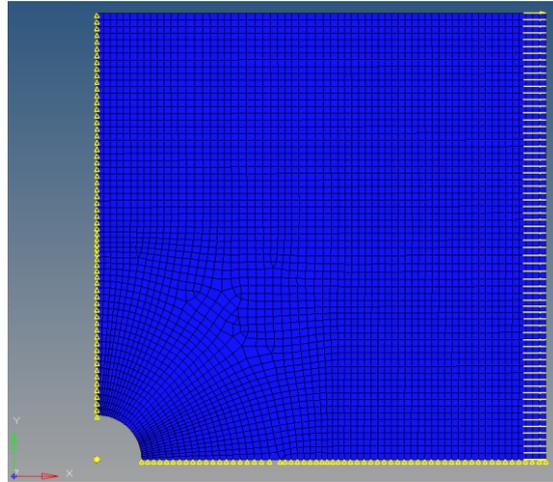


Imagen 15. Preámbulo. Efecto de Borde. Ensayo considerando efecto de borde.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

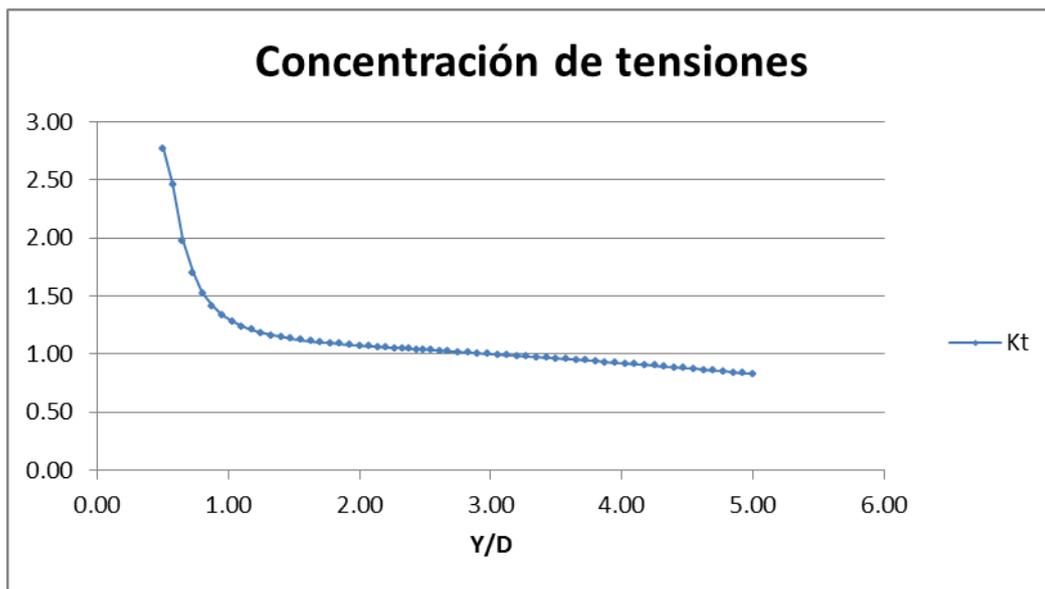


Gráfico 3. Preámbulo. Efecto de Borde. Concentración de tensiones con efecto de borde

En el Gráfico 3 se muestran las tensiones a lo largo del borde vertical del cuarto de placa. Las componentes X e Y de la tensión han sido normalizadas respecto de la tensión nominal aguas abajo, por lo que la componente X adimensionalizada muestra directamente el valor del factor de concentración de tensiones (K_t).

En lo que al valor del factor de concentración de tensiones se refiere, se observa una mejora en los resultados, fruto de la combinación de haber mejorado el mallado y haber limitado la influencia del borde en los valores de tensión. En efecto, se obtiene un valor de $K_t=2.77$, frente al $K_t=2.2$ obtenido anteriormente, aunque no se alcanza el valor teórico deseado. De acuerdo con la Imagen 14, y para un valor de $D/W=0.1$, el valor de K_t

esperable es de 3.035. Por lo tanto, se resumen a continuación los resultados del ensayo actual:

Resumen del Ensayo	
W/D	10
Tamaño de elemento	0.083mm
Kt FEM	2.77
Kt Teórico (Chart 4.1)	3.035
Error	8.73%

Tabla 6. Preámbulo. Efecto de Borde. Resumen de ensayo sin efecto de borde

Si se realiza un detalle de la malla de la Imagen 15 en la zona del borde del concentrador, se puede observar que, pese a que la forma general se adecúa correctamente a la topología de la placa, el tamaño de elemento no es el adecuado. Se adjunta un detalle de los elementos más cercanos al borde en la siguiente imagen, con fines ilustrativos:

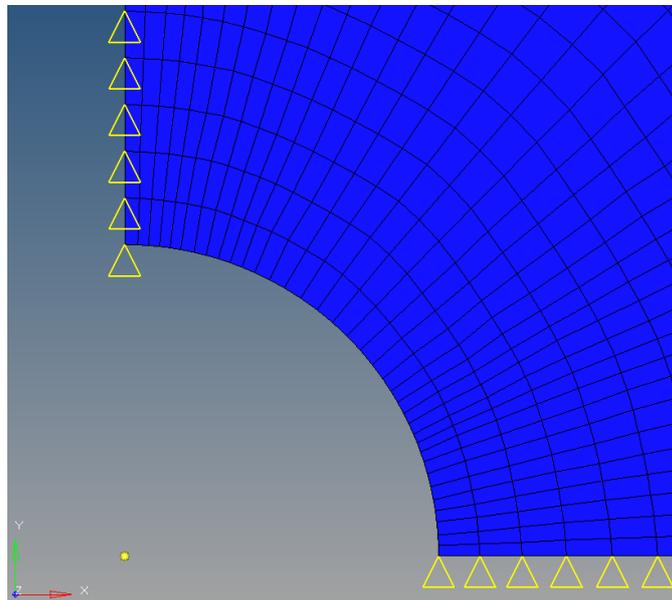


Imagen 16. Preámbulo. Efecto de Borde. Detalle del elemento en el borde del concentrador

En la Imagen 16 se observa con claridad que el elemento del borde vertical de la placa, tiene una relación de aspecto que no resulta adecuada para captar el pico de tensión que tiene lugar en esta zona, ofreciendo por tanto una resolución de análisis pobre donde no se termina de captar el estado tensional en el concentrador. Por otro lado, y como se verá más adelante, no será suficiente con mejorar la relación de aspecto, también el tamaño global del elemento deberá ser menor.

En definitiva, el error obtenido para el valor del Kt no se enmarca dentro del rango de error de aceptación de los resultados. Mejorar la precisión de los mismos requerirá de un mallado más fino y, como se verá más adelante, analizar la influencia de los métodos de interpolación de resultados de las herramientas de postprocesado empleadas.

2.3.1.5 Placa Plana con Concentrador Centrado. Mallado Refinado.

De acuerdo con todo lo indicado anteriormente, y habiendo eliminado gran parte de las fuentes de error que distorsionan el valor del factor de concentración de tensiones, únicamente resta disminuir el tamaño de elemento empleado en el borde del concentrador para ofrecer una mayor resolución en el análisis tensional.

Se busca una malla de tamaño de elemento lo más homogéneo posible. Hallar el tamaño óptimo de elemento es un proceso iterativo de prueba y error, por lo que aquí únicamente se presentará el resultado definitivo, a fin de aligerar desarrollos que no tienen mayor trascendencia para las conclusiones definitivas. En cualquier caso, posteriormente se analizará la dependencia de los resultados con el tamaño de elemento empleado, presentándose de esta forma un estudio de sensibilidad práctico para establecer las tolerancias en tamaño de elemento aceptable.

De esta forma, y buscando obtener un tamaño de elemento que ofrezca la precisión necesaria para obtener el valor del concentrador de tensión indicado en la bibliografía, se ha realizado el siguiente mallado:

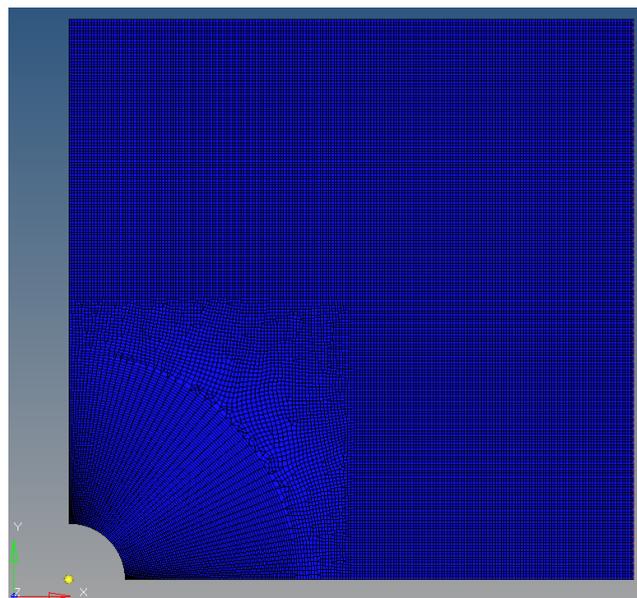


Imagen 17. Preámbulo. Mallado Refinado. Modelo FEM

A la vista del mallado mostrado, es razonable que el lector piense que se ha destinado un exceso de recursos a un análisis por lo general simple, implicando un coste computacional inaceptable. Esta percepción es acertada, y la justificación de la malla adoptada pasa por la necesidad de aislar el efecto del tamaño de elemento en el borde del concentrador del resto de la malla y condiciones de contorno.

A fin de paliar el descomunal incremento en el número de elementos como consecuencia del mallado empleado, se ha empleado una distribución nodal sobre el borde del concentrador en forma de campana de Gauss, tal y como se observa en la Imagen 17, que disminuye la densidad de nodos en la franja intermedia del cuarto de circunferencia,

ampliando aguas abajo el tamaño de elemento y mejorando levemente el coste computacional del conjunto.

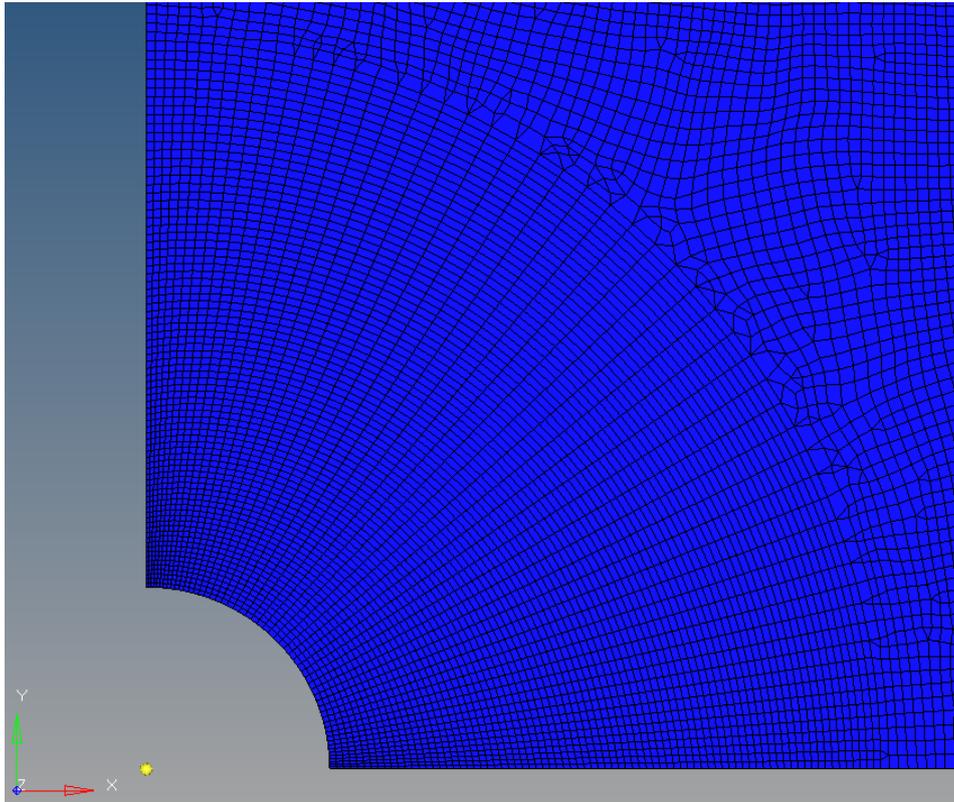


Imagen 18. Preámbulo. Mallado Refinado. Detalle del mallado en inmediaciones del concentrador

La tabla del ensayo con el modelo refinado es la que sigue:

Material	Al-7475 T7351 Plate
Límite elástico (Fty)	413.68MPa
Tensión nominal aplicada (S_{inf})	100MPa
Tamaño mínimo de elemento	0.024mm
Diámetro de agujero (D)	4mm
Ancho de placa (W)	40mm
Espesor de placa (t)	2mm

Tabla 7. Preámbulo. Mallado Refinado. Resumen de ensayo con Malla Refinada

Los resultados del ensayo son los siguientes:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

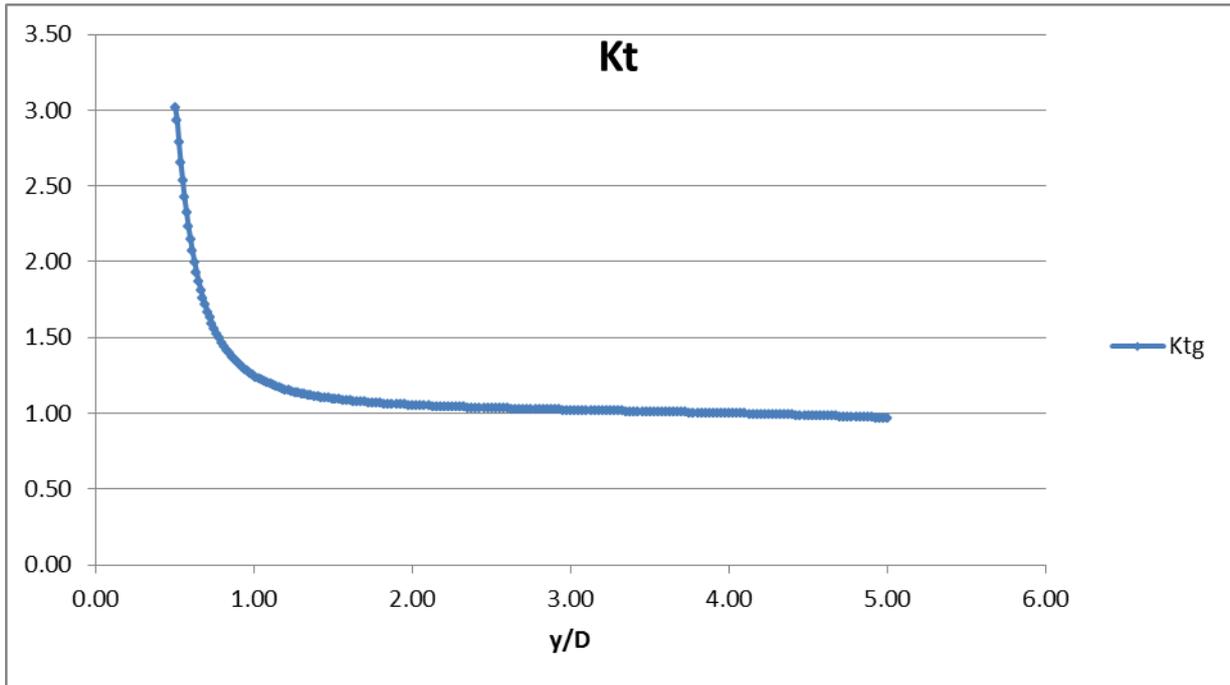


Gráfico 4. Preámbulo. Mallado Refinado. Tensiones en el ensayo de malla refinada

Resumen del Ensayo	
W/D	10
Tamaño de elemento	0.024mm
Kt FEM	3.017
Kt Teórico (Chart 4.1)	3.035
Error	0.6%

Tabla 8. Preámbulo. Mallado Refinado. Resumen de resultados de ensayo remallado

En el Gráfico 4 se muestran las variaciones de tensión a lo largo del ancho adimensional del cuarto de placa. Nuevamente, la tensión con la que se adimensionaliza es la tensión nominal aguas abajo, por lo que la componente X de la tensión muestra directamente el valor del concentrador de tensiones. Así, el valor de dicho factor obtenido es de $K_t=3.017$, que yerra por defecto en menos de un 0.6%, por lo que se acepta el ensayo realizado.

El elemento crítico que ofrece el resultado que se indica tiene las siguientes dimensiones:

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.024mm
Altura (e_H)	0.04mm
η_{min}	0.54

Tabla 9. Preámbulo. Mallado Refinado. Características del Elemento Óptimo

Donde $\eta_{min} = \frac{e_{L,min}}{e_H}$, siendo $e_{L,min}$ y e_H las dimensiones indicadas en la Tabla 9.

En sucesivos desarrollos, al elemento hallado en este apartado se le denominará como *elemento de tamaño óptimo*, al haber sido el primer tamaño de elemento que consigue representar el fenómeno de concentración de tensiones dentro del margen de error considerado. En adelante se tratará de emplear dicho tamaño de elemento en el borde del concentrador de tensiones para ofrecer unos resultados precisos del valor del factor de concentración de tensiones.

Evidentemente, resulta inabordable confeccionar una malla como la empleada en este ensayo para lograr el elemento óptimo en otros modelos, con geometrías más complejas o múltiples concentradores de tensión. Es por ello que más adelante se realizará un esfuerzo por tratar de obtener un esquema de mallado que permita obtener los mismos resultados que en este caso aumentando progresivamente el tamaño de elemento a medida que nos alejemos del concentrador de esfuerzos.

No obstante, antes de proceder a dicho estudio, se ha considerado adecuado estudiar la sensibilidad de los resultados en función del tamaño y tipo de elemento empleados. Éste será el siguiente paso del desarrollo del presente capítulo.

2.3.1.6 Placa Plana con Concentrador Centrado. Estudio de Sensibilidad.

En el apartado actual se analizará la dependencia de los resultados de K_t en un agujero aislado en placa plana sometida a tracción con el tamaño de elemento ubicado en la zona de máxima tensión.

En primera instancia, se desarrollará un método de generación de mallas circulares en las inmediaciones del agujero, de forma que se pueda controlar fácilmente el tamaño del elemento en contacto con el mismo. Ello permitirá agilizar el proceso de mallado, realizando de manera ágil distintos ensayos de cara al estudio de sensibilidad.

2.3.1.6.1 Técnica de Mallado con control del Tamaño de Elemento

De acuerdo con los resultados obtenidos en los apartados anteriores, la forma óptima de mallado consiste en la generación de un *washer* o segmentación circular de la placa de forma concéntrica al agujero. De esta manera, las coronas circulares resultantes podrán mallarse radial y tangencialmente, controlando las principales dimensiones de los elementos CQUAD empleados.

El mallado anterior en *HyperMesh* es fácilmente realizable si se supone una distribución nodal lineal a lo largo del borde del agujero. De esta forma, se pueden establecer unas relaciones entre el número de nodos sobre los segmentos circulares, las dimensiones del agujero y el tamaño de elemento resultante. Dado que la distribución lineal de nodos es la más habitual, no existirá una significativa pérdida de generalidad en las expresiones obtenidas.

Para una corona circular de radio interior R_i , radio exterior R_o , y un ángulo de corona θ , el número de nodos en el perímetro de la corona N_i y el número de nodos en el lateral de la corona N_L serán:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

$$N_i = 1 + \frac{\theta R_i}{e_L}$$

$$N_L = 1 + \frac{R_o - R_i}{e_H}$$

Ecuación 22. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Número de nodos para tamaño de elemento dado

Siendo e_H, e_L las dimensiones deseadas para el elemento en el punto de máxima tensión del agujero aislado.

Con las expresiones anteriores puede calcularse cuál debe ser el número de nodos con los que debe contar el mallado para garantizar la existencia de un elemento del tamaño deseado. El método propuesto, y para valores pequeños del elemento no presenta en ningún caso errores superiores al 7% en tamaño. Además, en términos generales, se observa que el elemento generado será menor que el elemento deseado, no conduciendo a pérdida de precisión en los resultados.

De esta forma, se puede proceder a diseñar los ensayos necesarios para evaluar la sensibilidad de los resultados ante variaciones en el tamaño de elemento.

2.3.1.6.2 Ensayo 1 Sensibilidad

Para realizar un primer ensayo, se toma como tamaño de elemento crítico el ofrecido por el ensayo del apartado *Placa Plana con Concentrador Centrado. Efecto de Borde*. (pág. 40), inmediatamente anterior a hallar el valor del *elemento óptimo*.

De esta manera, se podrá modificar el valor del elemento, aproximándolo mediante sucesivas reducciones al valor del elemento óptimo para mejorar los resultados. Dado que, para el ensayo del apartado anterior el valor de e_H era demasiado elevado como para captar adecuadamente la variación de tensiones a lo largo de la anchura de la placa, se opta por reducir a la mitad el valor de e_H y evaluar los resultados. De esta forma, el tamaño del elemento en la zona de máxima tensión es el que sigue:

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.083mm
Altura (e_H)	0.15mm
η_{min}	0.55

Tabla 10. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Consignado de Ensayo de Sensibilidad 1

En esta ocasión, y para ilustrar el método seguido para la generación de la malla, se mostrarán las diferencias entre el elemento deseado (consignado) y el elemento real obtenido al mallar a través del método descrito en el apartado inmediatamente anterior. A continuación, se muestra una tabla comparativa entre el elemento obtenido y el elemento consignado:

	Elem. Obtenido	Elem. Consignado	Error
Lado menor ($e_{L,min}$)	0.079mm	0.083mm	-4.82%
Altura (e_H)	0.14mm	0.15mm	-6.67%
η_{min}	0.55	0.55	0%

Tabla 11. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico Real de Ensayo de Sensibilidad 1

Como se puede observar, el elemento generado no difiere notablemente del deseado, y la relación de aspecto no varía. En cualquier caso, el elemento obtenido es menor que el consignado. Se muestra a continuación un detalle del elemento generado, que servirá para poder comparar la forma de la malla con ensayos futuros:

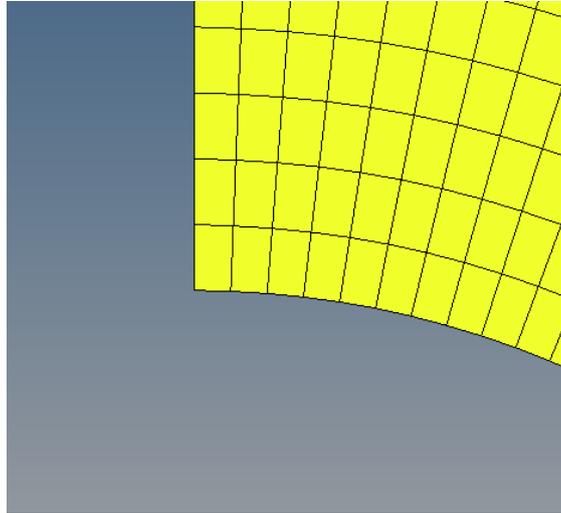


Imagen 19. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Detalle de Elemento Crítico en Ensay. Sensib. 1

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

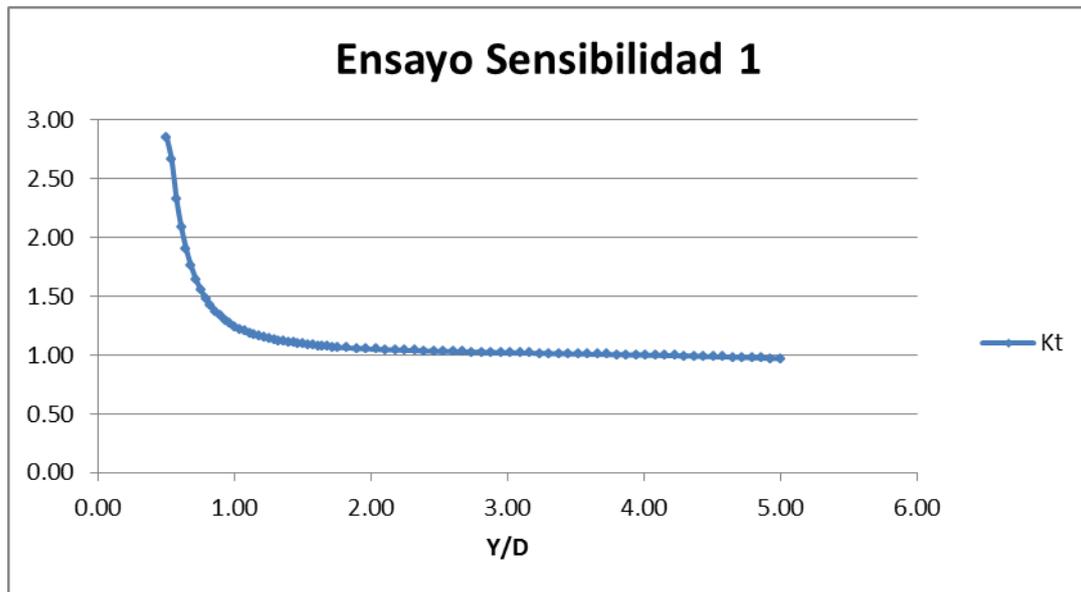


Gráfico 5. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Resultados Ensayo de Sensibilidad 1

Resumen de Resultados		Error
Kt Chart 4.1	3.035	-
Kt Ensayo sin Efect. Borde	2.77	-8.73%
Kt Ensayo 1	2.85	-6.10%

Tabla 12. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 1

Como puede observarse de las gráficas anteriores, reducir a la mitad la altura del elemento (e_H) mejora apreciablemente el resultado obtenido de la tensión en el borde del

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

concentrador. Reducir la altura, no solamente mejora la captación de la variación de la tensión a lo largo del borde vertical de la placa, sino que además mejora la relación de aspecto, lo que redundará en unos mejores resultados.

Una duda razonable puede consistir en determinar si los resultados mejoran al emplear el mismo elemento que en el caso anterior, girado 90°, de forma que aumente la resolución a lo largo del borde vertical de la placa, y que sean más alargados en la dirección del borde del concentrador. Esto resultaría de gran utilidad, ya que tener elementos más grandes en el perímetro del agujero permitiría disminuir de forma sustancial el número de elementos en la malla, optimizando la misma. Esto se analizará en el siguiente ensayo.

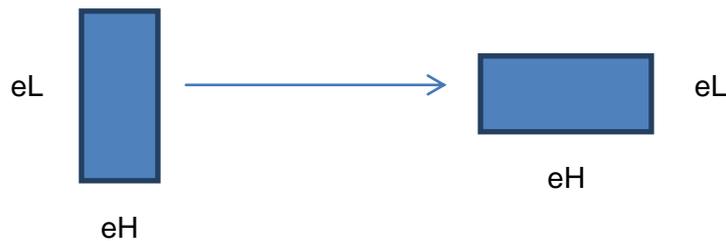


Imagen 20. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Esquema de elemento a emplear

2.3.1.6.3 Ensayo 2 Sensibilidad

Tomando como referencia el elemento del Ensayo 1, se intercambiarán sus dimensiones para obtener el elemento del Ensayo 2, es decir, intercambiando su altura por anchura y viceversa.

De esta forma, el elemento empleado tiene las siguientes dimensiones, una vez generada la malla por el método descrito en *Técnica de Mallado con control del Tamaño de Elemento*, página 53:

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.143mm
Altura (e_H)	0.08mm
η_{min}	1.77

Tabla 13. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico de Ensayo de Sensibilidad 2

El mallado en la zona del concentrador adopta la siguiente configuración:

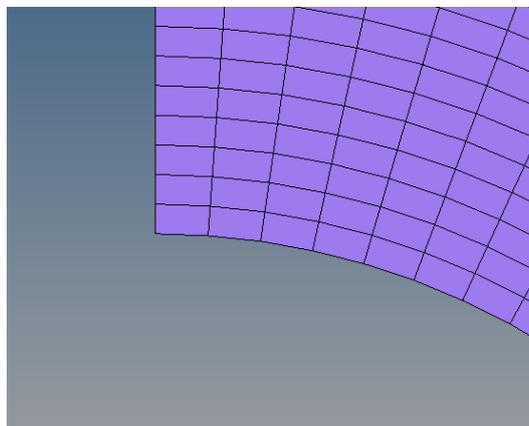


Imagen 21. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Detalle de Elemento Crítico en Ensayo. Sensib. 2

Al lanzar el análisis con la nueva malla, se obtienen los siguientes resultados:

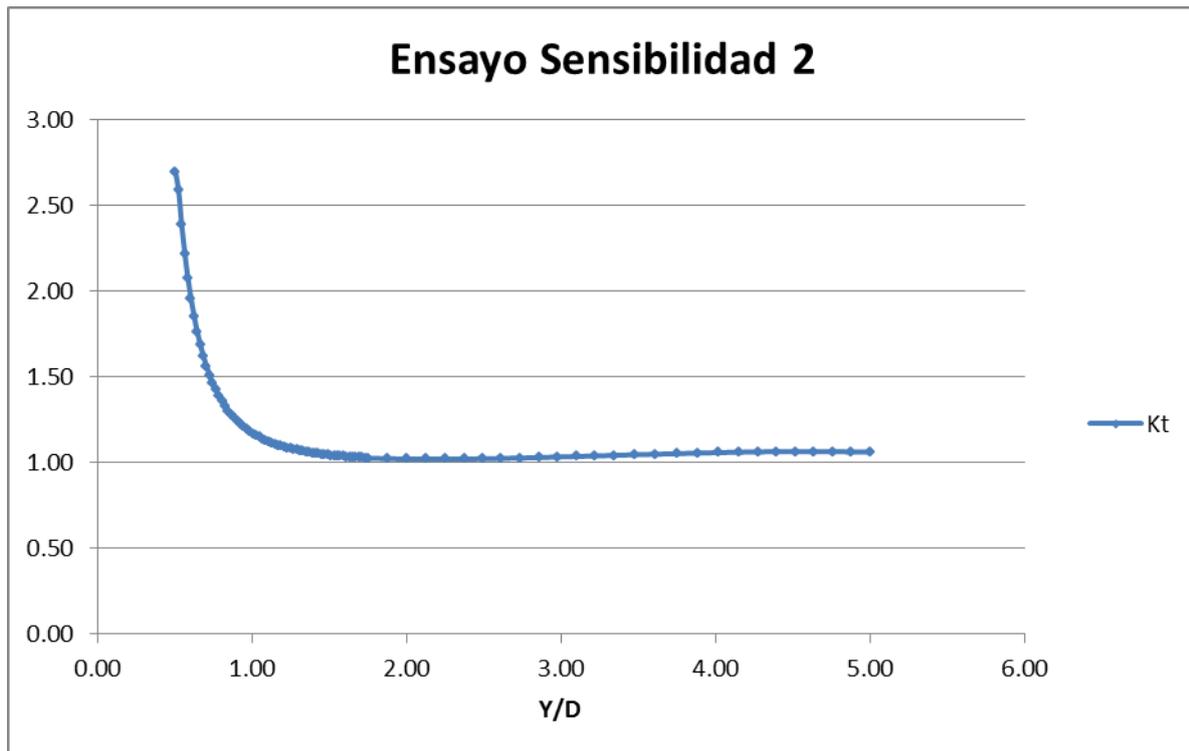


Gráfico 6. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Resultados Ensayo de Sensibilidad 1

Resumen de Resultados		Error
Kt Chart 4.1	3.035	-
Kt Ensayo sin Efect. Borde	2.77	-8.73%
Kt Ensayo 1	2.85	-6.10%
Kt Ensayo 2	2.70	-11%

Tabla 14. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 2

Como puede observarse, se ha producido un empeoramiento de los resultados. Esto se debe a que el gradiente de tensiones en la dirección del perímetro del agujero es menos pronunciado, y el pico de tensión tiene lugar a 90 grados con respecto a la dirección de la aplicación de la carga. Los elementos que se han empleado en este ensayo deben reflejar simultáneamente una rápida variación de la tensión en la dirección radial, mientras que la tensión disminuye suavemente en la dirección tangencial, como se aprecia en la Imagen 22. Ello puede explicar que con el elemento empleado, ante una misma relación de aspecto que en el ensayo anterior, no se observen los resultados esperados.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

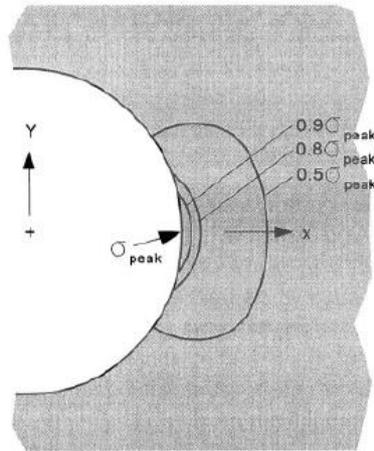


Imagen 22. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Líneas de isotensión en borde de concentrador. (Schijve, 2001)

Por tanto, una primera conclusión que se puede extraer a partir del presente ensayo, es que el elemento óptimo deberá satisfacer $\eta_{min} \leq 1$.

En el siguiente ensayo se pondrá a prueba esta afirmación, evaluando los resultados para elementos en el borde del agujero con $\eta_{min} \sim 1$, o lo que es lo mismo, elementos cuadrados.

2.3.1.6.4 Ensayo 3 Sensibilidad

Para el ensayo presente, se tomará la menor de las dimensiones empleadas hasta el momento como magnitud para definir el lado del elemento cuadrado:

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.079mm
Altura (e_H)	0.08mm
η_{min}	0.97

Tabla 15. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico de Ensayo de Sensibilidad 3

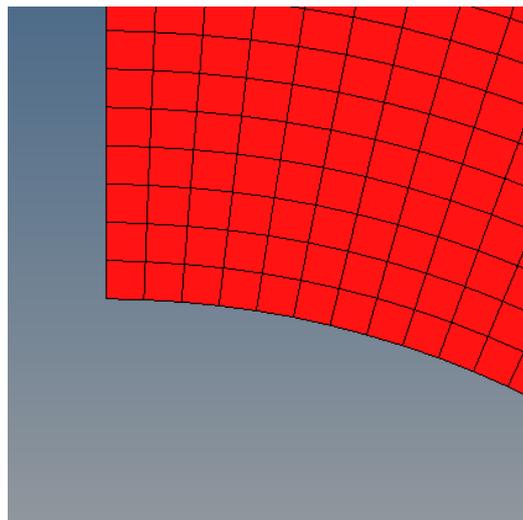


Imagen 23. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Detalle de Elemento Crítico en Ensayo. Sensib. 3

De esta forma, se obtienen los siguientes resultados:

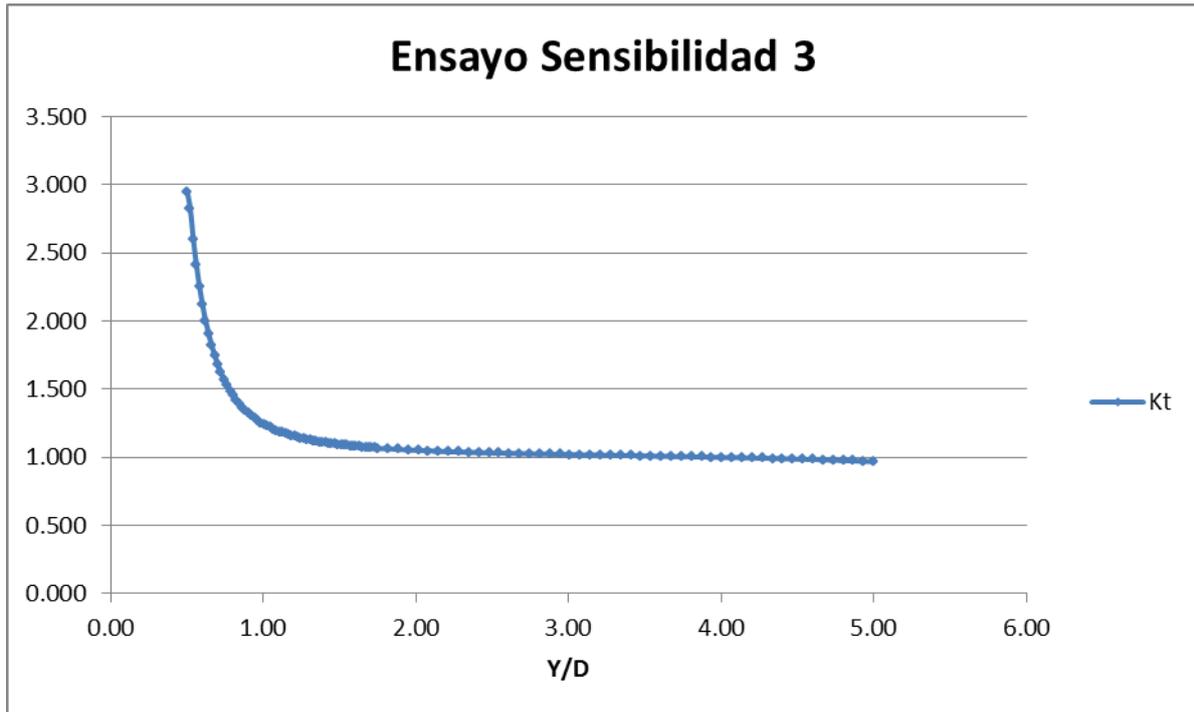


Gráfico 7. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Resultados Ensayo de Sensibilidad 3

Resumen de Resultados		Error
Kt Chart 4.1	3.035	-
Kt Ensayo sin Efect. Borde	2.77	-8.73%
Kt Ensayo 1	2.85	-6.10%
Kt Ensayo 2	2.70	-11%
Kt Ensayo 3	2.95	-2.80%

Tabla 16. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 3

Como puede observarse, la configuración de elemento empleada ofrece el mejor resultado hasta el momento, donde se estaría cometiendo un error por defecto del 2.8% en la determinación del factor de concentración de tensiones con respecto al de la teoría. Dado que es el primer elemento del estudio de sensibilidad que consigue un error dentro del rango establecido, se hará referencia a él como *Elemento Umbral (EU)*.

Comparando las dimensiones del *elemento umbral* con las del *elemento óptimo*:

$$\frac{e_{L,EU}}{e_{L,opt}} = 3.38$$

$$\frac{e_{H,EU}}{e_{H,opt}} = 1.82$$

Se puede observar que el *elemento umbral* aún tiene margen de reducción a fin de limitar el error sobre los resultados.

2.3.1.6.5 Ensayo 4 Sensibilidad

Una vez obtenidos los rangos de tamaño en los que se debe estar incluido el elemento, solo resta realizar una comprobación adicional, concerniente al número de nodos del elemento.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Hasta ahora el tipo de elemento empleado ha sido un elemento cuadrilátero de primer orden (CQUAD4), por lo que es de esperar que emplear elementos de orden superior (CQUAD8) ofrezca mejores resultados.

Para poder evaluar la ganancia de precisión marginal, se emplea un elemento de segundo orden en el borde del agujero de dimensiones similares a las del elemento umbral del apartado anterior.

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.079mm
Altura (e_H)	0.08mm
η_{min}	0.97

Tabla 17. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Elemento Crítico de Ensayo de Sensibilidad 4

Las gráficas de resultados de tensiones a lo largo del borde vertical son muy parecidas a las obtenidas para los casos anteriores, por lo que no se adjuntan. Se resalta únicamente el valor del factor de concentración de tensiones en el borde del agujero:

	Resumen de Resultados				
	Kt	Error	eL	eH	η_{min}
Ensayo Efecto de Borde	2.77	-8.73%	0.083mm	0.3mm	0.27
Ensayo 1	2.85	-6.10%	0.079mm	0.14mm	0.55
Ensayo 2	2.70	-11%	0.143mm	0.08mm	1.77
Ensayo 3	2.95	-2.80%	0.079mm	0.08mm	0.97
Ensayo 4	3.02	0.49%	0.079mm	0.08mm	0.97

Tabla 18. Preámbulo. Estudio de Sensibilidad. Tabla Comparativa Resultados Ensayo de Sensibilidad 4

Donde se observa que el error cometido respecto del valor de $Kt=3.035$ para $d/W=0.1$ es del orden del 0.5%, de acuerdo con Imagen 14 (Peterson, 1953).

2.3.1.6.6 Conclusiones al Estudio de Sensibilidad

Una vez realizados los estudios oportunos y comprendido cómo afectan las distintas configuraciones de elemento, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se deduce que la precisión en los resultados no mejora únicamente con el tamaño de lado de elemento si no con la relación de aspecto en sí, prefiriéndose formas cuadradas.
- Quedan determinados los tamaños óptimo y umbral de elemento, de forma que sirvan como criterio para prever la fiabilidad de los resultados obtenidos en futuros estados de carga similares.
- Para paliar el incremento del número de nodos sobre el modelo, se analizarán técnicas de aumento progresivo del tamaño de elemento en zonas alejadas del agujero en futuros apartados. De esta forma, se podrá seguir empleando elementos de primer orden con el tamaño óptimo obtenido.

Todos los resultados obtenidos anteriormente se han realizado para una placa sometida a una tracción uniaxial aguas abajo del concentrador. El siguiente paso consistirá en analizar el fenómeno de concentración de tensiones para un estado de cortadura pura.

2.3.1.7 Placa Plana con Concentrador Centrado. Cortadura.

En el apartado actual se profundizará en dos aspectos de interés de cara a la modelización de estados de cargas más complejos en cuanto a la caracterización del fenómeno de concentración de tensiones:

- Kt en estados de cargas alternativos.
- Método de superposición.

Hasta ahora, y en las aplicaciones más usuales, el valor del Kt suele estar representado ante situaciones de carga axial mediante tracción pura. Esto no es representativo de la situación de servicio de la mayor parte de los componentes en ingeniería, coexistiendo otros de mayor complejidad, como solicitaciones de flexión, torsión y cortadura, por mencionar algunos.

Por ello, resulta interesante realizar un breve estudio acerca de la formulación del Kt en situaciones de carga alternativas a la axial, que permitan una comprensión más general del fenómeno. Por otro lado, se profundizará en la obtención de Kts mediante superposición de estados tensionales, aplicando las propiedades del análisis lineal como método que facilita la resolución de estados de carga más complejos.

Inicialmente se tratará de resolver un caso de cortadura pura mediante la aplicación directa de dicho estado de cargas.

2.3.1.7.1 Cortadura Pura. Aplicación Directa.

En el presente apartado se realizará el análisis de la placa solicitada según un estado de cortadura pura. Generar un estado de cortadura pura requiere establecer unas condiciones de contorno que simulen únicamente deformación angular sin componente axial de la placa, siendo un problema de compleja modelización FEM.

Para ello, se establecen las siguientes condiciones de contorno:

- Empotramiento de la placa en uno de sus laterales.
- Apoyo simple de la placa en sus bordes superior e inferior, permitiendo el desplazamiento en el eje Y de coordenadas, e impidiéndolo en X.
- Desplazamiento forzado en el eje Y del borde lateral no empotrado. Su magnitud determinará la tensión de cortadura en el modelo.

Se representan las condiciones de contorno en la siguiente imagen:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

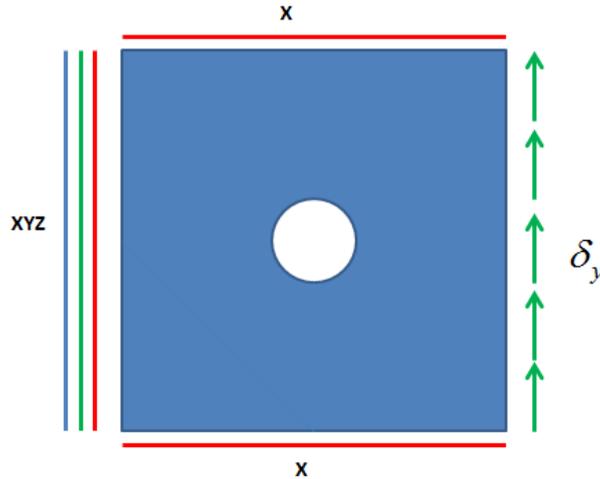


Imagen 24. Preámbulo. Cortadura Pura. Esquema de Condiciones de Contorno para deformación

A fin de establecer un valor que ofrezca resultados coherentes de tensión y deformación se propone emplear una fracción del límite elástico del material para caracterizar la tensión de cortadura. Como se demostrará posteriormente, el factor de concentración de esfuerzos alcanzará un valor de ± 4 para las zonas críticas de tensión, ubicadas sobre las diagonales de la placa. Por tanto, se toma el valor de la tensión máxima aplicable como un cuarto del límite elástico del material. De acuerdo con ello, se llega a las siguientes expresiones:

$$\tau_{\infty} < \frac{f_{ty}}{4}$$

$$\tau_{\infty} = G\gamma_{xy}$$

$$\gamma_{xy} = \delta_y / W$$

Por lo tanto:

$$\delta_y < \frac{2W(1 + \nu) f_{ty}}{E \cdot 4}$$

Ecuación 23. Preámbulo. Cortadura Pura. Expresión para deformaciones nodales

Para el material que se ha empleado hasta el momento:

Material	Al-7475 T7351 Plate
f_{ty}	413.68MPa
E	71010MPa
ν	0.33

Tabla 19. Preámbulo. Cortadura Pura. Propiedades del Material

Otorgando valores numéricos, y considerando un valor sencillo de la tensión cortante aplicada como $\tau_{\infty} = 50\text{MPa}$, se obtiene que los desplazamientos nodales deben ser:

$$\delta_y = 0.07491\text{mm}$$

Para garantizar que los resultados son adecuados, se emplea el tamaño de *elemento óptimo* calculado en apartados anteriores. Esto da como resultado una malla extraordinariamente densa y poco eficiente, inviable para aplicaciones reales de análisis, pero que garantiza que los errores que se puedan cometer no están debidos a un mallado incorrecto. Se adjunta un detalle de la malla a continuación.

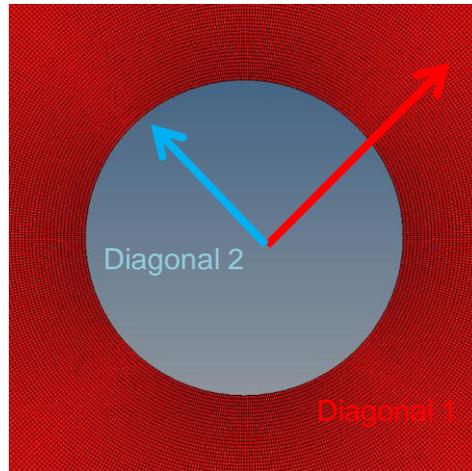


Imagen 25. Preámbulo. Cortadura Pura. Mallado para Cortadura por deformación

Dado que el estado de cortadura pura puede descomponerse como combinación de dos estados tensionales, tracción y compresión, girados 45° respecto de las direcciones de aplicación de la tensión de cortadura, las tensiones máximas estarán sobre las diagonales de la placa. En la figura anterior, la Diagonal 1 es la que soporta esfuerzos de compresión, y la Diagonal 2 la que está sometida a tracción. Dado que las direcciones de análisis se encuentran giradas respecto del sistema de referencia global, resulta más cómodo analizar las tensiones principales en los elementos de las diagonales de la placa.

Aplicando las condiciones de contorno citadas anteriormente, y aplicando los desplazamientos nodales indicados, se obtiene unos estados tensionales como los que se muestran en Imagen 26 e Imagen 27.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

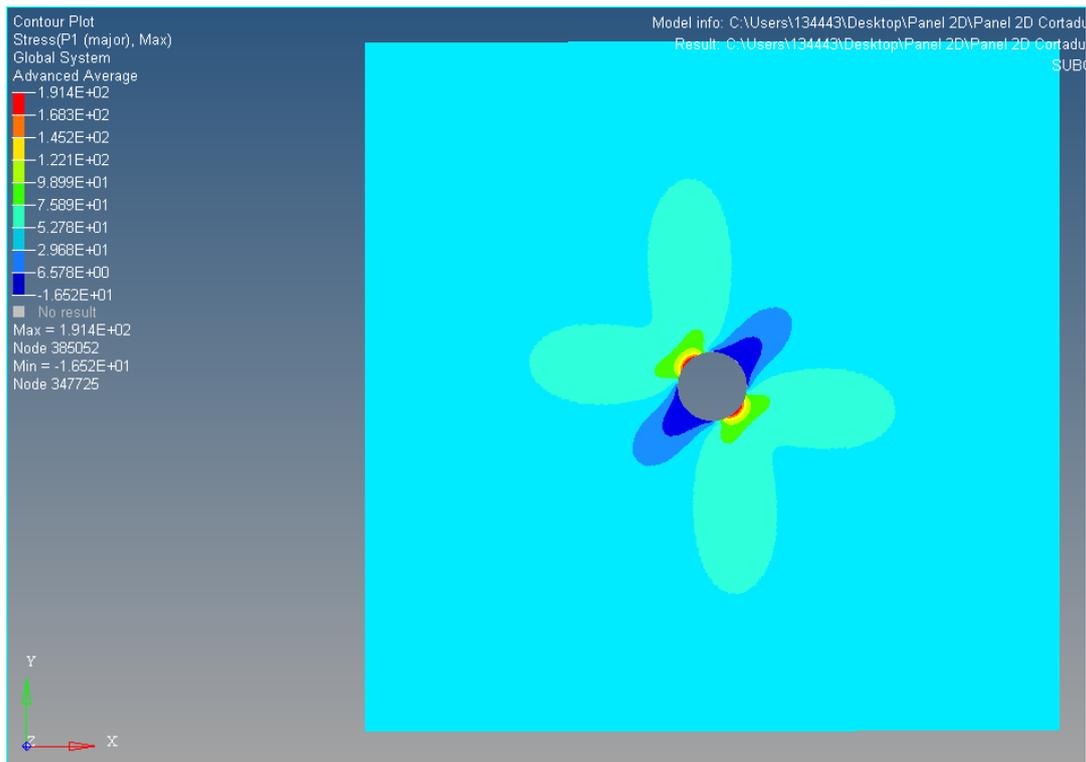


Imagen 26. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensión principal mayor

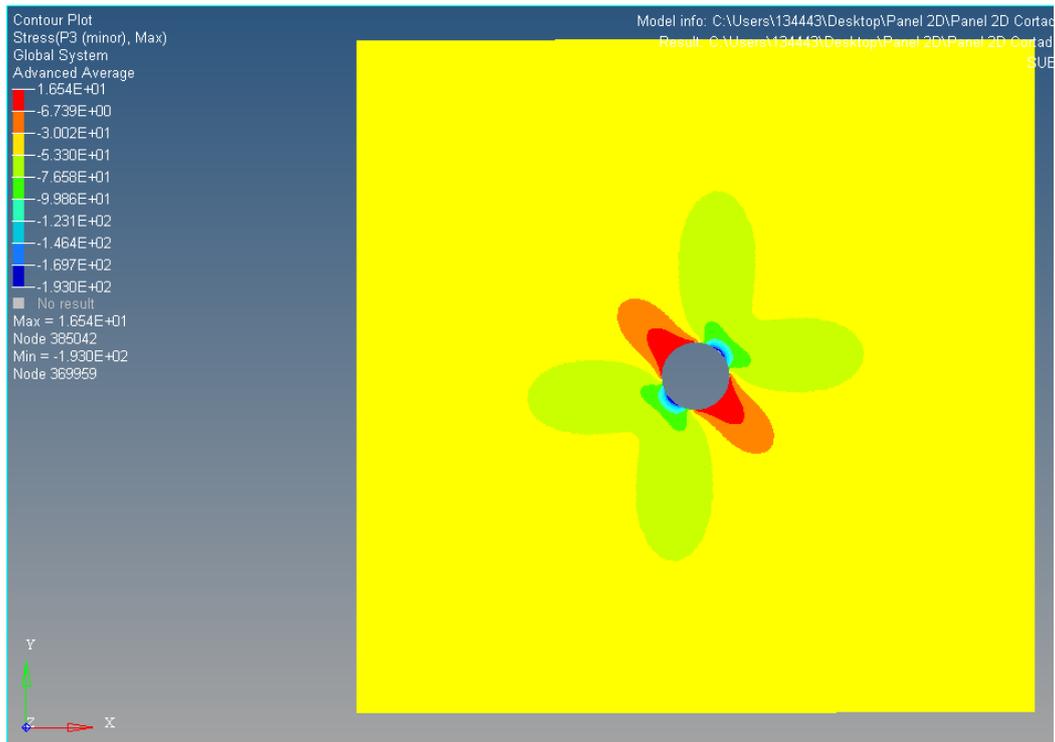


Imagen 27. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensión principal menor

Como puede observarse y como se preveía, las tensiones principales se obtienen para las direcciones de las diagonales indicadas anteriormente. Analizando los resultados a lo largo de las mismas, se obtienen las gráficas Gráfico 8 y Gráfico 9.

Los valores de la concentración de tensión para tracción y compresión son los siguientes:

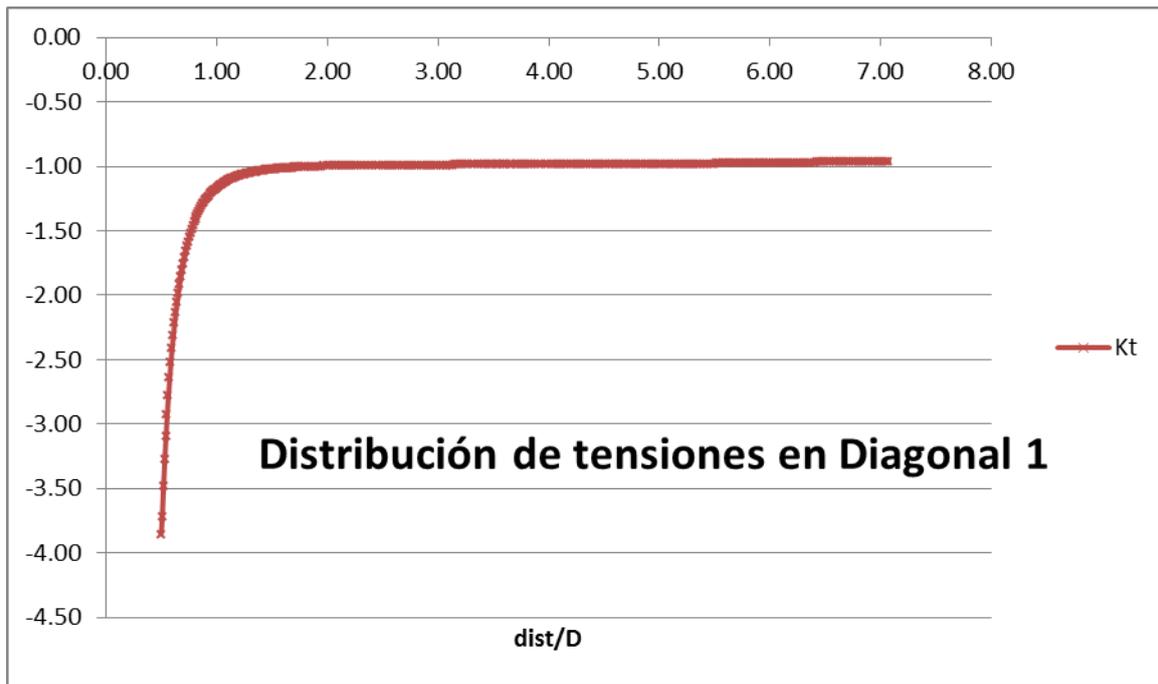


Gráfico 8. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensiones principales en Diagonal 1

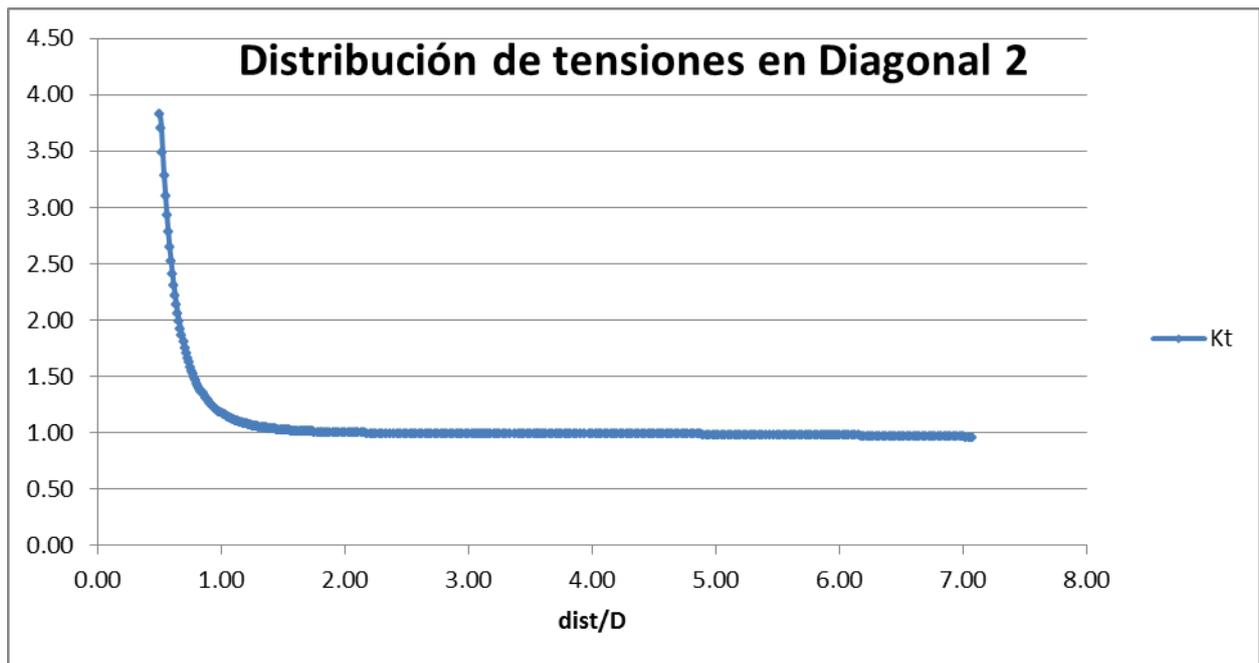


Gráfico 9. Preámbulo. Cortadura Pura. Tensiones principales en Diagonal 1

	Kt	Error
Kt Teórico	± 4	-
Kt Tracción	3.82	-4.5%
Kt Compresión	-3.85	-3.75%

Tabla 20. Preámbulo. Cortadura Pura. Tabla resumen para Cortadura por Deformación

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

De ellas se pueden realizar las siguientes lecturas:

- En ninguno de los casos se alcanza el valor teórico de ± 4 .
- Las condiciones de contorno pueden no simular correctamente una situación de cortadura pura en el agujero.

De acuerdo con lo anterior, se concluye que la aplicación de cargas de deformación no consigue modelizar con la precisión deseada una situación de cortadura pura. Por lo tanto, tratará de modelizarse mediante el método de superposición de estados tensionales, sirviendo de base para futuros análisis.

2.3.1.7.2 Cortadura Pura. Superposición

De acuerdo con la teoría de los círculos de Mohr, la aplicación de dos cargas de mismo módulo de tracción y compresión actuando perpendicularmente sobre la misma placa generarán a 45° de la carga de tracción en sentido positivo un estado tensional de cortadura pura. Luego, para la situación anterior:

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

Ecuación 24. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Cortante según Mohr

Donde σ_3 es la mínima tensión principal, y en el caso que se describe, de compresión. Para el caso que se resolverá:

$$\sigma_1 = -\sigma_3$$

Por lo tanto:

$$\tau = \sigma_1 = -\sigma_3$$

De esta forma, se podrá generar un estado de cortadura superponiendo dos casos de carga axial como los que se realizaban en apartados anteriores. La única diferencia radicará en que estarán aplicados en direcciones perpendiculares, y que serán de tracción y compresión respectivamente.

Recordando la expresión Ecuación 3, página 10:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma}{2} \left[\left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \left(1 + 3 \cdot \frac{R^4}{r^4} \right) \cos(2\theta) \right]$$

Se puede observar cómo varía el valor de K_t a lo largo del perímetro del agujero ante carga axial. De ella se extrae que el valor del factor de concentración de tensiones vale +3 (tracción) en la dirección perpendicular al eje de aplicación de la carga ($\theta = \pi/2$), y -1 (compresión) en el eje de aplicación de la carga ($\theta = 0$). En caso de aplicarse un estado de compresión, los valores anteriores siguen siendo válidos, sin más que cambiando el signo de cada valor de K_t (-3 y +1 respectivamente).

Dado que para la generación de un estado de cortadura pura por superposición las cargas están aplicadas a 90° la una de la otra, la suma de los valores de tensión pico (y consecuentemente los valores de K_t , al estar referenciados a una misma tensión nominal) se realiza como se indica en la siguiente figura:

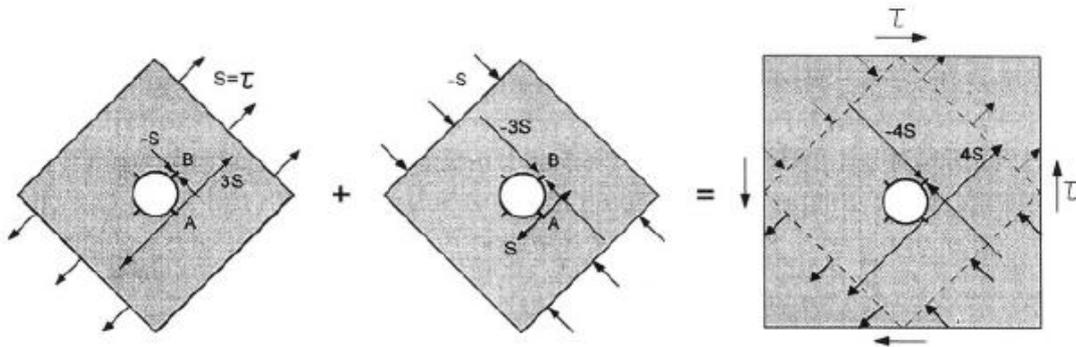


Imagen 28. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición, (Schijve, 2001)

De esta forma sencilla, se demuestra que los valores del K_t en cortadura pura serán de ± 4 , en las direcciones que se indicaban en el apartado anterior.

2.3.1.7.2.1 Cortadura mediante superposición. Ensayo 1

Para realizar el ensayo, únicamente será necesario modelizar mediante FEM un cuarto de placa, sobre cuyo borde se aplicará la tensión axial. Se muestra a continuación la geometría de la malla empleada, donde las tensiones indicadas en azul son las de tracción, y rojas las de compresión.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

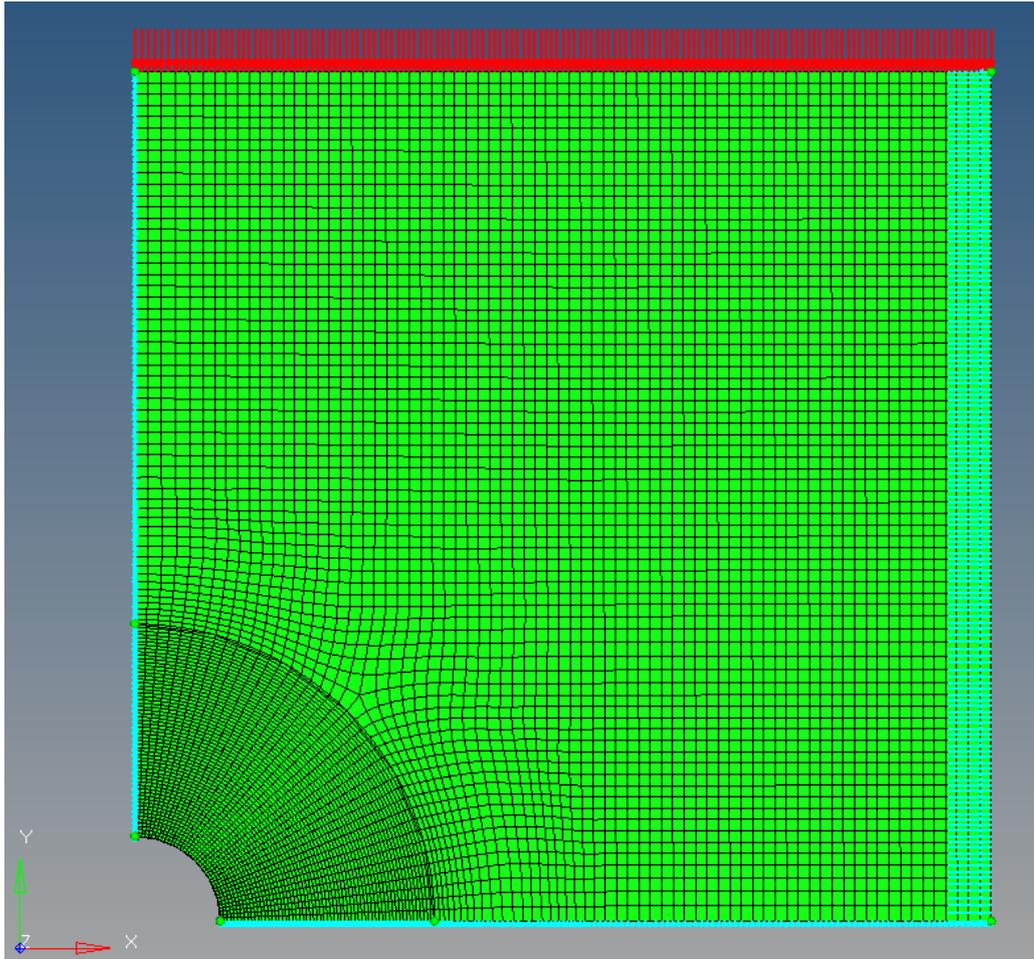


Imagen 29. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Ensayo 1

Se empleará un valor de $\sigma_{\infty} = 50\text{MPa}$. Las condiciones de contorno serán las mismas que las empleadas hasta el momento para tracción axial.

Respecto del tamaño y tipo de elemento empleado, se toma inicialmente el mismo tipo de elemento que en el Ensayo 4 de Sensibilidad frente a tracción axial, página 59. Para este ensayo se utilizó como base un elemento de segundo orden, CQUAD8, con las siguientes características en el borde del agujero:

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.079mm
Altura (e_H)	0.08mm
η_{min}	0.97

Tabla 21. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Tamaño de elemento.

Se ha empleado un elemento de segundo orden con intención de alcanzar un valor cercano al K_t anterior, empleando un tamaño de elemento razonablemente grande (*Elemento Umbral*). Posteriormente se dedicará algunas páginas a tratar de hallar una malla que alcance un compromiso entre precisión del K_t en el borde del agujero y un tamaño medio de elemento apropiado, empleando elementos de primer orden.

La forma de abordar el análisis consistirá en ejecutar por separado cada uno de los dos casos de carga. Posteriormente, se generará un caso de carga combinación de los dos anteriores. Los resultados se calculan a lo largo de ambos bordes del cuarto de placa. De

acuerdo con la teoría extraída, y tomando como origen de coordenadas angulares la dirección de la aplicación de la tensión de tracción (eje X), deberían hallarse valores de $K_t=4$ en la posición a 90° (eje Y), y $K_t=-4$ a 0° (eje X). Se muestran a continuación los resultados:

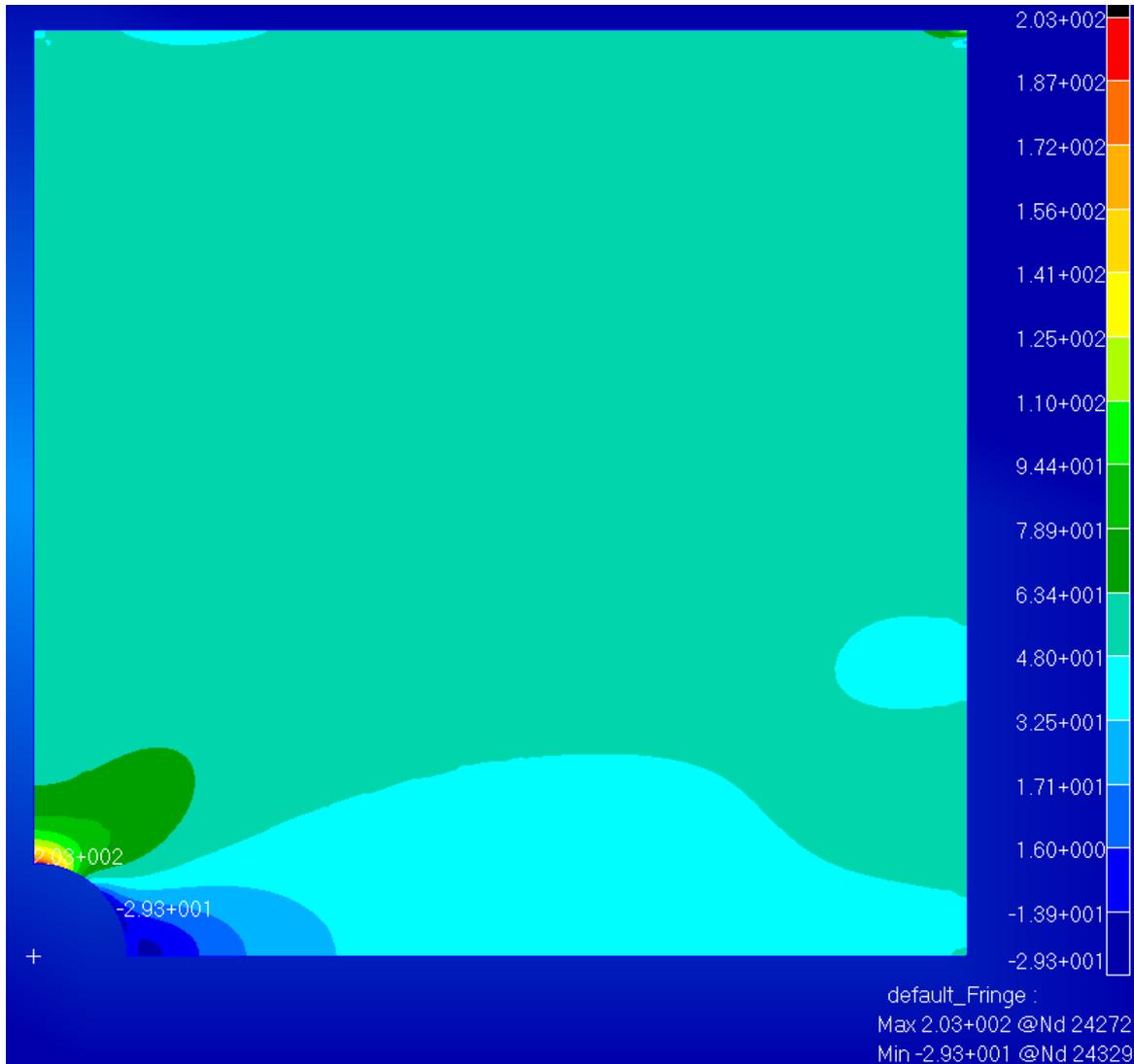


Imagen 30. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 1. Componente X

	Kt	Error
Kt Teórico	± 4	-
Kt Tracción	4.05	1.25%
Kt Compresión	-4.13	3.25%

Tabla 22. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados FEM de Ensayo 1

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

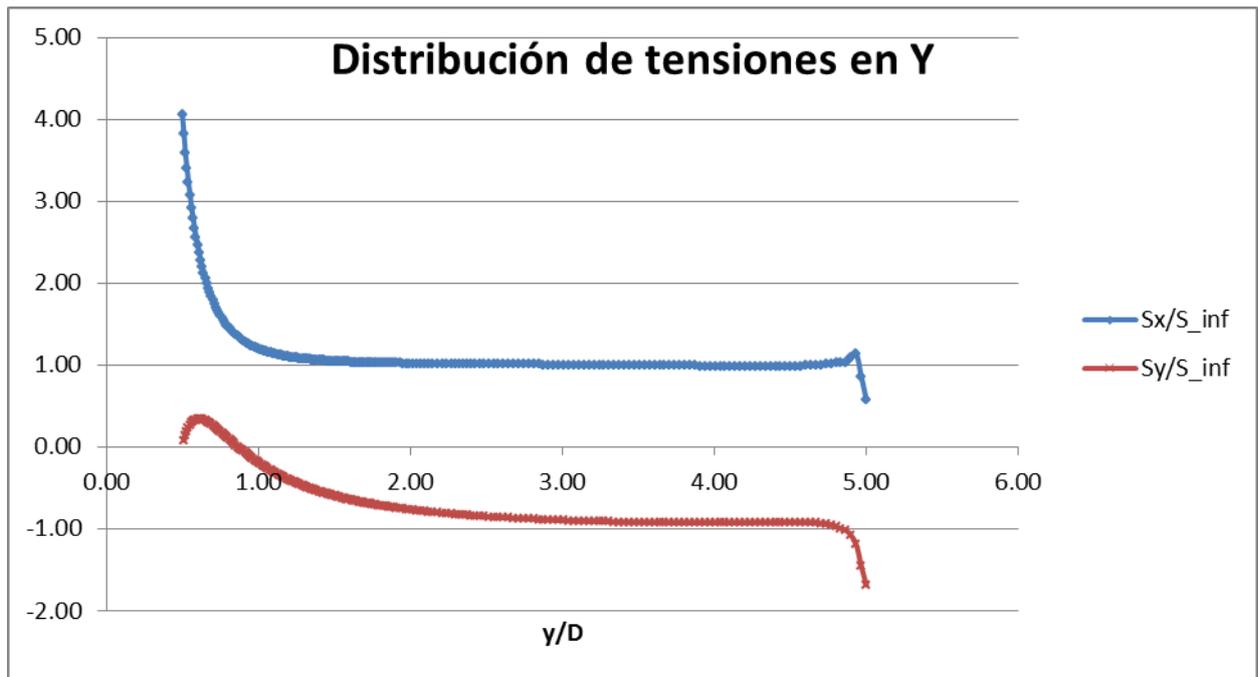


Gráfico 10. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 1, eje Y

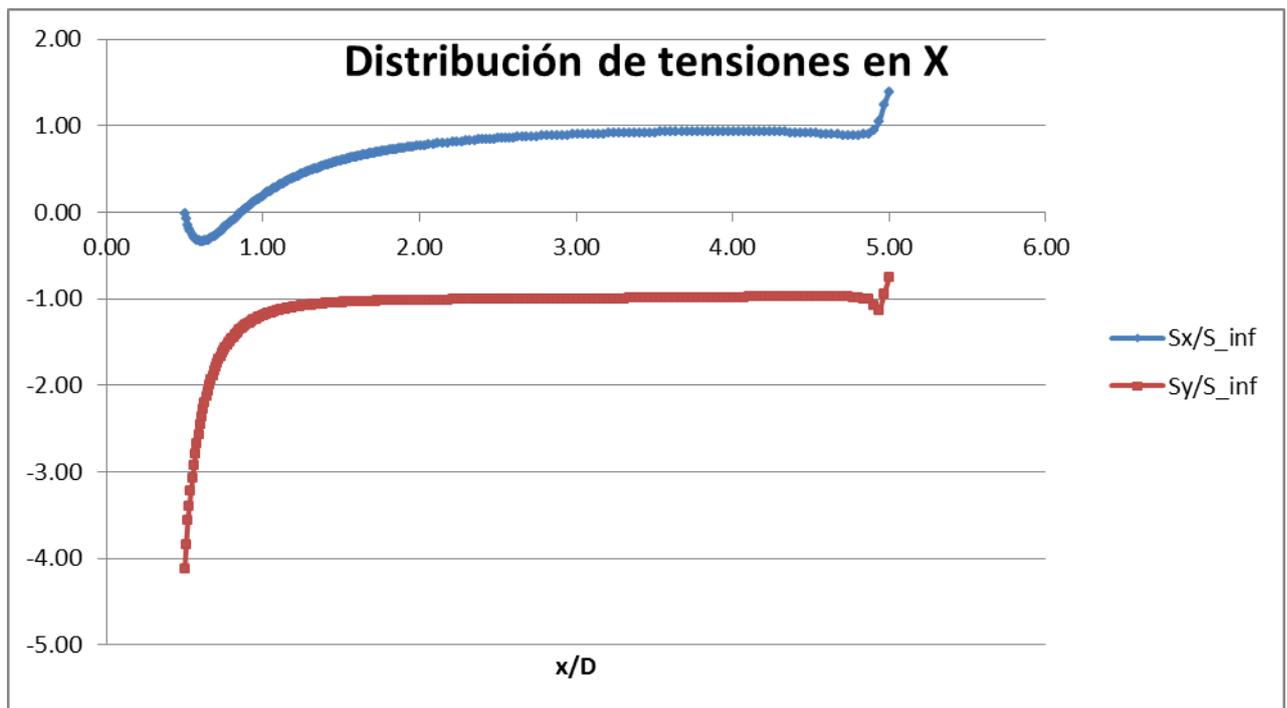


Gráfico 11. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 1, eje X

Como puede observarse en la Imagen 30, la componente X de la tensión ofrece los valores esperados a lo largo del eje Y sobre el borde de la pieza, dando un resultado próximo al K_t esperado. Como puede apreciarse en el Gráfico 11, aparece un pico de tensión en la componente X en el borde del agujero, que rápidamente decrece hasta alcanzar el valor de la tensión aplicada aguas abajo. Con respecto a la componente Y, cerca del concentrador tiene un comportamiento similar al habitual en situaciones de tensión axial aplicada, y a medida que se aleja del agujero, alcanza un valor de tensión de misma magnitud pero de signo contrario al de la componente X, verificándose que en dicha región se tiene un estado de cortadura pura, de acuerdo con la teoría de Mohr.

La perturbación que se aprecia a una distancia de $5 \cdot D$, se debe a que en dicho punto se tiene una carga de compresión aplicada, coincidiendo con el borde de la pieza, por lo que se produce un efecto local de concentración de tensiones, no relevante para el análisis que se realiza.

Por otro lado, debe tenerse en cuenta que debido al efecto de borde descrito en la Imagen 14 (Peterson, 1953), el valor del coeficiente de concentración de tensiones será superior al teórico. En efecto, el valor de $K_{tg}=3.035$ en la dirección perpendicular a la de aplicación de la carga de tracción. Tomando como aproximación $K_{tg}=-1$ para el coeficiente de concentración de tensión en la dirección paralela a la aplicación de la carga de tracción a falta de correlaciones empíricas, los valores del factor de concentración de tensión para cortadura pura deberían ser entorno a ± 4.035 . Sin embargo, seguiremos evaluando el error respecto del valor teórico de ± 4 , al no disponerse en la bibliografía de valores del factor de concentración de tensiones en la dirección paralela a la aplicación de la carga en placas finitas.

Para el estado tensional de compresión, los resultados son esencialmente idénticos si se analizan los valores de tensión a lo largo del eje X, teniendo en cuenta que las tensiones de pico serán de compresión, y que deberá analizarse la componente Y de la tensión, al ser la componente tangencial al agujero.

Como se ha indicado anteriormente, el ensayo se ha realizado empleando elementos de segundo orden. Sin embargo, de cara a futuros análisis, se empleará otra estrategia de mallado con intención de optimizar la malla y emplear elementos de primer orden exclusivamente, verificándose que los resultados tendrán una precisión del orden del presente ensayo.

2.3.1.7.2.2 Cortadura mediante superposición. Ensayo 2

Para el nuevo ensayo, cuyo objetivo es obtener una buena precisión de los resultados con un mallado óptimo, se divide el cuarto de placa que se ha empleado hasta el momento en siete áreas circulares de transición, en las que progresivamente se irá aumentando el tamaño de elemento.

Para ello, se adoptará la siguiente metodología:

- La altura de elemento e_H , se aumentará a razón de 1.5 aproximadamente en cada área de transición.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- Cada área circular tendrá aproximadamente el mismo número de nodos en dirección radial. Es decir, las áreas serán cada vez más anchas aguas abajo, al aumentar e_H .
- El lado del elemento, e_L , se controlará a través del número de nodos en el arco de circunferencia que delimita las áreas alrededor del agujero. Las primeras dos áreas tendrán el mismo lado de elemento, para no introducir perturbaciones en la malla cerca del agujero.
- El elemento en contacto con el agujero tendrá el tamaño óptimo hallado en apartados anteriores:

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.0242mm
Altura (e_H)	0.04mm
η_{min}	0.54

Tabla 23. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Tamaño de elemento de Ensayo 2

- El aumento progresivo del tamaño de elemento se conseguirá reduciendo el número de nodos sobre la circunferencia que delimita el área. Se determinarán por un lado el número de nodos necesarios para obtener el elemento óptimo en el borde de agujero mediante las relaciones de la Ecuación 22, y por otro lado se obtendrá el número de nodos en la circunferencia que delimita el área más grande (área aguas abajo) imponiendo el tamaño de elemento deseado para la zona alejada del agujero.
- Conocido el número de nodos en ambos extremos de la malla, podrá hacerse una transición suave que permita aumentar el tamaño de elemento sin grandes perturbaciones. Deberá emplearse un método de mallado mixto, que permita la creación de CTRIAS para adecuar la malla al crecimiento de elementos.

Con todas las pautas anteriores, la malla queda como sigue:

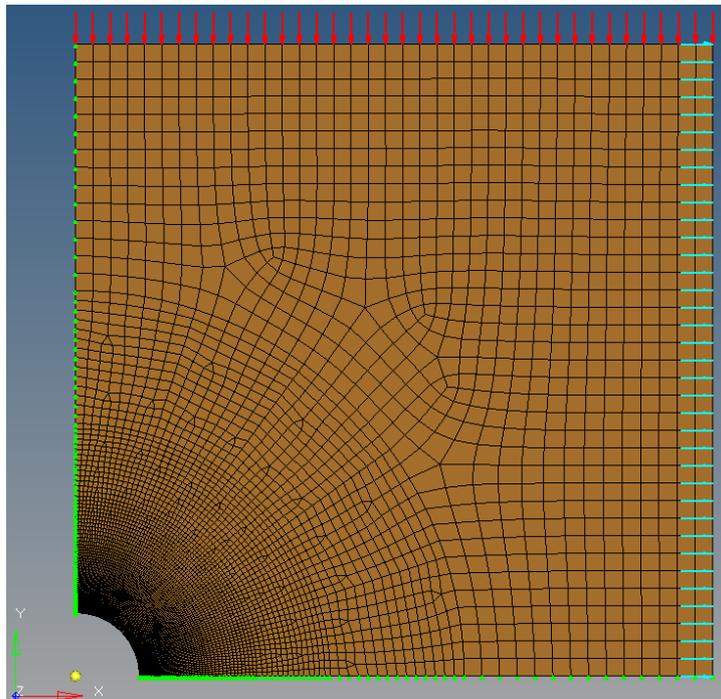


Imagen 31. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Detalle de malla del Ensayo 2.

