

# Método Bootstrap para el cálculo de provisiones técnicas por siniestros

## Bootstrap method for calculating technical provisions for claims

JESSICA PAULE VIANEZ<sup>1</sup>

MANUEL GRANADO SÁNCHEZ<sup>2</sup>

JOSÉ LUIS COCA PÉREZ<sup>2</sup>

*Universidad Rey Juan Carlos (España)*

*Universidad de Extremadura (España)*

*Recibido el 18 de diciembre de 2015, aceptado el 25 de octubre de 2017*

*Publicado online el 20 de febrero de 2018*

Nº de clasificación JEL: G22 C53

DOI: 10.5295/cdg.150609jp

### Resumen:

*La adecuada gestión del riesgo es uno de los objetivos fundamentales en las compañías aseguradoras, la buena valoración de la incertidumbre es una de las claves de éxito en este sector empresarial, por ello, abarca el objeto de nuestro estudio. La clave para gestionar la incertidumbre es poder prever los posibles siniestros y así estimar las provisiones técnicas a constituir por la empresa para el pago de estos. La Directiva Europea Solvencia II, que entra en vigor en 2016, modificó sustancialmente la metodología a emplear para la estimación de las provisiones técnicas utilizada con anterioridad. Esta normativa establece una mejor valoración del riesgo para poder afrontar los pagos por siniestros sin tener problemas de insolvencia o escasa liquidez. Adaptándonos a dicha normativa, procedemos a estimar las provisiones técnicas mediante el método Chain Ladder aplicado mediante el formato triangulo, el cual se adapta a la directiva y tiene en cuenta el comportamiento de los pagos por siniestros en diferentes años. Para reducir la incertidumbre en nuestras estimaciones, utilizamos el método Bootstrap con el que determinaremos la fiabilidad de los datos estimando el error. Mediante los datos obtenidos de una compañía aseguradora en su ramo de autos, realizamos hipótesis para determinar la fiabilidad del método de estimación Chain Ladder con Bootstrap, obteniendo que dicha metodología se adecua a la nueva normativa además de demostrar su eficiencia en la estimación de las provisiones técnicas, siendo el percentil 50 el estadístico más adecuado para dicha estimación.*

### Palabras clave:

*Provisión técnica, riesgo, Solvencia II, Chain Ladder, Bootstrap*

---

1 Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas. Departamento Economía Financiera y Contabilidad, Paseo de los Artilleros, s/n, 28032 Madrid (España). [jessica.paule@urjc.es](mailto:jessica.paule@urjc.es)

2 Facultad de Estudios Empresariales y Turismo. Departamento Economía Financiera y Contabilidad, Av. De la Universidad, s/n, 10071, Cáceres (España). [m\\_granado@unex.es](mailto:m_granado@unex.es); [jlcocap@hotmail.com](mailto:jlcocap@hotmail.com)

**Abstract:**

*Proper risk management is one of the main objectives in the insurance companies, the good assessment of uncertainty is one of the keys to success in this business sector, therefore, covers the object of our study. The key to managing uncertainty is to foresee the possible claims and thus estimate the technical provisions to set up by the company for the payment of these. The European directive Solvency II, which came into force in 2016, substantially modified the methodology to be used for the estimation of technical provisions used previously. This regulation establishes a better assessment of the risk to meet payments for claims without having problems of low liquidity or insolvency. Adapting ourselves to this norm, we proceed to estimate technical provisions through the Chain Ladder method implemented by the triangle format, which adapts to the directive and takes into account the behaviour of the payments for claims in different years. To reduce uncertainty in our estimates, we use the Bootstrap method which we will determine the reliability of the data estimating the error. Using the data obtained from an insurance company in its area of cars, we carry out hypothesis to determine the reliability of the Chain Ladder with Bootstrap estimation method.*

**Keywords:**

*Technical provision, risk, Solvency II, Chain Ladder, Bootstrap.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La importancia de este estudio radica en lo imprescindible que resulta a las compañías aseguradoras la adecuada cuantificación de los riesgos, “los sistemas de cuantificación de riesgos deben configurarse de forma que efectivamente generen un valor añadido para la entidad, facilitando la ejecución de los planes de negocio y anticipando los posibles escenarios adversos” (UNESPA 2007, p.5). La cuantificación de los riesgos se refleja en las provisiones técnicas de la empresa, estas definidas en el Real Decreto 2486 de 20 de noviembre de 1998 (actualmente derogado en parte por el Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras): *las provisiones técnicas deberán reflejar en el balance de las entidades aseguradoras el importe de las obligaciones asumidas que se derivan de los contratos de seguros y reaseguros. Se deberán constituir por un importe suficiente para garantizar, atendiendo a criterios prudentes y razonables, todas las obligaciones derivadas de los referidos contratos, así como para mantener la necesaria estabilidad de la entidad aseguradora frente a oscilaciones aleatorias o cíclicas de la siniestralidad o frente a posibles riesgos especiales.* Estas obligaciones, que forman parte del pasivo de la entidad, se dividen en provisiones de obligaciones por primas y provisiones de obligaciones por siniestros, siendo estas últimas las provisiones objeto de estudio, concretamente dentro de las mismas, las provisiones por las prestaciones realizadas por siniestros.

La provisión por obligaciones por siniestros “es extremadamente subjetiva y suele ser una de las causas de insolvencia de las compañías de seguros no-vida” (González-Quevedo 2002, p.88), de ahí la gran importancia de conseguir la mejor estimación para disminuir este riesgo en las compañías aseguradoras. Esta mejor estimación, más conocida como Best Estimate, es mencionada en la Directiva Solvencia II (Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio), *el valor de las provisiones técnicas será igual a la suma de la mejor estimación y de un margen de riesgo*, además establece como obtenerlas, *la mejor estimación se corresponderá con la media de los flujos de caja futuros ponderada por su probabilidad, teniendo en cuenta el valor temporal del dinero mediante la aplicación de la pertinente estructura temporal de tipos de interés sin riesgo.*

La estimación de las provisiones técnicas tradicionalmente “se ha llevado a cabo bajo el principio de prudencia incorporando márgenes técnicos y financieros linealmente estipulados” (Garayeta et al. 2012, p.113), pero el estrechamiento en los márgenes de intermediación de los últimos años lleva a incorporar la valoración de estas garantías de forma explícita (Biffis y Millossovich 2006), por ello entre otros motivos, surge la Directiva Solvencia II.

