

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA  
**TRABAJO FIN DE GRADO**

***PROYECTO DE DISEÑO DE LA  
TRANSMISIÓN DE UN AEROGENERADOR***

***DOCUMENTO 3- ANEXO DE CÁLCULOS***

**Alumno/Alumna:** Hurtado, Taboada, Aingeru

**Director/Directora:** Santos, Pera, Juan Antonio

**Curso:** 2017-2018

**Fecha:** <23, Julio, 2018>



## DOCUMENTO 3: ANEXO DE CÁLCULOS

3.1 DATOS DE PARTIDA .....	1
3.2 CÁLCULOS MECÁNICOS.....	2
3.2.1 NORMAS DE DISEÑO DEL AEROGENERADOR.....	2
3.2.2 ANALISIS DE CARGAS .....	4
3.2.2.1 Fuerzas verticales.....	7
3.2.2.2 Fuerza axial y momento torsor:.....	8
3.2.2.3 Momento flector .....	10
3.2.3 VELOCIDAD DEL ROTOR .....	11
3.2.4 BRIDA .....	11
3.2.4.1 Tensión cortante .....	12
3.2.4.2 Tensión de compresión.....	13
3.2.5 EJE DE BAJA VELOCIDAD .....	13
3.2.5.1 Cargas .....	14
3.2.5.2 Diseño del eje según las tensiones.....	14
3.2.5.3 Elección de los rodamientos del eje de baja velocidad.....	17
3.2.5.4 Dimensionamiento según deflexiones .....	25
3.2.5.5 Dimensionamiento según vibraciones .....	27
3.2.5.6 Diseño del estriado .....	28
3.2.5.7 Anillos de seguridad.....	30
3.2.6 CAJA MULTIPLICADORA .....	31
3.2.6.1 PRIMERA ETAPA.....	32
3.2.6.1.1 Cálculo de engranajes .....	33
3.2.6.1.2 Cálculo de los Ejes de los Planetas.....	38
3.2.6.1.3 Cálculo del Eje del Sol.....	43
3.2.6.2 SEGUNDA ETAPA .....	46
3.2.6.2.1 Cálculo de engranajes .....	47
3.2.6.2.2 Calculo de los Ejes de los Planetas.....	53
3.2.6.2.3 Calculo del Eje del Sol.....	57
3.2.6.3 TERCERA ETAPA .....	59
3.2.6.3.1 Cálculo de los engranajes .....	60
3.2.6.3.2 Fuerzas generadas por los engranajes .....	67
3.2.6.3.3 Dimensionamiento del eje .....	72
3.2.6.3.4 Elección de los rodamientos.....	72

---

3.2.6.4 GROSOR DE LA CARCASA .....	78
3.2.6.4.1 Cargas que actúan sobre la carcasa .....	79
3.2.6.5.2 Grosor de la carcasa .....	82
3.2.6.5 LUBRICACIÓN .....	84
3.2.6.5.1 Método de lubricación.....	85
3.2.6.5.2 Cantidad de lubricante.....	85
3.2.6.5.3 Temperatura .....	85
3.2.6.5.4 Viscosidad .....	86
3.2.6.5.5 Limpieza .....	87
3.2.6.5.6 Control .....	88
3.2.7 EJE DE ALTA VELOCIDAD .....	89
3.2.7.1 Fuerzas generadas por el engranaje .....	89
3.2.7.2 Dimensionamiento del eje.....	93
3.2.7.3 Elección de los rodamientos .....	93
3.2.8 SISTEMA DE ACOPLAMIENTO .....	99
3.2.9 SISTEMA DE ORIENTACIÓN.....	104
3.2.9.1 Fuerzas y momentos actuantes.....	104
3.2.9.2 Coeficientes y combinaciones de cargas.....	106
3.2.9.3 Selección del rodamiento.....	107
3.2.9.4 Comprobación de la vida útil.....	108

### 3.1 DATOS DE PARTIDA

Se quiere calcular y diseñar el mecanismo de un aerogenerador de eje horizontal de tres palas, que consiga un uso óptimo de la energía eólica.

A parte de eso, también tendremos las siguientes condiciones:

- Ubicación: Parque eólico del Monte Oiz, Markina-Xemein, Vizcaya
- Coordenadas UTM:
  - ✓ Huso: 30T
  - ✓ Cuadrícula: 30WN
  - ✓ Coordenada X UTM: 533050,74
  - ✓ Coordenada Y UTM: 4786148,34
- Aerogenerador de eje horizontal con 3 palas
- Orientado a favor del aire
- Potencia nominal: 2MW
- Velocidad nominal: 14m/s
- Velocidad de arranque: 3 m/s
- Velocidad de desconexión: 25 m/s
- Velocidad de eje principal (eje de baja velocidad): 9,6-17,8 r.p.m.
- Velocidad de eje secundario (eje de alta velocidad): 1500 r.p.m.
- Altura de la torre: 90m

## 3.2 CÁLCULOS MECÁNICOS

### 3.2.1 NORMAS DE DISEÑO DEL AEROGENERADOR

Antes de diseñar la transmisión del aerogenerador, es importante estudiar el giro y las fuerzas que ejerce el aire en el rotor. Para eso, se llevan a cabo unas mediciones para saber que fuerzas va a soportar la transmisión dependiendo de su ubicación y tipo de perfil de las palas.

Para el diseño de los elementos de la transmisión del aerogenerador se utilizara la norma IEC 61400-1 siguiendo todos sus criterios.

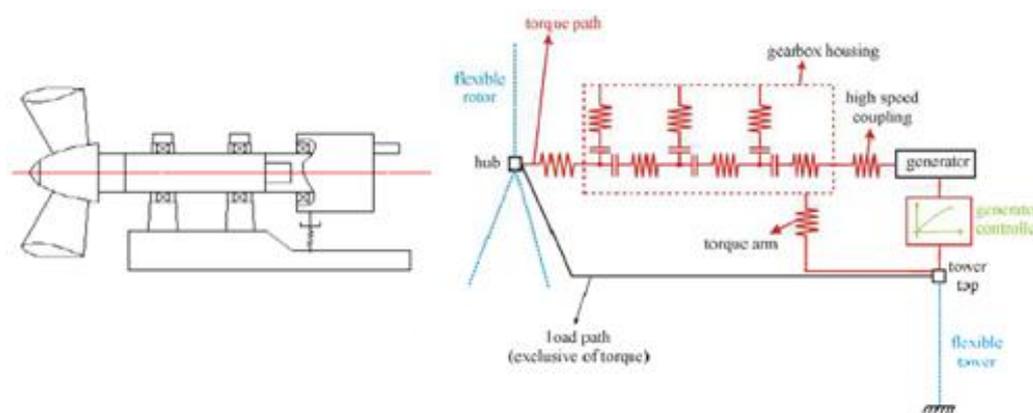
Para realizar los cálculos en condiciones normales como la norma indica, esta determina una serie de condiciones. La temperatura de la ubicación tiene que estar entre los  $-20^{\circ}\text{C}$  y los  $50^{\circ}\text{C}$ , con el 95% de humedad relativa, la intensidad de la radiación solar  $1.000\text{ W/m}^2$  y la densidad del aire tiene que ser  $1.225\text{ kg/m}^3$ . En este caso el diseño realizara basándose en estos datos, pero si se diesen otras condiciones, habría que tener en cuenta la norma IEC 60721-2-1.

La ubicación de este aerogenerador va a ser en el parque eólico de Oiz, situado en el monte de Oiz, Markina-Xemein, Vizcaya, con el objetivo de ampliar el parque. Como ya se explica en el apartado 2.5.2 del Documento 1, las condiciones del viento son las siguientes:

- Densidad del aire:  $\rho = 1,225\text{ kg/m}^3$
- Velocidad nominal del aerogenerador:  $V_{nom} = 14\text{ m/s}$
- Temperatura media anual:  $9,1\text{ }^{\circ}\text{C}$

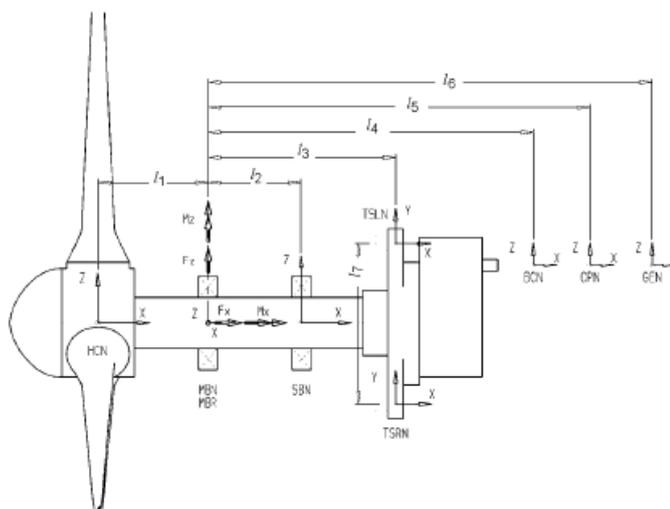
Teniendo en cuenta estos datos, se puede realizar el diseño explicado en la norma, ya que el lugar en el que se colocara el aerogenerador cumple las condiciones.

Basándose en las normas que hay que cumplir a la hora de diseñar la transmisión de un aerogenerador, este diseño puede ser realizado. La norma IEC 61400-1 impone las condiciones que hay que cumplir para llevar a cabo el diseño del aerogenerador, pero no impone las condiciones de los elementos importantes. La norma UNE-EN-61400-4, es complementaria de la norma anterior, aun así contiene información necesaria para el diseño de la multiplicadora. La norma indica que primero hay que elegir el modelo de diseño, escogiendo el sistema para un tren de transmisión modular con dos rodamientos principales, en este caso siendo así:



*Imagen 3.1: relaciones de transmisión*

La norma UNE-EN-61400-4 también examina las condiciones de cargas pero dice que hay que tener en cuenta la norma IEC-61400-1. Antes de estudiar las cargas, la norma UNE-EN-61400-4 expone que hay que establecer la interfaz del diseño. En este caso, la interfaz del aerogenerador, la cual se ve en la imagen 3.2, va a ser en función al esquema de rodamientos y góndola:



*Imagen 3.2: Interfaz y sistema de referencia del aerogenerador*

Dimensión	Unidades	Distancia	Valor
$l_1$	mm	Centro del rotor al centro del primer rodamiento principal	500
$l_2$	mm	De centro a centro de dos rodamientos principales	1000
$l_3$	mm	Del rodamiento principal a la línea central de apoyo de torsión	1700
$l_4$	mm	Centro del rodamiento principal al disco de freno	5100
$l_5$	mm	Centro del rodamiento principal al acoplamiento	5400
$l_6$	mm	Centro del rodamiento principal al generador	6200
$l_7$	mm	Distancia por la línea central entre los soportes de torsión derecho e izquierdo	2000
$l_8$	mm	Distancia rectilínea entre el centro del disco de freno y el eje del árbol principal	100
$l_9$	mm	Distancia en altura del eje del árbol principal al eje de soporte de torsión	0
$a$	grados	El ángulo de $l_7$ a la horizontal	0°

Tabla 3.1: Dimensiones de interfaz de los elementos del aerogenerador

### 3.2.2 ANALISIS DE CARGAS

En cuanto al análisis estructural, la norma IEC61400-1 establece basándose en el ISO-2394, que los elementos que soporten las cargas tendrán un nivel de seguridad óptimo. Se llevan a cabo calculando la carga última y fatiga del análisis estructural, después de hacer los cálculos y teniendo en cuenta sus factores de seguridad, se tiene que demostrar que los cálculos son válidos. Este proyecto se centrara en los cálculos y cuando estos estén demostrados, se realizaran el test prácticos.

Los factores que causaran efectos en el aerogenerador pueden ser diferentes, por ejemplo, colocación de las palas, velocidad del viento, cargas generadas por la gravedad, cargas generadas por las vibraciones internas, etc.

La norma IEC6400-1 establece distintas hipótesis (DLC "Design Load Case) para el diseño del aerogenerador, y teniendo estas en cuenta, se efectuará el dimensionamiento y comprobaciones de los elementos.

Para clasificar las hipótesis, la norma primero establece las condiciones de diseño, en las cuales se comprueba si se basa en la potencia, en el arranque, en el frenado, etc. En función de las condiciones, las hipótesis determinan el tipo de análisis a realizar, haciendo el análisis a fatiga "F" o analizando la carga última "U" (N, A, T). Analizando las cargas "U" las clasifica en tres grupos, "N" análisis normal, el cual analiza las

cargas que aparecen normalmente, “A” analiza las cargas anormales, aparecen menos y normalmente es en la activación o en la protección y por ultimo “T” que analiza las situaciones de transporte. Estas son las hipótesis que establece la norma:

Design situation	DL C	Wind condition	Other conditions	Type of analysis	Partial safety factors
1) Power production	1.1	NTM $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$	For extrapolation of extreme events	U	N
	1.2	NTM $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$		F	*
	1.3	ETM $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$		U	N
	1.4	ECD $V_{hub} = V_r - 2 \text{ m/s}, V_r, V_r + 2 \text{ m/s}$		U	N
	1.5	EWS $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$		U	N
2) Power production plus occurrence of fault	2.1	NTM $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$	Control system fault or loss of electrical network	U	N
	2.2	NTM $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$	Protection system or preceding internal electrical fault	U	A
	2.3	EOG $V_{hub} = V_r \pm 2 \text{ m/s}$ and $V_{out}$	External or internal electrical fault including loss of electrical network	U	A
	2.4	NTM $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$	Control, protection, or electrical system faults including loss of electrical network	F	*
3) Start up	3.1	NWP $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$		F	*
	3.2	EOG $V_{hub} = V_{in}, V_r \pm 2 \text{ m/s}$ and $V_{out}$		U	N
	3.3	EDC $V_{hub} = V_{in}, V_r \pm 2 \text{ m/s}$ and $V_{out}$		U	N
4) Normal shut down	4.1	NWP $V_{in} < V_{hub} < V_{out}$		F	*
	4.2	EOG $V_{hub} = V_r \pm 2 \text{ m/s}$ and $V_{out}$		U	N
5) Emergency shut down	5.1	NTM $V_{hub} = V_r \pm 2 \text{ m/s}$ and $V_{out}$		U	N
6) Parked (standing still or idling)	6.1	EWM 50-year recurrence period		U	N
	6.2	EWM 50-year recurrence period	Loss of electrical network connection	U	A
	6.3	EWM 1-year recurrence period	Extreme yaw misalignment	U	N
	6.4	NTM $V_{hub} < 0,7 V_{ref}$		F	*
7) Parked and fault conditions	7.1	EWM 1-year recurrence period		U	A
8) Transport, assembly, maintenance and repair	8.1	NTM $V_{maint}$ to be stated by the manufacturer		U	T
	8.2	EWM 1-year recurrence period		U	A

Tabla 3.2: DLC (Design load cases) Casos de cargas de diseño

Este proyecto está basado en la producción de energía, y se va a hacer en condiciones normales de viento, por lo tanto, el caso DLC [1.2]. Debido a esto, primero se dimensionaran las cargas estáticas y después se comprobaran a fatiga.

Se ha considerado oportuno elegir esta hipótesis dado que esta hipótesis considera que el eje absorbe las cargas que tienen influencia sobre él. La razón para descartar las otras hipótesis es que los casos que proponen las otras hipótesis son producidos por elementos que no se tendrán en cuenta en este proyecto.

Establecido el DLC se puede comenzar con el análisis de cargas. Para ello, hay que conocer las cargas que tengan influencia. Como ya se ha mencionado, hay varios factores a tener en cuenta (gravedad, viento, vibraciones...) y estos factores ejercerán una fuerza diferente en el aerogenerador, tanto en la góndola como en la torre.

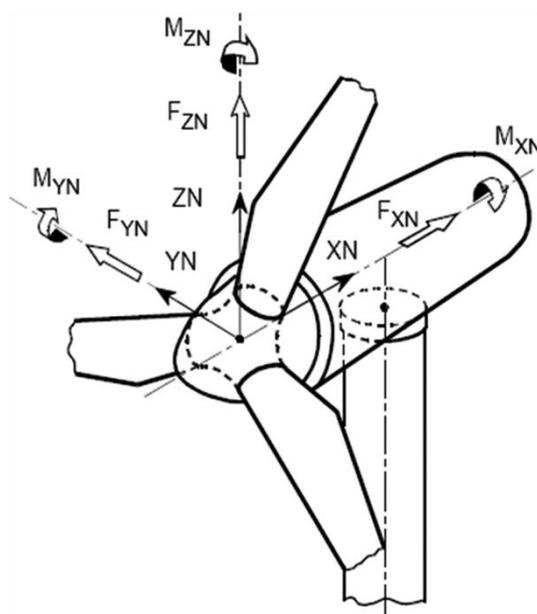


Imagen 3.3: Cargas del aerogenerador

Como se puede ver en la imagen 3.3, el viento genera unas fuerzas en las palas y estas al ser transmitidas al eje (al rotor), aparte de las fuerzas generan un momento flector y otro torsor. Por lo tanto esas fuerzas y esos momentos son los que se tendrán en cuenta.

Antes de empezar con los cálculos, es importante recordar que primero se llevara a cabo el cálculo de las cargas estáticas y después se comprobaran a fatiga. Por esta razón, no se tendrán en cuenta los factores de carga [ $\gamma_f$ ] que establece la norma pero si el factor parcial de seguridad del material [ $\gamma_m$ ]. Tal y como se expresa en la norma IEC-61400-1, a la hora de realizar los cálculos a fatiga utilizan los siguientes valores para el material parcial y la carga parcial:

- Material Parcial:  $\gamma_m$ : 1,2
- Cargas Parciales:  $\gamma_f$ : 1,1

### 3.2.2.1 Fuerzas verticales

Tal y como se menciona en el apartado anterior, hay factores que tienen impacto sobre el aerogenerador. La gravedad afectara sobre las cargas, fijara el valor de las cargas verticales. La fuerza vertical que se generara en el eje, será por la masa del rotor. El dato del peso de las palas del aerogenerador lo facilita el cliente.

El perfil de palas elegido por el cliente es LM Wind Power con una longitud de 47,5 metros y está compuesta de fibra de vidrio reforzada con resina de poliéster. El propio cliente indica el peso de cada pala, y gracias a ello se podrá calcular el peso del rotor:

Palas	
Número de palas	3
Longitud	47,5m
Perfil	LM Wind Power
Material	Fibra de vidrio reforzada con resina de poliéster
Peso	7.000 kg

*Imagen 3.4: Características de las palas*

$$m_{Buje} = 30.000 \text{ kg (Facilitado por el cliente)}$$

$$m_{Pala} = 7.000 \text{ kg (Facilitado por el cliente)}$$

$$m_{Rotor} = m_{Buje} + 3 \cdot m_{Pala} = 30.000 \text{ kg} + 3 \cdot 7.000 \text{ kg} = 51.000 \text{ kg}$$

(Fórmula 3.1)

Sabiendo el peso del rotor y teniendo en cuenta que sobre este actúa la gravedad, se calculara la fuerza vertical.

$$m_{Rotor} = 51.000 \text{ kg (Fórmula 3.1)}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_v = m_{Rotor} \cdot g \rightarrow F_v = 51.000 \cdot 9,81 = 500.310 \text{ N}$$

$$F_v = 500,31 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.2)

### 3.2.2.2 Fuerza axial y momento torsor:

Para poder calcular la fuerza axial que ejerce el aire, primero hay que saber la relación entre la velocidad específica ( $\lambda$ ) o "Tip Speed Ratio" (TSR), la velocidad lineal generada en el vértice de la pala ( $u$ ) y la velocidad del viento, y se hace mediante esta fórmula:

$$\lambda = \frac{u}{v} = \frac{\Omega \cdot R_R}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot N_R \cdot R_R}{60 \cdot v_m} = \frac{C_p(\text{Coeficiente de potencia})}{C_t(\text{Coeficiente de par})}$$

(Fórmula 3.3)

En función del tipo de aerogenerador (eje horizontal) y el número de palas (3 palas), la velocidad específica será diferente, para determinar este valor hay unos gráficos que en función del tipo de aerogenerador establecen la velocidad específica.

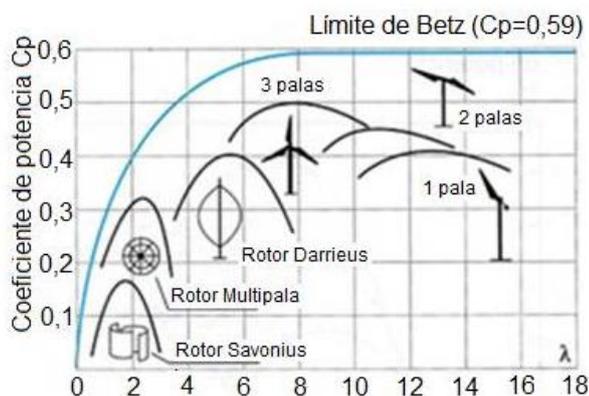


Imagen 3.5: Gráfico de Betz

Según el gráfico podemos observar como la velocidad específica y el coeficiente de potencia ( $C_p$ ) están relacionados, en este caso estando la velocidad específica situada entre 6 y 9. Normalmente se elige el valor de 7 para la velocidad específica en los aerogeneradores tripala, por lo tanto:

$$\lambda = 7$$

Debido al perfil de las palas, el viento ejercerá unas fuerzas sobre estas y por lo tanto se genera el par de entrada. El viento genera dos tipos de fuerza sobre las palas, la fuerza de arrastre y la fuerza de sustentación. La fuerza de arrastre es la causante del esfuerzo axial en el eje de entrada de la transmisión. La fuerza de sustentación en cambio, es la fuerza que genera el momento torsor.

Desarrollando la siguiente fórmula de potencia, se puede calcular el momento torsor:

$$C_t = \frac{C_p}{\lambda} = \frac{0,45}{7} = 0,064 \text{ (Fórmula 3.3)}$$

$$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

$$v_{nom} = 14 \text{ m/s (Imagen 3.8)}$$

$$P = 2 \text{ MW}$$

$$R_R = 48,5 \text{ m (Imagen 3.7)}$$

$$A_R = 7.390 \text{ m}^2 \text{ (Imagen 3.7)}$$

$$P = T \cdot \omega \rightarrow T = \frac{1}{2} \cdot C_t \cdot \rho \cdot v_{nom}^2 \cdot R_R \cdot A_R$$

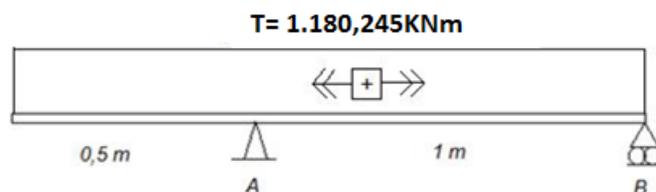
$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{2.000 \cdot 10^3 \text{ Watt}}{17,8 \text{ r. p. m.} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}}} = 1.072,95 \text{ KNm}$$

(Fórmula 3.4)

Según la norma, al hacer un cálculo a fatiga de una carga parcial el factor a utilizar será  $\gamma_f$ : 1,1, por lo tanto:

$$T = T \cdot \gamma_f = 1.072,95 \text{ KNm} \cdot 1,1 = 1.180,245 \text{ KNm}$$

(Fórmula 3.5)



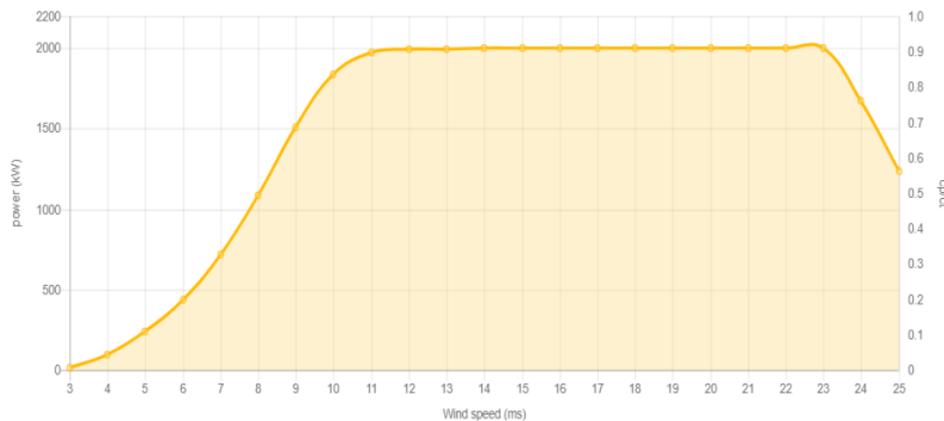
**Imagen 3.6:** Diagrama del momento torsor

El diámetro del rotor también es conocido gracias a que el cliente nos lo da como dato. En este caso, como se va a diseñar la transmisión de un aerogenerador de 2MW, el diámetro del rotor será de 97m.

### G97-2.0 MW

Rotor	
Diámetro	97 m
Área de barrido	7.390 m <sup>2</sup>
Velocidad de giro	9,6 - 17,8 rpm
Densidad de potencia	270,6 W/m <sup>2</sup>

**Imagen 3.7:** Datos del rotor ofrecidos por el cliente



**Imagen 3.8:** *Curva de potencia*

$$D_R = 97m \text{ (Imagen 3.7)}$$

$$R_R = 48,5 m$$

$$A_R = \pi \cdot R_R^2 = \frac{\pi \cdot D_R^2}{4} = \frac{\pi \cdot 97^2}{4} = 7.390 m^2$$

(Formula 3.6)

Teniendo fijada la velocidad específica, sabiendo el valor del momento torsor y el diámetro del rotor, se puede obtener el valor de la fuerza axial mediante la siguiente formula:

$$F_{axial} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda_{Diseño} \cdot T}{R_R}$$

$$\lambda_{Diseño} = 7 \text{ (Imagen 3.5)}$$

$$T = 1.180,245 \text{ KNm (Formula 3.5)}$$

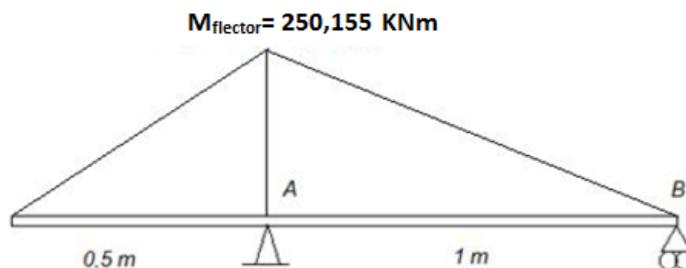
$$R_R = 40m \text{ (Imagen 3.7)}$$

$$F_{axial} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7 \cdot 1.180,245}{40} = 309,814 \text{ KN}$$

(Formula 3.7)

### 3.2.2.3 Momento flector

El momento flector aplicado en el eje de baja velocidad, es debido a la fuerza vertical calculada anteriormente. Como se puede ver en la Imagen 3.9, el momento flector tendrá su máximo valor en la sección A:



**Imagen 3.9:** *Diagrama del momento flector*

$$F_v = 500,31 \text{ KN (Formula 3.2)}$$

$$d = 0,5 \text{ m}$$

$$M_{flector} = F_v \cdot d \rightarrow M_{flector} = 500,31 \cdot 0,5 = 250,155 \text{ KNm}$$

(Formula 3.8)

### 3.2.3 VELOCIDAD DEL ROTOR

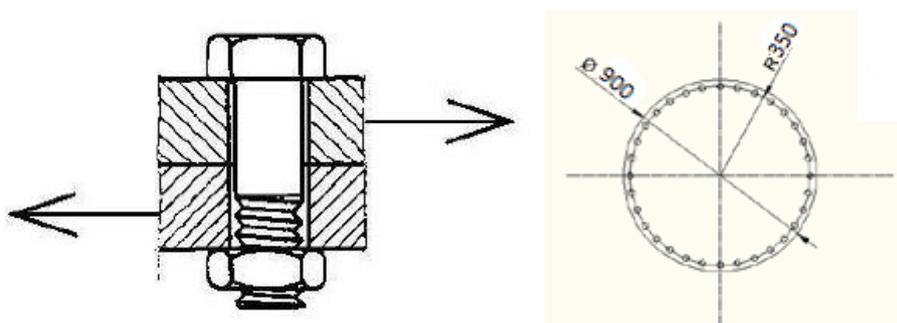
La velocidad del rotor la facilita el cliente como dato. En este caso, la velocidad del rotor al conseguir la potencia nominal es  $N_R = 17,8 \text{ r.p.m.}$  (Imagen 3.7).

$$N_R = 17,8 \text{ r.p.m.}$$

(Formula 3.9)

### 3.2.4 BRIDA

La función de la brida es emplear una unión entre el buje y la transmisión. Para ello, siguiendo el libro “Elementos de máquinas”, se efectuarán los cálculos para los pernos que fijan la brida. Sabiendo que estos soportarán fuerzas a compresión y cortantes.



**Imagen 3.10:** Esquema de unión con tornillo

En la brida se colocaran 25 pernos DIN 933 M30x150, a 350mm del centro. El material de los pernos será acero de calidad 12.9, y sus propiedades mecánicas son las siguientes:

TENSIÓN DE FLUENCIA $\sigma_{yp}$	TENSIÓN DE ROTURA $\sigma_u$
1.100 MPa	1.220 MPa

**Tabla 3.3:** Propiedades del material de los tornillos del buje

Para saber la fuerza que actúa sobre el círculo de pernos es necesario saber el momento torsor que actuara sobre ellos. Sabiendo ya su valor (Formula 3.5) se puede calcular la fuerza que habrá en la circunferencia de pernos:

$$R_{perno} = 0,35m \text{ (Imagen 3.9)}$$

$$T = 1.180,245 \text{ KNm (Formula 3.5)}$$

$$F_{perno} = \frac{T}{R_{perno}} = \frac{1.180,245 \text{ KNm}}{0,35 \text{ m}} = 3.372,13 \text{ KN}$$

(Formula 3.10)

### 3.2.4.1 Tensión cortante

Superficie de corte de los pernos:

$$n = 25 \text{ (Número de pernos)}$$

$$Me = 30 \text{ (Métrica de los pernos)}$$

$$S_{Cortante} = n \cdot \frac{\pi \cdot Me^2}{4} = 25 \cdot \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 17.671,46 \text{ mm}^2$$

(Formula 3.11)

Tensión cortante:

$$F_{perno} = 3.372.130 \text{ N (Formula 3.10)}$$

$$S_{Cortante} = 17.671,46 \text{ mm}^2 \text{ (Formula 3.11)}$$

$$\tau_{Cortante} = \frac{F_{perno}}{S_{Cortante}} = \frac{3.372.130 \text{ N}}{17.671,46 \text{ mm}^2} = 190,82 \text{ MPa}$$

(Formula 3.12)

Por lo tanto, el coeficiente de seguridad será el siguiente:

$$\tau_{yp} = \sigma_{yp}/2 = 550 \text{ MPa (Tabla 3.3)}$$

$$\tau_{Cortante} = 190,82 \text{ MPa (Formula 3.12)}$$

$$CS = \frac{\tau_{yp}}{\tau_{Cortante}} = \frac{550}{190,82} = 2,88 > 1 \checkmark$$

(Formula 3.13)

### 3.2.4.2 Tensión de compresión

La superficie de compresión de los pernos es la siguiente:

$$n = 25 \text{ (Número de pernos)}$$

$$Me = 30 \text{ (Métrica de los pernos)}$$

$$t_e = 100 \text{ mm (Grosor de la brida)}$$

$$S_{compresión} = n \cdot Me \cdot t_e = 25 \cdot 30 \cdot 100 = 75.000 \text{ mm}^2$$

(Formula 3.14)

Tensión de compresión en los pernos:

$$F_{perno} = 3.372.130 \text{ N (Formula 3.10)}$$

$$S_{compresión} = 75.000 \text{ mm}^2 \text{ (Formula 3.14)}$$

$$\sigma_{compresión} = \frac{F_{perno}}{S_{compresión}} = \frac{3.372.130 \text{ N}}{75.000 \text{ mm}^2} = 44,96 \text{ MPa}$$

(Formula 3.15)

Por lo tanto, el coeficiente de seguridad será el siguiente:

$$\sigma_{yp} = 1.100 \text{ MPa (Tabla 3.3)}$$

$$\sigma_{compresión} = 44,96 \text{ MPa (Formula 3.15)}$$

$$CS = \frac{\sigma_{yp}}{\sigma_{konpresio}} = \frac{1100}{44,96} = \mathbf{24,47} > 1 \quad \checkmark$$

(Formula 3.16)

Como los coeficientes de seguridad (CS) son mayores que 1, los pernos serán adecuados.

### 3.2.5 EJE DE BAJA VELOCIDAD

La elección del eje se hay que hacerla siguiendo la norma DIN 743. En este caso, se hará siguiendo la norma del código ASME, ya que este código sustituye al DIN 743 y es más conservador. La velocidad de giro del rotor se transmite al eje de baja velocidad mediante las bridas. Este eje recibe el par que se genera en el rotor por el aire y se lo transmite a la multiplicadora, para seguido aumentar la velocidad de giro.

