

# Optimización del consumo energético de los ascensores

Planteamiento multicriterio con objetivos  
antagónicos

---

**Autor:** Luis Torres Cardona

**Director:** Dr. Rufino Javier Hernández Minguillón

Universidad del País Vasco  
Doctorado en Ingeniería Térmica

Tesis Doctoral presentada en cumplimiento parcial de los requisitos  
para obtener el grado de Doctor en Filosofía.

San Sebastián, abril 2017

emana ta zabal zaztu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

(página en blanco)



## Resumen

La presente Tesis Doctoral explora las complejas relaciones de “Trade-off” que resultan de la inclusión del consumo energético como criterio adicional en el diseño de las instalaciones de transporte vertical; estudiando la incidencia que tienen el porcentaje de compensación de la carga máxima en cabina y el número de ascensores que operan simultáneamente sobre el consumo total diario, la calidad en el servicio, etc.

La motivación y relevancia del tema de estudio se remonta a los resultados del Proyecto Europeo “Energy Efficient Elevators and Escalators, E4”, que reconoce la necesidad de investigar específicamente:

- La optimización de la masa del contrapeso, acorde con las características específicas del tráfico de la edificación<sup>1</sup>.
- La optimización de la gestión del tráfico, explorando específicamente la incidencia que el número de ascensores que operan simultáneamente tiene para el desempeño energético<sup>2</sup>.

En su forma más sucinta la optimización es la elección de la mejor alternativa de un conjunto de soluciones plausibles, acorde con un criterio de optimalidad expresado por la función objetivo. La optimización admite una generalización para los casos en que existen multitud de objetivos que deben ser optimizados simultáneamente y al menos uno de ellos es antagónico. En este escenario, desde un punto de vista rigurosamente formal, existe una multitud de soluciones óptimas que satisfacen el criterio de ser “Pareto no-dominadas”; lo que en otros términos supone que es imposible mejorar en la valoración de un objetivo sin incidir en detrimento de otro, en lo que se conoce como “concesión” o “Trade-off”.

El consumo energético diario de los ascensores es el resultado de la concurrencia de dos fenómenos: por un lado el consumo de los equipamientos electromecánicos por carga, longitud y sentido de desplazamiento, que puede asumirse determinístico; y por otro lado el fenómeno de tráfico, de naturaleza estocástica, dependiente de variables aleatorias que describen la demanda de transporte y la respuesta del sistema. Con la finalidad de obtener una medida verosímil del consumo energético diario y demás magnitudes implicadas en el proceso de optimización, la presente investigación asume un enfoque heterodoxo, sin precedentes, que reúne las dimensiones determinística y estocástica a través de un riguroso planteamiento teórico. Estos desarrollos se acompañan de un ejemplo de Aplicación Límite de Servicio, que por su complejidad

---

<sup>1</sup> De Alameida, A. T., Patrao, C., Fong, J., Araujo, R., & al, e. (2010). *Energy Efficient Elevators and Escalators*. ISR-University of Coimbra, Department of Electrical Engineering., pg. 111.

<sup>2</sup> *Ibid.*, pg. 115.

combinatoria demuestra la viabilidad, en términos de recursos de cómputo, de implementar un análisis bajo la metodología aquí descrita.

Como resultado de la presente investigación doctoral se ha obtenido, en primer lugar, una comprensión sin precedentes de la incidencia que tienen el porcentaje de compensación de la carga máxima en cabina y el número de ascensores simultáneamente en operación sobre el consumo energético diario y demás objetivos antagónicos. En segundo lugar, el planteamiento estocástico del modelo de tráfico posibilita estimar las propensiones al congestionamiento y desbordamiento que junto con las relaciones de “Trade-off”, descritas mediante el mapeo de la Frontera Pareto Eficiente, suponen una herramienta de dimensionamiento estadístico de los sistemas de ascensores con criterios energéticos. Finalmente, el planteamiento formal, progresivo y extensivo del modelo, así como el enfoque sin precedentes de éste, representan una contribución incremental a la literatura del transporte vertical.

## **Agradecimientos**

Rufino J. Hernández Minguillón

María José Alonso Pérez

Leyre Ruete Ibarrola

Olatz Irulegi

Antonio Serra

Josemi Rico

Iñaki Mendizabal

Agustín Lacort

Carminha Carrión

Lide Plazaola

(página en blanco)

# Índice

## Capítulo 1

<b>Introducción</b> .....	1
1.1 Contexto de la Problemática .....	2
1.2 El Parque Edificatorio Español.....	3
1.3 Horizonte Comparado de los Ascensores en Europa .....	7
1.4 Reseña Histórica de la Elevación .....	14
1.5 Generalidades sobre los Ascensores.....	16
1.5.1 Los Ascensores Hidráulicos .....	16
1.5.2 Los Ascensores de Tracción .....	17
Ascensor Geared .....	18
Ascensor Gearless .....	20
1.6 Objetivo de la Investigación.....	23
Referencias de Capítulo .....	24

## Capítulo 2

<b>Estado de la Ciencia y de la Técnica</b> .....	25
2.1 Introducción .....	25
2.1.1 La literatura de la elevación .....	26
2.1.2 Breve marco histórico .....	27
2.1.3 El consumo atribuible a los ascensores .....	28
2.2 Eficiencia Energética por Tecnología .....	31
2.2.1 Schroeder (1980).....	31
2.2.2 Doolard (1992).....	32
2.2.3 So (1992) .....	33
2.2.4 Kulkarni (2000) .....	34
2.2.5 Hakala et al (2001) .....	35
2.2.6 De Alameida et al (2010).....	35
2.2.7 Comentario .....	36
2.3 Dispositivos Regeneradores .....	37
2.3.1 KONE EcoDisc .....	37
2.3.2 Schindler VF88-PF1 y Magnetek Quattro.....	38
2.3.3 Otis ReGen .....	38
2.3.4 Tominaga et al (2002) .....	39
2.4 Sistemas de Control de Tráfico .....	41
2.4.1 Desarrollo histórico y funciones .....	41
2.5 Eficiencia y Función de Comando de los SCTs.....	46
2.5.1 Peters (1995) .....	46
2.5.2 Peters (1998) .....	46
2.5.3 Peters (2010) .....	47
2.5.4 Trade off entre tiempo y consumo energético.....	47
2.6 Consumo Energético y Algoritmos de Gestión.....	49
2.6.1 Peters et al (1998).....	50
2.6.2 Hakonen et al (2004) .....	50
2.6.3 SCTs y Algoritmos Genéticos.....	51
2.6.4 Hakala et al (2001) .....	55
2.6.5 Desafíos para la implementación de GAs y WA.....	56
2.6.6 Tyni e Ylinen (2006) .....	58
2.6.7 Hu et al (2010) .....	61
2.7 Conclusiones.....	62
Referencias de Capítulo .....	64

## Capítulo 3

<b>Metodología</b> .....	67
Introducción .....	67
Reseña Formal .....	68
3.1 Perspectiva del Problema .....	70
3.1.1 Tráfico Mixto .....	70
3.1.2 Ciclo de Trabajo e Intervalo .....	71
3.1.3 Descomposición .....	73
3.1.4 Tráfico .....	74
3.1.5 Energía .....	75
3.1.6 Consumo .....	76
3.1.7 Criterio de Calidad en el Servicio .....	77
3.1.8 Codependencia .....	77
3.2 Plano de la Tesis .....	79
Capítulo 4 Modelo Cinemático-Dinámico .....	79
Capítulo 5 Determinación de las Matrices de Energía .....	79
Capítulo 6 Planteamiento “Up-Peak” y “Down-Peak” .....	79
Capítulo 7 Tráfico Mixto .....	80
Capítulo 8 Implementación .....	80
Comentario Final .....	81
Referencias de Capítulo .....	82

## Capítulo 4

<b>Modelo Cinético-Dinámico</b> .....	83
Introducción .....	83
Nomenclatura .....	84
<b>Primer Apartado</b>	
<b>4.1 Modelo Cinemático</b> .....	85
Introducción .....	85
4.1.1 Condiciones de Confort .....	85
4.1.2 Determinación de los Tramos .....	87
4.1.3 Aceleración .....	89
4.1.4 Velocidad .....	89
4.1.5 Desplazamiento .....	90
<b>Segundo Apartado</b>	
<b>4.2 Modelo Dinámico</b> .....	92
Introducción .....	92
4.2.1 Sistema Material .....	92
4.2.2 Supuestos del Modelo .....	93
Masa de los Cables de Suspensión .....	93
Pérdidas por Rozamiento .....	93
Instalaciones Ancilares .....	94
Inercias rotacionales .....	94
Eficiencia Motriz .....	95
Consumos del Convertidor-VVVF .....	96
Supuestos; Comentario Final .....	96
4.2.3 Equilibrio Dinámico .....	96
4.2.4 Energía .....	97
4.2.5 Régimen Motriz y Límites de Integración .....	100
4.2.6 Ponderador para Ascensores Geared .....	103
Nomenclatura .....	104
Ejemplo: Energía Consumida; Primer Periodo de Aceleración .....	105
4.2.7 Energía; Fase de Aceleración .....	106
4.2.8 Energía; Fase de Movimiento Uniforme .....	107
4.2.9 Energía; Fase de Frenado .....	108
4.2.10 Energía Consumida en Ascenso; Montos Agregados .....	109
Recapitulación .....	113

### Tercer Apartado

<b>4.3 Relaciones de Equivalencia</b> .....	114
Introducción .....	114
4.3.1 Definición de Consumo-Generación en Ascenso-Descenso .....	116
Energía Consumida en Ascenso .....	116
Energía Consumida en Descenso .....	118
Energía Generada en Ascenso .....	118
Energía Generada en Descenso .....	120
4.3.2 Relación Consumo-Ascenso/Generación-Descenso .....	121
4.3.3 Relación Consumo-Generación .....	125
Recapitulación .....	128
Conclusión .....	129
Referencias de Capítulo .....	131

## Capítulo 5

### Determinación de las Matrices de Energía .....

Introducción .....	133
Nomenclatura .....	134

#### Primer Apartado

### 5.1 Velocidad de Crucero; Representatividad .....

Introducción .....	135
5.1.1 Dominio de Confort .....	135
5.1.2 Aceleración .....	136
5.1.3 Régimen Completo de Operación; Restricción de Recorrido .....	137
5.1.4 Hipótesis para la Velocidad Terminal de Crucero .....	139
5.1.5 Oferta de Ascensores Residenciales .....	139
5.1.6 Oferta de Ascensores para Edificios de Oficinas .....	143
5.1.7 Aplicación Límite de Servicio y Extensión del Modelo .....	147
Modelo Triangular Extendido .....	148
Modelo Flat-top .....	150
Modelo Flat-top Extendido .....	152
Recapitulación .....	153

#### Segundo Apartado

### 5.2 Aceleración; Determinación de los Parámetros .....

Introducción .....	154
5.2.1 Expresión de la Potencia Instantánea .....	154
5.2.2 Potencia Máxima por Régimen Motriz .....	157
Movimiento Uniforme vs Segundo Periodo de Aceleración .....	158
Condición de Frenada .....	158
Primer Periodo de Frenada vs Segundo Periodo de Aceleración .....	159
Primer Periodo de Frenada vs Primer Periodo de Aceleración .....	159
Primer Periodo vs Segundo Periodo de Aceleración .....	161
5.2.3 Potencia Instantánea Máxima .....	162
Máximo Maximorum de la Potencia Instantánea .....	162
Incidencia de la Carga en Cabina .....	164
Incidencia del Porcentaje de Contrapeso .....	165
Incidencia de la Velocidad Terminal .....	166
Incidencia del Módulo de Aceleración .....	167
5.2.4 Determinación Numérica de los Parámetros de Aceleración .....	168
Ascensores de 1m/s de Velocidad Terminal .....	168
Ascensores de 1,6m/s de Velocidad Terminal .....	170
5.2.5 Modelo de Smith y Peters .....	172
Recapitulación .....	174

#### Tercer Apartado

### 5.3 Estimación de las Matrices de Energía .....

Introducción .....	175
5.3.1 Matrices de Energía; Enfoque Analítico .....	175
5.3.2 Matrices de Energía; Enfoque Numérico .....	178
Modelo en recurrencias para el cómputo de la energía .....	178

5.3.3 Comparación y Validación .....	180
Error Porcentual .....	180
Recapitulación .....	184
Conclusión .....	185
Referencias de Capítulo .....	187

## Capítulo 6

<b>Planteamiento Up-Peak/Down-Peak .....</b>	<b>189</b>
Introducción .....	189
Trayecto Individual o Viaje Individual .....	190
Viaje Redondo o Trayecto Redondo .....	190
Nomenclatura.....	192
<b>Primer Apartado</b>	
<b>6.1 Dimensionamiento .....</b>	<b>194</b>
Introducción.....	194
6.1.1 Demanda de Transporte y Capacidad.....	195
6.1.2 Método “Up-Peak Planning” o “Handling Capacity”.....	195
6.1.3 Proceso de Arribo y Número de Pasajeros .....	199
6.1.4 La Distribución Poisson; Origen, Propiedades y Aplicación.....	201
Propiedad de Divisibilidad .....	204
Demostración: .....	204
Aplicación de la Propiedad de Divisibilidad.....	206
6.1.5 Supuestos Numéricos de Diseño .....	207
6.1.6 Primera Aproximación .....	208
Sistemas Candidatos .....	212
6.1.7 Segunda Aproximación.....	213
6.1.8 Enfoque Estocástico .....	218
Recapitulación .....	226
<b>Segundo Apartado</b>	
<b>6.2 Estimación de las Matrices de Descomposición .....</b>	<b>228</b>
Introducción.....	228
6.2.1 Definición de la Matriz de Descomposición Condicional .....	229
6.2.2 Vector Aleatorio de Destinos.....	230
6.2.3 Teorema de la Probabilidad Total .....	232
6.2.4 MDC de los Trayectos en Carga .....	233
Algoritmo de Descomposición .....	234
6.2.5 MDC de los Trayectos en Vacío.....	237
6.2.6 Condiciones de Consistencia.....	238
Primera Condición de Consistencia.....	238
Segunda Condición de Consistencia .....	239
6.2.7 Enfoque Enumerativo o de “Fuerza Bruta” .....	239
Programación .....	240
Resultados.....	240
6.2.8 Enfoque Monte-Carlo .....	241
Generación Frontal Aleatoria.....	242
Incertidumbre.....	243
Implementación en Excel .....	245
Implementación en JAVA .....	246
Segunda Implementación, Regeneración Serial .....	248
Recapitulación .....	250
Conclusión .....	252
Referencias de Capítulo .....	254



## Capítulo 7

<b>Tráfico Mixto</b> .....	257
Introducción.....	257
Nomenclatura .....	258
<b>Primer Apartado</b>	
<b>7.1 Concepto de Tráfico Mixto</b> .....	261
Introducción .....	261
7.1.1 Nociones de Tráfico Mixto o “Mixed Traffic” .....	261
Siikonen (1993).....	261
Barney (2003).....	262
Hakonen <i>et al</i> (2004) .....	262
Hakonen <i>et al.</i> (2008).....	263
Sorsa <i>et al.</i> (2009).....	266
Peters y Smith (2010).....	267
Análisis y Síntesis.....	267
7.1.2 Reseña Metodológica .....	269
Definición .....	269
<b>Segundo Apartado</b>	
<b>7.2 Matrices de Descomposición</b> .....	272
Introducción .....	272
7.2.1 Equivalencia “Up-Peak”/”Down Peak”.....	272
7.2.2 Tráfico Mixto; Trayectos Individuales.....	274
Recapitulación.....	279
<b>Tercer Apartado</b>	
<b>7.3 Matriz de Tráfico Mixto</b> .....	281
Introducción .....	281
Proceso de Demanda en Ascenso.....	283
Proceso de Demanda en Descenso .....	283
7.3.1 Determinación del Tiempo de Ciclo o RTT .....	284
7.3.2 Determinación del destino-origen más lejano.....	288
7.3.3 Ajuste de las Distribuciones; Proceso de Ascenso y Descenso .....	290
7.3.4 Estado Estacionario.....	294
Recapitulación.....	300
<b>Cuarto Apartado</b>	
<b>7.4 Cálculo del Consumo Energético</b> .....	302
Introducción .....	302
7.4.1 Matriz de Consumo Diario para Ascensos en Carga.....	304
7.4.2 Matriz de Consumo Diario para Descensos en Carga.....	305
7.4.3 Matriz de Consumo Diario para Ascensos de Transición en Vacío.....	306
7.4.4 Matriz de Consumo Diario para Descensos de Transición en Vacío.....	308
7.4.5 Consumo Total Diario .....	309
Recapitulación.....	313
Conclusión .....	314
Referencias de Capítulo .....	317

## Capítulo 8

<b>Implementación y Resultados</b> .....	319
Introducción.....	319
<b>Primer Apartado</b>	
<b>8.1 Estrategia de Operación Simultánea</b> .....	321
Introducción .....	321
8.1.1 Variables; Valores Numéricos .....	321
8.1.2 Cálculo del Estado Estacionario .....	323
8.1.3 Consumo Energético; Resultados.....	327
8.1.4 Análisis .....	328
Recapitulación.....	332

## Segundo Apartado

<b>8.2 Estrategia de Operación Minimal</b> .....	333
Introducción .....	333
8.2.1 Cálculo del Estado Estacionario .....	333
8.2.2 Tráfico; Trayectos Individuales .....	335
8.2.3 Consumo Energético .....	340
Totales .....	343
Análisis Comparativo .....	344
Recapitulación .....	348

## Tercer Apartado

<b>8.3 Incidencia de las Asimetrías de Tráfico</b> .....	350
Introducción .....	350
Nomenclatura .....	351
8.3.1 “Up-Peak” Ideal .....	352
8.3.2 “Up-Peak” Analítico .....	354
8.3.3 “Down-Peak” Ideal .....	357
8.3.4 “Down-Peak” Analítico .....	358
8.3.5 Tráfico Mixto Ideal .....	361
8.3.6 Tráfico Mixto Analítico .....	362
8.3.7 Interpretación Geométrica .....	366
Recapitulación .....	375

## Cuarto Apartado

<b>8.4 Implementación Final</b> .....	379
Introducción .....	379
8.4.1 Exploración Inicial .....	381
8.4.2 Estrategias Suplementarias .....	386
8.4.3 Requerimientos de Par y Potencia Máxima .....	390
8.4.4 Ocurrencia de la Sobrecarga Transitoria .....	394
8.4.5 Sobrecarga Motriz Transitoria .....	397
8.4.6 Estrategia “Optimizada” .....	406
8.4.7 Trade-offs .....	411
Recapitulación .....	412
Conclusión .....	414
Referencias de Capítulo .....	417

## Capítulo 9

<b>Conclusiones</b> .....	421
9.1 Incidencia de las Estrategias de Operación .....	423
9.2 Incidencia del Porcentaje de Compensación .....	425
9.3 Resultados para la Aplicación Limite de Servicio .....	429
9.4 Contribuciones Singulares .....	430
9.5 Mejoras .....	432
9.6 Futuras Investigaciones .....	432
Referencias de Capítulo .....	434

<b>Bibliografía</b> .....	435
---------------------------	-----

## Anexos Electrónicos (CD)

### Anexo 5.1

Condiciones Necesarias y Restricciones .....	A5-1
Condiciones de Primer Orden .....	A5-3
Estudio de la Concavidad .....	A5-6
Demostración que la potencia maximiza para alfa mínimo .....	A5-7

Anexo 5.2	
	Determinación de la Potencia Instantánea Máxima ..... A5-9
Anexo 5.3	
	Enfoque Analítico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s ..... A5-16
	Enfoque Analítico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s..... A5-25
Anexo 5.4	
	Enfoque Numérico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s..... A5-34
	Enfoque Numérico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s..... A5-43
Anexo 5.5	
	Error Porcentual; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s ..... A5-52
	Error Porcentual; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s ..... A5-57
Anexo 6.1	
	Enfoque Estocástico; Probabilidad del RTT ..... A6-1
Anexo 6.2	
	Ejemplo de Construcción de la Matriz Descomposición ..... A6-3
Anexo 6.3	
	Rutina de Cálculo por Métodos Enumerativos..... A6-4
Anexo 6.4	
	Matrices de Descomposición Obtenidas por el Método Enumerativo..... A6-6
Anexo 6.5	
	Rutina de Cálculo por Métodos Monte Carlo de Generación Frontal..... A6-9
Anexo 6.6	
	Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (EXCEL) ..... A6-12
Anexo 6.7	
	Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (JAVA Generación Frontal) ..... A6-18
Anexo 6.8	
	Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (JAVA Regeneración Serial) ..... A6-24
Anexo 7.1	
	Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Ascenso ..... A7-1
	Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Descenso..... A7-3
Anexo 7.2	
	Simplificación de $E[RTT]$ ..... A7-5
Anexo 7.3	
	Demostración de la monotonía y creencia del destino más lejano con respecto de la probabilidad generadora ..... A7-7
Anexo 8.1	
	Estado Estacionario; 3 Ascensores en Operación Simultánea..... A8-1
Anexo 8.2	
	Estado Estacionario; 2 Ascensores en Operación Simultánea..... A8-4
Anexo 8.3	
	Estado Estacionario; Un Único Ascensor en Operación ..... A8-7
Anexo 8.4	
	Estado Estacionario; Operación con el Número Mínimo de Ascensores ..... A8-10
Anexo 8.5	
	Incidencia de las Asimetrías de Tráfico..... A8-13

(página en blanco)

# Capítulo 1

## Introducción

La realidad económica en materia energética de los últimos diez años ha estado marcada por la incertidumbre y variación en los precios del petróleo. Esta situación ha subrayado la conciencia de la dependencia energética de las economías desarrolladas [1]. En el ámbito europeo, la última década del siglo XX manifestó signos preocupantes de reducido crecimiento económico y baja productividad frente a las economías emergentes. Estos factores condujeron a la adopción de la Estrategia de Lisboa, agenda que define los ejes de acción en materia de política económica y desarrollo para incentivar la reconversión industrial. El objetivo a largo plazo es redefinir a Europa como una economía basada en la innovación y los servicios de alto valor añadido. Los poderes comunitarios actúan acertadamente financiando y fomentando la investigación en los sectores reconocidos como estratégicos. El liderazgo europeo en el ámbito de la eficiencia energética y las energías renovables es reconocido y presenta una de las mayores prioridades, tanto en investigación como en desarrollo de un sector productivo asociado.

La Comisión de las Comunidades Europeas estima que el derroche energético anual representa un 20% de la energía actualmente consumida y que para el año 2020, de mantenerse la misma tendencia, el monto asociado a la pérdida por ineficiencia se elevará hasta los 100 000 millones de euros anuales<sup>1</sup> [2]. El plan de acción de la Comisión constituye un marco de políticas dirigidas a materializar un ahorro de energía primaria equivalente al porcentaje de derroche para 2020. En ese sentido, se reconoce igualmente que el sector de los edificios residenciales y comerciales presenta el mayor potencial en cuanto a ahorro de energía.

---

<sup>1</sup> Estimación realizada tomando en consideración un precio promedio de 48 dólares estadounidenses por barril, impuestos excluidos.

## 1.1 Contexto de la Problemática

Los equipamientos de transporte vertical son considerados sistemas de ingeniería concebidos ad hoc, es decir tomando en consideración las características específicas de cada instalación. Tradicionalmente ha sido un sector no regulado en lo concerniente al uso que hacen de la energía y su consumo se considera impredecible. Es así, en opinión de los expertos, un campo poco estudiado donde la literatura es escasa y los reportes no son totalmente consistentes [3]. Para mediados de 2012 existían dos trabajos de referencia cuyos resultados estiman el potencial ahorro energético que un incremento en la eficiencia de los sistemas de ascensores permitiría a nivel agregado. El primero de dichos estudios está orientado al sector de la elevación en los Estados Unidos y fue realizado por Harvey Sachs del Consejo Americano para una Economía Energética Eficiente [4]. Según datos proporcionados por este autor, para el año 2005 existían alrededor de 700 000 ascensores en los EEUU, cuyo consumo representa del orden del 3-5%<sup>2</sup> del total de energía consumida por las edificaciones. Adicionalmente y considerando que las nuevas tecnologías disponibles en ese momento permitían una reducción de 30-40% del consumo de los ascensores, el autor estima que los ahorros agregados podrían cifrarse a algunas centenas de GWh por año<sup>3</sup>. El segundo estudio deriva del proyecto E4<sup>4</sup> promovido por la Comisión Europea y liderado por Anibal De Alameida [5] de la Universidad de Coimbra, Portugal. De acuerdo con dicho reporte y para principios de 2010, existían aproximadamente 4,8 millones de ascensores en la Unión Europea (EU-27), los cuales, en promedio y como resultado de una campaña de monitorización, contribuyen entre 3 y 5% al consumo total de la edificación. En cuanto a los ahorros potenciales, afirma que el empleo extensivo de las tecnologías energéticamente más eficientes actualmente disponibles en el mercado permitirían reducir en un 60% el consumo de los ascensores para los edificios residenciales y del sector terciario. Finalmente, a partir de dichos resultados podemos cifrar el ahorro potencial realizable en torno a lo 10 000 GWh anuales para la Unión Europea.

