eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

EKONOMIA ETA ENPRESA FAKULTATEA
FACULTAD DE ECONOMÍA Y EMPRESA

GRADO: Administración y Dirección de Empresas (ADE)

Curso: 2016/2017

Un clásico en teoría de juegos: "El problema de negociación" de John Nash

Autor: Julen Padrones Coca

Directora: Norma Olaizola Ortega

Codirector: Federico Valenciano Llovera

Bilbao a 18 de Febrero de 2017

ÍNDICE:

1.- Índice de tablas, cuadros, figuras y gráficos paginados.

2.- Resumen

El presente trabajo se divide en cuatro apartados. El primero de ellos muestra la biografía del autor del trabajo expuesto, John Forbes Nash. He realizado un repaso breve y conciso sobre los acontecimientos más destacables de su vida y que más importancia considero que tienen a la hora de desarrollar el tema que protagoniza el trabajo.

Una vez que he intentado situar al lector en quién era Nash y los trabajos más significativos que realizó a lo largo de su vida me he querido adentrar en la explicación del artículo escrito por el mismo sobre el problema de negociación.

A continuación, se detalla el modelo que propuso Nash en su día para dicho problema, explicando paso por paso los supuestos que debían cumplirse para más tarde explicar la solución que finalmente propuso.

Por último, y antes de realizar una conclusión final de todo el trabajo desarrollado, he querido ejemplificar mediante una situación cotidiana el problema de negociación y cómo es posible encontrar una respuesta o solución a dicha situación entre dos individuos racionales. Considero que el hecho de ejemplificarlo hace que el lector visualice lo que durante las páginas anteriores se ha querido explicar y analizar.

3.- Preámbulo

En un principio y tras haber cursado durante los dos últimos cursos del grado, la especialidad de dirección comercial, tenía en mente la idea de realizar el trabajo fin de grado sobre un tema relacionado con el marketing. Después de comentarlo con varias profesoras del departamento y no ser factible, decidí decantarme de entre los temas que se ofertaban en la lista por el siguiente: "Un clásico en teoría de juegos: 'El problema de negociación' de John Nash". Era un tema que me había llamado la atención durante los primeros años de universidad, había tenido la oportunidad de conocer la teoría de juegos de Nash durante la carrera y me inquietaba conocer la capacidad de ejemplificar situaciones entre dos personas mediante juegos, como por ejemplo el famoso “dilema del prisionero”, por lo que no dude mucho en decidir el tema en el cual quería trabajar.

Después de ir resolviendo poco a poco las dificultades con las que me he ido encontrando durante el trabajo, comentar que, aunque haya sido un tema complejo de comprender y de analizar, por lo menos a mi parecer; no me ha dejado indiferente y considero que he aprendido un poco más acerca de Nash en la realización de este proyecto. He tratado de primera mano la resolución de algo difícil de analizar cómo es una situación en la que cada individuo quiere obtener el mayor beneficio propio y no conoce el mínimo beneficio que quiere obtener el otro individuo, pero desde la suposición de que esto no fuera así, es decir Nash parte de la base de que ambos individuos racionales conocen lo que el otro individuo quiere obtener.

4.- John F. Nash (1928-2015)

John Forbes Nash nació un 13 de junio de 1928 en Bluefield, una pequeña ciudad de Virginia Occidental. Hijo de un ingeniero electrónico y una maestra. Aunque empezó la carrera de ingeniería química, acabo cursando y licenciándose en matemáticas en el año 1948. Nash no tuvo problemas para escoger donde realizar el postgrado, ya que las mejores universidades querían tener entre sus alumnos una mente como la suya. Finalmente se decantó por Princeton, donde en el año 1950 tras realizar una tesis de 27 páginas obtiene el doctorado.

En lo que a su vida personal se refiere, tuvo una esposa, Alicia Larde a la que conoció mientras era su profesor en el MIT (Massachusetts Institute of Technology). Se casaron en 1957 y tuvieron un hijo, John Charles Martin Nash. Aunque también se le asocia otra mujer anterior a Alicia, Eleanor Stier con la que tuvo un hijo, John David Stier, que no reconoció.