Solvencia II es la normativa europea que regula desde de 2016 la actividad aseguradora a nivel europeo y que pretende, entre otras cuestiones, una mejor y más unificada estimación de las provisiones en los seguros no vida restringiendo la metodología a aplicar para su cálculo.

Para conseguir la estimación de las provisiones técnicas a constituir, uno de los primeros métodos y probablemente el más popular (Mack 1994) fue el método Chain-Ladder, perfeccionado posteriormente y que se adecua a las exigencias de Solvencia II en la medida

en que permite obtener el Best Estimate. Con el método Chain Ladder podemos obtener la mejor estimación aplicando factores de inflación y de descuento a los valores con los que trabajamos.

Para estimar la variabilidad recurriremos a técnicas estocásticas mediante la aplicación de la metodología Bootstrap (Efron 1979), la cual consiste en obtener la variabilidad de las reservas realizando numerosas simulaciones aleatorias a partir de la información histórica (UNESPA 2007, p.31). El proceso de Bootstrap supone la regeneración de la muestra con reemplazamiento a partir de los residuos (Albarrán y Alonso 2010, p.157), así conseguimos estudiar la precisión asociada a los determinados estadísticos, lo que nos permite conocer algo más sobre la incertidumbre de los pagos futuros que se deberán afrontar en los próximos periodos y, por tanto, posibilita añadir a las reservas márgenes de solvencia con sentido estadístico (Boj et al. 2014; Boj y Costa 2017).

La utilización del Chain Ladder y el Bootstrap está justificada porque, por un lado, el método Chain Ladder tiene en consideración la variación que presenta la siniestralidad en los periodos futuros considerados debido a los cambios en la información o mayores siniestros. El método Bootstrap por su parte, una de las ventajas que presenta es que permite aproximar la distribución de algún estadístico de los datos de una forma fácil y rápida sin necesidad de realizar una estimación paramétrica ni supuestos acerca de la distribución de los datos (Athié 2010, p.13). Además, este último método permite con los datos obtenidos extraer el error estándar por regeneración.

Estos métodos los aplicamos sobre el formato triángulo o triángulo de desarrollo (Taylor y Ashe 1983). Este formato, además de ser el más útil para la aplicación del Chain Ladder y el Bootstrap, permite una clara visión de la siniestralidad tanto por pagos por siniestros ocurridos en un año y los pagos por siniestros en cada año de desarrollo, como por los pagos por siniestros por año contable.

El supuesto a analizar corresponde al ramo de autos de una entidad aseguradora y los datos con los que realizamos el estudio corresponden al periodo 2003-2011. El objetivo del estudio consiste en la estimación de los IBNR, siniestros ocurridos pero no notificados, con los que obtendremos las provisiones técnicas a constituir por la compañía.

La estructura seguida en este trabajo es: Introducción (expuesta con anterioridad), Justificación de la Metodología, Planteamiento, Prueba Empírica, Análisis de los datos y Conclusiones.

En primer lugar en la justificación de la metodología, exponemos las razones por las que nos decantamos por estos métodos de estimación.

En segundo lugar en el planteamiento, exponemos las hipótesis por las cuales nos guiaremos para establecer las provisiones a constituir.

En tercer lugar en la prueba empírica, aplicamos la metodología propuesta a los datos de una compañía aseguradora con sus consiguientes explicaciones.

En cuarto lugar en el análisis de los datos, analizaremos los datos obtenidos comparándolos con los datos reales.

Por último, desarrollamos las conclusiones expuestas en base a los resultados obtenidos.

## 2. JUSTIFICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

El estudio del riesgo en el sector asegurador ha sido objeto de diversos estudios, y concretamente, la cuantificación de dicho riesgo ha tenido un especial auge debido a la publicación de la Directiva Solvencia II.

El método elegido en este trabajo para realizar la estimación de las provisiones técnicas ha sido el método Chain Ladder, método propuesto para la estimación de pagos por siniestros por diversos autores. Athié (2010) menciona respecto al Chain Ladder que “la variabilidad de la reserva incluye posibles variaciones en cada uno de los periodos futuros considerados en la estimación de la reserva, porque cada una de las estimaciones futuras influye en el cálculo de dicha reserva”. England y Verrall (1999) afirmaron que el método Chain Ladder en sí, aunque obtenía resultados similares a los métodos estocásticos, este no aportaba información sobre los parámetros, por lo que propone la introducción de la metodología Bootstrap para el estudio de estos, además de la obtención del error de muestreo estándar. Álvarez-Jareño y Coll-Serrano (2012) se reafirman en la idea de la necesidad de completar los resultados obtenidos con el Chain Ladder con el método Bootstrap para obtener los intervalos de confianza de las reservas y el error de muestreo. El método Bootstrap presenta la forma más directa y cuya aplicación es más sencilla (Athié 2010, p.13). La técnica Bootstrap proporciona estimaciones del error estadístico, imponiendo escasas restricciones sobre las variables aleatorias analizadas y estableciéndose como un procedimiento de carácter general, independientemente del estadístico considerado (Solanas y Sierra 1992, p.143). En base a esto nos hemos decantado por esta metodología en vez de por otros métodos estocásticos, porque entre otros aspectos, permite obtener las provisiones cuando existen reservas negativas, muy común en la realidad (Athié 2010, p.34), sin necesidad de aplicar metodología más compleja.

El Bootstrap lo aplicamos sobre los residuos de Pearson debido a que estos “tienen la propiedad de distribuirse asintóticamente como una Normal con media 0 y desviación 1” (Álvarez-Jareño y Coll-Serrano 2012, p.129) por lo que permite la compensación de valores.

El método Bootstrap se utiliza para obtener el error de estimación y se realiza una simulación para obtener el error de proceso (England 2002, p.461).

Para aplicar el Bootstrap vamos a utilizar el programa estadístico R, un programa cada vez más utilizado en el área actuarial (Claramunt et al. 2012). El programa R es uno de los más flexibles, potentes y profesionales del mercado y además cuenta en su librería con un paquete específico del Chain Ladder (German et al. 2014).

En nuestro artículo el principal aporte realizado es una comprobación empírica de los resultados en base a los resultados reales obtenidos en los años posteriores a los años de estudio, debido a que en anteriores investigaciones, se ha analizado la viabilidad de los diversos métodos planteados mediante investigaciones cuantitativas analizando los resultados obtenidos sin realizar una comprobación con los resultados reales obtenidos en una compañía.

