Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea
eman ta zabal zazu

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO ATALA

SECCIÓN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

GRADO EN INGENIERIA MECANICA

TRABAJO FIN DE GRADO

2016 / 2017

TÍTULO DEL TFG

PROYECTO: DISEÑO Y CÁLCULO DE LA TRANSMISIÓN DE UN BMW 120i

nombre del documento

3. DOCUMENTO: CALCULOS

DATOS DE LA ALUMNA O DEL ALUMNO	DATOS DEL DIRECTOR O DE LA DIRECTORA
NOMBRE EDORTA	NOMBRE MIKEL
APELLIDOS ORIVE PASCUAL	APELLIDOS ABASOLO BILBAO
DNI	DEPARTAMENTO INGENIERIA MECANICA
FDO.:	FDO.:
FECHA: 30-08-2017	FECHA: 1-09-2017

Anexo II

3. DOCUMENTO: CÁLCULOS

3.1 DATOS DE PARTIDA

Para comenzar a calcular los componentes de la transmisión del BMW 120i es necesario conocer los datos de partida de los que se dispone.

Los datos se han obtenido de la ficha técnica del BMW 120i.

DATOS DE PARTIDA	
Tipo de motor	4 cilindros
Potencia [CV]/[rpm]	184/5000
Par motor máximo [Nm]/[rpm]	280,9/4600
Caja de cambios	Manual, 6 velocidades
Transmisión	Tracción trasera
Motor	Gasolina, 4 cilindros
Velocidad máxima [Km/h]	230
Aceleración (0-100 Km/h) [s]	7,1
Peso [Kg]	1445
Máxima carga [Kg]	1805

Tabla 3.1: datos de partida

RELACIONES DE TRASNSMISIÓN	
1ª marcha	4,002
2ª marcha	2,13
3ª marcha	1,396
4ª marcha	1
5ª marcha	0,781
6ª marcha	0,668
Marcha atrás	3,647

Tabla 3.2: relaciones de transmisión

3.2 DINÁMICA DEL VEHÍCULO

3.2.1 Resistencia por rodadura

$$R_r = (P + P_{Mc}) \cdot \mu_c$$ *Fórmula 3.1*

P= peso del vehículo [Kg]
P_{Mc}= peso de la carga [Kg]
μ_c= coeficiente de rodadura (asfalto)

La resistencia por rodadura tiene su origen en la deformación del neumático debido al peso en el contacto con suelo. Al ponerse en movimiento el coche se crea un roce entre la rueda y el suelo.

Según la ficha técnica del fabricante el BMW 120i tiene un peso de 1445 Kg y puede llegar a albergar una carga adicional de 490 Kg. Este es el peso que se va a considerar para el cálculo de la resistencia a rodadura, el máximo peso permitido en el vehículo.

El coeficiente de rodadura será μ_c=0,0225 que está normalizado para casos en los que el vehículo circula por asfalto.

$$R_r = (1445 + 490) \cdot 0{,}0225 = 43{,}5375\ Kg$$

3.2.2 Resistencia de la pendiente

$$R_p = (P + P_{Mc}) \cdot \frac{x}{100}$$ *Fórmula 3.2*

P= peso del vehículo [Kg]
P_{Mc}= peso de la carga [kg]
x= pendiente

La resistencia de la pendiente es la que se opone al avance del vehículo cuando sube una cuesta.

Para este caso el porcentaje de pendiente considerada es una aproximación de la inclinación máxima a la que se encontrará el coche al circular por la carretera. Así pues se ha considerado como pendiente máxima una inclinación del 25%.

$$R_p = (1445 + 490) \cdot \frac{25}{100} = 483{,}75\ Kg$$

3.2.3 Resistencia de la inercia

$$R_i = m \cdot j \qquad \textit{Fórmula 3.3}$$

$$j = \frac{V_f - V_0}{T} \qquad \textit{Fórmula 3.4}$$

m= masa [Kg]

j= aceleración [m/seg^2]

V_f= velocidad final [m/seg]

V_0= velocidad inicial [m/seg]

T= tiempo [seg]

R_i= fuerza de inercia [Kg]

Esta resistencia se origina por un incremento de la velocidad. Al moverse el vehículo se crea una reacción contraria a la dirección del coche.

El tiempo utilizado para realizar el cálculo es el que necesita el coche para alcanzar los 100 km/h y la velocidad que se utiliza en la fórmula equivale a los 100 km/h.

$$j = \frac{27{,}77 - 0}{7{,}1} = 3{,}911 m/seg^2$$

$$R_i = 1935 \cdot 3{,}911 = 7567{,}785\ N\ \cdot \frac{1}{9{,}81 m/seg^2} = 771{,}43\ Kg$$

3.2.4 Resistencia del aire

$$R_a = \frac{\delta \cdot C \cdot S \cdot V^2}{2 \cdot g}$$

Fórmula 3.5

δ= peso especifico del aire (1,2 kg/m^3)

C= constante (coeficiente de resistencia aerodinámica)

S= superficie frontal (en contacto con el viento) [m^2]

V= velocidad máxima del vehículo considerada en aceleración repentina [m/seg]

g= 9,81 m/seg^2

R_a= fuerza de la resistencia del aire [kg]

Es la resistencia que se crea cuando el vehículo está en movimiento salvo que el viento sople en el mismo sentido que el coche y con su misma velocidad.

El dato de la superficie frontal del coche se ha obtenido de la ficha técnica y la velocidad considerada, la máxima que puede alcanzar el vehículo. Se ha decidido utilizar esta velocidad para llevar al límite el cálculo de la resistencia del aire.

$$R_a = \frac{1{,}2 \cdot 0{,}31 \cdot 2{,}14 \cdot 63{,}88^2}{2 \cdot 9{,}81} = 165{,}57 kg$$

3.3 EMBRAGUE

El embrague es el mecanismo que permite transmitir la potencia del motor a la caja de cambios sin brusquedad. Permite separar y unir los ejes del motor y el de la transmisión para que el cambio de marchas se realice en ausencia de par motor.

El embrague que se va a diseñar en este caso es de fricción siendo de los más utilizados gracias a su versatilidad. En este tipo de embragues el par motor se transmite por fricción entre superficies y su principal función es la de permitir realizar el acople entre ejes de forma suave y progresiva.

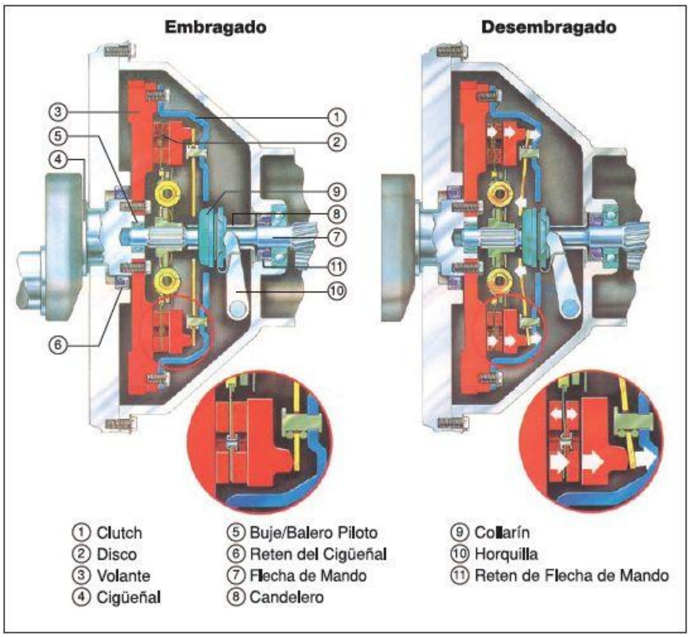


Imagen 3.1: vista interna de embrague

3.3.1 Material del embrague

Los forros del embrague estarán fabricados mediante un material orgánico compuesto de fibras de metal entrelazado con tejido compactado de aramida. Este material permite un acoplamiento suave y progresivo por lo que es uno de los materiales más utilizados en la automoción.

Mediante la utilización de este material se prevé una vida útil larga para el embrague además de poder trabajar a altas temperaturas y tener alta disipabilidad de temperatura.

3.3.2 Dimensiones del embrague

Para el cálculo de las dimensiones del embrague se utilizan las siguientes fórmulas:

$$R_{int} = 0{,}7 \cdot R_{ext}$$ *Fórmula 3.6*

$$S = 2 \cdot \pi \cdot \left(R_{ext}^2 - R_{int}^2\right) = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}51 \cdot R_{ext}^2$$ *Fórmula 3.7*

$$r = \frac{R_{ext} + R_{int}}{2} = \frac{1{,}7 \cdot R_{ext}}{2}$$ *Fórmula 3.8*

$$R_{ext} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot N}{\pi \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}51 \cdot P_{max} \cdot \mu}}$$ *Fórmula 3.9*

r= radio eficaz [mm]
S= superficie total de rozamiento [mm^2]
R_{ext}/R_{int}= radios del disco [mm]
N= par máximo del motor [Nm]
µ= coeficiente de rozamiento
P_{max}= presión para un funcionamiento suave [kg/cm^2]

Conociendo el par torsor a transmitir N= 280,9 Nm y los valores del coeficiente de rozamiento µ=0,4 y de la presión para el funcionamiento suave P_{max}= 2,4 kg/cm^2 se procede a calcular las dimensiones que debe tener el embrague:

$$R_{ext} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 280900}{\pi \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}51 \cdot 0{,}024 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}4}} = 129{,}86mm = 12{,}98cm$$

$$R_{int} = 0{,}7 \cdot 129{,}86 = 90{,}902mm = 9{,}09cm$$

$$r = \frac{1{,}7 \cdot R_{ext}}{2} = \frac{1{,}7 \cdot 129{,}86}{2} = 110{,}38mm = 11{,}03cm$$

$$S = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}51 \cdot R_{ext}^2 = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}51 \cdot 129{,}86^2 = 54038{,}19\ mm^2 = 540{,}38\ cm^2$$

Para el cálculo del par de rozamiento se utilizará la hipótesis de desgaste uniforme puesto que es más conservadora que la de presión uniforme:

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot P_{max} \cdot R_{int} \cdot (R_{ext} - R_{int})$$ Fórmula 3.10

$$T_{roz} = n \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{(R_{ext} + R_{int})}{2}$$ Fórmula 3.11

F_a= fuerza axial [N]

P_{max}= presión máxima soportable por el embrague [kg/cm^2]

R_{ext}/R_{int}= radios del disco [mm]

T_{roz}= par de rozamiento que soporta el disco del embrague[Nm]

μ= coeficiente de rozamiento

n= número de caras de rozamiento

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}024 \cdot 9{,}81 \cdot 90{,}902 \cdot (129{,}86 - 90{,}902) = 5238{,}78\ N$$

$$T_{roz} = 2 \cdot 0{,}4 \cdot 5238{,}78 \cdot \frac{(129{,}86 + 90{,}902)}{2} = 426{,}609\ Nm$$

$$426{,}609\ Nm > 280{,}9\ Nm$$

El T_{roz} es mayor que el par torsor que transmite el motor por lo que se transmitirá la totalidad del par a la caja de cambios.

3.3.3 Estriado del embrague

Tanto el embrague como el eje donde va montado deben soportar grandes fuerzas debido al par torsor por lo que deben ir montados con un estriado que se realizará en base a la norma DIN 5480.

Para el cálculo del estriado se supone un módulo m=2 y el factor de soporte será k=1,15 debido al centrado de flancos.

Por lo tanto, utilizando esos valores, se calculará la longitud del estriado y la fuerza que puede soportar:

$$L = k \cdot \frac{F}{h \cdot z \cdot p}$$ Fórmula 3.12

$$F = \frac{T}{r}$$ Fórmula 3.13

L= longitud del estriado [mm]

k= factor de soporte

F= fuerza que soporta el eje [N]

h= altura portante de los nervios [mm]

z= número de dientes

p= presión que soporta la chaveta [$100 N/mm^2$]

T= torsor que soporta el eje [Nm]

r= radio del eje [m]

Para conocer el número de dientes que debe tener el estriado se utiliza la norma DIN 5480 en la que mediante la tabla 3.3 y tomando como diámetro Ø=25mm y como módulo m=2 se consigue el numero de dientes.

d_B mm	Number of teeth z for module m													
	0,5	**0,6**	**0,75**	**0,8**	**1**	**1,25**	**1,5**	**1,75**	**2**	**2,5**	**3**	**4**	**5**	**6**
6	10	8	6	6										
7	12	10	8	7										
8	14	12	9	8	6									
9	16	13	10	10	7									
10	18	15	12	11	8	6								
11	20	17	13	12	9	7								
12	22	18	14	13	10	8	6							
13	24	20	16	15	11	9	7	6						
14	26	22	17	16	12	10	8	6						
15	28	23	18	17	13	10	8	7	6					
16	30	25	20	18	14	11	9	8	6					
17	32	27	21	20	15	12	10	8	7					
18	34	28	22	21	16	13	10	9	7					
19	36	30	24	22	17	14	11	9						
20	38	32	25	23,24	18	14	12	10	8	6				
21	40	34	26	25	19	15	12	10						
22	42	35	28	26	20	16	13	11	9	7	6			
23	44	37	29	27	22	17	14	12						
24	46	38	30	28	22	18	14	12						
25	48	40	32	30	24	18	15	13	11	8	7			
26	50	42	33	31	24	19	16	13						
27	52	44	34	32	26	20	16	14						

Tabla 3.3: numero de dientes del estriado

$$F = \frac{280{,}9\ Nm}{0{,}0125\ m} = 22472\ N$$

$$L = 1{,}15 \cdot \frac{22472}{2 \cdot 11 \cdot 100} = 10{,}21mm$$

3.4 CAJA DE CAMBIOS

La caja de cambios es el mecanismo que, manteniendo la potencia dada por el motor, transforma el par motor en otro mayor o menor dependiendo de la velocidad o fuerza que se requiera del coche.

Este mecanismo desempeña la labor de superar las resistencias previamente calculadas. Es por esto que las marchas más bajas tienen más fuerza que las altas, haciendo que sea fácil subir pendientes, mientras que las marchas más altas permiten una mayor velocidad al vehículo.

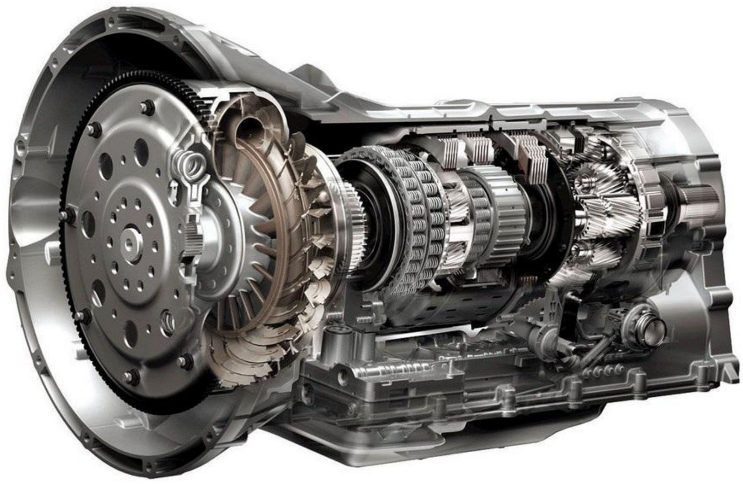


Imagen 3.2: caja de cambios

3.4.1 Relaciones de transmisión

El cálculo de la desmultiplicación del par motor a las ruedas se calcula a través de la relación del diferencial.

$$r_d = \frac{n_{max.\ pot}}{r_s \cdot n_r}$$ *Fórmula 3.14*

$$n_r = \frac{V_{max} \cdot 60}{\pi \cdot \emptyset_{rueda}}$$ *Fórmula 3.15*

r_d= relación del diferencial

$n_{max.\ pot}$= revoluciones máximas a máxima potencia [rpm]

n_r= revoluciones del diferencial [rpm]

r_s= relación en 6ª

V_{max}= velocidad máxima [km/h]

$Ø_{rueda}$= diámetro de la rueda [m]

$$r_d = \frac{4600}{0{,}668 \cdot 2032{,}613} = 3{,}387$$

$$n_r = \frac{230\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1000m}{1km} \cdot \frac{1h}{60min}}{\pi \cdot (0{,}6319 \cdot 0{,}95)} = 2032{,}613\ rpm$$

La relación de la 6ª marcha es 0,668 que ha sido obtenida de la siguiente página web al igual que el resto de las características del vehículo:

http://www.cochesyconcesionarios.com/fichas/Bmw/Serie-1/825368-prestaciones-dimensiones.html

En cuanto al tamaño del neumático es 205/55 R16, que significa que es una llanta de 16", con una anchura de 205 mm y un perfil del 55% de ancho.

$$Ø_{rueda} = 16" \cdot \frac{25{,}4mm}{1"} + 2 \cdot 0{,}55 \cdot 205mm = 631{,}9mm \rightarrow 0{,}6319m$$

Además, ya que la rueda soporta el peso tanto del vehículo como de sus ocupantes, el neumático sufre una deformación que hace que no sea totalmente circular la rueda. Por eso se multiplica el diámetro por un factor de 0,95 para compensarlo.

Una vez calculada la relación del diferencial se procede a calcular la velocidad y revoluciones a las que giran las ruedas para cada marcha del automóvil.

$$w_{rueda} = w_{motor} \cdot i_{cc} \cdot i_{dif.} = \frac{V_{coche}}{R_{rueda}}$$ *Fórmula 3.16*

$$w_{rueda}^{6°} = 4600rpm \cdot \frac{1}{0,668} \cdot \frac{1}{3,387} = 2033,13rpm$$

$$V_{coche}^{6°} = 2033,13\frac{rev}{min} \cdot \frac{min}{60seg} \cdot \frac{2\pi rad}{rev} \cdot \frac{0,6319m \cdot 0,95}{2} = \frac{63,9m}{seg} = 230km/h$$

$$w_{rueda}^{5°} = 4600rpm \cdot \frac{1}{0,781} \cdot \frac{1}{3,387} = 1738,96rpm$$

$$V_{coche}^{5°} = 1738,96\frac{rev}{min} \cdot \frac{min}{60seg} \cdot \frac{2\pi rad}{rev} \cdot \frac{0,6319m \cdot 0,95}{2} = \frac{54,65m}{seg} = 196,74km/h$$

$$w_{rueda}^{4°} = 4600rpm \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3,387} = 1358,13rpm$$

$$V_{coche}^{4°} = 1358,13\frac{rev}{min} \cdot \frac{min}{60seg} \cdot \frac{2\pi rad}{rev} \cdot \frac{0,6319m \cdot 0,95}{2} = \frac{42,68m}{seg} = 153,648km/h$$

$$w_{rueda}^{3°} = 4600rpm \cdot \frac{1}{1,396} \cdot \frac{1}{3,387} = 972,87rpm$$

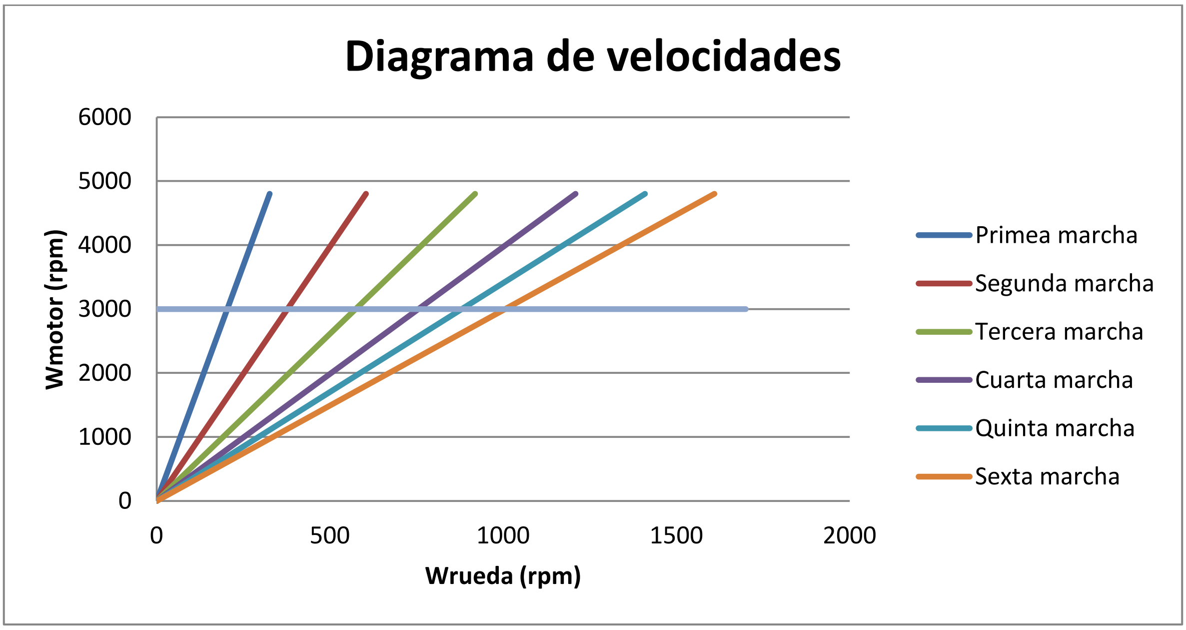
$$V_{coche}^{3°} = 972,87\frac{rev}{min} \cdot \frac{min}{60seg} \cdot \frac{2\pi rad}{rev} \cdot \frac{0,6319m \cdot 0,95}{2} = \frac{30,575m}{seg} = 110,07km/h$$

$$w_{rueda}^{2°} = 4600rpm \cdot \frac{1}{2,13} \cdot \frac{1}{3,387} = 637,62rpm$$

$$V_{coche}^{2°} = 637,62\frac{rev}{min} \cdot \frac{min}{60seg} \cdot \frac{2\pi rad}{rev} \cdot \frac{0,6319m \cdot 0,95}{2} = \frac{20,04m}{seg} = 72,136km/h$$

$$w_{rueda}^{1°} = 4600rpm \cdot \frac{1}{4,002} \cdot \frac{1}{3,387} = 339,36rpm$$

$$V_{coche}^{1^\circ} = 339{,}36\frac{rev}{min}\cdot\frac{min}{60seg}\cdot\frac{2\pi rad}{rev}\cdot\frac{0{,}6319m\cdot 0{,}95}{2} = \frac{10{,}665m}{seg} = 38{,}39km/h$$



Gráfica 3.1: diagrama de velocidades

3.4.2 Comprobación de la 1ª marcha

Es de vital importancia comprobar que la 1ª marcha es capaz de superar las resistencias previamente calculadas para poder ponerse en marcha.

Para realizar la comprobación es necesario calcular el par máximo que se transmite a las ruedas y que debe ser mayor que el par resistente en la rueda motriz que impide circular al vehículo.

Asimismo, para este cálculo no se tiene en cuenta la resistencia del aire puesto que solo se debe tener en cuenta a partir de 80km/h.

$$R_{avan.} = R_r + R_p + R_i = 43{,}5375kg + 483{,}75kg + 771{,}43kg = 1298{,}717kg$$

$$T_r = \frac{R_{avan.}\cdot \emptyset_{rueda}}{2} = \frac{1298{,}717\cdot 0{,}6319}{2} = 410{,}32kgm\cdot\frac{9{,}81m/seg^2}{1kg} = 4025{,}33Nm$$

R_{avan}= fuerza total de resistencia en la rueda motriz

T_r= par resistente en la rueda motriz

$$i_{cc} = \frac{w_{cc}}{w_m} = \frac{T_m}{T_{cc}}$$ *Fórmula 3.17*

$$i_d = \frac{w_{rueda}}{w_{cc}} = \frac{T_{cc}}{T_{rueda}}$$ *Fórmula 3.18*

$$i_{cc} \cdot i_d = \frac{T_m \cdot T_{cc}}{T_{cc} \cdot T_{rueda}} \rightarrow T_{rueda} = \frac{280{,}9}{\frac{1}{4{,}002} \cdot \frac{1}{3{,}387}} = 4273{,}25Nm$$

$$4273{,}25Nm > 4025{,}33Nm$$

3.4.3 Comprobación de la 6ª marcha

Al igual que con la 1ª marcha también se debe comprobar si el coche es capaz de superar las resistencias en la marcha más alta.

En este caso se sustituirá la resistencia del viento por la que realiza la pendiente ya que, como se ha dicho anteriormente, solo hay que tenerla en cuenta a partir de 80km/h y nunca se va a utilizar la 6ª marcha para superar grandes pendientes.

Así mismo, tampoco se tendrá en cuenta la resistencia que crea la inercia puesto que a grandes velocidades no se darán grandes aceleraciones.

$$R_{avan.} = R_r + R_a = 43{,}5375kg + 165{,}57 = 209{,}1kg$$

$$T_r = \frac{R_{avan.} \cdot \emptyset_{rueda}}{2} = \frac{209{,}1 \cdot 0{,}6319}{2} = 66{,}067kgm \cdot \frac{9{,}81m/seg^2}{1kg} = 648{,}122Nm$$

R_{avan}= fuerza total de resistencia en la rueda motriz

T_r= par resistente en la rueda motriz

$$i_{cc} \cdot i_d = \frac{T_m \cdot T_{cc}}{T_{cc} \cdot T_{rueda}} \rightarrow T_{rueda} = \frac{280{,}9}{\frac{1}{0{,}668} \cdot \frac{1}{3{,}387}} = 713{,}27Nm$$

$$713{,}27Nm > 648{,}122Nm$$

3.4.4 Dientes de las ruedas

Sabiendo el valor de las relaciones de transmisión de cada una de las marchas, se procederá al cálculo del número de dientes de cada una de las ruedas que componen la caja de cambios.

Además de estos engranajes también se calculará un par de engranajes a los que se llaman "toma constante" que transmiten el par torsor del eje principal al eje intermedio. Este par de engranajes posibilita que la caja de cambios sea más pequeña porque la relación de transmisión será de 1:2 y los engranajes de las distintas marchas serán más pequeños.

