

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

TRABAJO FIN DE GRADO

2016 / 2017

PROYECTO DE DISEÑO Y CÁLCULO DEL BRAZO ARTICULADO DE UNA PALA EXCAVADORA

3. CÁLCULOS

DATOS DE LA ALUMNA O DEL ALUMNO

NOMBRE: ASIER
APELLIDOS: LÓPEZ GUINEA

FDO.:
FECHA: 01/09/2017

DATOS DEL DIRECTOR O DE LA DIRECTORA

NOMBRE: ITZIAR
APELLIDOS: MARTIJA LÓPEZ
DEPARTAMENTO: INGENIERÍA MECÁNICA

FDO.:
FECHA: 01/09/2017

Índice

3.1. Cálculos de las dimensiones principales	6
3.1.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo	8
3.1.2. Posición de máxima profundidad de excavación	10
3.1.3. Posición de máxima altura de carga	11
3.2. Cálculos cinemáticos	13
3.2.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo	17
3.2.1.1. Velocidades del elemento pluma	17
3.2.1.1.1. Velocidades del mecanismo completo	20
3.2.1.2. Aceleraciones del elemento pluma	21
3.2.1.2.1. Aceleraciones del mecanismo completo	25
3.2.2. Posición de máxima profundidad de excavación	26
3.2.2.1. Velocidades del elemento pluma	26
3.2.2.1.1. Velocidades del mecanismo completo	29
3.2.2.2. Aceleraciones del elemento pluma	31
3.2.2.2.1. Aceleraciones del mecanismo completo	35
3.2.3. Posición de máxima altura de carga	37
3.2.3.1. Velocidades del elemento pluma	37
3.2.3.1.1. Velocidades del mecanismo completo	39
3.2.3.1. Aceleraciones del elemento pluma	41
3.2.3.1.1. Aceleraciones del mecanismo completo	45
3.2.4. Aceleraciones críticas en los CDG	47
3.2.4.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo	47
3.2.4.2. Posición de máxima profundidad de excavación	47
3.2.4.2. Posición de máxima altura de carga	48
3.3. Cálculos dinámicos	49
3.3.1. Pesos	49
3.3.2. Fuerzas inerciales	51
3.3.2.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo	51
3.3.2.2. Posición de máxima profundidad de excavación	54
3.3.2.3. Posición de máxima altura de carga	57

3.3.2.4. Resumen de las fuerzas inerciales actuantes.....	60
3.3.3. Reacciones dinámicas en los pares	61
3.3.3.1. Reacciones dinámicas en posición de mayor alcance a NS.....	62
3.3.3.2. Reacciones dinámicas en posición de máxima profundidad de excavación.....	71
3.3.3.3. Reacciones dinámicas en posición de máxima altura de carga	75
3.4. Cálculos de resistencia de materiales	79
3.4.1. Dimensionamiento y comprobación de la sección de los bulones	79
3.4.2. Dimensionamiento y comprobación de los cilindros hidráulicos	82
3.4.2.1. Cilindro hidráulico de la pluma	83
3.4.2.2. Cilindro hidráulico del brazo	84
3.4.2.3. Cilindro hidráulico de la cuchara.....	85
3.5. Cálculos del sistema hidráulico	87

Índice de figuras

Figura 1. Localización del origen de coordenadas empleado	6
Figura 2. Diseño de la cuchara	6
Figura 3. Puntos más representativos de la cuchara	7
Figura 4. Esquema simplificado del brazo articulado.....	7
Figura 5. Posición de mayor alcance a nivel del suelo	8
Figura 6. Ángulos formados en la posición de mayor alcance a nivel del suelo	8
Figura 7. Posición de máxima profundidad de excavación	10
Figura 8. Posición de máxima altura de carga.....	11
Figura 9. Diseño pluma.....	13
Figura 10. Diseño brazo.....	13
Figura 11. Diseño cuchara	14
Figura 12. Ensamblaje en Catia de los elementos principales del brazo articulado	14
Figura 13. Esquema cinemático del mecanismo creado en GIM	15
Figura 14. Movimiento hasta la posición de máximo alcance a nivel del suelo	15
Figura 15. Movimiento hasta la posición de máxima profundidad de excavación.....	16
Figura 16. Movimiento hasta la posición de máxima altura de carga en cuchara.....	16
Figura 17. Vectores de velocidad del punto C en posición de mayor alcance a NS.....	18
Figura 18. Velocidades lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo.....	20
Figura 19. Velocidades angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo	20
Figura 20. Vectores de aceleración del punto C en posición de mayor alcance a NS.....	22
Figura 21. Vectores de aceleración del punto D en posición de mayor alcance a NS	23
Figura 22. Vectores de aceleración del punto E en posición de mayor alcance a NS.....	24
Figura 23. Aceleraciones lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo.....	25
Figura 24. Aceleraciones angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo	25
Figura 25. Vectores de velocidad del punto C en posición de máxima profundidad de excavación.....	27
Figura 26. Velocidades lineales en posición de máxima profundidad de excavación	29
Figura 27. Velocidades angulares en posición de máxima profundidad de excavación	30
Figura 28. Vectores de aceleración del punto C en posición de máxima profundidad de excavación.....	32
Figura 29. Vectores de aceleración del punto D en posición de máxima profundidad de excavación.....	33
Figura 30. Vectores de aceleración del punto E en posición de máxima profundidad de excavación.....	34
Figura 31. Aceleraciones lineales en posición de máxima profundidad de excavación	35
Figura 32. Aceleraciones angulares en posición de máxima profundidad de excavación	36
Figura 33. Vectores de velocidad del punto C en posición de máxima altura de carga	38
Figura 34. Velocidades lineales en posición de máxima altura de carga	39
Figura 35. Velocidades angulares en posición de máxima altura de carga.....	40
Figura 36. Vectores de aceleración del punto C en posición de máxima altura de carga	42

Figura 37. Vectores de aceleración del punto D en posición de máxima altura de carga	43
Figura 38. Vectores de aceleración del punto E en posición de máxima altura de carga.....	44
Figura 39. Aceleraciones lineales de máxima altura de carga	45
Figura 40. Aceleraciones angulares de máxima altura de carga	46
Figura 41. Fuerzas de inercia pluma en pos. de mayor alcance a NS	51
Figura 42. Fuerzas de inercia brazo en pos. de mayor alcance a NS.....	52
Figura 43. Fuerzas de inercia eslabón 1 en pos. de mayor alcance a NS	52
Figura 44. Fuerzas de inercia eslabón 2 en pos. de mayor alcance a NS	53
Figura 45. Fuerzas de inercia cuchara en pos. de mayor alcance a NS.....	53
Figura 46. Fuerzas de inercia pluma en pos. de máxima profundidad de excavación.....	54
Figura 47. Fuerzas de inercia brazo en pos. de máxima profundidad de excavación.....	55
Figura 48. Fuerzas de inercia eslabón 1 en pos. de máxima profundidad de excavación	55
Figura 49. Fuerzas de inercia eslabón 2 en pos. de máxima profundidad de excavación	56
Figura 50. Fuerzas de inercia cuchara en pos. de máxima profundidad de excavación	56
Figura 51. Fuerzas de inercia pluma en pos. de máxima altura de carga	57
Figura 52. Fuerzas de inercia brazo en pos. de máxima altura de carga	58
Figura 53. Fuerzas de inercia eslabón 1 en pos. de máxima altura de carga.....	58
Figura 54. Fuerzas de inercia eslabón 2 en pos. de máxima altura de carga.....	59
Figura 55. Fuerzas de inercia cuchara en pos. de máxima altura de carga.....	59
Figura 56. Reacciones dinámicas del brazo articulado en pos. de mayor alcance a NS	63
Figura 57. Reacciones dinámicas pluma en pos. de mayor alcance a NS	64
Figura 58. Reacciones dinámicas cuchara en pos. de mayor alcance a NS.....	65
Figura 59. Reacciones dinámicas brazo en pos. de mayor alcance a NS.....	66
Figura 60. Diagrama del sólido libre del brazo articulado en pos. de mayor alcance a NS	67
Figura 61. Diagrama del sólido libre de la pluma en pos. de mayor alcance a NS.....	67
Figura 62. Diagrama del sólido libre del brazo en pos. de mayor alcance a NS.....	68
Figura 63. Diagrama del sólido libre de la cuchara en pos. de mayor alcance a NS	68
Figura 64. Diagramas del sólido libre de los eslabones en pos. de mayor alcance a NS	69
Figura 65. Diagrama del sólido libre del brazo articulado en pos. de máxima profundidad de excavación.....	71
Figura 66. Diagrama del sólido libre de la pluma en pos. de máxima profundidad de excavación	72
Figura 67. Diagrama del sólido libre del brazo en pos. de máxima profundidad de excavación	72
Figura 68. Diagrama del sólido libre de la cuchara en pos. de máxima profundidad de excavación.....	73
Figura 69. Diagramas del sólido libre de los eslabones en pos. de máxima profundidad de excavación.....	74
Figura 70. Diagrama del sólido libre del brazo articulado en pos. de máxima altura de carga ..	75
Figura 71. Diagrama del sólido libre de la pluma en pos. de máxima altura de carga	76
Figura 72. Diagrama del sólido libre del brazo en pos. de máxima altura de carga	76
Figura 73. Diagrama del sólido libre de la cuchara en pos. de máxima altura de carga.....	77
Figura 74. Diagramas del sólido libre de los eslabones en pos. de máxima altura de carga	78

Índice de tablas

Tabla 1. Distancias entre los puntos más representativos de la cuchara	7
Tabla 2. Dimensiones de los elementos principales del brazo articulado	9
Tabla 3. Longitudes de la pluma en posición de mayor alcance a nivel de suelo	17
Tabla 4. Velocidades lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo	20
Tabla 5. Velocidades angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo	20
Tabla 6. Aceleraciones lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo	25
Tabla 7. Aceleraciones angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo	25
Tabla 8. Longitudes pluma en posición de máxima profundidad de excavación.....	26
Tabla 9. Velocidades lineales en posición de máxima profundidad de excavación.....	29
Tabla 10. Velocidades angulares en posición de máxima profundidad de excavación	30
Tabla 11. Aceleraciones lineales en posición de máxima profundidad de excavación.....	35
Tabla 12. Aceleraciones angulares en posición de máxima profundidad de excavación	36
Tabla 13. Longitudes pluma en posición de máxima altura de carga	37
Tabla 14. Velocidades lineales en posición de máxima altura de carga	39
Tabla 15. Velocidades angulares en posición de máxima altura de carga.....	40
Tabla 16. Aceleraciones lineales de máxima altura de carga.....	45
Tabla 17. Aceleraciones angulares de máxima altura de carga	46
Tabla 18. Aceleraciones lineales en el CDG en pos. de mayor alcance a nivel del suelo.....	47
Tabla 19. Aceleraciones angulares en pos. de mayor alcance a nivel del suelo	47
Tabla 20. Aceleraciones lineales en el CDG en pos. de máxima profundidad de excavación.....	47
Tabla 21. Aceleraciones angulares en pos. de máxima profundidad de excavación.....	47
Tabla 22. Aceleraciones lineales en el CDG en pos. de máxima altura de carga	48
Tabla 23. Aceleraciones angulares en pos. de máxima altura de carga	48
Tabla 24. Valores de las fuerzas inerciales en posición de mayor alcance de excavación a NS .	60
Tabla 25. Valores de las fuerzas inerciales en posición de máxima profundidad de excavación	60
Tabla 26. Valores de las fuerzas inerciales en posición de máxima altura de carga.....	61
Tabla 27. Comparativa de las reacciones.....	70
Tabla 28. Esfuerzos en los pasadores.....	79
Tabla 29. Resumen fuerzas en los cilindros hidráulicos.....	82
Tabla 30. Longitudes de los cilindros hidráulicos desde un extremo al otro	82
Tabla 31. Resumen de las dimensiones principales de los cilindros.....	87

3.1. Cálculos de las dimensiones principales

Partiendo de los requisitos de diseño mencionados en el [apartado 2.6.](#) de la memoria, se procede a realizar los cálculos pertenecientes a las dimensiones principales que deberá tener el brazo articulado.

Lo primero antes de comenzar a realizar los cálculos de las dimensiones que tienen que tener los elementos principales, es indicar un origen de coordenadas que sirva de referencia. Dicho origen se ha posicionado en el punto de corte entre la vertical que pasa por el punto de soporte del brazo articulado y el suelo.

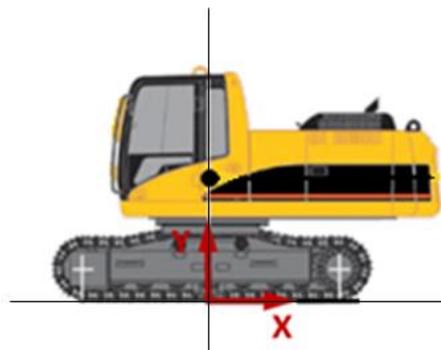


Figura 1. Localización del origen de coordenadas empleado

Por requisito de la empresa, la cuchara debe de tener una capacidad mínima para cargar en su interior $0,5 \text{ m}^3$ del material excavado. Es por este motivo por lo que se ha decidido en primer lugar a realizar un diseño de cuchara. De esta manera, se verificará desde el primer momento, que la cuchara cumple con la capacidad establecida y además se obtendrán sus dimensiones, lo cual facilitará la obtención de las dimensiones de los demás elementos principales.

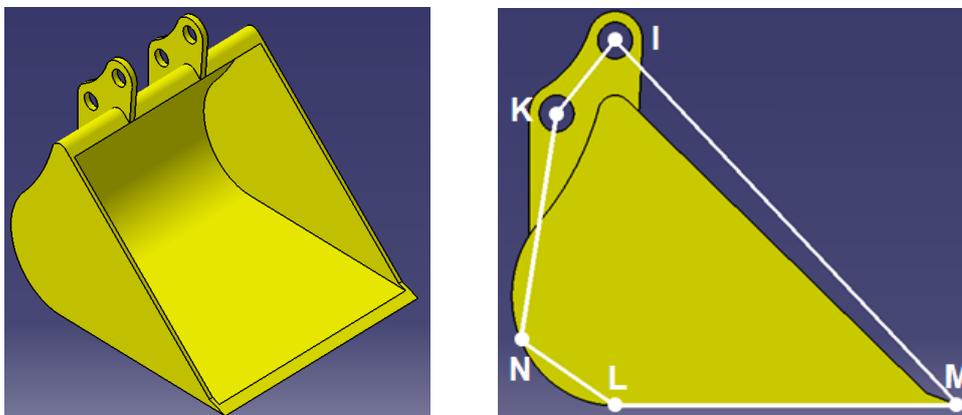


Figura 2. Diseño de la cuchara

Para facilitar los cálculos, únicamente se utilizarán los puntos más representativos de la cuchara diseñada.

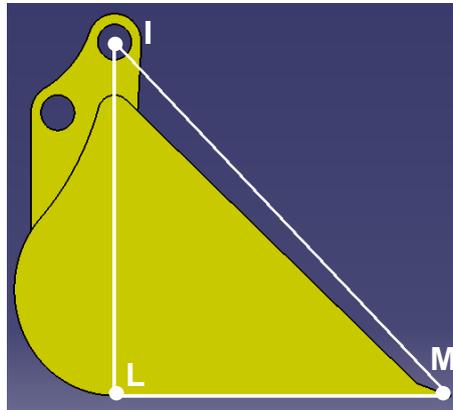


Figura 3. Puntos más representativos de la cuchara

Tabla 1. Distancias entre los puntos más representativos de la cuchara

Segmento	Distancia (m)
IL	1
IM	$\sqrt{2} \approx 1,414$
LM	1

Una vez conocidas las dimensiones de la cuchara, se procede a realizar un esquema simplificado de los elementos principales que componen el mecanismo para así facilitar los cálculos posteriores.

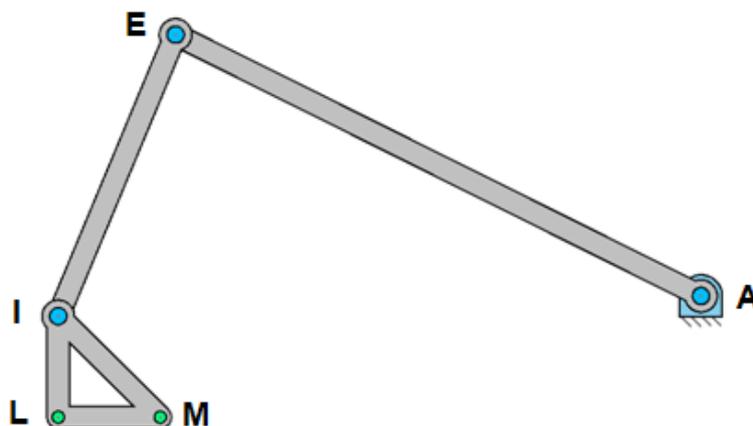


Figura 4. Esquema simplificado del brazo articulado

3.1.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo

Teniendo en cuenta que el brazo articulado debe ser capaz de alcanzar una longitud de 10 m a nivel del suelo. Y que debido a la geometría que posee la pluma y el brazo el ángulo máximo que se puede formar entre ellos no debe superar los 160° .

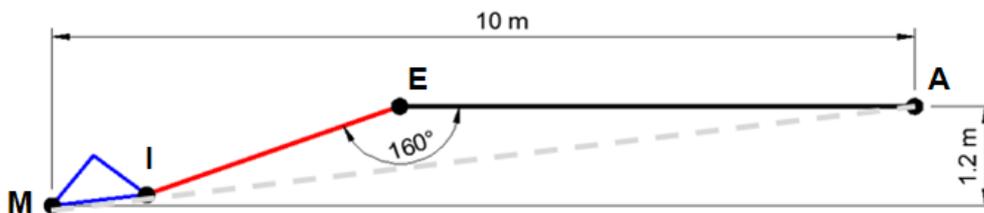


Figura 5. Posición de mayor alcance a nivel del suelo

Para que se pueda alcanzar esta longitud sin ningún problema, los puntos de unión (pares) más característicos de la pluma deberán estar alineados sin formar ningún ángulo con el suelo.

El punto A y el punto M deberán estar lo más alejado posible. Para ello, el segmento IM debe de estar alineado con A, cumpliendo los ángulos mostrados en la Figura 6.

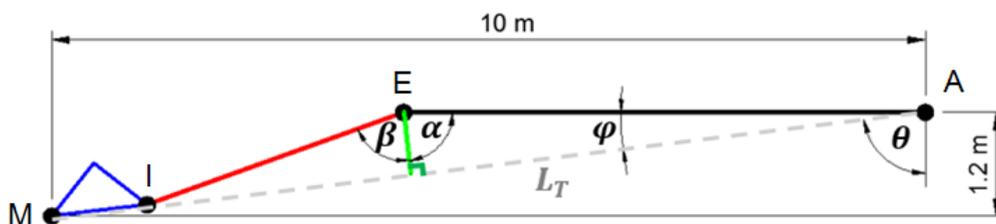


Figura 6. Ángulos formados en la posición de mayor alcance a nivel del suelo

$$L_T = \sqrt{10^2 + 1,2^2} \rightarrow L_T = 10,072 \text{ m}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{10}{1,2}\right) \rightarrow \boxed{\theta = 83,16^\circ}$$

$$\varphi = 90^\circ - 83,16^\circ \rightarrow \boxed{\varphi = 6,84^\circ}$$

$$\alpha = 90^\circ - \varphi \rightarrow \alpha = 90^\circ - 6,84^\circ \rightarrow \boxed{\alpha = 83,16^\circ}$$

$$\beta = 160^\circ - \alpha \rightarrow \beta = 160^\circ - 83,16^\circ \rightarrow \boxed{\beta = 76,84^\circ}$$

Una vez conocida la longitud total (L_T) y los ángulos, se procede a sacar las longitudes representativas de la pluma y del brazo. Para ello, se sabe que:

$$AE \cdot \text{sen}(\varphi) = EI \cdot \text{cos}(\beta)$$

$$AE \cdot \text{sen}(6,84) = EI \cdot \text{cos}(76,84)$$

$$EI = \frac{AE \cdot \text{sen}(6,84)}{\text{cos}(76,84)}$$

Despejando en la ecuación de longitud total:

$$L_T = AE \cdot \text{cos}(6,84) + EI \cdot \text{sen}(76,84) + IM$$

$$10,072 = AE \cdot \text{cos}(6,84) + \frac{AE \cdot \text{sen}(6,84)}{\text{cos}(76,84)} \cdot \text{sen}(76,84) + \sqrt{2}$$

$$\boxed{AE = 5,763 \text{ m}}$$

Una vez obtenida la longitud de la pluma, se procede a obtener la longitud del brazo:

$$EI = \frac{AE \cdot \text{sen}(6,84)}{\text{cos}(76,84)} \rightarrow EI = \frac{5,763 \cdot \text{sen}(6,84)}{\text{cos}(76,84)} \rightarrow \boxed{EI = 3,0148 \text{ m}}$$

Tabla 2. Dimensiones de los elementos principales del brazo articulado

Elemento	Segmento	Longitud (m)
Pluma	AE	5,763
Brazo	EI	3,0148
Cuchara	IL	1
	LM	1
	IM	1,414

3.1.2. Posición de máxima profundidad de excavación

Para alcanzar la profundidad máxima de excavación, el brazo (Elemento EI) tiene que estar perfectamente alineado con el punto M situado a una cota de 6,3 m por debajo del nivel del suelo.

A la pluma en ese instante, se le ha impuesto un ángulo de 35° con la horizontal, como se muestra en la Figura 7.

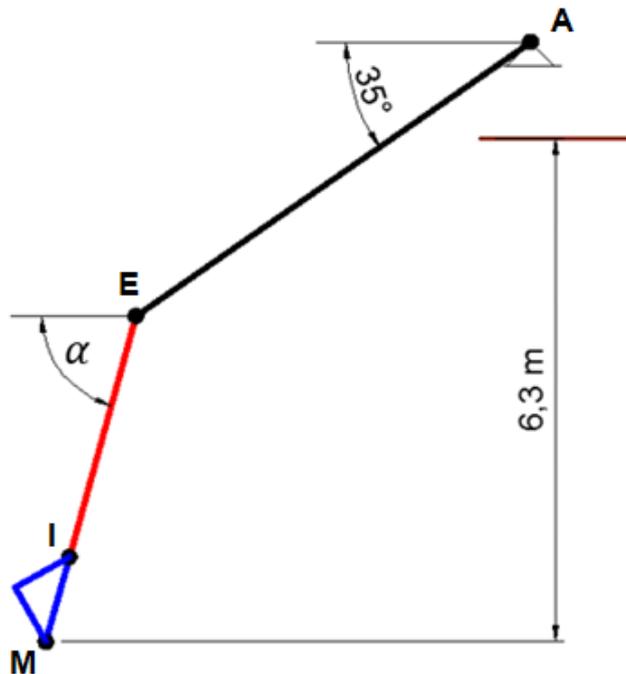


Figura 7. Posición de máxima profundidad de excavación

$$\vec{M} = \vec{A} + \vec{AE} + \vec{EI} + \vec{IM}$$

$$\begin{Bmatrix} X \\ -6,3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -AE_x \\ -AE_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -EI_x \\ -EI_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -IM_x \\ -IM_y \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X \\ -6,3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -AE \cdot \cos(35) \\ -AE \cdot \sin(35) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -EI \cdot \cos(\alpha) \\ -EI \cdot \sin(\alpha) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -IM \cdot \cos(\alpha) \\ -IM \cdot \sin(\alpha) \end{Bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación (1)} \\ \text{Ecuación (2)} \end{array}$$

Ecuación (2)

$$\begin{aligned}
 -6,3 &= 1,2 - AE \cdot \text{sen}(35) - EI \cdot \text{sen}(\alpha) - IM \cdot \text{sen}(\alpha) \\
 -6,3 &= 1,2 - 5,763 \cdot \text{sen}(35) - 3,0148 \cdot \text{sen}(\alpha) - \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\alpha) \\
 -6,3 - 1,2 + 5,763 \cdot \text{sen}(35) &= -\text{sen}(\alpha) \cdot (3,0148 + \sqrt{2}) \\
 \alpha &= \arcsen\left(\frac{-6,3 - 1,2 + 5,763 \cdot \text{sen}(35)}{-3,0148 - \sqrt{2}}\right) \rightarrow \boxed{\alpha = 71,271^\circ}
 \end{aligned}$$

Ecuación (1)

$$\begin{aligned}
 X &= -AE \cdot \cos(35) - EI \cdot \cos(\alpha) - IM \cdot \cos(\alpha) \\
 X &= -5,763 \cdot \cos(35) - 3,0148 \cdot \cos(71,271) - \sqrt{2} \cdot \cos(71,271) \\
 &\quad \boxed{X = -6,143 \text{ m}}
 \end{aligned}$$

3.1.3. Posición de máxima altura de carga

El brazo articulado logrará alcanzar su posición de máxima altura de carga cuando la cuchara se encuentre a una altura mínima de 4 m del suelo.

A la pluma en ese instante, se le ha impuesto un ángulo de 35° con la vertical, como se muestra en la Figura 8.