En este caso se ha escogido un esquema de diseño muy típico dejando parte del eje en voladizo. En el extremo de dicho voladizo estaría colocado el rotor del aerogenerador. Por otro lado se ha escogido una disposición de dos apoyos

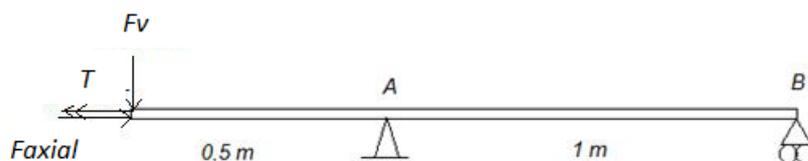
(rodamientos) de los cuales uno absorberá el esfuerzo axial (A) y ala multiplicadora solamente le llegara el par torsor. En la Imagen 3.11 se puede observar el esquema de diseño:



**Imagen 3.11:** Esquema de diseño del eje de baja velocidad

### 3.2.5.1 Cargas

El eje de baja velocidad tendrá que soportar distintas fuerzas, fuerza vertical ( $F_v$ ), fuerza axial ( $F_{axial}$ ), momento flector ( $M_{flector}$ ) y momento torsor ( $T$ ). Las cuales se indican en la siguiente imagen:



**Imagen 3.12:** Fuerzas sobre el eje de baja velocidad

$F_{axial} = 309,814 \text{ KN}$
$F_v = 500,31 \text{ KN}$
$M_{flector} = 250,155 \text{ KNm}$
$T = 1.180,245 \text{ KNm}$

**Tabla 3.4:** Valor de las fuerzas

El momento torsor es el par generado en el rotor, anteriormente calculado (Fórmula 3.5).

### 3.2.5.2 Diseño del eje según las tensiones

El eje de entrada de la trasmisión tiene que soportar las cargas calculadas anteriormente siendo dichas cargas, alternas en el tiempo, es decir, no son cargas constantes. Por ello, el eje se diseñará a fatiga mediante las expresiones del código

ASME. Como ya se ha explicado anteriormente esta sustituye a la norma DIN 743, siendo también este más conservador.

Ya que el momento torsor que tiene que soportar es bastante elevado y que es una combinación de momento flector y torsor, se utilizará un perfil tubular de grande espesor con intención de reducir el peso que tendría usar un eje macizo. Para ello se hará uso de un catálogo de perfiles tubulares.

Primero se escogerá el material del eje, en este caso será una aleación de acero AISI 4340 (F-1272). En la siguiente tabla se pueden observar las características mecánicas del material:

AISI 4340		Valor	
Dureza Brinell	(HB)	300/350	
Tensión de fluencia	( $\sigma_{yp}$ )	60-74 kgf/mm <sup>2</sup>	(726 MPa)
Tensión de rotura	( $\sigma_u$ )	95-105 kgf/mm <sup>2</sup>	(1030 MPa)

**Tabla 3.5:** Propiedades mecánicas del material AISI 4340

El coeficiente de seguridad se obtiene de la normativa UNE-EN 61400-1. En dicha normativa se pueden obtener los coeficientes de seguridad parciales para materiales según la resistencia a la fatiga o al límite de rotura. Los valores son los siguientes:

Materiales Parciales:  $\gamma_m: 1,2$

Cargas parciales:  $\gamma_f: 1,1$

Por lo tanto,

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{yp}}{\gamma_f} = \frac{726}{1,2} = 660 \text{ MPa}$$

(Formula 3.17)

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma_{yp}/2}{\gamma_f} = \frac{726/2}{1,2} = 330 \text{ MPa}$$

(Formula 3.18)

El método ASME está basado en la teoría del fallo estático de Tresca. Para realizar el cálculo a fatiga este método mayorará el momento flector y el torsor mediante los coeficientes  $C_m$  y  $C_t$ .

	$C_m$	$C_t$
<b>EJES FIJOS:</b>		
Carga aplicada gradualmente (constante)	1.0	1.0
Carga aplicada repentinamente	1.5-2.0	1.5-2.0
<b>EJES GIRATORIOS:</b>		
Carga aplicada gradualmente (constante)	1.5	1.0
Carga aplicada repentinamente, sólo pequeños impactos	1.5-2.0	1.0-1.5
Carga aplicada repentinamente, grandes impactos	2.0-3.0	1.5-3.0

**Tabla 3.6:** Coeficientes de mayoración ASME

La expresión del código ASME para el cálculo a fatiga es la siguiente:

$$\tau_{max} = \frac{r}{J} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} < \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS} = \tau_{yp}$$

(Formula 3.19)

Sabiendo que  $J = 2I$  eta y el  $I$  de los ejes cilíndricos es  $I = \frac{\pi}{4} \cdot r^4$ , sustituyéndolo en la teoría de Tresca y desarrollando la formula nos queda lo siguiente:

$$\begin{aligned} \tau_{max} = \frac{r}{J} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} < \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS} &\rightarrow \frac{r}{2I} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} < \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS} \rightarrow \\ \frac{r}{\frac{2\pi}{4} \cdot r^4} < \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}} &\rightarrow \frac{1}{\pi \cdot r^3} < \frac{\sigma_{yp}}{4 \cdot CS \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}} \rightarrow \\ r^3 \geq \frac{4 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} &\rightarrow \left(\frac{d}{2}\right)^3 \geq \frac{4 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} \rightarrow \\ d^3 \geq \frac{2^3 \cdot 4 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} &\rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}} \end{aligned}$$

Por lo tanto la formula de ASME para el cálculo del eje de baja velocidad quedaría así:

$$\phi_{BV} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

(Formula 3.20)

$$M_{flector} = 250,155 \text{ KNm (Formula 3.8)}$$

$$T = 1.180,245 \text{ KNm (Formula 3.5)}$$

$$C_m = 1,5 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$C_t = 1 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$\sigma_{yp} = \sigma_{adm} = 660 \text{ MPa (Formula 3.17)}$$

$$CS = 1,25$$

$$\phi_{BV} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,25}{660 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(1,5 \cdot 250,155 \cdot 10^6)^2 + (1 \cdot 1.180,245 \cdot 10^6)^2}} \rightarrow$$

$$\phi_{BV} \geq 288,02 \text{ mm}$$

(Formula 3.21)

El diámetro del eje tiene que ser mayor que el calculado, por lo tanto el diámetro lo impondrán los rodamientos que tenga el eje.

### 3.2.5.3 Elección de los rodamientos del eje de baja velocidad

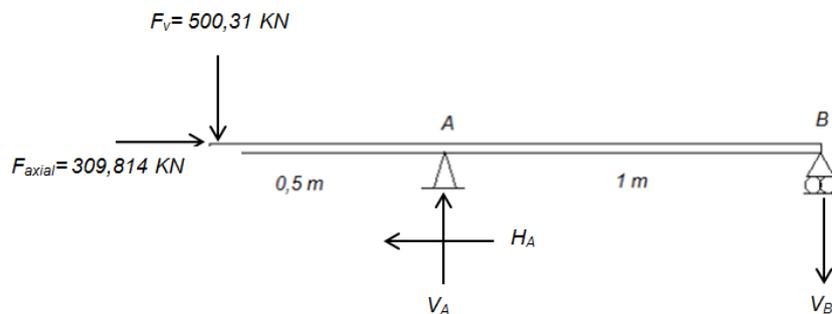
A la hora de elegir los rodamientos se tomaran como referencia las normas ISO 76 y ISO 281, en estas normas se especifica el cálculo de las cargas en los rodamientos, el cálculo de la vida nominal y la capacidad de los rodamientos.

Los rodamientos son los apoyos que tendrá el eje, en este caso, como ya se ha mencionado anteriormente, el eje consta de dos apoyos, es decir, dos rodamientos (A y B). En este caso se ha optado por un rodamiento de rodillos cónicos y otro de rodillos cilíndricos. El rodamiento de rodillos cónicos será el encargado de absorber el esfuerzo axial y radial, mientras que el rodamiento de rodillos cilíndricos solo tendrá que soportar la carga radial.



**Imagen 3.13:** Rodamientos del eje de baja velocidad

Para poder calcular y seleccionar los rodamientos el primer paso será calcular las fuerzas radiales y axiales que tendrán que soportar generadas por el viento. Ver Imagen 3.14:



**Imagen 3.14: Reacciones en los apoyos**

Se harán los sumatorios de fuerzas en los ejes X e Y y el sumatorio de momentos:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{axial} - H_A = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_A - V_B - F_v = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow F_v \cdot 1,5 - V_A \cdot 1 = 0 \quad (3)$$

$$(1) H_A = 309,814 \text{ KN}$$

$$(3) V_A = 500,31 \cdot 1,5 \rightarrow V_A = 750,465 \text{ KN}$$

$$(2) V_B = V_A - F_v \rightarrow V_B = 750,465 - 500,31 \rightarrow V_B = 250,155 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.22)

### **Cálculo de la vida nominal (L<sub>10</sub>)**

Para la elección de los rodamientos, es necesario calcular la vida nominal de estos. Para realizar este cálculo se seguirá la norma ISO 281. Esta norma dice que tiene que ser calculada con el 95% de fiabilidad y en el caso de la transmisión de un aerogenerador con una duración mínima de 80.000 horas.

$$L = 80.000 \text{ h} \cdot 14 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 67.200.000 \text{ rev.} = 67,2 \text{ millones de revoluciones}$$

(Fórmula 3.23)

$$\text{Fiabilidad: } R = \sqrt{R_{\text{Grupo}}} = \sqrt{0,95} = 0,98$$

(Fórmula 3.24)

Rodamientos de rodillos cónicos

$R = 0,98$  (Fórmula 3.24)

$L = 67,2$  millón de rev. (Fórmula 3.23)

$$L_{10} = \frac{L}{4,48 \cdot \left[ \ln \left( \frac{1}{R} \right) \right]^{1,5}} = \frac{67,2}{4,48 \cdot \left[ \ln \left( \frac{1}{0,98} \right) \right]^{1,5}} = 202,22 \text{ millón de rev.}$$

(Fórmula 3.25)

Rodamientos de rodillos cilíndricos

$R = 0,98$  (Fórmula 3.24)

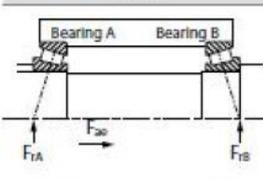
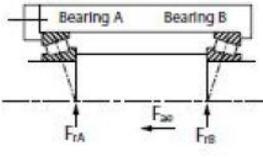
$L = 67,2$  millón de rev. (Fórmula 3.23)

$$L_{10} = \frac{L}{0,02 + 4,439 \cdot \left[ \ln \left( \frac{1}{R} \right) \right]^{1,483}} = \frac{67,2}{0,02 + 4,439 \cdot \left[ \ln \left( \frac{1}{0,98} \right) \right]^{1,483}} = 197,88 \text{ millón de rev.}$$

(Fórmula 3.26)

**Calculo del rodamiento A de rodillos cónicos**

Se utilizaran rodamientos TIMKEN. Las normas que sigue este fabricante según su catálogo son la ISO 76 y la ISO 281. En la tabla 3.7 sacada del catálogo se pueden ver las siguientes hipótesis:

Design	Thrust Condition	Axial Load	Dynamic Equivalent Radial Load
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0.4 F_{rA} + K_A F_{aA}^{(1)}$ $P_B = F_{rB}$
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A} - F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0.4 F_{rB} + K_B F_{aB}^{(1)}$

**Tabla 3.7:** Hipótesis de cálculo de rodamientos cónicos *TIMKEN*

Condición de empuje

$F_{rA} = V_A = 750,465 \text{ KN}$   
 $F_{rB} = V_B = 250,155 \text{ KN}$   
 $F_{ae} = H_A = 309,814 \text{ KN}$   
 $K_A = 1,5$   
 $K_B = 1,5$

$$\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{K_A} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow \frac{0,47 \cdot 750,465}{1,5} = \frac{0,47 \cdot 250,155}{1,5} + 309,814$$

(Fórmula 3.27)

$$235,15 \text{ KN} \leq 388,19 \text{ KN} \quad \checkmark$$

Por lo tanto se cumple la primera hipótesis.

### Carga de empuje

$$F_{rB} = V_B = 250,155 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = H_A = 309,814 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5$$

$$K_B = 1,5$$

$$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow F_{aA} = \frac{0,47 \cdot 250,155}{1,5} + 309,814 \rightarrow F_{aA} = 388,19 \text{ KN}$$

$$F_{aB} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} \rightarrow F_{aB} = \frac{0,47 \cdot 250,155}{1,5} \rightarrow F_{aB} = 78,38 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.28)

### Carga radial dinámica equivalente

$$F_{rA} = V_A = 750,465 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = V_B = 250,155 \text{ KN}$$

$$F_{aA} = 388,19 \text{ KN (Fórmula 3.28)}$$

$$K_A = 1,5$$

$$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA} \rightarrow P_A = 0,4 \cdot 750,465 + 1,5 \cdot 388,19 \rightarrow P_A = 882,47 \text{ KN}$$

$$P_B = F_{rB} \rightarrow P_B = 250,155 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.29)

### Capacidad dinámica

La carga radial equivalente de A es mayor a la carga radial en A ( $F_{rA}$ ) por lo que se utilizará  $P_A = 882,47 \text{ KN}$ . El cálculo de la capacidad dinámica según TIMKEN:

$$C \cdot 90^{1/a} = P_A \cdot (L_{10})^{1/a} \rightarrow C = \frac{P_A \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$a = \frac{10}{3} \text{ (rodamiento cónico)}$$

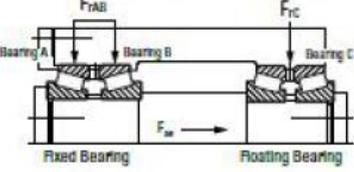
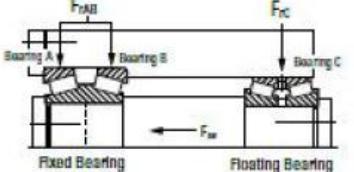
$$P_A = 882,47 \text{ KN (Fórmula 3.29)}$$

$$L_{10} = 202,22 \text{ millón de rev. (Fórmula 3.25)}$$

$$C = \frac{882,47 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 1125,06 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.30)

El valor de la capacidad dinámica obtenido no se puede soportar con los rodamientos de una sola hilera de alrededor de 288 mm, por lo que se deberá calcular una nueva capacidad según los cálculos de los rodamientos cónicos de doble hilera TIMKEN.

Design – Similar Bearing Series	Thrust Condition	Dynamic Equivalent Radial Load
	$F_{ae} \leq \frac{0.6 F_{rAB}}{K}$	$P_A = 0.5 F_{rAB} + 0.83 K_A F_{ae}$ $P_B = 0.5 F_{rAB} - 0.83 K_A F_{ae}$
	$F_{ae} > \frac{0.6 F_{rAB}}{K}$	$P_A = 0.4 F_{rAB} + K_A F_{ae}$ $P_B = 0$

**Tabla 3.8:** Hipótesis de cálculo de rodamientos cónicos 2 hileras *TIMKEN*

### Condición de empuje

$$F_{rAB} = V_A = 750,465 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = H_A = 309,814 \text{ KN}$$

$$F_{ae} > \frac{0,6 \cdot F_{rAB}}{K} \rightarrow 309,814 \text{ KN} > \frac{0,6 \cdot 750,465 \text{ KN}}{1,5} \rightarrow 309,814 \text{ KN} > 300,186 \text{ KN} \checkmark$$

Por lo tanto se cumple la primera hipótesis.

(Fórmula 3.31)

### Carga radial dinámica equivalente

$$F_{rAB} = V_A = 750,465 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = H_A = 309,814 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5$$

$$P_A = 0,5 \cdot F_{rAB} + 0,83 \cdot K_A \cdot F_{ae} \rightarrow P_A = 0,5 \cdot 750,465 + 0,83 \cdot 1,5 \cdot 309,814 \rightarrow P_A = 760,95 \text{ KN}$$

$$P_B = 0,5 \cdot F_{rAB} - 0,83 \cdot K_A \cdot F_{ae} \rightarrow P_B = 0,5 \cdot 750,465 - 0,83 \cdot 1,5 \cdot 309,814 \rightarrow P_B = -10,485 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.32)

Capacidad dinámica

$$C \cdot 90^{1/a} = P_A \cdot (L_{10})^{1/a} \quad \rightarrow \quad C = \frac{P_A \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$P_A = 760,95 \text{ KN}$  (Fórmula 3.32)

$L_{10} = 202,22$  millón de rev. (Fórmula 3.25)

$$C = \frac{760,95 \cdot (202,22)^{1/10}}{90^{1/3}} = 970,13 \text{ KN} = 970.130 \text{ N}$$

(Fórmula 3.33)

El rodamiento capaz de soportar esa capacidad dinámica es el siguiente:

**DOUBLE-ROW • TYPE TDO**

Bearing Dimensions				Load Ratings							
Bore d	O.D. D	Width T	Double Outer Ring Width C	Dynamic <sup>(1)</sup>				Dynamic <sup>(2)</sup>			
				$C_{1(2)}$	e	Factors <sup>(2)</sup> $Y_1$	$Y_2$	$C_{90}$	Dynamic <sup>(2)</sup> $C_{90(2)}$	$C_{90(2)}$	Factors <sup>(2)</sup> K
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	N lbf				N lbf	N lbf	N lbf	
292.100 11.5000	469.900 18.5000	200.025 7.8750	149.225 5.8750	3950000 887000	0.38	1.79	2.66	588000 132000	380000 85500	1020000 230000	1.55
292.100 11.5000	520.700 20.5000	228.600 9.0000	165.100 6.5000	3400000 765000	0.33	2.06	3.06	506000 114000	284000 63900	882000 198000	1.78
292.100 11.5000	558.800 22.0000	298.450 11.7500	222.250 8.7500	5390000 1210000	0.40	1.71	2.54	802000 180000	542000 122000	1400000 314000	1.48
298.450 11.7500	444.500 17.5000	146.050 5.7500	98.4250 3.8750	1540000 347000	0.38	1.79	2.66	230000 51700	149000 33400	400000 90000	1.55
299.975 11.8100	495.300 19.5000	301.625 11.8750	247.650 9.7500	5000000 1120000	0.33	2.03	3.02	744000 167000	423000 95200	1300000 291000	1.76
300.038 11.8125	422.275 16.6250	174.625 6.8750	136.525 5.3750	2260000 508000	0.34	2.00	2.99	336000 75600	194000 43600	586000 132000	1.73
300.038 11.8125	422.275 16.6250	174.625 6.8750	136.525 5.3750	2260000 508000	0.34	2.00	2.99	336000 75600	194000 43600	586000 132000	1.73
300.040 11.8126	496.000 19.5276	307.576 12.1092	253.600 9.9842	6270000 1410000	0.33	2.03	3.02	933000 210000	531000 119000	1630000 365000	1.76
304.800 12.0000	393.700 15.5000	107.950 4.2500	82.550 3.2500	1020000 229000	0.36	1.88	2.80	152000 34200	93500 21000	265000 59500	1.63

**Tabla 3.9:** Catálogo de rodamientos de dos hileras *TIMKEN*

En este primer cálculo se ha supuesto  $K_A = 1,5$ , pero según el catálogo su valor es de  $K_A = 1,73$ , por lo tanto hay que comprobarlo de nuevo:

Condición de empuje

$$F_{rAB} = V_A = 750,465 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = H_A = 309,814 \text{ KN}$$

$$F_{ae} > \frac{0,6 \cdot F_{rAB}}{K} \rightarrow 309,814 \text{ KN} > \frac{0,6 \cdot 750,465 \text{ KN}}{1,73} \rightarrow 309,814 \text{ KN} > 260,277 \text{ KN} \checkmark$$

(Fórmula 3.34)

Carga radial dinámica equivalente

$$F_{rAB} = V_A = 750,465 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = H_A = 309,814 \text{ KN}$$

$$P_A = 0,5 \cdot F_{rAB} + 0,83 \cdot K_A \cdot F_{ae} \rightarrow P_A = 0,5 \cdot 750,465 + 0,83 \cdot 1,73 \cdot 309,814 \rightarrow$$

$$P_A = 820,094 \text{ KN}$$

$$P_B = 0,5 \cdot F_{rAB} - 0,83 \cdot K_A \cdot F_{ae} \rightarrow P_B = 0,5 \cdot 750,465 - 0,83 \cdot 1,73 \cdot 309,814 \rightarrow$$

$$P_B = -69,629 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.35)

Capacidad dinámica

$$C \cdot 90^{1/a} = P_A \cdot (L_{10})^{1/a} \rightarrow C = \frac{P_A \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$P_A = 820,094 \text{ KN (Fórmula 3.35)}$$

$$L_{10} = 202,22 \text{ millón de rev. (Fórmula 3.25)}$$

$$C = \frac{820,094 \cdot (202,22)^{1/10}}{90^{1/3}} = 1045,534 \text{ KN} = 1.045.534 \text{ N}$$

(Fórmula 3.36)

Se puede ver que la carga dinámica calculada es menor que la del catálogo, por lo tanto el rodamiento seleccionado es válido.

$$C_{TIMKEN} = 2.260.000 \text{ N} > C_A = 1.045.534 \text{ N}$$

El radio interior del rodamiento del apoyo A será de 300,038mm, por lo tanto, el diámetro del eje será aumentado. La referencia del rodamiento seleccionado es la siguiente:

**Inner: HM256849 Outer: HM256810D**

**Calculo del rodamiento B de rodillos cilíndricos**

Los rodamientos de rodillos cilíndricos solo pueden absorber cargas radiales, por lo que en este caso será suficiente ya que el esfuerzo axial es absorbido por el rodamiento A (rodillos cónicos). El rodamiento seleccionado será uno del fabricante TIMKEN y para ello se calculara la capacidad según su catálogo:

$$C = F_{rB} \cdot (L_{10})^{1/a}$$

$$L_{10} = 197,88 \text{ millón de rev. (Fórmula 3.26)}$$

$$a = \frac{10}{3} \text{ rodamientos de rodillos}$$

$$F_{rB} = V_B = 250,155 \text{ KN}$$

$$C = 250,155 \cdot (197,88)^{1/\frac{10}{3}} = 1.222,16 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.37)

Una vez calculada la capacidad se escogerá un rodamiento del catálogo:

**CYLINDRICAL ROLLER BEARINGS**  
ONE-ROW METRIC ISO SERIES

**ONE-ROW METRIC ISO SERIES** – continued

Bearing Dimensions				Load Rating		Bearing Part Number <sup>(2)</sup>	Mounting Data				Geo- metry Factor C <sub>g</sub>	Thermal Speed Ratings		Weight	
Bore d	O.D. D	Width B	DUR/DOR F/E	Static C <sub>0</sub>	Dynamic C <sub>1</sub> <sup>(1)</sup>		Chamfer		Backing Diameter			s <sup>(2)</sup>	Oil RPM		Grease RPM
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	kN lbf.	kN lbf.		r <sub>smin</sub> mm in.	r <sub>smin</sub> mm in.	Shaft d <sub>s</sub> mm in.	Housing D <sub>s</sub> mm in.					
280.000 11.0236	420.000 16.5354	65.000 2.5591	316.000 12.4409	1090 245000	754 169000	NU1056MA	4.0 0.16	4.0 0.16	306.4 12.06	384.0 15.12	8.0 0.31	1600	1300	31.00 68.20	
300.000 11.8110	460.000 18.1102	74.000 2.9134	340.000 13.3858	1430 322000	1000 225000	NU1060MA	4.0 0.16	4.0 0.16	329.8 12.98	420.0 16.54	10.7 0.42	1400	1200	43.70 96.10	
320.000 12.5984	440.000 17.3228	56.000 2.2047	350.000 13.7795	1210 272000	767 172000	NU1964MA	3.0 0.12	3.0 0.12	342.0 13.46	414.0 16.30	5.6 0.22	770	660	26.90 59.18	

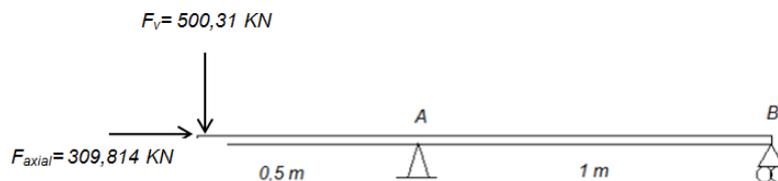
**Tabla 3.11:** catálogo de rodamientos de rodillos cilíndricos *TIMKEN*

La capacidad dinámica del rodamiento seleccionado es mayor que la máxima que va a soportar ( $C_{TIMKEN} = 1.430 \text{ KN} > C_B = 1.222,16 \text{ KN}$ ), por lo tanto se puede fijar el diámetro exterior del eje en  $\phi_{BV} = 300\text{mm}$  con un espesor de  $t = 100\text{mm}$ .

**Referencia del rodamiento: NU1060MA**

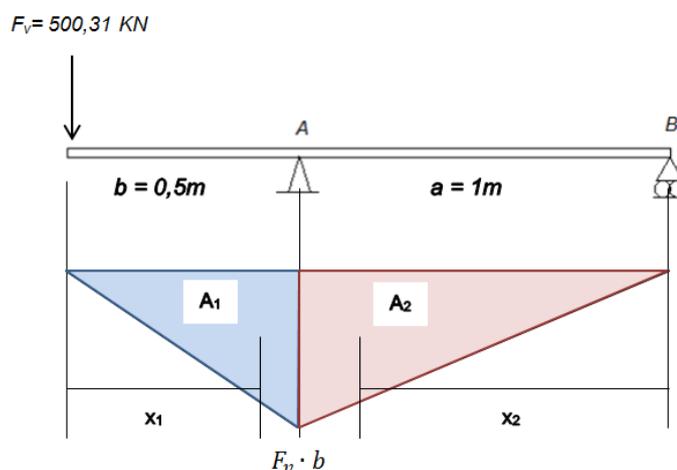
### 3.2.5.4 Dimensionamiento según deflexiones

Fuerzas que actúan en el eje de baja velocidad:



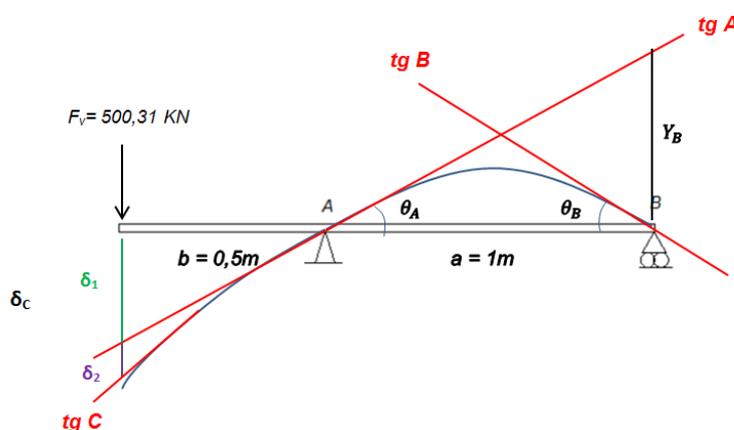
**Imagen 3.15:** Esquema de fuerzas eje de baja velocidad

En el diagrama de momentos flectores que aparece a continuación solo le afecta la fuerza vertical:



**Imagen 3.16:** Diagrama de momentos flectores en el eje de baja velocidad

En la imagen anterior se pueden ver  $A_1$  y  $A_2$ , que son las áreas de los triángulos de los momentos y  $x_1$ ,  $x_2$  la distancia al centro de gravedad de esos triángulos. En la siguiente imagen se puede ver la representación de la deformada, con las flechas y ángulos en cada punto.



**Imagen 3.17:** Deformada del eje de baja velocidad

Para calcular  $\delta_c$ , hay que calcular el valor total de la flecha en el punto C:

$$\delta_c = \delta_1 + \delta_2$$

(Fórmula 3.38)

$$\delta_1 = \theta_A \cdot b$$

$$\theta_A = \frac{Y_B}{a}$$

$$Y_B = \frac{A_2 \cdot x_2}{E \cdot I} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot F_v \cdot b \cdot a\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot a\right)}{E \cdot I} = \frac{F_v \cdot b \cdot a^2}{3 \cdot E \cdot I}$$

$$Y_B = \frac{500.310 \cdot 500 \cdot 1000^2}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{8,34 \cdot 10^{13}}{E \cdot I}$$

(Fórmula 3.39)

$$\theta_A = \frac{Y_B}{a} = \frac{8,34 \cdot 10^{13}}{1000 \cdot E \cdot I} = \frac{8,34 \cdot 10^{10}}{E \cdot I}$$

(Fórmula 3.40)

$$\delta_1 = \theta_A \cdot b = \frac{8,34 \cdot 10^{10}}{E \cdot I} \cdot 500 = \frac{4,17 \cdot 10^{13}}{E \cdot I}$$

(Fórmula 3.41)

Para conseguir el valor de  $\delta_2$  se usara la siguiente formula:

$$\delta_2 = \frac{A_1 \cdot x_1}{E \cdot I} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot F_v \cdot b \cdot b\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot b\right)}{E \cdot I} = \frac{F_v \cdot b^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{500.310 \cdot 500^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{2,08 \cdot 10^{13}}{E \cdot I}$$

(Fórmula 3.42)

Por lo tanto  $\delta_c$ :

$$\delta_c = \delta_1 + \delta_2 = \frac{4,17 \cdot 10^{13}}{E \cdot I} + \frac{2,08 \cdot 10^{13}}{E \cdot I} = \frac{6,25 \cdot 10^{13}}{E \cdot I}$$

(Fórmula 3.43)

Para calcular  $\theta_B$  se necesita saber la flecha  $\delta_{BA}$ :

$$\theta_B = \frac{\delta_{BA}}{a}$$

$$\delta_{BA} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot F_v \cdot b \cdot a\right) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot a\right)}{E \cdot I} = \frac{F_v \cdot b \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot I} = \frac{500.310 \cdot 500 \cdot 1000^2}{6 \cdot E \cdot I} = \frac{4,17 \cdot 10^{13}}{E \cdot I}$$

(Fórmula 3.44)

$$\theta_B = \frac{\delta_{BA}}{a} = \frac{4,17 \cdot 10^{13}}{1000 \cdot E \cdot I} = \frac{4,17 \cdot 10^{10}}{E \cdot I}$$

(Fórmula 3.45)

Sabiendo que el momento de inercia de un cilindro hueco es el siguiente y el módulo de Young:

$$I_C = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (r_2^4 - r_1^4) = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (150^4 - 50^4) = 785.398.163,4 \text{ mm}^4$$

$$E = 210 \text{ GPa} = 210.000 \text{ MPa}$$

Los giros en A y B:

$$\theta_A = \frac{8,34 \cdot 10^{10}}{E \cdot I} = \frac{8,34 \cdot 10^{10}}{210.000 \cdot 785.398.163,4} = 5,057 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,0005057 \text{ rad}$$

(Fórmula 3.46)

$$\theta_B = \frac{4,17 \cdot 10^{10}}{E \cdot I} = \frac{4,17 \cdot 10^{10}}{210.000 \cdot 785.398.163,4} = 2,528 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,0002528 \text{ rad}$$

(Fórmula 3.47)

Una vez calculados los giros en los extremos donde irán los rodamientos A y B, se compararán con los valores aproximados admisibles para cada tipo de rodamiento que aparecen en la Tabla 3.12:

	Pendiente máxima admisible
Rodamiento de rodillos cónicos	0.0005-0.0012 rad
Rodamiento de rodillos cilíndricos	0.0008-0.0012 rad
Rodamiento de bolas de ranura profunda	0.001-0.003 rad
Rodamiento de bolas de contacto angular	0.026-0.052 rad

**Tabla 3.12:** Valores admisibles típicos de pendientes en ejes

$$\theta_A = 0,0005057 \text{ rad} < \theta_{admisible} = 0,0012$$

$$\theta_B = 0,0002528 \text{ rad} < \theta_{admisible} = 0,0012$$

Los dos valores son admisibles.

### 3.2.5.5 Dimensionamiento según vibraciones

Una vez dimensionado el eje a fatiga y comprobando las deflexiones se realizará el cálculo de la velocidad crítica del eje. En este caso el único elemento montado sobre el eje y por lo tanto el único que afecta es el rotor del aerogenerador cuya masa es:

$$m_{Rotor} = 51.000 \text{ kg} \text{ (Fórmula 3.1)}$$

$$w_{crítica} = \sqrt{\frac{g}{y_i}}$$

Previamente se calculó la flecha en el punto C:

$$\delta_c = \frac{6,25 \cdot 10^{13}}{E \cdot I}$$

$$y_i = \delta_c = \frac{6,25 \cdot 10^{13}}{E \cdot I} = \frac{6,25 \cdot 10^{13}}{210.000 \cdot 785.398.163,4} = 0,38 \text{ mm} = 0,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

(Fórmula 3.48)

La velocidad crítica:

$$y_i = 0,38 \cdot 10^{-3} \text{ m (Fórmula 3.48)}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$w_{crítica} = \sqrt{\frac{g}{y_i}} = \sqrt{\frac{9,81}{0,38 \cdot 10^{-3}}} = 160,67 \text{ rad/s}$$

$$w_{crítica} = 160,67 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ seg}}{1 \text{ min}} = 1534,31 \text{ r.p.m.}$$

(Fórmula 3.49)

La velocidad del eje de baja velocidad tiene que ser menor que la velocidad crítica de este:

$$w_{eje} = 17,8 \text{ r.p.m.} \ll w_{crítica} = 1534,31 \text{ r.p.m.}$$

Por lo tanto el dimensionamiento del eje es adecuado.