---

<sup>2</sup> Al Sharif, L., R. Peter and Smith. 2004. "Elevator Energy Simulation Model" citado también por Barney, Gina. (2006)

<sup>3</sup> Powell, Chris; comunicación personal retomada en Harvey, M. Sachs. (2005)

<sup>4</sup> E4, Energy-Efficient Elevator and Escalators

## 1.2 El Parque Edificatorio Español

Desde una perspectiva histórica, el desarrollo de las tecnologías de la elevación potenció la edificación en altura, resultando en el paradigma urbanístico moderno caracterizado por densos núcleos de población. De lo anterior se desprende la relación entre las características del parque edificatorio y la prevalencia de las instalaciones de transporte vertical. En España, el Instituto Nacional de Estadística lleva a cabo el denominado Censo de Población y Vivienda con una frecuencia decenal, siendo el último el correspondiente al año 2011. No obstante la antigüedad de los datos, se asume que dado el carácter introductorio de este pasaje, los datos correspondientes al censo del año 2001 permiten esbozar una panorámica del parque edificatorio español, lo que en apartados sucesivos permitirá realizar un número de comparaciones que, en última instancia, conduzcan a concluir la significancia del sujeto de estudio de la presente tesis.

Según datos contenidos en el Censo de Población y Vivienda 2001, el parque edificatorio español comprendía 9 284 513 edificios; 72% de las cuales corresponden a viviendas unifamiliares, al tiempo que por número de niveles el 43% de los edificios constaban de una sola planta.

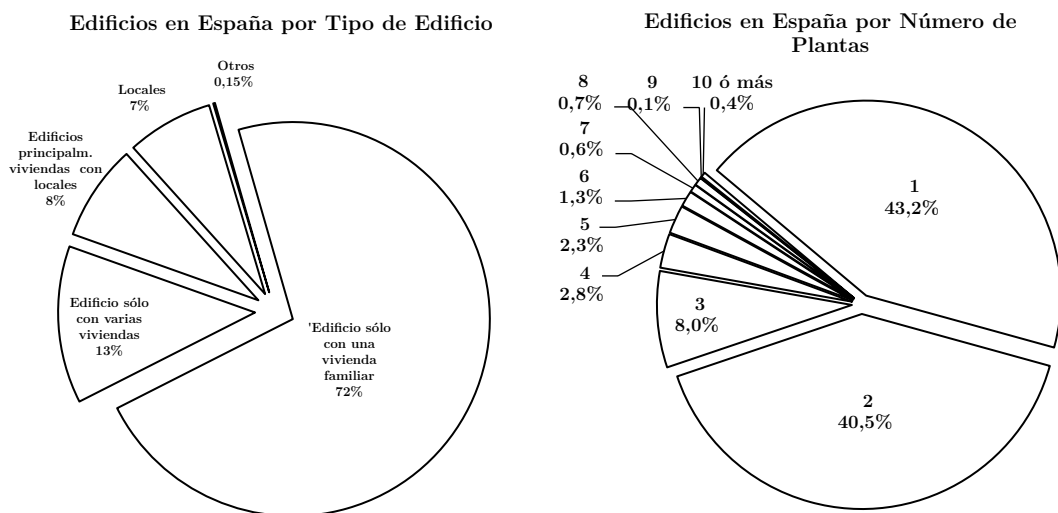


Figura 1.1 Perfil general del parque edificatorio español por uso del edificio y número de plantas.  
Datos: Censo de Población y Vivienda 2001, INE.

A continuación, si consideramos que por regla general, las viviendas unifamiliares prescinden de ascensor, al igual que todas aquellas edificaciones de una sola planta; es posible obtener un perfil del parque edificatorio en altura español.

**Edificios en España por Tipo de Edificio**  
(Excluyendo unifamiliares o de una sola planta)



**Edificios en España por N° de Plantas**  
(Excluyendo unifamiliares o de una sola planta)

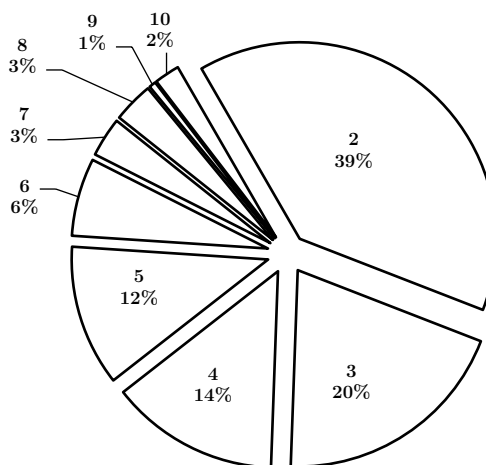
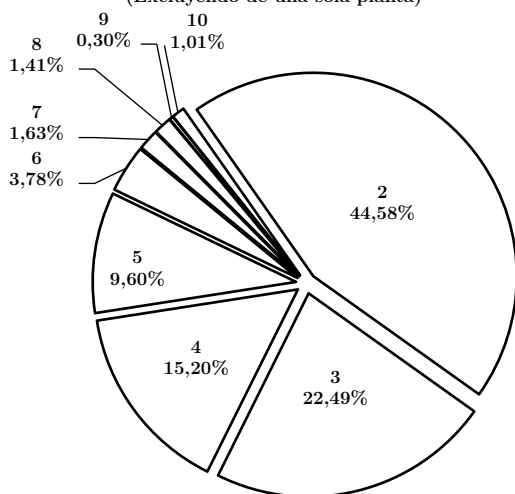


Figura 1.2 Perfil de las edificaciones en altura por tipo de uso y número de plantas.  
Elaborado a partir de datos del Censo de Población y Vivienda 2001, INE.

Como se puede concluir de la revisión de la Figura 1.2, el parque edificatorio en altura está dominado por edificaciones de tipo residencial. En cuanto a la distribución por niveles, el 85% de las edificaciones tienen 5 o menos plantas, los que dependiendo del criterio se pueden considerar como edificaciones de mediana altura. En cuanto a la distribución por número de niveles para los usos residenciales se observa (Figura 1.3) que los edificios de vivienda compartidos con locales tienden a superar en un nivel a las edificaciones puramente habitacionales; con un valor promedio para los primeros de 4,55 plantas contra 3,22 plantas de los segundos.

**Edificio sólo con varias viviendas familiares**  
(Excluyendo de una sola planta)



**Edificios principalmente con viviendas familiares compartido con locales**  
(Excluyendo de una sola planta)

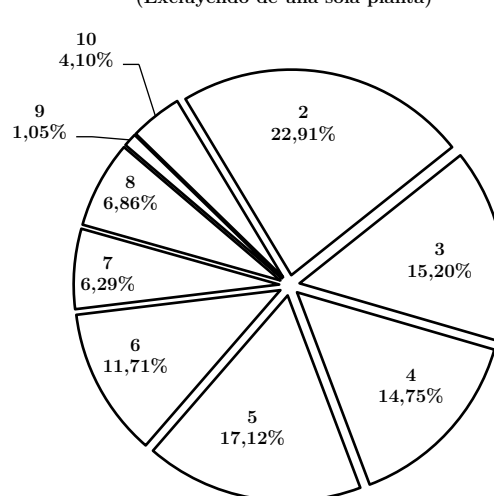


Figura 1.3 Perfil de las edificaciones en altura de uso residencial.  
Elaborado a partir de datos del Censo de Población y Vivienda 2001, INE.



En cuanto al perfil correspondiente a las edificaciones de locales se observa en la Figura 1.4 un amplio dominio de los edificios de 2 plantas. Estos resultados contrastan fuertemente con los anteriormente enunciados, además de ser contrarios a las expectativas de ver reflejada la presencia de los edificios de oficinas generalmente asociados en el imaginario colectivo con los edificios de gran altura. Ciertamente es que las edificaciones de gran altura son una excepción en el horizonte de las ciudades europeas, al igual que en muchas otras ciudades del mundo. Sin embargo, si se considera que los edificios de oficinas se integran en el tejido urbano es de esperar que por lo menos presenten una distribución análoga a la de sus homólogos habitacionales. En este sentido se puede especular que la inesperada distribución en altura de los edificios de locales (curva línea continua) sea debida a la presencia y dominio en número de las naves industriales y edificaciones similares, ya que según los criterios censales empleados por el INE, se entiende por local:

“todo recinto estructuralmente separado e independiente en el que se llevan o se pueden llevar a cabo actividades económicas dependientes de una empresa o institución.”

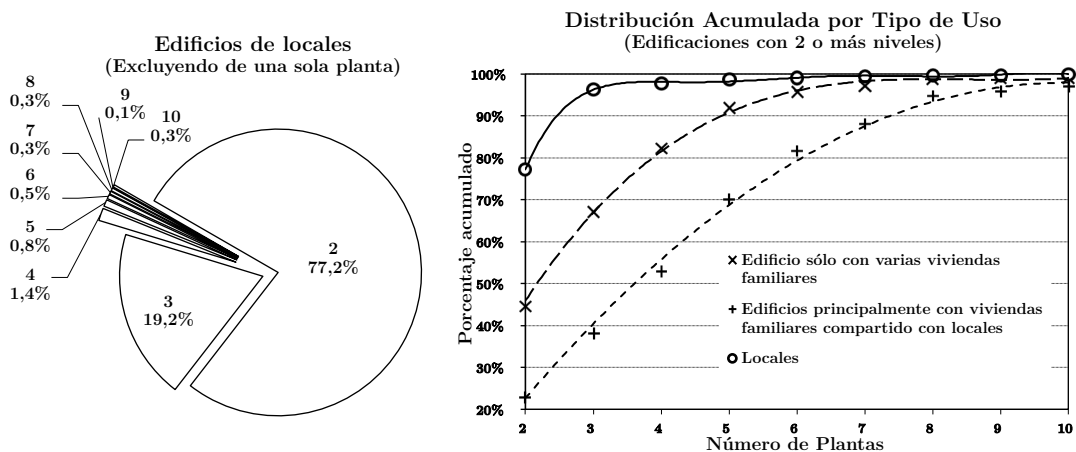


Figura 1.4 Perfil de las edificaciones en altura para la categoría de locales y distribución acumulada comparada entre usos residenciales y locales.

Elaborado a partir de datos del Censo de Población y Vivienda 2001, INE.

Con el objeto de aislar el posible efecto que un amplio número de edificaciones industriales puede tener sobre la categoría de “locales”, se censuraron sucesivamente los datos correspondientes a las edificaciones de 2 y 3 plantas y se recalcularon las distribuciones acumuladas. Como medida de consistencia metodológica las mismas operaciones se realizaron para las construcciones residenciales multifamiliares, con lo que se posibilita la comparación de las distribuciones acumuladas modificadas. Los resultados contenidos en la Figura 1.5 muestran pocos cambios a nivel cualitativo para las distribuciones correspondientes a las edificaciones residenciales. Sin embargo, en lo concerniente a la distribución de los “locales” (curvas línea continua) es apreciable un cambio significativo ya que, para la última iteración en específico, la distribución

acumulada de “locales” se inscribe entre las correspondientes a las edificaciones residenciales.

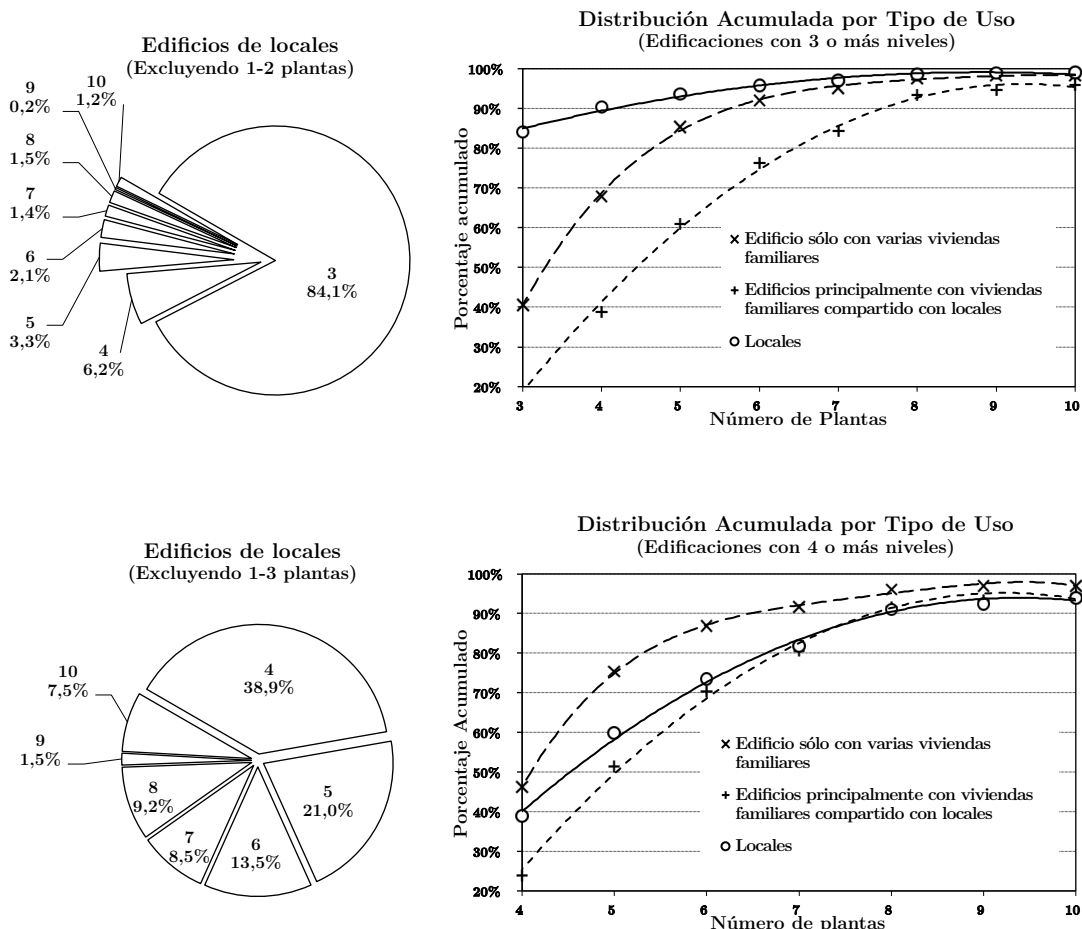


Figura 1.5 Distribuciones Acumuladas por tipo de uso con censura de datos. Elaborado a partir de datos del Censo de Población y Vivienda 2001, INE.

Los resultados obtenidos entrañan un grado creciente de incertidumbre dado que con cada iteración la población muestral se reduce importantemente. No obstante, asumiendo el supuesto de que los edificios de oficinas e industriales poseen características notablemente distintas en altura, los resultados sugieren que el efecto de estos últimos ha sido significativamente aislado. Por su parte, la interpretación de la distribución resultante muestra características consistentes con las expectativas en torno a los edificios de oficinas, ya que como anteriormente se enunció, los edificios de oficinas se inscriben en el tejido urbano y por ende deben exhibir una distribución en altura análoga a las edificaciones residenciales. Adicionalmente, la lectura de la distribución acumulada para valores próximos a 10 plantas muestra que existe un número ligeramente superior de edificaciones de gran altura, lo que sería reflejo de los edificios corporativos singulares de gran altura mencionados anteriormente.

En conclusión, el parque edificatorio en altura español<sup>5</sup> está dominado importantemente por las edificaciones de carácter residencial, cuyo porcentaje asciende a un 90%. Adicionalmente, el 85% del parque en altura posee 5 o menos plantas, lo que según el criterio habitual en Europa meridional se considera “edificaciones de mediana altura”. En cuanto a las edificaciones de carácter habitacional, se concluye que los edificios residenciales que albergan algún tipo de local exhiben un valor promedio en altura superior en aproximadamente una planta por encima del valor promedio de las edificaciones exclusivamente residenciales. En cuanto a las edificaciones de locales, los valores en altura son significativamente inferiores a los de sus contrapartes habitacionales; especulándose el efecto que las edificaciones industriales de baja altura tienen sobre el total de la categoría. Finalmente y como resultado del análisis de los datos, se concluye la homogeneidad en altura del parque edificatorio español, el cual adicionalmente se puede caracterizar por un amplio sector de edificaciones de baja y mediana altura, en un tejido urbano de notable regularidad.

### **1.3 Horizonte Comparado de los Ascensores en Europa**

En España y para el año de 2010, existían alrededor de 910 000 [5] ascensores en operación. Por su parte, tomando en consideración las características del parque edificatorio en altura, para el cual se excluyen las viviendas unifamiliares y siguiendo los criterios mínimos de accesibilidad, se estima que serían necesarios alrededor de 1,5 millones de ascensores adicionales; lo que en términos económicos y excluyendo el costo de los trabajos de ingeniería civil necesarios, implicaría una inversión aproximada equivalente a 45 000 millones de euros; cifra cuya magnitud es comparable al capital solicitado para el rescate financiero de la banca española. Además del importante monto asociado al costo de las instalaciones hay que considerar que el beneficio marginal asociado con la instalación de cada ascensor adicional será gradualmente decreciente. Lo anterior debido a que en un mercado parcialmente servido es natural suponer que los ascensores de mayor necesidad y que generen el menor número de externalidades hayan sido previamente instalados. De donde, el mercado restante estará caracterizado por edificaciones con menores necesidades, sobre la base del número de niveles a salvar y volumen diario de pasajeros, al tiempo que presenten mayores dificultades para su implantación, conllevando rendimientos marginales decrecientes por concepto de la instalación de cada ascensor adicional. La consecuencia última y previsible es que, aun en un futuro lejano, existirán edificaciones carentes de ascensor, siendo difícil determinar el nivel último de penetración de dichas instalaciones en el parque edificatorio.

---

<sup>5</sup> Por “parque edificatorio en altura” se entiende todas aquellas edificaciones con 2 o más plantas, además de excluirse la viviendas unifamiliares.

En el contexto europeo, se puede observar de la lectura de la Tabla 1.1 que existen amplias diferencias en cuanto al número de ascensores instalados por país. No obstante, se debe considerar que dichas diferencias son, al menos parcialmente, explicables en función de las características de la población, el perfil del parque edificatorio nacional y las diferencias en los niveles de ingreso; Por lo que una vez tomados en consideración dichos factores es posible obtener una perspectiva de los niveles de satisfacción relativos de las necesidades de elevación para las principales economías de la UE.

País	Ascensores Instalados	Share
Austria	100.432	2,21%
Belgium	75.000	1,65%
Czech Republic	112.000	2,47%
Denmark	27.527	0,61%
Finland	49.500	1,09%
France	460.000	10,13%
Germany	650.000	14,32%
Greece	397.000	8,75%
Hungary	29.800	0,66%
Italy	850.000	18,72%
Luxembourg	7.917	0,17%
The Netherlands	85.300	1,88%
Poland	81.683	1,80%
Portugal	140.000	3,08%
Spain	910.563	20,06%
Sweden	129.000	2,84%
United Kingdom	247.000	5,44%
Norway	35.300	0,78%
Switzerland	151.500	3,34%
<b>TOTAL</b>	<b>4.539.522</b>	

Tabla 1.1 Número de ascensores y porcentaje por país, a partir de datos [5].

Es así que en primer lugar, compilando la base de datos empleada por Nemry & Uihlein [6], se construyó un índice de las necesidades de elevación bajo el supuesto de que las edificaciones residenciales, tanto unifamiliares, multifamiliares y de gran altura<sup>6</sup> representan una importante proporción, posiblemente en torno al 85%, del parque edificatorio para cualquiera de los países estudiados. Adicionalmente, si se considera que las categorías muestrales utilizadas por los autores cubren en promedio un 80%<sup>7</sup> del parque habitacional de los países estudiados; se deduce la potencial validez del indicador como medida de las necesidades de elevación para cada país en específico. En cuanto a la determinación del índice, se obtiene como la relación entre el número de edificaciones que requieren ascensores con respecto del total y finalmente referido al país con mayores necesidades, en este caso Polonia. Los resultados, mostrados en la Figura 1.6, dan prueba de la variabilidad en las necesidades de transporte vertical a través de los diferentes países de la muestra; siendo notables los elevados niveles de los siguientes países: Polonia, España, Italia, República Checa, Finlandia y Suecia.

<sup>6</sup> Retomando la clasificación utilizada por los autores quienes reagrupan en tres grandes categorías, unifamiliar, multifamiliar y gran altura, las 32 tipologías edificatorias más usuales para los países estudiados.

<sup>7</sup> Nemry & Uihlein (2008) p. 34

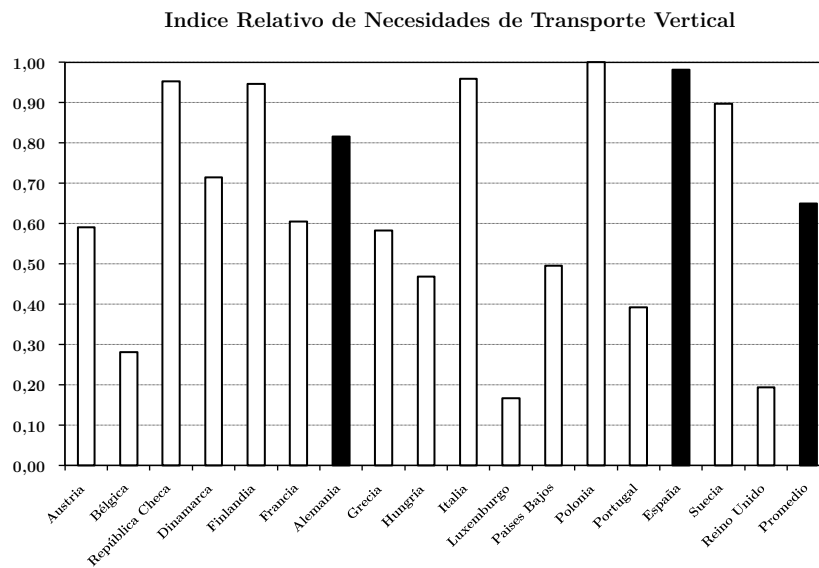


Figura 1.6 Índice Relativo de Necesidades de Transporte Vertical.  
Elaborado a partir de datos contenidos en Nemry & Uihlein (2008)

Si adicionalmente se interpretan los valores de dichos índices como la necesidad per cápita de los ciudadanos nacionales y se compara con el número de ascensores entre la extensión de la población; sería de esperar que existiese una correlación positiva, en otros términos a mayor necesidad per cápita mayor número de ascensores per cápita.