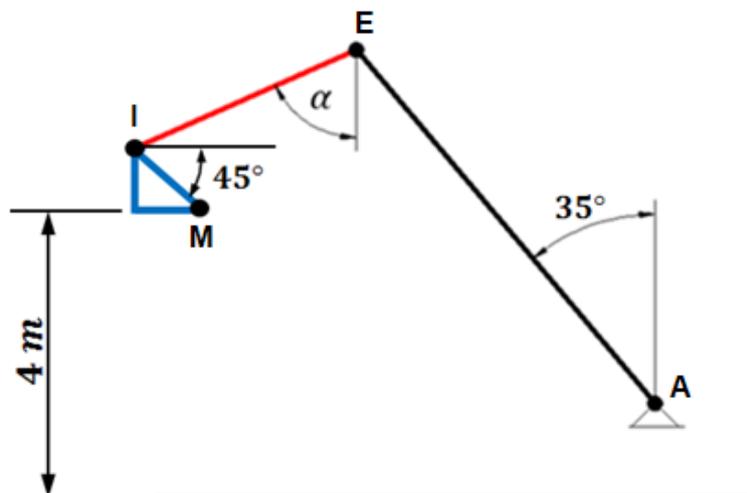


Figura 8. Posición de máxima altura de carga

$$\vec{M} = \vec{A} + \vec{AE} + \vec{EI} + \vec{IM}$$

$$\begin{Bmatrix} X \\ 4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -AE_x \\ AE_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -EI_x \\ -EI_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} IM_x \\ -IM_y \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X \\ 4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -AE \cdot \text{sen}(35) \\ AE \cdot \text{cos}(35) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -EI \cdot \text{sen}(\alpha) \\ -EI \cdot \text{cos}(\alpha) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} IM \cdot \text{cos}(45) \\ -IM \cdot \text{sen}(45) \end{Bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación (1)} \\ \text{Ecuación (2)} \end{array}$$

Ecuación (2)

$$4 = 1,2 + AE \cdot \text{cos}(35) - EI \cdot \text{cos}(\alpha) - IM \cdot \text{sen}(45)$$

$$4 = 1,2 + 5,763 \cdot \text{cos}(35) - 3,0148 \cdot \text{cos}(\alpha) - \sqrt{2} \cdot \text{sen}(45)$$

$$4 - 1,2 - 5,763 \cdot \text{cos}(35) + \sqrt{2} \cdot \text{sen}(45) = -3,0148 \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{4 - 1,2 - 5,763 \cdot \text{cos}(35) + \sqrt{2} \cdot \text{sen}(45)}{-3,0148}\right) \rightarrow \boxed{\alpha = 72,2167^\circ}$$

Ecuación (1)

$$X = -AE \cdot \text{sen}(35) - EI \cdot \text{sen}(\alpha) + IM \cdot \text{cos}(45)$$

$$X = -5,763 \cdot \text{sen}(35) - 3,0148 \cdot \text{sen}(72,2167) + \sqrt{2} \cdot \text{cos}(45)$$

$$\boxed{X = -5,176 \text{ m}}$$

3.2. Cálculos cinemáticos

Conocidas las dimensiones más representativas de los elementos principales (Pluma, brazo y cuchara). Mediante el software de diseño "CatiaV5" se ha realizado un modelo tridimensional de cada uno de los elementos principales. A continuación se muestran unas imágenes del diseño realizado donde se puede apreciar el cumplimiento de las restricciones dimensionales calculadas previamente en el apartado 3.2.

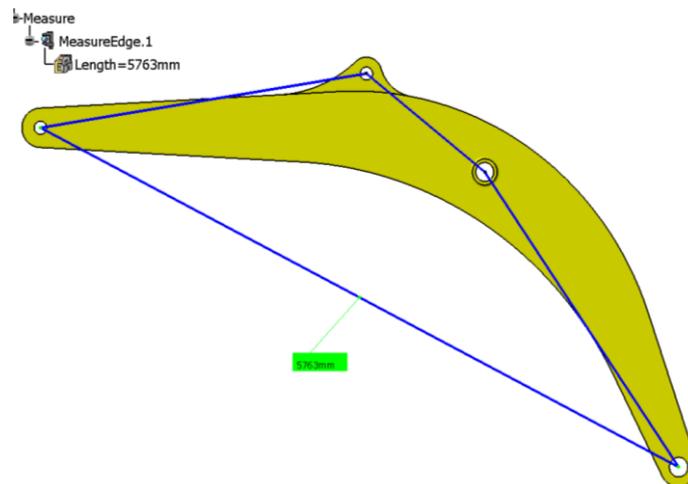


Figura 9. Diseño pluma

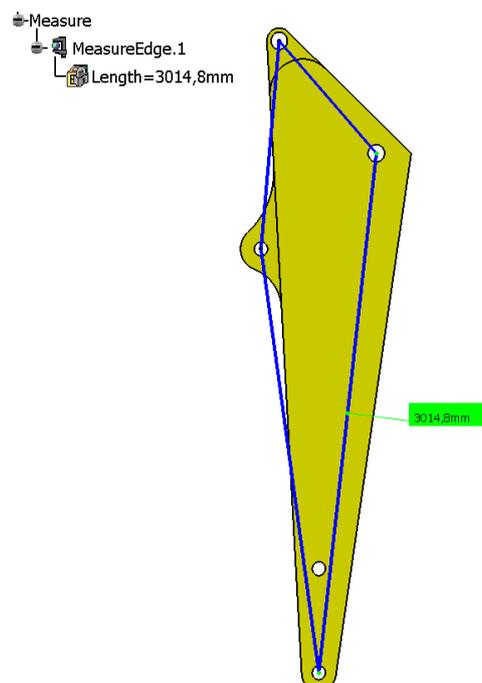


Figura 10. Diseño brazo

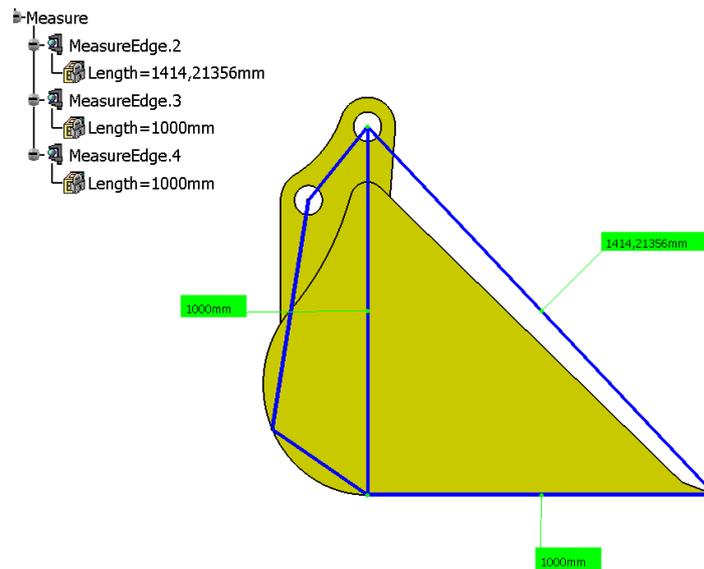


Figura 11. Diseño cuchara

Una vez obtenido el diseño 3D definitivo y realizado el ensamblaje de todos los componentes del brazo articulado, el programa proporciona una serie de datos (coordenadas, CDG, masas, momentos de inercia, etc...) que son imprescindible conocer, los cuales serán necesarios para cálculos posteriores.

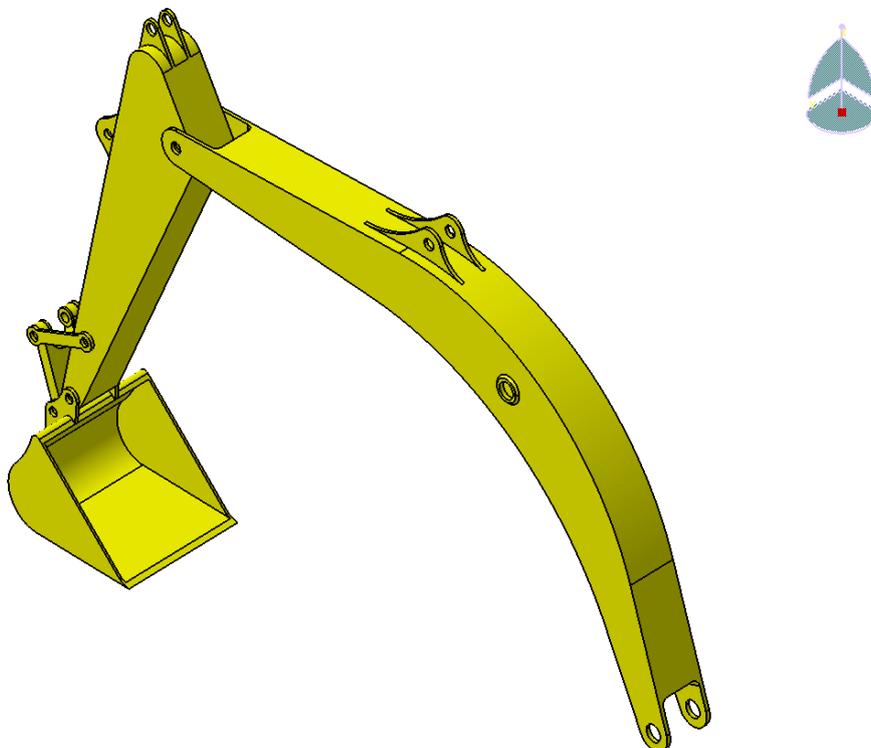


Figura 12. Ensamblaje en Catia de los elementos principales del brazo articulado

Realizado el ensamblaje del brazo articulado, se utilizan las coordenadas proporcionadas por Catia de todos los pares y puntos (incluyendo los CDG) que forman el conjunto para representar el esquema cinemático del mecanismo en el programa GIM.

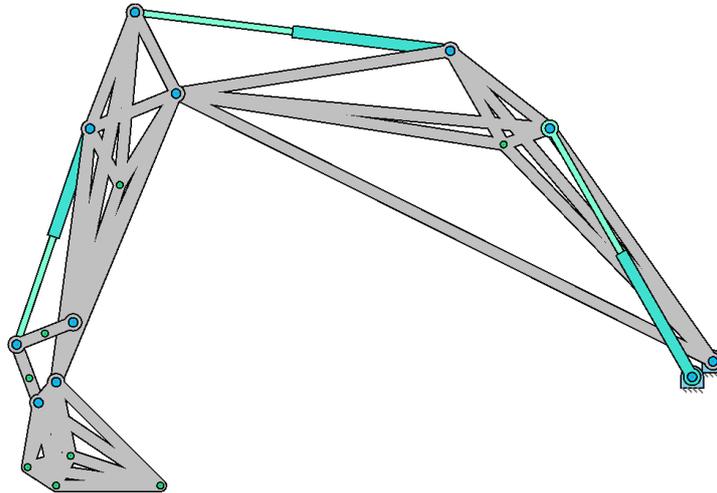


Figura 13. Esquema cinemático del mecanismo creado en GIM

Con la representación del mecanismo en GIM e introduciendo las variables cinemáticas requeridas para los elementos de entrada (cilindros hidráulicos). Se tratará de obtener y simular los movimientos que realizaría el operario de la máquina durante un ciclo de trabajo. Para ello se ha simulado el movimiento del ciclo en 3 secuencias o movimientos:

- Secuencia 1: movimiento hasta alcanzar el máximo alcance de excavación a nivel del suelo.

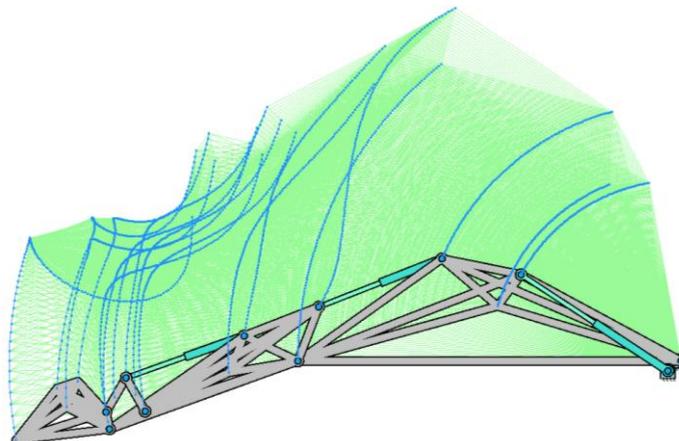


Figura 14. Movimiento hasta la posición de máximo alcance a nivel del suelo

- Secuencia 2: movimiento hasta alcanzar la máxima profundidad de excavación permitida.

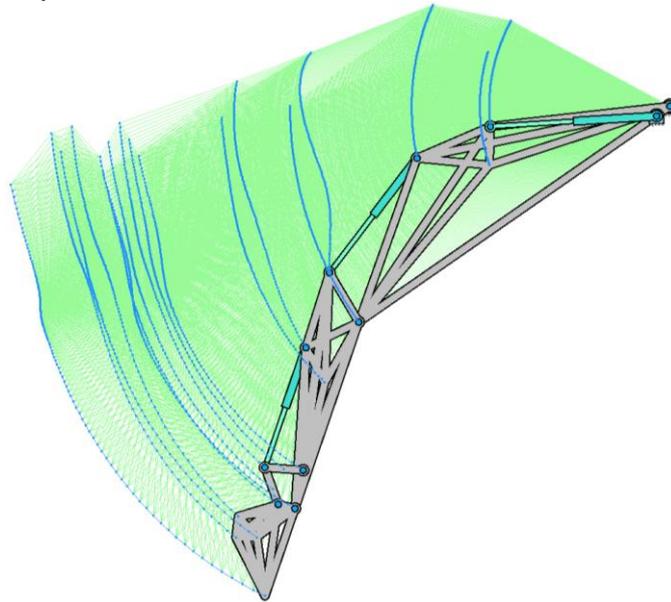


Figura 15. Movimiento hasta la posición de máxima profundidad de excavación

- Secuencia 3: movimiento hasta alcanzar la posición de máxima altura de carga en cuchara.

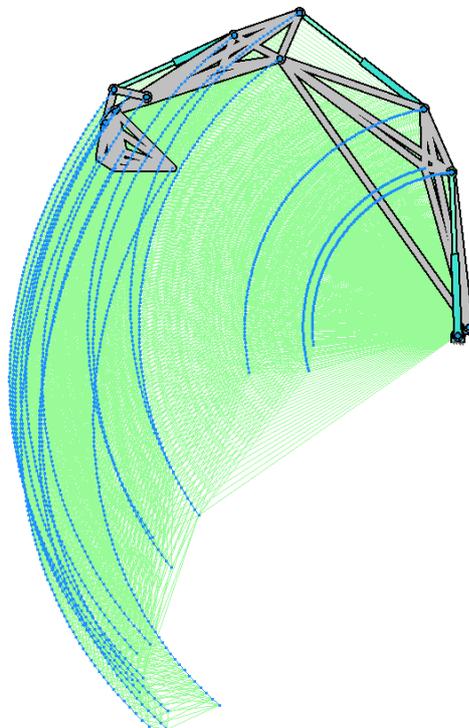


Figura 16. Movimiento hasta la posición de máxima altura de carga en cuchara

Una vez obtenidas mediante "GIM" las trayectorias de los movimientos, se procede a calcular las velocidades y aceleraciones que se generan en las posiciones críticas de los 3 movimientos.

3.2.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo

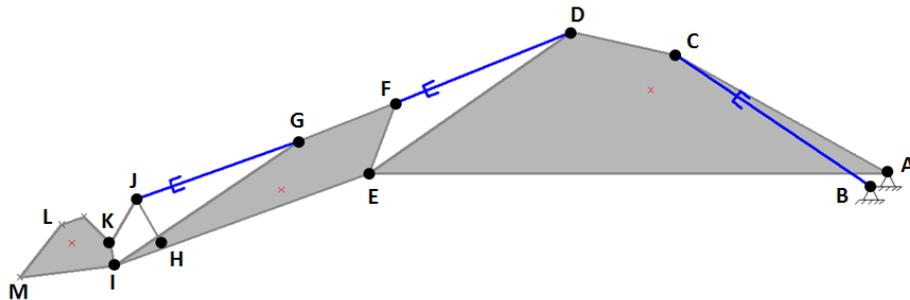


Tabla 3. Longitudes de la pluma en posición de mayor alcance a nivel de suelo

SEGMENTO	LONGITUD (m)
AC	2,741
AD	3,918
AE	5,763
BC	2,646

3.2.1.1. Velocidades del elemento pluma

Las velocidades de los puntos A y B son nulas, puesto que son puntos que forman parte del soporte fijo (bastidor). Por tanto, en estos puntos se encuentra la localización de los CIR de la pluma y del cilindro de la pluma.

$$A = CIR_{pluma} \rightarrow V_A = 0$$

$$B = CIR_{cil.pluma} \rightarrow V_B = 0$$

Se sabe que la velocidad con la que opera el cilindro en ese instante del movimiento es de:

$$V_{Relativa} = V_{Pistón} = 0,02685 \text{ m/s}$$

$$\begin{array}{ccc} \perp \overline{AC} & \perp \overline{BC} & \parallel \overline{BC} \\ \vec{V}_C = \vec{V}_{Arrastre} + \vec{V}_{Relativa} & & \\ ? & ? & 0,02685 \end{array}$$

Se conocen las direcciones y sentidos de las velocidades, también es conocida la magnitud de la velocidad relativa, por lo que se puede resolver gráficamente el problema operando con dichos vectores.

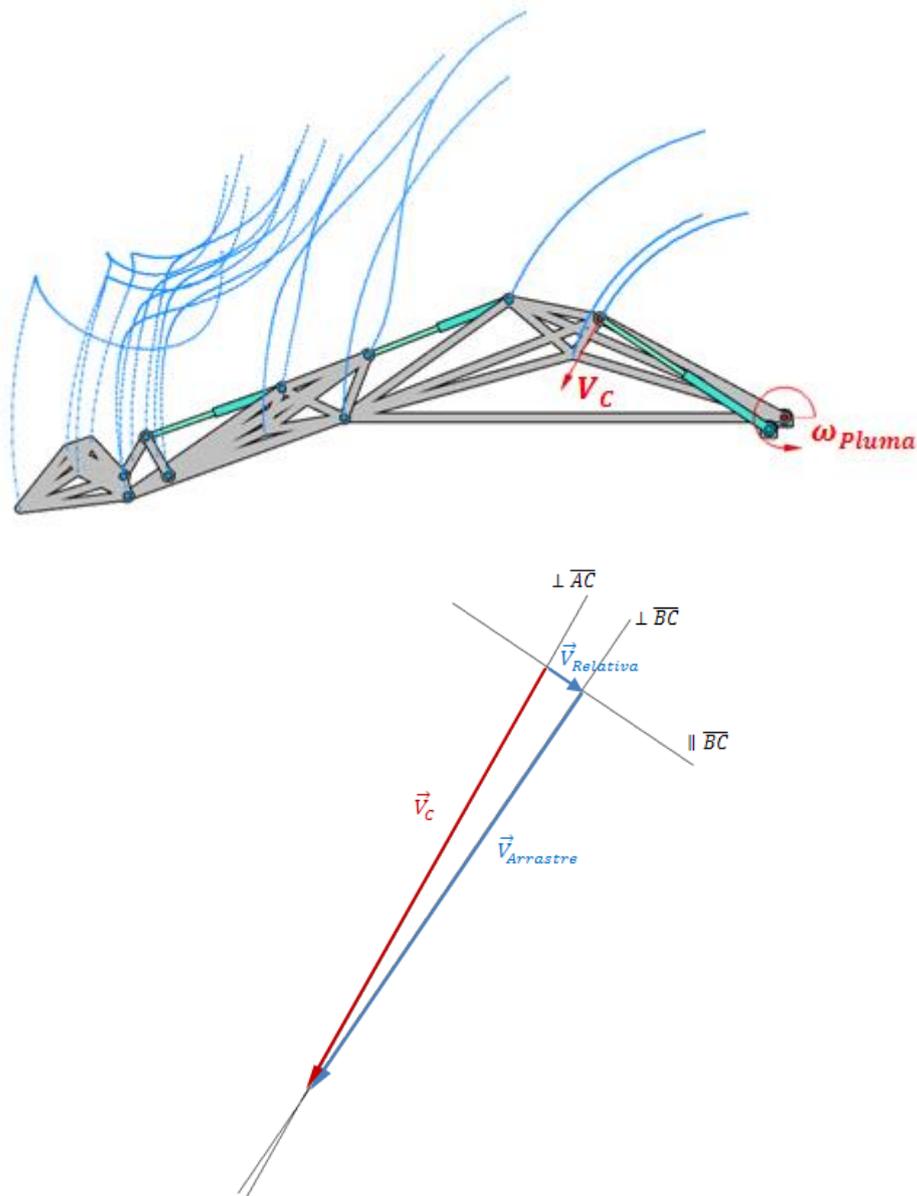


Figura 17. Vectores de velocidad del punto C en posición de mayor alcance a NS

Resultados obtenidos gráficamente:

$$V_C \approx 0,313 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{Arrastre}} \approx 0,312 \text{ m/s}$$

- Velocidades angulares:

$$\omega_{\text{Pluma}} = \frac{V_C}{AC} = \frac{0,313}{2,741} = 0,114 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{cil.Pluma}} = \frac{V_{\text{Arrastre}}}{BC} = \frac{0,312}{2,646} = 0,118 \text{ rad/s}$$

- Velocidades lineales:

$$V_D = \omega_{\text{Pluma}} \cdot \overline{AD} = 0,114 \cdot 3,918 = 0,447 \text{ m/s}$$

$$V_E = \omega_{\text{Pluma}} \cdot \overline{AE} = 0,114 \cdot 5,763 = 0,657 \text{ m/s}$$

3.2.1.1.1. Velocidades del mecanismo completo

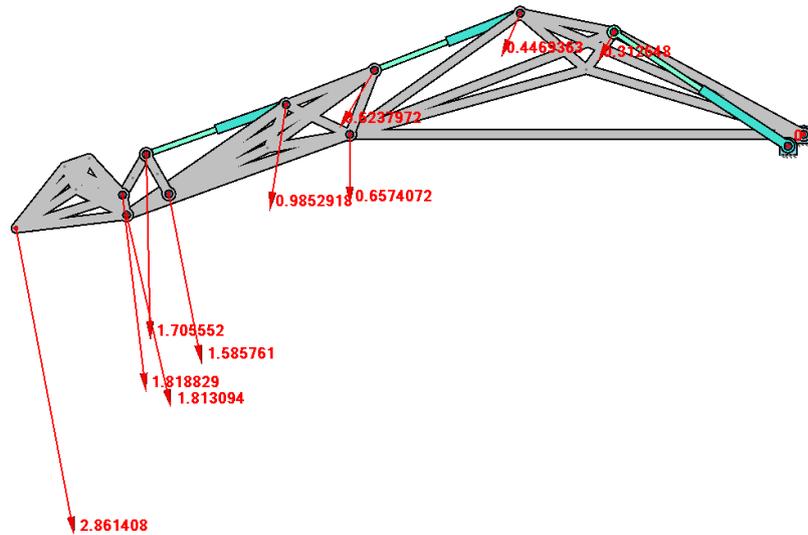


Figura 18. Velocidades lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo

Tabla 4. Velocidades lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo

PUNTOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	M
VELOCIDAD (m/s)	0	0	0,313	0,447	0,66	0,624	0,99	1,586	1,813	1,71	1,82	2,9

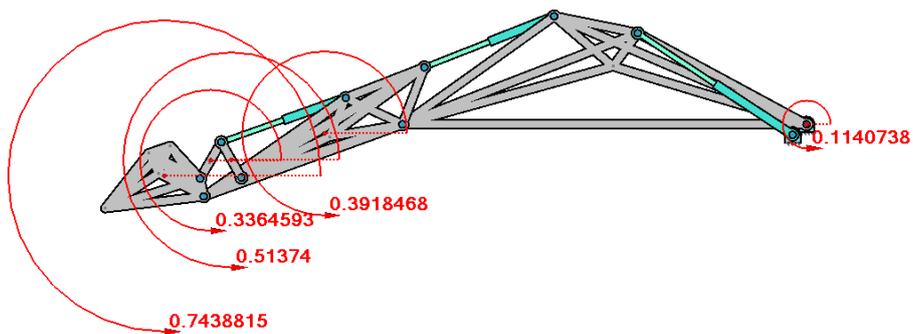


Figura 19. Velocidades angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo

Tabla 5. Velocidades angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo

ELEMENTOS	Pluma	Brazo	Eslabón 1	Eslabón 2	Cuchara
VELOCIDAD (rad/s)	0,114	0,392	0,514	0,34	0,744

3.2.1.2. Aceleraciones del elemento pluma

Ahora, en el punto C aparte de la aceleración de arrastre y la relativa, aparecerá una nueva componente de aceleración denominada aceleración de Coriolis. Esta aceleración se debe a que gira y se traslada al mismo tiempo.

$$\vec{a}_{\text{Arrastre}} = \vec{a}_{C/B}^{Tg} + \vec{a}_{C/B}^N$$

$$\vec{a}_{\text{Relativa}} = a_{\text{Pistón}} = 0 \quad (\text{Porque la velocidad del pistón es constante})$$

$$\vec{a}_{\text{Coriolis}}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_{C \text{ Cil.Pluma}} &= \vec{a}_{\text{Arrastre}} + \vec{a}_{\text{Relativa}} + \vec{a}_{\text{Coriolis}} \\ \vec{a}_{C \text{ Pluma}} &= \vec{a}_{C}^{Tg} + \vec{a}_{C}^N \end{aligned} \right\} \vec{a}_{C \text{ Cil.Pluma}} = \vec{a}_{C \text{ Pluma}}$$

$$\underbrace{?}_{\vec{a}_{C}^{Tg}} \perp \overline{AC} + \underbrace{\omega_{\text{Pluma}}^2 \cdot \overline{AC}}_{\vec{a}_{C}^N} \parallel \overline{AC} = \underbrace{?}_{\vec{a}_{C/B}^{Tg}} \perp \overline{BC} + \underbrace{\omega_{\text{Cil.Pluma}}^2 \cdot \overline{BC}}_{\vec{a}_{C/B}^N} \parallel \overline{BC} + \underbrace{2 \cdot \omega_{\text{Cil.Pluma}} \cdot V_{\text{Relativa}}}_{\vec{a}_{\text{Coriolis}}} \perp \overline{BC}$$

Una vez conocidos los datos de las velocidades angulares calculadas en el apartado anterior, se pueden obtener los módulos de las siguientes velocidades:

$$a_C^N = \omega_{\text{Pluma}}^2 \cdot \overline{AC} = (0,114)^2 \cdot 2,741 = 0,0356 \text{ m/s}^2$$

$$a_{C/B}^N = \omega_{\text{Cil.Pluma}}^2 \cdot \overline{BC} = (0,118)^2 \cdot 2,646 = 0,037 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{Coriolis}} = 2 \cdot \omega_{\text{Cil.Pluma}} \cdot V_{\text{Relativa}} = 2 \cdot 0,118 \cdot 0,02685 = 0,0063 \text{ m/s}^2$$