### 3. PLANTEAMIENTO

Para llevar a cabo el estudio del método Chain Ladder con el método de remuestreo Bootstrap vamos a plantear varias hipótesis para la estimación de las provisiones a constituir.

Nuestro trabajo trata de una prueba empírica basada en los datos obtenidos de pagos por siniestros en años anteriores, en base a estos, con el método Chain Ladder realizaremos las estimaciones para las provisiones técnicas que debe constituir la entidad aseguradora. Para reflejar el error muestral aplicaremos el método Bootstrap, con el que obtendremos los valores de las provisiones en base a una distribución Gamma siendo la misma una de las más importantes desde el punto de vista actuarial por ser una de las que mejor se ajustan, en múltiples casos, a la distribución empírica de la cuantía de los siniestros (Cid 2000). Una vez obtenidas las estimaciones con el método Bootstrap procedemos a determinar las provisiones técnicas a constituir. En base a los resultados obtenidos sacaremos las conclusiones sobre la adaptación de la metodología Chain Ladder con Bootstrap para la estimación de provisiones técnicas siguiendo la normativa Solvencia II. Para realizar la comparación incluiremos la actualización de capitales, pero no tendremos en cuenta el margen de riesgo.

La primera hipótesis a plantear es que las provisiones técnicas a constituir se sitúan en torno a la mediana.

*H1: Las provisiones técnicas para el año 2012 se sitúan en torno a la mediana sin incluir el margen de riesgo.*

Con la utilización de la mediana como parámetro para la estimación de las provisiones técnicas aceptamos un riesgo moderado. Con *H1* asumiríamos que el valor más ajustado para determinar las provisiones técnicas será menor o igual al 50% de los valores muestreados, por lo que el percentil 50 sería el valor central entre todas las muestras estimadas. Podríamos determinar que la utilización del Chain Ladder con el Bootstrap nos aporte unas estimaciones fiables para el cálculo de provisiones técnicas impuesto por Solvencia II.

Sería conveniente realizar una comparativa también con el percentil 99,5% asumiendo un riesgo menor. Por ello, la segunda hipótesis a plantear sería:

*H2: Las provisiones técnicas para el año 2012 se sitúan en torno al percentil 99,5 sin incluir el margen de riesgo.*

Por último, analizaremos la media como estadístico para la obtención de estas provisiones, determinando que el valor de estas se sitúen en torno al promedio de las estimaciones. Por tanto la última hipótesis a plantear sería:

*H3: Las provisiones técnicas para el año 2012 se sitúan en torno a la media sin incluir el margen de riesgo.*

En base a estas hipótesis determinaremos si este método es fiable para la estimación de provisiones técnicas en seguros no vida y cuál es la medida más adecuada para determinar dicha provisión.

#### 4. PRUEBA EMPÍRICA

Los datos con los que realizaremos la prueba empírica corresponden a los pagos por siniestros realizados desde el año contable 2003 hasta el 2011 y los tenemos clasificados en pagos por siniestros por año de ocurrencia y año de desarrollo, es decir, año en el que se produce el siniestro y año posterior en el que se realiza el pago. Estos datos están clasificados en el triángulo de pagos acumulados.

Tabla 1

**Triángulo de pagos acumulados por siniestros ocurridos en el periodo 2003-2011**

Años de ocurrencia	Años de desarrollo								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2003	3.934.279	4.865.345	4.861.395	4.854.594	4.826.829	4.834.178	4.834.178	4.829.462	4.829.462
2004	3.377.348	4.142.598	4.155.625	4.169.031	4.173.352	4.173.152	4.173.152	4.173.152	
2005	3.111.955	3.960.024	3.966.881	3.947.549	3.947.908	3.947.908	3.947.908		
2006	2.647.798	3.206.271	3.214.028	3.227.286	3.227.112	3.227.112			
2007	3.684.410	3.488.121	3.508.174	3.491.077	3.477.720				
2008	3.471.853	4.423.311	4.420.303	4.440.496					
2009	3.491.999	4.463.209	4.570.811						
2010	3.215.107	4.012.069							
2011	3.197.535								

Fuente: Elaboración propia.

En base a este triángulo realizaremos todas las operaciones de estimación de las provisiones técnicas a constituir por la empresa.

Podemos observar como en algunos años se produce un incremento negativo, es decir, la compañía percibe dinero de sus asegurados, este es uno de los principales motivos por los que nos hemos decantado por el método Chain Ladder.

Para desarrollar el método Chain Ladder comenzamos a obtener las tasas de variación. Estas representan la variación media producida de un año de desarrollo a otro siendo su fórmula la siguiente:

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C'_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C'_{ij}} \quad (1)$$

Representando  $C'_{ij}$  los pagos por siniestros acumulados correspondientes al año de ocurrencia  $i$  y al año de desarrollo  $j$ , siendo  $n$  el total de años estudiados.

Aplicada la fórmula obtenemos las siguientes tasas de variación:

Tabla 2

**Tasas de variación en el periodo 2003-2011**

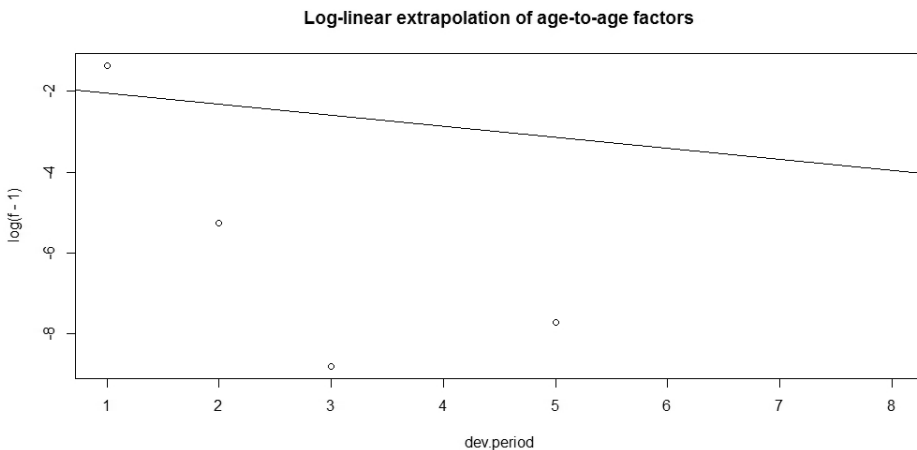
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_i$	1,255495	1,0051959	1,0001503	0,9981403	1,000442	1	0,9994764	1

Fuente: Elaboración propia.