La distancia entre ejes debe ser constante y por eso la suma de los radios de los pares de engranajes será el mismo en todas las marchas. De no ser así la transmisión tendría problemas por desgaste de las piezas o incluso se podría dar el caso en el que los engranajes no llegarían a engranar entre sí.

Por esta razón se deben seguir algunas condiciones para que el diseño funcione adecuadamente:

- La distancia entre los debe ser siempre la misma.
- Todos los engranajes deben tener el mismo módulo.

Para la caja de cambios del automóvil se van a utilizar ruedas cilíndricas de dientes helicoidales ya que son menos ruidosos, su desgaste es menor y tienen menos problemas dinámicos que los de dientes rectos. Estas características hacen que sean más habituales en el sector del automóvil.

Para que los engranajes no sufran interferencias y partiendo de un ángulo de la hélice de 20° se utiliza la siguiente fórmula para determinar el número de dientes mínimo que deben tener los engranajes.

$$Z_n = \frac{Z}{cos^3(\beta)} \geq 14$$

Fórmula 3.19

$$Z_n = \frac{Z}{cos^3(\beta)} \geq 14 \rightarrow Z = 14 \cdot cos^3(20°) = 11{,}616 \approx 12\ dientes$$

Por lo tanto, conociendo el número mínimo de dientes que deben tener los engranajes y la relación de transmisión en cada uno de los pares de engranajes se procede a hacer un cálculo aproximado de los dientes que tendrán las ruedas.

Relación de transmisión	**Número de dientes**	**Relación obtenida**
i_{tc}=1:2	Z_{01}= 12 dientes	i_{tc}= 1:2
	Z_{02}= 24 dientes	
i_1= 1:2,001	Z_{11}= 12 dientes	i_1= 1:2
	Z_{12}= 24 dientes	
i_2= 1:1,065	Z_{21}= 16 dientes	i_2= 1:1,0625
	Z_{22}= 17 dientes	
i_3= 1:0,698	Z_{31}= 20 dientes	i_3= 1:0,7
	Z_{32}= 14 dientes	
i_4= 1:0,5	Z_{41}= 24 dientes	i_4= 1:0,5
	Z_{42}= 12 dientes	
i_5= 1:0,3905	Z_{51}= 26 dientes	i_5= 1:0,384
	Z_{52}= 10 dientes	
i_6= 1:0,334	Z_{61}= 27 dientes	i_6= 1:0,333
	Z_{62}= 9 dientes	

Tabla 3.4: numero de dientes de los engranajes

3.4.5 Cálculo de β.

Partiendo de la fórmula 3.18 y sabiendo el número de dientes que tiene cada engranaje se calcula el valor exacto de la β.

$$Z_n = \frac{12}{cos^3(\beta_{11-12})} \geq 14 \rightarrow \beta_{11-12} = 18{,}21° = \beta_{01-02}$$

$$\frac{Z_{11}+Z_{12}}{\cos(\beta_{11-12})} = \frac{Z_{21}+Z_{22}}{\cos(\beta_{21-22})} \rightarrow \frac{12+24}{\cos(18{,}21)} = \frac{16+17}{\cos(\beta_{21-22})} \rightarrow \cos(\beta_{21-22}) = 29{,}45°$$

$$\frac{Z_{11}+Z_{12}}{\cos(\beta_{11-12})} = \frac{Z_{31}+Z_{32}}{\cos(\beta_{31-32})} \rightarrow \frac{12+24}{\cos(18{,}21)} = \frac{20+14}{\cos(\beta_{31-32})} \rightarrow \cos(\beta_{31-32}) = 26{,}215°$$

$$\frac{Z_{11}+Z_{12}}{\cos(\beta_{11-12})} = \frac{Z_{41}+Z_{42}}{\cos(\beta_{41-42})} \rightarrow \frac{12+24}{\cos(18{,}21)} = \frac{24+12}{\cos(\beta_{41-42})} \rightarrow \cos(\beta_{41-42}) = 18{,}21°$$

$$\frac{Z_{11}+Z_{12}}{\cos(\beta_{11-12})} = \frac{Z_{51}+Z_{52}}{\cos(\beta_{51-52})} \rightarrow \frac{12+24}{\cos(18{,}21)} = \frac{26+10}{\cos(\beta_{51-52})} \rightarrow \cos(\beta_{51-52}) = 18{,}21°$$

$$\frac{Z_{11}+Z_{12}}{\cos(\beta_{11-12})} = \frac{Z_{61}+Z_{62}}{\cos(\beta_{61-62})} \rightarrow \frac{12+24}{\cos(18{,}21)} = \frac{27+9}{\cos(\beta_{61-62})} \rightarrow \cos(\beta_{61-62}) = 18{,}21°$$

3.4.6 Cálculo del módulo

Como se ha dicho previamente todos los pares de engranajes tendrán el mismo módulo y para ello hay que definir una serie de características para las ruedas.

Para el cálculo del módulo se utilizará la expresión obtenida del libro "Diseño de máquinas" que sigue la norma ISO y que sirve para evitar el fallo superficial.

Fórmula 3.20

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot cos^4(\beta_a) \cdot (i \pm 1)}{k_{adm} \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}}$$

T=par torsor del eje [kgcm]

i=relación de transmisión

z=número de dientes

k_{adm}=resistencia [kg/cm^2]

Ψ=factor de guiado

β=ángulo de hélice

Lo primero será definir el material del que estarán fabricados los engranajes; se elige un acero aleado, cementado y templado con una k_{adm} de 80 kg/cm^2.

Para el cálculo del módulo es necesario saber la media de kilómetros que recorrerá el coche para poder saber la cantidad de kilómetros que circulará el automóvil en cada marcha.

$$t = \frac{media\ de\ km\ recorridos}{velocidad\ media} = \frac{280.000km}{70km/h} = 4000h$$

De este modo se estima que el vehículo circulará durante aproximadamente 4000 h y se puede calcular el porcentaje de horas que lo hará con cada marcha.

Marcha	Porcentaje	Horas
1ª	8%	320
2ª	30%	1200
3ª	24%	960
4ª	21%	840
5ª	10%	400
6ª	5%	200
MA	2%	80

Tabla 3.5: duración de cada marcha

En cuanto al factor de guiado se ha decidido utilizar el valor Ψ=10 que se utiliza en calidad y condiciones normales.

factor de guiado Ψ	
Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente	5
Calidad y condiciones normales	$\boxed{10}$
Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos	15-20 (casos excepcionales hasta 30)

Tabla 3.6: valores recomendados del factor de forma Ψ

Dado que la k_{adm} del material está definida para una duración de servicio de 5000h es necesario utilizar la siguiente tabla cuando las horas de servicio varíen en cada marcha.

Para un valor de h diferente de 5000 horas, el valor de K_{adm} se hará = φK_{5000}. Los valores se extraen de la siguiente tabla										
Horas servicio h	**150**	**312**	**625**	**1200**	**2500**	**5000**	**10000**	**40000**	**80000**	**150000**
φ	3,2	2,5	2	1,6	1,25	1	0,8	0,5	0,4	0,32

Tabla 3.7: tabla de valores de K_{adm}

Además, hay que tener en cuenta que para el cálculo del módulo hay que utilizar la rueda más pequeña de cada par de engranajes, es decir, para la 1ª y 2ª marchas el engranaje se encuentra en el eje intermedio y para las demás marchas se encontrará en el eje secundario.

El par torsor varía dependiendo de la velocidad que gira el engranaje, por lo que los engranajes del eje intermedio girarán a la misma velocidad angular pero los del eje secundario girarán a diferentes velocidades.

$$W_{1-2} = \frac{4600}{2} = 2300rpm$$

$$T_{1-2} = \frac{Pot}{W} = \frac{184CV \cdot 735{,}4}{2300rpm \cdot \frac{2\pi}{60}} = \frac{135313{,}6W}{240{,}85rad/seg} = 561{,}8Nm = 5726{,}98\ kgcm$$

$$W_3 = \frac{4600}{2 \cdot 0{,}7} = 3285{,}71rpm$$

$$T_3 = \frac{Pot}{W} = \frac{184CV \cdot 735{,}4}{3285{,}71rpm \cdot \frac{2\pi}{60}} = \frac{135313{,}6W}{344{,}078rad/seg} = 393{,}26Nm = 4008{,}76\ kgcm$$

$$W_4 = 4600rpm$$

$$T_4 = \frac{Pot}{W} = \frac{184CV \cdot 735{,}4}{4600rpm \cdot \frac{2\pi}{60}} = \frac{135313{,}6W}{481{,}71rad/seg} = 280{,}9Nm = 2863{,}4\ kgcm$$

$$W_5 = \frac{4600}{2 \cdot 0{,}384} = 5989{,}58rpm$$

$$T_5 = \frac{Pot}{W} = \frac{184CV \cdot 735{,}4}{5989{,}58rpm \cdot \frac{2\pi}{60}} = \frac{135313{,}6W}{627{,}22rad/seg} = 215{,}73Nm = 2199{,}08\ kgcm$$

$$W_6 = \frac{4600}{2 \cdot 0,33} = 6969,69rpm$$

$$T_6 = \frac{Pot}{W} = \frac{184CV \cdot 735,4}{6969,69rpm \cdot \frac{2\pi}{60}} = \frac{135313,6W}{729,86rad/seg} = 185,39Nm = 1889,87\ kgcm$$

Marcha 1ª:

Las horas de servicio son de 320h por lo que hay que interpolar.

$$\varphi_1 = \frac{625 - 312}{2 - 2,5} = \frac{625 - 320}{2 - x} \rightarrow x = 2,48$$

Para conseguir la k_{adm} de la marcha se utiliza la siguiente fórmula, porque la k solo vale para duración de servicio de 5000h:

$$k_{adm} = \varphi_1 \cdot k = 2,48 \cdot 130 = 322,4$$

T= 5726,98 kgcm

i= 2

z= 12

k_{adm}= 322,4 kg/cm^2

Ψ= 10

β= 18,21°

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 5726,98 \cdot cos^4(18,21) \cdot (2 \pm 1)}{322,4 \cdot 10 \cdot 12^2 \cdot 2 \cdot \sin(20) \cdot \cos(20)}} = 0,45cm = 4,5mm$$

Marcha 2ª:

Las horas de servicio son de 1200h por lo que no hace falta interpolar ya que el valor aparece en la tabla.

$$\varphi_2 = 1,6$$

Para conseguir la k_{adm} de la marcha se utiliza la siguiente fórmula, porque la k solo vale para duración de servicio de 5000h:

$$k_{adm} = \varphi_2 \cdot k = 1,6 \cdot 130 = 208$$

T= 5726,98 kgcm

i= 1,0625

z= 16

k_{adm}= 208 kg/cm^2

Ψ= 10

β= 29,45°

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 5726,98 \cdot cos^4(29,45) \cdot (1,0625 \pm 1)}{208 \cdot 10 \cdot 16^2 \cdot 1,0625 \cdot \sin(20) \cdot \cos(20)}} = 0,42cm = 4,2mm$$

Marcha 3ª:

Las horas de servicio son de 960h por lo que hay que interpolar.

$$\varphi_3 = \frac{1200 - 625}{1,6 - 2} = \frac{1200 - 960}{1,6 - x} \rightarrow x = 1,76$$

Para conseguir la k_{adm} de la marcha se utiliza la siguiente fórmula, porque la k solo vale para duración de servicio de 5000h:

$$k_{adm} = \varphi_3 \cdot k_{min} = 1,76 \cdot 80 = 140,8$$

T= 4008,76 kgcm

i= 1,4285

z= 14

k_{adm}= 140,8 kg/cm^2

Ψ= 10

β= 26,215°

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 4008{,}76 \cdot cos^4(26{,}215) \cdot (1{,}4285 \pm 1)}{140{,}8 \cdot 10 \cdot 14^2 \cdot 1{,}4285 \cdot \sin(20) \cdot \cos(20)}} = 0{,}46cm = 4{,}6mm$$

Marcha 4ª:

Las horas de servicio son de 840h por lo que hay que interpolar.

$$\varphi_4 = \frac{1200 - 625}{1{,}6 - 2} = \frac{1200 - 840}{1{,}6 - x} \rightarrow x = 1{,}85$$

Para conseguir la k_{adm} de la marcha se utiliza la siguiente fórmula, porque la k solo vale para duración de servicio de 5000h:

$$k_{adm} = \varphi_4 \cdot k_{min} = 1{,}85 \cdot 80 = 148$$

T= 2863,4 kgcm

i= 2

z= 12

k_{adm}= 148 kg/cm^2

Ψ= 10

β= 18,21°

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 2863{,}4 \cdot cos^4(18{,}21) \cdot (2 \pm 1)}{148 \cdot 10 \cdot 12^2 \cdot 2 \cdot \sin(20) \cdot \cos(20)}} = 0{,}467cm = 4{,}67mm$$

Marcha 5ª:

Las horas de servicio son de 400h por lo que hay que interpolar.

$$\varphi_5 = \frac{625 - 312}{2 - 2{,}5} = \frac{625 - 400}{2 - x} \rightarrow x = 2{,}36$$

Para conseguir la k_{adm} de la marcha se utiliza la siguiente fórmula, porque la k solo vale para duración de servicio de 5000h:

$$k_{adm} = \varphi_5 \cdot k_{min} = 2{,}36 \cdot 80 = 188{,}8$$

T= 2199,08 kgcm

i= 2,6

z= 10

k_{adm}= 188,8 kg/cm^2

Ψ= 10

β= 18,21°

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 2199{,}08 \cdot cos^4(18{,}21) \cdot (2{,}6 \pm 1)}{188{,}8 \cdot 10 \cdot 10^2 \cdot 2{,}6 \cdot \sin(20) \cdot \cos(20)}} = 0{,}43cm = 4{,}3mm$$

Marcha 6ª:

Las horas de servicio son de 200h por lo que hay que interpolar.

$$\varphi_1 = \frac{312 - 150}{2{,}5 - 3{,}2} = \frac{312 - 200}{2{,}5 - x} \to x = 2{,}98$$

Para conseguir la k_{adm} de la marcha se utiliza la siguiente fórmula, porque la k solo vale para duración de servicio de 5000h:

$$k_{adm} = \varphi_1 \cdot k_{min} = 2{,}98 \cdot 80 = 238{,}4$$

T= 1889,87 kgcm

i= 3,03

z= 9

k_{adm}= 238,4 kg/cm^2

Ψ= 10

β= 18,21°

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 1889{,}87 \cdot cos^4(18{,}21) \cdot (3{,}03 \pm 1)}{238{,}4 \cdot 10 \cdot 9^2 \cdot 3{,}03 \cdot \sin(20) \cdot \cos(20)}} = 0{,}4cm = 4mm$$

El módulo más restrictivo es el de la marcha 4ª por lo que se decide utilizar el módulo normalizado inmediatamente superior. Para este caso el módulo normalizado superior a 4,67mm es el módulo 5 de la serie I.

3.4.7 Cálculo de los engranajes de marcha atrás

Para hacer el cálculo de los engranajes de marcha atrás es necesario conocer previamente la distancia entre el eje intermedio y el secundario. Estas ruedas serán cilíndricas de dientes rectos ya que se simplifica mucho el cálculo y además nunca van a ser utilizadas en movimiento por lo que no dan tantos problemas como los demás pares de engranajes.

Para ello se utiliza cualquiera de los pares de engranajes previamente calculados. En este caso se ha decidido utilizar el par de engranajes de la segunda marcha.

$$d = R + R' = \frac{m}{2} \cdot \frac{z + z'}{\cos(\beta)} = \frac{5}{2} \cdot \frac{16 + 17}{\cos(29{,}45)} = 94{,}75$$

Al igual que con los engranajes de dientes helicoidales, para que el par de engranajes no sufra interferencias hay que determinar un número mínimo de dientes.

$$z_n = z \geq 14\ dientes$$

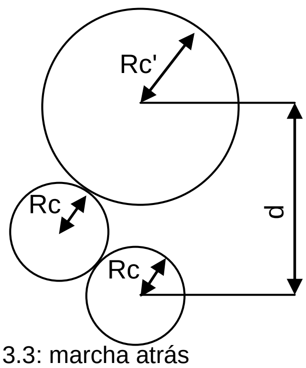


Imagen 3.3: marcha atrás

A partir de ahí se calcula el numero de dientes de la corona.

i=1,8235

z=14

$$z' = z \cdot i = 14 \cdot 1{,}8235 = 25{,}529 = 26$$

$$i = \frac{26}{14} = 1{,}857$$

Como se aprecia en la imagen 3.3 y para simplificar el cálculo tanto el piñón como el piñón loco tendrán el mismo tamaño.

Para poder calcular el tamaño de las ruedas lo primero es calcular el módulo. Se realizará en dos partes, primero se calculará el módulo del piñón-piñón loco y después el modulo del piñón loco-corona.

Piñón-piñón loco:

La marcha atrás se estima que tendrá 80h de servicio por lo que la k_{adm} será la siguiente

$$k_{adm} = \varphi_{MA} \cdot k = 3{,}2 \cdot 130 = 416$$

T= 5726,98 kgcm

i= 1

z= 14

k_{adm}= 416 kg/cm^2

Ψ= 10

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)}{k_{adm} \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 5726{,}98 \cdot (1 + 1)}{416 \cdot 10 \cdot 14^2 \cdot 1 \cdot \sin 20 \cdot \cos 20}} = 0{,}35cm = 3{,}5mm$$

Piñón loco-corona:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 5726{,}98 \cdot (1{,}857 + 1)}{416 \cdot 10 \cdot 14^2 \cdot 1{,}857 \cdot \sin 20 \cdot \cos 20}} = 0{,}322cm = 3{,}22mm$$

El módulo más restrictivo es el de la pareja piñón-piñón loco por lo que se decide utilizar el modulo normalizado inmediatamente superior. Para este caso el módulo normalizado superior a 3,5 mm es el módulo 3,5 de la serie II.

Una vez conocido el módulo de la marcha hay que comprobar que la distancia entre ejes sea mayor que la suma de diámetros del piñón mas la corona.

$$d = 94{,}75 > Rc + Rc' = \frac{m}{2} \cdot \frac{z + z'}{1} + 2 \cdot m$$

$$Rc + Rc' = \frac{3{,}5}{2} \cdot \frac{14 + 26}{1} + 2 \cdot 3{,}5 = 77mm < d$$

Por lo tanto, lo único que falta es saber la distancia entre cada uno de los pares de engranajes.

$$R_p + R_{pl} = \frac{m}{2} \cdot (z + z') = \frac{3{,}5}{2} \cdot (14 + 14) = 49\ mm$$

$$R_C + R_{pl} = \frac{m}{2} \cdot (z + z') = \frac{3{,}5}{2} \cdot (26 + 14) = 70\ mm$$

3.4.8 Cálculo de las dimensiones de las ruedas

Conociendo el número de dientes de los engranajes y el módulo se calcula el radio de cada engranaje:

$$R_{01} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 12}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 31{,}58mm$$

$$R_{02} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 24}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 63{,}16mm$$

$$R_{11} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 12}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 31{,}58mm$$

$$R_{12} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 24}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 63{,}16mm$$

$$R_{21} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 16}{2 \cdot \cos(29{,}45)} = 45{,}935mm$$

$$R_{22} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 17}{2 \cdot \cos(29{,}45)} = 48{,}806mm$$

$$R_{31} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 20}{2 \cdot \cos(26{,}215)} = 55{,}732mm$$

$$R_{32} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 14}{2 \cdot \cos(26{,}215)} = 39{,}012mm$$

$$R_{41} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 24}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 63{,}16mm$$

$$R_{42} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 12}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 31{,}58mm$$

$$R_{51} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 26}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 68{,}426mm$$

$$R_{52} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 10}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 26{,}318mm$$

$$R_{61} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 27}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 71{,}058mm$$

$$R_{62} = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} = \frac{5 \cdot 9}{2 \cdot \cos(18{,}21)} = 23{,}686mm$$

En cuanto a las ruedas rectas de la marcha atrás:

$$Rc = \frac{m \cdot z}{2} = \frac{3{,}5 \cdot 14}{2} = 24{,}5mm$$

$$Rc' = \frac{m \cdot z'}{2} = \frac{3{,}5 \cdot 26}{2} = 45{,}5mm$$

El ancho de las ruedas será:

$$b = \Psi \cdot m = 10 \cdot 5 = 50mm$$

$$b_{MA} = \Psi \cdot m = 10 \cdot 3{,}5 = 35mm$$

Por último se calcula el ángulo de los engranajes helicoidales:

$$\cos(\beta_{a01-02}) = \frac{\tan{(\alpha_{r01-02})}}{\tan{(\alpha_{a01-02})}} \rightarrow \cos(18{,}21) = \frac{\tan{(20)}}{\tan{(\alpha_{a01-02})}} \rightarrow \alpha_{a01-02} = 20{,}965°$$

$$\cos(\beta_{a11-12}) = \frac{\tan{(\alpha_{r11-12})}}{\tan{(\alpha_{a11-12})}} \rightarrow \cos(18{,}21) = \frac{\tan{(20)}}{\tan{(\alpha_{a11-12})}} \rightarrow \alpha_{a11-12} = 20{,}965°$$

$$\cos(\beta_{a21-22}) = \frac{\tan(\alpha_{r21-22})}{\tan(\alpha_{a21-22})} \rightarrow \cos(29{,}45) = \frac{\tan(20)}{\tan(\alpha_{a21-22})} \rightarrow \alpha_{a21-22} = 22{,}684°$$

$$\cos(\beta_{a31-32}) = \frac{\tan(\alpha_{r31-32})}{\tan(\alpha_{a31-32})} \rightarrow \cos(26{,}215) = \frac{\tan(20)}{\tan(\alpha_{a31-32})} \rightarrow \alpha_{a31-32} = 22{,}082°$$

$$\cos(\beta_{a41-42}) = \frac{\tan(\alpha_{r41-42})}{\tan(\alpha_{a41-42})} \rightarrow \cos(18{,}21) = \frac{\tan(20)}{\tan(\alpha_{a41-42})} \rightarrow \alpha_{a41-42} = 20{,}965°$$

$$\cos(\beta_{a51-52}) = \frac{\tan{(\alpha_{r51-52})}}{\tan{(\alpha_{a51-52})}} \rightarrow \cos(18{,}21) = \frac{\tan{(20)}}{\tan{(\alpha_{a51-52})}} \rightarrow \alpha_{a51-52} = 20{,}965°$$

$$\cos(\beta_{a61-62}) = \frac{\tan{(\alpha_{r61-62})}}{\tan{(\alpha_{a61-62})}} \rightarrow \cos(18{,}21) = \frac{\tan{(20)}}{\tan{(\alpha_{a61-62})}} \rightarrow \alpha_{a61-62} = 20{,}965°$$

3.4.9 Cálculo de las fuerzas sobre las ruedas

En las ruedas de dientes helicoidales además de la fuerza radial (F_r) y fuerza tangencial (U) se crea una fuerza axial (F_a) debido al ángulo de los dientes de las ruedas.

Para calcular dichas fuerzas se utilizan las siguientes fórmulas:

$$U = T/R$$ *Fórmula 3.21*

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a)$$ *Fórmula 3.22*

$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a)$$ *Fórmula 3.23*

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2}$$ *Fórmula 3.24*

Cada par de engranajes genera una única fuerza por lo que solo hace falta calcular las fuerzas en uno de los engranajes y se ha decidido que sea en los situados en el eje intermedio.