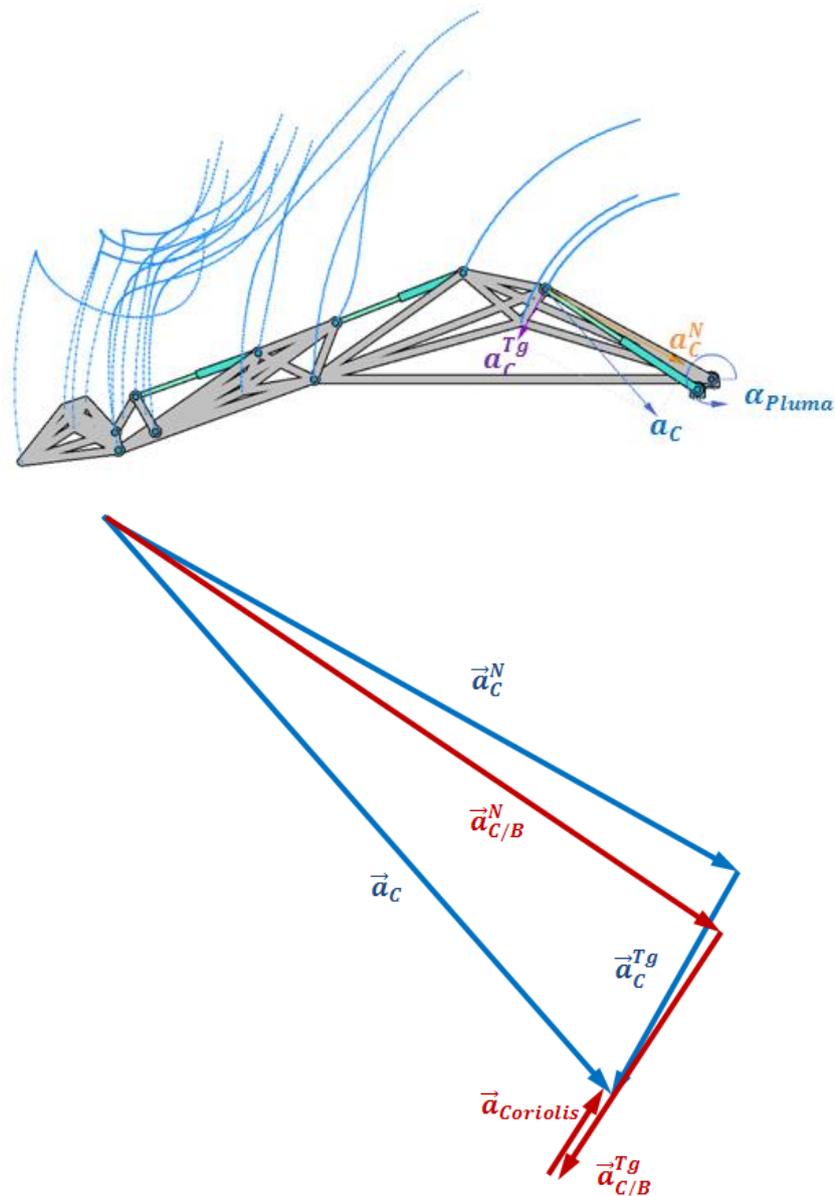


Figura 20. Vectores de aceleración del punto C en posición de mayor alcance a NS

Resultados obtenidos gráficamente:

$$a_C \approx 0,038 \text{ m/s}^2$$

$$a_C^{Tg} \approx 0,0132 \text{ m/s}^2$$

$$a_{C/B}^{Tg} \approx 0,0164 \text{ m/s}^2$$

- Aceleraciones angulares:

$$\alpha_{Pluma} = \frac{a_C^{Tg}}{AC} = \frac{0,0132}{2,741} = 0,00482 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_{Cil.Pluma} = \frac{a_{C/B}^{Tg}}{BC} = \frac{0,0164}{2,646} = 0,0062 \text{ rad/s}^2$$

- Aceleraciones lineales:

$$\begin{array}{rcc} ? & \alpha_{Pluma} \cdot \overline{AD} & \omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AD} \\ \underbrace{} & \underbrace{\phantom{a_D^{Tg}}} & \underbrace{} \\ \vec{a}_D & = \vec{a}_D^{Tg} & + \vec{a}_D^N \\ ? & \perp \overline{AD} & \parallel AD \end{array}$$

$$a_D^{Tg} = \alpha_{Pluma} \cdot \overline{AD} = 0,00482 \cdot 3,918 = 0,019 \text{ m/s}^2$$

$$a_D^N = \omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AD} = (0,114)^2 \cdot 3,918 = 0,051 \text{ m/s}^2$$

$$a_D = \sqrt{(a_D^{Tg})^2 + (a_D^N)^2} = \sqrt{(0,019)^2 + (0,051)^2} = 0,055 \text{ m/s}^2$$

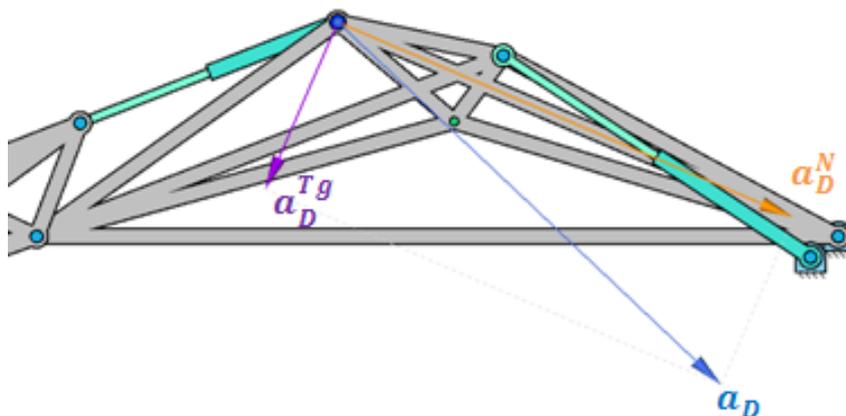


Figura 21. Vectores de aceleración del punto D en posición de mayor alcance a NS

$$\begin{array}{c} ? \\ \underbrace{\vec{a}_E} \\ ? \end{array} = \begin{array}{c} \alpha_{pluma} \cdot \overline{AE} \\ \underbrace{\vec{a}_E^{Tg}} \\ \perp \overline{AE} \end{array} + \begin{array}{c} \omega_{pluma}^2 \cdot \overline{AE} \\ \underbrace{\vec{a}_E^N} \\ \parallel AE \end{array}$$

$$a_E^{Tg} = \alpha_{pluma} \cdot \overline{AE} = 0,00482 \cdot 5,763 = 0,028 \text{ m/s}^2$$

$$a_E^N = \omega_{pluma}^2 \cdot \overline{AE} = (0,114)^2 \cdot 5,763 = 0,075 \text{ m/s}^2$$

$$a_E = \sqrt{(a_E^{Tg})^2 + (a_E^N)^2} = \sqrt{(0,028)^2 + (0,075)^2} = 0,08 \text{ m/s}^2$$

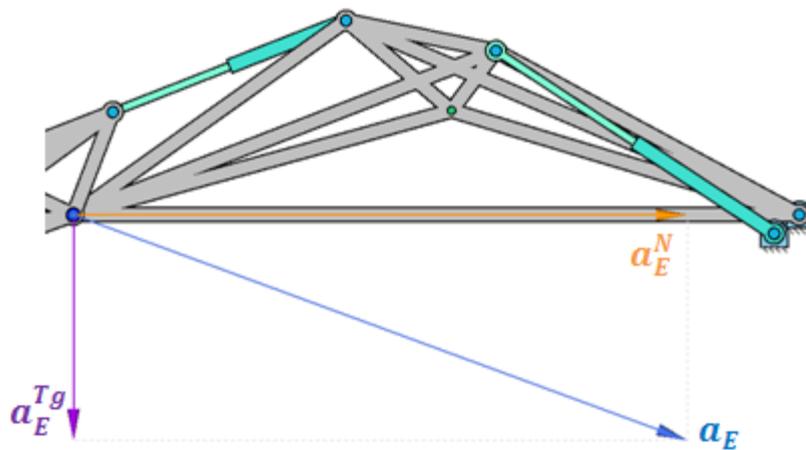


Figura 22. Vectores de aceleración del punto E en posición de mayor alcance a NS

3.2.1.2.1. Aceleraciones del mecanismo completo

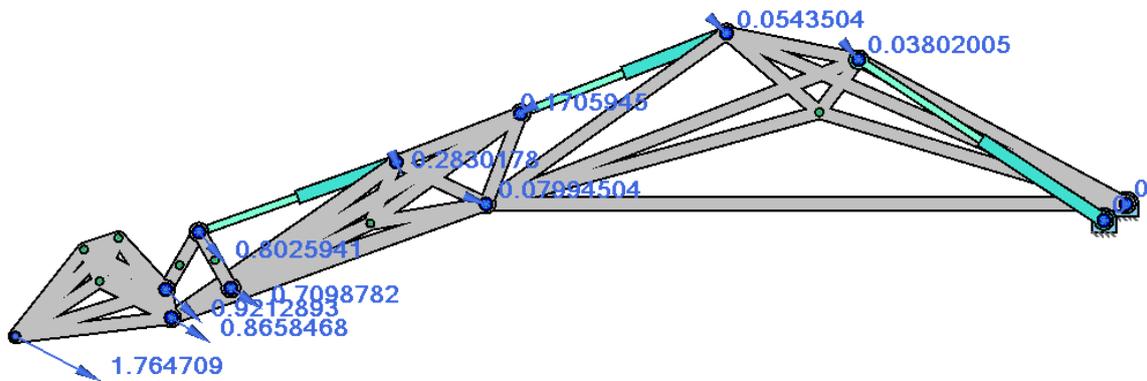


Figura 23. Aceleraciones lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo

Tabla 6. Aceleraciones lineales en posición de mayor alcance a nivel del suelo

PUNTOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	M
VELOCIDAD (m/s ²)	0	0	0,038	0,055	0,08	0,171	0,283	0,71	0,87	0,803	0,921	1,77

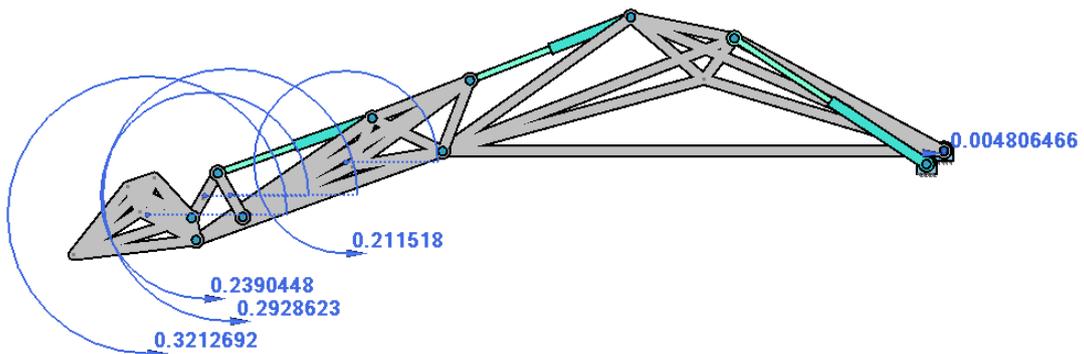


Figura 24. Aceleraciones angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo

Tabla 7. Aceleraciones angulares en posición de mayor alcance a nivel del suelo

ELEMENTOS	Pluma	Brazo	Eslabón 1	Eslabón 2	Cuchara
VELOCIDAD (rad/s ²)	0,00481	0,212	0,293	0,239	0,321

3.2.2. Posición de máxima profundidad de excavación

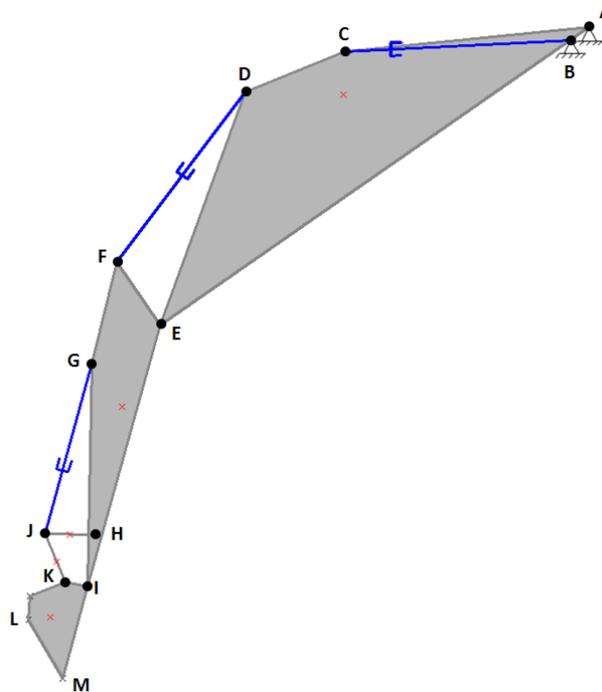


Tabla 8. Longitudes pluma en posición de máxima profundidad de excavación

SEGMENTO	LONGITUD (m)
AC	2,741
AD	3,918
AE	5,763
BC	2,528

3.2.2.1. Velocidades del elemento pluma

Se sabe que la velocidad con la que opera el cilindro en ese instante del movimiento es de:

$$V_{Relativa} = V_{Pistón} = 0,012 \text{ m/s}$$

$$\begin{matrix} \perp \overline{AC} & \perp \overline{BC} & \parallel \overline{BC} \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ \vec{V}_C & = & \vec{V}_{Arrastre} + \vec{V}_{Relativa} \\ ? & & ? \quad 0,012 \end{matrix}$$

Se conocen las direcciones y sentidos de las velocidades, también es conocida la magnitud de la velocidad relativa, por lo que se puede resolver gráficamente el problema operando con dichos vectores.

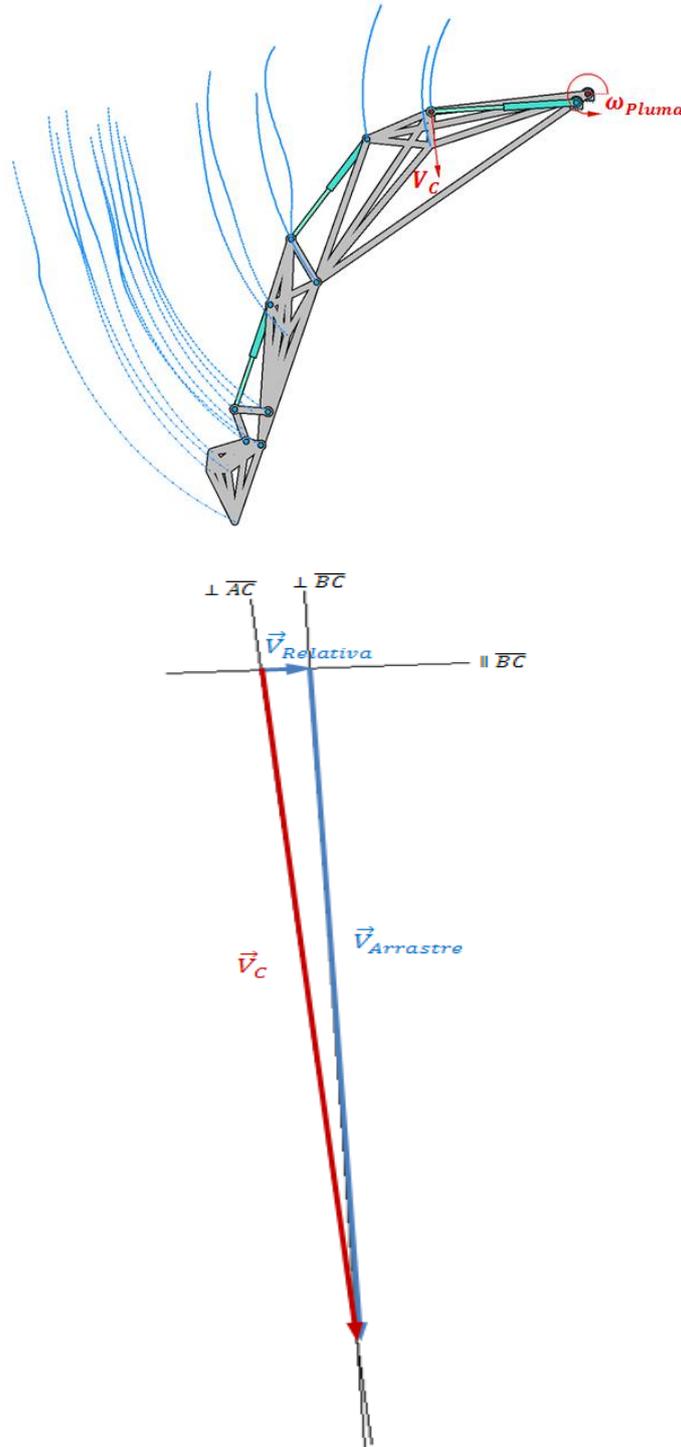


Figura 25. Vectores de velocidad del punto C en posición de máxima profundidad de excavación

Resultados obtenidos gráficamente:

$$V_C \approx 0,24 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{Arrastre}} \approx 0,239 \text{ m/s}$$

- **Velocidades angulares:**

$$\omega_{\text{Pluma}} = \frac{V_C}{AC} = \frac{0,24}{2,741} = 0,088 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{Cil.Pluma}} = \frac{V_{\text{Arrastre}}}{BC} = \frac{0,239}{2,528} = 0,095 \text{ rad/s}$$

- **Velocidades lineales:**

$$V_D = \omega_{\text{Pluma}} \cdot \overline{AD} = 0,088 \cdot 3,918 = 0,345 \text{ m/s}$$

$$V_E = \omega_{\text{Pluma}} \cdot \overline{AE} = 0,088 \cdot 5,763 = 0,507 \text{ m/s}$$

3.2.2.1.1. Velocidades del mecanismo completo

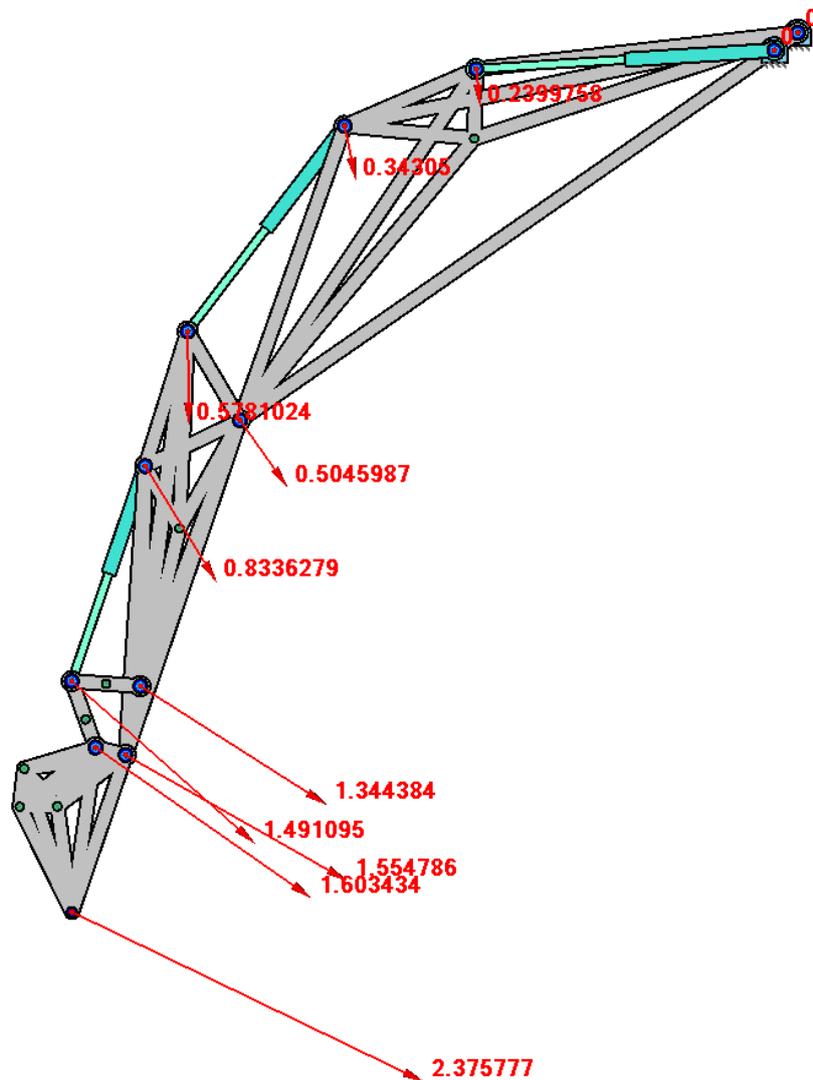


Figura 26. Velocidades lineales en posición de máxima profundidad de excavación

Tabla 9. Velocidades lineales en posición de máxima profundidad de excavación

PUNTOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	M
VELOCIDAD (m/s)	0	0	0,24	0,343	0,505	0,58	0,834	1,345	1,56	1,5	1,61	2,38

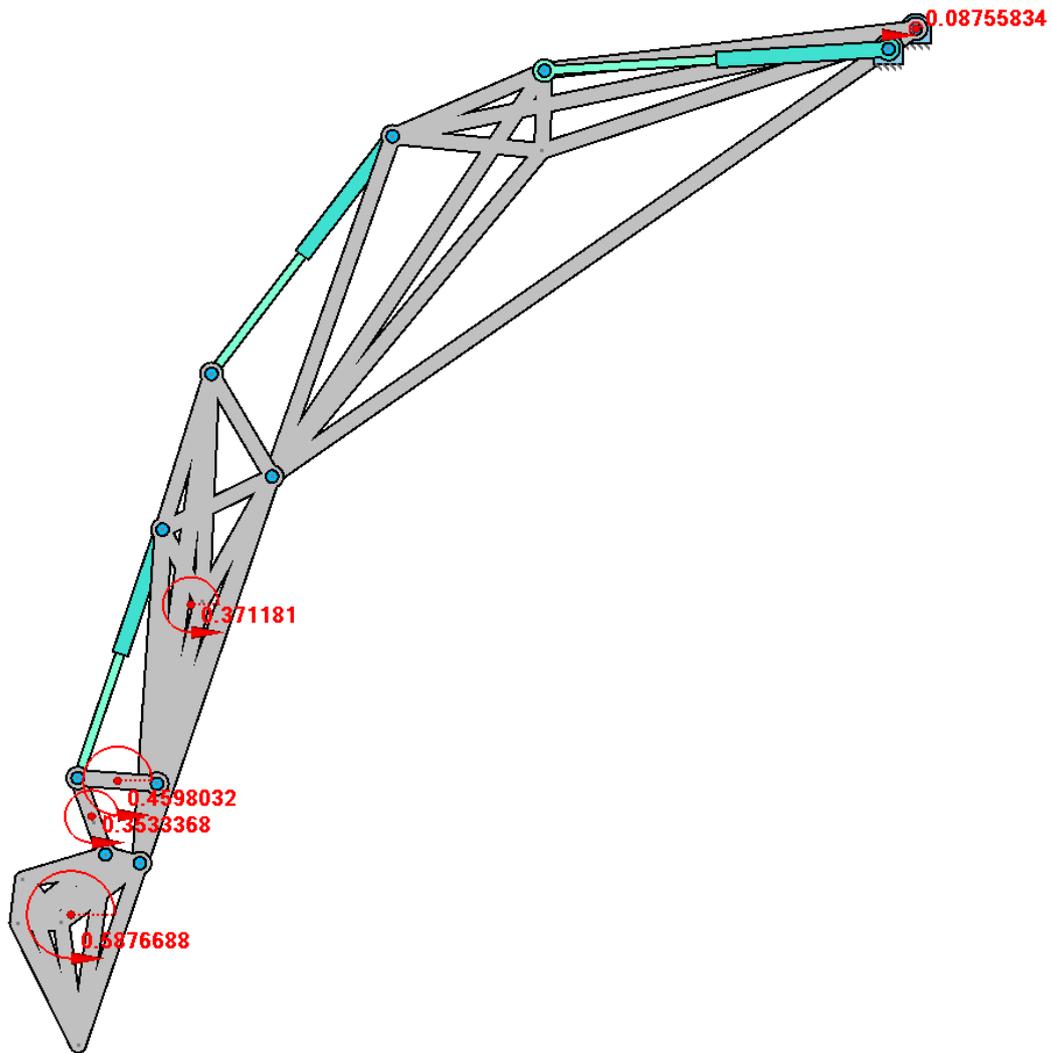


Figura 27. Velocidades angulares en posición de máxima profundidad de excavación

Tabla 10. Velocidades angulares en posición de máxima profundidad de excavación

ELEMENTOS	Pluma	Brazo	Eslabón 1	Eslabón 2	Cuchara
VELOCIDAD (rad/s)	0,088	0,371	0,46	0,354	0,588

3.2.2.2. Aceleraciones del elemento pluma

$$\vec{a}_{Arrastre} = \vec{a}_{C/B}^{Tg} + \vec{a}_{C/B}^N$$

$$\vec{a}_{Relativa} = a_{Pistón} = 0 \quad (\text{Porque la velocidad del pistón es constante})$$

$$\vec{a}_{Coriolis}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_{Cil.Pluma} &= \vec{a}_{Arrastre} + \vec{a}_{Relativa} + \vec{a}_{Coriolis} \\ \vec{a}_{C.Pluma} &= \vec{a}_C^{Tg} + \vec{a}_C^N \end{aligned} \right\} \vec{a}_{Cil.Pluma} = \vec{a}_{C.Pluma}$$

$$\underbrace{\vec{a}_C^{Tg}}_{\perp \overline{AC}} + \underbrace{\omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AC}}_{\parallel \overline{AC}} = \underbrace{\vec{a}_{C/B}^{Tg}}_{\perp \overline{BC}} + \underbrace{\omega_{Cil.Pluma}^2 \cdot \overline{BC}}_{\parallel BC} + \underbrace{2 \cdot \omega_{Cil.Pluma} \cdot V_{Relativa}}_{\perp \overline{BC}} = \vec{a}_{Coriolis}$$