Como es sabido, Nash sufrió durante gran parte de su vida una enfermedad mental, diagnosticada como esquizofrenia paranoide. La cual, tras haber pasado por diversos centros psiquiátricos y haber sido tratado y medicado, consiguió superar poco a poco a partir de los años ochenta. En los últimos años de su vida recibió diversos premios, por sus trabajos en Teoría de Juegos, entre los que destaca el Premio Nobel de Economía en 1994 junto a John Harsanyi y a Reinhard Selten. Trágicamente, tras haber recogido el Premio Abel por su contribución en matemáticas, falleció en un accidente de tráfico junto con su esposa Alicia, el 23 de Mayo de 2015 a los 86 años de edad.

5.- El problema de Negociación

Antes de entrar en el análisis del artículo escrito por John Forbes Nash acerca del Problema de Negociación, es interesante mencionar que Nash solamente recibió un curso de economía en toda su vida, y posiblemente gracias a este curso y a un primer contacto con la Teoría de Juegos (tema que en aquel entonces era de novedosa actualidad), fue por lo que se dispuso a tratar y buscar una solución al problema de negociación.

Lo que Nash busca, y consigue, al tratar el problema de negociación, es encontrar una solución a una situación en la que dos individuos (racionales) buscan un beneficio mediante la cooperación. En estas situaciones ambos individuos prefieren llegar a un acuerdo en el cual obtengan un beneficio mediante cooperación. El problema está en que ambos quieren obtener el mayor beneficio. Ambos individuos poseen diferentes alternativas que mejoran su situación inicial por esa razón deben negociar para lograr una situación que satisfaga a ambos individuos. Todas las alternativas benefician al menos a uno de ellos (si no a ambos) debido a que se han eliminado todas las alternativas que empeoran el status quo (situación inicial), un agente racional nunca aceptaría una alternativa de éstas.

Pero retrocedamos unos años. El problema de negociación surge antes de que Nash lo tratara. En 1881, Edgeworth se enfrentó al problema asignando un punto en la curva de contrato estableciendo a su vez que otros factores adicionales a los del modelo incidían en la elección del acuerdo. Por aquel entonces, la teoría económica existente restringía la racionalidad a dos postulados. Por un lado, la racionalidad individual: por menos de cierto pago mínimo (punto de desacuerdo) nadie negociará. Y por otro lado, la racionalidad conjunta: no habrá acuerdo si existe un pago conjunto posible mejor para ambos que el que se propone.

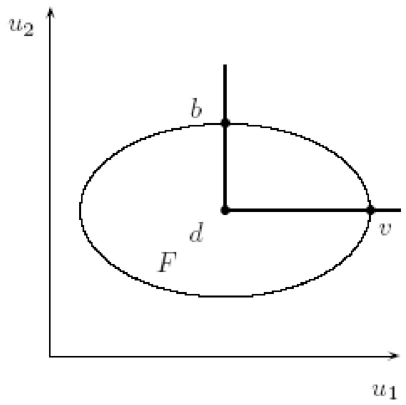


Figura 1: Problema de Negociación

Pero fue en 1930 cuando Zeuthen vio la necesidad de una teoría donde la negociación permitiera un solo acuerdo, o varios bien definidos. Propuso que la teoría tendría que estar basada en las actitudes hacia el riesgo por parte de los individuos. Es decir, el nivel al que cada individuo está dispuesto a negociar en vez de aceptar términos desfavorables. Pero en los siguientes años, principalmente debido a la aparición de la Teoría de Juegos de Von Neumann y Morgenstern, la teoría de Zeuthen es apartada. Hasta que en 1950, aparece Nash y, basándose en lo anterior (también usando aportes de la teoría de la utilidad esperada de Von Neumann y Morgenstern) define el problema básico de la teoría de negociación.

Nash entiende el problema como un conjunto de posibles asignaciones de utilidad de todos los acuerdos que pueden alcanzar ambos individuos, y una asignación correspondiente a lo que obtiene cada individuo en caso de no llegar a un acuerdo. Es aquí cuando Nash desarrolla su teoría en busca de la solución del problema, la cual es establecida mediante un modelo matemático.

6.- El modelo de Nash del problema de Negociación

Empecemos por el principio. Lo primero que hay que tener en cuenta es que se supone que los individuos que están negociando son totalmente racionales, es decir, cada individuo es capaz de comparar sus deseos, son iguales en la habilidad de negociación y cada uno tiene un conocimiento completo de los gustos y preferencias del otro, así como de su racionalidad. También es importante saber que en el tratamiento de la negociación se utiliza una utilidad numérica, al igual que en la Teoría de Juegos (de ahí los aportes de Von Neumann y Morgenstern indirectamente). Esta función de utilidad es usada para expresar las preferencias de cada individuo. Con esto llevamos al modelo matemático el deseo de cada individuo de maximizar su ganancia en la negociación.