Estas tasas las utilizamos para realizar las estimaciones para los años de desarrollo futuros. Se observa cómo la tendencia es a reducirse el incremento con los años, es decir, tiende a un límite. Para poder estimar el límite necesitamos obtener la tasa de variación entre el último año de desarrollo estimado al límite, para lo cual utilizamos la extrapolación log-lineal, es decir ajustamos al logaritmo neperiano de la muestra, de esta manera conseguimos mayor exactitud en el modelo (García 2007).

Gráfico 1

**Extrapolación Log-lineal**



Fuente: Elaboración propia con R.

Obteniendo el límite de la tendencia de los logaritmos neperianos de las tasas de variación menos 1 obtenemos la tasa de variación para obtener la totalidad de pagos siendo la misma: 1,04667.

Hay que tener en cuenta que aplicando la log-lineal hay muchos valores perdidos debido a la obtención de valores negativos, aún con ellos, hemos aceptado el factor obtenido debido a la aproximación de este al valor de la experiencia (1,05).

Una vez obtenida esta tasa, ya podemos obtener los pagos por siniestralidad a realizar por los siniestros ocurridos durante los años 2003-2011.



Tabla 3  
**Triángulo de pagos acumulados con las estimaciones futuras para siniestros ocurridos en el periodo 2003-2011**

Años de ocurrencia	Años de desarrollo									Ult.	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
2003	3.934.279	4.865.345	4.861.395	4.854.594	4.826.829	4.834.178	4.834.178	4.829.462	4.829.462	4.829.462	5.054.851
2004	3.377.348	4.142.598	4.155.625	4.169.031	4.173.352	4.173.152	4.173.152	4.173.152	4.173.152	4.173.152	4.367.911
2005	3.111.955	3.960.024	3.966.881	3.947.549	3.947.908	3.947.908	3.947.908	3.945.841	3.945.841	3.945.841	4.129.992
2006	2.647.798	3.206.271	3.214.028	3.227.286	3.227.112	3.227.112	3.227.112	3.225.422	3.225.422	3.225.422	3.375.951
2007	3.684.410	3.488.121	3.508.174	3.491.077	3.477.720	3.479.257	3.479.257	3.477.435	3.477.435	3.477.435	3.639.726
2008	3.471.853	4.423.311	4.420.303	4.440.496	4.432.238	4.434.197	4.434.197	4.431.875	4.431.875	4.431.875	4.638.709
2009	3.491.999	4.463.209	4.570.811	4.571.498	4.562.997	4.565.013	4.565.013	4.562.623	4.562.623	4.562.623	4.775.559
2010	3.215.107	4.012.069	4.032.915	4.033.522	4.026.021	4.027.800	4.027.800	4.025.691	4.025.691	4.025.691	4.213.568
2011	3.197.535	4.014.489	4.035.348	4.035.955	4.028.449	4.030.230	4.030.230	4.028.120	4.028.120	4.028.120	4.216.110

Fuente: Elaboración propia.

Según los datos obtenidos las estimaciones de pagos por siniestros totales para siniestros ocurridos en el período 2003-2011 son de 38.412.376 euros. Por tanto, teniendo en cuenta las provisiones ya pagadas, las estimaciones de pagos por siniestros ocurridos durante este periodo, según el método Chain Ladder, serían de 2.536.112 euros.

Teniendo en cuenta que se actualizan los datos año a año (impuesto por Solvencia II), para trabajar utilizaremos las provisiones hasta el noveno año de desarrollo, que en este caso serían: 823.357,4 euros.

Utilizando el método Chain Ladder el Best Estimate sería este valor aplicándole el tipo de interés libre de riesgo incluida la inflación correspondiente para el año 2011.

Tabla 4

**Triángulo de pagos acumulados con las estimaciones futuras para siniestros ocurridos en el periodo 2003-2011 aplicada la tasa de interés libre de riesgo**

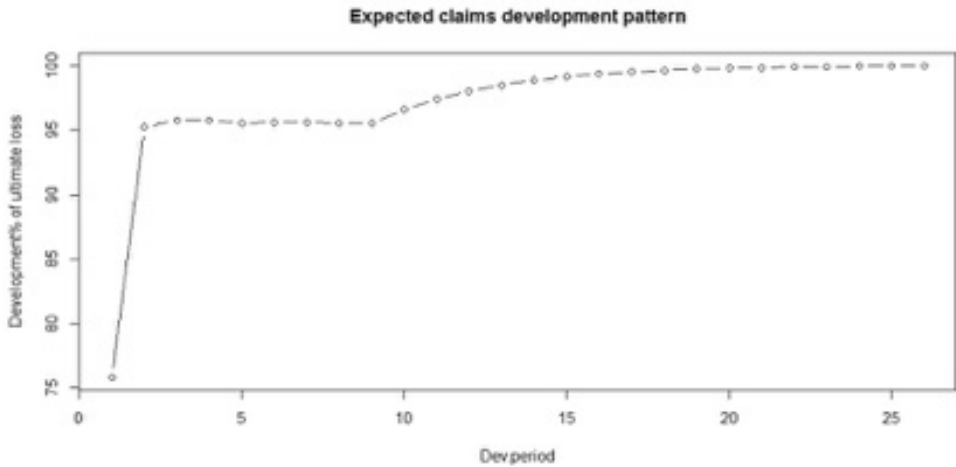
Años de ocurrencia	Años de desarrollo								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2003	3.934.279	4.865.345	4.861.395	4.854.594	4.826.829	4.834.178	4.834.178	4.829.462	4.829.462
2004	3.377.348	4.142.598	4.155.625	4.169.031	4.173.352	4.173.152	4.173.152	4.173.152	4.173.152
2005	3.111.955	3.960.024	3.966.881	3.947.549	3.947.908	3.947.908	3.947.908	3.945.870	3.945.870
2006	2.647.798	3.206.271	3.214.028	3.227.286	3.227.112	3.227.112	3.227.112	3.225.466	3.225.466
2007	2.684.410	3.488.121	3.508.174	3.491.077	3.477.720	3.479.236	3.479.236	3.477.486	3.477.486
2008	3.471.853	4.423.311	4.420.303	4.440.496	4.432.354	4.434.262	4.434.262	4.432.078	4.432.078
2009	3.491.999	4.463.209	4.570.811	4.571.488	4.563.206	4.565.143	4.565.143	4.562.948	4.562.948
2010	3.215.107	4.012.069	4.032.624	4.033.215	4.026.011	4.027.685	4.027.685	4.025.802	4.025.802
2011	3.197.535	4.003.093	4.023.415	4.023.997	4.016.936	4.018.570	4.018.570	4.016.742	4.016.742

Fuente: Elaboración propia.