Una vez conocidos los datos de las velocidades angulares calculadas en el apartado anterior, se pueden obtener los módulos de las siguientes velocidades:

$$a_C^N = \omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AC} = (0,088)^2 \cdot 2,741 = 0,021 \text{ m/s}^2$$

$$a_{C/B}^N = \omega_{Cil.Pluma}^2 \cdot \overline{BC} = (0,095)^2 \cdot 2,528 = 0,023 \text{ m/s}^2$$

$$a_{Coriolis} = 2 \cdot \omega_{Cil.Pluma} \cdot V_{Relativa} = 2 \cdot 0,095 \cdot 0,012 = 0,00228 \text{ m/s}^2$$

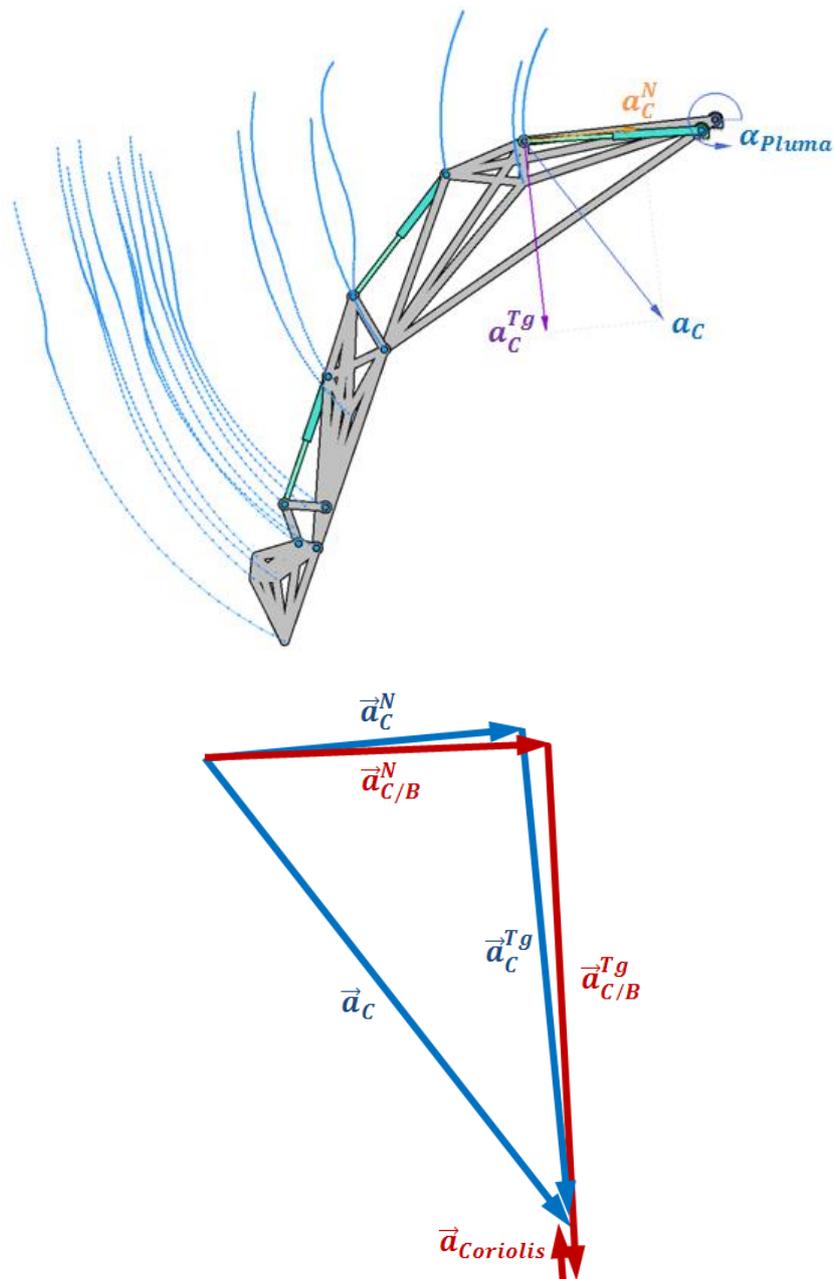


Figura 28. Vectores de aceleración del punto C en posición de máxima profundidad de excavación

Resultados obtenidos gráficamente:

$$a_c \approx 0,0404 \text{ m/s}^2$$

$$a_c^{Tg} \approx 0,035 \text{ m/s}^2$$

$$a_{c/B}^{Tg} \approx 0,0334 \text{ m/s}^2$$

- Aceleraciones angulares:

$$\alpha_{Pluma} = \frac{a_C^{Tg}}{AC} = \frac{0,035}{2,741} = 0,0128 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_{Cil.Pluma} = \frac{a_{C/B}^{Tg}}{BC} = \frac{0,0334}{2,528} = 0,0132 \text{ rad/s}^2$$

- Aceleraciones lineales:

$$\begin{array}{l} \underbrace{\quad ? \quad}_{\vec{a}_D} = \underbrace{\alpha_{Pluma} \cdot \overline{AD}}_{\vec{a}_D^{Tg}} + \underbrace{\omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AD}}_{\vec{a}_D^N} \\ \quad ? \qquad \qquad \perp \overline{AD} \qquad \qquad \parallel AD \end{array}$$

$$a_D^{Tg} = \alpha_{Pluma} \cdot \overline{AD} = 0,0128 \cdot 3,918 = 0,05 \text{ m/s}^2$$

$$a_D^N = \omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AD} = (0,088)^2 \cdot 3,918 = 0,03 \text{ m/s}^2$$

$$a_D = \sqrt{(a_D^{Tg})^2 + (a_D^N)^2} = \sqrt{(0,05)^2 + (0,03)^2} = 0,058 \text{ m/s}^2$$

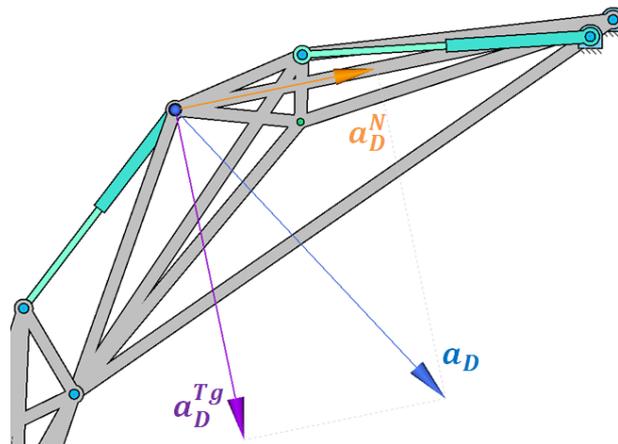


Figura 29. Vectores de aceleración del punto D en posición de máxima profundidad de excavación

$$\begin{array}{c} ? \\ \underbrace{\vec{a}_E} \\ ? \end{array} = \underbrace{\alpha_{pluma} \cdot \overline{AE}}_{\perp \overline{AE}} + \underbrace{\omega_{pluma}^2 \cdot \overline{AE}}_{\parallel AE} \vec{a}_E^N$$

$$a_E^{Tg} = \alpha_{pluma} \cdot \overline{AE} = 0,0128 \cdot 5,763 = 0,074 \text{ m/s}^2$$

$$a_E^N = \omega_{pluma}^2 \cdot \overline{AE} = (0,088)^2 \cdot 5,763 = 0,045 \text{ m/s}^2$$

$$a_E = \sqrt{(a_E^{Tg})^2 + (a_E^N)^2} = \sqrt{(0,074)^2 + (0,045)^2} = 0,087 \text{ m/s}^2$$

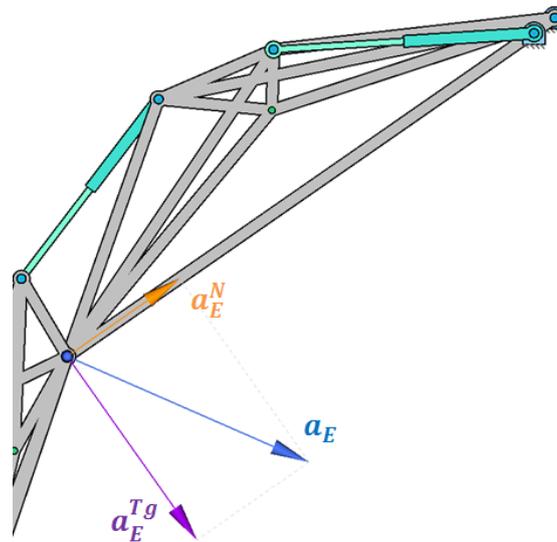


Figura 30. Vectores de aceleración del punto E en posición de máxima profundidad de excavación

3.2.2.2.1. Aceleraciones del mecanismo completo

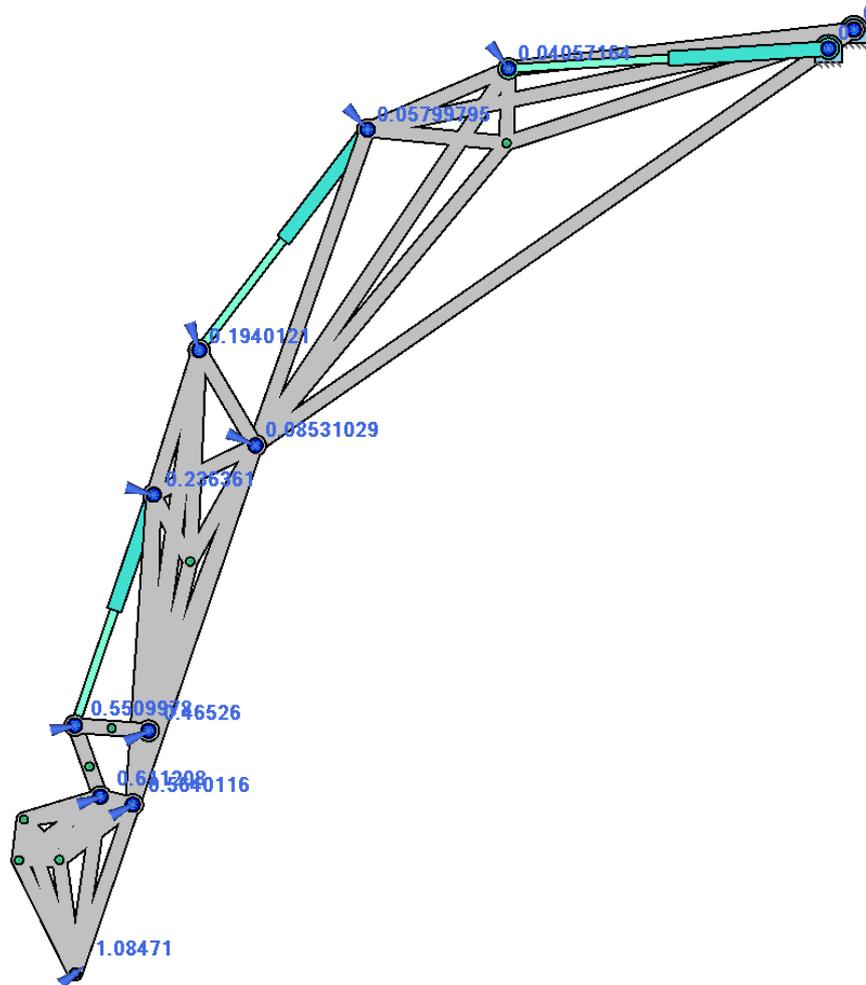


Figura 31. Aceleraciones lineales en posición de máxima profundidad de excavación

Tabla 11. Aceleraciones lineales en posición de máxima profundidad de excavación

PUNTOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	M
VELOCIDAD (m/s ²)	0	0	0,041	0,06	0,0853	0,194	0,24	0,47	0,564	0,551	0,61	1,09

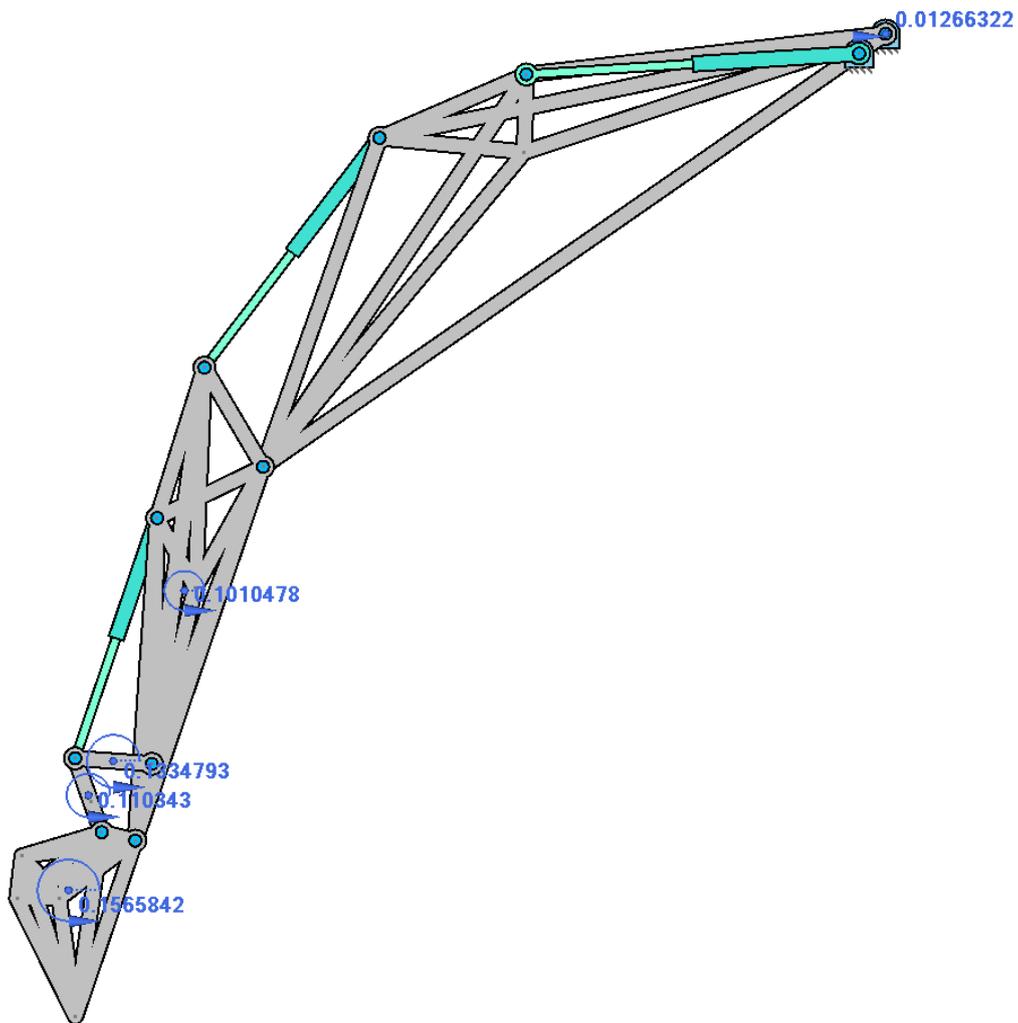


Figura 32. Aceleraciones angulares en posición de máxima profundidad de excavación

Tabla 12. Aceleraciones angulares en posición de máxima profundidad de excavación

ELEMENTOS	Pluma	Brazo	Eslabón 1	Eslabón 2	Cuchara
VELOCIDAD (rad/s ²)	0,013	0,101	0,134	0,111	0,157

3.2.3. Posición de máxima altura de carga

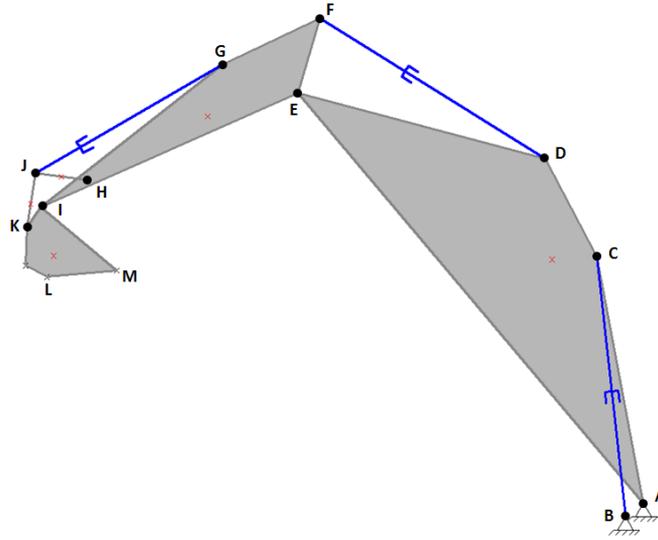


Tabla 13. Longitudes pluma en posición de máxima altura de carga

SEGMENTO	LONGITUD (m)
AC	2,741
AD	3,918
AE	5,763
BC	2,875

3.2.3.1. Velocidades del elemento pluma

Se sabe que la velocidad con la que opera el cilindro en ese instante del movimiento es de:

$$V_{Relativa} = V_{Pistón} = 0,02892 \text{ m/s}$$

$$\begin{array}{ccc} \perp \overline{AC} & \perp \overline{BC} & \parallel \overline{BC} \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ \vec{V}_C & = & \vec{V}_{Arrastre} + \vec{V}_{Relativa} \\ ? & & ? \quad 0,02892 \end{array}$$

Se conocen las direcciones y sentidos de las velocidades, también es conocida la magnitud de la velocidad relativa, por lo que se puede resolver gráficamente el problema operando con dichos vectores.

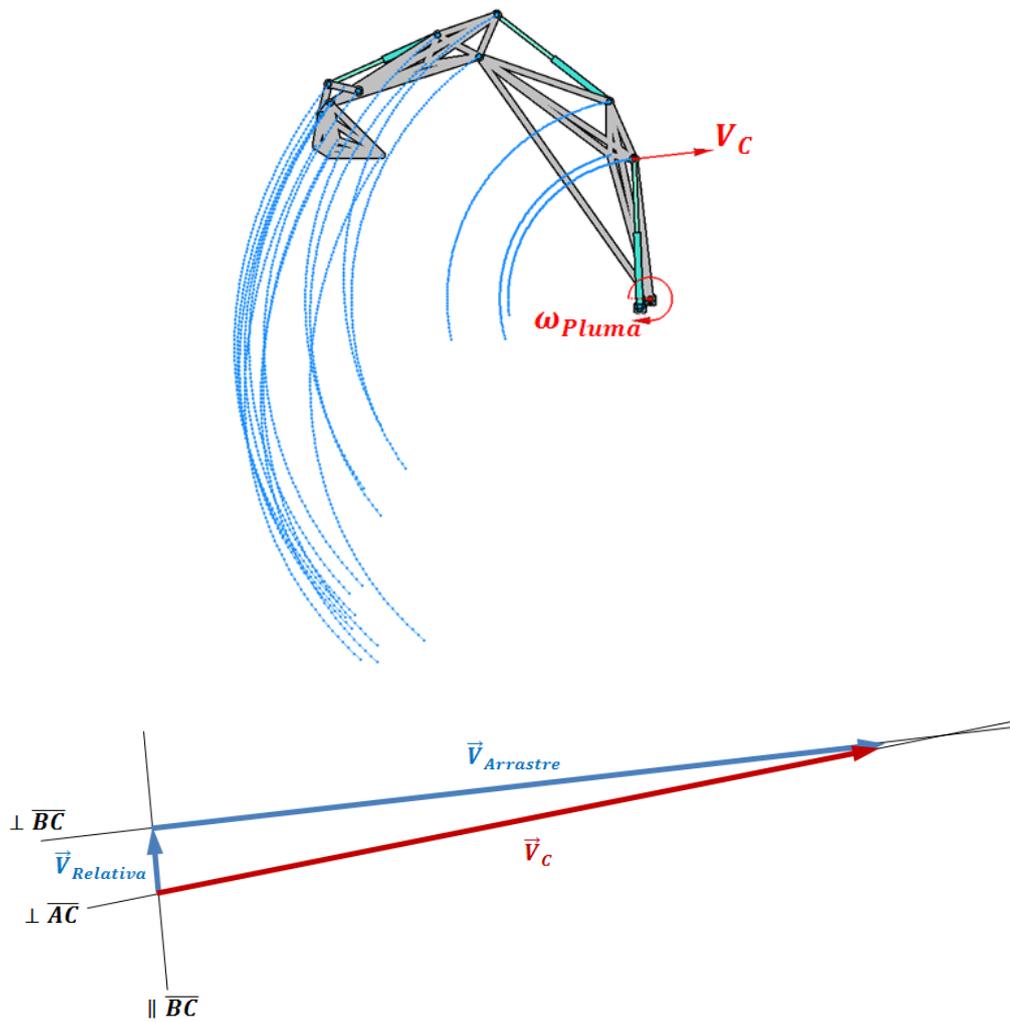


Figura 33. Vectores de velocidad del punto C en posición de máxima altura de carga

Resultados obtenidos gráficamente:

$$V_C \approx 0,3855 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{Arrastre}} \approx 0,3845 \text{ m/s}$$

- **Velocidades angulares:**

$$\omega_{\text{Pluma}} = \frac{V_C}{AC} = \frac{0,3855}{2,741} = 0,141 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{Cil.Pluma} = \frac{V_{Arrastre}}{BC} = \frac{0,3845}{2,875} = 0,134 \text{ rad/s}$$

- Velocidades lineales:

$$V_D = \omega_{pluma} \cdot \overline{AD} = 0,141 \cdot 3,918 = 0,552 \text{ m/s}$$

$$V_E = \omega_{pluma} \cdot \overline{AE} = 0,141 \cdot 5,763 = 0,813 \text{ m/s}$$

3.2.3.1.1. Velocidades del mecanismo completo

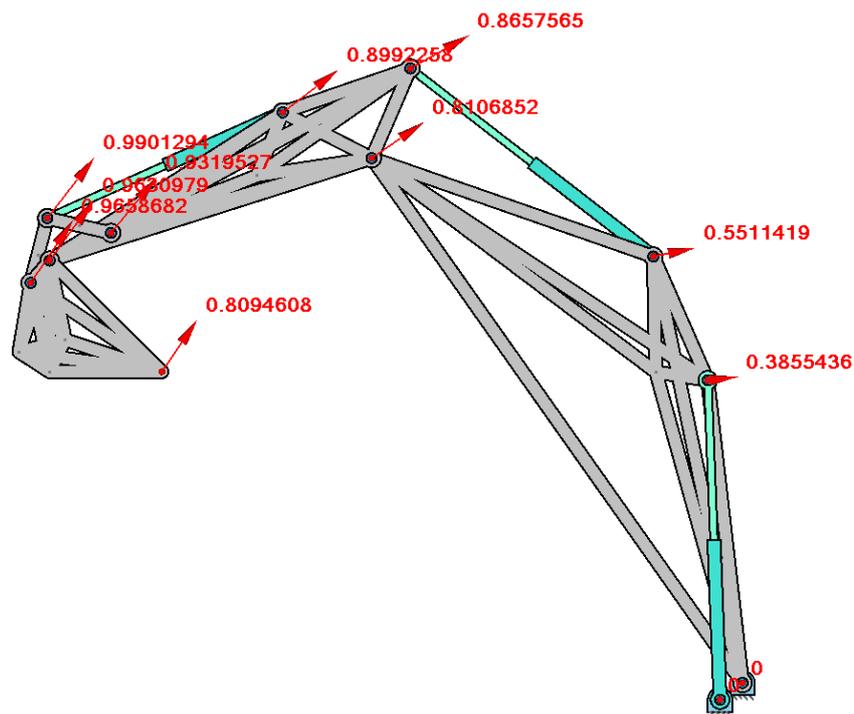


Figura 34. Velocidades lineales en posición de máxima altura de carga

Tabla 14. Velocidades lineales en posición de máxima altura de carga

PUNTOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	M
VELOCIDAD (m/s)	0	0	0,386	0,551	0,81	0,87	0,9	0,932	0,963	0,99	0,966	0,81

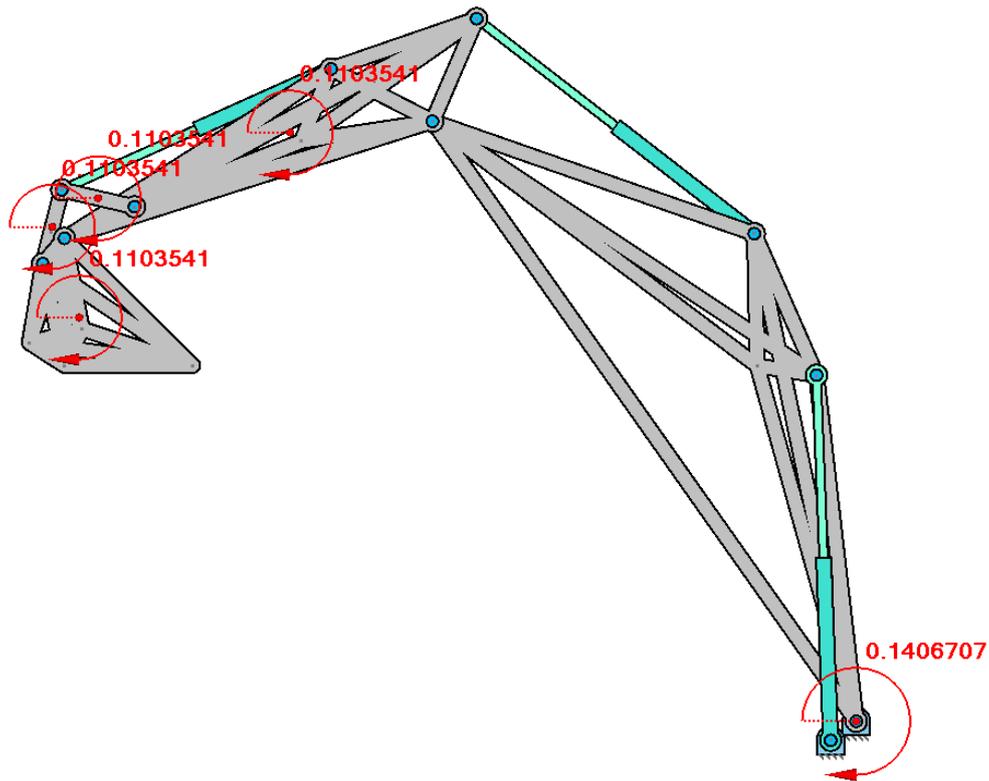


Figura 35. Velocidades angulares en posición de máxima altura de carga

Tabla 15. Velocidades angulares en posición de máxima altura de carga

ELEMENTOS	Pluma	Brazo	Eslabón 1	Eslabón 2	Cuchara
VELOCIDAD (rad/s)	0,141	0,11	0,11	0,11	0,11