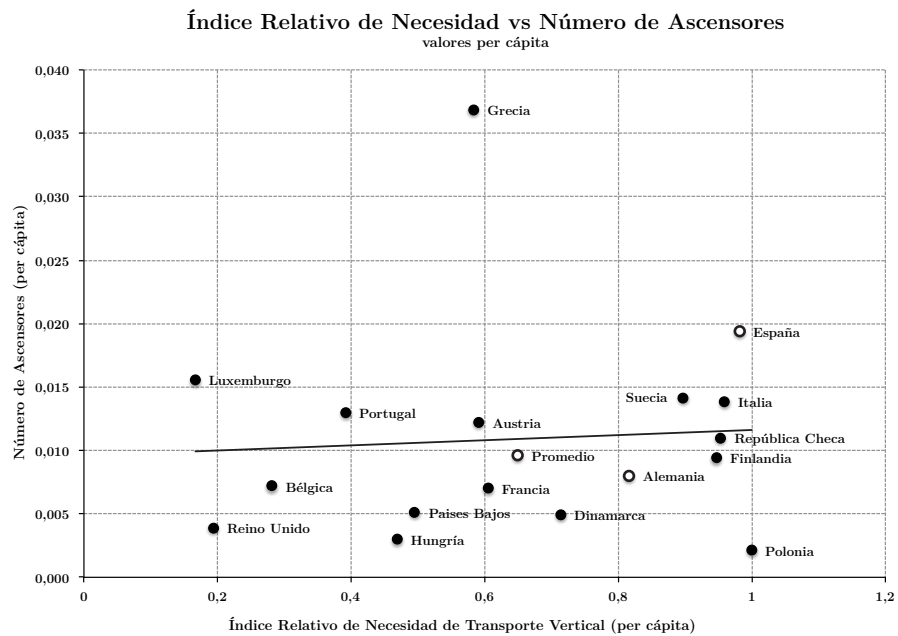


Figura 1.7 Índice Relativo de Necesidad contra Número de Ascensores, valores per cápita

Los primeros resultados para la estimación de la regresión entre el Índice Relativo de Necesidad (IRN) y el Número de Ascensores (ambos per cápita), mostrados en la Figura 1.7, son consistentes con las expectativas iniciales en cuanto a la relación positiva entre variables. No obstante, la existencia de una ordenada al origen diferente de cero, atribuible a la presencia de Luxemburgo, hizo necesaria la adopción de una condición adicional basada en el supuesto de que para una necesidad nula, el número de ascensores debería ser igualmente nulo.

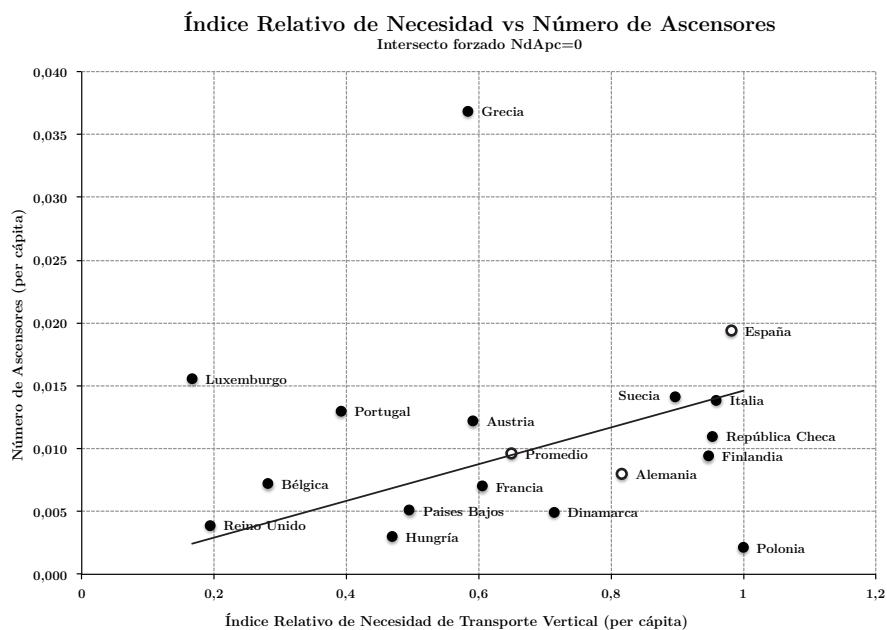


Figura 1.8 Índice Relativo de Necesidad contra Número de Ascensores, valores per cápita, intersección forzada a cero para la regresión.

Como es posible observar en la Figura 1.8 y contrariamente a lo que la intuición puede sugerir, Grecia, Portugal y España exhiben un grado mayor de satisfacción de sus necesidades de transporte vertical si se les compara con economías plenamente desarrolladas como Alemania y Francia. La evidencia parcial de este modelo se debe matizar reconociendo las limitaciones usuales derivadas de los indicadores per cápita; lo anterior dado que las disparidades poblacionales pueden incidir en el criterio de discriminación promedio. Es así que en un segundo tiempo, afectando los valores de las necesidades de transporte por un factor asociado a la extensión de la población nacional se condujo una segunda regresión cuyos resultados se recogen en la Figura 1.9. Los resultados de este segundo modelo son consistentes en gran medida con los anteriores, salvo para Italia que se incorpora al grupo de países con elevado número de ascensores instalados en relación a sus necesidades relativas de transporte vertical. En este sentido y por magnitud positiva de la discrepancia con respecto de la tendencia promedio europea es notable destacar la presencia en cabeza de esta categoría de España, Grecia, Italia y Portugal, además de Reino Unido, Suecia, Austria y Bélgica.

Necesidades vs Número de Ascensores  
(necesidades corregidas por extensión de la población)

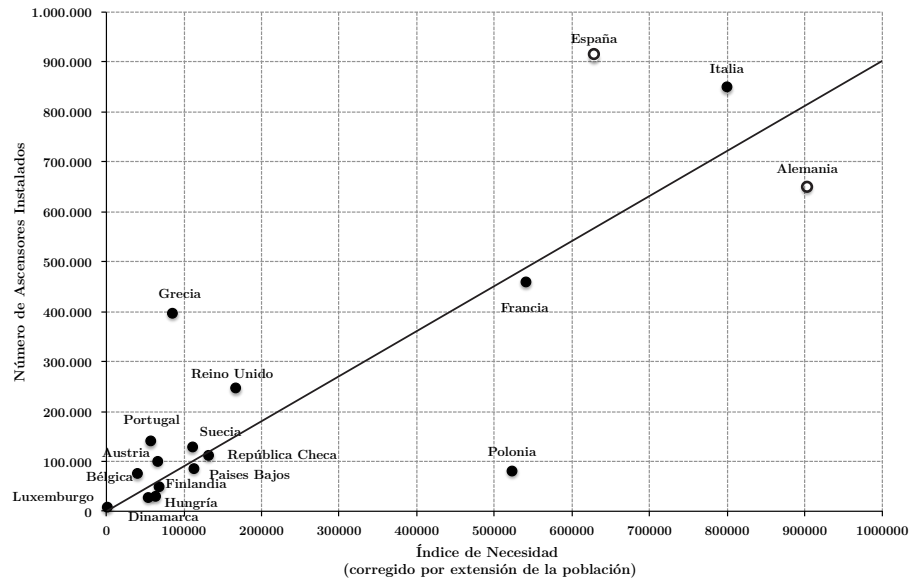


Figura 1.9 Índice Relativo de Necesidad contra Número de Ascensores, valores corregidos por magnitud de las poblaciones nacionales.

Adicionalmente, se hace notar que la distorsión previamente atribuible a la presencia de Luxemburgo en el análisis per cápita se ha visto drásticamente reducida al escalar el IRN en función de la talla de la población nacional, efecto que es perceptible en la Figura 1.10.

Necesidades vs Número de Ascensores  
(necesidades corregidas por extensión de la población)

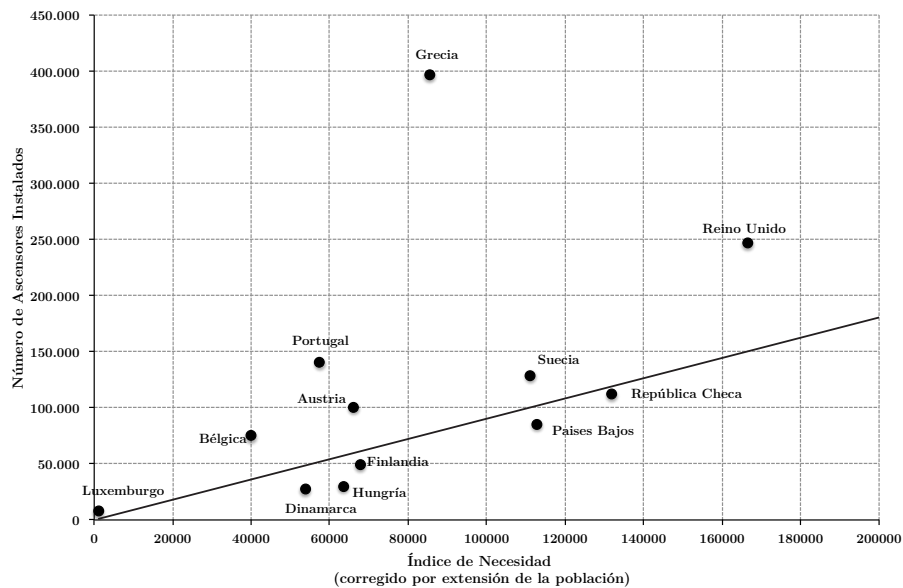


Figura 1.10 Índice Relativo de Necesidad contra Número de Ascensores, valores controlados por población.

Finalmente, considerando que dentro del grupo de países con elevado número de ascensores en relación a sus necesidades existen claras diferencias en los niveles de ingreso, se ha llevado a cabo un tercer estudio con la finalidad de explorar el carácter explicativo del Producto Interior Bruto (PIB) frente al número de ascensores instalados. La intuición de este tercer modelo reposa en el hecho de que los ascensores son sinónimo de calidad de vida y bienestar; al tiempo que PIB per cápita, es la variable económica más estrechamente ligada con la noción de bienestar, siendo previsible una relación positiva entre dichas variables.

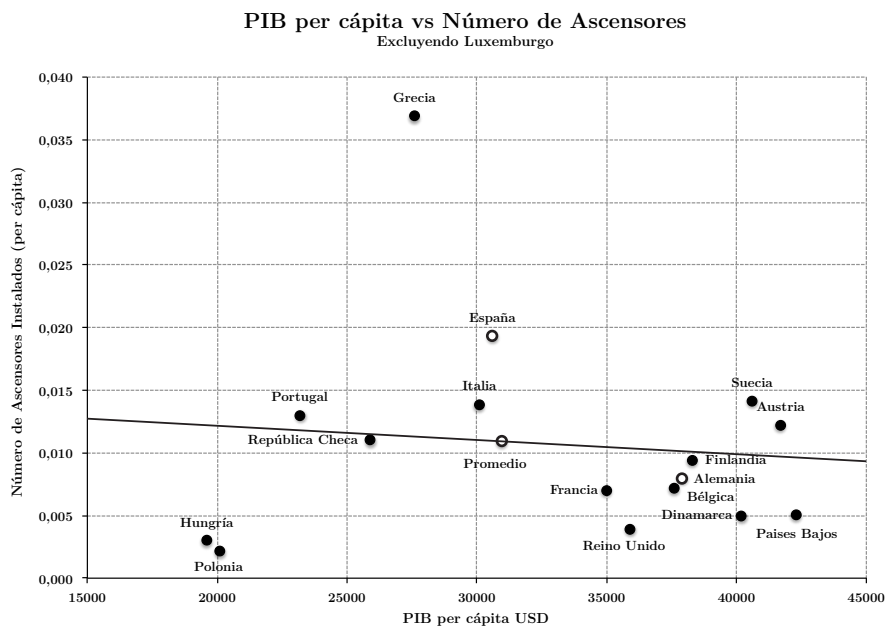


Figura 1.11 Producto Interior Bruto a Número de Ascensores, variables per cápita.

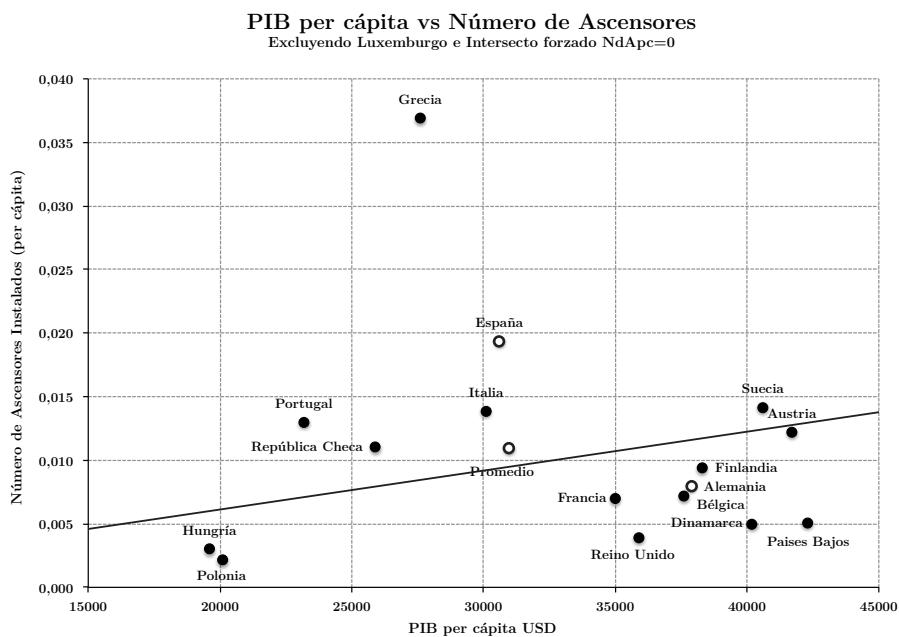


Figura 1.12 Producto Interior Bruto a Número de Ascensores, variables per cápita, intersecto forzado en cero.



No obstante la intuición expuesta con anterioridad, los primeros resultados muestran evidencia de una relación negativa Figura 1.11, es decir que a menor ingreso mayor número de ascensores per cápita, haciendo necesaria la adopción de una condición adicional, forzando un intersección en cero. Los resultados Figura 1.12 muestran que para Reino Unido y Austria; el nivel de ingreso explica los elevados niveles relativos de ascensores per cápita; siendo posible extender dichas conclusiones a Suecia, si se toma en consideración la cercanía de su posición con respecto de la línea de regresión, brecha similar en magnitud a la que guarda el promedio con respecto de la línea de tendencia. En cuanto al caso particular de España se puede especular que el elevado número de ascensores es resultado del acelerado crecimiento de la construcción de las últimas dos décadas. Sin embargo, considerando el número de ascensores vendidos anualmente que determina la tasa de variación anual y asumiendo la proporcionalidad poblacional para las economías de España y Alemania, según el modelo expuesto en (1.1), habría que remontarse hasta el año de 1968 para que se verificase la condición de equilibrio.

$$\frac{NTAsp_{2010} \cdot (1 + \Delta NTAsp)^{-(2010-t)}}{NTAde_{2010} \cdot (1 + \Delta NTAde)^{-(2010-t)}} = \frac{Psp}{Pde} \quad (1.1)$$

$NTAsp_{2010}$  : Número Total de Ascensores en España  
 $NTAde_{2010}$  : Número Total de Ascensores en Alemania  
 $\Delta NTAsp \approx 3,7\%$  : Tasa de Variación Anual de NTAsp  
 $\Delta NTAde \approx 1,5\%$  : Tasa de Variación Anual de NTAde  
 $Psp$  : Población de España  
 $Pde$  : Población de Alemania

En conclusión, como resultado de los tres análisis previamente realizados, existe evidencia para afirmar que; Grecia, España e Italia poseen un elevado número de ascensores, no acorde a las necesidades relativas o los correspondientes niveles de ingreso, en relación al resto de países europeos. En el caso particular de España, con aproximadamente un 20% de los ascensores de la UE, existe evidencia que la elevada prevalencia es resultado de un fenómeno a largo plazo, acorde con la existencia de una cultura arquitectónica cuyos criterios técnicos y prioridades entrañan el uso intensivo de instalaciones de transporte vertical. Finalmente, es claro que la investigación en materia de eficiencia energética aplicada al sector de la elevación es de particular interés para España, dado que considerando el elevado número de ascensores actualmente en operación y el nivel de ingreso per cápita, una reducción en el consumo energético de los ascensores presenta incentivos una y media veces superiores a los que tendría para una economía plenamente desarrollada como Alemania.

## 1.4 Reseña Histórica de la Elevación

Los ascensores son dispositivos técnicos que permiten el transporte en altura de personas y bienes. A lo largo de la historia innumerables tecnologías han sido aplicadas, comenzando por aquellas que hacían uso de la fuerza humana o animal, pasando por los ascensores propulsados por máquinas de vapor, para finalmente desembocar en los ascensores eléctricos de hoy en día. La historia moderna de la elevación se puede decir que da comienzo en 1854, con la dramática presentación del “ascensor de seguridad” realizada por Elisha Otis durante la Exposición Universal en la ciudad de Nueva York. La demostración, en la cual según los cronistas de la época Elisha Otis desafiaba a la muerte, consistía en cercenar el cable de suspensión de uno de sus ascensores con lo que después de caer unas cuantas pulgadas el ascensor detenía súbitamente su caída. Si bien, para dicha fecha existían tanto los ascensores de cables como los hidráulicos que datan de 1846, los reiterados relatos de accidentes catastróficos en ascensores accionados por cables habían llevado a depositar la confianza en los ascensores hidráulicos. Sin embargo, para la década de 1850 y como resultado de la creciente altura de las edificaciones resultó obvio que las restricciones tecnológicas asociadas a los ascensores hidráulicos requerirían un cambio de paradigma. Un ejemplo claro de lo anterior lo representa la Torre de Latting construida como parte de la anteriormente citada Exposición Universal y la cual carecía de ascensores dada su altura sin precedentes de 96m.

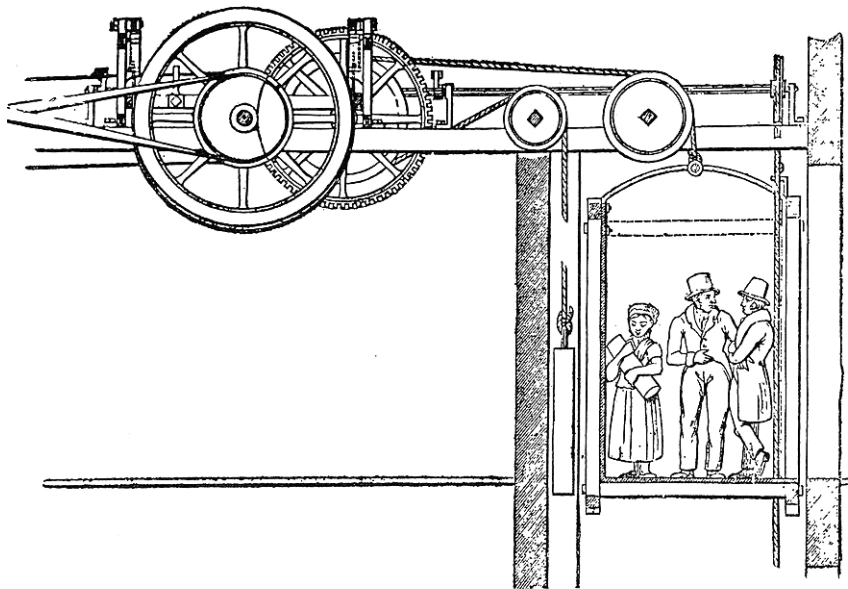


Figura 1.13 “The Teagle” primer ascensor de tracción a compensación documentado, 1835.

En cuanto al desarrollo de la de suspensión por cables y para finales del siglo XIX coexistían dos variantes; la primera de ellas, los denominados “ascensores de tambor”, en los cuales la totalidad del cable de suspensión se devanaba sobre un tambor

rotatorio; la segunda, correspondiente con los modernos ascensores de tracción, en los cuales la fuerza se comunica a los cables por medio de la fricción generada entre éstos y la polea tractora. Otra característica particular de este último tipo de ascensores lo constituye el contrapeso, cuya presencia garantiza la correcta tensión de los cables y por ende el desarrollo de la fuerza de fricción, al tiempo que reduce virtualmente la masa a elevar. El primer testimonio documental de un ascensor de tracción es el conocido como el “Teagle”, el cual fue instalado en una factoría de Londres y data de data de 1835<sup>8</sup>, Figura 1.13.

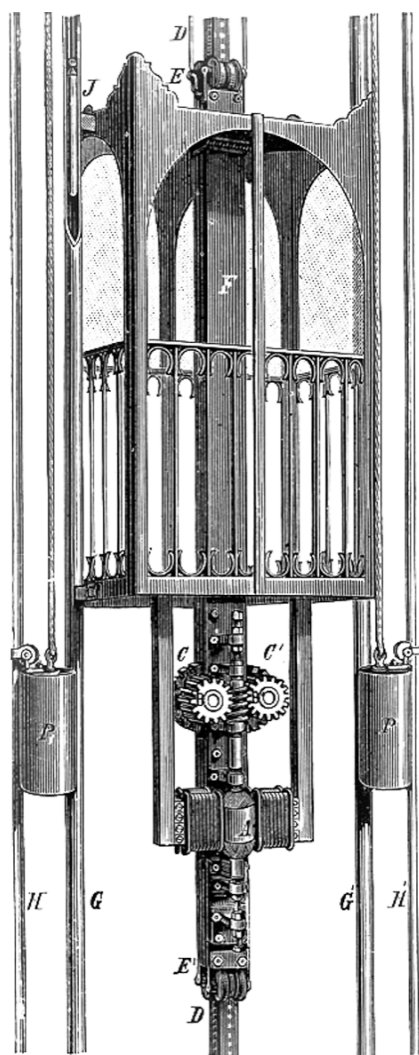


Figura 1.14 Primer ascensor eléctrico 1880 por Werner von Siemens<sup>9</sup>

El primer ascensor eléctrico fue presentado al público por el Dr. Werner von Siemens durante la “Mannheim Pfalzgau Trade & Agricultural Exhibition” en el año de 1880. El dispositivo, ilustrado en la Figura 1.14, consistía de un motor eléctrico (A) cuyo rotor accionaba un reductor sinfín-corona (B), induciendo la rotación de los engranes (C y C’) sobre la cremallera (D), consiguiendo con esto el desplazamiento longitudinal del conjunto viajero. Es notable destacar que dicho ascensor contaba ya con un par de contrapesos (P) con la finalidad de reducir la carga a elevar. No obstante el interés suscitado por este ascensor, la introducción en el mercado de la propulsión eléctrica no tuvo lugar hasta la primera década del siglo XX, con la generalización de la electricidad en el entorno urbano. En 1908, la construcción del Edificio Singer, con sus 185 m de altura, puso de manifiesto la conveniencia y necesidad sin precedentes de los ascensores eléctricos.

El siguiente hito en la historia de la elevación fue resultado de la creciente confianza depositada en los ascensores y de los desarrollos arquitectónicos en altura de principios del siglo XX. En este sentido, para finales de la década

de 1920, edificios paradigmáticos como el Empire State requirieron sistemas de ascensores de gran velocidad que al mismo tiempo satisficiesen el confort de los usuarios al garantizar una aceleración controlada. Con esta finalidad se introdujeron

<sup>8</sup> <http://www.otisworldwide.com/pdf/AboutElevators.pdf>

Strakosch afirma que fue en 1845

<sup>9</sup> Alfred R. Urbanitzky, *Electricity in the Service of Man*, London, 1886, p. 646.

sistemas Ward Leonard de control, los cuales estuvieron vigentes hasta la década de 1980 ya que permitían un adecuado control de las variables dinámicas de los ascensores.

Finalmente, la siguiente revolución vino de la mano de la electrónica de potencia y de la generalización de los microprocesadores. Por su parte los desarrollos de la electrónica de potencia llevaron a la sustitución de los grupos Ward-Leonard por dispositivos de estado-sólido. En cuanto a la introducción de los microprocesadores, ésta implicó una expansión exponencial de las posibilidades de control, coordinación de los grupos de ascensores y gestión del tráfico.

## 1.5 Generalidades sobre los Ascensores

En cuanto a los ascensores eléctricos, existe un gran número de filiales tecnológicas; sin embargo, en la actualidad son los ascensores hidráulicos y en mayor medida los denominados ascensores de tracción los que dominan el horizonte del transporte vertical, Tabla 1.2.

Sector	Hidráulicos	Ascensores de Tracción		Total
		"Geared", Reductor	"Gearless", Accionamiento Directo	
Residencial	743.979	2.254.112	100.330	3.098.421
Terciario	333.248	946.208	270.344	1.549.800
Industrial	49.312	126.397	227	175.936
<b>TOTAL</b>	<b>1.126.539</b>	<b>3.326.717</b>	<b>370.901</b>	<b>4.824.157</b>

Tabla 1.2 Número de ascensores por tecnología en la UE-27 y sector de la economía [5].