Otro concepto importante en la teoría de Nash es el de "anticipación". Mediante este concepto Nash hace referencia a la posibilidad de obtener algo. Nash lo ilustra con un ejemplo que explico a continuación. Si un individuo sabe que al día siguiente va a recibir un coche de la marca Buick, es equivalente a decir que tiene una anticipación Buick. Lo mismo ocurre si sabe que va recibir un coche de la marca Cadillac (tiene una anticipación Cadillac). Si el individuo sabe que al día siguiente se decide mediante el lanzamiento de una moneda cual de los dos coches es el que recibe, entonces sabe que posee media anticipación Buick y media anticipación Cadillac. Podemos observar entonces como una anticipación es un estado de expectativa que puede implicar ciertamente algunas contingencias (posibilidad de que una cosa suceda o no suceda) y diversas probabilidades de otras contingencias. El ejemplo recién explicado ilustra la siguiente propiedad importante de anticipaciones: si $0 \leq p \leq 1$ y A y B representan dos anticipaciones, hay una anticipación, que representamos con $p\mathrm{A}+(1-p)\mathrm{B}$, la cual es una combinación probable de dos anticipaciones donde hay una probabilidad p de A y $1-p$ de B.

Es ahora cuando Nash, siguiendo el modelo o teoría de la utilidad esperada de von Neumann y Morgenstern, desarrolla la función de utilidad de cada individuo mediante los siguientes supuestos:

1.- Un individuo con dos posibles anticipaciones puede decidir cuál es preferible o si son igualmente deseables.

2.- La preferencia así definida es transitiva, es decir, si A es mejor que B y B es mejor que C, entonces A es mejor que C.

3.- Cualquier combinación de probabilidades de estados igualmente deseados es igual de deseable.

4.- Si A, B y C son como en el supuesto 2, hay una combinación probable de A y C que es tan deseable como C. Esto equivale a un supuesto de continuidad.

5.- Si $0 \leq p \leq 1$ y A y B son igualmente deseables, entonces $p\mathrm{A}+(1-p)\mathrm{C}$ y $p\mathrm{B}+(1-p)\mathrm{C}$ son igualmente deseables. Además, si A y B son igualmente deseables, A puede ser sustituido por B en cualquier relación de ordenación deseable satisfecha por B.

Con estos cinco supuestos es suficiente para probar la existencia de una función de utilidad que represente o exprese las preferencias. Esta función no es única: si u es una función, $au+b$ también lo será, es decir, representará las mismas preferencias, siempre y cuando $a>0$. Tal función de utilidad satisfará las siguientes propiedades.

(a) $u(\mathrm{A})>u(\mathrm{B})$ es equivalente a que A es más deseable que B.
(b) Si $0 \leq p \leq 1$ entonces $u[p\mathrm{A}+(1-p)\mathrm{B}] = pu(\mathrm{A})+(1-p)u(\mathrm{B})$.

Ésta es la importante propiedad de linealidad de una función de utilidad.

A partir de este momento cuando se utilice el término anticipación se estará haciendo referencia a una anticipación de dos personas. Una combinación probable de una anticipación de dos personas es definida haciendo la correspondiente combinación de sus componentes. Por lo tanto, si [A,B] es una anticipación de dos personas y $0 \leq p \leq 1$ entonces p[A,B]+(1-p)[C,D] será definido como [pA+(1–p)C,pB+(1–p)D].

Claramente las funciones de utilidad de una persona van a tener la misma linealidad aquí que en el caso de una sola persona.