De esta forma, se garantiza un tamaño de elemento apropiado para las necesidades de precisión de cada zona de la malla. Aplicando las cargas de tracción y compresión de 50MPa para simular un estado de cortadura pura, se lanza el análisis, que lleva a los siguientes resultados:

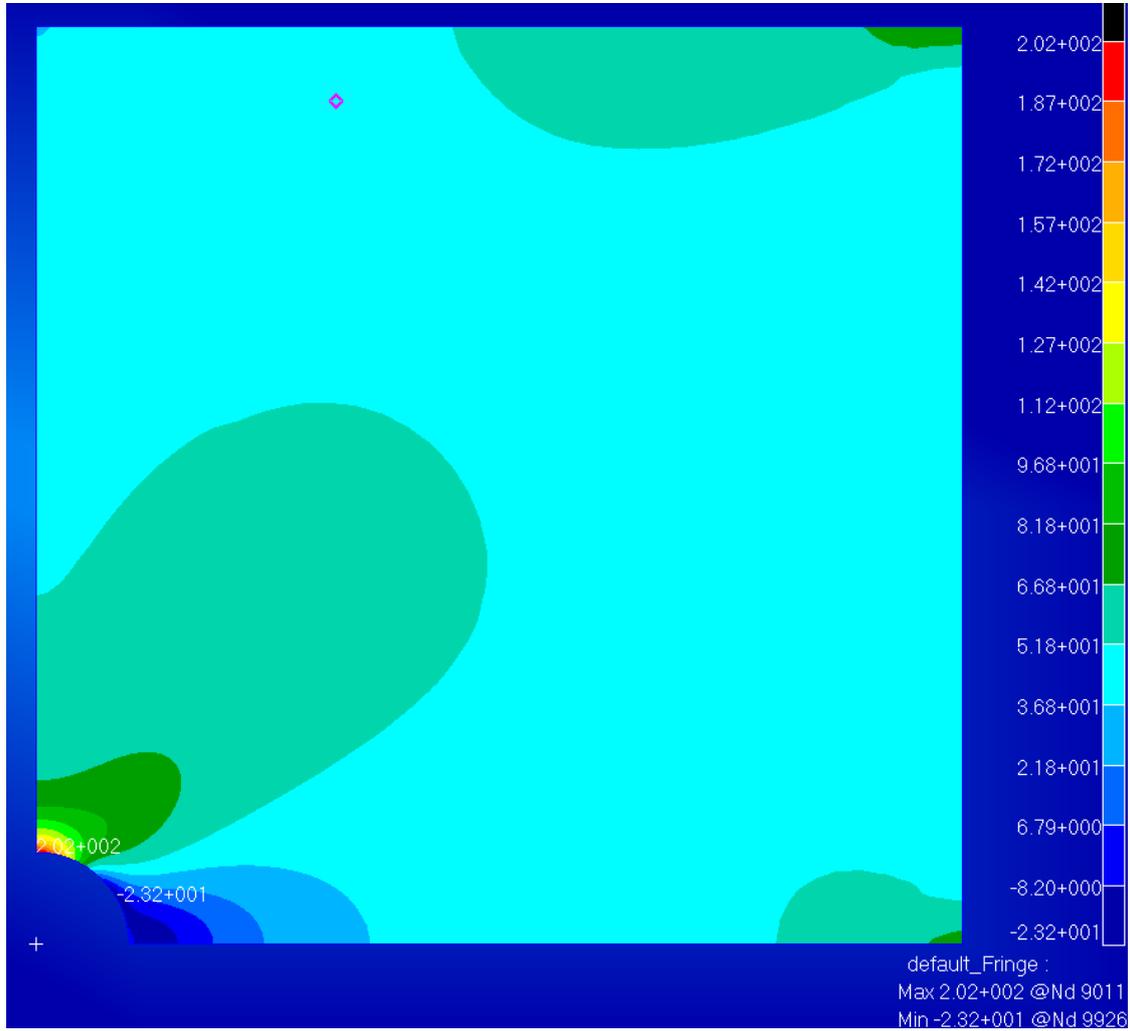


Imagen 32. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 2, componente X

	Kt	Error
Kt Teórico	± 4	-
Kt Tracción	4.03	0.75%
Kt Compresión	-4.07	1.75%

Tabla 24. Preámbulo. Cortadura Pura. Resultados FEM Ensayo 2

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

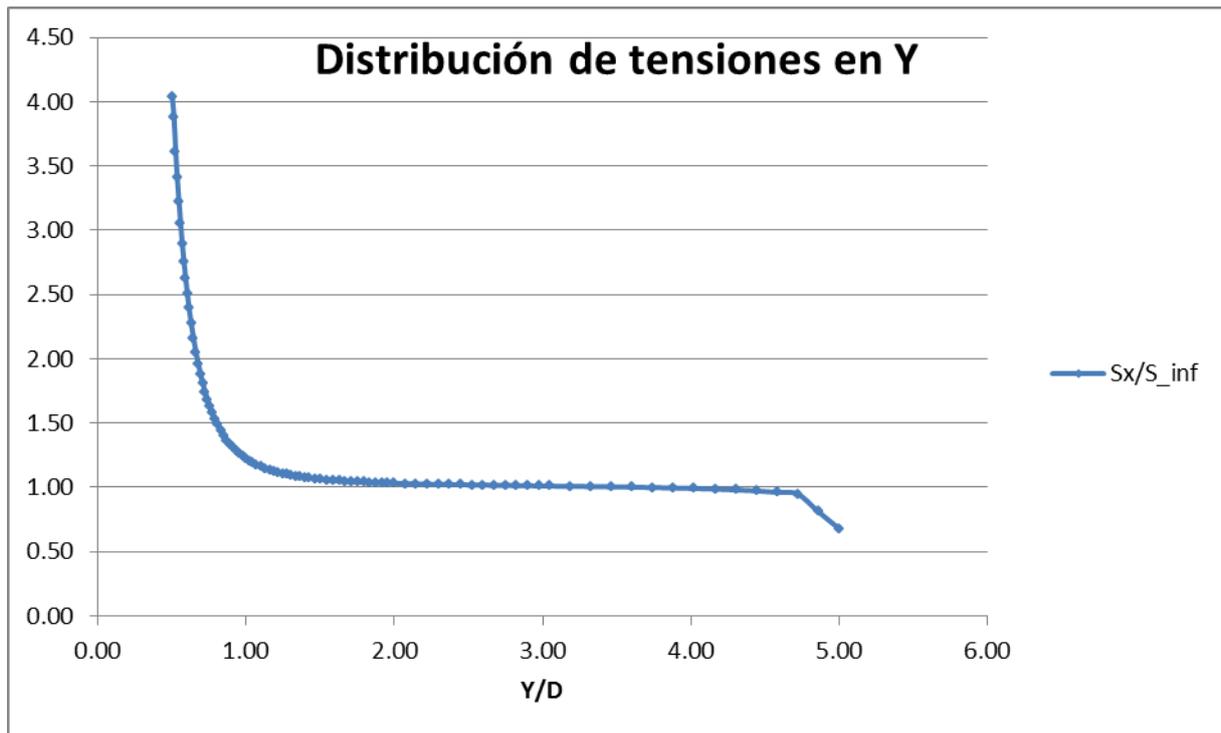


Gráfico 12. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 2, eje Y

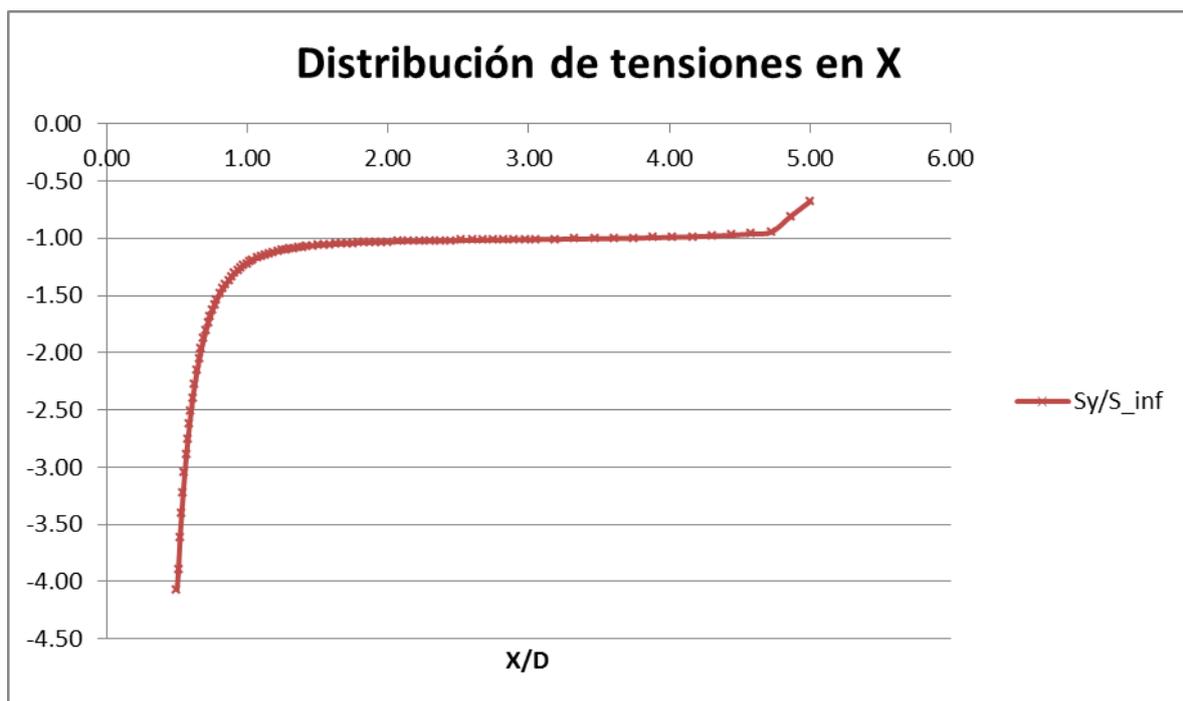


Gráfico 13. Preámbulo. Cortadura Pura. Superposición. Resultados Ensayo 2, eje X

De los resultados anteriores se puede observar que los valores del factor de concentración de tensión alcanzados son muy similares a los obtenidos mediante un ensayo con elementos de segundo orden, y cercanos a los valores previstos por la teoría. Nuevamente, el valor del factor de concentración supera el valor teórico, fenómeno que ya se discutió en las conclusiones del Ensayo 1 de Cortadura mediante Superposición. También vuelve a

producirse el efecto de concentración de esfuerzos en el borde de la placa, donde se aplican las fuerzas que someten a la pieza al estado tensional deseado.

Dado que los resultados están dentro de las tolerancias establecidas, se dan por válidos y en adelante se empleará una geometría de malla que siga los criterios de generación descritos en el desarrollo del presente ensayo.

De esta forma, queda estudiado el método de obtención de Kts a través de superposición, que será de gran interés para futuros desarrollos. A continuación, se estudiará el fenómeno de interacción de Kts como fruto de la presencia de varios concentradores de tensión sobre el mismo componente.

2.3.2 Interacción de Concentración de Tensiones

En los apartados anteriores se ha realizado un estudio de concentración de tensión sobre una placa plana con un agujero centrado. En este ejemplo se ha podido profundizar en distintos aspectos del fenómeno de concentración de tensiones:

- Variación de resultados ante la interacción con el borde de placa
- Obtención del factor de concentración ante casos complejos de carga a partir de superposición de estados tensionales
- Influencia del tamaño de elemento en los resultados
- La influencia del método de extrapolación de los resultados durante el postprocesado
- Cómo interactúan todos los factores anteriores en el error cometido.

En este apartado, se analizará cómo distintos concentradores de tensión (agujeros) interactúan entre sí afectando al campo tensional. Para ello, dado que existen distintas configuraciones en función de los diámetros de los agujeros, su posición relativa y su disposición frente a la carga aplicada, se propone en primera instancia un estudio simplificado que cuente con los siguientes apartados:

1. Estudio de la interacción de dos agujeros de mismo diámetro ante carga de tracción perpendicular a la línea de agujeros.
2. Estudio de la interacción de dos agujeros de diámetro distinto ante carga de tracción perpendicular a la línea de agujeros.

Cada uno de los estudios anteriores contendrá a su vez tres ensayos, en los que se obtendrán los resultados para tres distancias entre centros (L). Estas distancias se expresarán en base al diámetro del agujero de menor diámetro (d), y son:

- $L = 1.25 d$
- $L = 1.5 d$
- $L = 2 d$

El objetivo que se persigue mediante los estudios anteriores, más allá de verificar la validez del modelo realizado comparando los resultados con los valores de que se dispone en la bibliografía, es el de tratar de obtener una correlación empírica que permita obtener los coeficientes de K_t ante interacción de agujeros a partir de las curvas del factor de concentración de tensiones para agujero aislado, y que sea válida para nuestras aplicaciones. Esto tiene gran interés, porque permitirá obtener una estimación rápida del K_t en casos de geometría más compleja, y de esa manera tener una referencia para evaluar la validez de los resultados arrojados por el análisis FEM. Para esta tarea se considerarán correlaciones propuestas por la bibliografía, y se tomarán como base para tratar de obtener una correlación propia.

Sin más preámbulos, se analiza a continuación el estudio de interacción entre dos agujeros iguales.

2.3.2.1 Agujeros iguales

2.3.2.1.1 Ensayos

La geometría básica para el estudio que se realiza a continuación será la siguiente:

Diámetro de agujero (d) [mm]	4 (5/32in)
Distancia borde de agujero a borde de placa [mm]	35
Espesor de placa [mm]	2.44E-2

Tabla 25. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Geometría básica.

La distancia a borde de placa en todos los ensayos debe ser la misma para que el efecto de la interacción con el mismo sea igual en todos los ensayos, y por tanto no introduzca un error variable en los resultados. Aun cuando los agujeros estén más o menos separados en los distintos ensayos, esta distancia al borde de placa permanecerá constante.

Dado que se busca evaluar el efecto que tienen los agujeros entre sí ante una carga de tracción en el eje X, puede simplificarse el modelo considerando la simetría respecto del eje Y que pasa por dicha línea. Se muestra a continuación una vista esquemática de la geometría.

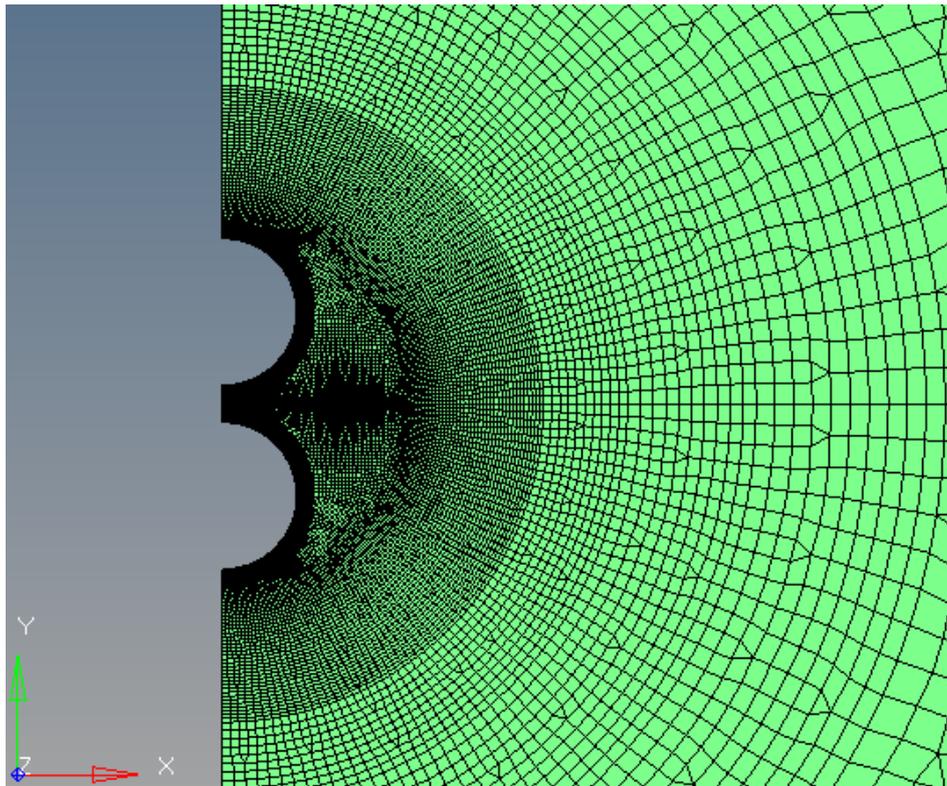


Imagen 33. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Modelo básico.

Para simplificar aún más el modelo, puede crearse una malla homogénea mallando una de las mitades del modelo mostrado en la Imagen 33 y generando una copia especular de los elementos sobre la otra mitad.

En el estudio de la interacción de tensiones entre dos agujeros próximos, la zona más solicitada es la que se encuentra entre ambos agujeros, por lo que será la zona que

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

requiera una mayor calidad en la malla. De esta manera, se empleará el tamaño del elemento óptimo obtenido en los estudios de sensibilidad de apartados anteriores para garantizar la fiabilidad de los resultados.

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.024mm
Altura (e_H)	0.04mm

Tabla 26. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Tamaño de elemento crítico

Las propiedades asignadas al material son las que siguen:

Material	Al-7475 T7351 Plate
f_{ty}	413.68MPa
E	71010MPa
ν	0.33

Tabla 27. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Propiedades del material

Para poder evaluar el factor de concentración de tensiones de forma cómoda, se aplican fuerzas de tracción en dirección horizontal sobre los nodos del borde derecho de forma que se genere sobre la placa una tensión uniforme de 10MPa.

Como se indicaba anteriormente, para poder comparar los resultados con las curvas que ofrece Peterson en su Chart 4.22, se proponen tres distancias entre centros, que se indican de forma esquemática en la siguiente imagen:

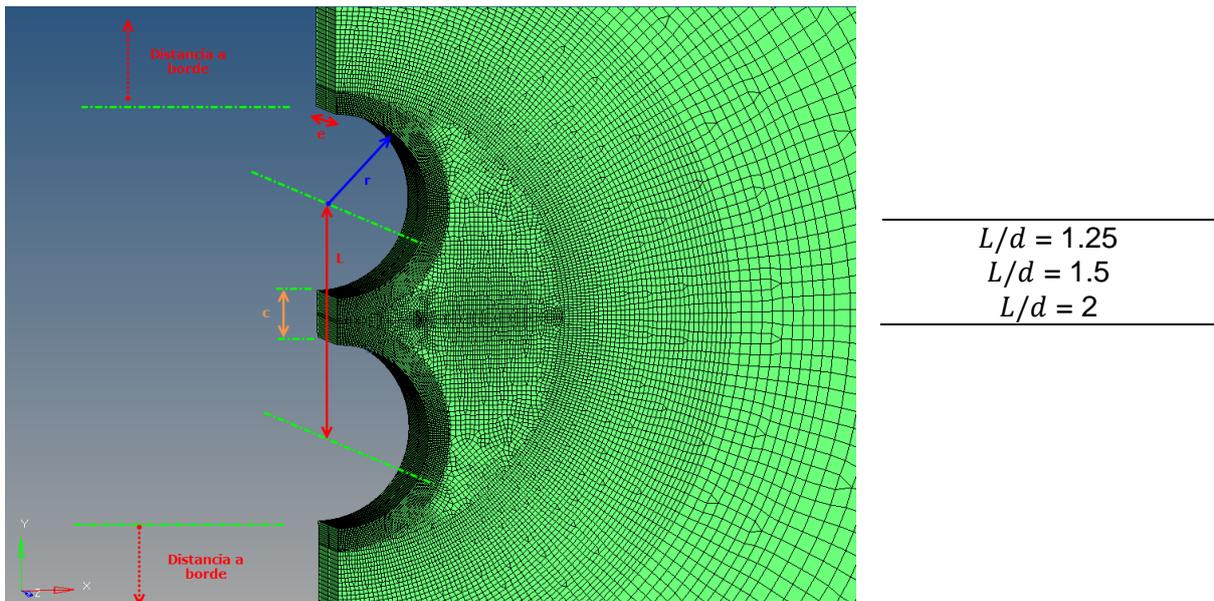


Imagen 34. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Esquema de geometría

Los modelos FEM para cada una de las distancias se muestran a continuación:

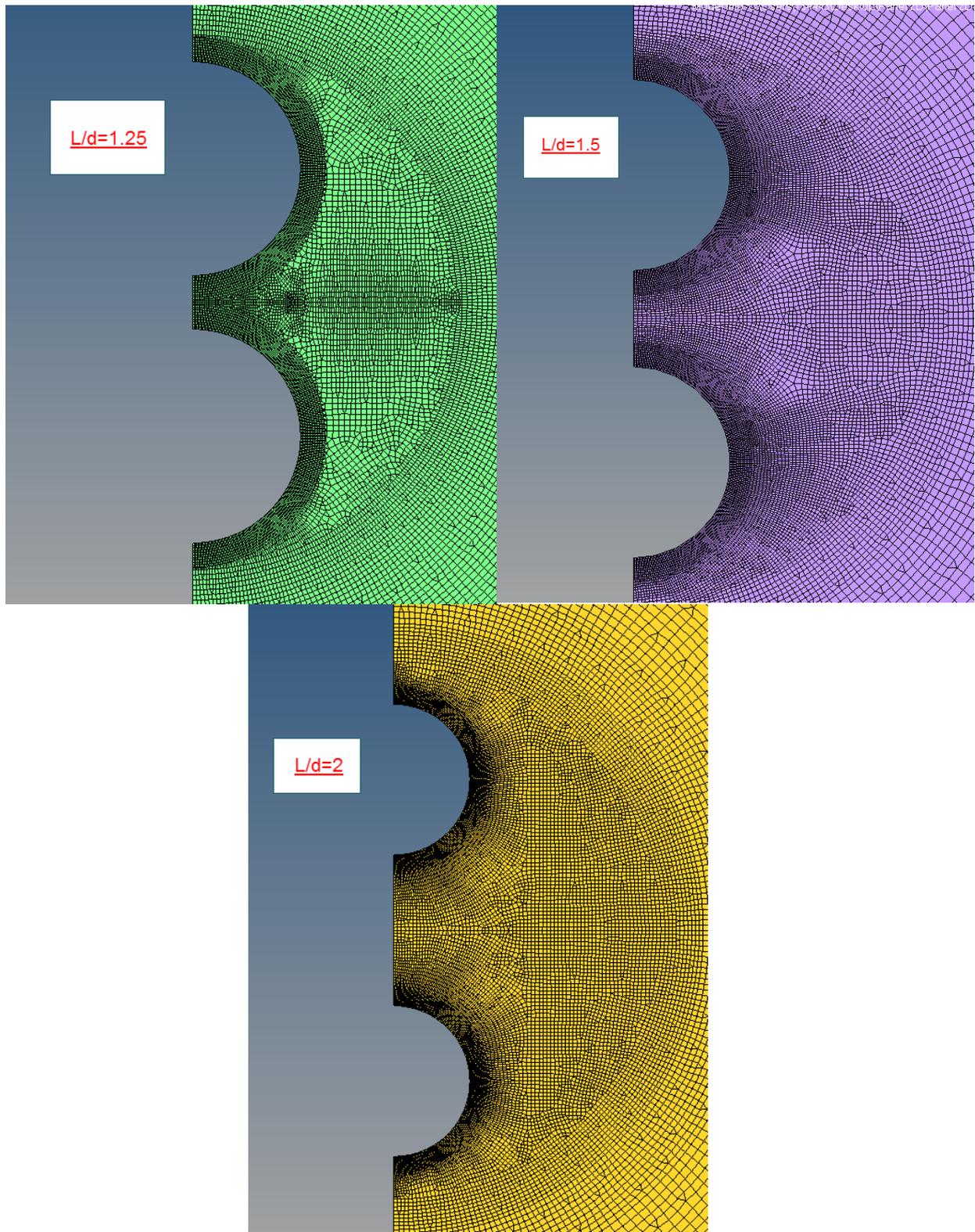


Imagen 35. Interacción K_t . Interacción de agujeros iguales. Modelos FEM

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

El método de cálculo para cada uno de los ensayos es idéntico, por ser del mismo material y estar sometidos a la misma tensión nominal ($\sigma_{\infty} = 10\text{MPa}$). Por lo tanto, el análisis es inmediato para las tres. Los resultados, visualizados en *HyperView*, se muestran a continuación.

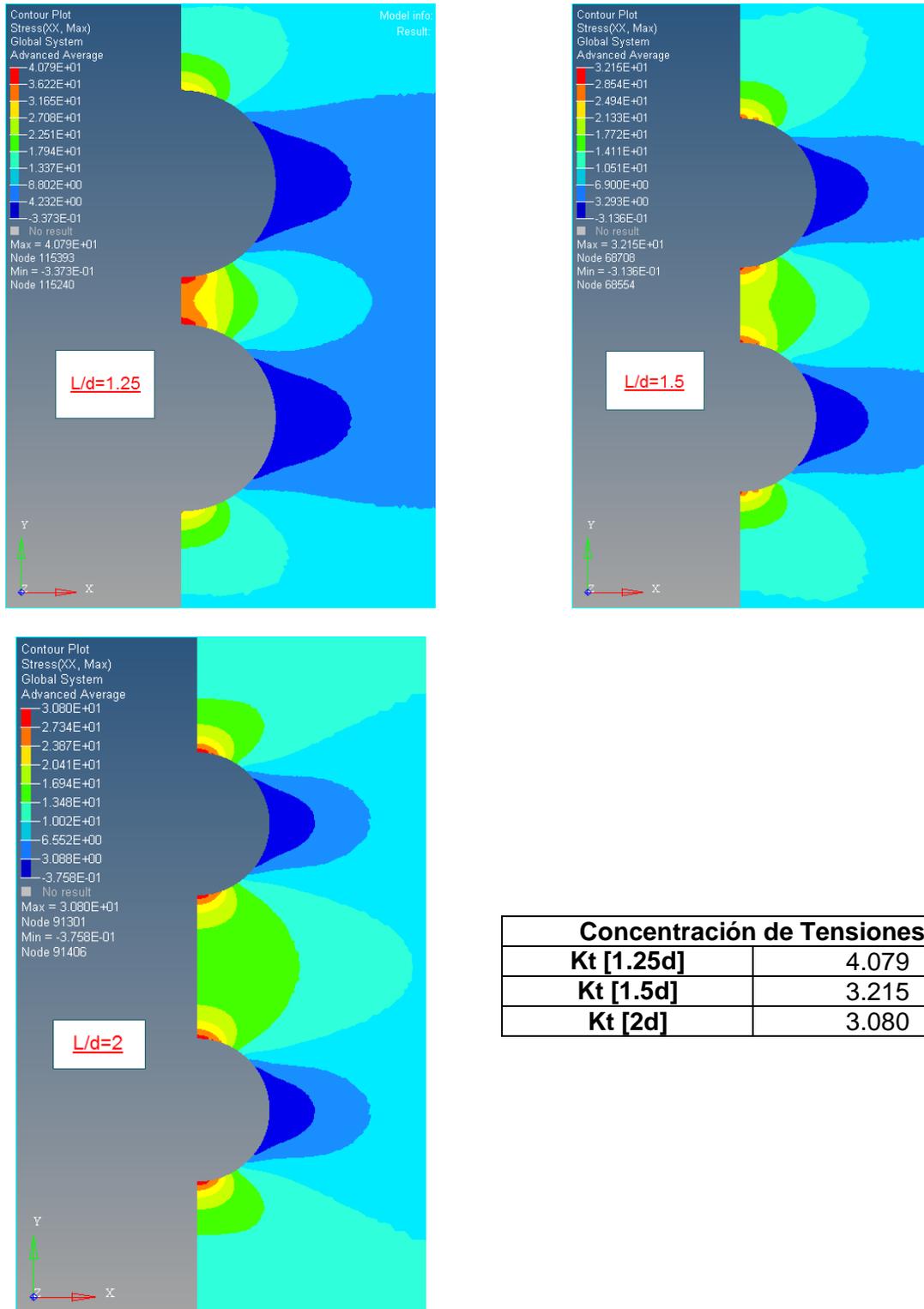


Imagen 36. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados FEM

Estos resultados pueden compararse con los que ofrece Peterson en su Chart 4.22, que se adjunta en el Gráfico 14.

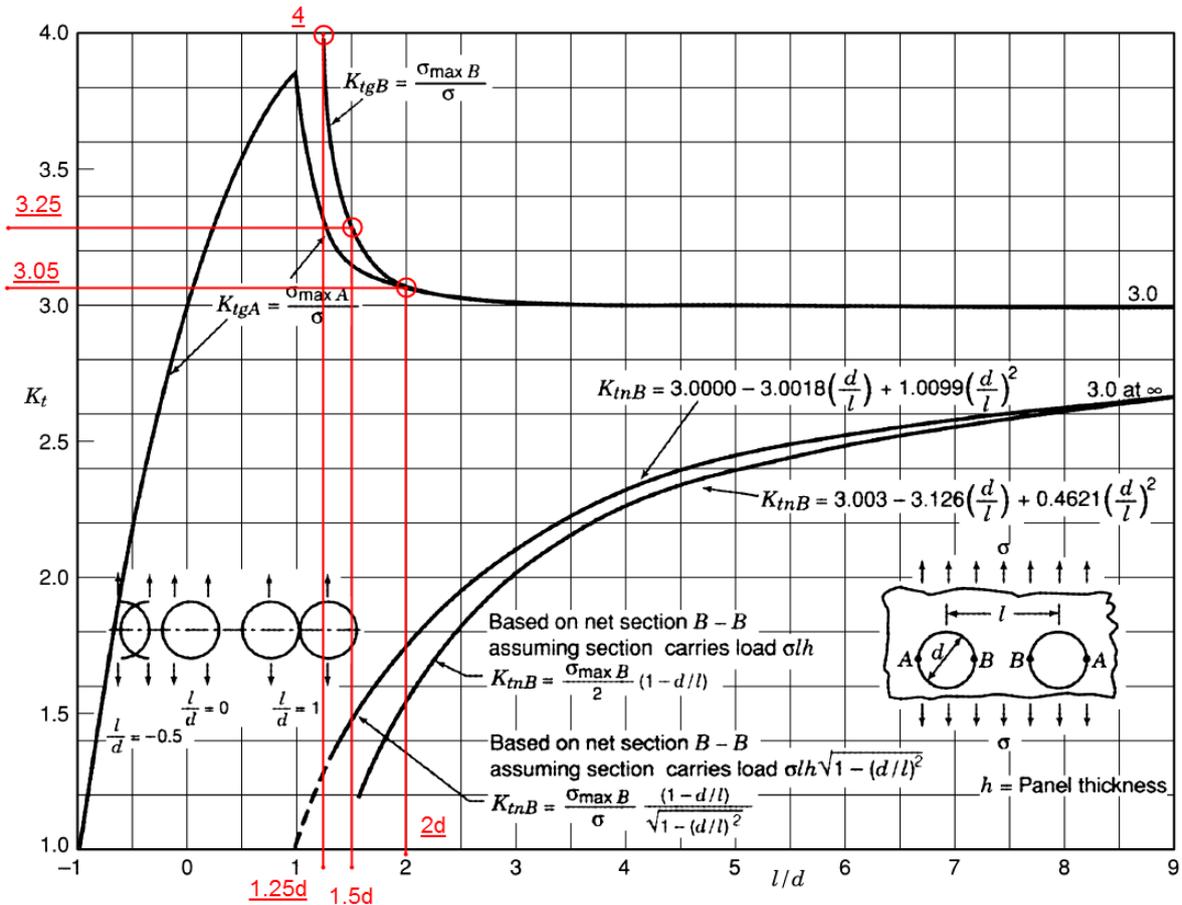


Chart 4.22 Stress concentration factors K_{tg} and K_{tn} for tension case of an infinite panel with two circular holes (based on mathematical analyses of Ling, 1948 and Haddon 1967). Tension perpendicular to line of holes.

Gráfico 14. Interacción K_t . Interacción de agujeros iguales. Valores teóricos K_t , Chart 4.22.

Comparando los valores teóricos con los resultados experimentales, se obtiene la siguiente tabla de error:

	Kt Ensayos	Kt Teórico	Error [%]
Kt [1.25d]	4.079	4	1.975
Kt [1.5d]	3.215	3.25	-1.077
Kt [2d]	3.08	3.05	0.984

Tabla 28. Interacción K_t . Interacción de agujeros iguales. Comparativa K_t FEM y teórico

A la vista de los resultados anteriores, pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- Se confirma la tendencia mostrada en la bibliografía; agujeros cercanos presentan un factor de concentración de tensiones mayor.
- De la Imagen 36 se extrae que cuando los agujeros se encuentran a distancias próximas, la zona de sombra de las líneas de esfuerzos (zona de compresión en azul) tiende a unirse, y el comportamiento se asemeja a un único concentrador de tensión. Por el contrario, a medida que se alejan los agujeros, el comportamiento tensional se desacopla.
- Los valores de concentración de tensiones obtenidos se asemejan a los valores teóricos ofrecidos por Peterson. En la bibliografía no se incluyen tablas numéricas que complementen la gráfica mostrada en la Chart 4.22, por lo que los errores

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

obtenidos deberán interpretarse como meras estimaciones, al no poder determinar con precisión los valores teóricos de K_t .

- Los errores por exceso obtenidos pueden deberse a las técnicas de extrapolación de resultados adoptadas, no implicando necesariamente un margen de seguridad negativo.
- Los errores obtenidos se enmarcan dentro del rango de error aceptado al principio del documento.

En vista de lo anterior, se aceptan los resultados obtenidos, y se tomarán como base para los desarrollos que se realicen a continuación.

2.3.2.1.2 Correlación para agujeros iguales

Una vez verificados los resultados, la siguiente tarea consiste en investigar si puede obtenerse una correlación empírica que permita calcular el valor del K_t de la interacción de dos agujeros iguales a partir de los valores de K_t para una placa con agujero aislado. Partiendo de una correlación de las descritas en la bibliografía, se tratará de desarrollar una propia en base a los resultados obtenidos en el apartado anterior.

La explicación del método seguido se ilustrará para el caso $L/d=1.25$, si bien es totalmente general para cualquier otra distancia entre centros. Al final del desarrollo se mostrarán los resultados para los tres ensayos realizados.

1. En primer lugar, dado que la correlación que se busca debe ser válida en todo el rango donde se produce la interacción entre agujeros, deberán extraerse los resultados de tensión en el borde de la región comprendida entre los mismos.
2. Mediante un sencillo cambio de coordenadas, se centrará la curva de K_t extraída de los resultados del modelo en el punto medio del segmento entre los dos agujeros. Dado que ambos agujeros son iguales, se podrá adimensionalizar la distancia entre agujeros respecto del diámetro de cualquiera de ellos, para poder comparar las curvas de concentración de tensiones con las ya obtenidas para un agujero aislado del mismo diámetro. Por tanto, la curva FEM de K_t queda como se muestra en la Tabla 29 (en caso de ser ambos agujeros de distinto diámetro, debería mantenerse la dimensión longitudinal sin adimensionalizar hasta haber realizado unos pasos adicionales. Este punto se detallará en el análisis de agujeros diferentes).

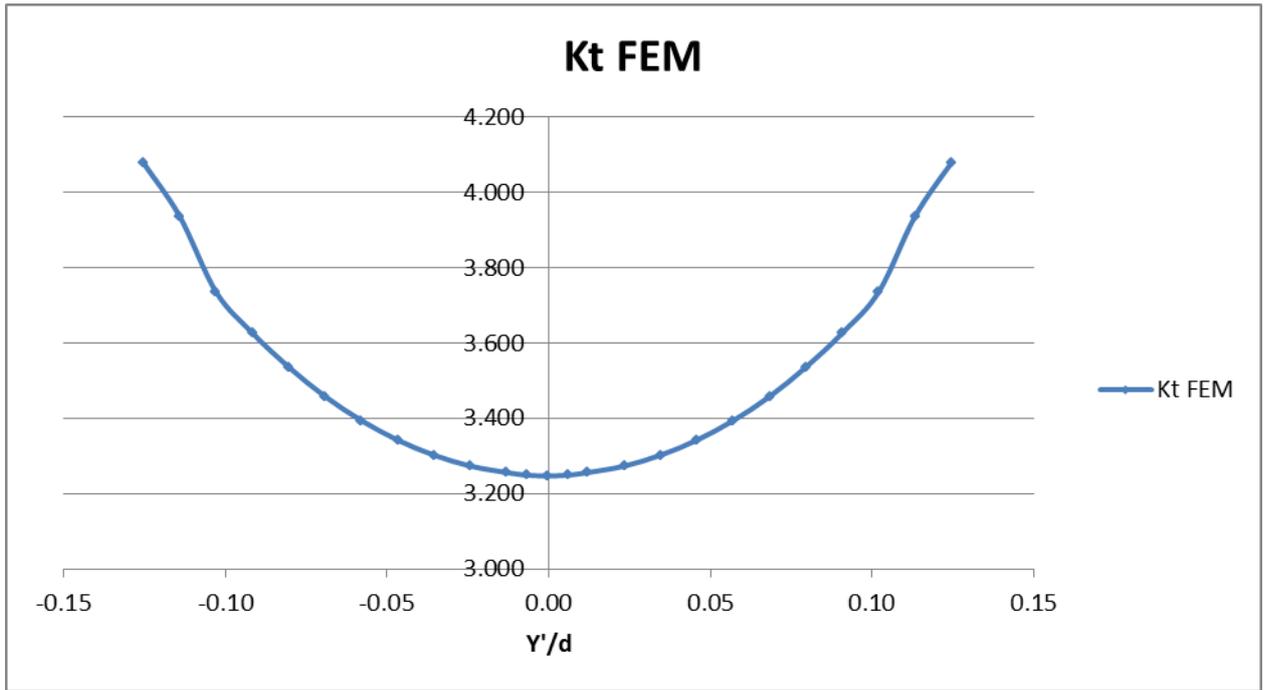


Tabla 29. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Curva FEM de Kt para 1.25d

3. A continuación, se toma la curva de Kt FEM para un agujero aislado, obtenida en apartados anteriores, y mediante un cambio de coordenadas se expresa respecto del borde de uno de los agujeros, de forma que la curva anterior y la nueva estén vinculadas al mismo sistema de referencia (Tabla 30).

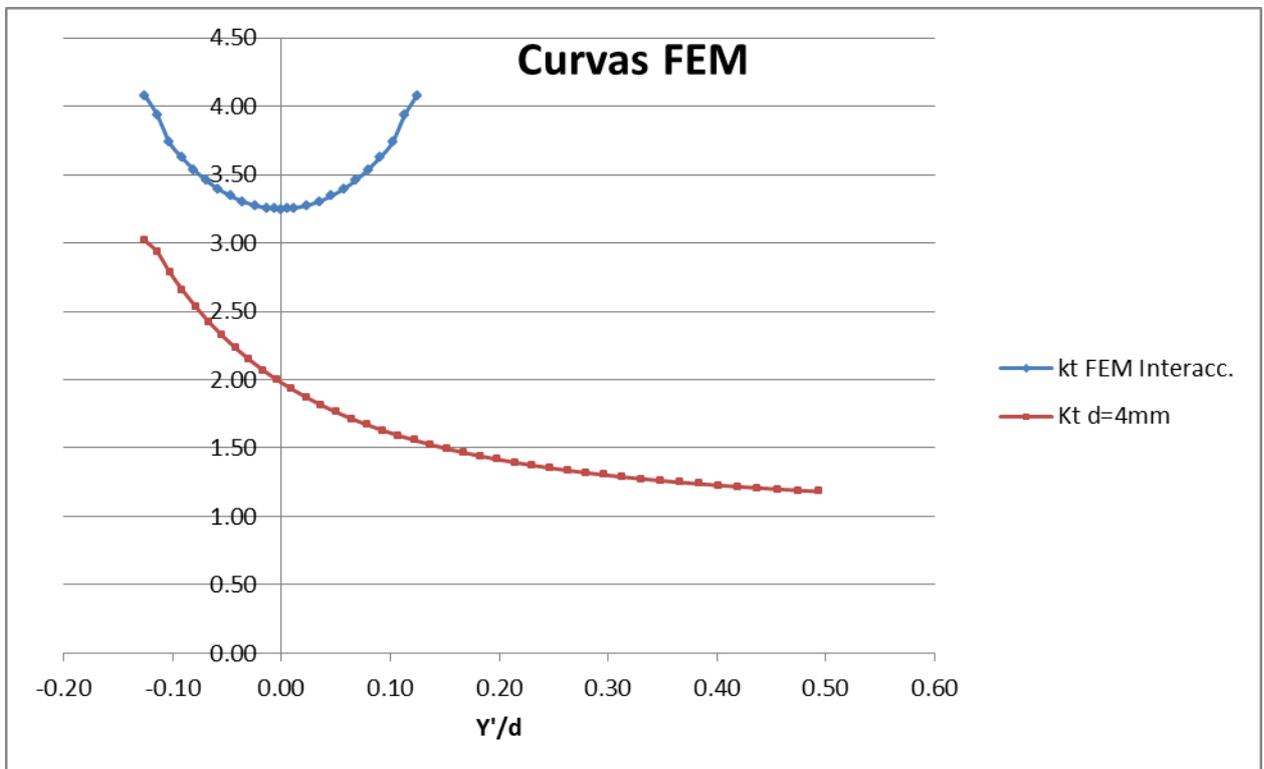


Tabla 30. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Curva de interacción y agujero aislado

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- Para disponer de puntos comunes y comparar así los resultados, se propone extraer aproximaciones polinómicas de las curvas anteriores, válidas en el rango en que se tienen los datos empíricos. Dado que se han elegido polinomios de sexto orden para minimizar el error cometido en la aproximación, fuera del rango de ajuste el polinomio oscilará fuertemente, por lo que deberá tenerse siempre la precaución de no evaluarlo en puntos fuera del mismo
- Una vez obtenidos los polinomios de ajuste para las dos curvas anteriores, podrá emplearse el polinomio del agujero aislado situado sobre el agujero izquierdo para obtener la curva del K_t que generaría el agujero derecho en caso de hallarse aislado, sin más que obteniendo su simétrico respecto del eje de ordenadas. Para ello bastará cambiar el signo a los coeficientes del polinomio asociados a exponentes impares. Se expresan a continuación las tres curvas obtenidas:

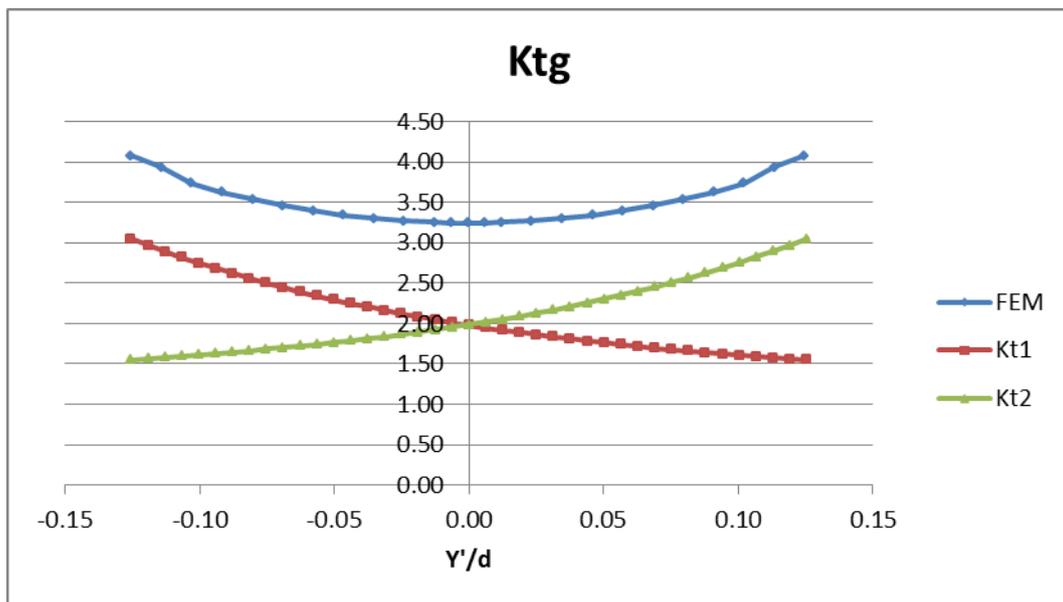


Gráfico 15. Interacción K_t . Interacción de agujeros iguales. Ajuste polinómico de las curvas K_t FEM y agujero aislado

Realizados los pasos anteriores, se tienen todos los datos necesarios para tratar de hallar una correlación que permita obtener una aproximación a la curva FEM a través de las curvas de K_{t1} y K_{t2} mostradas en el Gráfico 15.

De acuerdo con la bibliografía consultada (Whitley, 2013), pueden hallarse diversas correlaciones a la hora de modelizar el comportamiento de interacción de tensiones en el caso de dos agujeros sometidos a tensión. Se resumen a continuación:

$$K_t = K_{t1} \cdot K_{t2} \quad (\text{Peterson})$$

$$K_t = \sqrt{K_{t1}^2 + K_{t2}^2} \quad (\text{Whitley})$$

$$K_t = \max\{K_{t1}, K_{t2}\} \cdot \sqrt{\min\{K_{t1}, K_{t2}\}} \quad (\text{Eccles})$$

Ecuación 25. Interacción K_t . Interacción de agujeros iguales. Correlaciones clásicas

Donde K_t es el valor del factor de concentración de tensiones resultado de la interacción de los dos agujeros, cuyos aportes de K_t se expresan como $K_{t,1}$ y $K_{t,2}$, respectivamente.

Como puede observarse, las correlaciones de Peterson y Eccles son de la forma:

$$K_{t,12} = \max\{K_{t1}, K_{t2}\}^{\alpha_1} \cdot \min\{K_{t1}, K_{t2}\}^{\alpha_2}$$

Ecuación 26. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Forma general de la correlación.

Particularizadas para $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ en caso de (Peterson) y $\alpha_1 = 1; \alpha_2 = 0.5$ en caso de (Eccles). Es por ello que, cuando trate de hallarse una correlación propia que permita ajustarse a los resultados empíricos obtenidos, se empleará una expresión de la forma de Ecuación 26.

En adelante, y por simplicidad, se denotarán las expresiones de Peterson como **Prod.** (Product); Whitley como **RSS** (Root Sum Square) y Eccles como **PS** (Product Square); siendo la expresión general de la Ecuación 26, **PE** (Product Exponent).

Si se introducen las curvas Kt1 y Kt2 en las expresiones de Ecuación 25 y Ecuación 26 para los tres ensayos realizados, pueden obtenerse gráficos como los que siguen (Gráfico 16, Gráfico 17 y Gráfico 18). En ellos se incluyen tanto las curvas originales del Gráfico 15 según el mismo código de color, como las curvas de correlación **Prod, RSS y PS**.

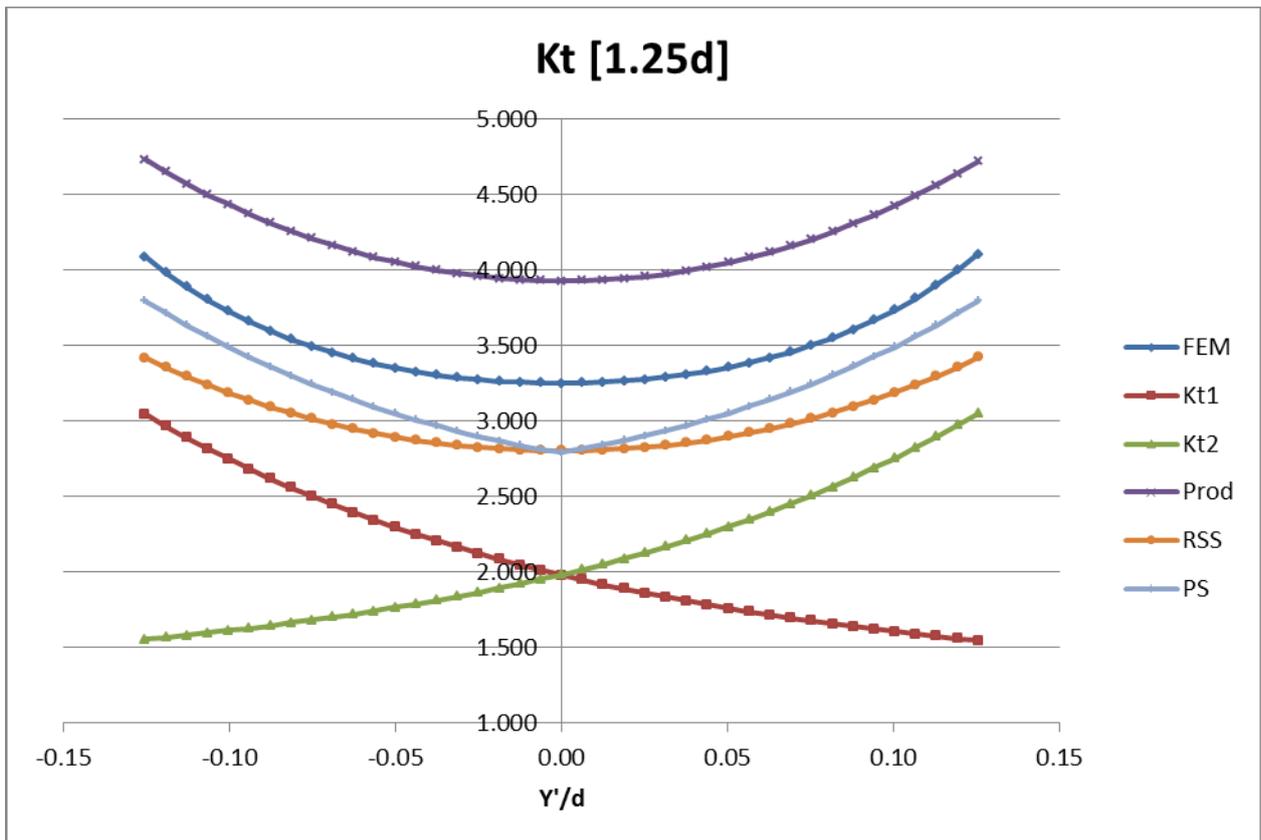


Gráfico 16. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados de correlaciones para 1.25d

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

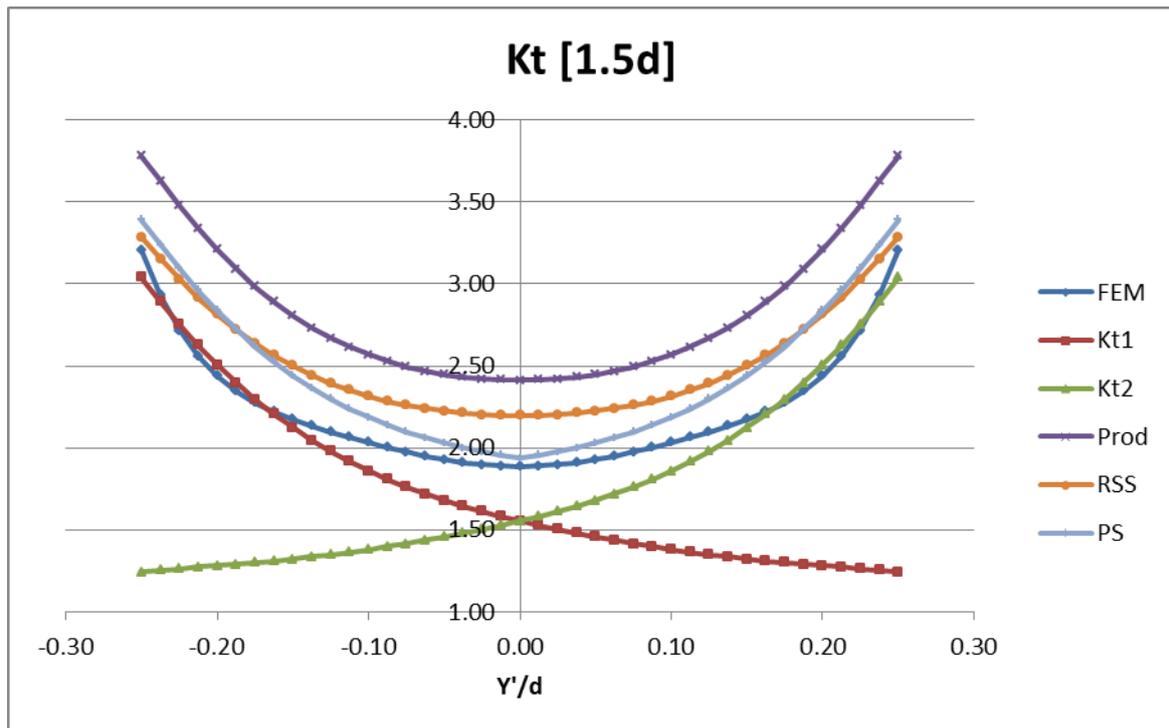


Gráfico 17. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados de correlaciones para 1.5d

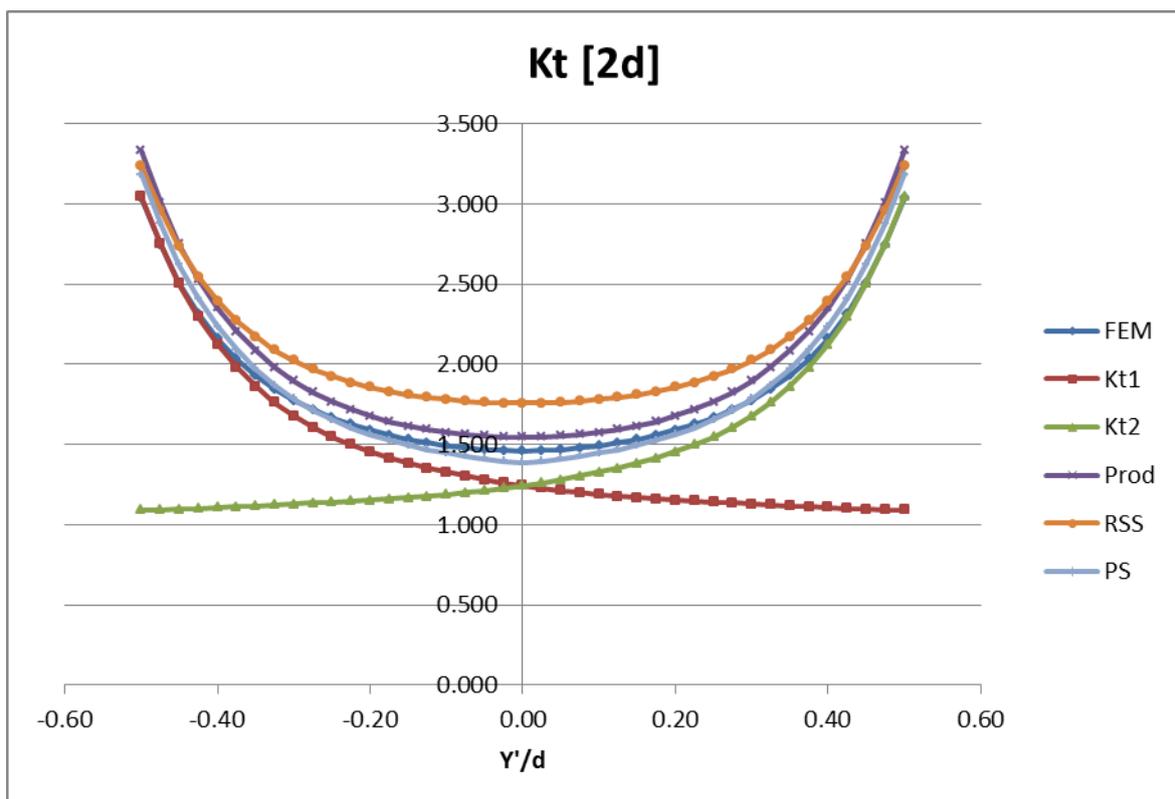


Gráfico 18. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Resultados de correlaciones para 2d

De las gráficas anteriores pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- La correlación **PS** es la que da un menor error relativo en valor absoluto para los tres ensayos realizados. Sin embargo, para los casos 1.25d y 2d ha predicho un valor del K_t inferior al FEM, consecuentemente, la correlación **PS** no se empleará en adelante.
- La correlación **RSS** funciona bien para ratios L/d elevadas. Esto es lógico, ya que cuando L/d aumenta, $K_{t1} \sim K_{real}$ y $K_{t2} \sim 1$, por lo que $K_{t,12} = \sqrt{K_{t1}^2 + K_{t2}^2} \sim K_{real}$. Sin embargo, lo anterior no es cierto para valores bajos de L/d , por lo que no deberá emplearse en dicho caso. A fin de permanecer del lado de la seguridad con independencia del L/d empleado, en general no se considerará dicha aproximación.
- La correlación **Prod.** ha ofrecido resultados satisfactorios para los tres casos considerados, por lo que se considera aceptable y se investigará en el futuro acerca de su idoneidad para representar el campo tensional más allá de los tres ensayos realizados.
- Sin embargo, el error cometido por la correlación **Prod.** es muy elevado en algunas ocasiones ($\sim 32\%$). Es por ello que interesa realizar un estudio más exhaustivo en el que se averigüe si existe una correlación que pueda reducir dicho error a valores más bajos, con el fin de disponer de herramientas que permitan un diseño más optimizado.
- Para ello se tomará como base la correlación **PE** descrita anteriormente.

Ajustar una correlación **PE** implica hallar los valores de α_1, α_2 que verifiquen que para las distancias entre agujeros de los ensayos realizados, el error del ajuste no sea menor que cero en ningún punto de la zona entre agujeros. Ello es una labor extremadamente tediosa a menos que se realice una evaluación tabular de la correlación **PE** (Ecuación 26) para cada pareja de valores α_1 y α_2 , y se calcule así el error de la correlación. El barrido de valores de α_1 y α_2 será de [0.75-1] para α_1 y [0.48-0.83] para α_2 .

Se establecen los siguientes criterios para la aceptación de los valores de α_1, α_2 :

- El error cometido debe ser estrictamente positivo. Es decir, la correlación **PE** no puede arrojar valores no conservadores.
- El error máximo será del 5%.
- Pueden admitirse errores superiores al 5% en caso de no sea posible hallar una pareja de coeficientes que verifiquen los dos criterios anteriores para las tres correlaciones simultáneamente

Poniendo en práctica el método actual, y verificando los criterios anteriores, se obtienen los siguientes resultados:

- Para los tres ensayos propuestos, únicamente puede conseguirse que el error de la correlación esté comprendido entre un 0% y un 5% simultáneamente para los ensayos 1.25d y 2d, dentro del rango de valores de α_1 y α_2 indicado.
- No puede conseguirse para los rangos de α_1 y α_2 indicados que el ensayo de 1.5d esté dentro del rango de error propuesto junto con los dos anteriores. Sin embargo, el error cometido tiende a ser positivo cuando los exponentes se ajustan a 1.25d y 2d, por lo que deberá tratar de minimizarse.
- Los valores que minimizan simultáneamente el error cometido en los ensayos 1.25d y 2d y limitan el error máximo cometido en 1.5d son los siguientes:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

α_1	0.964
α_2	0.772

Tabla 31. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Exponentes PE

Las gráficas de Kt para esta correlación queda como sigue:

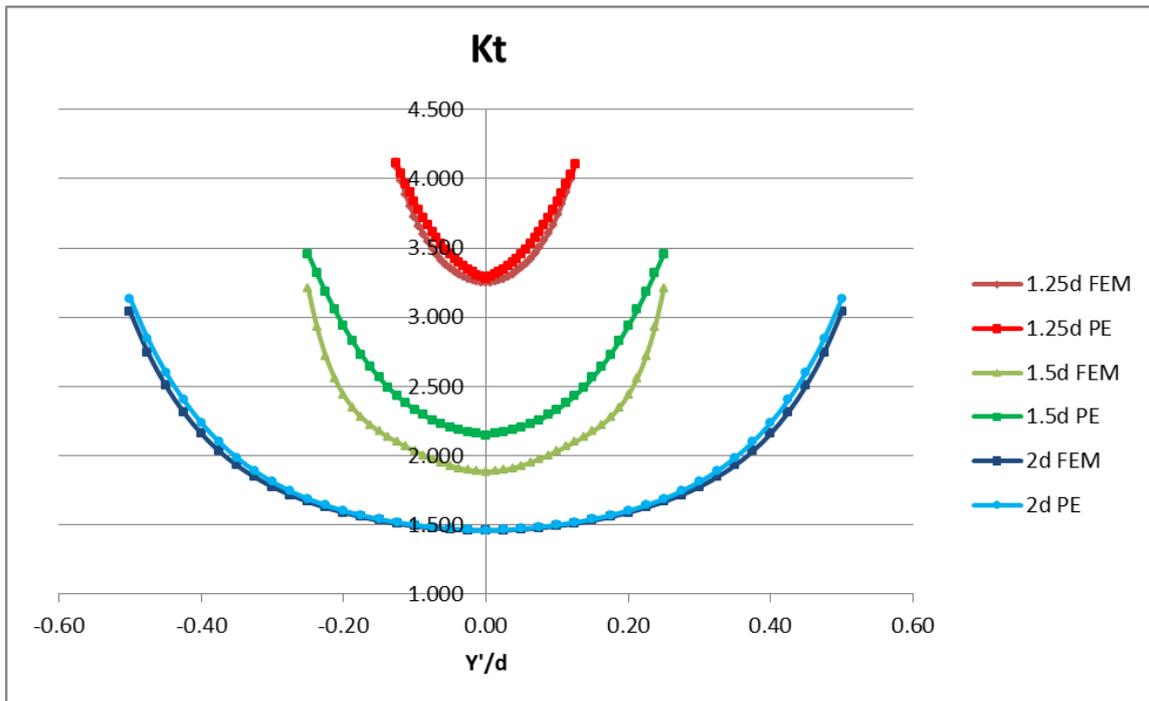


Gráfico 19. Interacción Kt. Interacción de agujeros iguales. Correlación PE.

Donde el error evaluado punto a punto resulta:

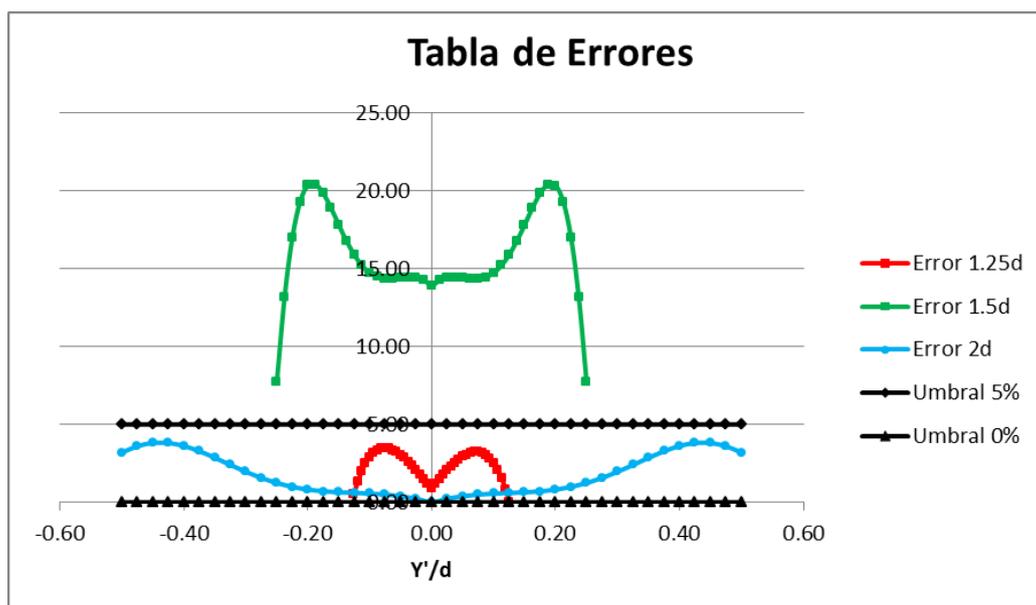


Gráfico 20. Interacción Kt. Interacción agujeros iguales. Error de correlación PE

En base a las gráficas anteriores pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- Las correlaciones (en el Gráfico 19 representadas como 1.25d PE, 1.5d PE y 2d PE) se ajustan satisfactoriamente a las curvas FEM (1.25d FEM, 1.5d FEM y 2d FEM) para las distancias más extremas consideradas (1.25d y 2d). El error en ambos casos se mantiene dentro del umbral del 5%, siendo estrictamente positivo.
- El error para el caso intermedio de 1.5d se dispara hasta alcanzar errores del 21% en el peor de los casos. Es un error comparable al ofrecido por la correlación **Prod.** anteriormente. Sin embargo, el error en las zonas de máximo valor del K_t es mínimo.
- La correlación es válida para los tres casos considerados, pero no puede garantizarse que el resultado siga siendo conservador para distancias entre centros inferiores a 1.25d o mayores a 2d.
- La correlación se ha verificado únicamente si los dos agujeros son iguales. No puede garantizarse su validez si los agujeros son de distinto tamaño.

En definitiva, la correlación es válida en aquellas situaciones en las que los dos agujeros sean iguales, separados una distancia comprendida entre 1.25d y 2d, y estén sometidos a esfuerzo uniaxial perpendicular a la línea de centros. En otro caso, no podrá garantizarse que la correlación dé resultados del lado de la seguridad.

Conocidas estas limitaciones, se repetirán los ensayos mencionados anteriormente para el caso de que los agujeros sean distintos.

2.3.2.2 Agujeros distintos

En este apartado se realizará el mismo análisis que en apartado anterior, tomando como base dos agujeros de distinto diámetro. A fin de emplear dos diámetros habituales en la práctica aeronáutica, se toman los de 5/32 in (~4mm) y 6/32 in (~4.8mm).

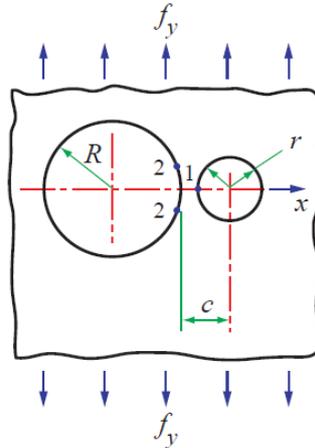


Imagen 37. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Esquema de configuración

En el caso anterior, al ser ambos agujeros de 4mm de diámetro, podían emplearse directamente los resultados sobre placa plana con agujero aislado obtenidos en los primeros apartados del informe. Ahora, sin embargo, deberá realizarse un estudio FEM de la curva de Kt para un agujero de diámetro superior, a fin de que se incluyan en dicha curva los efectos reales de interacción con el borde, que también estarán presentes en el ensayo de interacción.

2.3.2.2.1 Ensayos

A la hora de realizar el ensayo de Kt para agujero aislado de diámetro 4.8mm es importante decidir con qué distancia a borde se va a trabajar, pues esto determinará el valor de Kt FEM en el borde de agujero. Para que los resultados sean coherentes con el ensayo de agujero aislado y con el de interacción de agujeros, la relación d/H de la cual depende el valor de Kt en el borde de agujero deberá mantenerse constante en todos los ensayos que se realicen a partir de este momento.

De acuerdo con la Imagen 14, página 47, se tomará el valor de d/H=0.1, que ofrece un buen compromiso entre Kt (similar al de placa infinita) y una tamaño de placa (no demasiado grande). Los valores de Kt se obtienen de forma inmediata, y trasladando los resultados del Kt para el agujero de diámetro D=4.8mm y d=4mm a un mismo punto de referencia (que será la posición del borde del agujero de mayor diámetro, a fin de dejar preparados los datos para los análisis posteriores) puede observarse la diferencia de tensiones que originan agujeros aislados de distinto tamaño:

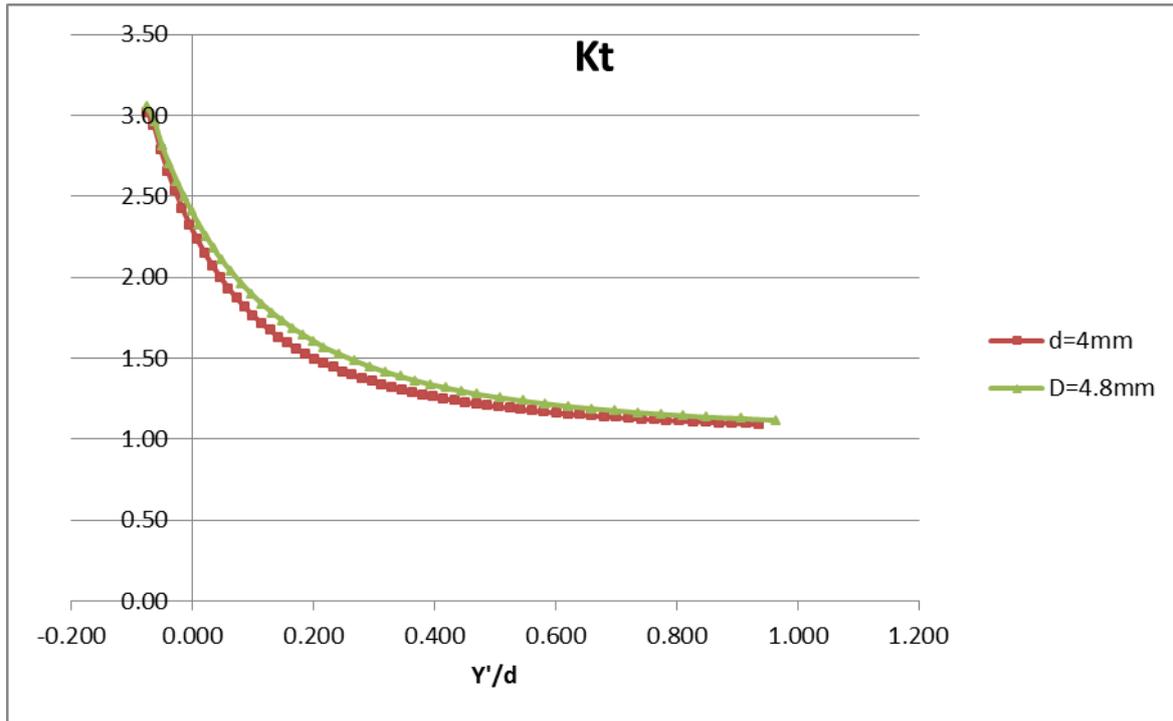
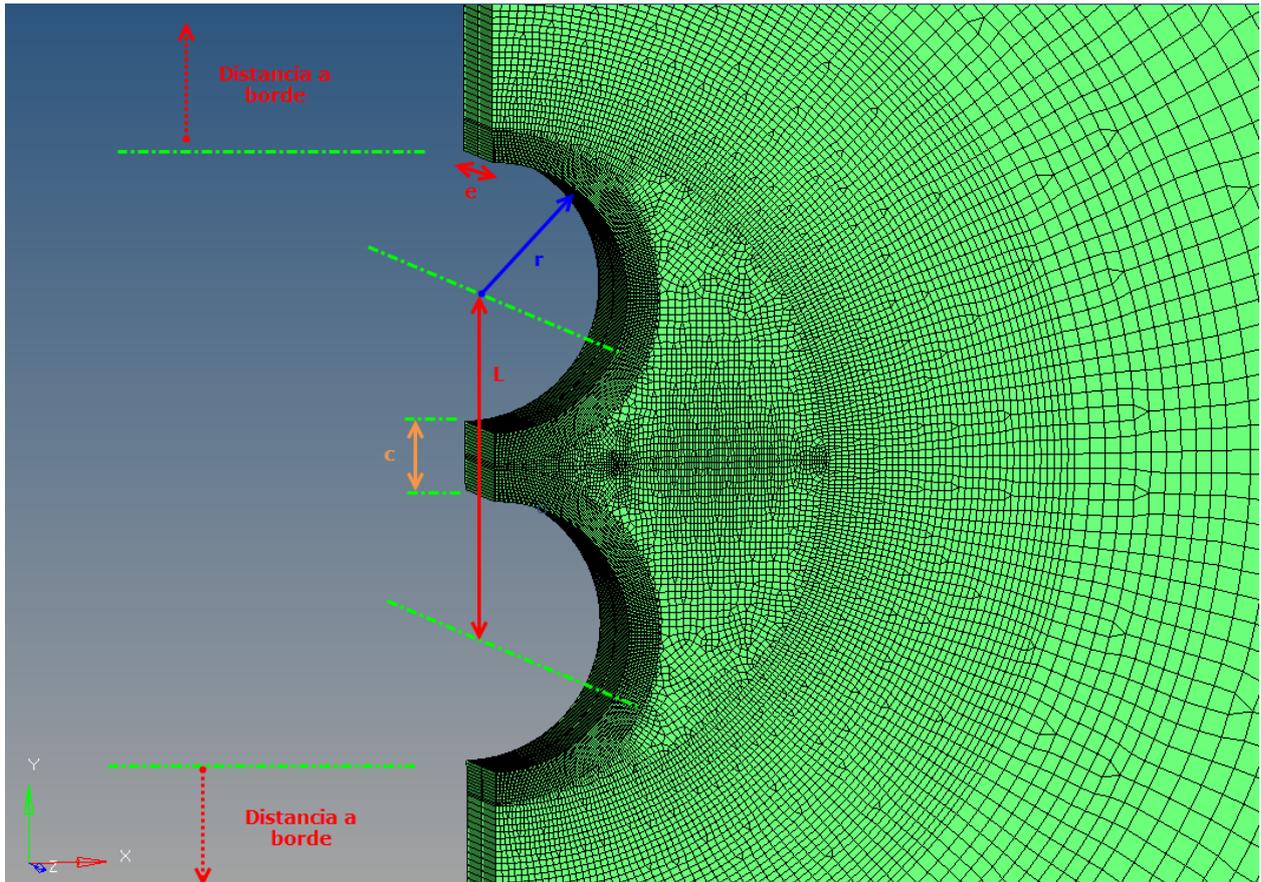


Gráfico 21. Interacción K_t . Interacción agujeros distintos. Diferencia K_t según tamaño de agujero

Es decir, agujeros de mayor tamaño deflecan más fuertemente las líneas de transmisión de esfuerzos, por lo que el campo tensional perturbado se propagará más lejos que en el caso de concentradores de menor tamaño. Es importante tener en cuenta este fenómeno, ya que las curvas de concentración de tensiones en las que la coordenada que representa la distancia respecto del centro se adimensionaliza respecto del diámetro del agujero (y/D) no reflejan este comportamiento. Ello implica que, dado que los agujeros tienen diámetros distintos, los valores de la concentración de tensiones que generan deberán compararse sobre las distancias reales sin adimensionalizar (y). La adimensionalización de los gráficos, de requerirse, deberá realizarse una vez se hayan ubicado las gráficas en su posición definitiva de cara al análisis, como es el caso del Gráfico 21.

Una vez se dispone ya de las curvas de K_t para los diámetros mayor y menor, debe diseñarse el ensayo de interacción de tensión entre ambos agujeros. Recordando los ensayos realizados en el apartado anterior, donde ambos agujeros eran del mismo tamaño, resultará interesante emplear las mismas distancias entre centros (L/d) para poder comparar ambos casos de interacción.

Para el caso de dos agujeros distintos, la tabla que ofrece la bibliografía (ESDU-75007, 1975) y (Peterson, 1953), es función de los parámetros adimensionales r/c y D/d . El primero es la ratio entre el radio del diámetro menor y la distancia desde el borde del agujero mayor hasta el centro del menor; el segundo es el cociente entre diámetros mayor y menor. Dado que existe una relación geométrica entre r/c y L/d , se pueden obtener las equivalencias como sigue:



Agujeros iguales		Agujeros distintos	
L/d	r/c	D/d	
1.25	0.769	1.2	
1.5	0.555	1.2	
2	0.357	1.2	

Tabla 32. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Conversión de parámetros de ensayos

De esta forma, conocidos los valores de r/c , pueden crearse los modelos FEM necesarios para analizar la interacción y posteriormente comparar los resultados con los valores teóricos de la bibliografía.

El modelo FEM empleado será similar a los realizados en los ensayos de agujeros iguales, exceptuando que la malla será menos homogénea al no poder emplearse la simetría respecto del eje horizontal. El proceso de mallado será por tanto un proceso más artesanal, en el que se buscará que los contornos de los agujeros queden refinados, respetando simultáneamente una calidad de la malla adecuada en la región central entre los dos agujeros, donde se analizará en detalle el campo tensional. Como se ha indicado anteriormente, se mantendrá en todo momento una distancia a borde de forma que se respete el cociente $d/H=0.1$. En las siguientes figuras, el agujero más grande estará ubicado en la parte inferior de la placa.

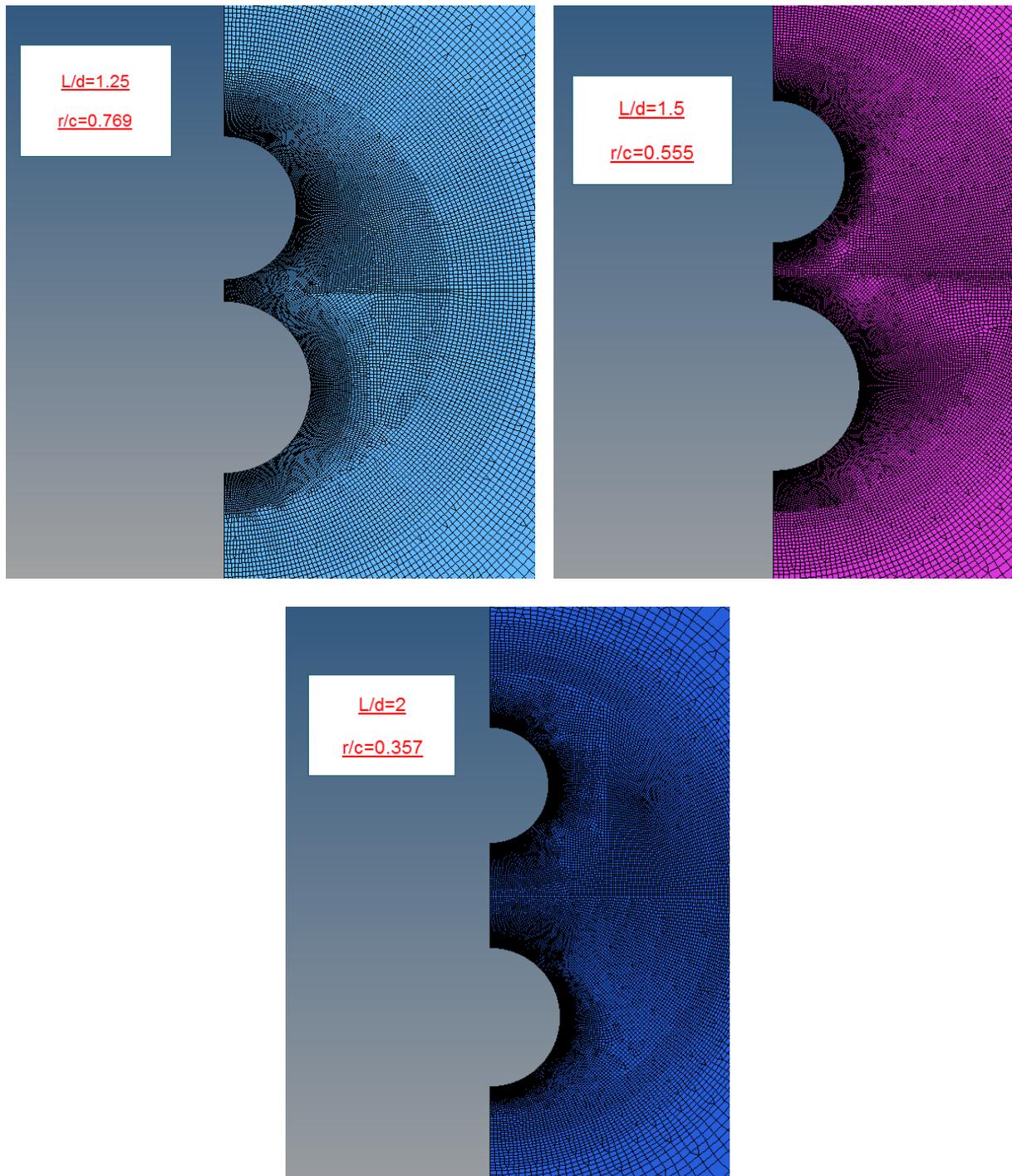


Imagen 38. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Modelos FEM

Se ha empleado el tamaño de *elemento óptimo* en el elemento en contacto con el borde de cada agujero, para cada modelo anterior. Se aplican unas cargas y condiciones de contorno como las que se muestran en la siguiente figura:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

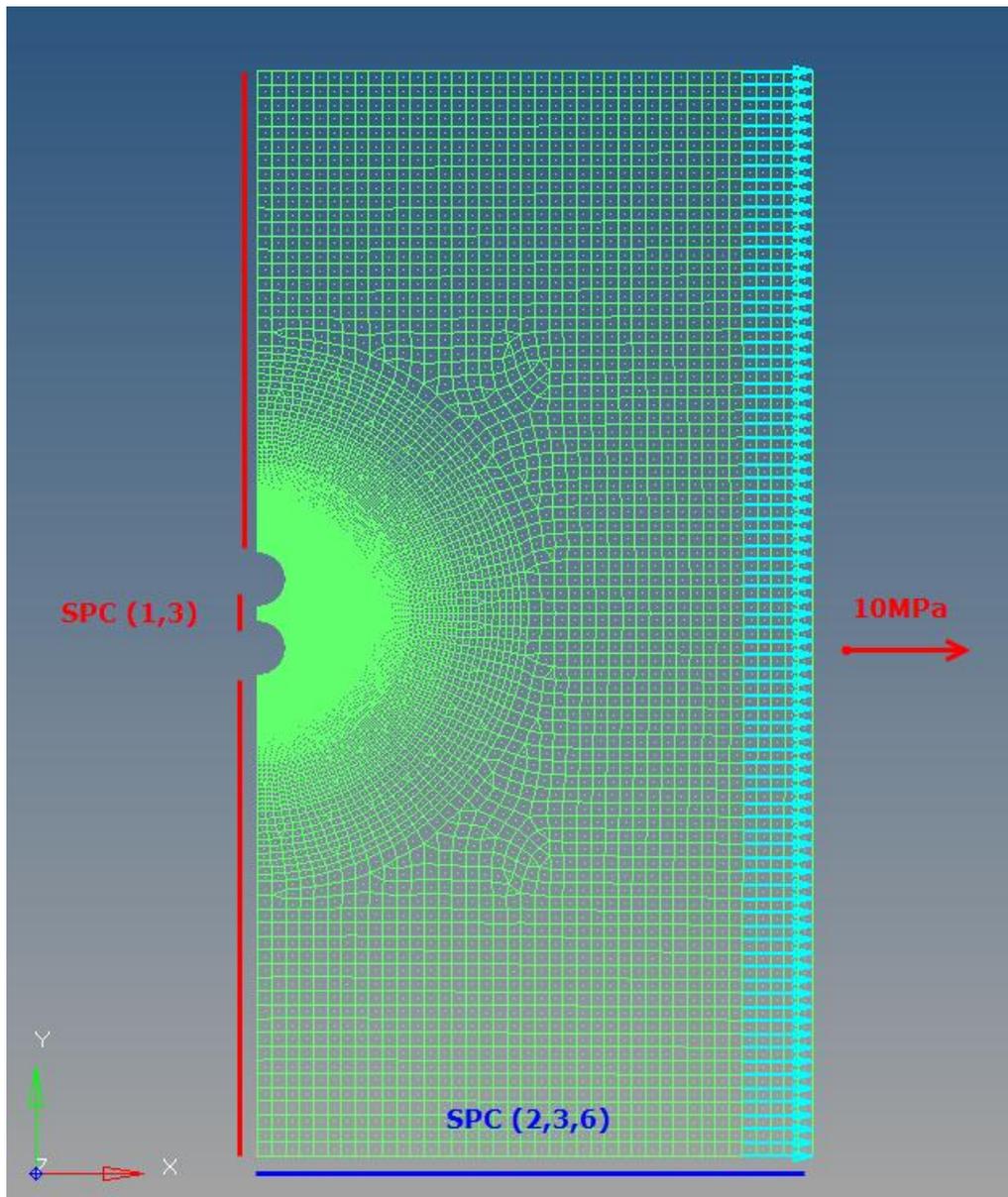
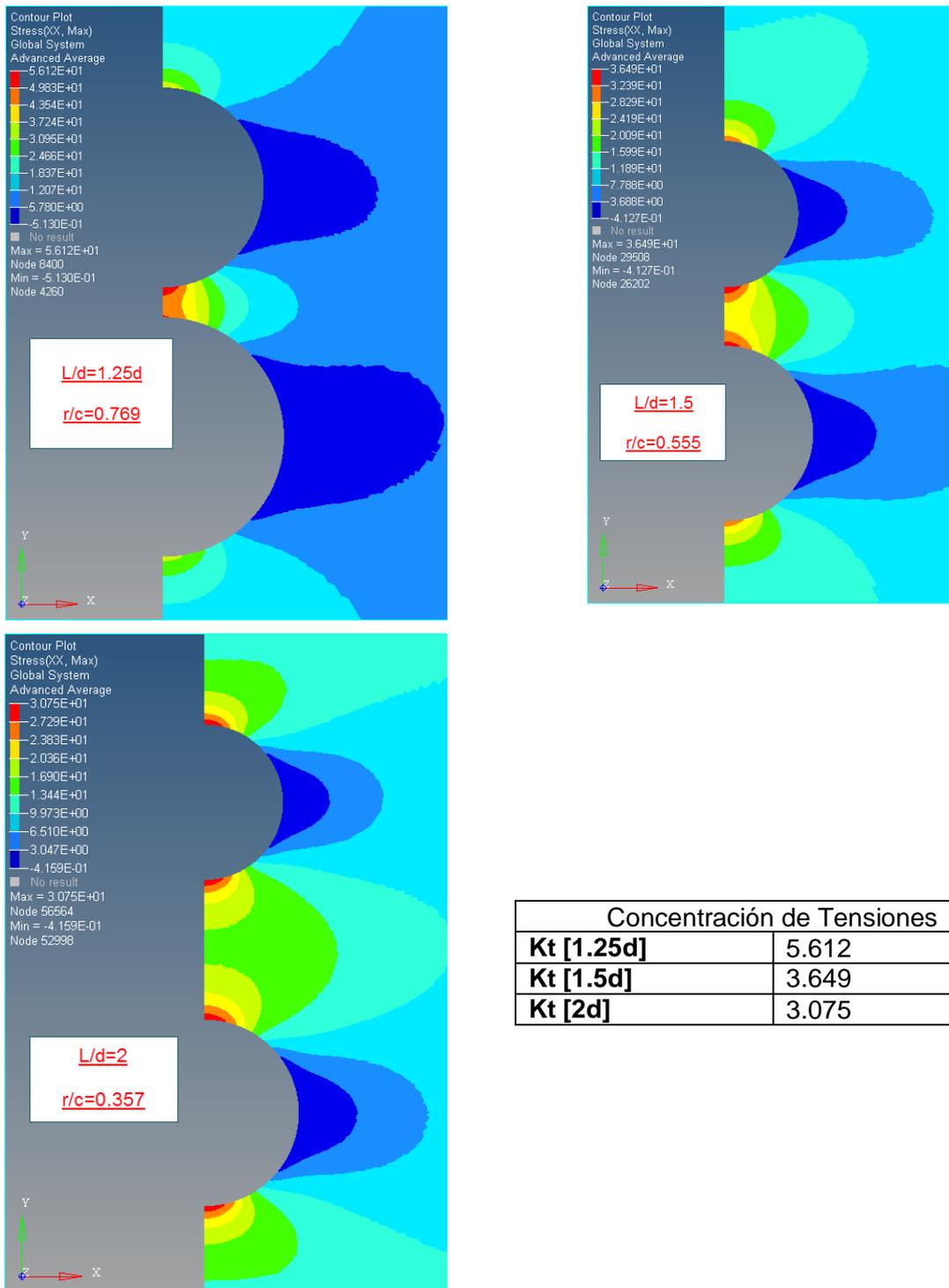


Imagen 39. Interacción K_t . Interacción agujeros distintos. Cargas y Condiciones de Contorno

El material empleado será el mismo que el utilizado hasta el momento y se considera una tracción de $\sigma_\infty = 10\text{MPa}$ en la dirección horizontal para el cálculo del K_t . Los resultados visualizados en *HyperView* son los siguientes:



Concentración de Tensiones	
Kt [1.25d]	5.612
Kt [1.5d]	3.649
Kt [2d]	3.075

Imagen 40. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Resultados

Como se puede observar, los mayores valores de tensión se dan en el borde del agujero más pequeño. En las tablas de (ESDU-75007, 1975) se pueden extraer los valores teóricos para algunas ratios de diámetros de agujeros:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

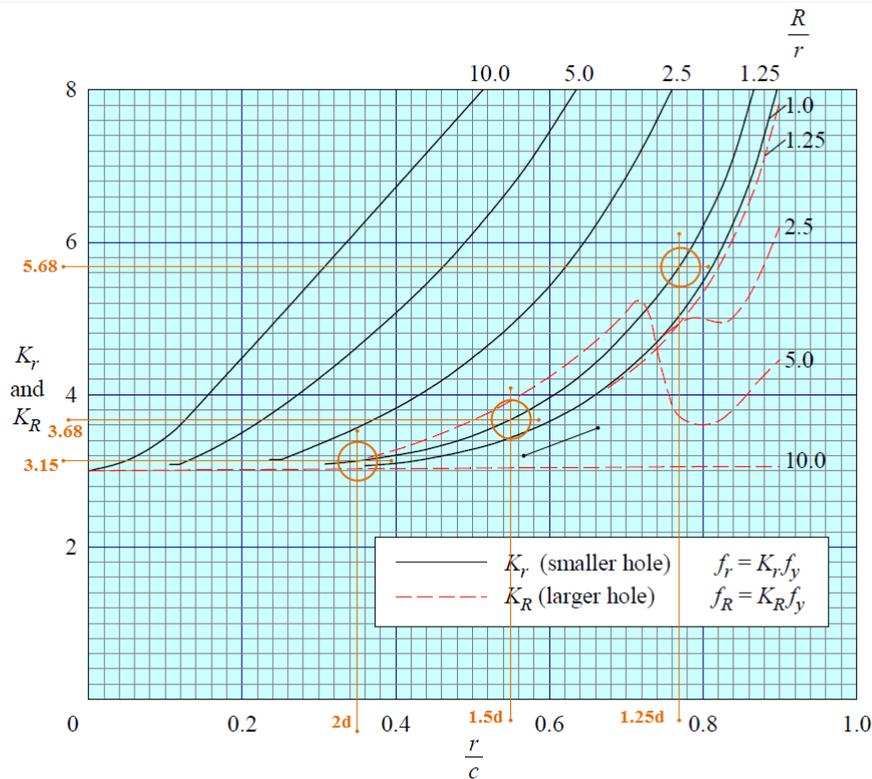


Imagen 41. Interacción K_t . Interacción agujeros distintos. ESDU 75007.