### 1.5.1 Los Ascensores Hidráulicos

Los ascensores hidráulicos hacen uso de motor eléctrico para su funcionamiento, el cual acciona una bomba hidráulica, impulsando un fluido a un cilindro o pistón conectado directa o indirectamente a la cabina del ascensor. Por regla general, el fluido hidráulico es bombeado hacia el interior del cilindro consiguiendo con ello la extensión de cilindro y por ende la elevación de la cabina. En cuanto al descenso, éste se obtiene por medio de la apertura controlada de una válvula que libera gradualmente el fluido contenido en el cilindro, permitiendo el retorno de éste al depósito de almacenamiento. Desde el punto de vista energético, los ascensores hidráulicos tienen un rendimiento relativamente bajo, requiriendo para su operación hasta tres veces más energía<sup>10</sup> que

<sup>10</sup> De Alameida, Patrao, Fong, Araujo, & al, (2010) p.14

sus contrapartes de tracción para la realización de una misma tarea. No obstante lo anterior, este tipo de ascensores continúan en producción, principalmente por la relativa baja inversión inicial que requieren y las limitadas exigencias de mantenimiento, dado que por su principio de funcionamiento son poco susceptibles a fallos catastróficos.

### 1.5.2 Los Ascensores de Tracción

La característica fundamental de los ascensores de tracción consiste en la suspensión de la cabina a través de un conjunto de cables o cintas y a las cuales, por medio de la fricción generada entre éstas y la polea tractora, se les comunica la fuerza de elevación generada por un motor eléctrico. Existen innumerables variantes, sin embargo, la configuración más habitual, ilustrada en la Figura 1.15, hace uso de un contrapeso para contrabalancear el peso muerto del conjunto viajero y una proporción, generalmente 50% [7] de la carga útil. El efecto más importante que entraña la presencia del contrapeso es el de reducir virtualmente la carga a elevar, ya que a grandes rasgos, únicamente se deberá proveer la energía necesaria para elevar la carga descompensada, Ec. 1.2; reduciendo adicionalmente la potencia necesaria del motor y por ende las consiguientes dimensiones de éste.

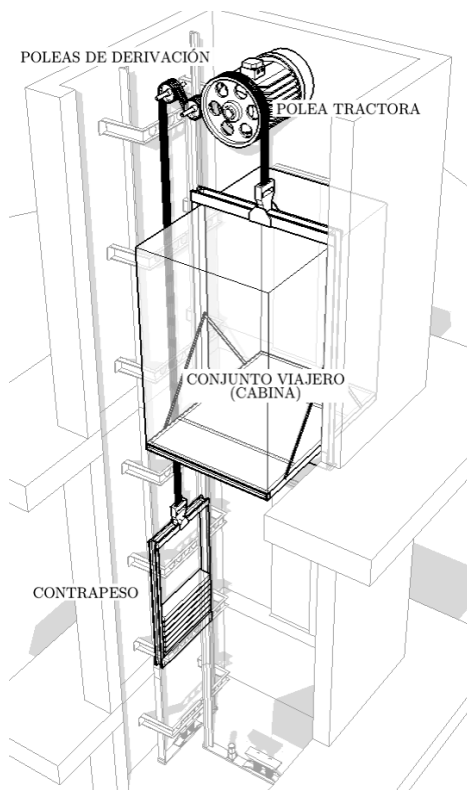


Figura 1.15 Esquema simplificado de Ascensor de Tracción.

$m_{c \max}$ : masa máxima de la carga útil

$m_e$ : masa de la cabina en vacío

$m_2$ : masa del contrapeso

$h$ : altura

Sea:

$$m_1 = m_{c \max} + m_e$$

Energía Potencial:

$$E_p = m_1 \cdot g \cdot h + m_2 \cdot g \cdot (-h)$$

$$= \underbrace{(m_{c \max} + m_e) \cdot g \cdot h}_{\text{elevación a cabina llena}} - \underbrace{(0,5 \cdot m_{c \max} + m_e) \cdot g \cdot h}_{\text{descenso de contrapeso}}$$

$$E_p = 0,5 \cdot m_{c \max} \cdot g \cdot h < (m_{c \max} + m_e) \cdot g \cdot h$$

Ec. 1.2 Energía potencial para ascensores de tracción compensados.

Los ascensores de tracción se subdividen en dos categorías en función de los elementos que componen la cadena cinemática teniendo por un lado los ascensores con reductor de velocidad, frecuentemente referidos en la literatura y en la industria por su apelativo en inglés, “geared”. Por otro lado, existen los ascensores de accionamiento directo o “gearless”, para los cuales el árbol del rotor se encuentra conectado directamente a la polea tractora, requiriendo motores que desarrollen un importante par de fuerza a bajas velocidades de rotación.

## Ascensor Geared

Como anteriormente se mencionó, la característica más notable de este tipo de ascensores es el reductor de velocidad que interviene en la cadena cinemática entre el motor y la polea tractora. La literatura convencional considera que en la actualidad la casi totalidad de los reductores empleados son del tipo sinfín-corona<sup>11</sup>, Figura 1.16. Este tipo de reductores está constituido físicamente por un tornillo sinfín que se fabrica mediante acero aleado<sup>12</sup> de alta resistencia, específicamente adaptado para ser endurecido superficialmente; además de una corona compuesta por una aleación de bronce<sup>13</sup> con la finalidad de minimizar el coeficiente de rozamiento entre las dos piezas. No obstante, la fricción generada entre los elementos del conjunto reductor en su operación entraña una pérdida en el rendimiento mecánico próxima al 40%. Lo anterior ha llevado a la implementación de otro tipo de reductores; en particular existen experiencias con trenes epicicloidales o planetarios<sup>14</sup> para los que se alcanza un rendimiento del orden del 90%. Sin embargo, el elevado costo y los importantes requerimientos de mantenimiento que implica el uso de otro tipo de reductores ha imposibilitado su introducción en el mercado. Adicionalmente y en opinión de los expertos, la elección de los reductores sinfín-corona está motivada por<sup>15</sup>:

- Ser una transmisión muy compacta para una potencia e índice de transmisión dados.
- Presentar el menor número de piezas móviles, minimizando las intervenciones y los gastos por concepto de mantenimiento.
- Desarrollar un nivel de ruido relativamente bajo.
- Poseer una alta resistencia al impacto.

---

<sup>11</sup> A. Miravete; E. Larrodé (2007) p. 91

<sup>12</sup> El material suele ser acero al níquel y cromo

<sup>13</sup> Bronce al fósforo, cobre o níquel

<sup>14</sup> Strakosch, (1998) p. 17.

<sup>15</sup> A. Miravete; E. Larrodé (1996) p. 115.

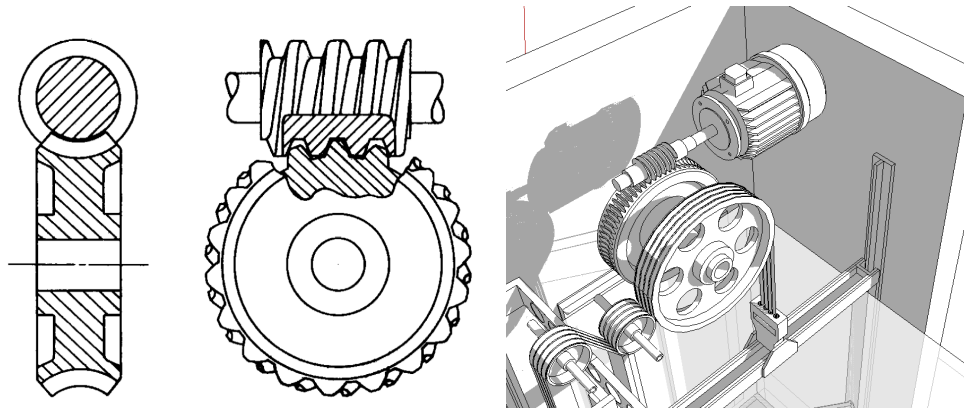


Figura 1.16 Reductor sinfín corona de tipo corona glóbica

La operación de los ascensores geared está determinada en gran medida por el reductor sinfín-corona; en particular y como resultado de las importantes relaciones de reducción, que fluctúan entre 1:50 y 1:100 llegando en algunos casos hasta 1:500 [8], este tipo de dispositivos se puede considerar mecánicamente irreversibles. En otras palabras, la rotación del tornillo sinfín impulsa la rotación de la corona, independientemente de si dicha rotación es levógira o dextrógira. No obstante, un par aplicado a la corona no induce la rotación del tornillo sinfín. Lo anterior tiene una importante consecuencia en lo que respecta al funcionamiento de los ascensores geared, ya que aun en el caso que la relación de masas sea favorable al movimiento es necesario alimentar el motor, induciendo la rotación del tornillo y permitiendo de esta manera la rotación de la corona. Paradójicamente, pese a ser uno de los mecanismos de reducción más antiguos y extendido, las investigaciones destinadas a su estudio son limitadas [9], no encontrándose caracterización mecánica consistente con las condiciones específicas de operación de dichos reductores en los ascensores geared. No obstante, es asumible que aun en el caso de una relación de cargas favorable al movimiento, la energía necesaria para la expresión del movimiento sea igual o superior a las pérdidas inducidas por fricción.

En síntesis, los ascensores geared, dadas las condicionantes intrínsecas a los reductores sinfín-corona, requieren un suministro de energía para su operación, tanto si la relación de masas es favorable o contraria al movimiento. El origen de esta necesidad radica en la irreversibilidad mecánica del reductor y las sustanciales pérdidas por fricción; no obstante, es posible conjeturar que la energía necesaria al movimiento sea función, entre otros, del diferencial de masas entre el contrapeso y el grupo viajero cargado, por lo que es posible incidir sobre el consumo energético a través de la determinación óptima de la masa del contrapeso.

## Ascensor Gearless

Los ascensores de tipo gearless o de accionamiento directo son, al igual que los anteriores, miembros de la categoría de ascensores eléctricos de tracción a compensación; pero, a diferencia de los anteriores, no integran ningún tipo de reductor en la cadena cinemática, por lo que la polea tractora está montada directamente en el árbol del motor. Por esta última razón, los grupos electromotrices de estos ascensores tienen características notablemente diferentes; requiriendo una baja velocidad de rotación (50 a 200 R.P.M.) [10]<sup>16</sup> y un par motor inversamente proporcional a la velocidad y en relación directa a la talla de la polea tractora que en ocasiones pueden llegar a alcanzar 1200 mm. De lo anterior, se podría especular que una reducción en diámetro de la polea traería consigo un requerimiento inferior en el par motor necesario, al tiempo que incrementaría la velocidad de rotación, conllevando finalmente la necesidad de un motor menos oneroso y voluminoso; Sin embargo, las dimensiones de la polea tractora vienen dictadas por imperativos de seguridad ya que, con el objeto de minimizar el desgaste de los cables debido principalmente a los reiterados ciclos de flexión de que son sujeto en su operación, es recomendable el uso de poleas cuyo diámetro sea al menos 40 veces el diámetro de los cables que impulsa.

Como con anterioridad se mencionó, los ascensores gearless requieren motores capaces de desarrollar un par motor importante a bajas velocidades de rotación, lo que inicialmente llevó a la necesidad de recurrir a masivos motores de corriente continua para impulsar la polea tractora, con los consiguientes desafíos de control que permitiesen la aceleración y frenado de la cabina según especificaciones, además de realizar la puesta a nivel dentro de un margen de 15 mm, independientemente de la carga. Hasta inicios de la década de 1990, el estándar de la industria lo representaba el grupo de control Ward-Leonard; dispositivo moto-generador constituido por un motor de corriente alterna acoplado (AC) a un generador de corriente continua (DC), con la particularidad de que los campos del generador reciben la señal analógica de control y la armadura se conecta a la carga, es decir al motor de corriente directa que acciona la polea tractora. Como se puede suponer, la conversión de la energía eléctrica (AC) en energía mecánica y su posterior conversión en energía eléctrica (DC) induce importantes pérdidas; lo que, con el advenimiento de la electrónica de potencia, en específico el desarrollo del tiristor, llevó al desarrollo de soluciones de control basadas en la amplificación por medio de semiconductores, frecuentemente referidos en la literatura como Solid State Controlers (SSC) o Silicon Controlers (SC). No obstante, considerando que el cambio tecnológico tuvo lugar hace dos décadas es frecuente encontrar ascensores operados por medio del grupo de control Ward-Leonard.

Actualmente los ascensores gearless se han beneficiado importantemente de los desarrollos ligados a la electrónica de potencia, representando la vanguardia los sistemas impulsados por motores síncronos de corriente alterna controlados mediante

---

<sup>16</sup> Strakosch, G (1998) p 9-11.



variación del voltaje y frecuencia de alimentación, o Variable Voltage Variable Frequency (VVVF). A grandes rasgos los sistemas VVVF sintetizan una señal de alimentación para el motor síncrono de corriente alterna que acciona la polea tractora. La señal sintética de alimentación varía en frecuencia ( $f$ ) entrañando una variación en la velocidad de rotación del motor. Adicionalmente, la magnitud del voltaje se modifica con el objetivo de mantener la relación  $V/f$  constante, logrando con ello una translación de la curva par-velocidad, lo que finalmente permite obtener un importante par motor en un amplio rango de velocidades Figura 1.17.

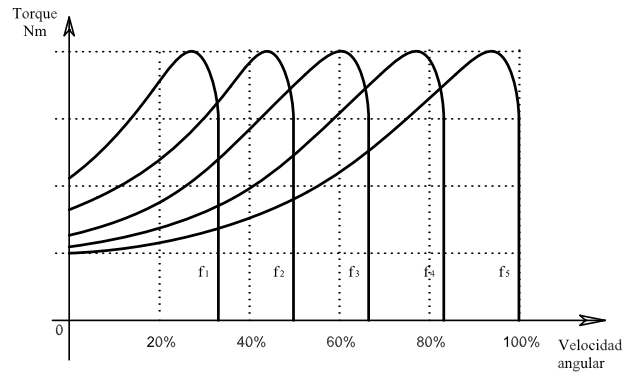


Figura 1.17 Característica Par Motor-Velocidad Angular

Los ascensores gearless accionados por dispositivos variadores de velocidad (Variable Speed Drive, VSD) en su operación y cuando la relación de masas es desfavorable al movimiento, sintetizan una señal de alimentación a través de un inversor o inverter que opera por medio de la modulación del ancho de impulsos de tensión (Pulse Width Modulation, PWM) consiguiendo con ello inducir una corriente sensiblemente sinusoidal al motor AC síncrono del ascensor Figura 1.18.

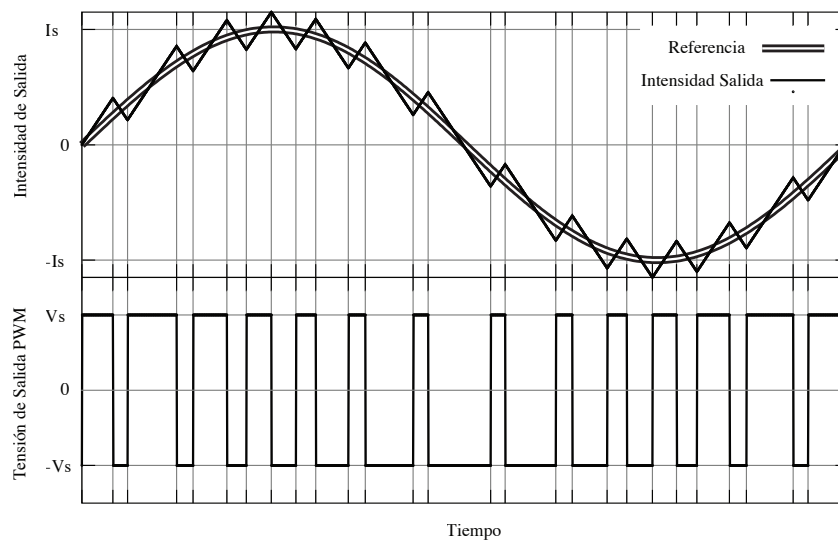


Figura 1.18 Señal sintetizada por el inverter por medio de Modulación del Ancho de Pulso (PWM)

En cuanto al caso en que la relación de masas es favorable al movimiento, requiriendo un frenado, el dispositivo constituido por el grupo de control y motor actuará como un freno reostático; es decir, el motor, aprovechando su reversibilidad, operará a modo de generador alimentando una resistencia ( $R_f$ ) por medio del disparo de un tiristor ( $T_f$ , Figura 1.19). Desde el punto de vista energético, la energía potencial es convertida en energía eléctrica que inyectada en la resistencia de carga es finalmente disipada en forma de calor, lo que finalmente representa una pérdida energética, existiendo evidencia de la extensión de dicho modo de operación [5], [11], [12], [13]. En este sentido, existen dispositivos denominados regeneradores que permiten la restitución a la red de la energía resultante del proceso de frenado dinámico. No obstante, por un lado las restricciones normativas que regulan la inyección de energía eléctrica a la red en algunos países [5] han desincentivado la instalación de este tipo de dispositivos. Por otro lado, existe evidencia de que los beneficios obtenidos por concepto de la instalación de los regeneradores no compensa la inversión realizada, sobre todo en el caso de edificaciones de baja afluencia [4], [5], [7].

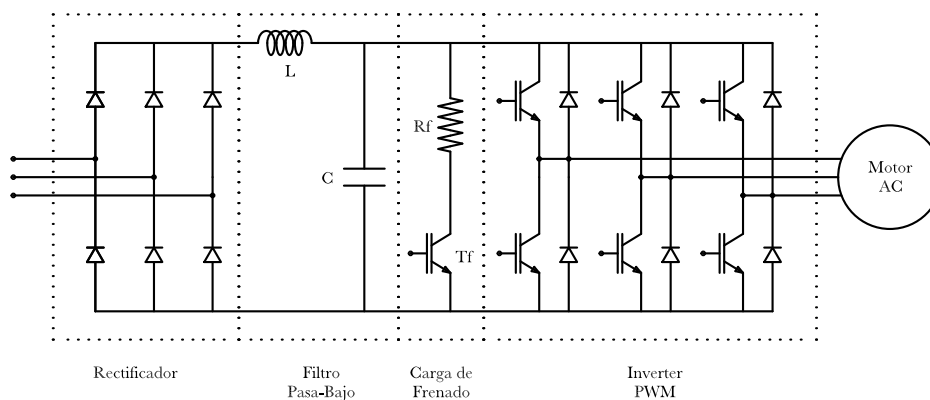


Figura 1.19 Diagrama de grupo de control VSD-PWM basado en VVVF  
Variable Speed Drive- Pulse Width Modulation

En el largo plazo, los denominados ascensores verdes indudablemente integrarán dispositivos de regeneración en sus grupos de control [11], ya sea con la posibilidad de restituir la energía o almacenarla en bancos de baterías para su posterior utilización [12]. No obstante, en el corto plazo y considerando el parque existente de ascensores, es de particular interés explorar las acciones de mejora de bajo impacto económico que incidan reduciendo el consumo energético de los ascensores.

## 1.6 Objetivo de la Investigación

El objetivo primordial de esta Tesis Doctoral consiste en **cuantificar los ahorros energéticos potenciales que resultan de la variación del porcentaje de compensación de la carga máxima en cabina y del número de ascensores simultáneamente en servicio, en lo que se han denominado “estrategias de operación”**. La motivación inicial del tema de esta Tesis nace de las recomendaciones emitidas por De Alameida *et al.* (2010) [5], en el cuadro del Proyecto Europeo “Energy Efficient Elevators and Escalators, E4”; quienes reconocen la necesidad de investigar en relación a:

- La optimización de la masa del contrapeso, acorde con las características específicas del tráfico de la edificación.<sup>17</sup>
- La optimización de la gestión del tráfico, explorando específicamente la incidencia que el número de ascensores simultáneamente en operación tienen para el desempeño energético.<sup>18</sup>

Es así que investigando específicamente las posibilidades que estas dos variables ofrecen se identificó en primer lugar la ausencia de un planteamiento, que atendiendo a la complejidad del fenómeno de tráfico, proporcionase una medida consistente del consumo energético diario del sistema de ascensores. En este sentido, **la principal aportación de esta Tesis comprende la construcción de un modelo que aúna la dimensión estocástica, relativa al fenómeno de transporte, con los consumos energéticos por carga, longitud y sentido del desplazamiento, que se suponen determinísticos**. Como resultado de esto, se **obtiene una perspectiva de las complejas relaciones de “Trade-off” que ligan el consumo energético con las variables relativas a la calidad del servicio**; lo que finalmente supone una herramienta de decisión particularmente útil para el dimensionamiento de los sistemas de ascensores, en la que de forma pionera se incluye el consumo energético diario como criterio de diseño.

---

<sup>17</sup> De Alameida, A. T., Patrao, C., Fong, J., Araujo, R., & al, e. (2010). *Energy Efficient Elevators and Escalators*. ISR-University of Coimbra, Department of Electrical Engineering., pg. 111

<sup>18</sup> *Ibid.*, pg. 115

## Referencias de Capítulo

- [1] Ristinen Kraushaar, *Energy and Problems of a Technical Society*. New-York: John Wiley and Sons, 1993.
- [2] Comisión de las Comunidades Europeas, "Plan de Acción para la Eficiencia Energética: Realizar el Potencial," 2006.
- [3] Gina Barney, "Draft Standard CD25745-1; Energy Models for Lifts ," ISO Technical Committee, International Standards Organisation , 2006.
- [4] Harvey M. Sachs, "Opportunities for Energy Efficiency Improvemets," American Council for an Energy-Efficient Economy, Washington, DC, 2005.
- [5] Anibal T. De Alameida, Carlos Patrao, Joao Fong, Rui Araujo, and et al, "Energy Efficient Elevators and Escalators," Department of Electrical Engineering, ISR-University of Coimbra, 2010.
- [6] Françoise Nemry and Andreas Uihlein, "Environmental Improvement Potentials of Residential Buildings," Institute for Prospective Technological Studies, European Commission, Joint Research Centre, 978-92-79-09767-6, 2008.
- [7] Joris Schroeder, "The energy consumption of elevators; A comparative Analysis," *Elevator World*, pp. 28-31, November 1980.
- [8] Antonio Miravete and E. Larrodé, *Elevadores: Principios e Innovaciones*. Barcelona, España: Reverté Barcelona, 2007.
- [9] L. Soto, J.L. Moya, R. Goytisoló, and A. Machado, "Importancia del Correcto Diseño de las Transmisiones por Tornillo Sinfín para Lograr una Adecuada Eficiencia," *Proceedings 8<sup>o</sup> Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*, 2007.
- [10] George Strakosch, *The Vertical Transportation Handbook*. New York: John Wiley and Sons, 1998, 3a ed.
- [11] Richards Peters and Pratap Mehta, "Green Lift Control Strategies," *International Journal of Elevator Engineers*, vol. 2, 1998.
- [12] S. Tominaga et al., "Development of Energy-Saving Elevator Using Regenerated Power Storage System," in *Power Conversion Conference, Proceedings of the*, vol. 2, Osaka, 2002, pp. 890-895.
- [13] Tapio Tyni and Jari Ylinen, "Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem," *European Journal of Operational Research*, no. 169, pp. 960-977, 2006.

## Capítulo 2

# Estado de la Ciencia y de la Técnica

### 2.1 Introducción

Los equipamientos de transporte vertical, en particular los ascensores, son considerados sistemas de ingeniería concebidos *ad hoc*, es decir en adecuación a las características específicas de cada instalación. Desde el punto de vista de la industria, la eficiencia energética no se ha considerado como un vector prioritario de desarrollo tecnológico y menos aun de mercado [1], beneficiando de mayor atención aspectos como la reducción de las dimensiones de hueco y foso [2], la supresión de los cuartos de máquinas y sobre todo la gestión de los grupos de ascensores con la finalidad de reducir los tiempos de espera y de servicio, esto último a juzgar por el número de publicaciones destinadas a este tema. En lo que respecta al consumo energético de los ascensores y según Richard Peters [3], el análisis de ciclo de vida de los ascensores en edificios de oficinas demuestra que la causa principal de impacto ambiental es el consumo de energía eléctrica durante su operación. En la historia de la elevación, uno de los hitos lo constituye la introducción en 1880 del primer ascensor eléctrico por parte de Werner von Siemens<sup>1</sup>. Sin embargo, no ha sido hasta 1996, con la introducción de la tecnología EcoDisc<sup>2</sup>, por parte de KONE, que las empresas líderes del mercado han comenzado a ofertar ascensores energéticamente eficientes que prometen materializar el potencial ahorro energético haciendo uso, en su mayoría, de tecnologías motrices más eficientes. No obstante, y a diferencia de otro tipo de instalaciones, los ascensores siguen siendo a fecha de hoy un sector no regulado en lo que concierne al uso que hacen de la energía.