Se puede hacer una representación gráfica sumaria de la situación eligiendo las funciones de utilidad de ambos individuos y trazando las utilidades de uno y otro individuo de todas las anticipaciones disponibles en un gráfico en el plano R^2, haciendo abstracción de las anticipaciones específicas involucradas. Para ello es necesario introducir supuestos acerca del conjunto de puntos $U \subset R^2$ así obtenidos. Si el conjunto de alternativas de partida es finito, dicho conjunto de puntos S es compacto y convexo en el sentido matemático. Supondremos que ambas condiciones se dan siempre para el conjunto de vectores de utilidad factibles. El hecho de que el conjunto sea compacto implica, por un lado, que el conjunto de puntos debe ser acotado, es decir, que puede envolverse en un cuadrado suficientemente grande en el plano. Y por otro lado implica que cualquier función continua de las utilidades alcanza un valor máximo para el conjunto en algún punto del conjunto. Y debe ser convexo ya que cualquier punto en un segmento de línea recta entre dos puntos del conjunto corresponde a una combinación de probabilidad apropiada de las dos anticipaciones que representan los dos puntos. Finalmente, para completar la descripción en términos de utilidades, basta añadir el punto de "desacuerdo" o "status quo", $d \in R^2$, cuyas coordenadas representan las utilidades de uno y otro individuo en caso de no llegar a un acuerdo. Así, el par (U,d) es una representación sumaria del problema.

Con estos datos, el par (U,d), a cada acuerdo factible le correspondería un punto de ese conjunto compacto y convexo U cuyas coordenadas son las utilidades que uno y otro individuo obtendrían del mismo. Para Nash la solución consiste en un acuerdo en términos de expectativas racionales de ganancia por parte de los individuos. Estas expectativas son realizadas mediante un acuerdo entre ambos. Por lo tanto, hay una anticipación posible que otorga a cada individuo la cantidad de satisfacción que espera obtener. Y solamente estarán de acuerdo con esa anticipación (o una equivalente) porque, como ya hemos dicho, son individuos idealmente racionales. Con esta información, se puede pensar en un punto en el conjunto del gráfico el cual representa la solución y también representando todas las anticipaciones que los dos podrían acordar como ofertas justas. Se consideran únicamente los casos en los que hay una posibilidad de que ambos individuos puedan obtener ganancias de la situación.

7.- La solución de Nash al problema de Negociación

Para llegar a determinar esa "solución" Nash procede poniendo propiedades plausibles o deseables desde el punto de vista de individuos racionales, como se supone que son ambos negociadores.

Si u_1 y u_2 son las funciones de utilidad de los dos individuos, para las que el problema en términos de utilidad es (U,d) y f(U,d)∈U representa la solución, las siguientes condiciones o "axiomas" parecen deseables desde el punto de vista de ambos agentes si éstos son racionales.

6.- Si α es un punto en U tal que existe otro punto β en U con la propiedad $u_1(\beta) > u_1(\alpha)$ y $u_2(\beta) > u_2(\alpha)$ entonces α ≠ f(U,d)

7.- Dados dos problemas con el mismo punto de desacuerdo, (U,d) y (T,d), si el conjunto T está contenido en el conjunto U y f(U,d) está en T, entonces f(T,d)= f(U,d).

Decimos que el problema (U,d) es simétrico si existen dos funciones de utilidad u_1 y u_2 que cuando (a,b) están incluidos en U, (b,a) están también contenidos en U, es decir, de manera que el gráfico es simétrico con respecto a la línea $u_1 = u_2$; y además d_1=d_2.

8.- Si (U,d) es simétrico, y u_1 y u_2 lo demuestran, entonces f(U,d) es un punto en la línea $u_1 = u_2$.

La primera de estas condiciones expresa la idea de que cada individuo desea maximizar la utilidad para uno mismo y no sería racional acordar una distribución de utilidades si otra más favorable para ambos es factible. La tercera (dejemos la segunda para el final al ser más complicada), expresa la igualdad de la capacidad de negociación. Para comprender mejor la segunda hipótesis veamos la siguiente interpretación. Si dos individuos racionales están de acuerdo en que f(U,d) es el mejor acuerdo siendo S el conjunto de los posibles acuerdos, entonces, si el conjunto de acuerdos factibles se "encoge" pasando a ser T$\not\subset$U, pero f(U,d)∈T, es decir, el mismo acuerdo considerado óptimo cuando el conjunto factible era mayor sigue siendo factible, entonces lo racional parece que este acuerdo sea también solución del problema con menos opciones.

Estas condiciones determinan que la solución se encuentre en el primer cuadrante, en el punto del conjunto U donde el producto de las funciones de utilidad u_1 y u_2 son maximizadas. La convexidad hace que ese punto sea único, siempre que partamos de la suposición de que el punto d es igual a 0, es decir, que d = (0,0).

