

Gradu Amaierako Lana / Trabajo Fin de Grado  
Ingenieritza Elektronikoko Gradua / Grado en Ingeniería Electrónica

# Implementación de maqueta de levitación magnética y aplicación de control utilizando Arduino

Egilea/Autor/a:  
Unai Ayo Irastorza  
Zuzendaria/Director/a:  
Ibon Sagastabeitia Buruaga

© 2018, Unai Ayo Irastorza

Leioa, 2018ko Uztailaren 20a /Leioa, 20 de Julio de 2018

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea



ZTF-FCT  
Zientzia eta Teknologia Fakultatea  
Facultad de Ciencia y Tecnología





## Agradecimientos:

A lo largo de estos últimos meses, todo este esfuerzo y dedicación ha servido para que un día como hoy haya dado por concluido este trabajo de fin de grado. Esto no hubiera sido posible sin la gran ayuda, dedicación, conocimiento y compromiso de mi director del TFG Ibon Sagastabeitia, a quien le expreso mi más profundo agradecimiento.

También he de agradecer al investigador Jorge Feuchtwanger por haberme prestado su gran ayuda en la fabricación del electroimán.

Asimismo, doy las gracias al profesor e investigador Josu Jugo por sus imprescindibles consejos y aportaciones en relación con el modelo matemático del sistema y el diseño por *software* del controlador “ideal”.

Finalmente, quiero agradecer también a dos profesores e investigadores del departamento de electricidad y electrónica por sus valiosos consejos aportados a lo largo de este trabajo: Francisco Javier Echanove y Juan María Collantes.



## Resumen:

En este trabajo de fin de grado se construye una maqueta de levitación magnética que consiste en hacer levitar una bola metálica mediante el campo magnético generado por un electroimán.

Para estabilizar el sistema que por naturaleza es inestable, se hace uso de una placa de Arduino UNO en la que se compila un control digital diseñado con técnicas de control clásico. Para conseguir mediante un generador de tensión la potencia deseada en el electroimán, se hace uso de la técnica del “PWM” para así obtener un voltaje controlable desde Arduino.

Se genera un controlador “óptimo” mediante un *software* de diseño de controladores y se analiza el sistema ante diferentes cambios de referencia para los dos controles; para posteriormente hacer una comparación entre ellos.

## Abstract:

In this final degree project is built a model of magnetic levitation, which consist of making a metallic ball levitate by means of the magnetic field generated by an electromagnet.

In order to stabilize the system, which is unstable by nature, an Arduino UNO board was utilized. This board compiles a digital control designed with classic control techniques. So as to achieve the desired power in the electromagnet through a voltage generator, the “PWM” technique was applied, thus obtaining a controllable voltage from the Arduino.

An “optimal” control is generated by a control design *software* and the system is analyzed at different reference changes for the two controls; to make a comparison between them later.



## Índice

Capítulo 1: Introducción .....	1
Capítulo 2: Prototipo .....	3
2.1. Estructura .....	3
2.2. Electroimán .....	4
2.3. Circuito eléctrico .....	7
2.3.1. Sensor .....	7
2.3.2. PWM “Pulse Width Modulation” .....	11
2.3.3. Circuito completo .....	15
Capítulo 3: Modelo matemático .....	17
3.1. Ecuaciones del sistema en el dominio del tiempo .....	18
3.1.1. Ecuación mecánica .....	18
3.1.2. Ecuación eléctrica .....	21
3.2. Ecuaciones del sistema en el dominio de Laplace .....	23
3.2.1. Ecuación mecánica .....	23
3.2.2. Ecuación eléctrica .....	24
3.2.3. Planta .....	24
3.3. Diagrama de bloques del sistema .....	25
Capítulo 4: Control .....	29
4.1. Ganancia proporcional .....	30
4.2. Estabilidad .....	31
4.3. Redes de compensación .....	32
4.3.1. Red de atraso .....	33
4.3.2. Red de adelanto .....	35
4.3.3. Control completo .....	38
4.4. Análisis del sistema ante cambios de referencia .....	40
4.5. Análisis del sistema ante cambios de referencia: Controlador “ideal” .....	42
Capítulo 5: Conclusiones y trabajos futuros .....	45
Bibliografía: .....	49
Anexos: .....	51
Anexo 1: Programa de Arduino .....	51
Anexo 2: Hojas de características .....	55
• <i>Transistor MOSFET-IRF540n</i> .....	55
• <i>Diodo emisor IR TSAL6200</i> .....	57
• <i>Fototransistor SFH 313 FA</i> .....	59

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco    Euskal Herriko Unibertsitatea



**ZTF-FCT**  
Zientzia eta Teknologia Fakultatea  
Facultad de Ciencia y Tecnología





---

# Capítulo 1: Introducción

---

En el presente trabajo de fin de grado, se pretende diseñar un prototipo de levitación magnética que consiste en hacer levitar una bola metálica. A través de un electroimán, se generará una fuerza magnética sobre la bola, capaz de igualar la fuerza gravitatoria. Dada la naturaleza inestable del sistema, se debe aplicar un control capaz de variar la fuerza magnética dependiendo de la situación de la bola. Para ello, es necesaria la utilización de un sensor que detecte su posición y una placa de Arduino UNO capaz de controlar el sistema de manera digital. Como controlador, se ha utilizado una red de compensación por atraso y adelanto de fase colocada en serie en la cadena directa.

Debido a que Arduino UNO no es capaz de generar la potencia necesaria que se le debe suministrar al electroimán para generar un campo magnético suficientemente intenso como para hacer levitar la bola, es necesaria la utilización de un generador de tensión. Con Arduino y el circuito correspondiente, se controlará la tensión proveniente del generador mediante la técnica PWM "Pulse Width Modulation".

Una vez compilado el programa en Arduino, se verifica que la bola se mantiene levitando. Se recogen los datos de la posición de la bola y se hace un estudio del comportamiento del sistema ante diferentes cambios de referencia.

La memoria se divide en varios capítulos, ordenados cronológicamente respecto a la realización del trabajo. En ellos se detallan de forma concisa los procedimientos que se han llevado a cabo para diseñar y evaluar cada una de las partes que componen este proyecto. A continuación, se da un breve resumen de lo que contiene cada uno de los capítulos de la memoria:

➤ Capítulo 2: Maqueta

Se detallan los procedimientos que se han llevado a cabo para diseñar la maqueta en su totalidad, donde se incluye el proceso de fabricación de la estructura que da soporte al sistema, el diseño del electroimán, la elección de los sensores que determinan la posición de la bola, la circuitería necesaria con sus componentes electrónicos y la aplicación de Arduino UNO. Además, se explica cómo se han tomado las medidas experimentales que se presentan en el trabajo para su posterior análisis.

➤ Capítulo 3: Modelo matemático

Se muestra el desarrollo matemático llevado a cabo para obtener un modelo matemático, en forma de función de transferencia, que define el sistema, así como la obtención de constantes y funciones necesarias para su elaboración.



➤ Capítulo 4: Control

Este capítulo está dedicado al control del sistema. En él, se muestra el procedimiento que se ha llevado a cabo para escoger el controlador, además se hace un análisis cuantitativo y cualitativo del sistema al aplicar un cambio de referencia con la utilización de dicho controlador. También se escoge un controlador óptimo diseñado por *software* que servirá para hacer una comparación entre los dos controladores y determinar así lo efectivo que resulta cada uno.

➤ Capítulo 5: Conclusiones y trabajos futuros

En el último capítulo, se detallan las conclusiones obtenidas al realizar el trabajo, así como las capacidades adquiridas por resolver problemas no solo teóricos sino “reales” con la ayuda de las herramientas teóricas adquiridas en algunas asignaturas de la carrera.

También se proponen mejoras y nuevos objetivos a cumplir en el caso de que se desee hacer una segunda parte de este proyecto.





---

## Capítulo 2: Prototipo

---

Para crear un sistema de levitación magnética funcional, es indispensable seguir unas pautas de construcción antes de empezar con la parte del control.

### 2.1. Estructura

La primera decisión que se debe tomar es la de dar forma a lo que va a ser el sistema de levitación magnética, es decir, imaginarse cómo va a ser la estructura que va a dar soporte al sistema.

El objeto que va a ser levitado es una bola metálica, cuyo diámetro y peso son 10 mm y 4,1 g respectivamente, ésta va a ser siempre atraída por la fuerza magnética independientemente de su sentido, es decir, aunque el polo norte y polo sur magnéticos se intercambien de posición, la fuerza magnética siempre atraerá la bola hacia el electroimán. Por esta razón, el electroimán debe estar colocado en la parte superior de la maqueta, y la bola, debajo de este, de manera que la fuerza magnética actúe de tal forma que contrarreste la fuerza gravitatoria.

Una forma sencilla de sujetar el electroimán en la parte superior es colocando un par de columnas y un techo donde irá sujeto. Todo esto construido sobre una base, para hacer que la estructura sea más robusta. Previamente, se hace una estimación de lo que va a ocupar el electroimán para que la distancia entre las dos columnas sea suficiente para que encaje entre ellas.

Se ha escogido la madera como material para crear la estructura, ya que es un material que no afecta al campo magnético, además, es barato, fácil de conseguir y con él se puede trabajar de forma sencilla.

La base, las dos columnas y el techo van sujetos con tornillos metálicos, pero como estos se encuentran relativamente lejos del electroimán, no interfieren en lo más mínimo en el campo magnético, y si lo hicieran, no sería problema ya que las medidas de las constantes y el modelo matemático se han obtenido basándose en todo el sistema en conjunto, no solo en el electroimán.

La estructura que da soporte al sistema queda por lo tanto así:

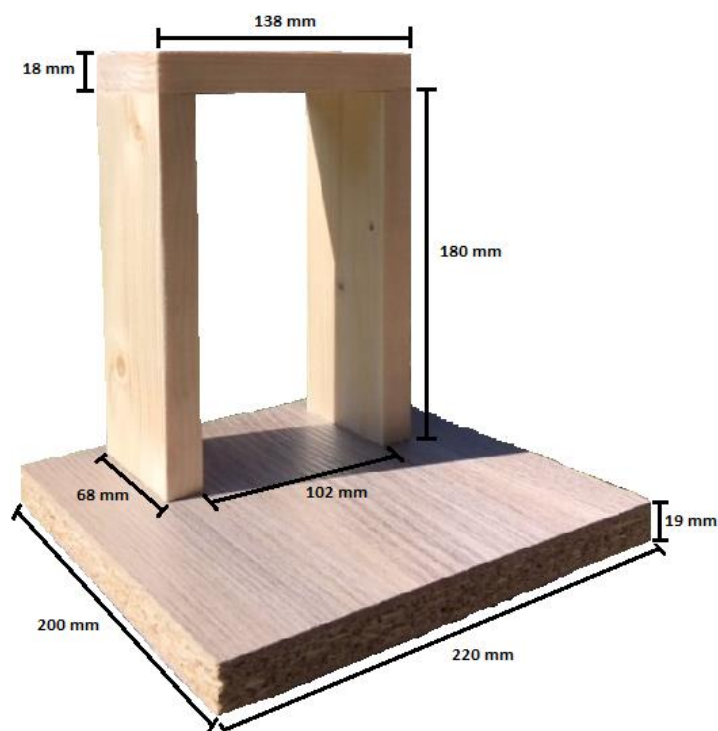


Figura 1: Estructura de madera que da soporte al sistema

## 2.2. Electroimán

Una vez montada la estructura, se procede a construir el electroimán.

Como se ha comentado antes, para colocar las dos columnas a una distancia adecuada, conviene predecir las medidas que tendrá el electroimán. Por ello, a la hora de diseñarlo se hace una estimación de cuál será su diámetro.

El primer paso que se debe dar en la construcción del electroimán, es diseñar el carrete donde se va a bobinar el hilo conductor e introducir el núcleo de hierro.

Tras varias pruebas con diferentes electroimanes, ya sean construidos por nosotros o disponibles en el laboratorio, se ha llegado a la conclusión de que el número de espiras que contenga, debe ser el máximo posible, de lo contrario, la corriente necesaria aplicada en los bornes del electroimán para conseguir hacer levitar la bola metálica a una distancia relativamente grande, será muy alta, haciendo que el electroimán se caliente demasiado dejando así de ser funcional.



La razón es sencilla, el hilo es conductor y como todo conductor, al circular una excesiva corriente, este se calienta, aumentando así su resistencia eléctrica. Lujos que no nos podemos permitir ya que el control sobre la corriente del electroimán debe ser óptimo para este proyecto. Los hilos conductores finos se calientan más que los hilos gruesos para la misma corriente aplicada, ya que al ser menor su sección, la densidad de corriente es mayor. Por lo tanto, se ha escogido el hilo más grueso disponible en el laboratorio, 0,5 mm de diámetro de material de cobre. Cabe destacar que cuanto más grueso sea el hilo, más espacio va a ocupar cada espira en el carrete, por ende, este debe ser suficientemente grande para poder albergar una gran cantidad de espiras. De no ser así, la fuerza magnética generada por el electroimán sería demasiado débil para atraer la bola.

El carrete consta de un tubo estrecho, pero suficientemente ancho como para introducir el núcleo de hierro; pieza fundamental para aumentar la fuerza magnética generada por el electroimán. Los extremos del carrete están delimitados por dos discos de gran diámetro para poder retener todas las espiras. Con la ayuda de una impresora 3D y un programa informático en el cual se ha diseñado el carrete con sus correspondientes medidas y forma, se ha fabricado lo que será el carrete para el electroimán.

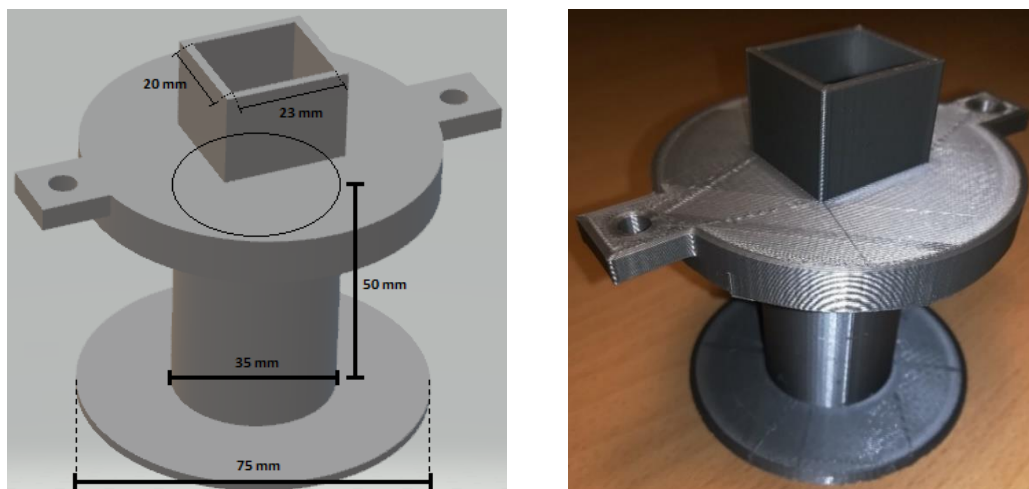


Figura 2: Carrete para el electroimán. Izq: imagen por software. Dcha: imagen "real"

Puede apreciarse que en su centro hay un hueco rectangular; es donde se introducirá el núcleo de hierro que se muestra en la siguiente figura:

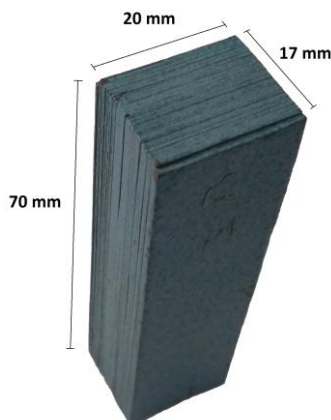


Figura 3: Núcleo de hierro



Las medidas del carrete se han hecho teniendo en cuenta varios factores.

El entrehierro debe encajar en el rectángulo del carrete, para ello, teniendo en cuenta que la impresión 3D tiende a imprimir de más en las partes vacías, ha sido necesario aumentar 3 mm los lados del rectángulo. Dado que la sección del hilo de cobre es de 0,5 mm, se elige una altura de 50 mm para el tubo central, para que aproximadamente cada capa albergue 100 espiras. El diámetro interior y exterior del carrete es de 35 mm y 75 mm respectivamente, de esta manera, podrá albergar como máximo 40 capas de espiras.

Teniendo en cuenta los cálculos citados, idealmente, si se rellenase todo el carrete de espiras, suponiendo que todas estuvieran perfectamente colocadas, el número exacto de espiras sería:  $N = 4000$ .

Una vez construida la bobina se procede a colocar las espiras. Envolver manualmente el carrete con el hilo de cobre es un procedimiento muy tedioso, por ello, se ha utilizado un torno para realizar tal propósito. Gracias a un cuentakilómetros de bicicleta colocado en el eje del torno, se pudo saber el número de espiras del electroimán  $N = 2750$ . Valor que difiere bastante del calculado inicialmente  $N = 4000$ , ya que como se ha explicado, esto solo ocurre en una situación ideal.

Se hace el agujero pertinente en el techo de la maqueta para encajar el electroimán. Se atornillan los dos extremos del carrete al techo de la estructura, con tornillos de plástico. De esta manera, queda finalizada la parte estructural de la maqueta.



Figura 4: Estructura de madera con el electroimán



## 2.3. Circuito eléctrico

### 2.3.1. Sensor

En este proyecto, los sensores son algo primordial. Sin ellos, no se conocería la posición de la bola, por lo tanto, no habría control sobre esta.

Dos grandes candidatos para hacer la función de lectura de la posición de la bola, son el sensor de efecto Hall y el sensor infrarrojo.

#### **Sensor Hall:**

El sensor Hall es excelente para medir campos magnéticos. Como se sabe, la levitación de la bola metálica se consigue mediante campos magnéticos generados por el electroimán. Para una corriente constante aplicada al electroimán, si la bola metálica se acerca a éste, la magnitud del campo magnético aumenta. Esto es debido a que la bola actúa como si fuese una extensión del entrehierro del electroimán, lo que lógicamente hará que el campo magnético generado sea mayor, por lo que teóricamente, el sensor Hall detectaría variaciones en el campo magnético.