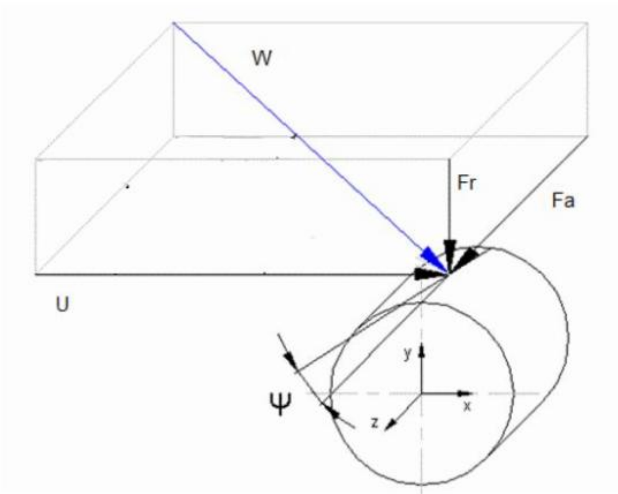


Imagen 3.4: fuerzas en los engranajes cilíndricos helicoidales

Toma constante:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 20,965°

β_a= 18,21°

R=0,06316 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}06316 = 8894{,}87\ N$$
$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a) = 8894{,}87 \cdot \tan(18{,}21) = 2926{,}2\ N$$
$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 8894{,}87 \cdot \tan(20{,}965) = 3408{,}188\ N$$
$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{8894{,}87^2 + 3408{,}188^2 + 2926{,}2^2} = 9964{,}793\ N$$

Marcha 1ª:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 20,965°

β_a= 18,21°

R=0,03158 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}03158 = 17789{,}74\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a) = 17789{,}74 \cdot \tan(18{,}21) = 5852{,}41\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 17789{,}74 \cdot \tan(20{,}965) = 6816{,}376\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{17789{,}74^2 + 6816{,}376^2 + 5852{,}41^2} = 19929{,}59\ N$$

Marcha 2ª:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 22,684°

β_a= 29,45°

R=0,045935 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}045935 = 12230{,}325\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a) = 12230{,}325 \cdot \tan(29{,}45) = 6905{,}502\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 12230{,}325 \cdot \tan(22{,}684) = 5112{,}043\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{12230{,}325^2 + 5112{,}043^2 + 6905{,}502^2} = 14946{,}564\ N$$

Marcha 3ª:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 22,082°

β_a= 26,215°

R=0,055732 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}055732 = 10080{,}384\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a) = 10080{,}384 \cdot \tan(26{,}215) = 4963{,}442\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 10080{,}384 \cdot \tan(22{,}082) = 4089{,}531\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{10080{,}384^2 + 4089{,}531^2 + 4963{,}442^2} = 11957{,}18\ N$$

Marcha 4ª:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 20,965°

β_a= 18,21°

R=0,06316 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}06316 = 8894{,}87\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a) = 8894{,}87 \cdot \tan(18{,}21) = 2926{,}2\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 8894{,}87 \cdot \tan(20{,}965) = 3408{,}188\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{8894{,}87^2 + 3408{,}188^2 + 2926{,}2^2} = 9964{,}793\ N$$

Marcha 5ª:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 20,965°

β_a= 18,21°

R=0,068426 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}068426 = 8210{,}329\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a) = 8210{,}329 \cdot \tan(18{,}21) = 2701{,}007\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 8210{,}329 \cdot \tan(20{,}965) = 3145{,}897\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{8210{,}329^2 + 3145{,}897^2 + 2701{,}007^2} = 9197{,}913\ N$$

Marcha 6ª:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 20,965°

β_a= 18,21°

R=0,071058 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}071058 = 7906{,}217\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan(\beta_a) = 7906{,}217 \cdot \tan(18{,}21) = 2600{,}961\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 7906{,}217 \cdot \tan(20{,}965) = 3029{,}372\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{7906{,}217^{\ 2} + 3029{,}372^2 + 2600{,}961^2} = 8857{,}22\ N$$

Como se ha dicho previamente, en los engranajes rectos solo hay fuerza tangencial y radial y por lo tanto se utilizan las siguientes fórmulas:

$$U = T/R$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a)$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2}$$

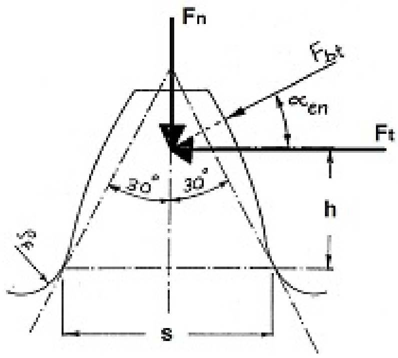


Imagen 3.5: fuerzas en el diente de engranaje recto

Marcha atrás:

T= 280,9 Nm x 2 → incremento de la toma constante

α_a= 20 °

R=0,0245 mm

$$U = T/R = 280{,}9 \cdot 2/0{,}0245 \quad = 22930{,}61\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha_a) = 22930{,}61 \cdot \tan(20) = 8346{,}059\ N$$

$$W = \sqrt{U^2 + F_r^2} = \sqrt{22930{,}61\ ^2 + 8346{,}059^2} = 24402{,}245\ N$$

3.4.10 Cálculo de los ejes

Después de obtener las fuerzas que ejercen los engranajes se procede a calcular y diseñar los ejes sobre los que van montados y que les permiten transmitir la potencia entre pares de engranajes.

Los ejes de los que consta la caja de cambios son tres: el *eje principal* que es el que va conectado al eje motor y por lo tanto es el primero por el que se transmite la potencia.

El par se transmite directamente del eje principal al *eje intermedio* por medio de la toma constante y tiene montados sobre él un engranaje por cada marcha incluyendo la marcha atrás.

Por último se encuentra el *eje secundario* que es el que transmite la potencia a través del árbol de transmisión hasta las ruedas del coche.

Para hacer el cálculo del diámetro mínimo que necesita cada eje se utilizará el código ASME ya que permite diseñar el eje de una forma sencilla y conservadora. Para el cálculo se utiliza la siguiente fórmula para la que solo es necesario conocer el valor de las fuerzas de los dientes y las reacciones que hacen estas fuerzas en los apoyos del eje

.

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

Fórmula 3.25

d=diámetro del eje

CS= coeficiente de seguridad

σ_s= tensión de fluencia del material (34CR4 con σ_s=981N/mm^2)

C_m= coeficiente de fatiga e impacto para el momento flector (cargas constantes C_m=1.5)

M= momento flector

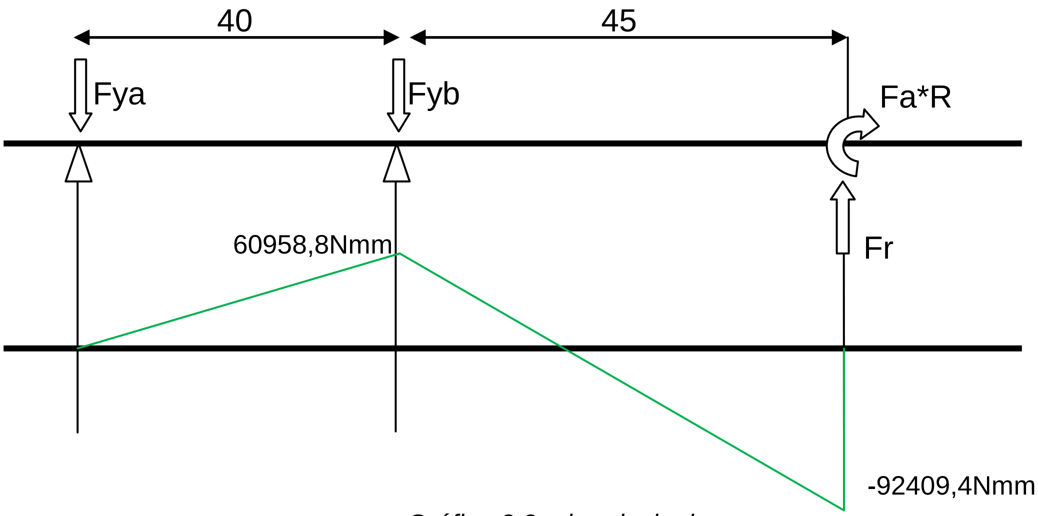
C_t= coeficiente de fatiga e impacto para el momento torsor (cargas constantes C_t=1)

T= momento torsor

Eje principal

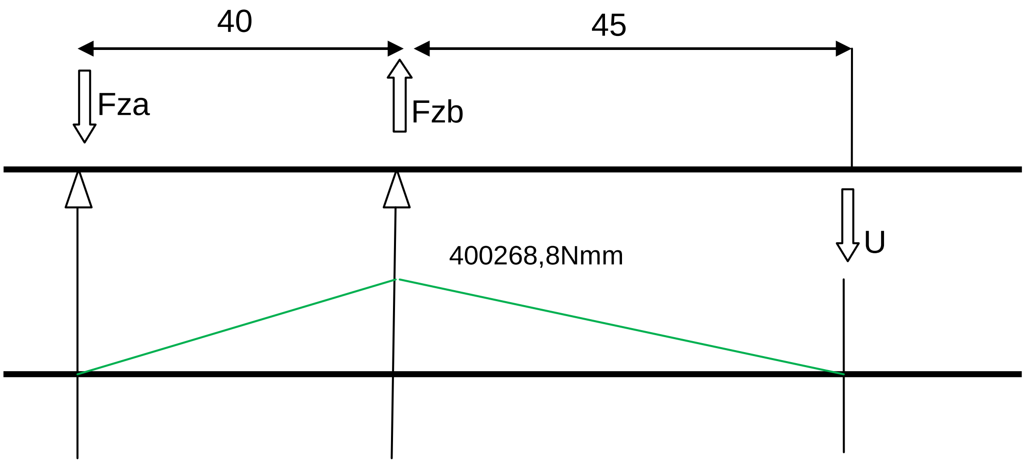
Este eje está conectado al cigüeñal por medio del embrague y tan solo tiene montado un piñón (toma constante) que conecta con la corona montada en el eje intermedio. La toma constante es necesaria para poder aumentar el torsor que se transmite de un eje al otro y por lo tanto los demás pares de engranajes de cada marcha podrán tener unas dimensiones más pequeñas.

Y



Gráfica 3.2: eje principal y

Z



Gráfica 3.3: eje principal z

U=8894,87N

F_a=2926,2N

F_r=3408,188N

R_{01}=31,58mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$\sum F_y$=0; $-F_{ya}-F_{yb}+F_r$=0

$\sum F_x$=0; $F_{xa}=F_a$

$\sum F_z$=0; $F_{za}-F_{zb}$+U=0

$\sum M_{zB}$=0; F_{za}*40-U*45=0

$\sum M_{yB}$=0; F_{ya}*40+F_r*45-F_a*R_{01}=0

Por lo tanto:

F_{yb}= 4932,15N

F_{xa}=2926,2N

F_{zb}=18901,59N

F_{za}=10006,72N

F_{ya}=-1523,97N

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

$$M_{tot} = \sqrt{92409{,}4^2} = 92409{,}4Nmm$$

$$T = U \cdot R = 280900Nmm$$

Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

Fórmula 3.26

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 92409{,}4)^2 + (1{,}5 \cdot 280900)^2}} = 16{,}84mm$$

Hay que volver a repetir el cálculo para conocer el diámetro mínimo del resto del eje:

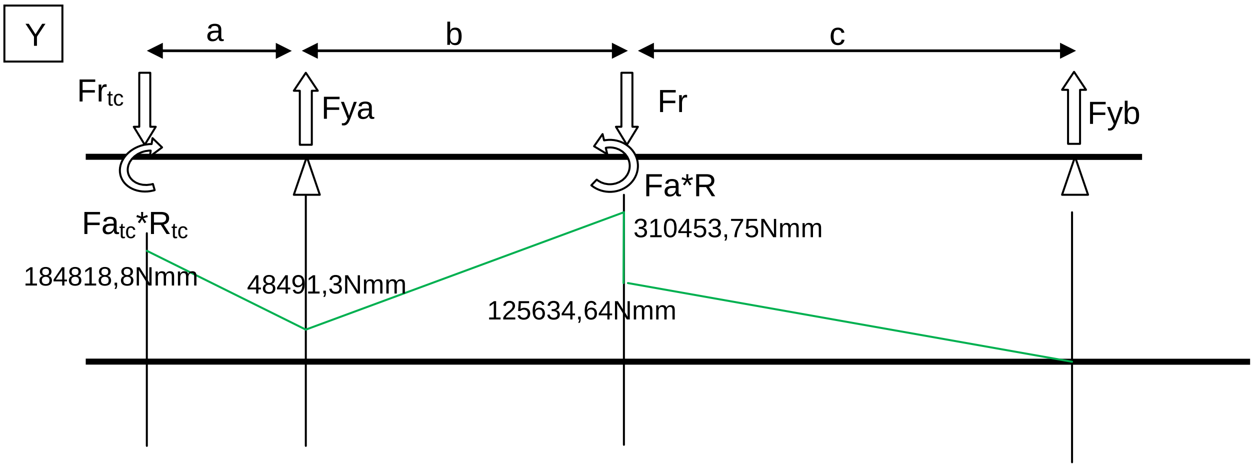
$$M_{tot} = \sqrt{60958{,}8^2 + 400268{,}8^2} = 404884{,}04Nmm$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 404884{,}04)^2 + (1{,}5 \cdot 280900)^2}} = 21{,}16mm$$

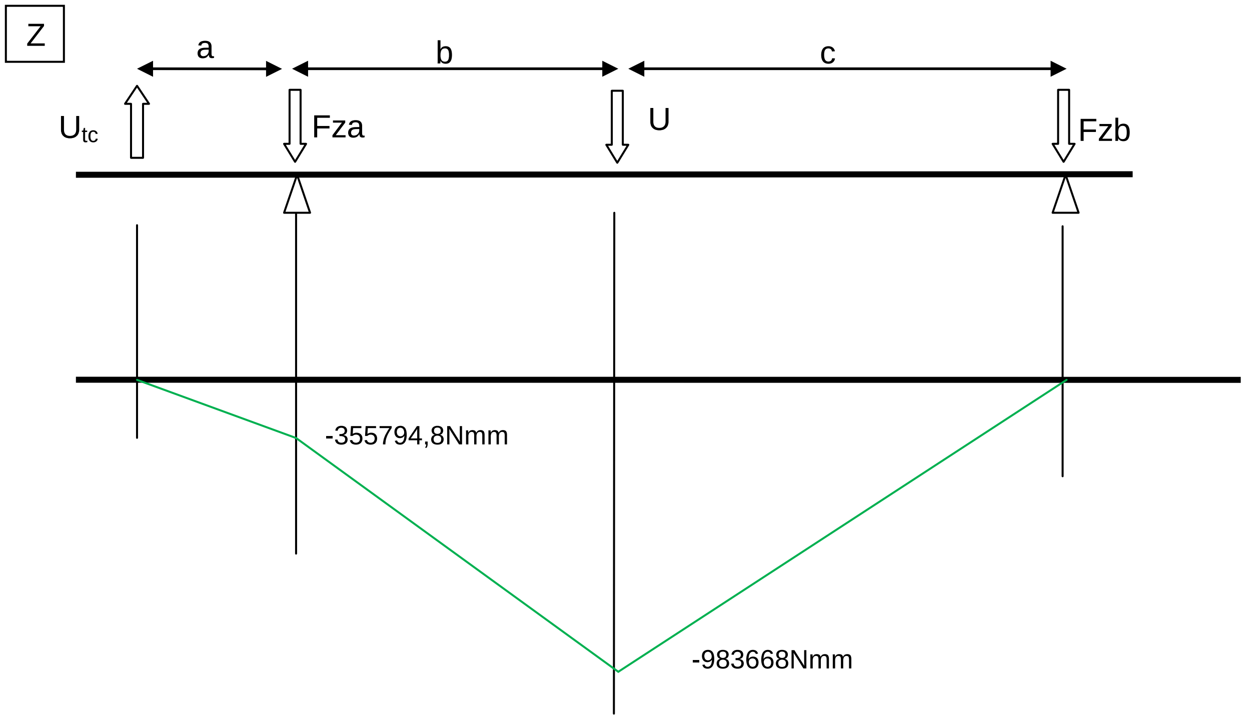
Eje intermedio

Sobre este eje está montado la corona de la toma constante que conecta con el eje principal. Además, tiene montados las seis marchas y la de marcha atrás que conectan a su vez con el eje secundario. Estos engranajes están montados en el eje por medio de chavetas que se calcularán más adelante.

1ª marcha:



Gráfica 3.4: eje intermedio y, 1ª marcha



Gráfica 3.5: eje intermedio z, 1ª marcha

U=17789,74N

F_a=5852,41N

F_r=6816,376N

R_{11}=31,58mm

a=40mm
b=40mm
c=470mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-F_{rtc}-F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{atc}-F_a-F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}+U-U_{tc}=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(b+c)+U*c-U_{tc}*(a+b+c)=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(b+c)+F_r*c+F_a*R_{11}-F_{atc}*R_{02}+F_{rtc}*(a+b+c)=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}=267{,}31N$$

$$F_{xb}=-2926{,}2N$$

$$F_{zb}=-2092{,}91N$$

$$F_{za}=-6801{,}96$$

$$F_{ya}=9957{,}25N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

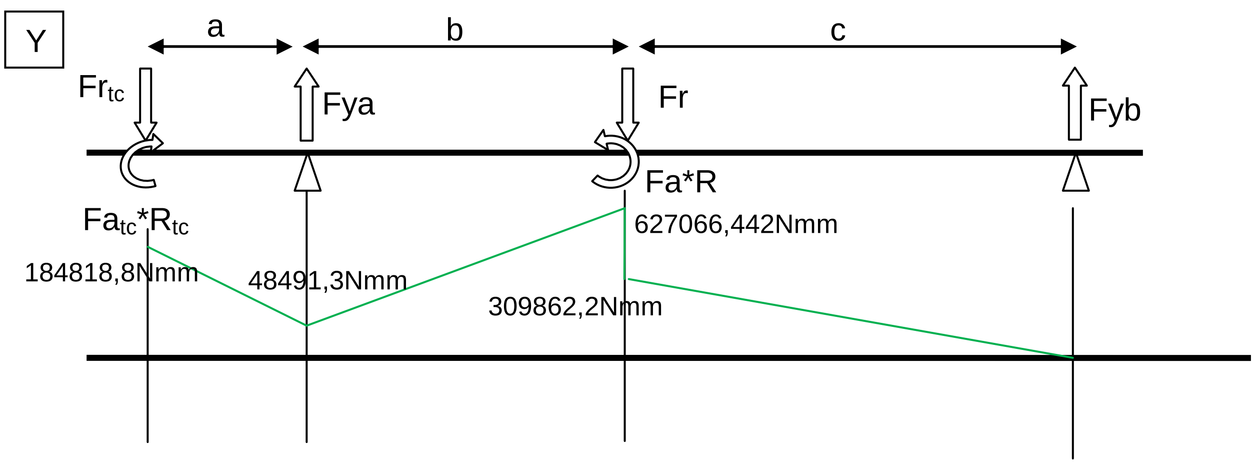
$$M_{tot} = \sqrt{310453{,}75^2 + 983668^2} = 1031496{,}13Nmm$$

$$T = U \cdot R = 561800Nmm$$

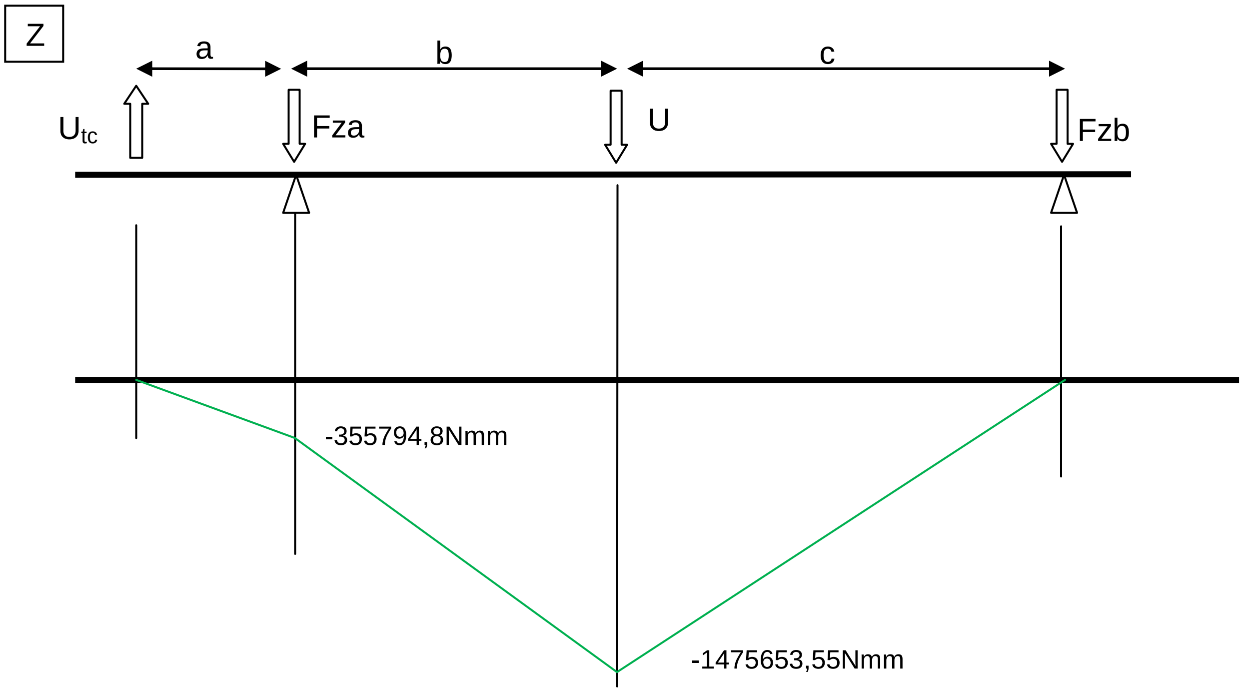
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1031496{,}13)^2 + (1{,}5 \cdot 561800)^2}} = 28{,}49mm$$

<u>2ª marcha:</u>



Gráfica 3.6: eje intermedio y, 2ª marcha



Gráfica 3.7: eje intermedio z, 2ª marcha

U=12230,325N

F_a=6905,502N

F_r=5112,043N

R_{21}=45,935mm

a=40mm
b=135mm
c=375mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-F_{rtc}-F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{atc}-F_a-F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}+U-U_{tc}=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(b+c)+U*c-U_{tc}*(a+b+c)=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(b+c)+F_r*c+F_a*R_{21}-F_{atc}*R_{02}+F_{rtc}*(a+b+c)=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}=826{,}3N$$

$$F_{xb}=-3979{,}3N$$

$$F_{zb}=-3935{,}075N$$

$$F_{za}=599{,}62N$$

$$F_{ya}=7693{,}93N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

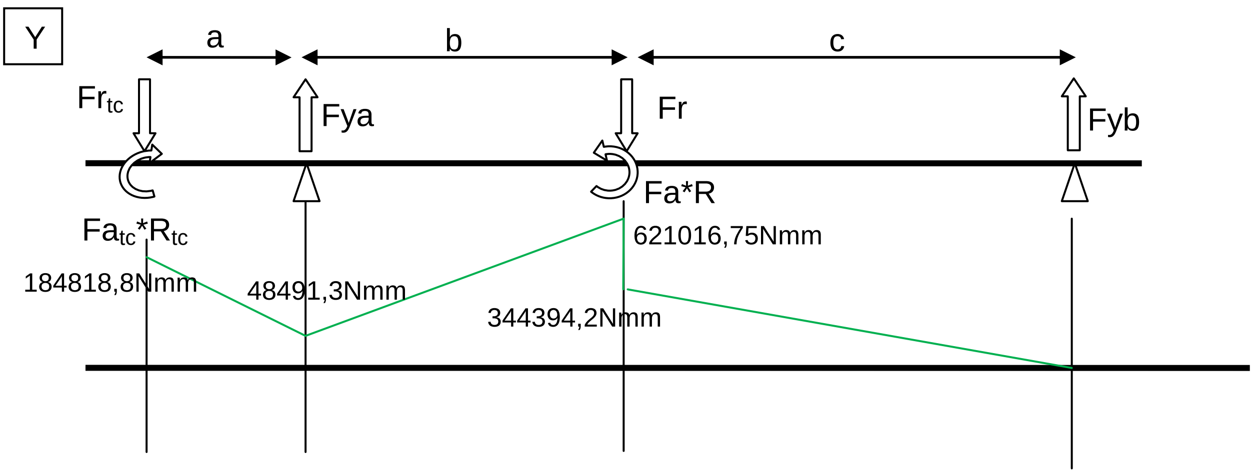
$$M_{tot} = \sqrt{627066{,}442^2 + 1475653{,}55^2} = 1603360{,}76Nmm$$

$$T = U \cdot R = 561800Nmm$$

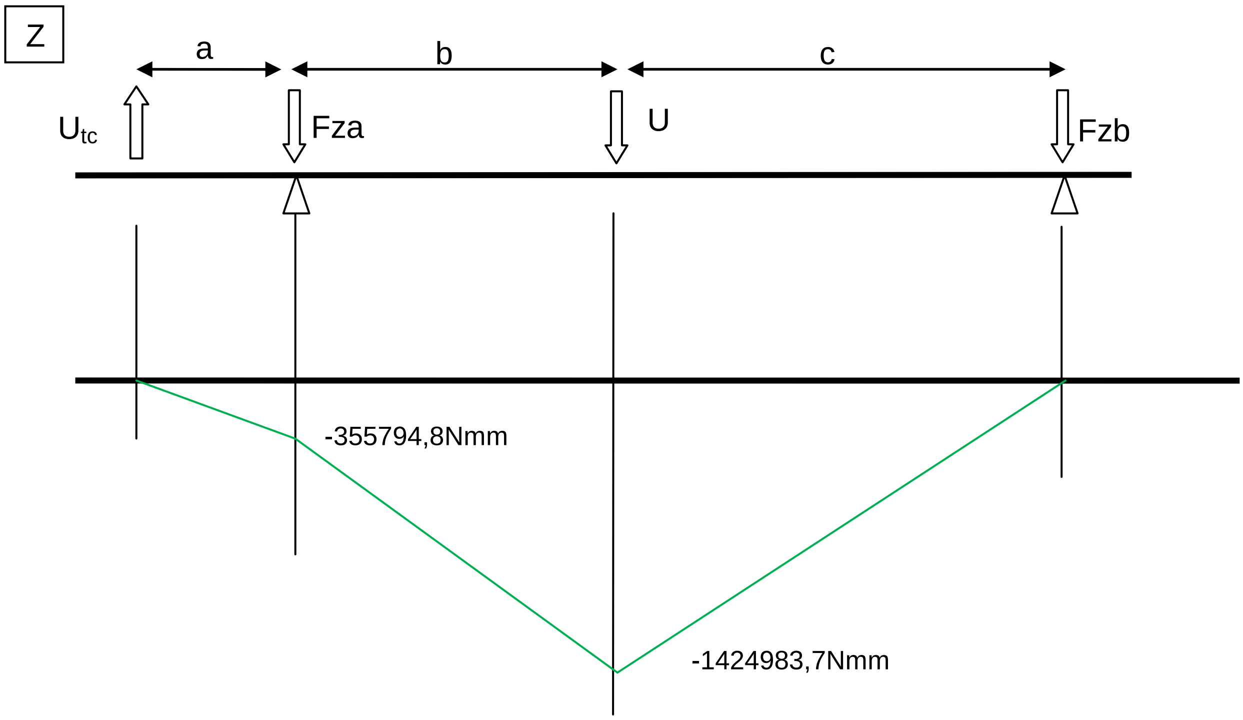
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 627066{,}442)^2 + (1{,}5 \cdot 561800)^2}} = 32{,}53mm$$

3ª marcha:



Gráfica 3.8: eje intermedio y, 3ª marcha



Gráfica 3.9: eje intermedio z, 3ª marcha

U=10080,384 N

F_a=4963,442 N

F_r=4089,531 N

R_{21}=55,732 mm

a=40 mm
b=190 mm
c=320 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-F_{rtc}-F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{atc}-F_a-F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}+U-U_{tc}=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(b+c)+U*c-U_{tc}*(a+b+c)=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(b+c)+F_r*c+F_a*R_{31}-F_{atc}*R_{02}+F_{rtc}*(a+b+c)=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}=1076{,}234\ N$$

$$F_{xb}=-2037{,}24\ N$$

$$F_{zb}=-4453{,}08\ N$$

$$F_{za}=3267{,}56\ N$$

$$F_{ya}=6421{,}48\ N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

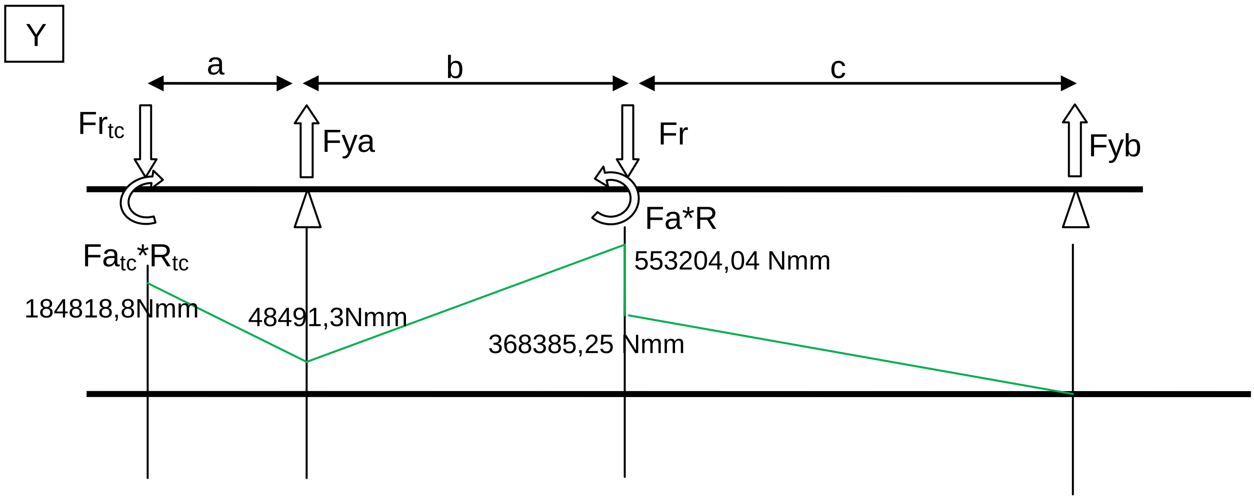
$$M_{tot} = \sqrt{621016{,}75^2 + 1424983{,}7^2} = 1554426{,}05Nmm$$

$$T = U \cdot R = 561800Nmm$$

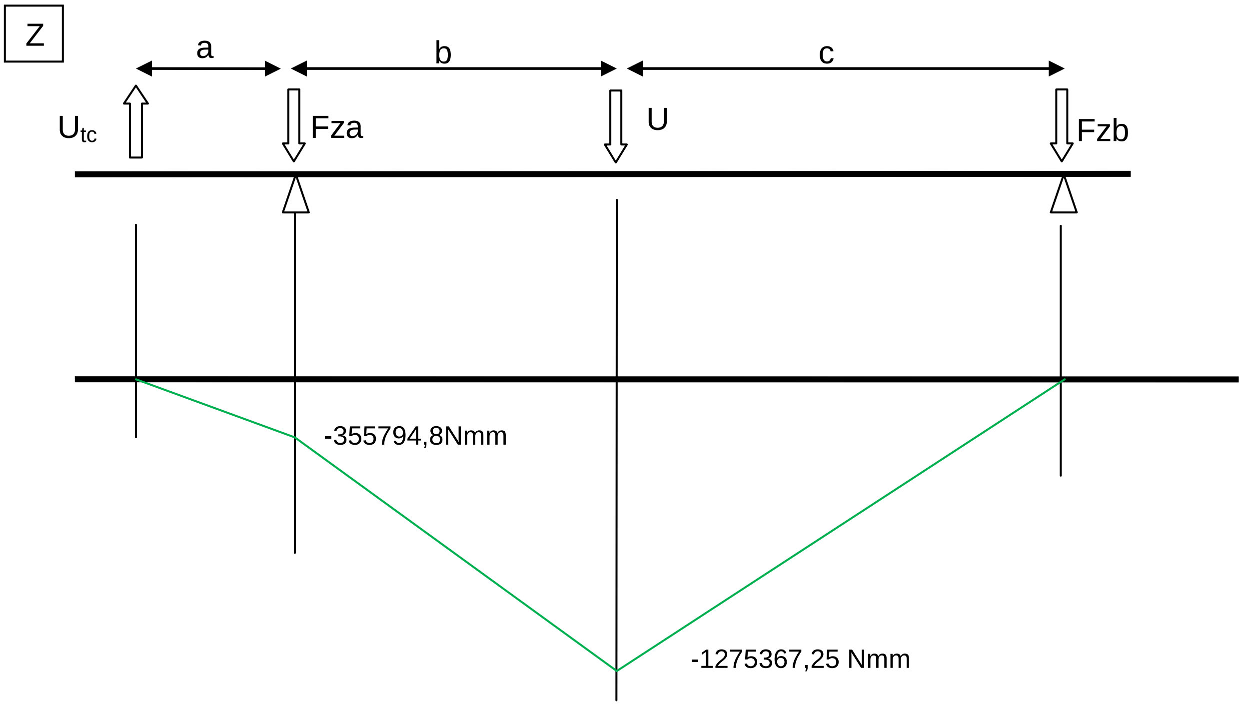
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1554426{,}05)^2 + (1{,}5 \cdot 561800)^2}} = 32{,}21mm$$

4ª marcha:



Gráfica 3.10: eje intermedio y, 4ª marcha



Gráfica 3.11: eje intermedio z, 4ª marcha

U=8894,87N

F_a=2926,2N

F_r=3408,188N

R_{41}=63,16 mm

a=40 mm
b=285 mm
c=225 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-F_{rtc}-F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{atc}-F_a-F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}+U-U_{tc}=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(b+c)+U*c-U_{tc}*(a+b+c)=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(b+c)+F_r*c+F_a*R_{41}-F_{atc}*R_{02}+F_{rtc}*(a+b+c)=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}=1637{,}266\ N$$

$$F_{xb}=0\ N$$

$$F_{zb}=-5668{,}3\ N$$

$$F_{za}=5668{,}3\ N$$

$$F_{ya}=5179{,}11\ N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

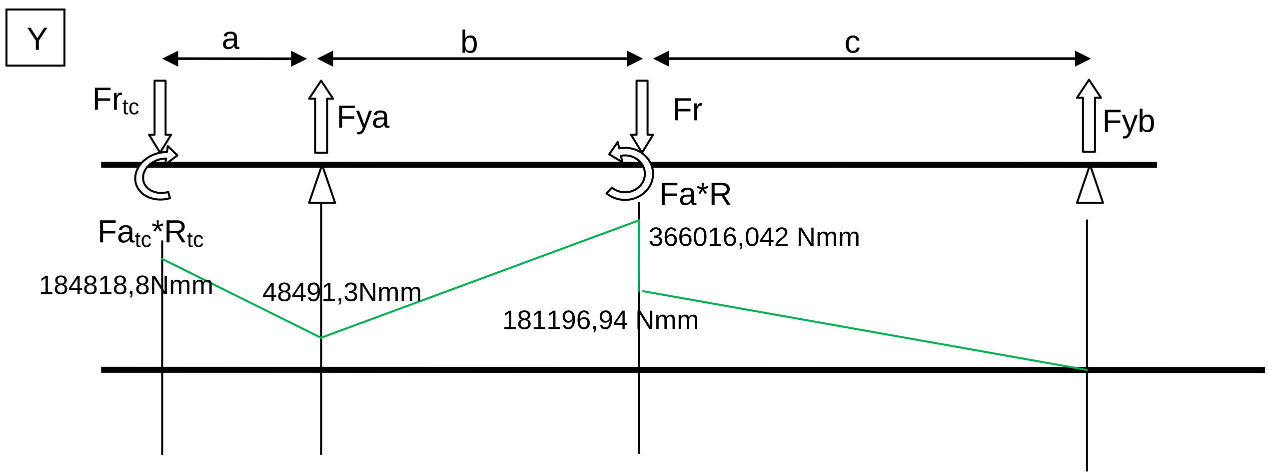
$$M_{tot} = \sqrt{553204{,}04^2 + 1275367{,}25^2} = 1390178{,}53Nmm$$

$$T = U \cdot R = 561800Nmm$$

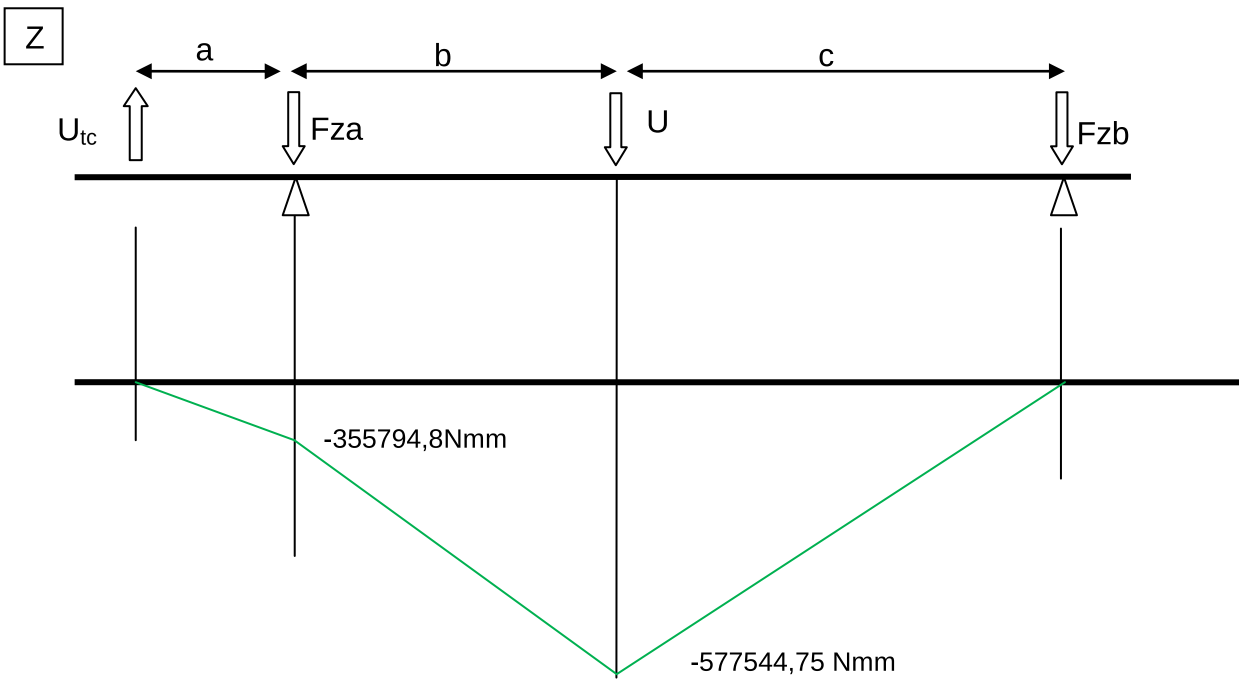
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1390178{,}53)^2 + (1{,}5 \cdot 561800)^2}} = 31{,}12mm$$

5ª marcha:



Gráfica 3.12: eje intermedio y, 5ª marcha



Gráfica 3.13: eje intermedio z, 5ª marcha

U=8210,329 N

F_a=2701,007 N

F_r=4089,531 N

R_{51}=68,426 mm

a=40 mm
b=435 mm
c=75 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-F_{rtc}-F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{atc}-F_a-F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}+U-U_{tc}=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(b+c)+U*c-U_{tc}*(a+b+c)=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(b+c)+F_r*c+F_a*R_{51}-F_{atc}*R_{02}+F_{rtc}*(a+b+c)=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}= 2415{,}95\ N$$

$$F_{xb}=225{,}193\ N$$

$$F_{zb}=-7700{,}56\ N$$

$$F_{za}=8385{,}1\ N$$

F_{ya}=4138,13 N

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

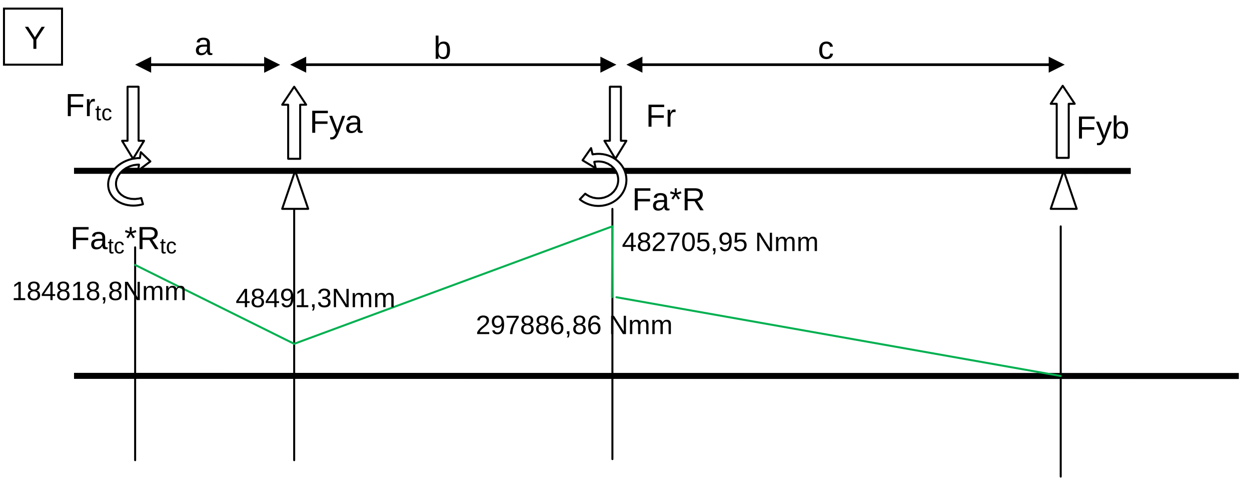
$$M_{tot} = \sqrt{366016{,}042^2 + 577544{,}75^2} = 683758{,}5Nmm$$

$$T = U \cdot R = 561800Nmm$$

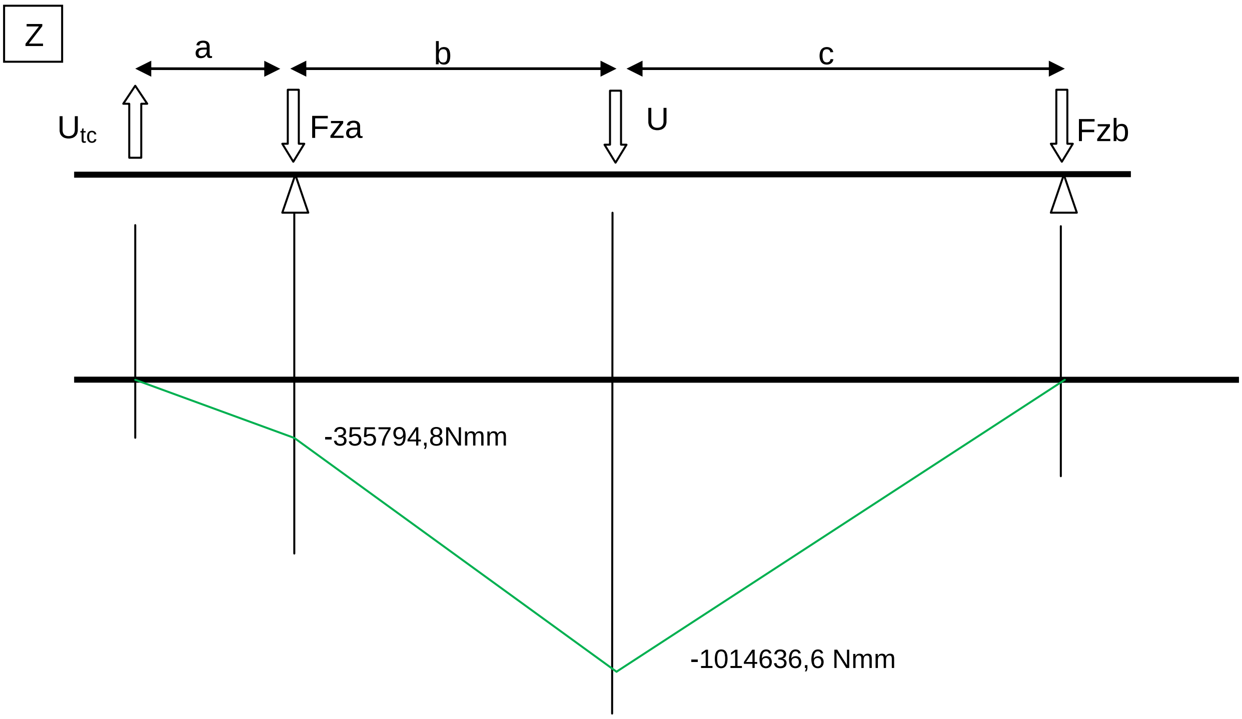
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 683758{,}5)^2 + (1{,}5 \cdot 561800)^2}} = 25{,}55mm$$

6ª marcha:



Gráfica 3.14: eje intermedio y, 6ª marcha



Gráfica 3.15: eje intermedio z, 6ª marcha

$U=7906,217$ N

$F_a=2600,961$ N

$F_r=3029,372$ N

$R_{61}=71,058$ mm

a=40 mm
b=340 mm
c=170 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-F_{rtc}-F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{atc}-F_a-F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}+U-U_{tc}=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(b+c)+U*c-U_{tc}*(a+b+c)=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(b+c)+F_r*c+F_a*R_{61}-F_{atc}*R_{02}+F_{rtc}*(a+b+c)=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}=1752,27 \text{ N}$$

$$F_{xb}=325,24 \text{ N}$$

$$F_{zb}=-5968,45 \text{ N}$$

$$F_{za}=6957,1 \text{ N}$$

$$F_{ya}=4685,29 \text{ N}$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

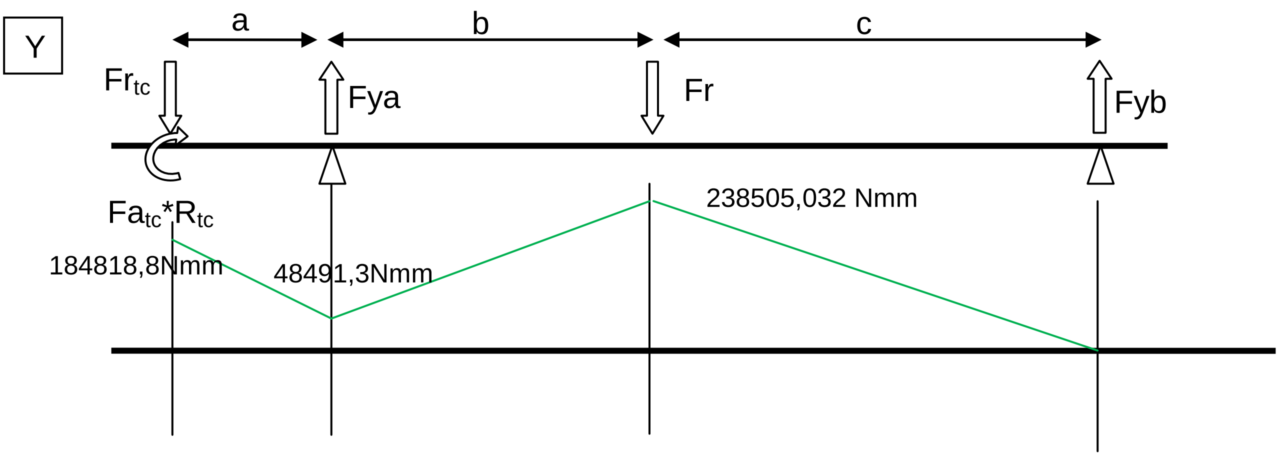
$$M_{tot} = \sqrt{482705{,}95^2 + 1014636{,}6^2} = 1123606{,}9Nmm$$

$$T = U \cdot R = 561800Nmm$$

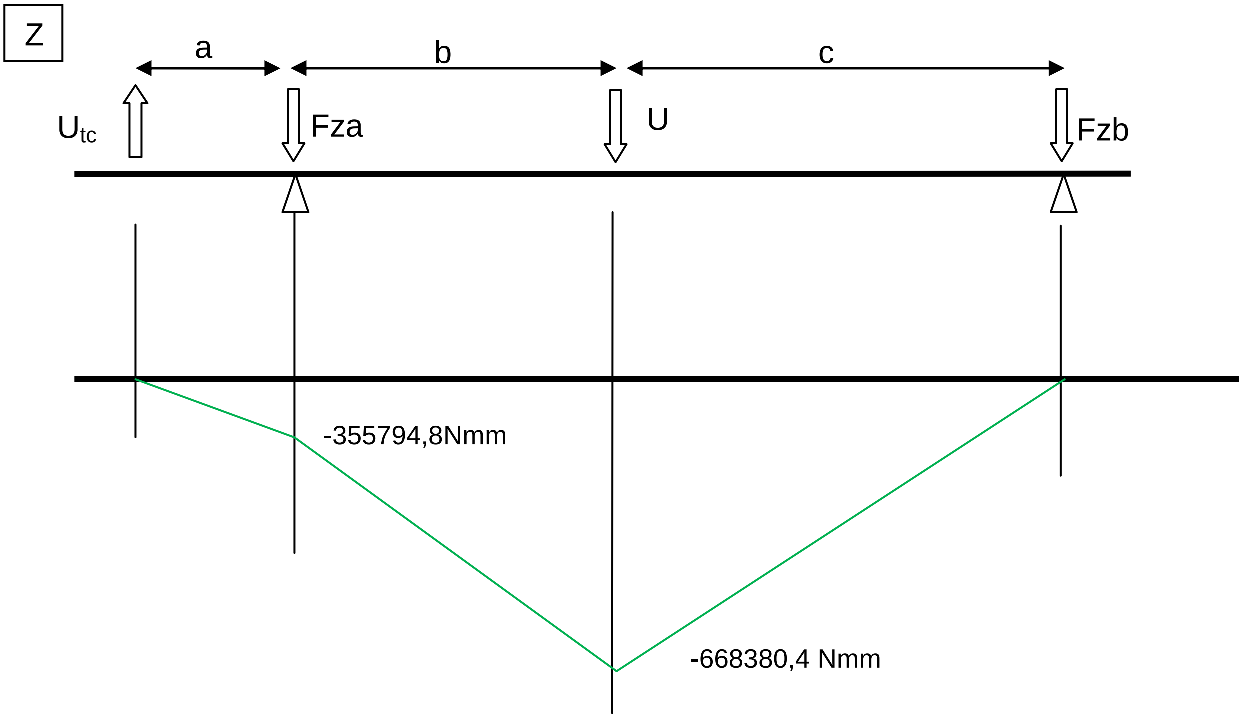
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1123606{,}9)^2 + (1{,}5 \cdot 561800)^2}} = 29{,}2mm$$

Marcha atrás:



Gráfica 3.16: eje intermedio y, marcha atrás



Gráfica 3.17: eje intermedio z, marcha atrás

U=22930,61 N

F_r=8346,059 N

R_{MA}=24,5 mm

a=40 mm
b=480 mm
c=30 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-F_{rtc}-F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{atc}-F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}+U-U_{tc}=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(b+c)+U*c-U_{tc}*(a+b+c)=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(b+c)+F_r*c\ -F_{atc}*R_{02}+F_{rtc}*(a+b+c)=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}= 7950{,}19\ N$$

$$F_{xb}=2926{,}2\ N$$

$$F_{zb}=-22279{,}38\ N$$

$$F_{za}=8243{,}65\ N$$

$$F_{ya}=3804{,}05\ N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

$$M_{tot} = \sqrt{238505{,}032^2 + 668380{,}4^2} = 709659{,}784Nmm$$

$$T = U \cdot R = 561800Nmm$$

Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 709659{,}784)^2 + (1{,}5 \cdot 561800)^2}} = 25{,}78mm$$

Después de calcular los diámetros en los apoyos de cada engranaje se constata que el eje tendrá diferentes diámetros a lo largo de su longitud:

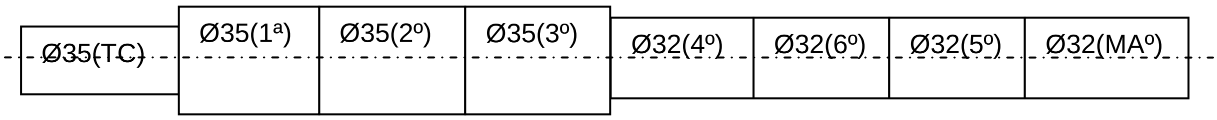
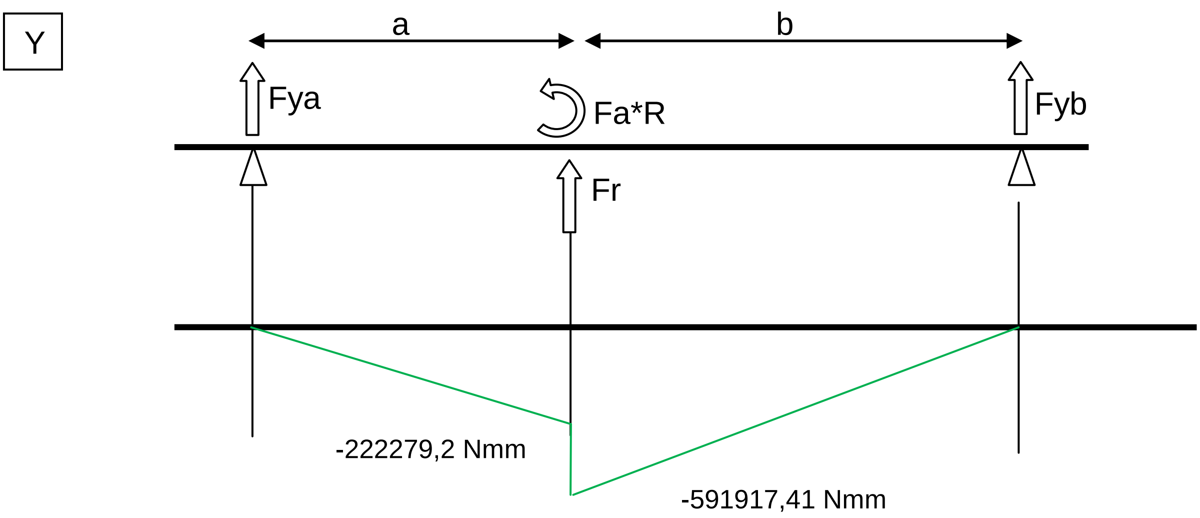


Imagen 3.6: diámetros del eje

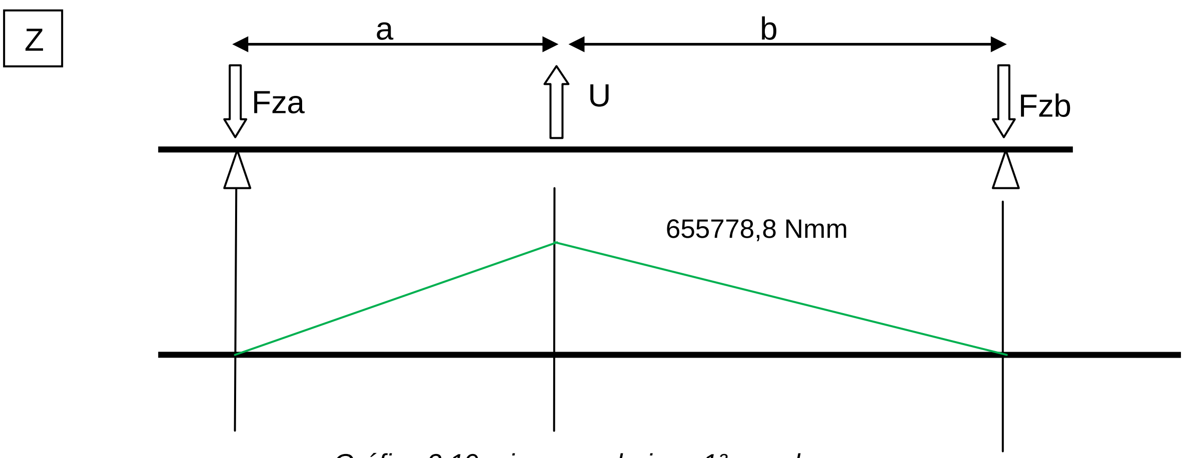
Eje secundario

Este eje tiene montados sobre él los engranajes que conectan con los del eje intermedio. Estos engranajes giran locos por medio de unos rodamientos de aguja y solo uno de ellos puede trabajar y transmitir la potencia al meter una marcha. La potencia que se transmite a estos engranajes se traslada al diferencial por medio del eje de transmisión.