---

<sup>1</sup>[http://www.siemens.com/history/en/news/1043\\_elevator.htm](http://www.siemens.com/history/en/news/1043_elevator.htm)

<sup>2</sup>[http://www.kone.com/countries/en\\_GB/Products/Elevators/konemonospaceplatform/Energyefficiency/Pages/default.aspx](http://www.kone.com/countries/en_GB/Products/Elevators/konemonospaceplatform/Energyefficiency/Pages/default.aspx)

En lo que respecta a la literatura de investigación, la falta de incentivos legales y de mercado ha traído consigo que, como algunos expertos afirman, la eficiencia energética de los ascensores sea un sujeto poco estudiado, donde la literatura es escasa y los reportes no son totalmente consistentes [2] [4].

### 2.1.1 La literatura de la elevación

El dominio de la elevación carece de una publicación indexada de carácter especializado. En este sentido se ha encontrado evidencia de un único número de un denominado “Journal of Elevator Engineering” publicado en 1996 y editado por So y Barney [5], autor por demás conocido en el medio de la elevación. Como resultado de la anterior carencia es posible encontrar un reducido número de artículos publicados en revistas indexadas como “Physica A”, “Energy and Buildings” o el “European Journal of Operational Research”. Por otro lado, la mayoría de las investigaciones se dan a conocer a través de los “proceedings” correspondientes a conferencias y congresos. En este sentido la Asociación Internacional de Ingenieros de Ascensores<sup>3</sup> (IAEE por sus siglas en inglés) organiza desde 1986, con una periodicidad anual o bianual, el Congreso Internacional de Transporte Vertical “ELEVCON<sup>4</sup>” del que se deriva la publicación “Elevator Technology”. Hay que puntualizar que, si bien esta conferencia es posiblemente la más influyente a nivel mundial, la calidad formal de los artículos se puede juzgar heterogénea. La anterior valoración reposa principalmente en el hecho de que los resultados anunciados por algunos autores no pueden ser reproducidos a partir de las informaciones proporcionadas por éstos, siendo necesarias hipótesis adicionales que en ocasiones conducen a resultados discordantes. A todo lo anterior se agrega el hermetismo<sup>5</sup> del medio, donde los autores en ocasiones recurren a “ajustes”<sup>6</sup> que impiden la inferencia de variables significativas. Otras revistas que ocasionalmente publican artículos de índole científica son:

- Elevator World (EEUU)
- Lift Report (Alemania)
- Elevatori (Italia)

---

<sup>3</sup> International Asociation of Elevator Engineers <http://www.iaee-association.com/>

<sup>4</sup> International Congress on Vertical Transportation <http://www.elevcon.com/>

<sup>5</sup> Sydney C.K. Chu, C.K.Y. Lin, and S.S. Lam (2003) “Lift manufacturers are normally unwilling to release details”

<sup>6</sup> Un ejemplo de esto es patente en el borrador de la ISO publicado en dos ocasiones por Barney y donde el propio autor anuncia en sus objetivos:

“The intention of this paper is ... to develop a simple energy model that could be employed in a public domain traffic simulation program to predict energy consumption.”

Al tiempo que advierte:

“The data used to plot the graphs are based on real systems, but they have been idealized and the numbers rounded to illustrate the discussion.”

En lo que concierne a la estructura europea del sector de la elevación, existe una multitud de asociaciones y cámaras nacionales afiliadas a una o varias de las siguientes organizaciones:

- EFESME European Federation for Elevator Small and Medium-sized Enterprises <sup>7</sup>
- EEA European Elevator Association<sup>8</sup>
- ELA European Lift Association<sup>9</sup>
- ELCA European Lift Components Association<sup>10</sup>
- EPSA European Platform and Stairlift Association<sup>11</sup>

La función principal de estas organizaciones es promover los intereses de la industria frente a las instancias europeas, siendo excepcional su participación en proyectos de investigación, como es el caso de la ELA en el proyecto promovido por la Comisión Europea denominado “Energy Efficient Elevators and Escalators [1]”.

Finalmente un tercer vector de búsqueda exploró la información puesta a disposición por las propias compañías líderes del sector, cuando así la hubo:

- Kone
- Mitsubishi
- Otis
- Schindler
- Thyssen Krupp

Como resultado de lo anterior se observó la importante actividad de difusión de la finlandesa Kone en comparación con las demás empresas del sector.

### **2.1.2 Breve marco histórico**

La primera investigación referente al consumo energético de los ascensores data de 1976, en un contexto histórico marcado por el estancamiento económico y las altas tasas de inflación atribuibles al efecto a largo plazo del incremento de los precios del petróleo. Como resultado de la crisis energética de 1973, las economías occidentales implementaron medidas encaminadas a romper el paradigma energético basado en el uso intensivo del petróleo. En este sentido, el decreto<sup>12</sup> de 1977 por el que se creó el Departamento de la Energía (DOE) de los Estados Unidos de América marca un hito al hacer hincapié en la necesidad de:

---

<sup>7</sup> <http://www.efesme.com/> No cuenta con una publicación

<sup>8</sup> <http://www.eea-eeig.org/> No cuenta con una publicación

<sup>9</sup> <http://www.ela-aisbl.org/>

<sup>10</sup> <http://www.elca-europe.org>

<sup>11</sup> <http://www.epsa.eu.com/>

<sup>12</sup> Department of Energy Organization Act; Sec. 102 (4-5); 4 de agosto de 1977

“(4) to create and implement a comprehensive **energy conservation strategy** that will receive the highest priority in the national energy program;

(5) to carry out the planning, coordination, support, and management of a balanced and comprehensive **energy research** and development program.”

Como resultado de dichas directrices, el DOE ha venido desarrollando versiones sucesivas del software de vocación térmica ENERGYPLUS. La naturaleza térmica de dicha aplicación obedece al hecho de que aproximadamente un 75% de la energía consumida en el sector residencial y un 50% para el sector comercial se destina al acondicionamiento térmico del espacio interior, la ventilación y la producción de agua caliente sanitaria [6]; hecho reconocido igualmente en la literatura en materia de ascensores [7], [8].

### 2.1.3 El consumo atribuible a los ascensores

En cuanto al consumo energético atribuible a la operación de los sistemas de ascensores, las estimaciones varían a través de la literatura, cubriendo un amplio rango entre un 1% hasta un 25% del consumo total de la edificación, Tabla 2.1. En la mayoría de los casos los valores adelantados por los autores se basan en la experiencia; no obstante existen dos casos para los cuales las estimaciones se basan en campañas de monitorización [1] [7] de mayor o menor extensión. Las importantes disparidades en los datos recabados en la literatura pueden obedecer al hecho de que en la determinación de dicha proporción interviene los consumos correspondientes a las instalaciones térmicas. Es así que para países como Finlandia y dadas las características climáticas y arquitectónicas, el consumo imputable a la operación de los ascensores en los edificios de oficinas es relativamente inferior, representando aproximadamente 1-3% del total de la demanda energética [1]. En un caso distinto, algunos autores estiman que la proporción del consumo atribuible a la operación de los ascensores se eleva hasta un 25% para el caso específico de la economía China [9]. Lo anterior puede atribuirse en parte a las diferencia climáticas, a una diferencia sustancial en los estándares de vida y las elecciones de consumo en las que se prioriza la necesidad de transporte sobre el confort térmico de las edificaciones. Finalmente considerando las afirmaciones de los autores es posible asumir un valor de consenso para el consumo energético de los ascensores de entre 3% y 7%<sup>13</sup>.

<sup>13</sup>

$n_i$  : número de publicaciones para un porcentaje  $i$  dado

$$\max \frac{\left( \sum_{i=j}^k n_i \right) \cdot \left( \frac{\sum_{i=j}^k n_i}{25} \right)^2}{(k-j+1)^2}$$

Rango	Verosimilitud
4-7%	0,2059
4-10%	0,1845
3-7%	0,2278
2-7%	0,1861



Año	Autor y Publicación	Porcentaje	Especificidad
1994	Peters, R., & Arup, R. (1994). Green Lifts? <i>Proceedings of CIBSE National Conference 1994</i> . CIBSE	4-7%	Edificios de oficinas
1998	Peters, R., & Mehta, P. (1998). Green Lift Control Strategies. <i>International Journal of Elevator Engineers</i> , 2	4-10%	
2001	Hakala, H., Siikonen, M.-L., Tapio, T., & Ylinen, J. (2001). Energy-efficient elevators for tall buildings. CTBUH (Council on Tall Buildings and Urban Habitat) 6th World Congress. Melbourne, Australia: KONE Elevators.	1-3%	Finlandia, para edificios de oficinas tipo (baja altura 4-6 plantas)
2004	Al-Sharif, L., Peters, R., & Smith, R. (2004). Elevator Energy Simulation Model. In A. Lustig (Ed.), <i>Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON</i> . Istanbul: International Association of Elevator Engineers.	5-15%	
2005	Sachs, H. M. (2005). Opportunities for Energy Efficiency Improvemets. American Council for an Energy-Efficient Economy, Washington, DC.	3-5%	Edificios con sistemas de acondicionamiento
2010	Liu, J., Qiao, F., & Chang, L. (2010). The hybrid predictive model of elevator system for energy consumption. Modelling, Identification and Control (ICMIC), The 2010 International Conference on, (pp. 658-663)	25%	En edificios modernos de gran altura
2010	De Alameida, A. T., Patrao, C., Fong, J., Araujo, R., & al, e. (2010). <i>Energy Efficient Elevators and Escalators</i> . ISR-University of Coimbra, Department of Electrical Engineering.	3-5%	Basado en una campaña de monitorización

Tabla 2.1 Estimación del porcentaje de energía destinada al sistema de ascensores con respecto del consumo energético total de las edificaciones

El consumo energético de los ascensores está sujeto a un gran número de variables de naturaleza muy diversa, lo que suscita, en opinión de algunos expertos un dilema en cuanto a la separación entre variables a considerar, de aquellas que habrán de ser excluidas [10]; redundando finalmente en una diversidad de enfoques a través de la literatura. Sin pérdida de generalidad se puede asumir que el consumo energético de los ascensores es resultado de la concurrencia de dos fenómenos separables. Por un lado el consumo intrínseco a los dispositivos electromecánicos, dependiente de la filiación tecnológica del ascensor y especificaciones de los equipamientos que lo integran. Por otro lado el fenómeno de transporte propiamente dicho, lo que en otras palabras equivale a la explotación que hacen los usuarios de los ascensores y la gestión del tránsito efectuada por el grupo de control.

La naturaleza de estos dos fenómenos deriva de las características de las variables que en ellos intervienen; así para el consumo de los equipamientos electromecánicos se puede asumir que se trate de un fenómeno determinístico integrado por variables causales, lo que confiere al fenómeno un grado de predictibilidad que posibilita pronosticar el consumo energético para un desplazamiento particular en función de variables de consigna como la aceleración, la velocidad de crucero; además de variables exógenas como la carga, sentido de desplazamiento y longitud del trayecto. En cuanto al fenómeno de transporte, su carácter estocástico deriva de la presencia de variables aleatorias regidas por parámetros como el número de plantas, la ocupación de cada una de éstas, el uso de la edificación, la evolución en el tiempo de la intensidad del tráfico

en sus diversas componentes, además de las decisiones tomadas por el grupo de gestión en cuanto a qué llamadas y en qué orden habrán de ser atendidas; Todo lo anterior llevado en última instancia a la composición de los grupos de viaje y la definición de la carga, sentido y longitud de los diferentes trayectos.

Acorde con la anterior subdivisión y en un guión que partiendo de los dispositivos físicos o “hardware” conduzcan hasta los aspectos de gestión o “software”, se propone en primer lugar la revisión de las investigaciones enfocadas en la determinación de la eficiencia energética relativa de las diversas tecnologías motrices. Para ello se prestará especial atención a las características de la cadena cinemática<sup>14</sup>, así como los dispositivos electromecánicos o electrónicos que alimentan a los grupos electromotores<sup>15</sup>. En segundo lugar se destina un apartado a los dispositivos regeneradores, en ocasiones referidos en la industria como recuperadores o inversers, destacando los valores correspondientes a los ahorros energéticos reportados por las diversas fuentes. En tercer lugar, se incluye una breve reseña histórica de los Sistemas de Control de Tráfico (SCT) seguida de una descripción de las diversas funciones de dichos sistemas; Lo anterior con el objeto de subrayar las diferencias entre las funciones de comando y las funciones de gestión del tráfico. En cuarto lugar, y como resultado del reconocimiento de las diferencias entre funciones, se reseñan los trabajos en relación a la función de comando, en particular, la incidencia de la aceleración y velocidad en el consumo energético de los ascensores. Finalmente, en un quinto apartado se presentan los resultados de las investigaciones cuyo objeto de estudio versa sobre los ahorros atribuibles a la función de gestión del tráfico llevada a cabo por los SCTs, haciendo especial hincapié en los algoritmos genéticos como herramienta de resolución del problema de optimización multicriterio.

---

<sup>14</sup> Las características específicas de la cadena cinemática a considerar serán la presencia de reductores sinfín-corona, en cuyo caso se hablará de ascensor “geared” o la carencia de dispositivos, en cuyo caso se hablará de un ascensor de accionamiento directo o “gearless”.

<sup>15</sup> Los dispositivos de alimentación de los grupos electromotores son habitualmente referidos en lengua castellana como amplificadores y grupos o sistemas de “control” o “comando”; lo que no debe confundirse con el sistema de control de tráfico (SCT). Los dispositivos de alimentación más usuales en este campo de la técnica son: los grupos Ward-Leonard y los sistemas de Variación de Voltaje y Frecuencia.

## 2.2 Eficiencia Energética por Tecnología

A diferencia de otros campos de la técnica, la elevación está desprovista de un estándar que permita la valoración de la eficiencia energética de las instalaciones. En este sentido y a más de tres décadas de los primeros estudios en materia energética para las instalaciones de transporte vertical, no existe un estudio que explore la adopción de criterios de eficiencia análogos a los existentes en otros campos del transporte<sup>16</sup>. Es así que las investigaciones disponibles se limitan en su mayoría a determinar el consumo energético asociado con un ciclo “típico” de transporte, procediendo posteriormente a la comparación entre las diversas tecnologías estudiadas.

### 2.2.1 Schroeder (1980)

La primera investigación destinada a la comparación energética de las diferentes tecnologías de elevación disponibles en su momento es la realizada por Joris Schroeder en 1980 [10]. Dicha investigación representa una primera tentativa en definir un método que permitiese en primera instancia comprender el flujo y transformación energética que tiene lugar en los ascensores. Para ello Schroeder hace notar que dada la naturaleza simétrica de los ascensores un único trayecto no puede caracterizar el desempeño energético típico. Con la finalidad de salvar este punto el autor asume que, para los ascensores de tracción, una combinación entre el consumo correspondiente a un trayecto a plena carga en subida (FLU) y el correspondiente a uno en bajada a plena carga (FLD) puede ser considerado representativo del desempeño promedio de un ascensor. Asimismo y por extensión del supuesto de simetría, el valor previamente obtenido será igual al promedio del ascenso (ECU) y descenso (ECD) con cabina vacía para la misma distancia de recorrido Figura 2.1. En cuanto a la distancia de recorrido el autor considera 10 m dado que en su opinión es un “promedio estadístico típico y razonable” bajo condiciones de tráfico intenso.

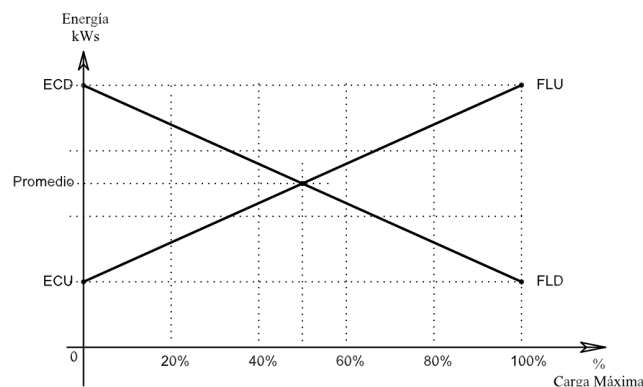


Figura 2.1 Consumo Energético Promedio Schroeder (1980)

---

<sup>16</sup> En particular, los recientes trabajos del grupo dirigido por Anibal De Alameida son prueba de la importancia creciente que finalmente habrá de desembocar en el ámbito europeo en una normativa de eficiencia energética para el sector de la elevación.

Los resultados (Tabla 2.2) aportan evidencia a favor de los ascensores tipo gearless frente a los de tipo geared, ya que los primeros muestran un consumo 43,5% inferior en promedio con respecto de los segundos. Más aun, los ascensores equipados con rectificadores de estado sólido (SCR) presentan un consumo 32,5% inferior en promedio con respecto de la tecnología activa Ward-Leonard.

CONSUMO ENERGÉTICO kW <sub>s</sub>					
Promedio de FLU y FLD para un trayecto "típico" de 10m; Carga de trabajo 800kg y 1,6 m/s					
		Energía	Porcentaje	Clasificación	
SISTEMAS AC SERVO	Hidráulico	127	134%	(11)	
	AC2 Geared	95	100%	(9)	
	AC Plugging Drive	105	111%	(10)	
	DC inyección	88	93%	(7)	
	Freno de Foucault	83	87%	(6)	
	Freno de Foucault "Low	65	68%	(5)	
	VF Corriente de Foucault	59	62%	(3)	
	Geared	DC Ward Leonard	91	96%	(8)
		DC SCR	62	65%	(4)
	Gearless	DC Ward Leonard	52	55%	(2)
DC SCR		35	37%	(1)	

Tabla 2.2 Consumo Energético Promedio según Schroeder (1980)

### 2.2.2 Doolard (1992)

La investigación de Doolard [11] se concentra en tres tecnologías de impulsión:

- Hidráulica
- Motores de Corriente Alterna de dos velocidades (AC2, pole changing)
- Motores con variadores de voltaje y frecuencia (VVVF).

En lo que respecta al tren cinemático para cada uno de los casos estudiados, el autor omite cualquier precisión en relación a éste<sup>17</sup>. En cuanto a la metodología escogida por Doolard, ésta es consistente con la de Schroeder en el sentido que promedia la energía consumida en un ciclo de ascenso-descenso hasta una altura de 3 niveles, es decir aproximadamente 10 m. Sin embargo, Doolard normaliza dicha energía entre la carga desbalanceada (Joules/kg), lo que permite observar un comportamiento cualitativamente distinto al expresar la anterior variable en función de la velocidad para cada una de las tecnologías. Los resultados de Doolard (Figura 2.2) muestran claramente la limitación tecnológica de los dispositivos AC2, para los cuales la energía normalizada se incrementa de forma exponencial con respecto de la velocidad. Adicionalmente, en un rango de velocidad entre 1 y 1,6 m/s, los sistemas VVVF permiten en promedio un ahorro energético de 50% con respecto de los sistemas AC2.

<sup>17</sup> Tomando en consideración los resultados presentados por Doolard y en comparación con los de De Alameida et al. [1] se puede conjeturar que para ambos casos se trate de ascensores del tipo geared.

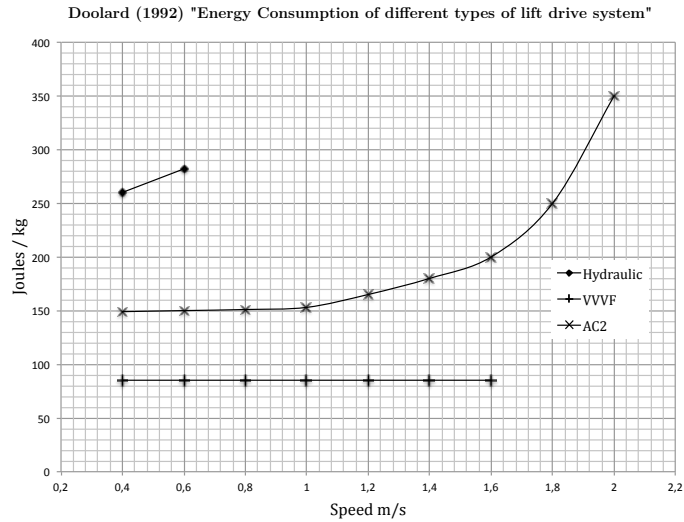


Figura 2.2 Consumo Energético según Doolard (1992)

### 2.2.3 So (1992)

El enfoque de So [12], posteriormente reseñado por Peters [13], está basado en la simulación informática del consumo energético correspondiente a un ciclo individual de ascenso-descenso. Por otro lado y al igual que Schroeder, So asume que todas las tecnologías disponen de dispositivos regeneradores permitiendo la restitución a la red de la energía generada durante el proceso de frenado. En lo que se refiere a la cadena cinemática el autor no suministra información alguna. En cuanto a la validez de los resultados, el propio autor matiza que los consumos reportados permiten únicamente hacer una comparación cualitativa, dado que los parámetros genéricos utilizados en la modelización de los grupos motrices no son los que técnicamente se considerarían óptimos para cada una de las tecnologías. No obstante, en opinión de Peters, los resultados muestran una notable ventaja de los equipamientos de corriente continua (DC) y VVVF frente a los AC2 y ACVV. Lo anterior resulta natural en el caso de los dispositivos que hacen uso de los rectificadores de estado sólido (SCR) o tiristores (VVVF); sin embargo, el consumo atribuido al sistema DC Ward Leonard es significativamente inferior a lo esperado, anomalía que Peters atribuye al hecho de que So no ha considerado la pérdida de eficiencia que genera la “rotación continua” del grupo moto-generator.

CONSUMO ENERGÉTICO (kJ)			
	So (1992)		
	Aceleración	Deceleración	Total
AC2	382	-14	367
AC VV	389	296	686
AC VVVF	264	-41	222
DC Ward Leonard	245	-47	197
DC SCR	192	-66	125

Tabla 2.3 Consumo Energético por simulación informática ; So (1992)

## 2.2.4 Kulkarni (2000)

Kulkarni [14] publica un estudio basado en la modernización de un sistema de ascensores, el cual originalmente constaba de un grupo moto-generador Ward Leonard geared y que fue posteriormente remplazado por un motor de corriente continua alimentado por un sistema VVVF igualmente geared. La edificación que alberga este sistema cuenta con ocho plantas además del nivel de acceso. En cuanto a las características técnicas de los dos sistemas comparados, se observa en la Tabla 2.4 que, para una misma capacidad de carga (4000lb) el sistema VVVF requiere una motorización 25% inferior en potencia (30 HP contra 40 HP). En cuanto al ahorro energético bruto promedio para el periodo de prueba atribuible al sistema VVVF, éste se eleva a 28,35%. Sin embargo, tomando en consideración que este último sistema realizó un mayor número de paradas, así como un mayor recorrido acumulado, el ahorro energético neto (ajustado por número de paradas y recorrido acumulado) se eleva al 48,1%.