Dado que el caso para el cual se han obtenido resultados ($D/d=1.2$) no se encuentra tabulado, se han resaltado como valores orientativos los correspondientes a la curva de $D/d=1.25$. Sin embargo, para obtener una estimación más precisa del error existente entre los modelos FEM y las curvas teóricas, se realiza una interpolación de los valores de K_t para $D/d=1.2$ partiendo de las curvas $D/d=1.25$ y $D/d=1$.

	Kt FEM	Kt Interpolado	Error
Caso 1.25d	5.612	5.554	1.04%
Caso 1.5d	3.649	3.63	0.54%
Caso 2d	3.075	3.13	-1.76%

Tabla 33. Interacción K_t . Interacción agujeros distintos. Comparativa de K_t FEM y teórico

Se observa que los resultados del modelo FEM son similares a los valores propuestos por (ESDU-75007, 1975). Si bien los errores están dentro del rango de error aceptado al principio del informe, pueden presentar imprecisiones debido a la obtención manual de los datos numéricos a partir de la curva ofrecida por ESDU y a la interpolación que se ha realizado para obtener los valores de K_t para la relación de diámetros que se tiene. En virtud de ello, no se considera que un error negativo implique un resultado no conservador.

Una vez obtenidos los resultados de K_t para los tres ensayos y verificada la validez de los mismos, el siguiente paso será idéntico al dado en el estudio de interacción de agujeros iguales: validar las correlaciones de la bibliografía y tratar de hallar, si es posible, una correlación que se ajuste a los ensayos que se han realizado.

2.3.2.2 Correlación para agujeros distintos

La metodología a seguir es la misma que la del caso de agujeros iguales. Se pondrá de ejemplo el proceso con imágenes correspondientes al caso 1.25d, siendo idéntica la metodología seguida en el resto de ellos. Al final del desarrollo, se mostrarán los resultados para cada ensayo.

1. Deben obtenerse los resultados de K_t a lo largo de la línea entre los centros de ambos agujeros, importándolos directamente de los resultados del modelo FEM.
2. Los resultados se representarán respecto de un sistema de referencia centrado en dicha línea de centros entre agujeros.
3. A continuación, se importarán las curvas de K_t de agujero aislado para los casos de diámetros $d=4\text{mm}$ y $D=4.8\text{mm}$.
4. Se trasladarán ambas curvas hasta el borde del agujero mayor, sobre el mismo sistema de referencia mencionado anteriormente. Una vez trasladadas, pueden expresarse las curvas normalizadas respecto del diámetro del agujero menor.

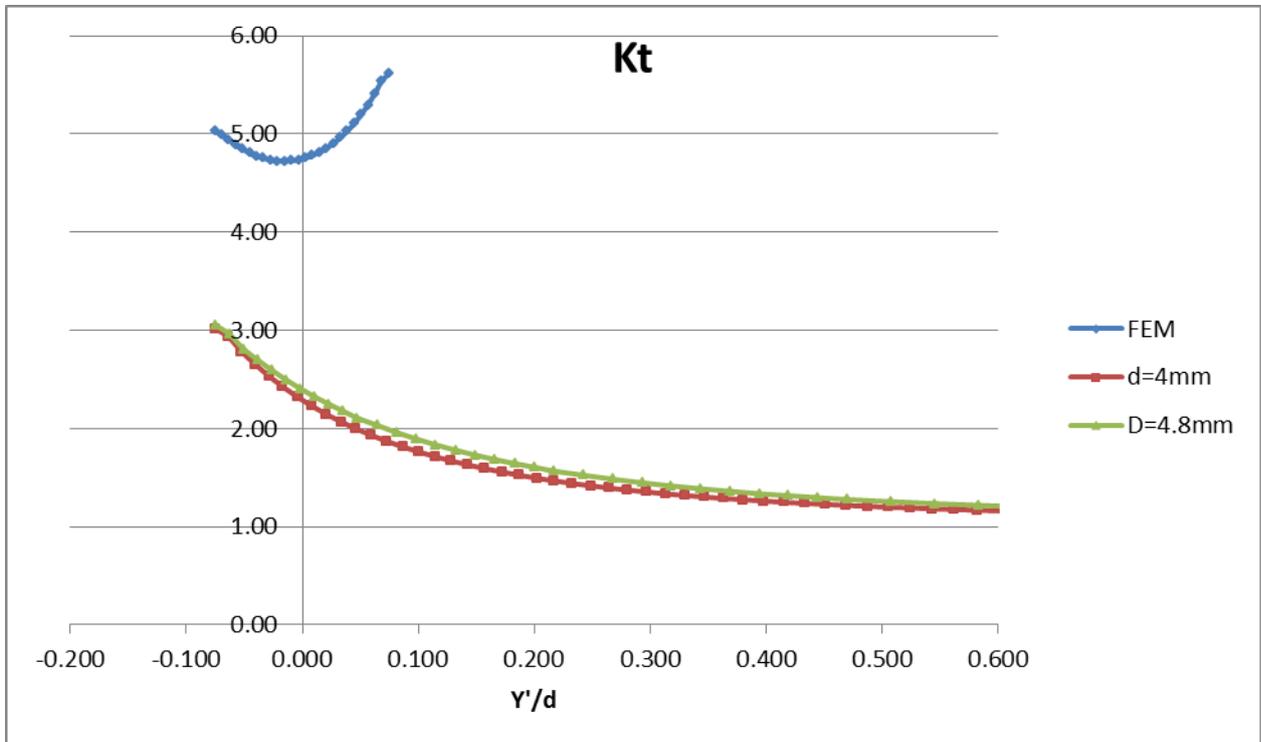


Gráfico 22. Interacción K_t . Interacción agujeros distintos. Preparación de curvas para correlación

5. Se obtendrán las aproximaciones polinómicas de las tres curvas. El polinomio será de grado 6, para minimizar el error en el rango de los datos disponibles.
6. Se obtendrá la función simétrica respecto del eje de ordenadas del polinomio correspondiente al K_t para el menor de los agujeros, que se conseguirá cambiando el signo a los coeficientes asociados a exponentes impares del polinomio.
7. De esta forma se tendrán, asociadas al mismo sistema de referencia, las curvas de K_t para cada agujero aislado vinculadas al borde de su agujero correspondiente. Se muestran a continuación.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

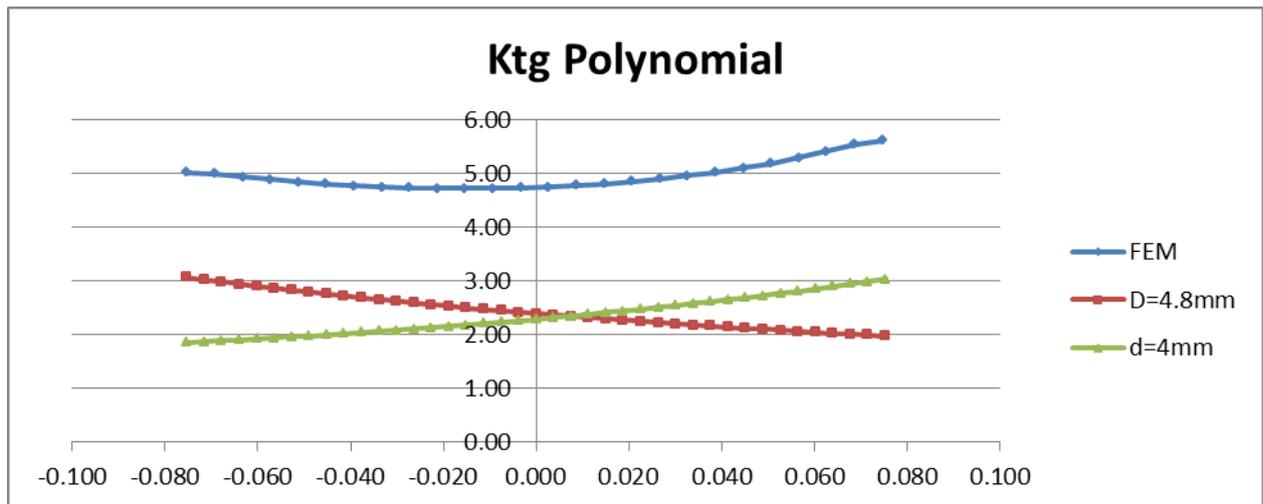


Gráfico 23. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Ajuste polinómico de las curvas Kt FEM y agujero aislado

8. Empleando las expresiones indicadas en la Ecuación 25, se pueden obtener los resultados de las correlaciones empleadas por la bibliografía. Dado que en el apartado anterior se concluía que la correlación **PS** debía quedar descartada, únicamente se verificarán las correlaciones **Prod.** y **RSS**. Se muestran a continuación:

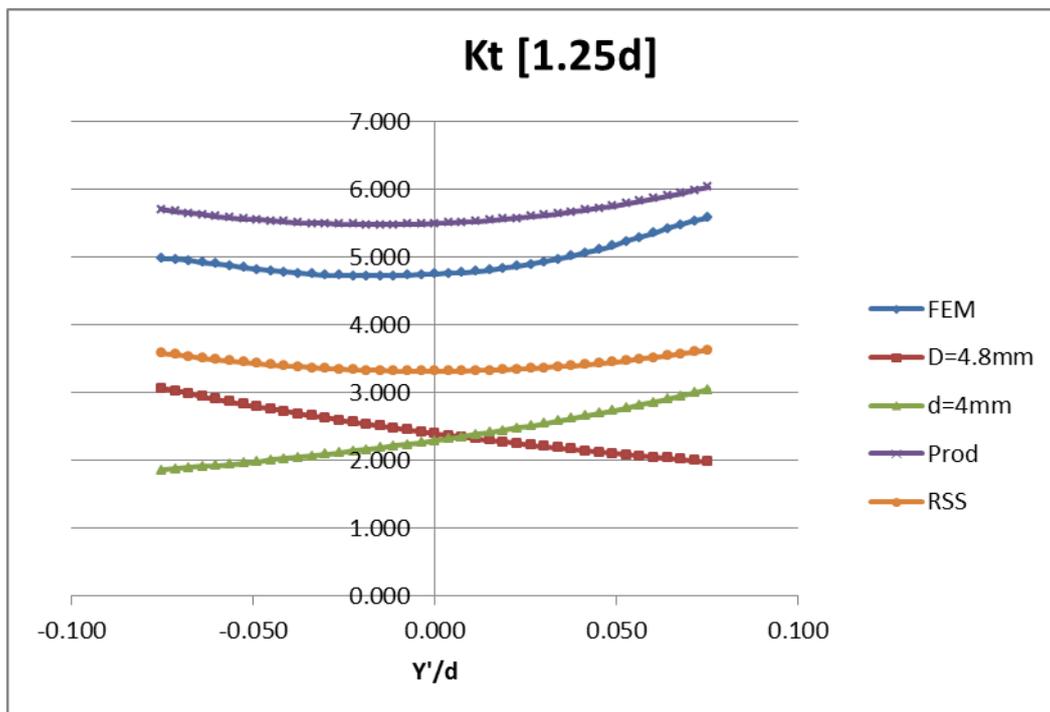


Gráfico 24. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Resultados de correlaciones habituales para 1.25d

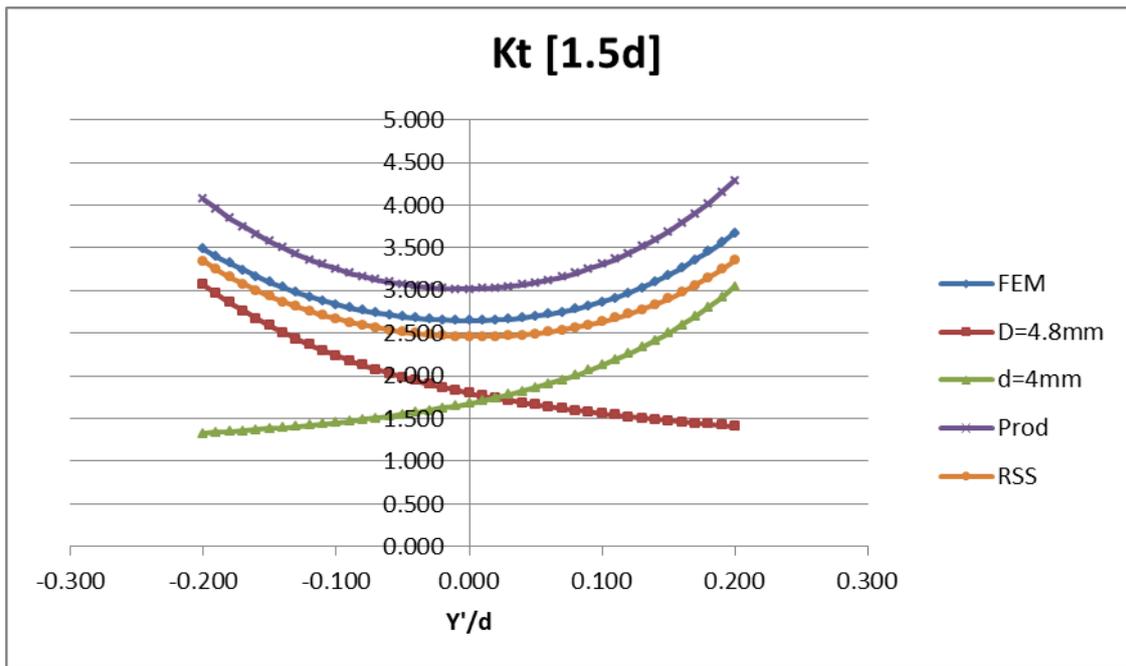


Gráfico 25. Interacción K_t . Interacción agujeros distintos. Resultados de correlaciones habituales para 1.5d

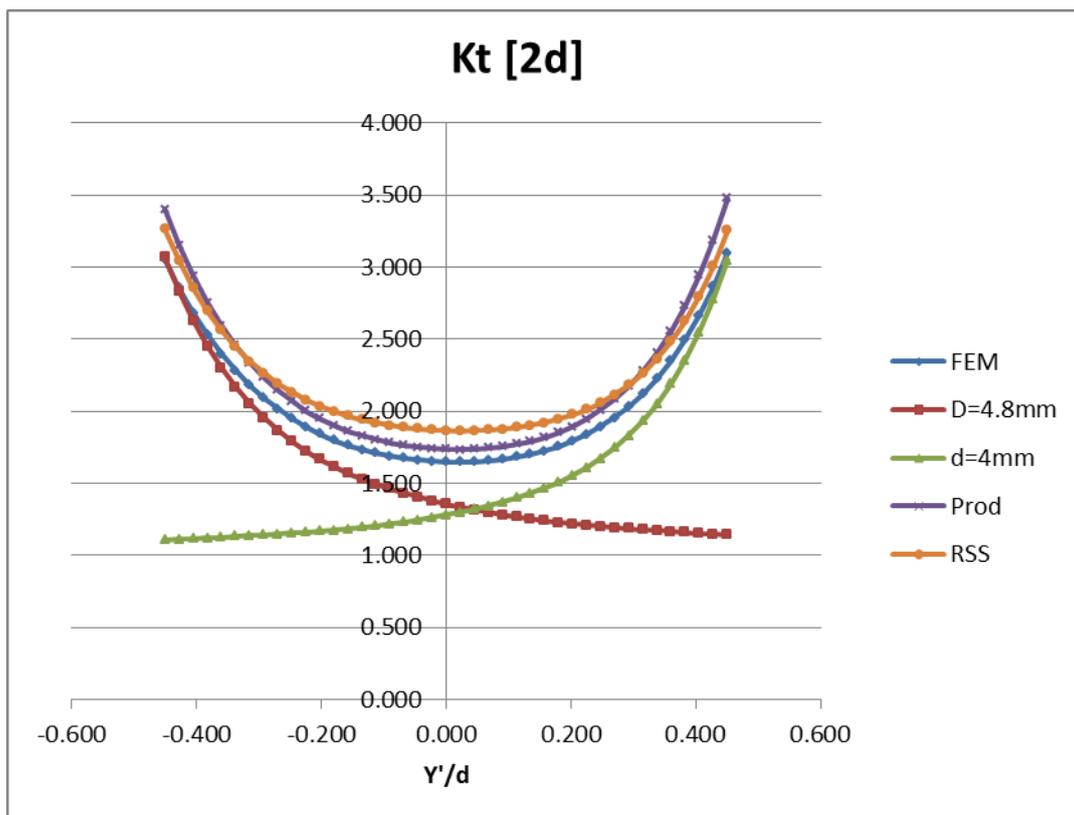


Gráfico 26. Interacción K_t . Interacción agujeros distintos. Resultados de correlaciones habituales para 2d

Se ha mantenido **RSS** para evaluar si los resultados son mejores que en el caso de agujeros iguales. De las gráficas anteriores pueden extraerse las siguientes conclusiones:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- La correlación **RSS** ofrece resultados no conservadores en dos de los tres ensayos. En consecuencia, se descartará la posibilidad de emplearse en el futuro.
- La correlación **Prod.** ha ofrecido un margen de seguridad o error positivo para los tres casos considerados, por lo que se considera aceptable también para el caso de agujeros distintos.
- El error cometido por la correlación **Prod.** sigue siendo elevado, pero menor que en el caso de agujeros distintos (~17%).

Una vez analizadas las correlaciones propuestas por la bibliografía, se propone analizar la validez de la correlación **PE** particularizada para los exponentes α_1, α_2 correspondientes a dos agujeros iguales, y ver si es extensible a agujeros distintos. Se recuerda aquí que los exponentes de dicha correlación eran los que siguen:

α_1	0.964
α_2	0.772

Tabla 34. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Exponentes PE para agujeros iguales

Las gráficas de Kt con agujeros distintos para esta correlación quedan como sigue:

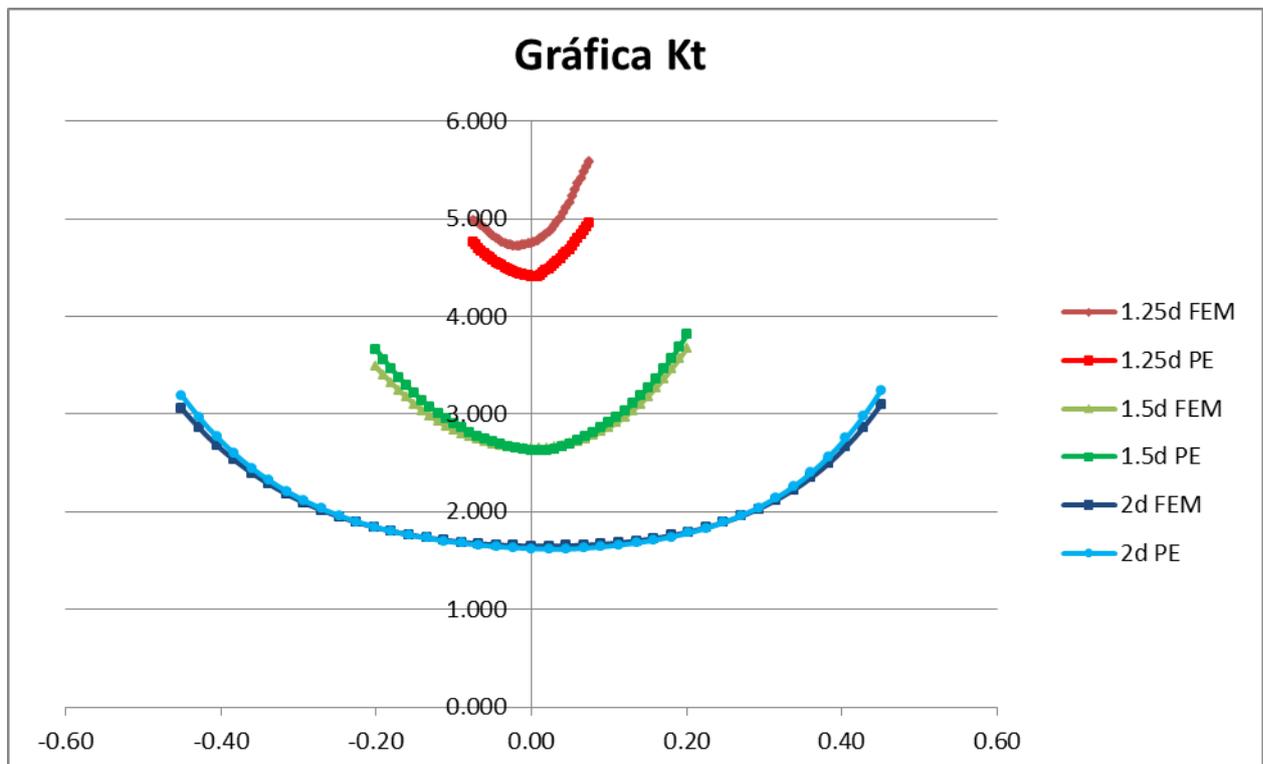


Gráfico 27. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Correlación PE de agujeros iguales.

La evaluación del Kt de la gráfica anterior puede conducir a datos erróneos, al ser el error cometido muy bajo. Evaluado punto a punto, puede extraerse la siguiente gráfica:

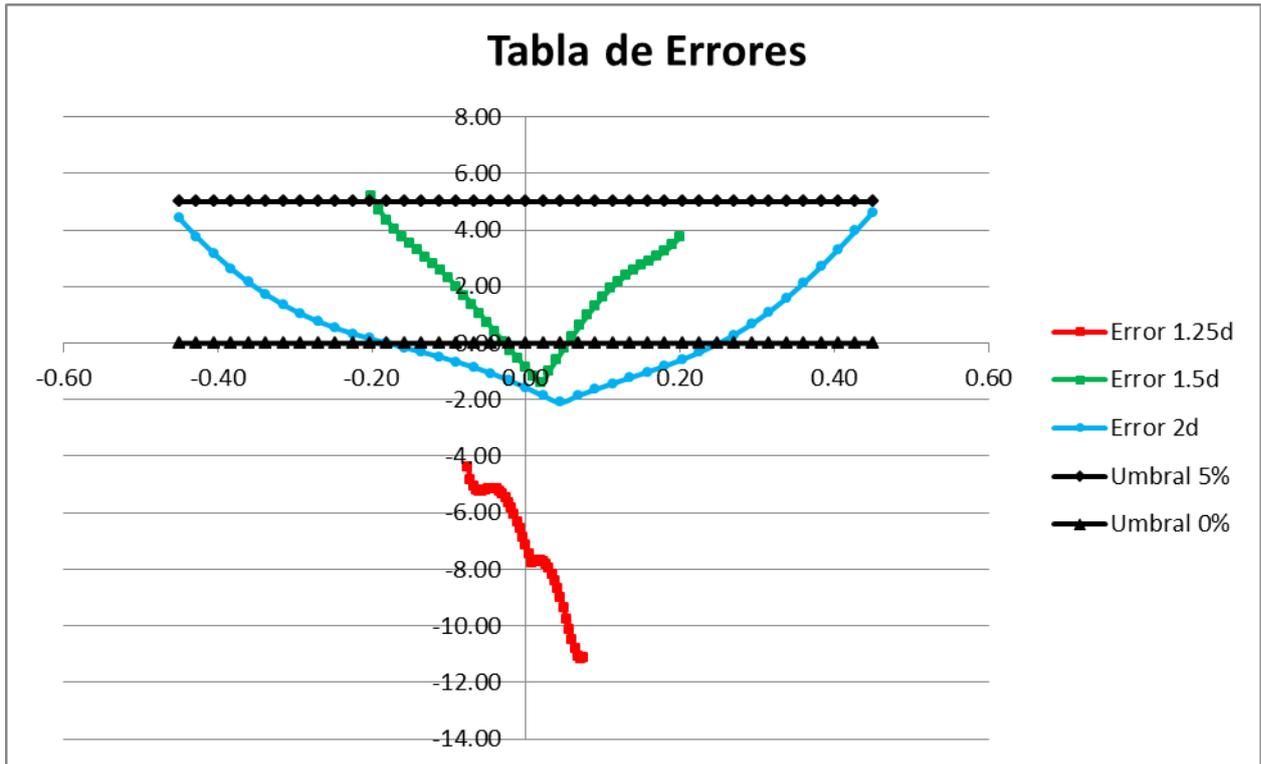


Gráfico 28. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Error de correlación PE de agujeros iguales.

En definitiva, para el caso de agujeros distintos, la correlación particularizada para las tres curvas ofrece resultados no conservadores del Kt. Esto implica que la correlación **PE** no es general, por lo que en adelante deberán particularizarse los valores de α_1, α_2 para cada configuración geométrica. En consecuencia, los únicos casos para los cuales será aplicable la correlación **PE** de agujeros iguales serán aquellos que se describían en la página 88.

De acuerdo con lo anterior, y dado que la correlación **PE** no es general, se va a tratar de hallar una pareja de valores α_1, α_2 que cubra los ensayos anteriores, para relaciones de diámetros $D/d=1.2$. Posteriormente se analizará si esta correlación es válida también para otras relaciones de radios y para distintas distancias entre agujeros.

El procedimiento para hallar una correlación **PE** para agujeros distintos es idéntico al descrito en la página 88. Los valores de los exponentes así obtenidos son los siguientes:

α_1	0.901
α_2	1.047

Tabla 35. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Exponentes PE

Las gráficas para el Kt y el error cometido se muestran a continuación, para dicha correlación:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

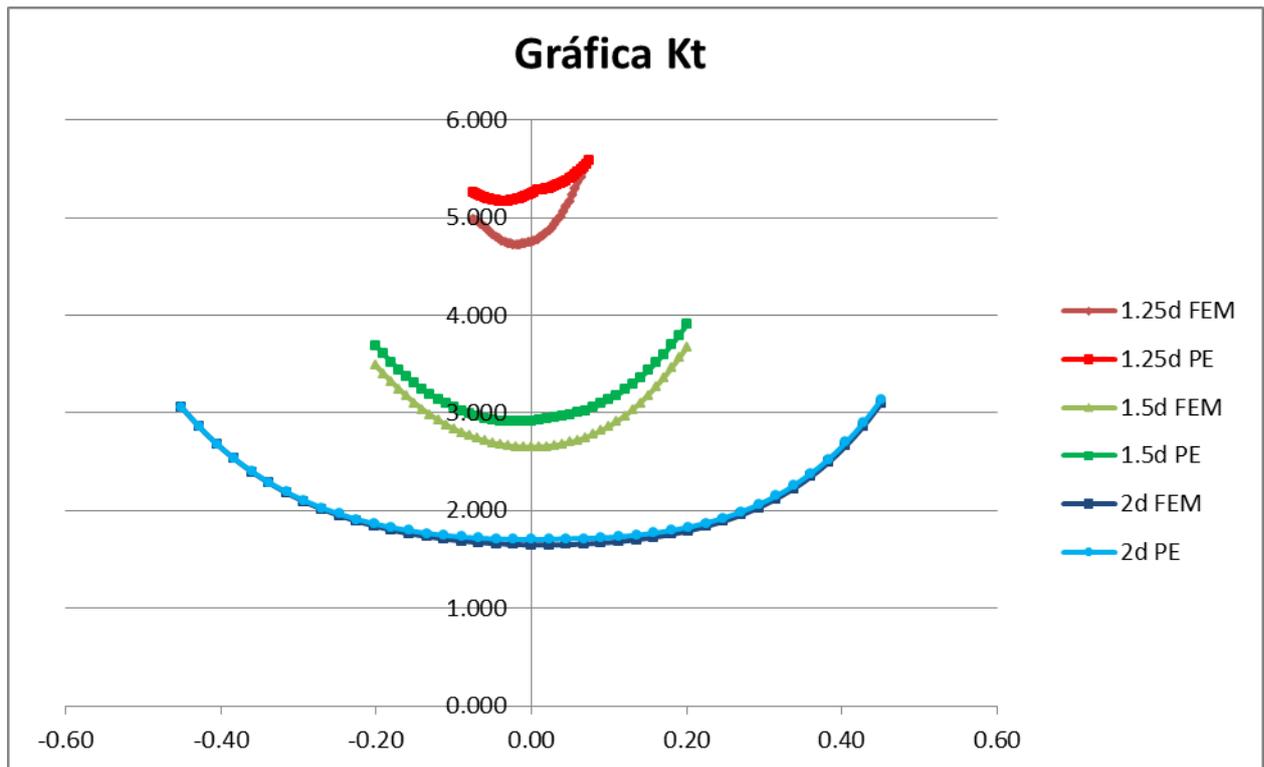


Gráfico 29. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Correlación PE

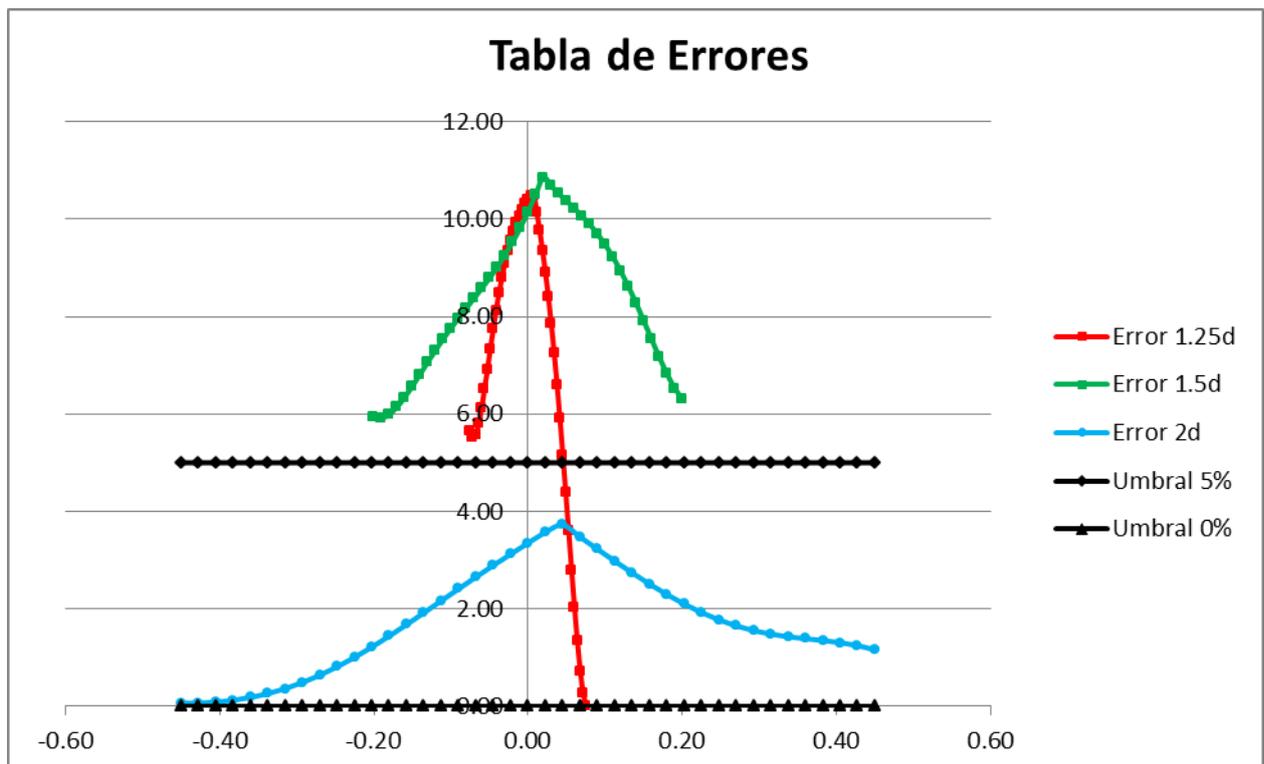


Gráfico 30. Interacción Kt. Interacción agujeros distintos. Error de correlación PE

A modo de conclusión se puede extraer:

- La correlación no ofrece errores negativos, por lo que ofrece resultados válidos para los ensayos realizados.

- Se ajusta mejor a los resultados con separaciones entre centros mayores.
- Los exponentes son muy cercanos a los empleados en la correlación Prod.

Una vez obtenida la correlación, y a la vista de que los resultados pueden aproximar correctamente las distancias cubiertas en los ensayos para una relación de diámetros $D/d=1.2$, un último paso para cerrar el capítulo consistirá en tratar de obtener el error cometido para un amplio rango de distancias entre centros para distintos valores del cociente de diámetros.

2.3.2.3 Validación de las correlaciones

Los estudios realizados en las páginas anteriores, si bien analizan qué correlaciones permiten obtener los valores de K_t ante la interacción de agujeros, son resultados particulares cuyas conclusiones no pueden generalizarse de forma inmediata. Por así decirlo, los ensayos anteriores permiten demostrar mediante “contraejemplos” que las correlaciones propuestas por la bibliografía y las obtenidas para aplicaciones puntuales no tienen un carácter general.

Es por ello que este apartado busca hacer un último esfuerzo por generalizar los resultados, y determinar con un mayor grado de confianza qué correlación puede usarse de un modo más genérico. Se observaba en los ensayos anteriores que tanto la correlación **PS** como la **RSS** no tiene carácter general, ya que para los dos casos de ratio D/d propuestos no garantizan la fiabilidad de los resultados. La correlación **Prod.** no ha ofrecido en ningún momento resultados no conservadores, si bien el error que ofrece es relativamente elevado. El objetivo de este estudio que se presenta a continuación será el de verificar que las correlaciones **Prod.** y **PE** son válidas para un amplio rango de valores r/c para distintos cocientes de diámetros.

La metodología propuesta es la siguiente:

1. Dado que las gráficas que se presentan en (Peterson, 1953) y (ESDU-75007, 1975) para interacción de concentradores de tensión están basadas en una placa infinita, se propone emplear la expresión del K_t para placa plana infinita expresada en la Ecuación 27 (Massachusetts Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering) como base para obtener el campo de tensiones generado por distintos concentradores de tensión.

$$K_t = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{R^2}{x^2} \right) - \left(1 + \frac{3R^4}{x^4} \right) \cos(2\theta) \right]$$

Ecuación 27. Interacción K_t . Validación. Expresión teórica de K_t para agujero aislado en placa plana

2. Tomando como base el menor de los diámetros, y fijando su valor en 4mm como se viene haciendo hasta ahora, se tomarán arbitrariamente los siguientes cocientes de diámetros, de forma que quede fijado el diámetro del agujero mayor.
 - $D/d=1$
 - $D/d=2.5$
 - $D/d=10$

De esta forma, queda cubierto un amplio rango de relaciones entre diámetros.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

3. A continuación, para cada relación de diámetros fijada se particulariza la Ecuación 27 con el valor del diámetro mayor, obteniendo la distribución de tensiones en las cercanías del agujero.
4. Dado que el objetivo es ver para cada relación D/d cómo se ajustan las correlaciones de Kt al valor FEM en función de la separación entre agujeros r/c, es necesario obtener el valor de la Ecuación 27 particularizada sobre el borde del agujero menor para cada valor de r/c.
5. Lo anterior permitirá conocer cuál es la contribución en Kt del agujero grande sobre el pequeño para cada valor de r/c, dentro de una misma relación de D/d. El proceso se realizará tres veces, para cada valor de D/d.
6. Dado que el aporte de Kt que tendrá el agujero pequeño sobre sí mismo en su propio borde, suponiendo placa infinita es 3, el Kt obtenido sobre el agujero pequeño podrá ser calculado como:

$$K_t = 3^{\alpha_1} \cdot K_{t1}^{\alpha_2} \left(\frac{D}{d}, \frac{r}{c} \right)$$

Ecuación 28. Interacción Kt. Validación. Expresión de Kt para validación de correlaciones

7. Con la expresión anterior podrá construirse una gráfica similar a la ofrecida en (Peterson, 1953) para cada una de las correlaciones:

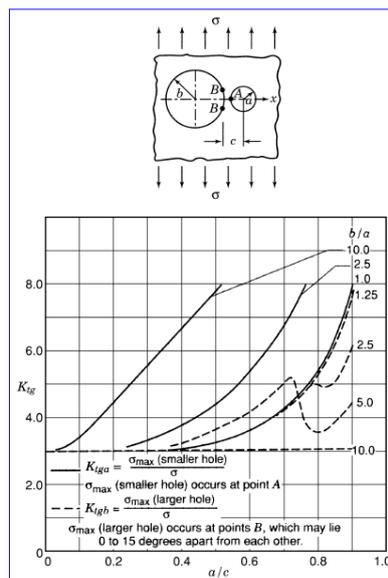


Chart 4.29 Stress concentration factors K_{tg} for tension in infinite thin element with two circular holes of unequal diameter (from mathematical analysis of Haddon 1967; ESDU 1981). Tension perpendicular to line of holes.

Imagen 42. Interacción Kt. Validación. Tabla de interacción de tensiones, Chart 4.29. (Peterson, 1953)

8. Imponiendo a α_1, α_2 los valores correspondientes para expresar las correlaciones **Prod.** y **PE** respectivamente, se pueden obtener las siguientes gráficas de Kt, en las que se visualiza de forma rápida si la correlación es válida en todo el rango de distancias considerado. También se adjuntan tablas de error para hacer la visualización más inmediata.

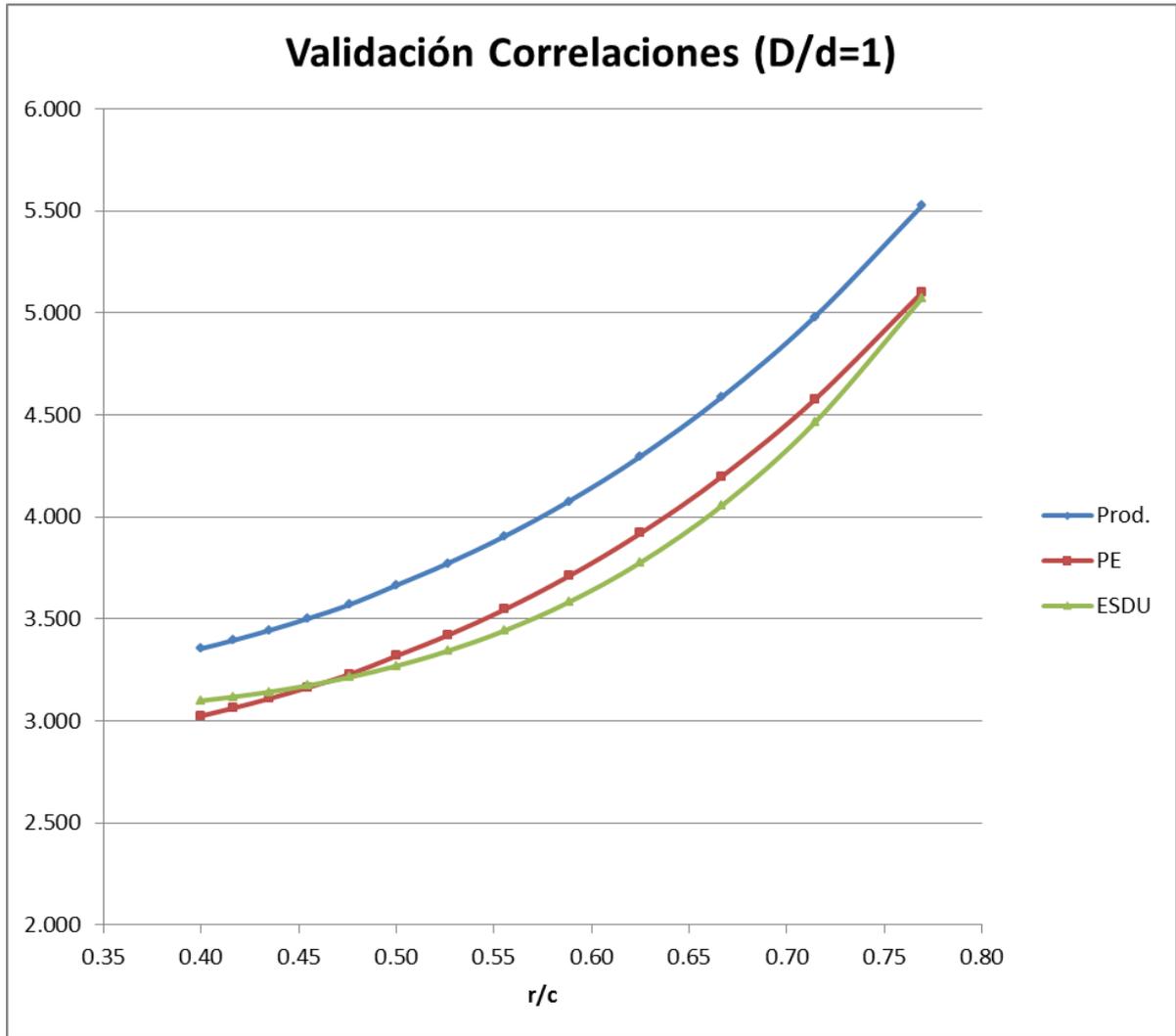


Gráfico 31. Interacción Kt. Validación. Resultados. Kt para D/d=1

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

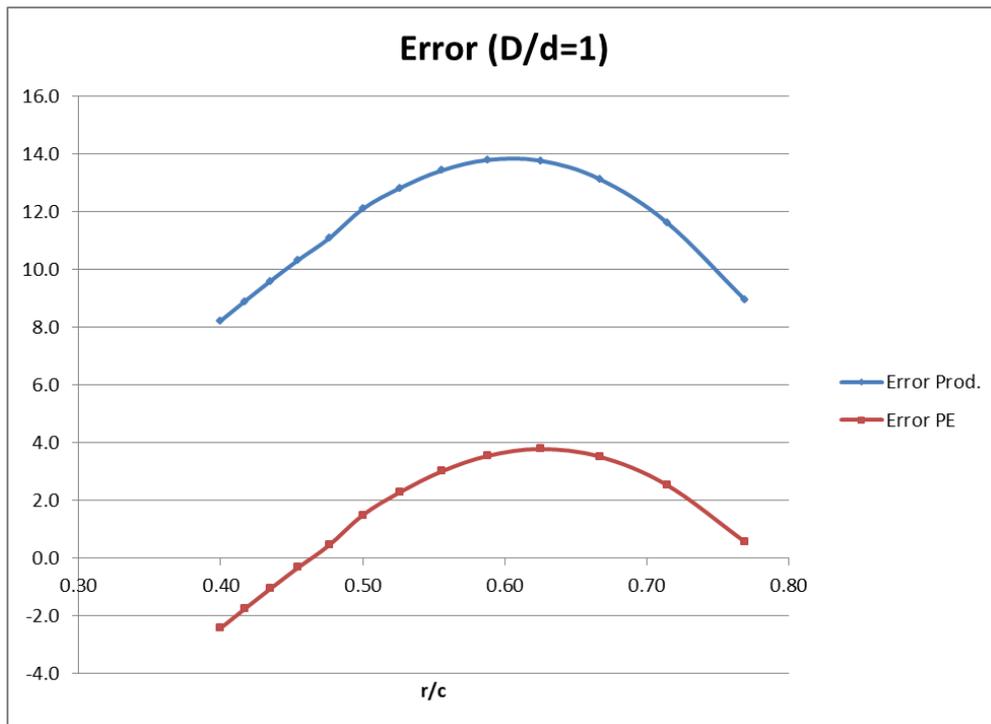


Gráfico 32. Interacción Kt. Validación. Error para D/d=1

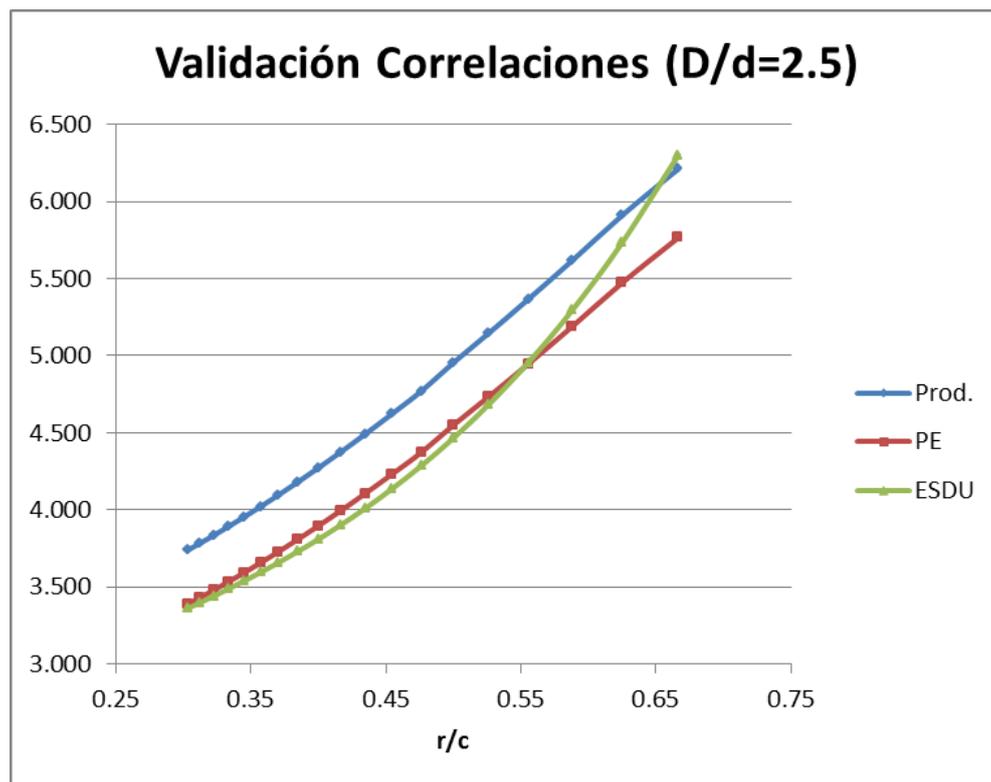


Gráfico 33. Interacción Kt. Validación. Resultados Kt para D/d=2.5

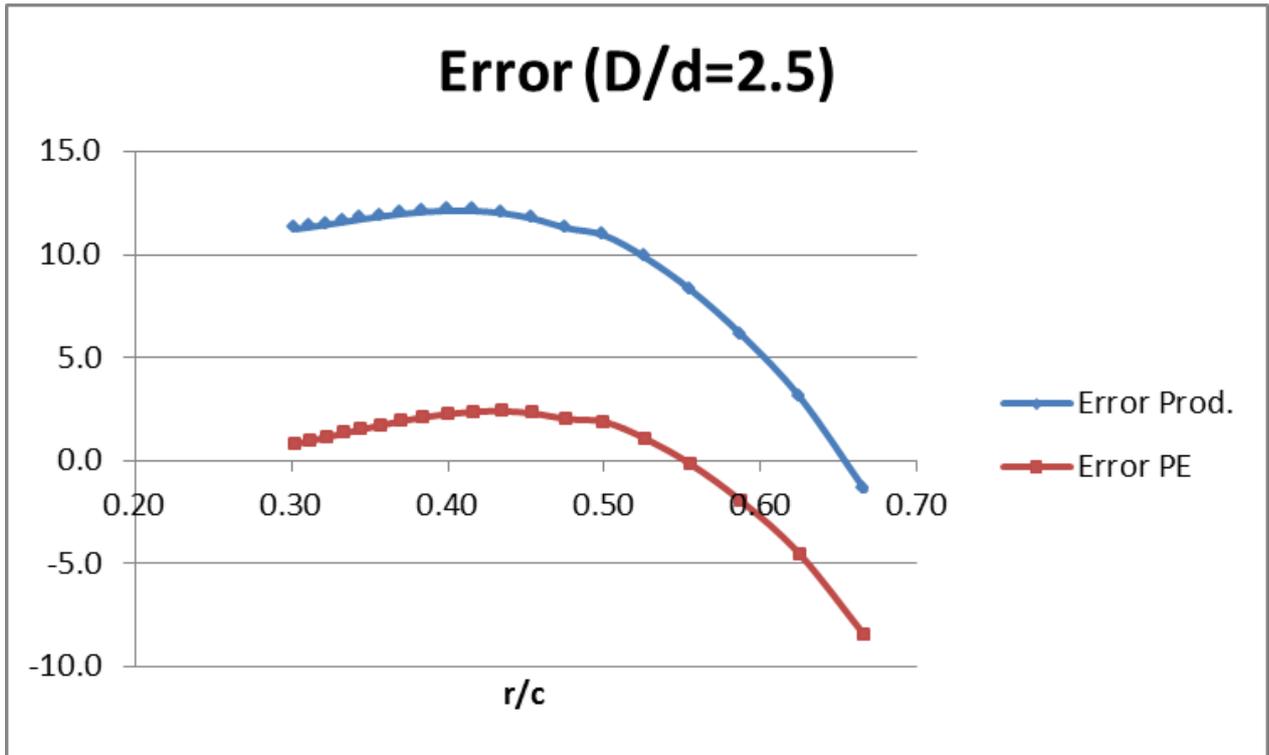


Gráfico 34. Interacción Kt. Validación. Error para D/d=2.5

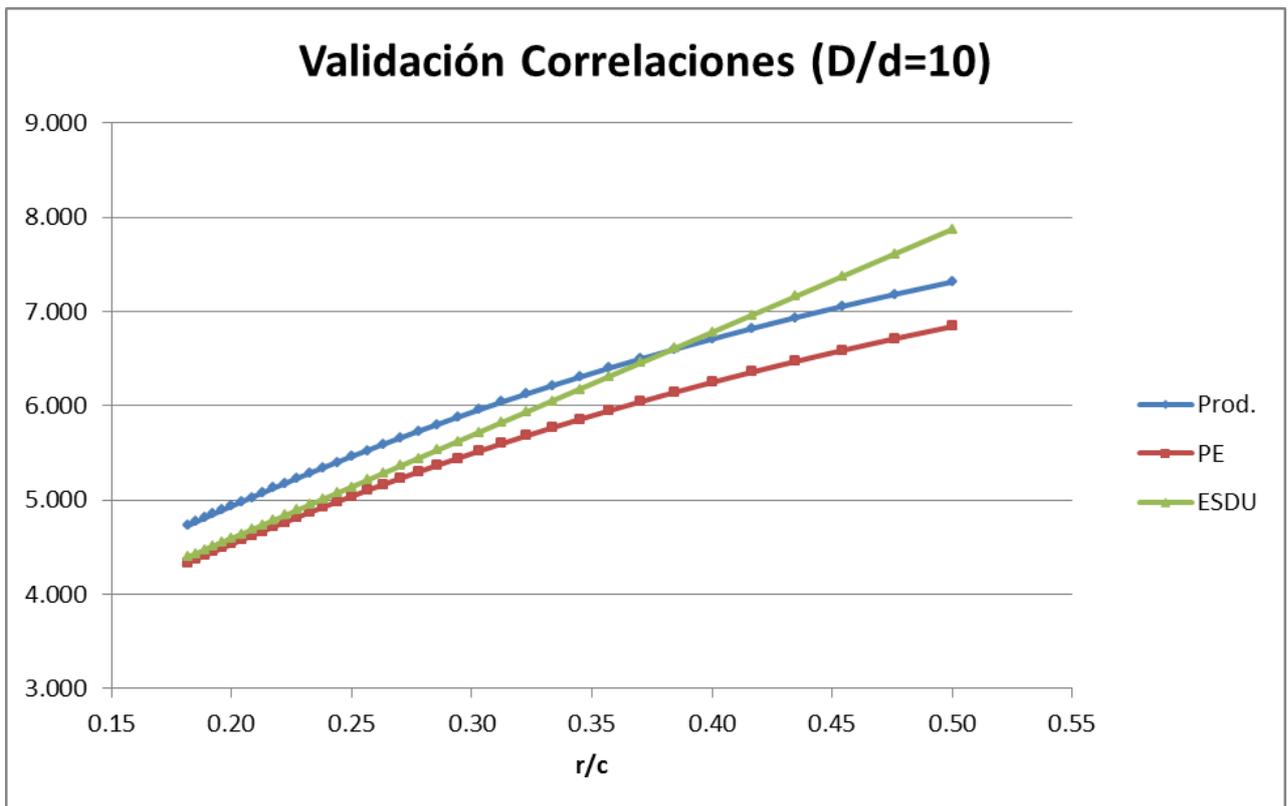


Gráfico 35. Interacción Kt. Validación. Resultados Kt para D/d=10

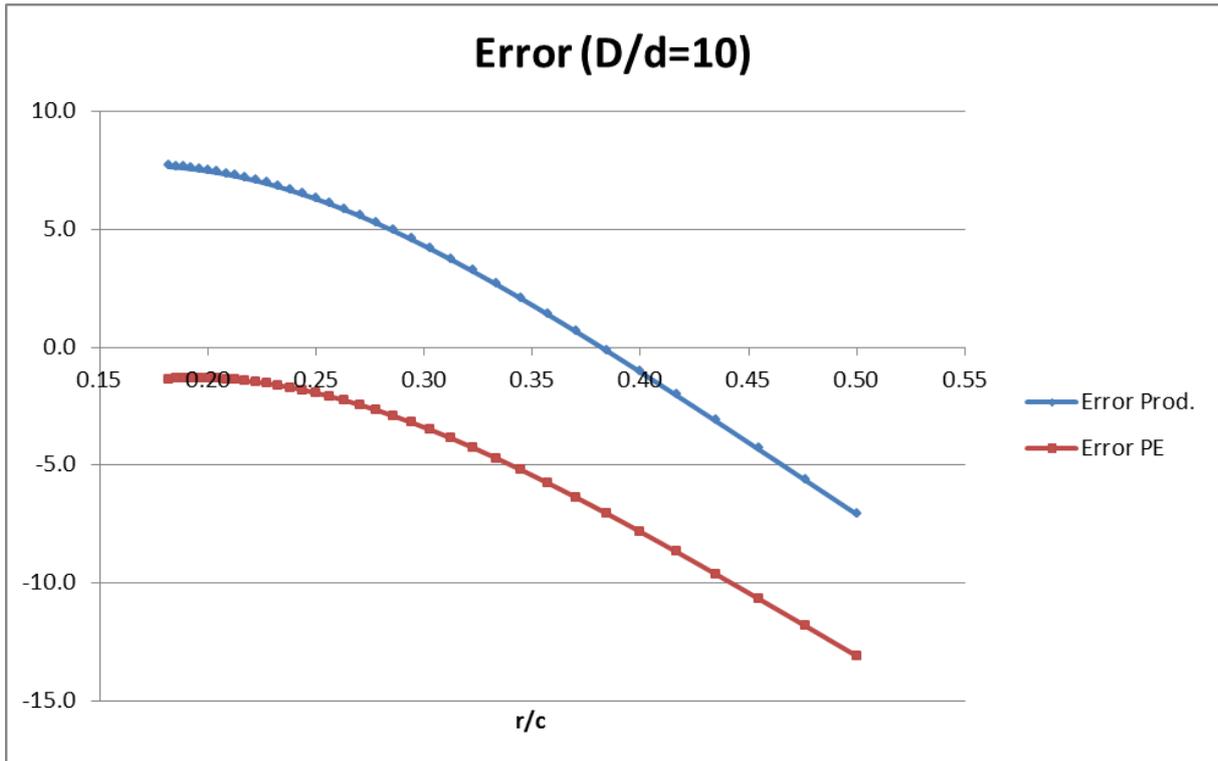


Gráfico 36. Interacción K_t . Validación. Error para $D/d=10$

En vista de los resultados anteriores, pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- En general, la correlación **Prod.** ofrece mejores resultados que **PE**.
- **Prod.** ofrece resultados conservadores para un rango de r/c superior a **PE**.
- En general, el error cometido por **PE** es menor, aunque usualmente también negativo.
- Se observa que **Prod.** ofrece mejores resultados para valores bajos de r/c (agujeros más alejados). Para valores altos de r/c (agujeros próximos), el comportamiento de **Prod.** mejora a medida que los agujeros son de tamaños similares.

Una forma intuitiva de comprender este fenómeno consiste en visualizar dos agujeros del mismo tamaño muy próximos que interactúan entre sí. Supóngase que cada uno aporta respectivamente K_{t1} y K_{t2} , de forma que el K_t real debido a la interacción sea del orden de $K_{t,real} \sim K_{t1} \cdot K_{t2}$, como se demuestra de los resultados obtenidos. Dado que ambos agujeros se encuentran muy próximos y éstos son iguales, puede asumirse que las aportaciones al factor de concentración de tensiones son del mismo orden ($K_{t1} \sim K_{t2}$). De esta forma:

$$K_{t,real} \sim K_{t1}^2$$

Supongamos que ahora, con la misma distancia de separación, uno de los agujeros crece desproporcionadamente, manteniendo el tamaño del otro constante. En esta nueva situación, si empleásemos la correlación del producto para estimar el valor teórico del K_t , éste sería del orden de $K_t' \sim K_{t1} \cdot K_{t2}'$, donde K_{t1} es el factor de concentración de tensión del agujero que se supone no varía de tamaño. Dado que la distancia de separación entre agujeros es muy pequeña, el incremento del aporte de K_{t2} no se incrementará

significativamente respecto de la situación con dos agujeros iguales, y podrá expresarse según la siguiente relación simplificada: $K'_{t2} = (1 + \epsilon)K_{t2}$, siendo $\epsilon \ll 1$.

De las curvas proporcionadas por Peterson (Imagen 42), también se observa que los valores de concentración de tensiones reales con agujeros desproporcionados son mucho mayores que los correspondientes a agujeros iguales para valores r/c elevados $\left(\frac{K'_{t,real}}{K_{t,real}} \gg 1 + \epsilon\right)$.

Una vez establecidas las relaciones anteriores, se enunciará la siguiente hipótesis a comprobar posteriormente:

- **Hipótesis:** El factor de concentración de tensiones real en el caso de dos agujeros distintos ($K'_{t,real}$) puede aproximarse al K'_t obtenido como producto de las componentes de cada agujero.

De esta forma: $K'_{t,real} \sim K_{t1} \cdot K'_{t2}$

Dado que $K'_{t2} = (1 + \epsilon)K_{t2}$ y $K_{t1} \sim K_{t2}$, entonces:

$$K'_{t,real} \sim (1 + \epsilon)K_{t1}^2$$

Relacionando $K'_{t,real}$ con $K_{t,real}$ según lo anterior, para que se verificase la hipótesis formulada debería cumplirse la siguiente expresión:

$$\frac{K'_{t,real}}{K_{t,real}} \sim (1 + \epsilon)$$

Comparando dicha expresión con la relación real entre $K'_{t,real}$ y $K_{t,real}$, se concluye que, para verificarse la hipótesis enunciada, debería cumplirse que:

$$(1 + \epsilon) \gg (1 + \epsilon)$$

Evidentemente, la relación anterior no es cierta, y por tanto la hipótesis propuesta no se cumple. Consecuentemente, una correlación basada en el producto de las aportaciones individuales de K_t no representará adecuadamente la distribución de K_t real para agujeros disimilares separados por distancias muy pequeñas.

En base a todo lo anterior, puede establecerse que la correlación **Prod.** es la que aproxima el comportamiento de la interacción de agujeros iguales para un rango más amplio de D/d y r/c , mientras que la correlación **PE** no podrá emplearse más que en los supuestos para los que se ha obtenido.

La correlación **Prod.** propuesta por Peterson de acuerdo con (Whitley, 2013), es por tanto, la que aproxima de un modo más seguro el valor del factor de concentración de tensiones para el punto más crítico del conjunto (borde del agujero menor), estimándose el error cometido por exceso en alrededor del 15%. Si bien emplear esta correlación conducirá a diseños menos optimizados, es la única correlación con la que se tiene la garantía de que los resultados están del lado de la seguridad para un mayor abanico de posibilidades. No obstante, debe recordarse que su uso queda comprometido cuando las relaciones D/d son

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

grandes, y las distancias entre agujeros pequeñas. Sirvan como referencia los siguientes umbrales de seguridad:

	D/d	r/c
Referencia 1	10	0.35
Referencia 2	2.5	0.6

Tabla 36. Interacción Kt. Validación. Umbrales de seguridad para uso de Prod.

Para situaciones en las que la D/d o r/c sean mayores que las indicadas en la tabla anterior la correlación **Prod.** no ofrecerá valores fiables.

Con ello se da por finalizado el estudio sobre interacción de concentración de tensiones para agujeros circulares.

2.3.3 Estudio de Cargas de Bearing en Aplicaciones Aeronáuticas

Es habitual en aplicaciones aeronáuticas encontrar pieles de pequeño espesor unidas entre sí mediante líneas de remaches. Los remaches actúan sobre la parte interior de cada agujero, generando un campo tensional diferente al de los casos analizados hasta el momento.

El objetivo del presente apartado será analizar el efecto que tiene aplicar una fuerza en un agujero en una placa de pequeño espesor, modelizando primero un caso de un único agujero remachado y a continuación extendiéndolo a una línea de remaches cargados. En ambos casos se compararán los resultados obtenidos con aquellos de la bibliografía.

2.3.3.1 Agujero aislado ante carga de bearing

En el primer caso que se analizará, se modeliza un único agujero en una placa finita, sobre cuyo contorno se aplica una carga proveniente del remache empleado para realizar la unión con otros elementos. En la Imagen 43 puede observarse la geometría del modelo que se presenta en la bibliografía consultada (ESDU-93030, 1993). Los resultados detallados por la norma ESDU están limitados a una placa plana de relación diámetro-anchura de placa (d/W) de 0.1, por lo que el modelo FEM realizado respetará dicha relación geométrica.

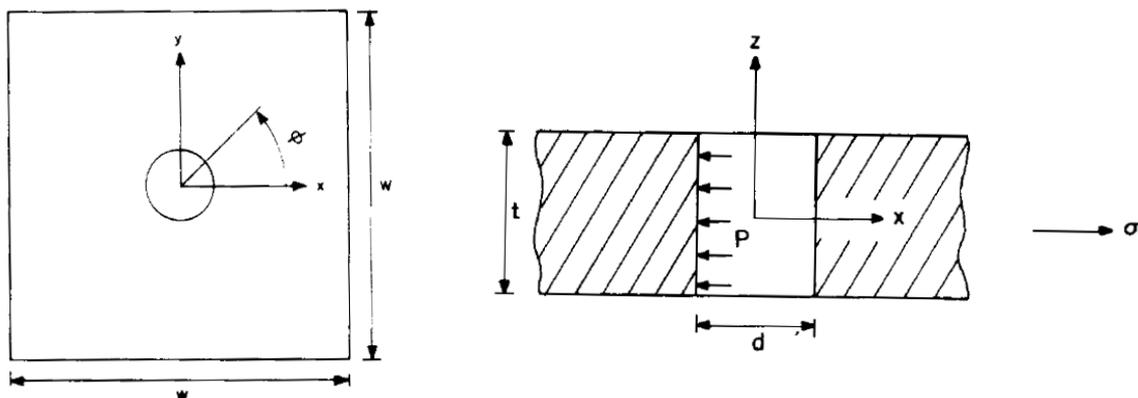


Imagen 43. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Geometría básica.

Diámetro de placa(d)	4.8mm
Anchura de placa (W)	48mm
Espesor de placa (t)	2mm

Tabla 37. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Geometría básica

Como puede observarse, el problema que se plantea es el de una placa plana sobre cuyo único agujero se ejerce una fuerza P. La placa está sometida asimismo a una tensión uniforme en uno de los bordes, de forma que se garantice el equilibrio del conjunto.

La forma en la que se aplica la fuerza P sobre cada uno de los remaches requiere de una explicación más pormenorizada, dado que los resultados son muy sensibles a la forma en la que se modeliza. Se asume que la fuerza P se distribuye a lo largo del contorno del agujero

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

siguiendo una expresión cosenoidal, detallada en la Ecuación 29. Se hace notar que la mayoría de los autores sobre cuyo trabajo se ha apoyado ESDU-93030 no emplean tensiones en sus desarrollos, y prefieren el uso de flujos (N_x) para calcular el valor del factor de concentración de tensiones, debiendo tenerse en cuenta a la hora de comparar resultados entre distintas fuentes.

$$\sigma_r = \frac{4P \cos(\theta)}{\pi \cdot d \cdot t}$$

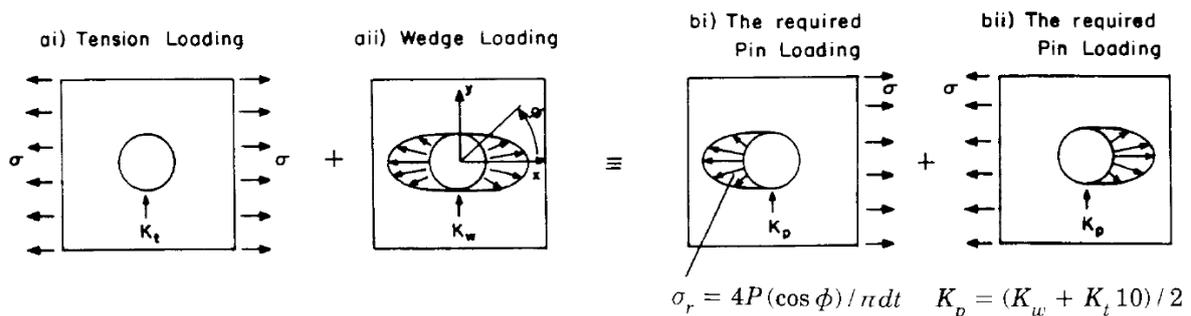
Ecuación 29. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Presión de remache sobre agujero

En la norma ESDU-93030 se define la concentración de tensiones como sigue:

$$K_p = \frac{\sigma_{max} \cdot t \cdot d}{P}$$

Ecuación 30. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Expresión K_p según ESDU

Donde K_p es el factor de concentración de tensiones debido a una fuerza proveniente del cuerpo del remache (pin). El valor de K_p debe extraerse en los puntos $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$, como se muestra en la Imagen 43. Ello es debido a que el método de cálculo de ESDU no resuelve directamente el modelo, sino que calcula el valor de K_p a partir de la superposición de dos estados tensionales como se muestra a continuación:



The load case analysed is (ai) superimposed on (aii).
The required pin loading is either (bi) or (bii).

Imagen 44. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Superposición tensional según ESDU

El procedimiento consiste en resolver independientemente los estados denotados como **ai** y **aII** en la imagen anterior, y sumar directamente los resultados de tensión para cada estado. Por último, se tomará la mitad de la tensión máxima obtenida como tensión de pico para el cálculo de K_p , que por superposición debería representar el verdadero estado tensional.

Este método propuesto por ESDU, si bien aparentemente sencillo, tiene algunas limitaciones. En primer lugar, la superposición de dos casos de carga simétricos ofrece resultados simétricos, aun cuando el estado real que quiere modelizarse no lo es (caso **bi** de la Imagen 44). La primera consecuencia de este hecho es que, mientras que ESDU prevé que el máximo de la tensión se encuentre en $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$, en realidad se dará entorno a los $\theta = 107^\circ, 253^\circ$, según la bibliografía consultada. Esto supone una diferencia a tener en cuenta y que afectará a los resultados.

Por otro lado, ESDU-93030 no indica cuáles son las condiciones de contorno de cada subestado a superponer. Debe destacarse asimismo, que la norma advierte de que los valores de K_p obtenidos deben emplearse como mera guía de la influencia de la geometría sobre el estado tensional, y no como valores exactos. Consecuentemente, de cara a la verificación del análisis FEM se consultarán fuentes adicionales a fin de compensar las incertidumbres mencionadas.

Para evitar los problemas anteriores, y poder obtener unos resultados representativos del estado real de tensiones, se propone prescindir de la superposición y calcular directamente el estado tensional mostrado en la Imagen 45. Consecuentemente, al realizar un modelo diferente del propuesto por ESDU-93030, los resultados de uno y otro no serán directamente comparables, por lo que los resultados se contrastarán también con la bibliografía adicional. El modelo tendrá por tanto la siguiente geometría:

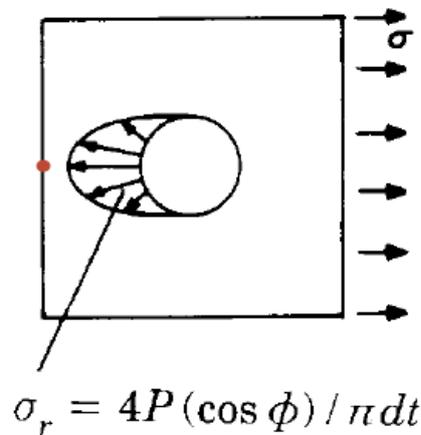


Imagen 45. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Geometría básica

Las condiciones de contorno para el problema planteado son las que siguen:

- Una presión radial (σ_r) en el borde de agujero de acuerdo a la expresión indicada en la Imagen 45. El intervalo de aplicación de la presión será $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$, si bien posteriormente se hará un estudio adicional en base al ángulo de contacto entre remache y agujero de acuerdo con resultados empíricos de la bibliografía.
- Una tensión de tracción (σ) en el borde exterior opuesto al lado de aplicación de la carga que la equilibre.
- Un apoyo puntual sobre el eje de simetría (punto en rojo en la Imagen 45), de forma que se garantice el equilibrio estático. La elección del punto de apoyo se ha realizado de forma que se minimice el efecto que éste pueda tener sobre el modelo, dado que la tensión normal en el borde libre debe ser nula.

Podría tratar de sustituirse la mencionada presión cosenoidal por una distribución de los esfuerzos sobre los nodos del borde del agujero realizada a través de un elemento RBE3. Dicho elemento está compuesto por nodos independientes y un nodo de referencia. Los nodos independientes son los que reciben el estado de carga o desplazamiento que se impone sobre el nodo de referencia. Las fuerzas y desplazamientos sobre el nodo de referencia se trasladan al centro de gravedad de la distribución de nodos independientes, como se muestra en la siguiente figura:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

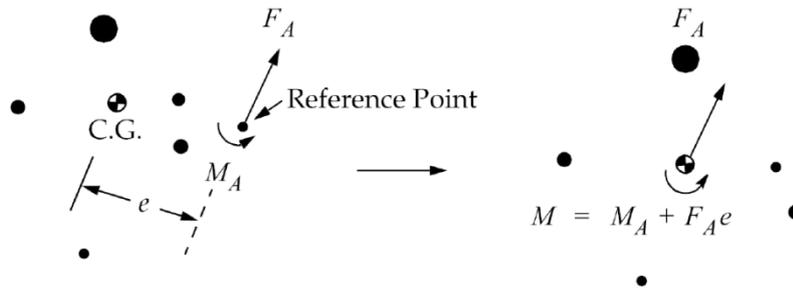


Imagen 46. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de funcionamiento de elemento RBE3 (I)

Las cargas y desplazamientos sobre el centroide de la distribución nodal se reparten a cada nodo independiente de acuerdo con las siguientes expresiones, donde ω_i es el factor de peso de cada nodo, seleccionados por el usuario.

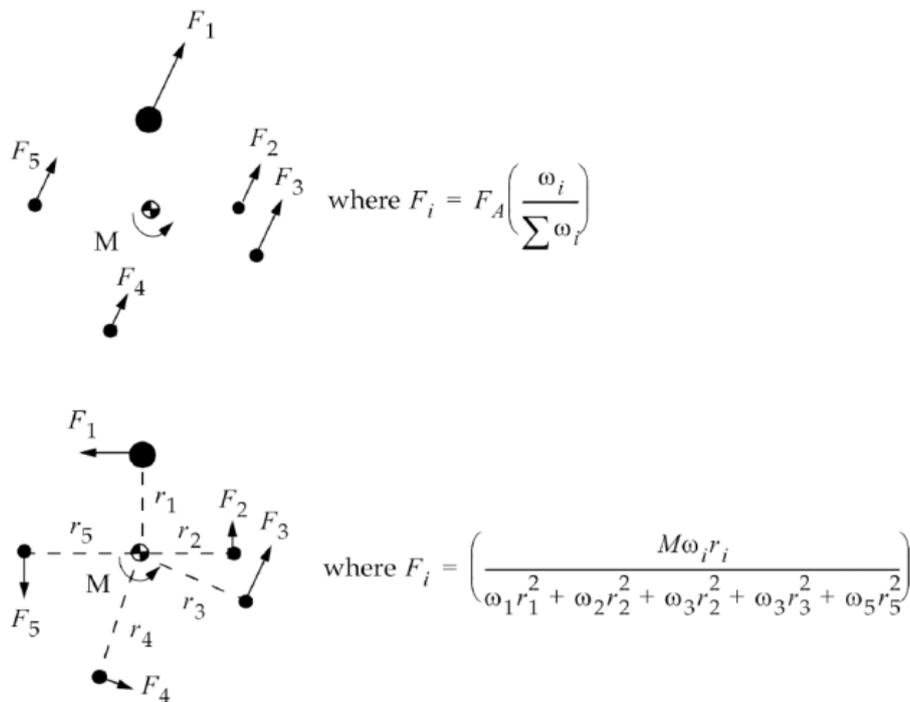


Imagen 47. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de funcionamiento de elemento RBE3 (II)

El elemento RBE3 trasladará las fuerzas sobre el nodo de referencia directamente a los nodos de interés, sin introducir rigidez adicional al modelo. Emplear un elemento RBE2 sería incorrecto desde este punto de vista, ya que crea conexiones rígidas entre los nodos conectados, uniendo entre sí todos los nodos del borde del agujero cargado.

Empleando un elemento RBE3 para cargar el agujero, el estado tensional resultante es el que sigue:

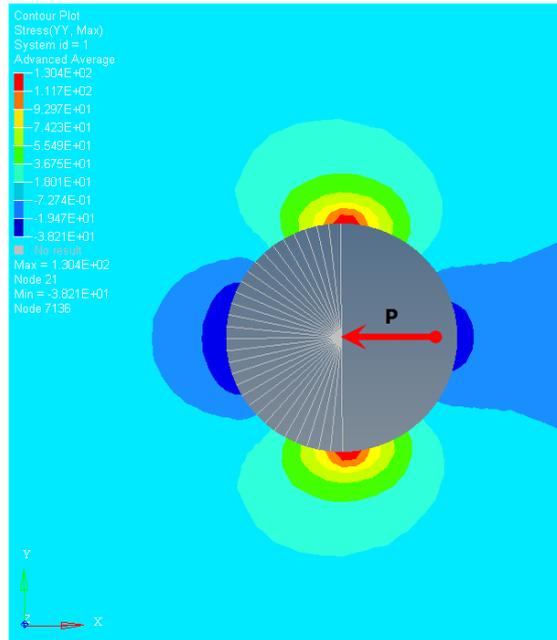


Imagen 48. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelización con RBE3. Estado tensional.

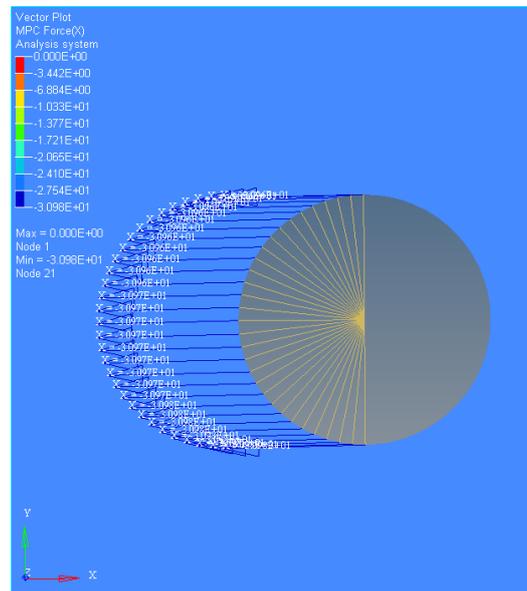


Imagen 49. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelización con RBE3. Fuerzas en X

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

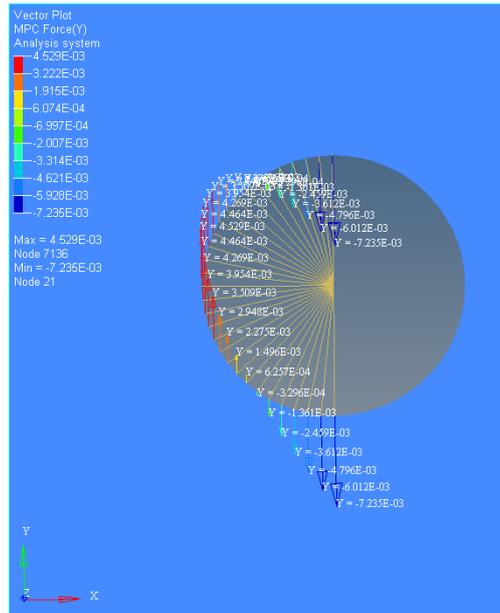


Imagen 50. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelización con RBE3. Fuerzas en Y.

De las imágenes anteriores puede extraerse que la modelización mediante RBE3 no es adecuada. Las fuerzas nodales en dirección horizontal (F_x) son uniformes a lo largo del agujero, y las componentes verticales (F_y) son del orden de 10^{-3} . Sin embargo, para representar el estado de carga descrito en la bibliografía ambas componentes deberían seguir una distribución cosenoidal. Por último, del estado tensional resultante analizado en la Imagen 48 se observa que el punto de máxima tensión coincide con los nodos de los extremos del RBE3, quedando limitado a las inmediaciones del mismo el supuesto efecto de concentración de tensiones. Como se verá más adelante la distribución del campo real de tensiones no se asemeja al obtenido en la Imagen 48.

Por todo lo anterior, no se emplearán elementos RBE3 para simular la carga en el agujero.

2.3.3.1.1 Modelo 2D

Volviendo a tomar como base para el estado tensional la carga cosenoidal descrita en la bibliografía, debe tenerse en cuenta que al emplearse elementos bidimensionales CQUAD4 para realizar el modelo FEM, no es posible aplicar directamente presiones en el contorno del agujero. Debido a ello, se emplearán fuerzas puntuales que actúen sobre los nodos perimetrales, pudiendo esta discretización conducir a errores numéricos. A fin de minimizar este efecto, se generará una malla circular homogénea alrededor del agujero. La expresión de las fuerzas nodales será la siguiente:

$$F_i = \frac{4P}{\pi \cdot s_i \cdot t} \cos(\theta_i)$$

Ecuación 31. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Fuerza nodal de presión.

Donde para cada nodo i : F_i es la fuerza nodal aplicada; θ_i es la posición angular del nodo; t es el espesor del elemento CQUAD4 y s_i es la longitud tributaria de aplicación de la carga de los elementos adyacentes.

A la vista de todo lo anterior, el modelo FEM generado es el que se indica en la Imagen 51:

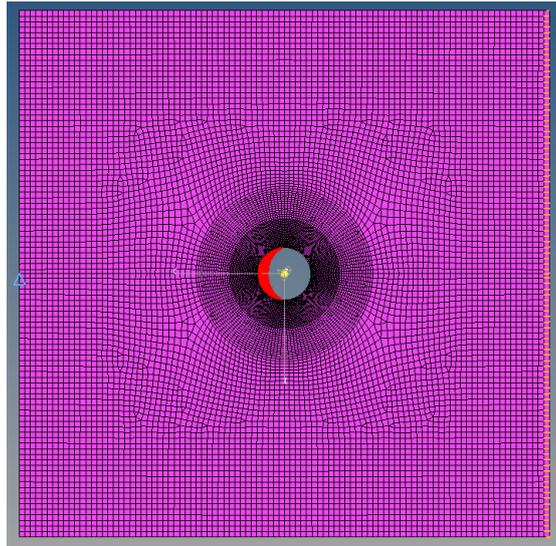


Imagen 51. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo FEM básico

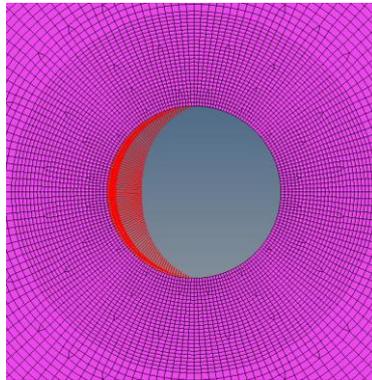


Imagen 52. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Detalle de malla en agujero

Al modelo se le asignarán propiedades de material arbitrarias (Al-7475 T7351 Plate, como hasta el momento), exceptuando el coeficiente de Poisson, que se tomará 0.3 para coincidir con el empleado en la norma ESDU-93030. La situación de carga será la siguiente:

Fuerza de remache bruta (P)	960N
Tensión en borde de placa (σ)	10MPa
Longitud media de elemento en agujero (s_i)	0.075mm
Resultante efectiva en remache (P')	954.2N
Tensión en borde de placa efectiva (σ')	9.94MPa

Tabla 38. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Situación de carga

Donde la fuerza de remache bruta (P) es la fuerza que debería estar aplicando una distribución ideal de presión en el borde del agujero, mientras que la fuerza efectiva (P') es la fuerza que realmente se está aplicando sobre el modelo debido a la discretización de la carga. Para el caso de tensiones en borde (σ y σ') el concepto es el mismo. Realizar esta distinción es importante de cara a obtener el valor de K_p del modelo, puesto que los resultados de tensión deberán compararse con la carga real aplicada (P' y σ').

Se lanza el modelo, empleando las siguientes opciones de postprocesado en *HyperView*:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

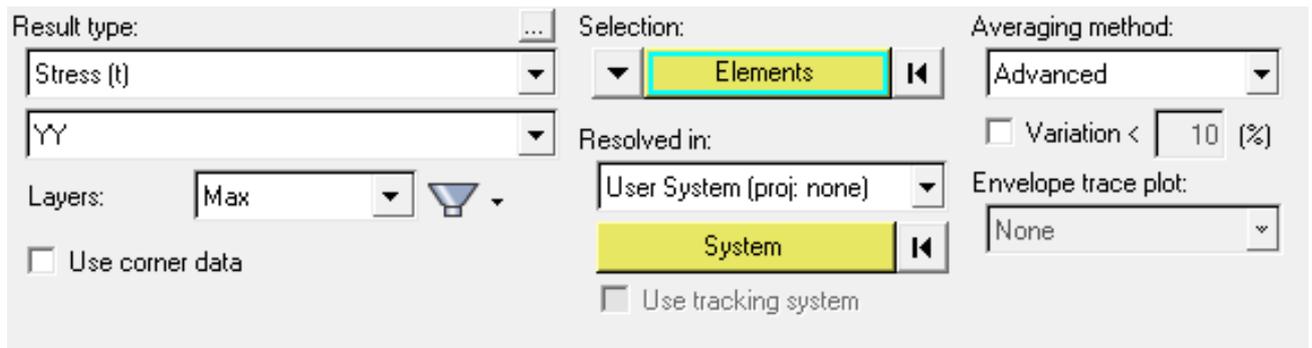


Tabla 39. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Opciones de visualización en Hyperview

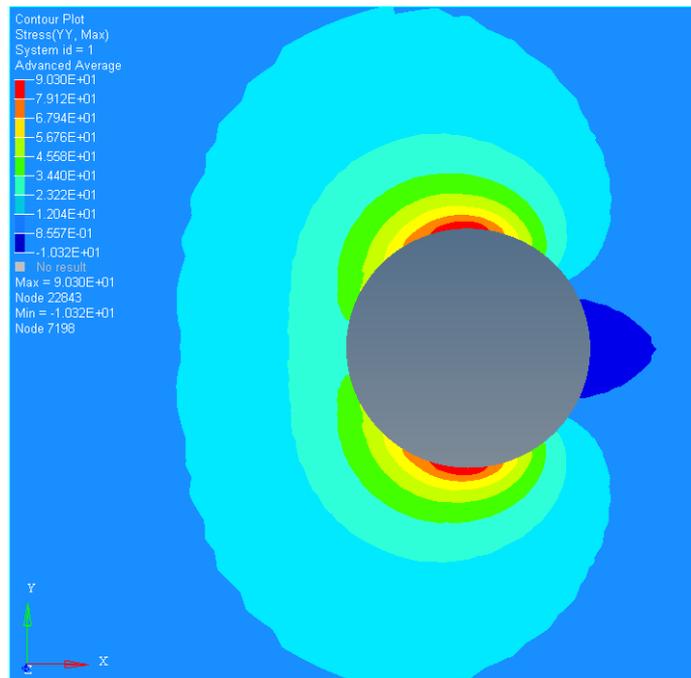


Imagen 53. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados FEM

Los resultados ofrecidos por ESDU-93030 se muestran en la siguiente gráfica:

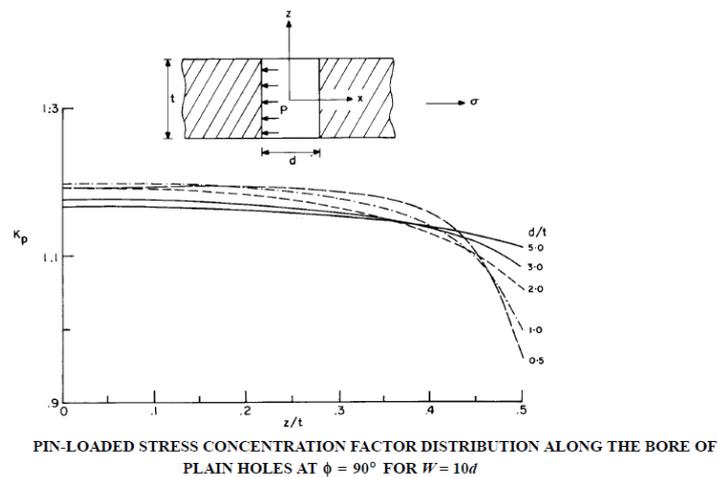


Imagen 54. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Valores de K_p según ESDU-93030

Cuyos valores particularizados para el espesor de 2mm mediante el programa de cálculo que adjunta la norma son:

Kp Máximo	1.187
Kp Mínimo	1.068
Kp Medio	1.127

Tabla 40. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados ESDU para geometría considerada

A la vista de los resultados del modelo FEM y de los valores que propone la ESDU-93030, puede realizarse una comparativa entre ellos y proceder a evaluar el error. Dado que la malla está compuesta por elementos bidimensionales, no es posible evaluar la variación de Kp en el espesor del elemento, por lo que para la evaluación del error se tomará el valor medio de los valores máximo y mínimo ofrecidos por ESDU.