### 3.2.5.6 Diseño del estriado

Se utilizara un eje estriado para la unión entre el eje de baja velocidad y la primera etapa de la caja multiplicadora, para transmitir el par de una forma eficiente y para la unión del buje con el sistema de bridas. Para que el estriado del eje sea correcto, este tiene que tener una longitud mínima. Esa longitud se calculara mediante la norma DIN 5840.

$$L_t = K \cdot \frac{F_u}{h \cdot P \cdot z}$$

$F_u$ =La fuerza tangencial que actúa sobre el eje

$K$ = Factor de soporte

$h$ = Altura portante de los nervios

$z$ = Numero de dientes

$P$ = Presión en los flancos de los nervios

Lo primero es calcular la fuerza tangencial que actúa en el eje. Siguiendo el libro “Elementos de máquinas” [5] se hará aplicando la siguiente formula:

$$F_u = \frac{T}{r}$$

$$T = 1.180,245 \text{ KNm} \quad (\text{Fórmula 3.5})$$

$$\phi_{BV} = 300\text{mm} \quad (\text{Diámetro exterior del eje})$$

$$F_u = \frac{T}{\phi_{BV}/2} = \frac{1.180,245 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{300 \text{ mm}/2} = 7.868.300 \text{ N}$$

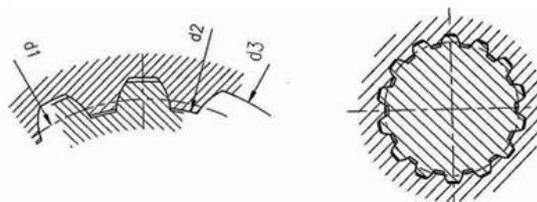
(Fórmula 3.50)

Sabiendo que el diámetro exterior del eje es  $\phi_{BV} = 300\text{mm}$  y el número de dientes es  $z = 58$ , de la siguiente tabla se obtiene que el módulo de los dientes sea  $m = 5 \text{ mm}$ .

$d_B$ mm	Number of teeth $z$ for module $m$												
	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6	8	10
250										48	40	30	24
260										50	42	31	24
280										54	45	34	26
300										58	48	36	28
320										62	52	38	30

**Tabla 3.13: DIN 5480**

En la siguiente imagen se pueden observar las dimensiones que tendrá que tener el estriado:



**Imagen 3.18: Dimensiones del estriado DIN 5480**

Sabiendo que  $P = 100 \text{ N/mm}^2$  y que  $K = 1.15$  para dentados envolventes:

Dónde:

$d_2$ : Diámetro interior

$d_3$ : Diámetro exterior

$d_1$ : Diámetro de referencia

$h$ : Altura de los nervios

$m = 5 \text{ mm}$  (Tabla 3.13)

$$d_2 = d_1 - 2 \cdot m = 300 - 2 \cdot 5 = 290 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.51)

$$d_3 = d_1 - 0.2 \cdot m = 300 - 0.2 \cdot 1 = 299,8 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.52)

$$h = 0.5 \cdot (d_3 - d_2) = 0.5 \cdot (299 - 290) = 4,9 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.53)

$$F_u = 7.868.300 \text{ N (Fórmula 3.50)}$$

$$h = 4,9 \text{ mm (Fórmula 3.53)}$$

$$P = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$K = 1,15$$

$$z = 58 \text{ dientes (Tabla 3.13)}$$

$$L_t = K \cdot \frac{F_u}{h \cdot P \cdot z} = 1,15 \cdot \frac{7.868.300}{4,5 \cdot 100 \cdot 58} = 318,39 \text{ mm}$$

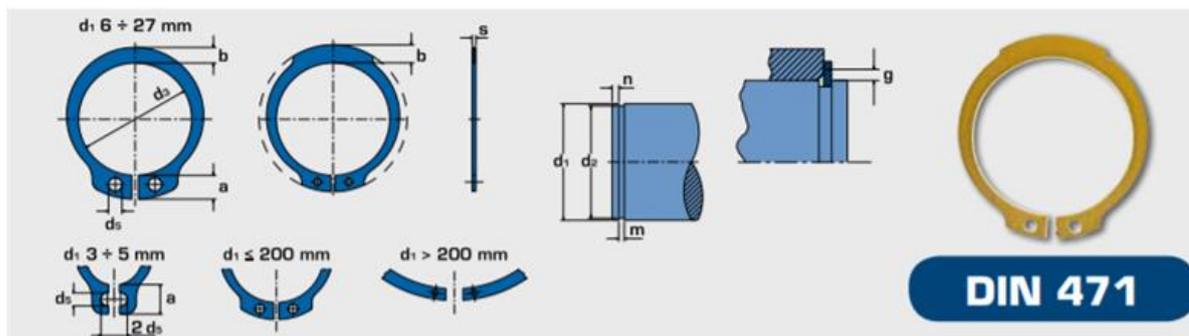
(Fórmula 3.54)

La longitud mínima que debe tener el eje estriado será de:

$$L_t = 318,39 \text{ mm}$$

### 3.2.5.7 Anillos de seguridad

En este caso, para lograr la sujeción de los rodamientos respecto al eje, se ha optado por usar 2 anillos de seguridad, uno en cada rodamiento. En concreto, se han seleccionado los anillos de seguridad para ejes DIN 471 de la empresa BENERI:



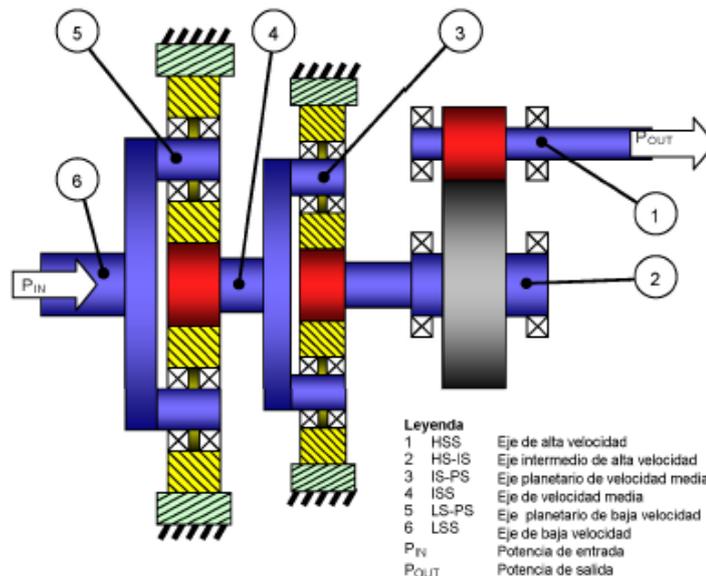
Dimensioni in mm - Dimensions in mm - Abmessungen in mm

d <sub>1</sub>	s	d <sub>3</sub>	a <sub>max</sub>	b <sub>-</sub>	d <sub>s</sub> min.	d <sub>2</sub>	m H13	n min.	F <sub>N</sub> kN	F <sub>R</sub> kN	g	F <sub>Ng</sub> kN	n <sub>abl</sub> min <sup>1</sup>	Kg	A5	A51
280	5,00	265,0	16,2	16,0	5,0	272,0	5,15	12,0	576,60	506,20	6,0	50,90	1100	452,090	A5	A51
285*	5,00	270,0	16,2	16,0	5,0	277,0	5,15	12,0	587,00	499,00	6,0	50,00	1050	460,000	A5	A51
290	5,00	275,0	16,2	16,0	5,0	282,0	5,15	12,0	599,10	490,90	6,0	49,20	1005	475,070	A5	A51
295	5,00	280,0	16,2	16,0	5,0	287,0	5,15	12,0	609,00	481,00	6,0	48,00	1000	472,100	A5	A51
300	5,00	285,0	16,2	16,0	5,0	292,0	5,15	12,0	619,10	475,00	6,0	47,50	930	480,290	A5	A51

Tabla 3.14: Catálogo de anillos DIN 471 BENERI

### 3.2.6 CAJA MULTIPLICADORA

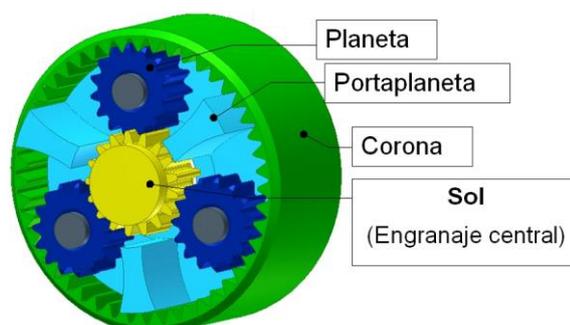
El diseño de la caja multiplicadora se efectuara en base a la norma UNE-EN-61400-4. La función principal de la caja multiplicadora, es aumentar la velocidad de entrada hasta conseguir la velocidad giro nominal del generador. En este caso, tendrá que aumentar las 17,8 r.p.m. del eje de baja velocidad hasta conseguir las 1500 r.p.m. en el eje de alta velocidad, para transmitir las al generador.



**Imagen 3.19:** *Recreación de la caja multiplicadora de 3 etapas, 2 planetarias*

En cuanto al diseño de la caja multiplicadora, la distribución escogida es la que se puede ver en la Imagen 3.19. El tren de engranaje será mixto, estará formado por tres etapas, de las cuales dos serán planetarias y por ultimo para conseguir la velocidad del generador, tendrá una etapa de engranajes paralelos.

En cuanto a la etapa planetaria, el engranaje de corona será fijo, tendrá 3 engranajes planetarios y en el centro estará el sol (engranaje central).



**Imagen 3.20:** *Elementos de la Etapa Planetaria*

Por su parte la etapa paralela se formara con engranajes helicoidales, para que su engranaje sea más fácil y para transmitir el momento torsor con más facilidad.

### 3.2.6.1 PRIMERA ETAPA

Tal y como se menciona anteriormente, el diseño de la caja multiplicadora se tiene que hacer siguiendo los pasos de la norma IEC-61400-4. Según esta norma el primer paso a seguir es definir la interfaz del aerogenerador, la cual está definida en el apartado 3.2.1 (Tabla 3.1). Seguido, se tiene que definir la adaptación de los ejes de la caja multiplicadora (Imagen 3.19). Para poder realizar los cálculos de la caja multiplicadora, primero hay que especificar el numero dientes que tendrá cada engranaje y después, mediante la relación de transmisión y la formula de Willis se calculara la velocidad de los engranajes.

El número de dientes que tendrá cada engranaje tienen que cumplir la siguiente fórmula para formar una etapa planetaria.

$$Z_3 = Z_1 + 2 \cdot Z_2 \quad (\text{Fórmula 3.55})$$

Una de las combinaciones posibles que encajaría en la fórmula es la siguiente:

$$Z_{Sol} = Z_1 = 20$$

$$Z_{Planeta} = Z_2 = 35$$

$$Z_{Corona\ exterior} = Z_3 = 90$$

$$90 = 20 + 2 \cdot 35$$

Definido el número de dientes, se puede calcular la relación de transmisión, en la cual sabemos que  $\omega_m = \omega_3 = 0$  ya que la corona exterior se encuentra estacionada:

$$i = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3} = -\frac{20}{90} \quad (\text{Fórmula 3.56})$$

$$i = \frac{\omega_m - \omega_l}{\omega_0 - \omega_l} = \frac{\omega_3 - N_R}{\omega_1 - N_R} = \frac{0 - 17,8}{\omega_1 - 17,8} \quad (\text{Fórmula 3.57})$$

$$i = \frac{-17,8}{\omega_1 - 17,8} = -\frac{20}{90} \quad \rightarrow \quad \omega_1 = 97,9 \text{ r.p.m.} \quad (\text{Fórmula 3.58})$$

Para saber la velocidad del engranaje planeta, su velocidad y la de la corona serán la misma. Analizando el punto de contacto de estos engranajes y teniendo en cuenta la velocidad relativa:

$$\begin{aligned}
 v_{p2} &= v_{p3} \\
 v_{0_2} + v_{p/0_2} &= 0 \\
 v_{0_2} = \omega_1 \cdot (R_1 + R_2) &= \omega_1 \cdot \frac{m}{2} \cdot (Z_1 + Z_2) = 17,8 \cdot \frac{m}{2} \cdot (20 + 35) = 489,5 \cdot m \\
 v_{p/0_2} = \omega_2 \cdot R_2 &= \omega_2 \cdot \frac{m}{2} \cdot Z_2 = \omega_2 \cdot \frac{m}{2} \cdot 35
 \end{aligned}$$

(Fórmula 3.59)

$$\begin{aligned}
 489,5 \cdot m + 35 \cdot \omega_2 \cdot \frac{m}{2} &= 0 \rightarrow 979 \cdot \frac{m}{2} + 35 \cdot \omega_2 \cdot \frac{m}{2} = 0 \rightarrow \omega_2 = -\frac{979}{35} \\
 \omega_2 &= -27,97 \text{ r.p.m.}
 \end{aligned}$$

(Fórmula 3.60)

### 3.2.6.1.1 Cálculo de engranajes

Según la norma ISO 6336, los cálculos del módulo se efectuaran con el engranaje pequeño. En este caso el engranaje pequeño será el sol (engranaje central) que está formado por  $Z_1 = 20$  dientes.

Aparte de esto, en la norma ISO 6336 se especifica que para realizar el cálculo de engranajes es necesario hacer el cálculo del módulo mediante dos criterios: “criterio de flexión de los engranajes” y “los fallos superficiales en engranajes”. Para realizar estos cálculos se utilizan dos métodos: para el cálculo del criterio de Flexión se utilizara la fórmula de LEWIS y para los fallos superficiales en los dientes la ecuación de HERTZ.

#### Calculo del módulo por el criterio de flexión (LEWIS)

Como ya está fijado el número de dientes en el apartado 3.2.6.1, se usara la fórmula de Lewis para el cálculo del módulo:

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot}{\omega \cdot z_1 \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

(Fórmula 3.61)

La tesion admisible de los dientes depende de su material, en este caso seran de acero carbonizado, y para este material su tension admisible es  $\sigma_{adm} = 482 \text{ MPa}$  pero la formula la requiere en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .

$$\sigma_{adm} = 482 \text{ MPa} = 482 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{9,81 \text{ N}} \cdot \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = 4913,35 \text{ kg/cm}^2$$

(Fórmula 3.62)

MATERIAL	TRATAMIENTO TÉRMICO	DUREZA O RESISTENCIA MÍNIMA	TENSIÓN ADMISIBLE $\sigma_{adm}(\text{Mpa}) \times 10^6$	
			Recto, Helicoidal y Doble helicoidal	Cónico
	Normalizado	140 BHN	130-172	76
	Temple y revenido	180 BHN	172-227	96
	Temple y revenido	300 BHN	248-323	131
	Temple y revenido	450 BHN	303-406	172
	Carburizado	55 Rc	375-447	189
<b>Acero</b>	Carburizado	60 Rc	413-482	207
	Temple por inducción o a la llama. Patrón de dureza 1*	54 Rc	310-375	
	Patrón de dureza 1*	54 Rc en la superficie	151	93
	AISI 4140 Nitrurado	53Rc en la superficie y 300 BHN en el núcleo	254-289	138
<i>Fundición gris</i>				
AGMA Grado 20			34	19
AGMA Grado 30		175 BHN	58	32
AGMA Grado 40		200 BHN	89	48
<i>Fundición nodular</i>				

**Tabla 3.14:** Valores de la tensión admisible para el fallo por rotura del diente según material

El factor de forma de Lewis  $Y$  se encuentra tabulado en la Tabla 3.15 en función del número de dientes del engranaje sol (engranaje central), el cual tiene  $Z_1 = 20$  y por lo tanto  $Y = 0,322$ .

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
<b>20</b>	<b>0.322</b>	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Cremallera	0.485

**Tabla 3.15:** Valores del factor de forma de Lewis  $Y$

El factor de guiado  $\Psi$  se consigue de la siguiente tabla:

$$\Psi = 20$$

FACTOR DE GUIADO $\Psi$	
Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente	5
Calidad y condiciones normales	10
Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos	15-20 (casos excepcionales hasta 30)

**Tabla 3.16:** Valores recomendados del factor de guiado  $\Psi$

Sabiendo la velocidad de entrada es  $N_R = 19 \text{ r.p.m.}$  se puede realizar el cálculo de la potencia de entrada:

$$P = T \cdot \omega = (1.180,245 \cdot 10^3) \cdot 17,8 \text{ (r.p.m.)} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 2.200.001,939 \text{ Watt}$$

$$P = 2.199.990,419 \text{ Watt} \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735 \text{ Watt}} = 2.993,18 \text{ CV}$$

(Fórmula 3.63)

$$T = 1.180,245 \cdot 10^3 \text{ Nm} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{9,81 \text{ kg}}{1 \text{ N}} = 1.157.820.345 \text{ [kg} \cdot \text{cm]}$$

$$T_1 = \frac{T}{\text{Relación de transmisión}} = \frac{1.180,245}{97,9/17,8} = 214,59 \text{ kNm}$$

(Fórmula 3.64)

Sustituyendo los datos en la fórmula de Lewis (Fórmula 3.61):

$$Pot = P = 2.993,18 \text{ CV (Fórmula 3.63)}$$

$$\omega_1 = 97,9 \text{ r.p.m. (Fórmula 3.58)}$$

$$z_1 = 20 \text{ deintes (Fórmula 3.55)}$$

$$\Psi = 20 \text{ (Tabla 3.16)}$$

$$\sigma_{adm} = 4913,35 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Fórmula 3.62)}$$

$$Y = 0,322 \text{ (Tabla 3.15)}$$

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot}{\omega \cdot z \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}} \rightarrow m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{2.993,18}{97,9 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 4.913,35 \cdot 0,322}}$$

$$m_{Lewis} \geq 1,91 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.65)

### **Calculo del módulo a fallos superficiales (HERTZ)**

La fórmula del módulo de Hertz es la siguiente:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

(Fórmula 3.66)

$$T_1 = \frac{1.180,245}{97,9/17,8} = 214,59 \text{ kNm} \cdot \frac{1000 \text{ N}}{1 \text{ KN}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{9,81 \text{ N}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 2.187.461,774 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(Fórmula 3.67)

El dato de la presión admisible ( $K_{adm}$ ) se obtendrá de la siguiente tabla:

VALORES DE $K_{ADM}$ [Kg/cm <sup>2</sup> ] PARA UNA DURACIÓN DE SERVICIO DE 5000 HORAS													
Piñón o rueda de		Dureza Brinell DB (kg/mm <sup>2</sup> )	Revoluciones/minuto del piñón o rueda										K <sub>min</sub>
			10	25	50	100	250	500	750	1000	1500	2500	
Fundición	GG-18	170	32	24	19	15	11	8.8	7.7	-	-	-	3.5
	GG-26	220	60	44	35	28	21	16.5	14.4	13	11.5	-	7
Acero moldeado	GS o St 42	125	35	26	20	16	12	9.5	8.3	7.5	6.6	5.6	4.3
Acero al carbono	St 50	155	53	39	31	25	18	14	12.5	11.5	10	8.5	5.3
	St 60	180	73	53	42	34	25	20	17	16	14	11.0	6.7
	St 70	210	98	72	57	45	33	27	23	21	18.5	15.5	9.0
Acero aleado	Acero al Mn 80-95 kg/mm <sup>2</sup>	230	-	87	69	55	41	32	28	26	22	19	22
	Acero al Mn 90-105 kg/mm <sup>2</sup>	260	-	-	89	70	52	41	36	33	28	24	30
	Acero templado	450	-	-	-	210	155	120	105	95	83	70	60
	Acero cement. templado	600	-	-	-	370	270	215	190	170	150	125	80

NOTAS:										
Los valores arriba indicados son válidos para el caso de que el material correspondiente trabaje apareado con acero o fundición de acero. Si se aparea con fundición gris, los valores de la tabla deben multiplicarse por 1.5.										
Para un valor de h diferente de 5000 horas, el valor de $K_{adm}$ se hará = $\phi \cdot K_{5000}$ . Los valores se extraen de la siguiente tabla										
Horas servicio h	150	312	625	1200	2500	5000	10000	40000	80000	150000
$\phi$	3.2	2.5	2	1.6	1.25	1	0.8	0.5	0.4	0.32

**Tabla 3.17:** Tablas de valores la presión admisible

$$K_{adm} = \Phi \cdot K_{5000} = 0,4 \cdot 370 = 148 \text{ kg/cm}^2$$

(Fórmula 3.68)

Cálculo del módulo según la ecuación de Hertz:

$$T_1 = 2.187.461,774 \text{ kg} \cdot \text{cm} \text{ (Fórmula 3.67)}$$

$$i = 97,9/17,8$$

$$z_1 = 20 \text{ dientes (Fórmula 3.55)}$$

$$\Psi = 20 \text{ (Tabla 3.16)}$$

$$K_{adm} = 148 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Fórmula 3.68)}$$

$$\alpha = 20^\circ \text{ (Angulo de contacto para un engranaje correcto)}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} \rightarrow m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 2.187.461,774 \cdot (97,9/17,8 + 1)}{148 \cdot 20 \cdot 20^2 \cdot \left(\frac{97,9}{17,8}\right) \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m_{Hertz} \geq 2,39 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.69)

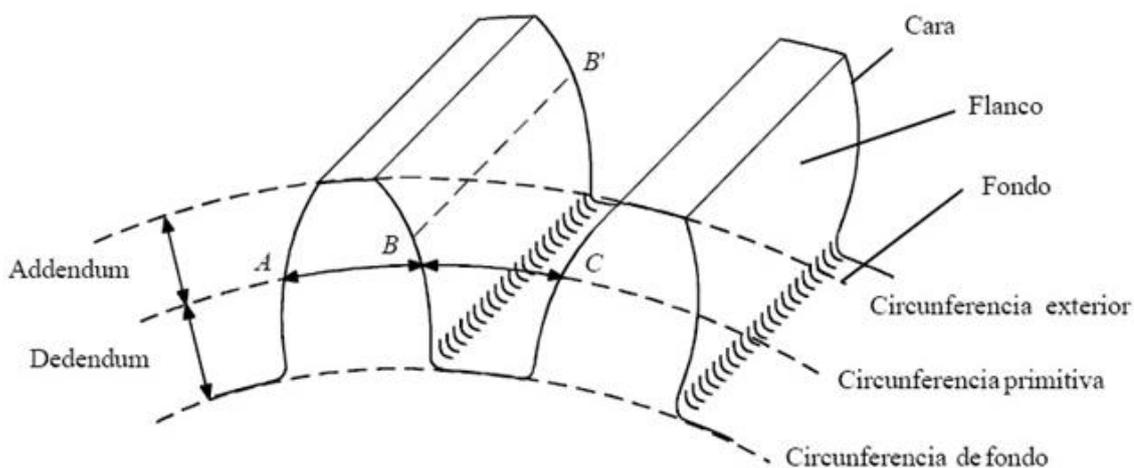
Teniendo en cuenta las dos teorías de fallo para la elección del módulo, este lo determinará el valor más restrictivo:

$$m_{Lewis} = 1,91 \text{ cm} \quad m_{Hertz} = 2,39 \text{ cm}$$

Por lo tanto el módulo calculado a fallos superficiales (Hertz) será el que limite su valor  $m_{Hertz} = 2,39 \text{ cm}$  y buscando su valor normalizado este será de:

$$m_1 = 2,5 \text{ cm} = 25 \text{ mm}$$

Debido a que el módulo de engranaje esta ya elegido y que la primera etapa es una etapa planetaria, y en las etapas planetarias todos los engranajes tienen que tener el mismo módulo, con el módulo y el número de dientes se podrá calcular los radios primitivos:



**Imagen 3.21:** *Parámetros de un engranaje*

Diámetros primitivos:

$$D_{P.1} = D_{P.Sol.1} = m_1 \text{ etapa} \cdot Z_1 = 25 \cdot 20 = 500 \text{ mm}$$

$$D_{P.2} = D_{P.Planetas.1} = m_1 \text{ etapa} \cdot Z_2 = 25 \cdot 35 = 875 \text{ mm}$$

$$D_{P.3} = D_{P.Corona exterior.1} = m_1 \text{ etapa} \cdot Z_3 = 25 \cdot 90 = 2.250 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.70)

Diámetros interiores:

$$D_{I.1} = D_{I.Sol.1} = D_{P.1} - 2,5 \cdot m_1 \text{ etapa} = 500 - 2,5 \cdot 25 = 437,5 \text{ mm}$$

$$D_{I.2} = D_{I.Planetas.1} = D_{P.2} - 2,5 \cdot m_1 \text{ etapa} = 875 - 2,5 \cdot 25 = 812,5 \text{ mm}$$

$$D_{I.3} = D_{I.Corona exterior.1} = D_{P.3} - 2,5 \cdot m_1 \text{ etapa} = 2.250 - 2,5 \cdot 25 = 2.187,5 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.71)

Diámetros exteriores:

$$D_{E.1} = D_{E.Sol.1} = D_{P.1} + 2 \cdot m_{1\text{ etapa}} = 500 + 2 \cdot 25 = 550 \text{ mm}$$

$$D_{E.2} = D_{E.Planetas.1} = D_{P.2} + 2 \cdot m_{1\text{ etapa}} = 875 + 2 \cdot 25 = 925 \text{ mm}$$

$$D_{E.3} = D_{E.Corona\ exterior.1} = D_{P.3} + 2 \cdot m_{1\text{ etapa}} = 2.250 + 2 \cdot 25 = 2.300 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.72)

La anchura de los engranajes es la siguiente:

$$b = \Psi \cdot m_{1\text{ etapa}} = 20 \cdot 25 = 500 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.73)

Addendum:

$$h_a = m_{1\text{ etapa}} = 25 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.74)

Deddendum:

$$h_b = 1,25 \cdot m_{1\text{ etapa}} = 1,25 \cdot 25 = 31,25 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.75)

Resumen:

1ª ETAPA	SOL	PLANETAS	CORONA
Módulo (m)		25 mm	
Número de dientes (z)	20	35	90
Diámetro primitivo ( $D_P$ )	500 mm	875 mm	2.250 mm
Diámetro Interior ( $D_I$ )	437,5 mm	812,5 mm	2.187,5 mm
Diámetro Exterior ( $D_E$ )	550 mm	925 mm	2.300 mm
Anchura (b)		500 mm	
Addendum		25 mm	
Deddendum		31,25 mm	
Angulo de contacto ( $\alpha$ )		20°	

**Tabla 3.18:** Resumen de las dimensiones de los engranajes de la 1ª etapa

### 3.2.6.1.2 Cálculo de los Ejes de los Planetas

Se encarga de conectar el eje que sale del porta planetas, el eje de baja velocidad y los engranajes planeta, transmitiendo el momento torsor. Para ello, es necesario dimensionar los ejes que conectan los engranajes planeta, teniendo en cuenta la torsión que soportara cada planeta.

En este caso, como son ejes de diámetro grande y longitud pequeña, se calculan a cortante. Para ello, se necesita saber a qué distancia está el centro del engranaje planeta del centro principal. Para saber esto, se hará el siguiente cálculo utilizando el diámetro primitivo del sol y del planeta:

$$a = \frac{D_{P.1} + D_{P.2}}{2} = \frac{500 + 875}{2} = 687,5 \text{ mm} = 0,6875 \text{ m}$$

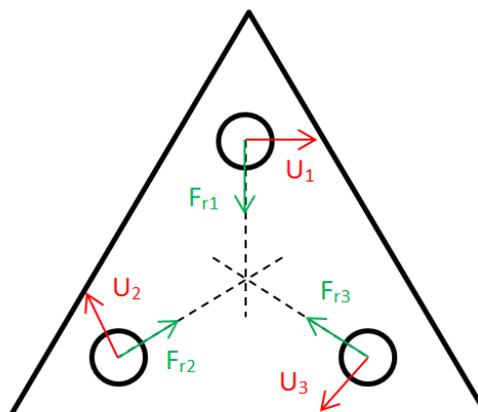
(Fórmula 3.76)

A continuación, se tiene que calcular de cuanto es la fuerza cortante, para ello, es necesario saber cuánto torsor transmite un planeta. Tal y como se puede ver en la siguiente imagen, las fuerzas radiales se anulan entre ellas mientras que el resto de fuerzas generan tensión cortante. Estas fuerzas cortantes dependerán del número de engranajes planeta que haya, de hecho, el torsor que transmite cada planeta también depende del número de planetas. Se utilizará el mismo material que para el resto de los ejes: AISI 4340.

Los ejes se calculan siguiendo la norma ISO-743. Según esta norma los coeficientes de fatiga y de flexibilidad son los siguientes:

	DIN 743	ANSI/AGMA 6001
Fatiga	1,75	1,75
Flexibilidad	1,30	1,30
NOTA 1 Para la Norma ANSI/AGMA 6001, estos valores suponen $k_c = 1,0$ ( $P = 50\%$ ) y $F_p = 1,0$ . NOTA 2 Los valores de la Norma DIN 743 incluyen un coeficiente de incertidumbre del método de 1,2.		

**Tabla 3.19:** Coeficientes de ISO 743



**Imagen 3.22:** Esquema de fuerzas del porta planetas

Por lo tanto,

$$T_{planeta.1} = \frac{T}{\text{Número de Planetas}} = \frac{1.180,245}{3} = 393,42 \text{ KNm} \quad (\text{Fórmula 3.77})$$

Sabiendo el torsor que recibirá cada planeta, de la formula de resistencia del material se puede calcular la fuerza cortante:

$$T_{planeta.1} = 393,42 \text{ KNm} \quad (\text{Fórmula 3.77})$$

$$a = 0,6875 \text{ m} \quad (\text{Fórmula 3.76})$$

$$V_y = \frac{T_{planeta}}{a} = \frac{393,42 \cdot 10^3}{0,6875} = 572.247,27 \text{ N} \quad (\text{Fórmula 3.78})$$

Con la siguiente formula, la formula de la tensión cortante, se consigue el radio mínimo del eje:

$$V_y = 572.247,27 \text{ N} \quad (\text{Fórmula 3.78})$$

$$\tau_{yp} = 363 \text{ MPa}$$

$$CS = 1,75$$

$$\tau = \frac{4}{3} \cdot \frac{V_y}{\pi \cdot r_{E.p}^2} \leq \frac{\tau_{yp}}{CS} \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{572.247,27}{\pi \cdot r_{E.p}^2} \leq \frac{363}{1,75}$$

$$r_{E.p} \geq 34,22 \text{ mm} \approx 35 \text{ mm}$$

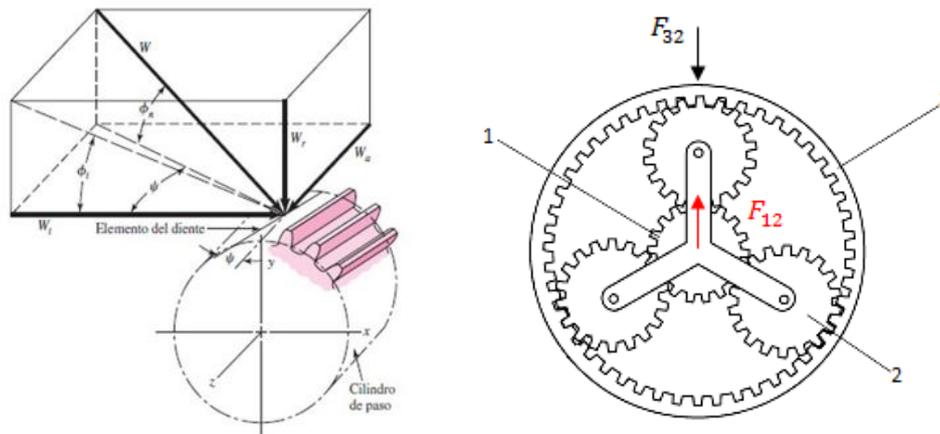
(Fórmula 3.79)

Como el radio del eje calculado es muy pequeño en comparación a los engranajes anteriormente calculados, se ha decidido que el radio del eje sea de 110 mm.

$$r_{E.p} = 110 \text{ mm} \quad \phi_{E.p} = 220 \text{ mm}$$

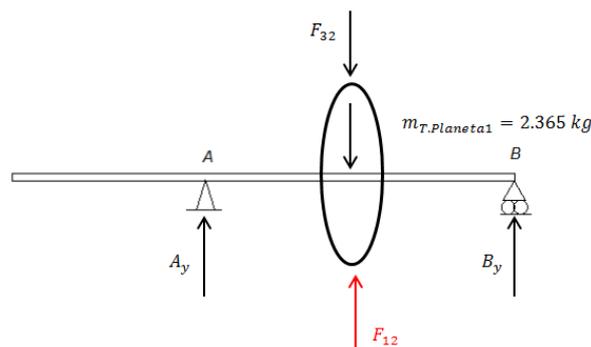
Una vez calculados los ejes que unen los engranajes planetas y el porta planetas, hay que hacer la selección de los rodamientos que hagan que el giro entre eje y engranaje sea el adecuado.

Lo primero será calcular las fuerzas que recibirán los ejes de los planetas. Como se puede ver en la imagen 3.23 no habrá fuerzas axiales, debido a que los dientes de los engranajes son paralelos entre si y las fuerzas radiales se anulan entre ellas. Las fuerzas de la corona exterior y del engranaje sol son las mismas pero en dirección contraria, por lo tanto estas también se anulan.



**Imagen 3.23:** Fuerzas de los engranajes planeta

Tal y como se ve en la imagen, las fuerzas no van a tener influencia, ya que se anulan entre ellas. El elemento que sí tendrá influencia será el peso del engranaje. El peso se ha podido calcular con la ayuda de Autodesk Inventor y un cálculo aproximado de su volumen.