1ª marcha:



Gráfica 3.18: eje secundario y, 1ª marcha



Gráfica 3.19: eje secundario z, 1ª marcha

U=17789,74N

F_a=5852,41N

F_r=6816,376N

R_{12}=63,16 mm

a=40mm
b=470mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}+F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=F_a$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}-U=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(a+b)-U*b=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(a+b)-F_r*b+F_a*R_{12}=0$$

Por lo tanto:

F_{yb}= -1259,4 N

F_{xb}=5852,41 N

F_{zb}=1395,27 N

F_{za}=16394,47 N

F_{ya}=-5556,98N

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

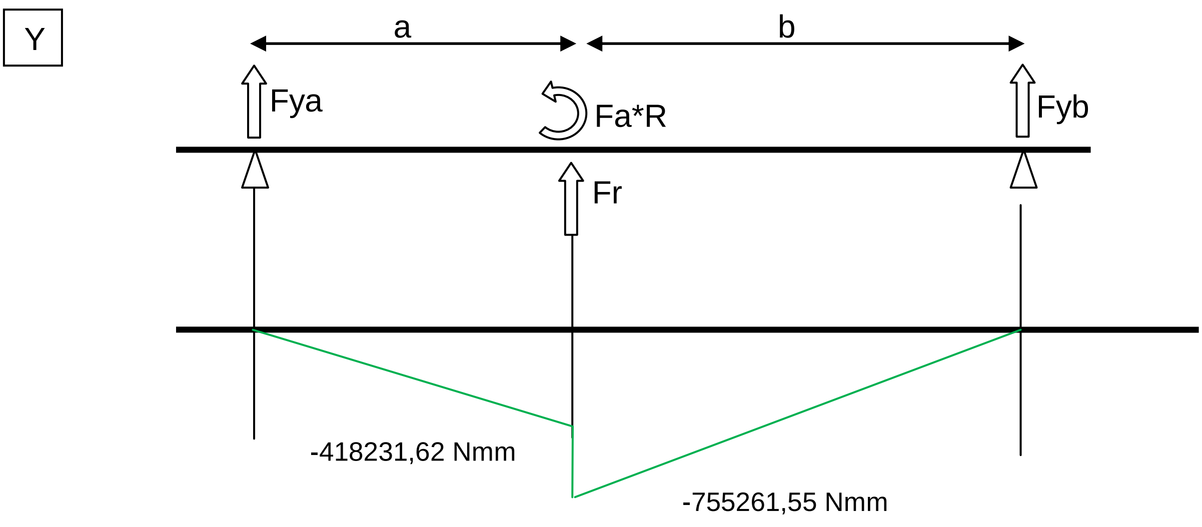
$$M_{tot} = \sqrt{591917{,}41^2 + 655778{,}8^2} = 883409{,}336Nmm$$

$$T = U \cdot R = 1123600Nmm$$

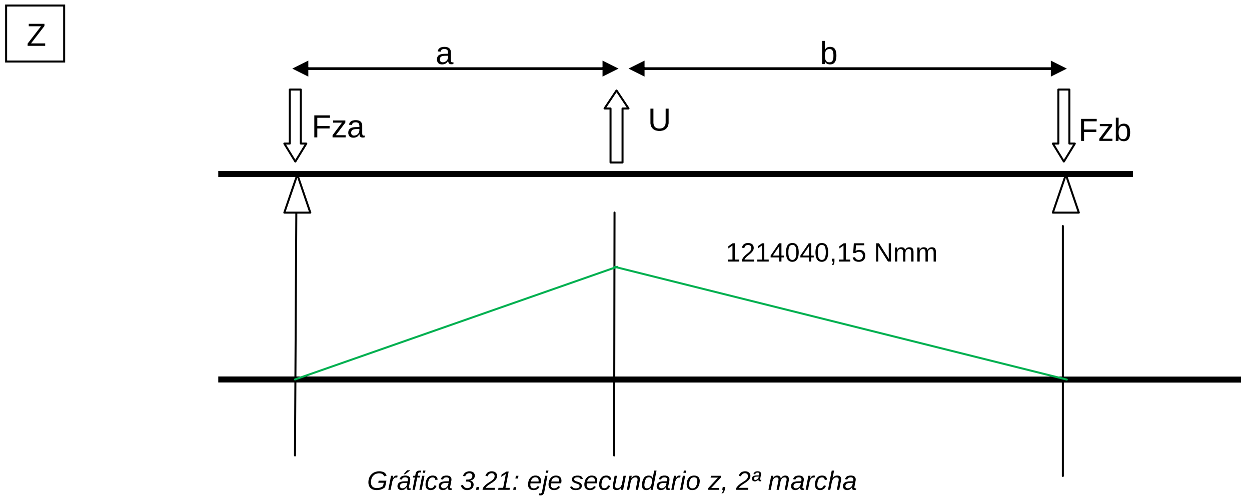
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 883409{,}336)^2 + (1{,}5 \cdot 1123600)^2}} = 29{,}37mm$$

<u>2ª marcha</u>:



Gráfica 3.20: eje secundario y, 2ª marcha



Gráfica 3.21: eje secundario z, 2ª marcha

U=12230,325N

F_a=6905,502N

F_r=5112,043N

R_{22}=48,806 mm

a=135mm
b=375mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}+F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=F_a$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}-U=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(a+b)-U*b=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(a+b)-F_r*b+F_a*R_{22}=0$$

Por lo tanto:

F_{yb}= -2014,03 N

F_{xb}=6905,5 N

F_{zb}=3237,43 N

F_{za}=8992,89 N

F_{ya}=-3098,012 N

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

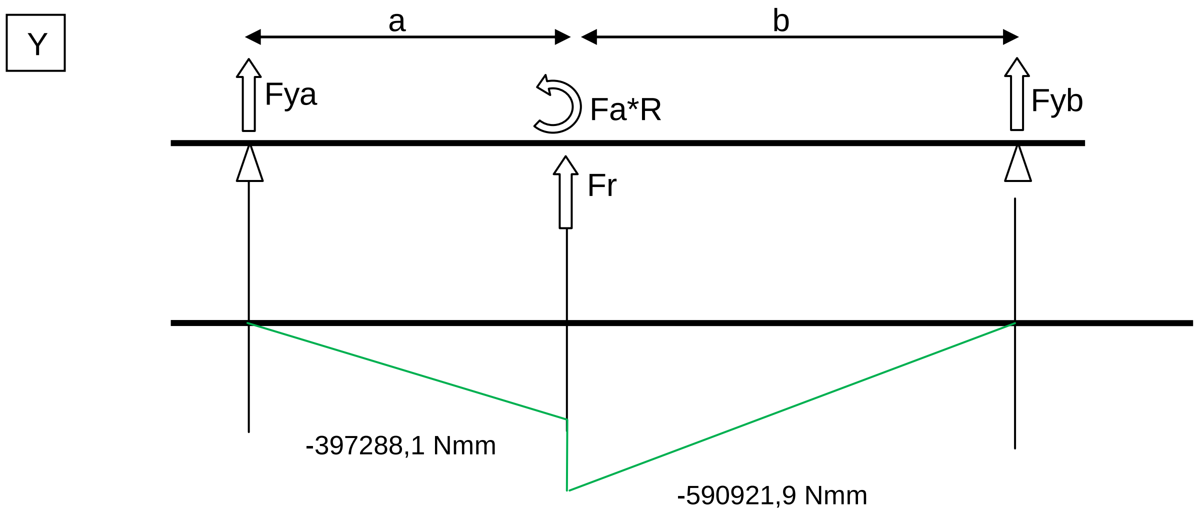
$$M_{tot} = \sqrt{755261{,}55^2 + 1214040{,}15^2} = 1429794{,}91Nmm$$

$$T = U \cdot R = 596913{,}24Nmm$$

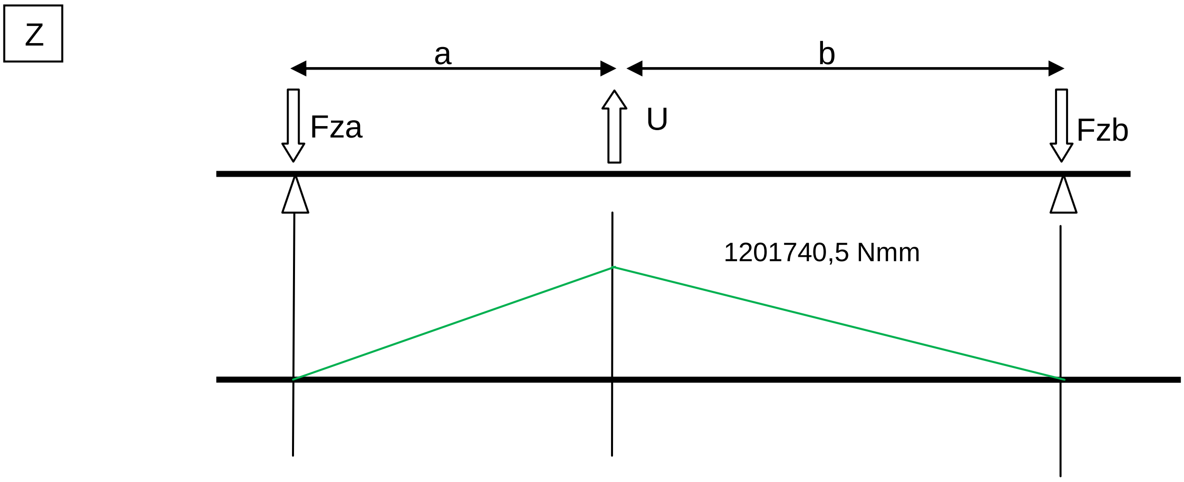
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1429794{,}91)^2 + (1{,}5 \cdot 596913{,}24)^2}} = 31{,}45mm$$

<u>3ª marcha</u>:



Gráfica 3.22: eje secundario y, 3ª marcha



Gráfica 3.23: eje secundario z, 3ª marcha

U=10080,384 N

F_a=4963,442 N

F_r=4089,531 N

R_{32}=39,012 mm

a=190 mm
b=320 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}+F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=F_a$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}-U=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(a+b)-U*b=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(a+b)-F_r*b+F_a*R_{32}=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}=-1998{,}54\ N$$

$$F_{xb}=4963{,}442\ N$$

$$F_{zb}=3755{,}44\ N$$

$$F_{za}=6324{,}95\ N$$

$$F_{ya}=-2090{,}99\ N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

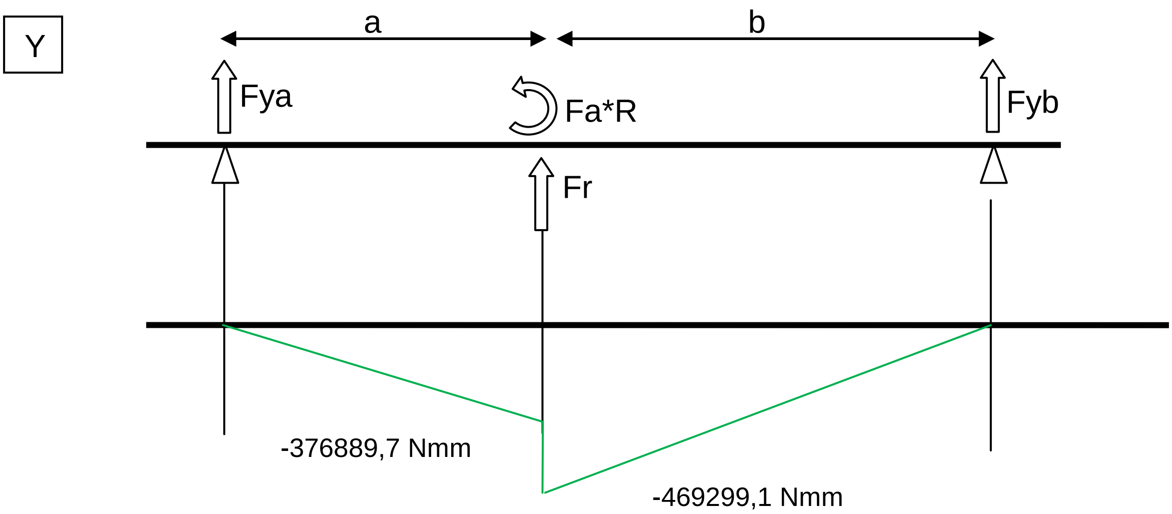
$$M_{tot} = \sqrt{590921{,}9^2 + 1201740{,}5^2} = 1339167{,}25Nmm$$

$$T = U \cdot R = 393255{,}94Nmm$$

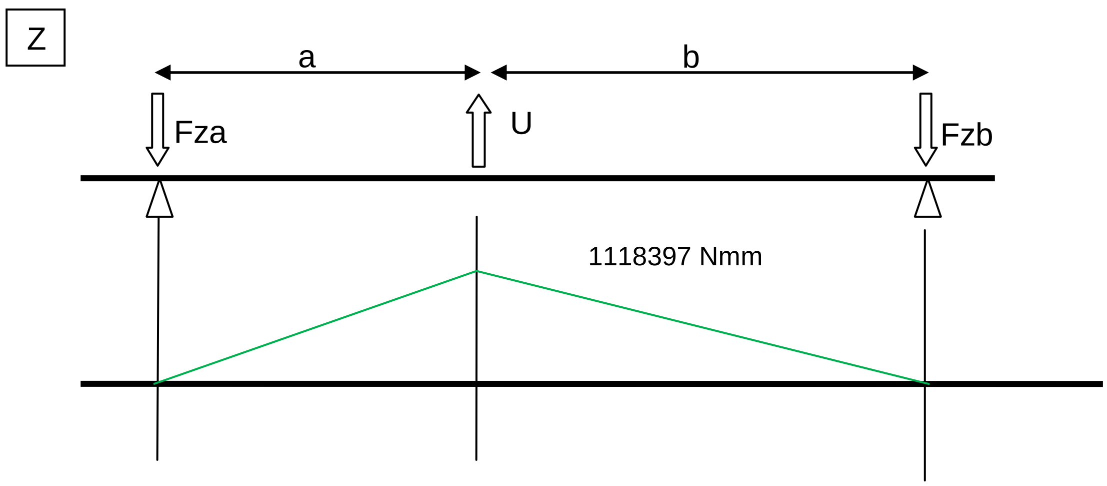
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1339167{,}25)^2 + (1{,}5 \cdot 393255{,}94)^2}} = 30{,}53mm$$

<u>4ª marcha</u>:



Gráfica 3.24: eje secundario y, 4ª marcha



Gráfica 3.25: eje secundario z, 4ª marcha

U=8894,87N

F_a=2926,2N

F_r=3408,188N

R_{42}=31,58 mm

a=285 mm
b=225 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}+F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=F_a$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}-U=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(a+b)-U*b=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(a+b)-F_r*b+F_a*R_{42}=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}= -2085{,}77\ N$$

$$F_{xb}=2926{,}2\ N$$

$$F_{zb}=4970{,}66\ N$$

$$F_{za}=3924{,}2\ N$$

$$F_{ya}=-1322{,}42\ N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

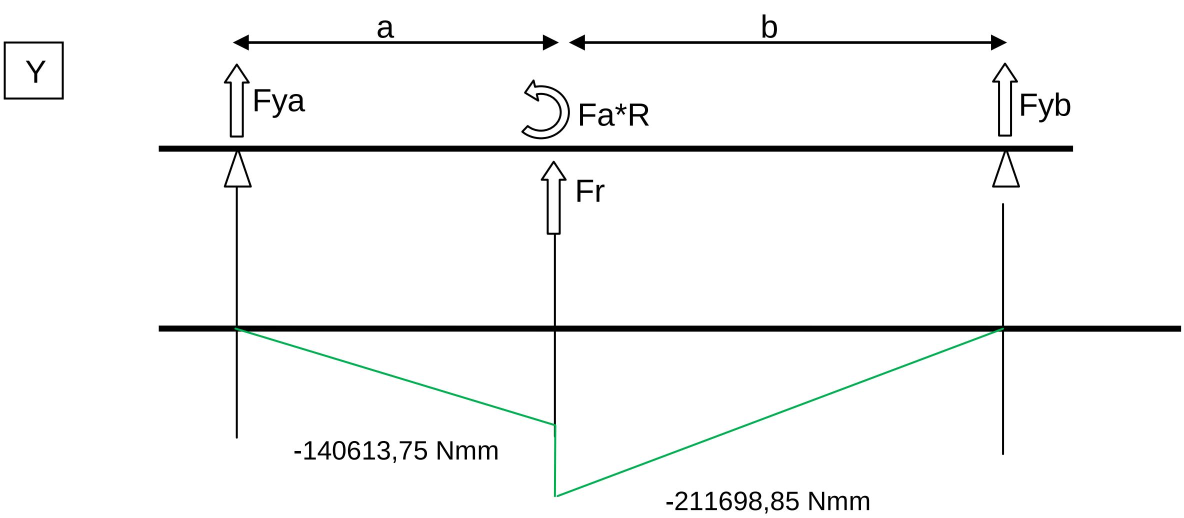
$$M_{tot} = \sqrt{469299{,}1^2 + 1118397^2} = 1212869{,}94Nmm$$

$$T = U \cdot R = 280900Nmm$$

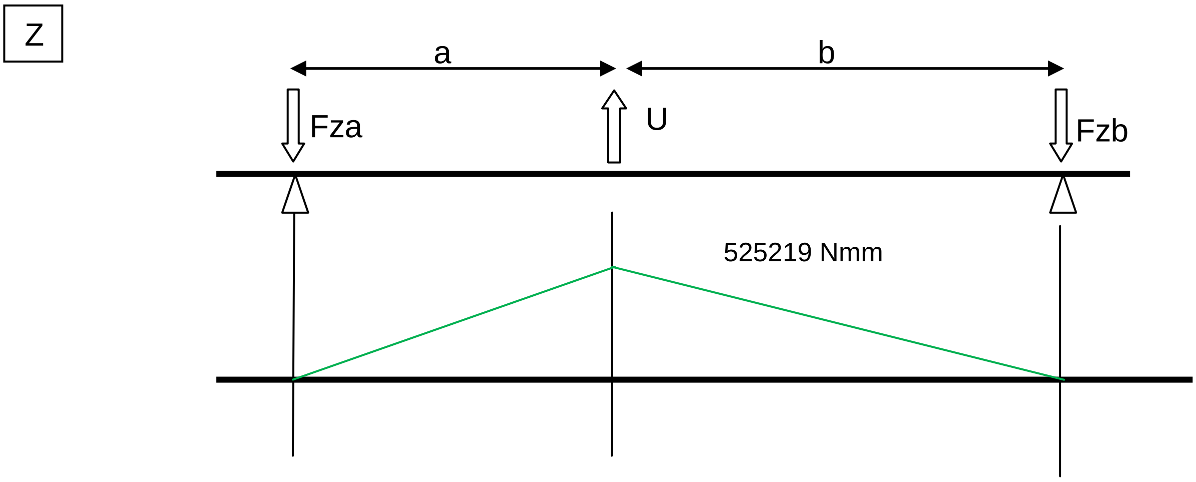
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1212869{,}94)^2 + (1{,}5 \cdot 280900)^2}} = 30{,}53mm$$

<u>5ª marcha</u>:



Gráfica 3.26: eje secundario y, 5ª marcha



Gráfica 3.27: eje secundario z, 5ª marcha

U=8210,329 N

F_a=2701,007 N

F_r=4089,531 N

R_{52}=26,318 mm

a=435 mm
b=75 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}+F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=F_a$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}-U=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(a+b)-U*b=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(a+b)-F_r*b+F_a*R_{52}=0$$

Por lo tanto:

F_{yb}= -2822,65 N

F_{xb}=2701,007 N

F_{zb}=7002,93 N

F_{za}=1207,4 N

F_{ya}=-323,25 N

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

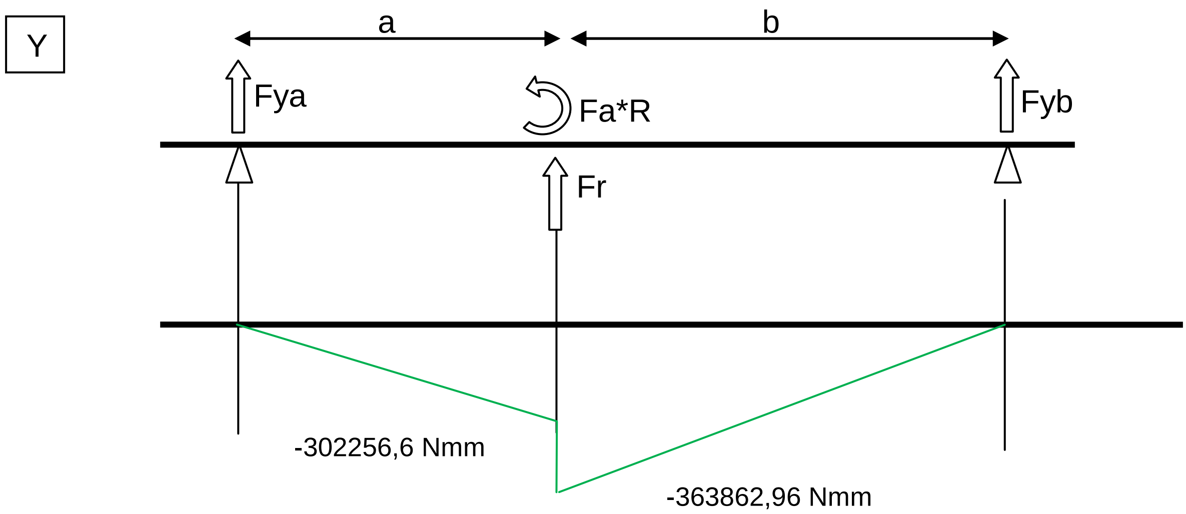
$$M_{tot} = \sqrt{211698{,}85^2 + 525219^2} = 566278{,}554Nmm$$

$$T = U \cdot R = 216079{,}44Nmm$$

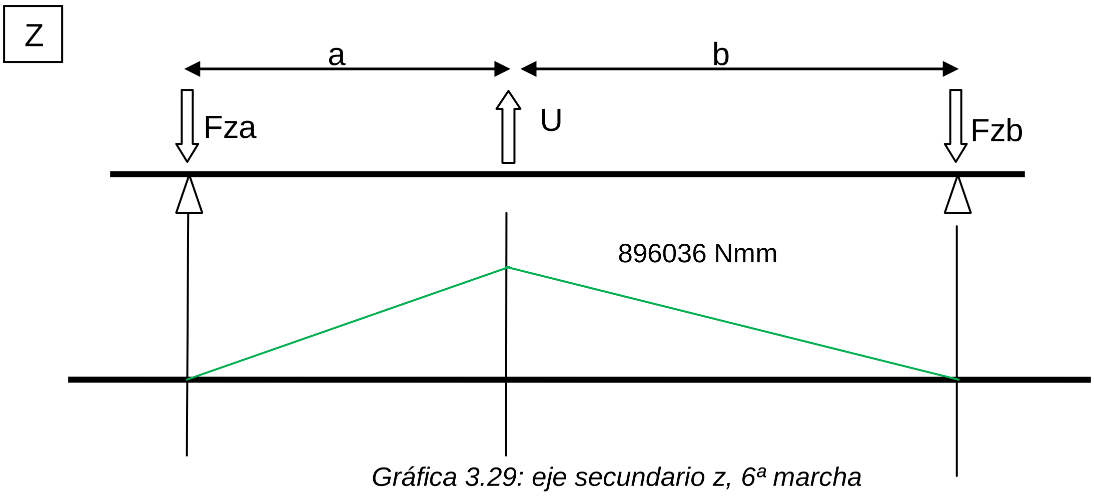
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 566278{,}554)^2 + (1{,}5 \cdot 216079{,}44)^2}} = 23{,}04mm$$