Por tanto el Best Estimate según el Chain Ladder sería de 812.741 euros para las provisiones técnicas.

Gráfico 2

**Patrón de pagos**



Fuente: Elaboración propia con R.

Si observamos la evolución de la siniestralidad, podemos observar como sobre el 95% de los pagos por siniestros ocurridos durante el periodo estudiado se produce durante los dos primeros años de desarrollo, concretamente el 95,72%, y como a partir de este momento se estabiliza e incluso tiene bajadas, volviéndose a incrementar el noveno año de desarrollo. Las bajadas que se producen pueden ser debido a recobros o por estimaciones erróneas que han sido posteriormente declaradas por importes inferiores.

Para obtener el error de muestreo procedemos a aplicar la técnica Bootstrap la cual nos aporta una mayor fiabilidad de las estimaciones.

Comenzamos obteniendo los residuos de Pearson, estos los obtenemos en primer lugar, construyendo un nuevo triángulo inicial partiendo de las tasas de variación obtenidas con el Chain Ladder, aplicándolas desde el último pago acumulado hacia atrás. Una vez obtenido el nuevo triángulo acumulado, al que se denominará triángulo acumulado ajustado, procedemos a obtener el triángulo incremental ajustado, de manera que los residuos se corresponden con la diferencia entre los datos del triángulo incremental original y el triángulo incremental ajustado partido por la raíz cuadrada de este:

$$rp = C_{i,j} - m_{i,j} / \sqrt{m_{i,j}} \tag{2}$$

A este le aplicamos un ajuste para los grados de libertad.

$$rp' = rp \sqrt{t/t - p} \tag{3}$$

Siendo:

$$t = n(n + 1)/2. \tag{4}$$

$$p = 2n - 1. \tag{5}$$

Por tanto nuestro triángulo de residuos de Pearson sería el siguiente:

Tabla 5

**Triángulo de residuos de Pearson**

Años de ocurrencia	Años de desarrollo								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2003	84	-80	-298	-454	-322	184	0	-71	0
2004	58	-143	-95	829	223	-77	0	76	
2005	-19	87	-155	-1.330	146	-68	0		
2006	89	-192	-113	943	122	-61			
2007	-74	191	25	-1.253	-139				
2008	-40	90	-279	1.230					
2009	-111	78	889						
2010	18	-35							
2011	0								

Fuente: Elaboración propia.

En base a los residuos de Pearson, podemos determinar que existe una variabilidad de los datos moderada, por tanto, el error en las estimaciones también será moderado.

Con estos residuos obtenemos los muestreos aplicando el programa R. Para obtener una buena fiabilidad en las conclusiones y no trabajar con una dispersión de valores muy alta, aplicamos la técnica Bootstrap utilizando un remuestreo de 1.000.

La técnica Bootstrap construye intervalos de confianza utilizando los residuos para la obtención de un número preestablecido de muestras, estas con reemplazamiento, creando una distribución empírica de las estimaciones.

Cabe mencionar que la distribución utilizada con Bootstrap ha sido la Gamma, siendo de aplicación muy común la Poisson con Sobredispersión, no obstante, los resultados reportados no presentan grandes diferencias, habiéndonos decantado por esta última debido a su buena adaptación en los casos de heterocedasticidad.

Una vez aplicado el Bootstrap con el programa R obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 6  
**Tabla de resultados con la técnica Bootstrap**

Años de ocurrencia	Latest	Mean Ultimate	Mean IBNR	SD IBNR	IBNR 50%	IBNR 75%	IBNR 95%	IBNR 99%	IBNR 99,5%
2003	4.829.462	4.829.462	0	0	0	0	0	0	0
2004	4.173.142	4.173.152	0	0	0	0	0	0	0
2005	3.947.908	3.944.551	-3.357	31.307	-4,31E-15	4,00 E-41	3.545	43.088,25	91.492,07
2006	3.227.112	3.225.283	-1.829	27.782	-8,01 E-17	3,00 E-37	2.851	43.284,81	104.452,53
2007	3.477.720	3.479.936	2.216	39.255	-7,36 E-33	38,9	39.507	124.821,54	176.865,68
2008	4.440.496	4.431.075	-9.421	56.746	-35,34817	87,4	42.995	142.297,70	163.446
2009	4.570.811	4.563.203	-7.608	61.053	-54,69316	1.230	74.995	203.277,43	235.639,13
2010	4.012.069	4.026.493	14.425	78.487	863,4407	29.800	148.298	281.138,58	400.574,26
2011	3.197.535	4.054.945	857.410	386.365	808.804,60	1.080.000	1.607.529	1.883.288,03	2.018.969,58

Fuente: Elaboración propia.

En este cuadro podemos ver en la primera columna las provisiones acumuladas de cada año de ocurrencia hasta el año 2011, a continuación, se observa la estimación de las provisiones acumuladas medias para el noveno año de desarrollo obtenida con el Bootstrap. La tercera columna refleja la media de los IBNR (siniestros ocurridos en los respectivos años de ocurrencia que aún no han sido notificados o registrados). La cuarta columna recoge la desviación típica de los IBNR. La quinta y sucesivas columnas representan, respectivamente, los percentiles 50, 75, 95, 99, 99,5 de los IBNR.

Podemos observar como la media del IBNR va aumentando progresivamente, esto es debido a la incertidumbre en los datos.