**Imagen 3.24:** Esquema de fuerzas que actúan sobre el engranaje planeta

$$V_{planeta\ 1} = A_{planeta\ 1} \cdot b = 601.320,47\ mm^2 \cdot 500\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3\ m} = 300.660,23\ cm^3$$

$$m_{T.Planeta\ 1} = V_{planeta\ 1} \cdot \rho = 300.660,23 \cdot 7,865 = 2.364.692,74\ gr \cong 2.365\ kg$$

(Fórmula 3.80)

Planteando el balance de fuerzas,

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - m_{T.Planeta\ 1} = 0$$

$$A_y = B_y = \frac{m_{T.\ planeta\ 1}}{2} = \frac{2.365\ kg \cdot 9,81\ N}{2 \cdot 1\ kg} = 11.600,325\ N$$

(Fórmula 3.81)

Los rodamientos que se van a utilizar serán TIMKEN de rodillos cilíndricos, por lo tanto, hay que calcular la capacidad dinámica que pueden soportar estos:

$$C = F \cdot FC \cdot (L_{10})^{1/a}$$

El factor de carga ( $FC$ ), es el factor de mayoración de la fuerza, el cual se consigue de la siguiente tabla dependiendo de la aplicación del rodamiento:

$$FC = 1,1$$

TIPO DE APLICACIÓN	FACTOR DE CARGA
Engranajes de precisión	1.0-1.1
Engranajes comerciales	1.1-1.3
Aplicación con sellado de rodamiento pobre	1.2
Maquinaria sin impactos	1.0-1.2
Maquinaria con impactos leves	1.2-1.5
Maquinaria con impactos moderados	1.5-3.0

**Tabla 3.20:** Valores recomendados del factor de mayoración de  $F$  para el cálculo de  $C$

$$F = A_y = B_y = 11.600,325 \text{ N} \quad (\text{Fórmula 3.81})$$

$$FC = 1,1 \quad (\text{Tabla 3.20})$$

$$L_{10} = 197,88 \text{ millón de rev.} \quad (\text{Fórmula 3.26})$$

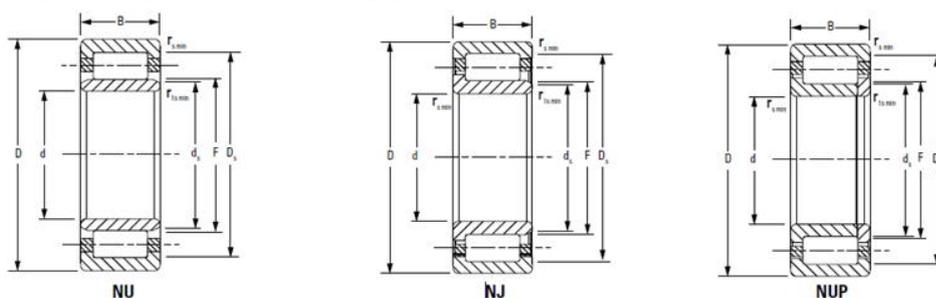
$$a = 10/3 \quad (\text{Rodamientos de rodillos cilíndricos})$$

$$C = F \cdot AF \cdot (L_{10})^{\frac{1}{a}} = 11.600,325 \cdot 1,1 \cdot (197,88)^{\frac{3}{10}} = 62.342,38 \text{ N}$$

$$(\text{Fórmula 3.82})$$

Una vez calculada la capacidad dinámica se escogerá un rodamiento del catálogo:

**ONE-ROW METRIC ISO SERIES** – continued



Bearing Dimensions				Load Rating		Bearing Part Number <sup>(2)</sup>	Mounting Data				Geo-metry Factor $C_q$	Thermal Speed Ratings		Weight
Bore $d$	O.D. $D$	Width $B$	DUR/DOR F/E	Static $C_0$	Dynamic $C_1^{(1)}$		Chamfer		Backing Diameter			$s^{(3)}$	Oil	
mm	mm	mm	mm	kN	kN	$r_{smin}$	$r_{1smin}$	Shaft $d_s$	Housing $D_s$	mm	RPM		RPM	kg
in.	in.	in.	in.	lbf.	lbf.	mm	mm	in.	in.	in.			lbs.	
200.000	420.000	80.000	258.000	1580	1360	NJ340EMA	5.0	5.0	249.9	370.0	7.0	1300	1200	56.70
7.8740	16.5354	3.1496	10.1575	354000	306000		0.20	0.20	9.84	14.57	0.28			124.70
200.000	420.000	138.000	253.000	2760	2250	NU2340EMA	5.0	5.0	240.7	377.0	9.2	1000	940	93.20
7.8740	16.5354	5.4331	9.9606	619000	505000		0.20	0.20	9.48	14.84	0.36			205.00
200.000	420.000	138.000	253.000	2760	2250	NJ2340EMA	5.0	5.0	240.7	377.0	9.2	1000	940	94.80
7.8740	16.5354	5.4331	9.9606	619000	505000		0.20	0.20	9.48	14.84	0.36			208.70
220.000	340.000	56.000	250.000	765	565	NU1044MA	3.0	3.0	242.6	310.0	8.4	2000	1700	18.40
8.6614	13.3858	2.2047	9.8425	172000	127000		0.12	0.12	9.55	12.20	0.33			40.40
220.000	340.000	56.000	250.000	765	565	NJ1044MA	3.0	3.0	242.6	310.0	8.4	2000	1700	18.90
8.6614	13.3858	2.2047	9.8425	172000	127000		0.12	0.12	9.55	12.20	0.33			41.60

**Tabla 3.21:** Catálogo de rodamientos de rodillo *TIMKEN*

El rodamiento seleccionado es capaz de soportar sobradamente la fuerza que recibirá, por lo tanto esos serán los rodamientos instalados.

En vez de poner dos rodamientos, se ha decidido poner tres, ya que se ha visto que tienen alguna ventaja. Por ejemplo, presenta una capacidad de carga mayor, siendo más optimizado el reparto de la carga, se alarga la vida útil, es un diseño más efectivo, un comportamiento mejorado de la banda de rodadura y tendrá una mayor protección frente al WEC (las grietas que aparecen en la superficie debido a la fatiga).

### Referencia del rodamiento: NU1044MA

#### 3.2.6.1.3 Cálculo del Eje del Sol

Este eje es el que está a la salida de la etapa y se conecta con la entrada (porta planetas) de la segunda etapa. Este eje soportara el torsor de la primera etapa y tal y como se ha estudiado en el apartado 3.2.6.1, su velocidad será de  $\omega_1 = 97,9 \text{ r.p.m.}$  Para realizar el cálculo de este eje se usara el código ASME manteniendo el coeficiente de seguridad de 1,25 pero en este caso el material será F-1516 ya que el engranaje y el eje serán una misma pieza.

F-1516		VALOR
Dureza Brinell	(HB)	320
Tensión de Fluencia	( $\sigma_{yp}$ )	$(720 \text{ MPa}) \frac{\sigma_{yp}}{\gamma_m} = \frac{720}{1,2} = 600 \text{ MPa}$
Tensión de Rotura	( $\sigma_u$ )	1.000 MPa

**Tabla 3.22:** Propiedades mecánicas del material F-1516

Código ASME:

$$\phi_{E.1} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

El torsor que va a transmitir el eje está relacionado con la relación de transmisión:

$$T = 1.180,245 \text{ KNm} \quad (\text{Fórmula 3.5})$$

$$T_1 = \frac{T}{\text{Relación de transmisión}} = \frac{1.180,245}{97,9/17,8} = 214,59 \text{ kNm} \quad (\text{Fórmula 3.83})$$

$$T_1 = 214,59 \text{ KNm} \cdot \frac{1000 \text{ N}}{1 \text{ KN}} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = 214.590.000 \text{ Nmm} \quad (\text{Fórmula 3.84})$$

En este caso, como es una etapa planetaria y debido a la disposición empleada en el eje de baja velocidad, este eje solo recibirá momento torsor, sin tener él cuenta las fuerzas y el momento flector.

$$C_m = 1,5 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$C_t = 1 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$T_1 = 214.590.000 \text{ Nmm (Fórmula 3.84)}$$

$$\sigma_{yp} = 600 \text{ MPa (Tabla 3.22)}$$

$$\phi_{E.sol} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,25}{600 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(1,5 \cdot 0)^2 + (1 \cdot 214.590.000)^2}} \rightarrow \phi_{E.sol} \geq 165,75 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.85)

**El eje será de diámetro:  $\phi_{E.sol} = 170 \text{ mm}$**

El eje y el engranaje sol van a ser una misma pieza, por lo tanto, se mecanizara la pieza en el proceso de fabricación y por ello no necesitara ninguna conexión de chavetas. Pero con el porta planetas de la segunda etapa se unirá mediante un estriado en el eje.

$$T_1 = 214,59 \text{ kNm}$$

Sabiendo el torsor que tendrá que transmitir el engranaje sol, siguiendo los mismos pasos que en el eje de baja velocidad, se calculara la longitud del estriado según la norma DIN 5840.

$$L_t = K \cdot \frac{F_u}{h \cdot P \cdot z}$$

Lo primero será calcular la fuerza tangencial del eje. Según el libro "Elementos de máquinas" [5], hay que aplicar la siguiente fórmula:

$$F_u = \frac{T}{r}$$

$$T_1 = 214,59 \text{ kNm (Fórmula 3.83)}$$

$$\phi_{E.sol} = 170 \text{ mm (Diámetro del eje)}$$

$$F_u = \frac{T}{\phi_{E.sol}/2} = \frac{214,59 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{170 \text{ mm}/2} = 2.524.588 \text{ N}$$

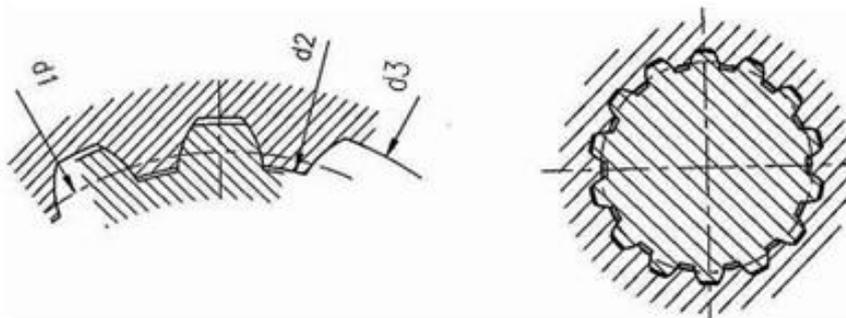
(Fórmula 3.86)

Sabiendo que el diámetro de eje es  $\phi_{E.1} = 170 \text{ mm}$  y el número de dientes es  $z = 32 \text{ dientes}$ , de la siguiente tabla se obtiene que el módulo de dientes es  $m = 5 \text{ mm}$ .

$d_B$ mm	Number of teeth $z$ for module $m$												
	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6	8	10
150						74	58	48	36	28	24	17	13,14
160								52	38	30	25	18	14
170								55	41	32	27	20	15,16
180								58	44	34	28	21	16
190								62	46	36	30	22	17,18

**Tabla 3.23:** DIN 5480

En la siguiente imagen se pueden observar las dimensiones que tendrá que tener el estriado:



**Imagen 3.25:** Dimensiones del estriado DIN 5480

Sabiendo que  $P = 100 \text{ N/mm}^2$  y que  $K = 1.15$  para dentados envolventes:

Dónde:

$d_2$ : Diámetro interior

$d_3$ : Diámetro exterior

$d_1$ : Diámetro de referencia

$h$ : Altura de los nervios

$m = 5 \text{ mm}$  (Tabla 3.23)

$$d_2 = d_1 - 2 \cdot m = 170 - 2 \cdot 5 = 160 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.87)

$$d_3 = d_1 - 0.2 \cdot m = 170 - 0.2 \cdot 1 = 169,8 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.88)

$$h = 0.5 \cdot (d_3 - d_2) = 0.5 \cdot (169,8 - 160) = 4,9 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.89)

$$F_u = 2.524.588 \text{ N (Fórmula 3.86)}$$

$$h = 4,9 \text{ mm (Fórmula 3.89)}$$

$$P = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$K = 1,15$$

$$z = 32 \text{ dientes (Tabla 3.23)}$$

$$L_t = K \cdot \frac{F_u}{h \cdot P \cdot z} = 1,15 \cdot \frac{2.524.588}{4,9 \cdot 100 \cdot 56} = 62,2 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.90)

La longitud mínima que debe tener el estriado será de:

$$L_t = 62,2 \text{ mm}$$

Entre las etapas planetarias puede haber distintos modos de montajes. Los ejes pueden tener rodamientos como apoyos o no tenerlos. Si se ponen rodamientos, permitirá jugar con la longitud del eje y en este caso se ponen como medida de seguridad, ya que no van a soportar ni fuerzas radiales ni axiales. Si se decide no poner rodamientos, no pasaría nada, ya que tal y como se ha dicho no hay fuerzas radiales ni axiales.

En este caso se ha decidido no poner rodamientos entre las etapas planetarias para que la transmisión sea menos pesada y más económica.

### 3.2.6.2 SEGUNDA ETAPA

La primera y segunda etapa son etapas planetarias, por lo tanto, los cálculos serán los mismos. Lo único que cambiara en la segunda etapas serán las dimensiones de los engranajes. El número de dientes será el mismo y la velocidad del eje de entrada tendrá la velocidad con la que sale el de la primera etapa  $\omega_1 = 97,9 \text{ r.p.m.}$  Tal y como se ha calculado en la etapa anterior, los engranajes se volverán a calcular siguiendo la norma ISO 6336, para el cálculo del criterio de Flexión se utilizara la fórmula de LEWIS y para los fallos superficiales en los dientes la ecuación de HERTZ

$$Z_{Sol} = Z_4 = 20$$

$$Z_{Planeta} = Z_5 = 35$$

$$Z_{Corona exterior} = Z_6 = 90$$

$$90 = 20 + 2 \cdot 35$$

(Fórmula 3.91)

Definido el número de dientes, se puede calcular la relación de transmisión, en la cual sabemos que  $\omega_m = \omega_6 = 0$  ya que la corona exterior se encuentra estacionada:

$$i = \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_5 \cdot Z_6} = -\frac{Z_4}{Z_6} = -\frac{20}{90} \quad (\text{Fórmula 3.92})$$

$$i = \frac{\omega_m - \omega_l}{\omega_0 - \omega_l} = \frac{\omega_6 - N_R}{\omega_4 - N_R} = \frac{0 - 97,9}{\omega_4 - 97,9} \quad (\text{Fórmula 3.93})$$

$$i = \frac{-97,9}{\omega_4 - 97,9} = -\frac{20}{90} \quad \rightarrow \quad \omega_4 = 538,45 \text{ r.p.m.} \quad (\text{Fórmula 3.94})$$

Para saber la velocidad del engranaje planeta, su velocidad y la de la corona serán la misma. Analizando el punto de contacto de estos engranajes y teniendo en cuenta la velocidad relativa:

$$\begin{aligned} v_{p5} &= v_{p6} \\ v_{0_5} + v_{p/0_5} &= 0 \\ v_{0_5} &= \omega_l \cdot (R_4 + R_5) = \omega_l \cdot \frac{m}{2} \cdot (Z_4 + Z_5) = 97,9 \cdot \frac{m}{2} \cdot (20 + 35) = 2.692,25 \cdot m \\ v_{p/0_5} &= \omega_5 \cdot R_5 = \omega_5 \cdot \frac{m}{2} \cdot Z_5 = \omega_4 \cdot \frac{m}{2} \cdot 35 \end{aligned} \quad (\text{Fórmula 3.95})$$

$$\begin{aligned} 2.692,25 \cdot m + 35 \cdot \omega_5 \cdot \frac{m}{2} &= 0 \quad \rightarrow \quad 5.384,5 \cdot \frac{m}{2} + 35 \cdot \omega_5 \cdot \frac{m}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_5 \\ &= -\frac{1.076,9}{35} \end{aligned}$$

$$\omega_5 = -153,84 \text{ r.p.m.} \quad (\text{Fórmula 3.96})$$

### 3.2.6.2.1 Cálculo de engranajes

Según la norma ISO 6336, los cálculos del módulo se efectuarán con el engranaje pequeño, como en la primera etapa, porque es más restrictivo. En este caso el engranaje pequeño será el sol (engranaje central) que está formado por  $Z_1 = 20$  dientes.

Para realizar los siguientes cálculos será necesario saber cuánto aumenta la velocidad en esta etapa:

$$i = \frac{\omega_{salida}}{\omega_{entrada}} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{538,45}{97,9} = 5,5$$

Aparte de esto, se calculara el módulo con la fórmula de LEWIS y la ecuación de HERTZ al igual que en la primera etapa.

**Calculo del módulo por el criterio de flexión (LEWIS)**

Como ya está fijado el número de dientes en el apartado 3.2.6.1, se usara la fórmula de Lewis para el cálculo del módulo:

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot}{\omega \cdot z_1 \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

(Fórmula 3.97)

La tesion admisible de los dientes depende de su material, en este caso seran de acero carbonizado, y para este material su tension admisible es  $\sigma_{adm} = 482 MPa$  pero la formula la requiere en  $kg/cm^2$ .

$$\sigma_{adm} = 482 MPa = 482 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{1 kg}{9,81 N} \cdot \frac{100 mm^2}{1 cm^2} = 4913,35 \frac{kg}{cm^2}$$

(Fórmula 3.98)

MATERIAL	TRATAMIENTO TÉRMICO	DUREZA O RESISTENCIA MÍNIMA	TENSIÓN ADMISIBLE $\sigma_{adm} (Mpa) \times 10^6$	
			Recto, Helicoidal y Doble helicoidal	Cónico
	Normalizado	140 BHN	130-172	76
	Temple y revenido	180 BHN	172-227	96
	Temple y revenido	300 BHN	248-323	131
	Temple y revenido	450 BHN	303-406	172
	Carburizado	55 Rc	375-447	189
<b>Acero</b>	Carburizado	60 Rc	413-482	207
	Temple por inducción o a la llama. Patrón de dureza 1*	54 Rc	310-375	
	Patrón de dureza 1*	54 Rc en la superficie	151	93
	AISI 4140 Nitrurado	53Rc en la superficie y 300 BHN en el núcleo	254-289	138
<i>Fundición gris</i>				
AGMA Grado 20			34	19
AGMA Grado 30		175 BHN	58	32
AGMA Grado 40		200 BHN	89	48
<i>Fundición nodular</i>				

**Tabla 3.24:** Valores de la tensión admisible para el fallo por rotura del diente según material

El factor de forma de Lewis Y se encuentra tabulado en la Tabla 3.25 en función del número de dientes del engranaje sol (engranaje central), el cual tiene  $Z_4 = 20$  y por lo tanto  $Y = 0,322$ .

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Creballera	0.485

**Tabla 3.25:** Valores del factor de forma de Lewis Y

El factor de guiado  $\Psi$  se consigue de la siguiente tabla:

$$\Psi = 20$$

FACTOR DE GUIADO $\Psi$	
Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente	5
Calidad y condiciones normales	10
Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos	15-20 (casos excepcionales hasta 30)

**Tabla 3.26:** Valores recomendados del factor de guiado  $\psi$

Sabiendo la velocidad de entrada es  $\omega_1 = 97,9 \text{ r.p.m.}$  se puede realizar el cálculo de la potencia de entrada:

$$T_4 = \frac{T_1}{\text{Relación de transmisión}} = \frac{214,59 \text{ KNm}}{538,45/97,9} = 39,02 \text{ KNm} \quad (\text{Fórmula 3.98})$$

$$P = T_4 \cdot \omega = (39,02 \cdot 10^3) \cdot 538,45 \text{ (r.p.m.)} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 2.200.001,939 \text{ Watt}$$

$$P = 2.200.001,939 \text{ Watt} \cdot \frac{1 \text{ ZP}}{735 \text{ Watt}} = 2.993,2 \text{ ZP} \quad (\text{Fórmula 3.99})$$

Sustituyendo los datos en la fórmula de Lewis (Fórmula 3.61):

$$Pot = P = 2.993,18 \text{ CV} \quad (\text{Fórmula 3.99})$$

$$\omega_4 = 538,45 \text{ r.p.m.} \quad (\text{Fórmula 3.94})$$

$$z_1 = 20 \text{ deintes} \quad (\text{Fórmula 3.91})$$

$$\Psi = 20 \quad (\text{Tabla 3.26})$$

$$\sigma_{adm} = 4913,35 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Fórmula 3.98)}$$

$$Y = 0,322 \text{ (Tabla 3.25)}$$

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot}{\omega \cdot z \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}} \rightarrow m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{2.993,18}{538,45 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 4.913,35 \cdot 0,322}}$$

$$m_{Lewis} \geq 1,08 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.100)

### Calculo del módulo a fallos superficiales (HERTZ)

La fórmula del módulo de Hertz es la siguiente:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_4 \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_4^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

(Fórmula 3.101)

$$T_4 = 39,02 \text{ kNm} \cdot \frac{1000 \text{ N}}{1 \text{ KN}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{9,81 \text{ N}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 397.757,39 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(Fórmula 3.102)

El dato de la presión admisible ( $K_{adm}$ ) se obtendrá de la siguiente tabla:

VALORES DE $K_{ADM}$ [Kg/cm <sup>2</sup> ] PARA UNA DURACIÓN DE SERVICIO DE 5000 HORAS													
Piñón o rueda de		Dureza Brinell DB (kg/mm <sup>2</sup> )	Revoluciones/minuto del piñón o rueda										K min
			10	25	50	100	250	500	750	1000	1500	2500	
Fundición	GG-18	170	32	24	19	15	11	8.8	7.7	-	-	-	3.5
	GG-26	220	60	44	35	28	21	16.5	14.4	13	11.5	-	7
Acero moldeado	GS o St 42	125	35	26	20	16	12	9.5	8.3	7.5	6.6	5.6	4.3
Acero al carbono	St 50	155	53	39	31	25	18	14	12.5	11.5	10	8.5	5.3
	St 60	180	73	53	42	34	25	20	17	16	14	11.0	6.7
	St 70	210	98	72	57	45	33	27	23	21	18.5	15.5	9.0
Acero aleado	Acero al Mn 80-95 kg/mm <sup>2</sup>	230	-	87	69	55	41	32	28	26	22	19	22
	Acero al Mn 90-105 kg/mm <sup>2</sup>	260	-	-	89	70	52	41	36	33	28	24	30
	Acero templado	450	-	-	-	210	155	120	105	95	83	70	60
	Acero cement. templado	600	-	-	-	370	270	215	190	170	150	125	80

NOTAS:												
Los valores arriba indicados son válidos para el caso de que el material correspondiente trabaje apareado con acero o fundición de acero. Si se aparea con fundición gris, los valores de la tabla deben multiplicarse por 1.5.												
Para un valor de h diferente de 5000 horas, el valor de $K_{adm}$ se hará = $\varphi \cdot K_{5000}$ . Los valores se extraen de la siguiente tabla												
Horas servicio h	150	312	625	1200	2500	5000	10000	40000	80000	150000		
$\varphi$	3.2	2.5	2	1.6	1.25	1	0.8	0.5	0.4	0.32		

**Tabla 3.27:** Tablas de valores la presión admisible

$$K_{5000} \rightarrow \frac{500 - 750}{215 - 190} = \frac{500 - 538,45}{215 - K_{5000}} \rightarrow K_{5000} = 211,16$$

$$K_{adm} = \Phi \cdot K_{5000} = 0,4 \cdot 211,16 = 84,46 \text{ kg/cm}^2$$

(Fórmula 3.103)

Cálculo del módulo según la ecuación de Hertz:

$$T_4 = 397.757,39 \text{ kg} \cdot \text{cm} \text{ (Fórmula 3.102)}$$

$$i = \frac{538,45}{97,9} = 5,5$$

$$z_1 = 20 \text{ dientes (Fórmula 3.91)}$$

$$\Psi = 20 \text{ (Tabla 3.26)}$$

$$K_{adm} = 84,46 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Fórmula 3.103)}$$

$$\alpha = 20^\circ \text{ (Angulo de contacto para un engranaje correcto)}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_4 \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_4^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} \rightarrow m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 397.757,39 \cdot (5,5 + 1)}{84,46 \cdot 20 \cdot 20^2 \cdot 5,5 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m_{Hertz} \geq 1,63 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.104)

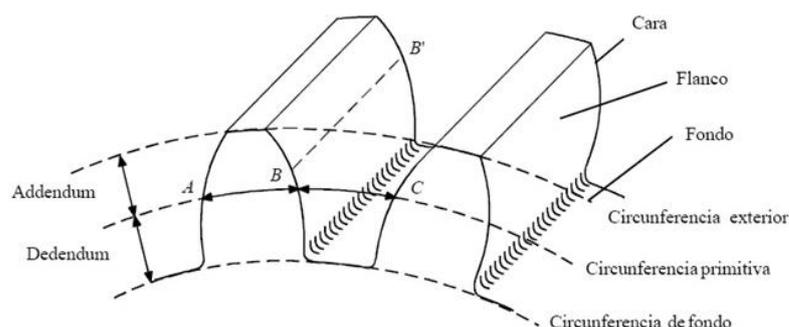
Teniendo en cuenta las dos teorías de fallo para la elección del módulo, este lo determinará el valor más restrictivo:

$$m_{Lewis} = 1,08 \text{ cm} \quad m_{Hertz} = 1,63 \text{ cm}$$

Por lo tanto el módulo calculado a fallos superficiales (Hertz) será el que limite su valor  $m_{Hertz} = 1,63 \text{ cm}$  y buscando su valor normalizado este será de:

$$m_2 = 2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}$$

Debido a que el módulo de engranaje esta ya elegido y que la primera etapa es una etapa planetaria, y en las etapas planetarias todos los engranajes tienen que tener el mismo módulo, con el módulo y el número de dientes se podrá calcular los radios primitivos:



**Imagen 3.26:** Parámetros de un engranaje

Diámetros primitivos:

$$D_{P.4} = D_{P.Sol.2} = m_{2 \text{ etapa}} \cdot Z_4 = 20 \cdot 20 = 400 \text{ mm}$$

$$D_{P.5} = D_{P.Planetas.2} = m_{2 \text{ etapa}} \cdot Z_5 = 20 \cdot 35 = 700 \text{ mm}$$

$$D_{P.6} = D_{P.Corona \text{ exterior.2}} = m_{2 \text{ etapa}} \cdot Z_6 = 20 \cdot 90 = 1.800 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.105)

Diámetros interiores:

$$D_{I.4} = D_{I.Sol.2} = D_{P.4} - 2,5 \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 400 - 2,5 \cdot 20 = 350 \text{ mm}$$

$$D_{I.5} = D_{I.Planetas.2} = D_{P.5} - 2,5 \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 700 - 2,5 \cdot 20 = 650 \text{ mm}$$

$$D_{I.6} = D_{I.Corona \text{ exterior.2}} = D_{P.6} - 2,5 \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 1.800 - 2,5 \cdot 20 = 1.750 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.106)

Diámetros exteriores:

$$D_{E.4} = D_{E.Sol.2} = D_{P.4} + 2 \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 400 + 2 \cdot 20 = 440 \text{ mm}$$

$$D_{E.5} = D_{E.Planetas.2} = D_{P.5} + 2 \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 700 + 2 \cdot 20 = 740 \text{ mm}$$

$$D_{E.6} = D_{E.Corona \text{ exterior.2}} = D_{P.6} + 2 \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 1.800 + 2 \cdot 20 = 1.840 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.107)

La anchura de los engranajes es la siguiente:

$$b = \Psi \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 20 \cdot 20 = 400 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.108)

Addendum:

$$h_a = m_{2 \text{ etapa}} = 20 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.109)

Dedendum:

$$h_b = 1,25 \cdot m_{2 \text{ etapa}} = 1,25 \cdot 20 = 25 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.110)

Resumen:

2ª ETAPA	SOL	PLANETAS	CORONA
Módulo (m)		20 mm	
Número de dientes (z)	20	35	90
Diámetro primitivo ( $D_P$ )	400 mm	700 mm	1.800 mm
Diámetro Interior ( $D_I$ )	350 mm	650 mm	1.750 mm
Diámetro Exterior ( $D_E$ )	440 mm	740 mm	1.840 mm
Anchura (b)		400 mm	
Addendum		20 mm	
Deddendum		25 mm	
Angulo de contacto ( $\alpha$ )		20°	

**Tabla 3.28:** Resumen de las dimensiones de los engranajes de la 2ª etapa

### 3.2.6.2.2 Calculo de los Ejes de los Planetas

Como en esta segunda etapa el tursor y los diámetros son diferentes, es necesario dimensionar los ejes que conectan los engranajes planeta, teniendo en cuenta la torsión que soportara cada planeta.

Al igual que en la primera etapa, como son ejes de diámetro grande y longitud pequeña, se calculan a cortante. Para ello, se necesita saber a qué distancia está el centro del engranaje planeta del centro principal. Para saber esto, se hará el siguiente cálculo utilizando el diámetro primitivo del sol y del planeta:

$$a = \frac{D_{P.4} + D_{P.5}}{2} = \frac{400 + 700}{2} = 550 \text{ mm} = 0,55 \text{ m}$$

(Fórmula 3.111)

A continuación, se tiene que calcular de cuanto es la fuerza cortante, para ello, es necesario saber cuánto tursor transmite un planeta. Tal y como se menciona en la primera etapa, las fuerzas radiales se anulan entre ellas mientras que el resto de fuerzas generan tensión cortante. Estas fuerzas cortantes dependerán del número de engranajes planeta que haya, de hecho, el tursor que transmite cada planeta también depende del número de planetas. Se utilizará el mismo material que para el resto de los ejes: AISI 4340.

Los ejes se calculan siguiendo la norma ISO-743. Según esta norma los coeficientes de fatiga y de flexibilidad son los siguientes:

	DIN 743	ANSI/AGMA 6001
Fatiga	1,75	1,75
Flexibilidad	1,30	1,30
NOTA 1 Para la Norma ANSI/AGMA 6001, estos valores suponen $k_c = 1,0$ ( $P = 50\%$ ) y $F_p = 1,0$ .		
NOTA 2 Los valores de la Norma DIN 743 incluyen un coeficiente de incertidumbre del método de 1,2.		

**Tabla 3.29:** Coeficientes de ISO 743

Por lo tanto,

$$T_{planeta.2} = \frac{T_1}{\text{Número de Planetas}} = \frac{214,59}{3} = 71,53 \text{ KNm} \quad (\text{Fórmula 3.112})$$

Sabiendo el torsor que recibirá cada planeta, de la formula de resistencia del material se puede calcular la fuerza cortante:

$$T_{planeta.2} = 71,53 \text{ KNm} \quad (\text{Fórmula 3.112})$$

$$a = 0,55 \text{ m} \quad (\text{Fórmula 3.111})$$

$$V_y = \frac{T_{planeta}}{a} = \frac{71,53 \cdot 10^3}{0,55} = 130.054,55 \text{ N} \quad (\text{Fórmula 3.113})$$

Con la siguiente formula, la formula de la tensión cortante, se consigue el radio mínimo del eje:

$$V_y = 130.054,55 \text{ N} \quad (\text{Fórmula 3.113})$$

$$\tau_{yp} = 363 \text{ MPa}$$

$$CS = 1,75$$

$$\tau = \frac{4}{3} \cdot \frac{V_y}{\pi \cdot r_{E,p}^2} \leq \frac{\tau_{yp}}{CS} \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{130.054,55}{\pi \cdot r_{E,p}^2} \leq \frac{363}{1,75}$$

$$r_{E,p} \geq 16,31 \text{ mm} \approx 17 \text{ mm}$$

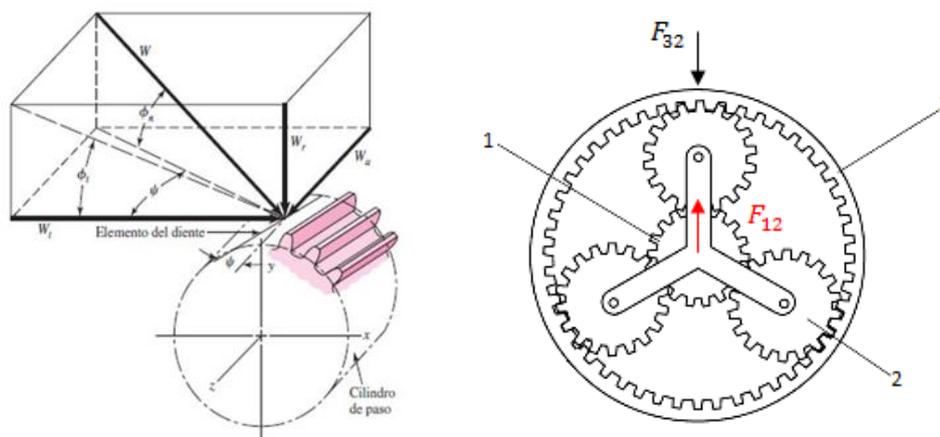
(Fórmula 3.114)

Como el radio del eje calculado es muy pequeño en comparación a los engranajes anteriormente calculados, se ha decidido que el radio del eje sea de 55 mm.

$$r_{E,p} = 55 \text{ mm} \quad \phi_{E,p} = 110 \text{ mm}$$

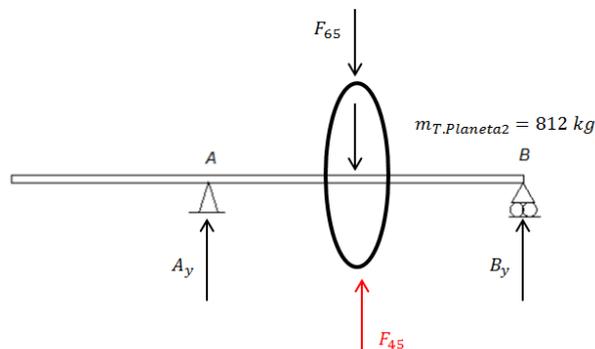
Una vez calculados los ejes que unen los engranajes planetas y el porta planetas, hay que hacer la selección de los rodamientos que hagan que el giro entre eje y engranaje sea el adecuado.