3.2.3.1. Aceleraciones del elemento pluma

$$\vec{a}_{Arrastre} = \vec{a}_{C/B}^{Tg} + \vec{a}_{C/B}^N$$

$$\vec{a}_{Relativa} = a_{Pistón} = 0 \quad (\text{Porque la velocidad del pistón es constante})$$

$$\vec{a}_{Coriolis}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_{Cil.Pluma} &= \vec{a}_{Arrastre} + \vec{a}_{Relativa} + \vec{a}_{Coriolis} \\ \vec{a}_{C.Pluma} &= \vec{a}_{C}^{Tg} + \vec{a}_{C}^N \end{aligned} \right\} \vec{a}_{Cil.Pluma} = \vec{a}_{C.Pluma}$$

$$\underbrace{\vec{a}_{C}^{Tg}}_{\perp \overline{AC}} + \underbrace{\omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AC}}_{\parallel \overline{AC}} = \underbrace{\vec{a}_{C/B}^{Tg}}_{\perp \overline{BC}} + \underbrace{\omega_{Cil.Pluma}^2 \cdot \overline{BC}}_{\parallel BC} + \underbrace{2 \cdot \omega_{Cil.Pluma} \cdot V_{Relativa}}_{\perp \overline{BC}} = \vec{a}_{Coriolis}$$

Una vez conocidos los datos de las velocidades angulares calculadas en el apartado anterior, se pueden obtener los módulos de las siguientes velocidades:

$$a_C^N = \omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AC} = (0,141)^2 \cdot 2,741 = 0,0545 \text{ m/s}^2$$

$$a_{C/B}^N = \omega_{Cil.Pluma}^2 \cdot \overline{BC} = (0,134)^2 \cdot 2,875 = 0,052 \text{ m/s}^2$$

$$a_{Coriolis} = 2 \cdot \omega_{Cil.Pluma} \cdot V_{Relativa} = 2 \cdot 0,134 \cdot 0,02892 = 0,0078 \text{ m/s}^2$$

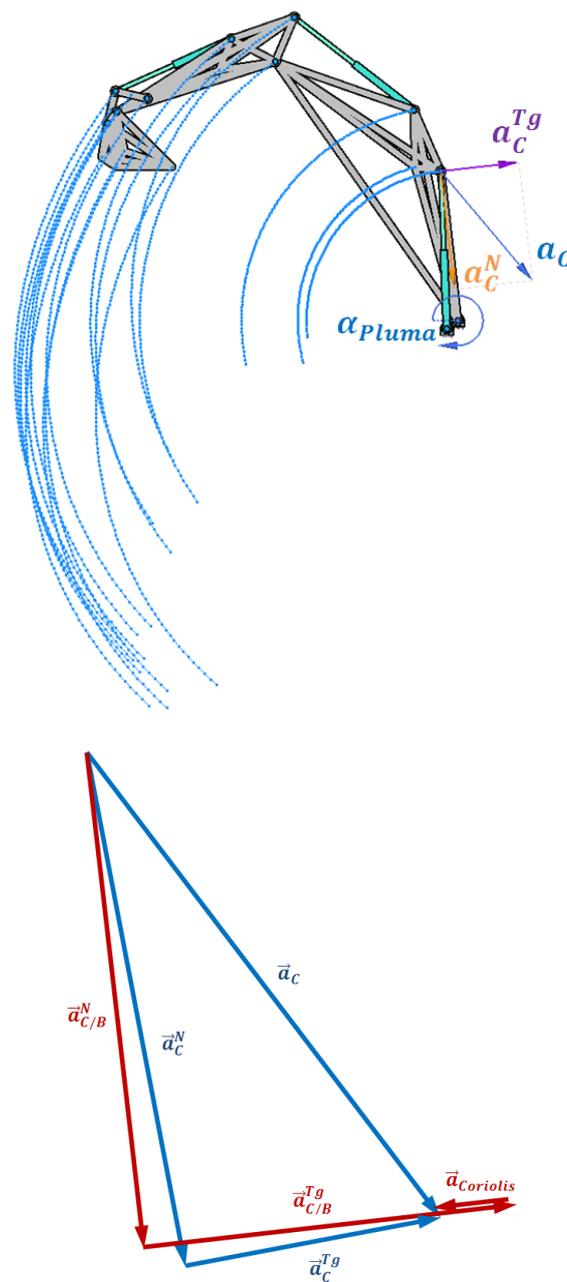


Figura 36. Vectores de aceleración del punto C en posición de máxima altura de carga

Resultados obtenidos gráficamente:

$$a_c \approx 0,063 \text{ m/s}^2$$

$$a_c^{Tg} \approx 0,0313 \text{ m/s}^2$$

$$a_{c/B}^{Tg} \approx 0,0391 \text{ m/s}^2$$

- Aceleraciones angulares:

$$\alpha_{Pluma} = \frac{a_C^{Tg}}{AC} = \frac{0,0313}{2,741} = 0,0114 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_{Cil.Pluma} = \frac{a_{C/B}^{Tg}}{BC} = \frac{0,0391}{2,875} = 0,0136 \text{ rad/s}^2$$

- Aceleraciones lineales:

$$\begin{array}{rcc} ? & \alpha_{Pluma} \cdot \overline{AD} & \omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AD} \\ \underbrace{} & \underbrace{\phantom{a_D^{Tg}}} & \underbrace{} \\ \vec{a}_D & = \vec{a}_D^{Tg} & + \vec{a}_D^N \\ ? & \perp \overline{AD} & \parallel AD \end{array}$$

$$a_D^{Tg} = \alpha_{Pluma} \cdot \overline{AD} = 0,0114 \cdot 3,918 = 0,045 \text{ m/s}^2$$

$$a_D^N = \omega_{Pluma}^2 \cdot \overline{AD} = (0,141)^2 \cdot 3,918 = 0,078 \text{ m/s}^2$$

$$a_D = \sqrt{(a_D^{Tg})^2 + (a_D^N)^2} = \sqrt{(0,045)^2 + (0,078)^2} = 0,09 \text{ m/s}^2$$

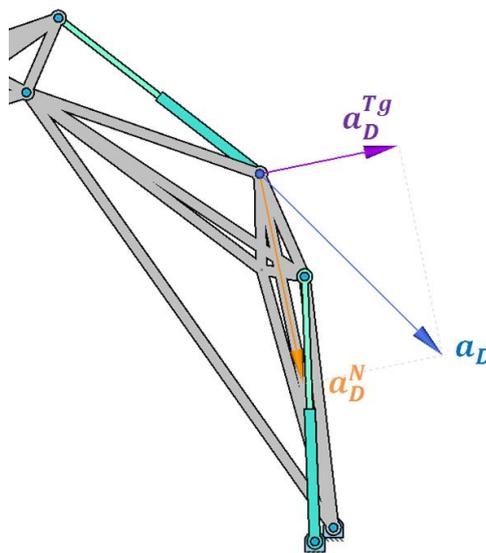


Figura 37. Vectores de aceleración del punto D en posición de máxima altura de carga

$$\begin{array}{c} ? \\ \vec{a}_E \\ ? \end{array} = \begin{array}{c} \alpha_{pluma} \cdot \overline{AE} \\ \vec{a}_E^{Tg} \\ \perp \overline{AE} \end{array} + \begin{array}{c} \omega_{pluma}^2 \cdot \overline{AE} \\ \vec{a}_E^N \\ \parallel AE \end{array}$$

$$a_E^{Tg} = \alpha_{pluma} \cdot \overline{AE} = 0,0114 \cdot 5,763 = 0,066 \text{ m/s}^2$$

$$a_E^N = \omega_{pluma}^2 \cdot \overline{AE} = (0,141)^2 \cdot 5,763 = 0,115 \text{ m/s}^2$$

$$a_E = \sqrt{(a_E^{Tg})^2 + (a_E^N)^2} = \sqrt{(0,06)^2 + (0,115)^2} = 0,133 \text{ m/s}^2$$

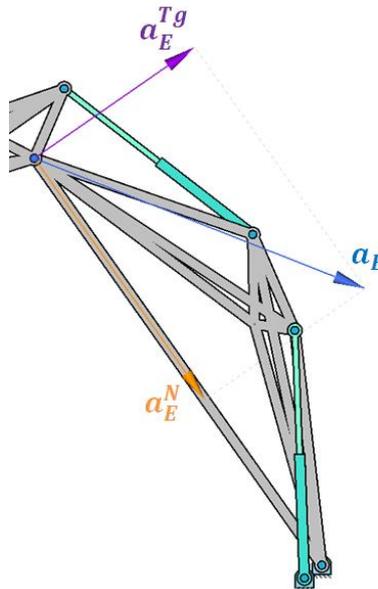


Figura 38. Vectores de aceleración del punto E en posición de máxima altura de carga

3.2.3.1.1. Aceleraciones del mecanismo completo

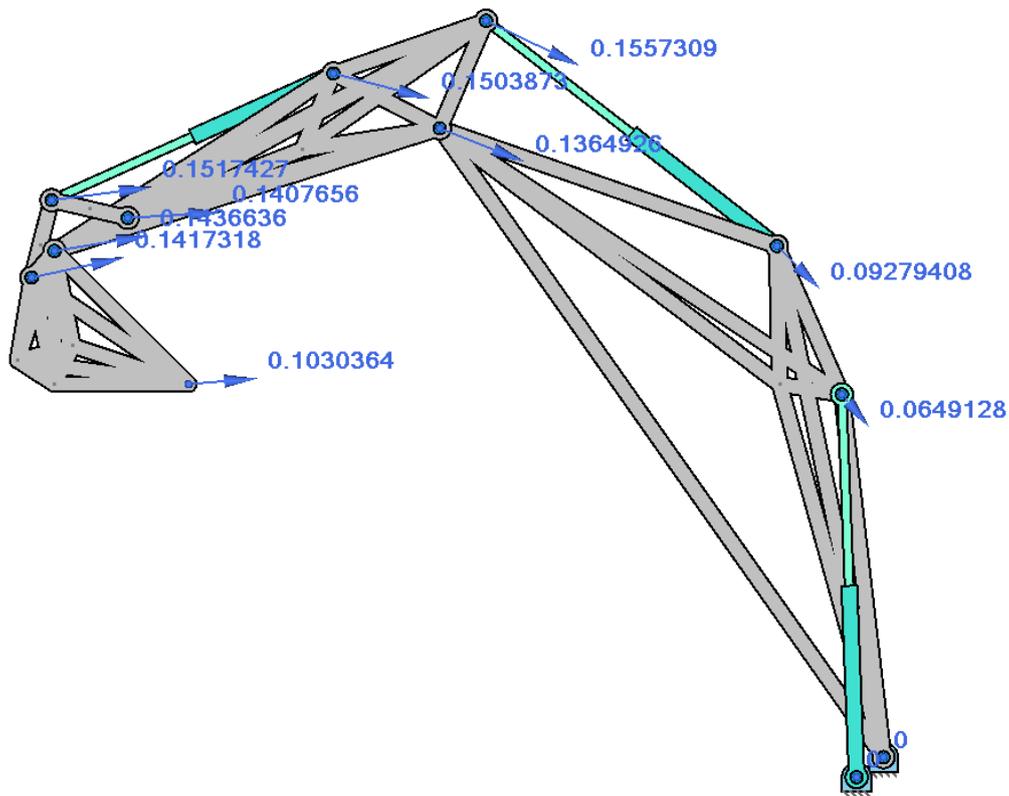


Figura 39. Aceleraciones lineales de máxima altura de carga

Tabla 16. Aceleraciones lineales de máxima altura de carga

PUNTOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	M
VELOCIDAD (m/s ²)	0	0	0,065	0,093	0,137	0,156	0,15	0,141	0,144	0,152	0,142	0,103

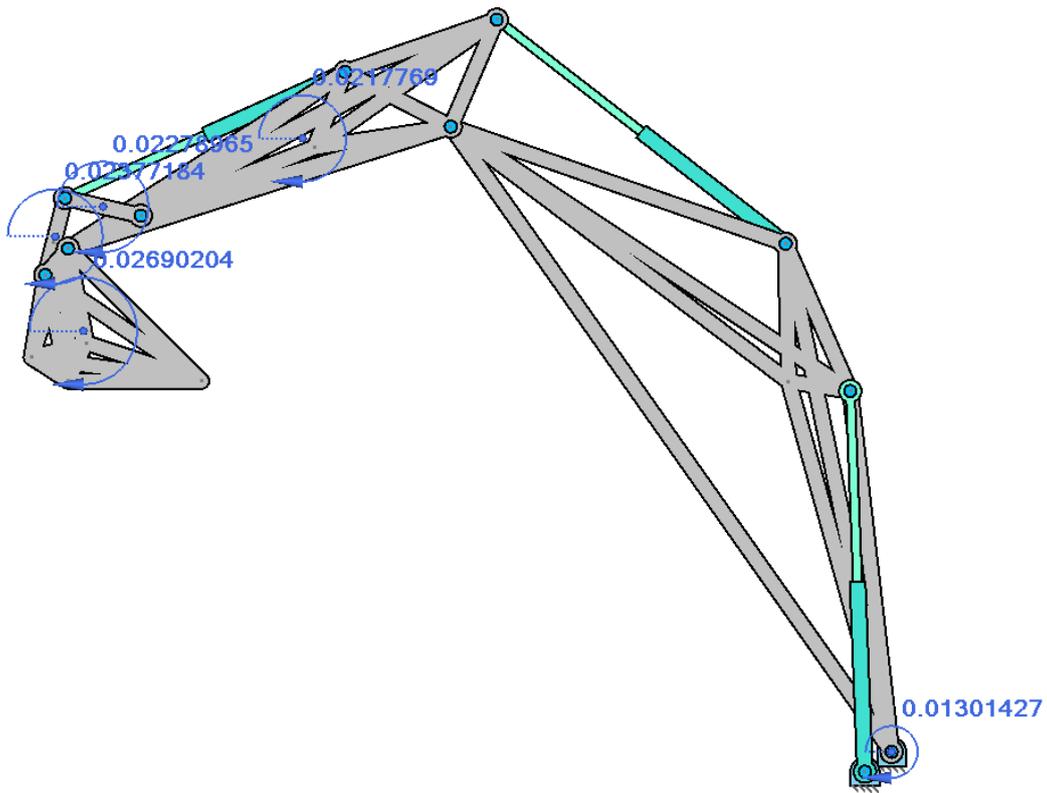


Figura 40. Aceleraciones angulares de máxima altura de carga

Tabla 17. Aceleraciones angulares de máxima altura de carga

ELEMENTOS	Pluma	Brazo	Eslabón 1	Eslabón 2	Cuchara
VELOCIDAD (rad/s ²)	0,013	0,022	0,023	0,024	0,027

3.2.4. Aceleraciones críticas en los CDG

3.2.4.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo

Tabla 18. Aceleraciones lineales en el CDG en pos. de mayor alcance a nivel del suelo

ELEMENTO	PLUMA	BRAZO	ESLABÓN 1	ESLABÓN 2	CUCHARA
ACELERACION m/s ²	0,04	0,351	0,75	0,87	1,303

Tabla 19. Aceleraciones angulares en pos. de mayor alcance a nivel del suelo

ELEMENTO	PLUMA	BRAZO	ESLABÓN 1	ESLABÓN 2	CUCHARA
ACELERACION rad/s ²	0,00481	0,212	0,293	0,239	0,321

3.2.4.2. Posición de máxima profundidad de excavación

Tabla 20. Aceleraciones lineales en el CDG en pos. de máxima profundidad de excavación

ELEMENTO	PLUMA	BRAZO	ESLABÓN 1	ESLABÓN 2	CUCHARA
ACELERACION m/s ²	0,043	0,246	0,505	0,585	0,833

Tabla 21. Aceleraciones angulares en pos. de máxima profundidad de excavación

ELEMENTO	PLUMA	BRAZO	ESLABÓN 1	ESLABÓN 2	CUCHARA
ACELERACION rad/s ²	0,013	0,101	0,134	0,111	0,157

3.2.4.2. Posición de máxima altura de carga

Tabla 22. Aceleraciones lineales en el CDG en pos. de máxima altura de carga

ELEMENTO	PLUMA	BRAZO	ESLABÓN 1	ESLABÓN 2	CUCHARA
ACELERACION m/s ²	0,069	0,139	0,15	0,146	0,125

Tabla 23. Aceleraciones angulares en pos. de máxima altura de carga

ELEMENTO	PLUMA	BRAZO	ESLABÓN 1	ESLABÓN 2	CUCHARA
ACELERACION rad/s ²	0,013	0,022	0,023	0,024	0,027

3.3. Cálculos dinámicos

Al abordar el estudio desde el punto de vista dinámico, aparece una nueva magnitud, la masa (m), que interviene en variables vectoriales como fuerzas o momentos y que en el análisis cinemático no se habían tenido en cuenta.

Es por esto, que a la hora de realizar los cálculos de las fuerzas inerciales de cada elemento, es necesario conocer magnitudes como la masa y el momento de inercia. Debido a la complejidad geométrica que posee cada elemento diseñado, resulta difícil poder calcular estas magnitudes manualmente. Estos valores son proporcionados directamente por el programa de diseño empleado y quedan reflejados en el [documento anexo](#).

3.3.1. Pesos

Con la obtención de las masas es posible calcular el peso de los elementos que componen el brazo articulado:

- Pluma:

$$p_p = m_p \cdot g$$

$$p_p = 2.094,4 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N} = 20.546,064 \text{ N}$$

- Brazo:

$$p_b = m_b \cdot g$$

$$p_b = 1.124,42 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N} = 11.030,56 \text{ N}$$

- Eslabón 1:

$$p_{e1} = m_{e1} \cdot g$$

$$p_{e1} = 16,46 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N} = 161,5 \text{ N}$$

- Eslabón 2:

$$p_{e2} = m_{e2} \cdot g$$

$$p_{e2} = 172,65 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N} = 1.693,7 \text{ N}$$

Es conocido el valor de la densidad del material que va a excavar y cargar el brazo articulado diseñado. Por asegurarse a la hora del diseño, se le aplica un coeficiente de seguridad (CS=1,5) por si se encuentra entre la tierra compactada algún material de diferente composición.

$$p_t = \delta_t \cdot g \cdot C_S$$

$$p_t = 2.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \text{ N} \cdot 1,5 = 29.430 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

La capacidad nominal de carga de la cuchara diseñada es de 0,57 m³, por lo que se procede a obtener el peso total de material que puede albergar la cuchara en su interior.

$$m_t = 2.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,5 \cdot 0,6 \text{ m}^3 = 1.800 \text{ kg}$$

$$p_t = 29.430 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \cdot 0,6 \text{ m}^3 = 17.658 \text{ N}$$

- Cuchara vacía:

$$p_c = m_c \cdot g$$

$$p_c = 604,61 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N} = 5.931,23 \text{ N}$$

- Cuchara cargada de material:

$$m_{c+t} = m_c + m_t$$

$$m_{c+t} = 604,61 \text{ kg} + 1.800 \text{ kg} = 2.404,61 \text{ kg}$$

$$p_{c+t} = p_c + p_t$$

$$p_{c+t} = 5.931,23 \text{ N} + 17.658 \text{ N} = 23.589,23 \text{ N}$$

3.3.2. Fuerzas inerciales

A continuación se va a obtener todas las fuerzas de inercia generadas por la aceleración a la que se encuentran sometidos los elementos que componen el brazo articulado.

3.3.2.1. Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo

- Pluma:

$$F_{INp} = m_p \cdot a = 2.094,4 \text{ kg} \cdot 0,04 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 83,776 \text{ N}$$

$$F_{INpx} = 83,776 \text{ N} \cdot \cos(37,04^\circ) = 66,871 \text{ N}$$

$$F_{INpy} = 83,776 \text{ N} \cdot \text{sen}(37,04^\circ) = 50,464 \text{ N}$$

$$H_p = I_{Gp} \cdot \alpha = 6.101,4 \text{ kgm}^2 \cdot 0,00481 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 29,348 \text{ Nm}$$

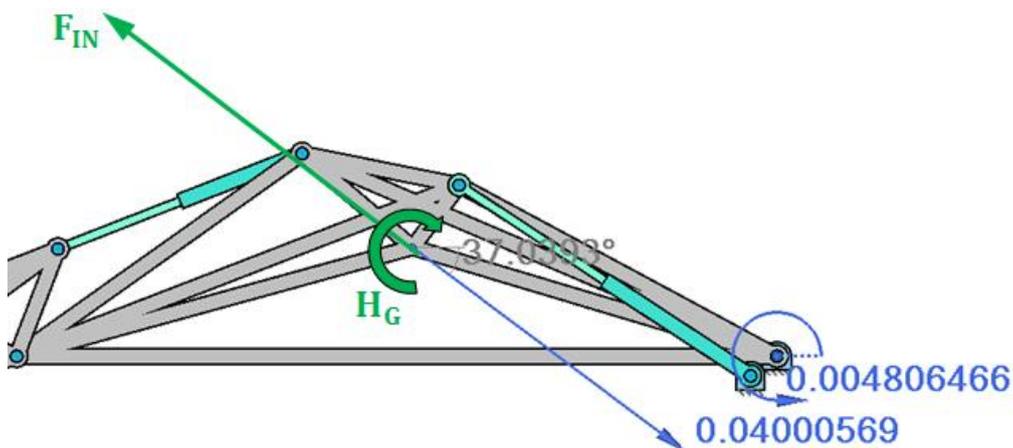


Figura 41. Fuerzas de inercia pluma en pos. de mayor alcance a NS

- Brazo:

$$F_{INb} = m_b \cdot a = 1.124,42 \text{ kg} \cdot 0,351 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 394,671 \text{ N}$$

$$F_{INbx} = 394,671 \text{ N} \cdot \cos(39,08^\circ) = 306,37 \text{ N}$$

$$F_{INby} = 394,671 \text{ N} \cdot \text{sen}(39,08^\circ) = 248,803 \text{ N}$$

$$H_b = I_{G_b} \cdot \alpha = 1.165,2 \text{ kgm}^2 \cdot 0,212 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 247,022 \text{ Nm}$$

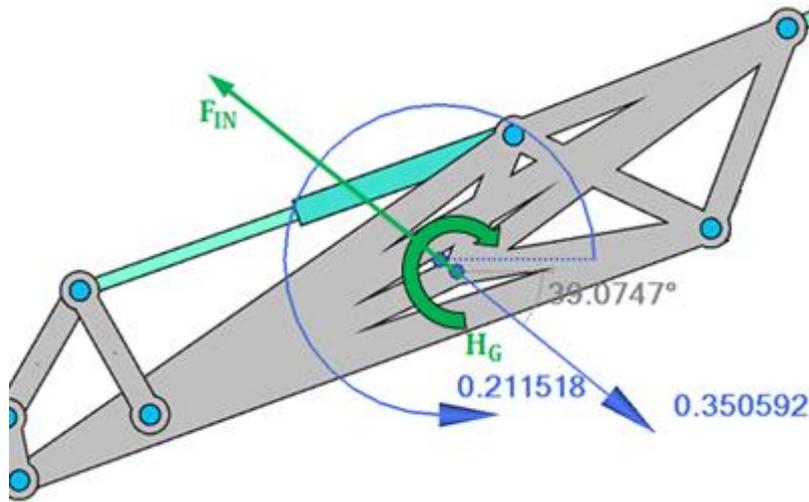


Figura 42. Fuerzas de inercia brazo en pos. de mayor alcance a NS

- Eslabón 1:

$$F_{INe1} = m_{e1} \cdot a = 16,46 \text{ kg} \cdot 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 12,345 \text{ N}$$

$$F_{INe1x} = 12,345 \text{ N} \cdot \cos(42,461^\circ) = 9,107 \text{ N}$$

$$F_{INe1y} = 12,345 \text{ N} \cdot \text{sen}(42,461^\circ) = 8,334 \text{ N}$$

$$H_{e1} = I_{G_{e1}} \cdot \alpha = 0,711 \text{ kgm}^2 \cdot 0,293 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 0,208 \text{ Nm}$$

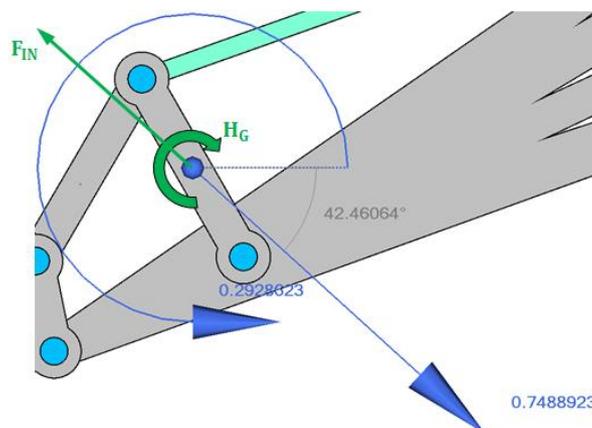


Figura 43. Fuerzas de inercia eslabón 1 en pos. de mayor alcance a NS

- Eslabón 2:

$$F_{INe2} = m_{e2} \cdot a = 172,65 \text{ kg} \cdot 0,87 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 150,206 \text{ N}$$

$$F_{INe2x} = 150,206 \text{ N} \cdot \cos(45,68^\circ) = 104,943 \text{ N}$$

$$F_{INe2y} = 150,206 \text{ N} \cdot \text{sen}(45,68^\circ) = 107,464 \text{ N}$$

$$H_{e2} = I_{G e2} \cdot \alpha = 6,83 \text{ kgm}^2 \cdot 0,239 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 1,639 \text{ Nm}$$