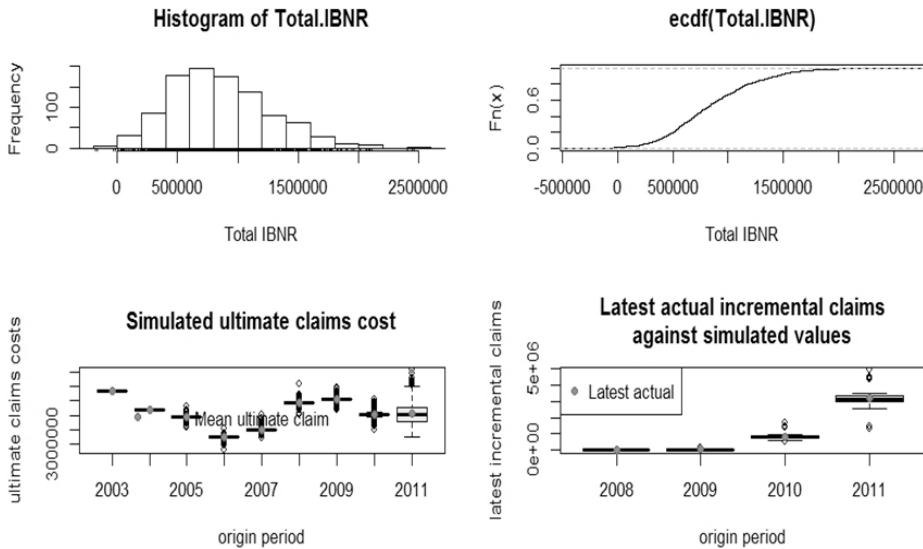
Analizando la desviación del IBNR podemos determinar que es elevada, por lo que existe bastante dispersión en las muestras, lo que podemos comprobar con los valores obtenidos por los diferentes percentiles, presentando diferencias significativas entre ellos.

En base a esto podemos determinar que el periodo de pagos por cada siniestro ocurrido es bastante elevado.

Podemos observar estos datos gráficamente:

Gráfico 4

**Representación datos obtenidos con la técnica Bootstrap**



Fuente: Elaboración propia con R.

En el histograma de los IBNR, podemos observar que los datos están bastante concentrados en los valores centrales pero con una gran dispersión en los laterales.

En el gráfico de la función de distribución de los IBNR llama la atención la posibilidad de que se produzcan valores negativos para la totalidad de pagos de los IBNR, es decir,

contempla la posibilidad de que la empresa perciba mayor cantidad por los recobros que por los pagos, claro que con una probabilidad mínima.

El tercer gráfico muestra la estimación media de pagos por siniestros para cada año de ocurrencia y sus desviaciones, incrementándose estas con los años.

El último gráfico representa la media de los IBNR por año de ocurrencia, observándose el gran incremento que se produce año a año y como la desviación aumenta considerablemente también debido al mayor número de estimaciones realizadas en años posteriores.

Tabla 7

**Totales de los datos obtenidos con la técnica Bootstrap**

	Totals
Latest	35.876.265
Mean Ultimate	36.728.099
Mean IBNR	851.834
SD IBNR	418.269
Total IBNR 50%	802.475,10
Total IBNR 75%	1.104.920
Total IBNR 95%	1.599.649
Total IBNR 99%	1.964.022,20
Total IBNR 99,5%	2.084.156,30

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla de los totales podemos elegir la medida en la cual basarnos para constituir las provisiones técnicas.

Para incluir la actualización de capitales para estas medidas, lo realizaremos en base a la tasa de variación de las estimaciones obtenidas con el Chain Ladder aplicada la actualización de capitales y sin esta, con lo que obtenemos una tasa de: 0,987106443499.

Tabla 8

**Totales de los datos obtenidos con la técnica Bootstrap aplicada la tasa de interés libre de riesgo**

	Totals
Mean IBNR	840.850,83
Total IBNR 50%	792.128,34
Total IBNR 75%	1.090.673,65
Total IBNR 95%	1.579.023,84
Total IBNR 99%	1.938.698,97
Total IBNR 99,5%	2.057.284,11

Fuente: Elaboración propia.

De este modo obtenemos, utilizando la técnica Bootstrap, los estimadores a estudiar.

Utilizando las tasas de variación obtenidas con el Chain Ladder, procedemos a estimar los pagos por siniestros en el año 2012, esto lo hacemos reordenando el triángulo incremental original en años contables y años de desarrollo para los años futuros:

Tabla 9

**Triángulo de estimaciones de pagos para años futuros**

Años contables	Años de desarrollo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Ult.
2012	816.954	20.846	687	-8.258	1.537	0	-2.067	0		
2013		20.859	607	-8.501	1.959	0	-1.690	0		
2014			607	-7.501	2.016	0	-1.822	0		
2015				-7.506	1.779	0	-2.322	0		
2016					1.781	0	-2.390	0		
2017						0	-2.109	0		
2018							-2.110	0		
2019								0		

Fuente: Elaboración propia.

Presentamos en este triángulo los pagos correspondientes a los diferentes años de desarrollo de forma incremental, es decir, los pagos por siniestros que se han producido en un determinado año (año contable) pero de siniestros ocurridos  $j$  años antes, de manera que con las tasas obtenidas con el método Chain Ladder estimaremos los pagos por siniestros en los futuros años.

Utilizando los primeros valores, estimaremos los pagos iniciales despejando la siguiente fórmula:

$$C'_{rj} - C'_{r,j-1} = C_{rj}. \tag{6}$$

Siendo  $C'_{rj}$  los pagos acumulados en el año  $j$  de desarrollo correspondientes al año contable  $r$  y  $C_{rj}$  el pago incremental en el  $j$  año de desarrollo correspondiente al año contable  $r$ .

De esta forma, sabiendo que:

$$C'_{rj} = C'_{r,j-1} \cdot R_{j-1}. \tag{7}$$

$C'_{r,j-1}$  sería igual a:

$$C'_{r,j-1} = C_{rj} / (R_{j-1} - 1). \tag{8}$$

La imposibilidad de esta formulación, es que, en el caso de obtener valores iguales a 0, nos impide realizar la estimación del valor anterior, además de los valores negativos.



En este caso estimamos los pagos por siniestros para el año 2012, los cuales cumplen los requisitos anteriormente mencionados.

Estimamos los pagos por siniestros ocurridos en 2012 en su primer año de desarrollo:

$$C'_{10,1} = 816.954 / (1,2554950 - 1). \quad (9)$$

$$C'_{10,1} = 3.197.534,2. \quad (10)$$

Con este valor junto a los obtenidos anteriormente, conseguimos el pago por siniestros en el año 2012 procedente de pagos por siniestros en el periodo 2004-2012, de manera que, si queremos estimar el total, debemos aplicar el factor obtenido con la log-lineal sobre el valor del último año acumulado, obteniendo los siguientes datos:

Tabla 10

**Estimación de pagos acumulados por siniestros en el año 2012.**

	2012
Año 1	3.197.534
Año 2	4.014.488
Año 3	4.035.334
Año 4	4.036.021
Año 5	4.027.763
Año 6	4.029.300
Año 7	4.029.300
Año 8	4.027.233
Año 9	4.027.233
Año Ult.	4.215.184

Fuente: Elaboración propia.