Lo primero será calcular las fuerzas que recibirán los ejes de los planetas. Como se puede ver en la imagen 3.27 no habrá fuerzas axiales, debido a que los dientes de los engranajes son paralelos entre si y las fuerzas radiales se anulan entre ellas. Las fuerzas de la corona exterior y del engranaje sol son las mismas pero en dirección contraria, por lo tanto estas también se anulan.



**Imagen 3.27:** Fuerzas de los engranajes planeta

Tal y como se ve en la imagen, las fuerzas no van a tener influencia, ya que se anulan entre ellas. El elemento que si tendrá influencia será el peso del engranaje. El peso se ha podido calcular con la ayuda de Autodesk Inventor y un cálculo aproximado de su volumen.



**Imagen 3.28:** Esquema de fuerzas que actúan sobre el engranaje planeta

$$V_{planeta\ 2} = A_{planeta\ 2} \cdot b = 384.845,1\ mm^2 \cdot 400\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3\ m} = 153.938,04\ cm^3$$

$$m_{T.Planeta\ 2} = V_{planeta\ 2} \cdot \rho = 153.938,04 \cdot 7,865 = 1.210.722,69\ gr \cong 1.211\ kg$$

(Fórmula 3.115)

Planteando el balance de fuerzas,

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - m_{T.Planeta 2} = 0$$

$$A_y = B_y = \frac{m_{T. planeta 2}}{2} = \frac{1.211 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N}}{1 \text{ kg}} = 5.939,96 \text{ N}$$

(Fórmula 3.116)

Los rodamientos que se van a utilizar serán TIMKEN de rodillos cilíndricos, por lo tanto, hay que calcular la capacidad dinámica que pueden soportar estos:

$$C = F \cdot FC \cdot (L_{10})^{1/a}$$

El factor de carga ( $FC$ ), es el factor de mayoración de la fuerza, el cual se consigue de la siguiente tabla dependiendo de la aplicación del rodamiento:

$$FC = 1,1$$

TIPO DE APLICACIÓN	FACTOR DE CARGA
Engranajes de precisión	1.0-1.1
Engranajes comerciales	1.1-1.3
Aplicación con sellado de rodamiento pobre	1.2
Maquinaria sin impactos	1.0-1.2
Maquinaria con impactos leves	1.2-1.5
Maquinaria con impactos moderados	1.5-3.0

**Tabla 3.30:** Valores recomendados del factor de mayoración de F para el cálculo de C

$$F = A_y = B_y = 5.939,96 \text{ N} \quad (\text{Fórmula 3.116})$$

$$FC = 1,1 \quad (\text{Tabla 3.30})$$

$$L_{10} = 197,88 \text{ millón de rev.} \quad (\text{Fórmula 3.26})$$

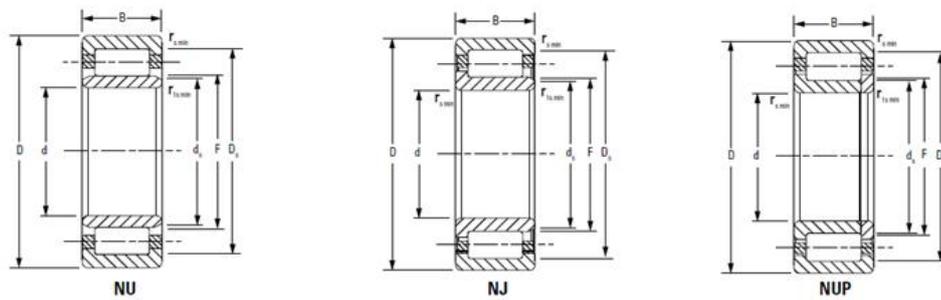
$$a = 10/3 \quad (\text{Rodamientos de rodillos cilíndricos})$$

$$C = F \cdot AF \cdot (L_{10})^{\frac{1}{a}} = 5.939,96 \cdot 1,1 \cdot (197,88)^{\frac{3}{10}} = 31.922,46 \text{ N}$$

(Fórmula 3.117)

Una vez calculada la capacidad dinámica se escogerá un rodamiento del catálogo:

**ONE-ROW METRIC ISO SERIES** – continued



Bearing Dimensions				Load Rating		Bearing Part Number <sup>(2)</sup>	Mounting Data				s <sup>(3)</sup>	Geo- metry Factor C <sub>g</sub>	Thermal Speed Ratings		Weight
Bore d	O.D. D	Width B	DUR/DOR F/E	Static C <sub>0</sub>	Dynamic C <sub>1</sub> <sup>(1)</sup>		Chamfer		Backing Diameter				Oil	Grease	
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	kN lbf.	kN lbf.		r <sub>smin</sub> mm in.	r <sub>1smin</sub> mm in.	Shaft d <sub>s</sub> mm in.	Housing D <sub>h</sub> mm in.					
100.000 3.9370	215.000 8.4646	73.000 2.8740	127.500 5.0197	737 166000	658 148000	NU2320EMA	3.0 0.12	3.0 0.12	120.4 4.74	191.5 7.54	5.2 0.20	0.117	2700	2400	13.40 29.50
100.000 3.9370	215.000 8.4646	73.000 2.8740	127.500 5.0197	737 166000	658 148000	NJ2320EMA	3.0 0.12	3.0 0.12	120.4 4.74	191.5 7.54	5.2 0.20	0.117	2700	2400	13.70 30.10
110.000 4.3307	200.000 7.8740	38.000 1.4961	132.500 5.2165	374 84000	331 74400	NU222EMA	2.1 0.08	2.1 0.08	128.5 5.06	180.5 7.11	2.5 0.10	0.104	3600	3100	5.40 11.90
110.000 4.3307	200.000 7.8740	38.000 1.4961	132.500 5.2165	374 84000	331 74400	NJ222EMA	2.1 0.08	2.1 0.08	128.5 5.06	180.5 7.11	2.5 0.10	0.104	3600	3100	5.50 12.10
110.000 4.3307	200.000 7.8740	53.000 2.0966	132.500 5.2165	527 118000	436 98000	NU2222EMA	2.1 0.08	2.1 0.08	126.8 4.99	180.5 7.11	4.1 0.16	0.113	3000	2700	7.50 16.50

**Tabla 3.31:** Catálogo de rodamientos de rodillo *TIMKEN*

El rodamiento seleccionado es capaz de soportar sobradamente la fuerza que recibirá, por lo tanto esos serán los rodamientos instalados.

En vez de poner dos rodamientos, se ha decidido poner tres, ya que se ha visto que tienen alguna ventaja. Por ejemplo, presenta una capacidad de carga mayor, siendo más optimizado el reparto de la carga, se alarga la vida útil, es un diseño más efectivo, un comportamiento mejorado de la banda de rodadura y tendrá una mayor protección frente al WEC (las grietas que aparecen en la superficie debido a la fatiga).

**Referencia del rodamiento: NU222EMA**

**3.2.6.2.3 Calculo del Eje del Sol**

Este eje soportara el torsor de la segunda etapa y su velocidad será  $\omega_4 = 538,45 \text{ r.p.m.}$  tal y como se ha estudiado en el apartado 3.2.6.2. Para realizar el cálculo de este eje se usara el código ASME manteniendo el coeficiente de seguridad de 1,25 pero en este caso el material será F-1516 ya que el engranaje y el eje serán una misma pieza.

Código ASME:

$$\phi_{E.1} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

El torsor que va a transmitir el eje está relacionado con la relación de transmisión:

$$T_1 = 214,59 \text{ kNm} \text{ (Fórmula 3.5)}$$

$$T_4 = \frac{T_1}{\text{Relación de transmisión}} = \frac{214,59}{538,45 / 97,9} = 39,02 \text{ kNm}$$

(Fórmula 3.118)

$$T_1 = 39,02 \text{ KNm} \cdot \frac{1000 \text{ N}}{1 \text{ KN}} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = 39.020.000 \text{ Nmm}$$

(Fórmula 3.119)

En este caso, como es una etapa planetaria y debido a la disposición empleada en el eje de baja velocidad, este eje solo recibirá momento torsor, sin tener él cuenta las fuerzas y el momento flector.

$$C_m = 1,5 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$C_t = 1 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$T_4 = 39.020.000 \text{ Nmm} \text{ (Fórmula 3.119)}$$

$$\sigma_{yp} = 600 \text{ MPa} \text{ (Tabla 3.22)}$$

$$\phi_{E.sol} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,25}{600 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(1,5 \cdot 0)^2 + (1 \cdot 39.020.000)^2}} \rightarrow \phi_{E.sol} \geq 93,9 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.120)

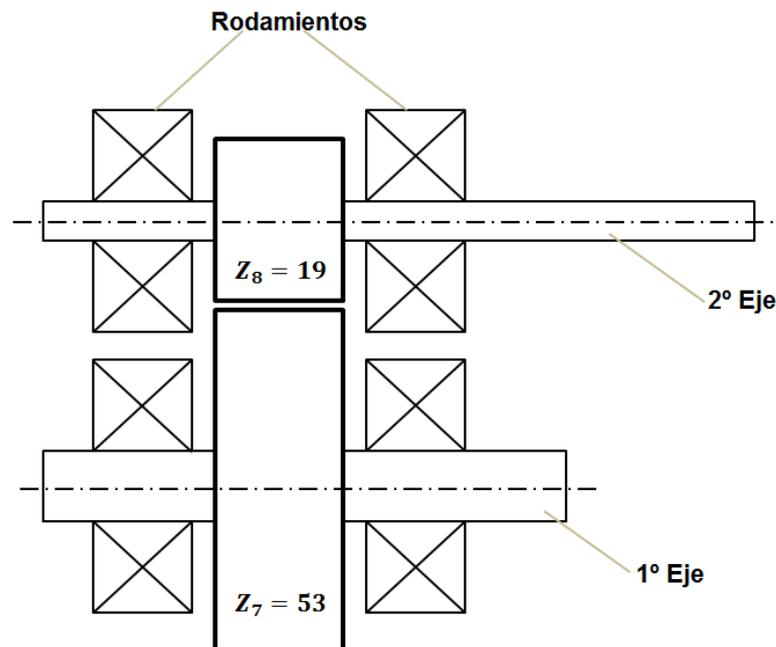
**El eje será de diámetro:  $\phi_{E.sol} \geq 93,9 \text{ mm}$**

Este eje será diferente al de la primera etapa, ya que el eje del engranaje sol y el engranaje de la rueda grande de la tercera etapa, serán el mismo eje. Por lo tanto, el eje tendrá niveles de diámetros diferentes para poder hacer la instalación de los rodamientos y para soportar las fuerzas de los engranajes.

Para saber las dimensiones del eje de la tercera etapa, mirar los apartados 3.2.6.3.3 y 3.2.6.3.4.

### 3.2.6.3 TERCERA ETAPA

La etapa del tercer eje paralelo simple tendrá conexión con la segunda etapa. Para tener un funcionamiento adecuado de los engranajes, los ejes de los engranajes estarán sujetos por rodamientos. Se usaran engranajes helicoidales, después de dimensionarlos, se elegirán los rodamientos.



**Imagen 3.29:** Disposición de la 3ª Etapa de ejes paralelos

Antes de empezar con el cálculo de los engranajes, hay que calcular la relación de transmisión de esta etapa. El eje de salida de esta etapa, será el eje de alta velocidad y será el que se acople al generador, el cual trabaja a 1.500 *r.p.m.* Por lo tanto, en esta última etapa la relación de velocidades es la siguiente:

$$i = \frac{\omega_{\text{generador}}}{\omega_4} = \frac{1.500}{538,45} = 2,78$$

(Fórmula 3.121)

La transmisión no se puede resolver de una forma exacta, por lo tanto se cojera el valor aproximado de  $i_i$ .

$$i = \frac{a}{b} = \frac{1500}{538,45} \quad i_i = \frac{a \cdot n + c}{b \cdot n}$$

(Fórmula 3.122)

Donde los valores de  $n$  y  $c$  son constantes porque no superan  $Z = 120$  dientes.

$$i_i = \frac{1.500 \cdot 1 + \left(538,45 \cdot \frac{53}{19} - 1.500\right)}{538,45 \cdot 1} = \frac{53}{19}$$

(Fórmula 3.123)

A continuación, se calcularán los errores absolutos y relativos:

#### Error Absoluto

$$e_{abs} = \pm \frac{c}{n \cdot b} = \frac{\left(538,45 \cdot \frac{53}{19} - 1.500\right)}{1 \cdot 538,45} = \frac{1,9921}{538,45} = 0,003699 = 0,3699 \%$$

(Fórmula 3.124)

#### Error Relativo

$$e_{rel} = \pm \frac{c}{n \cdot a} = \frac{\left(538,45 \cdot \frac{53}{19} - 1.500\right)}{1 \cdot 1.500} = \frac{1,9921}{1.500} = 0,001328 = 0,1328 \%$$

(Fórmula 3.125)

Los errores son aceptables, por lo tanto la relación de transmisión será la siguiente:

$$i = \frac{Z_7}{Z_8} = \frac{53}{19}$$

(Fórmula 3.126)

### **3.2.6.3.1 Cálculo de los engranajes**

Para realizar el cálculo de los engranajes, al igual que en la anterior etapa, SE seguirán los pasos de la norma ISO 6336. Según la norma, los cálculos se hacen con el engranaje más pequeño, ya que es más restrictivo, pero en este caso con las fórmulas de los engranajes helicoidales. Para que el engranaje sea correcto el módulo de ambas ruedas debe ser el mismo.

#### **Fallos superficiales en los dientes de un engranaje helicoidal**

Primero, mediante la fórmula de Niemann, se determina la característica de la rodadura correcta:

$$f = 6.800 \text{ (Constante)}$$

$$HB = 600 \text{ Kg/mm}^2 \text{ (Dureza Brinell)}$$

$$E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\alpha = 1/3$$

$$W = 15.768 \text{ millones de rev. (Fórmula 3.127)}$$

$$\text{Vida util} = 20 \text{ años}$$

$$W = \frac{\text{Vida util [horas]} \cdot 60 \cdot n_8}{10^6}$$

$$W = \frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 1500}{10^6} = 15.768 \text{ millones de revoluciones}$$

(Fórmula 3.127)

$$K_{adm} = f \cdot \frac{(HB)^2}{E \cdot W^\alpha} = 6.800 \cdot \frac{600^2}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 15.768^{1/3}} = 46,49 \text{ Kg/mm}^2$$

(Fórmula 3.128)

La fórmula del módulo para duración y desgaste para engranajes helicoidales es la siguiente:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot T_8 \cdot \cos^2 \beta_a \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_{n8}^2 \cdot i}}$$

$$T_8 = \frac{T_4}{\text{Cambio de velocidades}} = \frac{39,02 \text{ KN}}{1500/538,45} = 14 \text{ KNm} \cdot \frac{1000 \text{ N}}{1 \text{ KN}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{9,81 \text{ N}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}$$

$$T_8 = 142.711,52 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(Fórmula 3.129)

$$P = T_8 \cdot \omega = 14 \cdot 10^3 \cdot 1.500 \text{ r.p.m.} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev.}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 2.200.001,939 \text{ Watt}$$

$$P = 2.200.001,939 \text{ Watt} \cdot \frac{1 \text{ ZP}}{735 \text{ Watt}} = 2.993,2 \text{ ZP}$$

(Fórmula 3.130)

Ahora se calculara en número de dientes equivalente, que son el número de dientes que tendría el engranaje si fuese un engranaje recto.

$$z_{n8} = \frac{Z_8}{\cos^3 \beta_a} = \frac{19}{\cos^3 20} = 22,9 \text{ dientes}$$

(Fórmula 3.131)

Sustituyendo los datos en la siguiente fórmula:

$$T_8 = 142.711,52 \text{ kg} \cdot \text{cm} \text{ (Fórmula 3.129)}$$

$$\beta_a = 20^\circ$$

$$i_i = \frac{49}{16} \text{ (122. formula)}$$

$$K_{adm} = 46,49 \text{ Kg/mm}^2 \text{ (Fórmula 3.128)}$$

$$\Psi = 20$$

$$z_{n8} = 22,9 \text{ dientes (Fórmula 3.131)}$$

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot T_8 \cdot \cos^2 \beta_a \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_{n8}^2 \cdot i}} = \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot 142.711,52 \cdot \cos^2 20 \cdot \left(\frac{53}{19} \pm 1\right)}{46,49 \cdot 20 \cdot 22,9^2 \cdot \frac{53}{19}}}$$

$$m_n \geq 1,3 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.132)

El siguiente módulo más grande normalizado al calculado sería  $m_n = 16 \text{ mm}$ .

serie		
I	II	III
1	1.125	3.25
1.25	1.375	3.75
1.5	1.75	6.5
2	2.25	
2.5	2.75	
3	3.5	
4	4.5	
5	5.5	
6	7	
8	9	
10	11	
12	14	
16	18	
20	22	
25	28	
32	26	
40	45	
50		

**Tabla 3.32:** Valores normalizados del módulo  $m$  (en mm)

A continuación se realizara la comprobación de la resistencia de los dientes mediante el método de aproximación:

$$\sigma_{apr} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} \leq \sigma_{adm}$$

(Fórmula 3.133)

El valor de  $U$ , es la fuerza tangencial generada por el engranaje y está calculada en el apartado 3.2.6.3.2 (Fórmula 3.151):

$$U = 86,69 \text{ KN} = 8.839,29 \text{ kg}$$

El coeficiente de Wissman  $q$ , con  $\alpha = 20^\circ$  y  $z_8 = 19$  dientes tiene el siguiente valor:

Valores de  $q$  según Wissmann

Ángulo de engrane	Dentado	z													
		13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
$\alpha = 15^\circ$	exterior	q	5,4	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,1
		z	26	28	30	33	36	40	48	60	76	100	140	200	$\infty$
	interior	z	$\infty$	700	350	180	105	75	60	50	42	35	29		
		q	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8		
$\alpha = 20^\circ$	exterior	z	10	11	12	13	14	15	16	17	18	21	24	28	34
		q	5,2	4,9	4,6	4,4	4,1	3,9	3,8	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0
	interior	z	40	50	65	80	100	$\infty$							
		q	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5							

**Tabla 3.33:** Valores del coeficiente de Wissman  $q$

Interpolando:

$$\frac{18 - 21}{3,5 - 3,3} = \frac{19 - 21}{q - 3,3} \rightarrow q = 3,8$$

Anchura del engranaje, b:

$$b = \Psi \cdot m_n = 20 \cdot 1,6 = 32 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.134)

$\sigma_{adm}$  es el valor aceptable del materia engranaje, F-1516 (16MnCr5) acero cementado:

$$\sigma_{adm} = 1.900 \text{ kg/cm}^2$$

Sustituyendo en la siguiente formula estos valores:

$$U = 8.839,29 \text{ kg (Fórmula 3.151)}$$

$$q = 3,8 \text{ (Tabla 3.33)}$$

$$b = 32 \text{ cm (Fórmula 3.134)}$$

$$m_n = 16 \text{ mm (Fórmula 3.132)}$$

$$\sigma_{apr} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} = \frac{0,6 \cdot 8.839,29 \cdot 3,8}{32 \cdot 1,6} = 393,62 \text{ kg/cm}^2 \leq \sigma_{adm} = 1.900 \text{ kg/cm}^2$$

(Fórmula 3.135)

Como se cumple lo siguiente  $\sigma_{apr} \leq \sigma_{adm}$ , el valor del módulo es aceptable.

El siguiente paso, se calcula el coeficiente de engranaje. Al calcular esto, se comprueba que la transmisión entre los dos engranajes es correcta. Para ello el coeficiente  $\varepsilon_{78}$  tiene que ser mayor que 1.

$$\varepsilon_{78} = \frac{E_7 E_8 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a}$$

Donde,

$E_7 E_8$  es la longitud de circunferencia básica que hay entre desde el principio del diente hasta donde acaba el engranado.

$$E_7 E_8 = \sqrt{R_{c8}^2 - R_8^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} + \sqrt{R_{c7}^2 - R_7^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} - (R_7 + R_8) \cdot \sin \alpha_a$$

$$R_8 = m_a \cdot \frac{Z_8}{2} = \frac{m_n}{\cos \alpha_a} \cdot \frac{Z_8}{2} = \frac{1,6}{\cos 20} \cdot \frac{19}{2} = 16,2 \text{ cm}$$

$$R_{c8} = R_8 + h_c = R_8 + m_n = 16,2 + 1,6 = 17,8 \text{ cm}$$

$$R_7 = m_a \cdot \frac{Z_7}{2} = \frac{m_n}{\cos \alpha_a} \cdot \frac{Z_7}{2} = \frac{1,6}{\cos 20} \cdot \frac{53}{2} = 45,1 \text{ cm}$$

$$R_{c7} = R_7 + h_c = R_7 + m_n = 45,1 + 1,6 = 46,7 \text{ cm}$$

$$\alpha_a = \arctan \left( \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left( \frac{\tan 20}{\cos 20} \right) = 21,17^\circ$$

$$E_7 E_8 = \sqrt{17,8^2 - 16,2^2 \cdot \cos^2 21,17} + \sqrt{46,7^2 - 45,1^2 \cdot \cos^2 21,17} - (45,1 + 16,2) \cdot \sin 21,17$$

$$E_7 E_8 = 7,58 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.136)

Desviación angular  $S_d$ :

$$b = 32 \text{ cm}$$

$$\beta_r = \tan \beta_a \cdot \cos \alpha_r = \tan 20 \cdot \cos 21,17 = 0,34$$

$$S_d = b \cdot \beta_r = 32 \cdot 0,34 = 10,88 \text{ cm}$$

(Fórmula 3.137)

El coeficiente de engranaje será el siguiente:

$$E_7 E_8 = 7,58 \text{ (Fórmula 3.136)}$$

$$S_d = 10,88 \text{ cm (Fórmula 3.137)}$$

$$m_n = 16 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm (Fórmula 3.132)}$$

$$\beta_a = 20^\circ$$

$$\alpha_a = 21,17^\circ$$

$$\varepsilon_{78} = \frac{E_7 E_8 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a} = \frac{7,58 + 10,88}{\pi \cdot \frac{1,6}{\cos 20} + \cos 21,17} = 2,94$$

(Fórmula 3.138)

Como se cumple lo siguiente  $\varepsilon_{78} = 2,92 > 1$ , la transmisión se generara de forma suave y gradual.

La ultima comprobación, es comprobar las interferencias entre dientes. Para ello, primero hay que calcular el número de dientes equivalente de las dos ruedas.

$$Z_7 = 53 \text{ dientes}$$

$$\beta_a = 20^\circ$$

$$Z_{V_7} = \frac{Z_7}{\cos^3 \beta_a} = \frac{53}{\cos^3 20} = 63,87 \text{ dientes}$$

(Fórmula 3.139)

$$Z_8 = 19 \text{ dientes}$$

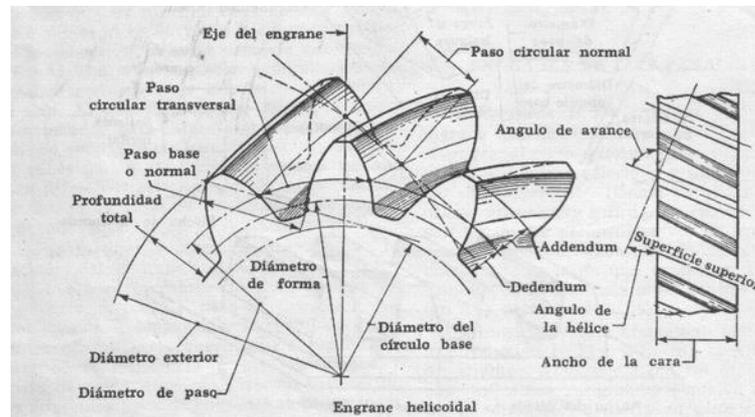
$$\beta_a = 20^\circ$$

$$Z_{V_8} = \frac{Z_8}{\cos^3 \beta_a} = \frac{19}{\cos^3 20} = 22,89 \text{ dientes}$$

(Fórmula 3.140)

No va a haber problemas de interferencias, ya que el número de dientes de las ruedas, está por debajo del número de dientes que generaría interferencias.

Después de realizar todas las comprobaciones necesarias, se comenzara a dimensionar la rueda:



**Imagen 3.30:** Nomenclatura de un engranaje helicoidal

Módulo real:

$$m_n = 16 \text{ mm} \quad (\text{Fórmula 3.141})$$

Módulo aparente:

$$m_a = \frac{m_n}{\cos \beta_a} = \frac{16}{\cos 20} = 17 \text{ mm} \quad (\text{Fórmula 3.142})$$

Angulo de presión real:

$$\alpha_r = 20^\circ$$

Angulo de presión aparente:

$$\alpha_a = \arctan \left( \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left( \frac{\tan 20}{\cos 20} \right) = 21,17^\circ \quad (\text{Fórmula 3.143})$$

Angulo de inclinación aparente:

$$\beta_a = 20^\circ$$

Angulo de inclinación real:

$$\beta_r = \arctan(\tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a) = \arctan(\tan 20 \cdot \cos 21,17) = 18,75^\circ \quad (\text{Fórmula 3.144})$$

Número de dientes:

$$Z_7 = 53 \text{ dientes}$$

$$Z_8 = 19 \text{ dientes}$$

Diámetros primitivos:

$$D_7 = m_a \cdot Z_7 = 17 \cdot 53 = 901 \text{ mm}$$

$$D_8 = m_a \cdot Z_8 = 17 \cdot 19 = 323 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.145)

Grosor de los dientes

$$h_7 = h_8 = h_f + h_c = 1,25 \cdot m_n + m_n = 1,25 \cdot 16 + 16 = 36 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.146)

Diámetros exteriores:

$$D_{E7} = D_7 + 2 \cdot h_{c7} = 901 + 2 \cdot 36 = 973 \text{ mm}$$

$$D_{E8} = D_8 + 2 \cdot h_{c8} = 323 + 2 \cdot 36 = 395 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.147)

Diámetros interiores:

$$D_{I7} = D_7 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 901 - (2 \cdot 1,25 \cdot 16) = 861 \text{ mm}$$

$$D_{I8} = D_8 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 323 - (2 \cdot 1,25 \cdot 16) = 283 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.148)

Distancia entre ejes:

$$a_{78} = \frac{D_7 + D_8}{2} = \frac{901 + 323}{2} = 612 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.149)

Espesor de los dientes

$$b_7 = b_8 = \Psi \cdot m_n = 20 \cdot 16 = 320 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.150)

**Resumen:**

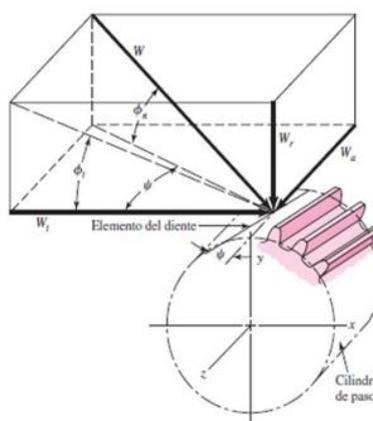
3º ETAPA	Engranaje grande (7)	Engranaje pequeño (8)
Angulo de presión real	$\alpha_r$	20°
Angulo de presión aparente	$\alpha_a$	21,17°
Angulo de inclinación real	$\beta_r$	18,75°
Angulo de inclinación aparente	$\beta_a$	20°
Número de dientes	$Z$	53
Diámetro primitivo	$D_P$	901 mm
Diámetro exterior	$D_E$	973 mm
Diámetro interior	$D_I$	861 mm
Módulo real	$m_n$	16 mm
Módulo aparente	$m_a$	17 mm
Anchura	$b$	320 mm

**Tabla 3.34:** Resumen de las dimensiones de los engranajes de la 3ª etapa

El eje de salida de la tercera etapa, será el eje de alta velocidad, por lo tanto, los cálculos del eje de alta velocidad se realizarán en el próximo apartado 3.2.7.

**3.2.6.3.2 Fuerzas generadas por los engranajes**

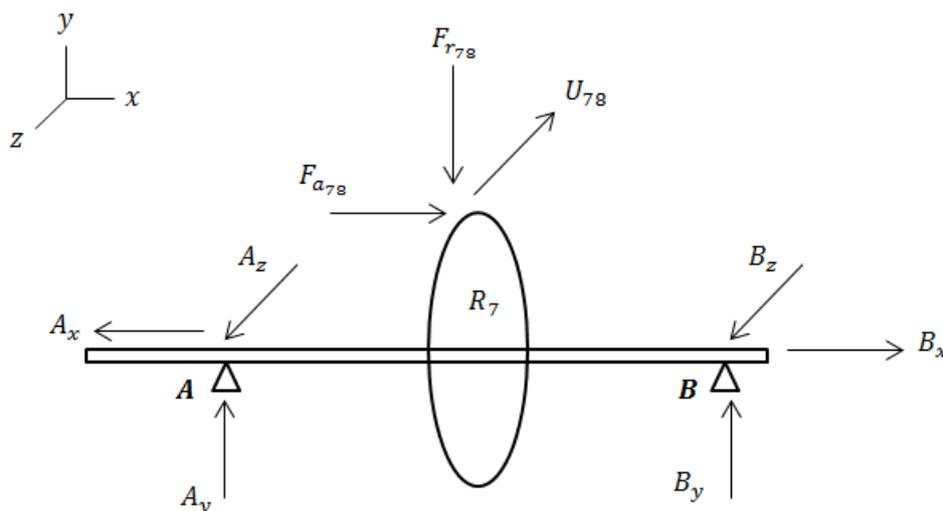
Se ha decidido poner engranajes helicoidales en la tercera etapa, hay que saber que estos engranajes generan fuerzas tangenciales ( $U$ ) y axiales ( $F_r$ ), como los engranajes rectos, pero a su vez en este tipo de engranajes aparece una fuerza axial también ( $F_a$ ).



**Imagen 3.31:** Fuerzas generadas por un engranaje helicoidal

En este apartado se estudiara y dimensionara el eje de salida de la segunda etapa, que a su vez es el eje de entrada de la tercera etapa. Para ello, se tomara en cuenta en engranaje grande ( $Z_7 = 53$  dientes) para realizar los cálculos.

Primero hay que calcular la fuerza tangencial teniendo en cuenta el torsor y el radio primitivo de este engranaje.