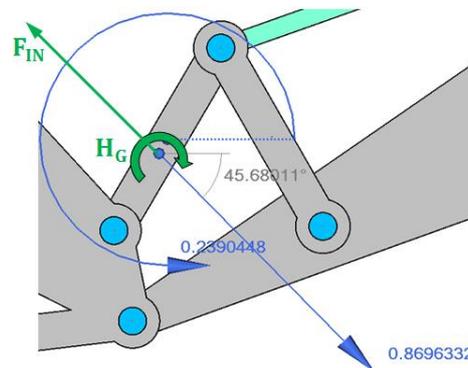


Figura 44. Fuerzas de inercia eslabón 2 en pos. de mayor alcance a NS

- Cuchara:

$$F_{INC} = m_c \cdot a = 604,61 \text{ kg} \cdot 1,303 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 787,807 \text{ N}$$

$$F_{INCx} = 787,807 \text{ N} \cdot \cos(41,29^\circ) = 591,942 \text{ N}$$

$$F_{INcy} = 787,807 \text{ N} \cdot \text{sen}(41,29^\circ) = 519,851 \text{ N}$$

$$H_c = I_{G c} \cdot \alpha = 124,76 \text{ kgm}^2 \cdot 0,321 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 40,085 \text{ Nm}$$

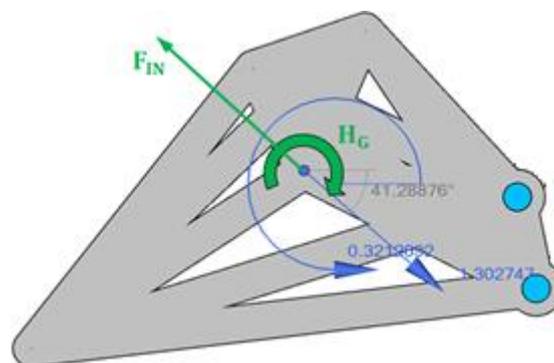


Figura 45. Fuerzas de inercia cuchara en pos. de mayor alcance a NS

3.3.2.2. Posición de máxima profundidad de excavación

- Pluma:

$$F_{INp} = m_p \cdot a = 2.094,4 \text{ kg} \cdot 0,0427 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 89,431 \text{ N}$$

$$F_{INp_x} = 89,431 \text{ N} \cdot \cos(40,576^\circ) = 67,927 \text{ N}$$

$$F_{INp_y} = 89,431 \text{ N} \cdot \text{sen}(40,576^\circ) = 58,171 \text{ N}$$

$$H_p = I_{Gp} \cdot \alpha = 6.101,4 \text{ kgm}^2 \cdot 0,0127 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 77,488 \text{ Nm}$$

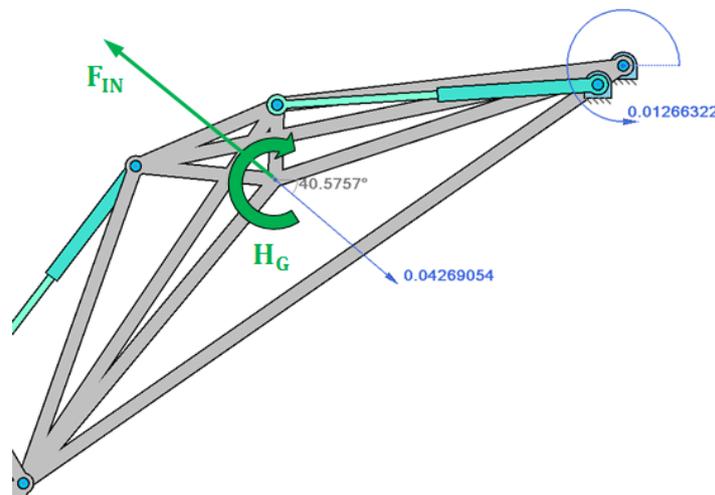


Figura 46. Fuerzas de inercia pluma en pos. de máxima profundidad de excavación

- Brazo:

$$F_{INb} = m_b \cdot a = 1.124,42 \text{ kg} \cdot 0,246 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 276,607 \text{ N}$$

$$F_{INb_x} = 276,607 \text{ N} \cdot \cos(9,546^\circ) = 272,777 \text{ N}$$

$$F_{INb_y} = 276,607 \text{ N} \cdot \text{sen}(9,546^\circ) = 45,872 \text{ N}$$

$$H_b = I_{Gb} \cdot \alpha = 1.165,2 \text{ kgm}^2 \cdot 0,101 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 117,685 \text{ Nm}$$

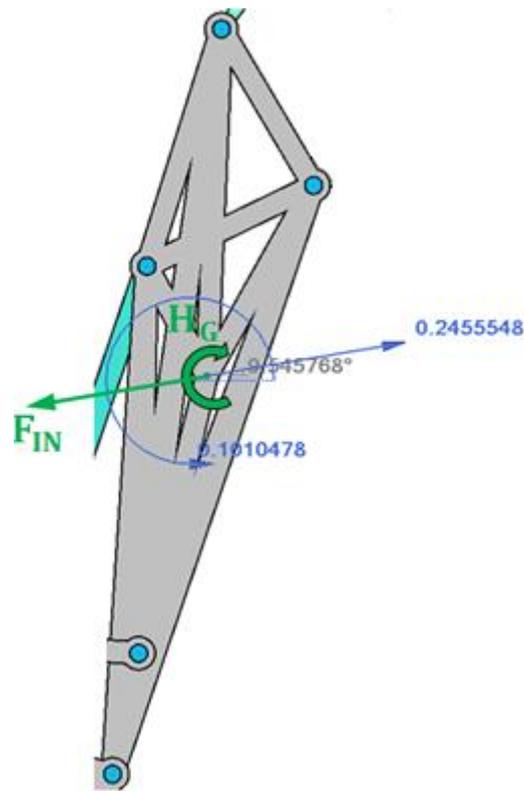


Figura 47. Fuerzas de inercia brazo en pos. de máxima profundidad de excavación

- Eslabón 1:

$$F_{INe1} = m_{e1} \cdot a = 16,46 \text{ kg} \cdot 0,505 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8,312 \text{ N}$$

$$F_{INe1x} = 8,312 \text{ N} \cdot \cos(17,25^\circ) = 7,938 \text{ N}$$

$$F_{INe1y} = 8,312 \text{ N} \cdot \text{sen}(17,25^\circ) = 2,465 \text{ N}$$

$$H_{e1} = I_{G e1} \cdot \alpha = 0,711 \text{ kgm}^2 \cdot 0,134 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 0,095 \text{ Nm}$$

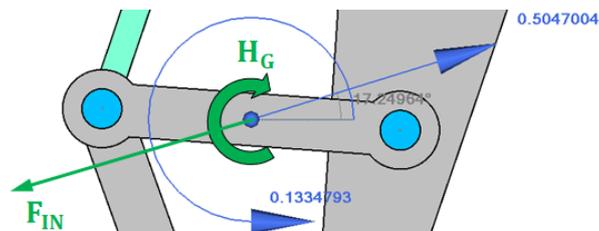


Figura 48. Fuerzas de inercia eslabón 1 en pos. de máxima profundidad de excavación

- Eslabón 2:

$$F_{INe2} = m_{e2} \cdot a = 172,65 \text{ kg} \cdot 0,585 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 101 \text{ N}$$

$$F_{INe2x} = 101 \text{ N} \cdot \cos(15,89^\circ) = 97,141 \text{ N}$$

$$F_{INe2y} = 101 \text{ N} \cdot \text{sen}(15,89^\circ) = 27,653 \text{ N}$$

$$H_{e2} = I_{G e2} \cdot \alpha = 6,83 \text{ kgm}^2 \cdot 0,11 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 0,751 \text{ Nm}$$

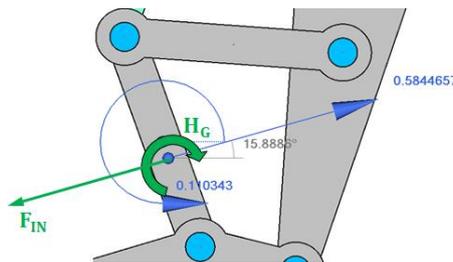


Figura 49. Fuerzas de inercia eslabón 2 en pos. de máxima profundidad de excavación

- Cuchara:

$$F_{INc+t} = m_{c+t} \cdot a = 2.404,61 \text{ kg} \cdot 0,834 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.005,445 \text{ N}$$

$$F_{INc+tx} = 2.005,445 \text{ N} \cdot \cos(22,76^\circ) = 1.849,288 \text{ N}$$

$$F_{INc+ty} = 2.005,445 \text{ N} \cdot \text{sen}(22,76^\circ) = 775,85 \text{ N}$$

$$H_c = I_{G c} \cdot \alpha = 124,76 \text{ kgm}^2 \cdot 0,157 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 19,587 \text{ Nm}$$

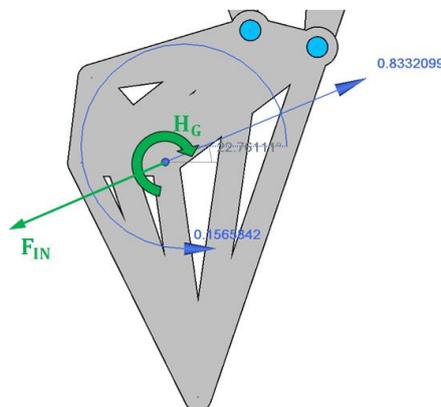


Figura 50. Fuerzas de inercia cuchara en pos. de máxima profundidad de excavación

3.3.2.3. Posición de máxima altura de carga

- Pluma:

$$F_{INp} = m_p \cdot a = 2.094,4 \text{ kg} \cdot 0,069 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 144,514 \text{ N}$$

$$F_{INp_x} = 153,303 \text{ N} \cdot \cos(41,227^\circ) = 108,689 \text{ N}$$

$$F_{INp_y} = 153,303 \text{ N} \cdot \text{sen}(41,227^\circ) = 95,241 \text{ N}$$

$$H_p = I_{Gp} \cdot \alpha = 6.101,4 \text{ kgm}^2 \cdot 0,013 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 79,318 \text{ Nm}$$

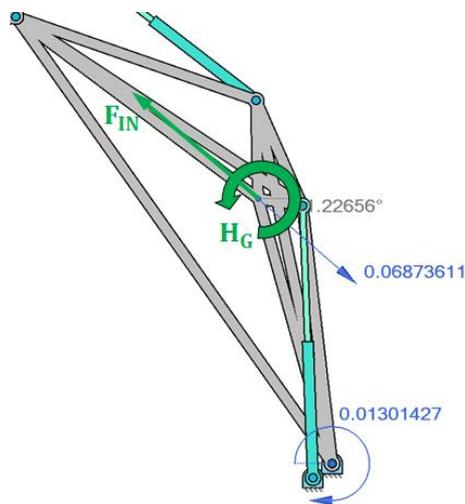


Figura 51. Fuerzas de inercia pluma en pos. de máxima altura de carga

- Brazo:

$$F_{INb} = m_b \cdot a = 1.124,42 \text{ kg} \cdot 0,139 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 156,294 \text{ N}$$

$$F_{INb_x} = 156,294 \text{ N} \cdot \cos(10,92^\circ) = 153,464 \text{ N}$$

$$F_{INb_y} = 156,294 \text{ N} \cdot \text{sen}(10,92^\circ) = 29,608 \text{ N}$$

$$H_b = I_{Gb} \cdot \alpha = 1.165,2 \text{ kgm}^2 \cdot 0,022 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 25,634 \text{ Nm}$$

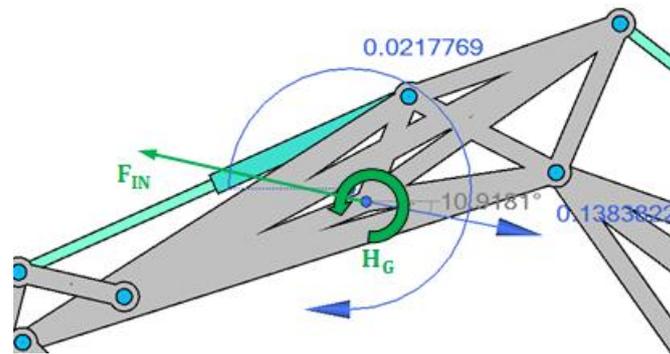


Figura 52. Fuerzas de inercia brazo en pos. de máxima altura de carga

- Eslabón 1:

$$F_{INe1} = m_{e1} \cdot a = 16,46 \text{ kg} \cdot 0,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2,469 \text{ N}$$

$$F_{INe1x} = 2,469 \text{ N} \cdot \cos(5,525^\circ) = 2,458 \text{ N}$$

$$F_{INe1y} = 2,469 \text{ N} \cdot \text{sen}(5,525^\circ) = 0,238 \text{ N}$$

$$H_{e1} = I_{G e1} \cdot \alpha = 0,711 \text{ kgm}^2 \cdot 0,023 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 0,016 \text{ Nm}$$

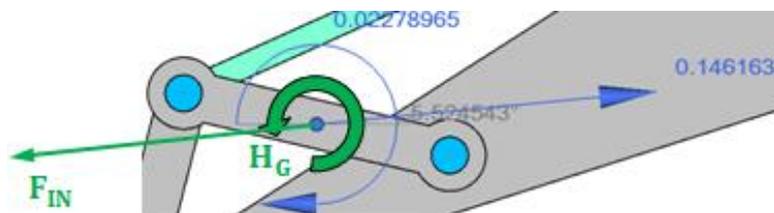


Figura 53. Fuerzas de inercia eslabón 1 en pos. de máxima altura de carga

- Eslabón 2:

$$F_{INe2} = m_{e2} \cdot a = 172,65 \text{ kg} \cdot 0,146 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 25,207 \text{ N}$$

$$F_{INe2x} = 25,207 \text{ N} \cdot \cos(10,22^\circ) = 24,807 \text{ N}$$

$$F_{INe2y} = 25,207 \text{ N} \cdot \text{sen}(10,22^\circ) = 4,472 \text{ N}$$

$$H_{e2} = I_{G e2} \cdot \alpha = 6,83 \text{ kgm}^2 \cdot 0,024 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 0,164 \text{ Nm}$$

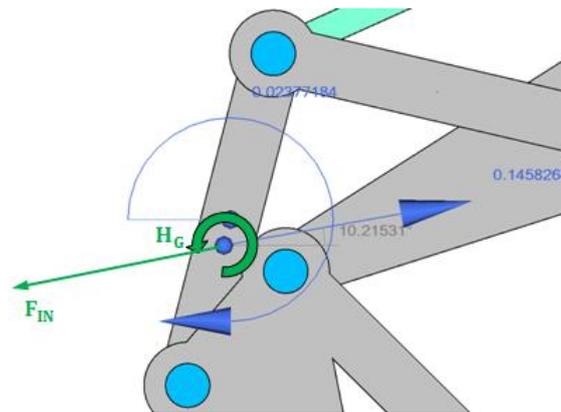


Figura 54. Fuerzas de inercia eslabón 2 en pos. de máxima altura de carga

- Cuchara:

$$F_{INc+t} = m_{c+t} \cdot a = 2.404,61 \text{ kg} \cdot 0,125 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 300,576 \text{ N}$$

$$F_{INc+t x} = 300,576 \text{ N} \cdot \cos(13,172^\circ) = 292,668 \text{ N}$$

$$F_{INc+t y} = 300,576 \text{ N} \cdot \text{sen}(13,172^\circ) = 68,494 \text{ N}$$

$$H_c = I_{Gc} \cdot \alpha = 124,76 \text{ kgm}^2 \cdot 0,027 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 3,369 \text{ Nm}$$

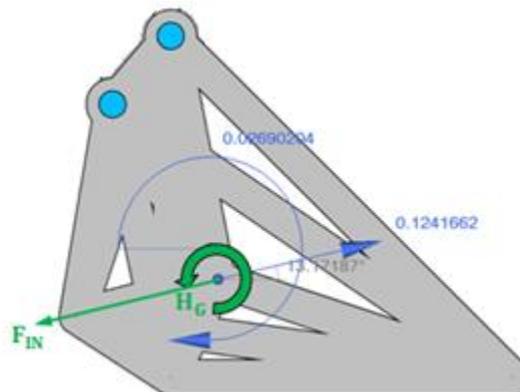


Figura 55. Fuerzas de inercia cuchara en pos. de máxima altura de carga

3.3.2.4. Resumen de las fuerzas inerciales actuantes

Tabla 24. Valores de las fuerzas inerciales en posición de mayor alcance de excavación a NS

Posición de mayor alcance de excavación a nivel del suelo				
ELEMENTO	FUERZA DE INERCIA			MOMENTO ANGULAR (Nm)
	Componente horizontal (N)	Componente vertical (N)	Resultante (N)	
PLUMA	66,871 ←	50,464 ↑	83,776	29,348 ↻
BRAZO	306,37 ←	248,803 ↑	394,671	247,022 ↻
ESLABÓN 1	9,107 ←	8,334 ↑	12,345	0,208 ↻
ESLABÓN 2	104,943 ←	107,464 ↑	150,206	1,639 ↻
CUCHARA	591,942 ←	519,581 ↑	787,807	40,085 ↻

Tabla 25. Valores de las fuerzas inerciales en posición de máxima profundidad de excavación

Posición de máxima profundidad de excavación				
ELEMENTO	FUERZA DE INERCIA			MOMENTO ANGULAR (Nm)
	Componente horizontal (N)	Componente vertical (N)	Resultante (N)	
PLUMA	67,927 ←	58,171 ↑	89,431	77,488 ↻
BRAZO	272,777 ←	45,872 ↓	276,607	117,685 ↻
ESLABÓN 1	7,938 ←	2,465 ↓	8,312	0,095 ↻
ESLABÓN 2	97,141 ←	27,653 ↓	101	0,751 ↻
CUCHARA	1.849,288 ←	775,85 ↓	2.005,445	19,587 ↻

Tabla 26. Valores de las fuerzas inerciales en posición de máxima altura de carga

Posición de máxima altura de carga				
ELEMENTO	FUERZA DE INERCIA			MOMENTO ANGULAR (Nm)
	Componente horizontal (N)	Componente vertical (N)	Resultante (N)	
PLUMA	108,689 ←	95,241 ↑	144,514	79,318 ↻
BRAZO	153,464 ←	29,608 ↑	156,294	25,634 ↻
ESLABÓN 1	2,458 ←	0,238 ↓	2,469	0,016 ↻
ESLABÓN 2	24,807 ←	4,472 ↓	25,207	0,164 ↻
CUCHARA	292,668 ←	68,494 ↓	300,576	3,369 ↻

3.3.3. Reacciones dinámicas en los pares

Una vez conocidas todas las fuerzas a las que se encuentra sometido cada elemento del mecanismo, se aplica el principio de D'Alembert descrito en el [apartado 2.7.3.2.3](#) de la memoria para la obtención de las reacciones dinámicas que aparecerán en los pares.

Dicho de otra manera, se realiza un estudio estático del brazo articulado en cada posición crítica para obtener las reacciones que se generan en cada articulación.

Para facilitar y simplificar el cálculo manual de dichas reacciones se van a tener en cuenta dos hipótesis previas:

- No se va a tener en cuenta las fuerzas actuantes en el varillaje de la cuchara debido a que su masa en comparación con la pluma, brazo y cuchara se puede considerar despreciable.
- Tanto los cilindros que componen el brazo articulado como los eslabones que componen el varillaje de la cuchara, se les tratará como si fueran elementos biarticulados (trabajarán axialmente). Por lo que se puede aplicar una relación entre sus componente horizontal y vertical.

Hay que tener en cuenta que al aplicar estas hipótesis se está introduciendo un error considerable que habrá que tener en cuenta y compararlo con la situación real que será simulada en el programa GIM.

3.3.3.1. Reacciones dinámicas en posición de mayor alcance a NS

Lo primero es obtener las relaciones existentes entre las reacciones de los elementos a los cuales se les considerará biarticulados. Con estos datos será posible realizar el equilibrio estático de una manera más sencilla.

Cilindro de la pluma

$$\frac{B_x}{-2,21} = \frac{B_y}{1,46} \quad \rightarrow \quad B_y = -0,66 \cdot B_x$$

Cilindro del brazo

$$\frac{D_x}{-1,852} = \frac{D_y}{-0,73} \quad \rightarrow \quad D_x = 2,537 \cdot D_y$$

Cilindro de la cuchara

$$\frac{G_x}{-1,777} = \frac{G_y}{-0,637} \quad \rightarrow \quad G_x = 2,79 \cdot G_y$$

Eslabón 1

$$\frac{H_x}{-0,288} = \frac{H_y}{0,507} \quad \rightarrow \quad H_x = -0,568 \cdot H_y$$

Eslabón 2

$$\frac{K_x}{0,3} = \frac{K_y}{0,52} \quad \rightarrow \quad K_x = 0,577 \cdot K_y$$

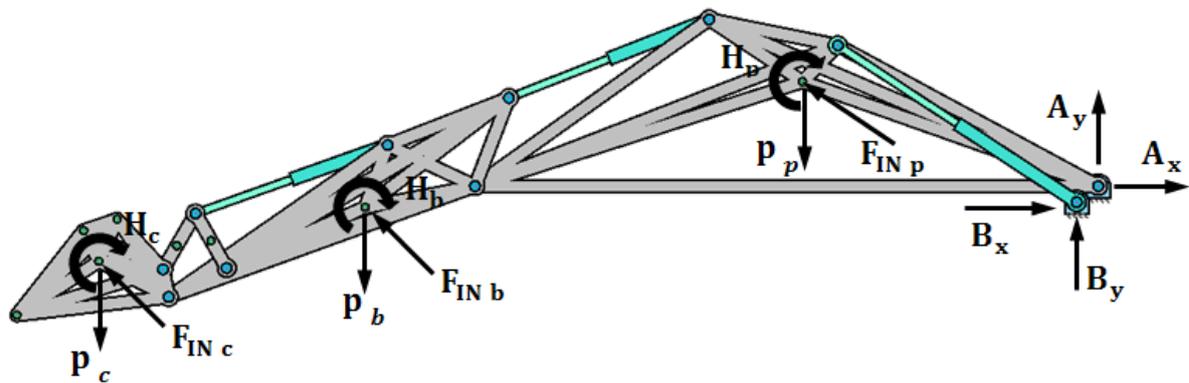


Figura 56. Reacciones dinámicas del brazo articulado en pos. de mayor alcance a NS