Por tanto, añadiendo la tasa de interés libre de riesgo:

Tabla 11

**Estimación de pagos por siniestros en el año 2012 aplicada la tasa de interés libre de riesgo**

	2012
Año 1	3.152.930
Año 2	3.958.487
Año 3	3.979.042

Año 4	3.979.720
Año 5	3.971.577
Año 6	3.973.093
Año 7	3.971.054
Año 8	3.971.054
Año 9	3.971.054
Año Ult.	4.156.384

Fuente: Elaboración propia.

En base a estas estimaciones, según la metodología Chain Ladder, las estimaciones de pagos para el año 2012 serían de 4.156.384 euros.

## 5. ANÁLISIS DE LOS DATOS

Una vez aplicados el método Chain Ladder y la técnica Bootstrap, procederemos a desarrollar las hipótesis planteadas para comprobar la viabilidad de esta metodología.

Para determinar la medida a utilizar para el establecimiento de las provisiones técnicas de la empresa, nos basaremos en los resultados obtenidos en la empresa en los años 2012 y 2013 realizando una comparación con las estimaciones obtenidas con la metodología empleada.

Los datos reales de los pagos por siniestros en el año 2012 son:

Tabla 12

### Pagos reales por siniestros acumulados en el año 2012.

	2012
Año 1	2.480.729,02
Año 2	2.818.646,36
Año 3	2.868.055,24
Año 4	2.872.507,97
Año 5	2.873.875,10
Año 6	2.874.667,43
Año 7	2.874.667,43
Año 8	2.874.764,03
Año 9	
Año Ult.	

Fuente: Elaboración propia.

Si comparamos los datos reales de 2012 con los estimados siguiendo la metodología Chain Ladder (Tabla 10), podemos determinar que la diferencia entre la estimación y el valor real es muy elevada, marcada principalmente por la estimación realizada para el primer año de desarrollo, por lo que podemos concluir que la estimación de pagos por siniestros para años posteriores siguiendo la metodología Chain Ladder no es muy fiable, debido a la aleatoriedad de los pagos por siniestros durante el primer año de desarrollo, siendo esta metodología más adecuada para la estimación de los pagos una vez conocidos los realizados durante el primer año y construyendo una secuencia relacionada con el primero de ellos, es decir, la metodología Chain Ladder resulta útil para la estimación de la evolución de los pagos para cada año de ocurrencia conociendo los primeros.

Para poder determinar la elección de la medida entre las hipótesis planteadas compararemos las estimaciones realizadas de pagos por siniestros para los siniestros ocurridos en 2011 con los datos reales. Debido a que los datos reales que poseemos son hasta el año 2013, determinaremos la similitud teniendo en cuenta el patrón de pagos. Siguiendo el patrón de pagos, en el tercer año de desarrollo aproximadamente se produce la totalidad de pagos por siniestros, debido a que el 100,175% de estos se producen en este año, este valor es debido a los recobros por lo que podríamos determinar que el total de pagos por siniestros se realizan hasta el tercer año de desarrollo debido a que los años posteriores se producen recobros y pequeños pagos.

Los datos reales que tenemos de los pagos por siniestros ocurridos en el año 2011 hasta el año 2013 son de: 395.608,27 euros.

Siguiendo las estimaciones obtenidas con el Chain Ladder, estas estimaciones en el tercer año de desarrollo para los siniestros ocurridos en 2011 son de: 837.813 euros.

Resalta la gran diferencia entre la estimación y el dato real, representando la diferencia un 52,78% respecto a la estimación por lo que claramente no sigue los datos de la compañía la secuencia anterior debido a que los pagos realizados en el tercer año de desarrollo por siniestros ocurridos en años anteriores a 2011 son los siguientes:

Tabla 13

**Pagos por siniestros acumulados por año de ocurrencia hasta el 3<sup>a</sup> año de desarrollo.**

Año de ocurrencia	Año de desarrollo 3
2003	927.116,00
2004	778.277,00
2005	785.895,46
2006	566.229,89
2007	823.763,44
2008	948.449,95
2009	1.078.812,02
2010	847.029,00

Fuente: Elaboración propia.

Esto es debido a que los pagos por siniestros ocurridos en el año 2013 en su primer año de desarrollo son de 1.628.872,21.

Se puede apreciar la gran reducción de los pagos por siniestros en sus primeros años a partir del año 2012, lo que explica también la diferencia de la estimación de pagos totales este año con la estimación real.

Esto podría ser debido a una reducción en el número de asegurados por lo que sería conveniente, para poder realizar la estimación más fiel posible, incluir la estimación de asegurados para los años futuros para realizar comparaciones de datos.

Una vez analizados los resultados podemos plantear la medida correcta para la estimación de las provisiones técnicas.

*H1: Las provisiones técnicas para el año 2012 se sitúan en torno a la mediana sin incluir el margen de riesgo.*

Las provisiones técnicas obtenidas aplicando el Bootstrap para la mediana son de: 802.475,10 euros, que descontados con la tasa de interés libre de riesgo serían 792.128,34 euros.

Si tenemos en cuenta que prácticamente la totalidad de las estimaciones de provisiones técnicas proceden del último año de ocurrencia, observando el cuadro obtenido con Bootstrap para los años anteriores vemos que se producen más recobros que pagos, y basándonos en que en el tercer año de desarrollo se produce aproximadamente la totalidad de los pagos, podemos concluir que las provisiones técnicas no se distanciarán mucho de los 395.608,27 euros producidos en el tercer año de desarrollo de los siniestros ocurridos en el año 2011.

Por tanto, en principio, esta estimación se distancia en gran cantidad al alza, aunque si tenemos en cuenta la gran reducción de pagos por siniestros y la incertidumbre en el alza de estos, esta medida parece adecuada incluyéndole el margen de riesgo.