**Imagen 3.32:** Esquema de fuerzas generadas por el engranaje helicoidal

Fuerza Tangencial:

$$T_8 = 14 \text{ KNm (Fórmula 3.129)}$$

$$U_{78} = \frac{2 \cdot T_8}{D_8} = \frac{2 \cdot 14 \text{ KNm} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}}}{323 \text{ mm}} = 86,69 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.151)

Sabiendo la fuerza tangencial, se calcularan las fuerzas radiales y axiales:

Fuerza Radial:

$$F_{r78} = U_{78} \cdot \tan \alpha_a \rightarrow F_{r78} = 86,69 \cdot \tan 21,17^\circ = 33,57 \text{ KN}$$

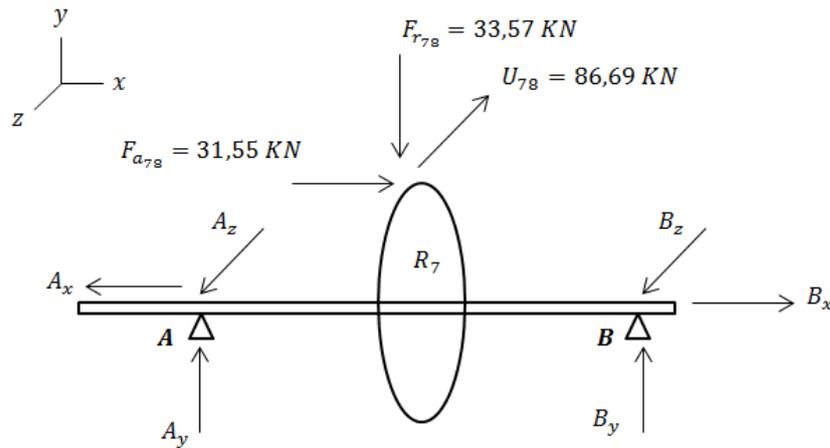
(Fórmula 3.152)

Fuerza Axial:

$$F_{a78} = U_{78} \cdot \tan \beta_a \rightarrow F_{a78} = 86,69 \cdot \tan 20^\circ = 31,55 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.153)

El esquema de fuerzas quedaría de la siguiente manera:

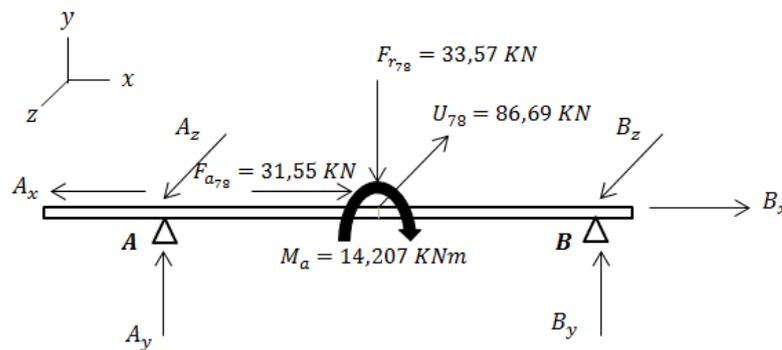


**Imagen 3.33:** Valores de las fuerzas generadas por el engranaje helicoidal

Cuando estas fuerzas se transmiten al eje, la fuerza  $F_{a_{78}}$  generará un momento:

$$M_a = F_{a_{78}} \cdot \frac{D_7}{2} = 31,55 \cdot \frac{901}{2} = 14.213 \text{ KNmm} = 14,213 \text{ KNm}$$

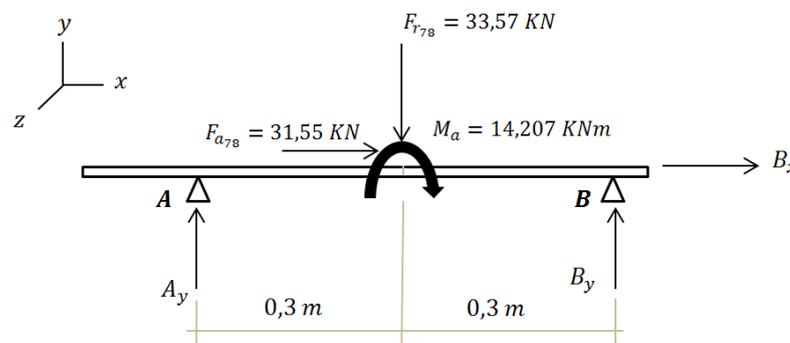
(Fórmula 3.154)



**Imagen 3.34:** Fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el eje

Para realizar el cálculo de las reacciones en los apoyos y hacer el diagrama de momento flector y momentos torsor hay que separar los planos XY y XZ:

Plano XY:



**Imagen 3.35:** Fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XY

Planteando el balance de fuerzas y momentos en este plano:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow -A_y \cdot 0,6 + F_{r_{78}} \cdot 0,3 - M_a = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - F_{r_{78}} = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x + F_{a_{78}} = 0 \quad (3)$$

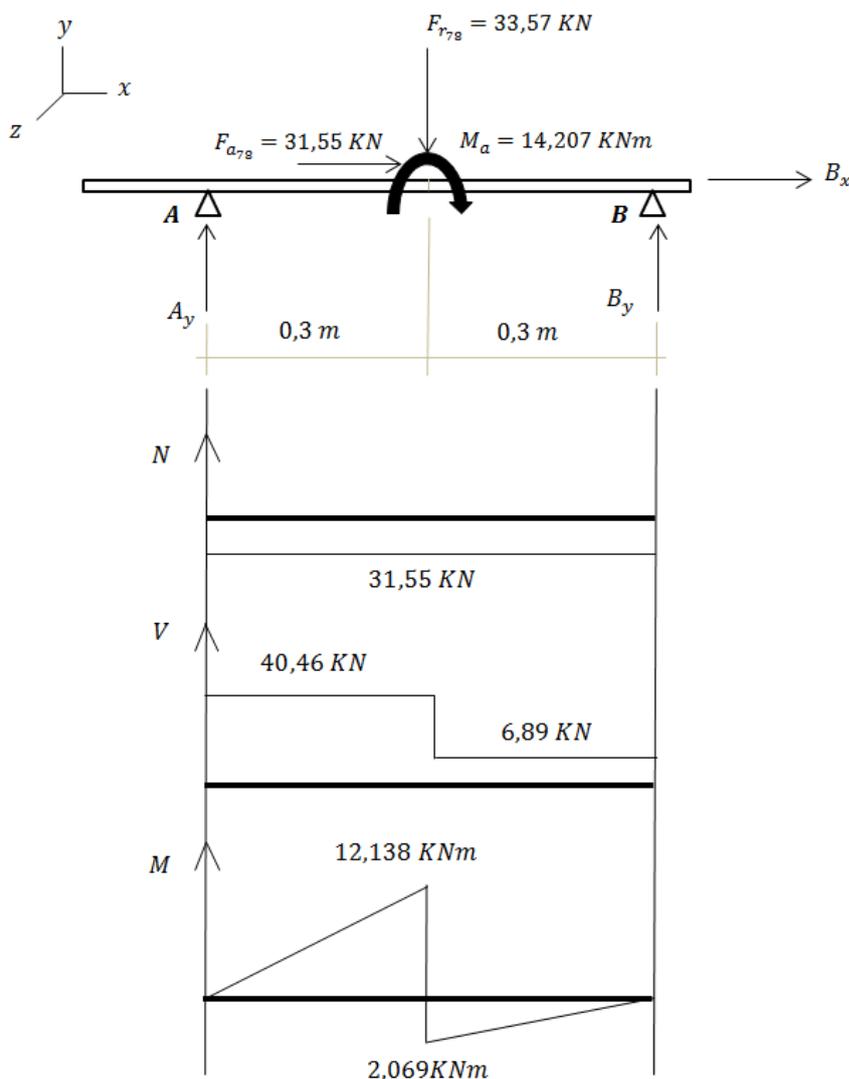
$$(3) B_x = -F_{a_{78}} = -31,55 \text{ KN}$$

$$(1) -A_y \cdot 0,6 + 33,57 \cdot 0,3 + 14,207 = 0 \rightarrow A_y = 40,46 \text{ KN}$$

$$(2) B_y = F_{r_{78}} - A_y \rightarrow B_y = 33,57 - 40,46 \rightarrow B_y = -6,89 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.155)

Los diagramas son los siguientes:



**Imagen 3.36:** Diagrama de fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XY

Plano XZ:



**Imagen 3.37:** Fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XZ

Planteando el balance de fuerzas y momentos en este plano:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow -A_z \cdot 0,6 + U_{78} \cdot 0,3 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_z + B_z - U_{78} = 0 \quad (2)$$

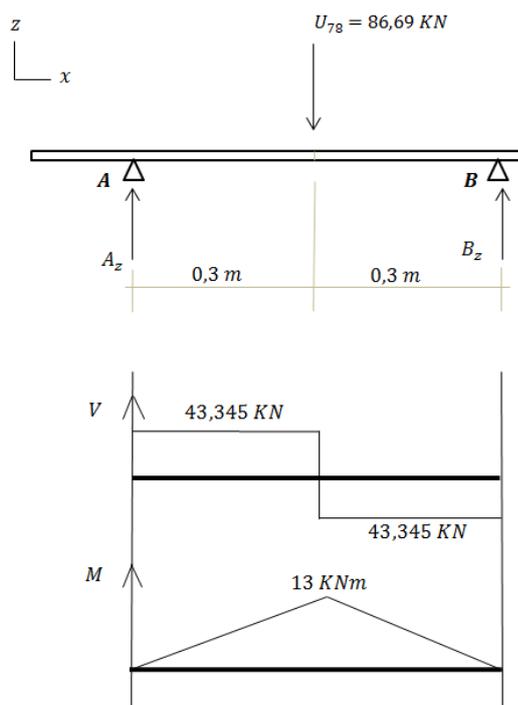
$$U_{78} = 86,69 \text{ KN}$$

$$(1) -A_z \cdot 0,6 + 86,69 \cdot 0,3 = 0 \rightarrow A_z = 43,345 \text{ KN}$$

$$(2) B_z = U_{78} - A_z \rightarrow B_z = 86,69 - 43,345 \rightarrow B_z = 43,345 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.156)

Los diagramas son los siguientes:



**Imagen 3.38:** Diagrama de fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XZ

Las reacciones resultantes en los apoyos son las siguientes:

$$R_A = \sqrt{A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{40,46^2 + 43,345^2} = 59,29 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.157)

$$R_B = \sqrt{B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{(-6,89)^2 + 43,345^2} = 43,89 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.158)

Momento flector máximo:

$$M_{TOT} = \sqrt{M_{xy}^2 + M_{xz}^2} = \sqrt{12,138^2 + 13^2} = 17,79 \text{ KNm}$$

(Fórmula 3.159)

### 3.2.6.3.3 Dimensionamiento del eje

Para el dimensionamiento de este eje, se aplicará la teoría de corte definida en el código ASME:

$$\sigma_{yp} = 600 \text{ MPa}$$

$$CS = 1,25$$

$$M_{TOT} = 17,19 \text{ KNm (Fórmula 3.159)}$$

$$T_4 = 39,02 \text{ KNm (Fórmula 3.118)}$$

$$C_m = 1,5 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$C_t = 1 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$D_7 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$D_7 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,25}{600 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(1,5 \cdot 17,19 \cdot 10^6)^2 + (1 \cdot 39,02 \cdot 10^6)^2}}$$

$$D_7 \geq 99,75 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.160)

### 3.2.6.3.4 Elección de los rodamientos

Para elegir los rodamientos, hay que calcular las fuerzas que soportarán en el lugar en el que se instalarán. Para ello, se tendrán en cuenta las fuerzas previamente calculadas en el apartado anterior.

Las reacciones resultantes de los apoyos se han calculado en el anterior apartado, y se podrán ver en las siguientes fórmulas: (Fórmula 3.162), (Fórmula 3.163) y (Fórmula 3.164)

$$R_A = 59,29 \text{ KN}$$

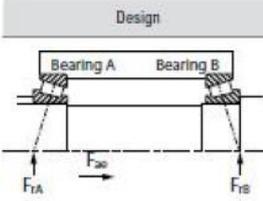
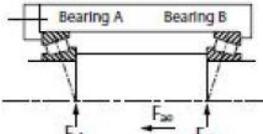
$$R_B = 43,89 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.161)

La fuerza axial será  $F_{ae} = F_{a78} = 31,55 \text{ KN}$ .

Se emplearan rodamientos de rodillos cónicos TIMKEN en los dos apoyos, y tal y como se ve en la (Fórmula 3.25), para este fabricante y teniendo una vida útil de 80.000 horas, con un 0,98 de fiabilidad:

$$L_{10} = 202,22 \text{ millón de rev.}$$

Design	Thrust Condition	Axial Load	Dynamic Equivalent Radial Load
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0.4 F_{rA} + K_A F_{aA}^{(1)}$ $P_B = F_{rB}$
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A} - F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0.4 F_{rB} + K_B F_{aB}^{(1)}$

**Tabla 3.35:** Hipótesis de cálculo de rodamientos cónicos *TIMKEN*

Condición de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 59,29 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 43,89 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$K_B = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{K_A} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow \frac{0,47 \cdot 59,29}{1,5} = \frac{0,47 \cdot 43,89}{1,5} + 31,55$$

(Fórmula 3.162)

$$18,58 \text{ KN} \leq 45,3 \text{ KN}$$

Carga de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 59,29 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 43,89 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$K_B = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow F_{aA} = \frac{0,47 \cdot 43,89}{1,5} + 31,55 \rightarrow F_{aA} = 45,3 \text{ KN}$$

$$F_{aB} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} \rightarrow F_{aB} = \frac{0,47 \cdot 43,89}{1,5} \rightarrow F_{aB} = 13,75 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.163)

Carga dinámica radial equivalente:

$$F_{rA} = R_A = 59,29 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 43,89 \text{ KN}$$

$$F_{aA} = 45,3 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$K_B = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA} \rightarrow P_A = 0,4 \cdot 59,29 + 1,5 \cdot 45,3 \rightarrow P_A = 91,66 \text{ KN}$$

$$P_B = F_{rB} \rightarrow P_B = 43,89 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.164)

Capacidad dinámica:

$$P_A = 91,66 \text{ KN} = 91.600 \text{ N}$$

$$P_B = 43,89 \text{ KN} = 43.890 \text{ N}$$

$$C_A \cdot 90^{1/a} = P_A \cdot (L_{10})^{1/a} \rightarrow C_A = \frac{P_A \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_A = \frac{91.600 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 116.780,4 \text{ N}$$

(Fórmula 3.165)

$$C_B \cdot 90^{1/a} = P_B \cdot (L_{10})^{1/a} \rightarrow C_B = \frac{P_B \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_B = \frac{43.890 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 55.955,15 \text{ N}$$

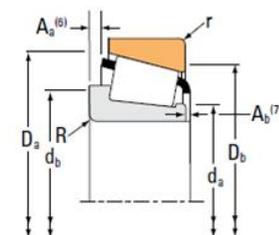
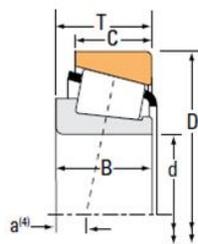
(Fórmula 3.166)

Hay que seleccionar un rodamiento del catálogo TIMKEN el cual tenga un diámetro interior mayor que  $D_7 \geq 99,75 \text{ mm}$ , que es el eje mínimo calculado en el apartado anterior.

En este caso, hay que tener en cuenta la instalación, y este rodamiento tiene que tener un diámetro interior al del diámetro exterior del engranaje sol de la segunda etapa  $D_{E.Sol.2} = 440 \text{ mm}$ , ya que habrá que introducirlo desde esa zona.

Por lo tanto, el diámetro del eje donde ira el rodamiento tiene que ser mayor que  $D_7 \geq 440 \text{ mm}$  pero a su vez habrá que tener en cuenta las tuercas de fijación que se introducirán para los rodamientos. Mirando el catálogo de las tuercas DIN 981 se SKF (Tabla 3.37), se ve que el diámetro tendrá que ser  $D_7 \geq 450 \text{ mm}$ , ya que con el de  $440 \text{ mm}$  se podrían tener problemas a la hora del montaje. Mirando el catálogo de TIMKEN, teniendo en cuenta este diámetro y la capacidad dinámica que tendrá que soportar se elegirá el siguiente rodamiento:

**TYPE TS**



Bearing Dimensions			Load Ratings							Part Number	
Bore d	O.D. D	Width T	Dynamic <sup>(1)</sup>			Factors <sup>(2)</sup>			Static C <sub>0</sub>	Inner	Outer
			C <sub>1</sub>	e	Y	C <sub>90</sub>	C <sub>90</sub>	K			
mm in.	mm in.	mm in.	N lbf			N lbf	N lbf		N lbf		
447.675 17.6250	565.150 22.2500	44.450 1.7500	626000 141000	0.32	1.88	162000 36500	88600 19900	1.83	1550000 348000	80176	80222
447.675 17.6250	635.000 25.0000	120.650 4.7500	3280000 736000	0.33	1.80	849000 191000	484000 109000	1.76	6430000 1450000	M270749	M270710
450.850 17.7500	603.250 23.7500	85.725 3.3750	1490000 335000	0.45	1.32	386000 86800	300000 67300	1.29	3440000 773000	LM770945	LM770910
457.073 17.9950	573.088 22.5625	74.612 2.9375	1230000 277000	0.40	1.49	319000 71700	220000 49400	1.45	3170000 713000	L570648	L570610
457.200 18.0000	552.450 21.7500	44.450 1.7500	626000 141000	0.32	1.88	162000 36500	88600 19900	1.83	1550000 348000	80180	80217

**Tabla 3.36:** Catálogo de rodamientos de rodillos cónicos *TIMKEN*

Se ha decidido usar los mismos rodamientos para los dos apoyos, siendo el rodamiento A es más restrictivo con una capacidad dinámica de  $C_A = 116.780,4 \text{ N}$ .

En este primer cálculo se habían supuesto  $K_A = 1,5$  y  $K_B = 1,5$  pero según el catalogo, sus valores serán  $K_A = 1,29$  y  $K_B = 1,29$ , por lo tanto hay que volver a calcular:

Condición de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 59,29 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 43,89 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,29$$

$$K_B = 1,29$$

$$\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{K_A} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow \frac{0,47 \cdot 59,29}{1,29} = \frac{0,47 \cdot 43,89}{1,29} + 31,55$$

(Fórmula 3.167)

$$21,6 \text{ KN} \leq 47,54 \text{ KN}$$

Carga de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 59,29 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 43,89 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,29$$

$$K_B = 1,29$$

$$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow F_{aA} = \frac{0,47 \cdot 43,89}{1,29} + 31,55 \rightarrow F_{aA} = 47,54 \text{ KN}$$

$$F_{aB} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} \rightarrow F_{aB} = \frac{0,47 \cdot 43,89}{1,29} \rightarrow F_{aB} = 16 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.168)

Carga dinámica radial equivalente:

$$F_{rA} = R_A = 59,29 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 43,89 \text{ KN}$$

$$F_{aA} = 47,54 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,29$$

$$K_B = 1,29$$

$$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA} \rightarrow P_A = 0,4 \cdot 59,29 + 1,29 \cdot 47,54 \rightarrow P_A = 85,04 \text{ KN}$$

$$P_B = F_{rB} \rightarrow P_B = 43,89 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.169)

Capacidad dinámica:

$$P_A = 85,04 \text{ KN} = 85.040 \text{ N}$$

$$P_B = 43,89 \text{ KN} = 43.890 \text{ N}$$

$$C_A \cdot 90^{1/a} = P_A \cdot (L_{10})^{1/a} \quad \rightarrow \quad C_A = \frac{P_A \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_A = \frac{85.040 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 108.417,09 \text{ N}$$

(Fórmula 3.170)

$$C_B \cdot 90^{1/a} = P_B \cdot (L_{10})^{1/a} \quad \rightarrow \quad C_B = \frac{P_B \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_B = \frac{43.890 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 55.955,15 \text{ N}$$

(Fórmula 3.171)

El rodamiento elegido previamente es capaz de soportar una capacidad dinámica mayor a la calculada ahora para el rodamiento A, por lo tanto el rodamiento seleccionado es adecuado:

$$C_{TIMKEN} = 1.760.000 \text{ N} > C_A = 108.417,09 \text{ N}$$

En el caso del rodamiento B el valor de la capacidad dinámica no cambia, por lo tanto el rodamiento escogido previamente es adecuado.

**Inner: LM770945 Outer: LM770910**

Por último, como se ha mencionado anteriormente, se utilizarán unas tuercas de cierre para sujetar los rodamientos. Teniendo en cuenta el diámetro del eje y el DIN 981, se ha seleccionado la siguiente tuerca del catálogo RODALSA:

**Tuercas de Cierre**

Tuerca n.º	Rosca	DIMENSIONES EN MILIMETROS					
		d	D	D <sub>1</sub>	B	s	t
KM-31	M 155 × 3	155	200	182	25	16	7
KM-33	M 165 × 3	165	210	193	26	16	7
HML-41 T	Tr 205 × 4	205	250	232	30	18	8
HML-43 T	Tr 215 × 4	215	260	242	30	20	9
HML-47 T	Tr 235 × 4	235	280	262	34	20	9
HML-52 T	Tr 260 × 4	260	310	290	34	20	10
HML-56 T	Tr 280 × 4	280	330	310	38	24	10
HML-60 T	Tr 300 × 4	300	360	336	42	24	12
HML-64 T	Tr 320 × 5	320	380	356	42	24	12
HML-69 T	Tr 345 × 5	345	410	384	45	28	13
HML-72 T	Tr 360 × 5	360	420	394	45	28	13
HML-73 T	Tr 365 × 5	365	430	404	48	28	13
HML-76 T	Tr 380 × 5	380	450	422	48	28	14
HML-77 T	Tr 385 × 5	385	450	422	48	28	14
HML-82 T	Tr 410 × 5	410	480	452	52	32	14
HML-86 T	Tr 430 × 5	430	500	472	52	32	14
HML-90 T	Tr 450 × 5	450	520	490	60	32	15
HML-94 T	Tr 470 × 5	470	540	510	60	32	15
HML-98 T	Tr 490 × 5	490	580	550	60	36	15
HML-104 T	Tr 520 × 6	520	600	570	68	36	15
HML-108 T	Tr 540 × 6	540	630	590	68	40	20

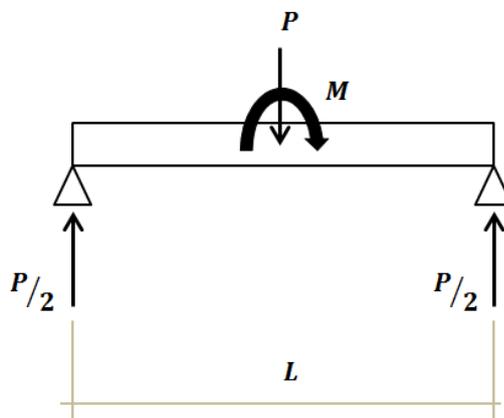
**Tabla 3.37:** Catálogo de tuercas de cierre DIN 981 *RODALSA*

### 3.2.6.4 GROSOR DE LA CARCASA

En este apartado, se analizarán las fuerzas que generan los engranajes en la multiplicadora, para calcular el grosor mínimo que ha de tener la carcasa que rodea a todos los elementos de la multiplicadora.

Primero hay que comprobar que soporte el momento torsor que viene del eje de baja velocidad. La multiplicadora se considera como un tocho, una sola pieza unida. Las fuerzas que reciba serán, el par que entra del sistema de potencia y el peso de todos sus elementos. En este caso para calcular el peso solo se tendrán en cuenta los elementos principales (engranajes, rodamientos, ejes y porta planetas), despreciando así los demás elementos (tornillos, arandelas, anillos de seguridad...).

El objetivo es calcular el grosor mínimo que tendrá que tener la carcasa de la multiplicadora, para que el par generado no la vuelque o levante. Los cálculos a realizar se basaran en la siguiente hipótesis de carga:



**Imagen 3.39:** Fuerzas en la estructura de la multiplicadora

Donde  $P$  es el peso de los elementos principales de la multiplicadora y  $T$  el torsor que se le aplica.

$$T = M = 1.180,245 \text{ KNm}$$

#### 3.2.6.4.1 Cargas que actúan sobre la carcasa

El valor del par ya se conoce y para saber el valor de  $P$ , se calculara la masa de todos os elementos de las tres etapas:

- Los ejes planetarios están todos fabricados con acero AISI 4340, el cual tiene la siguiente densidad:

$$\rho = 7,84 \text{ gr/cm}^3$$

- Los porta planetas están fabricados con acero AISI 4340, el cual tiene la siguiente densidad:

$$\rho = 7,858 \text{ gr/cm}^3$$

- Los engranajes dela multiplicadora son de acero F-1516, el cual tiene la siguiente densidad:

$$\rho = 7,76 \text{ gr/cm}^3$$

**Primera Etapa:**

Primero se calculara la masa de los elementos de la primera etapa, para ello se usara el programa Inventor. Esta etapa está formada por 3 engranajes planeta con sus 3 ejes correspondientes, 1 porta planetas, 1 engranaje planetario y 1 engranaje corona. A continuación se realizara el cálculo de los elementos teniendo en cuenta sus volúmenes.

- **Engranaje Sol:**

$$V_{sol\ 1} = [169.329,197mm^2 \cdot 500\ mm + \pi \cdot 85^2 \cdot 835] \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 103.617\ cm^3$$

$$m_{sol\ 1} = V_{sol\ 1} \cdot \rho = 103.617 \cdot 7,76 = 804.071\ gr \cong 805\ kg$$

(Fórmula 3.172)

- **Porta Planetas:**

$$V_{porta\ planetas\ 1} = 1.140.822,785mm^2 \cdot 200\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 228.164\ cm^3$$

$$m_{porta\ planetas\ 1} = V_{porta\ planetas\ 1} \cdot \rho = 228.164 \cdot 7,84 = 1.788.805\ gr \cong 1.789kg$$

(Fórmula 3.173)

- **Engranaje Planeta:**

$$V_{planeta\ 1} = 390.212,135\ mm^2 \cdot 500\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 195.106\ cm^3$$

$$m_{planeta\ 1} = 3_{planetas} \cdot V_{planeta\ 1} \cdot \rho + 9 \cdot P_{rodamiento}$$

$$m_{planeta\ 1} = 3 \cdot 195.106 \cdot 7,76 = 4.542.069\ gr + 9 \cdot 18,4\ kg \cong 4.543\ kg$$

(Fórmula 3.174)

- **Engranaje Corona:**

$$V_{corona\ 1} = 1.064.144,99mm^2 \cdot 500\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 532.072\ cm^3$$

$$m_{corona\ 1} = V_{corona\ 1} \cdot \rho = 532.072 \cdot 7,76 = 4.128.882\ gr \cong 4.129\ kg$$

(Fórmula 3.175)

- **Ejes de los Planetas:**

$$V_{eje\ planeta\ 1} = [3 \cdot (\pi \cdot 110^2 \cdot 670)] \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 76.407\ cm^3$$

$$m_{eje\ planeta\ 1} = V_{eje\ planeta\ 1} \cdot \rho = 76.407 \cdot 7,865 = 600.938\ gr \cong 601\ kg$$

(Fórmula 3.176)

### Segunda Etapa:

Esta etapa está formada por 3 engranajes planeta con sus 3 ejes correspondientes, 1 porta planetas, 1 engranaje planetario y 1 engranaje corona.

- Engranaje Sol:

$$V_{sol\ 2} = [73.985,955\ mm^2 \cdot 400\ mm + \pi \cdot 125^2 \cdot 900] \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3\ mm^3} = 73.773\ cm^3$$

$$m_{sol\ 2} = V_{sol\ 2} \cdot \rho = 73.773 \cdot 7,76 = 572.479\ gr \cong 573\ kg$$

(Fórmula 3.177)

- Porta Planetas:

$$V_{porta\ planetas\ 2} = 1.001.265,33\ mm^2 \cdot 200\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3\ mm^3} = 200.253\ cm^3$$

$$m_{porta\ planetas\ 2} = V_{porta\ planetas\ 2} \cdot \rho = 200.253 \cdot 7,84 = 1.569.983\ gr \cong 1.570\ kg$$

(Fórmula 3.178)

- Engranaje Planeta:

$$V_{planeta\ 2} = 350.859,585\ mm^2 \cdot 400\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3\ mm^3} = 140.343\ cm^3$$

$$m_{planeta\ 2} = 3_{planetas} \cdot V_{planeta\ 2} \cdot \rho + 9 \cdot P_{rodamiento}$$

$$m_{planeta\ 2} = 3 \cdot 140.343 \cdot 7,76 = 3.267.204\ gr + 9 \cdot 5,4\ kg \cong 3.268\ kg$$

(Fórmula 3.179)

- Engranaje Corona:

$$V_{corona\ 2} = 681.052,966\ mm^2 \cdot 400\ mm \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3\ mm^3} = 272.421\ cm^3$$

$$m_{corona\ 2} = V_{corona\ 2} \cdot \rho = 272.421 \cdot 7,76 = 2.113.988\ gr \cong 2.114\ kg$$

(Fórmula 3.180)

- Ejes de los Planetas:

$$V_{eje\ planeta\ 2} = [3 \cdot (\pi \cdot 55^2 \cdot 570)] \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3\ mm^3} = 16.250\ cm^3$$

$$m_{eje\ planeta\ 2} = V_{eje\ planeta\ 2} \cdot \rho = 16.250 \cdot 7,865 = 127.811\ gr \cong 127\ kg$$

(Fórmula 3.181)

### Tercera etapa:

La tercera etapa solo tiene 2 engranajes y un eje, porque su otro eje es el que sale de la segunda etapa y ya está anteriormente calculado.

- Engranaje grande:

$$V_{engranaje\ 7} = 469.787,615 \cdot 320 \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 150.332\ cm^3$$

$$m_{engranaje\ 7} = V_{engranaje\ 7} \cdot \rho = 150.332 \cdot 7,865 = 1.182.361\ gr \cong 1.183\ kg$$

(Fórmula 3.182)

- Engranaje pequeño:

$$V_{engranaje\ 8} = 69.986,604 \cdot 320 \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 22.395\ cm^3$$

$$m_{engranaje\ 8} = V_{engranaje\ 8} \cdot \rho = 22.395 \cdot 7,865 = 176.142\ gr \cong 177\ kg$$

(Fórmula 3.183)

- Eje de alta velocidad:

$$V_{EjeAV} = [(\pi \cdot 42,5^2 \cdot 842) + (\pi \cdot 57,5^2 \cdot 585)] \cdot \frac{1\ cm^3}{10^3mm^3} = 10.854\ cm^3$$

$$m_{EjeAV} = V_{EjeAV} \cdot \rho = 10.854 \cdot 7,865 = 85.368\ gr \cong 86\ kg$$

(Fórmula 3.184)

El valor total de la carga es el siguiente:

$$m_{Total} = 20.965\ kg$$

La carga puntual P por lo tanto:

$$P = m_{Total} \cdot g = 20.965 \cdot 9,81 = 205.666,65\ N$$

(Fórmula 3.185)

### 3.2.6.5.2 Grosor de la carcasa

Para calcular el grosor de la carcasa, se estudiara a flexión, y se comprobara que el valor de la flecha este entre los valores recomendados.

Primero de todo, se calculara la deflexión resultante en función del momento aplicado y después se calculara la deflexión generada por las cargas para después sumar las dos flechas.

#### Flecha generada por el momento:

La carga está centrada y la deflexión es simétrica, por lo tanto, derivando la fórmula de la deformada e igualándola a cero se consigue la flecha máxima:

$$M = 1.180,245 \text{ KNm}$$

$$E = 100 \text{ GPa}$$

$$L = 2 \text{ m}$$

$$I = \frac{L \cdot b^3}{12} = \frac{2 \cdot b^3}{12} = 0,167 \cdot b^3$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{M}{6 \cdot E \cdot I} \left[ \left( \frac{1}{4} \cdot L \right) - 3 \cdot \frac{x^2}{L} \right] = 0$$

(Fórmula 3.186)

Donde,

$$\frac{M}{6 \cdot E \cdot I} = \frac{1.180,245 \cdot 10^3}{6 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 0,167 \cdot t^3} = \frac{1,18 \cdot 10^{-2}}{t^3}$$

$$\left( \frac{1}{4} \cdot L \right) - 3 \cdot \frac{x^2}{L} = 0$$

$$x = \sqrt{\frac{L^2}{12}} = \sqrt{\frac{2^2}{12}} = 0,58 \text{ m}$$

$x = 0,58 \text{ m}$  es la distancia en la que la deflexion alcanza su punto maximo, por lo tanto metiendo este valor en la ecuación de la deformada:

$$y_{M \max} = -\frac{1,18 \cdot 10^{-2}}{t^3} \left[ \left( \frac{1}{4} \cdot 2 \right) - 3 \cdot \frac{0,58^2}{2} \right]$$

$$y_{M \max} = -\frac{5,43 \cdot 10^{-5}}{t^3}$$

(Fórmula 3.187)

Flecha generada por la carga:

La deflexión máxima se calcula de la siguiente manera:

$$y_{P \max} = -\frac{P \cdot L}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{205.666,65 \cdot 2}{48 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 0,167 \cdot t^3} = -\frac{5,13 \cdot 10^{-4}}{t^3}$$

(Fórmula 3.188)

La deflexión resultante se consigue sumándolas dos anteriores:

$$y_{T \max} = y_{M \max} + y_{P \max} = -\frac{5,43 \cdot 10^{-5}}{t^3} - \frac{5,13 \cdot 10^{-4}}{t^3} = -\frac{5,67 \cdot 10^{-5}}{t^3}$$

(Fórmula 3.189)

Según el libro “Manual de Diseño de estructuras de Acero” la deflexión máxima permitida en vigas que soportan vibraciones es:

$$y_{adm} = \frac{L}{800} = \frac{2}{800} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

(Fórmula 3.190)

Igualando las dos últimas expresiones, se obtiene el espesor mínimo de la carcasa que cumple con las condiciones de deflexión:

$$y_{T \max} = y_{adm}$$

$$-\frac{5,67 \cdot 10^{-5}}{t^3} = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{5,67 \cdot 10^{-5}}{2,5 \cdot 10^{-3}}} = 0,18 \text{ m} = 180 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.191)

### 3.2.6.5 LUBRICACIÓN

En la norma IEC 61400-4 se menciona que las multiplicadoras que tienen más de una etapa, lo ideal sería, que en cada una de sus etapas llevara un lubricante diferente, para conseguir así un rendimiento óptimo. Pero esto no es nada práctico. En una situación ideal, los rodamientos y engranajes de cada etapa tendrían productos distintos en cada una de estas. La estabilidad de la oxidación es un tema muy importante a su vez, si no se controla, se generan depósitos de barniz que atascara los filtros. Por lo tanto, entre los diferentes lubricantes, se decide utilizar un lubricante que se comprometa con las características de los diferentes lubricantes.

Según la norma IEC 61400-4, el sistema de refrigeración que debe tener la multiplicadora tiene que estar documentado. El sistema de refrigeración tiene que ser capaz de evacuar el calor generado por las condiciones de trabajo dentro de la multiplicadora. Según la norma, se hacen ensayos con diferentes lubricantes a la multiplicadora.

### **3.2.6.5.1 Método de lubricación**

El método más comúnmente empleado en la lubricación para aerogeneradores de más de 500kW de potencia es la lubricación a presión. En este método, el sistema de circulación del lubricante, en línea, en paralelo o en una combinación de ambas tiene que ser refrigerado para mantener la limpieza del lubricante. Aparte de esto, también tendrá un intercambiador de calor para enfriar el lubricante. Haciendo un diseño adecuado de la viscosidad, la velocidad del flujo, la presión de suministro, el tamaño del chorro, y la ubicación, estaría asegurado que todos los elementos del sistema estarían bien lubricados.