Kp FEM según (P')	0.908
Kp Medio según ESDU-93030	1.127
Error	-19.38%

Tabla 41. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparación de resultados

Queda a la vista que el modelo presenta un gran error respecto de los resultados ofrecidos por la ESDU-93030, y la previsión de Kp es conservadora. Sin embargo, estos resultados deben ponerse en contexto, y analizar las limitaciones de la comparación con los resultados de la norma.

En efecto, los resultados ofrecidos por la ESDU se obtienen a partir de la superposición de estados tensionales simétricos y evalúan el valor de Kp en los ángulos $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$. Sin embargo, como se aprecia en la Imagen 53, los resultados del ensayo muestran que la máxima tensión tangente al borde de agujero se obtiene a la izquierda del plano de simetría vertical de la placa.

Por otro lado, la norma ESDU-93030 supone la aplicación de una presión sobre el agujero que abarca un ángulo de contacto de 180° con el remache. De acuerdo con la bibliografía consultada (Crews, 1981), éste también puede ser un factor que contribuya al error entre ambos modelos, ya que el semiángulo de contacto real entre agujero y remache es próximo a 83°:

“The present results [...] and the results of reference 5 [...] are in general agreement with the cosine distribution, except for the angle of contact between the pin and the laminate. The 90° contact angle θ_c for the cosine distribution is slightly larger than the 83° contact angle found in the present study and in references [...].”

Este valor de 83° para el semiángulo de contacto es similar al que se encuentra en los resultados entre los dos puntos de máxima tensión en la Imagen 53.

Por otro lado, el modelo FEM empleado contiene otras fuentes de error, siendo la principal la forma en la que se ha modelizado la carga de remache sobre el agujero. En efecto, discretizar una presión en forma de fuerzas puntuales inducirá un error en el campo tensional, y se necesitará emplear una malla más refinada para limitar el error cometido.

Por otro lado, de acuerdo con (Newman Jr. & Shivakumar, 1992) el punto de máxima tensión ocurrirá en los puntos de fin de contacto entre el agujero y el remache:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

“Two-dimensional studies (refs.24 to 27) have clearly demonstrated that the maximum tensile stress concentration due to pin loading occurs at the end of the contact between the pin and the hole boundary.”

Teniendo en cuenta este fenómeno y dado que el semiángulo entre los dos puntos de máxima tensión es cercano a 83°, es razonable suponer que también se ha cometido un error al distribuir la carga en un rango de 180°.

Por todo lo anterior, se propone realizar dos nuevos ensayos, ambos con una malla refinada, de forma que sobre uno se siga reproduciendo una presión aplicada en el semiángulo de 90°, mientras la otra se adapte al contacto real de 83° descrito en la bibliografía. De acuerdo con (Newman Jr. & Shivakumar, 1992), además, deberá apreciarse una diferencia entre los resultados de ambos nuevos ensayos del 3%.

La nueva malla empleará en el borde de agujero el tamaño de elemento óptimo obtenido al comienzo del documento. Sus dimensiones se reproducen a continuación:

Lado menor ($e_{L,min}$)	0.024mm
Altura (e_H)	0.04mm

Tabla 42. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Elemento óptimo. Dimensiones

En primer lugar se analiza el ensayo de malla refinada con semiángulo de contacto a 90°. Se prescinde de mostrar una imagen del mallado a fin de aligerar la lectura. Los datos de carga aplicada son los que siguen:

Fuerza de remache bruta(P)	960N
Tensión en borde de placa (σ)	10MPa
Longitud media de elemento en agujero (s_i)	0.024mm
Resultante efectiva en remache (P')	967.4N
Tensión en borde de placa efectiva (σ')	9.87MPa

Tabla 43. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Cargas para malla refinada (90°)

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Kp FEM según (P') (90°)	0.965
Kp Medio según ESDU-93030	1.127
Variación de resultados respecto no refinado	5.9%
Error respecto ESDU	-14.37%

Tabla 44. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de malla refinada (90°)

Se puede observar que los resultados han obtenido una mejora significativa (5.9%) por el mero hecho de afinar la malla. Sin embargo, el error cometido respecto de ESDU-93030, si bien ha experimentado una mejora de 5 puntos porcentuales, sigue siendo elevado.

El siguiente paso consistirá en analizar el comportamiento del modelo cuando se simula un contacto remache-agujero de semiángulo 83°, como se indica en la bibliografía. Para ello, deberán realizarse unas consideraciones previas:

- El contacto se produce en un ángulo menor, pero la componente horizontal de la resultante deberá seguir siendo la misma.

- El contacto comienza en 83° y finaliza en -83°, puntos en los que la carga aplicada debe seguir siendo nula.

Para poder verificar las condiciones anteriores, debe realizarse una modificación sobre la forma de la tensión aplicada, si bien se asume que la forma general de la expresión para σ_r sigue siendo válida, a saber:

$$\sigma_r^* = p^* \cdot \cos(\alpha \cdot \theta)$$

Ecuación 32. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Expresión corregida de presión para 83°

Donde deberán obtenerse los valores de p^* y α de forma que se verifiquen las condiciones arriba mencionadas.

$$\int_{-83^\circ}^{83^\circ} p^* \cdot \cos(\alpha \cdot \theta) \cdot \cos(\theta) R d\theta = \int_{-90^\circ}^{90^\circ} \frac{4P}{\pi dt} \cdot \cos^2(\theta) R d\theta$$

$$90^\circ = \alpha \cdot 83^\circ$$

Ecuación 33. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Sistema ec. para coef. de presión en 83°

De donde se obtiene que:

p^*	$1.0448 \frac{4P}{\pi dt}$
α	1.0843

Tabla 45. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Coeficientes para presión en 83°

Aplicando estas relaciones en el modelo y teniendo en cuenta la Ecuación 32:

Fuerza de remache bruta(P)	960N
Tensión en borde de placa (σ)	10MPa
Longitud media de elemento en agujero (s_i)	0.024mm
Resultante efectiva en remache (P')	967N
Tensión en borde de placa efectiva (σ')	10.07MPa

Tabla 46. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Cargas para malla refinada (83°)

Nuevamente se prescinde de ilustrar el modelo FEM. Los resultados son los que siguen:

Kp FEM según (P') (83°)	0.993
Kp Medio según ESDU-93030	1.127
Variación de resultados respecto no refinado	9.36%
Variación de resultados respecto 90°	2.9%
Error respecto ESDU	-11.89%

Tabla 47. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de malla refinada (83°)

Una vez obtenidos los resultados de los ensayos anteriores, se extraen las siguientes conclusiones, válidas para la geometría considerada:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- Los resultados mejoran cuando se tiene una malla refinada en el borde de agujero. El motivo, más allá de la mejora de precisión debido a que se aumenta el número de elementos, reside en que la discretización de la presión de remache mediante cargas puntuales es más continua y se asemeja más a una verdadera distribución cosenoidal.
- Los resultados se aproximan más al valor de K_p ofrecido por la norma ESDU-93030.
- La variación en los resultados entre una misma malla con distribución de presión aplicada en el semiángulo de 90° y 83° es del 2.9%, cumpliéndose el error del 3% que se indica en la bibliografía.

Debido a la dificultad para comparar los resultados ofrecidos por ESDU-93030 comentados al comienzo del apartado con los resultados de los ensayos anteriores, resulta interesante obtener valores de K_p para la misma geometría a partir de fuentes bibliográficas alternativas, y de esta forma ofrecer una visión más global del fenómeno. A este respecto, (Newman Jr. & Shivakumar, 1992) hace un breve resumen de la variabilidad de los resultados obtenidos por diversos autores:

“A plane strain analysis of $r/w = 0.2$ was performed with the 3-D finite-element analysis described in the text. The computed pin-load SCF from equation [...] is $K_p = 0.994$. This solution agrees reasonably well with the experimental results (0.985) reported by Chang et al. (ref. 24). Some differences are observed between the present results and those of other analyses, such as Crews et al. (0.87, ref. 25), De Jong (1.058, ref. 26), and Eshwar et al. (0.922, ref. 27).”

Como se puede observar, los resultados anteriores contienen una gran dispersión. Procesando los valores indicados por Newman, se puede elaborar la siguiente tabla resumen sin considerar como bibliografía los resultados de ESDU:

Media K_p según bibliografía	0.9658
K_p FEM malla refinada (83°)	0.993
Error K_p FEM (83°) según media bibl.	2.8%
K_p medio ESDU-93030	1.127
Error K_p ESDU según media bibl.	-16.69%

Tabla 48. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resumen de variabilidad de K_p según bibliografía

Como puede observarse, la media del K_p ofrecido por la bibliografía (excluyendo a ESDU-93030) no alcanza la unidad, mientras que ESDU-93030 arroja el valor más conservador. En definitiva, pueden extraerse las siguientes conclusiones para las condiciones de contorno y la geometría indicadas:

- El valor de K_p obtenido mediante el modelo FEM parece estar en consonancia con los resultados ofrecidos por la bibliografía.
- El valor de K_p es más conservador si se supone superposición de estados tensionales.
- La aplicación de carga de remache según un contacto de semiángulo de 83° como indica la bibliografía conduce a resultados más conservadores que la bibliografía general.

Con esto, queda finalizado el estudio del factor de concentración de tensiones, sirviendo como base para futuros desarrollos de aplicaciones de geometría y estados de carga de mayor complejidad.

2.3.3.1.2 Modelo 3D

Antes de finalizar el estudio de un agujero aislado sometido a una presión en su borde, se propone realizar una ampliación del análisis, empleando un modelo FEM tridimensional. Mediante este estudio se verificará si los resultados obtenidos a partir del modelo bidimensional concuerdan con el tridimensional, y también se analizará cuál es el efecto del espesor sobre los valores del factor de concentración de tensiones.

Para garantizar la calidad de la malla, se parte de la malla bidimensional empleada a lo largo del apartado actual, y se realiza una extrusión de la misma. La malla que servirá como base será la previa al refinado, ya que de otro modo el número de elementos de la malla se vuelve innecesariamente elevado para la aplicación buscada.

A continuación se muestra un detalle de la malla:

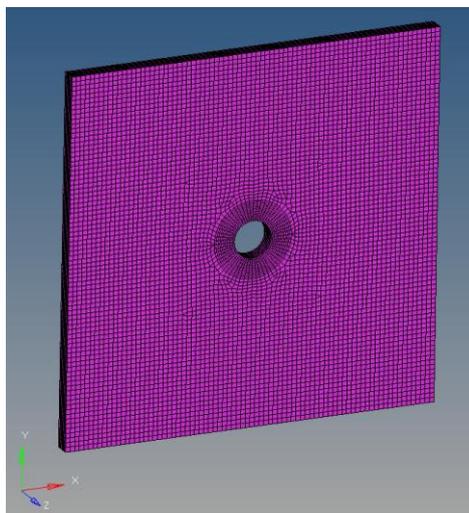


Imagen 55. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Malla 3D

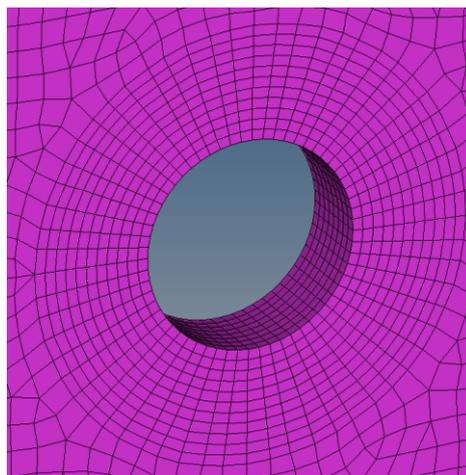


Imagen 56. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Detalle agujero con malla 3D

Dado que los elementos que componen el modelo son tridimensionales, pueden emplearse nuevas técnicas para simular la carga aplicada sobre el agujero. Se muestra a continuación un resumen de las mismas:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- Fuerza aplicada sobre RBE3.
- Fuerzas nodales (F_i).
- Presión cosenoidal (σ_r).
- Carga aplicada sobre un remache en contacto con el agujero.

La primera de las opciones no es una herramienta útil para simular la carga sobre el agujero, como ya se detallaba para el caso bidimensional, por lo que no se considerará su uso. Respecto del resto de opciones, las más novedosas son las últimas dos, al ser exclusivas del modelo tridimensional. Por otro lado, dado que su programación no requiere discretizar manualmente la presión aplicada sobre los nodos del modelo, no se introducirá un error numérico al modelo que sí podría existir de otro modo.

Por tanto, se someterá a la malla ilustrada en la Imagen 56 a dos situaciones de carga diferentes:

1. Contacto con un remache sometido a una fuerza P .
2. Presión cosenoidal sobre el interior del agujero (constante en el espesor de placa).

Las condiciones de contorno son en ambos casos las mismas:

- Tracción homogénea en la parte superior de la placa equilibrada con la resultante de la presión sobre el borde de agujero.
- Empotramiento en el borde libre de la placa, para garantizar el equilibrio estático.

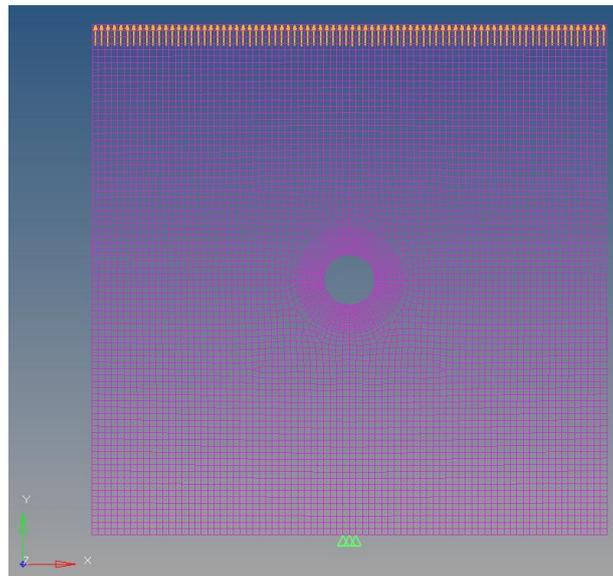


Imagen 57. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Condiciones de contorno de modelo 3D

Dado que en el borde libre, teóricamente el campo tensional perpendicular al mismo debería ser nulo, imponer unas condiciones de empotramiento en los puntos indicados en la Imagen 57 puede alterar el comportamiento del modelo. Es por ello que podría parecer lógico ampliar la placa, de forma que el borde libre quede a una distancia mayor, limitando el efecto del empotramiento sobre los resultados. Sin embargo, ampliar la placa altera el campo tensional en la misma, permitiendo a la tensión disponer de más espacio para decaer hasta el valor nulo en el borde, por lo que las líneas de transmisión de esfuerzos son más suaves, afectando nuevamente al valor del K_p en el punto de máxima tensión. Pruebas

realizadas demuestran que el error cometido respecto de la placa sin ampliar es del orden del 3% por defecto. Es por ello que, pese a que existirán fugas de carga a través de las reacciones del modelo, se mantendrá el borde libre a la distancia indicada en la bibliografía, garantizándose que dichas fugas son despreciables frente a la carga total aplicada.

Mientras que simular en FEM la carga mediante una presión en la cara interna del agujero es inmediato, modelizar un contacto entre sólidos es ligeramente más complejo. Es por ello que se comenzará el análisis por este punto.

El primer paso consiste en generar un modelo adicional que simule el remache en contacto con el agujero. Debido a que los datos ofrecidos en la bibliografía no han considerado la flexión del cuerpo del remache (se supone infinitamente rígido), se emplea un material más resistente que el usado para la placa.

Material	Ti-6Al-4V Annealed
E	110300MPa
ν	0.31

Tabla 49. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Material para el remache en contacto

Al generar la malla tridimensional del remache, resulta interesante mantener el mismo tamaño de elemento en el contorno que el que existe en la cara interior del agujero, a fin de que el contacto esté optimizado. Sin embargo, se recomienda no emplear una distribución radial para generar los elementos, ya que su relación de aspecto empeorará a medida que se encuentren más cerca del centro del remache. Por tanto, se propone una malla como la que se detalla a continuación:

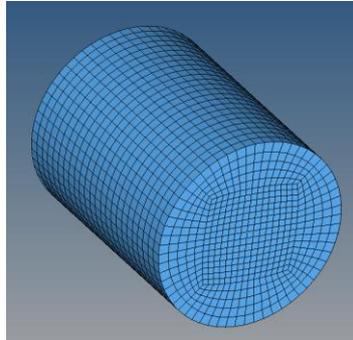


Imagen 58. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo FEM del remache.

Si bien es posible modelizar contactos 3D en *Nastran*, el proceso es más intuitivo y sistemático en *Abaqus*, por lo que se importará la malla del modelo realizado en *HyperMesh* y se procederá a lanzar el análisis.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

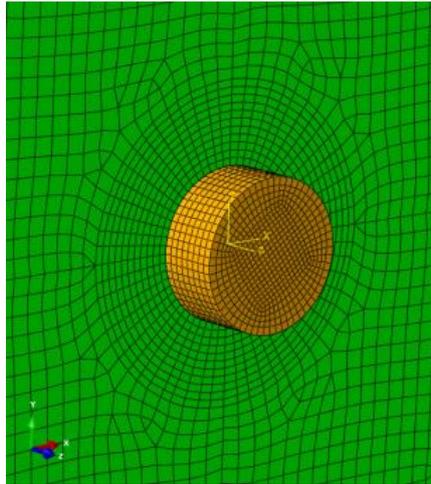


Imagen 59. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo FEM del conjunto 3D en Abaqus

El contacto se define como sigue en la interfaz de Abaqus:

- Interaction Property: Mechanical, Normal Behavior.
- Pressure-Overclosure: Hard Contact.
- Allow separation after contact.
- Surface-to-surface standard contact.
- Master Surface: Cara interior del agujero.
- Slave Surface: Contorno del remache.
- Sliding Formulation: Small sliding.
- No adjustment.
- Clearance: Not specified.
- Contact control: None.

Las condiciones de contorno del modelo son las mismas que las indicadas arriba (Imagen 57). Para favorecer que no aparezca flexión en el remache, la carga se reparte uniformemente sobre los nodos de los elementos del eje del mismo.

A continuación se muestra la deformada del modelo, con un factor de escala de 200 para su mejor visualización:

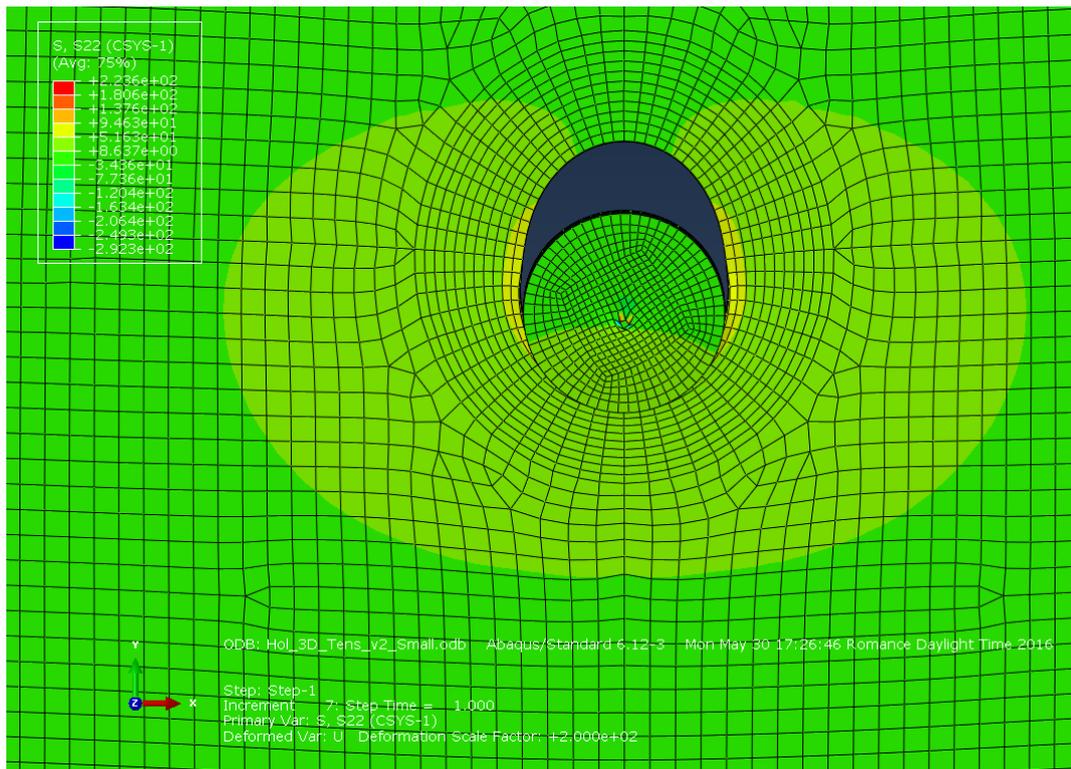


Imagen 60. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Deformada del modelo 3D del contacto

Retirando el remache para evaluar el campo tensional y representando los resultados obtenidos mediante extrapolación nodal sobre el componente no deformado, se observa la siguiente distribución:

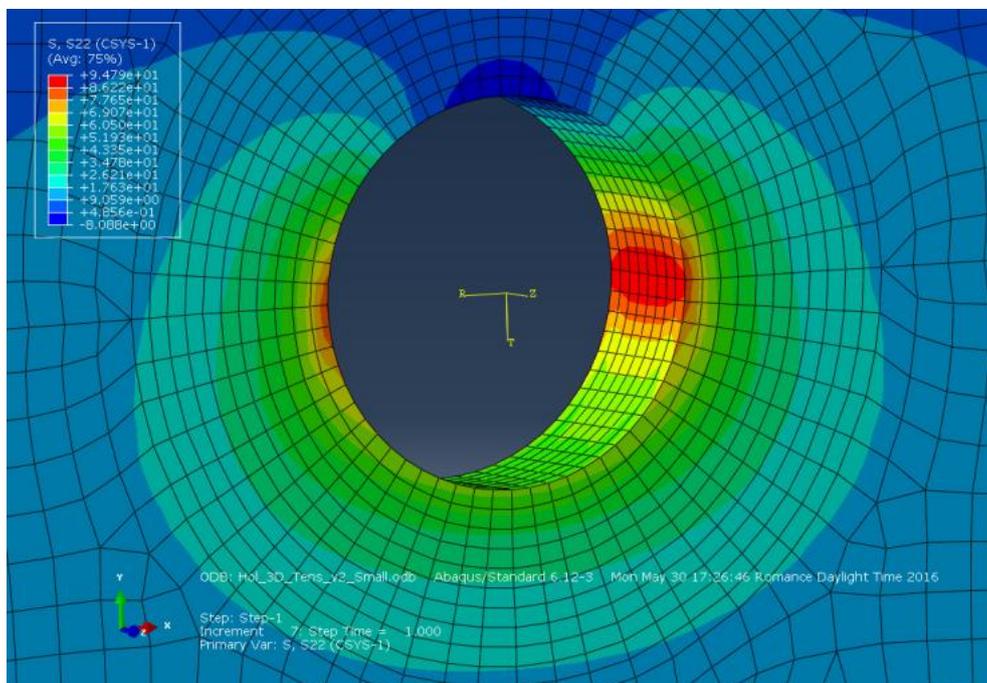


Imagen 61. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Tensiones en Modelo 3D mediante contacto.

Los resultados del modelo anterior se resumen en la siguiente tabla:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

P	960N
Kp	0.948
Carga de fuga	4.3N
Error de fuga $\left(\frac{F_{fuga}}{P} \cdot 100 \right)$	0.45%
Error respecto ESDU ($K_p = 1.127$)	-15.88%
Error respecto Newman ($K_p = 0.966$)	-1.86%

Tabla 50. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de Modelo 3D mediante contacto.

Se ha computado el error respecto de las dos fuentes de bibliografía que se han consultado (ESDU-93030), (Newman Jr. & Shivakumar), a fin de determinar cuál de los valores indicados puede tomarse como referencia para evaluar la calidad de los resultados obtenidos. Se observaba en los resultados del análisis bidimensional que los valores de Kp se ajustan mejor a los valores ofrecidos por Newman que a los valores de la ESDU, y en este primer modelo tridimensional parece seguirse la misma tendencia.

A continuación, y como se indicaba anteriormente, se realizará el análisis de la misma placa sólida sometida a una presión cosenoidal en el contorno del agujero. De esta manera se dispondrá de más resultados con los que comparar los datos de la bibliografía y cerrar así el presente capítulo.

El modelo empleado es el detallado en la Imagen 56 (pág. 123) y las condiciones de contorno se detallaban en la Imagen 57 (pág 124). Se aplica sobre el modelo una carga como la que se indica a continuación

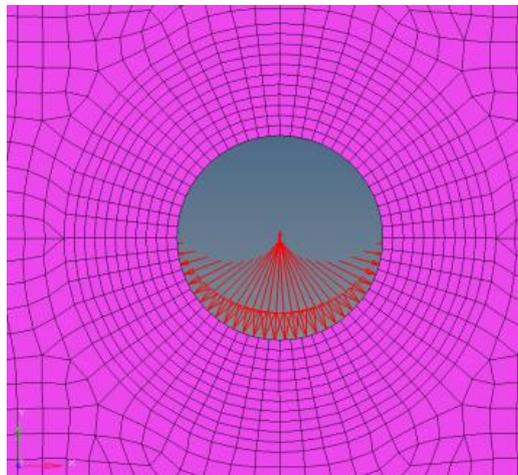


Tabla 51. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Detalle de carga.

El modelo se resuelve en *Nastran* y se realiza el postprocesado en *HyperView*. Las opciones de visualización son las siguientes:

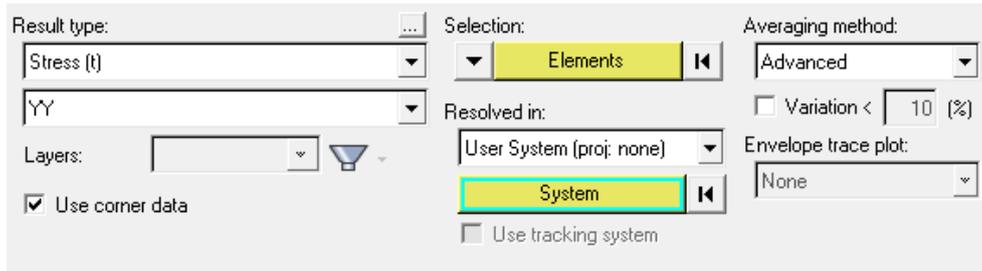


Imagen 62. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Opciones de visualización.

A diferencia de los análisis realizados hasta el momento, donde no se han realizado extrapolaciones a los nodos de los resultados FEM, esta vez se activará la opción *corner data*. Esto no era necesario en el caso de la malla refinada bidimensional que se analizaba anteriormente dado que se empleaba un tamaño de elemento muy pequeño, donde el centroide del elemento capta con precisión el valor de la tensión en los nodos. En el caso actual, sin embargo, los elementos deben ser más grandes para no saturar el análisis, de forma que la distancia entre el centroide del elemento y los nodos en borde de agujero es lo suficientemente grande como para afectar a la precisión de los resultados, máxime en una zona de elevado gradiente tensional. Debido a ello, se propone obtener los resultados en los nodos, a través del comando **BILIN**, ya comentado anteriormente. En cualquier caso, el uso de técnicas de extrapolación de resultados a los nodos de los elementos debe realizarse con precaución, ya que no es más que una herramienta matemática de postprocesado, y puede conducir a error ante factores de forma pobres en los elementos analizados.

Los resultados ante carga cosenoidal se muestran a continuación:

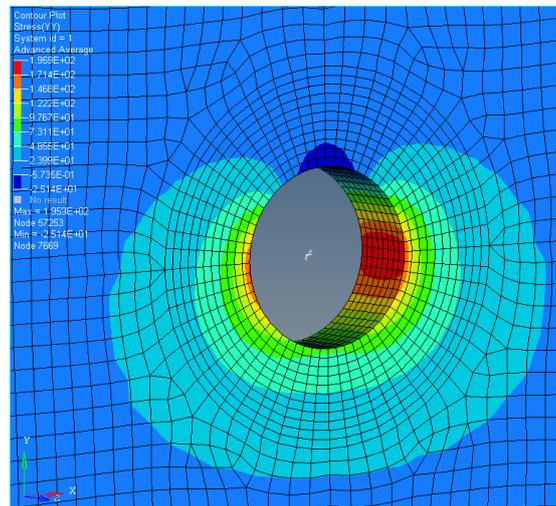


Imagen 63. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Resultados.

P	1920N
Kp	0.979
Carga de fuga	2.883N
Error de fuga $\left(\frac{F_{fuga}}{P} \cdot 100 \right)$	0.15%

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Error respecto ESDU ($K_p = 1.127$)	-13.13%
Error respecto Newman ($K_p = 0.966$)	1.34%

Tabla 52. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Modelo 3D con carga cosenoidal. Resultados.

Se puede observar cómo en general los resultados se asemejan más a los valores teóricos ofrecidos por Newman, y que simular un contacto entre remache y agujero mediante una presión cosenoidal es una buena aproximación del problema.

A fin de ahondar en el comportamiento del modelo en las distintas configuraciones en las que se ha analizado hasta el momento el problema de agujero cargado, se extraen para cada modelo las tensiones tangenciales a lo largo del contorno del agujero para los siguientes casos:

- Contacto con un remache sometido a una fuerza P.
- Presión cosenoidal sobre el interior del agujero (constante en el espesor de placa).

A modo explicativo, se detalla en la siguiente imagen cuál es el sistema de coordenadas tomado para la representación de los resultados:

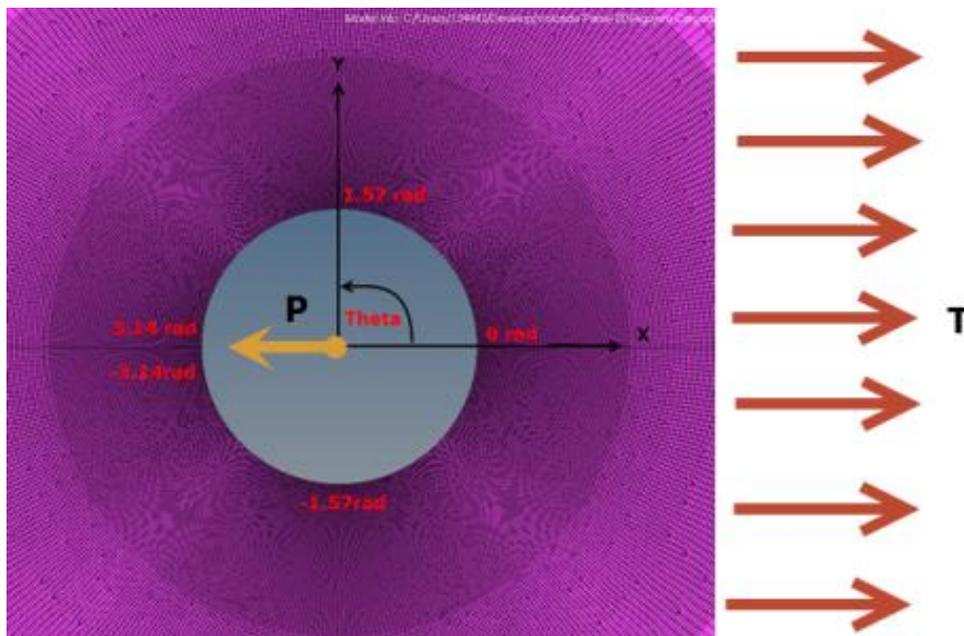


Imagen 64. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de coordenada angular.

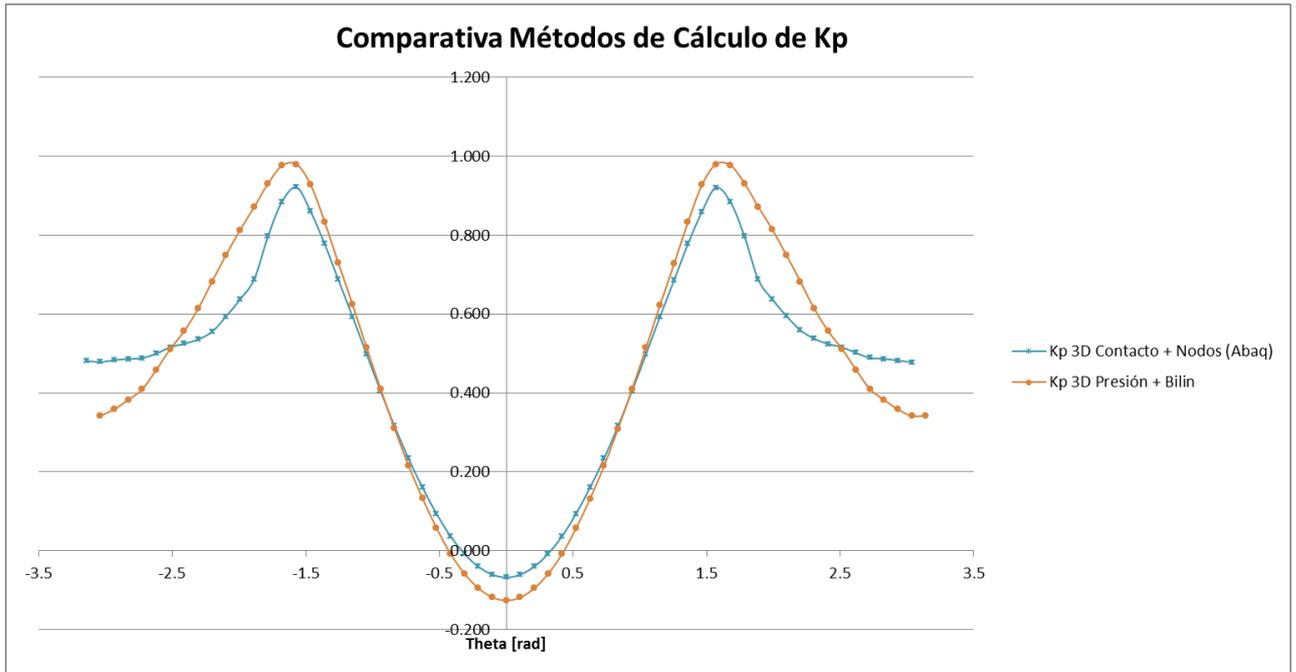


Gráfico 37. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de tensión tangencial. Comparativa 3D.

Se puede observar que el comportamiento general es el mismo para cada forma de modelizar el comportamiento tridimensional.

A continuación se añade al gráfico la curva de tensiones tangenciales a lo largo del agujero para el caso de malla bidimensional remallada, con carga aplicada en 90°, a fin de poder comparar resultados coherentes, ya que en el Gráfico 37 se observa que los ángulos de máxima tensión son cercanos a 90°.

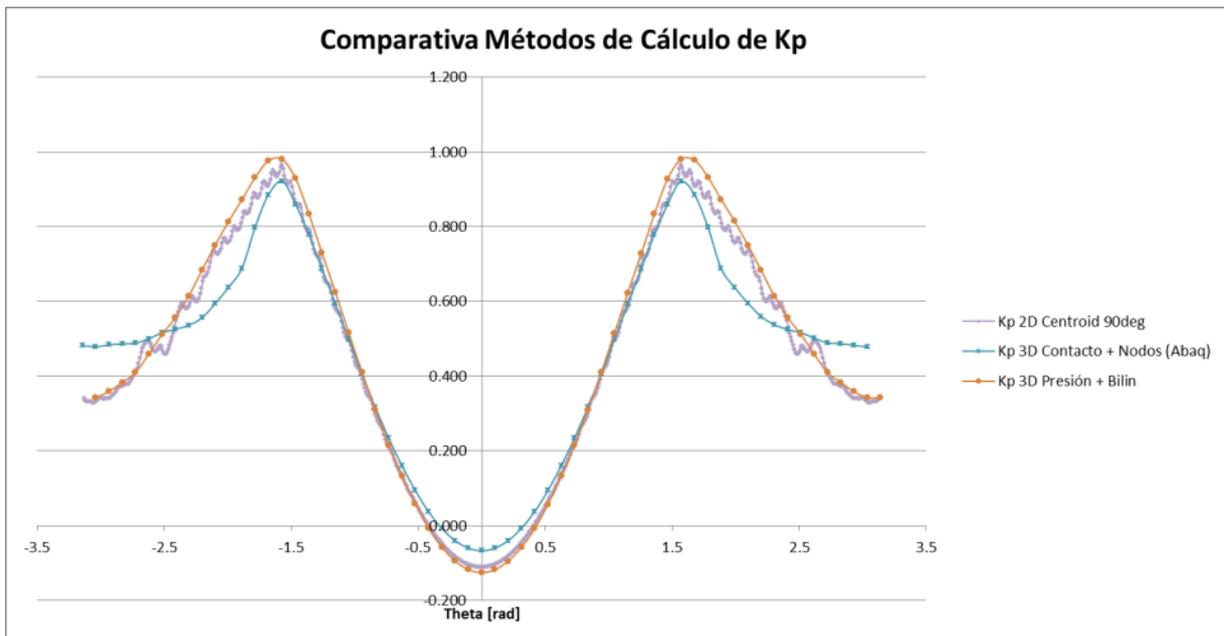


Gráfico 38. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de tensión tangencial. Comparativa 2D y 3D.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Del Gráfico 38 se puede extraer que las tensiones generadas mediante una modelización tridimensional del problema a través de presiones no difiere significativamente del campo de tensiones si se modeliza a través de elementos bidimensionales.

Las curvas de tensión obtenidas mediante contacto y presión difieren más apreciablemente en las zonas comprimidas por la fuerza del remache, probablemente debido a que el modelo de contacto restringe la deformación del borde de agujero, mientras que el modelo de presiones cosenoidales simula la aplicación de fuerzas nodales sobre un borde libre.

Resulta interesante observar que la distribución de tensiones a lo largo de la dimensión angular se ajusta razonablemente bien a una distribución cosenoidal descentrada. Suponiendo valores mínimo y máximo de la distribución -0.1 y 0.965 respectivamente para el caso estudiado. El periodo de la función será aproximadamente el doble de la coordenada angular del punto de máxima tensión ($T = \pi$). Con todo ello, puede obtenerse la siguiente curva:

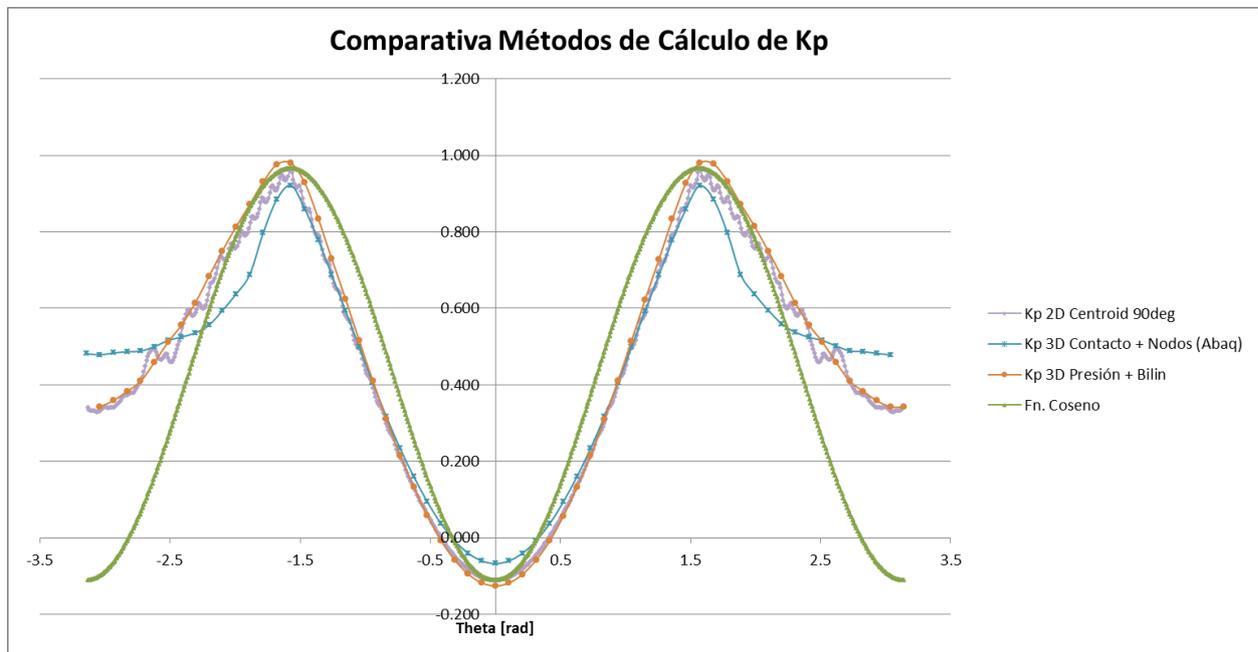


Gráfico 39. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Resultados de tensión tangencial. Aproximación cosenoidal.

De esta manera puede obtenerse una función aproximada de la distribución del K_p , válida en la cresta ascendente comprendida entre $[0, \pm\pi]$, donde presenta márgenes de seguridad positivos. A partir del punto de máxima tensión, la aproximación mediante coseno prevé valores de K_p inferiores al real, por lo que no deberá emplearse más allá del mismo.

Dado que ESDU-93030 también proporciona la distribución de K_p a lo largo del espesor de placa, puede ser interesante evaluar los K_p sobre la línea de máxima tensión a través del espesor, como se muestra en la siguiente figura:

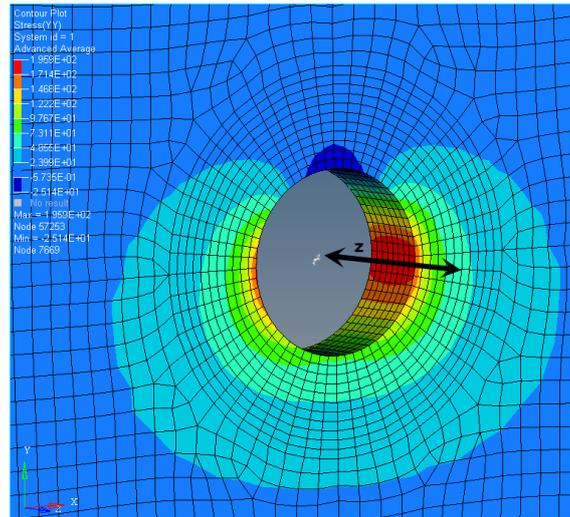


Imagen 65. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Esquema de Cálculo de Kp en espesor de placa

ESDU-93030 ofrece los datos de Kp normalizados respecto del espesor t (z/t), por lo que se empleará el mismo sistema de coordenadas para ofrecer los resultados de los modelos 3D de los que se dispone. Obtenidos los resultados de Kp, se grafican a continuación junto con los datos de ESDU-93030:

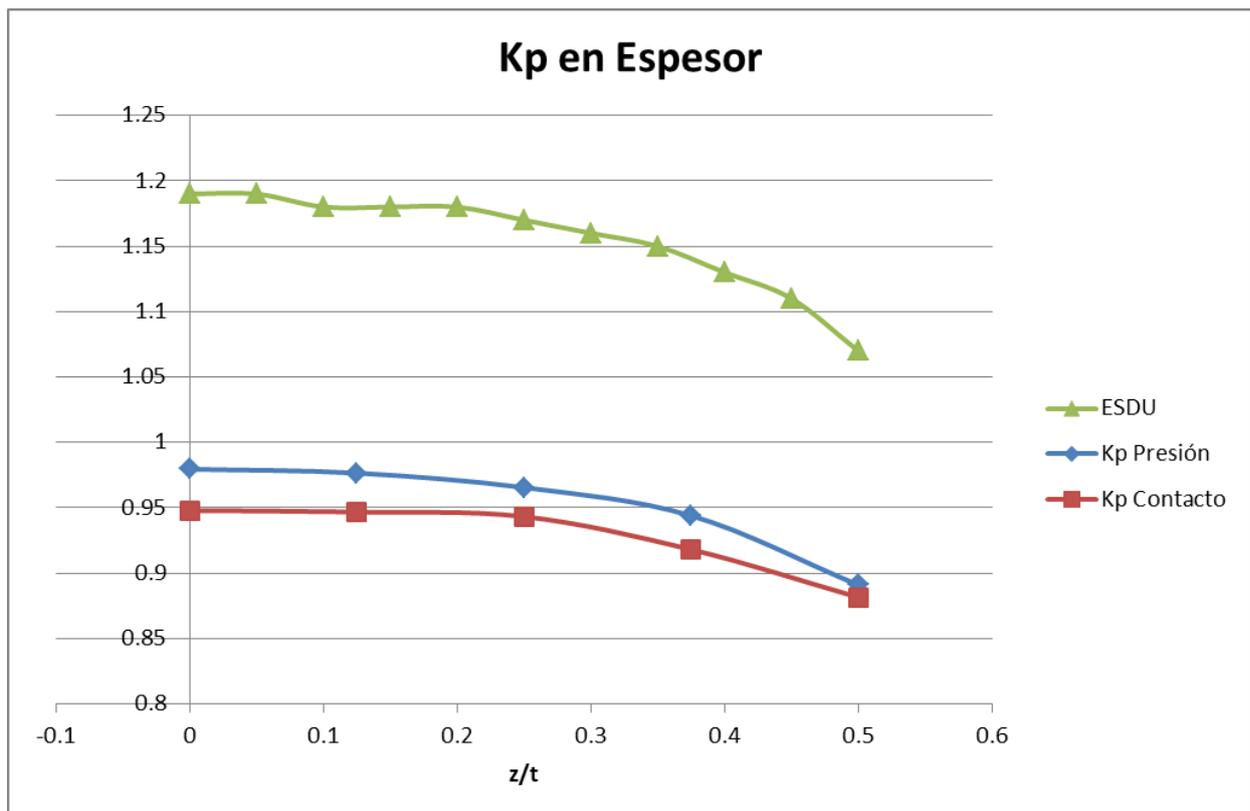


Gráfico 40. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparativa Kp en espesor de placa

Si bien la forma y tendencia generales de las curvas de los ensayos 3D tienen un aspecto similar, los valores están muy alejados de los ofrecidos por ESDU, como ha ocurrido hasta el momento en desarrollos anteriores. Esto dificulta valorar la adecuación de los resultados

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

obtenidos, por lo que se propone hacer una comparativa de gradientes de K_p en el espesor a fin de determinar si el comportamiento es análogo.

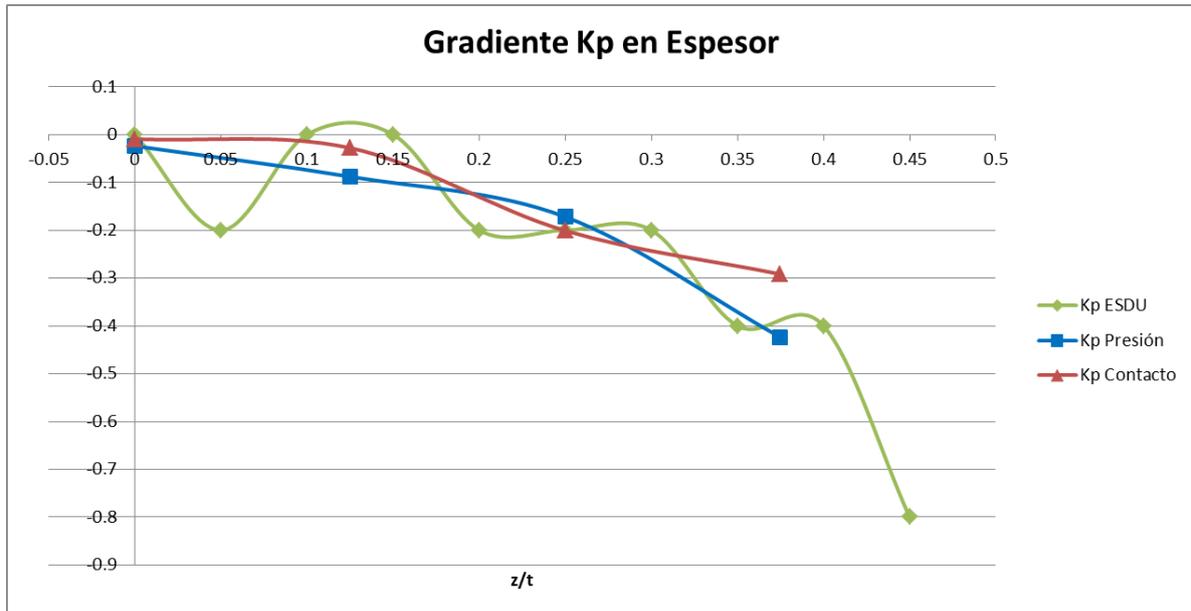


Gráfico 41. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparativa K_p en espesor de placa. Análisis de gradiente.

Dado que ESDU ofrece únicamente una precisión de dos dígitos decimales en los valores teóricos de K_p , la variación de K_p a bajos valores de z/t es difícilmente perceptible, por lo que la curva que aproxima la derivada de la tensión a lo largo del espesor adimensional es muy oscilante. Sin embargo, las curvas empíricas halladas mediante los modelos están en general contenidas dentro de la envolvente de la curva de gradiente de ESDU-93030, por lo que parece respetarse la tendencia.

Analizando todos los resultados obtenidos hasta este momento, se tiene una visión global y detallada del fenómeno de concentración de tensiones en un caso de agujero sometido a carga en su borde. Del análisis del modelo tridimensional han podido confirmarse los resultados obtenidos en los ensayos bidimensionales, y además ha podido profundizarse en la comprensión de fenómeno concentración de tensiones a lo largo del espesor de la placa, inabordable con un modelo FEM bidimensional.

La principal conclusión del estudio realizado es que los resultados obtenidos a partir de distintos tipos de modelos y simulación de carga tienden a aproximarse a los valores de K_p ofrecidos por Newman, mientras que ESDU prevé valores superiores a los calculados.

La explicación a esta discrepancia puede residir en los factores a los que se hacía mención en las primeras páginas de este capítulo. En efecto, ESDU-93030 emplea un método de superposición que podría ofrecer un estado tensional diferente al que se trata de analizar; por otro lado, ESDU-93030 debe ofrecer valores conservadores de K_p de cara al diseño estructural, por lo que es posible que haya empleado correcciones empíricas y márgenes de seguridad no detallados en la documentación a la que se ha tenido acceso durante la redacción de este informe.

En todo caso, diversos autores refieren valores similares a los que se han obtenido en los ensayos realizados, por lo que se aceptan los resultados como válidos, sirviendo como base para futuros análisis de geometrías más complejas.

A la vista de que se obtienen resultados similares cuando se simula la aplicación de la carga mediante un contacto y cuando se supone una distribución cosenoidal de presiones sobre un modelo tridimensional, en adelante se empleará esta última opción caso de requerirse, por ser más sencilla su implementación en el modelo FEM.

En cuanto al ángulo de contacto agujero-remache, la diferencia en los resultados es inferior al 3% si se emplean 83° ó 90° , por lo que podrá emplearse un contacto cosenoidal a 90° por ser más sencilla su implementación. En tal caso, se podría optarse por tomar un coeficiente de seguridad de $CS=1.03$ sobre el valor de K_p obtenido, para obtener un valor ligeramente más conservador. Sin embargo, en general, las correlaciones empleadas introducirán una mayoración de los resultados, por lo que esto no será crítico.

En cuanto al tipo de malla a emplear (2D ó 3D) dependerá del enfoque que quiera darse al problema modelizado. Si se trata de un análisis de un componente aislado, sin cargas fuera del plano y donde no se requiera conocer la variación de las tensiones en el espesor de la placa, un estudio bidimensional será suficiente para caracterizar el campo tensional. Sin embargo, si existen cargas fuera de plano, variaciones geométricas tridimensionales o contactos con otros componentes convendrá disponer de un modelo tridimensional.

Por último, conviene realizar un apunte sobre la severidad del estado de carga generado en el modelo que se ha analizado en el presente capítulo. Si bien un valor de $K_p = 0.966$ según Newman puede parecer un valor poco significativo, debe recordarse que está referida a la tensión de carga en el taladro del remache, que en el caso actual tiene un diámetro diez veces menor que el borde sobre el que se aplica la tensión infinita. Debido a ello, el valor de K_p deberá multiplicarse por un factor de 10 si se quiere comparar la concentración de la tensión respecto de la tensión infinita aplicada sobre el borde lejano de placa.

De esta forma, comparando la distribución del K_p en agujero cargado respecto de la distribución del K_t de agujero aislado sometido a tensión infinita, se obtiene la curva que se adjunta a continuación. Los datos han sido obtenidos en la dirección radial del agujero, partiendo desde el punto de máxima tensión para un agujero de diámetro 4.8mm.

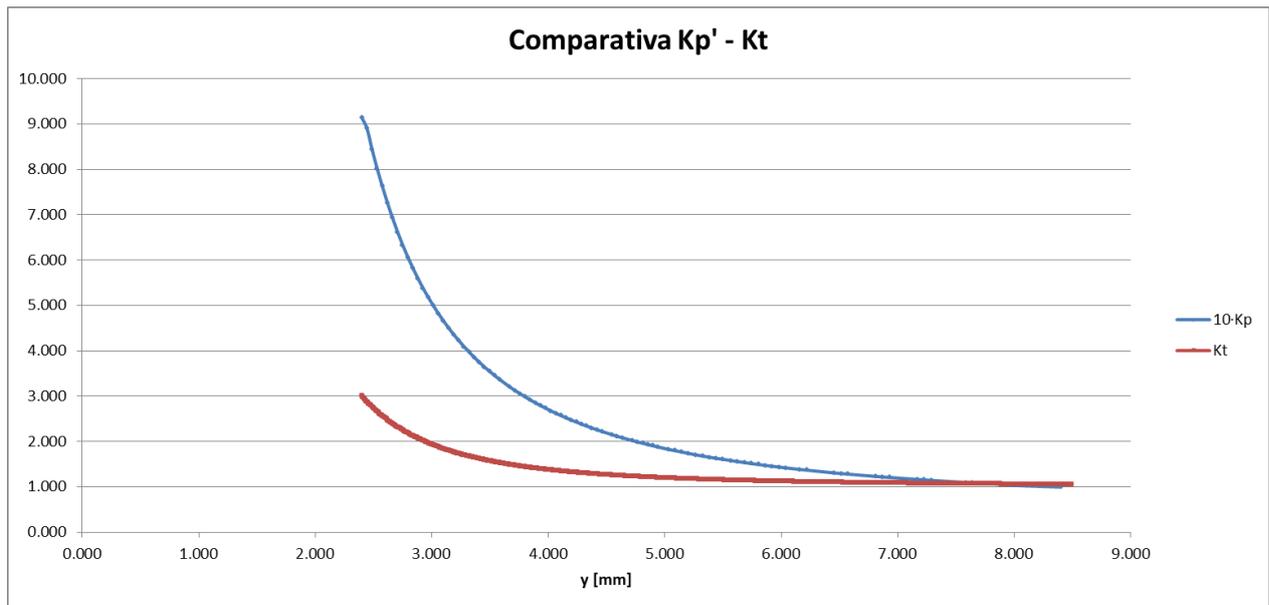


Gráfico 42. Estudio de Cargas de Bearing. Agujero aislado. Comparativa K_p y K_t

Como puede verse en el gráfico anterior, la tensión máxima generada en el caso de un agujero con borde cargado es tres veces superior a la tensión máxima en agujero sometido a tensión alejada. Sin embargo, la atenuación es muy rápida y a una distancia de $3R$ del borde, la diferencia es mínima. En cualquier caso, realizar este pequeño ejercicio de comparación entre K_p y K_t es importante de cara a contextualizar el problema y poner en valor la severidad del campo tensional que origina el estado de carga analizado.

Con todo lo anterior, se daría por finalizado el presente capítulo, en el que se analizaba el efecto de cargar el borde de un único agujero aislado. En el siguiente capítulo, se abordará una extensión de este problema simplificado, analizando una hilera infinita de agujeros cargados en su borde, cercanos al borde de placa.

2.3.3.2 Línea de agujeros ante carga de bearing

Una vez analizada la situación en la que se tiene un único agujero cargado en su borde como simulación de la carga aplicada mediante un remache, el siguiente paso consistirá en analizar el campo tensional generado sobre una placa plana en la que se tiene una hilera de agujeros sobre cuyos contornos se aplican fuerzas provenientes de los remaches de las uniones. Esta situación tiene gran interés en aplicaciones aeronáuticas, al tratarse de una solución estructural muy habitual.

De acuerdo con la bibliografía consultada, (Peterson, 1953) y (Mori, 1972), la geometría del problema se define como se indica en la Imagen 66:

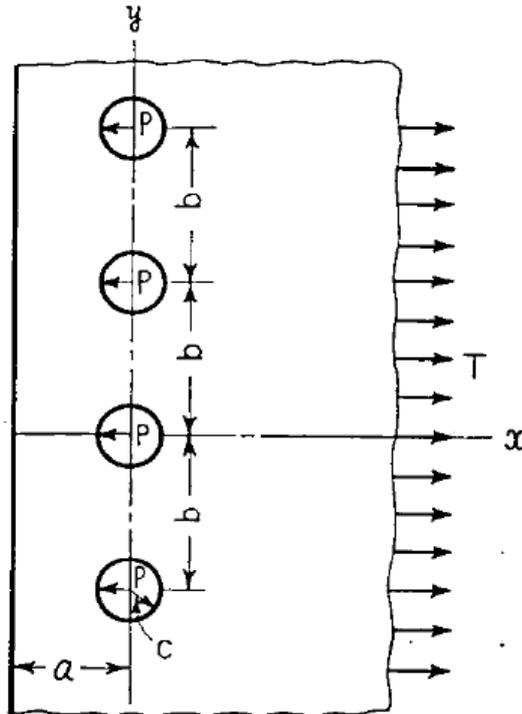


Imagen 66. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Geometría básica

Como puede observarse, el problema que se plantea es el de una placa plana semi-infinita unida mediante remaches que ejercen una fuerza P sobre el contorno de los mismos, a la cual se somete asimismo a una tensión uniforme en un punto alejado de la línea de remaches de forma que se garantice el equilibrio del conjunto. Debe remarcarse que la línea de agujeros se encuentra próxima a un borde libre, por lo que los resultados que se obtengan serán válidos en aplicaciones que verifiquen esta misma condición de contorno.

La forma en la que se aplica la fuerza P sobre cada uno de los remaches es idéntica a la empleada en el caso de un único agujero en placa finita, descrita en el apartado anterior. La formulación exacta varía de acuerdo con la nomenclatura de un autor a otro, pero en general, la expresión más general (y la que se emplea en el siguiente desarrollo) es la que presenta Peterson, cuyo esquema de aplicación se observa en la Imagen 67:

$$N_x = \frac{2P}{\pi c} \cos \theta$$

Ecuación 34. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Distribución de presión en el remache.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

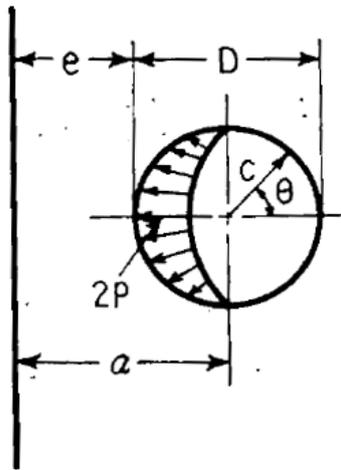


Imagen 67. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Aplicación de fuerza de remache

Donde la nomenclatura que se ha seguido es la ofrecida en la Imagen 66, y el ángulo θ se define con origen el eje X y sentido positivo en el eje Z. De acuerdo con la imagen anterior, la expresión de presiones será válida en el intervalo $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$. Nuevamente, se hace uso de flujos (N_x) para calcular el valor del factor de concentración de tensiones, debiendo tenerse en cuenta a la hora de obtener resultados del modelo FEM realizado.

Debe tenerse en cuenta a la hora de valorar las posibles desviaciones respecto de los modelos teóricos que a la hora de definir el intervalo de aplicación de la presión de remache descrito en el párrafo anterior si bien existe un consenso general entre los autores consultados, el ángulo real de contacto remache-agujero es de 166° , y no de 180° . Si bien en el apartado anterior se examinaba este fenómeno y se acotaba el error cometido en un 3%, los modelos analíticos que se presentarán a continuación aplican las cargas de *bearing* al intervalo de 180° citado, ya que no contemplan la deformación de los remaches en la forma de aplicación de la fuerza sobre el contorno del agujero.

A fin de reducir las fuentes de discrepancias en los resultados, el modelo FEM con el que se realizará el estudio de concentración de tensiones deberá verificar las mismas condiciones de contorno que las que se han tomado en el modelo teórico. Se enumeran a continuación:

- Placa infinita en sentido positivo de la dirección X, con carga uniforme T aplicada.
- Placa infinita en la dirección Y, con infinitos agujeros y borde libre.
- Flujo cosenoidal sobre los agujeros en el intervalo $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

Sin embargo, por simplicidad se emplean elementos bidimensionales PSHELL para realizar el modelo FEM, al no ser relevantes las variaciones de la tensión en el espesor. Ello impide la aplicación de flujos en el contorno del agujero, por lo que los esfuerzos se aplicarán en forma de fuerza puntual sobre los nodos perimetrales. Esta discretización puede conducir a errores numéricos al plantear el equilibrio de fuerzas en el modelo, forzando a las condiciones de contorno a compensar mediante reacciones dicho desajuste. Sin embargo, como se estudiaba en el apartado anterior, se prevé que el error cometido estará dentro del rango de aceptación.

Se propone emplear una condición de contorno equivalente a la aplicación de una tensión uniforme en el borde alejado en dirección del eje X, mediante apoyos SPC. De esta forma,

las condiciones de contorno simularán por equilibrio estático la carga uniforme aplicada y eliminará el error numérico del que se hacía mención en el apartado anterior. Por último, para verificar la condición de infinitos agujeros en dirección Y se modelizarán 5 agujeros, evaluándose los resultados únicamente en el agujero central.

A continuación se muestra un esquema del modelo FEM descrito:

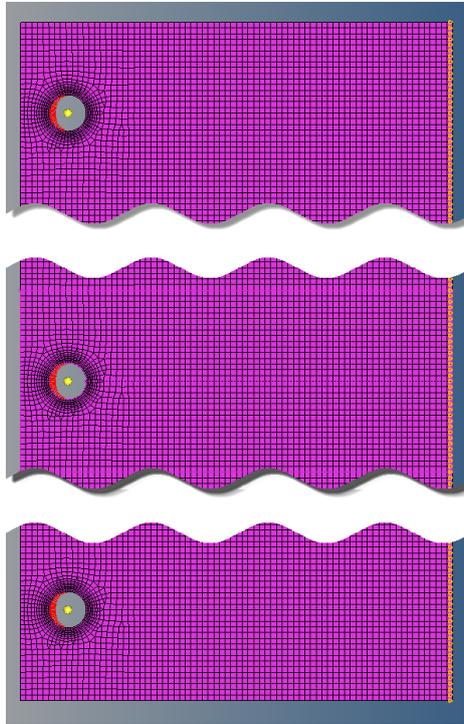


Imagen 68. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Modelo FEM

Dado que los apoyos SPC están a una distancia alejada de la línea de remaches, la tensión que actuará sobre el área tributaria del agujero central será aproximadamente uniforme e igual a la tensión T del modelo analítico, por lo que los resultados no divergirán significativamente.

Para poder comparar los resultados experimentales con los resultados teóricos de la bibliografía, se ha tomado como base la siguiente geometría, para la cual se dispone de resultados teóricos:

Radio de agujero (c)	2.4mm
Relación distancia a borde/ diámetro(e/D)	0.8
Relación radio/distancia entre centros (c/b)	0.1
Relación distancia a borde alejado/diámetro (H/d)	10
Fuerza de remache	960N
Flujo en borde libre (T)	40 N/mm

Tabla 53. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Datos geométricos de modelo FEM

Los resultados obtenidos del análisis FEM son los siguientes:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

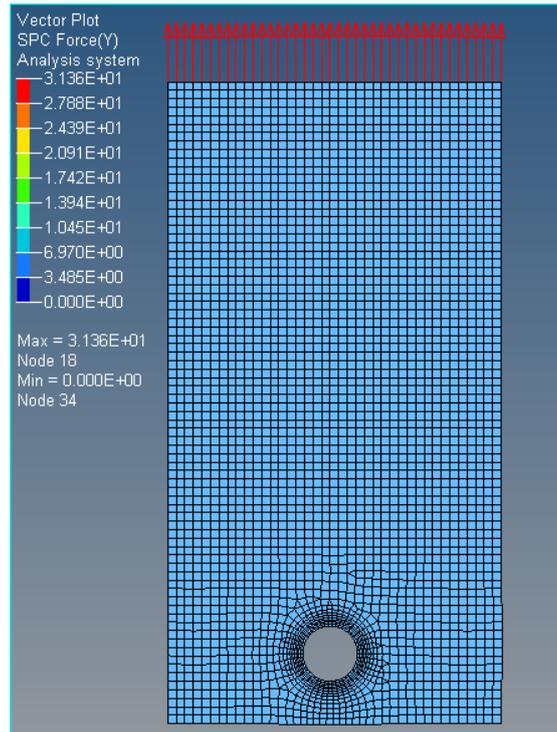


Imagen 69. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Reacciones en SPC en borde alejado

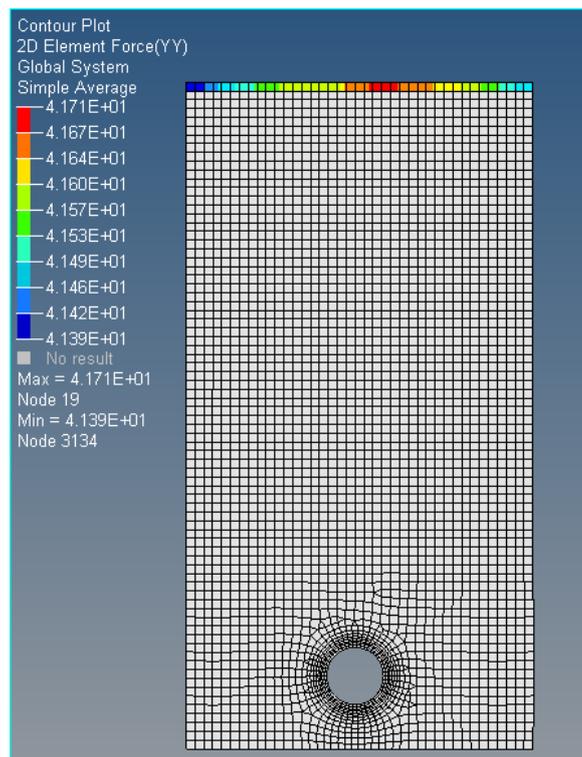


Imagen 70. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Resultados de flujo en borde alejado.

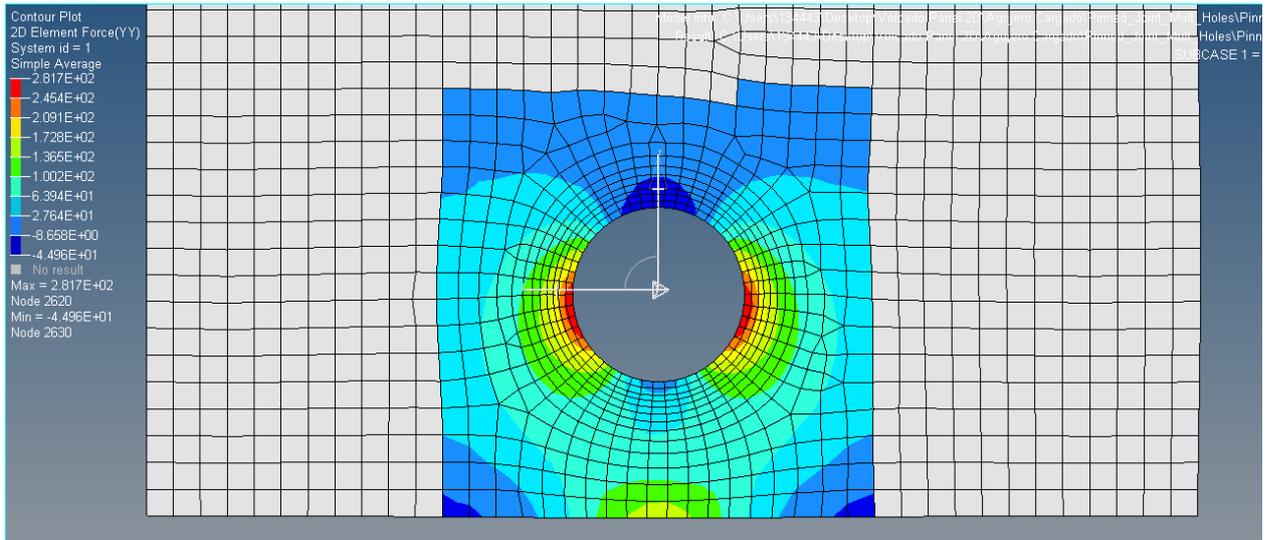


Imagen 71. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Resultados flujo tangencial en borde de agujero central.

En las imágenes Imagen 69 e Imagen 70 puede observarse que la tensión remota en los apoyos es suficientemente uniforme y por tanto válida para los desarrollos. De acuerdo con la bibliografía, Mori evalúa el valor del coeficiente de concentración de tensiones según la siguiente expresión:

$$K_p = \frac{N_\theta}{T}$$

Ecuación 35. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. K_p según Mori

Donde N_θ es el flujo tangencial en el borde del agujero. De acuerdo con esta expresión, para la geometría detallada en la Tabla 53 ofrece los siguientes valores de K_p obtenidos de forma analítica:

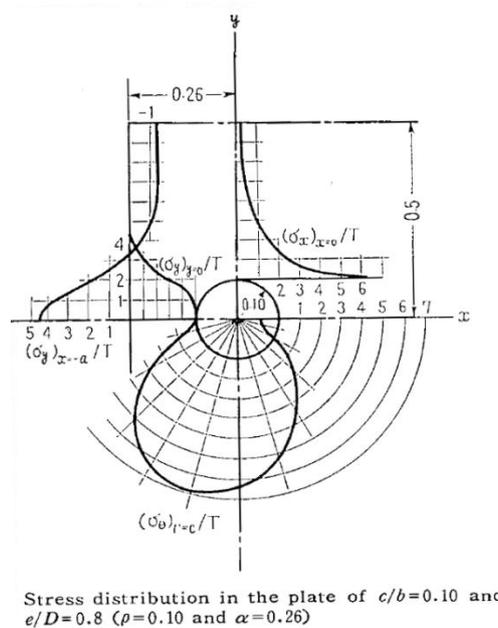


Imagen 72. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Solución analítica K_p (Mori, 1972)

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Estos valores de K_p podrán compararse con los del modelo FEM para cada valor angular. A fin de poder comparar los resultados con los ofrecidos por Peterson, se convierten los valores de K_p de Mori según la relación:

$$K_{t,pet} = K_{t,Mori} \cdot \frac{D}{b}$$

Ecuación 36. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Conversión K_p de Mori a Peterson

A continuación se muestra una comparativa entre los resultados reales del ensayo realizado junto con los valores teóricos mostrados en la Imagen 72:

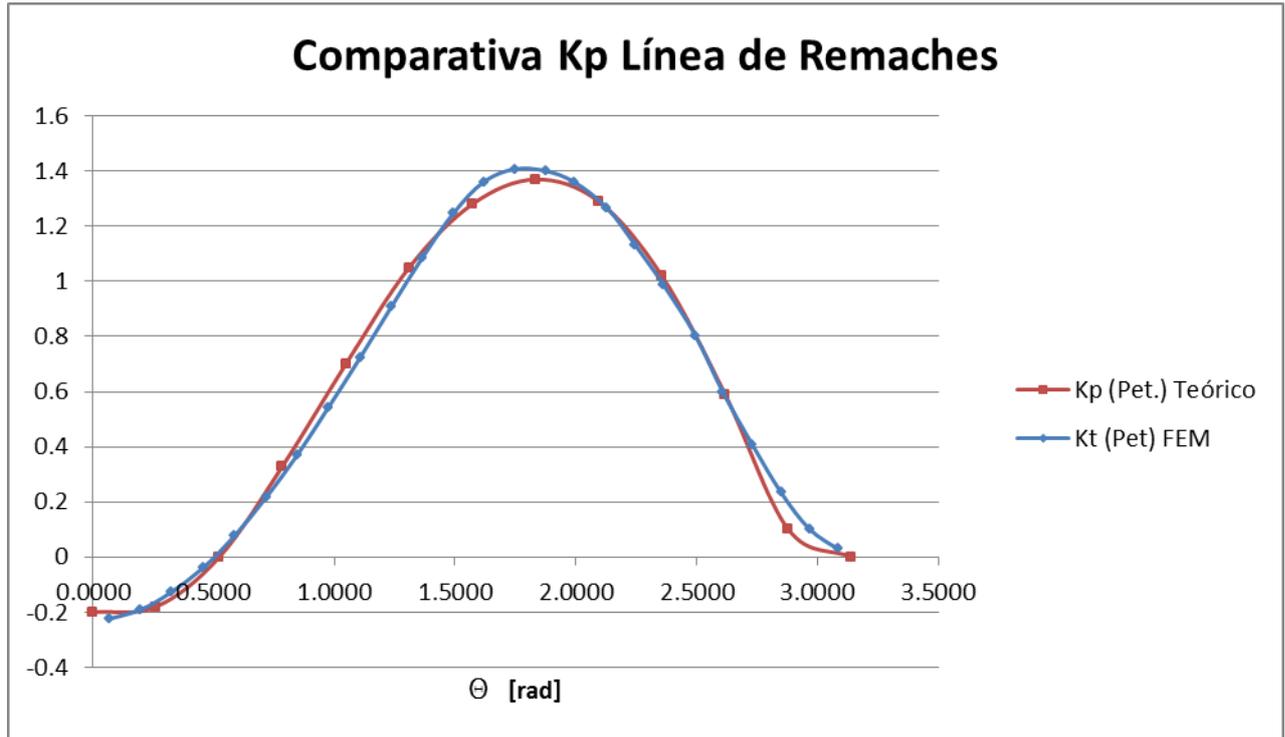


Gráfico 43. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Comparativa K_p de Ensayo y Teórico

Kp FEM	Kp Teórico	Error
1.4075	1.37	2.73%

Tabla 54. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Resumen de resultados de K_p

Si se obtienen los resultados de tensión radial en el contorno del agujero, también pueden compararse con la expresión teórica hallada por Mori. Ésta tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_r(r = c) = \frac{T \cdot b}{\pi \cdot c} \left(-\frac{5}{8} + \cos(\theta) - \frac{3}{8} \cos(2\theta) \right)$$

Ecuación 37. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Expresión teórica de tensión radial

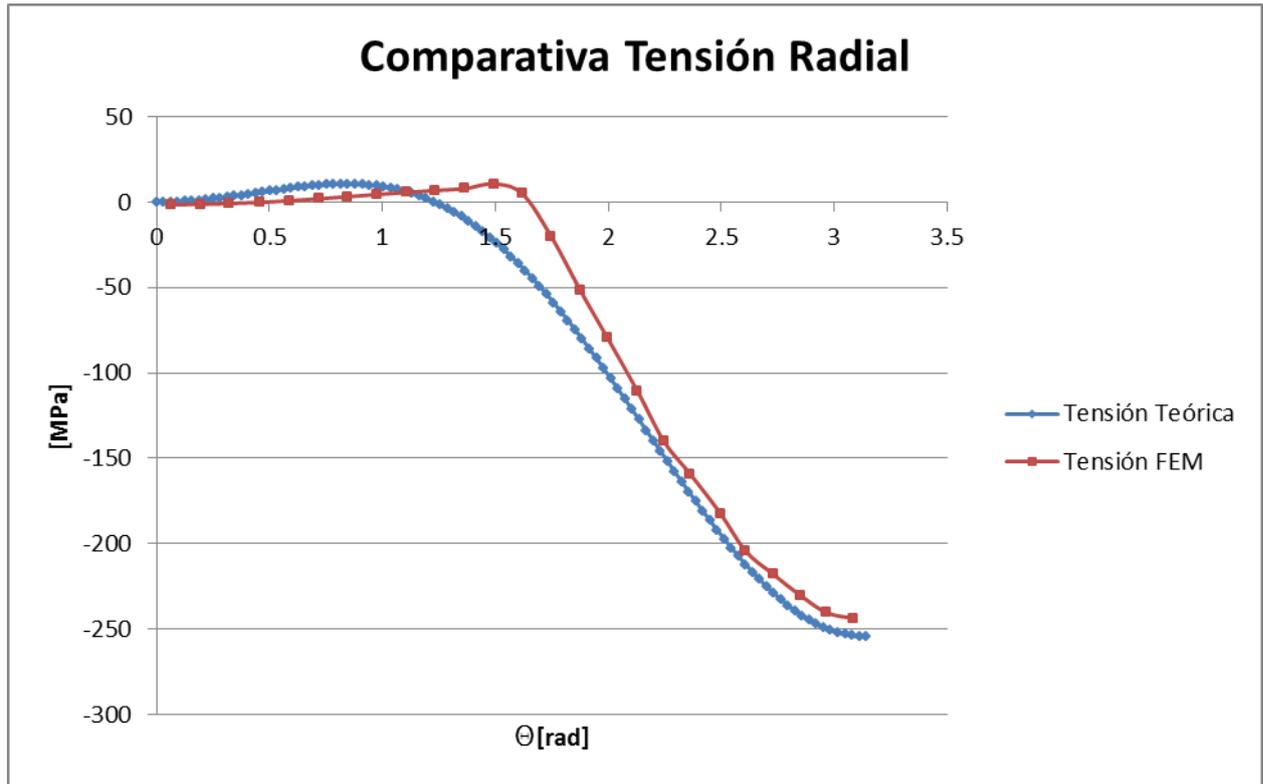


Gráfico 44. Estudio de Cargas de Bearing. Línea de remaches. Comparativa Tensión Radial

En vista de los resultados anteriores, se extraen las siguientes conclusiones:

- La forma de la curva de tensiones radiales es similar a la teórica. Dado que no tiene relevancia estructural, el error entre ambas curvas debe entenderse como un parámetro de calidad de la modelización de la carga de remache. En efecto, al tratarse de un modelo bidimensional, la carga debe discretizarse, mientras que el modelo teórico asume la aplicación de un flujo continuo sobre el borde de agujero. Esta discretización conduce a que la respuesta en tensiones radiales diverja respecto del modelo teórico, y cabe esperar una mejoría a medida que se reduce el tamaño de elemento en el borde de agujero.
- La curva que representa el factor de concentración de tensiones definido según la componente tangencial al borde de agujero se ajusta bien a la expresión teórica obtenida por Mori, para la geometría del ensayo.
- No obstante, deben tomarse con precaución los datos resultados obtenidos. Como se aprecia en la comparativa de tensiones radiales, la discretización del flujo tensional no representa el estado real de carga, pero este error puede estar viéndose compensado por el incremento del K_p debido a la proximidad a borde de placa. Evaluar la contribución de cada fenómeno es una tarea inabordable desde el punto de vista del análisis FEM, por lo que los resultados se considerarán válidos, haciendo de ellos un uso con la cautela habitual.
- Las zonas de menor error están comprendidas en la mitad del intervalo angular. En la zona de mayor valor de las tensiones, el error cometido es por exceso, situación deseable de cara al margen de seguridad estructural.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- La zona de máximo valor de la tensión del ensayo está adelantada respecto del modelo teórico. En efecto, la curva FEM alcanza su máximo alrededor de los 100° , mientras que el resultado analítico lo prevé a 105° del origen.

A la vista de los resultados anteriores, puede concluirse que la modelización de la línea de remaches tal y como se ha realizado en el presente ensayo conduce a resultados que se adecúan bien a los modelos analíticos descritos en la bibliografía, siempre para la geometría considerada en el ensayo. Sin embargo, dado que se dispone de la solución analítica del comportamiento tensional de la placa, pueden obtenerse valores de K_p para otras geometrías en caso de ser necesario.

2.3.4 Caso Real 1

En los capítulos anteriores se ha realizado un estudio pormenorizado de los principales fenómenos que intervienen en problemas más complejos de concentración de tensiones. De esta forma, se ha podido analizar:

- Cómo afecta sobre la precisión de los resultados el tamaño de elemento empleado y la selección de opciones de postprocesado.
- La obtención del factor de concentración de tensiones de estados de carga complejos por medio de la superposición de resultados de estados más sencillos.
- Cómo la interacción entre distintos concentradores de tensión puede en general describirse mediante el producto de las curvas de concentración de tensiones de cada concentrador por separado.
- La modelización de uniones entre distintos componentes, cómo simular las fuerzas ejercidas por los elementos de unión, y cuál es la distribución de esfuerzos en este estado de carga.

Sobre todo lo anterior se asienta la base del estudio de problemas de concentración de tensiones reales, tarea que se desarrollará en los próximos apartados.

2.3.4.1 Descripción del caso

El problema propuesto en las siguientes líneas se ha realizado en coordinación con el Departamento de MRB de Aernnova Engineering Division, que ha facilitado los datos de un caso real de concentración de tensiones que influye directamente sobre la vida a fatiga del conjunto. En efecto, el problema se localiza en el estabilizador horizontal que se presenta. Por motivos de confidencialidad no se ha proporcionado el nombre del avión. La unión remachada entre Rear Spar y Upper Skin presenta desviaciones respecto de la posición nominal de los taladros F1, F2, F3 y F4.

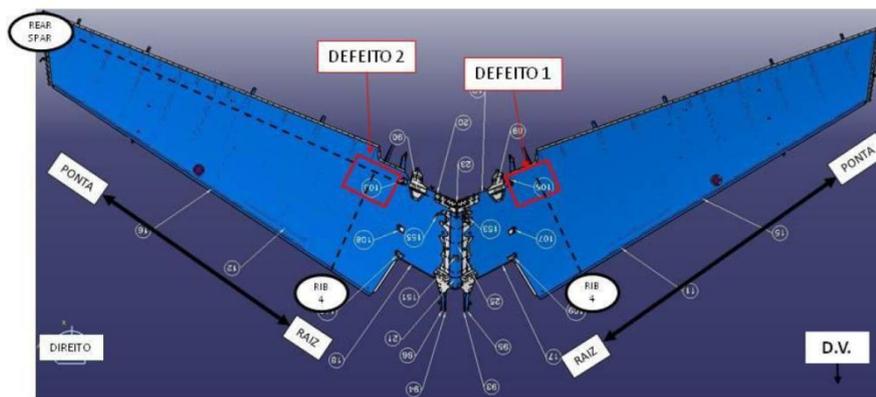


Imagen 73. Caso Real 1. Vista global de estabilizador horizontal.

Debido a este posicionamiento incorrecto, los taladros, que se encuentran en las inmediaciones de un radio de mecanizado, traspasan la línea del inicio de radio ocasionando una concentración de tensiones con posibles consecuencias en la vida a fatiga. Este último análisis, no obstante, excede el alcance del informe, por lo que únicamente se evaluará la severidad de la concentración de tensiones debida al error de fabricación. En la Imagen 74 se muestra un detalle de la zona de defecto:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

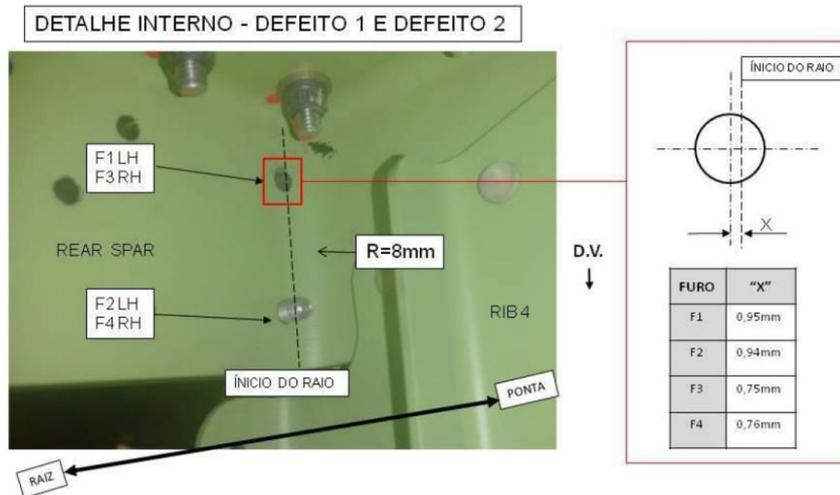


Imagem 74. Caso Real 1. Detalhe do defeito

En la tabla adjunta en la imagen anterior se muestran las penetraciones de cada taladro en el radio de mecanizado, y las dimensiones básicas que definen la geometría son las que siguen:

Diámetro nominal de taladro (d)	4.1mm
Distancia a borde de placa desde centro del taladro (c)	8.2mm
Radio de mecanizado (R)	8mm
Espesor en zona de Rear Spar	7.5mm
Espesor en zona de Rib	2.8mm

Tabla 55. Caso Real 1. Dimensiones principales de la geometría.