Al probar el sensor Hall, inmediatamente quedó descartado debido a que el sensor era insensible a las pequeñas variaciones que generaba la bola sobre el campo magnético.

Si la bola en lugar de ser metálica estuviese imantada, seguramente el sensor sí que detectaría estas variaciones, por lo cual, sí que sería de utilidad.

#### **Sensor Infrarrojo:**

El sensor Infrarrojo o sensor IR, es un dispositivo optoelectrónico capaz de medir la radiación electromagnética infrarroja. Con la colocación de un emisor IR en una de las columnas de la maqueta y un receptor IR en la otra columna, se consigue fácilmente una barrera infrarroja que detecta obstáculos que pasan a través de ella. De esta manera, la posición de la bola es detectada fácilmente. Por su fiabilidad, se ha decidido usar el sensor IR para este proyecto. A continuación, se muestran tres ejemplos ilustrativos de su funcionamiento:

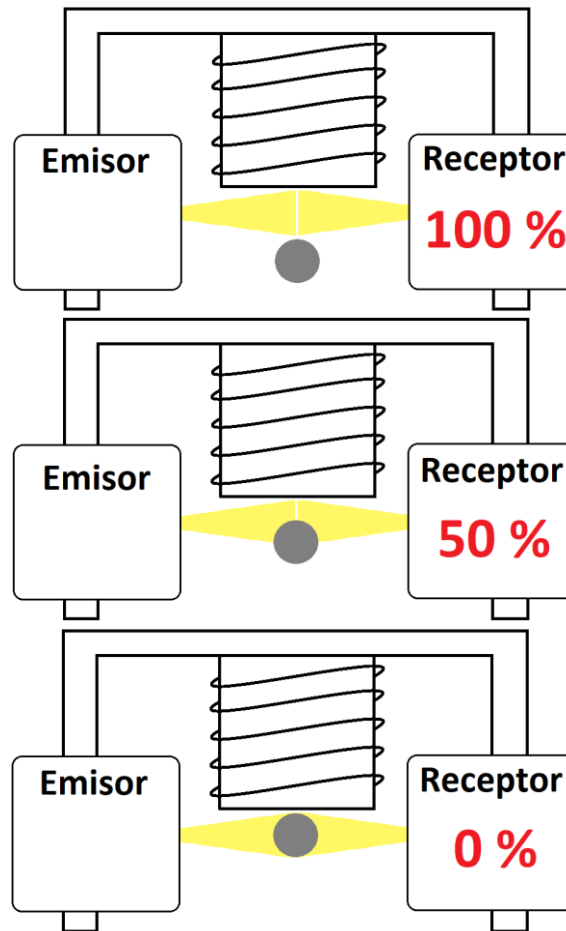


Figura 5: Tres imágenes ilustrativas del funcionamiento del sensor IR

En la Figura 5 se puede apreciar que mientras la bola se mantenga lejos del campo de visión del receptor IR, este, recibirá todo el espectro infrarrojo procedente del emisor IR, en cambio, cuando la bola comienza a obstaculizar el campo de visión del receptor IR, el espectro infrarrojo que este recibe se va reduciendo hasta el punto en que no recibe radiación.

Como se ha podido observar, la colocación del emisor IR y receptor IR está cerca del borde del electroimán. El motivo es para que la bola haga tope con el disco inferior de este, justo cuando el receptor IR reciba un 0 % del espectro infrarrojo. De no ser así, la bola podría subir más arriba del punto en el que el receptor recibe 0 % y éste comenzaría a recibir espectro infrarrojo de igual manera que lo haría si la bola fuese hacia abajo; creando así una confusión difícil de solucionar.

Esta es una forma sencilla de explicar la función que tienen los sensores infrarrojos en este proyecto. Experimentalmente, su funcionamiento es mucho más complicado. Los sensores IR por lo general, funcionan como una campana de gauss, es decir, el máximo valor de radiación se concentra en el centro, mientras que los lados casi ni lo reciben; esto lo convierte en un sensor no lineal para un cambio lineal de posición. Por esto, hay que encontrar la zona en la que la función sensor - distancia sea lo más lineal posible. Para ello se han hecho pruebas con uno y con dos emisores IR, pero un único receptor IR para no complicar las medidas.

Como emisor IR se han elegido dos diodos emisores de luz IR de alta potencia “TSAL6200” y como receptor IR se ha elegido un fototransistor NPN “SFH FA”. (Ver hojas de características, Anexo 2)

La disposición eléctrica de los elementos emisor IR y receptor IR para la toma de datos, es la siguiente:

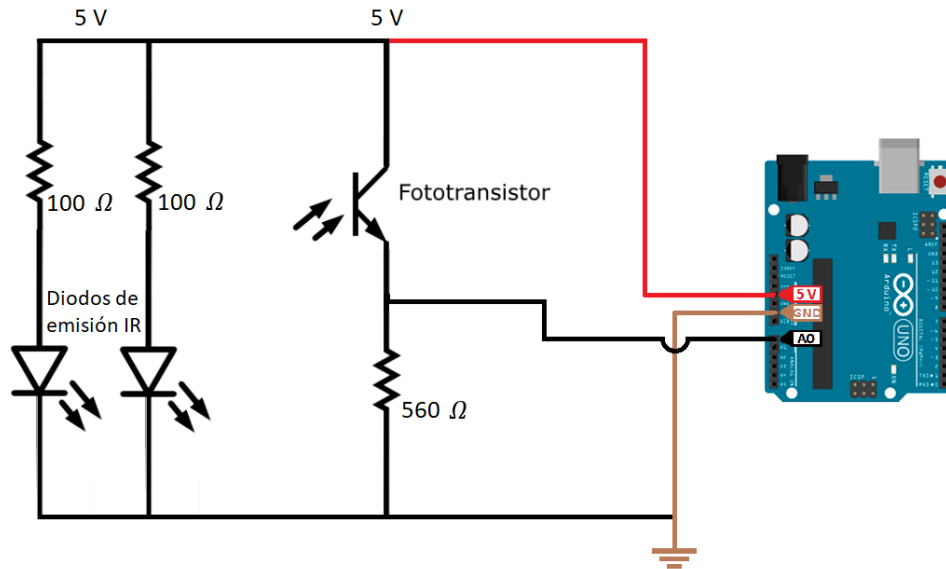


Figura 6: Circuito detector de posición de la bola metálica

Se colocan los emisores IR en una de las columnas de la maqueta y el receptor IR en la otra columna. Ambos elementos se conectan al Arduino para alimentarlos con 5 V y leer los datos proporcionados por el receptor IR. Cuyo voltaje varía dependiendo de la posición de la bola, de [0 – 5]V y Arduino lo traduce en un rango de [0 – 1024].

Una vez montado el circuito de la Figura 6, se procede a tomar las medidas del sensor respecto de la distancia de la bola, para obtener una función que relacione estas dos variables. Esta función tendrá relevancia en capítulos posteriores.

Las medidas se han tomado de la siguiente manera:

Se hace un pequeño agujero en el centro del disco inferior del electroimán y en ausencia del entrehierro se introduce un hilo muy fino y transparente desde la parte de arriba del electroimán, pasando por el agujero que se ha hecho; se pega dicho extremo del hilo con un poco de celo a la bola metálica y se sostiene la parte del hilo que se ha quedado arriba de la estructura con la mano y una regla. Se van tomando las medidas del sensor por cada milímetro que va bajando la bola hasta un punto en el que esta quede fuera del rango de visión del emisor IR. De esta manera, se obtienen los valores del sensor correspondientes a cada milímetro. Teniendo en cuenta que la bola tiene un radio de 5 mm, la primera medida se toma a una distancia de 5,5 mm desde la parte inferior del electroimán hasta el centro de la bola.



A continuación, en la Figura 7 se presentan tres situaciones diferentes:

- 1- Los dos emisores IR conectados (azul)
- 2- Solo el emisor IR de arriba conectado (verde)
- 3- Solo el emisor IR de abajo conectado (morado)

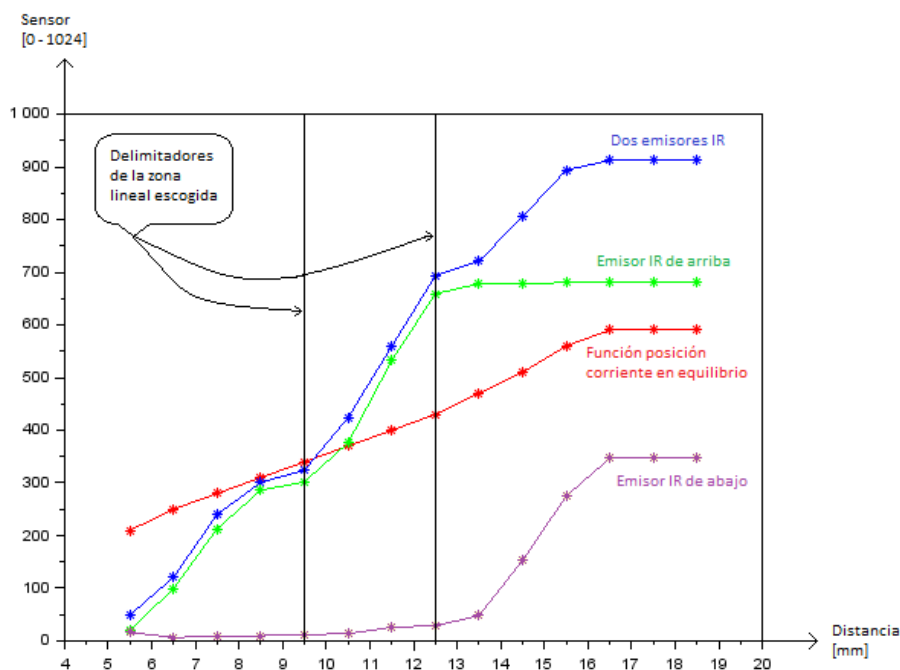


Figura 7: Relación distancia - "sensor" para tres situaciones diferentes de los sensores. (incluida la relación distancia – corriente)

La línea de color rojo representa la relación de la corriente necesaria aplicada al electroimán para que la bola se pegue a este, respecto a la posición de la bola, es decir, la corriente de equilibrio para cada posición. El eje vertical en este caso no es aplicable para esta; pero no importa, ya que solo sirve para visualizar la zona lineal de dicha función. Los valores experimentales de esta función se obtienen colocando la bola metálica encima de un montón de cartulinas de 1 mm de espesor, se varía el voltaje del generador hasta que la bola se pega al electroimán y se apunta el valor de corriente que marca el generador. Se repite este procedimiento para cada cartulina que se va quitando, es decir, para cada milímetro que la bola se aleja del electroimán. Obteniendo así una gráfica de puntos que relaciona la corriente de equilibrio para cada posición de la bola. Esta función tendrá relevancia en capítulos posteriores.

Las dos líneas verticales situadas en [9,5; 12,5] mm representan el rango lineal que se ha escogido debido a que la función posición-corriente en equilibrio y las funciones de los sensores son relativamente lineales en dicha zona.

De las tres opciones mencionadas, se ha escogido la de los dos emisores IR (azul), ya que se puede observar que es la función más lineal en dicho tramo, además, el rango de visión del receptor IR es el más amplio, por lo tanto, lo hace más fiable a grandes cambios en la posición de la bola.





### 2.3.2. PWM “Pulse Width Modulation”

Arduino solo es capaz de entregar una señal continua de 5V como máximo y de una potencia insuficiente para que la corriente que circule por el electroimán haga levitar la bola donde queremos. Por ello, es necesaria la utilización de un generador de tensión.

La idea de este proyecto es controlar la tensión que va a ir al electroimán mediante PWM “Pulse Width Modulation”. Esto es, se compila un programa en Arduino (**Ver programa de Arduino, Anexo 1**), capaz de producir pulsos de 5V con un ciclo de trabajo controlable, con los que con la ayuda de un transistor MOSFET “*IRF540n*” (**Ver hojas de características, Anexo 2**) y el generador de tensión, se van a convertir en pulsos de 24 V, capaces de generar como media, la tensión necesaria para la levitación de la bola. [3]

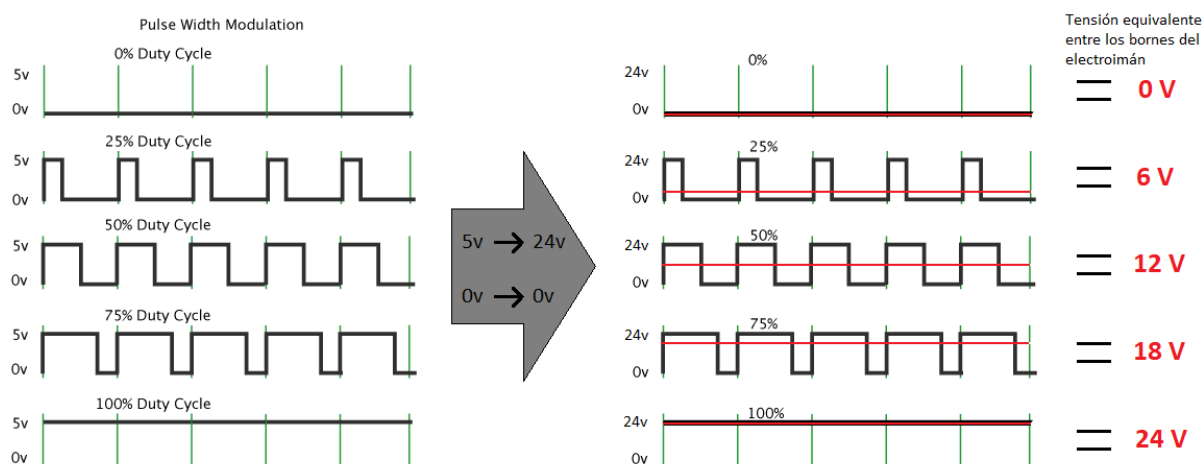


Figura 8: Equivalencia en tensión continua entre los bornes del electroimán dependiendo del ciclo de trabajo del PWM procedente de Arduino

Como se puede ver en la Figura 8, cambiar el ciclo de trabajo de los pulsos PWM, implica cambiar el voltaje aplicado entre los bornes del electroimán, siendo este, un valor equivalente a una tensión continua en el tiempo, como muestran las líneas rojas. Para ello, el generador debe estar dispuesto en su valor máximo de tensión, que son 24 V. De esta manera, gracias al PWM controlable, se dispone de un rango de tensión en continuo de [0 – 24] V, para un PWM con un ciclo de trabajo programado en Arduino que varía entre [0 – 100].

Con esto, aplicando una regla del tres, se obtiene la ecuación que relaciona el ciclo de trabajo del PWM con el voltaje entre los bornes del electroimán:

$$V = PWM \cdot \frac{24}{100} \quad (2.1)$$

Siendo “V” la tensión equivalente en continuo aplicada entre los bornes del electroimán, y “PWM” el ciclo de trabajo de los pulsos generados por Arduino.

El propio Arduino utiliza por defecto una frecuencia fija para el PWM de las salidas digitales:  $f_{PWM} = 490 \text{ Hz}$ , pero en este proyecto se ha diseñado un PWM con una frecuencia distinta:  $f_{PWM} = 2 \text{ kHz}$ . Hay dos razones para dicho cambio, la primera, es que se ha considerado necesario que el número de periodos de PWM por cada periodo de muestreo sea suficientemente grande, esto es, que la frecuencia de oscilación de la señal de control (señal PWM) sea grande y por tanto filtrada por el sistema, y que en definitiva sea considerada como continua por el sistema. La segunda razón es que se ha intentado que el periodo de muestreo sea múltiplo del periodo de PWM (se ha escogido una frecuencia de muestreo  $f_T = 200 \text{ Hz}$  ya que como posteriormente se verá en el diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto, es una frecuencia aceptable para muestrear el sistema) y así haya un número entero de periodos de PWM en cada periodo de muestreo, 10 en nuestro caso.

A continuación, se muestra el circuito eléctrico diseñado para convertir los pulsos PWM de 5 V procedentes del Arduino, en pulsos de 24 V equivalentes a un valor de voltaje continuo en el tiempo aplicado entre los bornes del electroimán:

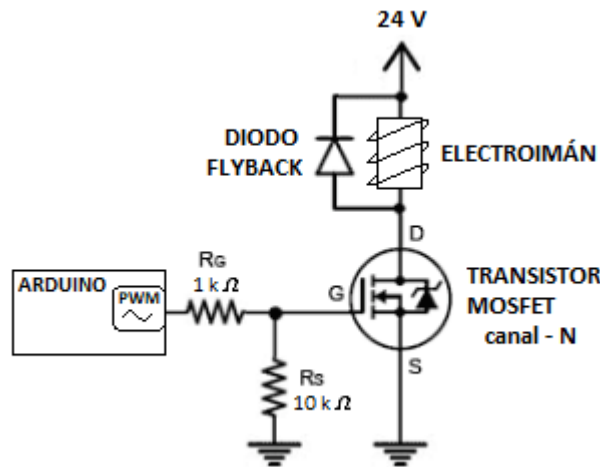


Figura 9: Circuito conversor de PWM con señales de 5 V a PWM con señales de 24 V

El transistor MOSFET, actúa como interruptor, abriendo y cerrando el canal al mismo ritmo de los pulsos PWM procedentes del Arduino, de esta manera, cuando la salida digital del Arduino entrega 0 V, el transistor actúa en corte, lo que provoca que entre los bornes del electroimán haya 0 V. Cuando la salida del Arduino entrega 5 V, el transistor actúa en saturación lo que provoca que entre los bornes del electroimán haya 24 V.