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 \rightarrow & - [0,2 \cdot B_y] + [0,15 \cdot B_x] + [2,761 \cdot (p_p - F_{INp\ y})] + [0,832 \cdot F_{INp\ x}] - [H_p] \\ & + [6,805 \cdot (p_b - F_{INb\ y})] - [0,176 \cdot F_{INb\ x}] - [H_b] + [9,242 \cdot (p_c - F_{INc\ y})] \\ & - [0,7 \cdot F_{INc\ x}] - [H_c] = 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{B_x = -635.665,213 \text{ N}}$$

$$B_y = -0,66 \cdot B_x \rightarrow \boxed{B_y = 419.539,041 \text{ N}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + B_x = F_{INp\ x} + F_{INb\ x} + F_{INc\ x}$$

$$\boxed{A_x = 636.630,414 \text{ N}}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow p_p + p_b + p_c = A_y + B_y + F_{INp\ y} + F_{INb\ y} + F_{INc\ y}$$

$$\boxed{A_y = -382.844,213 \text{ N}}$$

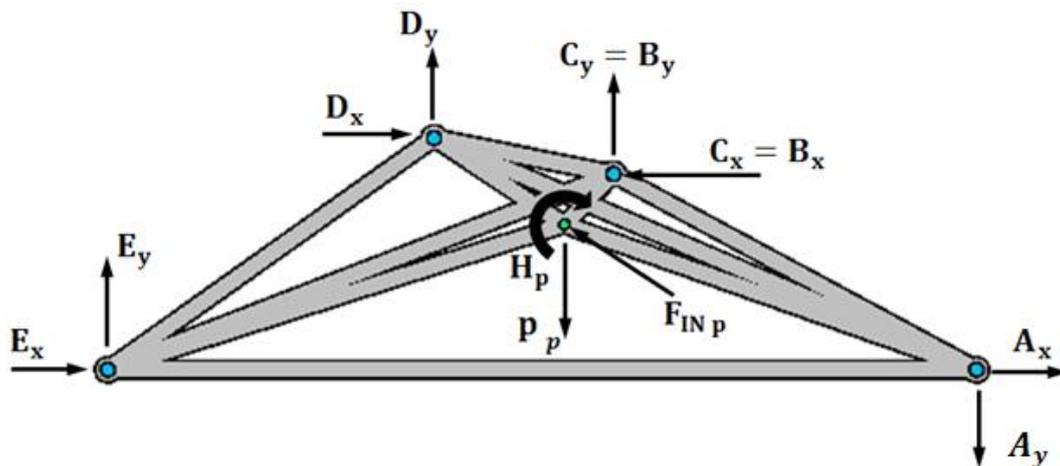


Figura 57. Reacciones dinámicas pluma en pos. de mayor alcance a NS

$$\sum M_E = 0 \rightarrow [2,165 \cdot D_y] - [1,55 \cdot D_x] - [3 \cdot (p_p - F_{INp y})] + [0,832 \cdot F_{INp x}] - [H_p] + [3,355 \cdot C_y] + [1,308 \cdot C_x] - [5,763 \cdot A_y] = 0$$

$$\boxed{D_y = -16.302,57 \text{ N}}$$

$$D_x = 2,537 \cdot D_y \rightarrow \boxed{D_x = -41.359,62 \text{ N}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow E_x + D_x + A_x = F_{INp x} + C_x$$

$$\boxed{E_x = 40.461,31 \text{ N}}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow E_y + D_y + C_y + F_{INp y} = p_p + A_y$$

$$\boxed{E_y = 109,506 \text{ N}}$$

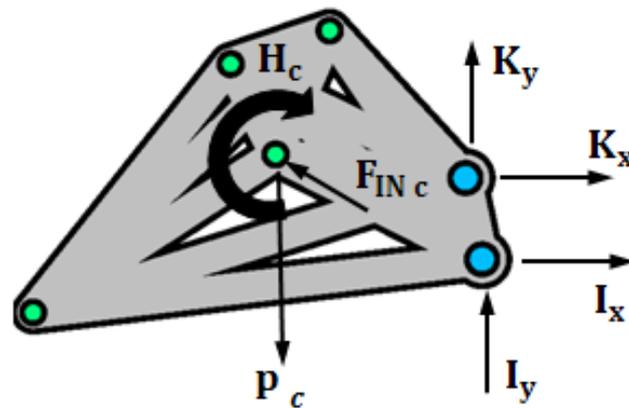


Figura 58. Reacciones dinámicas cuchara en pos. de mayor alcance a NS

$$\sum M_I = 0 \rightarrow [0,646 \cdot (p_c - F_{INCy})] + [0,332 \cdot F_{INCx}] - [H_c] - [0,053 \cdot K_y] - [0,257 \cdot K_x] = 0$$

$$\boxed{K_y = 18.170,085 \text{ N}}$$

$$K_x = 0,577 \cdot K_y \rightarrow \boxed{K_x = 10.484,14 \text{ N}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow I_x + K_x = F_{INCx}$$

$$\boxed{I_x = -9.892,2 \text{ N}}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow I_y + K_y + F_{INCy} = p_c$$

$$\boxed{I_y = -12.758,712 \text{ N}}$$

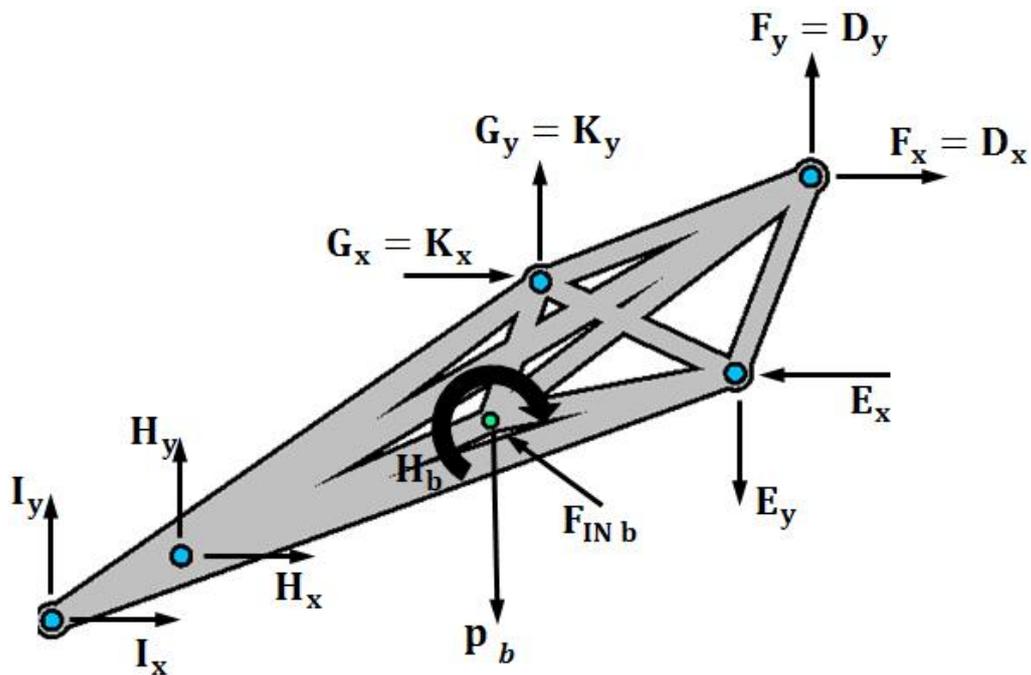


Figura 59. Reacciones dinámicas brazo en pos. de mayor alcance a NS

$$\begin{aligned} \sum M_H = 0 \rightarrow & -[0,536 \cdot I_y] + [0,27 \cdot I_x] - [1,26 \cdot (p_b - F_{INb_y})] + [0,586 \cdot F_{INb_x}] - [H_b] \\ & + [1,49 \cdot G_y] - [1,143 \cdot G_x] - [2,3 \cdot E_y] + [0,762 \cdot E_x] + [2,61 \cdot F_y] \\ & - [1,582 \cdot F_x] = 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{G_y = -5.919,15 \text{ N}}$$

$$G_x = 2,79 \cdot G_y \rightarrow \boxed{G_x = -16.514,43 \text{ N}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow I_x + H_x + G_x + F_x = F_{INb_x} + E_x$$

$$\boxed{H_x = 6.393,69 \text{ N}}$$

$$H_x = -0,568 \cdot H_y \rightarrow \boxed{H_y = -11.256,5 \text{ N}}$$

Valores de las reacciones proporcionadas por GIM en la situación real

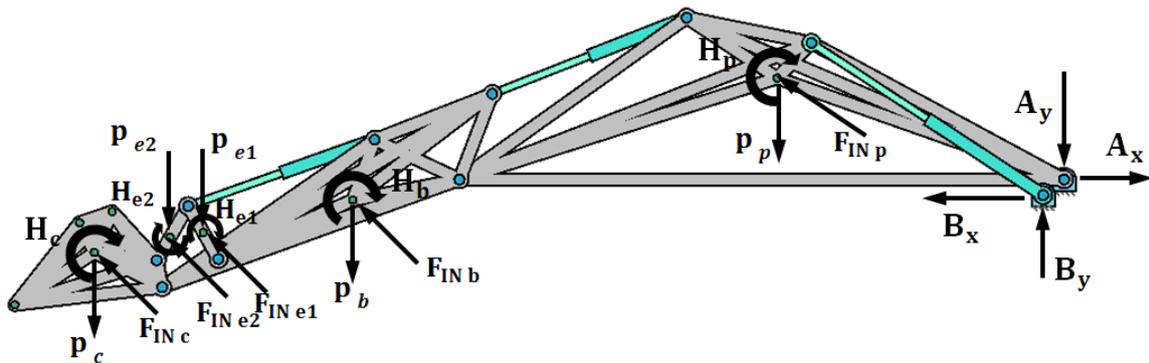


Figura 60. Diagrama del sólido libre del brazo articulado en pos. de mayor alcance a NS

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
A	688.787,4	415.618,9	804.467,1
B	687.708,2	454.053,1	824.079,3

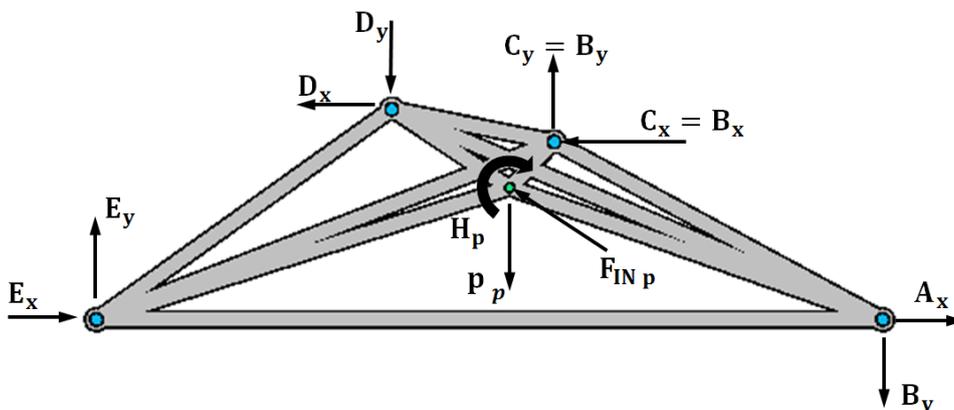


Figura 61. Diagrama del sólido libre de la pluma en pos. de mayor alcance a NS

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
A	688.787,4	415.618,9	804.467,1
C	687.708,2	454.053,1	824.079,3
D	48.791,73	19.230,47	52.444,68
E	47.779,38	1.298,04	47.797

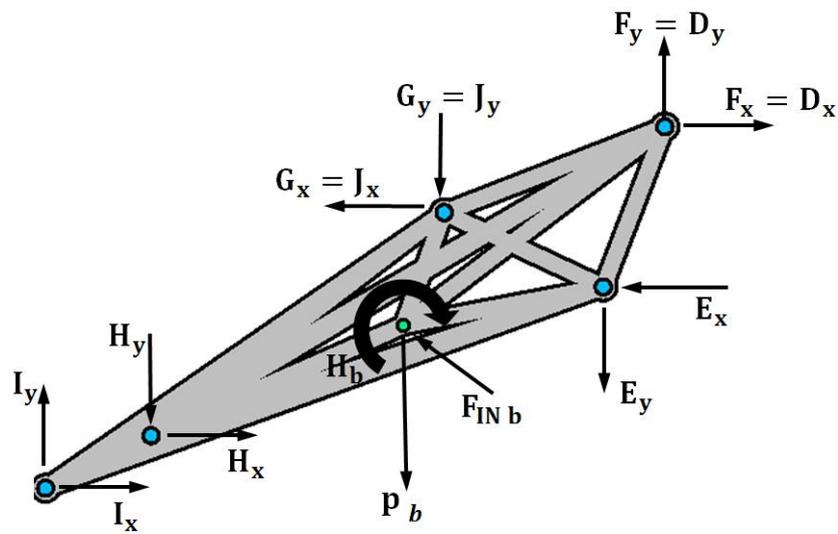


Figura 62. Diagrama del sólido libre del brazo en pos. de mayor alcance a NS

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
E	47.779,38	1.298,04	47.797
F	48.791,73	19.230,47	52.444,68
G	17.981,31	6.433,315	19.097,51
H	7.235,64	12.844,93	14.742,68
I	10.039,68	12.127,5	15.743,93

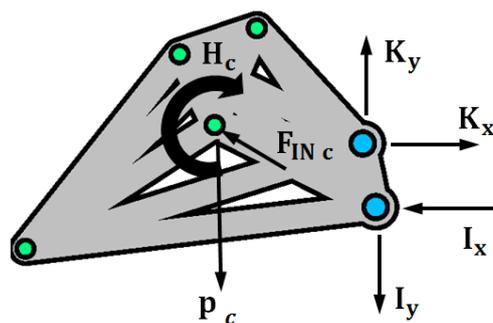


Figura 63. Diagrama del sólido libre de la cuchara en pos. de mayor alcance a NS

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
I	10.039,68	12.127,5	15.743,93
K	10.631,62	17.538,87	20.509,59

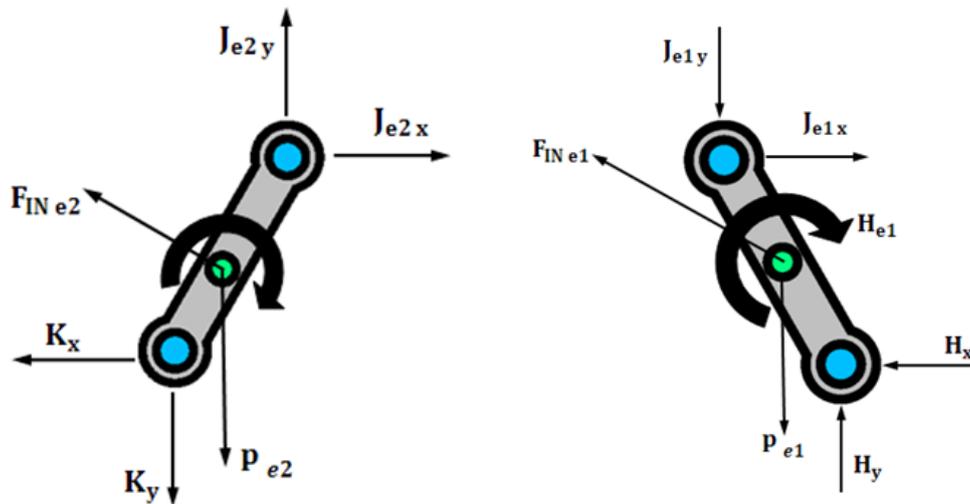


Figura 64. Diagramas del sólido libre de los eslabones en pos. de mayor alcance a NS

$$\vec{J}_x = \vec{J}_{1x} + \vec{J}_{2x} \rightarrow J_x = G_x$$

$$J_x = 7.244,747 \text{ N} + 10.736,56 \text{ N} \rightarrow J_x = 17.981,31 \text{ N}$$

$$\vec{J}_y = \vec{J}_{1y} + \vec{J}_{2y} \rightarrow J_y = G_y$$

$$J_y = -12.691,79 \text{ N} + 19.125,11 \text{ N} \rightarrow J_y = 6.433,32 \text{ N}$$

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
H	7.235,64	12.844,93	14.742,68
J	17.981,31	6.433,315	19.097,51
K	10.631,62	17.538,87	20.509,59

Tabla 27. Comparativa de las reacciones

PUNTO	CALCULADAS		OBTENIDA DE GIM	
	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)
A	636.630,414	382.844,213	688.787,4	415.618,9
B	635.665,213	419.539,041	687.708,2	454.053,1
C	635.665,213	419.539,041	687.708,2	454.053,1
D	41.359,62	16.302,57	48.791,73	19.230,47
E	40.461,31	109,506	47.779,38	1.298,04
F	41.359,62	16.302,57	48.791,73	19.230,47
G	16.514,43	5.919,15	17.981,31	6.433,315
H	6.393,69	11.256,5	7.235,64	12.844,93
I	9.892,2	12.758,712	10.039,68	12.127,5
J	16.514,43	5.919,15	17.981,31	6.433,315
K	10.484,14	18.170,085	10.631,62	17.538,87

Observando la tabla y comparando los valores de las reacciones calculadas con los valores de las reacciones reales obtenidas directamente del programa de cálculo. Se puede apreciar que debido a las hipótesis planteadas para su resolución manual se ha cometido un error bastante considerable en los resultados, lo que podría repercutir notablemente a la hora de realizar el posterior análisis MEF.

Para evitar arrastrar estos errores que pueden dar lugar a un diseño no apto para soportar el tipo de sollicitaciones a las que va a estar sometida. Se ha decidido obtener los valores de las reacciones dinámicas en los pares proporcionadas directamente por el programa GIM. A continuación se mostrarán los valores reales para las demás posiciones críticas que son objeto de estudio.

3.3.3.2. Reacciones dinámicas en posición de máxima profundidad de excavación

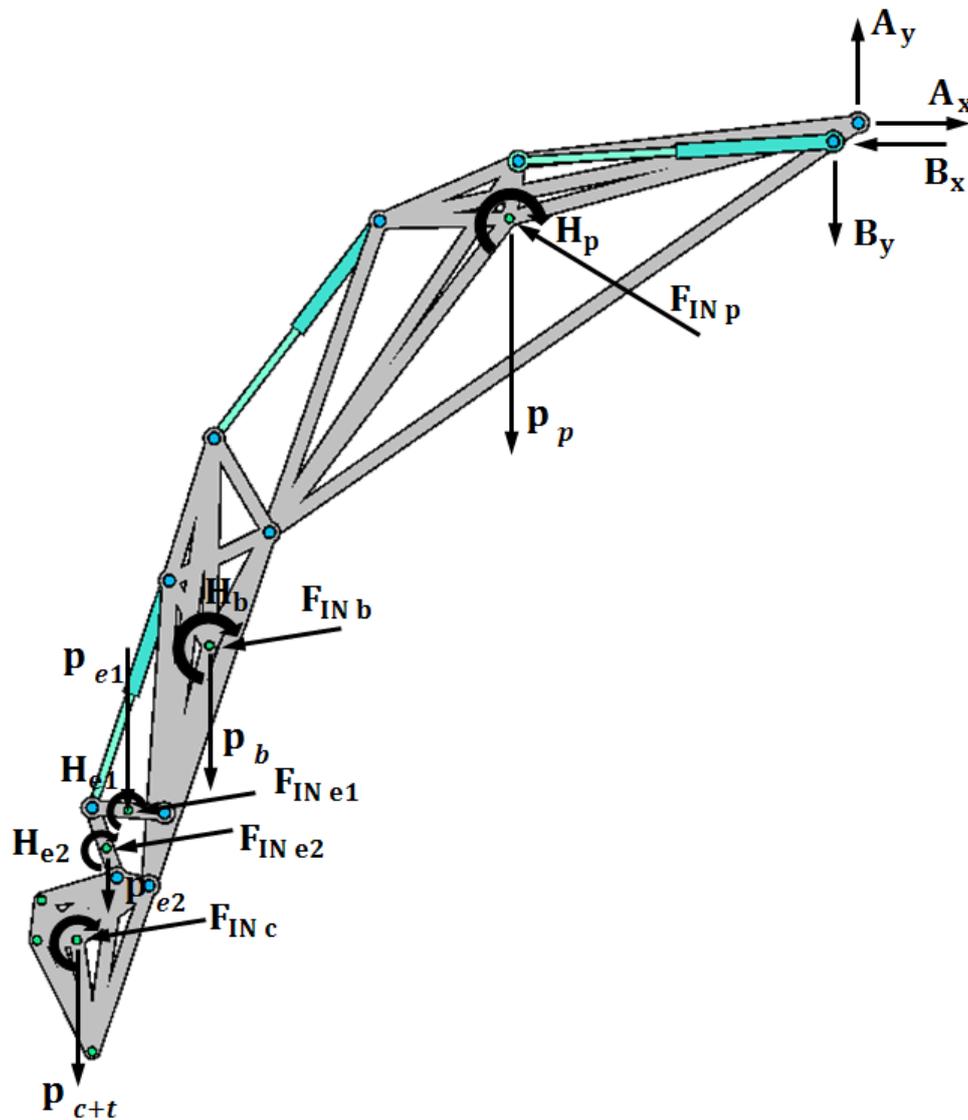


Figura 65. Diagrama del sólido libre del brazo articulado en pos. de máxima profundidad de excavación

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
A	1.923.985	179.594,8	1.932.349
B	1.921.690	121.774	1.925.545

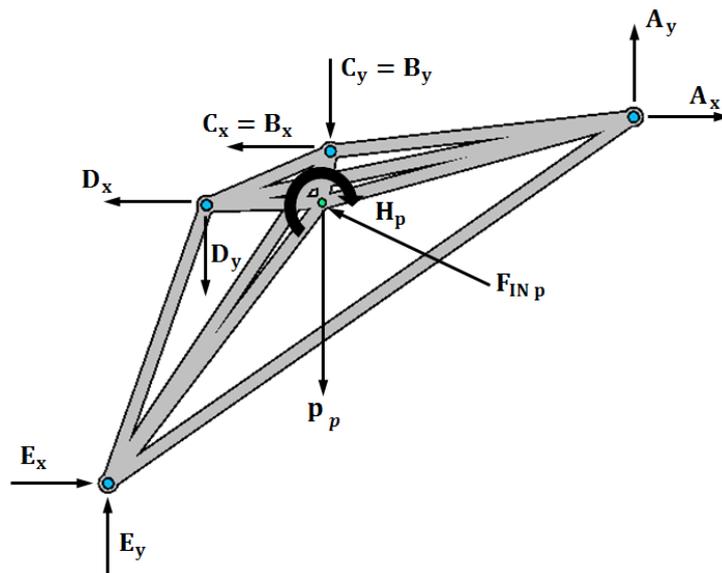


Figura 66. Diagrama del sólido libre de la pluma en pos. de máxima profundidad de excavación

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
A	1.923.985	179.594,8	1.932.349
C	1.921.690	121.774	1.925.545
D	29.073,7	38.392,25	48.158,54
E	26.846,56	1.065,529	26.867,7

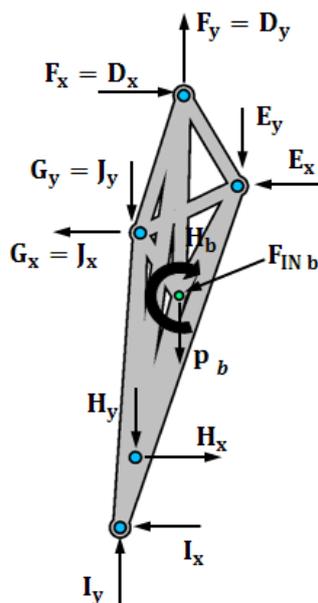


Figura 67. Diagrama del sólido libre del brazo en pos. de máxima profundidad de excavación

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
E	26.846,56	1.065,529	26.867,7
F	29.073,7	38.392,25	48.158,54
G	19.037,35	56.177,26	59.315,3
H	39.755,13	2.977,566	39.866,48
I	22.672,15	32.904,46	39.959,11

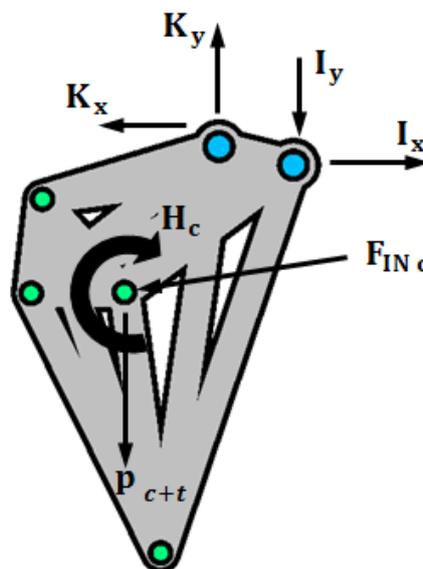


Figura 68. Diagrama del sólido libre de la cuchara en pos. de máxima profundidad de excavación

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
I	22.672,15	32.904,46	39.959,11
K	20.822,86	57.269,54	60.937,6

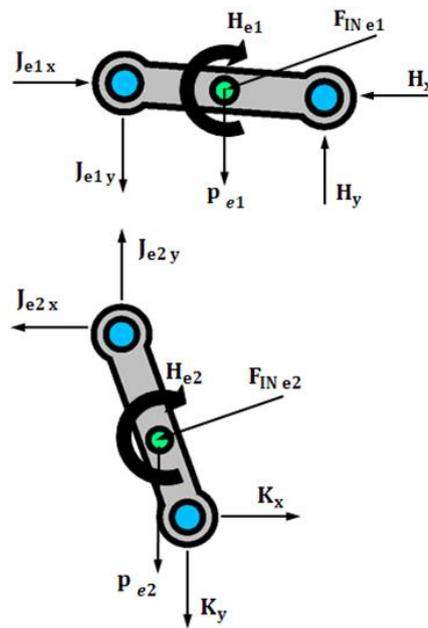


Figura 69. Diagramas del solido libre de los eslabones en pos. de máxima profundidad de excavación

$$\vec{J}_x = \vec{J}_{1x} + \vec{J}_{2x} \rightarrow J_x = G_x$$

$$J_x = 39.763,06 \text{ N} - 20.725,72 \text{ N} \rightarrow J_x = 19.037,34 \text{ N}$$

$$\vec{J}_y = \vec{J}_{1y} + \vec{J}_{2y} \rightarrow J_y = G_y$$

$$J_y = -2.813,628 \text{ N} + 58.990,89 \text{ N} \rightarrow J_y = 56.177,26 \text{ N}$$

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
H	39.755,13	2.977,566	39.866,48
J	19.037,35	56.177,26	59.315,3
K	20.822,86	57.269,54	60.937,6

3.3.3.3. Reacciones dinámicas en posición de máxima altura de carga

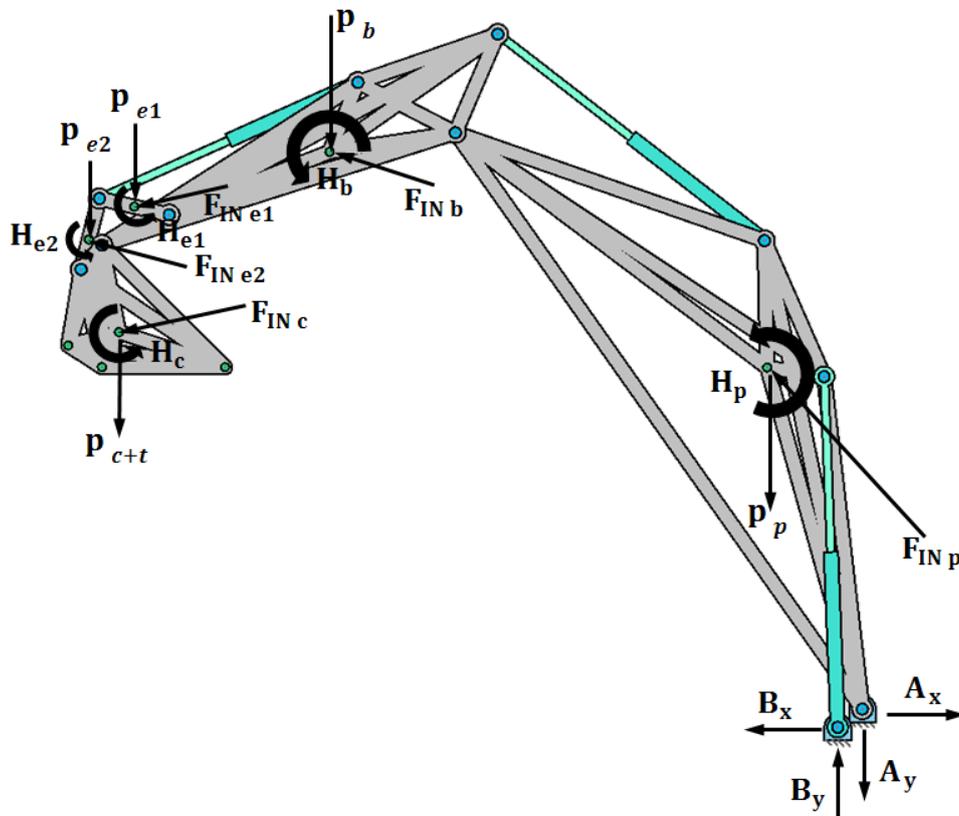


Figura 70. Diagrama del sólido libre del brazo articulado en pos. de máxima altura de carga