2.3.4.2 Objetivos

Una vez se ha definido correctamente el caso de análisis, se proponen las siguientes líneas de actuación:

1. Emplear técnicas de superposición e interacción de factores de concentración de tensiones para prever el comportamiento del sistema.
2. Analizar la arquitectura global mediante modelo FEM.
3. Discutir distintos modos de cálculo de K_t en base a los resultados de los puntos anteriores para lograr un modelo más optimizado desde el punto de vista estructural.
4. Realizar un estudio de sensibilidad de la influencia de la distancia de penetración en radio (X) sobre el K_t del conjunto.
5. Realizar un estudio de sensibilidad de la influencia del valor del diámetro del remache sobre el K_t del conjunto.
6. Realizar un estudio de sensibilidad de la influencia del valor del radio de mecanizado del sobre el K_t del conjunto.

2.3.4.3 Metodología

El modelo a analizar presenta, a diferencia de los estudios realizados hasta el momento, una geometría tridimensional que dificulta su modelización. La forma en que se aplican las cargas, la tipología de las condiciones de contorno y la variación del campo de tensiones en el espesor afectan notablemente a los resultados, por lo que convendrá realizar una

descomposición previa del problema en modelos simplificados. De esta forma, se podrá obtener una estimación preliminar del valor del K_t contra la cual comparar los resultados del modelo tridimensional.

Los modelos simplificados a los que se hace mención son casos de concentración de tensiones sencillos como los estudiados en los capítulos al inicio del presente informe. Los valores de K_t obtenidos a partir de cada modelo simplificado podrán manipularse de acuerdo a las herramientas de superposición e interacción de K_t , también estudiadas en desarrollos previos.

2.3.4.3.1 Descomposición del problema

Un primer paso encaminado a descomponer el problema en casos más sencillos pasa por identificar adecuadamente cuál es la geometría del modelo a analizar. En la Imagen 74 se muestra una visión completa de la zona del defecto, que está compuesta esencialmente por una pareja de agujeros cercana a un radio de mecanizado.

Dado que la distancia entre agujeros es mayor que tres veces su diámetro, de cara al análisis no se considera su proximidad, y el modelo queda reducido a una geometría similar a la que se indica en la siguiente imagen:

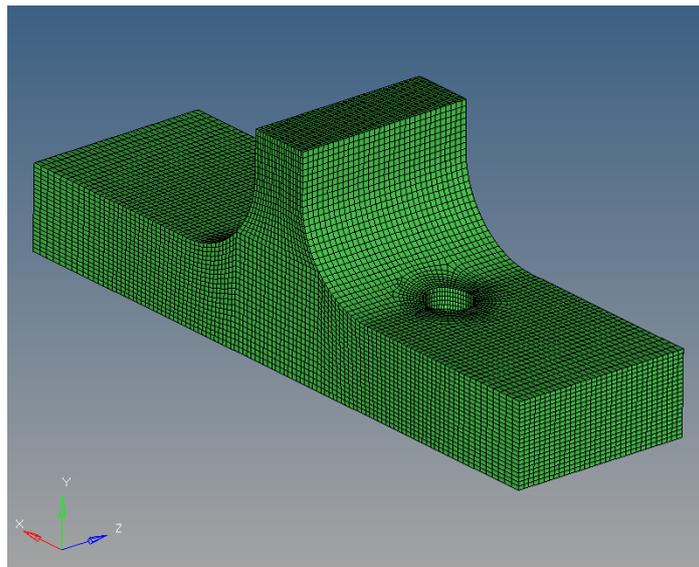


Imagen 75. Caso Real 1. Malla 3D del modelo completo.

El modelo de la Imagen 75 muestra un agujero centrado en la línea de fin de radio de mecanizado, por ser la configuración básica a partir de la cual se desarrollarán los estudios de descentramiento del agujero. También se observa que el agujero se encuentra cerca de los bordes de placa. Ésta configuración se diseña para modelizar la interacción con borde de placa de uno de los agujeros analizados, mientras que la equidistancia de los bordes al agujero es una condición geométrica obligada a fin de evitar fenómenos de flexión que falsearían los resultados. Esta última cuestión se desarrollará con más detalle en apartados posteriores.

El siguiente paso es determinar cuál es el estado de cargas al que está sometido éste. De acuerdo con el Informe de No Conformidad facilitado, las cargas presentan las siguientes características:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- Las cargas son paralelas a la dirección principal del Spar.
- Dado que la unión está compuesta por más de 10 remaches, se asume una *load transfer ratio* del 10%, definida como $\eta = \frac{P_{bearing}}{P_{Total}} \cdot 100$.

En vista de todo lo anterior, el modelo completo puede describirse de forma simplificada como se indica en la siguiente figura, según su proyección sobre el plano XZ de la Imagen 75:

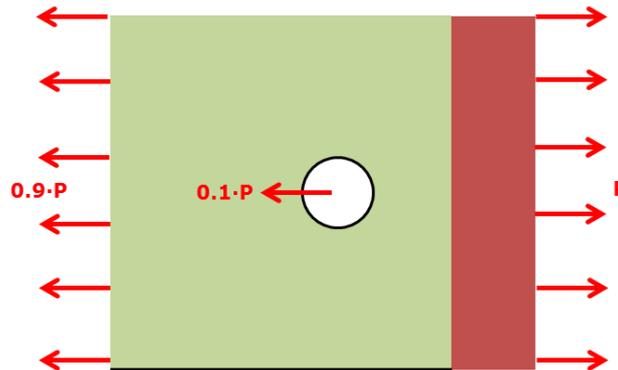


Imagen 76. Caso Real 1. Estado de Cargas

Donde la zona marcada en rojo es el corte del radio de mecanizado, y la línea en negro denota el borde de la pieza. El campo tensional originado por las cargas de la Imagen 76 puede obtenerse mediante superposición de los dos estados de *bearing* (fuerza de remache) y *bypass* (tensión remota) ya conocidos y tratados en apartados anteriores:

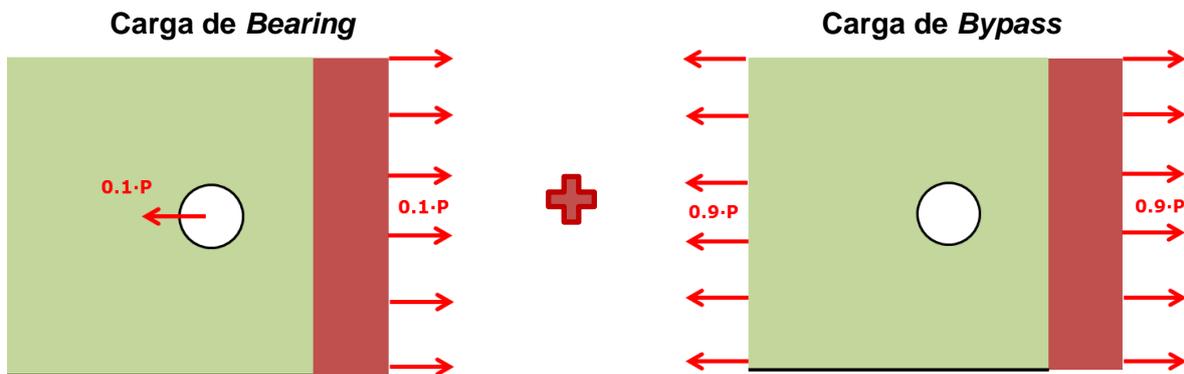


Imagen 77. Caso Real 1. Superposición de estados tensionales

De esta forma, podrá hallarse el valor del K_t de *bearing-bypass* que se describe en la zona del defecto. No obstante, debido a la proximidad al radio de mecanizado existirá también una interacción entre K_t s cuyo efecto deberá analizarse. El esquema completo del modelo es el que se muestra en la Imagen 77:

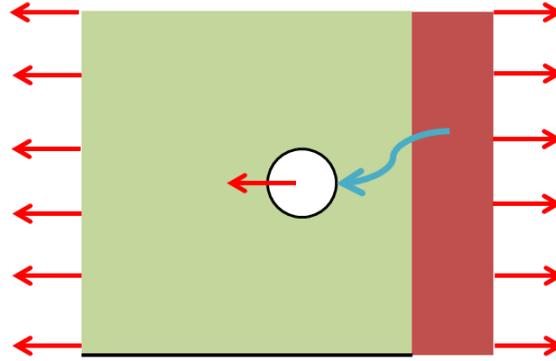


Imagen 78. Caso Real 1. Esquema de interacción de Kts

De esta forma, el valor del Kt total generado por el estado de cargas y por la configuración geométrica se describirá de forma general de la siguiente manera:

$$K_t = f(\text{Rad. Mec.})^{\alpha_1} \cdot g(K_{t,byp}, K_{t,brg})^{\alpha_2}$$

Ecuación 38. Caso Real 1. Expresión esquemática de obtención del Kt

Donde $g(K_{t,byp}, K_{t,brg})$ es una función lineal a determinar, mientras que $f(\text{Rad. Mec.})$ vendrá dada por la bibliografía, y los coeficientes (α_1, α_2) serán aquellos que mejor representen el comportamiento de interacción de Kt. Como ya se vio en el estudio dedicado a la interacción de Kt, la correlación que ofrece un margen de seguridad positivo en un mayor rango de configuraciones geométricas es la correlación ofrecida por Peterson, en la que los exponentes (α_1, α_2) toman el valor unidad. De esta forma, se empleará el producto de las funciones anteriores como método de cálculo del Kt.

La función $g(K_{t,byp}, K_{t,brg})$ puede obtenerse a partir del estado de cargas de la placa. La máxima tensión en el borde del agujero podrá obtenerse como superposición de estados tensionales, como se indicaba en la Imagen 77. De esta forma:

$$\sigma_{max} = \sigma_{brg} + \sigma_{byp}$$

Donde el subíndice *brg* denota *bearing* y el subíndice *byp* indica *bypass*. De esta forma:

$$\sigma_{max} = K_{t,bb} \cdot \sigma_{ref} = \sigma_{brg} + \sigma_{byp}$$

Tomando como referencia $\sigma_{ref} = \frac{P}{W \cdot t}$, con P la resultante de fuerzas aplicadas; W y t serán el ancho de placa y el espesor de la misma, respectivamente. Dado que $(\sigma_{brg}, \sigma_{byp})$ pueden expresarse a través de sus respectivos Kt, la expresión anterior puede escribirse como sigue:

$$K_{t,bb} \cdot \frac{P}{W \cdot t} = K_{t,brg} \cdot \frac{\eta \cdot P}{(W - d) \cdot t} + K_{t,byp} \cdot \frac{(1 - \eta)P}{W \cdot t}$$

Donde d es el diámetro del agujero. Operando, resulta:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

$$K_{t,bb} = \eta \cdot \frac{W}{(W-d)} \cdot K_{t,brg} + (1-\eta) \cdot K_{t,byp}$$

Ecuación 39. Caso Real 1. K_t teórico en placa sin radio de mecanizado

Donde $\eta = \frac{P_{bearing}}{P}$, $K_{t,brg}$ es el factor de concentración de tensiones generado por una carga aplicada sobre el contorno del agujero, $K_{t,byp}$ es el factor de concentración de tensiones de bypass generado en una placa con un agujero aislado y $K_{t,bb}$ es el K_t que generaría el estado de cargas de *bearing-bypass* combinados si la placa no tuviera un radio de mecanizado.

De esta forma, y de acuerdo con las ecuaciones Ecuación 38 y Ecuación 39, el valor de K_t podrá obtenerse por interacción de K_t s según:

$$K_t = K_{t,rad} \cdot \left[\eta \cdot \frac{W}{(W-d)} \cdot K_{t,brg} + (1-\eta) \cdot K_{t,byp} \right]$$

Ecuación 40. Caso Real 1. Expresión general de K_t

Una vez conocida la expresión general para el K_t en la geometría y estado de carga presentados, la siguiente tarea consiste en obtener los valores de K_t parciales ($K_{t,byp}, K_{t,brg}$). Para ello, se emplearán los datos disponibles en la bibliografía, y se contrastarán con modelos FEM, a fin de verificar paso a paso que los resultados intermedios para cada aporte de K_t son aceptables y minimizar así el error cometido.

2.3.4.3.1.1 Aporte de Bearing y Bypass

En primer lugar se analizará el aporte al K_t del estado de carga de *bearing-bypass*, asumiendo que no existe radio de mecanizado que interaccione con la placa. En otras palabras, se hallarán los valores de ($K_{t,brg}, K_{t,byp}$) que proporcionan el valor de $K_{t,bb}$ según la Ecuación 39.

Los valores para cada uno de los factores de concentración de tensiones se pueden obtener a partir de las tablas que se disponen de la bibliografía. A fin de no tener que realizar un estudio separado acerca de cómo influye la proximidad a borde en los resultados, se toman como base para el cálculo teórico de K_t unas tablas que ya contemplen este efecto. De esta forma, las correlaciones empleadas son las siguientes:

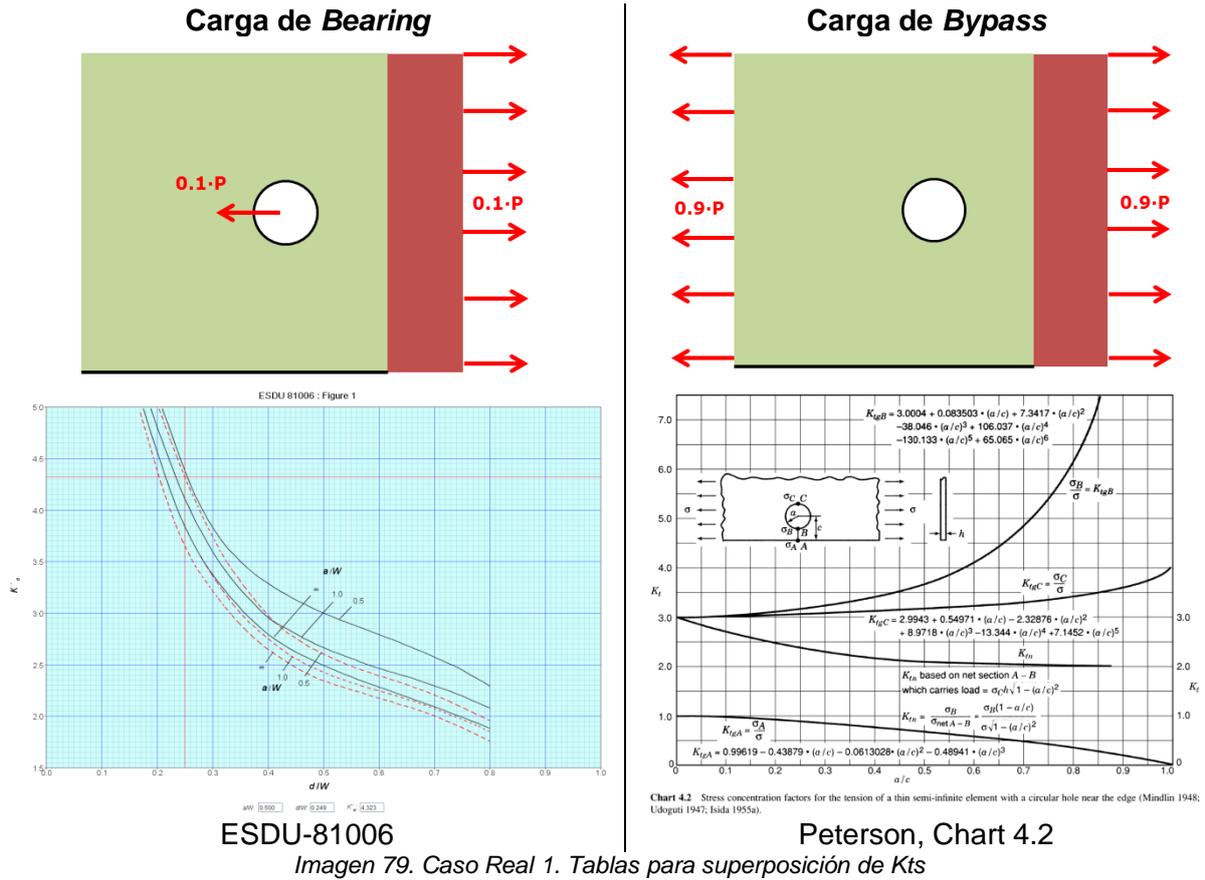


Imagen 79. Caso Real 1. Tablas para superposición de Kts

De acuerdo con las anteriores tablas y la geometría del problema, descrita en la Tabla 55, se obtienen los siguientes valores de Kts:

$K_{t,brg}$ (bearing)	4.32
$K_{t,byp}$ (bypass)	3.19

Tabla 56. Caso Real 1. Aportes de Kts del estado de carga

De esta forma, de acuerdo con la Ecuación 39, el valor de $K_{t,bb}$ es el que sigue:

$K_{t,bb}$ (Kt sin efecto del radio)	3.45
--------------------------------------	------

Tabla 57. Caso Real 1. Kt sin efecto de radio

A fin de garantizar que los resultados anteriores son aceptables, se realizan modelos FEM de cada subcaso superpuesto ($K_{t,brg}$, $K_{t,byp}$), así como del caso completo ($K_{t,bb}$).

2.3.4.3.1.1 Subcaso 1. Aporte de Bearing.

El modelo de Bearing se ha realizado empleando una malla tridimensional, cumpliendo con la geometría descrita en la Tabla 55. Las cargas sobre el contorno del agujero se han aplicado siguiendo la distribución cosenoidal de presión descrita en el apartado de *Estudio de Cargas de Bearing en Aplicaciones Aeronáuticas*, página 111. Se muestra a continuación una imagen del modelo:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

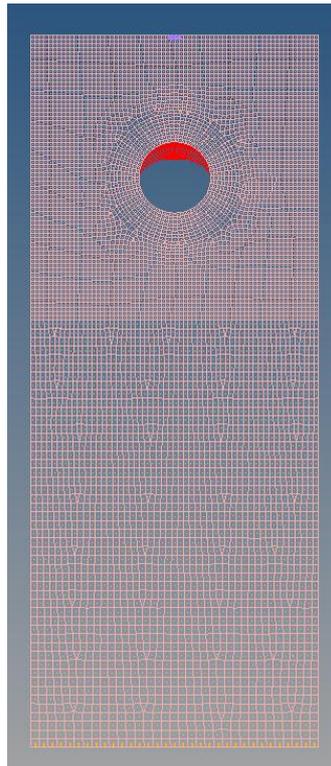


Imagen 80. Caso Real 1. Aporte de Bearing

La placa se ha alargado por la parte inferior a fin de lograr una tensión remota homogénea. Los apoyos SPC en la parte superior de la misma se ubican para eliminar problemas de estabilidad en la matriz de rigidez. Se emplean las siguientes opciones de extrapolación y visualización de resultados una vez lanzado el análisis:

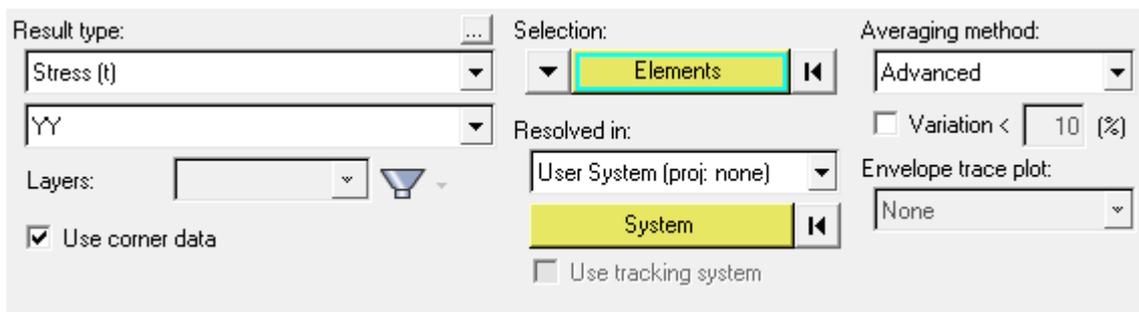


Imagen 81. Caso Real 1. Opciones HyperView para Bearing

Se emplea el Stress YY en un sistema de referencia definido por el usuario a fin de evaluar las tensiones tangenciales en el borde de agujero. La tensión remota se establece como $\sigma_{\infty} = 10\text{MPa}$.

El valor del $K_{t,brg} = 4.32$ obtenido de la bibliografía en la Tabla 56 está referido a la presión de *bearing*, definida como sigue:

$$\sigma_{brg} = \frac{P_{brg}}{(W - d) \cdot t}$$

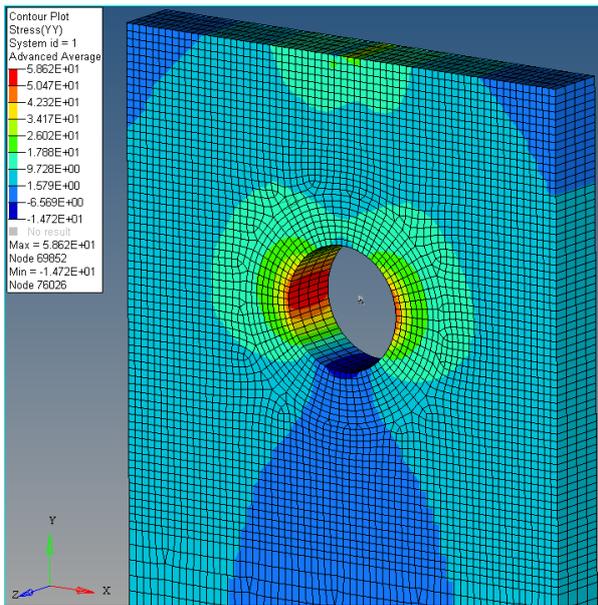
Ecuación 41. Caso Real 1. Tensión de Bearing

Por tanto, para referir los resultados a la tensión remota σ_∞ , deberá aplicarse la siguiente relación:

$$K_{t,brg}^\infty = K_{t,brg}^{brg} \frac{W}{(W - d)}$$

Ecuación 42. Caso Real 1. Referenciado a tensión remota de $K_{t,brg}$

De esta forma, $K_{t,brg}^\infty = 5.76$, que será el valor teórico que podrá compararse con el obtenido mediante FEM. Los resultados son los que siguen:



$K_{t,brg}$ FEM	5.86
$K_{t,brg}$ Teórico	5.76
Error	1.73%

Imagen 82. Caso Real 1. Resultados Bearing

El error cometido es razonable a la vista de los resultados habituales de K_t , por lo que se da el modelo por válido.

2.3.4.3.1.1.2 Subcaso 2. Aporte de Bypass

Dado que este caso de carga se ha analizado con profundidad en los primeros capítulos de informe, se prescindirá aquí de realizar un estudio exhaustivo del problema. La única consideración que merece la pena realizar es acerca de la posible variación en el K_t resultante en función de cómo se modelice la proximidad a borde de placa del agujero.

En efecto, de no tenerse el agujero perfectamente centrado en la placa se producirán unos fenómenos de flexión en el modelo FEM que alteran el valor del K_t en la situación de *bearing* y *bypass* combinados. Para evitar esto, el modelo que se empleará deberá tener dos bordes próximos y no solamente uno, como prevé Chart 4.2 de Peterson. Es por ello que convendría tenerse en cuenta también Chart 4.1, donde puede evaluarse el efecto de la doble proximidad a borde:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

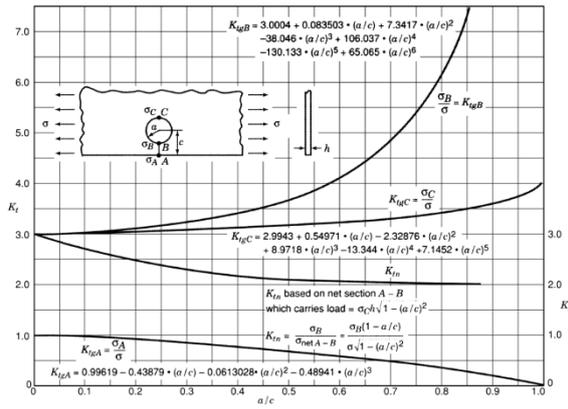


Chart 4.2 Stress concentration factors for the tension of a thin semi-infinite element with a circular hole near the edge (Mindlin 1948; Udogani 1947; Isida 1955a).

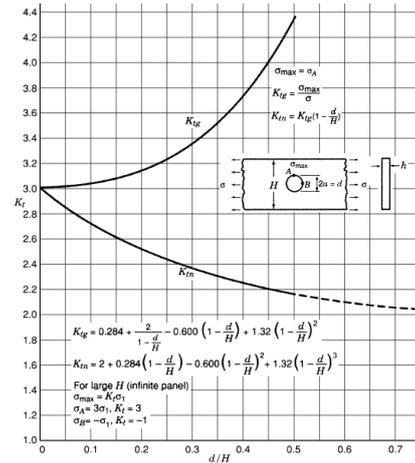


Chart 4.1 Stress concentration factors K_t and K_{ts} for the tension of a finite-width thin element with a circular hole (Howland 1929-30).

Imagen 83. Caso Real. Consideración de la proximidad a borde en Bypass

Para la geometría propuesta, los valores que ofrece Peterson para cada una de las configuraciones son los siguientes:

Kt Chart 4.2 (borde único)	3.19
Kt Chart 4.1 (dos bordes)	3.24
Diferencia porcentual	1.56%

Tabla 58. Caso Real 1. Comparativa Kt Bypass según proximidad a borde

Como puede observarse, la diferencia entre ambos resultados no es muy significativa. En cualquier caso, si se desea disponer de un mayor margen de seguridad, se recomienda emplear el valor de Kt correspondiente a la situación de proximidad a dos bordes.

2.3.4.3.1.1.3 Subcaso 3. Bearing y Bypass combinados

Una vez obtenidos los valores de Kt para los distintos casos que componen el problema de superposición, resulta interesante verificar que se obtiene el resultado teórico previsto sobre un modelo FEM.

El principal reto consistirá en modelizar correctamente las condiciones de contorno del modelo FEM. El estado de cargas actual impide restringir los grados de libertad de los nodos ubicados en los extremos de la placa, donde se deben ubicar las tensiones de *bypass* del problema. Es por ello que una primera propuesta puede consistir en ubicar los apoyos de la placa sobre uno de los bordes libres, que se aleja del agujero a fin de que afecte lo menos posible al estado tensional, tal y como se ha hecho tradicionalmente en otros análisis de tensión de *bypass* al comienzo del informe.

De esta forma, el esquema de esta primera configuración de placa quedaría como sigue:

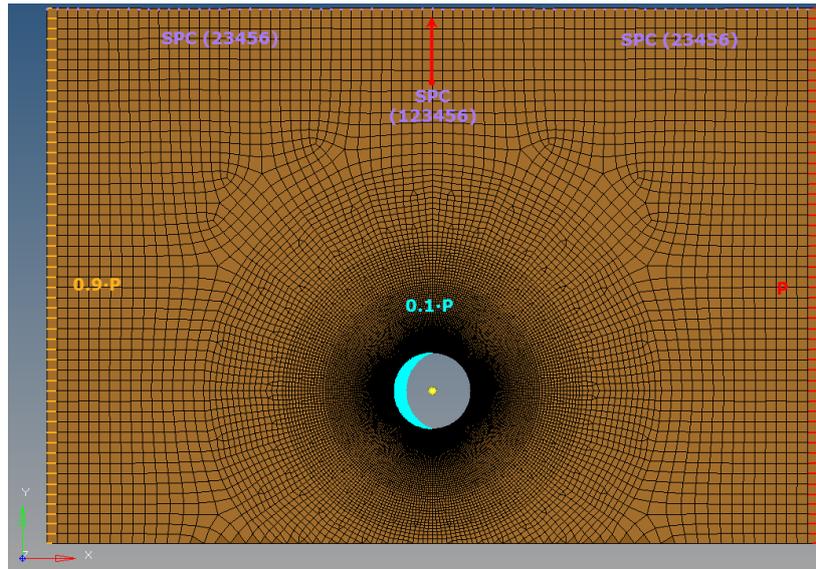


Imagen 84. Caso Real 1. Modelo Combinación Bearing y Bypass

Se hace notar que la malla está compuesta de elementos bidimensionales de pequeño tamaño en las inmediaciones del agujero para no tener que recurrir a métodos de extrapolación que puedan introducir error en los resultados. La geometría presentada en la imagen anterior, si bien puede parecer adecuada desde un punto de vista de condiciones de contorno, presenta un efecto flexión debido al descentramiento de cargas.

En efecto, dado que la resultante de las tensiones de bypass se localiza en el centroide del rectángulo de la placa, mientras que la resultante de la presión de bearing quedará aplicada sobre el centro del agujero, el equilibrio estático en momentos deberá alcanzarse mediante la intervención de las reacciones en los apoyos.

Un esquema simplificado del problema resultante es el que sigue:

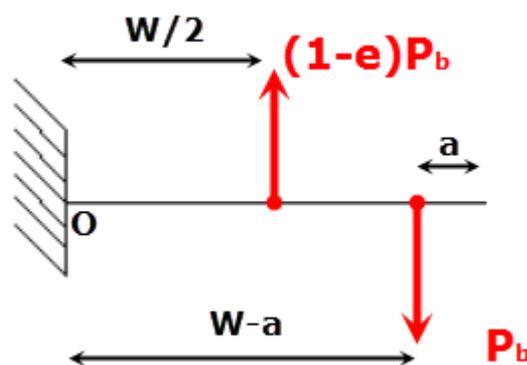


Imagen 85. Caso Real 1. Esquema de Momentos para modelo Bearing y Bypass

Donde P_b es la fuerza de *bearing* aplicada a una distancia a del borde, $(1 - \varepsilon)P_b$ es la resultante de las tensiones de bypass, siendo ε un coeficiente que representa el desequilibrio entre ambas tensiones y que será asumido por las reacciones en los apoyos. Planteando el sumatorio de momentos en el punto O, éste adquiere la siguiente expresión:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

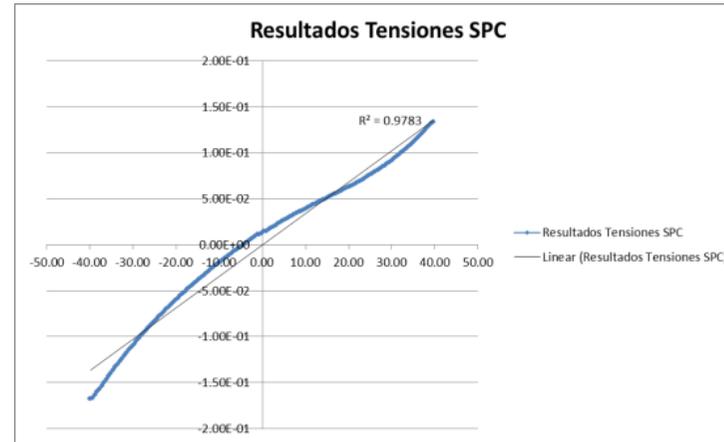
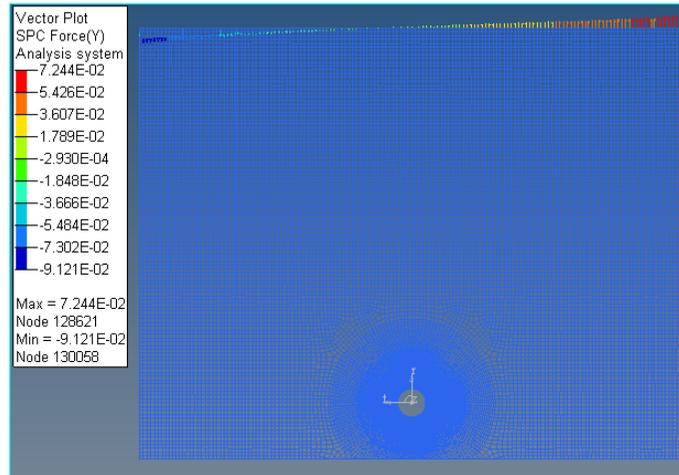
$$M_z = P_b \cdot \left[\frac{2(W - a) - W \cdot (1 - \varepsilon)}{2} \right]$$

Ecuación 43. Caso Real 1. Expresión de momentos en apoyos para modelo Bearing y Bypass

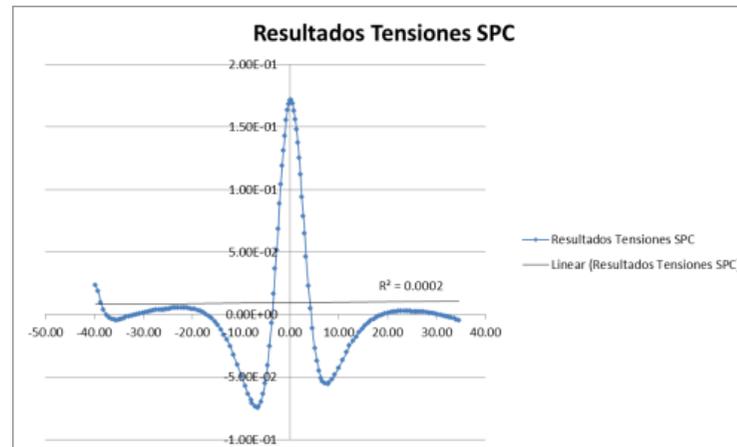
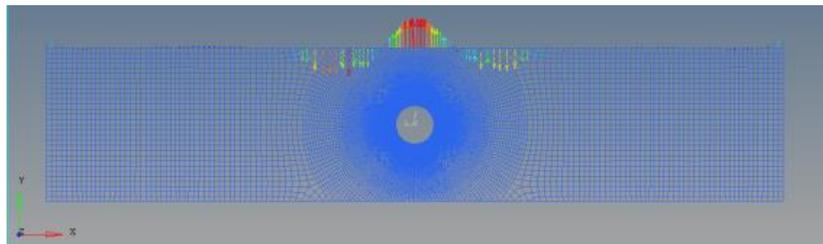
La expresión anterior constituye una herramienta interesante para evaluar si la disposición geométrica del problema está generando un estado tensional de flexión sobre el modelo. Dado que $\varepsilon \sim 0$ si las cargas están bien diseñadas, resulta inmediato observar que la única forma de minimizar la flexión es logrando que $a \rightarrow H/2$.

Partiendo de la expresión anterior, puede obtenerse para cada modelo el valor de las reacciones en los apoyos y tomando momentos respecto del centro de la placa, comparar dicho momento flector del FEM con el teórico, a fin de estimar el impacto del momento flector sobre los resultados. Una segunda forma de evaluar la bondad del modelo puede consistir en evaluar las tensiones normales al borde de placa en la zona de los apoyos. Dado que las tensiones originadas por un momento flector son lineales a lo largo del espesor de la pieza, cuanto más se aproxime la distribución de tensiones del FEM a una recta, tanto peor será el modelo.

A modo ilustrativo, se propone analizar distintas configuraciones de placa, sobre las que se muestran a simultáneamente las distribuciones de tensión junto con el valor de K_t medido en el modelo:



Kt=4.21



Kt=3.31

Imagen 86. Caso Real 1. Efecto de momento flector en Kt

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Como puede verse, el momento flector tiene una gran influencia sobre el valor de K_t resultante. En el primero de los casos mostrados, la disposición de tensiones se aproxima fuertemente al de una recta, debiéndose la diferencia esencialmente a la tensión generada por la presencia del agujero. En el segundo caso, sin embargo, la distribución de tensiones no tiene componente de flexión, y toda reacción en los apoyos se debe a la presencia del agujero.

Debe hacerse notar que, a medida que se aproxima $a \rightarrow H/2$, el valor de ε se vuelve más relevante a la hora de determinar el momento asumido por los apoyos, y deberá calcularse de la siguiente forma:

$$P - P_{bypass} = (1 - \varepsilon)P_b = P_b - R_{FEM}$$

Donde R_{FEM} es la resultante que ofrece el FEM, P_b es la fuerza de bearing y P_{bypass} es la resultante de bypass. De esta forma:

$$(1 - \varepsilon) = 1 - \frac{R_{FEM}}{P_b}$$

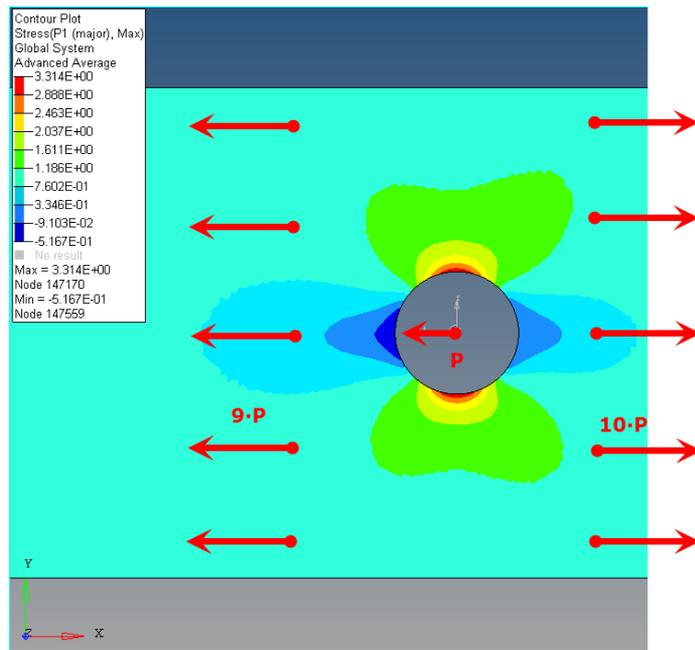
Ecuación 44. Caso Real 1. Coeficiente de desequilibrio en momentos flectores

Donde $(1 - \varepsilon)$ puede aplicarse directamente en la Ecuación 43.

Debido al fenómeno de flexión y al gran impacto que tiene sobre el valor del coeficiente de concentración de tensiones, es importante tratar de encontrar una geometría que permita modelizar con exactitud el problema real. La solución por la que se optará, como ya se adelantaba anteriormente, es la de emplear una placa cuyos bordes se encuentren simétricamente dispuestos a ambos lados del agujero.

Es evidente que la doble proximidad a borde introducirá un efecto de mayoración del K_t , pero como se analizaba en el *Subcaso 2. Aporte de Bypass*, Imagen 83, página 154, el error cometido no excederá el 2% en el aporte al K_t de la tensión de bypass. Ello es preferible al error que se comete en caso de asumir un efecto de flexión, que asciende al 27.2%, como se extrae de los resultados de la Imagen 86.

Por tanto, en adelante se empleará un modelo de placa estrecha, cuyos bordes serán equidistantes respecto del centro del agujero. Los resultados FEM para una placa bidimensional que aúna las consideraciones realizadas anteriormente y sometida a un estado de carga de *bearing-bypass* son los siguientes:



$K_{t,bb}$ FEM	3.31	a
$K_{t,bb}$ Teórico	3.45	
Error	-4.06%	

Tabla 59. Caso Real 1. Resultados de K_t Bearing y Bypass sin radio de mecanizado

Como puede observarse de los resultados anteriores, la aproximación teórica realizada a través de la Ecuación 39 es adecuada y ofrece un margen de seguridad positivo, al sobreestimar el campo tensional. Sin embargo, y dado que el error es relativamente elevado en comparación con los valores que se han obtenido hasta el momento, se propone emplear como valor de referencia para el aporte de *bearing-bypass* el obtenido a partir del modelo FEM, a fin de reducir el conservadurismo de los resultados que se deriven de éste. La idoneidad de esta elección se discutirá más adelante, en vista de los resultados obtenidos.

2.3.4.3.1.2 Aporte del Radio de Mecanizado

De la expresión esquemática indicada anteriormente:

$$K_t = f(Rad. Mec.)^{\alpha_1} \cdot g(K_{t,brg}, K_{t,byp})^{\alpha_2}$$

El único término que queda por hallar es la función dependiente del radio de mecanizado. Al igual que se ha hecho en todos los desarrollos anteriores, el procedimiento más interesante para determinar el valor de K_t generado por la presencia del radio de mecanizado consistiría en, tomando como base un estudio de la bibliografía contrastar los resultados de las correlaciones ofrecidas con los de un modelo de elementos finitos.

Sin embargo, no existen estudios de concentración de tensiones para geometrías como la que se presenta en el problema actual. Ello obligará emplear fuentes bibliográficas que ofrecen resultados para geometrías similares y adaptarlos a fin de obtener un valor de K_t con un margen de seguridad aceptable.

Como ya se ilustraba en la Imagen 75, el problema de concentración de tensiones en el agujero tensionado está influido por la proximidad de un radio de mecanizado. La

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

la bibliografía especializada refiere un estudio realizado por los investigadores Kumagai y Shimada, (Kumagai & Shimada, 1967), en el que se resuelve el problema de concentración de tensiones para una placa plana de anchura d que se ensancha hasta un valor D mediante un radio de acuerdo r . El esquema de la geometría se muestra en la Imagen 87:

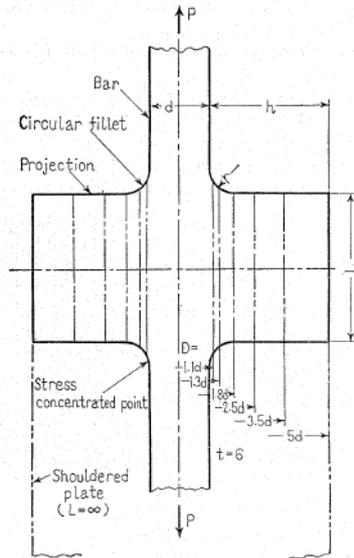


Imagen 87. Caso Real 1. Esquema de geometría para K_t de radio (Kumagai & Shimada, 1967)

Kumagai y Shimada realizan un estudio basado en técnicas fotoelásticas del problema descrito anteriormente, para una placa plana de espesor 6mm, y con la simetría presentada. En vista de los resultados obtenidos, presentan una función que aproxima el valor de K_t y que se muestra a continuación:

$$K_{t,rad} = 1 + C \cdot Q^\alpha$$

Ecuación 45. Caso Real 1. Expresión del K_t de radio (Kumagai & Shimada, 1967).

Cuyos parámetros C , Q , α tienen la siguiente expresión:

$$C = 1 - 0.48e^{-0.74L/d}$$

$$\alpha = 0.65 - 0.1e^{-0.68L/d}$$

$$Q = \frac{D/d - 1}{2 \cdot (2.8 \cdot D/d - 2)} \cdot \frac{d}{r}$$

Ecuación 46. Caso Real 1. Parámetros para cálculo de K_t de radio (Kumagai & Shimada, 1967)

Las expresiones anteriores son válidas en todo el rango de los números reales para las variables indicadas.

La geometría del caso real que se desea estudiar, si bien similar, no es exactamente la misma a la que se muestra en la Imagen 87. En cualquier caso, dado que el problema presentado por Kumagai y Shimada tiene simetría especular respecto del eje de aplicación de la carga P , pueden emplearse las expresiones anteriores para resolver un problema que únicamente involucre una de las mitades simétricas.

En efecto, aplicando la simetría del modelo, podría representarse el esquema de la Imagen 87 a partir de la Imagen 88, indicada a continuación.

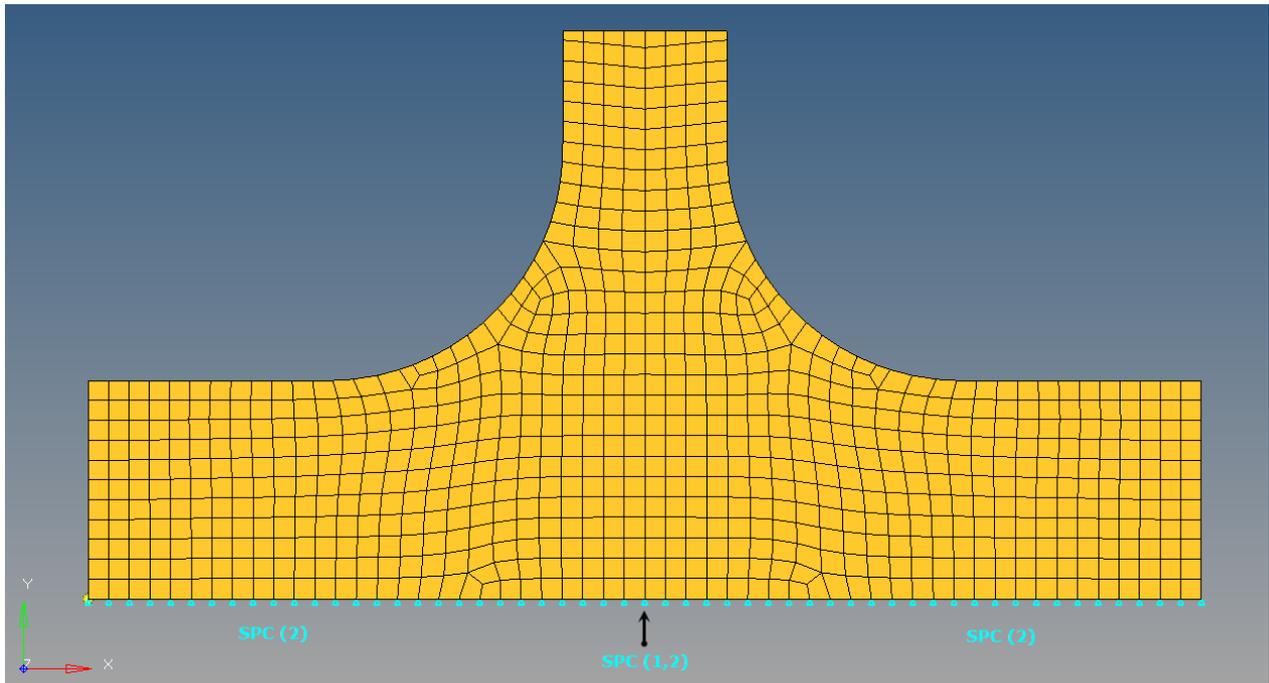


Imagen 88. Caso Real 1. Aplicación de condiciones de contorno de simetría al problema de Kumagai

La geometría de la Imagen 88, si bien tiene una gran similitud con el problema real, no representará exactamente el estado tensional deseado, debido a que las condiciones de contorno impuestas para forzar una simetría introducen una rigidez poco representativa del modelo.

Analizando el conjunto representado en la Imagen 74 puede observarse que la unión entre Rib y Spar se realiza a través de uniones remachadas aisladas como la que se busca estudiar en el presente informe. Es por ello que asumir un contacto perfecto entre Rib y Spar a lo largo de toda su extensión como se presume en las condiciones de contorno mostradas en la Imagen 88 es un caso ideal que puede inducir error en los resultados. Una distribución de apoyos más realista es suponer que la zona de mayor rigidez se encuentra en la línea que une los remaches de la Rib, dispuestos alineadamente respecto de la dirección de aplicación de la carga. A continuación se muestra una comparativa entre las condiciones de contorno de cada uno de los casos, para una mejor visualización de lo anterior.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

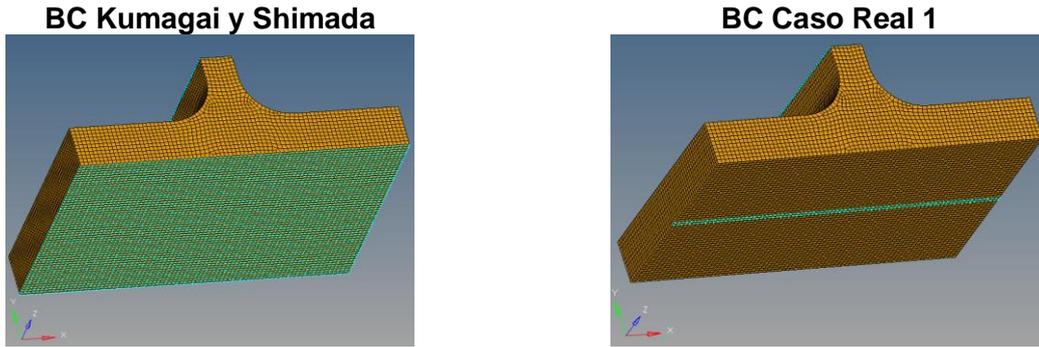


Imagen 89. Caso Real 1. Comparativa BC's Kumagai y Caso Real 1

Como puede observarse, la disposición de condiciones de contorno de Kumagai y Shimada resulta en un modelo mucho más rígido que el que realmente se tiene en el caso estudiado. A fin de evaluar el impacto que tiene sobre cada uno sus respectivas condiciones de contorno, se realiza un análisis FEA de los modelos anteriores:

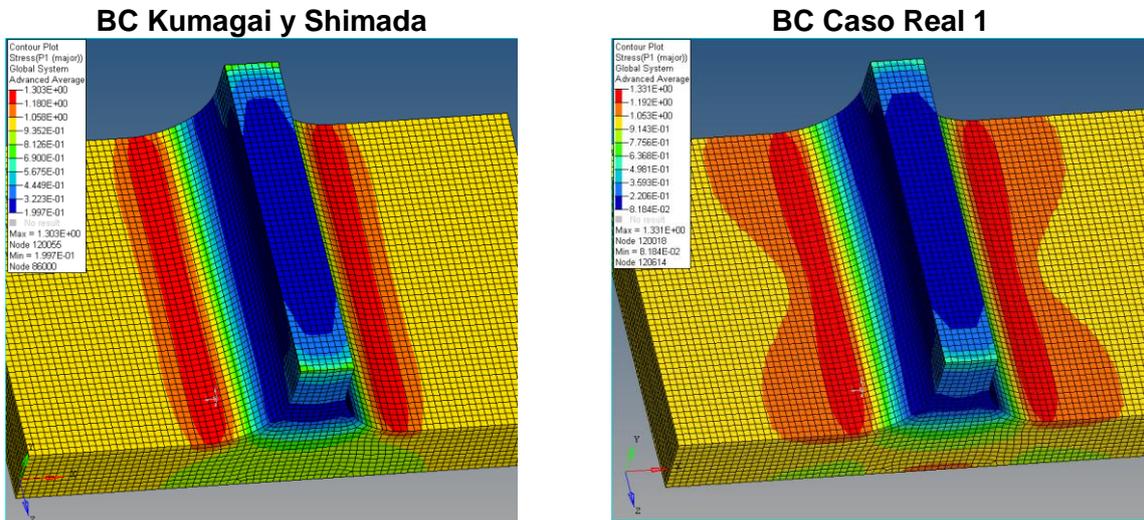


Imagen 90. Caso Real 1. Comparativa Kt Kumagai y Caso Real 1

$K_{t,rad}$ con BC según Kumagai y Shimada	1.303
$K_{t,rad}$ con BC según Caso Real 1	1.331

Tabla 60. Caso Real 1. Comparativa Kt Kumagai y Caso Real 1

Dichos valores de Kt pueden compararse con el valor ofrecido por Kumagai y Shimada para la geometría propuesta. Dado que la longitud del alma de la T invertida que forma la Rib tiene no está especificada, se ha tomado para los modelos FEM un valor de D suficiente para representar el fenómeno de concentración de tensiones debido a la presencia del radio. En efecto, Kumagai y Shimada muestran que la Ecuación 45 presenta una asíntota horizontal a partir de cierto valor de D/d , que particularizado para los valores de $(L/d, d/r)$ del problema, ocurre cuando $D/d > 6$. Sin embargo, tomar este valor de D obliga a hacer un modelo donde el alma de la T invertida es muy alargada. Dado que, a fin de contabilizar el efecto de rigidización de la Rib sobre el modelo deben emplearse condiciones de contorno de empotramiento en el extremo del alma de la T invertida, alargarla en exceso genera problemas de flexión como los mencionados en la página 155. Es por ello que se empleará un modelo de alma corta, con $D/d = 2.6$, donde se alcanza una solución de compromiso en

la que se restringe el efecto de flexión y se limita la diferencia del K_t así obtenido respecto del valor asintótico al 1.5%.

Es importante remarcar aquí que, si bien la geometría del caso real que quiere modelizarse consiste en una de las mitades simétricas del problema resuelto por Kumagai y Shimada, las variables d y D deben tomarse como si el problema a resolver fuera el propuesto por Kumagai. De esta forma, y a modo ilustrativo, siendo el espesor de placa $t = 7.5mm$, el valor de d deberá ser $15mm$. De esta forma se garantiza que la Ecuación 45 represente un estado tensional aproximado al del modelo real.

Se emplean por tanto los siguientes valores para los parámetros requeridos para determinar C, Q, α :

D/d	2.6
L/d	0.37
d/r	1.88

Tabla 61. Caso Real 1. Parámetros para K_t según Kumagai y Shimada

Introduciéndolos en la Ecuación 45, puede obtenerse el valor de $K_{t,rad}$ teórico, que se muestra en forma de tabla comparativa junto con los resultados de los modelos FEM mostrados en la Imagen 90:

	$K_{t,rad}$	Error respecto teórico
FEM BC Kumagai y Shimada	1.303	-0.53%
FEM de BC Caso Real 1	1.331	1.60%
Modelo Teórico Kum. y Shim.	1.31	-

Tabla 62. Caso Real 1. Comparativa K_t de radio según FEM y teoría

Como puede extraerse de la tabla anterior, el valor del K_t es prácticamente el mismo que el teórico cuando las condiciones de contorno empleadas son las que fuerzan una simetría en el modelo. Éste es un resultado lógico, ya que ambas técnicas están resolviendo la misma geometría ante el mismo estado de cargas. Por el contrario, el modelo que representa las condiciones de contorno reales muestra una elevación del factor de concentración de tensiones respecto de lo que prevé Kumagai. Comparando los campos de tensiones de los dos modelos FEM mostrados en la Imagen 90, se puede observar que los contornos son más desiguales a medida que se recorre la dirección perpendicular a la línea de apoyos, mientras que en el centro de la placa las distribuciones de tensión de ambos modelos presentan la misma forma.

En efecto, el modelo *BC Caso Real 1* no presenta su máximo K_t en el centro de la placa como lo hace el modelo *BC Kumagai y Shimada*, sino que se produce en las zonas más cercanas a borde, donde los contornos de tensión elevada (indicados en rojo y naranja) abarcan una mayor extensión. Si se obtiene el máximo valor del K_t de la zona central del modelo *BC Caso Real 1*, éste desciende hasta 1.282, lo que supone un -3.68% respecto del máximo del mismo modelo.

Esta diferencia entre el valor máximo y mínimo del K_t sobre la superficie del radio en el modelo *BC Caso Real 1* puede explicarse atendiendo a la configuración deformada del mismo. En la Imagen 91 se muestran simultáneamente el sólido deformado (izquierda) y la distribución de desplazamientos verticales (derecha):

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

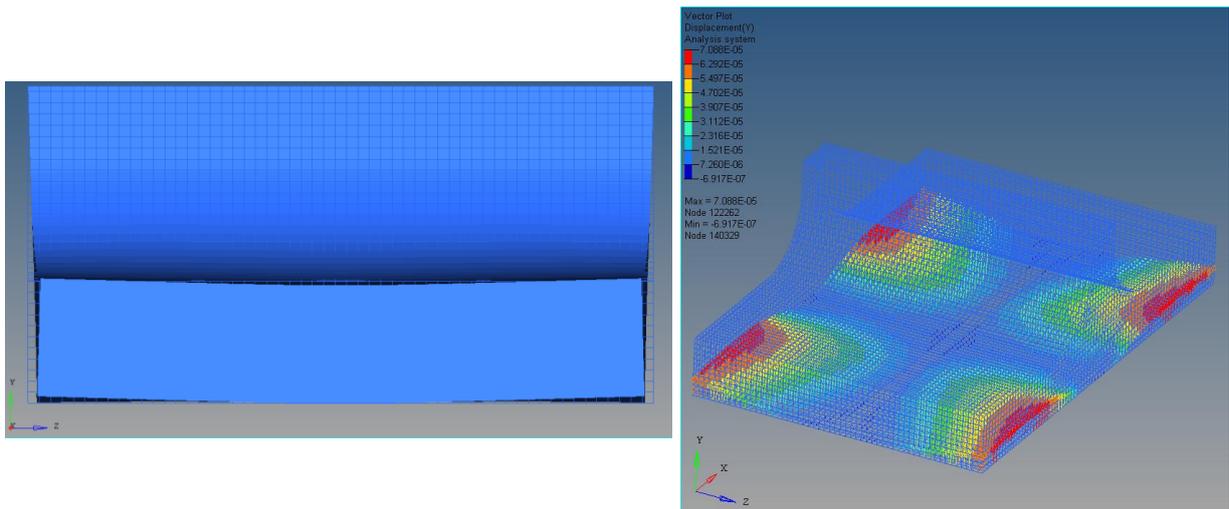


Imagen 91. Caso Real 1. Deformada y desplazamientos de la placa

Como puede observarse, el estado de carga impuesto genera un alabeo de la placa en los cuatro cuadrantes que delimitan la línea de apoyos inferior y la zona de presencia del radio, que por su elevada rigidez impide el desplazamiento vertical. Debido a este fenómeno de flexión, la máxima tensión no se presentará en el centro de la placa, como ya se ilustra en la Imagen 90. En efecto, si se comparan las componentes principales de la tensión en el centro de la placa (Imagen 92, izquierda) y en una zona de alabeo (Imagen 92, derecha), puede observarse una desviación en la dirección de la tensión en este último caso motivada por las tensiones compresivas en dirección Z generadas por la flexión.

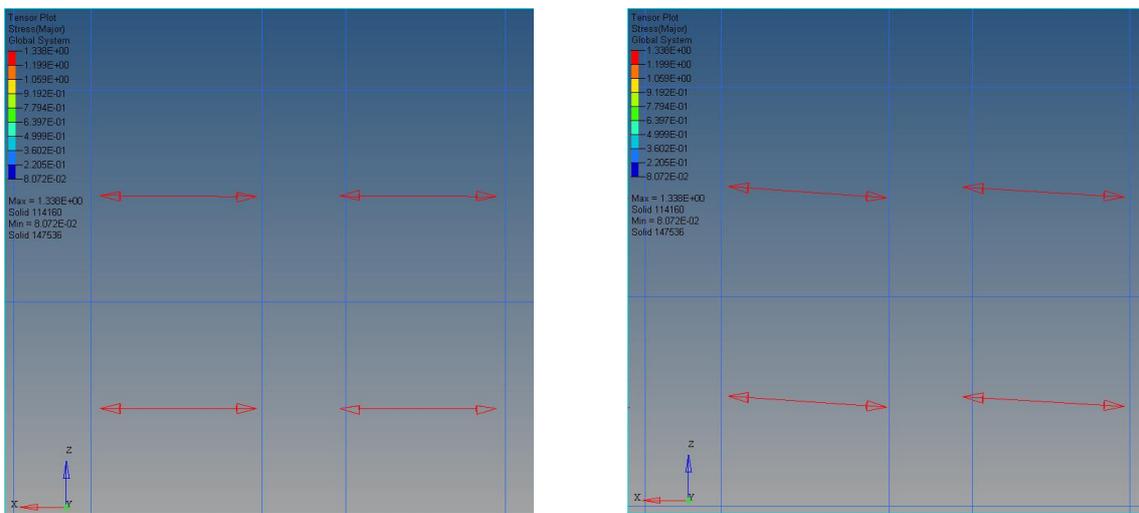


Imagen 92. Caso Real 1. Desviación de la tensión principal debido a flexión

Debido a todo lo anterior, puede extraerse que el valor del K_t que se tendrá en el caso real que ocupa este estudio será superior al que prevén los modelos empíricos desarrollados por Kumagai y Shimada. Esta desviación se justifica a través del estado real de carga generado por la disposición de las condiciones de contorno.

El error cometido si se toma como referencia el valor de $K_{t,rad}$ obtenido mediante la expresión propuesta por Kumagai y Shimada no excederá el 1.6% por defecto, por lo que puede emplearse como primera aproximación para el valor de K_t generado por el radio, y evitar así la modelización en FEM de cara a futuros análisis.

Sin embargo, en el presente estudio se empleará la distribución real de $K_{t,rad}$ hallado mediante el modelo FEM en su zona de máxima tensión, a fin de obtener unos resultados más precisos del Kt global del problema de interacción.

Extrayendo los valores de $K_{t,rad}$ en la superficie de la zona de máximo valor de la tensión principal, puede obtenerse una curva que se empleará posteriormente para particularizar el valor del aporte del radio de mecanizado al Kt global para cada posición del agujero. Se detalla a continuación, en la Imagen 93, junto con un esquema que define el sistema de referencia empleado.

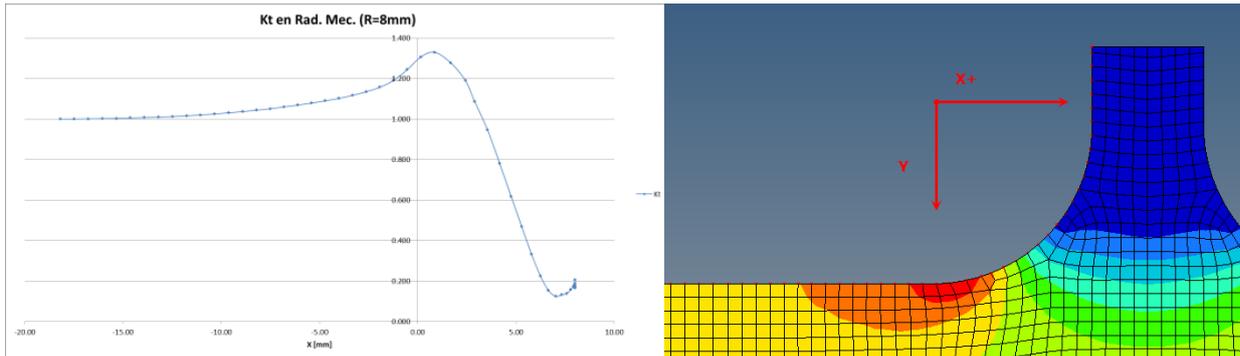


Imagen 93. Caso Real 1. Distribución de Kt de Radio de Mec. (R=8mm)

Téngase en cuenta que el origen de coordenadas se establece sobre la línea de fin de radio, en la mitad de la anchura de la placa. La coordenada X quedará definida hacia la zona de espesor creciente.

Conocida la distribución de $K_{t,rad}$ a lo largo de la superficie de la placa para un valor del radio de mecanizado de ($R = 8mm$), se dispone de toda la información requerida para realizar un cálculo teórico del valor de Kt como resultado de la interacción de los fenómenos descritos a lo largo del presente apartado.

2.3.4.3.1.3 Cálculo del Kt Global

Recordando una vez más la expresión:

$$K_t = f(\text{Rad. Mec.})^{\alpha_1} \cdot g(K_{t,brg}, K_{t,byp})^{\alpha_2}$$

Replanteando la expresión anterior atendiendo a las dependencias de cada término con las variables geométricas del problema, puede expresarse de la siguiente forma:

$$K_t = K_{t,rad}(R, X) \cdot K_{t,bb}(d)$$

Ecuación 47. Caso Real 1. Dependencia de Kt con la posición del agujero.

Donde $K_{t,rad}(R, X)$ es el aporte del radio de mecanizado, dependiente de la magnitud del mismo y de la posición del punto de cálculo sobre la superficie de la placa, pero no así de la geometría del agujero. $K_{t,bb}(d)$ es el aporte de Bearing y Bypass al Kt global, que únicamente dependerá del diámetro del agujero empleado. Evidentemente, ambas variables dependen de la anchura y espesor de la placa, pero no se tiene en cuenta en el análisis de dependencias al haberse empleado los mismos valores para ambos aportes de Kt.

A lo largo de los apartados anteriores se han obtenido los valores y expresiones de $K_{t,bb}(d)$ y $K_{t,rad}(R, X)$ respectivamente para una pareja de valores $d = 4.1mm$ y $R = 8mm$. De esta manera, podrán obtenerse valores teóricos del Kt global mediante la Ecuación 47 para distintas posiciones del remache (X), y compararlos con resultados FEM para dichas posiciones.

Es importante reseñar aquí que, debido a que el problema de concentración de tensiones en las inmediaciones de un radio de mecanizado es un problema tridimensional, los valores de máxima tensión para cada término $K_{t,bb}$ y $K_{t,rad}$ no coinciden en el mismo punto del espacio. En efecto, examinando los modelos FEM realizados, el máximo valor de $K_{t,bb}$ ocurre en un punto situado aproximadamente en la mitad del espesor de la placa, mientras que el máximo valor de $K_{t,rad}$ ocurre en la superficie de la misma. En los desarrollos realizados, sin embargo, se considerará que el fenómeno de concentración de tensiones ocurre en el mismo punto, lo que ofrecerá resultados conservadores de cara al análisis.

Por otro lado, debido a que el campo de tensiones que se quiere modelizar mediante elementos finitos presenta grandes variaciones en las inmediaciones del agujero, captar con una resolución aceptable el valor de la tensión en cada punto sin recurrir a técnicas de extrapolación de resultados requeriría emplear elementos de tamaño muy pequeño, incrementando así enormemente el número de nodos del conjunto, por tratarse de un modelo tridimensional.

Si bien se ha realizado un breve comentario al comienzo del informe en el que se analizaban las distintas herramientas de extrapolación, conviene recordar brevemente su uso. NASTRAN ofrece por defecto los valores del campo de tensiones (así como cualquier otra variable derivada del campo de desplazamientos nodales) en el centroide de cada elemento. Asumir que los valores nodales de tensión son los mismos que los que se ofrecen en el centroide del elemento es una aproximación razonable en zonas donde la intensidad del gradiente de tensiones es baja. Sin embargo, en puntos donde la tensión varía fuertemente en el espacio, esta hipótesis deja de ser válida. Las herramientas de

extrapolación nodal buscan salvar esta diferencia, empleando funciones de interpolación para realizar una estimación del valor real de la tensión en los nodos del elemento, tomando como base el valor en el centroide.

Debe tenerse en cuenta, sin embargo, que los resultados que arroja la extrapolación nodal son una mera aproximación y que, si bien reducen el error con respecto a los valores reales, se ven igualmente afectados por los gradientes de tensión elevados. La técnica de extrapolación empleará los valores de los centroides de los elementos contiguos para estimar el valor de la tensión en los nodos del elemento deseado, generalmente mediante una extrapolación bilineal (cuadrática) en NASTRAN, por lo que en muchas ocasiones los resultados extrapolados pueden exceder el valor de la tensión real. Si bien ello garantiza que el análisis es conservador desde el punto de vista de la evaluación de K_t , a la hora de postprocesar los resultados se observará un error de origen numérico. Sin embargo, se tomarán como referencia los valores nodales extrapolados en zonas de elevado gradiente de tensión, por ofrecer márgenes de seguridad más conservadores.

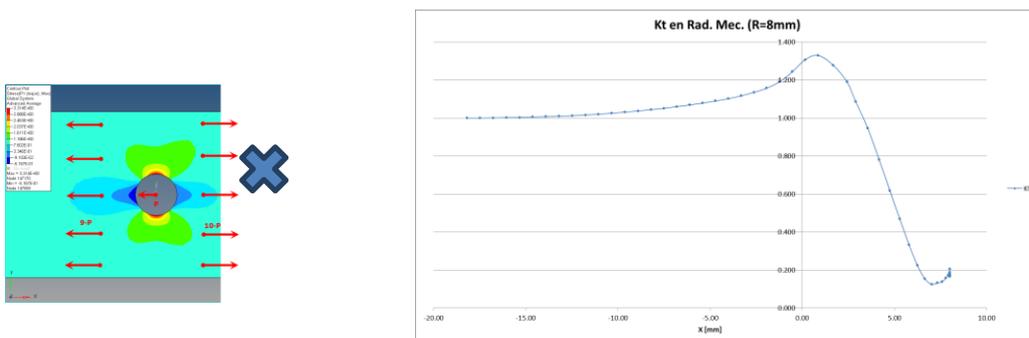
Una vez establecidas las bases de cálculo y la metodología que se seguirán a lo largo del apartado actual, se procede al cálculo del K_t global, para una pareja de valores $d = 4.1mm$ y $R = 8mm$ para distintas posiciones del agujero (X). Con respecto a ésta última variable, se proponen tres posiciones particulares:

Casos	Distancia a línea de fin de radio
Caso Nominal 1 (N1)	$X = 0 [mm]$
Caso Nominal 2 (N2)	$X = -(d + 1.6) [mm]$
Caso Nominal 3 (N3)	$X = -5 \cdot d [mm]$

Tabla 63. Caso Real 1. Descripción de casos nominales

Se toman los tres valores anteriores a fin de analizar cuál es el efecto sobre el K_t de ubicar un agujero en la línea de fin de radio de mecanizado (N1), otro en la posición nominal especificada por los manuales de diseño (N2) y por último en una posición alejada de la influencia del radio de mecanizado (N3), donde el efecto de éste sobre el K_t debería desaparecer.

Empleando el valor según FEM de $K_{t,bb} = 3.31$ (Tabla 59, pág.159), y extrayendo los polinomios de aproximación para los resultados FEM de $K_{t,rad}(X)$ (Imagen 93, pág.165), puede establecerse el valor de K_t como producto de ambos valores, particularizados para cada valor de (X) de cada caso N. De forma esquemática, se tiene la siguiente expresión:



Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

$$K_{t,bb} = 3.31$$

$$K_{t,rad1} = 0.001x^2 + 0.03x + 1.2201$$

$$K_{t,rad2} = 2 \cdot 10^{-3}x^5 + 0.0006x^4 - 0.0232x^3 - 0.0269x^2 + 0.0822x + 1.2936$$

$$K_{t,rad3} = 0.0093x^3 - 0.1167x^2 + 0.2066x + 1.2502$$

Con:

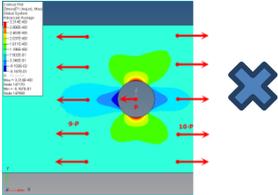
$$K_{t,rad1} \text{ si } x \in [-18.20, -1.93]$$

$$K_{t,rad2} \text{ si } x \in (-1.93, 2.42]$$

$$K_{t,rad3} \text{ si } x \in (2.42, 8]$$

Ecuación 48. Caso Real 1. Expresión de producto de Kt según distribución de $K_{t,rad}$

Paralelamente, puede emplearse la correlación descrita por Kumagai y Shimada (Ecuación 45, pág.160) a fin de disponer de otra vía para evaluar el valor de Kt en cada posición del agujero. Evidentemente, el valor de Kt aportado por Kumagai y Shimada, y cuya descripción ya se hizo en el apartado *Aporte del Radio de Mecanizado*, pág.159, no depende de la posición del agujero, por lo que su valor será constante para la geometría dada. Análogamente a la Ecuación 48:



K. KUMAGAI and H. SHIMADA

$$K = 1 + CQ^\alpha$$

$$C = 1 - 0.48e^{-0.74L/d}$$

$$\alpha = 0.65 - 0.1e^{-0.63L/d}$$

$$Q = \frac{1}{2.8D/d - 2} \frac{h}{r} = \frac{D/d - 1}{2(2.8D/d - 2)} \frac{d}{r}$$

$K_{t,bb} = 3.31$

$K_{t,rad} = 1.31$

Ecuación 49. Caso Real 1. Expresión de producto de Kt según Kumagai y Shimada

A la aproximación de Kt obtenida de acuerdo a la correlación de Kumagai y Shimada se le denomina **Prod.1** y a la obtenida mediante la distribución real de Kt a lo largo de la superficie de la placa se le denomina **Prod.2** para mayor simplicidad.

Los modelos FEM realizados presentan la geometría detallada en la Tabla 55, que se vuelve a recordar aquí:

Diámetro nominal de taladro (d)	4.1mm
Distancia a borde de placa desde centro del taladro(c)	8.2mm
Radio de mecanizado (R)	8mm
Espesor en zona de Rear Spar	7.5mm
Espesor en zona de Rib	2.8mm

Respecto de las condiciones de contorno, se emplean las utilizadas en el apartado *Aporte del Radio de Mecanizado*, pág.159, representando las condiciones de contacto entre Rib y Spar y rigidización del alma de la T invertida debida a la Rib. Las formas de apoyo se representan en la siguiente figura:

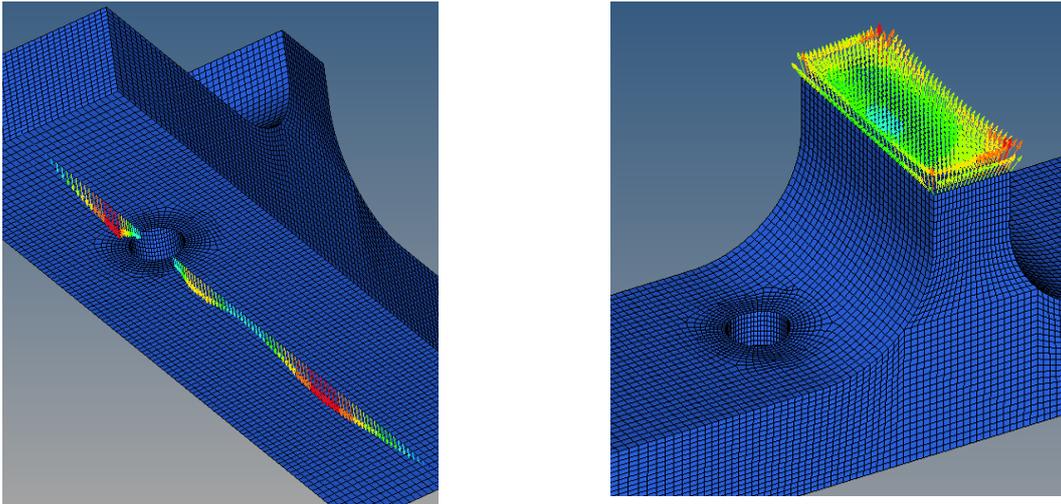


Imagen 94. Caso Real 1. Condiciones de Contorno del modelo FEM

Sin otro particular, se calcula el valor de K_t para las tres situaciones (N1, N2, N3) mediante las dos aproximaciones (**Prod.1**, **Prod.2**), que se comparan con los resultados FEM de los tres modelos correspondientes:

<p>Caso Nominal N1</p>			<p>$K_t \text{ FEM} = 3.945$</p>
<p>Caso Nominal N2</p>			<p>$K_t \text{ FEM} = 3.766$</p>
<p>Caso Nominal N3</p>			<p>$K_t \text{ FEM} = 3.582$</p>

Tabla 64. Caso Real 1. Resultados K_t según FEM para casos N1, N2 y N3

Empleando las expresiones indicadas en Ecuación 48 y Ecuación 49 pueden hallarse valores teóricos que traten de aproximar los anteriores. Se resumen en la siguiente tabla, definiendo el error respecto de los resultados FEM. De esta forma, el error será negativo cuando los resultados teóricos sean inferiores a los resultados mostrados por el modelo FEM.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Caso	X [mm]	Kt FEM	Kt Prod. 1	Kt Prod. 2	Error Prod. 1	Error Prod. 2
N1	0	3.945	4.341	4.287	10.0%	8.7%
N2	-5.7	3.731	4.341	3.584	16.4%	-3.9%
N3	-20.5	3.582	4.341	3.398	21.2%	-5.1%

Tabla 65. Caso Real 1. Comparación resultados de Kt para casos N1, N2, N3

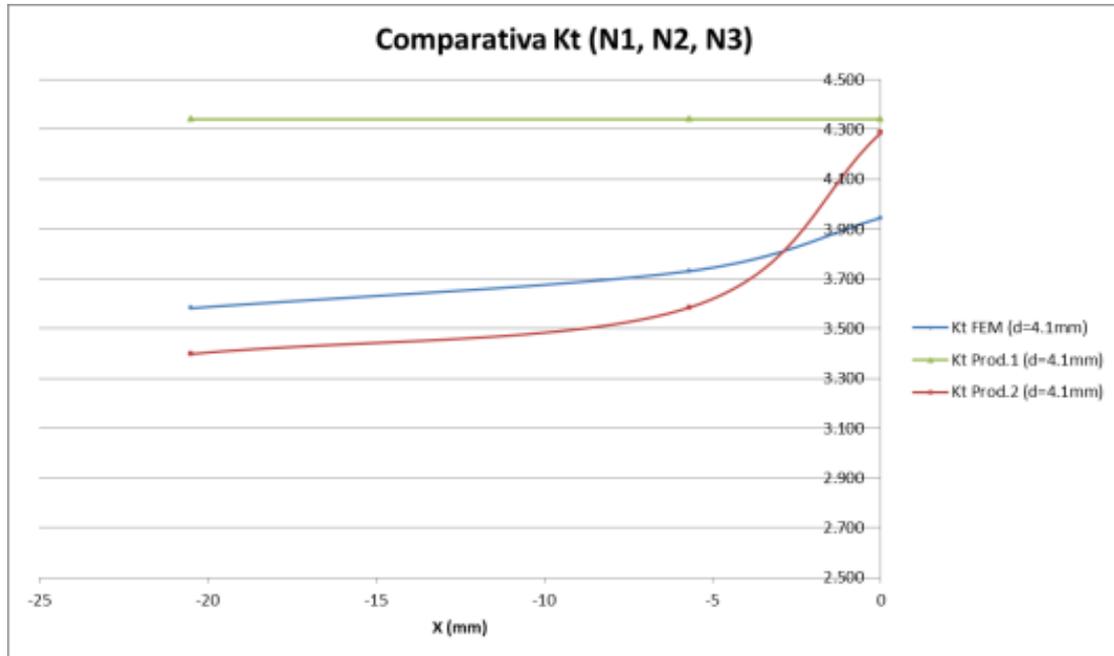


Gráfico 45. Caso Real 1. Comparación resultados de Kt para casos N1, N2, N3

Se puede observar que en general las correlaciones dan un resultado conservador cuando el agujero se encuentra situado cerca de la línea de fin de radio, con errores por exceso del entorno del 10%. A medida que se aleja el agujero, la correlación **Prod.1** ofrece una estimación muy conservadora (~20%), al no tener en cuenta la reducción del aporte del radio a medida que se recorre la dimensión X.

Por otro lado, la correlación **Prod.2** sigue la tendencia del valor del Kt ofrecido por el FEM, si bien a partir de cierto instante ésta subestima el valor de la tensión respecto del modelo. Dado que el error no parece variar significativamente con la distancia, es razonable suponer que quizás exista un error estructural que afecte homogéneamente a los resultados a partir de cierto valor de X.

Para valores de X alejados de la línea de fin de radio, $K_{t,rad}$ decrece rápidamente hasta estabilizarse en el valor unidad (Imagen 93, pág. 165), por lo que el principal valor del Kt que prevé la correlación **Prod.1** corresponde al aporte de *bearing-bypass* sobre un agujero. En efecto, para el caso N3, en el que el agujero se encuentra a una distancia $5 \cdot d$ de la línea de fin de radio de mecanizado, el efecto del radio será despreciable, por lo que puede aislarse únicamente la componente de *bearing-bypass*. De esta forma, si se realiza un modelo tridimensional consistente únicamente en el agujero sometido a fuerzas de Bearing y Bypass, debería observarse un valor de la tensión similar al obtenido en el caso N3. Para visualizar este fenómeno y poder compararlo con el valor del Kt de Bearing y Bypass obtenido del modelo 2D empleado en el apartado Aporte de Bearing y Bypass, página 150, se presenta la siguiente tabla:

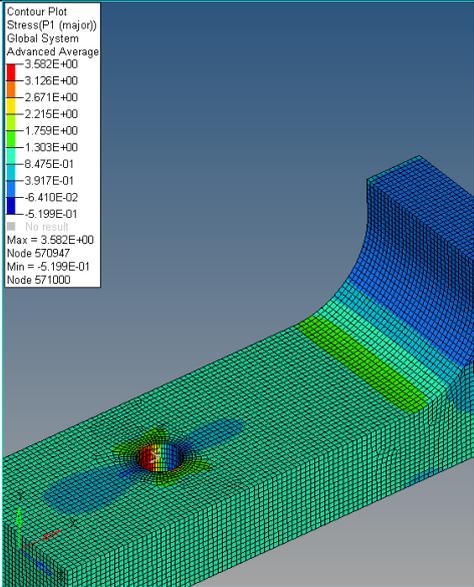
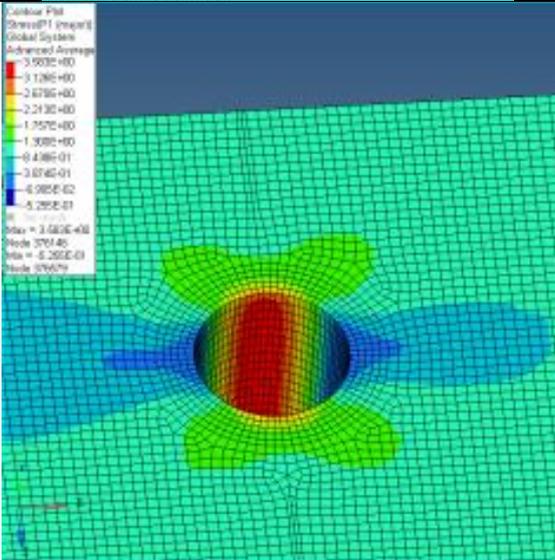
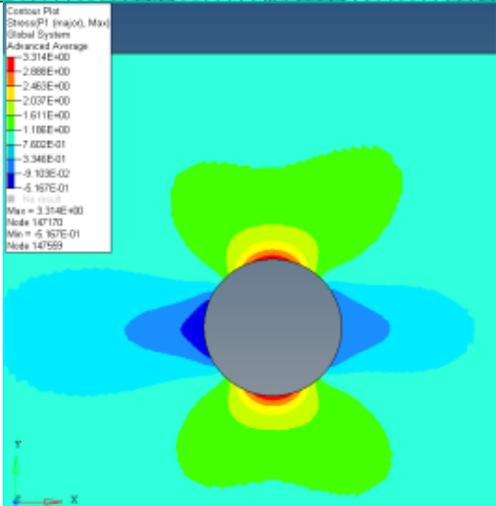
<p>Caso Nominal N3</p>		<p>$K_t=3.582$</p>
<p>Caso Bearing y Bypass 3D</p>		<p>$K_t=3.583$</p>
<p>Caso Bearing y Bypass 2D</p>		<p>$K_t=3.314$</p>

Tabla 66. Caso Real 1. Comparativa aporte Bearing y Bypass en distintos modelos

Como puede observarse, el valor del K_t obtenido en el caso de Bearing y Bypass 3D es muy próximo al obtenido en el caso N3 con agujero alejado de la línea de fin de radio de mecanizado. Sin embargo, el valor del aporte de K_t para Bearing y Bypass del modelo 2D

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

realizado es un 7.5% inferior. Dado que es el caso de Bearing y Bypass 2D el que se ha empleado en las expresiones Ecuación 48 y Ecuación 49, a medida que el agujero se aleja de la línea de fin de radio y el aporte de éste decrece hasta su valor unidad, el error por defecto en la estimación Prod.2 se hace más significativo. Más aún, el error del 7.5% existente entre los modelos 2D y 3D para Bearing y Bypass cubre el error del 5% existente entre la correlación Prod.2 y el valor real del FEM en rangos de X más negativos.

La diferencia entre el modelo 2D y 3D a la hora de evaluar el aporte de Bearing y Bypass sobre el Kt global puede deberse a muchos factores. En primer lugar, debe tenerse en cuenta que sobre el modelo 2D no se han empleado técnicas de extrapolación, sino que se ha recurrido a tamaños de elemento muy pequeños para captar adecuadamente el campo tensional. Por el contrario, esto no ha sido posible en los modelos FEM 3D, por lo que se ha introducido un error debido a la extrapolación bilineal empleada, que sobreestimaré el valor del Kt.

Por otro lado, el modelo 2D no considera la existencia de un campo tridimensional de tensiones generado por la rigidez que aporta el espesor de la placa. A modo de ejemplo, Peterson estima que ante un caso de carga de Bypass en un agujero aislado sobre placa infinita, la diferencia respecto del valor teórico puede diferir hasta en un 3%. Lamentablemente, debido a que no existen estudios de cómo afecta el espesor sobre el valor del Kt en situaciones de proximidad a radio o para casos de carga de Bearing, no puede realizarse una estimación del error que puede estar cometándose para el caso global, y la realización de un estudio propio para la aplicación sobre los casos tratados excede el alcance del trabajo actual.

Un último apunte sobre fuentes de error debe realizarse atendiendo al tamaño de elemento empleado. Incluso en el caso en que se empleen dos modelos 3D de la misma geometría, en los que se aplique una extrapolación de los resultados centroidales a los nodos de los elementos, la dependencia de los mismos con el tamaño de elemento en la zona crítica del agujero es significativa. En el siguiente gráfico se muestra, para una misma geometría tridimensional y estado de cargas la variación de la tensión a lo largo del espesor ante modelos de distintos tamaños de elemento en borde de agujero.

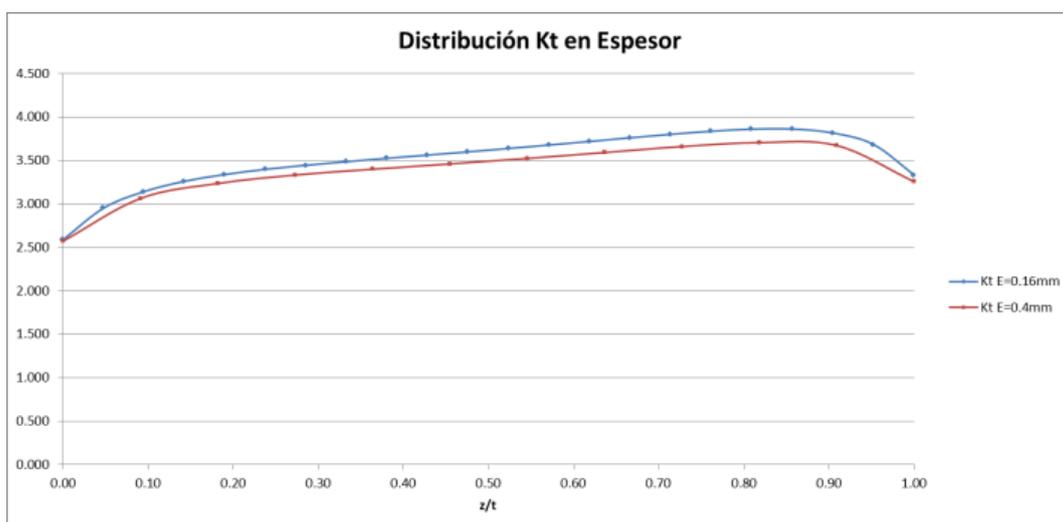


Gráfico 46. Caso Real 1. Variación de Kt según el espesor de agujero y tamaño de elemento

El gráfico anterior sirve para visualizar la variación de la tensión a lo largo del espesor, donde ($z/t = 0$) es la parte inferior de la placa y ($z/t = 1$) es la parte superior. También se puede observar que para un tamaño de elemento 2.5 veces mayor, el descenso de la tensión máxima es del 4%, si bien en los puntos de la superficie de la placa, donde el estado tensional es predominantemente plano, las diferencias en los resultados debidas al tamaño de elemento son menos significativas.