Las resistencias “Rg” y “Rs” son necesarias para el correcto funcionamiento del sistema. Valores altos de “Rg”, implican menores intensidades, por lo tanto, menor consumo en Arduino; pero hay que tener en cuenta que aumentar el valor de “Rg” implica también que las transiciones del PWM sean más lentas haciendo que el transistor pase más tiempo en la región óhmica, por lo que este se calentaría más en las conmutaciones. Por eso, es conveniente que el valor de “Rg” sea de 1 kΩ aprox. La resistencia “Rs”, en cambio, tiene como utilidad poner la puerta del transistor a tierra en los momentos en los que la salida del Arduino está en alta impedancia. Este estado se mantiene por ejemplo durante el arranque del programa. Para ello, el valor de “Rs” debe ser alto, del orden de 10 kΩ o superior. [2]



Por otro lado, se puede apreciar en el circuito, que entre los bornes del electroimán se ha colocado un diodo llamado “flyback”. Este diodo tiene como propósito evitar que el transistor o el Arduino resulten dañados a causa de las corrientes inducidas por el electroimán cuando por este no circula corriente, es decir, en los momentos en los que el PWM está en baja. Para ello, el diodo proporciona un recorrido de mínima resistencia que permite disipar dichas corrientes inducidas.

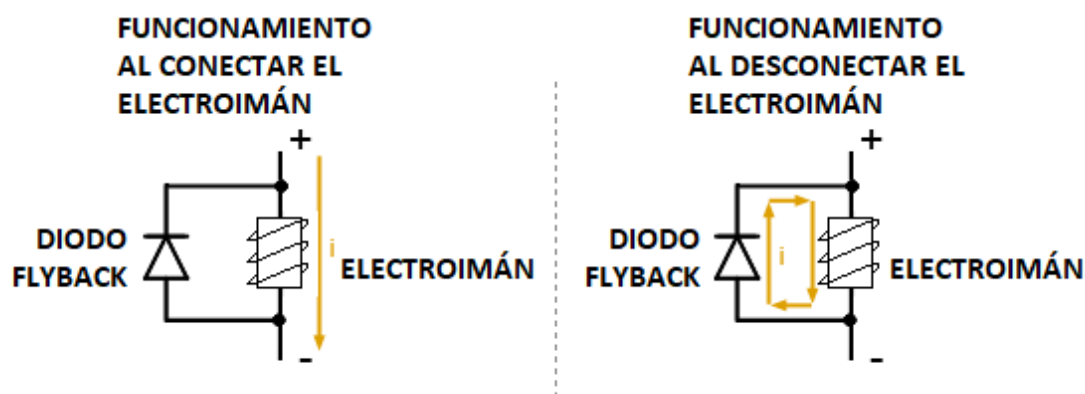


Figura 10: Funcionamiento del diodo "flyback" en una carga inductiva

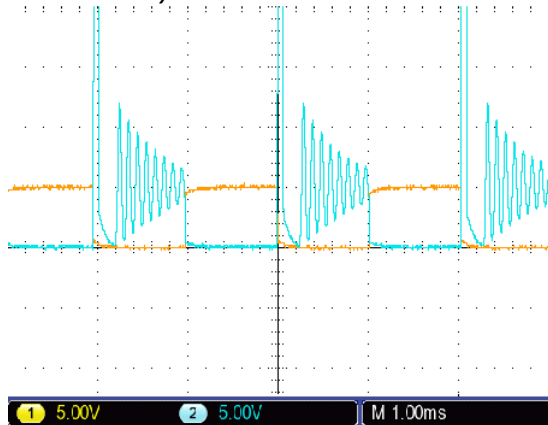
Este fenómeno ocurre debido a que, como cualquier carga inductiva, al circular una corriente por ella, se genera un campo magnético; pero cuando la corriente deja de circular, el campo magnético disminuye bruscamente generando así una corriente de valor altísimo durante un pequeño instante de tiempo, generando de nuevo un campo magnético que a su vez generará corriente, y esto se repite en un bucle hasta que la disipación por calor acaba con este proceso.

Para evidenciar la magnitud del problema si no se hace uso del diodo “flyback”, se han tomado medidas del voltaje en los bornes del electroimán, con y sin este diodo. Las medidas se han tomado con un osciloscopio conectando el canal amarillo a la salida del PWM del Arduino, con 5 V en alta, donde para esta prueba se ha programado el PWM con un ciclo de trabajo del 50 %. El canal azul se ha conectado a la parte del electroimán que conecta con el drenador del transistor (ver Figura 9). En este experimento, para no dañar el circuito se ha utilizado un valor de voltaje del generador de 5 V en vez de 24 V.

Puede llevar a confusión el hecho de que en la imagen se muestre que cuando el PWM está en alta, el valor del canal azul está en baja. Esto es porque la lectura que hace el canal azul no es la diferencia de tensión entre los bornes del electroimán, si no la diferencia de tensión entre la parte del electroimán que conecta con el drenador del transistor y tierra. Es necesario conectar uno de los bornes a tierra ya que el osciloscopio así lo requiere.



Sin diodo "Flyback":



Con diodo "flyback":

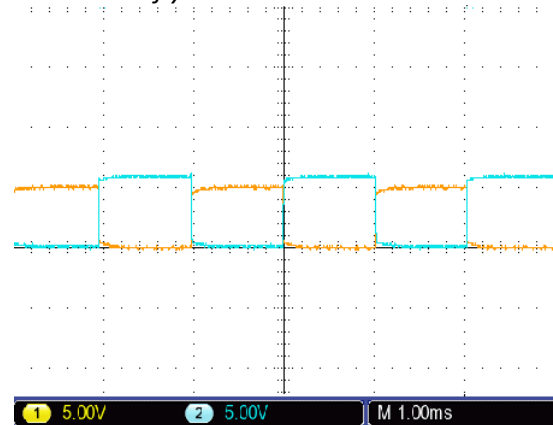


Figura 11: Representación en el osciloscopio de la tensión del PWM procedente del Arduino (amarillo) y la diferencia de tensión entre la parte del electroimán que conecta con el transistor, y tierra (azul). Para un voltaje de 5 V entregado por el generador de tensión

En la imagen izquierda de la Figura 11, el osciloscopio muestra un primer pico de 105 V con tan solo 5 V en la salida del generador de tensión; cabe entender que, si se aplican los 24 V necesarios del generador de tensión, este pico de voltaje sería mucho mayor, por lo que podría causar grandes deterioros en el transistor o incluso en el Arduino. Además, la naturaleza oscilatoria de la onda no ayuda a obtener la señal continua equivalente que se desea.

La imagen de la derecha de la Figura 11 en cambio, representa lo mismo que la imagen izquierda, con el único añadido del diodo "flyback" entre los bornes del electroimán. Se puede apreciar que no solo ha desaparecido el pico de tensión de 105 V, sino que también hace que el valor del voltaje sea continuo en todo momento. Por lo tanto, queda demostrado que el diodo "flyback" es un elemento indispensable en el circuito.

### 2.3.3. Circuito completo

Una vez definidas las diferentes partes del circuito, falta conectarlas al Arduino para que trabajen todas a la vez. De este modo, se obtiene el circuito completo del sistema:

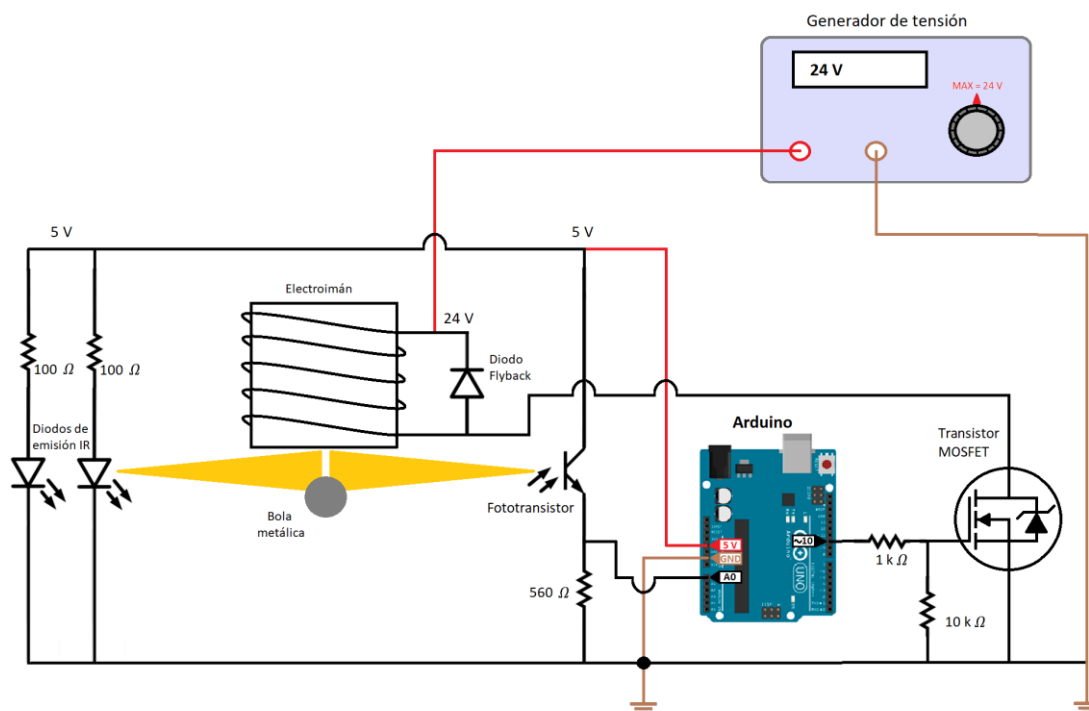


Figura 12: Circuito completo





---

## Capítulo 3: Modelo matemático

---

En los sistemas de control, la modelización matemática del sistema es imprescindible dado que el diseño del controlador se va a realizar con el modelo matemático obtenido. Por ello, como el sistema de levitación magnética es un sistema a controlar, se debe obtener su modelo matemático.

El elemento sobre el que se quiere tener control es la bola metálica que va a levitar. Por ello, se debe modelizar matemáticamente su dinámica para mantenerla levitando a una distancia fija del electroimán. Para modelizar matemáticamente el sistema, hay que hallar las ecuaciones que rigen su dinámica.

Como se vio en el capítulo anterior, la posición de la bola es controlada por la tensión que hay entre los bornes del electroimán debido a la fuerza magnética que esta genera sobre la bola. Dicha tensión es controlada directamente por el Arduino, por lo tanto, habrá que obtener la ecuación que relacione el voltaje aplicado entre los bornes del electroimán con la posición de la bola.

La ley de Biot – Savart determina que el campo magnético generado por una espira a una distancia respecto de su centro, está relacionado con la corriente que circula por ella. De aquí se obtiene la ecuación de la fuerza magnética ejercida a la bola metálica, que relaciona la corriente que circula por el electroimán respecto a la posición de la bola. Pero como no se dispone de un generador de corriente, esta ecuación resulta insuficiente, por lo tanto, falta deducir la ecuación eléctrica que relaciona la corriente que circula por el electroimán con la tensión entre sus bornes.

Dicho esto, se deben conocer dos ecuaciones que definan la dinámica del sistema: La ecuación mecánica, referida a las fuerzas que actúan sobre la bola y la ecuación eléctrica, referida a la relación existente entre la corriente que circula por el electroimán con la tensión entre sus bornes.

## 3.1. Ecuaciones del sistema en el dominio del tiempo

### 3.1.1. Ecuación mecánica

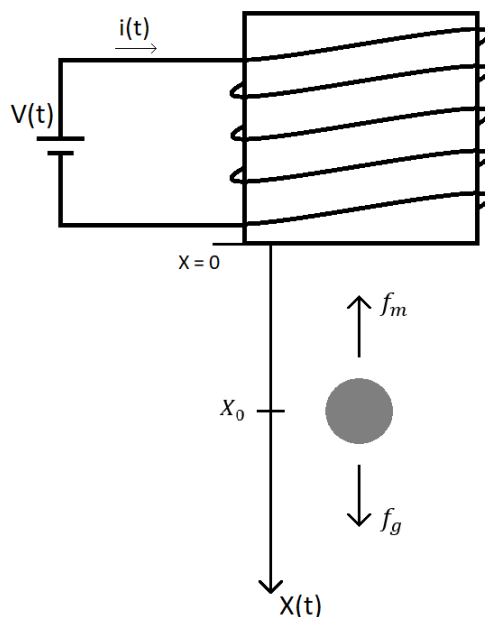


Figura 13: Imagen que representa las fuerzas que actúan sobre la bola metálica

La ecuación mecánica corresponde a la aceleración que experimenta la bola, a través de las dos fuerzas que actúan sobre ella, la gravitatoria y la magnética:

$$F_g = mg \quad (3.1)$$

Como se ha comentado antes, se tiene la ecuación de la fuerza magnética que relaciona la corriente que circula por el electroimán, con la posición de la bola: [1]

$$F_m = K \frac{i^2}{x^2} \quad (3.2)$$

donde:

$$K = \frac{L_0 X_0}{2} \quad (3.3)$$





Aplicando la ley de Newton al sistema mecánico, se obtiene la ecuación que define su dinámica:

$$\sum F = Fg - Fm = mg - K \frac{i^2}{x^2} = m\ddot{x} \quad (3.4)$$

En este proyecto se emplea un control lineal, por lo tanto, todas las ecuaciones del sistema deben ser lineales. Como podemos observar, la ecuación anterior no lo es, de modo que es necesario linealizarla.

Hay que tener en cuenta que en este trabajo las variables “x” e “i” no muestran explícitamente su dependencia con el tiempo, pero se debe presuponer que sí que dependen del tiempo.

### **Linealización de la ecuación mecánica:**

El elemento no-lineal de la ecuación (3.4) es:

$$K \frac{i^2}{x^2} = f(x, i) \quad (3.5)$$

Para linealizar la función (3.5), basta con obtener el primer término de la serie de Taylor de dicha función alrededor de un punto de equilibrio:

$$f(x, i) = f(x_0, i_0) + \left. \frac{\partial}{\partial x} \right|_0 (x - x_0) + \left. \frac{\partial}{\partial i} \right|_0 (i - i_0) \quad (3.6)$$

Donde el subíndice “0” representa el punto de equilibrio, por lo tanto,  $x_0$  es la posición de la bola en el equilibrio medida en metros desde la parte inferior del electroimán hasta el centro de la bola, e  $i_0$  es la corriente en el equilibrio medida en amperios, que representa la corriente que debe circular por el electroimán para que la bola se mantenga en la posición  $x_0$ . O dicho en términos experimentales, la mínima corriente necesaria para que la fuerza magnética venza a la fuerza gravitatoria y la bola se pegue al electroimán.

Cuando en este texto se hace referencia al concepto “punto de equilibrio” se debe entender que se refiere a un estado en el que la fuerza gravitatoria y la magnética son idénticas. Por esta razón hay  $\infty$  puntos de equilibrio; pero una vez se elige la distancia a la que se quiere hacer levitar la bola, dicho punto de equilibrio se define como el punto en el que la bola estará levitando.

Como se ha comentado en el capítulo anterior, la zona lineal de las funciones distancia-corriente y distancia-“sensor”, se define en el tramo [9,5 – 12,5] mm (Ver Figura 7). Escogemos como posición óptima el centro de dicho tramo, esto es:

$$x_0 = 11 \text{ mm} \quad (3.7)$$



Para hallar  $i_0$ , basta con encontrar la corriente necesaria para que la bola se pegue al electroimán estando la bola a 11 mm de distancia de este. En el capítulo anterior se trazó un gráfico con los valores de corriente en equilibrio correspondientes a la posición de la bola, por lo tanto, habría que observar el valor de la corriente para la posición  $x_0 = 11 \text{ mm}$ .

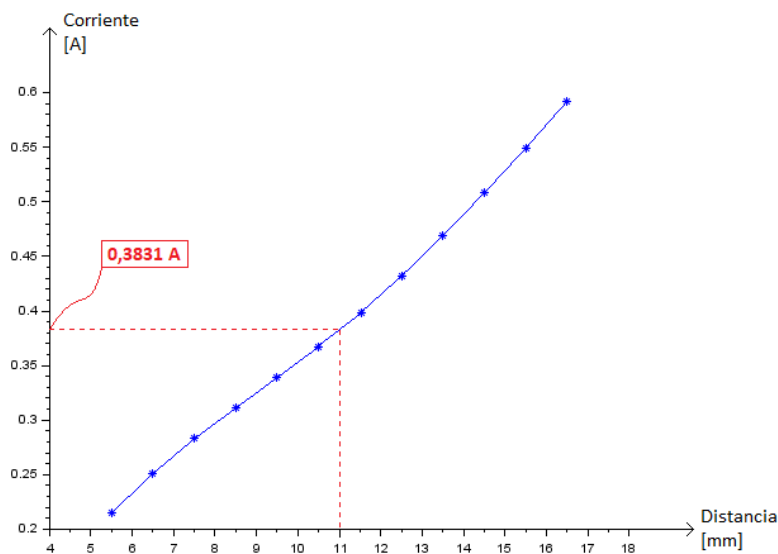


Figura 14: "En rojo" regresión lineal de la función distancia - corriente

Si se observa la Figura 14, se puede ver que no hay ningún dato experimental para la distancia  $x_0 = 11 \text{ mm}$ , pero no importa, se traza una línea entre los puntos experimentales y se observa que el valor de corriente para dicha posición es el siguiente:

$$i_0 = 0,3831 \text{ A} \quad (3.8)$$

Quedan por lo tanto definidas la posición de la bola y la corriente que circula por el electroimán en el punto de equilibrio.