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
A	41.472,06	1.012.172	1.013.022
B	40.889,94	1.069.139	1.069.921

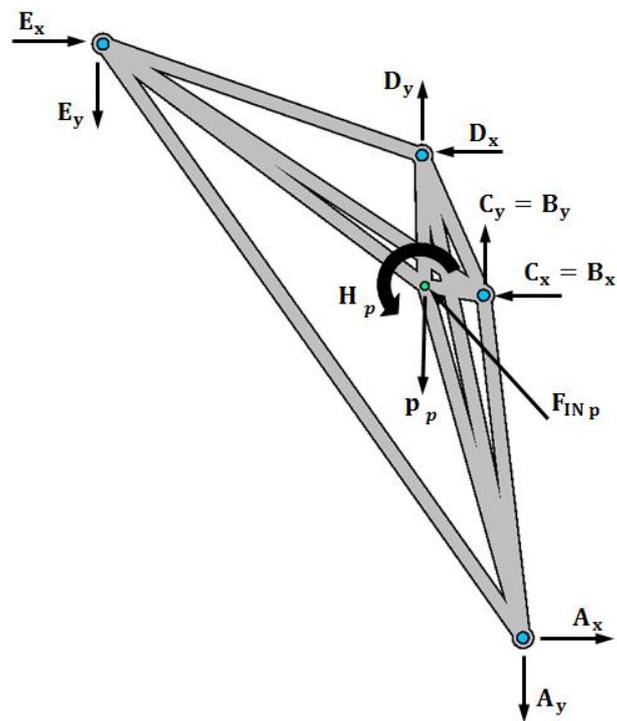


Figura 71. Diagrama del sólido libre de la pluma en pos. de máxima altura de carga

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
A	41.472,06	1.012.172	1.013.022
C	40.889,94	1.069.139	1.069.921
D	75.116,32	58.653,39	95.303,1
E	74.642,92	95.162,93	120.944,4

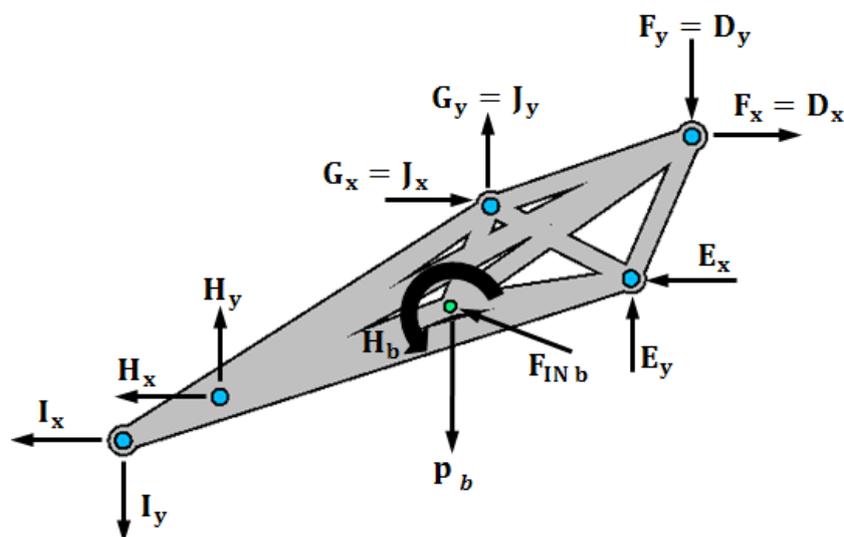


Figura 72. Diagrama del sólido libre del brazo en pos. de máxima altura de carga

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
E	74.642,92	95.162,93	120.944,4
F	75.116,32	58.653,39	95.303,1
G	41.805,17	18.940,66	45.895,77
H	34.695,29	8.044,268	35.615,64
I	7.429,811	52.493,58	53.016,77

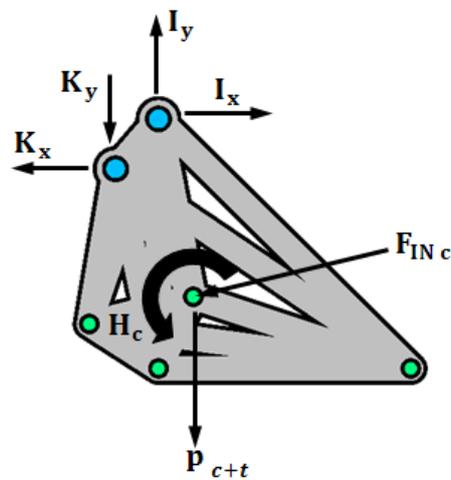


Figura 73. Diagrama del sólido libre de la cuchara en pos. de máxima altura de carga

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
I	7.429,811	52.493,58	53.016,77
K	7.137,143	28.835,87	29.705,99

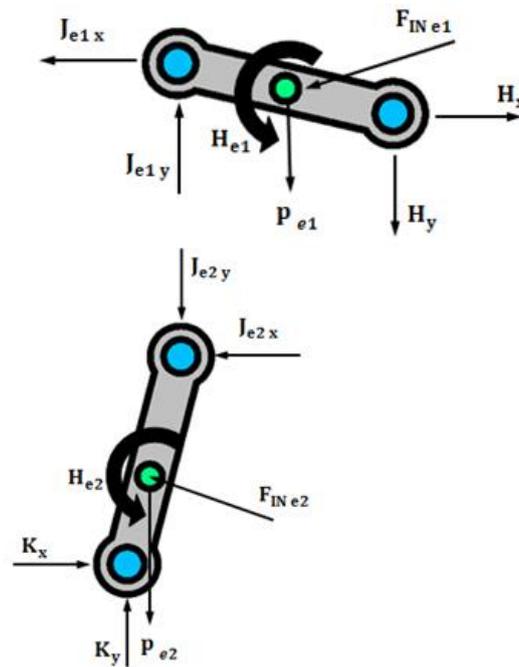


Figura 74. Diagramas del sólido libre de los eslabones en pos. de máxima altura de carga

$$\vec{J}_x = \vec{J}_{1x} + \vec{J}_{2x} \rightarrow J_x = G_x$$

$$J_x = -34.692,84 \text{ N} - 7.112,336 \text{ N} \rightarrow J_x = -41.805,17 \text{ N}$$

$$\vec{J}_y = \vec{J}_{1y} + \vec{J}_{2y} \rightarrow J_y = G_y$$

$$J_y = 8.205,979 \text{ N} - 27.146,64 \text{ N} \rightarrow J_y = -18.940,66 \text{ N}$$

PUNTO	REACCIÓN HORIZONTAL (N)	REACCIÓN VERTICAL (N)	RESULTANTE (N)
H	34.695,29	8.044,268	35.615,64
J	41.805,17	18.940,66	45.895,77
K	7.137,143	28.835,87	29.705,99

3.4. Cálculos de resistencia de materiales

3.4.1. Dimensionamiento y comprobación de la sección de los bulones

Conocidos los esfuerzos a los que va a estar sometido cada bulón, se calcula las tensiones máximas de la sección. Los bulones se dimensionaran para que en cualquier punto de la sección, las tensiones sean siempre inferiores a las tensiones máximas admisibles.

Todos los pasadores están sometidos a un esfuerzo cortante por lo que se aplicara el criterio de tensión cortante máxima.

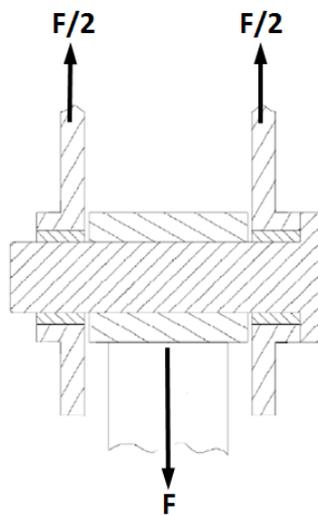


Tabla 28. Esfuerzos en los pasadores

Bulón	Esfuerzos en posición de mayor alcance a NS (N)	Esfuerzos en posición de máxima profundidad excavación (N)	Esfuerzos en posición de máxima altura de carga (N)
A	804.467,1	1.932.349	1.013.022
B	824.079,3	1.925.545	1.069.921
C	824.079,3	1.925.545	1.069.921
D	52.444,68	48.158,54	95.303,1
E	47.797	26.867,7	120.944,4
F	52.444,68	48.158,54	95.303,1
G	19.097,51	59.315,3	45.895,77
H	14.742,68	39.866,48	35.615,64
I	15.743,93	39.959,11	53.016,77
J	19.097,51	59.315,3	45.895,77
K	20.509,59	60.937,6	29.705,99

➤ Dimensionamiento pasadores (A, B y C)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_f}{2 \cdot CS} = \frac{275}{2 \cdot 2,5} = 55 \text{ MPa}$$

$$A_{bulón} = \frac{F}{\tau_{max} \cdot 2} = \frac{1.932.349}{55 \cdot 2} = 17.566,81 \text{ mm}^2$$

$$\Phi_{bulón} = \sqrt{\frac{A_{bulón} \cdot 4}{\pi}} = \sqrt{\frac{17.566,81 \cdot 4}{\pi}} = 149,56 \text{ mm}$$

$$\Phi_{bulón \text{ diseñado}} = 150 \text{ mm} \geq \Phi_{bulón \text{ calculado}} = 149,56 \text{ mm}$$

➤ Dimensionamiento pasadores (D, E y F)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_f}{2 \cdot CS} = \frac{305}{2 \cdot 2,5} = 61 \text{ MPa}$$

$$A_{bulón} = \frac{F}{\tau_{max} \cdot 2} = \frac{120.944,4}{61 \cdot 2} = 991,35 \text{ mm}^2$$

$$\Phi_{bulón} = \sqrt{\frac{A_{bulón} \cdot 4}{\pi}} = \sqrt{\frac{991,35 \cdot 4}{\pi}} = 35,53 \text{ mm}$$

$$\Phi_{bulón \text{ diseñado}} = 100 \text{ mm} \geq \Phi_{bulón \text{ calculado}} = 35,53 \text{ mm}$$

➤ Dimensionamiento pasadores (G, H, I, J y K)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_f}{2 \cdot CS} = \frac{305}{2 \cdot 2,5} = 61 \text{ MPa}$$

$$A_{bulón} = \frac{F}{\tau_{max} \cdot 2} = \frac{60.937,6}{61 \cdot 2} = 499,49 \text{ mm}^2$$

$$\phi_{bulón} = \sqrt{\frac{A_{bulón} \cdot 4}{\pi}} = \sqrt{\frac{499,49 \cdot 4}{\pi}} = 25,22 \text{ mm}$$

$$\phi_{bulón \text{ diseñado}} = 80 \text{ mm} \geq \phi_{bulón \text{ calculado}} = 25,22 \text{ mm}$$

3.4.2. Dimensionamiento y comprobación de los cilindros hidráulicos

En este apartado se va a proceder al dimensionado de los cilindros hidráulicos, para ello se estudiarán únicamente las fuerzas máximas obtenidas en ellos.

Los cilindros trabajarán con diferentes presiones y caudales, dependiendo de sus necesidades. Para la fabricación de estos, se obtendrán las dimensiones principales y se encargaran a una empresa especializada en la fabricación de este tipo de elementos.

A continuación se muestra el resumen de las fuerzas máximas en los cilindros hidráulicos para cada posición.

Tabla 29. Resumen fuerzas en los cilindros hidráulicos

	Pos. mayor alcance a NS	Pos. máxima profundidad de excavación	Pos. máxima altura de carga
Cilindro de la pluma	-824.079,3 N (Compresión)	-1.925.545 N (Compresión)	-1.069.921 N (Compresión)
Cilindro del brazo	52.444,68 N (Tracción)	48.158,54 N (Tracción)	75.303,1 N (Tracción)
Cilindro de la cuchara	19.097,51 N (Tracción)	59.315,3 N (Tracción)	-45.895,8 N (Compresión)

Tabla 30. Longitudes de los cilindros hidráulicos desde un extremo al otro

	Pos. mayor alcance a NS	Pos. máxima profundidad de excavación	Pos. máxima altura de carga
Cilindro de la pluma	2.646,4 mm	2.528,24 mm	2.875,3 mm
Cilindro del brazo	1.990 mm	2.199,7 mm	2.748,4 mm
Cilindro de la cuchara	1.886,9 mm	1.936,7 mm	2.305,2 mm

Para realizar el cálculo de la fuerza crítica susceptible a pandeo del vástago, se tomará como longitud de pandeo la longitud máxima total del cilindro (de extremo a extremo). Se realiza esta consideración puesto que dicha longitud es más restrictiva, de esta manera se asume que se está sobredimensionando el elemento, con el fin de ir por el lado de la seguridad.

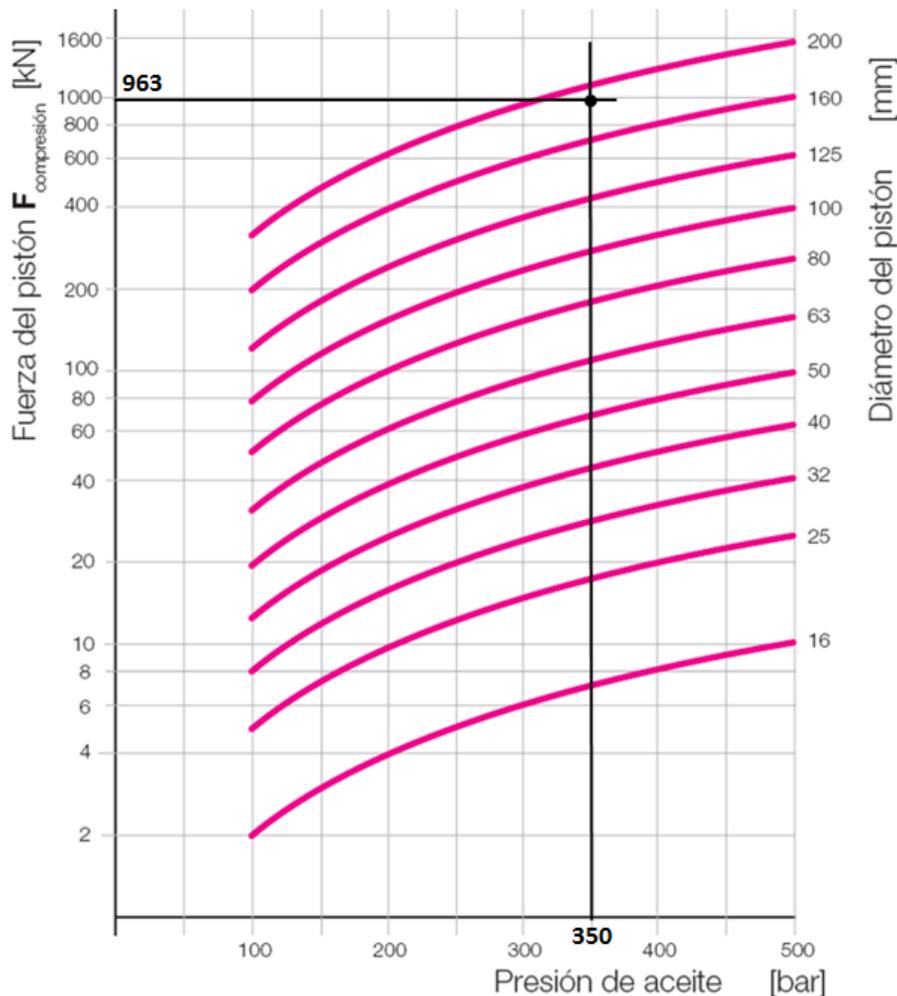
3.4.2.1. Cilindro hidráulico de la pluma

Debido a la elevada fuerza que debe ejercer, se ha decidido colocar dos cilindros hidráulicos en paralelo de idénticas dimensiones y propiedades. De esta manera, la fuerza que ejercerá cada uno de ellos será la mitad de la fuerza total necesaria:

$$F_{\text{Compresión}} = \frac{F_{\text{Total}}}{2} = \frac{1.925.545 \text{ N}}{2} = 962.772,5 \text{ N}$$

Datos:

- Presión nominal del cilindro (P) = 350 bar
- Rendimiento hidráulico del cilindro (η_h) = 90%
- Diámetro del pistón (ϕ_p) = 200 mm
- Diámetro del vástago (ϕ_v) = 140 mm
- Coeficiente de seguridad (CS) = 3,5



$$F_{cil} = A_{compresión} \cdot P \cdot \eta_h$$

$$F_{cil} = \left(\frac{\pi \cdot 0,2^2}{4} \right) \cdot 350 \cdot 10^5 \cdot 0,9 \rightarrow F_{cil} = 989.601,7 \text{ N}$$

$$F_{cil} = 989.601,7 \text{ N} > 962.772,5 \text{ N}$$

$$F_{pandeo} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_p^2 \cdot CS}$$

I= momento de inercia de la sección del vástago del cilindro

$$I = \frac{\pi \cdot \phi_V^4}{64} = \frac{\pi \cdot 0,14^4}{64} = 1,886 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

E= módulo de elasticidad. Considerando el material acero $2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

$$F_{pandeo} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1,886 \cdot 10^{-5}}{2,88^2 \cdot 3,5} = 1.346.504,188 \text{ N}$$

$$F_{pandeo} = 1.346.504,188 \text{ N} > 962.772,5 \text{ N}$$

3.4.2.2. Cilindro hidráulico del brazo

$$F_{Tracción} = 75.303,1 \text{ N}$$

Datos:

- Presión nominal del cilindro (P) = 300 bar
- Rendimiento hidráulico del cilindro (η_h) = 90%
- Diámetro del pistón (ϕ_p) = 200 mm
- Diámetro del vástago (ϕ_V) = 140 mm
- Coeficiente de seguridad (CS) = 3,5

$$F_{Cil} = A_{Tracción} \cdot P \cdot \eta_h$$

$$F_{Cil} = \frac{\pi \cdot (0,2 - 0,14)^2}{4} \cdot 300 \cdot 10^5 \cdot 0,9 \rightarrow F_{Cil} = 76.340,7 \text{ N}$$

$$F_{Cil} = 76.340,7 \text{ N} > 75.303,1 \text{ N}$$

3.4.2.3. Cilindro hidráulico de la cuchara

$$F_{Tracción} = 59.315,3 \text{ N}$$

Datos:

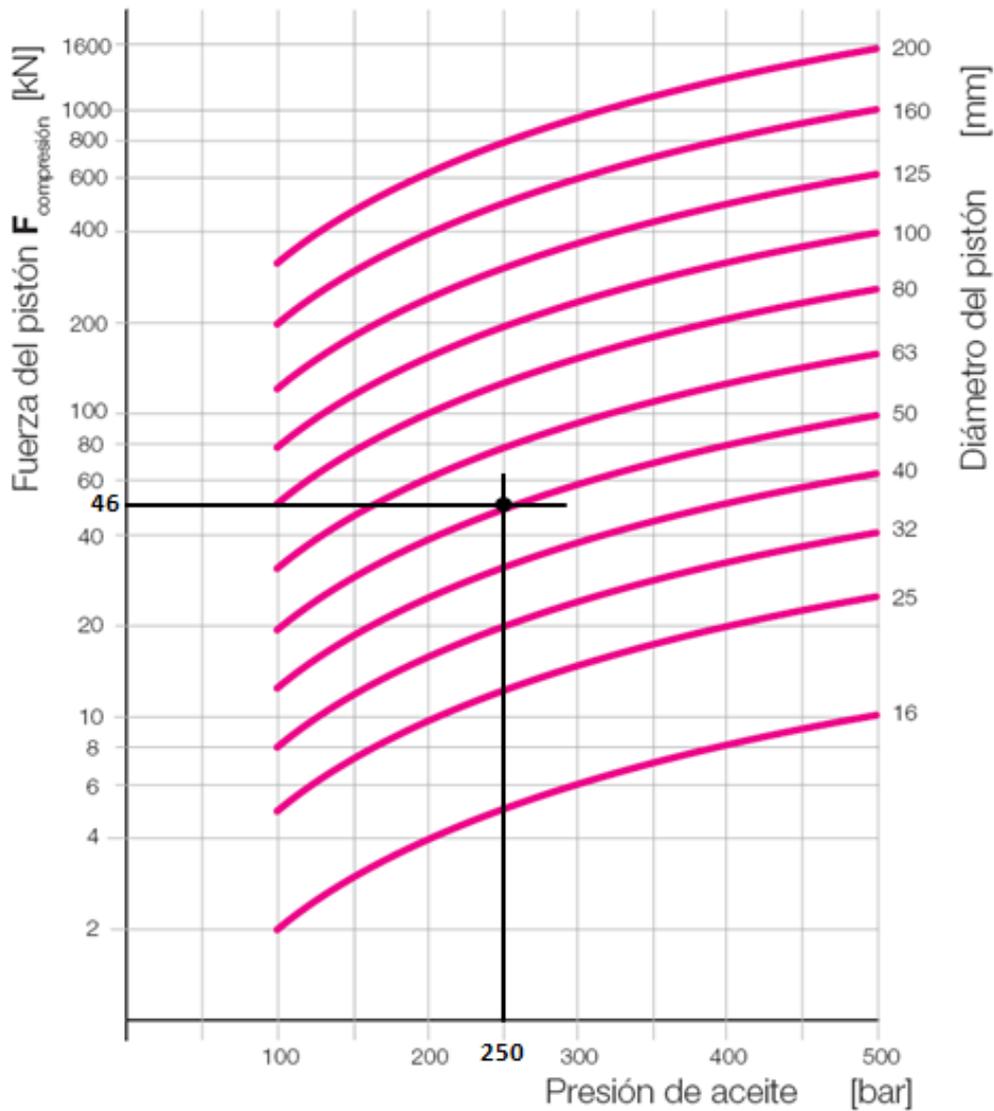
- Presión nominal del cilindro (P) = 250 bar
- Rendimiento hidráulico del cilindro (η_h) = 90%
- Diámetro del pistón (ϕ_p) = 200 mm
- Diámetro del vástago (ϕ_v) = 140 mm
- Coeficiente de seguridad (CS) = 3,5

$$F_{Cil} = A_{Tracción} \cdot P \cdot \eta_h$$

$$F_{Cil} = \frac{\pi \cdot (0,2 - 0,14)^2}{4} \cdot 250 \cdot 10^5 \cdot 0,9 \rightarrow F_{Cil} = 63.617,25 \text{ N}$$

$$F_{Cil} = 63.617,25 \text{ N} > 59.315,3 \text{ N}$$

$$F_{\text{Compresión}} = 45.895,8 \text{ N}$$



$$F_{cil} = A_{\text{Compresión}} \cdot P \cdot \eta_h$$

$$F_{cil} = \left(\frac{\pi \cdot 0,2^2}{4} \right) \cdot 250 \cdot 10^5 \cdot 0,9 \rightarrow F_{cil} = 706.858,35 \text{ N}$$

$$F_{cil} = 706.858,35 \text{ N} > 45.895,8 \text{ N}$$

$$F_{pandeo} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_p^2 \cdot CS}$$

I= momento de inercia de la sección del vástago del cilindro

$$I = \frac{\pi \cdot \phi_V^4}{64} = \frac{\pi \cdot 0,14^4}{64} = 1,886 \cdot 10^{-5} m^4$$

E= módulo de elasticidad. Considerando el material acero $2,1 \times 10^{11} N/m^2$

$$F_{pandeo} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1,886 \cdot 10^{-5}}{2,31^2 \cdot 3,5} = 2.092.997,571 N$$

$$F_{pandeo} = 2.092.997,571 N > 45.895,8 N$$

3.5. Cálculos del sistema hidráulico

En este apartado se van a calcular los caudales máximos que deberá de proporcionar la bomba a cada cilindro hidráulico. Para ello se sabe que la velocidad máxima tanto de avance como de retroceso de los cilindros no debe superar los 0,24 m/s. También se conocen las respectivas áreas de avance y de retroceso calculadas en el [apartado 3.4.2.](#) del presente documento.

Tabla 31. Resumen de las dimensiones principales de los cilindros

	Cilindro de la pluma	Cilindro del brazo	Cilindro de la cuchara
$\phi_{PISTÓN} (m)$	0,2	0,2	0,2
$\phi_{VÁSTAGO} (m)$	0,14	0,14	0,14
$A_{AVANCE} (m^2)$	$\frac{\pi \cdot \phi_{PISTÓN}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,2^2}{4}$		
$A_{RETROCESO} (m^2)$	$\frac{\pi \cdot (\phi_{PISTÓN} - \phi_{VÁSTAGO})^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,2 - 0,14)^2}{4}$		

$$Q_{M\acute{A}X. Avance} = V_{M\acute{A}X. Avance} \cdot A_{Avance}$$

$$Q_{M\acute{A}X. Avance} = 0,24 \cdot \frac{\pi \cdot 0,2^2}{4}$$

$$Q_{M\acute{A}X. Avance} = 0,00754 \text{ m}^3/\text{s} \quad \rightarrow \quad Q_{M\acute{A}X. Avance} = 452,4 \text{ l}/\text{min}$$

$$Q_{M\acute{A}X. Retroceso} = V_{M\acute{A}X. Retroceso} \cdot A_{Retroceso}$$

$$Q_{M\acute{A}X. Retroceso} = 0,24 \cdot \frac{\pi \cdot (0,2 - 0,14)^2}{4}$$

$$Q_{M\acute{A}X. Retroceso} = 0,000679 \text{ m}^3/\text{s} \quad \rightarrow \quad Q_{M\acute{A}X. Retroceso} = 40,74 \text{ l}/\text{min}$$