<u>6ª marcha</u>:



Gráfica 3.28: eje secundario y, 6ª marcha



Gráfica 3.29: eje secundario z, 6ª marcha

U=7906,217 N

F_a=2600,961 N

F_r=3029,372 N

R_{62}=23,686 mm

a=340 mm
b=170 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}+F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=F_a$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}-U=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(a+b)-U*b=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(a+b)-F_r*b+F_a*R_{62}=0$$

Por lo tanto:

F_{yb}= -2140,38 N

F_{xb}=2600,961 N

F_{zb}=5270,81 N

F_{za}=2635,4 N

F_{ya}=-888,99 N

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

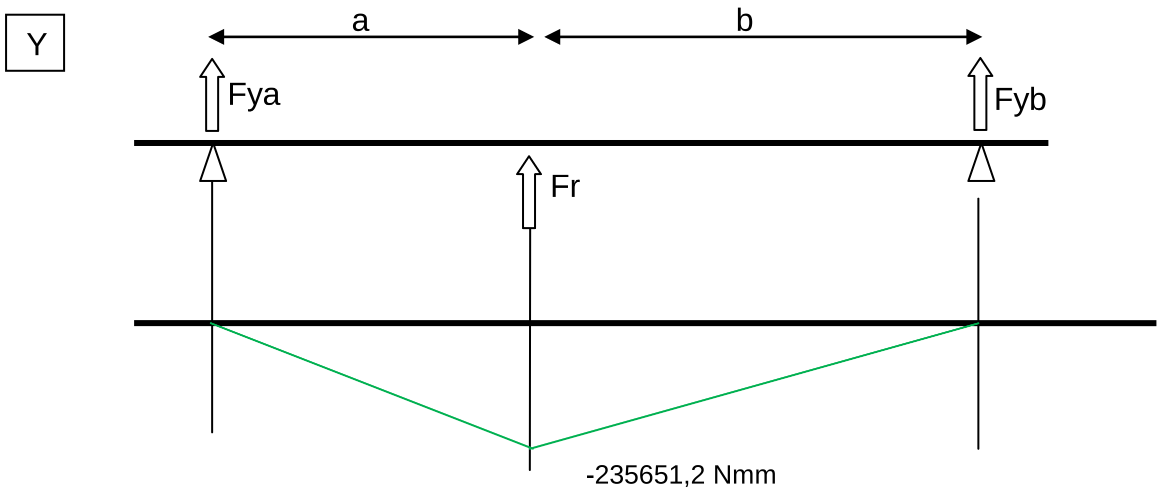
$$M_{tot} = \sqrt{363862{,}96^2 + 896036^2} = 967097{,}1Nmm$$

$$T = U \cdot R = 187266{,}65Nmm$$

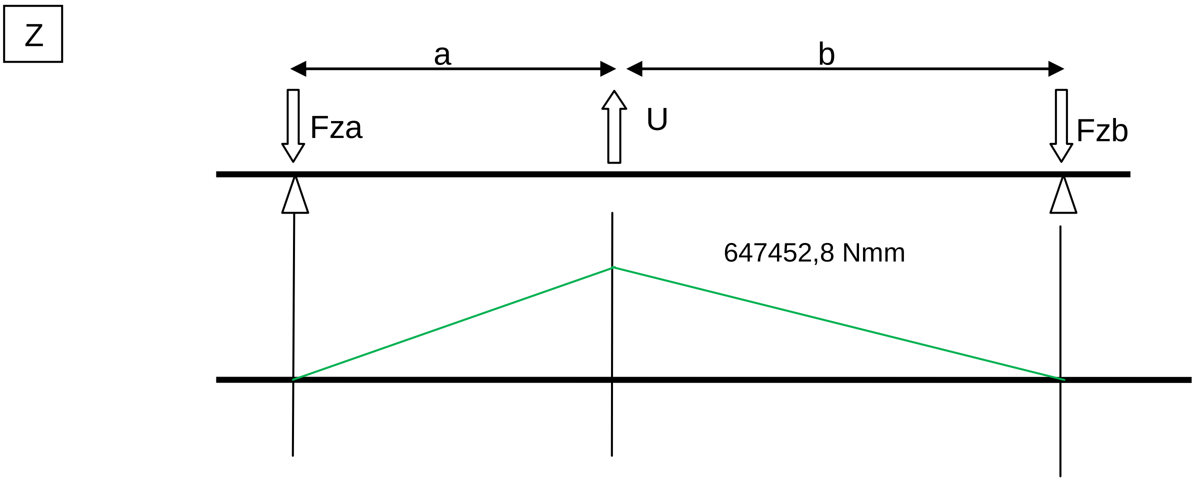
Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 967097{,}1)^2 + (1{,}5 \cdot 187266{,}65)^2}} = 27{,}28mm$$

Marcha atrás:



Gráfica 3.30: eje secundario y, marcha atrás



Gráfica 3.31: eje secundario z, marcha atrás

U=22930,61 N

F_r=8346,059 N

R_{MA}=45,5mm

a=480 mm
b=30 mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}+F_r=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=0$$

$$\sum F_z=0;\ F_{za}+F_{zb}-U=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ F_{za}*(a+b)-U*b=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*(a+b)-F_r*b=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}= -7855{,}11\ N$$

$$F_{xb}=0\ N$$

$$F_{zb}=21581{,}75\ N$$

$$F_{za}=1348{,}86\ N$$

$$F_{ya}=-490{,}94\ N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

$$M_{tot}=\sqrt{235651{,}2^2+647452{,}8^2}=689004{,}07Nmm$$

$$T = U \cdot R = 1043342{,}75Nmm$$

Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 689004{,}07)^2 + (1{,}5 \cdot 1043342{,}75)^2}} = 27{,}87mm$$

Después de calcular los diámetros en los apoyos de cada engranaje se decide utilizar el mismo diámetro a lo largo de todo el eje para facilitar su fabricación:

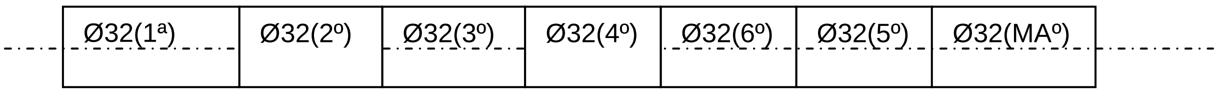


imagen 3.7: diámetros del eje

3.4.11 Cálculo de los rodamientos

En este apartado se calculará la vida útil de los rodamientos y posteriormente se seleccionarán de catalogo. Los rodamientos se calculan a fatiga a causa de las fuerzas que ejercen los elementos rodantes sobre las pistas de los anillos del rodamiento. Para el cálculo se utilizará la norma DIN y los rodamientos comerciales se obtendrán del catálogo de SKF.

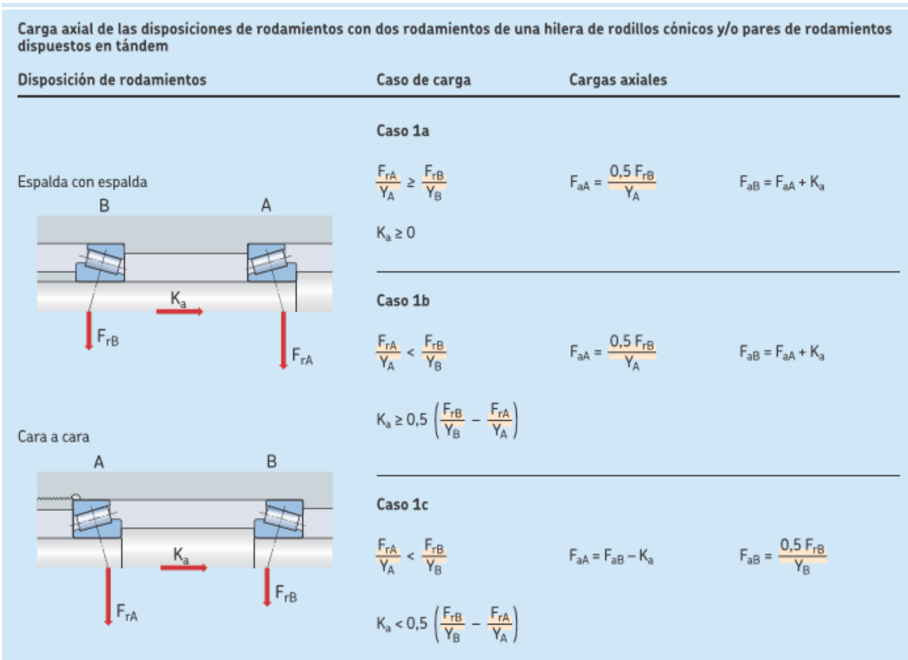


Imagen 3.8: tipos de montaje

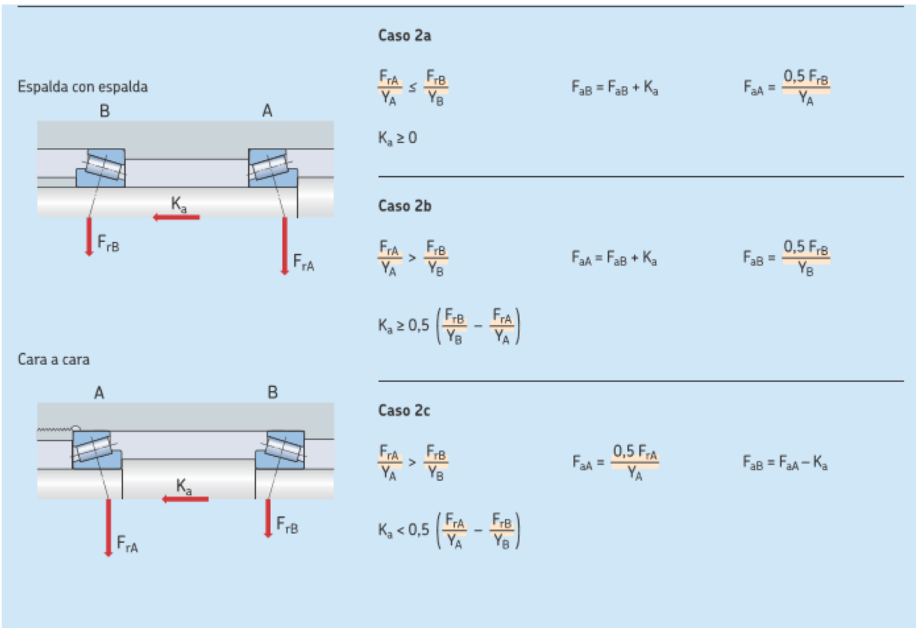


Imagen 3.9: tipos de montaje

Rodamientos en el eje principal

Para el eje principal se utilizarán unos rodamientos de rodillos cónicos colocados espalda con espalda ya que soportan mayor carga que los colocados de cara.

Las cargas que deben soportar los rodamientos son las siguientes:

carga radial(A)= 10122,1 N

carga radial(B)= 19534,48 N

carga axial (A)= 2916,2 N

Debido a la utilización de rodamientos de rodillos cónicos es necesario elegir el rodamiento previamente a ser calculado, una vez calculado se comprobará que soporta las cargas.

32306 J2/Q	
d	30mm
D	72mm
T	28,75mm
C	76,5KN
Y	1,9

Tabla 3.8: dimensiones rodamiento comercial

Una vez obtenidos los datos del catálogo, se utilizan para conseguir la carga equivalente que soporta el rodamiento:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 2926{,}2 \\ \frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{10122{,}1}{1{,}9} < \frac{19534{,}48}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\frac{F_{rB}}{Y} - \frac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\frac{19534{,}48}{1{,}9} - \frac{10122{,}1}{1{,}9}\right) = 2476{,}94 < 2926{,}2 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2b}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento, se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 2663{,}71 + 2926{,}2 = 5589{,}91\ N = 5{,}589\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rA}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 10122{,}1}{1{,}9} = 2663{,}71\ N = 2{,}663\ KN$$

Los rodamientos tendrán una vida de 5000h y el eje gira a 4600h rpm; además, por motivos de seguridad, se utiliza una fiabilidad del 95%:

$$L = 5000h \cdot 4600rpm \cdot \frac{60h}{min} = 1380 \cdot 10^6 rev$$

Por lo tanto la vida nominal será:

$$L_{10} = \frac{L}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = \frac{1380}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = 2231{,}3rev$$

Una vez conocidos los valores de la vida nominal y de la carga equivalente se calcula la capacidad dinámica de carga:

$$C_B = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 5{,}589 \cdot 2231{,}3^{3/10} = 56{,}48\ KN < 76{,}5\ KN$$

$$C_A = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 2{,}663 \cdot 2231{,}3^{3/10} = 26{,}91\ KN < 76{,}5\ KN$$

Rodamientos en el eje intermedio

Para el eje intermedio se disponen dos rodamientos con montaje directo de los que las características principales son las siguientes:

32306 J2/Q	
d	30mm
D	72mm
T	28,75mm
C	76,5KN
Y	1,9

Tabla 3.9: dimensiones rodamiento comercial

Las cargas que deben soportar los rodamientos varían dependiendo de la marcha seleccionada:

MARCHA	C. RADIAL A (N)	C. RADIAL B (N)	C. AXIAL (N)
1ª	12058,75	2109,91	-2926,21
2ª	7717,26	4020,9	-3979,3
3ª	7205,02	4581,28	-2037,24
4ª	7678,07	5900,02	0
5ª	9350,62	8070,65	225,193
6ª	8387,68	1753,97	325,24
MA	9079,02	2655,36	2926,2

Tabla 3.10: cargas que deben soportar los rodamientos

Una vez conocidos tanto los datos del catálogo como las fuerzas que debe soportar cada rodamiento, se calcula la carga equivalente que soporta cada rodamiento:

1ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 5852{,}41-2926{,}2=2926{,}2N \\ \dfrac{F_{rA}}{Y}=\dfrac{F_{rB}}{Y}\rightarrow\dfrac{12058{,}75}{1{,}9}>\dfrac{2109{,}91}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rA}}{Y}-\dfrac{F_{rB}}{Y}\right)=0{,}5\left(\dfrac{12058{,}75}{1{,}9}-\dfrac{2109{,}91}{1{,}9}\right)=2618{,}11<2926{,}2 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2b}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA}=F_{aB}+K_a=555{,}24+2926{,}2=3481{,}45\ N=3{,}481\ KN$$

$$F_{aB}=\frac{0{,}5\cdot F_{rB}}{Y}=\frac{0{,}5\cdot 2109{,}91}{1{,}9}=555{,}24\ N=0{,}555\ KN$$

2ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 6905{,}502-2926{,}2=3979{,}3\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{7717{,}26}{1{,}9} > \dfrac{4020{,}9}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rA}}{Y} - \dfrac{F_{rB}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{7717{,}26}{1{,}9} - \dfrac{4020{,}9}{1{,}9}\right) = 972{,}72 < 3979{,}3 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2b}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} + K_a = 1058{,}13 + 3979{,}3 = 5037{,}43\ N = 5{,}037\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 4020{,}9}{1{,}9} = 1058{,}13\ N = 1{,}058\ KN$$

3ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 4963{,}442-2926{,}2=2037{,}24\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{7205{,}02}{1{,}9} > \dfrac{4581{,}28}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rA}}{Y} - \dfrac{F_{rB}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{7205{,}02}{1{,}9} - \dfrac{4581{,}28}{1{,}9}\right) = 690{,}45 < 2037{,}24 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2b}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} + K_a = 1205{,}6 + 2037{,}24 = 3242{,}84\ N = 3{,}242\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 4581{,}28}{1{,}9} = 1205{,}6\ N = 1{,}205\ KN$$

4ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a = 0 \text{ N} \\ \frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{7678{,}07}{1{,}9} > \frac{5900{,}02}{1{,}9} \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} - K_a = 2020{,}54\ N = 2{,}02\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rA}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 7678{,}07}{1{,}9} = 2020{,}54\ N = 2{,}02\ KN$$

5ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longrightarrow 2926{,}2\text{-}2701{,}007\text{=}225{,}193 \text{ N} \\ \frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{9350{,}62}{1{,}9} > \frac{8070{,}65}{1{,}9} \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1a}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 2123{,}85 + 225{,}193 = 2349{,}04\ N = 2{,}349\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 8070{,}65}{1{,}9} = 2123{,}85\ N = 2{,}123\ KN$$

6ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longrightarrow 2926{,}2-2600{,}961=325{,}24\ \text{N} \\ \frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{8387{,}68}{1{,}9} > \frac{1753{,}97}{1{,}9} \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1a}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 461{,}57 + 325{,}24 = 786{,}81\ N = 0{,}786\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 1753{,}97}{1{,}9} = 461{,}57\ N = 0{,}461\ KN$$

Marcha atrás:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longrightarrow 2926{,}2\text{N} \\ \frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{9079{,}02}{1{,}9} < \frac{23655{,}36}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\frac{F_{rB}}{Y} - \frac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\frac{23655{,}36}{1{,}9} - \frac{9079{,}02}{1{,}9}\right) = 3835{,}87 > 2926{,}2 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} + K_a = 6225{,}09 + 2926{,}2 = 3298{,}89\ N = 3{,}298\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 23655{,}36}{1{,}9} = 6225{,}09\ N = 6{,}225\ KN$$

Cada una de las marchas será utilizada por un determinado tiempo en función de su uso, por lo tanto, se le asocia un porcentaje de tiempo:

MARCHA	DURACION (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1500	30
3ª	1200	24
4ª	1050	21
5ª	500	10
6ª	250	5
MA	100	2

Tabla 3.11: duración de cada marcha

Una vez obtenidos los porcentajes se calcula la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[a]{F_1^a \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^a \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^a \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^a \cdot \frac{q_4}{100} + F_5^a \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^a \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^a \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$ Fórmula 3.27

$$F_{eA} = \sqrt[10/3]{87{,}42} = 3{,}82\ KN$$

$$F_{eB} = \sqrt[10/3]{13{,}62} = 2{,}19\ KN$$

Los rodamientos tendrán una vida de 5000h y el eje gira a 2300h rpm; además, por motivos de seguridad, se utiliza una fiabilidad del 95%:

$$L = 5000h \cdot 2300rpm \cdot \frac{60h}{min} = 690 \cdot 10^6 rev$$

Por lo tanto la vida nominal será:

$$L_{10} = \frac{L}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = \frac{690}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = 1115.6rev$$

Una vez conocidos los valores de la vida nominal y de la carga equivalente se calcula la capacidad dinámica de carga:

$$C_B = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 2{,}19 \cdot 1115.6^{3/10} = 17{,}97\ KN < 76{,}5\ KN$$

$$C_A = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 3{,}82 \cdot 1115.6^{3/10} = 31{,}35\ KN < 76{,}5\ KN$$

Rodamientos en el eje secundario

Para el eje intermedio se disponen dos rodamientos con montaje directo cuyas características principales son las siguientes:

32306 J2/Q	
d	30mm
D	72mm
T	28,75mm
C	76,5KN
Y	1,9

Tabla 3.12: dimensiones rodamiento comercial

Las cargas que deben soportar los rodamientos varían dependiendo de la marcha seleccionada:

MARCHA	C. RADIAL A (N)	C. RADIAL B (N)	C. AXIAL (N)
1ª	17310,65	1879,59	5852,41
2ª	9511,55	3812,77	6905,5
3ª	666,62	4254,11	4963,442
4ª	4141,03	5390,53	2926,2
5ª	1249,92	7550,39	2701,007
6ª	2781,3	5688,82	2600,961
MA	1435,42	22966,82	0

Tabla 3.13: fuerzas que deben soportar los rodamientos

Una vez conocidos tanto los datos del catálogo como las fuerzas que debe soportar cada rodamiento, se calcula la carga equivalente que soporta cada rodamiento.

1ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longrightarrow 5852{,}41\ N \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{17310{,}65}{1{,}9} > \dfrac{1879{,}59}{1{,}9} \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1a}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 494{,}62 + 5852{,}41 = 6347{,}03\ N = 6{,}34\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 1879{,}59}{1{,}9} = 494{,}62\ N = 0{,}49\ KN$$

2ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longrightarrow 6905{,}5\ N \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{9511{,}55}{1{,}9} > \dfrac{3812{,}77}{1{,}9} \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1a}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 1003{,}36 + 6905{,}5 = 7908{,}86\ N = 7{,}908\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 3812{,}77}{1{,}9} = 1003{,}36\ N = 1{,}003\ KN$$

3ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longrightarrow 4963{,}442\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{6661{,}62}{1{,}9} > \dfrac{4254{,}11}{1{,}9} \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1a}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 1119{,}5 + 4963{,}442 = 6082{,}94\ N = 6{,}082\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 4254{,}11}{1{,}9} = 1119{,}5\ N = 1{,}119\ KN$$

4ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longrightarrow 2926{,}2\text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{4141{,}03}{1{,}9} < \dfrac{5390{,}53}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rB}}{Y} - \dfrac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{5390{,}53}{1{,}9} - \dfrac{4141{,}03}{1{,}9}\right) = 328{,}81 < 2926{,}2 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1b}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 1418{,}56 + 2926{,}2 = 4344{,}76\ N = 4{,}344\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0,5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 5390,53}{1,9} = 1418,56\ N = 1,418\ KN$$

5ª marcha:

$$\left.\begin{array}{r} k_a \longrightarrow 2701,007\text{N} \\ \frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{1249,92}{1,9} < \frac{7550,39}{1,9} \\ 0,5\left(\frac{F_{rB}}{Y} - \frac{F_{rA}}{Y}\right) = 0,5\left(\frac{7550,39}{1,9} - \frac{1249,92}{1,9}\right) = 1658,01 < 2701,007 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1b}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 1986,94 + 2701,007 = 4687,94\ N = 4,687\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0,5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 7550,39}{1,9} = 1986,94\ N = 1,986\ KN$$

6ª marcha:

$$\left.\begin{array}{r} k_a \longrightarrow 2600,961\text{N} \\ \frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{2781,3}{1,9} < \frac{5688,82}{1,9} \\ 0,5\left(\frac{F_{rB}}{Y} - \frac{F_{rA}}{Y}\right) = 0,5\left(\frac{5688,82}{1,9} - \frac{2781,3}{1,9}\right) = 765,13 < 2600,961 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 1b}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 1497{,}05 + 2600{,}961 = 4098{,}011\ N = 4{,}098\ KN$$

$$F_{aA} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 5688{,}82}{1{,}9} = 1497{,}05\ N = 1{,}497\ KN$$

Marcha atrás:

$$\left.\begin{array}{c} k_a = 0N \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{1435{,}42}{1{,}9} < \dfrac{22966{,}82}{1{,}9} \end{array}\right\}\ \boxed{\textbf{caso 1c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} + K_a = 6043{,}9 + 0 = 6043{,}9\ N = 6{,}043\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 22966{,}82}{1{,}9} = 6043{,}9\ N = 6{,}043\ KN$$

Cada una de las marchas será utilizada por un determinado tiempo en función de su uso, por lo tanto, se le asocia un porcentaje de tiempo:

MARCHA	DURACION (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1500	30
3ª	1200	24
4ª	1050	21
5ª	500	10
6ª	250	5
MA	100	2

Tabla 3.14: tiempo de cada marcha

Una vez obtenidos los porcentajes se calcula la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[a]{F_1^a \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^a \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^a \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^a \cdot \frac{q_4}{100} + F_5^a \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^a \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^a \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_{eA} = \sqrt[10/3]{10{,}54} = 2{,}02\ KN$$

$$F_{eB} = \sqrt[10/3]{490{,}73} = 6{,}42\ KN$$

Los rodamientos tendrán una vida de 5000h pero, puesto que cada una de las marchas gira a una velocidad diferente, la duración del rodamiento también lo será:

$$L_1 = 400h \cdot 1150rpm \cdot \frac{60h}{min} = 27{,}6 \cdot 10^6 rev$$
$$L_2 = 1500h \cdot 6164rpm \cdot \frac{60h}{min} = 194{,}76 \cdot 10^6 rev$$
$$L_3 = 1200h \cdot 3285{,}78rpm \cdot \frac{60h}{min} = 236{,}57 \cdot 10^6 rev$$
$$L_4 = 1050h \cdot 4600rpm \cdot \frac{60h}{min} = 289{,}8 \cdot 10^6 rev$$
$$L_5 = 500h \cdot 5979{,}98rpm \cdot \frac{60h}{min} = 179{,}39 \cdot 10^6 rev$$
$$L_6 = 250h \cdot 6900rpm \cdot \frac{60h}{min} = 103{,}5 \cdot 10^6 rev$$
$$L_{MA} = 100h \cdot 1238{,}47rpm \cdot \frac{60h}{min} = 7{,}43 \cdot 10^6 rev$$
$$L_{tot} = 1039{,}05 \cdot 10^6 rev$$

Por lo tanto la vida nominal será teniendo en cuenta la fiabilidad del 95%:

$$L_{10} = \frac{L}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = \frac{1039{,}05}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = 1680rev$$

Una vez conocidos los valores de la vida nominal y de la carga equivalente se calcula la capacidad dinámica de carga:

$$C_B = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 6{,}42 \cdot 1680^{3/10} = 59{,}58\ KN < 76{,}5\ KN$$

$$C_A = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 2{,}02 \cdot 1680^{3/10} = 18{,}74\ KN < 76{,}5\ KN$$

Rodamientos en las ruedas del eje secundario

Las ruedas del eje secundario giran locas hasta que el sincronizador las une al eje. Es por eso que se utilizan rodamientos de aguja que permiten el giro libre del engranaje. La carga que deben soportar estos rodamientos es la carga que soporta el engranaje que va montado sobre él y, al igual que con los rodamientos de rodillos cónicos, se utilizará el catálogo SKF.