Volviendo a la ecuación no lineal (3.6), cada uno de los términos de esta se definen como sigue:

$$f(x_0, i_0) = K \frac{i_0^2}{x_0^2} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Big|_0 = -2K \frac{i_0^2}{x_0^3} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial i} \Big|_0 = 2K \frac{i_0}{x_0^2} \quad (3.11)$$



Sustituyendo las ecuaciones (3.9), (3.10) y (3.11) en la ecuación (3.6), se obtiene la función linealizada:

$$f(x, i) = K \frac{i_0^2}{x_0^2} - 2K \frac{i_0^2}{x_0^3} x + 2K \frac{i_0}{x_0^2} i \quad (3.12)$$

Sustituyendo la nueva función (3.12) en la ecuación (3.4) se obtiene:

$$mg - K \frac{i_0^2}{x_0^2} + 2K \frac{i_0^2}{x_0^3} x - 2K \frac{i_0}{x_0^2} i = m\ddot{x} \quad (3.13)$$

En el equilibrio ( $x = x_0, i = i_0$ ), la bola no experimenta aceleración ( $\ddot{x}_0 = 0$ ), por lo que de la ecuación (3.13) se deduce que:

$$mg = K \frac{i_0^2}{x_0^2} \quad (3.14)$$

Por lo tanto, los dos primeros términos de la ecuación (3.13) se eliminan:

$$m\ddot{x} = 2K \frac{i_0^2}{x_0^3} x - 2K \frac{i_0}{x_0^2} i \quad (3.15)$$

Despejando la constante "K" de la ecuación (3.14) y sustituyéndolo en la ecuación (3.15) se obtiene la ecuación mecánica lineal, solo válida en puntos cercanos a un punto de equilibrio:

$$\ddot{x} = \frac{2g}{x_0} x - \frac{2g}{i_0} i \quad (3.16)$$

### 3.1.2. Ecuación eléctrica

Una vez obtenida la ecuación mecánica que define la dinámica de la bola en relación con la corriente que circula por el electroimán, se procede a hallar una ecuación que relacione dicha corriente con la tensión aplicada entre los bornes del electroimán.

Un electroimán es equivalente a una inductancia en serie con una resistencia:

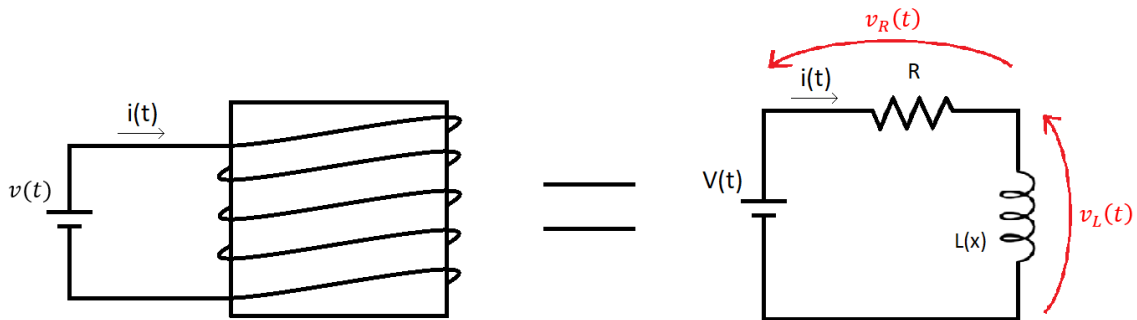


Figura 15: Equivalencia circuital del electroimán

donde:

$$v(t) = v_R(t) + v_L(t) \quad (3.17)$$

Observando la Figura 15, “R” es la resistencia eléctrica del alambre que enrolla al electroimán. “L(x)” es la inductancia del sistema completo, es decir, su valor no solo depende del electroimán, sino que también lo hace de la posición de la bola metálica. El valor máximo de L(x) se haya cuando la bola metálica está próxima al electroimán y su valor decrece a una constante cuando la bola es retirada  $x \rightarrow \infty$ . Por ello, se asume que la dependencia de la posición de la bola en la inductancia queda de la siguiente manera: [1]

$$L(x) = L_i + \frac{L_0 x_0}{x} \quad (3.18)$$

$L_i$  es la inductancia generada únicamente por el electroimán.  $L_0$  y  $x_0$  son respectivamente una constante y la posición de la bola en el equilibrio.  $x$  es la posición de la bola.

En este proyecto, como la bola se mantiene siempre en la misma posición  $x_0 = 11 \text{ mm}$ , o muy cerca de dicho punto en los casos en los que se aplica un cambio de referencia, para facilitar los cálculos, se puede deducir que la inductancia no depende de la posición de la bola, entonces, la ecuación (3.18) queda:

$$L(x) = L_i \quad (3.19)$$

Aplicando la ley de Ohm y la ley de Faraday para las tensiones  $v_R(t)$  y  $v_L(t)$  respectivamente en la ecuación (3.17), se obtiene:

$$v = iR + L_i \frac{\partial i}{\partial t} = iR + \dot{i}L_i \quad (3.20)$$



Por consiguiente, se tienen ya las dos ecuaciones dinámicas linealizadas:

$$\ddot{x} = \frac{2g}{x_0}x - \frac{2g}{i_0}i \quad (3.16)$$

$$v = iR + \dot{i}L_i \quad (3.20)$$

## 3.2. Ecuaciones del sistema en el dominio de Laplace

Para poder aplicar técnicas de control clásico que se van a utilizar a lo largo del trabajo, es necesario convertir las ecuaciones del dominio temporal al dominio de Laplace. Para ello, en esta sección se procede a hacer la transformada de Laplace de las ecuaciones dinámicas linealizadas del sistema.

### 3.2.1. Ecuación mecánica

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (3.16), y considerando nulas las condiciones iniciales de todas las variables, se obtiene la función de transferencia que relaciona la posición de la bola con la corriente que circula por el electroimán:

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-K_i}{(s + \sqrt{K_x})(s - \sqrt{K_x})} = M(s) \quad (3.21)$$

donde:

$$K_x = 2g/x_0 \quad (3.22)$$

$$K_i = 2g/i_0 \quad (3.23)$$

### 3.2.2. Ecuación eléctrica

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (3.20), y considerando nulas las condiciones iniciales de todas las variables, se obtiene la función de transferencia que relaciona la corriente que circula por el electroimán con el voltaje aplicado entre sus bornes:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1/L_i}{R/L_i + s} = E(s) \quad (3.24)$$

### 3.2.3. Planta

Las ecuaciones dinámicas lineales definidas en el dominio de Laplace son:

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-K_i}{(s + \sqrt{K_x})(s - \sqrt{K_x})} = M(s) \quad (3.21)$$

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1/L_i}{R/L_i + s} = E(s) \quad (3.24)$$

La unión de ambas ecuaciones representa la función de transferencia de la planta; que relaciona el cambio de posición de la bola para un determinado cambio de voltaje entre los bornes del electroimán:

$$\frac{X(s)}{V(s)} = \frac{-K_i/L_i}{(s + \sqrt{K_x})(s - \sqrt{K_x})(s + R/L_i)} = G(s) \quad (3.25)$$

Sustituyendo los valores de (3.7) y (3.8) en las ecuaciones (3.22) y (3.23) respectivamente, se obtienen los valores de las constantes  $K_x$  y  $K_i$ :

$$K_x = 2g/x_0 = 2 \frac{9,80665}{0,011} = 1783,0273 \quad (3.26)$$

$$K_i = 2g/i_0 = 2 \frac{9,80665}{0,3831} = 51,1963 \quad (3.27)$$

Las constantes “ $L_i$ ” y “ $R$ ” de la ecuación (3.25) se obtienen experimentalmente con un aparato especial para medir inductancias y un multímetro, respectivamente:

$$L_i = 0,5806 H \quad (3.28)$$

$$R = 40 \Omega \quad (3.29)$$

El hecho de que la resistencia de la bobina aumente con la temperatura, ha sido y es un gran inconveniente para este proyecto. Ya que, por ejemplo, a la hora de tomar medidas para hallar las funciones del sistema se han tenido que repetir varias veces las pruebas a lo largo de varios días debido al calentamiento que sufría el electroimán por circular una corriente tan alta. Pero una vez terminada la parte experimental del trabajo, el calentamiento del electroimán puede ser un inconveniente para el mantenimiento de la bola en levitación, ya que una continua circulación de corriente a través de él, aunque no sea muy grande, si se mantiene mucho tiempo (alrededor de 15 minutos o más), puede llegar a calentarlo, aumentando así la resistencia eléctrica del cable, produciendo así una inestabilidad en el sistema, ya que el modelo matemático del sistema sería distinto al definido en un principio.

Dicho esto, en situaciones habituales, la función de transferencia de la planta queda de esta manera:

$$G(s) = \frac{-88,1783}{(s + 42,226)(s - 42,226)(s + 68,8942)} \quad (3.30)$$

La ecuación (3.30) representa la función de transferencia de la planta obtenida de forma teórica con la adquisición experimental de algunas constantes y funciones. Es de esperar que dicha ecuación no sea una representación exacta del modelo matemático real de la planta. Por ello, sería interesante que para un posible trabajo futuro se valide el modelo matemático de la planta de forma experimental.

### 3.3. Diagrama de bloques del sistema

La posición de la bola es medida por el sensor, por lo tanto, es necesario encontrar una ecuación que relaciona la distancia de la bola con la salida del sensor; para ello, se hace una regresión lineal con los puntos de la Figura 7.

Para hacer la regresión lineal, se toman 2 valores de dicha gráfica alrededor de la posición  $x_0 = 11 \text{ mm}$ ; puede que sea inusual tomar solo 2 valores para hacer una regresión lineal, pero dado que el sistema no es lineal, esto es, solamente se ha definido como “lineal” a las proximidades de la posición  $x_0 = 11 \text{ mm}$ , además, la bola se mantendrá levitando en dicha zona, podría ser perjudicial tomar valores más lejanos de dicha zona. Por ello, los puntos que se han tomado son [10,5 y 11,5] mm. observando la Figura 16, se toman los valores del sensor para esas posiciones y se hace una regresión lineal con *Scilab*:

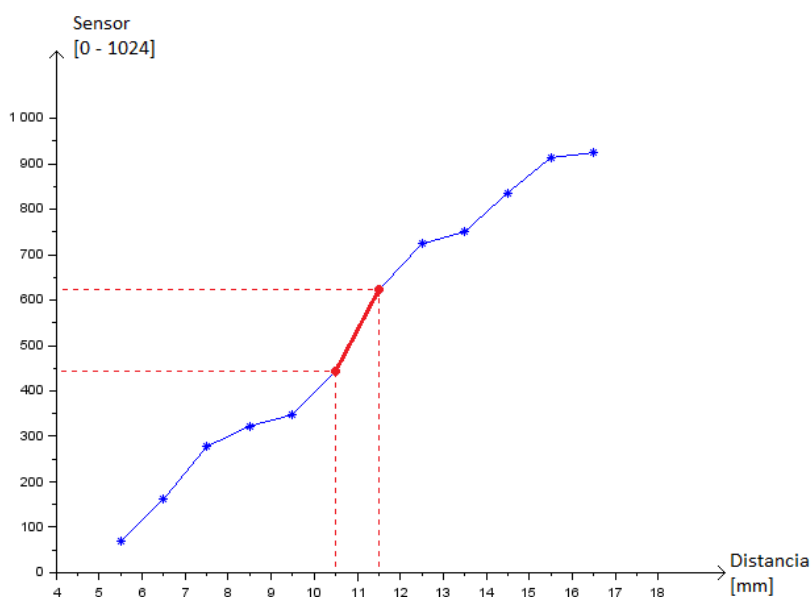


Figura 16: "En rojo" regresión lineal de la función distancia - sensor

Obteniendo así la siguiente ecuación lineal:

$$Sen = 146260x - 1075,35 \tag{3.31}$$

El sensor debe aparecer en el diagrama de bloques del sistema como función de transferencia que relaciona la distancia de la bola con la salida del sensor [0 – 1024]. La función de transferencia, por lo tanto, queda como sigue:

$$H(z) = \frac{Sen(z)}{X(z)} = 146260 \tag{3.32}$$

Hay que tener en cuenta que las señales con las que se va a trabajar son incrementos desde el punto de equilibrio, no valores absolutos.



A continuación, se representa el diagrama de bloques del sistema discreto:

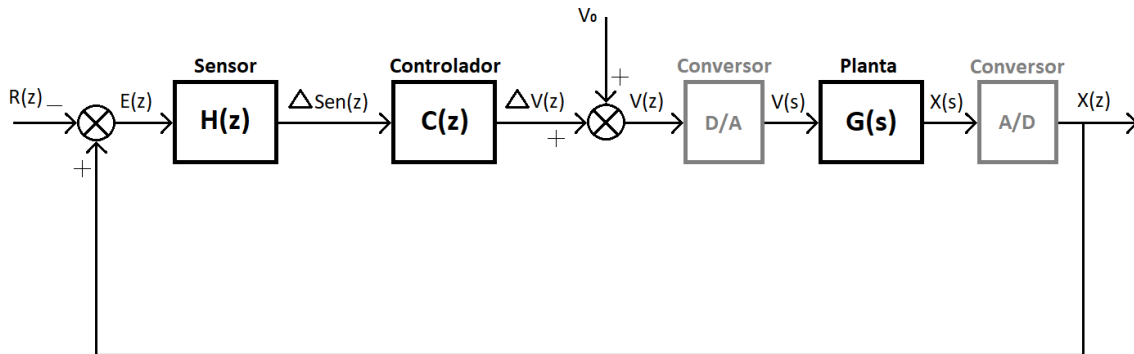


Figura 17: Diagrama de bloques discreto del sistema

“ $H(z)$ ” y “ $G(s)$ ” son las funciones de transferencia del sensor y la planta respectivamente y “ $C(z)$ ” es el controlador que se diseñará en el siguiente capítulo.

“ $E(z)$ ” es el error de posición; la diferencia entre la posición de la bola y la referencia.

$$E(z) = X(z) - R(z) \quad (3.33)$$

Se puede observar que, en este sistema de control, a diferencia de los sistemas de control habituales, a la salida “ $X(z)$ ” se le resta la referencia “ $R(z)$ ” y no al revés. Esto es debido a que como la ecuación de la planta es negativa, para que el sistema sea estable en lazo cerrado, o la ganancia del controlador debe ser negativa, o la señal de error debe ser cambiada de signo; en este caso, se ha escogido la segunda opción.

“ $\Delta Sen(z)$ ” es el error de posición en unidades de sensor:

$$\Delta Sen(z) = E(z)H(z) \quad (3.34)$$

“ $\Delta V(z)$ ” es la salida del controlador y representa el incremento de voltaje que se le debe añadir al voltaje en equilibrio “ $V_0$ ” para que la bola se mantenga en levitación. Hay que tener presente que el valor de “ $\Delta V(z)$ ” puede ser positivo y negativo.

$$\Delta V(z) = \Delta Sen(z)C(z) \quad (3.35)$$

“ $V(z)$ ” es el valor total de voltaje que se aplica entre los bornes del electroimán.

$$V(z) = V_0 + \Delta V(z) \quad (3.36)$$

El valor de  $V_0$  se halla de la siguiente manera:

En el capítulo anterior se explica que el PWM está directamente relacionado con la diferencia de tensión aplicada entre los bornes del electroimán. Por lo tanto, basta con hallar el PWM necesario para que la bola levite a 11 mm.

Con la ayuda de unos bloques de madera y algunas cartulinas, se coloca la bola a una distancia de 11 mm del electroimán, y se verifica que para un PWM con un ciclo de trabajo de 69,8 % la fuerza magnética vence a la gravitatoria y la bola se pega al electroimán, por lo tanto, se tiene que el PWM en equilibrio para  $X_0 = 11 \text{ mm}$  es:

$$PWM_0 = 69,8 \tag{3.37}$$

Sustituyendo la constante (3.37) en la ecuación (2.1) se obtiene el valor del voltaje en el equilibrio:

$$V_0 = PWM_0 \frac{24}{100} = 16,752 \text{ V} \tag{3.38}$$

Resumiendo, los valores de las funciones del diagrama de bloques son los siguientes:

Referencia: $R(z)$	Sensor: $H(z)$	Controlador: $C(z)$	Voltaje en equilibrio: $V_0$	Planta: $G(s)$
0,011 m	146260	A diseñar en el siguiente capítulo	16,752 V	$\frac{-88,1783}{(s + 42,226)(s - 42,226)(s + 68,8942)}$

Tabla 1: Valores de las funciones del diagrama de bloques



# Capítulo 4: Control

Una vez definida la función de transferencia de la planta y del sensor, se procede a diseñar el controlador del sistema.

Las técnicas que se han utilizado para diseñar el controlador están basadas en el estudio del dominio frecuencial del sistema, utilizando como herramienta principal el diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto. Por ello, se escoge una red de compensación como tipo de controlador para el sistema. Como posteriormente se verá, las redes de compensación que finalmente se diseñarán son una red de atraso y otra de adelanto puestas en serie. De esta manera, la función de transferencia en lazo abierto en el dominio discreto quedará:

$$FTLA(z) = H(z) \cdot K \cdot AT(z) \cdot AD(z) \cdot \{(D/A) G(s) (A/D)\} \tag{4.1}$$

Donde “H(z)” es la función de transferencia del sensor, “K” es la ganancia proporcional, “AT(z)” es la red de atraso, “AD(z)” es la red de adelanto, “(D/A) y (A/D)” son el conversor digital – analógico y el conversor analógico – digital respectivamente y G(s) es la función de transferencia de la planta.

Se recuerda que el diagrama de bloques en lazo cerrado del sistema completo queda de esta manera:

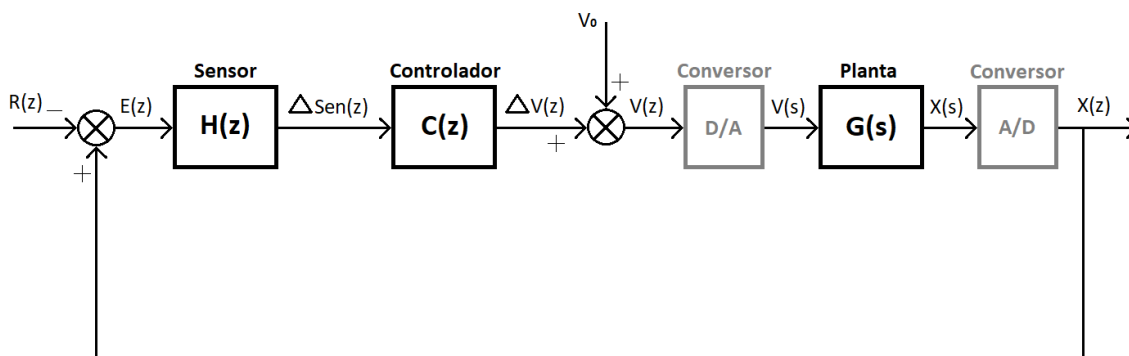


Figura 18: Diagrama de bloques discreto del sistema

Como se ve en la Figura 18, el controlador es discreto, pero ello no obliga a utilizar técnicas discretas para el diseño de este. Por ello, por su comodidad, se han decidido aplicar técnicas en el tiempo continuo para diseñar el controlador en el dominio “s”, y una vez diseñado, se discretiza pasándolo al dominio “z” mediante la transformación bilineal. Queda también para un trabajo posterior el realizar diseños directamente digitales y estudiar las posibles mejoras respecto al diseño en continuo realizado en este trabajo.