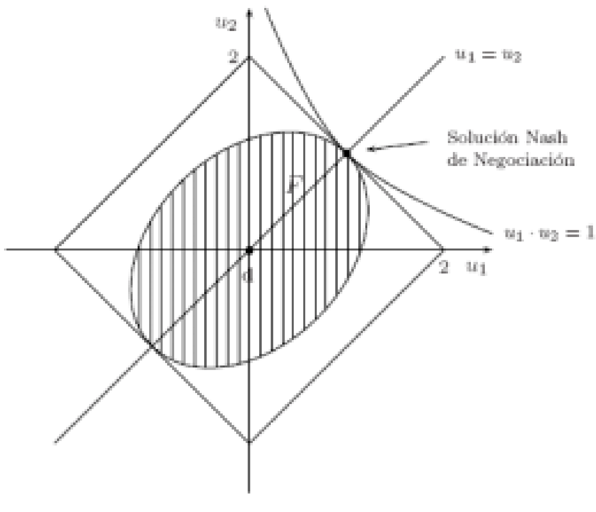
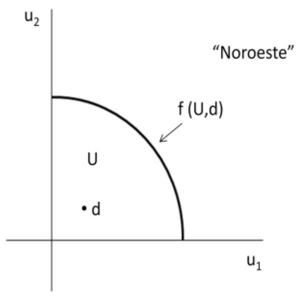


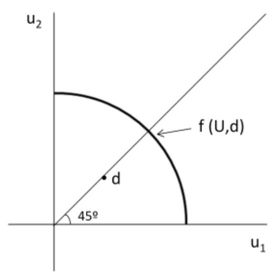
Figura 2: Solución Nash de Negociación

A continuación, voy a explicar más detalladamente los axiomas que determinan en qué punto se encuentra el resultado propuesto por Nash para resolver el problema de negociación.

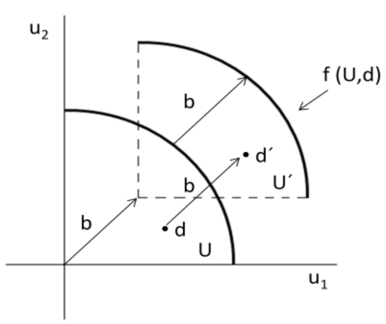
1.- Axioma de Pareto o eficiencia: este axioma nos indica que no existe ningún punto (u_1 , u_2) dentro de U tal que $u_1 \geq f_1$(U,d) , $u_2 \geq f_2$(U,d), (u_1, u_2) ≠ f(U,d). En otras palabras, no hay ningún punto en U que este más al "noroeste" de f (U,d). Por lo tanto, la solución debe estar en la frontera "noroeste".



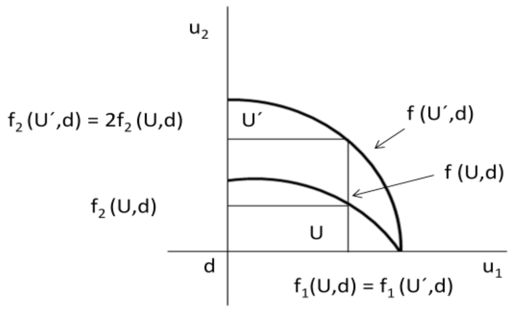
2.- El segundo axioma que propone es el de simetría. Si todo es simétrico en B = (U,d), entonces la solución también tiene que ser simétrica. De tal manera, que f_1(U,d) = f_2(U,d) por lo que el punto se encuentra en la recta de 45º que pasa por d. Y si tenemos en cuenta el axioma de Pareto, sabemos exactamente donde se encontraría la solución en cualquier problema simétrico.



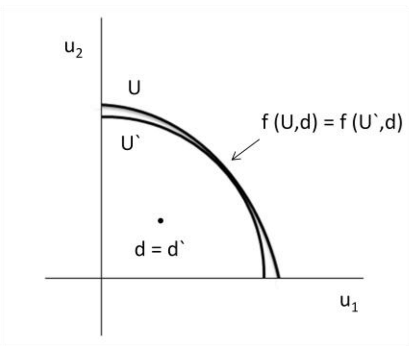
3.- La independencia de los orígenes de utilidad es el tercer axioma al que Nash hace referencia. Este axioma impone, que si se suma una constante, b_1 y b_2, a cada una de las utilidades, de tal manera que $u'_1 = u_1 + b_1$ y $u'_2 = u_2 + b_2$ la solución no se vería afectada. Por lo que, usando este axioma no hay pérdida de generalidad cuando se consideran solo los problemas de negociación con d = (0,0). Formalmente, f(U+b,d+b) = f(U,d)+b, donde b=(b_1, b_2).