Si bien es difícil discernir el alcance que tiene cada uno de los factores de error sobre el error global que presenta la estimación del Kt, realizar un análisis de cuáles son sus fuentes es esencial de cara a la comprensión del problema y de las limitaciones que conlleva la estimación del factor de concentración de tensiones. De esta forma, se tendrá una percepción de los intervalos de confianza en los que se sitúan los resultados obtenidos, que deberán emplearse siempre con precaución y sentido crítico.

Como consecuencia de todo lo anterior, se concluye que, pese a que el valor de $K_{t,bb}$ que se obtiene del modelo 2D ($K_{t,bb} = 3.31$, Aporte de Bearing y Bypass, página 150) es inferior al obtenido de forma teórica de las tablas de la bibliografía ($K_{t,bb} = 3.45$, Tabla 57, pág. 151) y al obtenido del modelo 3D con técnicas de extrapolación a nodos ($K_{t,bb} = 3.583$, Tabla 66, pág. 171), será el empleado para la estimación del Kt global en las inmediaciones del radio. En efecto, en caso de que el agujero se encuentre cerca de la línea de fin de radio, la evaluación del Kt es satisfactoria mediante el método descrito en el presente apartado, con un error máximo del 8%. Para situaciones en las que el agujero se sitúe en zonas más alejadas del radio, el valor del Kt se aproxima al correspondiente para un agujero sometido a tensiones de Bearing y Bypass sin efecto de radio. En todo caso, debe recordarse que el error está evaluado respecto de un modelo FEM que emplea herramientas de extrapolación a nodos de los resultados en el centroide, por lo que en realidad el error cometido será menor.

Como conclusión, puede afirmarse que en general el método propuesto ofrece resultados razonables que se adecúan a los resultados de los modelos FEM realizados, pudiendo evaluar el valor de Kt para un mismo agujero situado a distintas posiciones sobre la placa. Sin embargo, un estudio interesante puede consistir en analizar la capacidad del método propuesto para prever el estado tensional completo para una posición concreta del agujero.

2.3.4.3.2 Estimación Integral del Estado Tensional

En el apartado anterior se daba respuesta a la necesidad de prever cuál es el valor de la máxima tensión de un modelo concreto. Sin embargo, del estudio de interacción realizado en el apartado *Interacción de Concentración de Tensiones*, página 76, podía observarse que el fenómeno de interacción no se limita únicamente a las zonas de máxima tensión, sino que las correlaciones empleadas también son capaces de estimar el valor de las tensiones en las cercanías de los concentradores.

De acuerdo con esto, se propone emplear el método de interacción desarrollado en las páginas anteriores para tratar de prever el estado tensional en las cercanías del agujero, y compararlo con los valores FEM obtenidos. Para ello, se tomará como base un nuevo ensayo, realizado para una nueva distancia de la línea de fin de radio (X), a fin de reunir más datos del factor de concentración de tensiones en distintas geometrías. Las características geométricas del mismo serán las que siguen:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Identificador de caso	T
Radio de mecanizado (R) [mm]	8
Diámetro de agujero (d) [mm]	4.1
Anchura de placa (W) [mm]	16.4
Espesor de placa (t) [mm]	7.5
Distancia a línea de fin de radio (X) [mm]	$-d/2$

Tabla 67. Caso Real 1. Geometría básica del caso T

De esta forma, el primer paso será generar el modelo FEM para el caso T. En esencia, es el mismo caso que se ha venido tratando hasta el momento, en el que el agujero se sitúa a una distancia $d/2$ de la línea de fin de radio de mecanizado, donde d es el diámetro del remache. Se muestra a continuación una vista en planta:

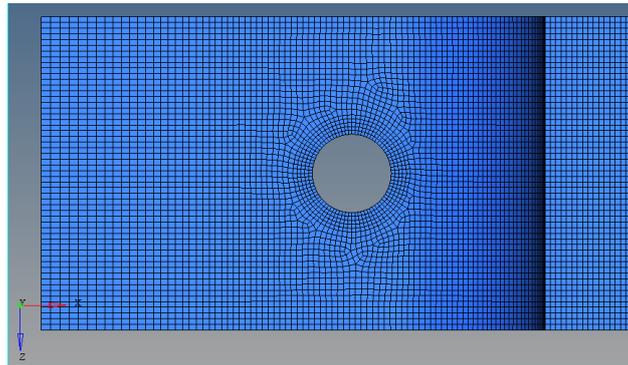


Imagen 95. Caso Real 1. Detalle de la geometría para análisis del estado tensional

Aplicando las mismas cargas y condiciones de contorno que las descritas para los modelos N1, N2, N3, se obtienen los valores de tensión principal en toda la placa. De los resultados obtenidos, se extraen los valores de tensión a lo largo de la dimensión (X) por una recta tangente al punto de máximo K_t , como se indica en la siguiente figura:

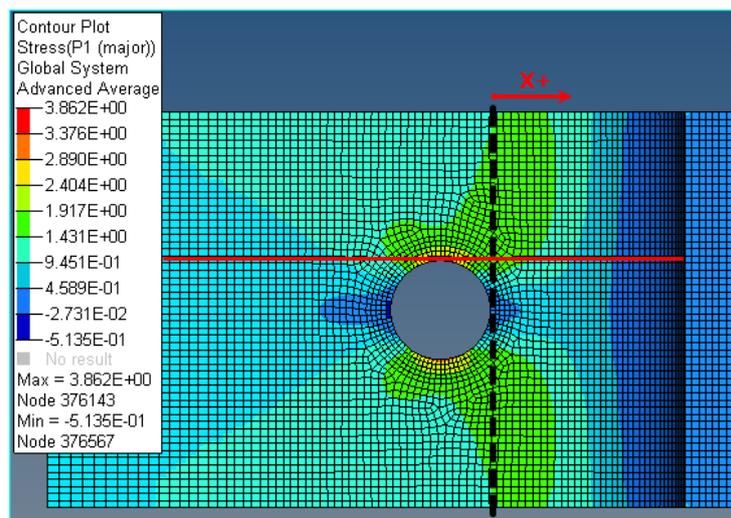


Imagen 96. Caso Real 1. Estado tensional del caso T

En la Imagen 96 se resalta mediante una línea negra discontinua la línea de fin de radio de mecanizado, mientras que la línea sobre la que se extraen los valores se indica en rojo. El origen de coordenadas del modelo para la magnitud (X) se ubica sobre la línea de fin de

radio de mecanizado, siendo importante a la hora de referir a un mismo punto los valores de tensión de los aportes de *bearing-bypass* y del radio de mecanizado.

La curva del valor del K_t del caso T sobre la línea tangente al agujero indicada en Imagen 96 se adjunta en el siguiente gráfico:

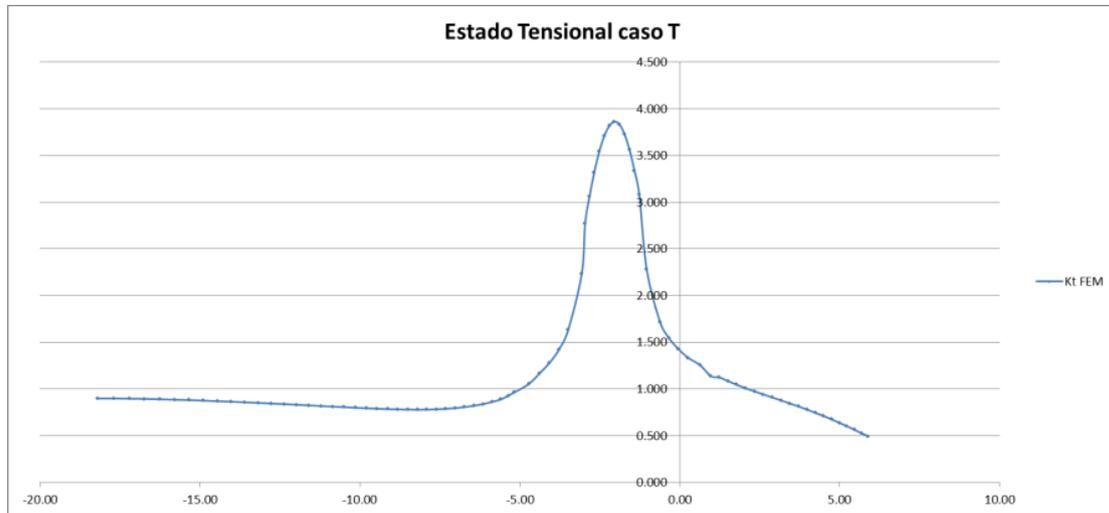


Gráfico 47. Caso Real 1. Distribución de tensiones para caso T según FEM

Como puede observarse, el valor del K_t ofrecido por el FEM decrece levemente desde el valor del K_t asociado a la tensión de Bypass (0.9) a medida que se acerca al inicio del radio, para ascender rápidamente hasta el valor de pico, que coincide con el registrado en la Imagen 96. Posteriormente, a medida que se penetra en el radio, la tensión principal decrece, generándose un estado triaxial de tensiones que no tiene sentido físico para el problema que se analiza, por lo que no se toman prosigue el muestreo en esa dirección.

El reto planteado es tratar de obtener una curva coincidente con la anterior como consecuencia del producto de las curvas asociadas a los distintos modelos que componen el fenómeno de interacción.

De esta forma, deberá obtenerse del mismo modo que el representado en la Imagen 96 el valor del K_t para las aportaciones de $K_{t,bb}$ y $K_{t,rad}$ a partir de sus modelos FEM, indicados en la Tabla 59 e Imagen 93 respectivamente.

Curva de aporte de *bearing-bypass*

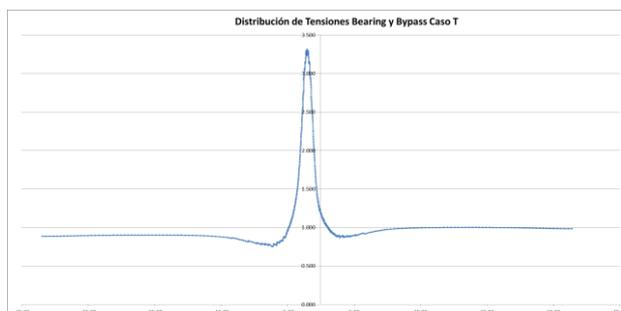


Gráfico 48. Caso Real 1. Distribución del estado tensional de Bearing y Bypass en Caso T

Curva de aporte de Radio de Mecanizado

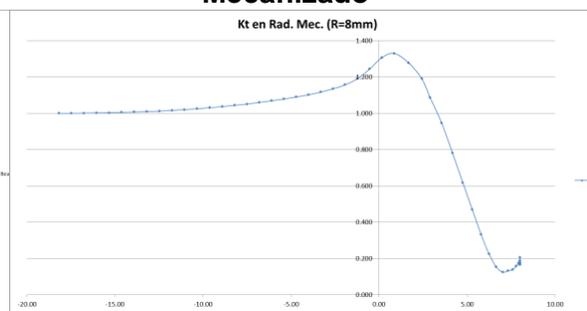


Gráfico 49. Caso Real 1. Distribución del estado tensional de Radio de Mecanizado en Caso T

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Como puede observarse de los gráficos anteriores, cuando X es un valor negativo, a grandes distancias de la línea de fin de radio, la forma del Gráfico 48 es muy similar a la del Gráfico 47. Para valores positivos de X , al otro lado del pico, la forma del Gráfico 48 no sigue la tendencia del Gráfico 47, pero puede apreciarse que en el Gráfico 49 el aporte del radio de mecanizado disminuye su valor por debajo de la unidad, por lo que tendrá un efecto de atenuación de la tensión de Bearing y Bypass al hacer el producto de ambas curvas.

Es importante hacer notar que, si bien el origen de coordenadas de la curva del Gráfico 47 coincide con el de la curva del Gráfico 49, puesto que se han desarrollado a partir del mismo modelo FEM, el correspondiente al Gráfico 48 se ubica en el centro del agujero sometido a tensión, es decir, coincidente sobre el eje X con el punto de máxima tensión. Es por ello que para poder representar la curva del Gráfico 48 han debido trasladarse los datos originales, mostrándose ya referida al origen común con las otras dos gráficas. De esta forma, el punto de máxima tensión del Gráfico 48 sucede en el mismo punto que en los otros dos gráficos.

Por otro lado, dado que para poder realizar el producto de ambas curvas se necesita el mismo número de nodos ubicados en las mismas posiciones, deben obtenerse aproximaciones polinómicas de las curvas anteriores de forma que puedan evaluarse sus valores sobre los mismos puntos.

Dado que se dispone de las expresiones polinómicas que aproximan el valor del factor de concentración generado por el radio, habiéndose empleado anteriormente para la misma geometría, se propone particularizar sobre los puntos en los que se dispone de información en el Gráfico 48 del aporte de Bearing y Bypass al K_t las expresiones polinómicas mencionadas. Estas últimas se repiten aquí para mayor comodidad de consulta:

Dado que se dispone ya de expresiones polinómicas que aproximan el aporte del radio de mecanizado a lo largo de la placa, se propone particularizarlas sobre los puntos del Gráfico 48 en los que se dispone de información sobre el aporte de *bearing-bypass*.

Se repiten aquí las expresiones de ajuste polinómico del aporte del radio de mecanizado al fenómeno de interacción para mayor facilidad de consulta:

$$K_{t,rad1} = 0.001x^2 + 0.03x + 1.2201$$

$$K_{t,rad2} = 2 \cdot 10^{-3}x^5 + 0.0006x^4 - 0.0232x^3 - 0.0269x^2 + 0.0822x + 1.2936$$

$$K_{t,rad3} = 0.0093x^3 - 0.1167x^2 + 0.2066x + 1.2502$$

Con:

$$K_{t,rad1} \text{ si } x \in [-18.20, -1.93]$$

$$K_{t,rad2} \text{ si } x \in (-1.93, 2.42]$$

$$K_{t,rad3} \text{ si } x \in (2.42, 8]$$

Ecuación 50. Caso Real 1. Expresiones polinómicas de aproximación del K_t de radio de mecanizado

De esta forma, se toman las coordenadas X que definen la curva mostrada en el Gráfico 48, e introduciéndolos en las expresiones anteriores, se genera la nueva curva de aporte del radio de mecanizado al K_t global. A fin de ilustrar que el error cometido mediante esta aproximación es aceptable, se adjunta la siguiente gráfica comparativa:

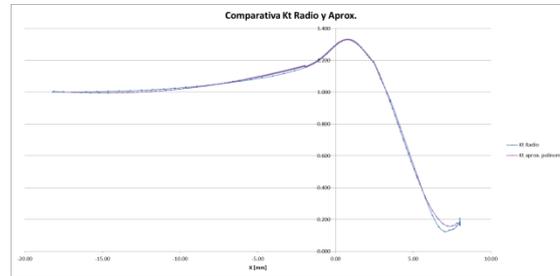


Gráfico 50. Caso Real 1. Comparativa K_t de radio y su aproximación polinómica

Puede observarse que en general el polinomio se ajusta bien a la curva real, exceptuando en valores de X positivos alejados, donde las curvas se separan, y en valores muy negativos de X , donde la parábola de ajuste eleva ligeramente su valor. En cualquier caso, el fenómeno de concentración de tensiones no tiene sentido práctico en zonas alejadas de X positivo, como ya se ha mencionado y en las zonas alejadas de X negativo se conoce que la influencia del radio es baja sobre el K_t , por lo que se da por válida la aproximación y se empleará en los siguientes apartados.

Realizando el producto de las curva polinómica del radio de mecanizado con la curva de aporte de *bearing-bypass*, se obtiene la siguiente curva de K_t global, que se compara con el valor de K_t ofrecido por el FEM en el Gráfico 47.

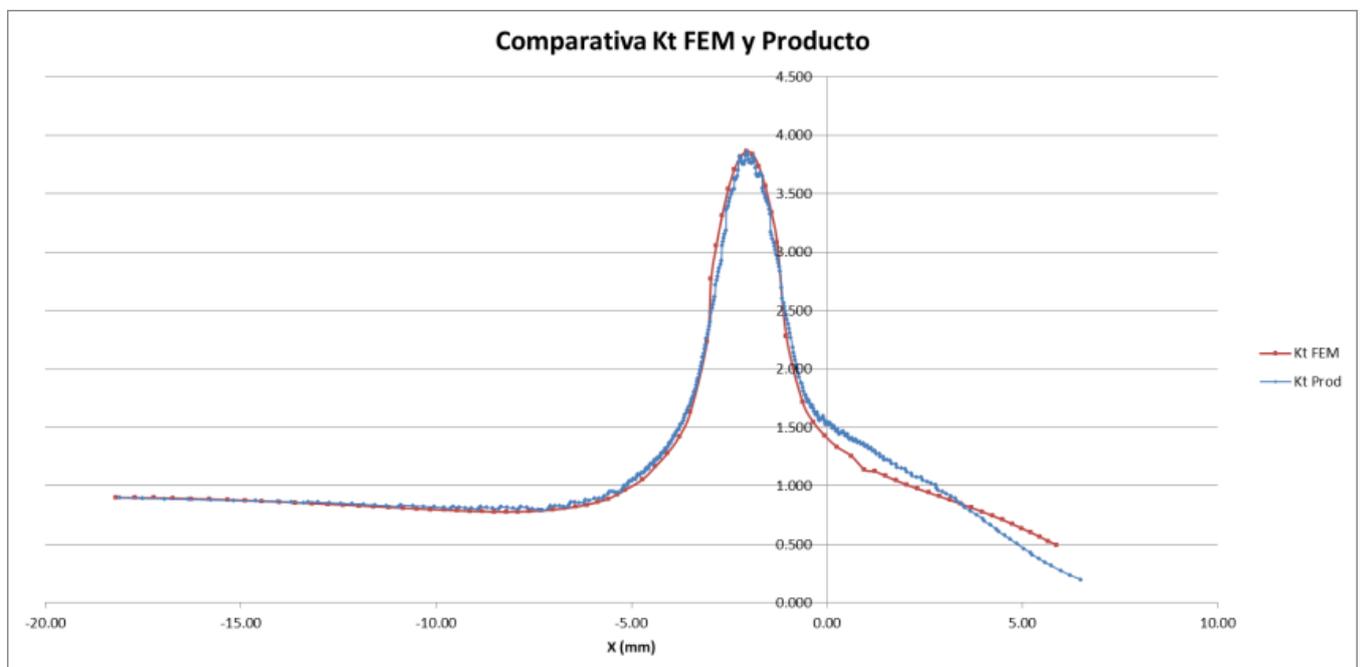


Gráfico 51. Caso Real 1. Comparativa entre K_t global según FEM y Producto para Caso T

Como puede observarse, el ajuste mediante producto de K_t s es una buena aproximación del campo real de tensiones para la geometría considerada. Como ya se mencionaba, la correlación no aproxima bien la curva a medida que se introduce en el interior del radio.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Esto, además de no ser relevante al no tener un sentido práctico de cara al desarrollo que se realiza, es aceptable, puesto que la asunción de que las curvas de K_t de cada aporte a la interacción están ubicadas en los mismos puntos del espacio es especialmente grosera para valores de X positiva elevados. Esto se debe a que la curva del K_t del radio de mecanizado se ha obtenido sobre la superficie de la placa, que a medida que recorre la magnitud X va ascendiendo en el espesor de la placa.

En cualquier caso, en el rango de valores de interés la estimación puede considerarse válida. Se comprueba, por tanto, que la estimación del campo de tensiones global a partir del producto de los campos tensionales generados por los elementos que componen el problema de interacción es un método válido, conduciendo a resultados coherentes tanto en el punto de máximo valor de la tensión como en las inmediaciones del mismo.

Sin embargo, debe tenerse en cuenta que los resultados que se muestran se han obtenido para un caso particular, siendo válidos únicamente para geometría y caso de carga empleados. En efecto, para el valor de X considerado en este caso los valores máximos de K_t globales parecen ajustarse correctamente, mientras que en otros casos analizados (N2, N3) no se cumplía tal adecuación (ver Gráfico 45, pág. 170). Por tanto, si bien se puede observar que el producto de campos tensionales de los aportes de *bearing-bypass* y radio de mecanizado ofrece una estimación aceptable del campo tensional global, su validez deberá contrastarse siempre para el caso que se esté analizando.

A modo de colofón, y a fin de apreciar la mejora introducida en las estimaciones del K_t tras la realización del estudio anterior, se comparan brevemente los resultados obtenidos en el presente desarrollo con el valor del K_t calculado por Aernnova Engineering Division para la situación N1. Dicha situación corresponde a aquella en la que el remache se encuentra centrado en la línea de fin de radio de mecanizado.

Lamentablemente, por motivos de confidencialidad, no se permite describir el método de cálculo empleado por Aernnova Engineering Division, por lo que únicamente se citará el resultado final. Los valores para la comparación se muestran en la siguiente tabla:

Kt FEM (TFM)	3.945
Kt Teórico (TFM)	4.287
Kt Aernnova	6.92

Tabla 68. Caso Real 1. Comparativa de Resultados del TFM con metodología de Aernnova

Como puede observarse, la estimación de Aernnova es muy conservadora, habiéndose mejorado en un 75% la caracterización del estado tensional mediante análisis FEM. La mejora en los resultados es de un 61% si se analiza la utilidad de la previsión teórica desarrollada en el presente Trabajo de Fin de Máster.

Con todo lo anterior se da por finalizado el grueso del estudio del K_t sobre el Caso Real 1 planteado. Como estudio adicional se propone analizar qué efecto tienen variaciones de las principales variables geométricas del componente sobre el valor global del K_t del caso propuesto. Se analizará en el siguiente apartado.

2.3.4.3.3 Estudio de sensibilidad geométrica.

Hasta el momento, los casos que se han estudiado describían unas variables geométricas fijas para las dimensiones del agujero y del radio de mecanizado, por ser los dos concentradores de tensión que interactúan en el problema real, y cuya posición relativa (X) variaba en cada caso. Sin embargo, y como estudio adicional, resulta interesante analizar qué efecto tiene sobre el K_t global alterar separadamente cada una de las variables geométricas de la pareja (d, R).

Se comenzará el estudio de sensibilidad de K_t respecto de la geometría analizando en primer lugar la variación del K_t cuando se altera el valor del diámetro del agujero.

2.3.4.3.3.1 Alteración del diámetro (d)

Los casos estudiados hasta el momento empleaban un diámetro de agujero $d = 4.1mm$ ($5/32''$). Dado que otro diámetro usual en aplicaciones aeronáuticas es $d = 4.74mm$ ($6/32''$), se tomará como base para los estudios que se realicen a continuación.

Dichos estudios se realizarán a igualdad del resto de variables del problema, tanto geométricas como de carga. El agujero se situará a las tres distancias empleadas en los estudios nominales N1, N2, N3, que dependen del valor del diámetro. Así, se resume en la siguiente tabla la posición de los agujeros respecto de la línea de fin de radio para los casos D1, D2 y D3:

Casos	Distancia a línea de fin de radio	
Caso 1 (D1) ($d = 4.74mm$)	$X = 0 [mm]$	$X = 0mm$
Caso 2 (D2) ($d = 4.74mm$)	$X = -(d + 1.6) [mm]$	$X = -6.34mm$
Caso 3 (D3) ($d = 4.74mm$)	$X = -5 \cdot d [mm]$	$X = -23.7mm$

Tabla 69. Caso Real 1. Descripción de casos D

En primer lugar, previo a la realización del modelo FEM, conviene disponer de una estimación del K_t que ofrecerá el modelo. Empleando la Ecuación 47:

$$K_t = K_{t,rad}(R, X) \cdot K_{t,bb}(d)$$

Se puede observar que ante variaciones del diámetro, la única componente que se ve alterada es la correspondiente al aporte de K_t de Bearing-Bypass. En efecto, recordando la Ecuación 39:

$$K_{t,bb} = \eta \cdot \frac{W}{(W - d)} \cdot K_{t,brg} + (1 - \eta) \cdot K_{t,byp}$$

Ecuación 51. Caso Real 1. K_t teórico en placa sin radio de mecanizado

De los términos anteriores, deben actualizarse los valores de d , $K_{t,brg}$ y $K_{t,byp}$. Para estos dos últimos valores pueden emplearse las correlaciones ofrecidas en la bibliografía.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

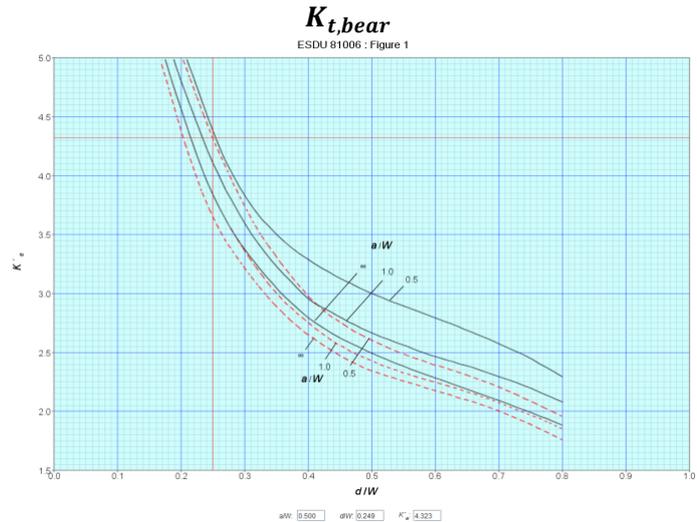
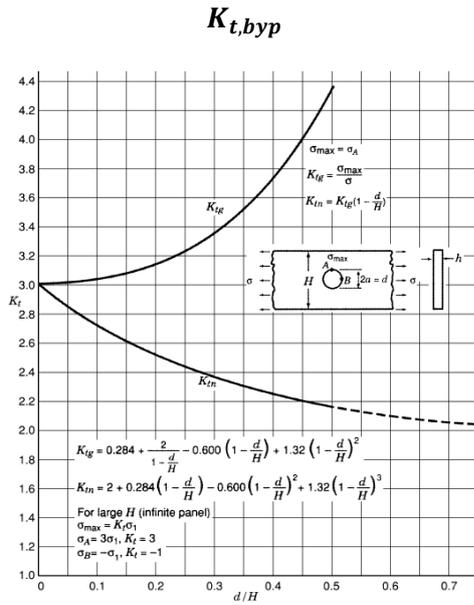


Imagen 97. Caso Real 1. Tablas de $K_{t,brg}$ y $K_{t,byp}$ para casos D

De acuerdo con Chart 4.1 de Peterson, valores mayores de diámetro de agujero generan un $K_{t,byp}$ superior si se mantiene constante el ancho de placa. Sin embargo, de acuerdo con ESDU-81006, el valor de $K_{t,brg}$ disminuirá a medida que aumente el valor del diámetro de agujero, por lo que ambos efectos tendrán un efecto de contraposición, resultando en pequeñas variaciones del valor de $K_{t,bb}$. Los parámetros geométricos son por tanto los que siguen:

Diámetro (d)	4.74mm
Ancho de placa (W, H)	16.4mm
Distancia a borde (a)	9.48mm

Tabla 70. Caso Real 1. Geometría para tablas de $K_{t,brg}$ y $K_{t,byp}$ para casos D

De acuerdo con los parámetros anteriores, de las tablas indicadas en la Imagen 97, los valores de $K_{t,brg}$ y $K_{t,byp}$ se muestran en la siguiente tabla, donde se adjunta también el valor de $K_{t,bb}$ obtenido según la Ecuación 51:

$d/W = d/H = 0.289$	$K_{t,byp} = 3.338$	$K_{t,bb} = 3.556$
$a/W = 0.578$	$K_{t,brg} = 3.924$	

Tabla 71. Caso Real 1. Valor de $K_{t,bb}$ teórico para casos D.

Una vez obtenida esta aproximación del valor teórico de $K_{t,bb}$ para el nuevo diámetro, pueden realizarse los modelos FEM de los casos D1, D2 y D3, de acuerdo con las distancias a línea de fin de radio que se indican en la Tabla 69. Las condiciones de contorno y estados de carga ($\eta = 0.1$) no varían respecto de los empleados hasta el momento. Se adjunta un detalle de los modelos FEM:

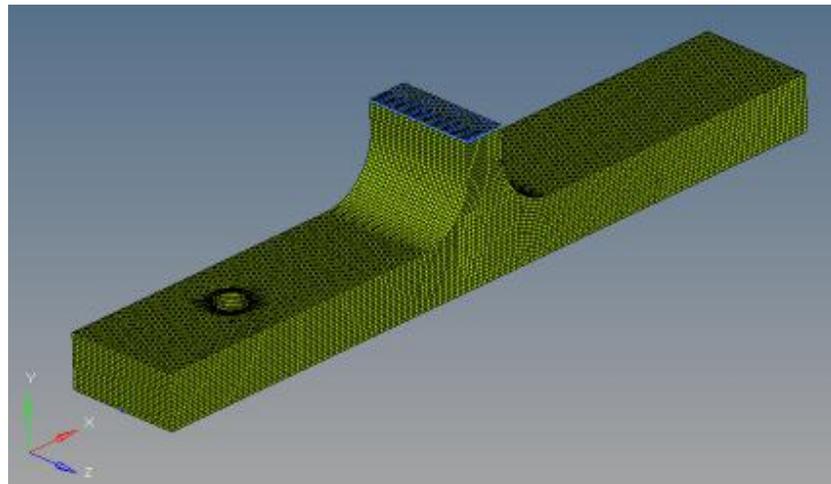
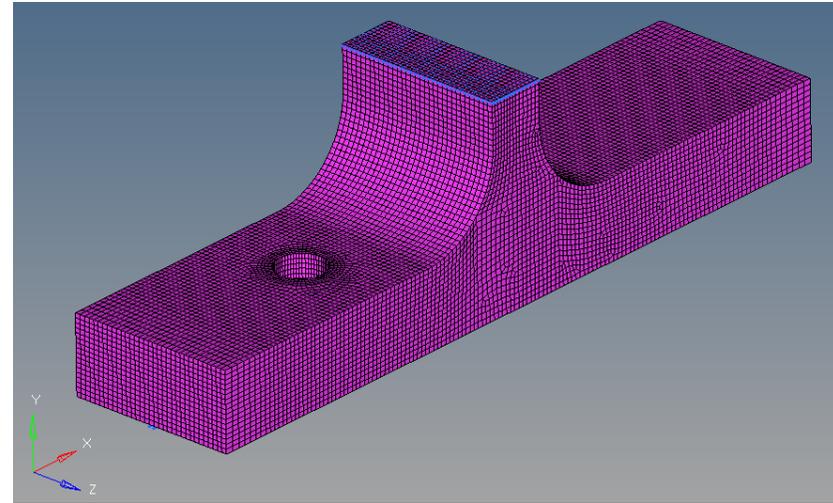
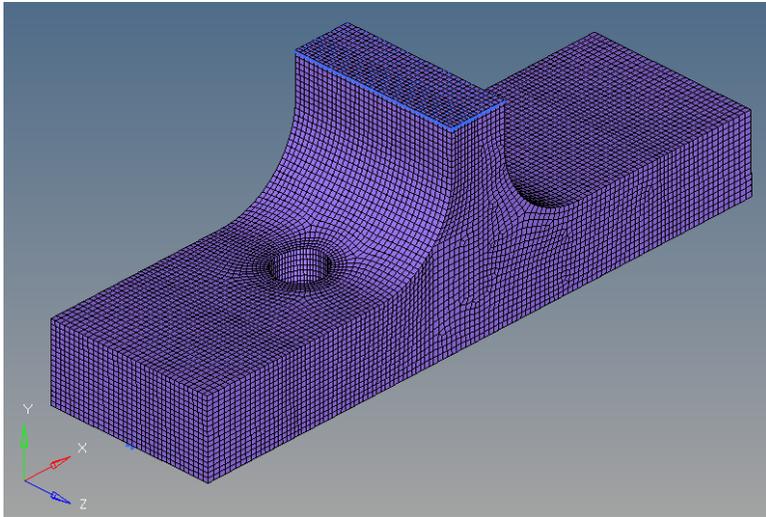


Imagen 98. Caso Real 1. Detalles de modelos FEM para casos D1, D2 y D3.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Lanzando el análisis y empleando las herramientas de extrapolación que se describían en capítulos anteriores, pueden obtenerse los siguientes resultados:

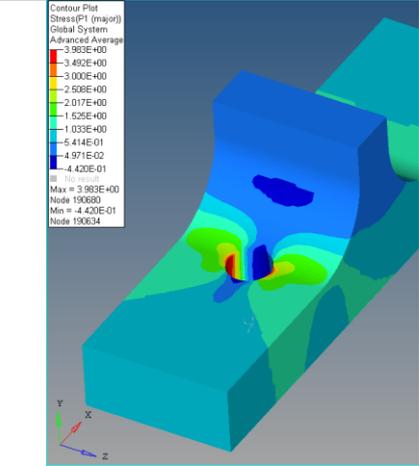
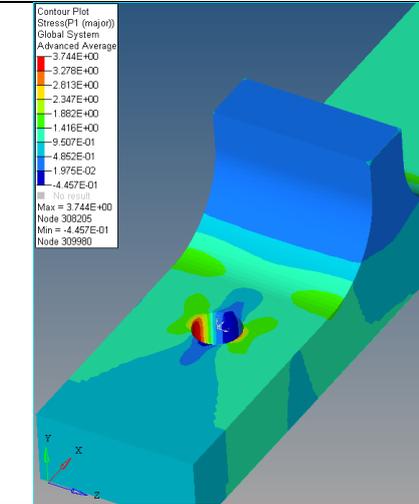
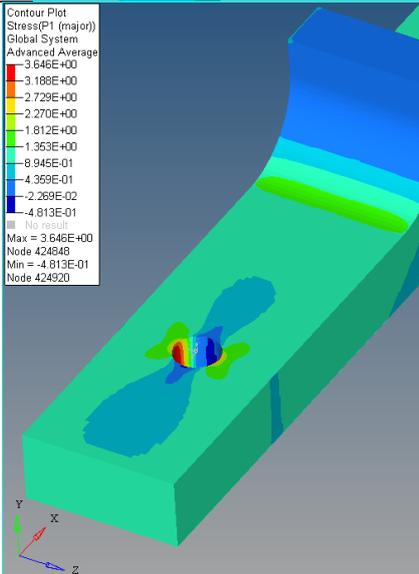
Caso D1		$K_t = 3.983$
Caso D2		$K_t = 3.744$
Caso D3		$K_t = 3.646$

Imagen 99. Caso Real 1. Resultados FEM para casos D1, D2 y D3

Resulta interesante analizar los resultados de K_t de los casos D en comparación con los casos N. Para ello, se adjunta la siguiente tabla comparativa:

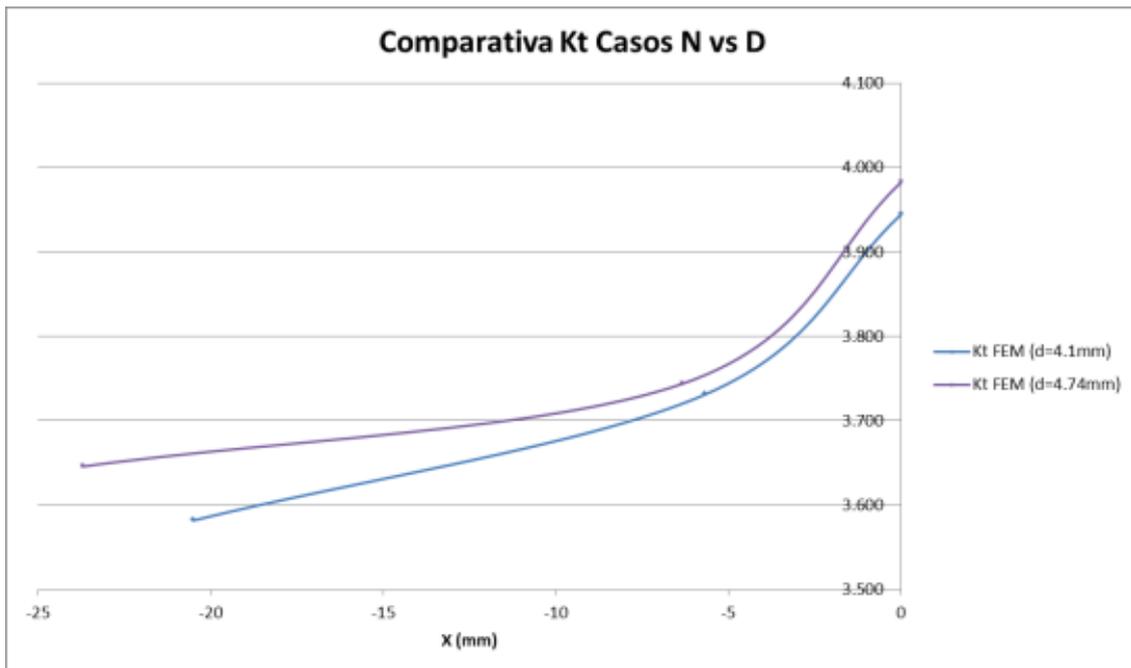


Gráfico 52. Caso Real 1. Comparativa Kt entre Casos N y D

Como puede observarse en la gráfica anterior, la tendencia general indica que agujeros de mayor diámetro generan mayores valores de Kt, siendo especialmente notable este efecto en zonas de X negativo alejadas del radio de mecanizado. Esto puede deberse a que en las zonas alejadas del radio, donde el efecto de éste no es tan significativo y los campos tensionales no son tan elevados, la extrapolación de los resultados centroidales a los nodos de los elementos pueden cobrar una mayor importancia sobre el resultado total, habiéndose observado en casos precedentes un efecto de incremento de los resultados de hasta un 7.5%.

Dado que el valor del radio de mecanizado permanece constante, las aproximaciones polinómicas realizadas hasta el momento siguen siendo válidas, por lo que puede realizarse el cálculo de la estimación del Kt mediante el producto de ambas contribuciones, según $K_t = K_{t,rad}(R, X) \cdot K_{t,bb}(d)$.

Se muestra a continuación una gráfica que, como en el Gráfico 45, compara los valores de Kt obtenidos según FEM, y correlaciones **Prod.1** y **Prod.2**. Se recuerda que **Prod.1** emplea el valor constante de $K_{t,rad}$ ofrecido por Kumagai y Shimada, mientras que **Prod.2** emplea una corrección punto a punto del valor de $K_{t,rad}$, de forma que pueda ajustarse mejor a cada posición del agujero en X.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

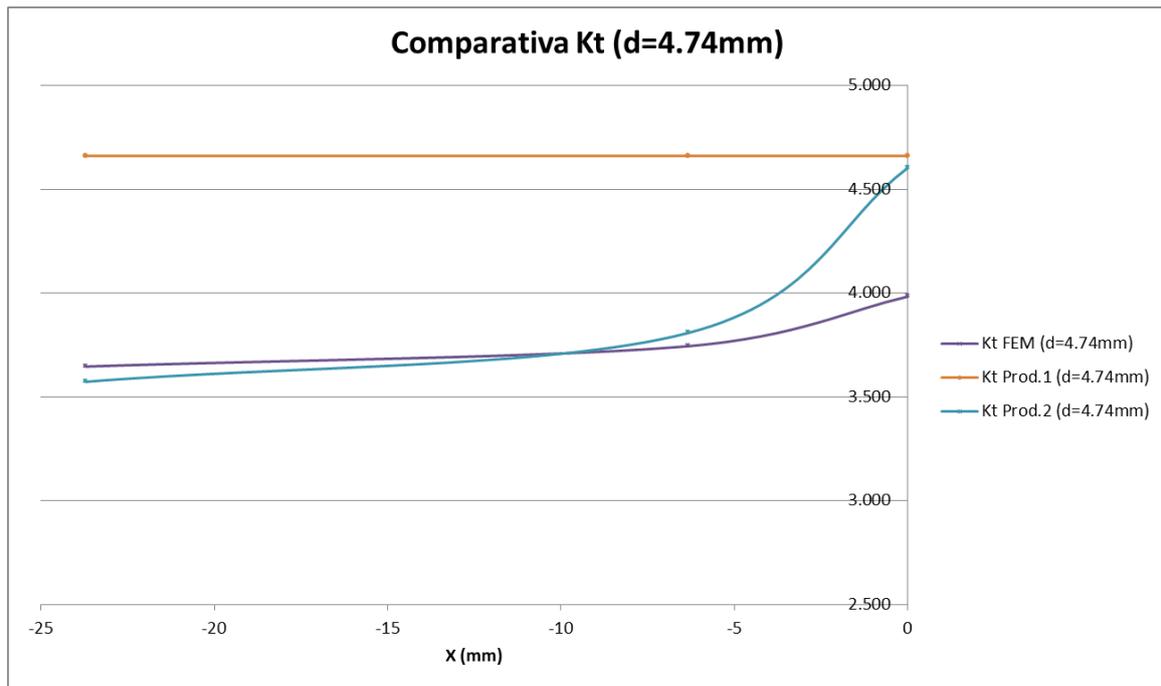


Gráfico 53. Caso Real 1. Comparativa de K_t según FEM y correlaciones Prod.1 y Prod.2

Como puede observarse, la estimación es muy conservadora en zonas cercanas a la línea de fin de radio (diferencia 15%), volviéndose más estrecho el margen a medida que desaparece el efecto de éste último. En zonas alejadas del radio de mecanizado, el valor de K_t según el FEM se estabiliza en un valor superior al que prevé la teoría en ausencia de efecto de radio de mecanizado, lo que conduce a márgenes de error negativos. Debido a que se han empleado técnicas de extrapolación a nodos de resultados centroidales, éstos estarán ligeramente mayorados respecto del valor real que deberían ofrecer, por lo que el margen de error negativo del 2% que se observa resulta asumible, sin comprometer la fiabilidad del método.

Otra forma de tratar de aproximar la curva de K_t para los casos D puede realizarse calculando la diferencia de K_t aproximada mediante la correlación Prod.2 en la línea de fin de radio entre los casos N y D, y trasladando después la curva de los casos N dicha diferencia.

En otras palabras, si para el punto $X = 0$, los valores de obtenidos mediante la correlación Prod.2 son $K_t = 4.287$ y $K_t = 4.603$ para los casos N y D respectivamente, la diferencia Δ que debería trasladarse la curva N será $\Delta = 0.316$. Se busca comprobar si esta nueva curva ofrece una técnica de estimación más adecuada para distintos valores del diámetro, partiendo de una curva conocida.

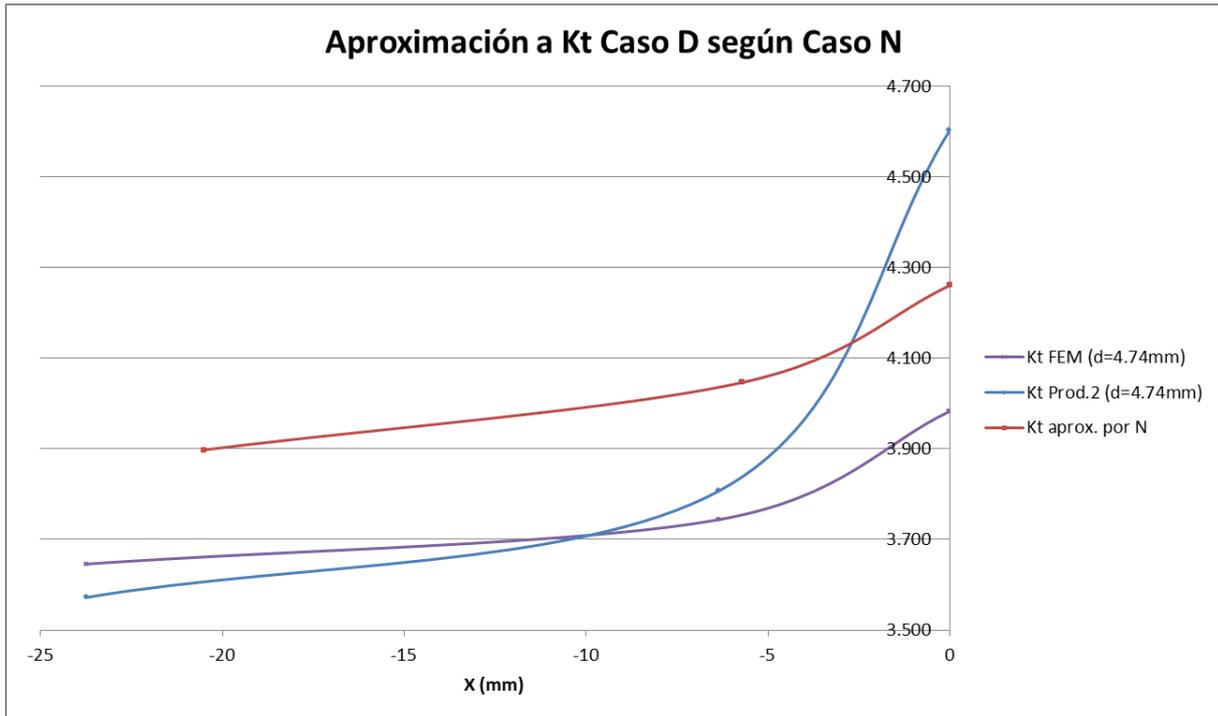


Gráfico 54. Caso Real 1. Aproximación de Kt para caso D a través del desplazamiento de curva de caso N

En el Gráfico 54 se muestra en azul la curva de Kt obtenida a partir de la correlación Prod.2 para el caso D, y en morado la curva de casos D según FEM. La curva del caso N trasladada una distancia Δ se muestra en color rojo. Se aprecia que la aproximación mediante este método es ineficaz respecto de la ya desarrollada según el producto (Prod.2), ofreciendo un error en la estimación por exceso en todo el rango de X. Sin embargo, si no se dispusiera de información acerca de la distribución del Kt generado por el radio de mecanizado, emplear la técnica propuesta puede ofrecer resultados a modo de solución de compromiso válidos al presentar márgenes de seguridad positivos en las inmediaciones del concentrador.

De esta forma, se da por finalizado el estudio de sensibilidad de los valores de Kt ante variaciones del diámetro del agujero de la placa.

2.3.4.3.3.2 Alteración del radio de mecanizado (R)

A continuación se analizará el otro caso de estudio de variación del Kt con la geometría del modelo, analizando cómo se ven afectados por modelos de distinto radio de mecanizado. El valor del radio que se ha empleado hasta el momento es $R = 8mm$, por lo que para el estudio considerado se tomarán dos casos de análisis, llamados en adelante casos R. Al caso de $R = 8mm$ ya realizado se le denominará por tanto R1, y los siguientes constarán de las siguientes características:

Casos	Nuevos valores del radio de mecanizado	
Caso R2	$R' = R/2$	$R' = 4mm$
Caso R3	$R' = 2 \cdot R$	$R' = 16mm$

Tabla 72. Caso Real 1. Descripción de casos R

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Para cada uno de los casos R anteriores se posicionará el agujero en las tres posiciones de X en las que se evaluaba el caso N. De esta manera, se tendrá un total de seis nuevos casos R, que atenderán a la siguiente nomenclatura: $R(i)X(j)$.

Dado que la magnitud del diámetro permanece constante, las distancias a las que se ubicarán los distintos subcasos según X son los que siguen:

Casos	Distancia a línea de fin de radio	
Caso $R(i)X1$	$X = 0 [mm]$	$X = 0 [mm]$
Caso $R(i)X2$	$X = -(d + 1.6) [mm]$	$X = -5.7 [mm]$
Caso $R(i)X3$	$X = -5 \cdot d [mm]$	$X = -20.5 [mm]$

Tabla 73. Caso Real 1. Distancias X para casos $R(i)X(j)$

Se muestra a continuación un breve detalle de los modelos $R2X1$ y $R3X1$ a modo ilustrativo, donde puede apreciarse la geometría que deberá analizarse en cada caso:

R2X1

R3X1

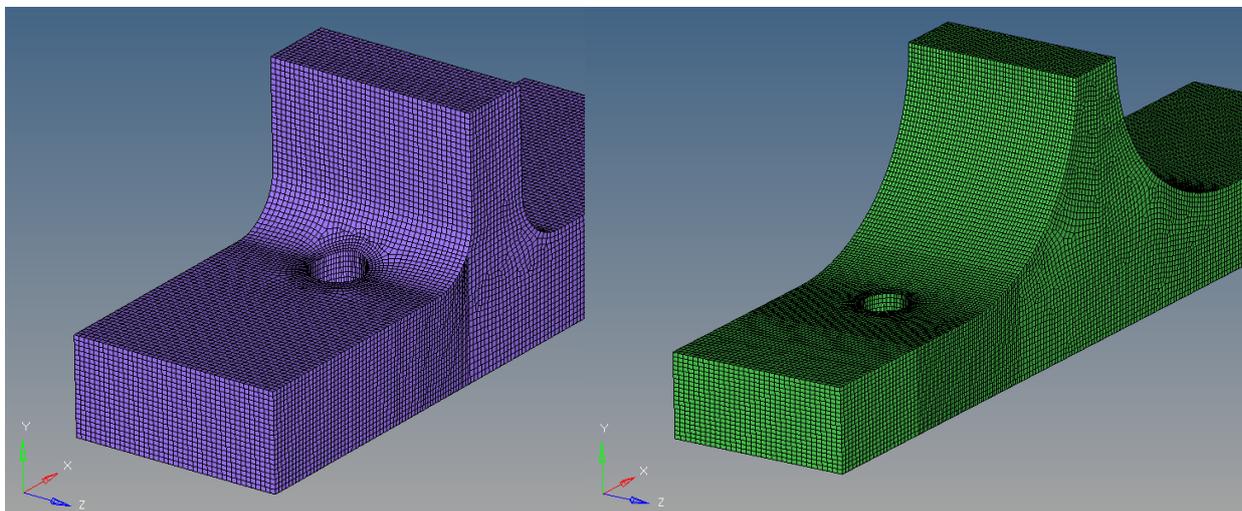


Imagen 100. Caso Real 1. Detalle de modelos $R2X1$ y $R3X1$

En las imágenes anteriores puede observarse que el modelo R3 es mucho más rígido que el mostrado en R2, consideración en la que se ahondará más adelante, durante la fase de postprocesado. Debe hacerse notar que, si bien ha tratado de mantenerse la geometría básica de la placa constante a lo largo de los desarrollos conducidos hasta el momento, en los casos R3 ha sido necesario modificar la altura del radio. En efecto, la altura desde el plano superior de la placa empleada hasta el momento ha sido $h = 12mm$. Sin embargo, dado que para los casos R3 el radio es superior a la altura h empleada con anterioridad, a fin de permitirle al alma de la doble T desarrollar completamente su espesor nominal se prolonga la magnitud h de forma que $h = R = 16mm$.

Sobre los resultados de los modelos realizados se aplican las técnicas de extrapolación empleadas durante el desarrollo del apartado actual, mostrándose a continuación:

	R2	R3
X1		
X2		
X3		

Tabla 74. Caso Real 1. Resultados FEM casos R

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Ofreciendo los siguientes valores de K_t en cada caso:

	R2	R3
X1	3.951	3.999
X2	3.701	3.697
X3	3.584	3.589

Tabla 75. Caso Real 1. Resumen K_t s FEM de Casos R

Los resultados anteriores pueden expresarse en el siguiente gráfico, de manera que pueda realizarse la comparación de los resultados para los casos R1, R2 y R3:

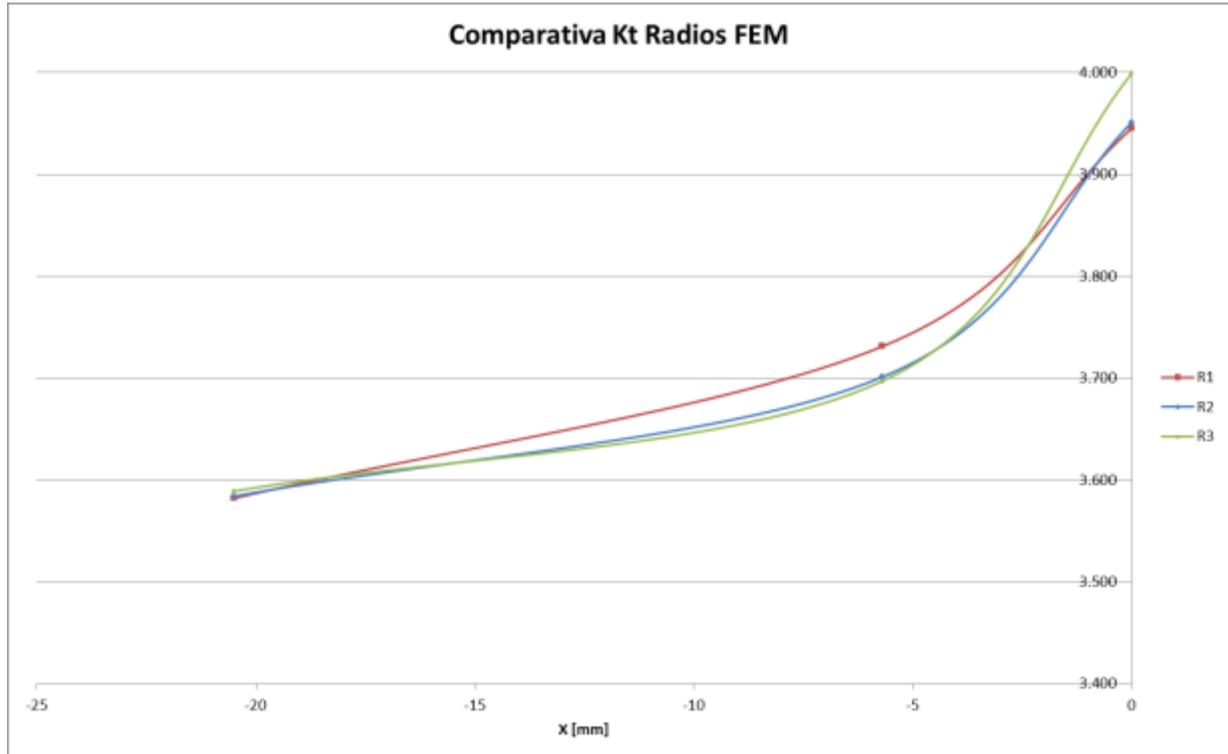


Gráfico 55. Caso Real 1. Comparativa K_t FEM de Casos R1, R2 y R3

Como puede observarse, para zonas cercanas a la línea de fin de radio, cuanto mayor sea la magnitud del mismo, mayor será el efecto de concentración de tensiones, si bien la máxima diferencia es del 1.35%. Un fenómeno interesante es que cuanto mayor es el valor del radio, más rápido se produce el descenso del K_t a medida que el agujero se aleja del mismo. Sin embargo, en puntos muy alejados de la línea de fin de radio, el efecto de éste es despreciable para cualquier tamaño del mismo, por lo que las tres curvas confluyen sobre el mismo punto.

Para poder realizar una estimación del K_t global aplicando correlaciones de producto, dado que se altera la dimensión del radio es preciso conocer cuál es el nuevo estado tensional que éste provocará sobre la placa. Con este objetivo se realizan dos modelos FEM que evalúan el campo de tensiones generado por cada magnitud de los radios considerados:

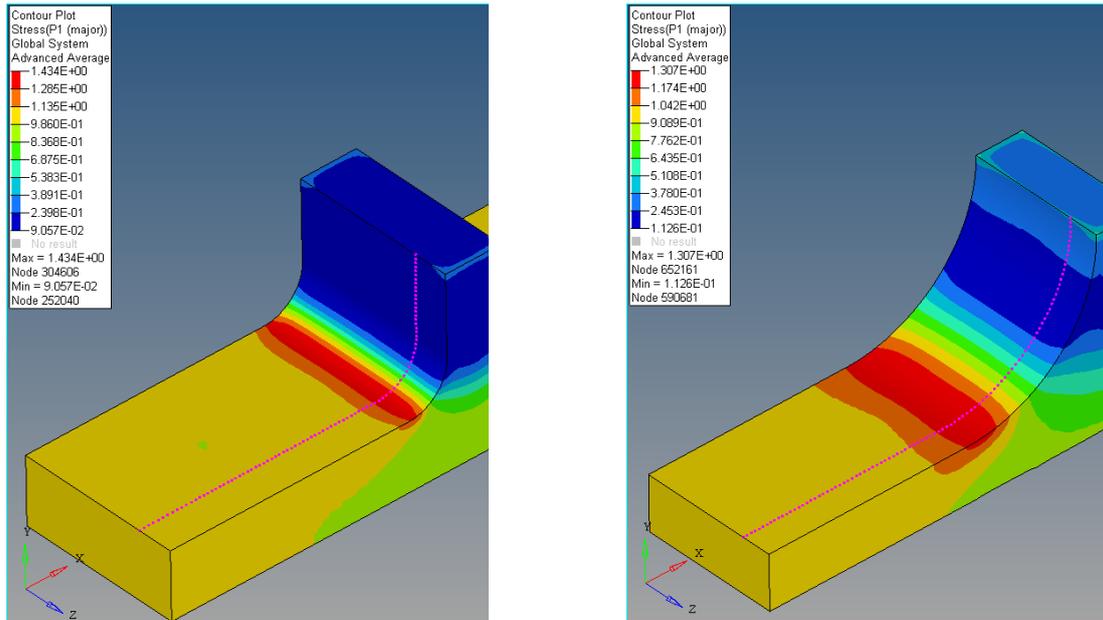


Imagen 101. Caso Real 1. Resultados FEM del aporte de radio en Casos R

Caso R2	$K_{t,rad} = 1.434$
Caso R3	$K_{t,rad} = 1.307$

Tabla 76. Caso Real 1. Resultados FEM $K_{t,rad}$ para en Casos R

Como puede observarse en las imágenes anteriores, tal y como ocurría en el caso del radio $R = 8\text{mm}$, el máximo valor de K_t no ocurre en el centro de la placa, sino que existe una zona de alabeo de la placa que provoca un descentramiento de los máximos de tensión, ubicados sobre las líneas de nodos rosas que se observan en cada figura. Dichas líneas conforman las listas de nodos a partir de los cuales se extraen las curvas de K_t que se indican a continuación:

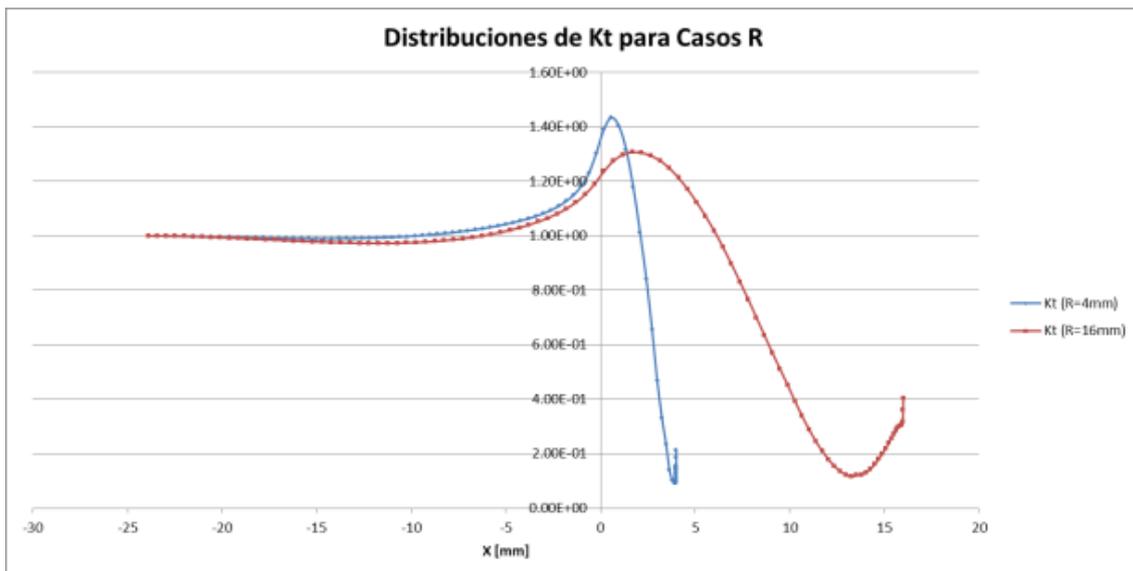


Gráfico 56. Caso Real 1. Distribuciones de K_t para Casos R

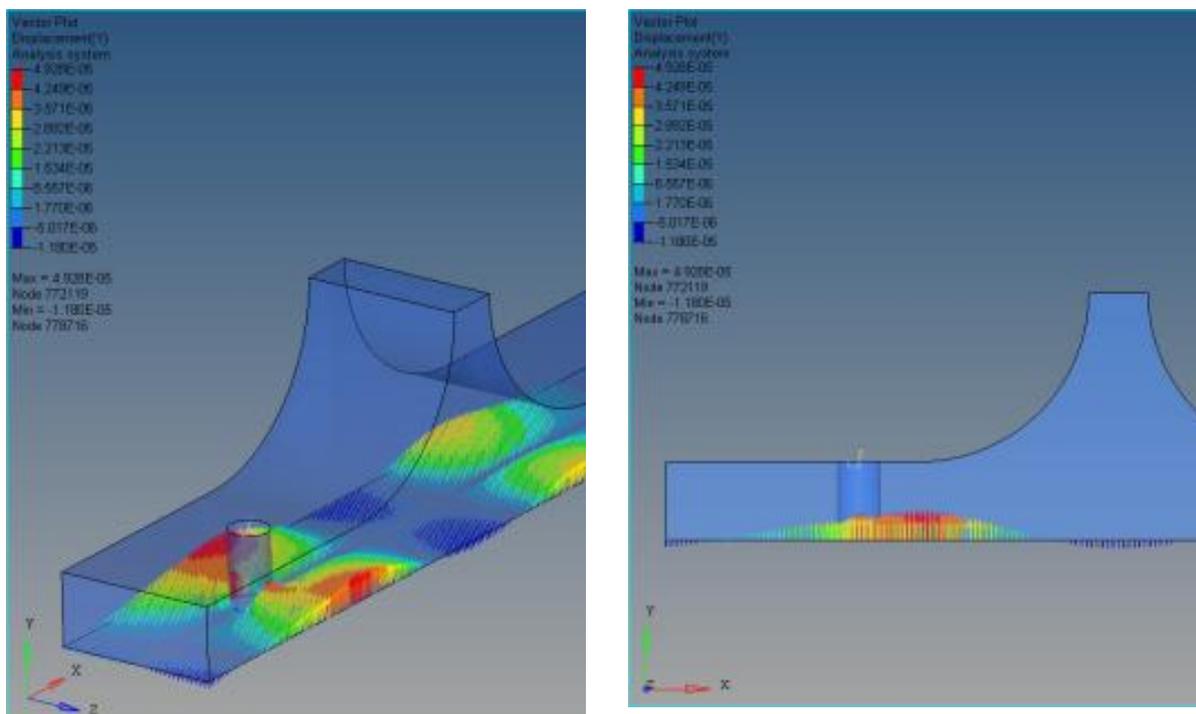
Es importante recordar que el origen de coordenadas en X se ubica en la línea de fin de radio, de forma que los resultados son directamente superponibles. Como puede

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

observarse, los valores de K_t son más elevados para valores menores del radio, mientras que su máximo se dará a más cerca del origen de coordenadas.

Este resultado es muy interesante desde el punto de vista del fenómeno de interacción de K_t s, ya que, de acuerdo con la correlación de producto empleada hasta ahora, el máximo valor de K_t global deberá presentarlo el modelo que disponga de un $K_{t,rad}$ mayor. Sin embargo, atendiendo a los resultados del Gráfico 55, es la curva de ensayos R3 quien ofrece un resultado de K_t mayor en las inmediaciones del origen de coordenadas, pese a que su contribución del $K_{t,rad}$ es menor.

A fin de esclarecer el comportamiento tensional del caso R3, se muestra el campo de desplazamientos verticales (Y) para el caso R3X2, a fin de separar los efectos del agujero y del radio:



Como puede observarse, la mayor componente de desplazamiento vertical se produce en las inmediaciones del agujero. Sin embargo, en la zona de la proyección horizontal de la zona del radio, los desplazamientos son prácticamente nulos. Por otro lado, si se representan las tensiones principales en una zona alejada de la línea de fin de radio, se puede observar que el valor de la tensión presenta un alto grado de homogeneidad:

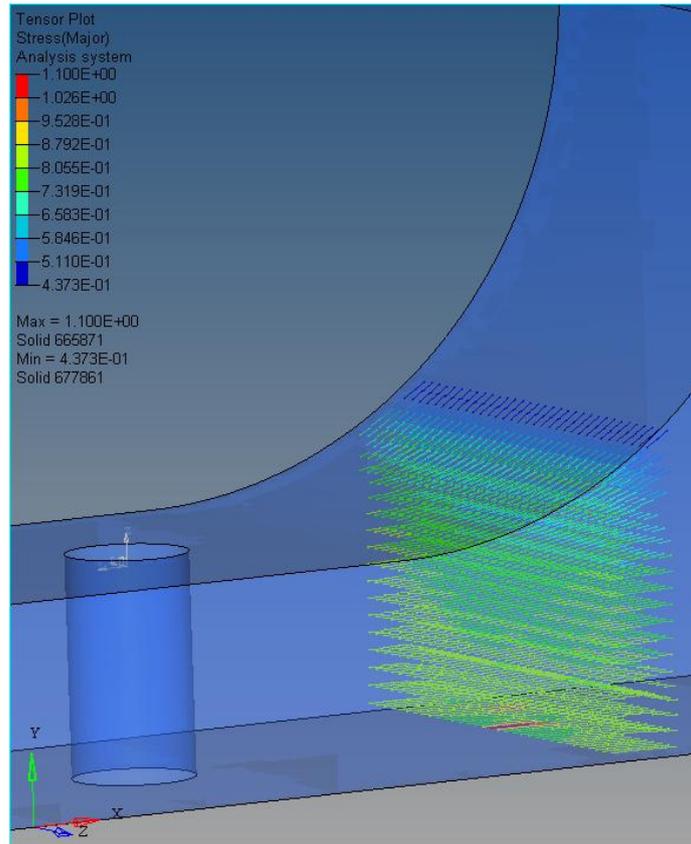


Imagen 103. Caso Real 1. Tensiones principales en las inmediaciones del radio en Caso R3X2

Todo lo anterior hace pensar que quizás la zona del radio se comporte más como una zona de alta rigidez que como un aporte de K_t al K_t global. Para comprobar esta hipótesis, se sustituirá la parte de la placa constituida por el radio por un empotramiento perfecto, en el punto en el que la tensión permanece homogénea en la Imagen 103. La geometría es la que se muestra a continuación:

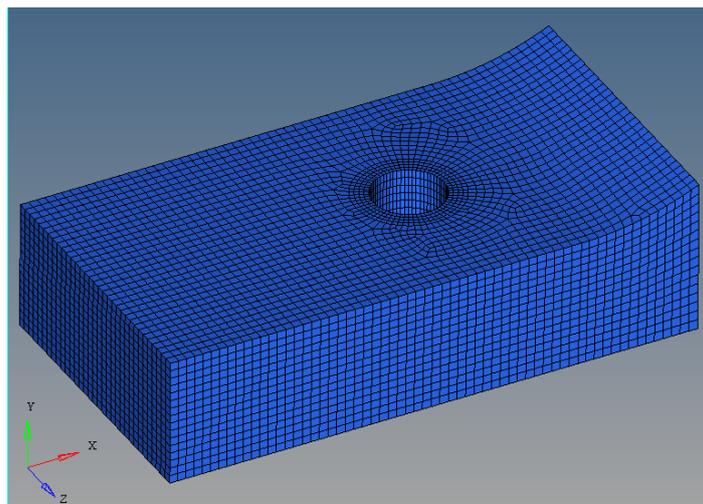


Imagen 104. Caso Real 1. Sustitución del radio ($R = 16\text{mm}$) por empotramiento

En la Imagen 104 se observa que se ha truncado la placa de manera que permita a las tensiones principales seguir la forma curva del radio. El estado de cargas será el mismo que

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

el empleado hasta el momento, manteniendo la relación de transferencia de carga ($\eta = 0.1$) y las condiciones de contorno. De esta forma, se muestran a continuación los resultados, comparándolos con el modelo completo de R3X2.

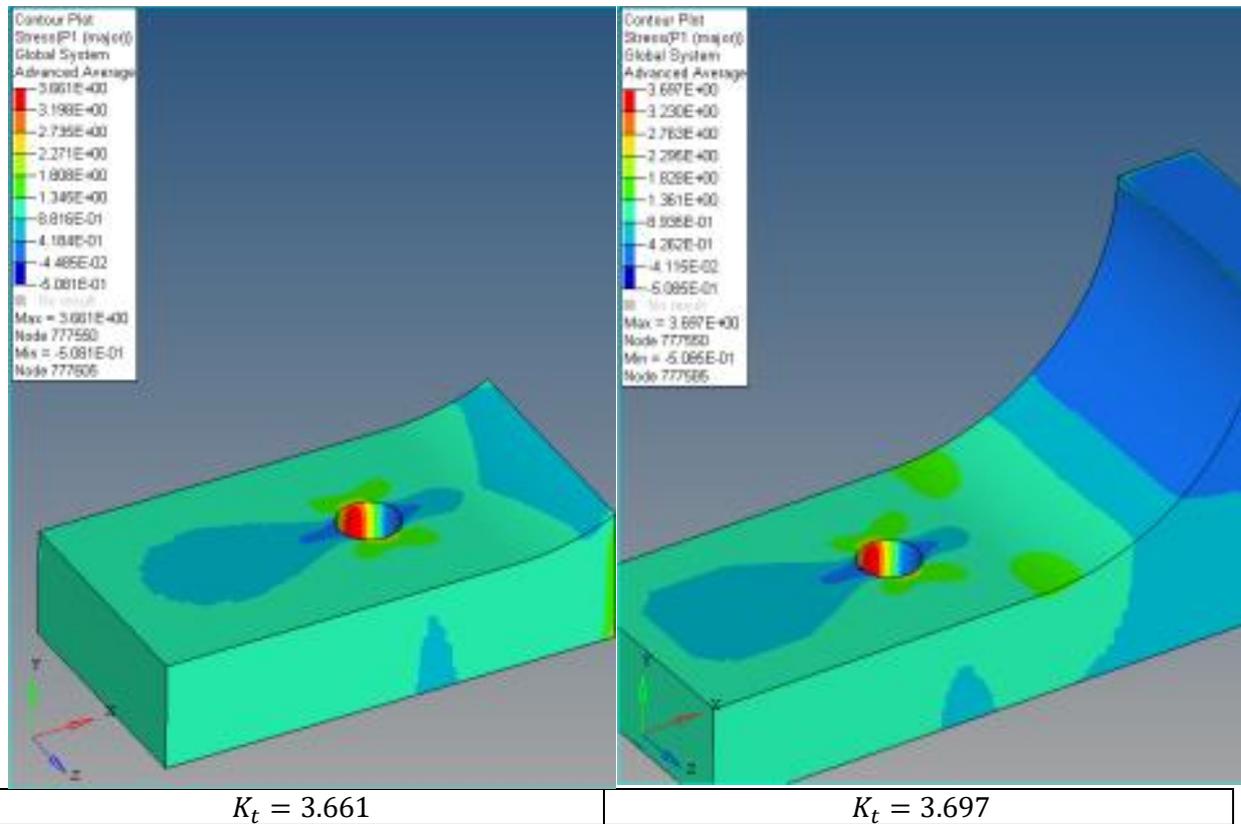


Tabla 77. Caso Real 1. Comparativa K_t con radio truncado

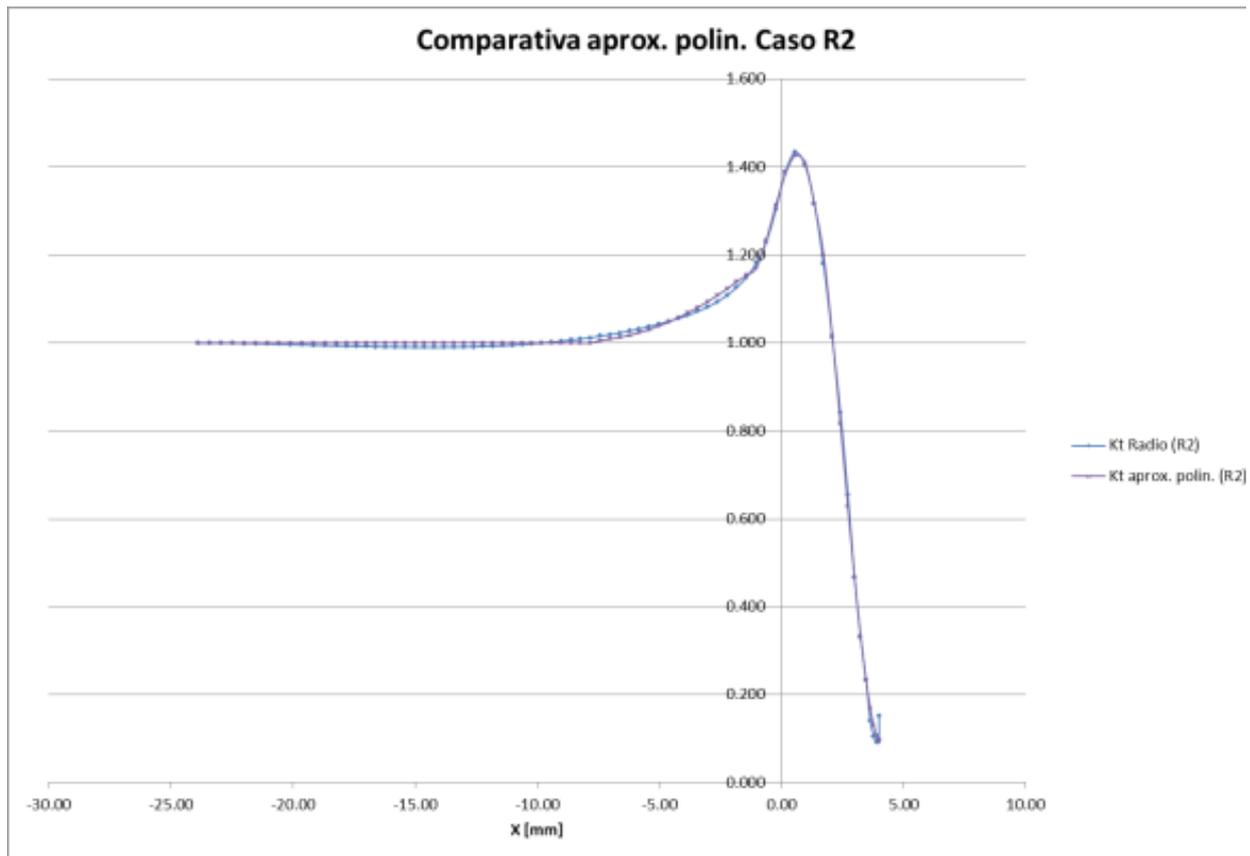
Como puede observarse, el valor de K_t es prácticamente idéntico en un caso y otro, con una diferencia del 1% entre ambos. Esto permite confirmar la hipótesis de que la existencia de un estado tensional más solicitado es debido a la rigidización ocasionada por el espesor creciente de la placa, mientras que el aporte de K_t como radio concentrador de tensiones es más bien anecdótico.

En vista de las conclusiones anteriores, pueden justificarse los resultados del fenómeno aparentemente paradójico descrito anteriormente, y queda demostrado que el valor del K_t de los casos R3 puede ser superior al de los casos R2 aun cuando los aportes del radio de éste último son mayores que los del caso R3.

Habida cuenta de lo anterior, se verificará que los resultados de K_t reales para los casos R2 y R3 puede aproximarse por la correlación de producto de aportes que viene empleándose a lo largo del presente informe.

Para ello, la metodología seguida será la misma que la descrita en apartados anteriores. En primer lugar, se obtendrán las aproximaciones polinómicas de las distribuciones de $K_{t,rad}$ para cada caso R, y posteriormente se realizará punto a punto el producto de cada valor de la distribución con el valor de $K_{t,bb}$ correspondiente al diámetro $d = 4.1\text{mm}$.

Los polinomios obtenidos son los que siguen:



$$K_{t,rad1} = 0.0032x^2 + 0.0535x + 1.2265$$

$$K_{t,rad2} = -0.0669x^3 - 0.0673x^2 + 0.1825x + 1.3572$$

$$K_{t,rad3} = 0.0842x^3 - 0.6424x^2 + 1.0128x + 0.9332$$

$$K_{t,rad4} = 1$$

Con:

$$K_{t,rad1} \text{ si } x \in [-7.8, -1.42]$$

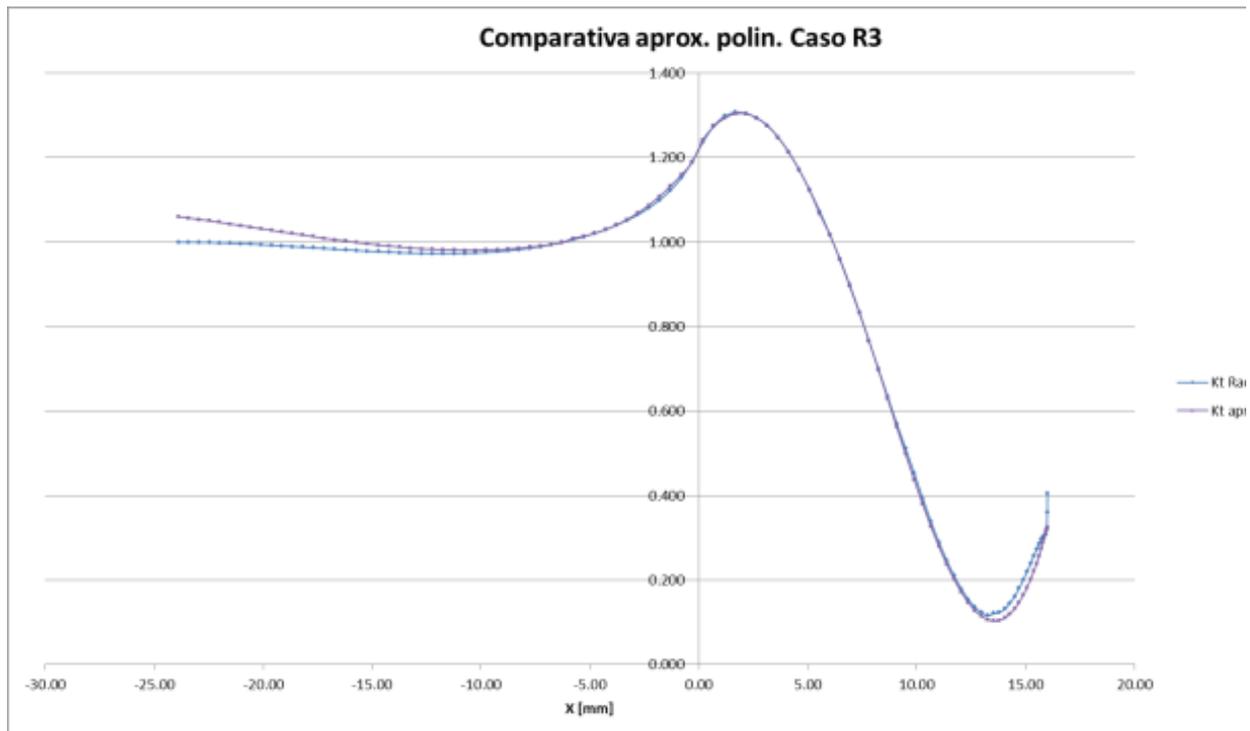
$$K_{t,rad2} \text{ si } x \in (-1.42, 1.35]$$

$$K_{t,rad3} \text{ si } x \in (1.35, 4]$$

$$K_{t,rad4} \text{ si } x \text{ otro}$$

Tabla 78. Caso Real 1. Polinomio Kt para Caso R2

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica



$$K_{t,rad1} = 3E - 0.5x^3 + 0.0018x^2 + 0.028x + 1.1111$$

$$K_{t,rad2} = 0.0002x^3 + 0.0069x^2 + 0.0679x + 1.2097$$

$$K_{t,rad3} = 0.0006x^3 - 0.0235x^2 + 0.0832x + 1.2278$$

$$K_{t,rad4} = 0.0022x^3 - 0.057x^2 + 0.3311 + 0.6089$$

$$K_{t,rad5} = 1$$

Con:

$$K_{t,rad1} \text{ si } x \in [-25, -6.27]$$

$$K_{t,rad2} \text{ si } x \in (-6.27, -0.31]$$

$$K_{t,rad3} \text{ si } x \in (-0.31, 1.35]$$

$$K_{t,rad4} \text{ si } x \in (1.35, 5.52]$$

Tabla 79. Caso Real 1. Polinomio Kt para Caso R3

La aproximación es razonable en las inmediaciones de la línea de fin de radio para cada caso, si bien la aproximación R3 diverge para zonas de X negativo alejadas del origen. En cualquier caso, agujeros situados en dichas posiciones no estarán influidas por la presencia del radio, por lo que afinar el ajuste para ese rango de X no tiene mayor interés.

Se muestran a continuación las curvas de estimación de Kt para los distintos casos R2 y R3:

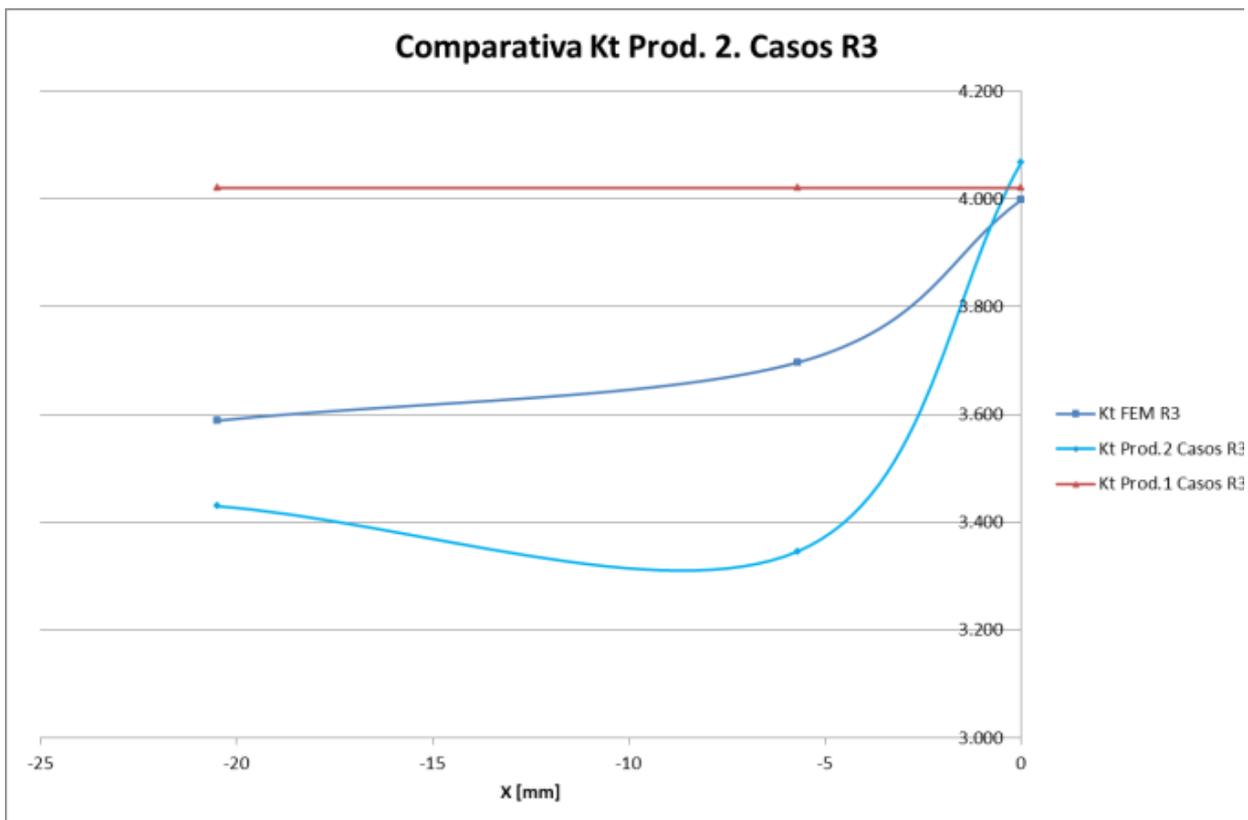
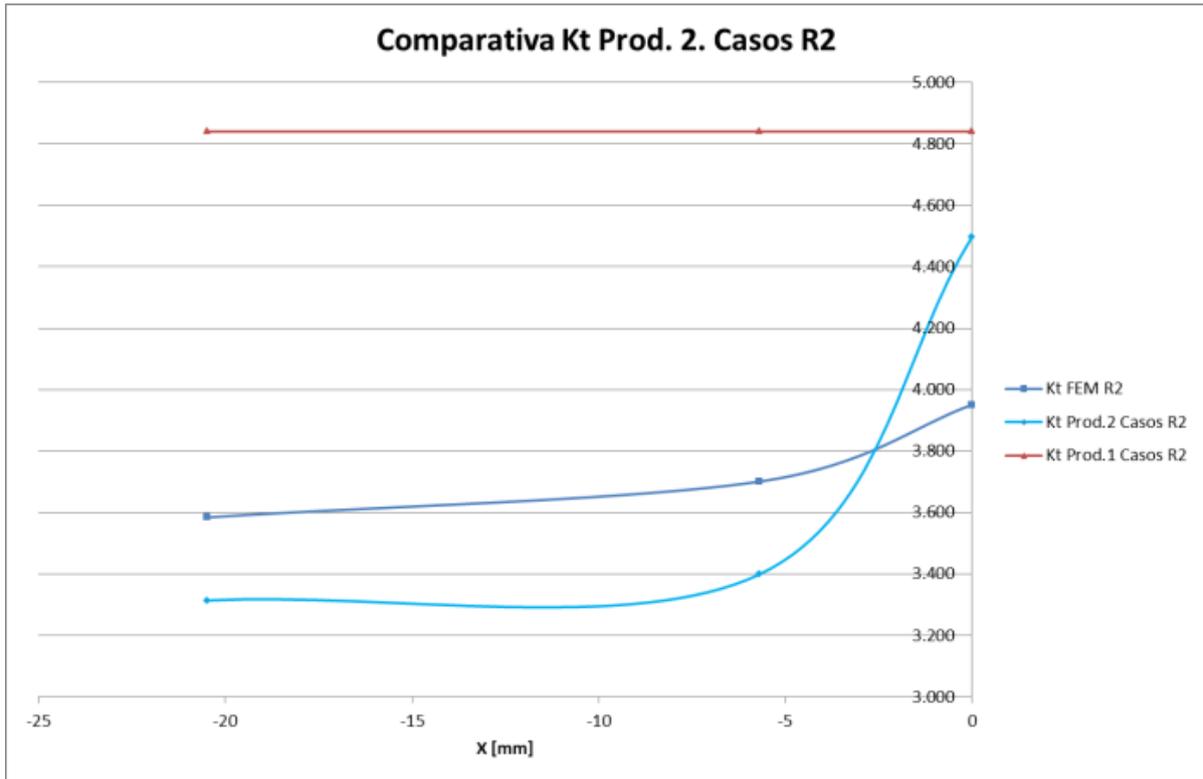


Gráfico 57. Caso Real 1. Comparativas Kt FEM y Correlaciones para Casos R2 y R3

Como puede observarse, las correlaciones no se ajustan adecuadamente para los casos representados. Analicemos separadamente los resultados de cada uno de los gráficos:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- El gráfico de la izquierda, correspondiente a los casos R2 muestra que en las inmediaciones de la línea de fin de radio el ajuste mediante **Prod.2** es muy conservador, pero decae rápidamente a medida que se aleja de la misma, previendo valores de K_t inferiores a los que presenta el modelo FEM.