De esta manera, la función de transferencia en lazo abierto en el dominio continuo queda:

$$FTLA(s) = H(s) \cdot K \cdot AT(s) \cdot AD(s) \cdot G(s) \quad (4.2)$$

## 4.1. Ganancia proporcional

Antes de diseñar la red de compensación, se debe escoger una ganancia proporcional “K” para el controlador, cuya elección se basa en que el error en estado estacionario “ $e_{ss}$ ” sea muy pequeño.

Dado que el sistema es de tipo 0, es decir, no tiene integrador en la cadena directa, para conseguir un error en estado estacionario nulo sería necesario un control integral. Para al menos reducir dicho error, es necesario que la ganancia proporcional sea grande.

La ecuación que relaciona la señal de error con la ganancia proporcional es la siguiente:

$$E(s) = \frac{1}{1 + KG(s)H(s)} R(s) \quad (4.3)$$

Para una entrada escalón:  $R(s) = \frac{R}{s}$ , donde R es el valor de la referencia y aplicando el teorema del valor final a la ecuación (4.3), se obtiene la ecuación que relaciona la ganancia proporcional con el error en estado estacionario:

$$K = \frac{\frac{1}{e_{ss}/R} - 1}{\lim_{s \rightarrow \infty} G(s)H(s)} \quad (4.4)$$

Teniendo en cuenta que se busca un error en estado estacionario menor o igual al 0,1 % de la entrada  $\rightarrow 100 \frac{e_{ss}}{R} \leq 0,1$  y sustituyendo en la ecuación (4.4), la ecuación (3.30) y la ecuación (3.32) trasladada al dominio continuo, se obtiene el mínimo valor de ganancia proporcional para obtener un error en estado estacionario del 0,1 %:

$$K \geq 9,5153 \quad (4.5)$$

Para no acercarse mucho al valor límite del error en estado estacionario, se escoge el siguiente valor para la ganancia proporcional:

$$K = 15 \quad (4.6)$$

## 4.2. Estabilidad

Una vez definida la ganancia proporcional del controlador, el siguiente paso es estudiar la estabilidad del sistema. Es razonable trazar el lugar de Nyquist del sistema en lazo abierto para observar la estabilidad del sistema, y a partir de ahí, con la ayuda del diagrama de Bode del sistema en lazo abierto, determinar cuáles van a ser los pasos para diseñar el controlador.

Según el criterio de Nyquist, para que un sistema en lazo cerrado sea estable, el lugar de Nyquist de la función de transferencia en lazo abierto debe encerrar el punto  $(-1, j0)$  un número de veces igual al número de polos de FTLA contenidos en el semiplano derecho del plano "s", y los encierros, si los hay, deben producirse en sentido contrario al seguido al recorrer el camino de Nyquist. El sentido del recorrido de Nyquist es antihorario.

Observando la ecuación (3.30), se demuestra que hay un único polo de FTLA contenido en el semiplano derecho del plano "s". Por lo tanto, para que el sistema sea estable, el punto  $(-1, j0)$  debe ser encerrado una única vez en sentido horario.

Para estudiar la estabilidad del sistema, se dibuja mediante *Scilab* el diagrama de Nyquist de FTLA teniendo en cuenta que el controlador es únicamente una ganancia proporcional:

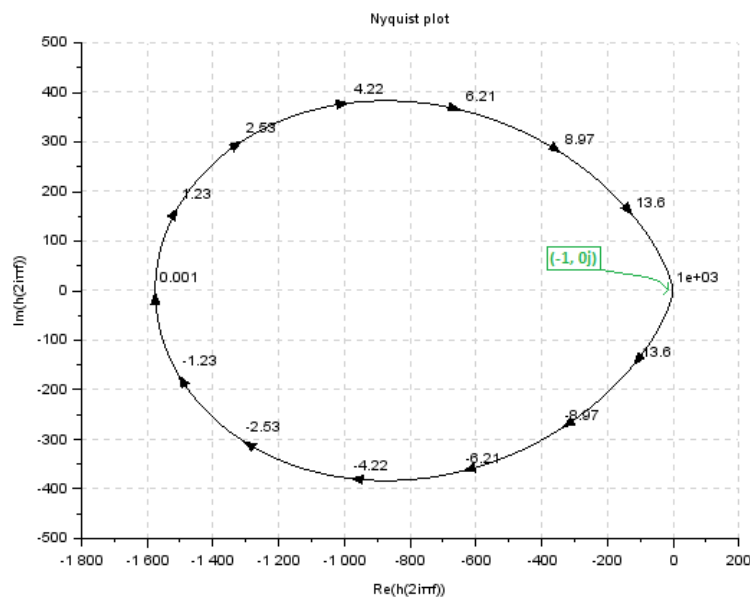


Figura 19: Diagrama de Nyquist de FTLA compensada en ganancia

Hay que tener en cuenta que *Scilab* dibuja el camino de Nyquist en sentido contrario, por lo tanto, la dirección del lugar de Nyquist en los gráficos generados por *Scilab*, deben interpretarse en el sentido contrario al que muestran. Como se puede ver en la Figura 19, el punto  $(-1,0j)$  está encerrado una vez por el camino de Nyquist, en sentido antihorario. Pero como se ha comentado anteriormente, para que el sistema sea estable, el lugar de Nyquist de FTLA debe encerrar una vez el punto  $(-1,0j)$  en sentido horario. Dicho esto, se deduce que el sistema es inestable en lazo cerrado.

### 4.3. Redes de compensación

Para analizar mejor el sistema, se muestra el diagrama de bode de la función de transferencia en lazo abierto compensada en ganancia:

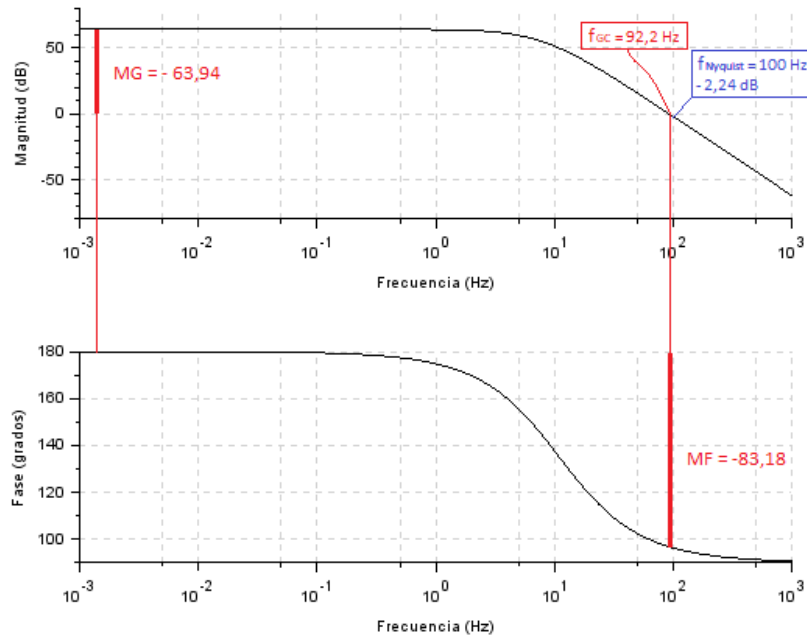


Figura 20: Diagrama de Bode de FTLA compensada en ganancia

Como puede observarse en la Figura 20, el margen de fase para todas las frecuencias es negativo, y como se busca un margen de fase positivo para que el camino de Nyquist encierre el punto  $(-1, 0j)$  en sentido horario, queda evidente la inestabilidad del sistema para cualquier valor del control proporcional. También se puede concluir que aplicando una red de atraso tampoco se consigue estabilizar el sistema, ya que es necesario “subir” la curva de fase para obtener un margen de fase positivo, por lo que la única manera de conseguirlo es aplicando una red de adelanto.

Teniendo en cuenta que se va a aplicar una red de adelanto, lo que supone una subida de la curva de módulo del sistema (a frecuencias altas), y por tanto un desplazamiento de la frecuencia de ganancia crítica a valor mayores, conviene utilizar también una red de atraso. Dado que el sistema va a ser discretizado con una frecuencia de muestreo  $f_m = 200 \text{ Hz}$ , para que no se produzcan efectos como el “Aliasing”, se debe cumplir el teorema de Nyquist, es decir, asegurarse que las frecuencias superiores a  $f_{Nyquist} = \frac{f_m}{2} = 100 \text{ Hz}$  se atenúen en gran medida. Para ello, la red de atraso es capaz de desplazar la curva de módulo a frecuencias menores y con ello “bajar” la curva de módulo en las frecuencias cercanas a la de Nyquist.

Dicho esto, queda claro que el controlador debe estar compuesto por un control proporcional, una red de atraso y una red de adelanto.

### 4.3.1. Red de atraso

Como el control proporcional ya está definido, toca ahora definir la red de atraso:

$$AT(s) = \frac{1 + aT_a s}{1 + T_a s}; \text{ "con } a < 0\text{"} \quad (4.7)$$

Los parámetros de la red de atraso se definen delimitando el rango de la curva de ganancia de este, para ello, se muestra el diagrama asintótico de bode de la red de atraso:

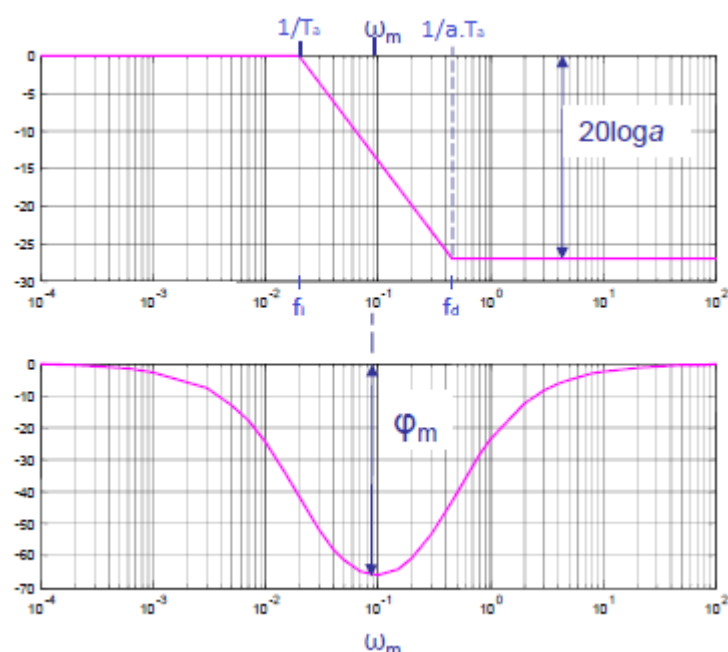


Figura 21: Diagrama de Bode de la red de atraso

Como la ganancia del sistema compensado en ganancia a frecuencias bajas es de 64 dB aprox, se prueba a reducir la curva de módulo en unos 64 dB:

$$20 \log_{10} a = 64 \text{ dB} \quad (4.8)$$

De la ecuación (4.8) se deduce el valor de "a":

$$a = 0,0006 \quad (4.9)$$

La red de atraso asintótica se aplica entre dos extremos que corresponden a las frecuencias  $f_i$  y  $f_d$  (Hz):

$$\text{extremo izquierdo: } \frac{1}{T_a} = f_i 2\pi \quad (4.10)$$

$$\text{extremo derecho: } \frac{1}{aT_a} = f_d 2\pi \quad (4.11)$$

Se decide aplicar el extremo derecho a una frecuencia  $f_d = 1 \text{ Hz}$ , por ejemplo, para así alejar la frecuencia de ganancia crítica de la de Nyquist. Por lo tanto, según las ecuaciones (4.9) y (4.11):

$$T_a = 265,25824 \quad (4.12)$$

Con ello, la red de atraso queda definida así:

$$AT(s) = \frac{1 + 0,1591549s}{1 + 265,25824s} \quad (4.13)$$

Ahora se estudia el diagrama de bode del sistema aplicando la red de atraso:

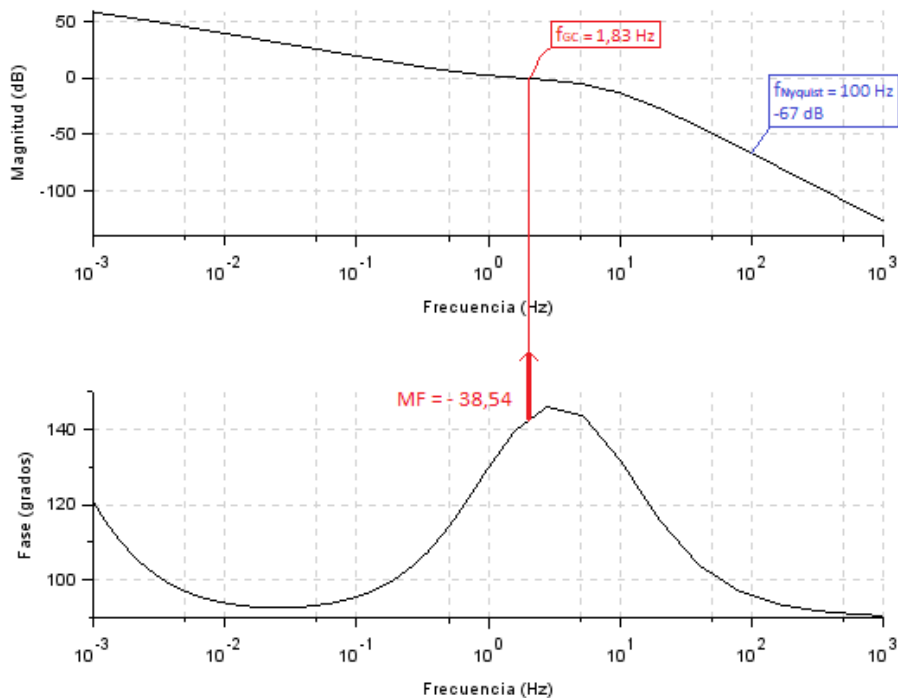


Figura 22: Diagrama de Bode de FTLA compensada en ganancia y con la red de atraso



Como se ve en la Figura 22, no se ha conseguido estabilizar el sistema en lazo cerrado con la red de atraso, pero sí bajar la curva de módulo, de modo que para  $f_{Nyquist} = 100 \text{ Hz}$  la ganancia es de  $-67 \text{ dB}$ . Por lo tanto, queda cumplido el objetivo de atenuar la ganancia a frecuencias cercanas a la de Nyquist.

### 4.3.2. Red de adelanto

Una vez definida la red de atraso, se procede a diseñar la red de adelanto, cuyo objetivo es el de estabilizar el sistema.

Obviamente, aun con la aplicación de la red de atraso la curva de fase sigue siendo negativa para todas las frecuencias. Por lo tanto, el sistema sigue siendo inestable. Se puede deducir que, para conseguir estabilizarlo, basta con aplicar una red de adelanto de tal forma que haya un tramo de frecuencias donde el margen de fase sea positivo; doblando así el diagrama de Nyquist de modo que se creen tres "anillos" siendo el del centro, recorrido en sentido horario por el lugar de Nyquist. Así, encerrando el punto  $(-1, 0j)$  por dicho "anillo", se conseguiría estabilizar el sistema. A continuación, se muestra un ejemplo ilustrativo de lo que se acaba de explicar:

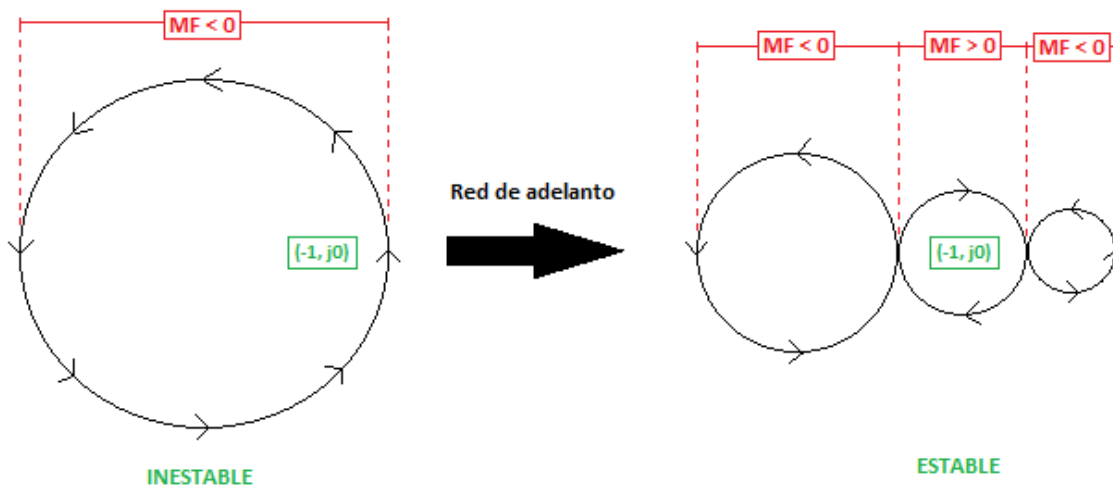


Figura 23: Doble pliegue sobre el diagrama de Nyquist con la aplicación de una red de adelanto

La red de adelanto se define de esta manera:

$$AD(s) = \frac{1 + bT_b s}{1 + T_b s} ; \text{ "con } b > 0\text{ " } \quad (4.14)$$

Al igual que para la red de atraso, los parámetros de la red de adelanto se definen delimitando el rango de la curva de ganancia, para ello, se ilustra el diagrama de bode asintótico de la red de adelanto:

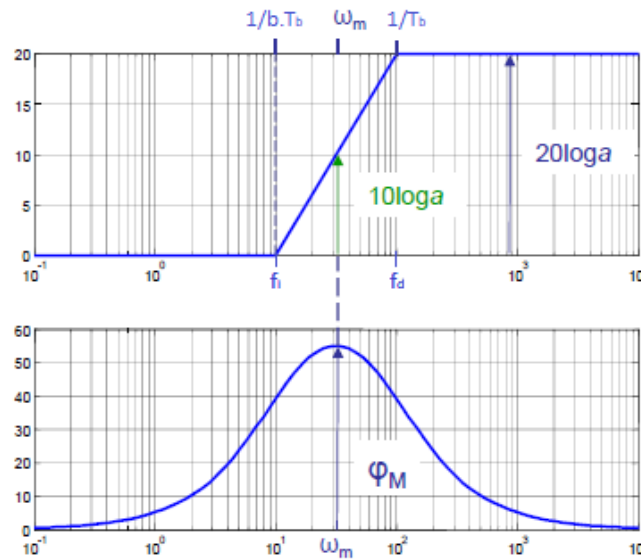


Figura 24: Diagrama de Bode de la red de adelanto

La red de adelanto asintótica se aplica entre dos extremos que corresponden a las frecuencias  $f_i$  y  $f_d$  (Hz):

$$\text{extremo izquierdo: } \frac{1}{bT_b} = f_i 2\pi \quad (4.15)$$

$$\text{extremo derecho: } \frac{1}{T_b} = f_d 2\pi \quad (4.16)$$

La manera de diseñar esta red ha sido diferente que para la red de atraso. Dado que nuestro sistema no es de fase mínima, se ha realizado un proceso de prueba - error para encontrar el mayor margen de fase posible. El procedimiento consiste en ir probando para diferentes  $f_i$  y  $f_d$  con el control proporcional, la red de atraso y la red de adelanto juntas. Se va observando el diagrama de Bode para cada prueba que se hace hasta que se encuentra el mayor margen de fase. Estos son los valores para los que se consigue el mayor margen de fase posible:  $f_i = 2,5 \text{ Hz}$   $f_d = 35 \text{ Hz}$

Aplicando dichos valores a las fórmulas (4.15) y (4.16) se obtiene:

$$T_b = 0,0045473 \quad (4.17)$$

$$b = 14 \quad (4.18)$$

De modo que la red de adelanto queda:

$$AD(s) = \frac{1 + 0,063662s}{1 + 0,0045473s} \quad (4.19)$$

El diagrama de bode del sistema en lazo abierto, aplicando el control proporcional y la red de compensación por atraso y adelanto de fase queda:

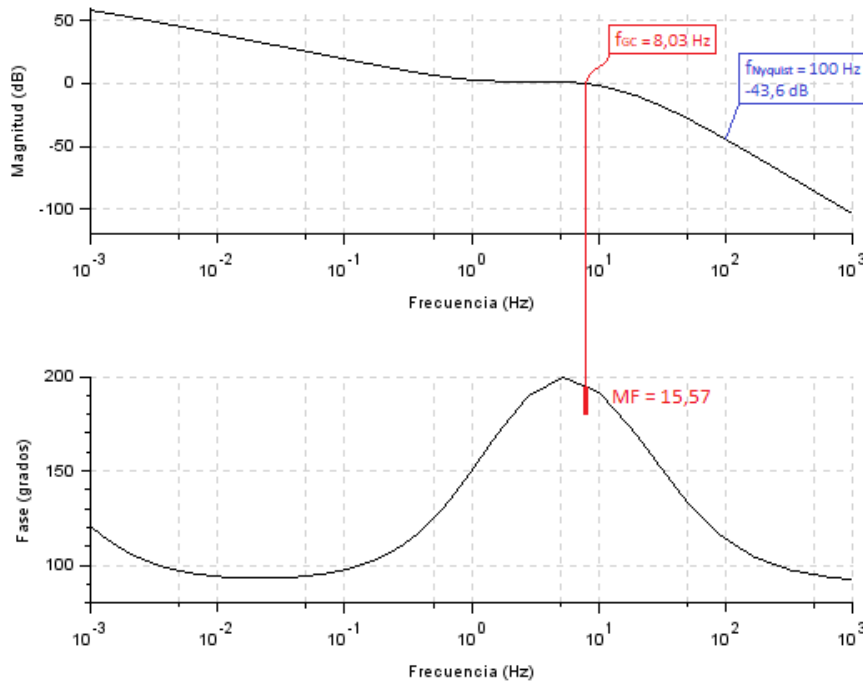


Figura 25: Diagrama de Bode de FTLA compensada en ganancia, con la red de atraso y la red de adelanto

Se puede observar en la Figura 25 que el margen de fase es positivo, por lo tanto, queda así estabilizado el sistema. Además, las frecuencias similares y superiores a la de Nyquist siguen estando muy atenuadas, -43,6 dB, por lo tanto, tampoco hay problemas para discretizar el sistema con el periodo de muestreo escogido.

El diagrama de Nyquist con el control completo queda así:

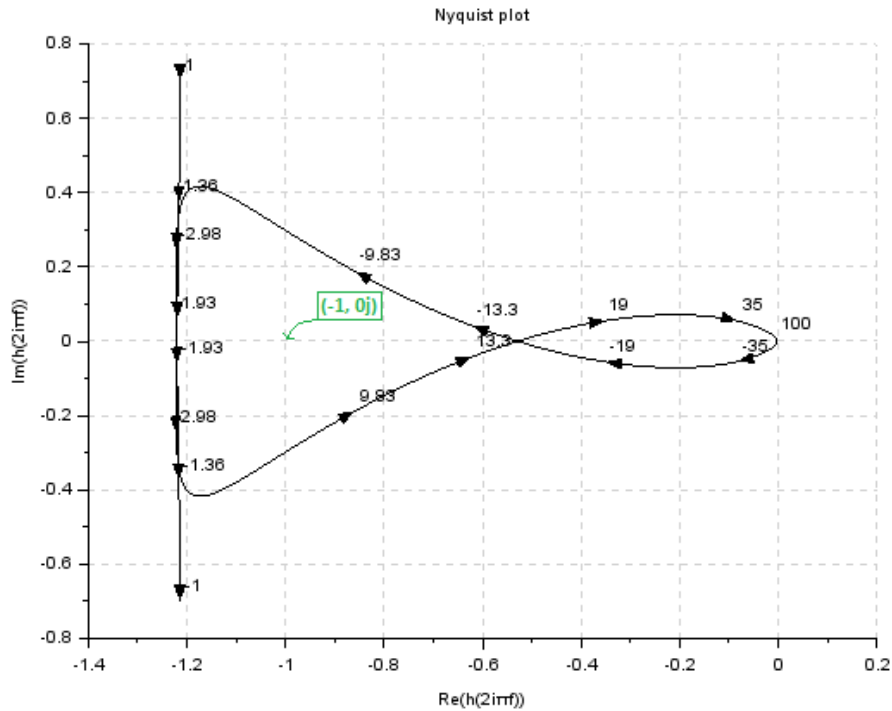


Figura 26: Diagrama de Nyquist de FTLA compensada en ganancia, con la red de atraso y la red de adelanto

En la Figura 26, se puede observar que se ha conseguido lo que se pretendía; doblar el diagrama de Nyquist de tal forma que se creen tres “anillos” y en el del medio, se encuentre el punto (-1, 0j), siendo este rodeado por el camino de Nyquist en sentido horario. Respecto a la estabilidad relativa, dentro de los límites que nos da nuestro sistema, se ha conseguido que sea aceptable ya que como se puede ver, el punto (-1+0j) está centrado en la zona estable.

### 4.3.3. Control completo

Una vez definido el control proporcional, la red de atraso y la red de adelanto, se unen para formar el controlador del sistema:

$$C(s) = K \cdot AT(s) \cdot AD(s) = 0,1519818 \frac{s^2 + 21,991145s + 98,6960281}{1,2062046s^2 + 265,26279s + 1} \quad (4.20)$$

Hay que discretizar el controlador pasando del dominio “s” al dominio “z”, para ello se aplica la transformación bilineal:

$$s = \frac{2z - 1}{Tz + 1} \quad (4.21)$$



Donde “T” es el periodo de muestreo que se ha escogido anteriormente.

$$T = 0,005 \text{ sg} \quad (4.22)$$

Aplicando las ecuaciones (4.21) y (4.22) en la ecuación (4.20) se obtiene el controlador discreto:

$$C(z) = 0,0858211 \frac{z^2 - 1,8934971z + 0,8958345}{z^2 - 1,290488z + 0,2905013} \quad (4.23)$$

Se aplica el control digital en Arduino, y compilado el programa correspondiente para hacer que la bola levite a  $x = 11 \text{ mm}$  (**Ver programa de Arduino, Anexo 1**), se conecta el generador de tensión con 24 V en las conexiones correspondientes del circuito de la Figura 12. Se va acercando la bola metálica manualmente a una distancia  $x = 11 \text{ mm}$  aprox de la parte inferior del electroimán, se suelta y se comprueba que efectivamente la bola se mantiene levitando:



Figura 27: Fotografía de la bola levitando a 11 mm del electroimán

## 4.4. Análisis del sistema ante cambios de referencia

Una vez cumplido el objetivo principal del proyecto, conseguir que la bola levite, el siguiente paso es el de estudiar el análisis transitorio y permanente del sistema ante cambios de referencia.

Tras varias pruebas con diferentes cambios de referencia, se comprueba que antes de que la bola se desestabilice y deje de levitar, el máximo cambio de referencia aplicable hacia arriba es de 0,45 mm (partiendo de algo más abajo de 11 mm, para intentar no salirse de la zona lineal definida). Mientras que el máximo cambio de referencia aplicable hacia abajo es algo mayor, 0,55 mm (partiendo en este caso de algo más arriba de 11 mm por el mismo motivo explicado). Teóricamente el máximo cambio de referencia debería ser igual hacia los dos sentidos, pero en la práctica, efectos como las zonas no lineales de la fuerza magnética, la calibración de los sensores, entre otros, hacen que los dos sentidos no sean simétricos produciendo así este tipo de diferencias.

Mediante Arduino, se diseña un temporizador el cual cada 5 segundos introduce un cambio de referencia. Para guardar los datos proporcionados por el sensor sobre la posición de la bola, incluidos los instantes de tiempo para cada posición, resulta inadecuado usar la misma placa Arduino que la que se está usando, ya que el hecho de guardar datos ralentiza los procesos que se están llevando a cabo en la placa, por ello, se hace uso de una segunda placa Arduino, la cual guardará en una tarjeta SD externa los datos proporcionados por el sensor con sus correspondientes instantes de tiempo. Una vez que la tarjeta SD haya guardado la cantidad de datos deseada, se traza una gráfica de la posición de la bola respecto del tiempo:

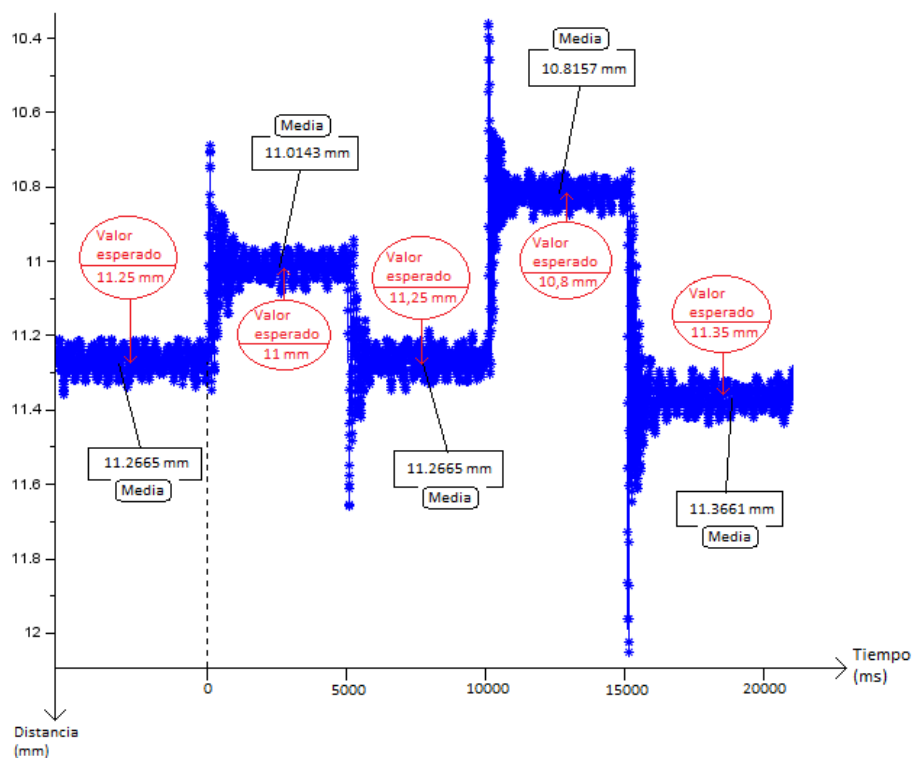


Figura 28: Posición de la bola ante diferentes cambios de referencia. "Valor esperado", es el valor de la referencia que se ha definido en Arduino para llevar la bola a dicho punto. "Media" es una media experimental de todos los puntos de posición de la bola para cada región.

Se puede ver en la Figura 28, que el valor medio de cada región no difiere casi nada del valor esperado, solamente en alguna centésima de milímetro más debajo de lo esperado.

Para analizar más detalladamente el transitorio y el permanente ante un cambio de referencia, se hace “zoom” en alguno de los tramos, por ejemplo, en el primero, donde el cambio de referencia es de 0,25 mm hacia arriba. También se hace una simulación teórica mediante *Scilab*, de la posición de la bola para el mismo cambio de referencia; de esta manera, se podrá hacer una comparación entre el modelo experimental y el modelo teórico. Dependiendo de su similitud, se sabrá si el modelo matemático definido del sistema se acerca o no al modelo matemático real:

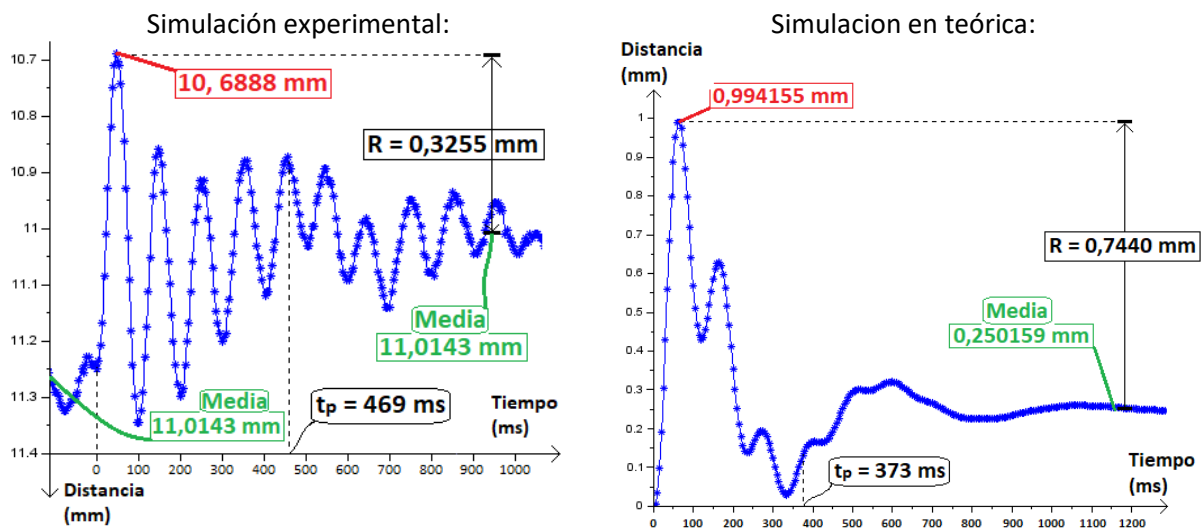


Figura 29: Izq: Simulación experimental. Dcha: Simulación teórica ante una entrada escalón de 0,25 mm

Analizando la simulación experimental (imagen de la izquierda de la Figura 29) se puede ver que el valor absoluto del rebose es de 0,3255 mm, llegando la bola a una distancia de 10,6888 mm respecto del electroimán. Siendo el rebose porcentual  $R = 129,064$  %. Se puede decir que para este sistema no se considera como un rebose muy grande ya que como se había definido en el capítulo 2, la zona “líneal” del sistema se encuentra entre [9,5; 12,5] mm.

Dado que nuestro sistema en su estado estacionario es muy oscilante debido a las imprecisiones del sensor, del modelo matemático que no es exacto y otras características no lineales del sistema, se ha redefinido el tiempo de establecimiento como el tiempo en el que la posición no varía más del 50 % del valor final, en lugar de usar la definición común que define este porcentaje en 2 %. Por ello, con la definición impuesta, el tiempo de establecimiento es de  $t_p = 469$  ms.

Analizando ahora la simulación teórica (imagen derecha de la Figura 29), se puede decir que la simulación experimental y la teórica no se parecen mucho, ya que en la imagen de la izquierda se observan bastantes más oscilaciones que en la imagen de la derecha. Aun así, se toman los datos del rebose y el tiempo de establecimiento de la imagen de la derecha para comprobar si tienen alguna similitud.



El valor absoluto del rebose en este caso es de 0,744 mm, siendo el rebose porcentual  $R = 297,411 \%$ ; un 168,347 % más elevado que en la simulación experimental.

El tiempo de establecimiento es de  $t_p = 373 \text{ ms}$ ; 96 ms menor que en la simulación experimental.

Se puede decir que el tiempo de establecimiento en los dos casos es parecido, pero el rebose difiere mucho en un caso del otro, por lo tanto, se puede deducir que el modelo matemático definido del sistema y el modelo matemático real del sistema no son exactamente iguales. Queda pendiente, por lo tanto, para un trabajo futuro validar el modelo matemático del sistema.