También hay otros tipos de métodos de lubricación, pero estos no usan bomba, y por esta y otras razones son menos eficaces y menos limpios.

### **3.2.6.5.2 Cantidad de lubricante**

La cantidad mínima de lubricante necesaria en aerogeneradores de más de dos etapas y 2MW de potencia, según la norma IEC 61400-4, está basada en experiencias de multiplicadoras en los aerogeneradores. En este caso, se cumplen las condiciones, por lo tanto, se podrá calcular mediante la siguiente formula:

$$P_{nom} = 2MW = 2.000KW \text{ (Potencia nominal del aerogenerador)}$$

$$Q_{lubricante} = 0,15 \cdot P_{nom} + 20 \quad \rightarrow \quad Q_{lubricante} = 0,15 \cdot 2.000 + 20 = 320 L$$

$$Q_{lubricante} = 320 L$$

(Fórmula 3.192)

### **3.2.6.5.3 Temperatura**

Es muy importante llevar un estudio de comprobación de la temperatura para que la viscosidad del fluido sea la adecuada. Es conveniente tomar la temperatura del fluido lubricante mínimo en una de las operaciones de trabajo (conjunto de engranajes, rodamientos...). El sistema de temperatura tiene que ser controlado en todas las fases de funcionamiento, y para ello se emplean sistemas de refrigerado o de calentamiento.

Los límites de temperatura que pueden tener los rodamientos, limitaran su vida útil y la viscosidad que tendrá el lubricante será la que limite la ISO 281. Los controles se

configuran para el apagado del aerogenerador con los máximos absolutos, la temperatura de los anillos exteriores de los rodamientos en un minuto alcanza como promedio los 105°C. La temperatura promedio continua, máxima y aceptable medida en el anillo exterior de los rodamientos es de 95°C.

### 3.2.6.5.4 Viscosidad

La viscosidad es la propiedad física más importante del lubricante, ya que tendrá impacto en la temperatura, la carga y la velocidad, teniendo consecuencia directa en el rendimiento y vida útil de la multiplicadora. Para elegir un nivel óptimo de viscosidad, se usaran las normas ISO 12925-1 y AGMA-9005, en función de la temperatura de funcionamiento, el volumen de lubricante y el índice de viscosidad.

Para encontrar la viscosidad adecuada para el lubricante, hay que hacerlo en función a las condiciones de trabajo y no a las de puesta en marcha, aunque sí que hay que tener en cuenta la puesta en marcha, ya que será en frío y el lubricante tendrá que tener el flujo adecuado para llegar a todas las superficies. En las condiciones de trabajo, es importante usar un lubricante que tenga la viscosidad adecuada para reducir la fricción entre metales y el desgaste.

La norma IEC 61400-4 facilita esta fórmula para la estimación de la viscosidad:

$$V_{40} = 500 \cdot V_t^{-0,5}$$

Donde,

$V_{40}$  viscosidad cinemática a 40°C [ $mm^2/s$ ]

$V_t$  velocidad de el paso de contacto en los [ $m/s$ ]

$$V_t = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{12} = \frac{\pi \cdot 21,3565 \text{ pulg} \cdot 97,9 \text{ rpm}}{12} = 547,37 \text{ ft}/\text{min}$$

(Fórmula 3.193)

$$D = 550 \text{ mm} \cdot \frac{0,03937 \text{ pulg}}{1 \text{ mm}} = 21,6535 \text{ pulg}$$

$$V_t = 547,37 \frac{\text{ft}}{\text{min}} \cdot \frac{0,3048 \text{ m}}{1 \text{ ft}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 2,78 \text{ m/s}$$

(Fórmula 3.194)

$$V_{40} = 500 \cdot 2,78^{-0,5} = 299,85 \text{ mm}^2/\text{s}$$

(Fórmula 3.195)

Si la viscosidad de condición de trabajo es muy grande para la condición de arranque en frío, hay diferentes soluciones. Para temperaturas bajas se emplea un lubricante de engranajes, un lubricante sintético, uno muy refinado con minerales o una combinación de ambos. Otra solución sería instalar un calentador para calentar el lubricante en el momento de arranque, así se conseguirá una viscosidad adecuada para esta situación.

### 3.2.6.5.5 Limpieza

Para alargar la vida útil de engranajes y rodamientos, es conveniente mantener el lubricante lo más limpio posible. Para ello se emplean filtros por los que pasa el lubricante antes de entrar a la multiplicadora. La limpieza el lubricante la establece la norma ISO 4406. Una limpieza que tiene que estar en régimen normal, para una multiplicadora que estará en funcionamiento constante no puede ser menor de -/17/14. En la siguiente tabla según la norma, se recomiendan los niveles de limpieza dependiendo del origen de la muestra.

Origen de la muestra de aceite	Código del nivel de limpieza según la Norma ISO 4406
Aceite añadido al multiplicador en cualquier lugar	-/14/11
Aceite en volumen de la multiplicadora después de un ensayo de fábrica en las instalaciones del fabricante de engranajes	-/15/12
Aceite en volumen de la multiplicadora, después de haber estado en servicio, pero dentro del mes siguiente la puesta en marcha de el aerogenerador	-/15/12
Aceite en volumen de la multiplicadora, muestreado según el programa de mantenimiento	-/16/13

NOTA El primer dígito del código de limpieza según la Norma ISO 4406, en el caso de conteo automático de partículas, se deja intencionadamente en blanco en todo este documento. El primer dígito describe el número permitido de partículas de 5 µm y más pequeños los cuales - conforme a los conocimientos actuales - no tienen influencia medible alguna sobre la vida útil ni sobre la fiabilidad de la multiplicadora. Además, la medición de estas pequeñas partículas en fluidos de alta viscosidad está sujeta a un grado elevado de incertidumbre.

**Tabla 3.38:** Nivel de limpieza en Lubricantes

La medición de las partículas, si se hace de modo automático, se pierde exactitud, debido a las burbujas creadas por la viscosidad, la contaminación en el agua y a los aditivos del lubricante.

Las mediciones se pueden hacer de forma manual o mediante una disolución. Esa disolución, tiene que tener un disolvente adecuado para la cromatografía (método de análisis que permite la separación de gases o líquidos), por ejemplo, Tolueno.

En los adjuntos de la norma IEC 61400-4 se especifica los niveles de limpieza y de filtración diferentes que necesita el lubricante. En la siguiente tabla se muestran estos niveles:

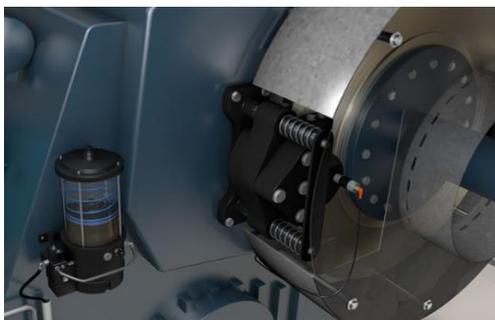
Parámetro	Método	Limite aceptable	Nivel de precaución	Nivel de alarma
Viscosidad, $v_{40}$	ISO 3104 ASTM D445	Nominal $v_{40} \pm 5\%$	Nominal $v_{40} \pm 8\%$	Nominal $v_{40} > \pm 10\%$
Elementos aditivos (A excepción de Si antiespumante)	ASTM D5185	Nueva $\pm 10\%$	Nueva $\pm 20\%$	Nueva $\pm 30\%$
Elementos de desgaste <sup>a</sup>	ASTM D5185			
Fe		< 50 ppm <sup>b</sup>	50 ppm a 150 ppm	> 150 ppm
Cr		TBD	TBD	TBD
Cu, Al <sup>a</sup>		< 20 ppm	20 ppm a 50 ppm	> 50 ppm
Nivel de limpieza	ISO 4406	-/16/13	-/17/14	-/18/15
Contenido de agua (excepto los aceites PAG)	ISO 12937 ASTM D6304	< 300 ppm	300 ppm a 600 ppm	> 600 ppm
<sup>a</sup> Los valores limite para elementos de desgaste se deberian acordar entre los fabricantes de multiplicador y de aerogenerador. Los valores limite deberian reflejar los materiales utilizados en la multiplicadora y en el sistema de lubricación. <sup>b</sup> Partes por millón.				

**Tabla 3.39:** Características de limpieza del lubricante

### 3.2.6.5.6 Control

Para controlar el nivel del lubricante en los aerogeneradores, se necesita un dispositivo que estará unido a la caja multiplicadora. Este dispositivo está instalado para dar mediciones exactas y para que en tiempo de mantenimiento la instalación no se dañe.

Las barras metálicas de buceo necesitan un sello positivo y su diseño debe hacerse para evitar mediciones falsas. El vidrio de inspección debe fabricarse con materiales especiales para leer fácilmente al ponerse en contacto con el lubricante. Además las miras de las señales visuales y sus conexiones, tienen que tener un tamaño mínimo para evitar la sedimentación.



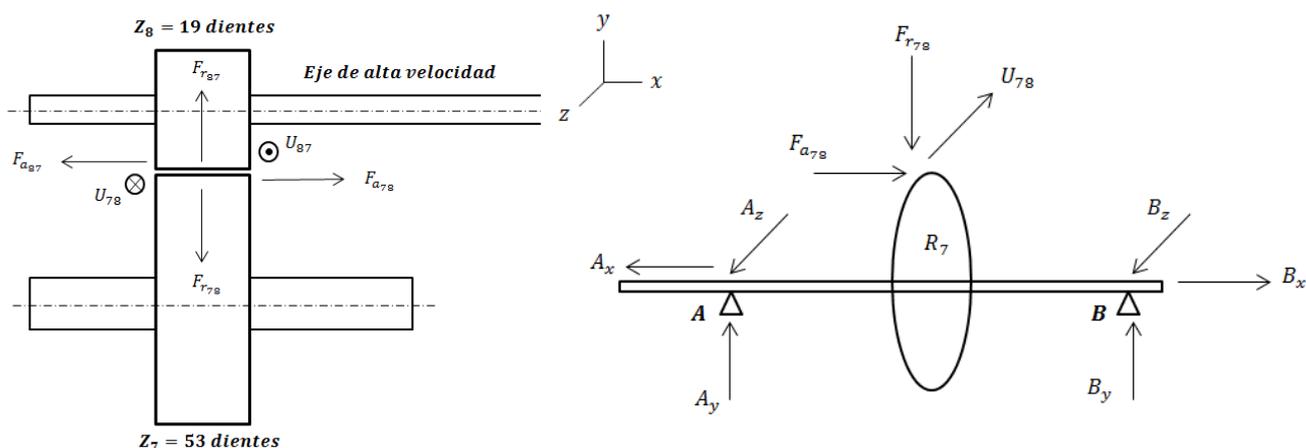
**Imagen 3.40:** Dispositivo medidor del lubricante

### 3.2.7 EJE DE ALTA VELOCIDAD

El eje de baja velocidad, es el eje que corresponde al rodamiento pequeño de la última etapa. Como ya se ha comentado anteriormente, el poner engranajes helicoidales genera unas fuerzas, por lo tanto, hay que estudiar e impacto que estas tendrán tanto en el eje como en los rodamientos.

#### 3.2.7.1 Fuerzas generadas por el engranaje

Tal y como se ha analizado en el apartado 3.2.6.3.2, los engranajes helicoidales de la tercera etapa generan, fuerza radial ( $F_r$ ), tangencial ( $U$ ) y axial ( $F_a$ ). En ese apartado, los cálculos se han hecho para el eje grande de la tercera etapa, pero esas fuerzas van a ser las mismas para la rueda grande y para la pequeña. Por lo tanto, se cogerán las mismas fuerzas pero en el sentido opuesto.



**Imagen 3.41:** *Fuerzas generadas por los engranajes helicoidales*

Primero, hay que calcular la fuerza tangencial teniendo en cuenta el torsk y el radio primitivo del engranaje:

Fuerza Tangencial:

$$U_{87} = U_{78} = 86,69 \text{ KN}$$

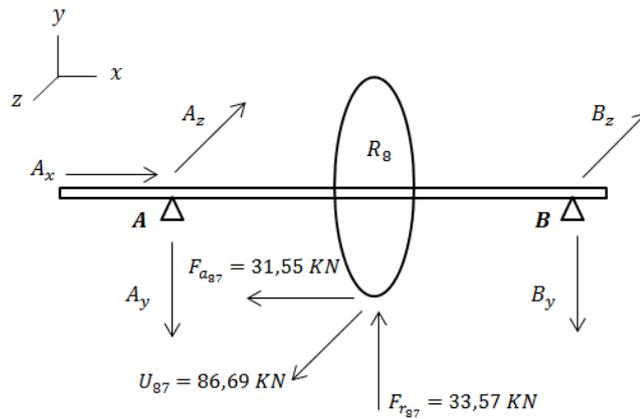
Fuerza Radial:

$$F_{r87} = F_{r78} = 33,57 \text{ KN}$$

Fuerza Axial:

$$F_{a87} = F_{a78} = 31,55 \text{ KN}$$

Las fuerzas por lo tanto quedaran así:

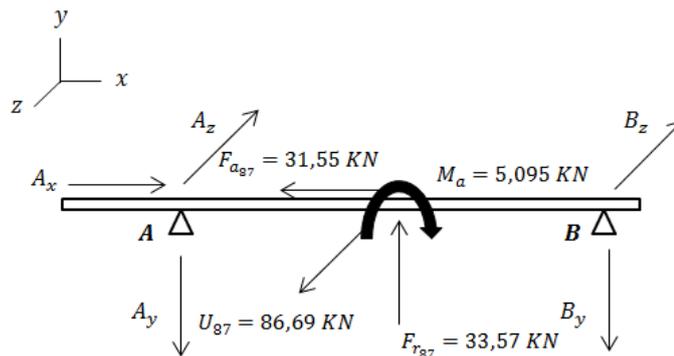


**Imagen 3.42:** Valores de las fuerzas generadas por los engranajes helicoidales

Al transmitir estas fuerzas al eje, la fuerza axial  $F_{a_{87}}$  generará un momento:

$$M_a = F_{a_{87}} \cdot \frac{D_g}{2} = 31,55 \cdot \frac{323}{2} = 5.095 \text{ KNmm} = 5,095 \text{ KNm}$$

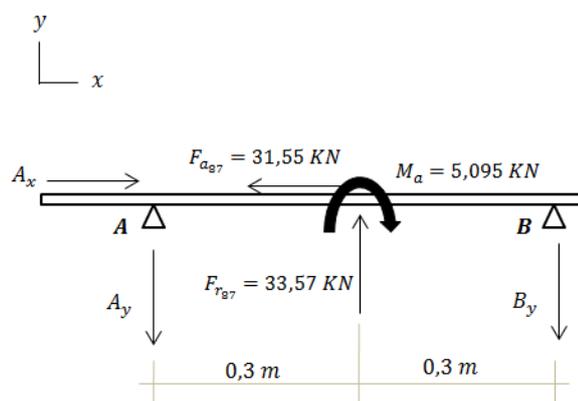
(Fórmula 3.196)



**Imagen 3.43:** Fuerzas generadas por los engranajes helicoidales en el eje

Para realizar el cálculo de las reacciones en los apoyos y hacer el diagrama de momento flector y momentos torsor hay que separar los planos XY y XZ:

Plano XY:



**Imagen 3.44:** Fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XY

Planteando el balance de fuerzas y momentos en este plano:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_y \cdot 0,6 - F_{r_{87}} \cdot 0,3 - M_a = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -A_y - B_y + F_{r_{87}} = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x - F_{a_{87}} = 0 \quad (3)$$

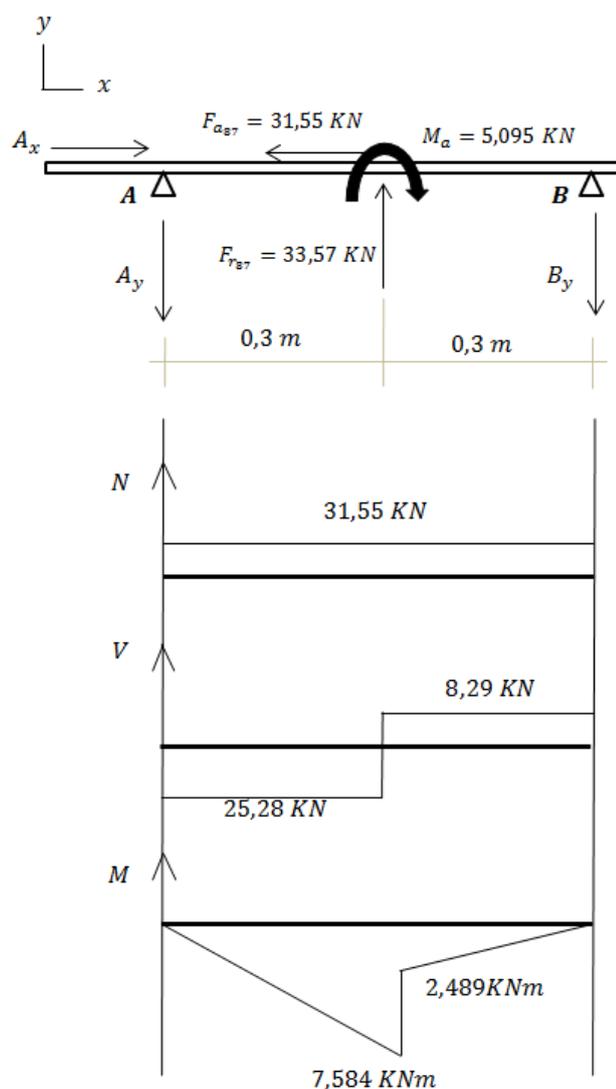
$$(3) A_x = F_{a_{87}} = 31,55 \text{ KN}$$

$$(1) A_y \cdot 0,6 - 33,57 \cdot 0,3 - 5,095 = 0 \rightarrow A_y = 25,28 \text{ KN}$$

$$(2) B_y = F_{r_{87}} - A_y \rightarrow B_y = 33,87 - 25,28 \rightarrow B_y = 8,29 \text{ KN}$$

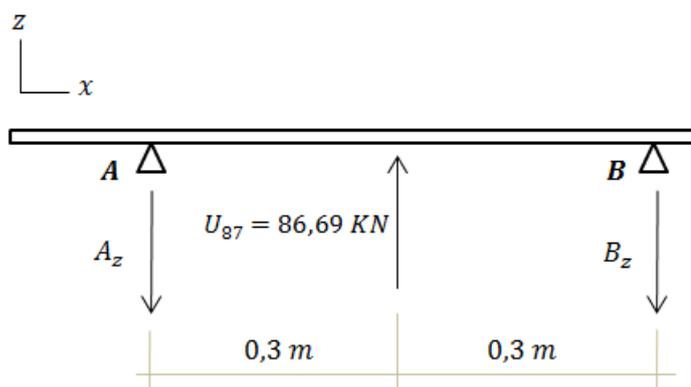
(Fórmula 3.197)

Los diagramas son los siguientes:



**Imagen 3.45:** Diagrama de fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XY

Plano XZ:



**Imagen 3.46:** Fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XZ

Planteando el balance de fuerzas y momentos en este plano:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_z \cdot 0,6 - U_{87} \cdot 0,3 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -A_z - B_z + U_{87} = 0 \quad (2)$$

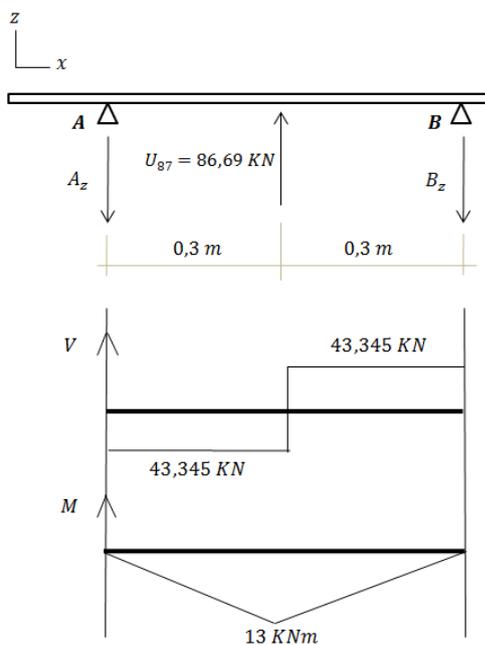
$$U_{87} = 89,69 \text{ KN}$$

$$(1) A_z \cdot 0,6 - 86,69 \cdot 0,3 = 0 \rightarrow A_z = 43,345 \text{ KN}$$

$$(2) B_z = U_{87} - A_z \rightarrow B_z = 86,69 - 43,345 \rightarrow B_z = 43,345 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.198)

Los diagramas son los siguientes:



**Imagen 3.47:** Diagrama de fuerzas generadas por el engranaje helicoidal en el plano XZ

Las reacciones resultantes en lo apoyos son las siguientes:

$$R_A = \sqrt{A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{25,28^2 + 43,345^2} = 50,18 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.199)

$$R_B = \sqrt{B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{8,29^2 + 43,345^2} = 44,13 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.200)

Momento flector máximo:

$$M_{TOT} = \sqrt{M_{xy}^2 + M_{xz}^2} = \sqrt{7,584^2 + 13^2} = 15,05 \text{ KNm}$$

(Fórmula 3.201)

### 3.2.7.2 Dimensionamiento del eje

Para el dimensionamiento de este eje, se aplicara la teoría de corte definida en el código ASME:

$$\sigma_{yp} = 600 \text{ MPa}$$

$$CS = 1,25$$

$$M_{TOT} = 15,05 \text{ KNm (Fórmula 3.201)}$$

$$T_4 = 14 \text{ KNm (Fórmula 3.129)}$$

$$C_m = 1,5 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$C_t = 1 \text{ (Tabla 3.6)}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M_{TOT})^2 + (C_t \cdot T_8)^2}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,25}{600 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(1,5 \cdot 15,05 \cdot 10^6)^2 + (1 \cdot 14 \cdot 10^6)^2}}$$

$$d \geq 82,61 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.202)

### 3.2.7.3 Elección de los rodamientos

Para elegir los rodamientos, hay que calcularlas fuerzas que soportaran en el lugar en el que se instalaran. Para ello, se tendrán en cuenta las fuerzas previamente calculadas en el apartado anterior.

Las reacciones resultantes de los apoyos se han calculado en el anterior apartado, y se podrán ver en las siguientes fórmulas: (Fórmula 3.199), (Fórmula 3.200) y (Fórmula 3.201)

$$R_A = 50,18 \text{ KN}$$

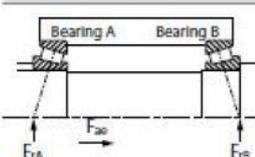
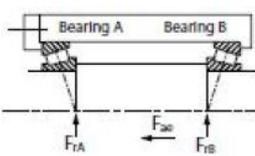
$$R_B = 44,13 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.203)

La fuerza axial será  $F_{ae} = F_{a87} = 31,55 \text{ KN}$ .

Se emplearan rodamientos de rodillos cónicos TIMKEN en los dos apoyos, y tal y como se ve en la (Fórmula 3.25), para este fabricante y teniendo una vida útil de 80.000 horas, con un 0,98 de fiabilidad:

$$L_{10} = 202,22 \text{ millón de rev.}$$

Design	Thrust Condition	Axial Load	Dynamic Equivalent Radial Load
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0.4 F_{rA} + K_A F_{aA}^{(1)}$ $P_B = F_{rB}$
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A} - F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0.4 F_{rB} + K_B F_{aB}^{(1)}$

**Tabla 3.40:** Hipótesis de cálculo de rodamientos cónicos *TIMKEN*

Condición de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 50,18 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 44,13 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$K_B = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{K_A} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow \frac{0,47 \cdot 50,18}{1,5} = \frac{0,47 \cdot 44,13}{1,5} + 31,55$$

(Fórmula 3.204)

$$15,72 \text{ KN} \leq 45,38 \text{ KN}$$

Carga de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 50,18 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 44,13 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$K_B = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow F_{aA} = \frac{0,47 \cdot 44,13}{1,5} + 31,55 \rightarrow F_{aA} = 45,38 \text{ KN}$$

$$F_{aB} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} \rightarrow F_{aB} = \frac{0,47 \cdot 44,13}{1,5} \rightarrow F_{aB} = 13,83 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.205)

Carga dinámica radial equivalente:

$$F_{rA} = R_A = 50,18 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 44,13 \text{ KN}$$

$$F_{aA} = 45,38 \text{ KN}$$

$$K_A = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$K_B = 1,5 \text{ (suponer)}$$

$$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA} \rightarrow P_A = 0,4 \cdot 50,18 + 1,5 \cdot 45,38 \rightarrow P_A = 88,14 \text{ KN}$$

$$P_B = F_{rB} \rightarrow P_B = 44,13 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.206)

Capacidad dinámica:

$$P_A = 88,14 \text{ KN} = 88.140 \text{ N}$$

$$P_B = 44,13 \text{ KN} = 44.130 \text{ N}$$

$$C_A \cdot 90^{1/a} = P_A \cdot (L_{10})^{1/a} \rightarrow C_A = \frac{P_A \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_A = \frac{88.140 \cdot (202,22)^{\frac{1}{10}}}{90^{\frac{1}{3}}} = 112.369,26 \text{ N}$$

(Fórmula 3.207)

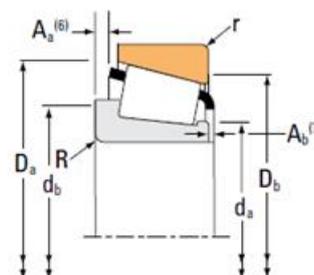
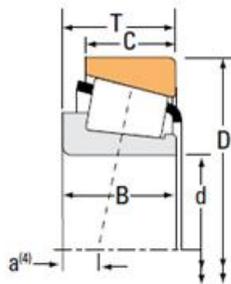
$$C_B \cdot 90^{1/a} = P_B \cdot (L_{10})^{1/a} \quad \rightarrow \quad C_B = \frac{P_B \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_B = \frac{44.130 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 56.261,12 \text{ N}$$

(Fórmula 3.208)

Hay que seleccionar un rodamiento del catálogo TIMKEN el cual tenga un diámetro interior mayor que  $d \geq 82,61 \text{ mm}$ , que es el eje mínimo calculado en el apartado anterior y que soporte la capacidad dinámica calculada:

**TYPE TS**



Bearing Dimensions			Load Ratings					Part Number	
Bore d	O.D. D	Width T	Dynamic <sup>(1)</sup>		Dynamic <sup>(3)</sup>		Static C <sub>0</sub>	Inner	Outer
			C <sub>1</sub>	Factors <sup>(2)</sup> e Y	C <sub>90</sub>	C <sub>a90</sub>			
mm in.	mm in.	mm in.	N lbf		N lbf	N lbf	N lbf		
85.000 3.3465	150.000 5.9055	41.275 1.6250	247000 55500	0.41 1.47	64000 14400	44800 10100	335000 75300	665X	653X
85.000 3.3465	150.000 5.9055	46.000 1.8110	332000 74600	0.33 1.80	86000 19300	49000 11000	446000 100000	JH217249	JH217210
85.000 3.3465	188.912 7.4375	53.297 2.0983	383000 86100	0.87 0.69	99300 22300	147000 33100	392000 88100	90334	90744
85.000 3.3465	200.000 7.8740	52.761 2.0772	482000 108000	0.63 0.95	125000 28100	135000 30400	519000 117000	98335	98788
85.025 3.3475	150.000 5.9055	44.455 1.7502	377000 84700	0.33 1.84	97600 21900	54400 12200	417000 93800	749	743

**Tabla 3.41:** Catálogo de rodamientos de rodillos cónicos *TIMKEN*

Se ha decidido usar los mismos rodamientos para los dos apoyos, siendo el rodamiento A es más restrictivo con una capacidad dinámica de  $C_A = 112.369,26 \text{ N}$ .

En este primer cálculo se habían supuesto  $K_A = 1,5$  y  $K_B = 1,5$  pero según el catalogo, sus valores serán  $K_A = 0,92$  y  $K_B = 0,92$ , por lo tanto hay que volver a calcular:

Condición de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 50,18 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 44,13 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 0,92$$

$$K_B = 0,92$$

$$\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{K_A} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow \frac{0,47 \cdot 50,18}{0,92} = \frac{0,47 \cdot 44,13}{0,92} + 31,55$$

(Fórmula 3.209)

$$25,64 \text{ KN} \leq 54,09 \text{ KN}$$

Carga de empuje:

$$F_{rA} = R_A = 50,18 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 44,13 \text{ KN}$$

$$F_{ae} = F_a = 31,55 \text{ KN}$$

$$K_A = 0,92$$

$$K_B = 0,92$$

$$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} + F_{ae} \rightarrow F_{aA} = \frac{0,47 \cdot 44,13}{0,92} + 31,55 \rightarrow F_{aA} = 54,09 \text{ KN}$$

$$F_{aB} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{K_B} \rightarrow F_{aB} = \frac{0,47 \cdot 44,13}{0,92} \rightarrow F_{aB} = 22,54 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.210)

Carga dinámica radial equivalente:

$$F_{rA} = R_A = 50,18 \text{ KN}$$

$$F_{rB} = R_B = 44,13 \text{ KN}$$

$$F_{aA} = 54,09 \text{ KN}$$

$$K_A = 0,92$$

$$K_B = 0,92$$

$$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA} \rightarrow P_A = 0,4 \cdot 50,18 + 0,92 \cdot 54,09 \rightarrow P_A = 61,82 \text{ KN}$$

$$P_B = F_{rB} \rightarrow P_B = 44,13 \text{ KN}$$

(Fórmula 3.211)

Capacidad dinámica:

$$P_A = 61,82 \text{ KN} = 61.820 \text{ N}$$

$$P_B = 44,13 \text{ KN} = 44.130 \text{ N}$$

$$C_A \cdot 90^{1/a} = P_A \cdot (L_{10})^{1/a} \quad \rightarrow \quad C_A = \frac{P_A \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_A = \frac{61.820 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 78.814,02 \text{ N}$$

(Fórmula 3.212)

$$C_B \cdot 90^{1/a} = P_B \cdot (L_{10})^{1/a} \quad \rightarrow \quad C_B = \frac{P_B \cdot (L_{10})^{1/a}}{90^{1/a}}$$

$$C_B = \frac{44.130 \cdot (202,22)^{1/\frac{10}{3}}}{90^{1/\frac{10}{3}}} = 56.261,12 \text{ N}$$

(Fórmula 3.213)

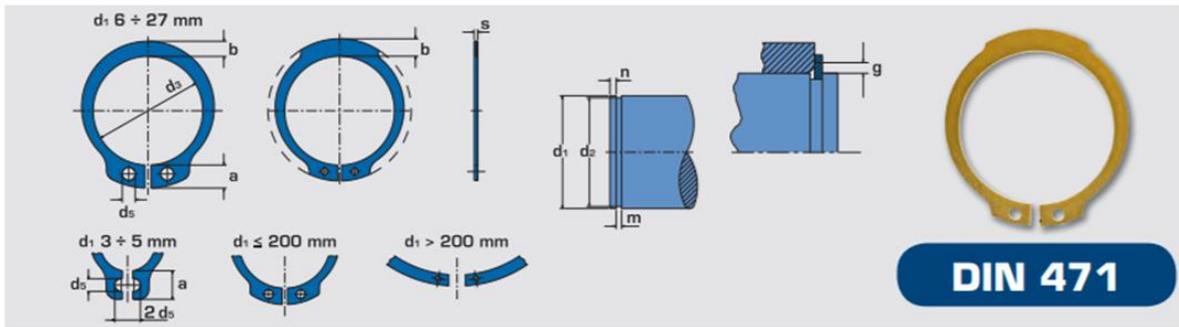
El rodamiento elegido previamente es capaz de soportar una capacidad dinámica mayor a la calculada ahora para el rodamiento A, por lo tanto el rodamiento seleccionado es adecuado:

$$C_{TIMKEN} = 482.000 \text{ N} > C_A = 78.814,02 \text{ N}$$

En el caso del rodamiento B el valor de la capacidad dinámica no cambia, por lo tanto el rodamiento escogido previamente es adecuado.