Esto puede deberse a que la contribución del radio al K_t , si bien es muy intensa en zonas cercanas al origen, desaparece rápidamente a medida que el agujero se aleja de la línea de fin de radio, por lo que la única contribución al K_t es la componente de *bearing-bypass*, que presenta un error estructural frente al FEM del 8%, al obtenerse éste último mediante técnicas de extrapolación de resultados a nodos, como ya se argumentaba. A la vista de que los errores de los resultados presentados en la gráfica son del orden del 7.5%, es razonable suponer que es éste el motivo del desajuste de los resultados.

Por otro lado, la correlación **Prod.1** ofrece en todo instante márgenes de seguridad positivos, con un aporte de $K_{t,rad} = 1.46$ constante. De esta forma, si se desea obtener resultados conservadores, puede emplearse esta correlación.

- El gráfico de la derecha muestra el mismo fenómeno que el caso anterior. El ajuste mediante **Prod.2** se aproxima bien al valor ofrecido por el FEM, pero al decaer el efecto del $K_{t,rad}$ el aporte de Bearing y Bypass será insuficiente para aproximar el valor del K_t generado por un agujero sometido a tensión en una zona de gran rigidez, como ya se argumentaba en las conclusiones de los resultados de la Tabla 77, pág. 192.

En cualquier caso, debe recordarse que los resultados FEM obtenidos conllevan un tratamiento interno, fruto de las técnicas de extrapolación de resultados centroidales a nodos cuyas ventajas y desventajas se argumentaban anteriormente. Es por ello que los resultados FEM conllevarán también un error respecto del valor real que debería mostrar, por lo que no deben rechazarse categóricamente las correlaciones propuestas si presentan una diferencia elevada respecto de los resultados FEM, sino emplearse con sentido crítico, conociendo las limitaciones que pueden presentar y a qué fenómenos pueden deberse.

Debido a todo lo anterior, se puede concluir que la aproximación **Prod.2** no será adecuada para valores del radio que interaccionen estrechamente con el agujero por poseer magnitudes similares. Tampoco lo será para magnitudes del radio que rigidicen en exceso la placa, ya que el fenómeno que tendrá lugar no estará gobernado por la interacción entre K_t s.

En resumen, previo a la finalización del apartado, se concluye que, en general, la aproximación del máximo valor de K_t mediante el producto de las aportaciones de *bearing-bypass* y Radio, particularizado el valor de éste último para cada posición sobre la placa, ofrece buenos resultados en la inmediación de la línea de fin de radio, donde concomitan los valores de máxima tensión de cada aporte. Emplear la correlación **Prod.1**, donde se emplea un único valor del K_t para todas las posiciones del agujero, puede llegar a ofrecer diferencias porcentuales en exceso del orden del 30% respecto de los resultados FEM obtenidos, por lo que podrán emplearse sin riesgo de subestimar el verdadero valor del K_t . En general, se puede afirmar que la correlación de producto ajusta bien el fenómeno de

concentración de tensiones, validándolo para el cálculo aproximado de K_t en los casos analizados para este primer Caso Real.

Con ello se da fin al apartado actual. En el siguiente apartado, se estudiará otro caso de la industria aeronáutica, donde deberá analizarse el fenómeno de concentración de tensiones en un componente con defectos de fabricación.

2.3.5 Caso Real 2

2.3.5.1 Descripción del caso

A continuación se presenta un segundo caso de estudio del factor de concentración de tensiones sobre una estructura aeronáutica. Por motivos de confidencialidad no se ha proporcionado el nombre del avión. En el Lower Assembly del fuselaje delantero que se muestra, el stringer 15 en unión con la Lower Skin presenta un defecto de fabricación, por el cual uno de los remaches se ubica en una zona de salto de espesor. A continuación se muestra la ubicación del defecto, así como un detalle de la unión entre stringer y skin.

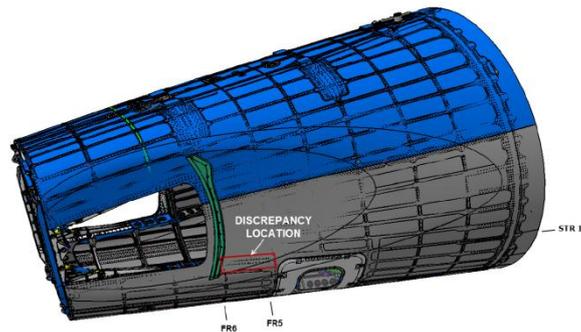


Imagen 105. Caso Real 2. Lower Assembly

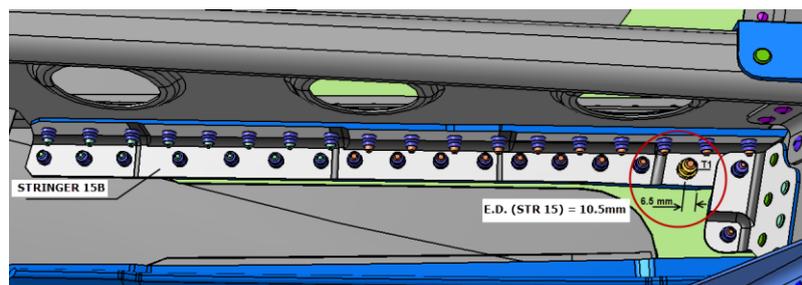


Imagen 106. Caso Real 2. Detalle de unión Stringer-Skin

A fin de visualizar correctamente la geometría de la zona afectada, se presenta el siguiente detalle del modelo CAD:

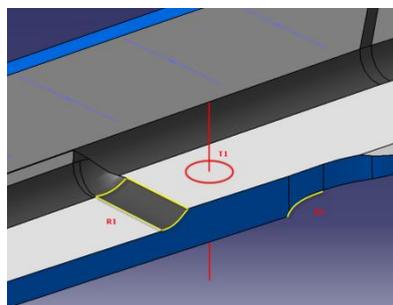


Imagen 107. Caso Real 2. Detalle de zona de defecto.

En la imagen anterior puede observarse que el remache T1 (indicado en rojo) se encuentra en una zona de doble salto de espesor, que se produce mediante sendos radios de mecanizado R1 y R2 (indicados en amarillo). Esta proximidad a los radios de acuerdo en salto de espesor (joggle) puede comprometer la integridad estructural del componente, por

lo que se precisa de un análisis del estado tensional que genera la disposición geométrica del conjunto, a fin de evaluar en última instancia el daño que producido a fatiga. Este último análisis, no obstante, excede el alcance del informe, por lo que únicamente se evaluará la severidad de la concentración de tensiones debida al error de fabricación.

A fin de generar un modelo de elementos finitos que represente adecuadamente el componente real a analizar, se indican a continuación las principales características geométricas del mismo:

Diámetro de Remache (d) [mm] (oversize)	5.5
Radio de Mecanizado R1 [mm]	6.60
Radio de Mecanizado R2 [mm]	6.68
Espesor en zona de Remache (t) [mm]	6.12
Espesor en zona de R1 [mm]	4
Espesor en zona de R2 [mm]	3.97
Distancia a borde desde remache [mm]	10.5
Distancia entre centro de remache y R2 [mm]	6.5
Pitch Distance (P.D.) [mm]	25
Base de stringer [mm]*	~26.5
Altura de stringer [mm]*	~26.2
Espesor de lateral de stringer [mm]*	~4

Tabla 80. Caso Real 2. Geometría básica del modelo.

Las dimensiones denotadas con un asterisco (*) se toma en la zona de presencia del remache, siendo variables a lo largo de la dirección longitudinal del stringer. En cualquier caso, dado que se dispone de la geometría completa del modelo, los datos geométricos anteriores únicamente son relevantes de cara al cálculo de las contribuciones al Kt de los distintos estados de carga e interferencias geométricas, no requiriéndose su uso para la modelización FEM.

A continuación se determinarán los objetivos del análisis del caso propuesto.

2.3.5.2 Objetivos

Se proponen las siguientes líneas de actuación:

1. Emplear mecanismos de superposición e interacción de factores de concentración de tensiones para prever el comportamiento del sistema.
2. Evaluar fenómenos de flexión y torsión que actúen sobre el modelo FEM del componente.
3. Proponer simplificaciones del modelo FEM para eliminar los efectos anteriores.
4. Discutir distintos modos de cálculo de Kt en base a los resultados de los puntos anteriores para lograr un modelo más optimizado desde el punto de vista estructural.
5. Realizar un estudio de sensibilidad de la influencia de la distancia de penetración en radio (X) sobre el Kt del conjunto.
6. Realizar un estudio que valore la severidad del estado tensional ante posiciones alternativas del remache.
7. Realizar un estudio que replantee el valor de *load transfer ratio (LTR)* η con el que trabaja el remache de interés.

2.3.5.3 Metodología

El modelo que se analiza presenta una geometría más compleja que la del caso anterior. El stringer presenta una forma curva con sección transversal en L, que podrá dar lugar a fenómenos de flexión y torsión indeseados si las cargas y condiciones de contorno (especialmente estas últimas) no se modelizan correctamente. También existen zonas de confluencia de radios de acuerdo, generando geometrías irregulares y difíciles de mallar eficientemente, que condicionarán el mallado de toda la pieza. Por todo ello, es importante comprender que existe un gran abanico de posibles fuentes de dispersión en los resultados, lo que refuerza la necesidad de realizar una estimación preliminar del valor del K_t del modelo que permita establecer un rango de confianza alrededor de un valor teórico que acote los resultados obtenidos mediante el análisis FEM posterior.

Este paso preliminar se realizará en el apartado que sigue a continuación.

2.3.5.3.1 Descomposición del problema

De acuerdo con los objetivos establecidos, el primer paso debe consistir en estimar el valor del K_t que ofrecerá el modelo, para de esta forma tener un valor preliminar del orden de magnitud con el que se trabajará durante el análisis FEM. Para realizar dicha estimación se recurrirá a las tablas de K_t ante distintas situaciones de carga descritas en la bibliografía. Los valores de K_t obtenidos para cada aporte del K_t podrán manipularse de acuerdo a las herramientas de superposición e interacción estudiadas en desarrollos previos y obtener así un valor global de K_t .

De acuerdo con el informe de no conformidad proporcionado para la realización del estudio, las cargas que actúan sobre el modelo se encuentran alineadas con la dirección longitudinal del stringer, y para la relación de transferencia de carga de *bearing-bypass* (η) en el remache se asume conservadoramente un valor del 10%, debido a la existencia de más de diez remaches en la línea de carga. Acerca de esto último se realizará un estudio más pormenorizado, que permitirá conocer mejor cuán conservadora es la hipótesis del factor η del 10%.

Con las consideraciones anteriores y la geometría del modelo descrita en la Tabla 80 se dispone de todos los datos requeridos para abordar el análisis del problema. En líneas generales, y obviando la geometría de detalle, puede representarse el modelo de la siguiente forma simplificada:

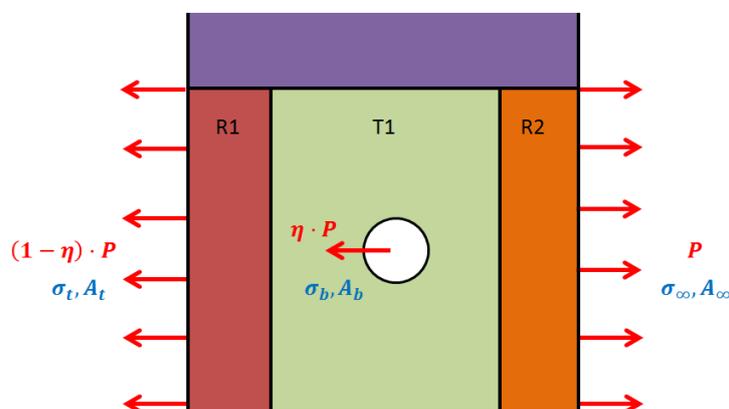


Imagen 108. Caso Real 2. Modelo completo simplificado para superposición.

La zona donde se ubica el remache T1 es la placa indicada en color verde, mientras que las zonas en rojo y naranja representan los radios de acuerdo R1 y R2. Es importante remarcar que el espesor no es constante en todo el modelo, lo que tendrá consecuencias en la forma de obtener el valor del Kt. En efecto, dado que la tensión remota (σ_∞) que se introducirá al modelo FEM está asociada al área transversal de la zona R2 (A_∞), el valor de la tensión máxima del modelo estará referido a esta pareja de valores. Por tanto, los cálculos de Kt teórico que se realicen deberán tomarse con respecto a la misma base.

En los desarrollos que se realizarán a continuación el Kt se referirá a la pareja (σ_∞, A_∞), pudiendo transformarse de forma sencilla los resultados a la zona T1 escalándolos mediante el cociente de sus respectivas áreas. De esta forma, los resultados obtenidos en el modelo FEM y en la teoría serán directamente comparables, para una mejor visualización de la calidad de la estimación.

La obtención de la expresión teórica del Kt generado por un estado de cargas de *bearing-bypass* afectada mediante un *joggle* es inmediata, una vez conocidas las propiedades de superposición e interacción de los distintos aportes del Kt. La expresión general que se indicaba en caso de análisis anterior sigue siendo válida, readaptándose para el caso actual:

$$K_t = f(Joggle)^{\alpha_1} \cdot g(K_{t,byp}, K_{t,brg})^{\alpha_2}$$

Ecuación 52. Caso Real 2. Expresión general del Kt

Como ya se analizaba en los desarrollos realizados en el apartado *Interacción de Concentración de Tensiones*, página 76, una estimación en general conservadora es tomar por correlación para la interacción de Kts el producto de las distintas contribuciones, de forma que $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.

Por lo tanto, nuevamente la obtención del Kt global se reduce a la obtención de cada aporte de Kt separadamente. Se aborda a continuación el estudio de cada caso.

2.3.5.3.1.1 Aporte de Bearing y Bypass

La obtención del factor de concentración de tensiones debido a *bearing-bypass* ($K_{t,bb}$) se realiza de forma análoga al desarrollo del Caso Real 1, tomando como referencia para el Kt la pareja (σ_∞, A_∞) mencionada anteriormente. Para el caso actual, al contrario que en el Caso Real 1, no se realizará ningún estudio FEM del coeficiente de concentración de tensiones para los aportes de *bearing-bypass*, habiéndose demostrado la validez de la correlación en los casos de análisis precedentes.

La tensión máxima que se produce en el modelo puede expresarse como un múltiplo de una tensión de referencia arbitraria. En este caso, la tensión elegida será la tensión remota (σ_∞) aplicada al modelo en la zona R2 (A_∞).

$$\sigma_{max} = K_{t,bb}^\infty \cdot \sigma_\infty$$

Además, por superposición:

$$\sigma_{max} = \sigma_{max}^{brg} + \sigma_{max}^{byp} = K_{t,brg} \cdot \sigma_{brg} + K_{t,byp} \cdot \sigma_{byp}$$

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

Por lo tanto:

$$K_{t,bb}^{\infty} \cdot \sigma_{\infty} = K_{t,brg} \cdot \sigma_{brg} + K_{t,byp} \cdot \sigma_{byp}$$

Expresión que no introduce ninguna novedad respecto de la obtenida para el Caso Real 1, pero que conviene desarrollar para analizar el efecto de la tensión de referencia para el Kt. Relacionando las tensiones de la expresión con las cargas y geometrías del modelo:

$$K_{t,bb}^{\infty} \cdot \frac{P_{\infty}}{A_{\infty}} = K_{t,brg} \cdot \frac{P_{brg}}{(W_{nom} - d) \cdot t_{nom}} + K_{t,byp} \cdot \frac{P_{byp}}{W_{nom} \cdot t_{nom}}$$

Donde W_{nom} y t_{nom} son la anchura y espesor de placa respectivamente en la zona de presencia del remache. Se ha decidido emplear la nomenclatura *nom* para los términos referidos a la zona de remache debido a que la zona de estudio de la placa es ésta, y de no existir saltos en el espesor los valores del Kt quedarían referidos a estas dimensiones nominales. En todo caso, y para mayor claridad en los desarrollos, para las referencias de Kt se empleará el subíndice *ref*, quedando reservado el subíndice *nom* para los términos asociados a la sección del remache.

Con arreglo al informe de no conformidad aportado para el análisis, se pueden relacionar las cargas de *bearing* y *bypass* con la carga remota de acuerdo con el *load transfer ratio* η , que para el caso actual adquiere un valor del 10%. En consecuencia, la expresión anterior puede manipularse para eliminar los términos de carga atendiendo a las siguientes relaciones:

$$P_{brg} = \eta \cdot P_{\infty}$$

$$P_{byp} = (1 - \eta) \cdot P_{\infty}$$

Por lo tanto, despejando el valor de $K_{t,bb}^{\infty}$:

$$K_{t,bb}^{\infty} = K_{t,brg} \cdot \eta \cdot \frac{A_{\infty}}{(W_{nom} - d) \cdot t_{nom}} + K_{t,byp} \cdot (1 - \eta) \cdot \frac{A_{\infty}}{W_{nom} \cdot t_{nom}}$$

Ecuación 53. Caso Real 2. Expresión de Kt de Bearing y Bypass.

Como puede observarse de la ecuación anterior, los aportes de Kt que deben introducirse son los que se leen directamente de las gráficas disponibles en la bibliografía. Estos valores se verán afectados por un factor de escala dentro de la expresión, de forma que se puedan transferir a la referencia tomada. Por ejemplo, el valor del Kt aportado por la componente de *bypass* debe escalarse para ajustarse a la diferencia de áreas entre la zona de referencia (σ_{∞} , A_{∞}) y la zona de presencia del remache (σ_{nom} , A_{nom}). Este fenómeno no tenía lugar en el Caso Real 1 y debe tenerse en cuenta de cara al análisis de los resultados FEM.

En todo caso, si se deseara referir el valor del Kt de *bearing* y *bypass* a la zona de presencia del remache a fin de comparar el valor del Kt con otros casos, la conversión es inmediata. La equivalencia estática de cargas implica:

$$A_{\infty} \cdot \sigma_{\infty} = A_{nom} \cdot \sigma_{nom}$$

Multiplicando y dividiendo por la máxima tensión del modelo:

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{max}} \cdot A_{\infty} \cdot \sigma_{\infty} = A_{nom} \cdot \sigma_{nom}$$

$$A_{\infty} \cdot K_{t,bb}^{nom} = A_{nom} \cdot K_{t,bb}^{\infty}$$

Por tanto:

$$K_{t,bb}^{nom} = \frac{A_{nom}}{A_{\infty}} \cdot K_{t,bb}^{\infty}$$

Ecuación 54. Caso Real 2. Relación entre Kts con distintas referencias.

Una vez obtenidas las expresiones anteriores, tomando los datos de Kt para cada aporte ofrecidos por la bibliografía, puede hallarse un valor preliminar del $K_{t,bb}^{\infty}$. Para el valor de *bypass*, se tomarán las tablas ofrecidas por Peterson, mientras que para *bearing* se tomará nuevamente la norma ESDU-81006.

2.3.5.3.1.1.1 Kt Bypass

Peterson ofrece dos formas de cálculo del Kt para un agujero en placa finita, en función de si la placa se considera doblemente acotada por bordes laterales o si se considera semi-infinita en tres de sus direcciones. Se muestran a continuación.

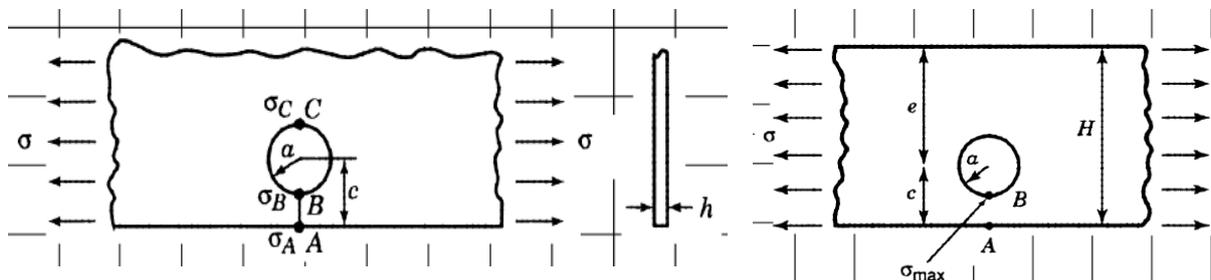


Imagen 109. Caso Real 2. Charts 4.2 y 4.3 respectivamente. (Peterson, 1953)

Si se toman las medidas del modelo CAD mencionadas en la Tabla 80, la diferencia entre considerar placa doblemente acotada o placa semi-infinita no excede el 2%. Debido a que más adelante se tomarán correlaciones que llevan implícito un margen de seguridad, y a que el modelo real presenta un engrosamiento de la sección debido a la existencia del radio de mecanizado de la sección en forma de L (véase Imagen 107, pág. 198), se asumirá que la placa dispone de una rigidez superior al modelo de la Chart 4.3 y por tanto se empleará la Chart 4.2 para estimar el aporte de Bypass al Kt global.

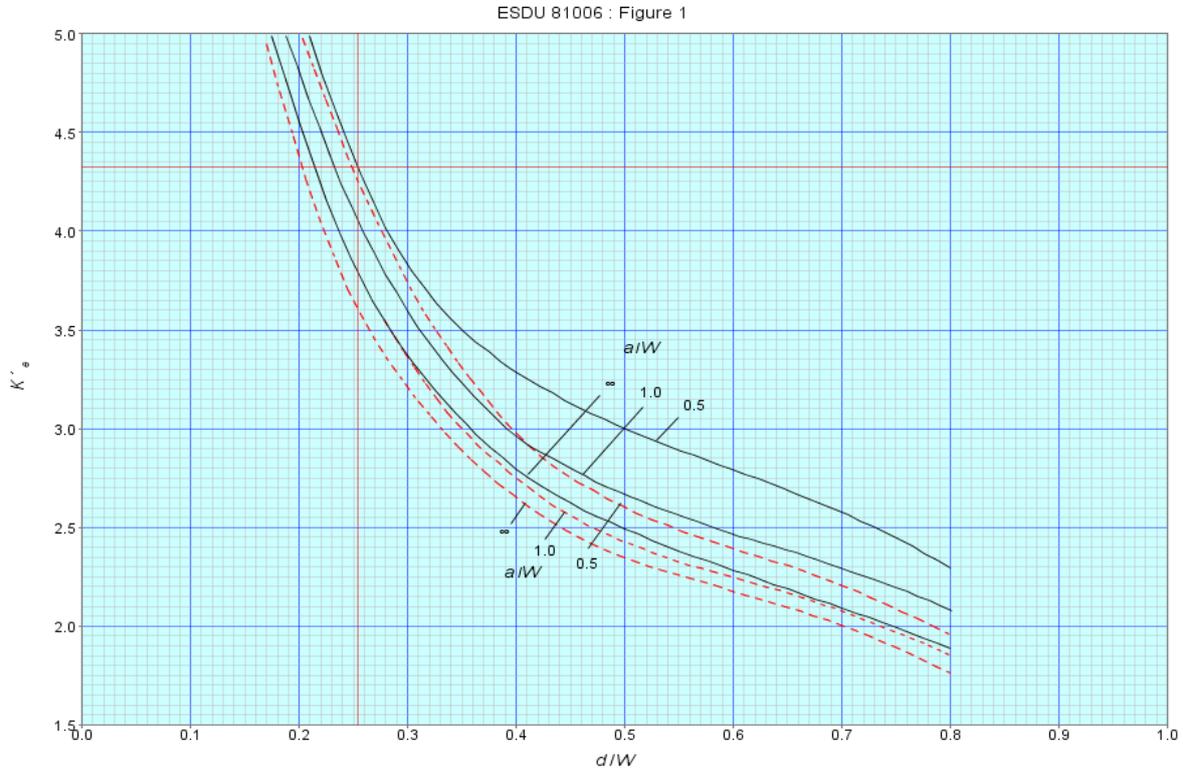
De esta forma, los valores a introducir en Chart 4.2 de Peterson y el resultado del Kt se resumen en la siguiente tabla:

$\frac{a}{c} = 0.26$	$K_{t,byp} = 3.20$
----------------------	--------------------

Tabla 81. Caso Real 2. Aporte de Bypass según Chart 4.2, Peterson.

2.3.5.3.1.1.2 *Kt Bearing*

Al igual que en el Caso Real 1, para determinar el aporte de Bearing sobre el K_t global, se empleará la norma ESDU-81006 para placas de borde cuadrado. De acuerdo con los datos geométricos del caso, el valor del K_t resulta:



$$d/W = 5.5/21 = 0.26$$

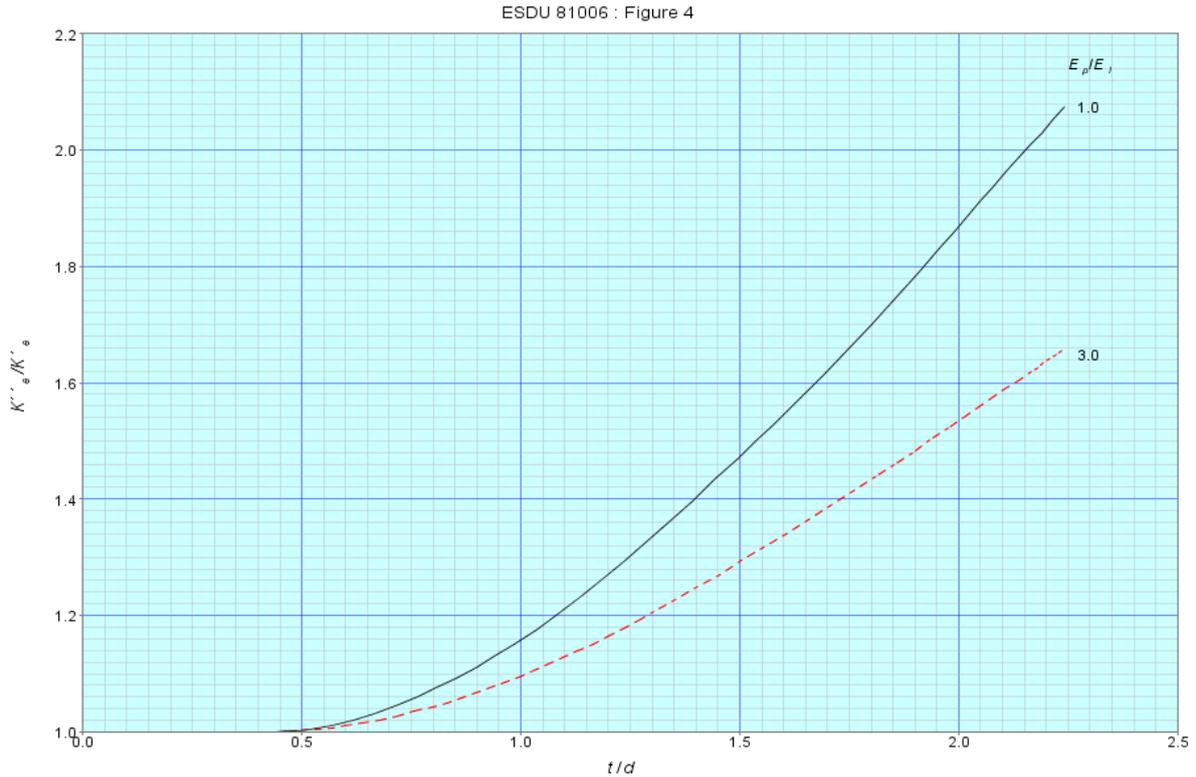
$$a/W = P.D./2W = 0.59 \sim 0.5$$

$$t/d = 6.12/5.5 = 1.11$$

$$K'_{t,brg} = 4.289$$

Tabla 82. Caso Real 2. Aporte K_t Bearing sin corrección de espesor. ESDU-81006

Los resultados anteriores son válidos para valores de $t/d < 0.5$. Dado que el caso que se analiza no cumple con dicho requisito, el valor de $K'_{t,brg}$ debe corregirse según un factor de mayoración que tiene en cuenta el efecto de flexión del remache debido al espesor de la placa. Dicho factor de mayoración depende del cociente de módulos elásticos del remache y placa, así como del valor de t/d del modelo. Si bien los módulos elásticos de los materiales empleados (aluminio y titanio) no son iguales, dado que el máximo efecto de flexión del remache ocurrirá para la situación en que sí lo sean, se tomará esta situación como hipótesis de partida conservadora. De esta forma:



$$E_p/E_l = 1$$

$$K_{t,brg}/K'_{t,brg} = 1.203$$

$$t/d = 6.12/5.5 = 1.11$$

Tabla 83. Caso Real 2. Corrección de K_t de Bearing debido a espesor. ESDU-81006.

Consecuentemente, el valor de $K_{t,brg}$ se obtendrá del producto de las dos componentes anteriores:

$$K_{t,brg} = K_{t,brg}/K'_{t,brg} \cdot K'_{t,brg}$$

$$K_{t,brg} = 5.16$$

Tabla 84. Caso Real 2. Aporte de Bearing a K_t global

Con los dos resultados de $K_{t,brg}$ y $K_{t,byp}$ anteriores, introduciéndolos en la Ecuación 53 junto con los datos geométricos del problema, el valor de *bearing-bypass* será:

$$K_{t,byp} = 3.20$$

$$K_{t,brg} = 5.16$$

$$K_{t,bb}^\infty = 2.326$$

Tabla 85. Caso Real 2. Aporte de Bearing y Bypass conjuntos

Se recuerda aquí que el valor obtenido del K_t está referenciado a la tensión remota en la zona R2 para poder compararse directamente con el valor de tensión ofrecido en el FEM, más adelante. De querer obtenerse el valor de K_t referido a la zona de presencia del remache, debe multiplicarse el resultado anterior por el factor indicado en la Ecuación 54, página 203.

El último paso para estimar el valor de la concentración de tensiones del modelo descrito consiste en obtener la contribución del joggle al K_t global.

2.3.5.3.1.2 Aporte de Joggle

El salto de espesor o joggle se realiza mediante un radio de acuerdo, que busca disminuir el efecto de concentración de tensiones. Este radio de acuerdo, si bien menor, inducirá un efecto de concentración de tensiones que deberá tenerse en cuenta.

Una primera aproximación del fenómeno consiste en asumir que el joggle inducirá una mayoración del K_t del modelo de acuerdo con el máximo valor del K_t generado por un radio de acuerdo. Este valor del K_t se producirá en la línea de fin de radio de acuerdo y no en la zona en la que se ubica el remache. Esto se visualiza en la siguiente figura:

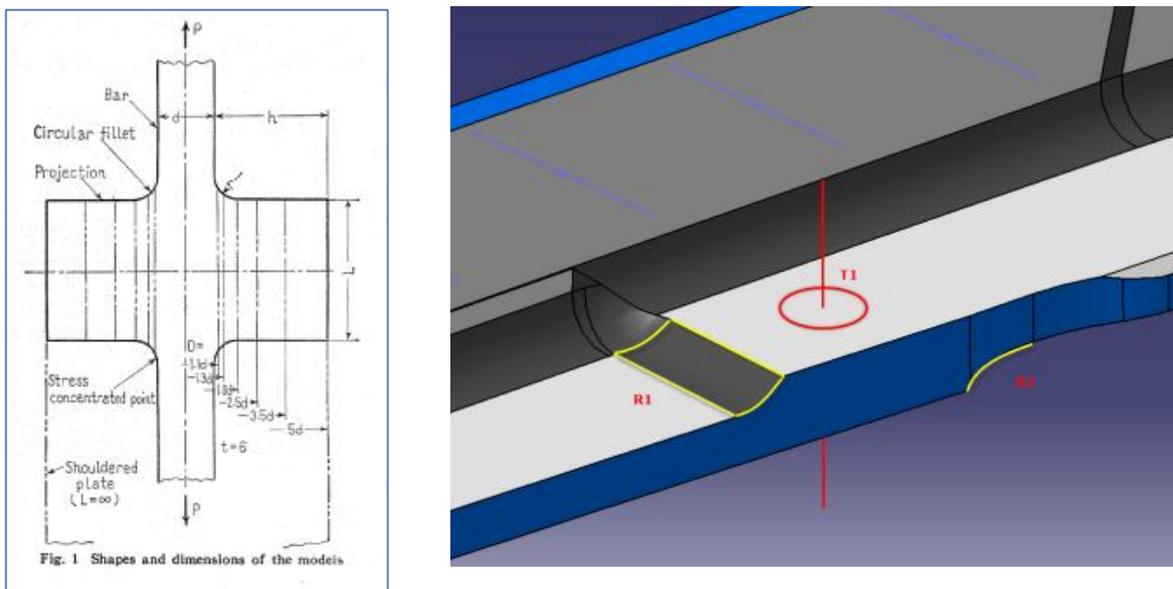


Imagen 110. Caso Real 2. Diferencia en la zona de cálculo del K_t debido al joggle

De esta forma, el resultado ofrecido por esta correlación será en general conservador. Se emplea la descrita por Kumagai y Shimada para saltos de espesor a través de radios de acuerdo:

$$K_{t,rad} = 1 + C \cdot Q^\alpha$$

Ecuación 55. Caso Real 2. Expresión del K_t de radio (Kumagai & Shimada, 1967).

Cuyos parámetros C , Q , α tienen la siguiente expresión:

$$C = 1 - 0.48e^{-0.74L/d}$$

$$\alpha = 0.65 - 0.1e^{-0.68L/d}$$

$$Q = \frac{D/d - 1}{2 \cdot (2.8 \cdot D/d - 2)} \cdot \frac{d}{r}$$

Ecuación 56. Caso Real 2. Parámetros para cálculo de K_t de radio (Kumagai & Shimada, 1967)

Particularizándolas para las dimensiones del modelo real, se tiene el siguiente resultado:

$L/d = 2.45$	$K_{t,jog} = 1.268$
$D/d = 1.58$	
$D/r = 1.17$	

Tabla 86. Caso Real 2. Aporte del Joggle al Kt según Kumagai y Shimada

Este valor del Kt generado por el joggle está referido a la tensión lejana que “encara” el radio de acuerdo, es decir, al área de la zona R1. Sin embargo, para poder emplear dicho valor del Kt junto con los de *bearing-bypass*, estos deben estar referidos a una misma base, por lo que deberá emplearse nuevamente la Ecuación 54 para realizar la conversión. De esta forma, el valor del Kt el joggle será:

$$K_{t,jog}^{\infty} = 1.302$$

Tabla 87. Caso Real 2. Aporte de Joggle al Kt corregido a tensión remota

Disponiendo de los resultados anteriores, el valor de Kt teórico se calcula como sigue:

$$K_t^{\infty} = K_{t,jog}^{\infty} \cdot K_{t,bb}^{\infty}$$

Ecuación 57. Caso Real 2. Expresión para cálculo de Kt global

Lo que ofrece el siguiente valor:

$$K_{t,teór}^{\infty} = 3.028$$

Tabla 88. Caso Real 2. Resultado Kt teórico preliminar

El resultado de Kt aquí obtenido puede compararse directamente con el que se leería directamente del modelo FEM si sobre la zona R2 se aplicase una tensión unitaria. En cualquier caso, este valor es un resultado preliminar que introduce diversos efectos de mayoración, de forma que éstos resulten más conservadores.

Concretamente, asumir que el joggle inducirá sobre la zona de presencia del remache el mismo estado tensional que el que se produce en la línea de fin de radio es la hipótesis más conservadora. Su efecto se analizará en detalle más adelante, conservando por el momento el valor del Kt global que se indica en la Tabla 88.

Por último, debe tenerse en cuenta que el modelo real del Stringer tal y como se importa del CAD presenta algunas complejidades geométricas que no se consideran en los modelos teóricos empleados para realizar la estimación del Kt global. Es por ello que los resultados teóricos podrán divergir notablemente del comportamiento real del stringer, por lo que el uso de Kts mayorados puede resultar conveniente de cara a garantizar su integridad estructural.

2.3.5.3.2 Análisis FEM del Kt

2.3.5.3.2.1 Modelo Completo

En el apartado anterior se realizaba un estudio teórico del valor aproximado que debería presentar el modelo FEM del stringer, solicitado tal y como se detalla en el informe de no conformidad proporcionado. El siguiente paso es realizar dicho modelo FEM y evaluar la calidad de la aproximación anterior.

Para la realización del mallado se ha tomado la geometría importada del modelo CAD original. Se emplean elementos CHEXAs para una mayor calidad de los resultados, pese a que algunas zonas del modelo presentan geometrías complejas de difícil mallado. Se adjunta una imagen del modelo a continuación:

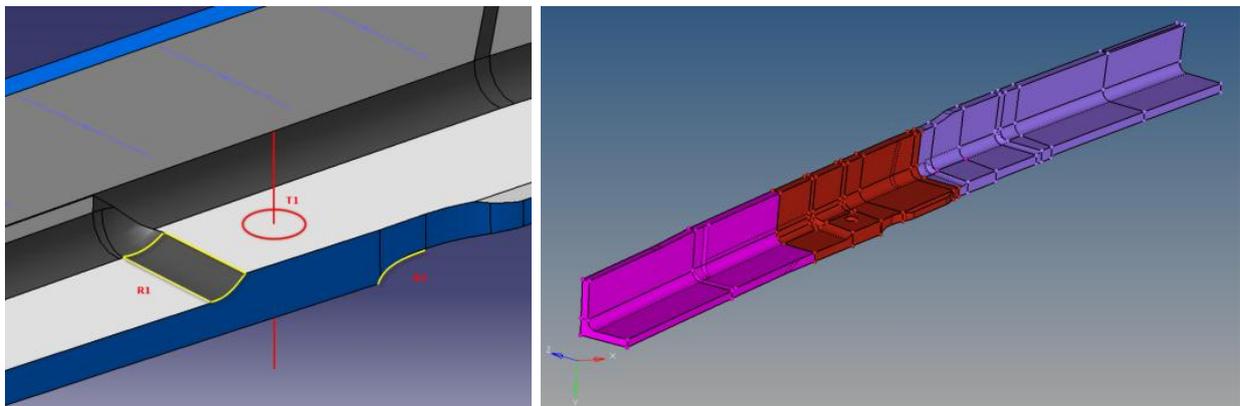


Imagen 111. Caso Real 2. Detalle y comparativa de geometría y mallado 3D

Como puede observarse, se ha incluido únicamente en el modelo el agujero del remache de interés, sobre el que se aplica una presión de distribución cosenoidal, cuya resultante cumpla la condición de *load transfer ratio* η del 10%. En la zona R2 se aplica una tracción unitaria, mientras que en la zona R1 se aplica una tensión que satisfaga el equilibrio estático del conjunto.

Respecto de las condiciones de contorno, su determinación es de un alto grado de complejidad. El stringer completo se encuentra apoyado de forma discontinua sobre la skin, y unido longitudinalmente a ésta mediante una hilera de remaches separados no uniformemente. Por otro lado, la cara vertical de la sección del stringer se apoya sobre la rib, a la cual va unida mediante una hilera de remaches separados también de forma desigual. Además, la directriz de la pieza presenta una curvatura en los planos vertical y horizontal simultáneamente, lo que complica aún más determinar la dirección correcta de las restricciones al movimiento, así como la dirección de aplicación de la carga.

Los primeros ensayos FEM (no incluidos por inválidos) sobre el modelo que se indica en la Imagen 111 presentan unos elevados factores de concentración de tensión, debido a la compleja determinación de las condiciones de contorno y aplicación de carga. En efecto, la curvatura del stringer tiene las siguientes consecuencias sobre el campo tensional:

- Aparecen componentes de tensión normal adicionales debidos a la curvatura de la línea media de la pieza. Las cargas normales a la sección generan momentos flexión en las dos direcciones de la curvatura del Stringer. Además, dado que la sección no

es simétrica, la expresión que rige el valor de la tensión normal asociado a una única dirección de curvatura en el sistema de referencia habitual será:

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A} + \sigma_{\rho_1} + \sigma_{\rho_2}$$

Donde los términos de $\sigma_{\rho_1}, \sigma_{\rho_2}$ son las tensiones normales asociadas a las dos curvaturas existentes, donde cada una toma la siguiente expresión:

$$\sigma_{\rho_1} = -\frac{M_z}{A \cdot \rho_1} + \frac{M_z \cdot J_{y1} - M_y \cdot J_{yz,1}}{J_{y,1} \cdot J_{z,1} - J_{y,z,1}^2} \cdot \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho_1}} + \frac{M_y \cdot J_{z1} - M_z \cdot J_{yz1}}{J_y \cdot J_{z1} - J_{yz1}^2} \cdot \frac{z}{1 - \frac{y}{\rho_1}}$$

$$\sigma_{\rho_2} = -\frac{M_y}{A \cdot \rho_2} + \frac{M_y \cdot J_{z2} - M_z \cdot J_{yz2}}{J_{y2} \cdot J_{z2} - J_{yz2}^2} \cdot \frac{z}{1 - \frac{z}{\rho_2}} + \frac{M_z \cdot J_{y2} - M_y \cdot J_{yz2}}{J_{y2} \cdot J_{z2} - J_{yz2}^2} \cdot \frac{y}{1 - \frac{z}{\rho_2}}$$

Donde M_i es el momento flector según la dirección i , $J_{\alpha i}$ es el momento de inercia según la dirección α generalizado a la curvatura ρ_i , $J_{\alpha\beta i}$ es el producto de inercia generalizado a la curvatura ρ_i , y A es el área de la sección. Los momentos y productos de inercia tienen la forma:

$$J_{\alpha i} = \int \frac{\alpha^2}{1 - \frac{i}{\rho_i}} dA$$

$$J_{\alpha\beta i} = \int \frac{\alpha \cdot \beta}{1 - \frac{i}{\rho_i}} dA$$

- Por otro lado, la tensión normal también genera unos esfuerzos cortantes en la pieza debido a la curvatura de la misma que, si bien no contribuyen a la tensión normal directamente, sí que producen una torsión respecto del centro de cortadura al ser un perfil abierto. La sección, al encontrarse coartada a torsión, puede experimentar tensiones normales asociadas al bimomento flexotorsor.

Estos efectos pueden conducir a una dispersión en los resultados difícilmente evaluables, de forma que puede ser interesante restringir algunas de las propiedades geométricas del modelo mediante la elaboración de un modelo más simplificado. De esta forma, se espera una mejor adecuación de los resultados a las previsiones teóricas.

2.3.5.3.2.2 Modelo Simplificado (I)

Como puede observarse, sobre el modelo empleado concomitan distintos efectos tensionales generados únicamente por la geometría del mismo, y cuyo estudio pormenorizado sobrepasa ampliamente el alcance del presente proyecto. A la vista de ello, se propone realizar una primera simplificación del modelo, consistente en:

- Eliminar la curvatura del stringer.
- Alinear los radios de mecanizado del joggle con la dirección principal del stringer.
- Uniformizar los radios de mecanizado de la sección en L del stringer.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

De esta forma, se pretende reducir los efectos de flexión y torsión anteriormente mencionados, y mejorar la calidad de la malla en zonas en las que existía una geometría compleja. La malla resultante se adjunta en la siguiente imagen.

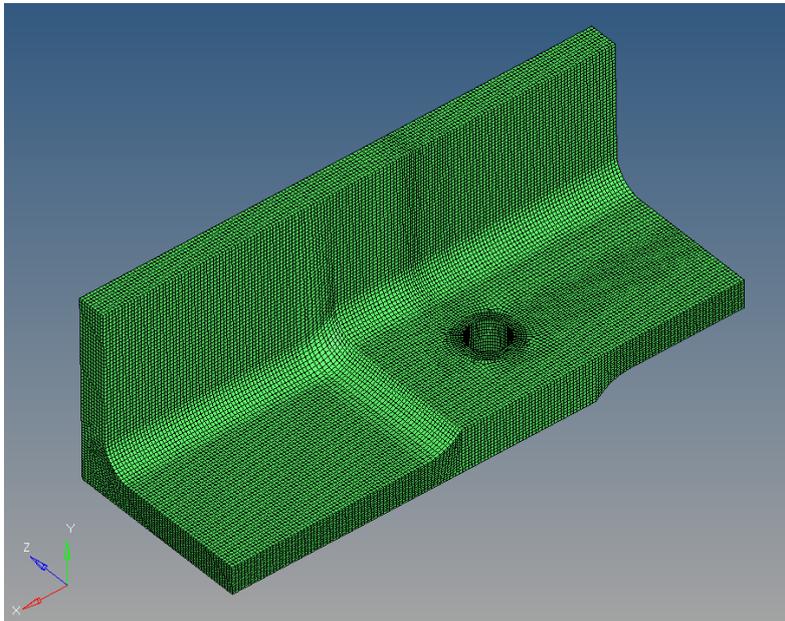


Imagen 112. Caso Real 2. Modelo FEM simplificado (I)

Como puede observarse, la malla que se ha realizado es mucho más sencilla de analizar, eliminando factores geométricos que podrían dificultar la modelización del problema, y cuyo impacto sobre la fiabilidad de los resultados no es fácilmente cuantificable. Concretamente, de los factores geométricos mencionados, los que más influencia podrían tener sobre el valor del K_t final corresponden a aquellos que dificulten la definición de las cargas y condiciones de contorno: la curvatura del stringer y la desalineación de los radios del joggle respecto de la dirección principal del stringer. Uniformizar los distintos radios de mecanizado de la placa únicamente simplifica el proceso de mallado, teniendo poca influencia sobre los resultados finales del K_t .

Por otro lado, es razonable cuestionarse si realizar las simplificaciones mencionadas sobre el modelo no conducirá a la resolución de un problema distinto al original. En efecto, esta posibilidad está implícita en la resolución de cualquier submodelo de una estructura, al ser complejo determinar cuáles son las condiciones de contorno y la forma y valor de las cargas que actuarán sobre el componente. Para eliminar dichas incertidumbres, sería interesante abordar una técnica de subestructuras, de forma que puedan conocerse de qué forma se interrelaciona el campo de desplazamientos y deformaciones del componente de interés con el resto de la estructura. Sin embargo, Aernnova Engineering Division no ha facilitado datos en relación a lo mencionado, y la realización de un análisis de subestructuras por descomposición de la estructura completa excede el alcance del presente informe. Por ello, se acepta el modelo que se presentaba en la imagen anterior, en tanto en cuanto se verifican las siguientes condiciones:

- El modelo FEM abarca una longitud según la dirección principal del stringer lo suficientemente reducida como para que pueda desprejarse el efecto que tendría sobre el modelo real la curvatura de la directriz en la zona considerada.

- El informe de no conformidad aportado por la compañía establece que las cargas principales sobre el stringer se deben a esfuerzos normales en su dirección principal, por lo que no considerar efectos de flexión por interacción con el resto de la estructura es una hipótesis válida.
- El descentramiento generado por la desalineación de los radios de mecanizado del joggle únicamente tiene efectos de flexión sobre el modelo, no siendo propios del fenómeno de concentración de tensiones debido a la proximidad al joggle de un agujero de remache.

De acuerdo con lo expuesto en los puntos anteriores, quedaría verificada la validez del modelo y su representatividad del fenómeno de concentración de tensiones para el caso real de interés. El siguiente paso consistirá en determinar cuáles son las condiciones de contorno que representen el comportamiento del componente dentro de la estructura global.

El Stringer 15 objeto de estudio está apoyado simultáneamente sobre la Lower Skin y la Rib, como se observaba en la Imagen 106. Además, éste va unido mediante una hilera de remaches a cada uno de los componentes. Es por ello razonable suponer que el Stringer verá impedido su movimiento sobre la Lower Skin, debiendo permanecer en contacto con ella. Este mismo comportamiento se observa respecto de la Rib; sin embargo, no se dispone del modelo completo de la Rib más allá de las fotografías proporcionadas en el informe de no conformidad, por lo que no es posible analizar cuál es la interacción exacta entre Rib y Stringer. Por ello se prescinde de rigidizar la pared vertical de la sección del Stringer en la dirección normal a la superficie de la Rib. Dado que el agujero del remache sobre cuyo contorno desea analizarse el fenómeno de concentración de tensiones no se encuentra en contacto directo con la pared vertical de la sección del stringer, el impacto total que tendrá la elección de unas condiciones de contorno u otras en lo relativo a la interacción con la Rib no será mayor que el de las simplificaciones realizadas anteriormente para la formación del modelo. En su lugar, se restringirá el desplazamiento en la dirección principal del stringer en esta posición, a fin de garantizar la estaticidad del modelo. La zona elegida para esta restricción será la zona de contacto Stringer-Rib, de forma que influya mínimamente sobre el modelo. Las cargas aplicadas sobre el modelo son las descritas con arreglo a la Imagen 108, donde la carga sobre el contorno del remache será una presión cosenoidal respetando que su resultante verifique un valor de $\eta = 0.1$. La tensión remota de la zona R2 tendrá un valor unitario a fin de que los resultados FEM ofrezcan directamente el valor del Kt comparable con los resultados teóricos obtenidos; la tensión remota en la zona R1 será aquella que verifique el equilibrio estático del modelo con las los valores de las otras dos tensiones fijadas.

Todo lo anterior en relación a las condiciones de contorno y las cargas aplicadas sobre el modelo FEM se puede visualizar en la siguiente imagen:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

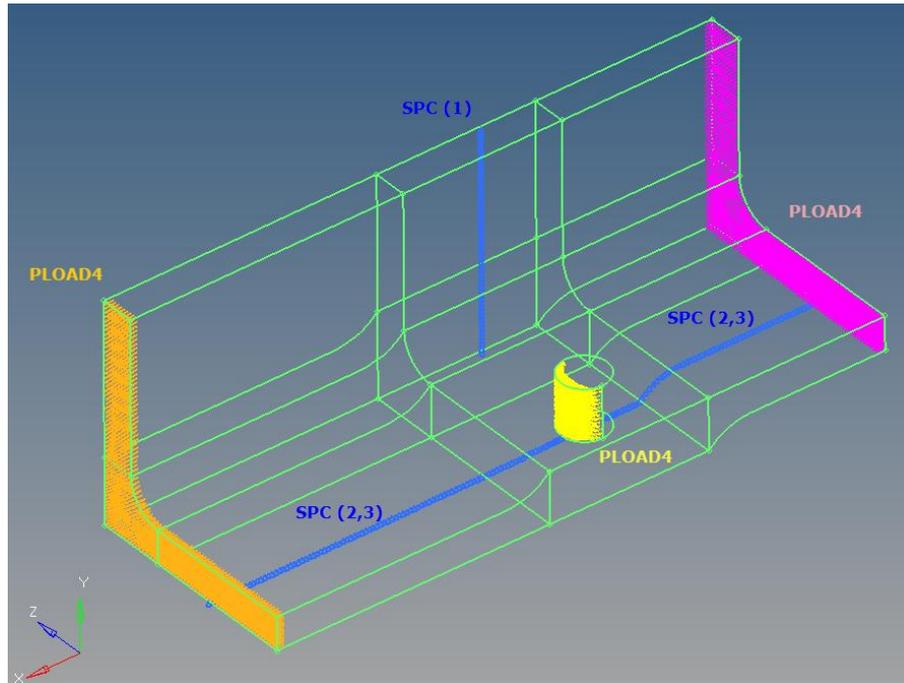


Imagen 113. Caso Real 2. Cargas y Condiciones de Contorno en Modelo Simplificado (I)

Debe hacerse un pequeño apunte en lo relativo a la forma de aplicación de las cargas. Como puede observarse, las presiones remotas (en naranja y rosa) se aplican sobre toda la sección transversal del stringer, de forma que sus resultantes quedan fuera de la línea de aplicación de la resultante de la fuerza sobre el remache. Este descentramiento de las resultantes dará lugar a fenómenos de flexión, tal y como se observará en los resultados, y deberá dársele tratamiento posterior a fin de aislar el efecto del mismo del de concentración de tensiones.

Generada la malla del modelo tridimensional y establecidas las condiciones de contorno y cargas sobre el componente se acomete el análisis FEM del mismo. A continuación se muestran los resultados FEM obtenidos mediante extrapolación nodal, cuyo valor máximo es directamente el valor del K_t del modelo referido a la tensión remota de la zona R2:

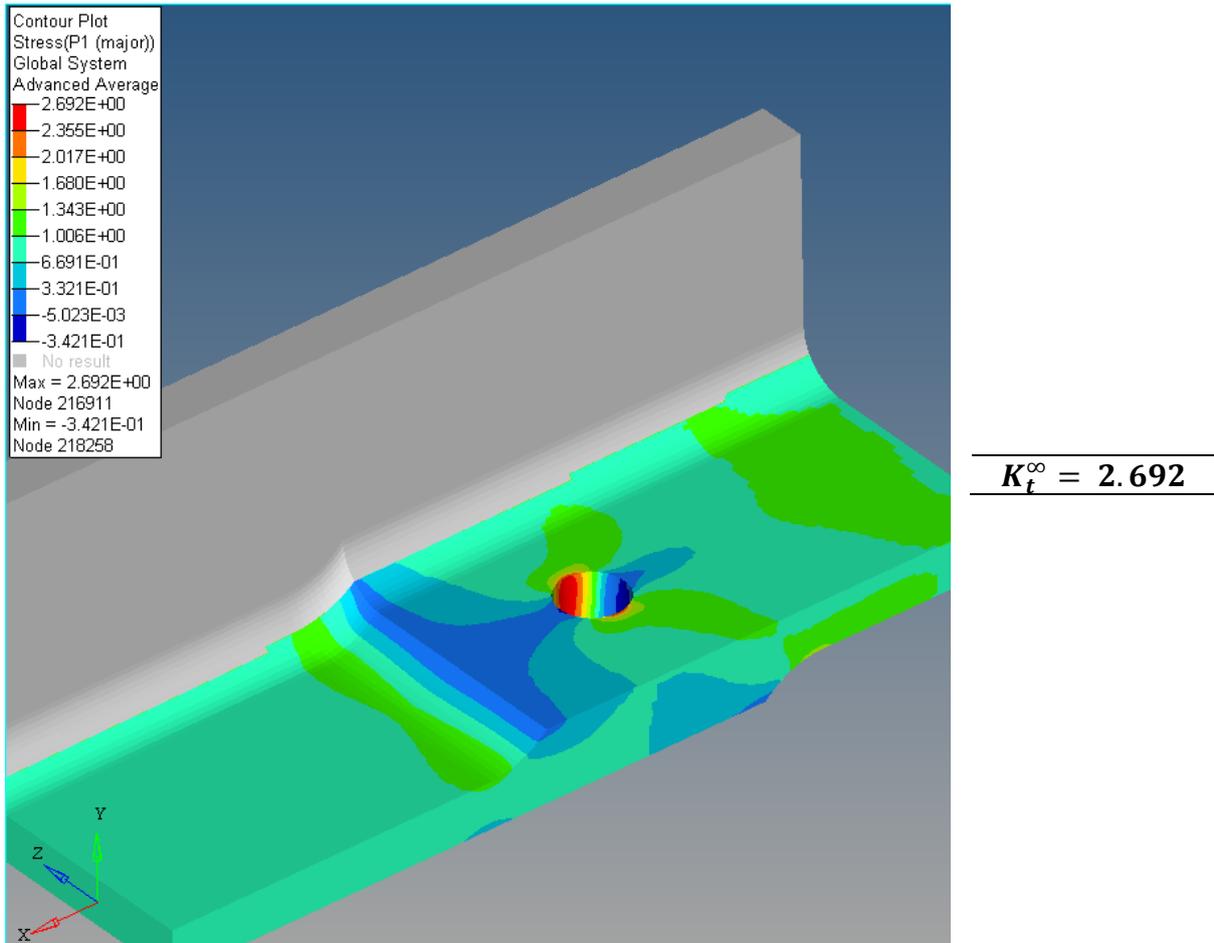


Tabla 89. Caso Real 2. Resultados FEM de K_t para Modelo Simplificado (I)

En vista de lo anterior, y comparando los resultados obtenidos con el valor teórico obtenido en apartados anteriores y que se resume en la Tabla 88 , puede realizarse la siguiente comparativa:

Valor FEM del Modelo Simplificado (I)	$K_t^\infty = 2.692$
Valor teórico del K_t	$K_{t,teór}^\infty = 3.028$
Error	11.1%

Tabla 90. Caso Real 2. Comparativa K_t FEM y Teórico para Modelo Simplificado (I)

El error que presenta la correlación teórica es razonable y conservador, al sobreestimar el valor de la tensión sobre el agujero del remache. Esta diferencia porcentual entre el valor teórico y experimental puede deberse a los errores que cada valor alberga de forma separada. En relación al valor teórico, su obtención se ha realizado mediante el empleo de una serie de correlaciones que incorporan márgenes de seguridad no detallados, al obtenerse en su mayoría de forma experimental. Concretamente, y como se verá más adelante, asumir que la interacción entre el K_t de *bearing-bypass* y el radio de mecanizado del joggle se modeliza empleando para éste último aporte el valor de $K_{t,jog}^\infty$ que se obtiene en la línea de fin de radio de mecanizado es una aproximación grosera que incrementa notablemente el valor de K_t teórico. En cualquier caso, esta corrección del valor teórico se realizará más adelante, otorgándole prioridad a la validación de los resultados FEM.

Para ello, es necesario realizar un estudio del comportamiento del modelo en términos de desplazamientos y validez de las condiciones de contorno. Dado que el modelo que se ha

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

empleado para el análisis tenía como objetivo limitar el efecto de la flexión y torsión que producían la existencia de curvaturas en el stringer y saltos de espesor, el primer paso natural es verificar si el modelo actual limita dichos comportamientos de forma eficaz. Para verificar el comportamiento torsional del modelo, es necesario evaluar el campo de desplazamientos nodales en una zona alejada de la zona central del stringer, donde el espesor del mismo es mayor y por tanto también su rigidez. Se adjuntan a continuación una imagen de los resultados del modelo:

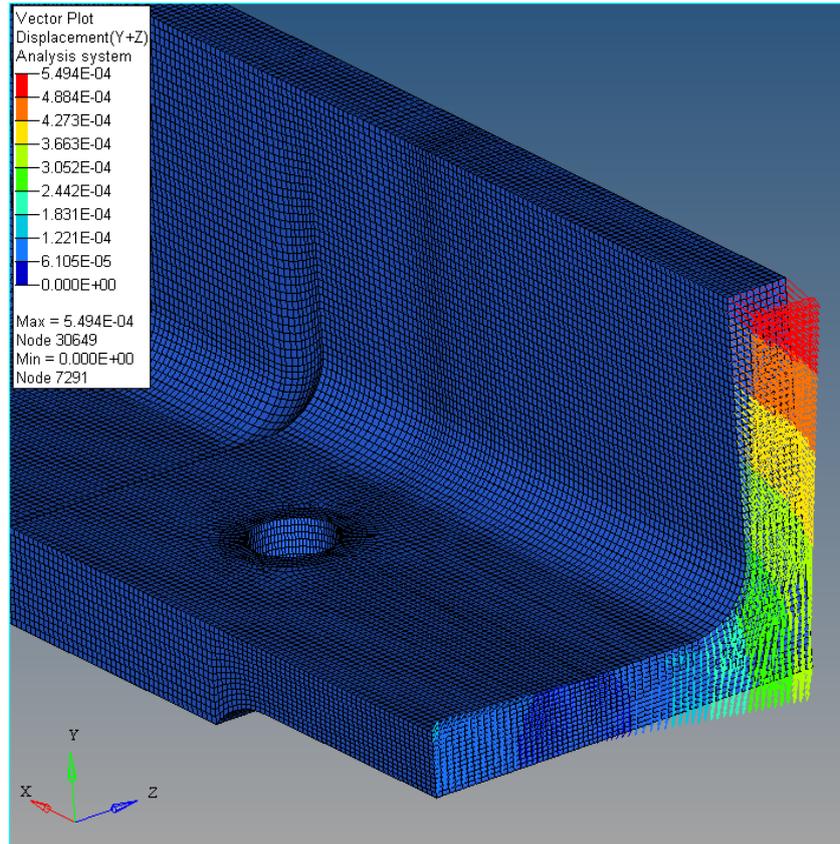


Imagen 114. Caso Real 2. Desplazamientos por torsión en Modelo Simplificado (I)

Como puede observarse en la imagen anterior, donde se han representado los desplazamientos en Y y Z respecto del sistema global de referencia, existe un giro positivo en la dirección del eje X alrededor de un punto que se encuentra aproximadamente en la mitad del espesor del perfil, sobre la línea directriz del stringer que atraviesa el remache. Los desplazamientos son del orden de 10^{-4} mm, que sin embargo, por la notable rigidez del perfil, inducirá perturbaciones sobre los resultados de Kt.

Para evaluar el comportamiento de flexión del modelo, resulta interesante evaluar las fuerzas sobre los apoyos ubicados en la pared vertical del stringer, que restringen el movimiento en la dirección de aplicación de la carga.

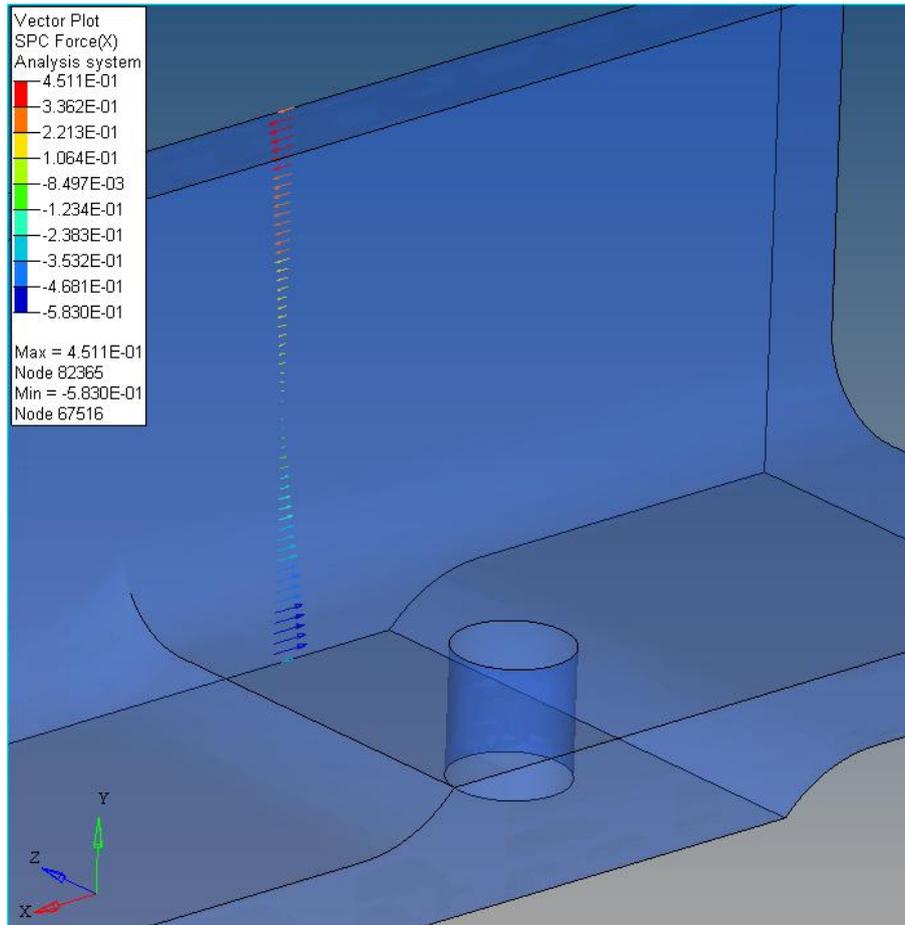


Imagen 115. Caso Real 2. Reacciones por flexión en el Modelo Simplificado (I)

Como puede observarse en la imagen anterior, las fuerzas sobre los apoyos siguen la distribución clásica de un perfil sometido a flexión, con valores del orden de $4 \cdot 10^{-1} \text{N}$. Este fenómeno, nuevamente, introducirá un error sobre los resultados de Kt del modelo, y cuyo origen está en el descentramiento de las resultantes de las tensiones aplicadas sobre el modelo, debido a la sección transversal en L que presenta el Stringer.

Por último, conviene analizar cuál es el comportamiento de los apoyos que modelizan el contacto con la Lower Skin, para determinar la idoneidad de las condiciones de contorno. Los valores de las reacciones se muestran en la siguiente imagen:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

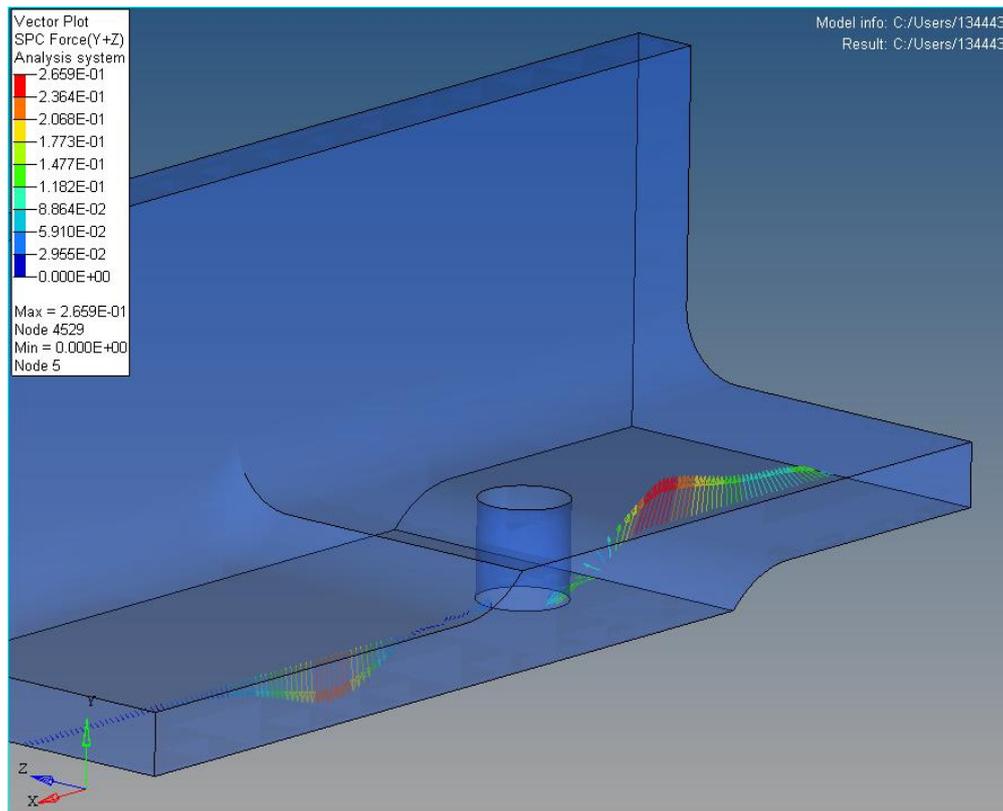


Imagen 116. Caso Real 2. Reacciones en el contacto con Lower Skin del Modelo Simplificado (I)

Como puede observarse, la zona de mayor sollicitación corresponde a la zona R2, donde el Stringer pierde espesor a través del radio de mecanizado. Dicha distribución de esfuerzos pone en evidencia que la modelización de dichas condiciones de contorno no son adecuadas, dado que las mayores resultantes se dan en una zona que probablemente no esté en contacto con la Lower Skin, dado que el joggle se idea con la intención de crear zonas libres de material por las que puedan atravesar conducciones eléctricas o hidráulicas que den servicio a los sistemas auxiliares del avión.

A modo de resumen de lo mencionado arriba se puede crear una breve lista con los principales inconvenientes del modelo empleado:

- Existen fenómenos de torsión debidos a la geometría del perfil y al descentramiento de las cargas.
- Existen fenómenos de flexión adicionales debidos al descentramiento de las cargas.
- Las condiciones de contorno que modelizan el contacto con la Lower Skin no representan adecuadamente el comportamiento real.

Éstos se tendrán en cuenta para valorar la posibilidad de realizar un modelo más simplificado que permita una mayor precisión de los resultados.

2.3.5.3.2.3 Modelo Simplificado (II)

A fin de eliminar los inconvenientes del modelo anterior, se propone una nueva simplificación del mismo. Con el objeto de minimizar los efectos de torsión y flexión en la medida de lo posible, se propone eliminar la pared vertical del perfil del Stringer. De esta forma, las tensiones remotas aplicadas se harán sobre secciones de geometría sencilla y

cuyas resultantes se ubiquen en las inmediaciones de la línea de aplicación de la resultante de la fuerza generada por el remache. Se muestra un detalle del nuevo modelo simplificado en la siguiente imagen:

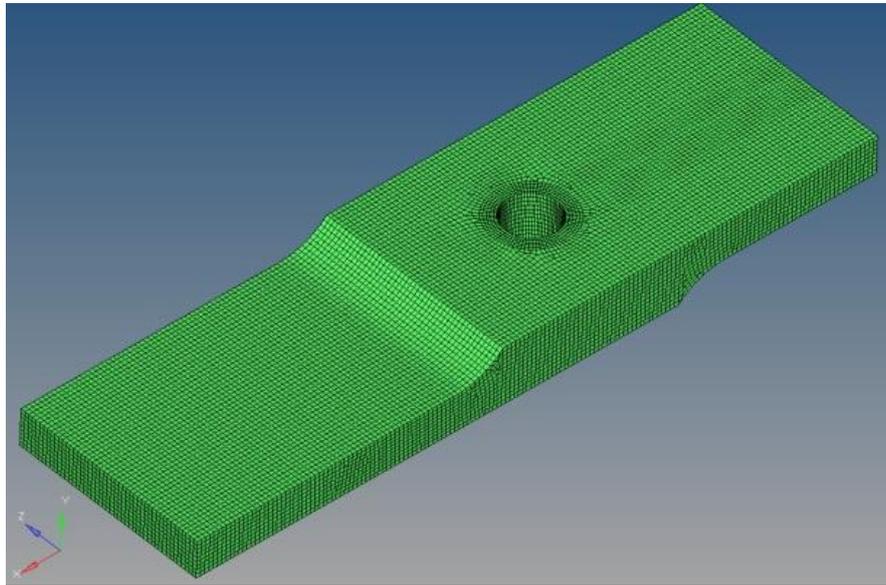


Imagen 117. Caso Real 2. Modelo Simplificado (II)

El principal punto débil del modelo actual es que se elimina la rigidez que aporta la pared vertical del Stringer. Sin embargo, teniendo en cuenta que las cargas se aplican en la dirección principal del Stringer, paralelamente a la línea directriz de dicha pared vertical, el efecto de rigidización de la misma sobre el Kt es más bien limitado. En efecto, los efectos principales de la pared del Stringer se reducen a los siguientes:

- Rigidización del componente ante fenómenos de flexión.
- Restricción del campo de deformaciones, generando estados triaxiales de tensión.

De los efectos anteriores, los relativos a rigidización a flexión no son de interés, al pretenderse limitar el comportamiento del modelo en este sentido.

Sin embargo, en relación al estado triaxial de tensiones que ocasionaba el modelo original, es innegable que el modelo actual no representará adecuadamente este fenómeno. Una posibilidad para tratar de modelizar esta rigidización podría consistir en añadir en el lateral del modelo donde debería estar el radio de curvatura unos elementos elásticos que aporten una rigidez equivalente al material eliminado. Por contra, finalmente se decide no añadir este efecto sobre el modelo, debido a que introducir valores aproximados de la rigidez que deberían presentar los nuevos elementos generaría una nueva fuente de error que posteriormente requeriría ser analizada en términos de sensibilidad de los resultados de Kt finales del modelo. En vez de ello, se asumirá que el modelo FEM dispondrá de un error debido a esta falta de rigidez, que se evaluará por comparación entre los resultados que se obtengan a partir de este nuevo modelo y los del modelo anterior.

Por último, en términos de aplicabilidad de las correlaciones empleadas, éstas asumen la existencia de fenómenos de triaxialidad de tensión e incluyen mayoraciones debidas a este fenómeno, por lo que los resultados que se obtengan de forma teórica no subestimarán este fenómeno.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Una vez defendida la validez del modelo en los supuestos considerados, es necesario replantear las condiciones de contorno que se aplicaban en el modelo simplificado anterior. En efecto, el contacto entre Stringer y Skin no se modelizaba adecuadamente, por haber zonas en las que con toda seguridad éste no se produce. Por tanto, las nuevas condiciones de contorno son las que se adjuntan a continuación:

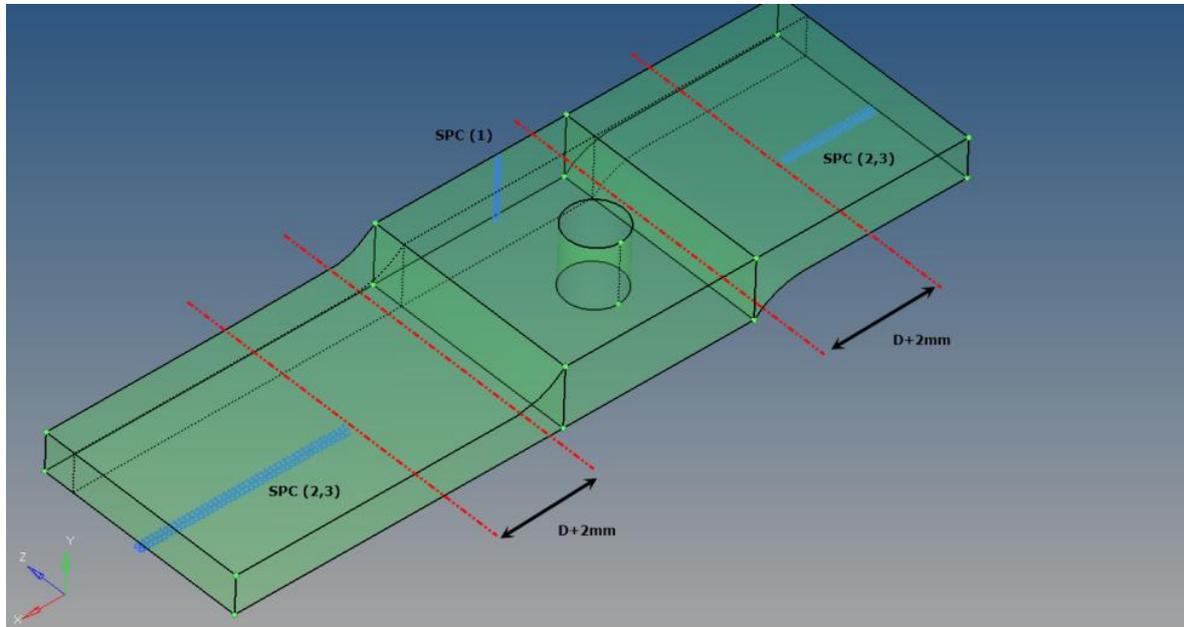


Imagen 118. Caso Real 2. Condiciones de contorno en Modelo Simplificado (II)

Las bases que fundamentan esta forma de distribuir los apoyos que modelizan el contacto radican en que el efecto de restricción al movimiento de los distintos remaches sobre el Stringer se limitan a un área de influencia alrededor de cada uno de ellos. Es por ello que las líneas de SPC(2,3) se ubican hasta unas distancias concretas de la zona de interés de cara al Kt. En concreto, la extensión de la zona de influencia, fruto del conocimiento interno de Aernnova Engineering Division, abarca hasta $D + 2\text{mm}$ desde el concentrador de tensiones de interés, donde D es el diámetro de cada remache. Para la zona R1, el concentrador de interés se establece en la línea de fin de radio de mecanizado del joggle, mientras que para la zona R2, el concentrador de interés será el propio agujero del remache.

De esta forma, la zona central del Stringer estará sometida únicamente al efecto de la presencia del propio remache, modelizado como una presión cosenoidal sobre el contorno del agujero. Ésta es una forma habitual de modelizar este tipo de contactos en componentes complejos sometidos a tensiones de *bearing-bypass* en Aernnova Engineering Division, por lo que aprovechando el *knowhow* de su dilatada experiencia en el campo, se tomará como referencia para generar las condiciones de contorno del modelo.

Las cargas aplicadas son las mismas que sobre el modelo anterior:

- Tensión unitaria en la zona R2.
- Presión cosenoidal en el contorno del agujero, de forma que su resultante cumpla $\eta = 0.1$
- Tensión en la zona R1 tal que verifique el equilibrio estático de la pieza.

Sin otro particular, se lanza el análisis del modelo FEM, que arroja los siguientes resultados obtenidos mediante extrapolación nodal:

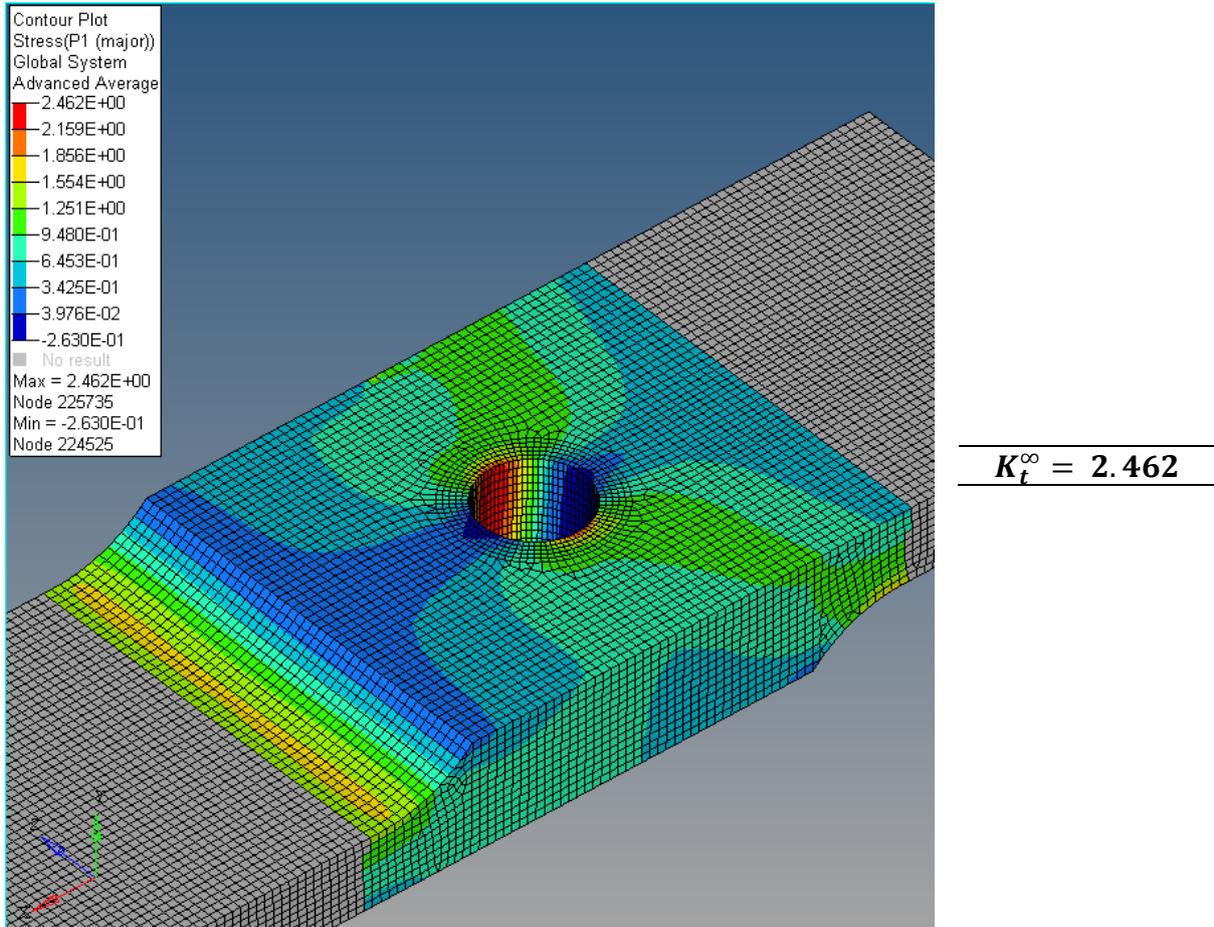


Imagen 119. Caso Real 2. Resultados FEM de K_t para Modelo Simplificado (II)

Como puede observarse, la distribución tensional es prácticamente idéntica a la del caso simplificado anterior, si bien los resultados divergen ligeramente. Comparativamente:

Modelo Simplificado (I)	$K_t^\infty = 2.692$
Modelo Simplificado (II)	$K_t^\infty = 2.462$
Error	8.54%

Tabla 91. Caso Real 2. Comparativa entre resultados de Modelos Simplificados (I) y (II)

Debido a la reducción de los fenómenos de torsión, flexión y de triaxialidad del estado de tensiones, los resultados entre ambos modelos simplificados deben divergir, de acuerdo con las previsiones realizadas. Para el nuevo caso que nos ocupa, estimar el error cometido respecto del K_t teórico no tiene un gran interés práctico, pues el nuevo valor FEM del K_t es aún menor que el obtenido en el primer modelo simplificado. Además, como ya se advertía anteriormente, el propio método de cálculo teórico ha cometido una serie de imprecisiones en las hipótesis de interacción de concentración de tensiones, que más adelante se verán corregidas.

Por el momento, resulta interesante analizar si los fenómenos de torsión y flexión se han visto reducidos, tal y como se esperaba al simplificar el modelo. A continuación se muestra el campo de desplazamientos nodales de la misma sección que la analizada en el modelo anterior.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

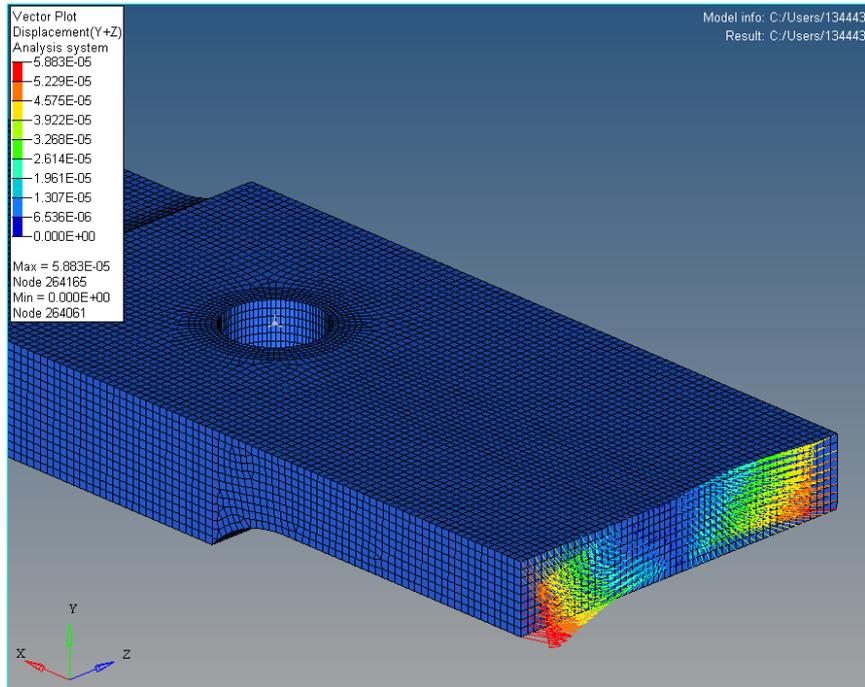


Imagen 120. Caso Real 2. Desplazamientos por torsión en Modelo Simplificado (II)

Como puede observarse, sigue existiendo un fenómeno de giro alrededor del eje director del Stringer, pero analizando los valores de desplazamiento se observa que son del orden de 10^{-5} mm, reduciéndose en diez veces el fenómeno de torsión respecto del modelo anterior. De ello se puede concluir que el modelo actual aísla correctamente el fenómeno de concentración de tensiones de aquellos correspondientes a la torsión del Stringer.