## 4.5. Análisis del sistema ante cambios de referencia: Controlador “ideal”

Una vez estudiados los parámetros más relevantes del transitorio y permanente del sistema ante un cambio de referencia, se desea comprobar si dichos valores son buenos o no. Para ello, mediante un *software* optimizador de controladores, se ha creado el controlador “ideal” para este sistema. El controlador obtenido es el siguiente:

$$C(z) = \frac{z^2 - 1,8655230z + 0,8696652}{z^2 - 0,7754878z - 0,2244835} \quad (4.24)$$

Al igual que para el controlador anterior diseñado en este trabajo, se compila el control (4.24) en Arduino y se verifica que la bola queda levitando a una altura de  $X = 11 \text{ mm}$  aprox de la parte inferior del electroimán.



Con el mismo programa de Arduino que para el controlador anterior, mediante un temporizador que aplica cambios de referencia cada 5 segundos, se analiza la posición de la bola para los diferentes cambios de referencia:

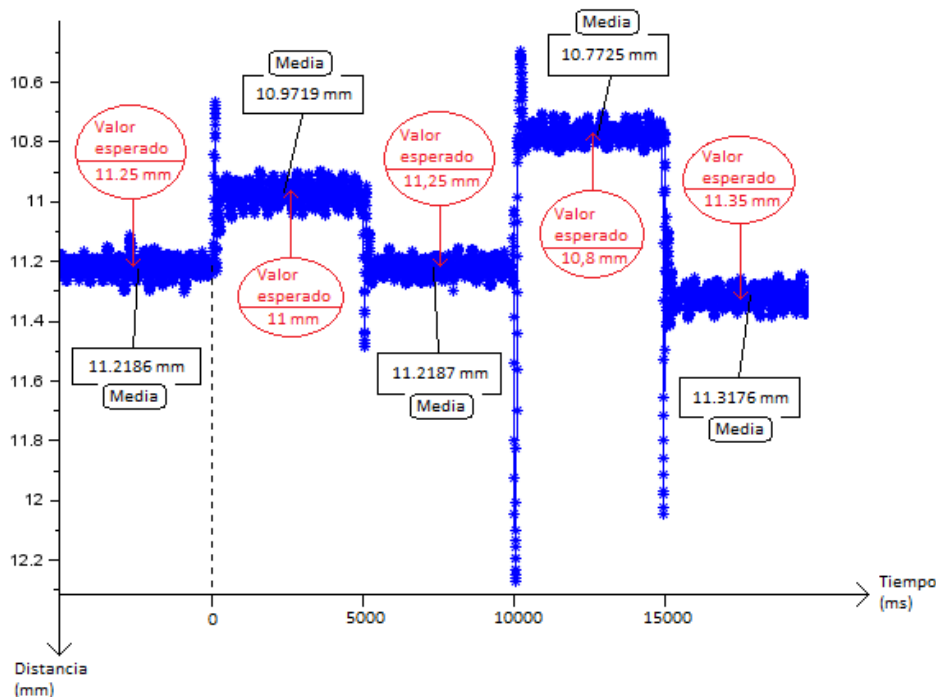


Figura 30: Posición de la bola ante diferentes cambios de referencia. (controlador óptimo)

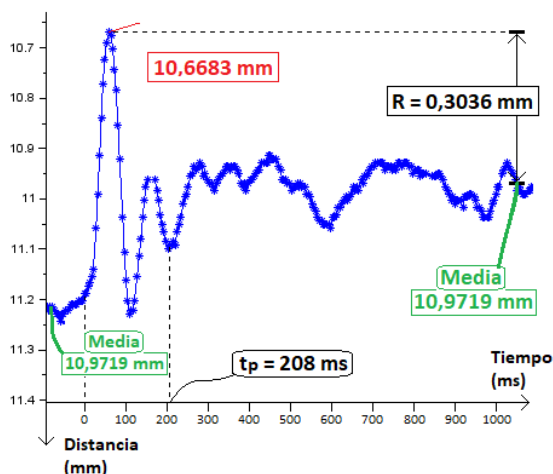
En la Figura 30, a diferencia de la Figura 28, se puede ver que los valores en el equilibrio difieren también alguna centésima pero esta vez más arriba de lo esperado. Este hecho no es muy relevante, solo que asegura la necesidad de aplicar un modelo matemático más preciso.

Se puede apreciar también que, a diferencia del controlador anterior, para el controlador “óptimo” ocurre un fenómeno extraño en uno de los cambios de referencia. Al aplicar un cambio de referencia de 0,55 mm hacia arriba, el mayor posible, la bola antes de ir hacia arriba salta hacia abajo para luego volver, creando un rebose extremadamente grande en sentido contrario. No se ha conseguido entender por qué se produce este fenómeno, por ello, podría ser objeto de estudio para futuros trabajos.

Al igual que se hizo para el primer controlador, también se hace un estudio más detallado del primer tramo donde el cambio de referencia es de 0,25 mm. Para así poder hacer una comparación de cuál de los dos controladores es más eficiente, aunque se suponga que el que debe tener mejores prestaciones es el controlador “ideal”. También se muestra la simulación teórica hecha en *Scilab* para comprobar por segunda vez, si el modelo matemático definido del sistema se acerca o no al modelo matemático real:



Simulación experimental:



Simulación teórica:

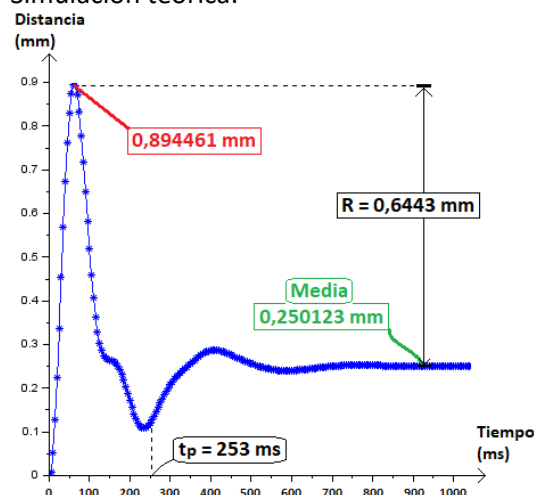


Figura 31: Izq: Simulación experimental. Dcha: Simulación teórica ante una entrada escalón de 0,25 mm (Control óptimo)

Si se analiza la simulación experimental (imagen de la izquierda de la Figura 31) se observa que hay bastantes menos oscilaciones que en la simulación experimental para el otro controlador (imagen de la izquierda de la Figura 29). Por lo tanto, en este sentido, se sabe que el controlador “óptimo” es mejor que el que se ha diseñado. De todos modos, se van a tomar medidas de las mismas especificaciones que para el controlador anterior, para hacer una comparación más exhaustiva.

El valor absoluto del rebose es de 0,3036 mm; siendo el rebose porcentual  $R = 123,064$  un 6 % menor que para el controlador anterior.

Con el mismo criterio que para el primer controlador, el tiempo de establecimiento se define como el tiempo en el que la posición no varía más del 50 % del valor final. En este caso, el tiempo de establecimiento es  $t_p = 208$  ms; 261 ms más rápido que para el primer controlador.

Estas tres grandes diferencias dejan claro que el controlador “ideal” es mejor que el primer controlador que se ha diseñado en este trabajo.

Ahora se toman datos de las especificaciones de la simulación teórica (imagen de la derecha de la Figura 31). El valor absoluto del rebose es de 0,6443 mm, lo que en rebose porcentual es  $R = 257,593$  % un 133,953 % mayor que en la simulación experimental.

El tiempo de establecimiento es de  $t_p = 253$  ms; 45 ms mayor que en la simulación experimental.

Aunque las especificaciones de la simulación experimental sean mejores que las de la simulación teórica, los datos difieren considerablemente, por lo tanto, queda demostrado de nuevo que el modelo matemático del sistema es muy mejorable.



---

## Capítulo 5: Conclusiones y trabajos futuros

---

La realización de este proyecto ha supuesto para mí un gran reto del que he aprendido mucho y me ha ilusionado el hecho de conseguir resultados prácticos en base a la aplicación de los conocimientos teóricos adquiridos en la carrera. Todas las dificultades y obstáculos que he ido encontrando por el camino me han enseñado a resolver problemas “reales” de una manera eficiente y práctica. El hecho de tener que realizar el trabajo en un plazo fijo, siguiendo una serie de pautas, me ha enseñado también a organizarme de una manera más profesional.

Este trabajo tiene como base teórica varias asignaturas que he cursado en la carrera, por ejemplo:

- Electromagnetismo: Teoría electromagnética de electroimanes.
- Sensores: Teoría de los sensores infrarrojos, sensores de efecto Hall y celdas Peltier.
- Análisis vectorial y complejo: Linealización de ecuaciones no lineales mediante el método de la serie de Taylor.
- Señales y sistemas: Transformación de señales continuas en el tiempo en señales discretas. Frecuencia de Nyquist.
- Control automático: Toda la teoría de control utilizada en el proyecto.

Si bien he tenido la oportunidad de recibir consejos de algunos profesores de dichas asignaturas para resolver dudas puntuales que me han ido surgiendo durante este trabajo, también he desarrollado capacidades que me han permitido resolver los problemas de una forma autónoma.

Este proyecto se ha creado desde los cimientos, es decir, no se han utilizado maquetas prediseñadas, ni electroimanes ya fabricados; exceptuando obviamente los elementos electrónicos, todos y cada uno de los elementos se han ido creando según las necesidades del proyecto. Por ello, se ha obtenido una visión global de lo que es y ha supuesto la creación de este trabajo, cuyo principal objetivo, hacer levitar una bola metálica mediante un campo magnético controlable, ha sido cumplido.

He recopilado algunas consideraciones que he supuesto importantes a lo largo de este trabajo, las cuales, para un posible trabajo futuro, sería interesante que se pudiesen tratar de mejorar:



- Diseño del electroimán: Se tuvieron que fabricar varios electroimanes hasta conseguir el definitivo, debido a dos factores: O se calentaban mucho al aplicarles una corriente, o no emitían la fuerza magnética necesaria para hacer levitar la bola.
  - Trabajos futuros: Obviamente el electroimán se calienta si se mantiene mucho tiempo en funcionamiento. por ello, si se quiere dejar levitando la bola durante más de 15 minutos, como solución, se podrían probar varios métodos de enfriamiento como, por ejemplo, colocar un pequeño ventilador en dirección al electroimán, o incluso envolverlo con celdas Peltier ya que, por su efecto, lo enfriarían con tan solo aplicarles un pequeño voltaje.
  
- Dos placas de Arduino UNO: Tras varios intentos de recopilar los datos emitidos por el sensor en la misma placa de Arduino que se estaba utilizando, ya sea introduciendo los valores en la memoria interna de Arduino o en una tarjeta SD externa, nos dimos cuenta de que las funciones que realizaba la placa de Arduino se ralentizaban haciendo que el controlador no funcionase como debía. Por ello, como solución a este problema, se utilizó otra placa de Arduino para tomar los datos del sensor.
  - Trabajos futuros: La utilización de otro modelo de Arduino más potente, como por ejemplo Arduino Galileo, u otra plataforma más acorde a las necesidades de cálculo y rapidez, como por ejemplo myRIO de Texas Instruments no estaría de más para procesar los datos con mayor rapidez y así poder utilizar una sola placa para todas las funciones. Por ello, para una mayor eficiencia o incluso un menor coste, se podría tener en cuenta para futuros trabajos. [4]
  
- Modelo matemático del sistema: El modelo matemático del sistema, se ha obtenido de forma teórica en base algunas constantes y funciones obtenidas experimentalmente. Obviamente, de esta manera es muy difícil obtener un modelo matemático exacto del sistema.
  - Trabajos futuros: Otro de los temas que se podría tratar en trabajos futuros, sería el de validar el modelo matemático del sistema, ya que como se ha podido observar en el capítulo 4, para un cambio de referencia, existen algunas diferencias entre la simulación experimental y la simulación teórica. Por ello, la elección de un modelo matemático que se ajuste mejor al sistema haría que el diseño de los controladores fuera más preciso, pudiendo así ajustar las especificaciones del transitorio y permanente como se desee.



- Controlador: Para este proyecto, solo se ha utilizado un tipo de controlador (red de compensación por atraso y adelanto de fase). Por su comodidad, el diseño de este se ha hecho en el dominio continuo “s”.
  - Trabajos futuros: Para un proyecto futuro podría ser interesante diseñar diferentes controladores lineales e incluso no lineales dada la característica no lineal del sistema. Como por ejemplo un control integral, para hacer que el error en el permanente sea nulo. También se puede probar a hacer el diseño directamente en el dominio discreto “z” y de esta manera poder estudiar las posibles mejoras respecto al diseño en el dominio continuo “s”.
  
- Sensor: Como se ha podido ver en el segundo capítulo de la memoria, se ha utilizado el sensor infrarrojo en lugar del sensor de efecto Hall, debido a su poca sensibilidad respecto a los cambios de posición de la bola.
  - Trabajos futuros: Se podría plantear para un trabajo futuro el hecho de utilizar el sensor de efecto Hall para la detección de la bola, no obstante, se debería utilizar una bola imantada en lugar de una bola metálica, para que dicho sensor detecte de manera más precisa los cambios de posición de esta. O si no, utilizar un sensor Hall más sensible a las variaciones del campo magnético.





## *Bibliografía:*

[1] T. H. Wong, "Design of a Magnetic Levitation Control System – An Undergraduate Project", "Proc. IEE, vol. e-29, no. 4, pp. 196 – 200, 1986.

[2] <https://www.luisllamas.es/arduino-transistor-mosfet/>

[3] <https://playground.arduino.cc/ArduinoNotebookTraduccion/Appendix3>

[4] <https://blog.bricogeek.com/noticias/arduino/mas-potencia-con-arduino-galileo-y-arduino-tre/>







## Anexos:

### Anexo 1: Programa de Arduino

```
//PWM
int digPin = 10; //pin digital donde se aplica el PWM
double pwm;

//Sensor Infrarrojo
const int sensorPin = A0; //Pin analógico donde se recibe la señal del sensor
int sensorValue; // entre [0-1023] numeros enteros

//Elección del periodo de muestreo
double TiempoMuestreo = 5;
double Tpwm = 0.5;

//Para asegurar el tiempo de muestreo más adelante
unsigned long pasado = 0;
unsigned long ahora;

//Temporizador que cada 5 segundos cambiará la referencia para mover la bola
double Temporizador=0;

//Para posteriormente hacer los cambios de referencia, empezamos más abajo
//de la posición de equilibrio 11 mm [11.25 mm]
double Ref = 533.51 + 146260*0.00025;
double pwm0 = 69.8 + 0.00025/0.0001697;
double v0 = 24*pwm0/100;

//Control: Red de atraso adelanto
double error;
double errorAnt1;
double errorAnt2;
double salida;
double salidaAnt1;
double salidaAnt2;

//Parámetros del controlador óptimo
double ka = 0.1342044;
double A = -1.8655230;
double B = 0.8696652;
double C = -0.7754878;
double D = -0.2244835;

//Parámetros del controlador diseñado con técnicas de control clásicas
/*
double ka = 0.0858211;
double A = -1.8934971;
double B = 0.8958345;
double C = -1.290488;
double D = +0.2905013;
*/
```



```

void setup() {

    pinMode(digPin, OUTPUT);

}

void loop() {

    ahora = millis(); //tiempo actual

    int CambioTiempo = ahora - pasado;

    //Ciclo de trabajo del PWM
    digitalWrite(digPin, HIGH);
    delayMicroseconds(1000*Tpwm*(pwm/100));
    digitalWrite(digPin, LOW);
    delayMicroseconds(1000*Tpwm*(1- pwm/100));

    if(CambioTiempo >= TiempoMuestreo){ // La velocidad de lectura de los datos debe ir a la misma
        //frecuencia que se utilizo para diseñar el controlador digital

        //Cambios de referencia cada 5 segundos
        Temporizador += 1;
        if(Temporizador >= 20000/5 and Temporizador <= 25000/5){ //[11 mm]
            Ref = 533.51;
            pwm0 = 69.8;
            v0 = 24*pwm0/100;
        }

        if(Temporizador >= 25000/5 and Temporizador <= 30000/5){ //[11.25 mm]
            Ref = 533.51 + 146260*0.00025;
            pwm0 = 69.8 + 0.00025/0.0001697;
            v0 = 24*pwm0/100;
        }

        if(Temporizador >= 30000/5 and Temporizador <= 35000/5){ //[10.80 mm]
            Ref = 533.51 - 146260*0.0002;
            pwm0 = 69.8 - 0.0002/0.0001697;
            v0 = 24*pwm0/100;
        }

        if(Temporizador >= 35000/5){ //[11.35 mm]
            Ref = 533.51 + 146260*0.00035;
            pwm0 = 69.8 + 0.00035/0.0001697;
            v0 = 24*pwm0/100;
        }
    }
}

```



```
//Cambios de referencia cada 5 segundos
Temporizador += 1;
if(Temporizador >= 20000/5 and Temporizador <= 25000/5){ //[11 mm]
  Ref = 533.51;
  pwm0 = 69.8;
  v0 = 24*pwm0/100;
}

if(Temporizador >= 25000/5 and Temporizador <= 30000/5){ //[11.25 mm]
  Ref = 533.51 + 146260*0.00025;
  pwm0 = 69.8 + 0.00025/0.0001697;
  v0 = 24*pwm0/100;
}

if(Temporizador >= 30000/5 and Temporizador <= 35000/5){ //[10.80 mm]
  Ref = 533.51 - 146260*0.0002;
  pwm0 = 69.8 - 0.0002/0.0001697;
  v0 = 24*pwm0/100;
}

if(Temporizador >= 35000/5){ //[11.35 mm]
  Ref = 533.51 + 146260*0.00035;
  pwm0 = 69.8 + 0.00035/0.0001697;
  v0 = 24*pwm0/100;
}

//RED DE ATRASO ADELANTO
sensorValue = analogRead(sensorPin);

error = (- Ref + sensorValue);
salida = (ka*error + ka*A*errorAnt1 + ka*B*errorAnt2 - C*salidaAnt1 - D*salidaAnt2);

//Límites de saturación
if(salida + v0 >24){
  salida = 24 - v0;
}

if(salida + v0 < 0){
  salida = 0 - v0;
}

//Ciclo de trabajo del PWM para conseguir hacer levitar la bola
pwm = pwm0 + salida*100/24;

//Variables del controlador digital
salidaAnt2 = salidaAnt1;
salidaAnt1 = salida;
errorAnt2 = errorAnt1;
errorAnt1 = error;

pasado = ahora;
}
}
```





## Anexo 2: Hojas de características

- *Transistor MOSFET-IRF540n*

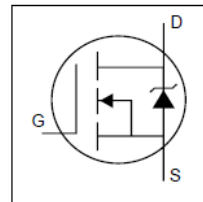
International  
**IR** Rectifier

PD - 91341B

# IRF540N

HEXFET® Power MOSFET

- Advanced Process Technology
- Ultra Low On-Resistance
- Dynamic dv/dt Rating
- 175°C Operating Temperature
- Fast Switching
- Fully Avalanche Rated

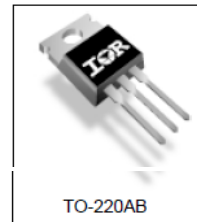


$V_{DS} = 100V$   
 $R_{DS(on)} = 44m\Omega$   
 $I_D = 33A$

### Description

Advanced HEXFET® Power MOSFETs from International Rectifier utilize advanced processing techniques to achieve extremely low on-resistance per silicon area. This benefit, combined with the fast switching speed and ruggedized device design that HEXFET power MOSFETs are well known for, provides the designer with an extremely efficient and reliable device for use in a wide variety of applications.