**Inner: 98335 Outer: 98788**

Por último, para la sujeción de los rodamientos, se utilizaran unos anillos de seguridad. Teniendo en cuenta el diámetro del eje y el DIN 471, se han seleccionado los anillos de seguridad para ejes DIN 471 de la empresa BENERI:



Dimensions in mm - Dimensions en mm - Medidas en mm

d <sub>1</sub>	s	d <sub>3</sub>	a <sub>max</sub>	b <sub>-</sub>	d <sub>5</sub> <sub>min.</sub>	d <sub>2</sub>	m H13	n min.	F <sub>N</sub> kN	F <sub>R</sub> kN	g	F <sub>Rg</sub> kN	nabl min <sup>4</sup>	Kg	A3	A31			
70	2,50	0/-0,07	65,5	0,46/-1,10	8,1	6,6	3,0	87,0	0/-0,300	2,65	4,5	53,80	134,20	2,5	23,00	6530	20,570	A3	A31
72	2,50	0/-0,07	67,5	0,46/-1,10	8,2	6,8	3,0	89,0	0/-0,300	2,65	4,5	55,30	131,80	2,5	22,80	6100	21,440	A3	A31
75	2,50	0/-0,07	70,5	0,46/-1,10	8,4	7,0	3,0	72,0	0/-0,300	2,65	4,5	57,60	130,00	2,5	22,80	5740	22,870	A3	A31
77	2,50	0/-0,07	72,5	0,46/-1,10	8,5	7,2	3,0	74,0	0/-0,300	2,65	4,5	59,30	131,00	3,0	19,70	5600	23,180	A3	A31
78	2,50	0/-0,07	73,5	0,46/-1,10	8,6	7,3	3,0	75,0	0/-0,300	2,65	4,5	60,00	131,30	3,0	19,75	5450	23,160	A3	A31
80	2,50	0/-0,07	74,5	0,46/-1,10	8,6	7,4	3,0	76,5	0/-0,300	2,65	5,3	71,80	128,40	3,0	19,50	6100	23,870	A3	A31
82	2,50	0/-0,07	76,5	0,46/-1,10	8,7	7,6	3,0	78,5	0/-0,300	2,65	5,3	72,50	128,00	3,0	19,60	5860	24,560	A3	A31
85	3,00	0/-0,08	79,5	0,46/-1,10	8,7	7,8	3,5	81,5	0/-0,540	3,15	5,3	76,20	215,40	3,0	33,40	5710	36,110	A4	A41
87	3,00	0/-0,08	81,5	0,54/-1,30	8,8	7,9	3,5	83,5	0/-0,540	3,15	5,3	78,20	222,00	3,0	34,80	5400	36,730	A4	A41
88	3,00	0/-0,08	82,5	0,54/-1,30	8,8	8,0	3,5	84,5	0/-0,540	3,15	5,3	79,00	221,80	3,0	34,85	5200	38,100	A4	A41
90	3,00	0/-0,08	84,5	0,54/-1,30	8,8	8,2	3,5	86,5	0/-0,540	3,15	5,3	80,80	217,20	3,0	34,40	4980	39,350	A4	A41

Tabla 3.42: Catálogo de anillos DIN 471 BENERI

### 3.2.8 SISTEMA DE ACOPLAMIENTO

Para que el eje pueda transmitirle al generador el torsi y la velocidad, es necesario un acoplamiento entre el eje de alta velocidad y el eje del generador. El sistema de acoplamiento que va a ser empleado, será mediante un acoplamiento elástico, para así evitar los posibles fallos de alineación entre ejes. El catalogo que se va a usar será, KTR de ROTEX.

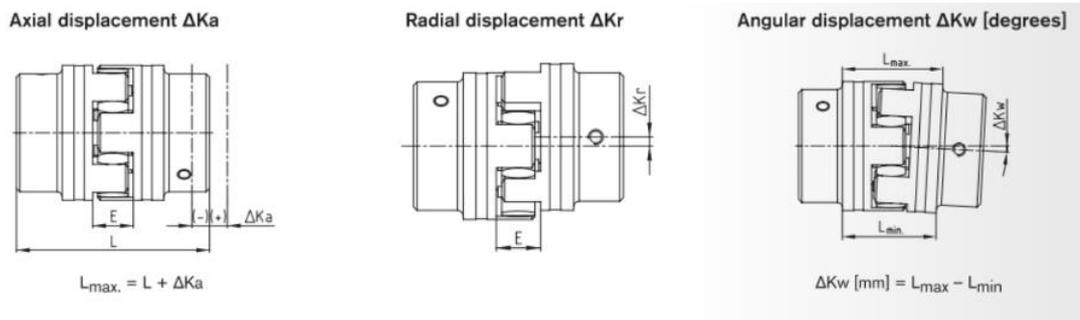
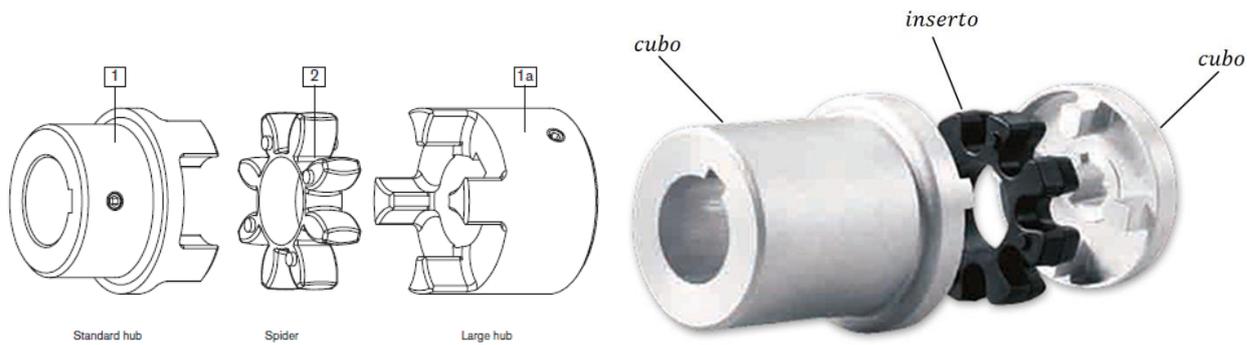


Imagen 3.48: Tipos de acoplamientos posibles



**Imagen 3.49:** Elementos del acoplamiento

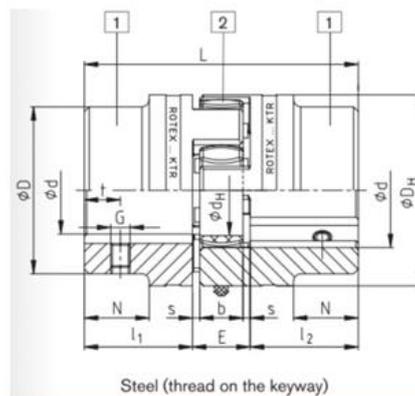
Antes de elegir el acoplamiento adecuado en el catálogo, primero hay que calcular el torsor que este deberá de soportar, y en consecuencia se elegirá un acoplamiento. Como la potencia tiene que mantenerse constante y la velocidad del eje de alta velocidad y del generador será de 1.500r.p.m. el valor del torsor será el siguiente:

$$T_8 = 14 \text{ KNm (Fórmula 3.129)}$$

$$T_{\text{Acoplamiento}} = T_8 = 14 \text{ KNm} = 14.000 \text{ Nm}$$

(Fórmula 3.214)

Sabiendo el valor del torsor y que el diámetro del eje de alta velocidad es 85mm, se podrá elegir un acoplamiento del catálogo:



ROTEX® Steel (St)																	
Size	Component	Spider (part 2) rated torque [Nm]			Finish bore d (min-max)	Dimensions [mm]											
		92 Sh-A	98 Sh-A	64 Sh-D		General										Thread for setscrew	
					L	l <sub>1</sub> ; l <sub>2</sub>	E	b	s	D <sub>H</sub>	d <sub>H</sub>	D	N	G	t	T <sub>A</sub> [Nm]	
110	1	4800	7200	9000	0-125	295	120	55	42	6,5	255	127	200	96	M16	35	80
125	1	6650	10000	12500	60-145	340	140	60	46	7	290	147	230	112	M16	40	80
140	1	8550	12800	16000	60-160	375	155	65	50	7,5	320	165	255	124	M20	45	140
160	1	12800	19200	24000	80-185	425	175	75	57	9	370	190	290	140	M20	50	140
180	1	18650	28000	35000	85-200	475	195	85	64	10,5	420	220	325	156	M20	50	140

**Tabla 3.43:** Catalogo de Acoplamiento elástico ROTEX

El acoplamiento elegido, tiene la araña (Spider) de material con dureza 64 Sh-D, el cual es capaz de soportar un par de hasta  $T = 16.000 Nm$ . Además, la dimensiones del eje pueden estar entre  $60 mm - 160 mm$ , por lo tanto el eje de  $85 mm$  se podrá acoplar sin problemas. En la imagen 3.49 se pueden ver los elementos que forman el acoplamiento, y en la tabla 3.43 las dimensiones. Por lo tanto la referencia será la siguiente, teniendo en cuenta que el segundo *Component* y *Finish Bore* que aparecen hacen referencia al eje del generador, que será a su vez de  $85mm$ .

ROTEX®140	St	64 Sh-D	1 Ø85		1a Ø85	
Coupling Size	Material	Spider Hardness	Component	Finish Bore	Component	Finish Bore

El acoplamiento exige uso de chaveta. El cálculo de la chaveta se dimensionara siguiendo la norma DIN 6885. Como la velocidad del eje de alta velocidad es conocida, y también su diámetro y el valor de la torsión, se puede seleccionar la chaveta que ira en el eje de alta velocidad.

$$\varnothing_8 = 85 mm$$

$$\omega_8 = 1.500 r.p.m.$$

Primero habrá que saber cuál es el material de la chaveta, en este caso será acero AISI 1060.

Material Nº		Código DIN	similar Código AISI	Elementos esenciales de la aleación				Aleación
				% C	% Cr	% Ni	% Mo	
<b>ACEROS DE CEMENTACIÓN</b>								
1.0301		C 10		0,07 - 0,13				
1.0401		C 15		0,12 - 0,18				
▲ 1.7131		16 MnCr 5	5115	0,14 - 0,19	0,8 - 1,1			
1.7147		20 MnCr 5	5120	0,17 - 0,22	1,0 - 1,3			
<b>ACEROS DE TEMPLE</b>								
▲ 1.0503		C 45 K	1043	0,42 - 0,5				
1.0601		C 60 K	1060	0,57 - 0,65				
▲ 1.7225		42 CrMo 4	4137	0,38 - 0,45	0,9 - 1,2	≤ 0,6	0,15 - 0,3	

**Tabla 3.44:** *Tabla de materiales de chavetas OPAC*

Las propiedades mecánicas del acero templado y revenido seleccionado previamente, AISI 1060, son las siguientes:

**TABLA C-9 Propiedades mecánicas de algunos aceros al carbono**  
Datos de varias fuentes. \* Valores aproximados. Consulte a los fabricantes de los materiales para información más precisa.

Número SAE/AISI	Estado	Limite elástico a la tensión (convencional al 2%)		Resistencia máxima a la tensión		Elongación en 2 in %	Dureza Brinell -HB
		kpsi	MPa	kpsi	MPa		
1060	laminado en caliente	54	372	98	676	12	200
	normalizado @ 1 650°F	61	421	112	772	18	229
	templado y revenido @ 1 200°F	76	524	116	800	23	229
	templado y revenido @ 1 000°F	97	669	140	965	17	277
	templado y revenido @ 800°F	111	765	156	1 076	14	311
1095	laminado en caliente	66	455	120	827	10	248
	normalizado @ 1 650°F	72	496	147	1 014	9	13
	templado y revenido @ 1 200°F	80	552	130	896	21	269
	templado y revenido @ 800°F	112	772	176	1 213	12	363
	templado y revenido @ 600°F	118	814	183	1 262	10	375

**Tabla 3.45:** Propiedades de AISI 1060

$$\sigma_{yp} = 765 \text{ MPa} = 765 \text{ N/mm}^2$$

(Fórmula 3.215)

Las chavetas pueden dar fallo de dos formas, a cortante o por aplastamiento. El elemento que conlleva a estos fallos es en los dos casos el torsor, por lo tanto lo primero que hay que hacer es calcular la fuerza que ejerce el torsor en la chaveta.

$$T_8 = 14 \text{ KNm (Fórmula 3.129)}$$

$$\phi_8 = 85 \text{ mm}$$

$$F = \frac{T}{r_G} = \frac{T}{\phi_8/2} = \frac{14 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{85/2 \text{ mm}} = 329.411,76 \text{ N}$$

(Fórmula 3.216)

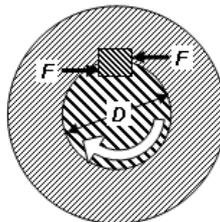
Según el catálogo de OPAC, dependiendo del diámetro del eje, se fijaran los valores de b y h. Por lo tanto, como el diámetro del eje será de 85 mm, según el catalogo, sus valores serán  $b_t = 25 \text{ mm}$  y  $h_t = 14 \text{ mm}$ .

b	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28													
h	2	3	4	3	5	4	6	5	7	6	8	6	8	9	14	16												
d1	>	6	8	10	12	12	17	17	22	22	30	30	38	38	44	44	50	50	58	58	65	65	75	75	85	85	95	95
	≤	8	10	12	17	17	22	22	30	30	38	38	44	44	50	50	58	58	65	65	75	75	85	85	95	95	110	110

**Tabla 3.46:** Catalogo de chavetas OPAC

Teniendo estos datos, se calculara la longitud de la chaveta en función a sus dos posibles fallos (a cortante y por aplastamiento), y el que sea más restrictivo será la longitud nominal correcta.

Fallo a cortante:



**Imagen 3.50:** Fuerza que soporta la claveta a cortante

Para calcular el fallo a cortante, se usara la siguiente formula:

$$F = 329.411,76 \text{ N (Fórmula 3.216)}$$

$$CS = 2$$

$$b_t = 22 \text{ mm (Tabla 3.46)}$$

$$\sigma_{yp} = 765 \text{ N/mm}^2 \text{ (Fórmula 3.215)}$$

$$\tau = \frac{F}{A} \leq \frac{\tau_{yp}}{CS} \rightarrow \tau = \frac{F}{b_t \cdot l} \leq \frac{\sigma_{yp}/2}{CS} \rightarrow \frac{329.411,76 \text{ N}}{22 \text{ mm} \cdot l} \leq \frac{\frac{765 \text{ N/mm}^2}{2}}{2} \rightarrow l \geq 78,29 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.217)

Fallo por aplastamiento:

Para calcular el fallo por aplastamiento, se usara la siguiente formula:

$$F = 329.411,76 \text{ N (Fórmula 3.216)}$$

$$CS = 2$$

$$h_t = 14 \text{ mm (Tabla 3.46)}$$

$$\sigma_{yp} = 765 \text{ N/mm}^2 \text{ (Fórmula 3.215)}$$

$$\frac{F}{A} \leq \frac{\sigma_{yp}}{CS} \rightarrow \tau = \frac{F}{\frac{h_t}{2} \cdot l} \leq \frac{\sigma_{yp}}{CS} \rightarrow \frac{329.411,76 \text{ N}}{\frac{14}{2} \text{ mm} \cdot l} \leq \frac{765 \text{ N/mm}^2}{2} \rightarrow l \geq 123,03 \text{ mm}$$

(Fórmula 3.218)

Según los cálculos, el fallo por aplastamiento es más restrictivo, por lo tanto en el catálogo hay que elegir una claveta que tenga una longitud mayor a  $l \geq 123,03 \text{ mm}$ :

b	18		20		22	
h	7	11	8	12	9	14
	50	• 45	56	• 55	63	• 60
	56	50	63	56	70	63
	63	• 55	70	• 60	80	• 65
	70	56	80	63	90	70
	80	• 60	90	• 65	100	• 75
	90	63	100	70	110	80
	100	• 65	110	• 75	125	• 85
	110	70	125	80	140	90
	125	• 75	140	• 85	160	• 95
	140	80	160	90	180	100
	160	• 85	180	• 95	200	110
	180	90	200	100	220	• 120
	200	• 95	220	110	250	125
		100		• 120		• 130

**Tabla 3.47:** Catalogo de chavetas *OPAC*

Longitud normalizada de la chaveta:  $l = 125 \text{ mm}$



**Imagen 3.51:** Dimensiones de las chavetas *OPAC*

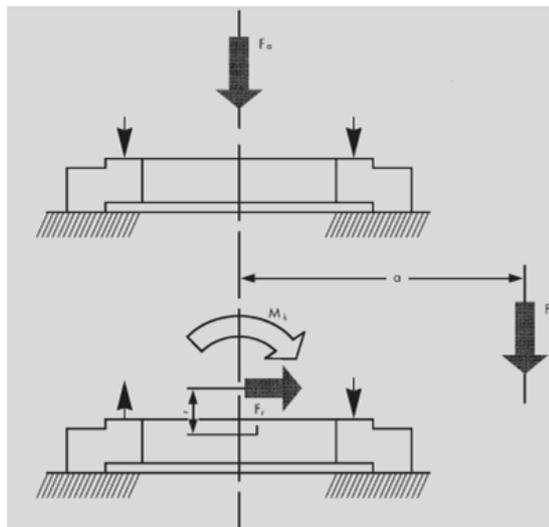
Chaveta: DIN 6885 A 22x14x125

### 3.2.9 SISTEMA DE ORIENTACIÓN

El sistema de orientación se encarga de orientar la góndola y el rotor en la dirección óptima del viento. Este sistema, conecta la góndola con la parte superior de la torre mediante rodamientos de bolas de grandes dimensiones. En este caso se usaran los rodamientos con dentado interior de la serie KD 600 de la empresa ROTHE ERDE.

#### 3.2.9.1 Fuerzas y momentos actuantes

Según el catalogo las fuerzas que van a actuar sobre el rodamiento son las siguientes:



**Imagen 3.52:** Fuerzas que actúan en el sistema de orientación

Antes de seleccionar el rodamiento, hay que calcular las cargas y momentos que este va a tener que soportar. La fuerza radial ( $F_{Radial}$ ), será la fuerza de arrastre generada por el viento sobre las palas del rotor ya que las fuerzas de sustentación encargadas de hacer girar las palas, se anulan entre sí. La fuerza radial, sería la siguiente:

$$F_{Radial} = 295,45 \text{ KN}$$

Por otra parte, estará la fuerza axial ( $N$ ) será la fuerza generada por el peso de la góndola. La masa de la góndola se ha obtenido de forma aproximada de aerogeneradores de características similares:

$$m_{Rotor} = 51.000 \text{ kg (Fórmula 3.1)}$$

$$m_{Gondola} \approx 60.000 \text{ kg (Dato aproximado)}$$

$$m_{Total} = m_{Rotor} + m_{Gondola} = 51.000 + 60.000 = 111.000 \text{ kg}$$

$$N = 111.000 \cdot 9,81 = 1.088.910 \text{ N} = 1.088,91 \text{ kN}$$

(Fórmula 3.219)

En este caso, se ha optado por posicionar el centro de gravedad justo en el eje de la torre, en el centro del rodamiento. Se trata de una aproximación ya que en la realidad habría una desalineación por la que el peso total generaría un momento de vuelco generado por la fuerza radial. Esto ocurre debido a que dicha fuerza está aplicada en el centro del rotor a una distancia de  $2 \text{ m}$  respecto el rodamiento. Cálculo del momento de vuelco ( $M_k$ ):

$$M_k = 295,45 \text{ kN} \cdot 2\text{m} = 590,9 \text{ kNm}$$

(Fórmula 3.220)

### 3.2.9.2 Coeficientes y combinaciones de cargas

Para la correcta selección del rodamiento se deberán realizar dos hipótesis o combinaciones de cargas para el cálculo a estática según el catálogo. Una vez calculadas ambas hipótesis se utilizarán los valores más grandes ya que serán los más críticos. Las combinaciones de carga son las siguientes:

Combinación de cargas I

$$F_a' = (F_a + 5,046 \cdot F_r) \cdot f_{stat}$$

$$M_k' = M_k \cdot f_{stat}$$

Combinación de cargas II

$$F_a' = (1,225 \cdot F_a + 2,676 \cdot F_r) \cdot f_{stat}$$

$$M_k' = 1,225 \cdot M_k \cdot f_{stat}$$

**Imagen 3.53:** Combinaciones de cargas de rodamientos de grandes dimensiones

En primer lugar se tienen que determinar los factores de carga dependiendo de la aplicación. Para ello se utilizará la tabla proporcionada por el fabricante:

Casos de aplicación	$f_{sat}$	$f_L$	Vida útil, giros a plena carga
Mecanismo principal de giro de rotopalas			300.000
Retro-cargadores	1,45**	2,15	
Apiladores			
Cintas transportadoras en voladizo			

**Tabla 3.48:** Factores de carga para el cálculo del rodamiento de grandes dimensiones

$$f_{sat} = 1,45$$

$$f_L = 2,15$$

1º Combinación:

$$N' = (N + 5,046 \cdot F_{Radial}) \cdot f_{sat} = (1.088,91 + 5,046 \cdot 295,45) \cdot 1,45$$

$$N' = 3.740,64 \text{ KN}$$

$$M_k' = M_k \cdot f_{sat} = 590,9 \cdot 1,45 = 856,81 \text{ kNm}$$

(Fórmula 3.221)

2º Combinación:

$$N' = (1,225 \cdot N + 2,676 \cdot F_{Radial}) \cdot f_{sat} = (1,225 \cdot 1.088,91 + 2,676 \cdot 295,45) \cdot 1,45$$

$$N' = 3.080,58 \text{ KN}$$

$$M_k' = 1,225 \cdot M_k \cdot f_{sat} = 1,225 \cdot 590,9 \cdot 1,45 = 1.049,59 \text{ kNm}$$

(Fórmula 3.222)

Como se puede comprobar la primera hipótesis de carga es la más crítica según la fuerza axial ( $N'$ ) pero la segunda hipótesis es la más crítica según el momento de vuelco ( $M_k'$ ). Por ello, se realizará la selección del rodamiento utilizando los valores más críticos:

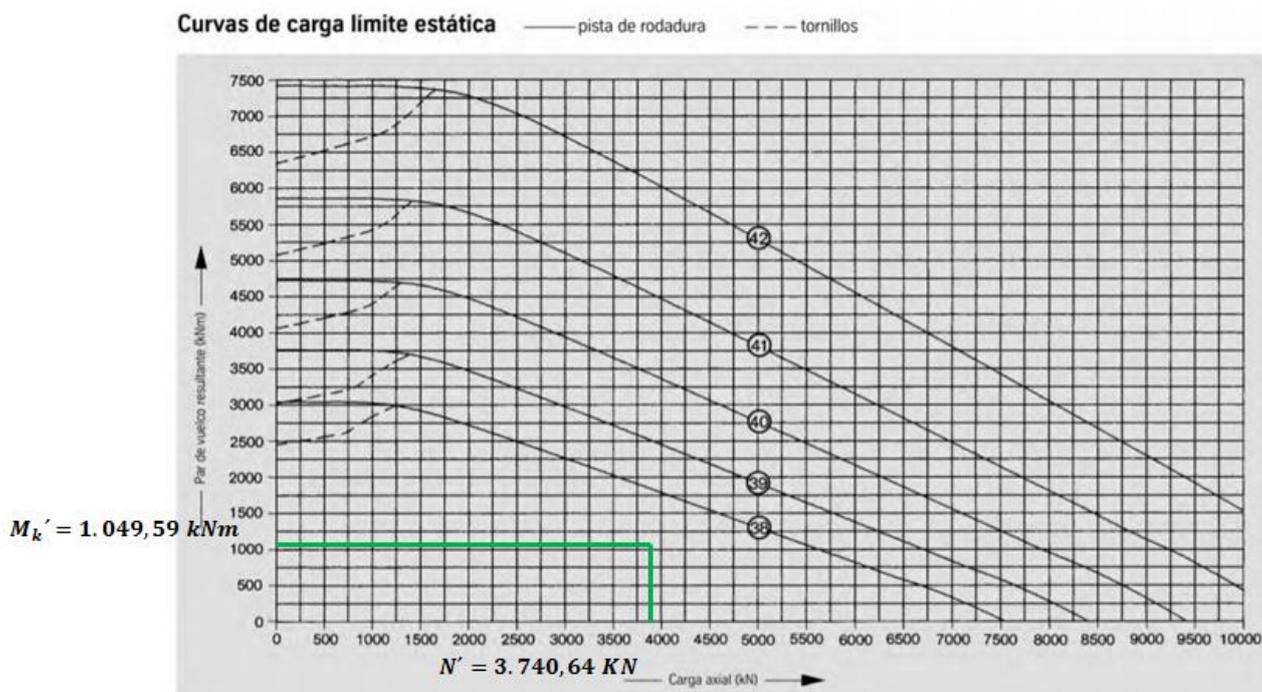
$$N' = 3.740,64 \text{ KN}$$

$$M_k' = 1.049,59 \text{ kNm}$$

(Fórmula 3.223)

### 3.2.9.3 Selección del rodamiento

Para seleccionar el rodamiento adecuado, se utilizarán las curvas de carga estática del rodamiento de serie KD 600. Según el catálogo, la curva apropiada capaz de soportar dichas cargas será la que quede por encima del punto obtenido mediante las cargas críticas:



**Imagen 3.54:** Curvas de carga límite estática serie KD 600

La curva capaz de soportar las cargas de la combinación más crítica, es la curva 38. Para seleccionar el rodamiento se utilizará la siguiente tabla y se seleccionara el rodamiento de la curva 38:

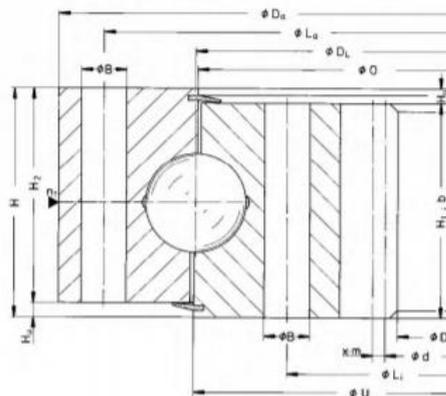
**Rodamientos con dentado interior**

Número de plano	Diámetro círculo rodadura $D_r$ (mm)	Peso (kg)	Diámetro exterior $D_a$ (mm)	Diámetro interior $D_i$ (mm)	Altura total $H$ (mm)	Diámetro círculo taladro exterior $L_2$ (mm)	Diámetro círculo taladro interior $L_1$ (mm)	Cantidad taladros por círculo $n$	Diámetro del taladro $B$ (mm)	Medida del tornillo $M$ (mm)	Cantidad de engrasadores $n_1$	Diámetro $O$ (mm)	Diámetro $U$ (mm)	Altura del aro $H_1$ (mm)	Altura del aro $H_2$ (mm)	Separación abajo aros exterior/interior $H_e$ (mm)	Separación arriba aros exterior/interior $H_o$ (mm)	Diámetro permitido $d$ (mm)	Módulo $m$ (mm)	Cantidad de dientes $z$	Corrección perfil, signo +DIN 3980, Octabre 1976 $x \cdot m$ (mm)	Ajuste cabeza de diente $k \cdot m$ (mm)	Altura del diente $b$ (mm)	Fuerza tangencial admisible normal (kN)	Fuerza tangencial admisible máxima (kN)	Carros
062.50.1800.001.49.1504	762	1971	1554	109	1905	1695	36	33	30	9	1798	1802	100	99	10	9	1568	14	112	-7,0	-	100	128,5	257,0	38	
062.50.2000.001.49.1504	843	2171	1764	109	2105	1895	40	33	30	8	1998	2002	100	99	10	9	1778	14	127	-7,0	-	100	128,5	257,0	39	
062.50.2240.001.49.1504	961	2411	1984	109	2345	2135	48	33	30	8	2238	2242	100	99	10	9	2000	16	125	-8,0	-	100	146,8	293,6	40	
062.50.2490.001.49.1504	1053	2661	2240	109	2595	2385	54	33	30	9	2488	2492	100	99	10	9	2256	16	141	-8,0	-	100	146,8	293,6	41	
062.50.2800.001.49.1504	1205	2971	2544	109	2905	2695	60	33	30	12	2798	2802	100	99	10	9	2560	16	160	-8,0	-	100	146,8	293,6	42	

**Tabla 3.49:** Catalogo del rodamiento serie KD 600 con dentado interior

El rodamiento con dentado interior de la serie KD 600 escogido es el siguiente:

**Rodamiento con dentado interior: 062.50.1800.01.49.1504**



**Imagen 3.55:** Geometría del rodamiento de la serie KD 600

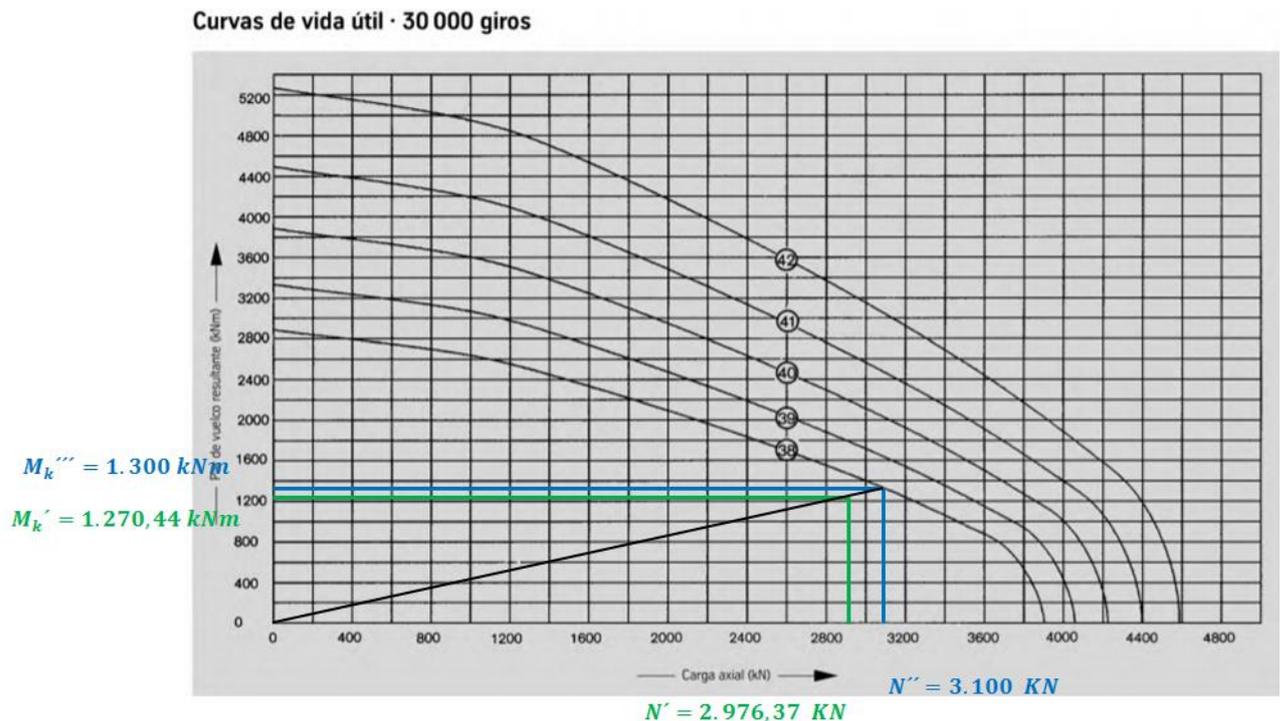
**3.2.9.4 Comprobación de la vida útil**

Una vez calculado el rodamiento, para hacer la comprobación de la vida útil, siguiendo la norma DIN/ISO 281. Segun el catalogo para un funcionamiento de 30.000 *giros*, hay que seguir las siguientes formulas:

$$N' = (N + F_{Radial}) \cdot f_L = (1.088,91 + 295,45) \cdot 2,15 = 2.976,37 \text{ KN} \quad (\text{Fórmula 3.224})$$

$$M_k' = M_k \cdot f_L = 590,9 \cdot 2,15 = 1.270,44 \text{ kNm} \quad (\text{Fórmula 3.225})$$

Estas cargas se deben comprobar en la curva de vida útil del rodamiento escogido, es decir, la curva 38:



**Imagen 3.56:** Curvas de vida útil rodamiento serie KD 600

Como se puede comprobar, las cargas siguen por debajo de la curva 38 correspondiente al rodamiento escogido por lo que el rodamiento sigue siendo válido. Las curvas de vida útil marcadas en la tabla son para una vida de 30000 *giros*, en este caso, al estar por debajo de esas curvas, el rodamiento escogido tiene una vida útil mayor. Para realizar el cálculo aproximado de la vida útil del rodamiento escogido se harán los siguientes cálculos:

$$f_L = \frac{N'_{\text{azul}}}{N'_{\text{verde}}} = \frac{3.100 \text{ KN}}{2.976,37 \text{ KN}} = 1,04 \quad (\text{Fórmula 3.226})$$

$$f_L = \frac{M_k'_{\text{azul}}}{M_k'_{\text{verde}}} = \frac{1.300 \text{ KNm}}{1.270,44 \text{ KNm}} = 1,03 \quad (\text{Fórmula 3.227})$$

Según el catalogo, se utilizara el valor más pequeño de  $f_L$  para realizar el cálculo de su vida útil. Y el valor del coeficiente  $P = 3$  por ser un rodamiento de bolas:

$$G = (f_L)^P \cdot 30.000$$

$$P = 3 \text{ (Rodamiento de bolas)}$$

$$f_L = 1,03$$

$$G = (1,03)^3 \cdot 30.000 = 32.781,81 \text{ giros}$$

(Fórmula 3.228)

Por último, como ya se ha mencionado al comienzo de la selección del rodamiento, se ha calculado estimando la posición del centro de gravedad en el centro de la torre o centro del rodamiento por lo que el único momento de vuelco era el generado por la fuerza de arrastre. En la realidad, podría haber algún tipo de desalineación la cual generaría un momento por lo que este cálculo es una estimación. A su vez, el rodamiento dependerá del diámetro superior de la torre, por lo que podría ser que hubiese que escoger un rodamiento de diámetro mayor, pero en cuanto a las cargas, ese rodamiento aguantaría sin problemas, ya que al ser de unas dimensiones mayores tendría también un mayor aguante.