TABLE II  
ROCKFORD MEMORIAL HOSPITAL ENERGY AND TRAFFIC DATA

TEST SPECIFICATIONS				
Day of the Test	Day #1	Day #1	Day #2	Day #2
Modernization Test Time	Before	After	Before	After
Traction System	MG	VVVF	MG	VVVF
Capacity	4000 lb.	4000 lb.	4000 lb.	4000 lb.
Speed	200 fpm	200 fpm	200 fpm	200 fpm
No. of stops	5	5	5	5
Motor horse power	40	30	40	30
TEST CONDITIONS				
Testing time	8:00 to 18:00	8:00 to 18:00	8:00 to 18:00	8:00 to 18:00
No. of starts	825	998	855	1044
Cumulative Travel, ft	16290	18420	16850	19210
Energy Consumption				
Energy Consumption, kWh	26.67	19.11	28.15	20.16
Energy per start, Wh/start	32.3	19.1	32.9	19.3
Energy per ft., Wh/ft	1.63	1.03	1.67	1.05
% Energy saving by VVVF		28.30%		28.40%
Energy Savings for the same number of starts and travel	825 starts, 16290 ft.	825 starts, 16290 ft.	855 starts, 16850 ft.	855 starts, 16850 ft.
Per unit energy, Wh/start/ft travel	19.84*10 <sup>-4</sup>	10.39*10 <sup>-4</sup>	19.53*10 <sup>-4</sup>	10.05*10 <sup>-4</sup>
Energy consumption for same number of starts and travel	26.67	13.96	28.15	14.48
% Energy saving VVVF over MG		47.65		48.55
%Energy saving with no isolation transformer (add 9%)		56.65		57.55

Tabla 2.4 Ahorros energéticos para un sistema AC VVVF con respecto de un DC Ward Leonard, Kulkarni (2000)

Finalmente, lo único que se puede reprochar a este estudio es el intervalo de monitorización relativamente breve. No obstante, el rigor en la descripción del sistema y los ajustes por número de paradas y longitud, plenamente justificados, incrementan la verosimilitud de los resultados concluidos por Kulkarni. Adicionalmente, y aun considerando los ahorros brutos, estos resultados aportan evidencia contundente contra lo anteriormente expuesto por So; en particular los anómalos resultados que reporta en cuanto al consumo del sistema DC Ward Leonard y que fue oportunamente señalado en el apartado anterior.

### 2.2.5 Hakala et al (2001)

Hakala *et al* [7] por su parte construyen con ayuda de un software de simulación electromecánica tres modelos que posteriormente validan empíricamente y a partir de los cuales obtienen las matrices de consumo correspondientes al ascenso y descenso en función de la carga de cabina y la longitud del trayecto. Es específicamente la construcción de estas matrices la contribución más importante de este estudio; dado que abre la puerta a la estimación energética a partir de la simulación dinámica, al tiempo que posibilita igualmente la comparación estática. Las tecnologías objeto de este estudio son:

- Motor de Corriente Directa con Rectificador de Estado Sólido (DC SCR).
- Motor de Corriente Alterna con Variador de Voltaje-Frecuencia (AC VVVF) .
- EcoDisc, Motor de Magnetos Permanentes operado por VVVF (MX) y provisto de regenerador.

<b>CONSUMO ENERGÉTICO RELATIVO</b>	
Hakala <i>et al</i> (2001)	
DC SCR	100,00%
AC VVVF	53,61%
MX c/regenerador	21,56%

Tabla 2.5 Consumo Relativo [7]

Los resultados muestran la importante reducción de consumos atribuible a la tecnología MX con regenerador. Sin embargo, y aunque el autor no lo hace notar, es imposible aislar el efecto del dispositivo regenerador del ligado verdaderamente a la eficiencia del motor. Más importante aun, estos resultados refutan las estimaciones de  $S_o$  en relación a las tecnologías DC SCR y VVVF, ya que demuestran la mayor eficiencia de los dispositivos de VVVF.

### 2.2.6 De Alameida et al (2010)

La investigación dirigida por Anibal de Alameida se encuadra en el Proyecto E4 financiado por la Comisión Europea. Con la finalidad de determinar el potencial ahorro energético, de Alameida recurre a los datos proporcionados por Flender-ATB-Loher, empresa especializada en la fabricación de motores eléctricos y cuyos resultados se retoman en la siguiente tabla.

<b>CONSUMO ENERGÉTICO RELATIVO</b>		
Flender-ATB-Loher; Systemtechnik [de Alameida et al (2010)]		
	AC2	100%
GEARED	AC VV	65%
	VVVF	52%
	VVVF	34%
GEARLESS	VVVF c/regenerador	19%

Tabla 2.6 Consumo Relativo Promedio [1]

Los resultados en este caso permiten determinar la contribución a la eficiencia ofrecida por el dispositivo regenerador, al tiempo que se aprecia la significativa ventaja que la tecnología gearless ofrece frente a las tecnologías geared y gearless accionadas por VVVF.

### **2.2.7 Comentario**

Como resultado de la revisión de las fuentes de investigación disponibles, se observa la falta de consenso por parte de los autores a la hora de describir las tecnologías referidas en sus investigaciones. A este respecto, los resultados de De Alameida et al (2010) constituyen la prueba irrefutable de la necesidad de incluir las características de la cadena cinemática, en particular la presencia de reductores, en la descripción de los sistemas bajo escrutinio. La consecuencia más importante que implica la carencia de informaciones tiene que ver con la imposibilidad de establecer comparaciones verosímiles más allá de las conclusiones emitidas por los propios autores. No obstante las lagunas patentes, existen indicios para sugerir la mayor eficiencia energética de la tecnología gearless con accionamiento por Variación de Voltaje y Frecuencia (VVVF).

Otro de los puntos cuestionables que se revela determinante en las valoraciones energéticas realizadas por diversos autores es la consideración de dispositivos regeneradores en los balances de consumo. Dichos dispositivos destinados a la restitución a la red de la energía producida por el motor durante su operación en modo generador han suscitado particular interés por parte de los investigadores desde su aparición a principios de la década de 1980; no obstante y más de 30 años después de su introducción, estos dispositivos continúan siendo extremadamente inusuales; Adicionalmente, la inclusión sistemática [10], [12] o discrecional [7] entraña el riesgo de enmascarar tras su efecto el rendimiento energético intrínseco correspondiente a cada tecnología.

Finalmente en relación con la metodología y específicamente en relación con los valores escogidos para caracterizar cada una de las tecnologías, resulta notable que ninguno de los autores citados u otras fuentes disponibles se cuestione acerca de la representatividad de los valores adoptados como medida típica y característica de una tecnología en particular. Esta cuestión formal adquiere importancia si se considera la enorme variedad en capacidad de carga y velocidad; Es así que hoy en día, las casas de ascensores ofrecen soluciones de transporte, basadas en una misma tecnología, para un número de usuarios desde 2 hasta 21 pasajeros y en un rango de velocidad entre 1 y 16m/s. Por analogía con el mundo de la automoción esto implicaría agrupar bajo un mismo apelativo, “tecnología a gasolina”, la totalidad de los automóviles de la historia de la humanidad, más hipotéticos mini-buses con velocidades próximas a los 450 km/h.



## 2.3 Dispositivos Regeneradores

La introducción de la electrónica de potencia en el dominio de la elevación, posibilitó la recuperación de la energía generada por el grupo electromotor, principalmente, cuando la relación contrapeso-cabina es favorable al movimiento. No obstante la disponibilidad presente de dichos dispositivos, no existe un consenso en torno a la eficiencia económica de las tecnologías de regeneración [15], debido a los periodos extremadamente extensos de retorno de la inversión. La principal razón de los elevados costos de estos dispositivos radica en la necesidad de utilizar 12 tiristores, el doble de los requeridos en un sistema convencional de SCR (Solid Control Rectifier) destinado a la alimentación VVVF, Figura 2.3.

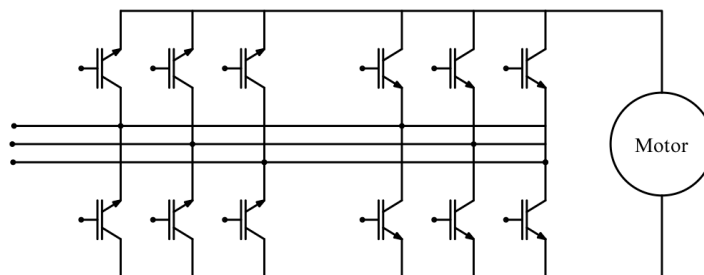


Figura 2.3 Rectificador-Regenerador SCR-R

Hoy por hoy la mayoría de las aplicaciones se realizan en sistemas de ascensores de gran envergadura enclavados en edificios comerciales con intensos patrones de tránsito y altura significativa.

### 2.3.1 KONE EcoDisc

EcoDisc refiere a una gama de motores destinada a la propulsión de ascensores introducida en 1996 por la casa Kone. La tecnología EcoDisc está basada en rotores y estatores en forma de disco, los cuales se montan enfrentados, con lo cual las líneas del campo magnético circulan en dirección axial. La particular configuración del conjunto rotor-estator confiere al dispositivo su singular geometría discoidal, (Figura 2.4), lo que adicionalmente permite su disposición adosado a los rieles de guía del ascensor dentro del propio hueco de éste, por lo que no requiere de un cuarto de máquinas. La tecnología del EcoDisc comprende, entre otros, un montaje de rotor con una importante cuantía de imanes permanentes de alta remanencia y coercitividad; lo que sumado al importante número de bobinados del estator en una máquina de alta eficiencia energética, gran par motor, baja velocidad, bajo mantenimiento (al carecer de escobillas) e importante densidad de potencia, la cual resulta muy apta para aplicaciones en el dominio de la elevación [16]. Por su tipo de accionamiento, los ascensores basados en la motorización EcoDisc pertenecen a la familia de ascensores gearless, lo que posibilita a través del rectificador-inversor de estado sólido (SSRI) la restitución de la energía generada de vuelta a la red eléctrica; que según estimaciones

de la propia firma permitiría la recuperación de un 25% de la energía consumida para la operación<sup>18</sup>.

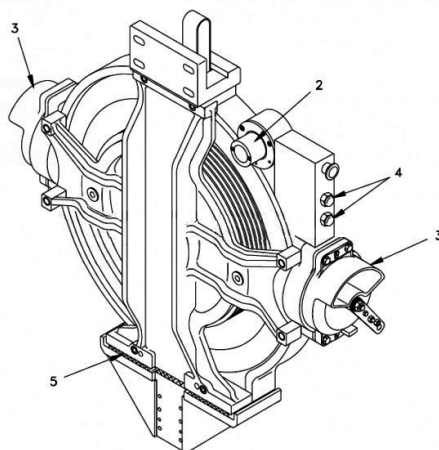


Figura 2.4 Tecnología EcoDisc de KONE

### 2.3.2 Schindler VF88-PF1 y Magnetek Quattro

Por su parte la firma Schindler oferta el sistema VF88-PF1 rectificador-inversor de estado sólido que puede ser integrado con equipamientos, tanto gearless como geared, de corriente alterna propios o de diferentes fabricantes. Adicionalmente, para las motorizaciones de corriente directa, Schindler y Magnetek comercializan el sistema Quattro, que permitiría reducir el consumo global en un 25% al recuperar una parte de la energía generada<sup>19</sup>.

### 2.3.3 Otis ReGen

En cuanto a Otis y su sistema ReGen, esta casa afirma que los ahorros potenciales por concepto de consumo energético pueden llegar a representar “hasta” un 75% del total de la energía:

“ReGen drives reduce energy usage by up to 75 percent compared to non-regenerative drives.”<sup>20</sup>

Esta afirmación la complementan con gráfico en el que se puede percibir que el ahorro rebasa el 70% para condiciones muy específicas de trayecto (longitud y carga). No obstante y como se deriva de la observación de la Figura 2.5, es evidente que un valor promedio sería notablemente inferior y en caso de suponer alguna condición de tráfico,

<sup>18</sup> [http://www.kone.com/countries/en\\_MP/Documents/Brochures/KONE%20MonoSpace%20Special.pdf](http://www.kone.com/countries/en_MP/Documents/Brochures/KONE%20MonoSpace%20Special.pdf) (consultada por última vez el 14/02/2013)

<sup>19</sup> [http://www.schindlerportna.com/files/8313/3045/7872/regenerative\\_drives\\_sheet\\_digital.pdf](http://www.schindlerportna.com/files/8313/3045/7872/regenerative_drives_sheet_digital.pdf) (consultada por última vez el 14/02/2013)

<sup>20</sup> [http://www.otis.com/site/hu/OT\\_DL\\_Documents/OT\\_DL\\_DownloadCenter/ReGen%20hajtás/Regen%20Drives.pdf](http://www.otis.com/site/hu/OT_DL_Documents/OT_DL_DownloadCenter/ReGen%20hajtás/Regen%20Drives.pdf) (consultada por última vez el 14/02/2013)

dicho valor se reduciría aun más. Por todo lo anterior es razonable suponer que el equipamiento ReGen tenga un impacto efectivo análogo al de sus competidores.

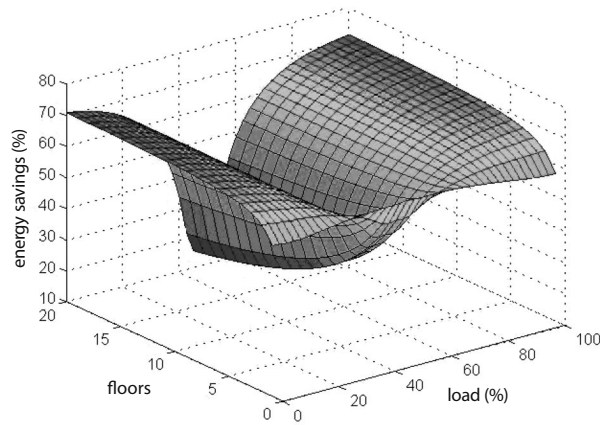


Figura 2.5 Ahorros de energía, Otis ReGen

En lo que respecta a la literatura de investigación, los dispositivos regeneradores intervienen en buen número de publicaciones [2], [4], [7], [12], [13], [15], [17], considerando la extensión de la propia literatura sobre el tema. No obstante, la diversidad de casos y metodologías imposibilita con certidumbre cualquier tentativa de comparación, como se hizo notar con anterioridad en el primer apartado de este capítulo. Ahora bien, una posible excepción a los anteriores, por su innovador enfoque, la representa la investigación de Tominaga *et al* (2002) por lo que a continuación se reseña dicho trabajo.

#### 2.3.4 Tominaga et al (2002)

En esta investigación los autores proponen el estudio de tres estrategias de explotación de los dispositivos regeneradores en asociación con bancos de baterías. Las primeras dos estrategias son referidas por los autores como Método de Nivelación de Carga, ensayándose en dos variantes:

- 1) Almacenamiento del total de energía requerida para la operación cotidiana, cargando el extenso banco de baterías a través de la energía regenerada durante la propia operación y de la electricidad nocturna<sup>21</sup>. De este modo y en periodo de día el ascensor opera exclusivamente con la energía almacenada.
- 2) Almacenamiento a través de la energía regenerada y nocturna de la energía necesaria para la operación durante el pico de demanda de media jornada (lunch peak, 13:00-16:00); consecuentemente el banco de baterías necesario para esta estrategia es sustancialmente menos extenso.

---

<sup>21</sup> La explotación de la energía en el periodo de noche cobra sentido si se asume que en determinados países dicha electricidad es más económica, al tiempo que se contribuye a la nivelación de la demanda día-noche.

Finalmente, la tercera estrategia es referida como Método de Ahorro Energético

- 3) Almacenamiento exclusivo de la energía regenerada, la cual es explotada en los sucesivos movimientos; resultando en un banco notablemente inferior de baterías.

En cuanto a las características del sistema ensayado, los autores dispusieron de un ascensor de 600kg de capacidad (+/-8 pasajeros) con una velocidad de 1m/s, 3,7kW de potencia y dispuesto en una edificación de 5 niveles. La metodología del ensayo consistió por su parte de una sucesión alternada de viajes redondos a cabina vacía y 50% de la carga, ambos con una longitud de 4 niveles. En opinión de los autores y es posiblemente la única objeción metodológica en ese sentido, dicho método de ensayo imita las condiciones reales de explotación del ascensor, aunque no se aporta prueba o referencia alguna en cuanto a la validez de dicha aseveración. Los resultados, Tabla 2.7, muestran valores en un rango entre 25-31% según la estrategia adoptada, lo que en primera instancia aparenta ser un valor razonable, pero que puesto en perspectiva con los valores reportados por Kone y Schindler se muestran significativamente elevados. La anterior conjetura se basa en la suposición de que bajo condiciones de tráfico, los ahorros energéticos atribuibles a la exclusiva operación del regenerador han sido estimados a un 25%, por lo que si se agregan las pérdidas inducidas por la operación normal de las baterías dichos ahorros deberían ser inferiores al 25%.

<b>AHORROS ENERGÉTICOS, Tominaga <i>et al</i> (2002)</b>	
<small>Expresados en % con respecto de un sistema desprovisto de regenerador y banco de baterías</small>	
<b>Método de Nivelación de Cargas</b>	
1) Almacenamiento del total de la energía requerida para la operación diaria	<b>25%</b>
2) Almacenamiento de la energía necesaria para el <i>lunch peak</i> (13:00-16:00)	<b>27%</b>
<b>Método de Ahorro Energético</b>	
3) Almacenamiento y explotación contemporánea de la energía regenerada	<b>31%</b>

Tabla 2.7 Resultados por estrategia de acumulación, Tominaga *et al* (2002)

## 2.4 Sistemas de Control de Tráfico

### 2.4.1 Desarrollo histórico y funciones

En opinión de Barney, la historia de los sistemas de control de los ascensores se puede dividir en cinco diferentes eras según la tecnología de la que hacen uso Tabla 2.8. No obstante, considerando el moderno concepto de control, como un sistema totalmente automatizado, se podría decir que la historia moderna de dichos dispositivos se inicia en la década de 1950 con la aparición de los primeros sistemas de relés eléctricos; los cuales, a pesar de sus inherentes limitaciones, prescindían de la necesidad de operadores humanos. La posterior introducción de los transistores posibilitó la implementación de rudimentarios sistemas cableados basados en el álgebra de Boole. El siguiente hito en el desarrollo de los sistemas de control lo representan los microcontroladores y ulteriormente los microprocesadores, dispositivos que entrañaron un cambio cualitativo a través de la programación del software de control, emancipando los sistemas de toda restricción física<sup>22</sup> asociada al hardware y consiguiendo finalmente el desarrollo sin precedentes de complejas rutinas de control.

<b>Era</b>	<b>Periodo</b>	<b>Tecnología</b>
I	1850–1890	Mecánica
II	1890–1920	Electro-mecánica "Car Switch Control"
III	1920–1950	Electro-mecánica "Pushbutton Control"
IV	1950–1975	Eléctrica
V	1975-presente	Electrónica

Tabla 2.8 Eras de desarrollo de los dispositivos de control

Los Sistemas de Control de Tráfico (SCT), también conocidos como Sistemas de Gestión de Tráfico, son habitualmente referidos por su apelativo en lengua inglesa como; “Group Traffic Control Systems”, “Elevator Dispatching Systems”, “Programmable Logic Controllers” o “Lift Controllers”. En la actualidad, la generalización de los microprocesadores ha permitido que los SCT gestionen y garanticen la calidad del servicio de transporte tanto de aquellos ascensores que por su reducida carga de trabajo se disponen aisladamente, como de aquellos que en relación directa con la demanda de transporte se asocian en grupos o bancos de ascensores. En este último caso la experiencia a lo largo de casi medio siglo ha demostrado la

---

<sup>22</sup> “Because of the limitations of relay logic, both physically in the number of relays you could have, and logically in the growing complexity of large relay logic systems, the complexity of this systems was kept to a minimum”

George Strakosch, *The Vertical Transportation Handbook*. New York: John Wiley and Sons, 1998, 3a ed. p.129

optimalidad<sup>23</sup> de la operación conjunta, a través de un único gestor o mediante la interconexión<sup>24</sup> de los diferentes sistemas individuales de control.

En cuanto a la definición funcional de los SCT existen dos enfoques diferenciados según el énfasis con que los autores subrayan la importancia de alguna función específica. Es así que, según De Alameida et al (2010):

“Lift controllers have two main objectives:

- 1) Command the car to move up or down and to stop at the appropriate landings;
- 2) Efficiently serve passengers demands and, in a lift group, coordinate the operation of the individual cars in order to make efficient use of the lift group.

In order to accomplish the first objective, values of speed, acceleration, and jerk are set based on a series of feedback signals that indicate the lift’s position within the shaft. These values are typically selected by the traffic design and ride quality requirements...”

Por su parte Barney<sup>25</sup> enfatiza la función gestora de los SCT:

“A group traffic control system is a control mechanism to command a group of interconnected lifts with the aim of improving the lift system performance. Modern group control systems are expected to provide more than one program or **control algorithm** in the traffic control system to allocate lifts to landing calls. The appropriate operating program is determined by the pattern and intensity of the traffic flow encountered by the lift system. The selection of the proper control algorithm can be done manually, when an attendant operates a key switch on a control panel. However, in the more complex systems the operating program is automatically selected by a traffic analyser, which assesses the prevailing traffic conditions. Such a detection mechanism is based on either the measurement of car loads by means of weighing devices installed in the car floor, or on the counting of landing and/or car calls or on timing devices. Once a particular traffic condition applies, the control system may introduce only a few changes or adaptations in the control policy to cater for the specific circumstances inherent to the new traffic situation, or it may switch to a substantially different control algorithm.”

---

<sup>23</sup> Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003. pp. 245-248.

<sup>24</sup> “A group microprocessor supervisory system consists of a computer that uses multitasking/multiprocessing architecture to connect to the individual microprocessor controllers of each elevator through high-speed data communication links. This creates a network that can constantly analyze changing building traffic conditions, that is, the number of elevators in service; each elevator’s status, loading position of travel, door opening and closing times; the number of assigned calls, hall call demand, and estimated time of arrival, to name a few.”

George Strakosch, *The Vertical Transportation Handbook*. New York: John Wiley and Sons, 1998, 3a ed. Pp.131

<sup>25</sup> Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003. p. 250.

Ambas definiciones se complementan mutuamente, por lo que De Alameida et al subrayan la función de comando de los SCT, haciendo mención de las variables cinemáticas implicadas en dicha función. Por su parte Barney hace hincapié en la función gestora, al tiempo que introduce la noción de algoritmo de control y su capital importancia. En sentido general, un **algoritmo** está constituido por una sucesión de operaciones desarrolladas en un orden predeterminado regido por operadores lógicos. En particular la finalidad de los **algoritmos de control** consiste en atribuir a cada solicitud o llamada a planta un ascensor de servicio, según un criterio determinado. En los sistemas tradicionales de ascensores el criterio consiste por lo general en minimizar el tiempo promedio de espera de todos los usuarios en el sistema, es decir el intervalo de tiempo desde el registro de la llamada hasta el momento en que el usuario aborda la cabina. Adicionalmente otros criterios complementarios referidos en la literatura conciernen la minimización de:

- los tiempos de viaje
- el porcentaje de los tiempos individuales de espera que rebasan un límite predeterminado
- la varianza en los tiempos de espera y/o de viaje
- el número de paradas realizadas por el conjunto de los ascensores

Desde un punto de vista formal, la tarea del algoritmo consiste en dar respuesta a un problema de optimización, que en su caso más simple consiste en la minimización de una función real, conocida como **función objetivo** y escrita en términos de tiempos de espera de los usuarios en el sistema. La función objetivo recibe diversos apelativos a través de la literatura refiriéndose comúnmente a esta como “función de costo” [18], [19], [20], [21], [22], [23] o alternativamente “función utilidad” [24], [25] y como es frecuente en la Teoría del Control Óptimo, procediendo a la maximización. No obstante el apelativo recibido, la función objetivo plasma el **criterio de optimalidad**, como por ejemplo, la función objetivo del criterio ETA [24] (Estimated Time of Arrival), cuyo valor deberá minimizar el algoritmo:

$$t_i^{total} = \sum_{j=1}^{n_i} t_{i,j}^{delay} + t_i^{attending}$$

$n_i$ : número de usuarios asignados al ascensor  $i$  que no han sido servidos

$t_{i,j}^{delay}$ : demora esperada que producirá la satisfacción de la demanda entrante sobre el usuario  $j$

$t_i^{attending}$ : tiempo de espera de la demanda entrante hasta su posible satisfacción

Por otro lado, si se considera el instante en que tiene lugar la asignación, es decir el momento en que se resuelve el problema de optimización, se produce una diferenciación en la **política de asignación**. Por un lado existe la denominada **política de asignación inmediata**, en la cual los usuarios registran individualmente su solicitud, ya sea a través de los conocidos botones “ascenso” y “descenso” o por medio de botoneras de destino, recibiendo inmediata información sobre el ascensor que debe abordar, ya sea a través de una pantalla o por medio de una señal luminosa. La política de asignación inmediata no es implementada con frecuencia en los países occidentales,

siendo la única excepción los Sistemas de Control de Destino (Destination Control Systems) instalados en contados rascacielos. No obstante, en los países asiáticos y particularmente en Japón, la política de asignación inmediata se implementa incluso en sistemas tradicionales de ascensores. Por otro lado y en oposición a la anterior, existe la **política de asignación continua** en la cual, tras registrar su solicitud, el usuario no recibe respuesta alguna hasta el instante previo en que algún ascensor está por llegar. En esta política en particular, el SCT evalúa constantemente una solución óptima incluyendo las nuevas solicitudes que puedan tener lugar con posterioridad a la solicitud inicial.