The TO-220 package is universally preferred for all commercial-industrial applications at power dissipation levels to approximately 50 watts. The low thermal resistance and low package cost of the TO-220 contribute to its wide acceptance throughout the industry.



### Absolute Maximum Ratings

	Parameter	Max.	Units
$I_D @ T_C = 25^\circ C$	Continuous Drain Current, $V_{GS} @ 10V$	33	A
$I_D @ T_C = 100^\circ C$	Continuous Drain Current, $V_{GS} @ 10V$	23	
	$I_{DM}$ Pulsed Drain Current ①	110	
$P_D @ T_C = 25^\circ C$	Power Dissipation	130	W
	Linear Derating Factor	0.87	W/°C
$V_{GS}$	Gate-to-Source Voltage	$\pm 20$	V
$I_{AR}$	Avalanche Current ①	16	A
$E_{AR}$	Repetitive Avalanche Energy ①	13	mJ
dv/dt	Peak Diode Recovery dv/dt ③	7.0	V/ns
$T_J$	Operating Junction and Storage Temperature Range	-55 to +175	°C
$T_{STG}$	Soldering Temperature, for 10 seconds	300 (1.6mm from case )	
	Mounting torque, 6-32 or M3 screw	10 lbf·in (1.1N·m)	

### Thermal Resistance

	Parameter	Typ.	Max.	Units
$R_{\theta JC}$	Junction-to-Case	—	1.15	°C/W
$R_{\theta CS}$	Case-to-Sink, Flat, Greased Surface	0.50	—	
$R_{\theta JA}$	Junction-to-Ambient	—	62	

www.irf.com

1  
03/13/01



# IRF540N

International  
IGOR Rectifier

## Electrical Characteristics @ T<sub>J</sub> = 25°C (unless otherwise specified)

Parameter	Min.	Typ.	Max.	Units	Conditions
V <sub>(BR)DSS</sub>	100	—	—	V	V <sub>GS</sub> = 0V, I <sub>D</sub> = 250μA
ΔV <sub>(BR)DSS</sub> /ΔT <sub>J</sub>	—	0.12	—	V/°C	Reference to 25°C, I <sub>D</sub> = 1mA
R <sub>DS(on)</sub>	—	—	44	mΩ	V <sub>GS</sub> = 10V, I <sub>D</sub> = 16A ④
V <sub>GS(th)</sub>	2.0	—	4.0	V	V <sub>DS</sub> = V <sub>GS</sub> , I <sub>D</sub> = 250μA
g <sub>fs</sub>	21	—	—	S	V <sub>DS</sub> = 50V, I <sub>D</sub> = 16A④
I <sub>DSS</sub>	—	—	25	μA	V <sub>DS</sub> = 100V, V <sub>GS</sub> = 0V
I <sub>DSS</sub>	—	—	250	μA	V <sub>DS</sub> = 80V, V <sub>GS</sub> = 0V, T <sub>J</sub> = 150°C
I <sub>DSS</sub>	—	—	100	nA	V <sub>GS</sub> = 20V
I <sub>DSS</sub>	—	—	-100	nA	V <sub>GS</sub> = -20V
Q <sub>g</sub>	—	—	71	nC	I <sub>D</sub> = 16A
Q <sub>gs</sub>	—	—	14	nC	V <sub>DS</sub> = 80V
Q <sub>gd</sub>	—	—	21	nC	V <sub>GS</sub> = 10V, See Fig. 6 and 13
t <sub>d(on)</sub>	—	11	—	ns	V <sub>DD</sub> = 50V I <sub>D</sub> = 16A R <sub>G</sub> = 5.1Ω V <sub>GS</sub> = 10V, See Fig. 10 ⑥
t <sub>r</sub>	—	35	—		
t <sub>d(off)</sub>	—	39	—		
t <sub>f</sub>	—	35	—		
L <sub>D</sub>	—	4.5	—	nH	Between lead, 6mm (0.25in.) from package and center of die contact
L <sub>S</sub>	—	7.5	—		
C <sub>iss</sub>	—	1960	—	pF	V <sub>GS</sub> = 0V V <sub>DS</sub> = 25V f = 1.0MHz, See Fig. 5
C <sub>oss</sub>	—	250	—		
C <sub>rss</sub>	—	40	—		
E <sub>AS</sub>	—	700⑤	185⑥		

## Source-Drain Ratings and Characteristics

Parameter	Min.	Typ.	Max.	Units	Conditions
I <sub>S</sub>	—	—	33	A	MOSFET symbol showing the integral reverse p-n junction diode.
I <sub>SM</sub>	—	—	110		
V <sub>SD</sub>	—	—	1.2	V	T <sub>J</sub> = 25°C, I <sub>S</sub> = 16A, V <sub>GS</sub> = 0V ④
t <sub>rr</sub>	—	115	170	ns	T <sub>J</sub> = 25°C, I <sub>F</sub> = 16A
Q <sub>rr</sub>	—	505	760	nC	di/dt = 100A/μs ④
t <sub>on</sub>	Intrinsic turn-on time is negligible (turn-on is dominated by L <sub>S</sub> +L <sub>D</sub> )				

### Notes:

- ① Repetitive rating; pulse width limited by max. junction temperature. (See fig. 11)
- ② Starting T<sub>J</sub> = 25°C, L = 1.5mH  
R<sub>G</sub> = 25Ω, I<sub>AS</sub> = 16A. (See Figure 12)
- ③ I<sub>SD</sub> ≤ 16A, di/dt ≤ 340A/μs, V<sub>DD</sub> ≤ V<sub>(BR)DSS</sub>, T<sub>J</sub> ≤ 175°C
- ④ Pulse width ≤ 400μs; duty cycle ≤ 2%.
- ⑤ This is a typical value at device destruction and represents operation outside rated limits.
- ⑥ This is a calculated value limited to T<sub>J</sub> = 175°C .



• *Diodo emisor IR TSAL6200*

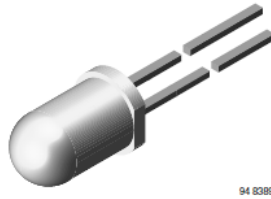


www.vishay.com

**TSAL6200**

Vishay Semiconductors

**High Power Infrared Emitting Diode, 940 nm, GaAlAs, MQW**



94 8289

**FEATURES**

- Package type: leaded
- Package form: T-1 $\frac{3}{4}$
- Dimensions (in mm):  $\varnothing$  5
- Peak wavelength:  $\lambda_p = 940$  nm
- High reliability
- High radiant power
- High radiant intensity
- Angle of half intensity:  $\phi = \pm 17^\circ$
- Low forward voltage
- Suitable for high pulse current operation
- Good spectral matching with Si photodetectors
- Material categorization: For definitions of compliance please see [www.vishay.com/doc?99912](http://www.vishay.com/doc?99912)



**DESCRIPTION**

TSAL6200 is an infrared, 940 nm emitting diode in GaAlAs multi quantum well (MQW) technology with high radiant power and high speed molded in a blue-gray plastic package.

**APPLICATIONS**

- Infrared remote control units with high power requirements
- Free air transmission systems
- Infrared source for optical counters and card readers

PRODUCT SUMMARY				
COMPONENT	$I_e$ (mW/sr)	$\phi$ (deg)	$\lambda_p$ (nm)	$t_r$ (ns)
TSAL6200	72	$\pm 17$	940	15

**Note**

- Test conditions see table "Basic Characteristics"

ORDERING INFORMATION			
ORDERING CODE	PACKAGING	REMARKS	PACKAGE FORM
TSAL6200	Bulk	MOQ: 4000 pcs, 4000 pcs/bulk	T-1 $\frac{3}{4}$

**Note**

- MOQ: minimum order quantity

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS ( $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$ , unless otherwise specified)				
PARAMETER	TEST CONDITION	SYMBOL	VALUE	UNIT
Reverse voltage		$V_R$	5	V
Forward current		$I_F$	100	mA
Peak forward current	$t_p/T = 0.5, t_p = 100 \mu\text{s}$	$I_{FM}$	200	mA
Surge forward current	$t_p = 100 \mu\text{s}$	$I_{FSM}$	1.5	A
Power dissipation		$P_V$	160	mW
Junction temperature		$T_j$	100	$^\circ\text{C}$
Operating temperature range		$T_{amb}$	-40 to +85	$^\circ\text{C}$
Storage temperature range		$T_{stg}$	-40 to +100	$^\circ\text{C}$
Soldering temperature	$t \leq 5$ s, 2 mm from case	$T_{sd}$	260	$^\circ\text{C}$
Thermal resistance junction/ambient	J-STD-051, leads 7 mm soldered on PCB	$R_{thJA}$	230	K/W



www.vishay.com

TSAL6200

Vishay Semiconductors

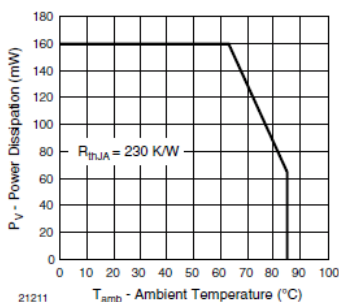


Fig. 1 - Power Dissipation Limit vs. Ambient Temperature

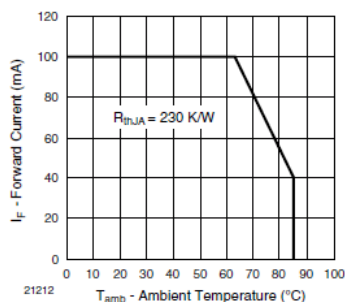


Fig. 2 - Forward Current Limit vs. Ambient Temperature

BASIC CHARACTERISTICS (T <sub>amb</sub> = 25 °C, unless otherwise specified)						
PARAMETER	TEST CONDITION	SYMBOL	MIN.	TYP.	MAX.	UNIT
Forward voltage	I <sub>F</sub> = 100 mA, t <sub>p</sub> = 20 ms	V <sub>F</sub>		1.35	1.6	V
	I <sub>F</sub> = 1 A, t <sub>p</sub> = 100 μs	V <sub>F</sub>		2.2	3	V
Temperature coefficient of V <sub>F</sub>	I <sub>F</sub> = 1 mA	TK <sub>V<sub>F</sub></sub>		-1.8		mV/K
Reverse current	V <sub>R</sub> = 5 V	I <sub>R</sub>			10	μA
Junction capacitance	V <sub>R</sub> = 0 V, f = 1 MHz, E = 0	C <sub>j</sub>		40		pF
Radiant intensity	I <sub>F</sub> = 100 mA, t <sub>p</sub> = 20 ms	I <sub>e</sub>	40	72	200	mW/sr
	I <sub>F</sub> = 1 A, t <sub>p</sub> = 100 μs	I <sub>e</sub>	340	600		mW/sr
Radiant power	I <sub>F</sub> = 100 mA, t <sub>p</sub> = 20 ms	φ <sub>e</sub>		40		mW
Temperature coefficient of φ <sub>e</sub>	I <sub>F</sub> = 20 mA	TK <sub>φ<sub>e</sub></sub>		-0.6		%/K
Angle of half intensity		ψ		± 17		deg
Peak wavelength	I <sub>F</sub> = 100 mA	λ <sub>p</sub>		940		nm
Spectral bandwidth	I <sub>F</sub> = 100 mA	Δλ		30		nm
Temperature coefficient of λ <sub>p</sub>	I <sub>F</sub> = 100 mA	TK <sub>λ<sub>p</sub></sub>		0.2		nm/K
Rise time	I <sub>F</sub> = 100 mA	t <sub>r</sub>		15		ns
Fall time	I <sub>F</sub> = 100 mA	t <sub>f</sub>		15		ns





• *Fototransistor SFH 313 FA*

**Silicon NPN Phototransistor**  
**NPN-Silizium-Fototransistor**  
**Version 1.1**

**SFH 313 FA**



**Features:**

- **Spectral range of sensitivity:** (typ) 740 ... 1080 nm
- **Package:** 5mm Radial (T 1 3/4), Epoxy
- **Special:** 5 mm plastic package
- High photosensitivity
- Especially suitable for applications from 740 nm to 1080 nm

**Applications**

- Computer-controlled flashes
- Photointerrupters
- Industrial electronics
- For control and drive circuits

**Besondere Merkmale:**

- **Spektraler Bereich der Fotoempfindlichkeit:** (typ) 740 ... 1080 nm
- **Gehäuse:** 5mm Radial (T 1 3/4), Harz
- **Besonderheit:** 5 mm-Plastikbauform
- Hohe Fotoempfindlichkeit
- Speziell geeignet für Anwendungen im Bereich von 740 nm bis 1080 nm

**Anwendungen**

- Computer-Blitzlichtgeräte
- Lichtschranken
- Industrieelektronik
- Messen / Steuern / Regeln

**Ordering Information**

**Bestellinformation**

Type: Typ:	Photocurrent Fotostrom $\lambda = 950 \text{ nm}, E_e = 0.5 \text{ mW/cm}^2, V_{CE} = 5 \text{ V}$ $I_{PCE} [\mu\text{A}]$	Ordering Code Bestellnummer
SFH 313 FA	$\geq 2500$	Q62702P1674
SFH 313 FA-2/3	4000 ... 12500	Q62702P3597
SFH 313 FA-3/4	$\geq 6300$	Q62702P5196



## Version 1.1

## SFH 313 FA

Maximum Ratings ( $T_A = 25\text{ °C}$ )

## Grenzwerte

Parameter Bezeichnung	Symbol Symbol	Values Werte	Unit Einheit
Operating and storage temperature range Betriebs- und Lagertemperatur	$T_{op}; T_{stg}$	-40 ... 100	°C
Collector-emitter voltage Kollektor-Emitter-Spannung	$V_{CE}$	70	V
Collector current Kollektorstrom	$I_C$	50	mA
Collector surge current Kollektorspitzenstrom ( $\tau < 10\ \mu\text{s}$ )	$I_{CS}$	100	mA
Emitter-collector voltage Emitter-Kollektor-Spannung	$V_{EC}$	7	V
Total power dissipation Verlustleistung	$P_{tot}$	200	mW
Thermal resistance Wärmewiderstand	$R_{thJA}$	375	K / W

Characteristics ( $T_A = 25\text{ °C}$ ,  $\lambda = 950\text{ nm}$ )

## Kennwerte

Parameter Bezeichnung	Symbol Symbol	Values Werte	Unit Einheit
Wavelength of max. sensitivity Wellenlänge der max. Fotoempfindlichkeit	$\lambda_{S\ max}$	870	nm
Spectral range of sensitivity Spektraler Bereich der Fotoempfindlichkeit	$\lambda_{10\%}$	740 ... 1080	nm
Radiant sensitive area Bestrahlungsempfindliche Fläche	A	0.55	mm <sup>2</sup>
Dimensions of chip area Abmessung der Chipfläche	L x W	1 x 1	mm x mm



Version 1.1

SFH 313 FA

Parameter Bezeichnung	Symbol Symbol	Values Werte	Unit Einheit
Half angle Halbwinkel	$\varphi$	$\pm 10$	$^{\circ}$
Capacitance Kapazität ( $V_{CE} = 5\text{ V}$ , $f = 1\text{ MHz}$ , $E = 0$ )	$C_{CE}$	10	pF
Dark current Dunkelstrom ( $V_{CE} = 20\text{ V}$ , $E = 0$ )	$I_{CEO}$	3 ( $\leq 200$ )	nA

Version 1.1

SFH 313 FA

Grouping ( $T_A = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\lambda = 950\text{ nm}$ )

Gruppierung

Group Gruppe	Min Photocurrent Min Fotostrom  $E_e = 0.5\text{ mW/cm}^2$ , $V_{CE} = 5\text{ V}$  $I_{PCE, min} [\mu\text{A}]$	Max Photocurrent Max Fotostrom  $E_e = 0.5\text{ mW/cm}^2$ , $V_{CE} = 5\text{ V}$  $I_{PCE, max} [\mu\text{A}]$	Rise and fall time Anstiegs- und Abfallzeit  $I_C = 1\text{ mA}$ , $V_{CC} = 5\text{ V}$ , $R_L = 1\text{ k}\Omega$  $t_r, t_f [\mu\text{s}]$	Collector-emitter saturation voltage Kollektor-Emitter Sättigungsspannung  $I_C = I_{PCEmin} \times 0.3$ , $E_e = 0.5\text{ mW/cm}^2$  $V_{CEsat} [\text{mV}]$
-1	2500	5000	8	150
-2	4000	8000	10	150
-3	6300	12500	12	150
-4	10000		14	150

Note.:  $I_{PCEmin}$  is the min. photocurrent of the specified group.

Anm.:  $I_{PCEmin}$  ist der minimale Fotostrom der jeweiligen Gruppe.