4.- Independencia de las unidades de utilidad, este axioma es muy similar al anterior, salvo que en vez de sumar o restar una constante se multiplica una de las funciones de utilidad (o ambas) por una constante. Y al igual que en el axioma anterior el resultado no varía. Formalmente, si $u'_1=\alpha u_1$ y $u'_2=\beta u_2$ ($\alpha,\beta>0$), entonces $f(U',d') = (\alpha f_1(U,d), \beta f_2(U,d))$. En el gráfico se ilustra el caso $\alpha=1$ y $\beta=2$ suponiendo también que $d=0$.



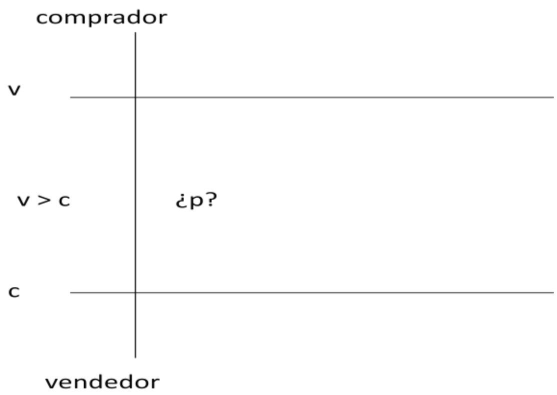
5.- Y por último, la independencia de alternativas irrelevantes. En este axioma se hace referencia a la situación en la cual tenemos varias opciones y elegimos una de ellas (el resultado) pero una vez elegida dicha opción eliminamos una o varias de las otras opciones de tal manera que nos encontramos con menos opciones a elegir, pero como la opción elegida la primera vez sigue estando el resultado no varía y seguirá siendo el mismo. Es decir, el hecho de que se elimine alguna opción irrelevante entre las opciones a elegir no varía la opción elegida.



Basándose en estas sencillas y deseables propiedades para un criterio para llegar a acuerdos racionales, es fácil demostrar, y así lo hizo Nash, que todo problema de negociación que satisfaga los supuestos del modelo tiene una solución única, que viene dada por el punto del conjunto factible en el que se maximice el producto de las ganancias en términos de utilidad con respecto al punto de desacuerdo, es decir, $(u_1-d_1)(u_2-d_2)$. Omito en este trabajo la prueba, que resumiré en la presentación oral del trabajo.

8.- Ejemplo práctico

El siguiente ejemplo servirá para ilustrar el problema. Supongamos que hay dos individuos racionales, un comprador y un vendedor. El vendedor tiene un objeto a la venta, el cual ha valorado en s. A ese mismo objeto el comprador le da un valor b, y supongamos que b es mayor que s (b>s), de modo que haya margen para que ambos se beneficien por la compra/venta. Tenemos así un problema de negociación: dos individuos racionales y un objeto con dos valoraciones distintas. Falta por saber la solución, en este caso el precio por el que el objeto será trasladado de las manos del vendedor al comprador. A ese precio lo llamaremos p.



Si el objeto se vende al precio p, entonces las utilidades serán las siguientes: la utilidad del vendedor será $U_S(p\text{-}s)$ y la utilidad del comprador será $U_B(b\text{-}p)$. Elegimos funciones de utilidad, U_S y U_B de modo que el punto de desacuerdo sea d=(0,0), de tal manera que en el caso de que no llegará a ocurrir la transacción la utilidad de ambos sería 0, es decir: $U_S(0)=0$ y $U_B(0)=0$.

Denotemos U al conjunto de los pares o puntos de utilidades que hemos obtenido. Es decir: $U \subset R^2$ está formado por todos los puntos (u_S,u_B) tales que (i) $u_S \geq 0$ y $u_B \geq 0$, y (ii) $u_S \leq U_S(p\text{-}s)$ y $u_B \leq U_B(b\text{-}p)$, para algún $s \leq p \leq b$. De esta forma, si tanto U_B como U_S son cóncavas, obtenemos un conjunto factible U convexo. La solución de Nash nos dice qué utilidad obtiene el comprador y el vendedor y, por tanto, el precio al que se negocia el objeto.