El procedimiento es el mismo que con los demás engranajes, solo que en este caso el cálculo de la fuerza que soporta el engranaje es más simple.

$$F_{tot} = \sqrt{U^2 + F_r^2}$$ *Fórmula 3.28*

1ª marcha:

$$F_e = F_{tot} = \sqrt{17789{,}74^2 + 6816{,}376^2} = 19050{,}92\ N = 19{,}05\ KN$$

$$L_1 = 320h \cdot 1150rpm \cdot \frac{60h}{min} = 22{,}08 \cdot 10^6 rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = \frac{22{,}08}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = 35{,}66 rev$$

$$C = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 19{,}05\ \cdot 35{,}66^{3/10} = 55{,}66\ KN$$

Una vez es conocida la capacidad dinámica de carga se elige un rodamiento que soporte esas fuerzas.

En este caso se opta por utilizar dos rodamientos ya que las fuerzas son muy grandes.

2 rodamientos K32x40x25	
d	32mm
D	40mm
T	25mm
C	35,8KN

Tabla 3.15: dimensiones rodamiento comercial

<u>2ª marcha</u>:

$$F_e = F_{tot} = \sqrt{12230{,}325^2 + 5112{,}043^2} = 13255{,}7\ N = 13{,}255\ KN$$

$$L_2 = 1200h \cdot 2164rpm \cdot \frac{60h}{min} = 155{,}8 \cdot 10^6 rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = \frac{155{,}8}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = 251{,}67 rev$$

$$C = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 13{,}255 \ \cdot 251{,}67^{3/10} = 69{,}6\ KN$$

Una vez es conocida la capacidad dinámica de carga se elige un rodamiento que soporte esas fuerzas.

En este caso se opta por utilizar dos rodamientos ya que las fuerzas son muy grandes.

2 rodamientos K32x40x25	
d	32mm
D	40mm
T	25mm
C	35,8KN

Tabla 3.16: dimensiones rodamiento comercial

3ª marcha:

$$F_e = F_{tot} = \sqrt{10080{,}384^2 + 4089{,}531^2} = 10878{,}34\,N = 10{,}878\,KN$$

$$L_3 = 960h \cdot 3285{,}78rpm \cdot \frac{60h}{min} = 189{,}26 \cdot 10^6 rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = \frac{189{,}26}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = 251{,}67rev$$

$$C = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 10{,}878 \cdot 251{,}67^{3/10} = 60{,}55\,KN$$

Una vez es conocida la capacidad dinámica de carga se elige un rodamiento que soporte esas fuerzas.

En este caso se opta por utilizar dos rodamientos ya que las fuerzas son muy grandes.

2 rodamientos K32x40x25	
d	32mm
D	40mm
T	25mm
C	35,8KN

Tabla 3.17: dimensiones rodamiento comercial

4ª marcha:

$$F_e = F_{tot} = \sqrt{8894{,}87^2 + 3408{,}188^2} = 9525{,}46\,N = 9{,}525\,KN$$

$$L_4 = 840h \cdot 4600rpm \cdot \frac{60h}{min} = 231{,}84 \cdot 10^6 rev$$

$$L_{10}=\frac{L}{4{,}48\cdot\left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}}=\frac{231{,}84}{4{,}48\cdot\left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}}=374{,}5rev$$

$$C=F_e\cdot(L_{10})^{1/a}=9{,}525\ \cdot 374{,}5^{3/10}=56{,}35\ KN$$

Una vez es conocida la capacidad dinámica de carga se elige un rodamiento que soporte esas fuerzas.

En este caso se opta por utilizar dos rodamientos ya que las fuerzas son muy grandes.

2 rodamientos K35x40x25	
d	35mm
D	40mm
T	25mm
C	35,8KN

Tabla 3.18: dimensiones rodamiento comercial

<u>5ª marcha</u>:

$$F_e=F_{tot}=\sqrt{8210{,}329^2+3145{,}897^2}=8792{,}39\ N=8{,}792\ KN$$

$$L_5=400h\cdot 5979{,}98rpm\cdot\frac{60h}{min}=143{,}51\cdot 10^6rev$$

$$L_{10}=\frac{L}{4{,}48\cdot\left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}}=\frac{143{,}51}{4{,}48\cdot\left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}}=231{,}82rev$$

$$C=F_e\cdot(L_{10})^{1/a}=8{,}792\ \cdot 231{,}82^{3/10}=45{,}04\ KN$$

Una vez es conocida la capacidad dinámica de carga se elige un rodamiento que soporte esas fuerzas.

En este caso se opta por utilizar dos rodamientos ya que las fuerzas son muy grandes.

rodamiento K32x37x27	
d	32mm
D	37mm
T	27mm
C	28,6KN

Tabla 3.19: dimensiones rodamiento comercial

rodamiento K32x37x17	
d	32mm
D	37mm
T	17mm
C	19KN

Tabla 3.20: dimensiones rodamiento comercial

6ª marcha:

$$F_e = F_{tot} = \sqrt{7906{,}217^2 + 3029{,}372^2} = 8466{,}72\ N = 8{,}466\ KN$$

$$L_5 = 200h \cdot 6900rpm \cdot \frac{60h}{min} = 82{,}8 \cdot 10^6 rev$$

$$L_{10} = \frac{L}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = \frac{82{,}8}{4{,}48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)\right]^{1/1{,}5}} = 133{,}75rev$$

$$C = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 8{,}466\ \cdot 133{,}75^{3/10} = 36{,}77\ KN$$

Una vez es conocida la capacidad dinámica de carga se elige un rodamiento que soporte esas fuerzas.

En este caso se opta por utilizar dos rodamientos ya que las fuerzas son muy grandes.

2 rodamientos K32x37x17	
d	32mm
D	37mm
T	17mm
C	19KN

Tabla 3.21: dimensiones rodamiento comercial

3.4.12 Cálculo de los sincronizadores

La función principal de los sincronizadores es unir los engranajes que giran locos al eje para que puedan transmitir la potencia a las ruedas. Constan de dos componentes, la cuba esta estriada y unida al eje, además tiene un estriado exterior que permite que la corona se desplace al elegir una marcha y pueda engranar con el engranaje necesario.

La norma que se sigue para dimensionarlos es la DIN 5480 para estriados.

Imagen 3.10: despiece de sincronizador

Cálculo de la longitud del nervado

El estriado debe tener una longitud lo suficientemente larga para que pueda transmitir las fuerzas y el par del engranaje. Conociendo el diámetro del eje y el modulo y mediante la utilización de la norma DIN 5480 se puede conocer el número de dientes que debe tener el estriado para hacer el cálculo de la longitud.

Table 1 : Preferred series, reference diameters d_B from 6 mm to 58 mm

d_B mm	Number of teeth z for module m													
	0,5	**0,6**	**0,75**	**0,8**	**1**	**1,25**	**1,5**	**1,75**	**2**	**2,5**	**3**	**4**	**5**	**6**
28	54	45	36	34	26	21	17	14	12	10	8			
29	56	47	37	35	28	22	18	15						
30	58	48	38	36	28	22	18	16	13,14	10	8			
31	60	50	40	37	30	23	19	16						
32	62	52	41	38	30	24	20	17	14	11	9	6		
33	64	54	42	40	32	25	20	17						
34	66	55	44	41	32	26	21	18						

Tabla 3.22: dientes del estriado

Para el cálculo de la longitud se utilizan las siguientes fórmulas:

$$F = \frac{T}{r}$$ *Fórmula 3.29*

$$L = K \cdot \frac{F}{h \cdot z \cdot p}$$ *Fórmula 3.30*

$$h = 0{,}5 \cdot (d_1 - d_2)$$ *Fórmula 3.31*

$$d_2 = d_1 - 2 \cdot m$$ *Fórmula 3.32*

F= fuerza tangencial en el eje [N]

T= par torsor [Nmm]

r= radio del eje [mm]

L= longitud del nervado [mm]

k= factor de soporte (1,15 para centrado flaco)

h= altura portante de los nervios [mm]

z= número de nervios

p= presión en los flancos de los nervios (100 N/mm^2)

d= diámetro del eje [mm]

Sincronizador 1ª y 2ª marcha:

El modulo es 2 y el eje tiene un diámetro de 32 mm en esta sección por lo que según la norma DIN 5480 el estriado tendrá 14 dientes.

$$d_2 = 32 - 2 \cdot 2 = 28mm$$

$$h = 0{,}5 \cdot (32 - 28) = 2mm$$

$$F = \frac{1123600}{16} = 70225\ N$$

$$L = 1{,}15 \cdot \frac{70225}{2 \cdot 14 \cdot 100} = 28{,}84\ mm$$

Sincronizador 3ª y 4ª marcha:

El modulo es 2 y el eje tiene un diámetro de 32 mm en esta sección por lo que según la norma DIN 5480 el estriado tendrá 14 dientes.

$$d_2 = 32 - 2 \cdot 2 = 28mm$$

$$h = 0{,}5 \cdot (32 - 28) = 2mm$$

$$F = \frac{393255{,}94}{16} = 24578{,}49\ N$$

$$L = 1{,}15 \cdot \frac{24578{,}49}{2 \cdot 14 \cdot 100} = 10{,}1\ mm$$

Sincronizador 5ª y 6ª marcha:

El modulo es 2 y el eje tiene un diámetro de 32 mm en esta sección por lo que según la norma DIN 5480 el estriado tendrá 14 dientes.

$$d_2 = 32 - 2 \cdot 2 = 28mm$$

$$h = 0{,}5 \cdot (32 - 28) = 2mm$$

$$F = \frac{216079{,}44}{16} = 13504{,}96\ N$$

$$L = 1{,}15 \cdot \frac{13504{,}96}{2 \cdot 14 \cdot 100} = 4{,}82\ mm$$

Capacidad de rozamiento de los sincronizadores

Los sincronizadores tienen un funcionamiento parecido al de los embragues cónicos, por lo tanto se utilizarán las fórmulas aplicadas en dichos embragues.

$$T_{roz} = \frac{\mu_0 \cdot F_a \cdot (r_e + r_i)}{2 \cdot \sin \alpha}$$ *Fórmula 3.33*

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot P_{max} \cdot r_i \cdot (r_e - r_i)$$ *Fórmula 3.34*

$$r_e = 1{,}2 \cdot r_i$$ *Fórmula 3.35*

T_{roz}= capacidad de rozamiento de los sincronizadores [Nmm]
p_{max}=presión máxima [85N/mm^2]
μ_0= coeficiente de lubricación= 0,4
$r_{e,}r_i$= diámetros de contacto [mm]
α= ángulo de conicidad=12°

Sincronizador 1ª y 2ª marcha:

$$r_e = 32 \rightarrow 32 = 1{,}2 \cdot r_i \rightarrow r_i = 26mm$$

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot 85 \cdot 26 \cdot (32 - 26) = 26520\pi\ N$$

$$T_{roz} = \frac{0{,}4 \cdot 26520\pi \cdot (32 + 26)}{2 \cdot \sin 12} = 4648389{,}07\ Nmm > 1123600\ Nmm$$

Por lo tanto el torsor es mayor que el torsor que generan los engranajes.

Sincronizador 3ª y 4ª marcha:

$$r_e = 32 \rightarrow 32 = 1{,}2 \cdot r_i \rightarrow r_i = 26mm$$

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot 85 \cdot 26 \cdot (32 - 26) = 26520\pi\ N$$

$$T_{roz} = \frac{0{,}4 \cdot 26520\pi \cdot (32 + 26)}{2 \cdot \sin 12} = 4648389{,}07\ Nmm > 393255{,}94\ Nmm$$

Por lo tanto el torsor es mayor que el torsor que generan los engranajes.

Sincronizador 5ª y 6ª marcha:

$$r_e = 32 \rightarrow 32 = 1{,}2 \cdot r_i \rightarrow r_i = 26mm$$

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot 85 \cdot 26 \cdot (32 - 26) = 26520\pi\ N$$

$$T_{roz} = \frac{0{,}4 \cdot 26520\pi \cdot (32 + 26)}{2 \cdot \sin 12} = 4648389{,}07\ Nmm > 216079{,}44\ Nmm$$

Por lo tanto el torsor es mayor que el torsor que generan los engranajes.

3.4.13 Cálculo de las chavetas

Para el cálculo de las chavetas se utiliza la norma DIN 6885. Mediante catálogo se elige el ancho y la altura de la chaveta y mediante las fórmulas de cortadura y aplastamiento se calcula la longitud necesaria que debe tener la chaveta para soportar las fuerzas que tiene que transmitir.

Para asegurar la función de fusible mecánico que desempeña la chaveta es necesario utilizar un coeficiente de seguridad bajo y además el material será de menor calidad que el del eje y engranajes.

Acero mejorado sin alear CK60	
Resistencia a tracción, σ_t	75-90 kg/mm^2
Limite de fluencia ,σ_{yp}	45 kg/mm^2
Resistencia a fatiga, σ_e	±35 kg/mm^2
Dureza Brinell, HB	217-265 kg/mm^2

Tabla 3.23: material de las chavetas

Para el cálculo de la longitud de la chaveta por aplastamiento se utiliza la siguiente fórmula:

$$\sigma = \frac{F}{a} = \frac{F}{t \cdot L}$$ *Fórmula 3.36*

F= fuerza que actúa sobre la chaveta [N]

a= área de aplastamiento (t*L)

t=profundidad en el eje [mm]

L= longitud de la chaveta

σ=tensión de fluencia [N/mm^2]

Para el cálculo de la longitud de la chaveta a cortante se utiliza la siguiente fórmula:

$$\tau = \frac{F}{a} = \frac{F}{b \cdot L}$$ *Fórmula 3.37*

F= fuerza que actúa sobre la chaveta [N]

a= área de aplastamiento (t*L)

b= ancho de la chaveta [mm]

L= longitud de la chaveta

σ=tensión de fluencia [N/mm^2]

Eje primario

La sección del eje donde va colocada la chaveta tiene un diámetro de 20mm por lo que el ancho de la chaveta será de b=6mm, la chaveta tendrá una altura de h=6mm y la profundidad en el eje será de t=3,5 mm.

longitud de la chaveta por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot L} \rightarrow L = \frac{28090}{3{,}5 \cdot 45 \cdot 9{,}81} = 18{,}18mm$$

longitud de la chaveta a cortante:

$$\tau = \frac{F}{b \cdot L} \rightarrow L = \frac{28090}{6 \cdot \frac{45}{2} \cdot 9{,}81} = 21{,}21mm$$

Eje intermedio

En este eje las chavetas irán colocadas en secciones de eje de diferentes diámetros por lo que las dimensiones de la chaveta serán diferentes.

diámetro de eje Ø=30mm:

En este caso las dimensiones son ancho b=8mm, altura h=7mm y profundidad en el eje t=4mm.

longitud de la chaveta por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot L} \rightarrow L = \frac{37453{,}33}{4 \cdot 45 \cdot 9{,}81} = 21{,}21mm$$

longitud de la chaveta a cortante:

$$\tau = \frac{F}{b \cdot L} \rightarrow L = \frac{37453{,}33}{8 \cdot \frac{45}{2} \cdot 9{,}81} = 21{,}21mm$$

diámetro de eje Ø=32mm:

En este caso las dimensiones son ancho b=10mm, altura h=8mm y profundidad en el eje t=5mm.

longitud de la chaveta por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot L} \rightarrow L = \frac{35112,5}{5 \cdot 45 \cdot 9,81} = 15,9mm$$

longitud de la chaveta a cortante:

$$\tau = \frac{F}{b \cdot L} \rightarrow L = \frac{35112,5}{10 \cdot \frac{45}{2} \cdot 9,81} = 15,9mm$$

diámetro de eje Ø=35mm:

En este caso las dimensiones son ancho b=10mm, altura h=8mm y profundidad en el eje t=5mm.

longitud de la chaveta por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot L} \rightarrow L = \frac{32102,85}{5 \cdot 45 \cdot 9,81} = 14,54mm$$

longitud de la chaveta a cortante:

$$\tau = \frac{F}{b \cdot L} \rightarrow L = \frac{32102,85}{10 \cdot \frac{45}{2} \cdot 9,81} = 14,54mm$$

Eje secundario

En el eje secundario solo lleva chaveta el engranaje de marcha atrás ya que los demás engranajes giran locos.

La sección del eje donde va colocada la chaveta tiene un diámetro de 32mm por lo que el ancho de la chaveta será de b=10mm, la chaveta tendrá una altura de h=8mm y la profundidad en el eje será de t=5 mm.

longitud de la chaveta por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot L} \rightarrow L = \frac{45933,6}{5 \cdot 45 \cdot 9,81} = 20,81mm$$

longitud de la chaveta a cortante:

$$\tau = \frac{F}{b \cdot L} \rightarrow L = \frac{45933,6}{10 \cdot \frac{45}{2} \cdot 9,81} = 20,81mm$$

3.5 DIFERENCIAL

El diferencial es el elemento mecánico que permite que las ruedas del coche giren a diferentes velocidades al tomar una curva. Está compuesto por dos engranajes planetarios y dos satélites además del piñón y corona que transmiten la potencia al diferencial.

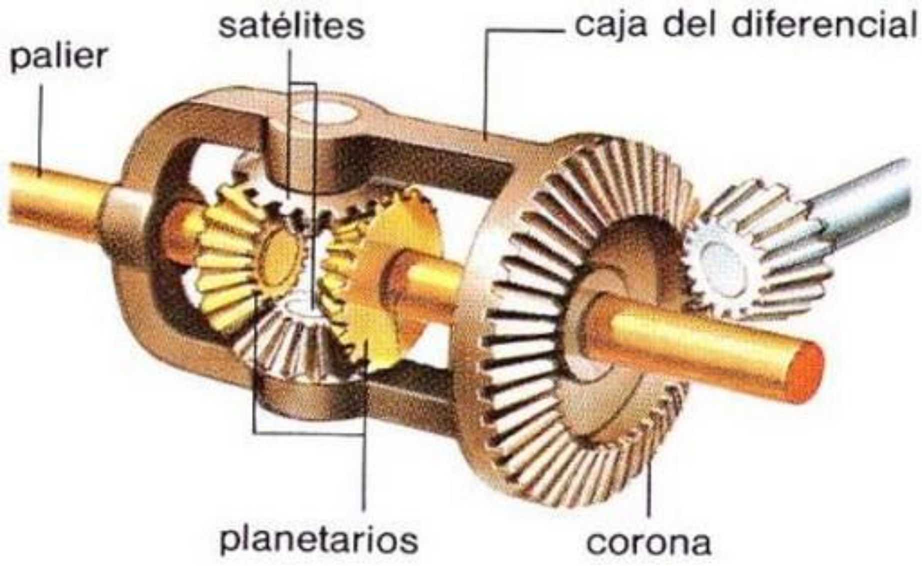


Imagen 3.12: diferencial

3.5.1 Cálculo de las fuerzas sobre el diferencial

Tanto el piñón como la corona que transmiten las fuerzas y el par torsor al diferencial son engranajes cónicos por lo que hay que utilizar una serie de fórmulas para calcular las fuerzas que llegan al diferencial con cada marcha.

Estos dos engranajes tendrán un modulo de 5mm y el ángulo de presión será de α_a=20º, de manera arbitraria se decide que el piñón tendrá 15 dientes.

Previo al cálculo de las fuerzas hay que conocer las dimensiones principales de los dos engranajes por que es necesario utilizar las siguientes ecuaciones sabiendo que la relación de transmisión es i=3,387:

$$i = 3{,}387 \rightarrow 15 \cdot 3{,}387 \cong 51 \rightarrow i = \frac{1}{3{,}4} = 0{,}2941$$

$$\begin{cases} d_1 + d_2 = 90° \\ i = \dfrac{\sin d_1}{\sin d_2} \end{cases}$$

$$\tan d_2 = \frac{\sin d}{i + \cos d}$$

Sustituyendo los valores se obtienen los valores del ángulo que deben tener el piñón y la corona:

d=90º

d_1=16,39º

d_2=73,61º

Una vez conocidos los ángulos se procede a calcular las dimensiones principales:

radios primitivos:

$$R_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = \frac{5 \cdot 15}{2} = 37{,}5mm$$

$$R_2 = \frac{m \cdot z_1}{2} = \frac{5 \cdot 51}{2} = 127{,}5mm$$

longitud de la generatriz:

$$l = \frac{r_1}{\sin d_1} = \frac{37{,}5}{\sin 16{,}39} = 132{,}89mm$$

ancho del diente:

$$b = \frac{l}{4}\frac{132{,}89}{4} = 33{,}22mm$$

radios medios:

$$R_{m1} = R_1 - \frac{b}{2} \cdot \sin d_1 = 37{,}5 - \frac{33{,}22}{2} \cdot \sin 16{,}39 = 32{,}81mm$$

$$R_{m2} = R_2 - \frac{b}{2} \cdot \sin d_2 = 127{,}5 - \frac{33{,}22}{2} \cdot \sin 73{,}61 = 111{,}56mm$$

Con estos datos se pueden calcular las fuerzas que generan en cada marcha, para ello se utilizan las siguientes fórmulas:

$$\frac{i}{i_{cc}} = \frac{T_{motor}}{T_{dif}}$$ *Fórmula 3.38*

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}}$$ *Fórmula 3.39*

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \cos d_1$$ *Fórmula 3.40*

$$F_a = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \sin d_1$$ *Fórmula 3.41*

<u>1ª marcha</u>:

$$T_{dif} = \frac{T_{motor} \cdot i_{cc}}{i} = 280{,}9Nm \cdot 2 \cdot 2 = 1123{,}6\ Nm$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}} = \frac{1123{,}6\ Nm}{0{,}03281\ m} = 34245{,}657\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \cos d_1 = 34245{,}657 \cdot \tan 20 \cdot \cos 16{,}39 = 11957{,}88\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \sin d_1 = 34245{,}657 \cdot \tan 20 \cdot \sin 16{,}39 = 3517{,}12\ N$$

<u>2ª marcha</u>:

$$T_{dif} = \frac{T_{motor} \cdot i_{cc}}{i} = 280{,}9Nm \cdot 2 \cdot 1{,}0625 = 596{,}912\ Nm$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}} = \frac{596{,}912\ Nm}{0{,}03281\ m} = 18192{,}99\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \cos d_1 = 18192{,}99 \cdot \tan 20 \cdot \cos 16{,}39 = 6352{,}62\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \sin d_1 = 18192{,}99 \cdot \tan 20 \cdot \sin 16{,}39 = 1868{,}47\ N$$

3ª marcha:

$$T_{dif} = \frac{T_{motor} \cdot i_{cc}}{i} = 280{,}9Nm \cdot 2 \cdot 0{,}7 = 393{,}26\ Nm$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}} = \frac{393{,}26\ Nm}{0{,}03281\ m} = 11985{,}98\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \cos d_1 = 11985{,}98 \cdot \tan 20 \cdot \cos 16{,}39 = 4185{,}26\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \sin d_1 = 11985{,}98 \cdot \tan 20 \cdot \sin 16{,}39 = 1230{,}99\ N$$

4ª marcha:

$$T_{dif} = \frac{T_{motor} \cdot i_{cc}}{i} = 280{,}9Nm \cdot 2 \cdot 0{,}5 = 280{,}9\ Nm$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}} = \frac{280{,}9\ Nm}{0{,}03281\ m} = 8561{,}414\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \cos d_1 = 8561{,}414 \cdot \tan 20 \cdot \cos 16{,}39 = 2989{,}47\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \sin d_1 = 8561{,}414 \cdot \tan 20 \cdot \sin 16{,}39 = 879{,}28\ N$$

5ª marcha:

$$T_{dif} = \frac{T_{motor} \cdot i_{cc}}{i} = 280{,}9Nm \cdot 2 \cdot 0{,}384 = 215{,}731\ Nm$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}} = \frac{215{,}731\ Nm}{0{,}03281\ m} = 6575{,}16\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \cos d_1 = 6575{,}16 \cdot \tan 20 \cdot \cos 16{,}39 = 2295{,}91\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan \alpha_a \cdot \sin d_1 = 6575{,}16 \cdot \tan 20 \cdot \sin 16{,}39 = 675{,}28\ N$$

6ª marcha:

$$T_{dif} = \frac{T_{motor} \cdot i_{cc}}{i} = 280{,}9Nm \cdot 2 \cdot 0{,}333 = 187{,}248\ Nm$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}} = \frac{187{,}248\ Nm}{0{,}03281\ m} = 5707{,}04\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan\alpha_a \cdot \cos d_1 = 5707{,}04 \cdot \tan 20 \cdot \cos 16{,}39 = 1992{,}78\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan\alpha_a \cdot \sin d_1 = 5707{,}04 \cdot \tan 20 \cdot \sin 16{,}39 = 586{,}12\ N$$