Evidentemente cada política entraña ventajas e inconvenientes. Para la política de asignación inmediata, la optimalidad de la solución está en riesgo de perderse en caso de que acontezcan nuevas solicitudes en el intervalo de tiempo que separa la solicitud inicial y la llegada del correspondiente ascensor a planta [23], [24]. En cuanto a las ventajas que esta política presenta, éstas son de orden subjetivo, ya que como Rong et al [23] indican:

“The advantage of the immediate allocation is to shorten the psychological waiting time of the passengers.”

Adicionalmente, como resultado de esta política las llamadas son atendidas en estrecha relación, aunque no estricta, con el orden en que fueron recibidas, por lo que se reduce la posibilidad de que una llamada permanezca reiteradamente no atendida.

La política de asignación continua por su parte garantiza que, en el momento de hacer su arribo a planta, el ascensor designado es el óptimo para satisfacer dicha demanda, debido al cálculo actualizado de la mejor solución, integrando las nuevas llamadas que hayan podido efectuarse en el lapso de tiempo entre la llamada original y la llegada a planta del ascensor [23], [24]. En cuanto a los inconvenientes de dicha política se puede mencionar la mayor complejidad computacional de los algoritmos, ya que se debe evitar que, bajo determinadas condiciones de tráfico, una llamada sea ignorada reiteradamente. Adicionalmente la magnitud combinatoria resultante de la evaluación de las posibles trayectorias se traduce en la necesidad de una importante capacidad de cálculo. En este sentido Rong et al [23] consideran:

“(An) elaborately designed continuous reallocation algorithms must in principle consider an exponential number of different calls-to-car assignments.”

Sin embargo, la posibilidad de evaluar la totalidad de las trayectorias posibles se revela técnicamente inabordable, ya que como Siikonen [26] afirma:

“A straight way would be to go through all route alternatives and select the route that gives the best value to the optimization target, such as waiting time, journey time, and handling capacity. In continuous call allocation, calls are allocated several times within a second. In a case of 20 floors and 8 elevators, if half of the



landing calls were active, the number of routes would be over  $1E17$ <sup>26</sup>. If processing of one route took one microsecond then processing of all route alternatives would take more than 4000 years.”

A este mismo respecto Tyni y Ylinen [25] concluyen la necesidad de una alternativa al enfoque combinatorio:

“The size of the problem space is  $N_s = E^n$ , where  $E$  is the number of elevators and  $n$  is the number of active landing calls. The problem is too large to be solved systematically, except only in the smallest elevator groups, so other methods have to be applied.”

Como resultado de la imposibilidad de explorar la totalidad de las trayectorias posibles han sido implementados multitud de enfoques, entre ellos las técnicas de inteligencia artificial, en particular aplicaciones basadas en lógica difusa<sup>27</sup> [27] (fuzzy logic), programación dinámica<sup>28</sup> (dynamic programming), algoritmos genéticos [24], [26], [28] y redes neuronales<sup>29</sup>. En la actualidad existen soluciones en el mercado como el controlador Neuros-I de Fujitec basado en redes neuronales, además del TMS9900-GA<sup>30</sup> de KONE basado principalmente en algoritmos genéticos. En relación con este último el grado de sofisticación permite en un primer tiempo registrar los movimientos de los usuarios; lo que, en un segundo tiempo a través de técnicas de regresión basadas en lógica difusa, permite estimar una serie de modelos que facilitan el pronóstico de los movimientos de los usuarios. Finalmente y por medio de algoritmos genéticos, se buscan las trayectorias óptimas considerando las solicitudes registradas, así como el pronóstico de los futuros movimientos.

---

<sup>26</sup> Se aclara que en la fuente citada, Marja-Liisa Siikonen, "Elevator traffic simulation," *Simulation*, vol. 61, no. 4, pp. 257-267, 1993. p.11; existe un error de impresión ya que el número de rutas posibles inscritas no es "1017", no obstante el tiempo requerido es correcto. En cuanto al número de trayectorias correcto, éste se deduce al considerar que en una edificación de 20 plantas, las plantas extremas sólo poseen un posible sentido de llamada, mientras las intermedias poseen dos, por lo que existen 38 posibles comandos, de los cuales únicamente la mitad está activa:

$$8^{19} = 2^{57} \approx 1,44E17 \text{ rutas}$$

<sup>27</sup> Ho, M. and Robertson, B.: Elevator group supervisory control using fuzzy logic, Canadian Conference on Elevator and Computer Engineering, 1994.

- C.B. Kim, K.A Seong, L.K. Hyung and J.O. Kim. Design and implementation of a fuzzy elevator group control system, *IEEE Transactions on systems, Man and Cybernetics— Part A: Systems and Humans*. 28(3), 277-287, 1998.

-Siikonen, M-L., Leppälä, J. Elevator traffic pattern recognition. Proceedings of the Fourth World Congress of the International Fuzzy Systems Association, Brussels, Belgium, 195-198, 1991.

<sup>28</sup> W.L. Chan, A.T.P. So and K.C. Lam. Dynamic zoning in elevator traffic control, *Elevator world*, March, 136-140, 1997.

<sup>29</sup> Barney, G.C. and Imrak, E.: Application of neural networks to lift traffic control, *Elevator World*, May, 2001.

<sup>30</sup>[http://www.kone.com/countries/en\\_GB/Documents/Brochures/Product%20Brochures/KONE%20Alta.pdf](http://www.kone.com/countries/en_GB/Documents/Brochures/Product%20Brochures/KONE%20Alta.pdf)

## 2.5 Eficiencia y Función de Comando de los SCTs

En lo que respecta a la eficiencia energética y retornando sobre la función de comando realizada por los SCT y en particular sobre la determinación de las variables cinemáticas, Peters propone [3], [13] la utilización conjunta de modelos de consumo energético con simuladores de tráfico para estudiar la incidencia que dichas variables pueden tener en la reducción del consumo energético de los ascensores.

### 2.5.1 Peters (1995)

A este respecto y en particular acerca de los ahorros potenciales derivados de la determinación de las variables cinemáticas, los resultados de las diferentes experiencias muestran una gran variabilidad. Es así que en un primer estudio Peters (1995) asevera que:

“ For the system described in Section 3, reducing the acceleration by 50% gives a 16% saving in the trip’s energy-consumption. The increase in journey time is 23%, which would not be prohibitive if introduced by the lift control system during periods of light traffic.”

El sistema referido por Peter para este estudio es un rectificador-regenerador de estado sólido que alimenta un motor de corriente directa (DC SCR-R). No obstante el anuncio del correspondiente ahorro energético del 16% tras la reducción al 50% de la aceleración, el autor no comunica ningún rasgo específico del sistema de ascensores supuesto en dicha determinación. Adicionalmente, no existe mención alguna acerca de la metodología, en el sentido de si se trata de un valor calculado a partir de un modelo analítico que estima el consumo propio al ascensor o si, por el contrario, asume algún patrón de tránsito para una aplicación concreta en el seno de una edificación.

### 2.5.2 Peters (1998)

A diferencia del anterior estudio Peters (1998) [8] concluye que es posible alcanzar una reducción del 33,4% mediante la variación de la aceleración y velocidad dentro de un rango de +/- 20% de los valores de consigna:

“An algorithm has been developed that tests a range of velocity and acceleration options (ranging  $\pm 20\%$  from rated velocity and acceleration) before the start of each trip.

In this analysis a 33.4% saving in energy consumption has been achieved using the green strategy. The average journey time has increased by just 1.3 seconds.

Results show the % of calls answered or complete in a certain time, e.g. the waiting time graph shows that, for both normal and green systems, approximately 60% of calls are answered within 20 seconds, and 80% of calls are answered within 40 seconds.”

Los resultados anteriormente citados, fueron obtenidos por medio de una simulación para una edificación de 10 plantas y 4 ascensores; no obstante estos datos, existe una total carencia de informaciones en torno a las especificaciones de los ascensores, lo que en primer término imposibilita la reproducción del experimento, al tiempo que siembra

dudas sobre la verosimilitud de dichos resultados, sobre todo si se toma en consideración que el porcentaje reportado por Peters en 1998 duplica el obtenido por él mismo en el año de 1995. Lamentablemente el autor no pone en perspectiva ambos datos, ni especula sobre las posibles diferencias que condujeron a tan significativas diferencias.

### 2.5.3 Peters (2010)

Desde una óptica distinta, pero siempre en relación con las variables dinámicas de los ascensores, Peters *et al* (2010) [29] exploraron las implicaciones que un incremento en la velocidad de crucero<sup>31</sup> tendría sobre el tránsito de pasajeros y colateralmente sobre el consumo energético de la instalación de transporte vertical. La intuición tras este estudio reposa sobre la suposición de que una mayor velocidad en periodos pico de demanda permite servir a un mayor número de usuarios, posibilitando reducir el número de ascensores, lo que finalmente implica una reducción del 3% en el consumo energético.

“Smith<sup>32</sup> ran a full day’s simulation, applying the same high efficiency regenerative drives for both options. This demonstrated a 3% energy saving of the enhanced system over the traditional system. This value will be drive dependant, and in this case is a relatively small saving is because of low losses in the drive. Furthermore, the systems are transporting the same number of passengers, so the same overall work is done, although with less total trips. The small reduction in energy consumption can be attributed mostly to the energy consumed by the individual control system when it is on standby. This steady state load is less with fewer elevators.”

### 2.5.4 Trade off entre tiempo y consumo energético

La locución inglesa trade-off, expresa la relación inversa entre dos variables y se refiere en particular a la intercambiabilidad entre éstas, en el sentido de que la reducción de una de las variables implica el aumento de su contraparte. Para el caso específico de los ascensores, Peters (1995) afirma que la reducción en un 50% de la aceleración conlleva un incremento de 23% en los tiempos de espera y de trayecto, lo que finalmente

---

<sup>31</sup> La tecnología de incremento de la velocidad es usualmente referida en la literatura como:

–“Boosters”, Marja-Liisa Siikonen, "Elevator traffic simulation," *Simulation*, vol. 61, no. 4, pp. 257-267, 1993.

–“Speed enhanced systems”, Richard Peters and Rory Smith, "Designing Elevator Installations Using Modern Estimates of Passenger Demand," in *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON*, Luzerne, 2010.

–“Vmax”, Rory Smith and Richard Peters, "Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm," *Elevator Technology*, no. 14, 2004.

<sup>32</sup> En este caso la referencia reenvía al borrador de la Tesis Doctoral de Rory Smith con fecha marzo 2010 de la Universidad de Northampton, Reino Unido.

concuera en esencia, aunque no bajo los mismos supuestos, con el “trade off” observado por Tyni e Ylinen (2001) [25] y posteriormente por Smith *et al* (2004) [30]. La diferencia principal radica en que Tyni, Ylinen y Smith observan el trade-off como resultado de las decisiones de comando emitidas por el SCT y cuya prioridad consiste en la minimización de la energía:

“It has been shown that energy can be saved purely through dispatching decisions, albeit with a corresponding deterioration in traffic performance.” [30]

En la Figura 2.6 se observa en forma de trayectoria temporal el comportamiento del tiempo promedio de respuesta observado por Tyni e Ylinen (2001) considerando tres protocolos de asignación de llamadas. La línea superior corresponde a un protocolo que prioriza la minimización de la energía. La trayectoria inferior, corresponde al modo de operación tradicional que busca la minimización del tiempo de respuesta. Finalmente la serie intermedia representa muestra un compromiso de operación, en el cual se busca la minimización local de la energía sometida a un objetivo de tiempo de 20 segundos.

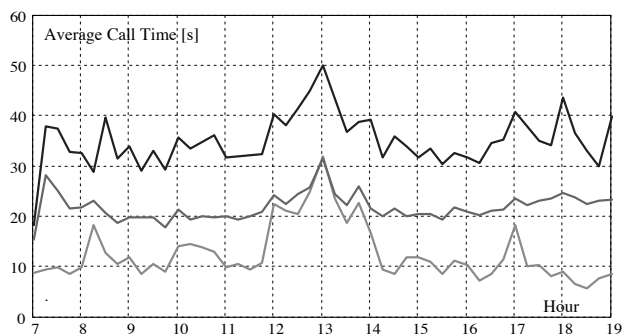


Figura 2.6 Relación (Trade off) entre energía y tiempos de espera y trayecto; Tyni e Ylinen (2001)

Por su parte Smith *et al* [30] hacen uso de una función que penaliza el consumo energético en función de un parámetro, obteniendo diferentes resultados según la intensidad de dicha penalización. En la Figura 2.7 se observa el trade-off entre energía y tiempo reportado por Smith.

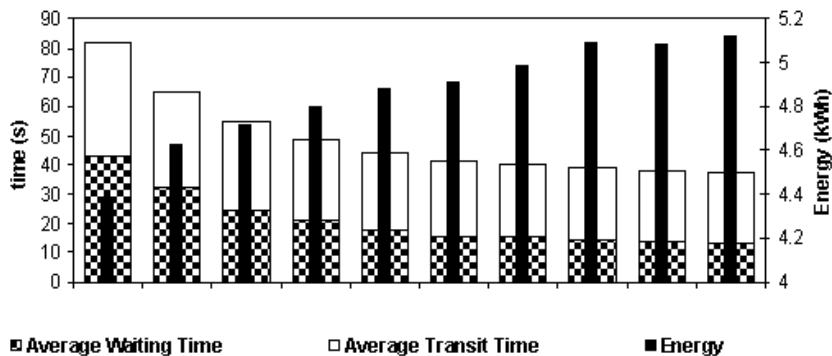


Figura 2.7 Relación (Trade off) entre energía y tiempos de espera y trayecto; Smith (2004)

Finalmente, considerando probada la relación inversa entre tiempos y consumo energético, Smith *et al* (2004) reconocen que el consumo energético dependerá, al menos parcialmente, de las decisiones de control de los SCTs y de la propia explotación de dicho trade off:

“...The energy consumption of a motoring lift peaks during the acceleration phase, and is relatively low once the lift reaches full speed. There is regeneration during the deceleration phase, but this is less in total than the energy expended during the acceleration phase. Thus it is reasonable to assume that there will be energy savings if we can transport the same number of passengers, with less stops, but without an increase in the overall distance travelled by the lifts.”

## 2.6 Consumo Energético y Algoritmos de Gestión

En un segundo apartado y con referencia a la función de gestión de los SCT, Peters *et al* (1998) [8] sugieren una gestión que minimice el número de paradas realizadas por los ascensores, lo que finalmente consideran reduciría el consumo energético, asumiendo que:

“The energy consumption peaks during the acceleration phase, and is relatively low once the lift reaches full speed.”

Lo anterior aparenta sugerir el hecho de que el consumo energético destinado a la aceleración domina sobre el consumo correspondiente a la fase de movimiento a velocidad constante y frenada. Esto en particular no es conforme a la evidencia previamente aportada por Schroeder<sup>33</sup> (1980) y posteriormente corroborada por Tyni e Ylinen [25], Barney [4] y Hu [28].

CONSUMO ENERGÉTICO (kW/s)							
					Promedio ascenso-descenso		
		Aceleración	Recorrido	Frenado	Aceleración	Recorrido	Frenado
Geared	DC Ward	78	61	-2	<b>48</b>	<b>28,5</b>	<b>-5</b>
	Leonard	18	-4	-8			
	DC SCR	65	51	-2	<b>40</b>	<b>23,5</b>	<b>-5</b>
Gearless	Ward	44	43	3	<b>22,5</b>	<b>16</b>	<b>-2,5</b>
	Leonard	1	-11	-8			
	SCR	41	40	3	<b>20</b>	<b>14</b>	<b>-2,5</b>
		-1	-12	-8			

Figura 2.8 Energía y fase del recorrido para ascenso-descenso a 10m a cabina vacía, Schroeder [10]

<sup>33</sup> En toda evidencia la relación entre la energía consumida durante el periodo de aceleración con respecto a la absorbida durante la fase de movimiento uniforme depende en gran medida de la longitud del viaje. Para ascensores muy veloces, que requieran una extensa distancia de aceleración, o para distancias muy cortas de viaje es posible que el ascensor omita la fase de crucero. No obstante Schroeder supone una distancia de 3 niveles (10m) y una velocidad de 1,6m/s (muy buen estándar) en sus mediciones, obteniéndose una relación entre energía de crucero y de aceleración de entre 60 y 70%, porcentaje no despreciable como parece sugerir Peters.

### 2.6.1 Peters et al (1998)

No obstante la anterior precisión, Peters concluye a partir de simulaciones para una edificación de 14 plantas y 6 ascensores y haciendo uso de un algoritmo<sup>34</sup> que minimice el número de paradas, que es posible reducir el número de puestas en marcha del motor en un 3,2%, lo que en términos de ahorro energético representa un ahorro de energía del 6,2%:

“In this case, the “green” algorithm implementing the discussed strategy causes a 3.2% reduction in the number of motor starts, leading to a 6.2% reduction in the energy consumption.”

### 2.6.2 Hakonen et al (2004)

Por su parte Hakonen *et al* (2004) [24] estudian un problema de optimización multicriterio, donde la energía interviene de forma implícita, dado que como los autores suponen:

“the number of elevator stops, which is related to energy consumption”

En cuanto al problema de optimización planteado por los autores, se construye en torno de una función utilidad resultado de la combinación lineal ponderada (WA, weighted aggregation) de los siguientes criterios:

$$\begin{aligned} & \max_{y \in Y} U(x(y)) \\ U(x) &= \sum_{j=1}^n w_j \frac{x_j - x_j^{worst}}{x_j^{best} - x_j^{worst}} \quad 35 \\ & w_j : \text{coeficiente de valoración} \end{aligned}$$

$x_1$  : tiempo de espera: definido como el intervalo de tiempo desde que el usuario registra su demanda hasta el momento en que aborda la cabina.

$x_2$  : tiempo de viaje: tiempo transcurrido a bordo del ascensor desde la planta de origen hasta el correspondiente destino.

$x_3$  : número total de paradas, lo que en opinión de los autores está correlacionado con el consumo energético.

$x_4$  :  $P > 60$ ; porcentaje de pasajeros cuyo tiempo de espera excede los 60 segundos.

Los resultados parciales contenidos en la Tabla 2.9 muestran que aun priorizando una reducción del número de paradas como criterio de optimización<sup>36</sup>, la reducción potencial

---

<sup>34</sup> En cuanto a la arquitectura del algoritmo de gestión, Peters no aporta ninguna precisión.

<sup>35</sup> Se hace notar que dada la especificación de la función de utilidad supuesta por Hakonen, a mayor valor del criterio (ej. tiempo) observado  $x_j$  corresponde una menor valoración, por el contrario un tiempo menor de observación implica una mayor valoración de la función utilidad.

<sup>36</sup>  $U(x) = w_3 \frac{x_3 - x_3^{worst}}{x_3^{best} - x_3^{worst}}$

alcanzada es de 1188 paradas, lo que en comparación con el máximo representa una reducción del 4,5% al costo de incrementar significativamente el porcentaje de pasajeros cuyo tiempo de espera excede los 60 seg.

Criterion	Parameters			Criteria values			
	Bypass load	Degrade coefficient	Reallocation limit [s]	Waiting time [s]	Ride time [s]	P>60 [%]	Number of stops
Waiting time	1	1.75	10	<b>20.6</b>	72.8	4.1	1244
Ride time	0.5	6	30	24.6	<b>68.4</b>	8.4	1192
P>60	1	2	25	20.7	72.7	<b>3.8</b>	1241
Number of stops	0.5	0	30	28.3	70.1	12.7	<b>1188</b>

Tabla 2.9 Valores de las variables significativas según criterio priorizado, Hakonen (2004)

Finalmente Hakonen concluye que el óptimo que maximiza la función de utilidad total implica una reducción de 1,36% en el número de paradas, cifra que contrasta con el 3,2% anunciado previamente por Peters [8].

Bypass load	Degrade coefficient	Reallocation limit [s]	Waiting time [s]	Ride time [s]	P>60 [%]	Number of stops	Utility
0.7	2	25	21.2	71.4	4.4	1231	0.760
0.7	2.25	25	21.4	71.2	4.6	1228	0.752
<b>0.7</b>	<b>2.5</b>	<b>25</b>	<b>21.5</b>	<b>71.0</b>	<b>4.7</b>	<b>1227</b>	<b>0.756</b>
0.7	2.75	25	21.6	70.8	4.8	1225	0.758
0.7	3	25	21.8	70.6	4.8	1224	0.759

Tabla 2.10 Valores óptimos resultado del proceso de optimización multicriterio, Hakonen (2004)

### 2.6.3 SCTs y Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés) son básicamente una herramienta heurística de búsqueda y optimización, cuyos principios fundamentales fueron establecidos en el año de 1975 por John Henry Holland<sup>37</sup> y posteriormente han sido desarrollados y difundidos por numerosos autores. En esencia, los algoritmos genéticos se inspiran de los postulados generales de la Teoría de la Selección Natural, publicados en 1859 por Charles Darwin en su conocida obra “El Origen de las Especies”. La mecánica general de los algoritmos genéticos requiere en primer término la codificación de las variables cuyos valores óptimos se desean obtener en forma de “genes”, por lo general definiendo la extensión binaria basada en el rango de valores cubiertos por la variable que les da origen. En segundo término, los genes se agrupan para integrar un cromosoma denominado “string”.

<sup>37</sup> J. Holland (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor.

1ª variable definida en cuatro bits,  $2^4$  valores posibles

2ª variable definida en 6 bits,  $2^6$  valores posibles

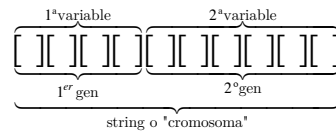


Figura 2.9 Estructura del string o “cromosoma”

Una vez definida la configuración básica se procede a generar una población original, constituida: aleatoriamente, determinísticamente en forma de red sobre el dominio de las variables, o por soluciones parciales o puntos remarcables<sup>38</sup>. Los individuos originales contienen en consecuencia valores específicos o “alelos” para cada uno de sus genes, debiendo garantizar una adecuada diversidad.

El siguiente paso constituye propiamente el proceso de optimización, que se ilustra en la Figura 2.10 y que consta de:

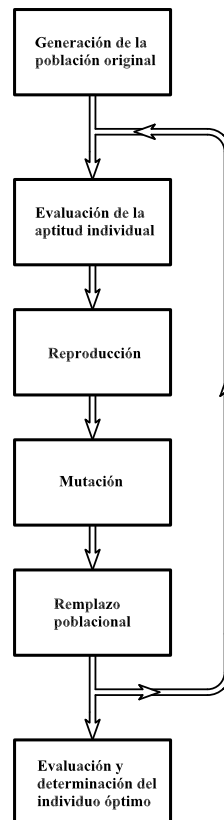


Figura 2.10 Algoritmo Genético

---

<sup>38</sup> En cuanto a la generación de la población inicial y para el dominio de la elevación, no se ha encontrado evidencia en la literatura de la forma en que se genera dicha población. La importancia de la correcta generación de la población se revela ya que como anteriormente se mencionó la magnitud combinatoria de los problemas haría necesaria una población igualmente extensa con la finalidad de mapear adecuadamente el espacio de soluciones. De lo anterior se intuye que resulta de cabal importancia el criterio que da origen a los “Adanes y Evas” del proceso.