Pero todavía falta encontrar la solución. Para ello es preciso conocer las funciones de utilidad del comprador y del vendedor. Para completar el ejemplo, supongamos que la función de utilidad del vendedor sea $U_S(p\text{-}s)=(p\text{-}s)^{\alpha}$ (con $0<\alpha<1$) y la función de utilidad del comprador $U_B(b\text{-}p) = (b\text{-}p)^{ß}$ (con $0<\alpha<1$). Nótese que ambas funciones son cóncavas.

Por lo tanto "el producto de Nash" es en este caso $(p\text{-}s)^{\alpha}(b\text{-}p)^{ß}$ y buscamos una p que lo maximice logrando un acuerdo factible. En este caso, hay una manera sencilla de resolver el problema y sacar el valor de p. Las utilidades factibles y Pareto-eficientes son los puntos de la frontera "noroeste" de U, es decir, los puntos $((p\text{-}s)^{\alpha},(b\text{-}p)^{ß})$ para valores de p entre los valores s y b ($s \leq p \leq b$). Por lo tanto, hay que maximizar "el producto de Nash" encontrando una p que cumpla esta última restricción.

Para ello, derivando para imponer la condición de primer orden para máximo obtenemos:

$$d((p-s)^{\alpha}(b-p)^{ß})/dp= \alpha\,(p-s)^{\alpha-1}(b-p)^{ß}+ ß(p-s)^{\alpha}(b-p)^{ß-1}=0.$$

O lo que es igual si dividimos ambos lados de la ecuación por $(p-s)^{\alpha-1}(b-p)^{ß-1}$,

$$\alpha(b-p)+ ß(p-s)=0.$$

Para finalizar, solo nos queda despejar p de tal manera que $p=b\,\frac{\alpha}{\alpha+ ß} + s\,\frac{ß}{\alpha + ß}$, que es el precio por el cual se realizará el intercambio de acuerdo con la solución de Nash.

Podemos concluir que el precio al que tendrá lugar el intercambio del objeto entre ambos individuos racionales está en algún lugar entre c y v. Exactamente en donde dependerá de las funciones de utilidad tanto del comprador como del vendedor. A medida que α se hace más pequeño (manteniéndose ß constante) el precio se acercará cada vez más a s. Y por el contrario a medida que ß se hace más pequeño (manteniéndose α constante) el precio se acercará cada vez más a b. En otras palabras, cuanto menor es la aversión al riesgo de un negociador (tanto el comprador como el vendedor) más favorecido se ve éste.

9.- Conclusiones

El modelo de Nash, enteramente novedoso, permite abordar y dar una “solución” a un problema hasta entonces considerado intratable formalmente. Pero ello a costa de unos supuestos de “racionalidad” extremadamente ideales: los negociadores no solo son racionales en el sentido de tener preferencias consistentes con la teoría de la utilidad esperada, sino que son mutuamente transparentes. Es decir, conocen las preferencias del otro tan bien cómo las propias, lo que es un supuesto bastante distante de las situaciones reales de negociación.

10.- Referencias

10.1.- Bibliografía

Nash, J. F. (1950): "The Bargaining Problem," Econometrica 18, 155-162.

Kuhn, H.W. y S. Nasar (2002) *The essential John Nash*, Princeton University Press, Princeton.

Artículo escrito por Luca Anderlini en inglés con título *Nash Bargaining.*

10.2.- Otras fuentes

Vídeo en YouTube acera de la teoría de equilibrio:

https://www.youtube.com/watch?v=IcTHiS7hQnI

Vídeo en YouTube acerca de la teoría de juegos:

https://www.youtube.com/watch?v=DVWT_8UomvM&t=840s

Consulta de información en la página Pymes y Autónomos acerca de la teoría de juegos:

http://www.pymesyautonomos.com/management/teoria-de-juegos-estrategias-de-negociacion

Artículo sobre la vida de Nash en eumed.net:

http://www.eumed.net/cursecon/economistas/nashvida.htm

Consulta de información en wikipedia del problema de negociación en inglés:

https://en.wikipedia.org/wiki/Bargaining_problem

Artículo acerca de Nash en el periódico ABC (versión digital):

http://www.abc.es/ciencia/20150525/abci-nash-mente-maravillosa-muere-201505242127.html

Consulta de biografía de Nash en la página web Biografía y Vidas:

http://www.biografiasyvidas.com/biografia/n/nash_john_f.htm

Artículo en el periódico El País (versión digital) acerca de las negociaciones y la teoría de juegos:

http://economia.elpais.com/economia/2015/05/29/actualidad/1432896992_724477.html