*H2: Las provisiones técnicas para el año 2012 se sitúan en torno al percentil 99,5 sin incluir el margen de riesgo.*

Las provisiones obtenidas con la metodología Bootstrap son de 2.084.156,30 euros sin el descuento, y aplicado este, 2.057.284,11 euros.

Con este valor, el riesgo de insolvencia es prácticamente nulo, aunque en base a los análisis anteriores parece excederse demasiado por lo que no se aprovecharían bien los recursos.

*H3: Las provisiones técnicas para el año 2012 se sitúan en torno a la media sin incluir el margen de riesgo.*

En base a la media, la estimación obtenida aplicado la técnica Bootstrap es de 851.834 euros, y actualizándolo obtenemos una estimación de 840.850,83 euros.

Este resultado se aproxima mucho a la mediana por lo que en principio la estimación con la mediana y con la media, incluyéndoles el margen de riesgo, parecen las medidas más adecuadas para la estimación.

Hay que añadir, que el error obtenido aplicando la técnica Bootstrap sin incluir la tasa de interés libre de riesgo es de 418.269 por lo que si tenemos en cuenta el intervalo que construye, solo la mediana se encuentra en dicho intervalo.

## 6. CONCLUSIONES

La buena estimación de las provisiones técnicas permite a la empresa un mayor aprovechamiento de sus recursos y una prevención de situaciones de impago, con las respectivas consecuencias que se derivarían del mismo en la imagen de la entidad. Por estos motivos resulta esencial la utilización de una herramienta que permita estimar, con la mayor fiabilidad posible, dichas provisiones técnicas en el futuro. Así, hemos propuesto la utilización del método Chain Ladder con el Bootstrap.

Una vez comparados los datos reales con los datos estimados, a pesar de la diferencia existente entre las estimaciones realizadas y los datos reales, debemos determinar que las medidas que se adecuan a la estimación de provisiones técnicas impuesta por la Directiva Solvencia II, basándonos en los resultados, serían los resultados obtenidos en el percentil 50% y la media. Nos decantamos en primer momento por estas dos medidas debido a que, de no haberse producido tal descenso en los pagos por siniestros en los años posteriores, la estimación no se habría alejado tanto de la realidad.

Debemos tener en cuenta que, al igual que se ha producido un descenso en el pago por siniestros, podría haberse realizado un ascenso en la misma proporción por lo que, de no incluirse un margen de riesgo, podría haber llegado a la imposibilidad de pago de sus obligaciones, de ello que incluyamos el margen de riesgo. A pesar de que con estas dos medidas siempre corremos riesgo, este es reducido con el margen de riesgo.

Comparando la media y la mediana como métodos de estimación, la mediana resulta en principio la mejor medida debido a que ante una gran heterogeneidad de datos nos situaríamos en el valor central, es decir, no se ve tan afectada por los valores de las colas. Por lo que podríamos determinar que la utilización del Chain Ladder con el Bootstrap nos aporta unas estimaciones fiables para el cálculo de provisiones técnicas, incrementando el valor a constituir hasta el percentil 75 incluyendo de este modo el margen de riesgo impuesto por Solvencia II.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albarrán, I. y Alonso, P., 2010. Métodos estocásticos de estimación de las provisiones técnicas en el marco de Solvencia II. *Fundación Mapfre. Cuadernos de la Fundación*, (158).
- Álvarez-Jareño, J.A. y Coll-Serrano, V., 2012. Estimación de reservas en una compañía aseguradora. Una aplicación en Excel del método Chain-Ladder y Bootstrap. *Revista de métodos cuantitativos para la economía y la empresa*, 14, 124-136.
- Athié, J.M., 2010. Cálculo del RCS del riesgo de reserva para seguros de no vida bajo Solvencia II. *Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada*, 3 (5), 5-36.
- Biffis E. y Millossovich P., 2006. The fair value of guaranteed annuity options. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2006 (1), 23-41.
- Boj, E. y Costa, T., 2017. Provisions for claims outstanding, incurred but not reported, with generalized linear models: prediction error formulated according to calendar year. *Cuadernos de Gestión*, 17 (2), 157-174.

- Boj, E., Costa, T. y Espejo, J., 2014. Provisiones Técnicas por años de calendario mediante el Modelo Lineal Generalizado. Una aplicación con RExcel. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 20, 83-116.
- Cid, A.I., 2000. *Siniestralidad en Seguros no vida: Provisión para prestaciones. Un nuevo método*. Tesis, (Dr.). Universidad Complutense de Madrid.
- Claramunt, M.M., Boj, E., Costa, T. y Mármol, M.T., 2012. Sistemas Informáticos aplicados a la Matemática Actuarial no vida. Una propuesta con R. *Rect@: Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*, 13, 1-26.
- England, P. y Verrall, R., 1999. Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. *Insurance: mathematics and economics*, 25 (3), 281-293.
- England, P., 2002. Addendum to “Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving”. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31 (3), 461-466.
- Garayeta, A., Iturricastillo Plazaola, I. y De La Peña Esteban, J.I., 2012. Evolución del Capital de Solvencia requerido en las aseguradoras españolas hasta Solvencia II. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 18, 111-150.
- German, M., Murphy, D. y Zhang W., 2014. Claims reserving with R: ChainLadder-0.1.9 Package Vignette DRAFT. Package on CRAN. Disponible en: <http://cran.r-project.org/web/packages/ChainLadder/vignettes/ChainLadder.pdf> [Acceso 3 Noviembre 2017].
- González-Quevedo, F., 2002. Método global de cálculo de la Provisión de Siniestros Pendientes, a partir de la utilización de la información histórica de que se dispone, completa e incompleta. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 8, 87-110.
- Mack, T., 1994. Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates. *Casualty Actuarial Society Forum*, 1 (1), 101-182
- Ministerio de Economía y Competitividad, 1998. Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, por el que se aprueba el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados. Boletín Oficial del Estado, de 25 de noviembre de 1998.
- Ministerio de Economía y Competitividad, 2015. Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras. Boletín Oficial del Estado, de 2 de diciembre de 2015.
- Parlamento Europeo y Consejo de la Unión Europea, 2009. Directiva 2009/138/CE, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).
- Solanas, A. y Sierra, V., 1992. Bootstrap: fundamentos e introducción a sus aplicaciones. *Anuario de Psicología/ The UB Journal of psychology*, 55, 143-154.
- UNESPA ,2007. *El modelo español de Solvencia paso a paso*. Madrid: Unespa.