En relación a la flexión en el modelo, se representan a continuación las reacciones en los apoyos verticales de la placa, que restringen el desplazamiento de la misma en la dirección principal del Stringer.

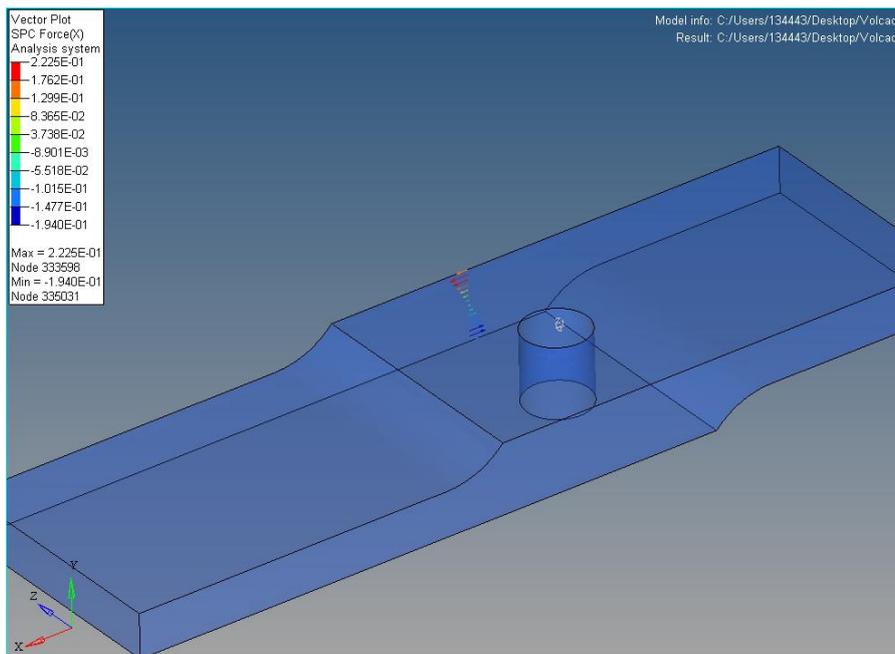


Imagen 121. Caso Real 2. Reacciones por flexión en el Modelo Simplificado (II)

Como puede observarse, sigue existiendo un fenómeno de flexión, pues no se ha conseguido eliminar el descentramiento de las resultantes de las fuerzas aplicadas sobre el modelo. En efecto, la presencia del joggle forzará inevitablemente un descentramiento de las resultantes y en consecuencia la presencia de un momento flector, por lo que debe considerarse este fenómeno como intrínseco del comportamiento tensional del joggle. En cualquier caso, puede observarse que las fuerzas en los apoyos son del orden de $2 \cdot 10^{-1} \text{N}$, es decir, la mitad de las existentes en el modelo anterior, por lo que se ha logrado un aislamiento del efecto de flexión debido a excentricidades inherentes del modelo.

Por último, también es interesante observar cuáles son las nuevas distribuciones de las reacciones sobre los apoyos una vez modificadas las condiciones de contorno. Se adjuntan dichos resultados en la siguiente imagen:

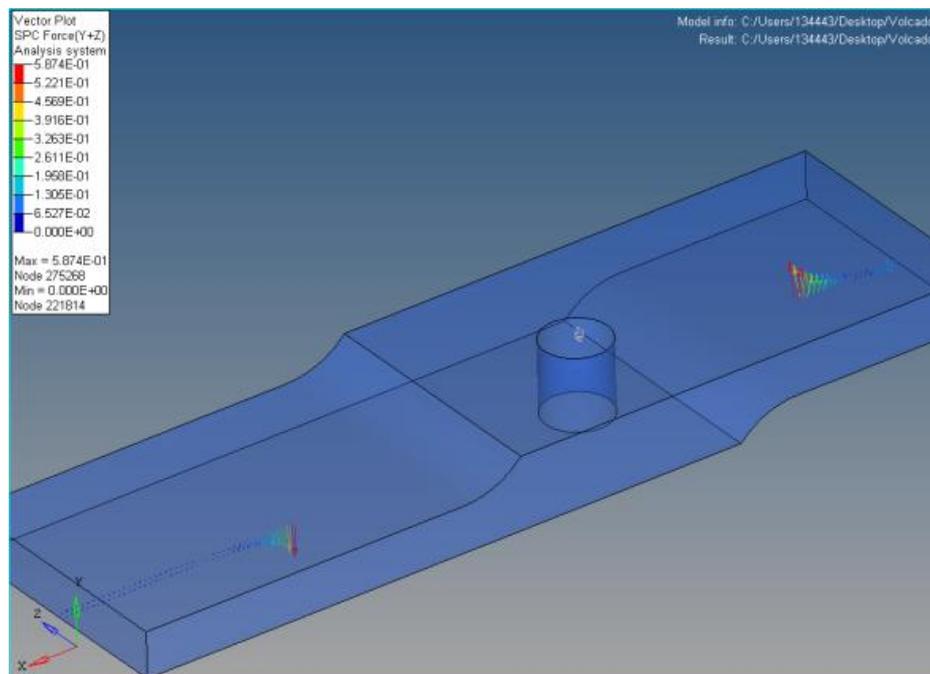


Imagen 122. Caso Real 2. Reacciones en el contacto con Lower Skin del Modelo Simplificado (II)

Como puede observarse, la distribución de las cargas adquiere un cariz más simétrico, que también ofrece una impresión del fenómeno de flexión que se da sobre el modelo por efecto del descentramiento de las cargas. Habida cuenta de que se trata del método habitual para modelizar contactos en uniones remachadas en la compañía, conocer la forma general de la distribución de las fuerzas en los apoyos puede resultar interesante como guía orientativa en el postprocesado de resultados en otras aplicaciones.

Todo lo anterior ha permitido analizar cuál es el efecto de tomar un criterio más severo de simplificación del modelo, y evaluar la idoneidad del mismo en términos de cuáles son las nuevas situaciones de carga con las que trabajará el componente. Se ha obtenido un nuevo valor del K_t ante el estado de cargas propuesto, distinto tanto al primer modelo simplificado y al de la estimación teórica realizada. Sin embargo, como ya se indicaba anteriormente, las causas de la desviación entre el resultado teórico y FEM pueden deberse a errores en ambas aproximaciones del fenómeno. Por lo tanto, antes de tomar ninguna decisión acerca de la idoneidad de uno u otro resultado, convendrá considerar una posible corrección del aporte sobre el K_t del joggle.

2.3.5.3.2.4 Corrección de K_t del Joggle

En el apartado que estudia de qué forma contribuye teóricamente el joggle al valor global del K_t se ha realizado la hipótesis de que el $K_{t,jog}^\infty$ es el calculado en la línea de fin de radio de mecanizado, de acuerdo con la teoría de Kumagai y Shimada presente en la bibliografía. Esta aproximación, no obstante, es bastante grosera, ya que el remache no se encuentra ubicado en dicha línea de máximo K_t , sino en una zona de recrecimiento de espesor, donde las líneas de transmisión de esfuerzos fluyen con una menor perturbación en su trayectoria.

En definitiva, la hipótesis que se sostiene en el siguiente apartado es que considerar que el joggle está aportando el valor de $K_{t,jog}^\infty = 1.302$ al efecto de interacción es excesivamente conservador, y que el verdadero valor del aporte del joggle es significativamente menor. Por ello, se planea generar un modelo FEM que ofrezca el valor aproximado del aporte del joggle al remache en la zona en la que éste se encuentra.

El modelo empleado, ya que se busca modelizar únicamente el efecto del joggle y por tanto debe ser lo más sencillo posible se tratará de una modificación del Modelo Simplificado (II), el cual se ha remallado para eliminar el taladro del remache. Así, se aplicará una tensión unitaria en la zona correspondiente a R2 en la pieza, de modo que la tensión aplicada en R1 verifique las condiciones de equilibrio estático. Las condiciones de contorno serán las mismas que las del modelo que sirve de base. Se muestra a continuación un esquema representativo de la malla empleada:

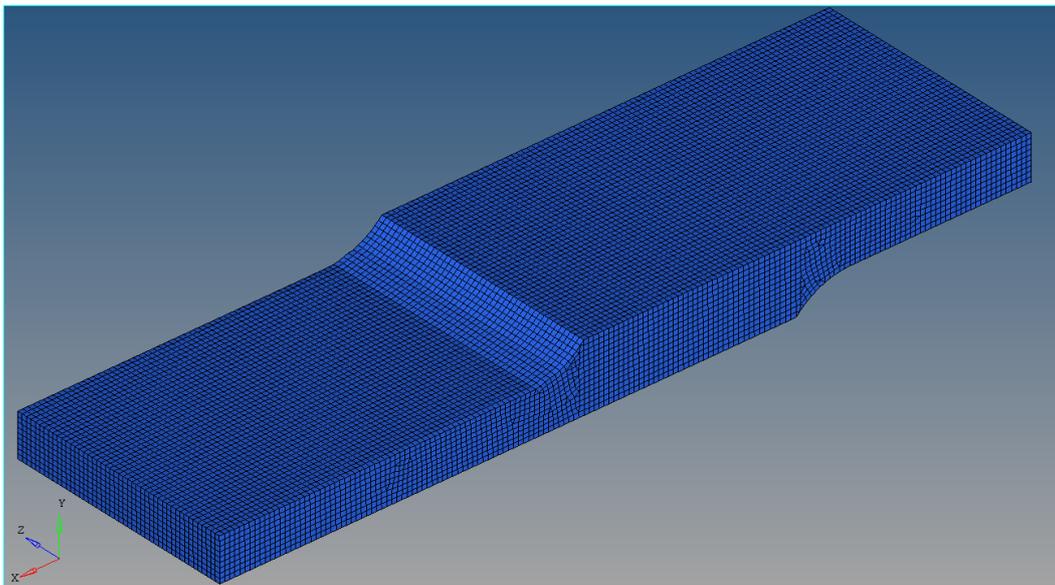


Imagen 123. Caso Real 2. Modelo para corrección del K_t de joggle

Debe recordarse que, dado que la tensión unitaria se aplica en la zona R2 del modelo, los valores tensionales que se obtengan del modelo FEM estarán referidos a esta tensión; por lo tanto, si desea obtenerse el verdadero valor del factor de concentración asociado a la zona R2, de forma que éste sea compatible con todos los desarrollos realizados hasta el momento, deberá emplearse la siguiente expresión:

$$K_{t,jog}^{\infty} = \frac{A_{nom}}{A_{\infty}} \cdot K_{t,jog}^{FEM}$$

Ecuación 58. Caso Real 2. Conversión de Kt de joggle a ref. en zona R2

De esta forma, los resultados FEM obtenidos mediante extrapolación nodal son los que siguen:

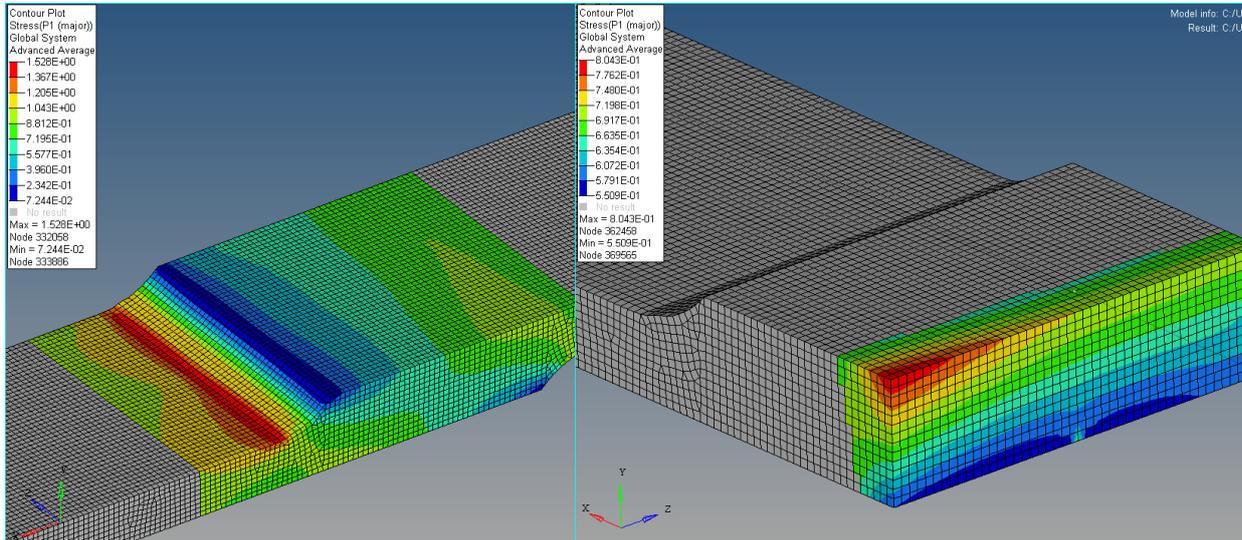


Imagen 124. Caso Real 2. Resultados de Kt del joggle en la zona de presencia del remache.

Como puede observarse de los datos anteriores, el valor de la tensión generado por el joggle es de alrededor de 0.7 en las inmediaciones de la zona de presencia del remache. Si se observa el corte de la pieza a través de un plano perpendicular a la dirección principal del Stringer que pase por el centro del agujero del remache, se puede observar que la distribución tensional no es uniforme dentro de la pieza, probablemente por los efectos de flexión asociados al propio comportamiento del joggle.

Aplicando la Ecuación 58, se puede obtener el valor de concentración de tensión generado por el joggle en la zona del remache:

Kt medido sobre FEM en zona de remache	$K_{t,jog}^{FEM} = 0.698$
Kt referido a en zona R2	$K_{t,jog}^{\infty} = 1.074$

Tabla 92. Caso Real 2. Corrección de Kt del Joggle

De esta forma, puede establecerse la siguiente comparación entre los distintos aportes del joggle, según la técnica de evaluación de Kumagai y Shimada, desarrollada en el capítulo Aporte del Joggle, y el aquí presentado:

Kt joggle según Kumagai y Shimada	$K_{t,jog}^{\infty} = 1.302$
Kt corregido según FEM	$K_{t,jog}^{\infty} = 1.074$

Tabla 93. Caso Real 2. Comparativa entre distintas aproximaciones a Kt de Joggle

Es inmediato concluir que la hipótesis de que el aporte de Kt del Joggle es aquel que presenta en la zona de la línea de fin de radio de mecanizado conduce a resultados más conservadores, mayorando en un 30% los resultados de *bearing-bypass*; la corrección

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

mediante FEM de este valor mejorará los resultados de *bearing-bypass* en únicamente un 7.4%.

En efecto, la nueva aproximación teórica del valor completo del Kt del modelo, de acuerdo con la expresión de interacción de Kts mediante el producto de sus componentes, será:

$$K_{t,teór}^{\infty} = K_{t,bb}^{\infty} \cdot K_{t,jog}^{\infty}$$

$$K_{t,teór}^{\infty} = 2.499$$

Ecuación 59. Caso Real 2. Valor Teórico de Kt con corrección de aporte de Joggle

De esta forma, teniendo el nuevo valor de Kt teórico junto con los valores de Kt de cada modelo FEM simplificado, se adjunta la siguiente tabla comparativa:

	Kt	Error
Modelo Teórico	$K_{t,teór}^{\infty} = 2.499$	-
Modelo. Simpl. (I)	$K_t^{\infty} = 2.692$	-7.17%
Modelo. Simpl. (II)	$K_t^{\infty} = 2.462$	1.5%

Tabla 94. Caso Real 2. Comparativa de resultados de Kt FEM respecto de teóricos con corr. jogg.

De acuerdo con lo anterior, la nueva correlación teórica para el aporte del joggle ofrece unos resultados más ajustados y con márgenes de seguridad positivos para el Modelo Simplificado (II). Sin embargo, la previsión que realiza sobre el Modelo Simplificado (I) ofrece márgenes de seguridad negativos.

Este último aspecto es de notable importancia de cara a ofrecer unos resultados que cubran posibles estados de carga que no se han contemplado durante el desarrollo. En efecto, el estudio realizado ha tratado de obtener el valor de Kt teórico que permita representar adecuadamente un caso real de la industria aeronáutica, en el que el componente de análisis no presenta casos de carga debidos a flexión ni torsión. Ante esta hipótesis, la fiabilidad de los resultados teóricos obtenidos se ve reforzada por la comprobación del modelo FEM, que arroja errores del 1.5% en la estimación.

Sin embargo, en la aplicación industrial real, el diseñador puede dar prioridad a una metodología de cálculo que garantice que las estimaciones de concentración de tensiones sobre el modelo cubren conservadoramente situaciones en las que el componente trabaja con estados de torsión y flexión no considerados en el análisis presentado. En ese caso, se recomienda el uso de correlaciones más conservadoras como la de Kumagai y Shimada para la determinación del aporte del Joggle a la interacción del fenómeno de concentración, que harán las veces de coeficiente de seguridad, al mayorar el resultado teórico por encima del estado tensional real.

En cualquier caso, estas últimas consideraciones son interesantes acerca de la idoneidad de trabajar con márgenes de seguridad más o menos ajustados, quedando como reflexión ulterior para el lector de cara al diseño óptimo de la estructura considerada. En lo que atañe al desarrollo del presente informe, se dan por cumplidos los objetivos para la estimación del Kt en un componente aeronáutico real ante los estados de carga propuestos por el informe de no conformidad. De esta forma, queda nuevamente validada la adecuación de la correlación de producto de aportes de Kt a la hora de determinar la severidad del estado tensional en el modelo.

A modo de conclusión, se comparan los resultados obtenidos con el valor del Kt estimado por Aernnova Engineering Division. Nuevamente, por motivos de confidencialidad no es posible adjuntar el método de cálculo de la compañía, por lo que se detallará únicamente el valor de Kt calculado:

Kt según Aernnova	5.87
Kt según TFM	2.499
Diferencia porcentual	135%

Tabla 95. Caso Real 2. Comparativa de Resultados del TFM con metodología de Aernnova

De esta forma, se observa que la mejora introducida por el desarrollo realizado es significativa, y que permite una mejor optimización estructural del conjunto.

Con todo lo anterior, quedaría resuelto el caso real propuesto para análisis. Sin embargo, a fin de considerar la influencia que otros factores como la ubicación del remache y el valor del coeficiente de *load transfer ratio* (η) tienen sobre los resultados, se proponen dos estudios adicionales.

2.3.5.3.3 Estudios adicionales

A modo de cierre para el análisis del caso real ya resuelto y del informe de este Trabajo de Fin de Máster, se proponen los siguientes estudios adicionales:

1. Ubicar el remache en la línea de fin de radio de joggle para verificar que el valor del Kt se ve incrementado en la medida en que interactúa con el campo de tensiones generado por el mismo.
2. Estimar el valor de η con el que estará trabajando el Stringer, en lugar del valor conservador de 10% propuesto por el informe de no conformidad.

2.3.5.3.3.1 Estudio Adicional (I). Remache en línea de fin de radio

El principal objetivo del análisis del caso real propuesto consistía en estimar la influencia que tiene la presencia del joggle sobre el valor del Kt global del componente. De acuerdo con la bibliografía consultada, y en la misma línea de resolución que se emplea en los procesos de cálculo de la industria, se estima en primera aproximación que el joggle aportará el Kt máximo sobre la línea de fin de radio de mecanizado. Ya que la ubicación del remache no es ésta, resulta una aproximación conservadora, y el estudio principal realizado buscaba verificar que existe un valor más ajustado del aporte del joggle que ofrece márgenes de seguridad positivos.

A fin de verificar que emplear los aportes de Kt máximos sobre la línea de fin de radio de mecanizado implica estar resolviendo un caso en el que el remache efectivamente esté sobre esta línea, se propone realizar un modelo que cumpla con esta distribución geométrica del remache y evaluar los resultados. A continuación se muestra una comparación entre dos modelos: a la izquierda se presenta el modelo FEM del caso real resuelto anteriormente, con el remache en su posición nominal; a la derecha se muestra el nuevo modelo FEM que se resolverá, con el remache centrado en la línea de fin de radio de mecanizado.

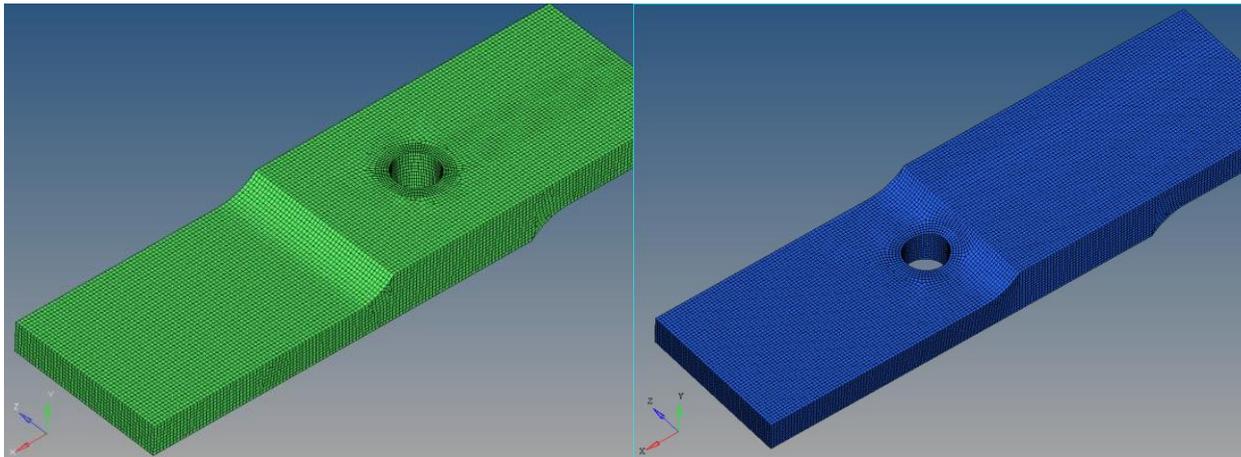


Imagen 125. Caso Real 2. Estudio Adicional (I). Comparativa de modelos

Es inmediato percibir, en base a la intuición sobre severidad tensional que se ha adquirido durante la realización de presente trabajo, que el caso de la derecha estará más solicitado desde el punto de vista del K_t .

El valor teórico del K_t debe ser recalculado, ya que la nueva posición del remache hace variar las distribuciones de áreas a las que debe ser referida la tensión. Nuevamente, la tensión remota unitaria estará ubicada en la zona R2, la fuerza sobre el remache se realizará mediante una presión cosenoidal cuya resultante cumpla la condición de $\eta = 0.1$, y la tensión remota en R1 será aquella que verifique el equilibrio estático del conjunto.

Para hallar el nuevo valor del K_t global deben recalcularse los valores de K_t de cada uno de los aportes, a saber, *bearing-bypass* y *joggle*.

2.3.5.3.3.1.1 Aporte de *Bearing-Bypass*

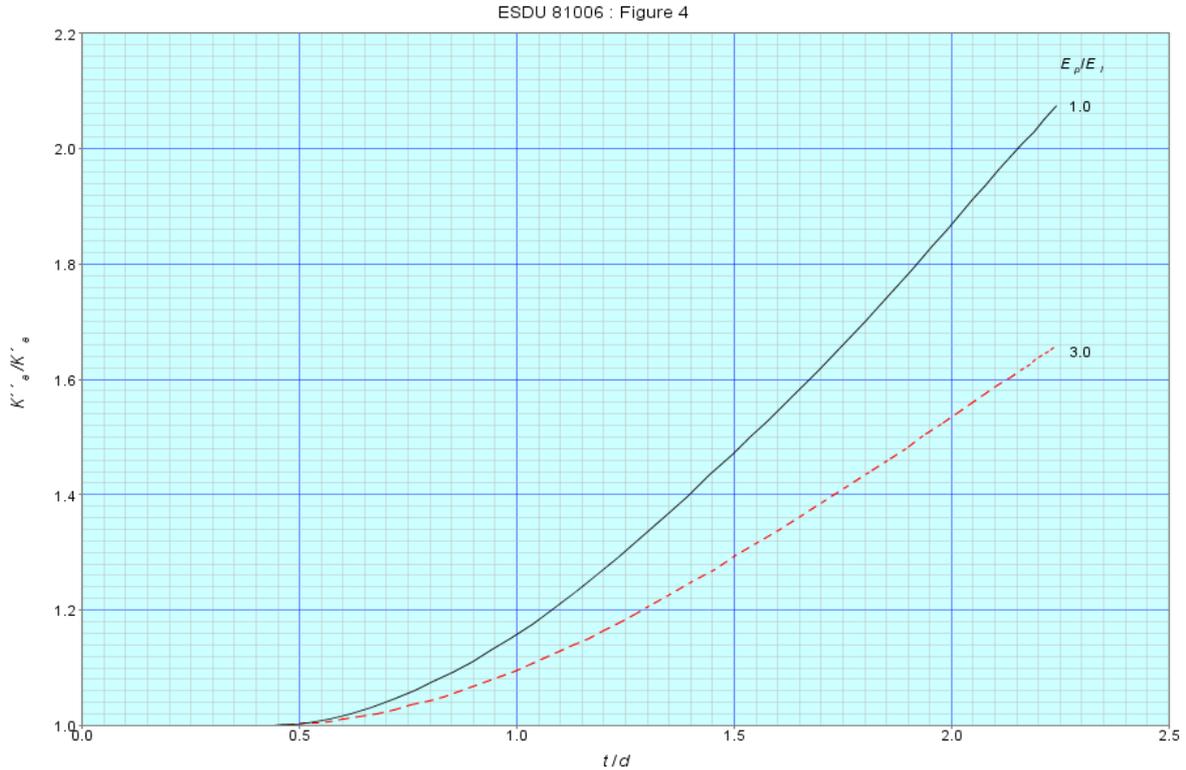
Debido a que la geometría de la placa no varía respecto del estudio principal realizado, a excepción del espesor de la placa donde se encuentra situado el remache, el valor de K_t de *Bypass* no variará. En todo caso, la variación de área de la sección donde se encuentra el remache se tendrá en cuenta a la hora de referir dicho valor de K_t a la tensión remota en la zona R2. De esta forma:

$$K_{t,byp} = 3.2$$

En relación al K_t aportado por el efecto de *Bearing*, el K_t que sirve como base no varía respecto al que ya se empleaba en el caso principal, haciendo la misma consideración sobre el área de la zona del remache que para el aporte de *Bypass*. De esta forma:

$$K'_{t,brg} = 4.289$$

No obstante, debe recordarse que el factor de *Bearing* debía someterse a una corrección por efecto del espesor de la placa, que naturalmente debe contemplar el valor del espesor en la nueva ubicación del remache. De las tablas de ESDU-81006 se obtiene el valor:



$$\frac{E_p}{E_l} = 1$$

$$t/d = 4.01/5.5 = 0.73$$

$$\frac{K_{t,brg}}{K'_{t,brg}} = 1.055$$

Tabla 96. Caso Real 2. Estudio Adicional (I) Corrección de Kt de Bearing debido a espesor. ESDU-81006.

Con lo anterior, puede obtenerse el nuevo valor del aporte de Kt de Bearing:

$$K_{t,brg} = \frac{K_{t,brg}}{K'_{t,brg}} \cdot K'_{t,brg} = 1.055 \cdot 4.289$$

$$\mathbf{K_{t,brg} = 4.528}$$

Conocidos los dos valores de *bearing-bypass* puede emplearse la Ecuación 53, reproducida a continuación, para evaluar el valor total del Kt relativo a efectos de *bearing-bypass* referidos a la tensión remota en la zona R2:

$$K_{t,bb}^{\infty} = K_{t,brg} \cdot \eta \cdot \frac{A_{\infty}}{(W_{nom} - d) \cdot t_{nom}} + K_{t,byp} \cdot (1 - \eta) \cdot \frac{A_{\infty}}{W_{nom} \cdot t_{nom}}$$

Donde se recuerda que las variables denotadas por el subíndice *nom* son la anchura (*W*) y espesor (*t*) de la placa en la zona del remache, mientras que el subíndice ∞ refiere dichas variables a la zona de tensión remota R2. Teniendo en cuenta que la sección transversal en la zona del remache es la misma que la de la zona R2, y de acuerdo con los datos geométricos resumidos en la Tabla 80, la expresión anterior conduce al siguiente valor de *bearing-bypass* combinados:

$$\mathbf{K_{t,bb}^{\infty} = 3.587}$$

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Obtenido este valor, se combinará con el correspondiente al aporte del joggle para obtener el valor teórico del remache en su nueva posición.

2.3.5.3.3.1.2 Aporte del Joggle

La nueva posición del remache no influye sobre el valor que prevé la correlación de Kumagai y Shimada para el K_t generado por un radio de mecanizado sobre la línea del mismo, al permanecer constantes todos los parámetros geométricos respecto del análisis anterior. Así, nuevamente, referenciado a la zona de R1:

$L/d = 2.45$	$K_{t,jog} = 1.268$
$D/d = 1.58$	
$D/r = 1.17$	

Tabla 97. Caso Real 2. Aporte del Joggle al K_t según Kumagai y Shimada

Por lo que referido a la zona R2:

$K_{t,jog}^{\infty} = 1.302$

No ofreciendo variación respecto del previamente calculado para la zona de fin de radio de mecanizado. De esta forma, y empleando la correlación de producto de K_t s para modelizar la interacción entre diferentes concentradores de tensión, el K_t global teórico para la nueva posición del remache será:

$$K_{t,teór}^{\infty} = K_{t,jog}^{\infty} \cdot K_{t,bb}^{\infty}$$

$K_{t,teór}^{\infty} = 4.671$

Tabla 98. Caso Real 2. Estudio Adicional (I). K_t teórico

Como puede observarse, para la misma referencia, ubicar el remache en la zona de fin de radio conduce a valores de tensión más elevados que los que se obtenían en la posición nominal, con un valor de $K_{t,teór}^{\infty} = 2.499$.

En cualquier caso, y para dar por válida la aproximación del valor del K_t con el remache en la nueva posición, se realizará una comparación con los resultados del modelo FEM correspondiente.

2.3.5.3.3.1.3 Cálculo FEM del K_t

Para la malla que se presentaba al comienzo del estudio adicional, se establecen las mismas condiciones de contorno que en el Modelo Simplificado (II), de forma que los resultados obtenidos ofrezcan directamente el valor del K_t referido a la tensión alejada de la zona R2.

Sin otro particular, se lanza el análisis, que ofrece los siguientes resultados obtenidos mediante extrapolación nodal:

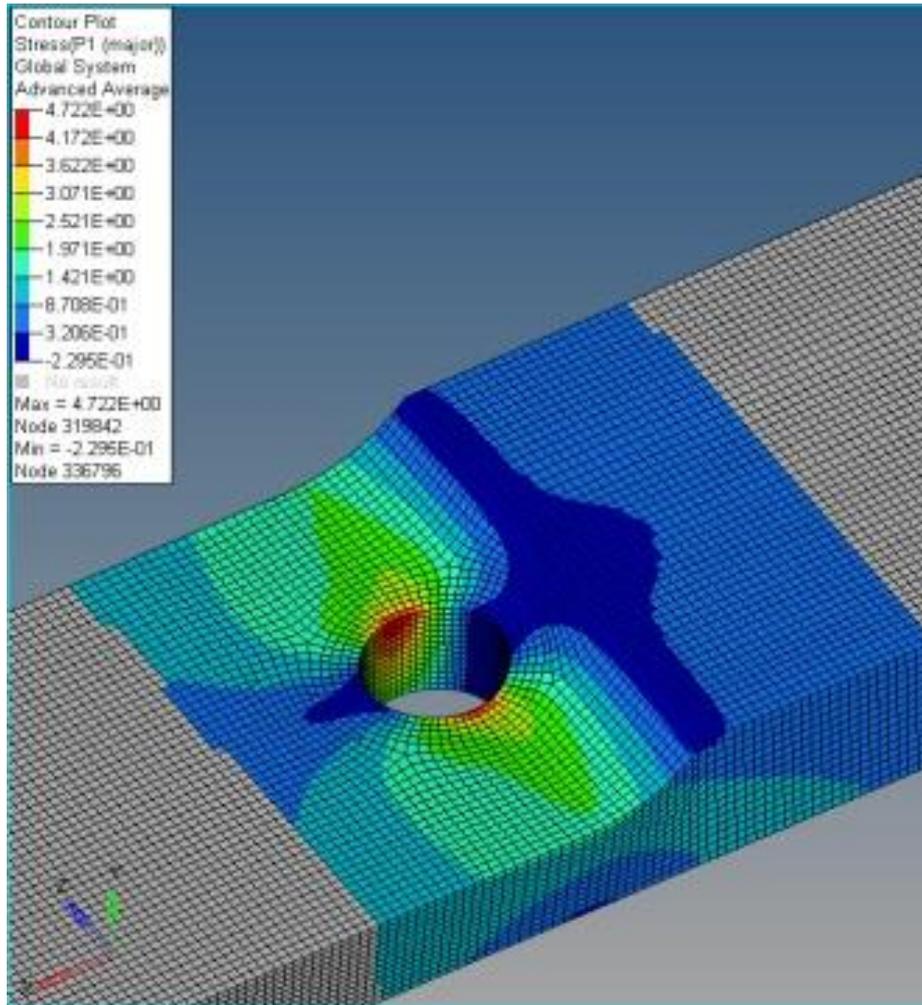


Imagen 126. Caso Real 2. Estudio Adicional (I). Resultados FEM de K_t .

Como puede observarse, el campo tensional es verdaderamente más severo en esta posición del remache. Se presenta la siguiente tabla comparativa:

Valor FEM	$K_t^\infty = 4.722$
Valor teórico del K_t	$K_{t,teór}^\infty = 4.671$
Error	-1.1%

Tabla 99. Caso Real 2. Estudio Adicional (I) Comparativa K_t FEM y Teórico

Los resultados FEM reflejan que la aproximación, si bien aparentemente no conservadora, representa el comportamiento tensional de forma razonablemente aproximada. Pese a que el error obtenido sea negativo, lo que significa que el valor teórico subestima la severidad del estado tensional real, éste es muy pequeño, inferior a la resolución de los resultados del FEM, que pueden presentar errores del orden del 3% respecto de los resultados reales.

Por todo ello, quedan demostrados los siguientes aspectos:

- La correlación del producto de K_t s para modelizar el comportamiento de interacción ofrece resultados representativos del estado tensional.
- Emplear el valor de K_t para el joggle sobre la línea de fin de radio modelizará adecuadamente el caso en que el remache se encuentre sobre ésta.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- Emplear el valor de K_t para el joggle sobre la línea de fin de radio para modelizar el caso en que el remache se encuentre en la zona de recrecimiento de espesor (posición nominal) sobredimensionará los resultados (mayoración del 30%). En dicha posición, el efecto del joggle no es tan severo (mayoración del 7.5%), por lo que el uso de $K_{t,jog}^{\infty} = 1.302$ correspondiente a la zona de fin de radio de mecanizado tendrá un enfoque de conservadurismo, al introducir un coeficiente de seguridad en los resultados.

Con ello queda resuelto el primer estudio adicional.

2.3.5.3.3.2 Estudio Adicional (II). Estimación de LTR (η)

En todos los desarrollos anteriores se ha dado por válida la hipótesis del factor de transferencia de carga o *load transfer ratio* (LTR) de $\eta = 0.1$ ofrecido por el informe de no conformidad. El presente estudio busca analizar brevemente cuán conservador es ese valor del LTR empleado, realizando una estimación de la forma de trabajo real del remache de análisis ante el estado de carga descrito.

La metodología a seguir será la siguiente:

1. Se importarán el Stringer 15 y la Lower Skin del archivo CAD correspondiente a un programa de mallado. En el caso actual, se empleará *HyperMesh*.
2. Se realizará una proyección del Stringer sobre los planos de referencia usuales. De esta forma se eliminan las curvaturas del mismo, que inducen fenómenos de flexión y torsión que dificultan la comprensión de los resultados.
3. Se divide el Stringer en diferentes sólidos, de forma que cada uno de ellos tenga un único valor del espesor, el correspondiente a cada zona del Stringer.
4. Se importa del archivo CAD las posiciones de cada remache sobre el conjunto. Dichas posiciones son importantes de cara al mallado.
5. Se realiza un mallado 2D de los sólidos del Stringer, asignando a cada zona el espesor correspondiente. Debe garantizarse que exista siempre un nodo en cada posición de los remaches importados.
6. Del mismo modo, se realiza una malla 2D de la Lower Skin, de forma que todos los nodos de la misma sean coincidentes pero no equivalentes con los del Stringer. Se asigna un espesor constante a la Skin, por mayor simplicidad.
7. Se unen los nodos del Stringer y la Lower Skin que coinciden con las posiciones de los remaches mediante elementos CFAST de NASTRAN. Mediante estos elementos se modelizará la unión remachada entre Stringer y Lower Skin.
8. Se aplican cargas de tracción sobre el stringer, quedando la Lower Skin empotrada en el extremo opuesto.
9. Se analizan las cargas absorbidas por cada elemento CFAST y se comparan con la carga total aplicada. Ello permite obtener el valor de η para cada remache.

El modelo importado para el Stringer, con su correspondiente malla bidimensional se muestran a continuación. Los elementos 2D se han representado en forma tridimensional para una mejor visualización.

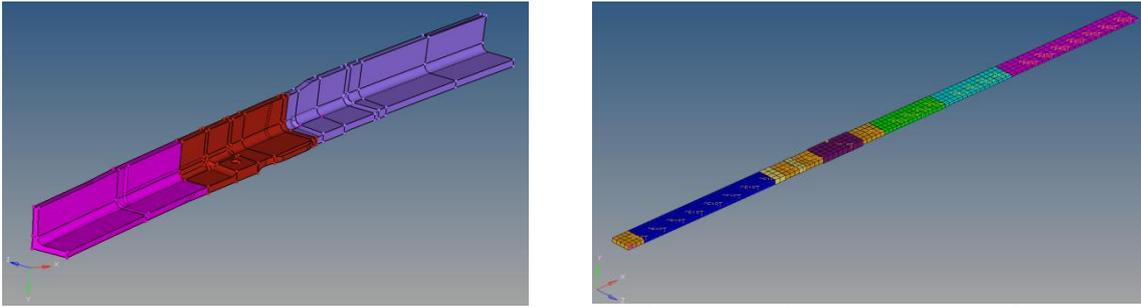


Imagen 127. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Modelo CAD y mallado 2D equivalente de Stringer 15

Nuevamente, se ha eliminado el efecto de la pared vertical, al no contribuir a la absorción de carga axial. La Lower Skin se ubica inmediatamente debajo del Stringer, denotada en rojo en la siguiente imagen:

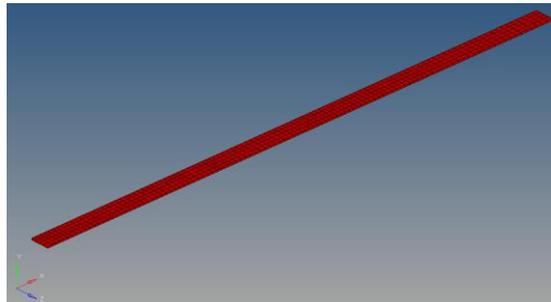


Imagen 128. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Mallado 2D de Lower Skin.

Las cargas sobre el modelo y sus condiciones de contorno son las siguientes, por componentes. Se adjuntan imágenes para una mejor visualización:

- Para la Lower Skin:
 - SPC(2) en línea media de skin (imagen de la izquierda).
 - SPC(2456) en zona de empotramiento de skin (imagen de la derecha).
 - SPC(123456) en punto medio de empotramiento de skin. (imagen de la derecha)
 - Cargas 25N en nodos de borde de skin excepto en nodo con restricción en 1. De esta forma se fuerza uniformidad de tensión (imagen de la derecha)

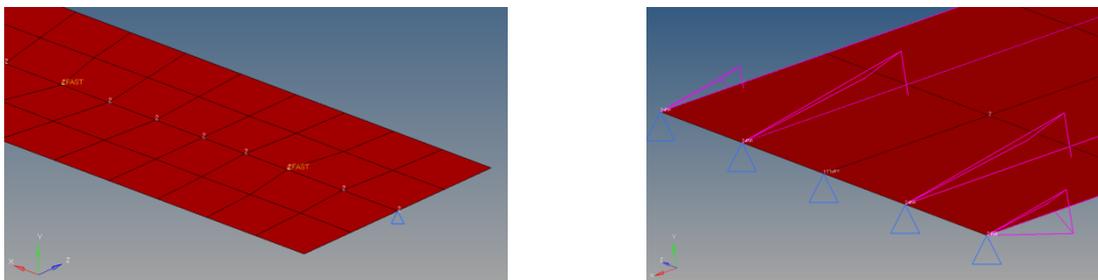


Imagen 129. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Cargas y BC de Lower Skin.

- Para el Stringer:
 - SPC(23456) en stringer en zona de empotramiento de skin (imagen de la derecha)
 - 100N repartidos en 5 nodos. Los nodos de los extremos absorben la mitad de carga.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

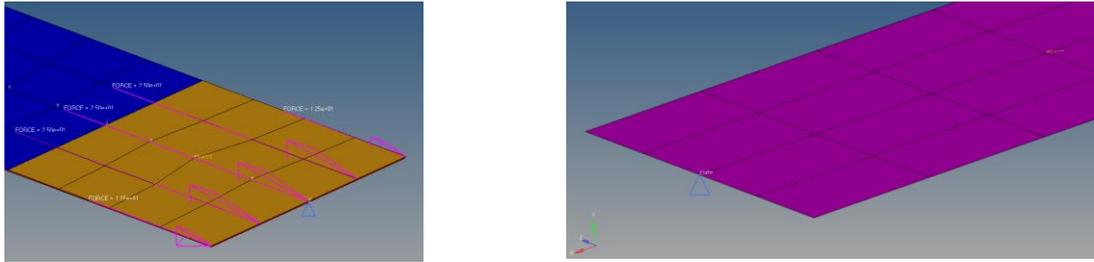


Imagen 130. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Cargas y BC de Stringer 15.

Por lo tanto, el modelo completo junto con la unión de ambos componentes mediante los CFAST se observa en la siguiente imagen:

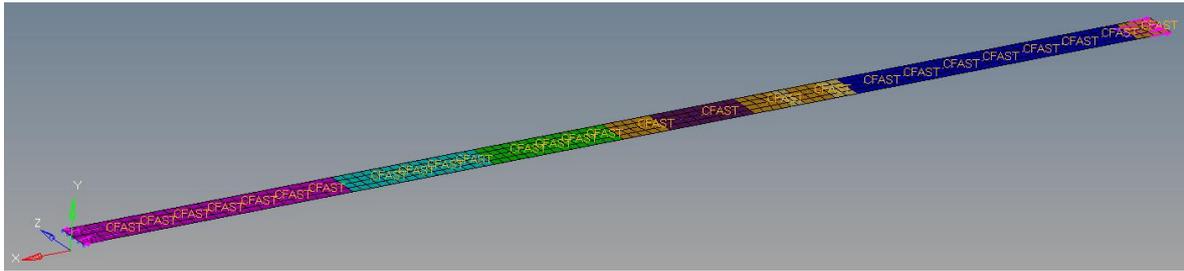


Imagen 131. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Unión mediante CFAST de componentes

Los elementos del Stringer y la Lower Skin tendrán propiedades de aluminio, como las empleadas hasta el momento. Los elementos CFAST tienen propiedades de Titanio, como las que se han empleado en casos anteriores. Sus propiedades principales se resumen a continuación:

Material	Ti-6Al-4V Annealed
E	110300MPa
v	0.31

Tabla 100. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Propiedades de CFAST

Las rigideces introducidas al modelo para la tarjeta CFAST dependerán de la geometría de cada remache y de las propiedades del material. En concreto, las expresiones que rigen dichas rigideces son las que siguen:

$$KT1 = \frac{EA}{L}$$

$$KT2 = \frac{G_2 A_s}{L}; \quad KT3 = \frac{G_3 A_s}{L}$$

Ecuación 60. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Rigidez elemento CFAST

Donde A es el área de la sección transversal del remache, A_s es el área equivalente de la sección a cortadura ($A_s = \frac{3}{4} A$), E y G_i son las propiedades del remache y L la longitud del mismo.

Particularizándolas para cada valor del diámetro y longitud del remache, de acuerdo con el modelo CAD, se dispone de toda la información para lanzar el análisis. Los resultados se muestran a continuación:

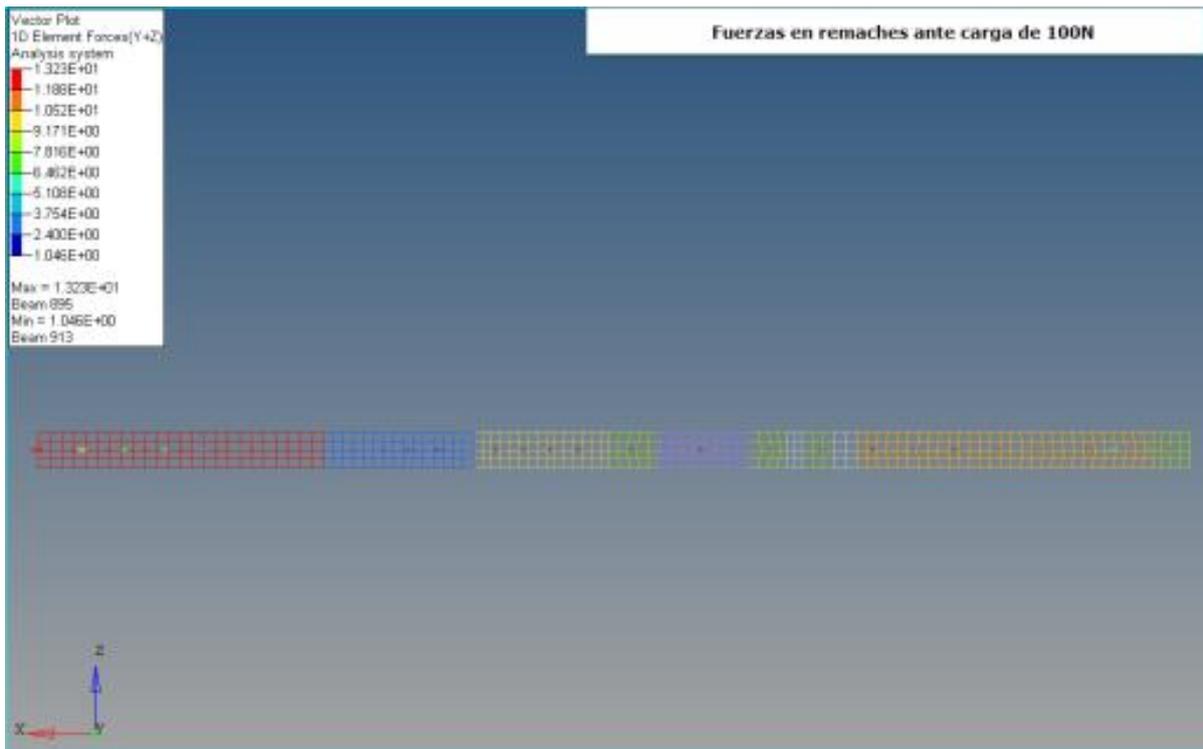


Imagen 132. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultados FEM de reacciones sobre los remaches

El postprocesado de los resultados ofrece los siguientes valores. La siguiente gráfica muestra directamente los valores de η_i de cada remache en valor porcentual. El valor de LTR para el remache de interés (CFAST-904) es el que se encuentra en el corte entre la curva de η y la recta roja vertical.

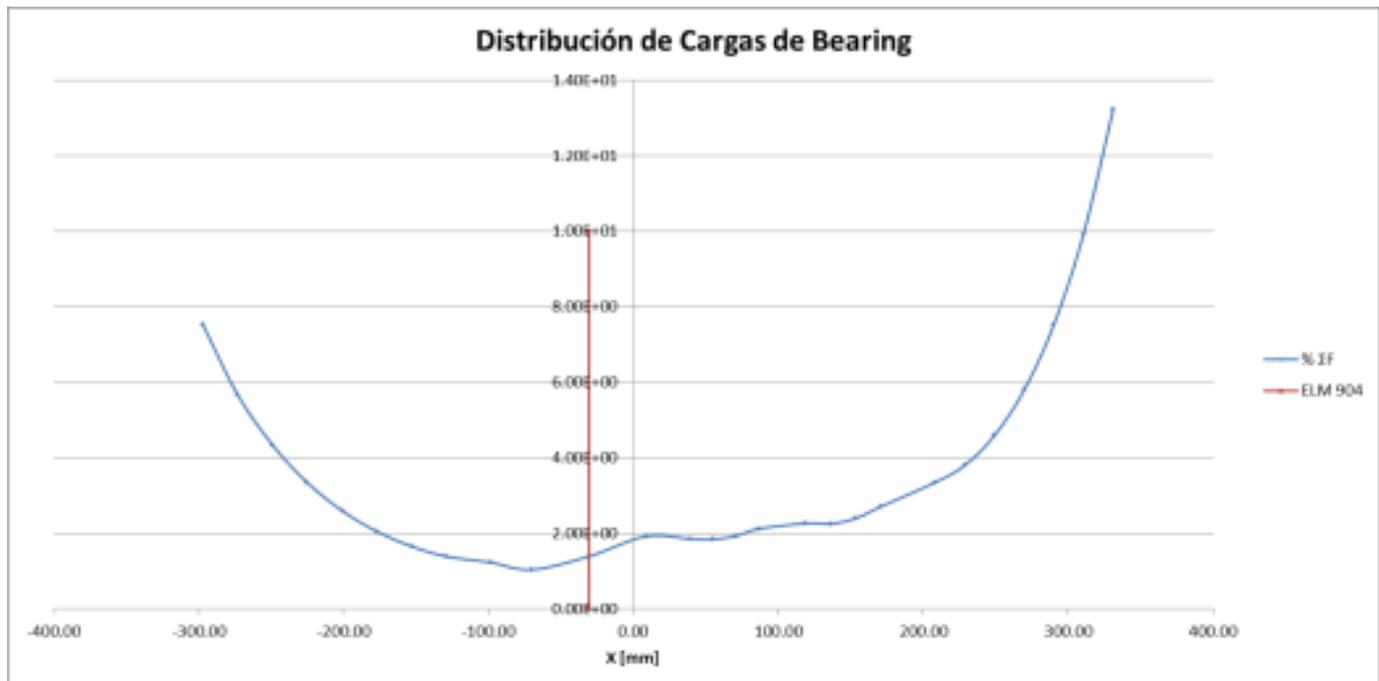


Gráfico 58. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultados de LTR para cada remache

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

Resumen de resultados:

Valor máximo (η_{max})	13.23%
Valor mínimo (η_{min})	1.05%
Valor en CFAST-904 (η)	1.4%
Valor medio ($\bar{\eta}$)	3.7%
Media de dos máximos ($\overline{\max[\eta_i]}$)	10.4%

Tabla 101. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultados de LTR

Como puede observarse, el valor aproximado de LTR que vería el remache es de un orden de magnitud inferior al que se le asigna en el informe de no conformidad. Ello quiere decir que el agujero del remache que se estudiaba en los casos anteriores no está sometido a un nivel de sollicitación tan elevado, sino que la carga de Bearing será del orden de diez veces menor. Ello demuestra que se ha introducido sistemáticamente un coeficiente de seguridad respecto del estado de cargas que vería el componente en su aplicación real, lo que nuevamente permite garantizar la seguridad estructural del mismo.

En relación al resto de resultados obtenidos, la curva de LTR mostrada cumple con la forma esperada. Los cambios de pendiente y asimetrías que muestra se deben a que el stringer ofrece distintos espesores a lo largo de su dirección principal, por lo que en las zonas de menor rigidez los remaches deberán absorber cargas mayores.

Una última comprobación, una vez obtenido el valor del LTR con el que podría estar trabajando el remache de interés, consiste en introducir en los cálculos teóricos este nuevo valor de LTR a fin de evaluar cuál es el impacto final sobre el Kt global de la pieza. De esta forma podrá evaluarse cuál es el coeficiente de seguridad final que aportaría considerar un LTR del 10% en vez del 1.4%.

Los valores de los aportes separados de *bearing-bypass* no se ven afectados por una variación en η . Sin embargo, la obtención del factor $K_{t,bb}^\infty$ sí que está afectada por éste, de acuerdo con la siguiente expresión, ampliamente utilizada con anterioridad:

$$K_{t,bb}^\infty = K_{t,brg} \cdot \eta \cdot \frac{A_\infty}{(W_{nom} - d) \cdot t_{nom}} + K_{t,byp} \cdot (1 - \eta) \cdot \frac{A_\infty}{W_{nom} \cdot t_{nom}}$$

Introducidos los valores para cada una de las variables de acuerdo a la geometría descrita en la Tabla 80, se llega al siguiente valor de Kt:

$K_{t,brg} = 5.160$	$K_{t,bb}^\infty = 2.114$
$K_{t,byp} = 3.200$	
$\eta = 0.014$	

Tabla 102. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Resultado de Kt Bearing-Bypass

Dado que el aporte del joggle a la interacción se corregía a un valor de $K_{t,jog}^\infty = 1.074$, el valor final del Kt global con el nuevo valor de LTR puede compararse con respecto al caso nominal en la siguiente tabla:

K_t^∞ con LTR Corregido ($\eta = 0.014$)	2.271
K_t^∞ con LTR Nominal ($\eta = 0.1$)	2.499
Margen de seguridad	9.13%

Tabla 103. Caso Real 2. Estudio Adicional (II). Comparativa de Kt Global

De esta forma, se concluye que, al considerar un LTR del 10% se está sobreestimando para el caso estudiado en alrededor de un 9% el valor del K_t , con respecto al valor que aproximadamente tendrá en servicio.

Los dos estudios anteriores se han realizado para completar el análisis sobre concentración de tensiones en un componente real de la industria aeronáutica. Con ello se pretendía analizar cuál es el grado de mayoración que se ha introducido con las distintas hipótesis de cálculo que se han venido realizando a lo largo del desarrollo del trabajo.

Finalmente, puede concluirse que, para la situación de carga analizada, y despreciando efectos de flexión y torsión, las previsiones teóricas del K_t son efectivas con un bajo margen de error; por otro lado, también se concluye que las hipótesis de LTR ofrecida por el informe de no conformidad de la compañía, así como el empleo de correlaciones clásicas para determinar el valor de los aportes de K_t de los distintos componentes, podrán emplearse teniendo la seguridad de que introducen un determinado nivel de seguridad en los resultados, útil para cubrir situaciones de carga que no se hayan considerado en el presente informe.

Con todo lo anterior, se da por finalizado el estudio del segundo caso real de concentración de tensiones en componentes aeronáuticos, así como a la parte correspondiente al informe técnico del presente Trabajo de Fin de Máster.

Capítulo 3. Aspectos Económicos

3.1 Presupuesto

En el apartado actual se realizará un estudio económico del proyecto, examinando cuáles son las principales partidas presupuestarias y estableciendo posteriormente el coste o asignación económica correspondiente a cada una de ellas.

El desarrollo del proyecto de investigación, debido a su naturaleza, contendrá relativamente pocas partidas presupuestarias, que pueden englobarse en las siguientes:

- **Horas internas:** Cuantifica el desembolso que deberá realizarse en términos de coste equivalente de las horas destinadas por las personas que participen en el proyecto. Entre ellos, se destacan los siguientes:
 - Ingeniero investigador: El investigador ha firmado un contrato de colaboración en prácticas universitarias con Aernnova Engineering Division por duración de 1040h, que supondrá una retribución también fijada en 4900€, lo que establece su asignación horaria en 4.71€/h. La duración de la colaboración con la empresa (1040h) se tomará como base para la estimación de las horas dedicadas al proyecto actual por el resto del personal implicado.
 - Director de proyecto: Se estima su asignación horaria en 40€/h, y su dedicación al proyecto en un 15% de la duración del mismo.
 - Tutor de la empresa: Se estima su asignación horaria en 35€/h. Dado que el investigador desarrolla su actividad en la empresa, la colaboración entre ambos es más frecuente, estimándose la dedicación del tutor en un 40% de la duración del proyecto.
 - Personal de MRB: El personal de MRB realiza labores de análisis y reparación de defectos durante el proceso de fabricación, siendo su colaboración necesaria para obtener los informes de no conformidad para el estudio de Kts en componentes aeronáuticos reales, así como para la validación y contraste de los resultados obtenidos. Se estima su asignación horaria en 35€/h, y la dedicación al proyecto de investigación en un 10% de la duración total del mismo.
 - Otros: La cuantificación de las horas internas de personal adicional de la empresa quedará comprendida dentro de la partida de costes indirectos.
- **Amortizaciones:** Cuantifica el coste de uso de las distintas herramientas de trabajo y programas de cálculo, asignable al proyecto actual. Debido a que el proyecto de investigación se realiza por un único investigador mediante análisis FEM en entorno de oficina, las partidas correspondientes a amortizaciones se restringen prácticamente a material informático y licencias de software de cálculo y diseño:
 - Componentes informáticos: Se engloban los diferentes componentes informáticos requeridos para el funcionamiento del ordenador de sobremesa, y cuyo coste se ha estimado en 800€. La vida útil de los ordenadores de sobremesa actuales ronda los 3 años naturales. Dado que el proyecto actual tiene una duración de 7 meses naturales, la amortización del mismo corresponderá al 20% de su vida útil.

- Licencia de HyperWorks: HyperMesh es el software de generación de modelos FEM que más se empleará durante el desarrollo de las prácticas, así como su herramienta de postprocesado HyperView, ambas englobadas en el paquete de software conocido como HyperWorks. Su licencia de uso anual se estima en 30.000€, empleándose el 60% de la duración horaria del proyecto, por lo que la amortización de la misma corresponderá al 8% del periodo de validez.
- Licencia de Patran-Nastran: Los programas de preprocesado y análisis, respectivamente, se analizan simultáneamente debido a su uso marginal en términos horarios globales del proyecto. Patran se empleará para algunas aplicaciones FEM aisladas, y el uso de Nastran quedará restringido al tiempo de análisis requerido por los modelos, que en general no serán de una gran complejidad. La licencia anual está valorada en 20.000€. Por todo lo anterior, y de forma conservadora, el uso de la licencia anual se establece en un 10% de las horas totales del proyecto, de modo que la amortización corresponda a un 2% de su periodo de validez.
- Licencia de Abaqus CAE: Abaqus es un software de análisis mediante métodos numéricos que emplea distintos módulos para introducir cálculos de disciplinas variadas sobre el modelo que se considere (aerodinámica, análisis térmico, dinámica estructural, etc.). En el presente proyecto se empleará únicamente el módulo de cálculo estructural estático, con licencia anual valorada en 25.000€. Durante la realización del proyecto se empleará para la formulación alternativa de las situaciones de carga de algunos componentes mediante contactos, siendo su uso muy restringido y estimándose por ello en un 1% de la duración horaria total del proyecto. Ello conduce a una amortización del 0.1% del periodo de validez de su licencia, que abarcará un año.
- Licencia de Microsoft Office Professional Plus 2010: Para la realización del proyecto actual es imprescindible contar con herramientas de postprocesado de resultados, así como un software para la documentación de los resultados obtenidos. Ello requiere del uso del software proporcionado por Microsoft Office, cuya licencia anual se valora en 539€, y cuyo uso sobre la duración horaria del proyecto se estima en un 36%. Ello conduce a una amortización correspondiente al 4.5% del periodo de validez de la licencia.
- Licencia de Catia: Catia es un programa de diseño y visualización de planos y componentes de gran utilidad en la industria. Para el proyecto actual, su uso se realizará como parte de tareas de consulta del ensamblaje de los componentes aeronáuticos que se analizan dentro de la estructura completa. Por ello, su uso se estimará en un 1% de las horas totales del proyecto, que conduce a una amortización del 0.12% de la licencia anual, valorada en 30.000€.
- Licencia ESDU: IHS ESDU es una compañía que recopila bases de datos de resultados numéricos aplicables en diversas disciplinas de ingeniería. Para el proyecto actual, se han consultado correlaciones y bases de datos de Kts para distintas configuraciones de carga y geometría. Su licencia anual se valora en 15.000€, habiéndose hecho un uso correspondiente al 2% de la duración horaria total del proyecto (1040h), de tal forma que la amortización corresponda al 0.24% del periodo de validez de la licencia.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

- **Gastos:** En este apartado se cuantifica el coste del material fungible asociado al proyecto. Dado que la labor de investigación se ha desarrollado mediante simulación numérica en entorno de oficina, la partida de gastos supone la menor aportación al presupuesto, consistiendo básicamente de material de oficina.
 - Material de oficina: Comprende el uso de fungibles como folios, bolígrafos y cuadernos. Se estima el gasto total en la duración del proyecto en 20€.

Todo lo mencionado anteriormente se traduce en las siguientes tablas a su equivalente económico, pudiendo hallarse la asignación presupuestaria de cada partida:

Horas Internas	Asignación [€/h]	Tiempo [h]	Total
Ingeniero Investigador	4.71	1040	4,900.00 €
Director de Proyecto	40	156	6,240.00 €
Tutor de empresa	35	416	14,560.00 €
Personal de MRB	35	104	3,640.00 €
SUBTOTAL			29,340.00 €

Tabla 104. Aspectos Económicos. Presupuesto. Horas Internas

Amortizaciones	Coste [€]	Vida Útil [h]	Uso en proyecto [h]	Amortización
Ordenador de sobremesa	800.00 €	26280	5040	153.42 €
Licencia de HyperWorks	30,000.00 €	8760	624	2,136.99 €
Licencia Patran-Nastran	20,000.00 €	8760	104	237.44 €
Licencia de Abaqus CAE	25,000.00 €	8760	10.4	29.68 €
Licencia de Microsoft Office 2010	539.00 €	8760	374.4	23.04 €
Licencia de Catia	30,000.00 €	8760	10.4	35.62 €
Licencia de ESDU	15,000.00 €	8760	20.8	35.62 €
SUBTOTAL				2,651.80 €

Tabla 105. Aspectos Económicos. Presupuesto. Amortizaciones

Gastos	Precio unitario [€]	Unidades	Total
Material de oficina	20	1	20.00 €
SUBTOTAL			20.00 €

Tabla 106. Aspectos Económicos. Presupuesto. Gastos

Lo anterior sirve como base para la realización de una primera estimación del presupuesto. Para ello, se considerará una partida de gastos imprevistos correspondiente al 10% de la suma de las partidas de Horas Internas, Amortizaciones y Gastos:

$$\text{Imprevistos} = 0.1 \cdot (H.I. + \text{Amort.} + \text{Gastos})$$

Ecuación 61. Aspectos Económicos. Presupuesto. Expresión de Imprevistos

Costes Directos	
Horas Internas	29,340.00 €
Amortizaciones	2,651.80 €
Gastos	20.00 €
Subtotal	32,011.80 €
Imprevistos (10%)	3,201.18 €

Tabla 107. Aspectos Económicos. Presupuesto. Costes Directos

Conocidos los costes directos, se establece un valor conservador de los costes indirectos del proyecto. Se asigna una estimación del 20% de los costes directos, que se empleará para cuantificar el efecto de los costes en los que se incurre durante el desarrollo del proyecto que no pueden imputarse directamente sobre ninguna de sus partidas principales. Algunos ejemplos de costes indirectos son:

- Coste energético de la realización del proyecto, traducido en un porcentaje sobre la factura eléctrica de la compañía.
- Parte proporcional de los salarios de empleados cuyo desempeño es necesario para que el proyecto pueda tener lugar: personal de mantenimiento, seguridad, limpieza, asistencia informática, etc.

Con todo lo anterior puede obtenerse el valor final del presupuesto del proyecto, que se adjunta a continuación:

Costes Directos	35,212.98 €
Costes Indirectos (20%)	7,042.60 €
Total	42,255.58 €

Tabla 108. Aspectos Económicos. Presupuesto. Total Presupuestado

De esta manera, el trabajo desarrollado implicará un coste presupuestado de alrededor de 43.000€.

Conocido el coste total del proyecto, puede realizarse un estudio sobre el impacto que tiene cada una de las partidas del proyecto sobre el coste total del mismo. Se adjunta la siguiente tabla, donde se calculan los porcentajes de imputación al proyecto con base en el total presupuestario:

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáuticas

	Partidas	Asignación	% Total
Horas Internas	Ingeniero Investigador	4,900.00 €	11.60
	Director de Proyecto	6,240.00 €	14.77
	Tutor de empresa	14,560.00 €	34.46
	Personal de MRB	3,640.00 €	8.61
Amortizaciones	Ordenador de sobremesa	153.42 €	0.36
	Licencia de HyperWorks	2,136.99 €	5.06
	Licencia Patran-Nastran	237.44 €	0.56
	Licencia de Abaqus CAE	29.68 €	0.07
	Licencia de Microsoft Office 2010	23.04 €	0.05
	Licencia de Catia	35.62 €	0.08
	Licencia de ESDU	35.62 €	0.08
Otros	Material de oficina	20.00 €	0.05
	Imprevistos (10%)	3,201.18 €	7.58
	Costes Indirectos (20%)	7,042.60 €	16.67
Total			42,255.58 €

Tabla 109. Aspectos Económicos. Presupuesto. Porcentajes de imputación sobre Total

Como puede observarse, las tres partidas más relevantes son las correspondientes a las horas internas del tutor de la empresa, los costes indirectos y las horas internas del director del proyecto. Una herramienta eficaz para determinar cuáles son las partidas sobre las que debería actuarse para limitar el efecto de los sobrecostes consiste en la realización de un diagrama de Pareto. Dicho diagrama ordena las distintas causas de coste en función de su peso porcentual sobre el total y representa el porcentaje de coste acumulado en función de las causas que lo provocan.

Para ello, se reordenan las partidas presupuestarias en función de su peso sobre el total, de mayor a menor influencia. Cada partida presupuestaria será una causa de coste, de forma que cada una tendrá asociado un porcentaje de causa de coste sobre el total de causas. Calculadas éstas, se computan los porcentajes acumulados de coste para cada partida presupuestaria:

Concepto Partida	Numeración Causa	% Acum. Causa	% Coste	% Acum. Coste
Tutor de empresa	1	7.14	34.46	34.46
Costes Indirectos (20%)	2	14.29	16.67	51.12
Director de Proyecto	3	21.43	14.77	65.89
Ingeniero Investigador	4	28.57	11.60	77.49
Personal de MRB	5	35.71	8.61	86.10
Imprevistos (10%)	6	42.86	7.58	93.68
Licencia de HyperWorks	7	50.00	5.06	98.73
Licencia Patran-Nastran	8	57.14	0.56	99.30
Ordenador de sobremesa	9	64.29	0.36	99.66
Licencia de Catia	10	71.43	0.08	99.74
Licencia de ESDU	11	78.57	0.08	99.83
Licencia de Abaqus CAE	12	85.71	0.07	99.90
Licencia de Microsoft Office 2010	13	92.86	0.05	99.95
Material de oficina	14	100.00	0.05	100.00

Tabla 110. Aspectos Económicos. Presupuesto. Tabla de Causas-Coste

Con ello, puede realizarse la siguiente tabla de porcentajes acumulados:

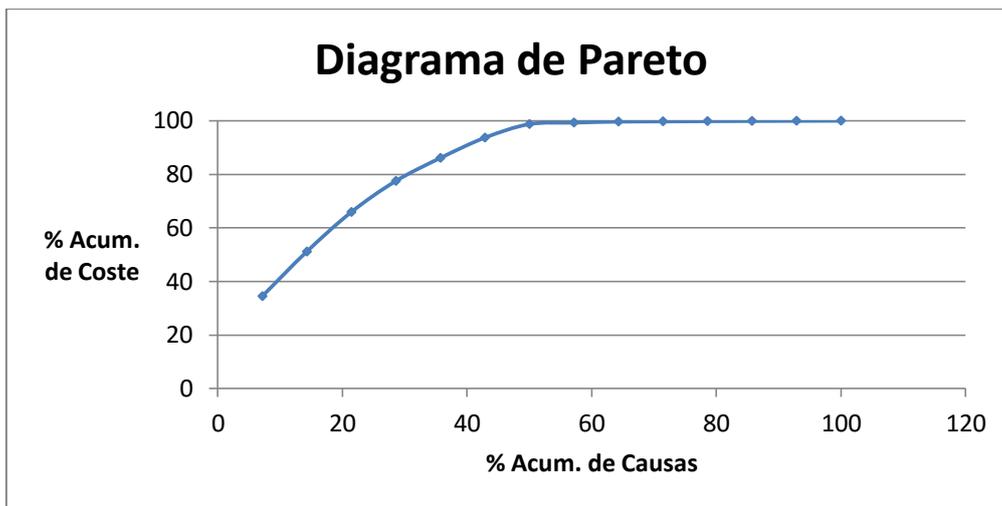


Gráfico 59. Aspectos Económicos. Presupuesto. Diagrama de Pareto

Como puede observarse del diagrama anterior, si se realiza un seguimiento del 30% de las partidas más significativas del presupuesto se podrá mitigar sobrecostes en el 78% del coste total del proyecto. Esta forma de análisis presupuestario permite poner el foco en las tareas más críticas y que por tanto deberán estar sometidas a mayor control, a fin de que no excedan sus planificaciones horarias. Se resumen a continuación:

Concepto Partida	Numeración Causa	% Acum. Causa	% Coste	% Acum. Coste
Tutor de empresa	1	7.14	34.46	34.46
Costes Indirectos (20%)	2	14.29	16.67	51.12
Director de Proyecto	3	21.43	14.77	65.89
Ingeniero Investigador	4	28.57	11.60	77.49

Tabla 111. Aspectos Económicos. Presupuesto. Partidas prioritarias para control

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

De las anteriores, aquellas partidas susceptibles de seguimiento activo son las correspondientes a las horas internas del personal implicado, dado que la partida de costes indirectos se calcula como un porcentaje de los costes directos previstos para el proyecto. La única forma de controlar dichos costes indirectos será por medio de un control global del resto de partidas presupuestarias, en especial las correspondientes a las horas internas mencionadas en la tabla anterior, así como de los imprevistos que puedan suceder durante el desarrollo del proyecto.

Con todo lo anterior, queda finalizado el estudio económico del Trabajo de Fin de Máster realizado, en términos de estimación presupuestaria del mismo.

Capítulo 4. Conclusiones y Líneas Futuras

Una vez finalizado el apartado técnico del Trabajo de Fin de Máster, se procede a analizar de forma global los resultados obtenidos de cara a extraer conclusiones sobre los mismos y acerca del grado de cumplimiento de los objetivos que se establecían al comienzo del informe.

Asimismo, se realizará un resumen global de cuál es el nuevo estado del arte tras la realización del trabajo, indicando cuáles son las líneas futuras que se abren a investigaciones venideras.

4.1 Conclusiones

La forma más eficiente de estructurar este apartado consiste en la evaluación pormenorizada de las distintas tareas previstas para el desarrollo del trabajo. De esta forma se pueden evaluar no sólo los resultados técnicos de las mismas sino también el desempeño de la labor investigadora en términos de competencias adquiridas, poniéndolos en contexto y permitiendo un enfoque más global de la actividad desarrollada.

Se obvia la evaluación de las tareas de introducción, que tienen una finalidad didáctica de cara a la familiarización del investigador con el fenómeno de concentración de tensiones y con el software de cálculo. Así, la primera aportación sustancial sucede en el apartado de Interacción de Concentración de Tensiones.

4.1.1 Tarea 3. Estudio de Interacción de Kts

La labor de estudio comienza mediante la modelización en FEM de estados de tracción perpendiculares a la línea de centros de dos agujeros de igual y distinto tamaño respectivamente. Los resultados de Kt así obtenidos se comparan con los resultados teóricos previstos por la bibliografía, cometiéndose un error máximo en la estimación del 1.975%. Este valor del error está recogido dentro del error inherente al empleo de un método de resolución por elementos finitos, por lo que se garantiza la fiabilidad de los resultados que tomen a éstos como base.

A continuación, se emplean las curvas de los Kts de agujeros aislados para determinar la validez de las correlaciones de interacción de tensiones enumeradas en la bibliografía. Los distintos análisis realizados, comparando los valores de las predicciones teóricas con los resultados FEM anteriores, restringen la aplicabilidad de las correlaciones a dos, entre las cuales se encuentran la correlación del producto de Kts ofrecida por Peterson y una correlación empírica ajustada para el caso de dos agujeros que se resuelve.

En última instancia, a través de un procedimiento de validación de las dos correlaciones anteriores en un amplio rango de las variables que rigen su comportamiento, se concluye que la correlación de Peterson para el producto de Kts es la única que verifica que no se subestime el campo tensional en gran parte de dicho rango.

Los desarrollos anteriores son de gran utilidad, ya que permiten generar una técnica sistemática de evaluación de los márgenes de seguridad con los que se trabajará mediante la correlación del producto de Kts.

A resultas del breve resumen de las labores realizadas durante el desarrollo de la tarea, se puede concluir que la correlación que deberá emplearse en análisis estructurales para cuantificar el fenómeno de interacción de Kts deberá ser la del producto de aportes individuales de tensión. Esta conclusión, además, se verá reforzada en futuros desarrollos, como subproducto de los análisis que se realicen.

En suma, los resultados cuantitativos de este apartado sirven para extraer una conclusión cualitativa acerca de cuál debe ser el método a emplear en estudios de concentración de tensiones. Esto constituirá la base para el desarrollo de futuros estudios de concentración de tensiones, al garantizar la consistencia del método de estimación de Kts ante interacción de distintas fuentes.

4.1.2 Tarea 4. Estudio de Kt ante cargas estructurales en aeronáutica.

En la presente tarea se realiza un estudio pormenorizado de las distintas situaciones de carga de *bearing* que podrá encontrarse en aplicaciones habituales de aeronáutica. Se inicia el análisis de un único agujero remachado sometido a tracción sobre su contorno, para posteriormente extender este análisis a la situación en la que se tiene un número mayor de remaches ubicados sobre una línea en un elemento de pequeño espesor.

Las principales conclusiones que se extraen de este apartado son las siguientes:

- La correlación de ESDU-93030 para un único agujero traccionado en su contorno es ampliamente conservadora con respecto a los resultados FEM obtenidos, así como respecto a otros valores obtenidos en la bibliografía.
- El empleo de técnicas de superposición no siempre conduce a resultados exactos.
- La forma óptima para modelizar una carga de *bearing* sobre un agujero es mediante la aplicación de una presión cosenoidal. Esta presión podrá aplicarse en forma de fuerzas nodales en elementos 2D con una pérdida de precisión despreciable.
- El semiángulo exacto sobre el que deberá aplicarse la presión cosenoidal es de 83° . En aras de la simplicidad, aplicar la presión en un semiángulo de 90° genera un error inferior al 3% en los resultados.
- La distribución de la tensión para el caso de agujero aislado cargado en su contorno según la dirección angular del agujero del remache será aproximable por una función cosenoidal descentrada definida según los valores máximo y mínimo de la tensión (-0.1, 0.965 para el caso analizado) y de período π .
- El valor de Kt introducido por una fuerza de *bearing* en un agujero aislado generará tensiones del orden de tres veces la tensión máxima que observaría el mismo remache si estuviera sometida a tracción de *bypass*.
- La modelización FEM de línea infinita de agujeros sometidos a carga de *bearing* mediante presiones cosenoidales en semiángulos de 90° ofrece resultados con errores del orden del 3% respecto de la solución analítica. Ello da una medida de la calidad de la modelización por este método.

- En la zona de mayor valor de las tensiones, el error cometido es por exceso, situación deseable de cara al margen de seguridad estructural.

Los resultados anteriores permiten concluir que, si bien la aplicación de cargas de remache es en principio una labor compleja, el fenómeno puede simplificarse a la presencia de una presión cosenoidal en el borde del remache y que actúe sobre la mitad comprimida del mismo.

Nuevamente, la conclusión inmediata es que el producto principal de este apartado es el *knowhow* del método de aplicación óptimo de cargas de *bearing*, así como de cuál es el orden de magnitud del error que se comete mediante cada aproximación.

4.1.3 Tarea 5. Estudio de Caso Real 1. Remache insertado en radio de mecanizado.

En la tarea presente se emplean por vez primera, de forma simultánea, todas la conclusiones sobre técnicas de superposición, interacción de Kts y aplicación de cargas de *bearing* sobre la resolución de un caso práctico de ingeniería aeronáutica.

Re-enunciar aquí los resultados y beneficios parciales de una tarea tan larga y fructífera desde el punto de vista de la investigación no tiene un gran sentido práctico, por lo que se describirán de forma genérica, centrándose en los resultados más significativos.

La conclusión principal que se extrae es que la estimación del campo de tensiones global a partir del producto de los campos tensionales generados por los elementos que componen el problema de interacción es un método válido, conduciendo a resultados coherentes tanto en el punto de máximo valor de la tensión como en las cercanías del mismo. El aspecto más sensible del proceso de cálculo es la determinación del valor de Kt generado por el radio de mecanizado, que en general será conservador si se emplean las referencias bibliográficas.

El desarrollo realizado para estimar el valor del Kt en las condiciones anteriores supone una mejora de los resultados en un 61% en comparación con el valor obtenido mediante el método de cálculo interno de Aernnova Engineering Division, que lamentablemente no se ha podido adjuntar ni describir en el presente informe por motivos de confidencialidad.

Por lo tanto, se concluye que la presente tarea se ha llevado a cabo con arreglo a los objetivos de análisis, investigación y mejora previstos en el diseño de la tarea y alcance del proyecto.

4.1.4 Tarea 6. Estudio de Caso Real 2. Remache en proximidad de salto de espesor (joggle)

Esta tarea del Trabajo de Fin de Máster cubre un último caso de análisis sobre una estructura real, en el que un remache se encuentra inmerso en una zona de salto de espesor con motivo de errores de fabricación. Al igual que en la tarea anterior, se analizarán las conclusiones principales en vista de los resultados obtenidos, quedando el análisis de detalle de las mismas cubierto en el propio apartado técnico.

Una vez más, la correlación de interacción de tensiones demuestra su potencia de estimación de Kts, conduciendo a un error en la previsión teórica del mismo del orden del

1.5%. El aspecto que adquiere una mayor relevancia de cara al cálculo del K_t en el apartado actual es la necesidad de la realización de hipótesis razonables de estados de carga y condiciones de contorno del modelo. Asimismo, emplear correlaciones que estimen correctamente los distintos aportes al K_t global (como por ejemplo, el del joggle) es de gran importancia, permitiendo trabajar con márgenes de seguridad más ajustados, optimizando la geometría del modelo.

El desarrollo realizado ha permitido reducir en un 135% la estimación del K_t en comparación con el valor estimado mediante el método de cálculo interno de Aernnova Engineering Division, que nuevamente no ha podido incluirse ni describirse por cuestiones de confidencialidad.

En vista de todo lo anterior, es pertinente realizar una última valoración de la totalidad del proyecto. En vista de los resultados obtenidos, se puede concluir que el Trabajo de Fin de Máster presentado cumple con los objetivos establecidos al comienzo del mismo, introduciendo una mejora cuantitativa apreciable en los métodos de cálculo de K_t de estructuras del ámbito de la ingeniería aeronáutica frente a los métodos internos de cálculo de Aernnova Engineering Division.

Por último, y antes de darse por finalizado el informe con el que culmina la realización del presente trabajo de Fin de Máster, realizará un breve esbozo de las líneas futuras que se abren a la finalización de éste.

4.2 Líneas Futuras de Desarrollo

En vista de las conclusiones alcanzadas en el apartado anterior, se pueden establecer distintas líneas de actuación de cara a la estimación de factores de concentración de tensiones en la industria aeronáutica, extensibles a otras aplicaciones. Se enumeran a continuación las posibles tareas:

1. Recopilación, unificación, y almacenado informático de las principales correlaciones y bases de datos de factores de concentración de tensiones típicas en ingeniería aeronáutica.
2. Programación informática de una herramienta de cálculo única para la resolución sistemática de problemas complejos de interacción de K_t s mediante el uso de las bases de datos anteriores.
3. Generación de modelos de mallado paramétrico para los casos geométricos más habituales en la industria aeronáutica de cara a una verificación ágil de los resultados del programa anterior.
4. Programación de código que permita la generación automática de informes técnicos con la resolución teórica de los factores de concentración de tensiones de cara a la agilización del proceso de reparación de defectos en la línea de fabricación y montaje de las empresas de la industria aeronáutica.
5. Estudio del fenómeno de concentración de tensiones ante plastificación del material de acuerdo a la bibliografía existente.
6. Ampliación de las tareas 1-4 con adición del estudio de K_t s ante plastificación del material.

Nótese que se ha realizado una exposición priorizada de las tareas con arreglo a las necesidades actuales del sistema de medición. Podrán identificarse asimismo otras muchas tareas que constituyan un proyecto independiente al margen del trabajo aquí desarrollado.

De esta manera, se da fin a este Trabajo de Fin de Máster, con el que personalmente he podido adquirir una primera experiencia en el campo del análisis de componentes estructurales del sector aeronáutico, y competencias que juzgo de gran valor para el futuro desarrollo de mi vida profesional. Gracias a la oportunidad que se me ha brindado para la realización de este trabajo de investigación, extraigo muchas conclusiones que quedan para mi crecimiento personal, confiando en que lo aprendido me será de utilidad durante el ejercicio de mis responsabilidades futuras.

Josu Argote Sánchez

A lunes, 19 de septiembre de 2016

Bibliografía

- Alcaraz, J. L., Ansola, R., Canales, J., Tárrago, J. A., & Veguería, E. (2012). *Elasticidad y Resistencia de Materiales*. Bilbao: Publicaciones - ETSI Bilbao.
- Avilés González, R. (2015). *Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería*. Bilbao: Paraninfo.
- Bakhshandeh, K., Rajabi, I., & Rahimi, F. (2008). Investigation of stress concentration factor for finite-width orthotropic rectangular plates with a circular opening using three-dimensional finite element model. *Strojniski Vestnik*, 54(2).
- Crews Jr, J. H., Hong, C. S., & Raju, I. S. (1981). *Stress-Concentration Factors for Finite Orthotropic Laminates with a Pin-Loaded Hole (No. NASA-L-14300)*. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION HAMPTON VA LANGLEY RESEARCH CENTER.
- Crews, J. H. (1981). *Stress-Concentration Factors for Finite Orthotropic Laminates With a Pin-Loaded Hole*. NASA.
- Diany, M. (2013). Effects of the Position and the Inclination of the Hole in Thin Plate on the Stress Concentration Factor. *International Journal of Engineering Research and Technology (Vol. 2, No. 12)*.
- ESDU-67023. (1967). *Geometric Stress Concentrations. Two Equal Unreinforced Circular Holes in Infinite Flat Plates*.
- ESDU-75007. (1975). *Geometric stress concentration factors: two adjacent unreinforced circular holes in infinite flat plates*.
- ESDU-81006. (1982). *Stress concentration factors. Axially loaded lugs with clearance-fit pins*.
- ESDU-85045. (1985). *Stress Concentrations: Interaction and Stress Decay for Selected Cases*.
- ESDU-93030. (1993). *Three-Dimensional Elastic Stress Concentration Factors. Plain or Countersunk Hole in a Wide Plate subjected to Tension, Bending or Pin Loading*.
- Folias, E. S., & Wang, J. -J. (1990). On the three-dimensional stress field around a circular hole in a plate of arbitrary thickness. *Computational Mechanics*, 6(5-6), 379-391.
- Gregory, R. D., & Wan, F. Y. (1988). The interior solution for linear problems of elastic plates. *Journal of applied mechanics*, 55(3), 551-559.
- Hadrath, H. F., & Ohman, L. (1951). *A Study of Elastic and Plastic Stress Concentration Factors due to Notches and Fillets in Flat Plates*. Langley Field: National Advisory Committee for Aeronautics.
- Kotousov, A., & Wang, C. H. (2002). Three-dimensional stress constraint in an elastic plate with a notch. *International Journal of Solids and Structures*, 39(16), 4311-4326.

Cálculo de Interacción de Factores de Concentración de Tensiones para Vida a Fatiga en Estructura Aeronáutica

- Kumagai, K., & Shimada, H. (1967). *The Stress Concentration Factor Produced by a Projection under Tensile Load*. The Japan Society of Mechanical Engineers.
- Maniatis, I. (2006). *Numerical and experimental investigations on the stress distribution of bolted glass connections under in-plane loads*. Munich: Universität München.
- Massachusetts Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering. (2004). *Laboratory Module No.4, Isotropic Linear Elastic Stress Concentration*. Cambridge.
- Mori, K. (1972). Stress Distributions in a Semi-Infinite Plate with a Row of Circular Holes. *Japan Soc. Mech. Eng.*, págs. Vol. 15, p. 899.
- Newman Jr., J. C., & Shivakumar, K. N. (1992). *Stress Concentrations for Straight-Shank and Countersunk Holes in Plates Subjected to Tension, Bending, and Pin Loading*. NASA.
- Niu, M. C. (1997). *Airframe stress analysis and sizing*. Hong Kong: Conmilit Press.
- Peterson, R. (1953). *Stress Concentration Design Factors*.
- Roylance, D. (2001). *Finite Element Analysis*. Cambridge, MA.
- Schijve, J. (2001). *Fatigue of Structures and Materials*.
- Shivakumar, K. N., & Newman Jr, J. C. (1992). Stress concentrations for straight-shank and countersunk holes in plates subjected to tension, bending, and pin loading. *NASA Technical Paper*.
- Whitley, D. W. (2013). *Interacting stress concentration factors and their effect on fatigue of metallic aerostructures*. Missouri: Doctoral Dissertations.
- Yang, Z., Kim, C. B., Cho, C., & Beom, H. G. (2008). The concentration of stress and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole. *International Journal of Solids and Structures*, 45(3), 713-731.
- Young, W. C., & Budynas, R. G. (2002). *Roark's Formulas for Stress and Strain*. New York: McGraw-Hill.