Marcha atrás:

$$T_{dif} = \frac{T_{motor} \cdot i_{cc}}{i} = 280{,}9Nm \cdot 2 \cdot 1{,}8235 = 1024{,}44\ Nm$$

$$U = \frac{T_{dif}}{r_{piñon}} = \frac{1024{,}44\ Nm}{0{,}03281\ m} = 31223{,}407\ N$$

$$F_r = U \cdot \tan\alpha_a \cdot \cos d_1 = 31223{,}407 \cdot \tan 20 \cdot \cos 16{,}39 = 10902{,}57\ N$$

$$F_a = U \cdot \tan\alpha_a \cdot \sin d_1 = 31223{,}407 \cdot \tan 20 \cdot \sin 16{,}39 = 3206{,}73\ N$$

3.5.2 Cálculo de las dimensiones del diferencial

Para obtener las dimensiones de los diferentes engranajes que componen el diferencial se utilizan las siguientes fórmulas:

$$radio\ primitivo \rightarrow r = \frac{m \cdot z}{2}$$ *Fórmula 3.42*

$$altura\ de\ la\ cabeza \rightarrow ha = m$$ *Fórmula 3.43*

$$altura\ de\ pie \rightarrow hf = 1{,}2 \cdot m$$ *Fórmula 3.44*

$$longitud\ de\ la\ generatriz \rightarrow l = \frac{r}{\sin d_1}$$ *Fórmula 3.45*

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ cabeza \rightarrow r_a = r + ha \cdot \cos d_1$$ *Fórmula 3.46*

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ pie \rightarrow r_f = r - hf \cdot \cos d_1$$ *Fórmula 3.47*

$$ángulo\ cono\ cabeza \rightarrow \delta_a = d_1 + \gamma_a$$ *Fórmula 3.48*

$$ángulo\ cono\ pie \rightarrow \delta_f = d_1 - \gamma_f$$ *Fórmula 3.49*

$$ancho\ del\ diente \rightarrow b = \frac{l}{4}$$ *Fórmula 3.50*

$$ángulo\ de\ cabeza \rightarrow \tan \gamma_a = \frac{ha}{l}$$ *Fórmula 3.51*

$$ángulo\ de\ pie \rightarrow \tan \gamma_f = \frac{hf}{l}$$ *Fórmula 3.52*

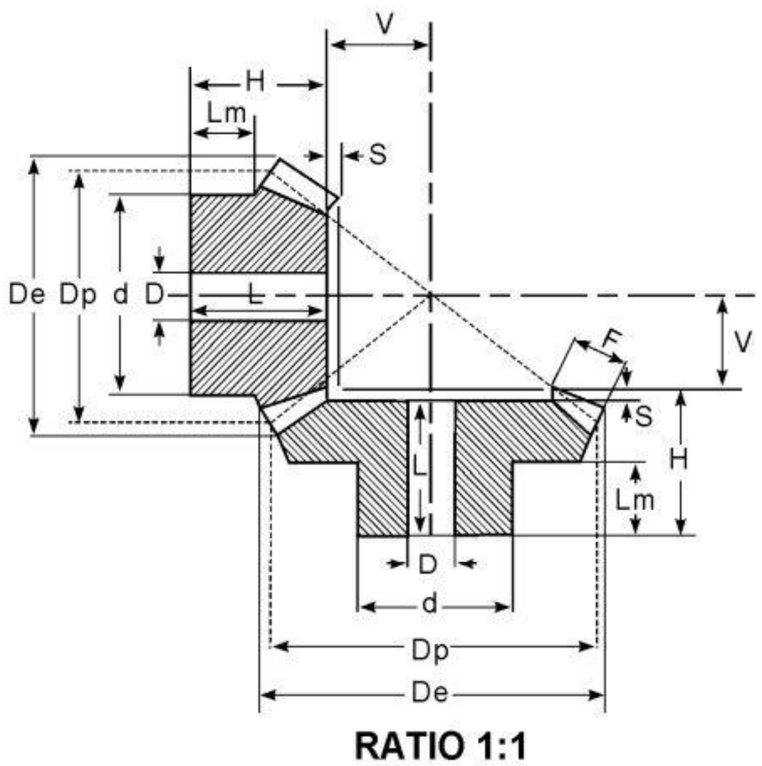


Imagen 3.13: conexión engranajes cónicos

Los satélites y los planetarios tendrán 15 y 17 dientes respectivamente por lo que la relación de transmisión será de i=0,882.

Por lo tanto, utilizando las fórmulas previamente mencionadas se obtiene el valor de los ángulos que tienen tanto los satélites como los planetarios.

$$\begin{cases} d_1 + d_2 = 90° \\ i = \dfrac{\sin d_1}{\sin d_2} \end{cases}$$

$$\tan d_2 = \frac{\sin d}{i + \cos d}$$

d_1=16,39º y d_2=73,61º.

<u>Dimensiones de los satélites:</u>

$$radio\ primitivo \rightarrow r = 37{,}5mm$$

$$altura\ de\ la\ cabeza \rightarrow ha = 5mm$$

$$altura\ de\ pie \rightarrow hf = 6mm$$

$$longitud\ de\ la\ generatriz \rightarrow l = 56{,}68mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ cabeza \rightarrow r_a = 41{,}24mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ pie \rightarrow r_f = 33mm$$

$$ángulo\ cono\ cabeza \rightarrow \delta_a = 46{,}45°$$

$$ángulo\ cono\ pie \rightarrow \delta_f = 35{,}43°$$

$$ancho\ del\ diente \rightarrow b = 14{,}17mm$$

$$ángulo\ de\ cabeza \rightarrow \tan\gamma_a = \frac{ha}{l} \rightarrow \gamma_a = 5{,}03°$$

$$ángulo\ de\ pie \rightarrow \tan\gamma_f = \frac{hf}{l} \rightarrow \gamma_f = 5{,}99°$$

Dimensiones de los planetarios:

$$radio\ primitivo \rightarrow r = 42{,}5\ mm$$

$$altura\ de\ la\ cabeza \rightarrow ha = 5\ mm$$

$$altura\ de\ pie \rightarrow hf = 6\ mm$$

$$longitud\ de\ la\ generatriz \rightarrow l = 56{,}68\ mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ cabeza \rightarrow r_a = 45{,}8\ mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ pie \rightarrow r_f = 38{,}53\ mm$$

$$ángulo\ cono\ cabeza \rightarrow \delta_a = 53{,}61\ °$$

$$ángulo\ cono\ pie \rightarrow \delta_f = 42{,}59\ °$$

$$ancho\ del\ diente \rightarrow b = 14{,}17\ mm$$

$$ángulo\ de\ cabeza \rightarrow \tan\gamma_a = \frac{ha}{l} \rightarrow \gamma_a = 5{,}03\ °$$

$$ángulo\ de\ pie \rightarrow \tan\gamma_f = \frac{hf}{l} \rightarrow \gamma_f = 5{,}99\ °$$

En cuanto a las dimensiones del piñón y la corona que transmiten el torsor al diferencial era necesario conocer algunas dimensiones para calcular las fuerzas que transmitían pero en este apartado se calcularán todas las dimensiones:

Dimensiones del piñón:

$$radio\ primitivo \rightarrow r = 37{,}5\ mm$$

$$altura\ de\ la\ cabeza \rightarrow ha = 5\ mm$$

$$altura\ de\ pie \rightarrow hf = 6\ mm$$

$$longitud\ de\ la\ generatriz \rightarrow l = 132{,}89\ mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ cabeza \rightarrow r_a = 42{,}29\ mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ pie \rightarrow r_f = 31{,}74\ mm$$

$$ángulo\ cono\ cabeza \rightarrow \delta_a = 18{,}5\ °$$

$$ángulo\ cono\ pie \rightarrow \delta_f = 13{,}82\ °$$

$$ancho\ del\ diente \rightarrow b = 33{,}22\ mm$$

$$ángulo\ de\ cabeza \rightarrow \tan \gamma_a = \frac{ha}{l} \rightarrow \gamma_a = 2{,}11\ °$$

$$ángulo\ de\ pie \rightarrow \tan \gamma_f = \frac{hf}{l} \rightarrow \gamma_f = 2{,}57\ °$$

Dimensiones de la corona:

$$radio\ primitivo \rightarrow r = 127{,}5\ mm$$

$$altura\ de\ la\ cabeza \rightarrow ha = 5\ mm$$

$$altura\ de\ pie \rightarrow hf = 6\ mm$$

$$longitud\ de\ la\ generatriz \rightarrow l = 132{,}89\ mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ cabeza \rightarrow r_a = 128{,}21\ mm$$

$$radio\ de\ circunferencia\ de\ pie \rightarrow r_f = 125{,}8\ mm$$

$$ángulo\ cono\ cabeza \rightarrow \delta_a = 75{,}72\ °$$

$$ángulo\ cono\ pie \rightarrow \delta_f = 71{,}04\ °$$

$$ancho\ del\ diente \rightarrow b = 33{,}22\ mm$$

$$ángulo\ de\ cabeza \rightarrow \tan\gamma_a = \frac{ha}{l} \rightarrow \gamma_a = 2{,}11\ °$$

$$ángulo\ de\ pie \rightarrow \tan\gamma_f = \frac{hf}{l} \rightarrow \gamma_f = 2{,}57\ °$$

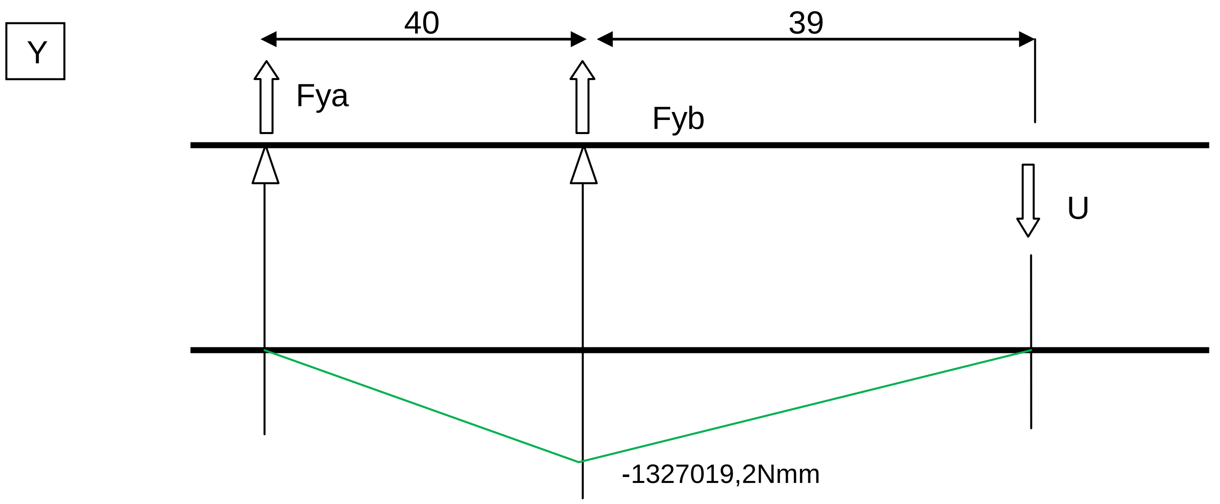
3.5.3 Cálculo del eje del diferencial

Para calcular el diámetro mínimo que necesita cada eje se utilizará el código ASME ya que permite diseñar el eje de una forma sencilla y conservadora. Para el cálculo se utiliza la siguiente fórmula para la que solo es necesario conocer el valor de las fuerzas de los dientes y las reacciones que hacen estas fuerzas en los apoyos del eje.

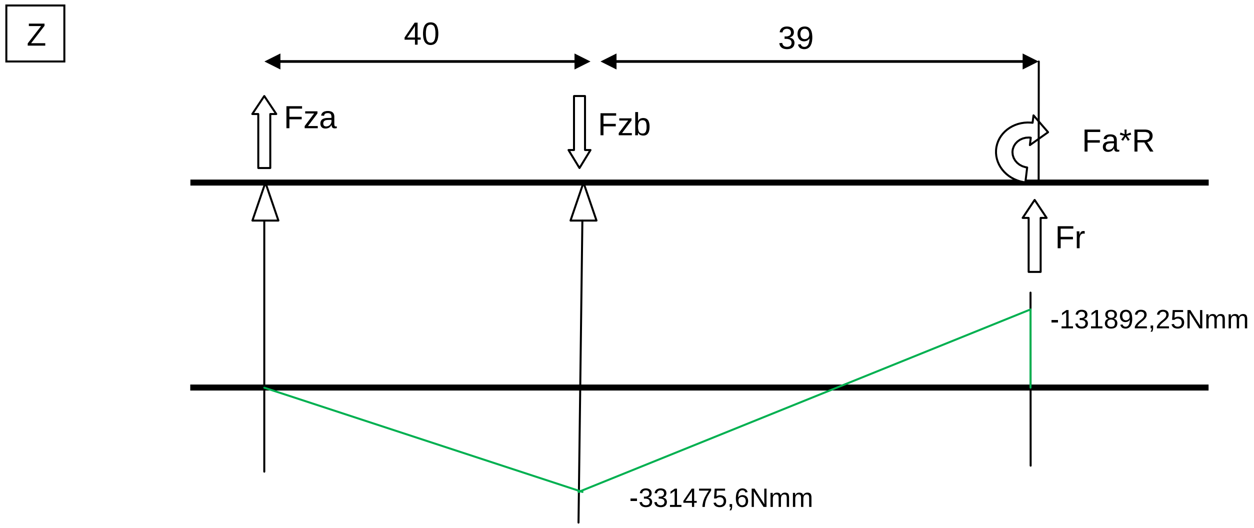
$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

Fórmula 3.52

Para el dimensionamiento del eje del diferencial solo se han calculado las fuerzas de la 1ª marcha, ya que es la que transmite los mayores esfuerzos y también el mayor par torsor al eje.



Gráfica 3.32: eje diferencial y



Gráfica 3.33: eje diferencial z

U=34245,657N

F_a=3517,12N

F_r=11957,88N

R_{pd}=32,81mm

Los sumatorios de fuerzas y momentos son los siguientes:

$$\sum F_y=0;\ F_{ya}+F_{yb}-U=0$$

$$\sum F_x=0;\ F_{xb}=F_a$$

$$\sum F_z=0;\ -F_{za}+F_{zb}-F_r=0$$

$$\sum M_{zB}=0;\ -F_{za}*40+F_r*39-F_a*R_{pd}=0$$

$$\sum M_{yB}=0;\ -F_{ya}*40-U*39=0$$

Por lo tanto:

$$F_{yb}= 67421{,}13\ N$$

$$F_{xa}=3517{,}12\ N$$

$$F_{zb}=20244{,}77\ N$$

$$F_{za}=8286{,}89\ N$$

$$F_{ya}=-33175{,}48\ N$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones en los apoyos se calcula el momento flector y torsor:

$$M_{tot} = \sqrt{131892{,}25^2} = 131892{,}25Nmm$$

$$T = U \cdot R = 1123600Nmm$$

Por último se sustituyen los valores en la ecuación para calcular el diámetro mínimo del eje:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\pi \cdot \sigma_s} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 131892{,}25)^2 + (1{,}5 \cdot 1123600)^2}} = 26{,}06mm$$

Hay que volver a repetir el cálculo para conocer el diámetro mínimo del resto del eje:

$$M_{tot} = \sqrt{1327019{,}2^2 + 331475{,}6^2} = 1367792{,}39Nmm$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1}{\pi \cdot 981} \cdot \sqrt{(2 \cdot 1367792{,}39)^2 + (1{,}5 \cdot 1123600)^2}} = 32{,}19mm$$

3.5.4 Cálculo de los rodamientos del diferencial

Para el eje intermedio se disponen dos rodamientos con montaje indirecto cuyas características principales son las siguientes:

32307 J2/Q	
d	35mm
D	80mm
T	32,75mm
C	95,2KN
Y	1,9

Tabla 3.24: dimensiones rodamiento comercial

Las cargas que deben soportar los rodamientos varían dependiendo de la marcha seleccionada:

MARCHA	C. RADIAL A (N)	C. RADIAL B (N)	C. AXIAL (N)
1ª	34194,8	70395,02	3517,12
2ª	18165,96	37397,32	1868,47
3ª	11968,17	24638,25	1230,99
4ª	8548,72	17598,8	879,28
5ª	6565,39	13515,82	675,28
6ª	5698,56	11731,32	586,12
MA	31177,04	64182,51	3206,73

Tabla 3.25: fuerzas que deben soportar los rodamientos

Una vez conocidos tanto los datos del catálogo como las fuerzas que debe soportar cada rodamiento, se calcula la carga equivalente que soporta cada rodamiento:

1ª marcha:

$$k_a \longleftarrow 3517{,}12\ \text{N}$$

$$\frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{34194{,}8}{1{,}9} < \frac{70395{,}02}{1{,}9}$$

$$0{,}5\left(\frac{F_{rB}}{Y} - \frac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\frac{70395{,}02}{1{,}9} - \frac{34194{,}8}{1{,}9}\right) = 9526{,}37 > 3517{,}12$$

caso 2c

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} - K_a = 18525 - 3517{,}12 = 15007{,}88\ N = 15{,}007\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 70395{,}02}{1{,}9} = 18525\ N = 18{,}525\ KN$$

2ª marcha:

$$k_a \longleftarrow 1868{,}47\ \text{N}$$

$$\frac{F_{rA}}{Y} = \frac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \frac{18165{,}96}{1{,}9} < \frac{37397{,}32}{1{,}9}$$

$$0{,}5\left(\frac{F_{rB}}{Y} - \frac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\frac{37397{,}32}{1{,}9} - \frac{18165{,}96}{1{,}9}\right) = 5060{,}88 > 1868{,}47$$

caso 2c

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} - K_a = 9841{,}4 - 1868{,}47 = 7972{,}93\ N = 7{,}972\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 37397{,}32}{1{,}9} = 9841{,}4\ N = 9{,}841\ KN$$

3ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 1230{,}99\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{11968{,}17}{1{,}9} < \dfrac{24638{,}25}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rB}}{Y} - \dfrac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{24638{,}25}{1{,}9} - \dfrac{11968{,}17}{1{,}9}\right) = 3334{,}23 > 1230{,}99 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} - K_a = 9841{,}4 - 1868{,}47 = 7972{,}93\ N = 7{,}972\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 24638{,}25}{1{,}9} = 6483{,}75\ N = 6{,}483\ KN$$

4ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 879{,}28\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{8548{,}72}{1{,}9} < \dfrac{17598{,}8}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rB}}{Y} - \dfrac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{17598{,}8}{1{,}9} - \dfrac{8548{,}72}{1{,}9}\right) = 2381{,}6 > 879{,}28 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} - K_a = 4631{,}26 - 879{,}28 = 3751{,}98\ N = 3{,}751\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 17598{,}8}{1{,}9} = 4631{,}26\ N = 4{,}631\ KN$$

5ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 675{,}28\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{6565{,}39}{1{,}9} < \dfrac{13515{,}82}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rB}}{Y} - \dfrac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{13515{,}82}{1{,}9} - \dfrac{6565{,}39}{1{,}9}\right) = 1829{,}06 > 675{,}28 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} - K_a = 3556{,}79 - 675{,}28 = 2881{,}51\ N = 2{,}881\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 13515{,}82}{1{,}9} = 3556{,}79\ N = 3{,}556\ KN$$

6ª marcha:

$$\left.\begin{array}{c} k_a \longleftarrow 586{,}12\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{5698{,}56}{1{,}9} < \dfrac{11731{,}32}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rB}}{Y} - \dfrac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{11731{,}32}{1{,}9} - \dfrac{5698{,}56}{1{,}9}\right) = 1587{,}56 > 586{,}12 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} - K_a = 3087{,}18 - 586{,}12 = 2501{,}06\ N = 2{,}501\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 11731{,}32}{1{,}9} = 3087{,}18\ N = 3{,}087\ KN$$

Marcha atrás:

$$\left.\begin{array}{r} k_a \longleftarrow 3206{,}73\ \text{N} \\ \dfrac{F_{rA}}{Y} = \dfrac{F_{rB}}{Y} \rightarrow \dfrac{31177{,}04}{1{,}9} < \dfrac{64182{,}51}{1{,}9} \\ 0{,}5\left(\dfrac{F_{rB}}{Y} - \dfrac{F_{rA}}{Y}\right) = 0{,}5\left(\dfrac{64182{,}51}{1{,}9} - \dfrac{31177{,}04}{1{,}9}\right) = 8685{,}65 > 3206{,}73 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{caso 2c}}$$

Después de saber el caso en el que se encuentra tanto por la posición de los rodamientos como por las fuerzas que soporta cada rodamiento se procede a calcular la fuerza equivalente:

$$F_{aA} = F_{aB} - K_a = 16890{,}13 - 3206{,}73 = 13683{,}4\ N = 13{,}683\ KN$$

$$F_{aB} = \frac{0{,}5 \cdot F_{rB}}{Y} = \frac{0{,}5 \cdot 64182{,}51}{1{,}9} = 16890{,}13\ N = 16{,}89\ KN$$

Cada una de las marchas será utilizada por un determinado tiempo en función de su uso, por lo tanto, se le asocia un porcentaje de tiempo:

MARCHA	DURACION (h)	PORCENTAJE (%)
1ª	400	8
2ª	1500	30
3ª	1200	24
4ª	1050	21
5ª	500	10
6ª	250	5
MA	100	2

Tabla 3.26: tiempo de cada marcha

Una vez obtenidos los porcentajes se calcula la carga equivalente:

$$F_e = \sqrt[a]{F_1^a \cdot \frac{q_1}{100} + F_2^a \cdot \frac{q_2}{100} + F_3^a \cdot \frac{q_3}{100} + F_4^a \cdot \frac{q_4}{100} + F_5^a \cdot \frac{q_5}{100} + F_6^a \cdot \frac{q_6}{100} + F_{MA}^a \cdot \frac{q_{MA}}{100}}$$

$$F_{eA} = \sqrt[10/3]{1175,2} = 8,33\ KN$$

$$F_{eB} = \sqrt[10/3]{2371,36} = 10,26\ KN$$

Los rodamientos tendrán una vida de 5000h pero, puesto que cada una de las marchas gira a una velocidad diferente, la duración del rodamiento será diferente:

$$L_1 = 400h \cdot 1150rpm \cdot \frac{60h}{min} = 27,6 \cdot 10^6 rev$$

$$L_2 = 1500h \cdot 6164rpm \cdot \frac{60h}{min} = 194,76 \cdot 10^6 rev$$

$$L_3 = 1200h \cdot 3285,78rpm \cdot \frac{60h}{min} = 236,57 \cdot 10^6 rev$$

$$L_4 = 1050h \cdot 4600rpm \cdot \frac{60h}{min} = 289,8 \cdot 10^6 rev$$

$$L_5 = 500h \cdot 5979,98rpm \cdot \frac{60h}{min} = 179,39 \cdot 10^6 rev$$

$$L_6 = 250h \cdot 6900rpm \cdot \frac{60h}{min} = 103,5 \cdot 10^6 rev$$

$$L_{MA} = 100h \cdot 1238,47rpm \cdot \frac{60h}{min} = 7,43 \cdot 10^6 rev$$

$$L_{tot} = 1039,05 \cdot 10^6 rev$$

Por lo tanto la vida nominal será teniendo en cuenta la fiabilidad del 95%:

$$L_{10} = \frac{L}{4,48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0,95}\right)\right]^{1/1,5}} = \frac{1039,05}{4,48 \cdot \left[ln\left(\frac{1}{0,95}\right)\right]^{1/1,5}} = 1680rev$$

Una vez conocidos los valores de la vida nominal y de la carga equivalente se calcula la capacidad dinámica de carga:

$$C_B = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 10{,}26 \cdot 1680^{3/10} = 95{,}19\ KN < 95{,}2\ KN$$

$$C_A = F_e \cdot (L_{10})^{1/a} = 8{,}33 \cdot 1680^{3/10} = 77{,}28\ KN < 95{,}2\ KN$$

3.5.5 Cálculo de la chaveta

Para el cálculo de las chavetas se utiliza la norma DIN 6885. Mediante catálogo se elige el ancho y la altura de la chaveta y mediante las fórmulas de cortadura y aplastamiento se calcula la longitud necesaria que debe tener la chaveta para soportar las fuerzas que tiene que transmitir.

Para asegurar la función de fusible mecánico que desempeña la chaveta es necesario utilizar un coeficiente de seguridad bajo y además el material será de menor calidad que el del eje y engranajes.

Acero mejorado sin alear CK60	
Resistencia a tracción, σ_t	75-90 kg/mm^2
Limite de fluencia ,σ_{yp}	45 kg/mm^2
Resistencia a fatiga, σ_e	±35 kg/mm^2
Dureza Brinell, HB	217-265 kg/mm^2

Tabla 3.27: material de las chavetas

Para el diferencial solo se tendrán en cuenta las fuerzas y el torsor que transmiten los engranajes de la primera marcha tal y como se ha mencionado previamente en el apartado del cálculo del eje.

La sección del eje donde va colocada la chaveta tiene un diámetro de 30mm por lo que el ancho de la chaveta será de b=8mm, la chaveta tendrá una altura de h= 7mm y la profundidad en el eje será de t=4 mm.

longitud de la chaveta por aplastamiento:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot L} \rightarrow L = \frac{74906,66}{4 \cdot 45 \cdot 9,81} = 42,42mm$$

longitud de la chaveta a cortante:

$$\tau = \frac{F}{b \cdot L} \rightarrow L = \frac{74906,66}{8 \cdot \frac{45}{2} \cdot 9,81} = 42,42mm$$

Al ser demasiado larga la longitud de la chaveta se opta por utilizar dos chavetas de la mitad de longitud colocadas a 180º una respecto de la otra.

$$2\ chavetas \rightarrow \frac{L}{2} = \frac{42,42}{2} = 21,21\ mm$$