- Evaluación de la aptitud (fitness) del individuo según una función objetivo (frecuentemente referida como utilidad), la cual puede contener la valoración de los tiempos de servicio y la energía consumida<sup>39</sup>.
- Reproducción o cruce (crossover); los individuos se seleccionan aleatoriamente para reproducirse, según una probabilidad acorde a su aptitud. Es así que, congruentemente con el postulado de la supervivencia del más apto, los individuos mejor valorados tendrán una mayor probabilidad de transferir e intercambiar sus características<sup>40</sup>. En cuanto a la mecánica del cruce, la más sencilla puede constar de un simple intercambio de valores a partir de un cierto punto en la cadena (Figura 2.11), existiendo otros más sofisticados<sup>41</sup>.

$$\begin{array}{r}
 A_1: \quad 0 \ 1 \ 1 \ | \ 1 \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\
 A_2: \quad \underbrace{1 \ 1 \ 0 \ | \ 0}_{1^{er} \ gen} \quad \underbrace{1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0}_{2^{o} \ gen} \Rightarrow A'_3: \quad \underbrace{1 \ 1 \ 0 \ | \ 1}_{1^{er} \ gen} \quad \underbrace{1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1}_{2^{o} \ gen}
 \end{array}$$

Figura 2.11 Mecanismo de cruce

- Mutación; esta etapa encarna la dimensión exploratoria del algoritmo, ya que más allá de las posibles combinaciones resultantes de la reproducción, la mutación introduce elementos potencialmente innovadores en el material genético de los individuos. La mecánica específica depende nuevamente de una probabilidad juiciosamente fijada, que garantice cierta libertad en la innovación, al precio de poner en riesgo la supervivencia de un potencial óptimo existente ya en el sistema.
- Reemplazo poblacional; en esta fase y acorde a reglas de índole muy diversa se decide la composición de la futura generación; a manera de ejemplo se puede suponer un mecanismo aleatorio basado en una probabilidad inversamente proporcional a la aptitud. Como resultado de esta “extinción”, la extensión de la población se mantiene constante, lo que en términos de capacidad de cálculo es de fundamental importancia.

A este respecto el ciclo anteriormente descrito se repite hasta conseguir que la fluctuación en las características de la población sea únicamente la generada por el mecanismo de mutación, o hasta la interrupción de la rutina dada la necesidad de una solución. Al igual que cualquier otra herramienta, los GAs entrañan fortalezas y debilidades, que Rong *et al* (2003) [23] reconocen<sup>42</sup>:

---

<sup>39</sup> El proceso de evaluación de la aptitud, en el caso de la aplicación de los GA al transporte vertical implica en ocasiones utilizar sub-rutinas de simulación para definir los tiempos y energía invertidas para los valores representados por los genes de un particular individuo. Esta etapa es posiblemente la más intensiva en términos de capacidad de cálculo, requiriéndose un criterio, muchas veces empírico, para fijar la extensión de la población sin empobrecer la diversidad en los genes.

<sup>40</sup> En ocasiones mediando una regla que evite la endogamia.

<sup>41</sup> El cruce entre individuos en ocasiones entraña el reemplazo poblacional, es decir que la siguiente generación contiene únicamente a individuos fruto de la reproducción de la anterior generación. Esto trae consigo la probable destrucción o corrupción de valores potencialmente óptimos, al no existir certidumbre sobre la aptitud de la descendencia. En otros casos, en una etapa posterior se decide la composición de la nueva generación, dando lugar a la coexistencia de descendencia y progenitores.

<sup>42</sup> Rong *et al* (2003) citan a este respecto las conclusiones contenidas en: Tyni T., Ylinen J., 1999. Improving the performance of Genetic Algorithms with a Gene Bank. Proceedings of EUROGEN99, Report A2/1999, University of Jyväskylä, Finland, 162-170.

“While GAs are good for finding high quality solutions, they are slow and inefficient in the use of computational resources. Therefore, GAs are difficult to use when the time available to achieve a solution is limited”

Sin embargo, existe evidencia de que ya en el año 2000 la casa KONE explotaba comercialmente un sistema de control de tráfico basado en GAs [7]. Adicionalmente, para el año 2006 el sistema TMS9900GA de esta misma casa era capaz de calcular un óptimo cada 500 ms para un sistema de ascensores constituido por 7 unidades de 21 pasajeros en un edificio de oficinas de 19 plantas [25]:

“The WA method presented in this paper is able to perform the bi-objective optimisation task with contradicting objectives in real time within the given 500 ms time frame.”

En todo caso y dado que a partir de la primera iteración se conoce, al menos parcialmente, la aptitud de una porción de la población presente, es posible de forma inmediata identificar un “óptimo temporal”<sup>43</sup> y decodificar los valores correspondientes a las variables de control. Como se puede deducir de lo anterior, el mayor atractivo de los GAs radica precisamente en la inmediata disponibilidad de una solución, lo que en términos prácticos garantiza una respuesta en tiempo real. La optimalidad de la solución depende en toda evidencia del número de iteraciones realizadas. A este respecto Goldberg [31] demuestra que el gradiente de convergencia al óptimo es exponencialmente decreciente en el tiempo, por lo que las primeras iteraciones consiguen incrementos más importantes en la aptitud que las sucesivas. Por consiguiente, el incremento en la capacidad de cálculo de los procesadores ha permitido la implementación competitiva de los GAs.

A este último respecto Cortés *et al* (2004) [32] estiman en ese año que los SCTs basados en GAs permiten una reducción potencial del 25% en los tiempos de espera de los usuarios en situación de tráfico mixto (lunch peak), concluyendo:

“The results obtained in the paper allow us to affirm that genetic algorithms, in general, and our GAHCA in particular, are valuable tools with a great potential in the control of elevator systems.”

Con posterioridad, Sorsa *et al* (2009) [33] muestran que tomando como criterio el tiempo de espera normalizado de los usuarios e interpretándolo a manera de índice inverso de la calidad, los SCT basados en GAs aventajan significativamente a sus contrapartes basados en inteligencia artificial (AI-ESP), así como a los regidos por los criterios tradicionales expuestos por Barney [34].

---

<sup>43</sup> En este caso el apelativo “óptimo temporal” se introduce ya que el óptimo en términos absolutos requeriría de un largo proceso de cálculo, por lo que en circunstancias de restricción temporal se debe optar por la solución parcial conforme con las restricciones de procesamiento.

### Índice Inverso de Calidad de Servicio

	Sistema de Control de Tráfico		
	GA	AI ESP	Barney (2003)
UPPEAK	0,6	0,7	0,85
Tráfico Mixto	0,81	0,97	-

Tabla 2.11 GAs vs AI ESP y algoritmo clásico, criterio de optimización: tiempo de espera Sorsa *et al* (2009)

Los datos de la Tabla 2.11, concluyen una reducción del 16,5% en los tiempos de espera; lo que, aunque significativamente inferior a los resultados obtenidos por Cortés *et al* (2004), refuerza las conclusiones en cuanto al potencial de los GAs en el control de los ascensores.

#### 2.6.4 Hakala *et al* (2001)

En lo que concierne al ahorro energético tras la implementación de GAs en los SCTs, Hakala *et al* (2001) [7] concluyen que para edificaciones de gran altura y en particular para un edificio de oficinas de 40 plantas, dicho ahorro asciende a un 15% del total, siendo más notable el ahorro en periodos de baja intensidad de tráfico, pudiendo alcanzar entre un 15 y 20% (Figura 2.12). Finalmente los autores estiman que, para las edificaciones genéricas de gran altura, el ahorro energético realizable puede representar entre un 10 y 15% del total.

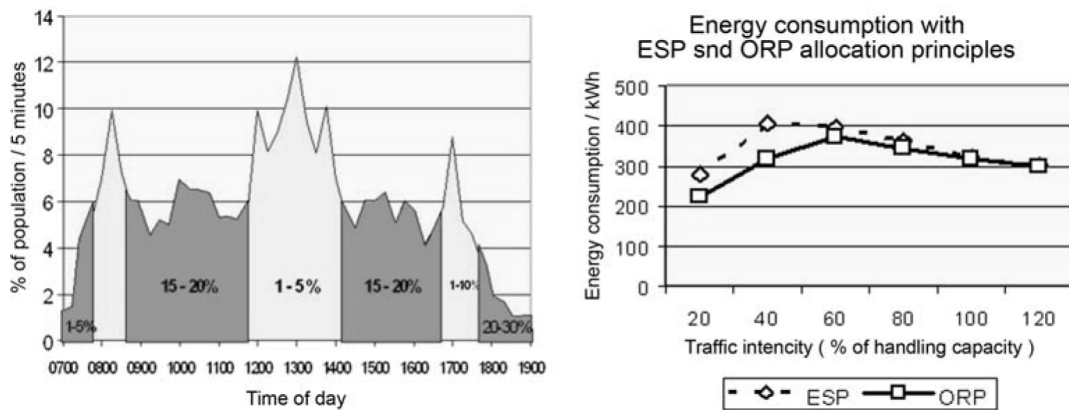


Figura 2.12 Ahorros potenciales en función de la intensidad de tráfico para un edificio de oficinas de 40 plantas, Hakala *et al* (2001)

### 2.6.5 Desafíos para la implementación de GAs y WA

Al igual que otras herramientas los GAs entrañan limitaciones que se pueden acentuar bajo determinadas circunstancias. En el caso de las aplicaciones en el dominio de la elevación, una de las mayores preocupaciones tiene relación con la geometría de la función de objetivo, ya que de existir un conjunto de mínimos locales en la función objetivo compuesto (considerando tiempos y energía) es posible que el algoritmo converja prematuramente hacia alguno de éstos, eliminando la probabilidad de explorar y encontrar el mínimo absoluto de dicha función. En la Figura 2.13 se observa una analogía en dos dimensiones de el problema multidimensional. En ésta se observa como el cruce entre los individuo (1) y (2) da origen al individuo (3) cuya valoración en términos de la función objetivo que se desea minimizar es superior a la de sus progenitores. Por el contrario, el cruce entre (2) y (4), aunque menos favorable en apariencia dada la valoración de (4), da por resultado el individuo (5) lo que conlleva un valor inferior de la función objetivo. Dada la particular geometría de la función objetivo, existe una propensión a que el algoritmo converja al mínimo local, ya que la probabilidad de dar con el mínimo absoluto (7) depende en gran medida de un afortunado acoplamiento entre (1) y (6).

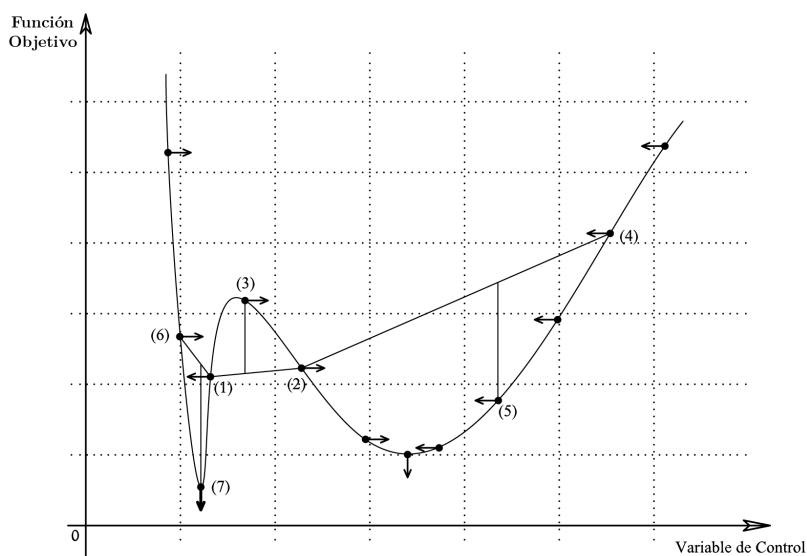


Figura 2.13 Mínimos locales y no-convexidad en los Gas

Esta debilidad se ve subrayada por la conocida limitación asociada con el método de agregación por combinación lineal ponderada (Weighted Aggregation WA) ya que es reconocido que [35]:

“It is widely known that the conventional weighted aggregation method has three main drawbacks. First, only one Pareto-optimal solution can be obtained from one single run of optimization... Second, one can get a Pareto solution using weighted aggregation method only if the solution is located in the convex region of the Pareto front. Third, a lot of Pareto fronts are not uniform, which means that the set of obtained solutions are not evenly distributed on the Pareto front given a set of evenly distributed weights.”

Donde el frente o frontera Pareto, refiere al conjunto de soluciones óptimas, en virtud de una medida de “utilidad” o “costo” expresada por la función objetivo y sujeta a las restricciones propias del problema de optimización (maximización o minimización). A manera de ejemplo, supóngase la siguiente representación gráfica para una función objetivo asociada al siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} &\min g(f_1, f_2) \\ &\text{sujeto a la restricción} \\ &f_1^2 \cdot f_2^2 \geq 0,1 \end{aligned}$$

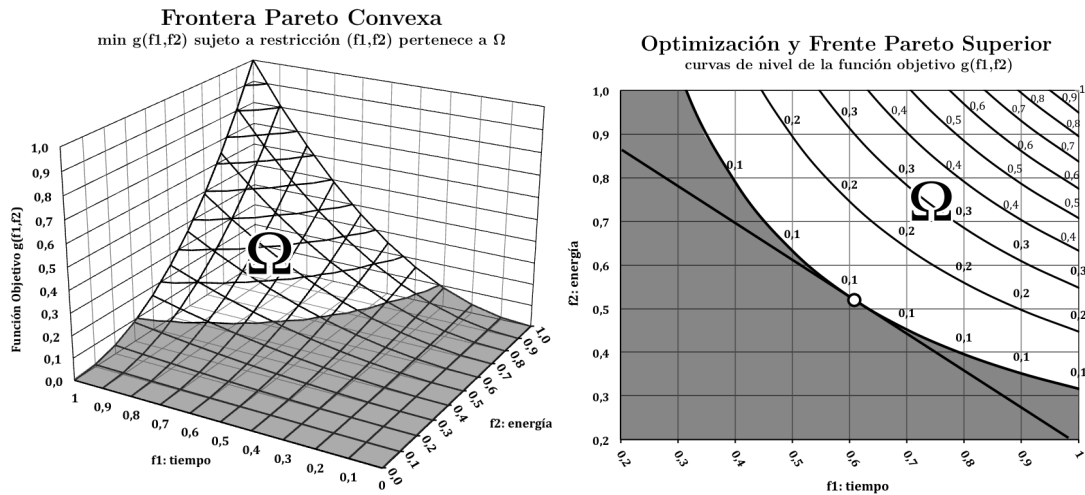


Figura 2.14 Frontera Pareto eficiente

(Izquierda) superficie definida por la función objetivo  $g(f_1;f_2)$  en vertical para los valores correspondientes a  $f_1$  y  $f_2$  en el plano horizontal; (derecha), dominio de definición de las variables de control  $f_1, f_2$

En la Figura 2.14, las zonas sombreadas representan los valores no alcanzables para las variables  $f_1$ : tiempo y  $f_2$ : energía, restricción que asumiremos técnica. El dominio de soluciones factibles para el binomio de variables  $(f_1;f_2)$  ocupa el sub-espacio (blanco) complementario al dominio sombreado, en el cual las curvas de nivel describen la geometría de la función objetivo. A continuación, considerando la particular geometría<sup>44</sup> de la función objetivo y dado que el problema de optimización supone la minimización de dicha función, se deduce que los valores óptimos corresponden a los puntos situados sobre la curva de nivel  $g(f_1;f_2)=0,1$  (que es la frontera entre las regiones sombreadas y claras). Dichos puntos reúnen los requisitos de eficiencia Pareto, ya que cualquier otra asignación fuera de la frontera Pareto ocasiona un incremento en la función objetivo, que en este caso puede ser asumida como un “costo”, induciendo una pérdida de “bienestar” en el sentido del criterio establecido por la función objetivo.

En cuanto a la convexidad, una explicación con ejemplos se puede encontrar en Shim *et al* (2002) [36]. Sin embargo a grandes rasgos y gráficamente:

<sup>44</sup> Monótona creciente en ambas variables:

$$\frac{\partial g(f_1, f_2)}{\partial f_1} \geq 0; \quad \frac{\partial g(f_1, f_2)}{\partial f_2} \geq 0$$

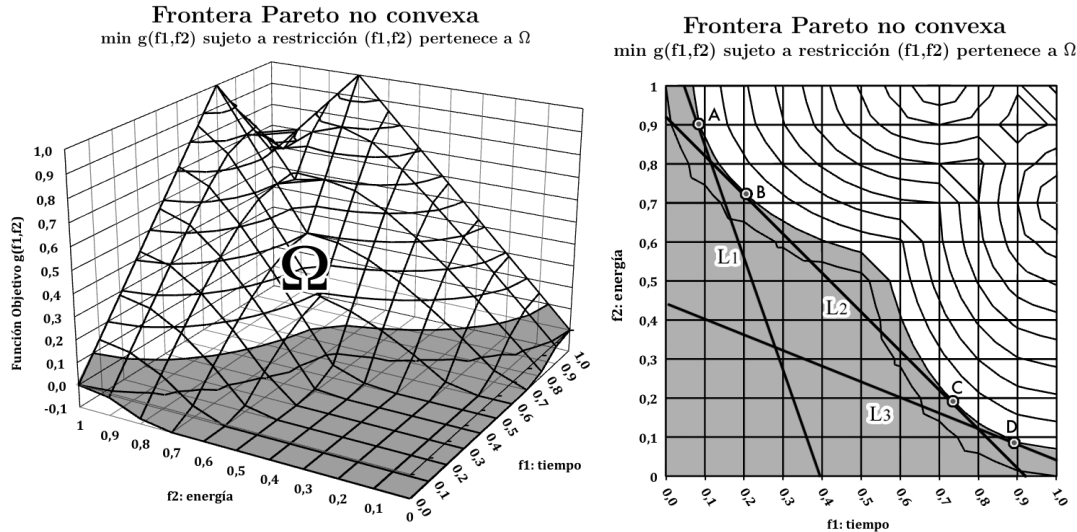


Figura 2.15 Frontera Pareto no convexa

(Izquierda) superficie definida por la función objetivo  $g(f_1, f_2)$  (vertical) para los valores correspondientes a  $f_1$  y  $f_2$  en el plano horizontal; (derecha), dominio de definición de las variables de control  $f_1$ ,  $f_2$  y líneas tangentes  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ .

En Figura 2.15 (izquierda) se observa nuevamente la superficie correspondiente a la función objetivo (valores en vertical) definida sobre  $(f_1; f_2)$  (plano horizontal), adicionalmente se representa en sombra el dominio limitado por la restricción. Al igual que con anterioridad el resultado de la minimización corresponde con la curva frontera entre las regiones sombreada y clara, tal que:  $g(f_1, f_2) = 0,1$ . Sin embargo, dado que la solución algebraica equivale a “palpar” con una recta la superficie haciendo variar la pendiente de la misma (rectas  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ , en la figura de la derecha), las soluciones reportadas no incluyen a la porción contenida entre  $]A;B[$ , siendo claro que dichos puntos cumplen igualmente con el criterio de optimalidad en el sentido Pareto. Finalmente el segmento de la curva  $]A;B[$  representa una porción no convexa (cóncava) del frente Pareto.

### 2.6.6 Tyni e Ylinen (2006)

Para evitar los inconvenientes asociados a la anterior limitación, se requiere un conocimiento previo de la topología de la función objetivo, como se hizo a través de las representaciones en perspectiva. Sin embargo y aunque son numerosos los autores que experimentan con GAs en el ámbito de la elevación ([26], [24], [28]), solamente Tyni e Ylinen (2006) [25] reparan en la no convexidad de la función objetivo utilizada para evaluar la aptitud (fitness) de la población:

“The non-convexity is also present in the elevator car routing problem. The example shows an elevator group of 7 elevators, an optimisation problem instance and the corresponding fitness space. The example implies that the Pareto front in

this application may contain none, one, two, or even more local concave regions not reachable by the Weighted Aggregation<sup>45</sup> method.”

La solución propuesta por los autores para superar las dificultades inherentes a la (WA) agregación por combinación lineal ponderada se basa en la determinación dinámica de los coeficientes de ponderación, conocida como “Evolutionary Dynamic Weighted Aggregation” [35], [20]. Adicionalmente y posiblemente la innovación más importante introducida por Tyni y Ylinen es la de demostrar que se puede asumir la propia función objetivo como una variable aleatoria con distribución normal y que mediante estimación de la media y varianza es posible estandarizar la distribución, logrando con ello una distribución más eficiente de la población inicial y un mejor mapeo del frente de soluciones.

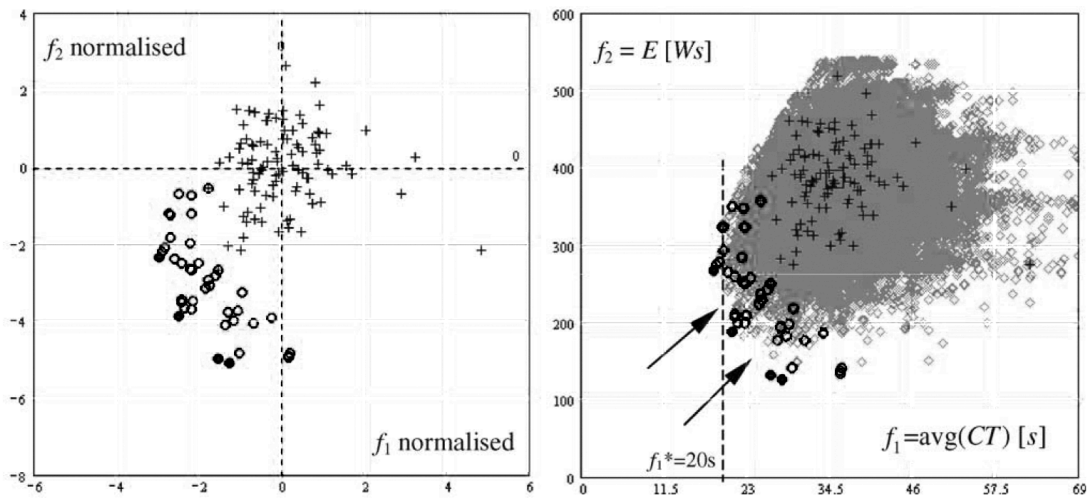


Figura 2.16 Procedimiento ESOWA “Evolutionary standardised-objective weighted aggregation”, figura original en Tyni e Ylinen (2006)

Las cruces representan la población inicial por generación aleatoria basada en la inferencia de la distribución normal estandarizada (izquierda). A la derecha se observan las sucesivas iteraciones del GA en el espacio solución (diamantes grises) con el tiempo de respuesta (Average Call Time) en abscisas y el valor esperado de la energía en ordenadas. Los círculos representan los óptimos de cada generación mientras que los puntos representan las soluciones sobre el frente Pareto superior. Igualmente se hacen notar las regiones no convexas marcadas con flechas del espacio solución.

En la Figura 2.16 se observa que para un mismo caso existen cuatro asignaciones Pareto eficientes marcadas por los puntos sólidos negros. Dichas soluciones se caracterizan por diferentes valores para los tiempos  $f_1$  y energía  $f_2$  pero con un mismo nivel de satisfacción del criterio fijado por la función objetivo. Adicionalmente, estas soluciones describen para un caso en particular el trade-off entre tiempo y energía, relación que se recalcula con cada actualización del estado del sistema, nuevas llamadas en piso, solicitud en cabina, etc.

<sup>45</sup> Weighted Aggregation” se refiere a lo que anteriormente se citó como “combinación lineal ponderada” en el caso de la función utilidad utilizada por Hakonen *et al* (2004); sin embargo en el caso de Tyni e Ylinen, la especificación escogida para la función objetivo requiere la minimización a través de la metodología de GAs.

En lo que respecta a las estrategias ensayadas, los autores estudian tres diferentes; la primera consiste en la optimización puramente energética sin considerar los tiempos de respuesta, la segunda una estrategia de minimización absoluta de dichos tiempos y la tercera una estrategia mixta que busca la minimización de la energía sujeta a un tiempo máximo de respuesta de 20 s. Las condiciones específicas del sistema, son igualmente reportadas por los autores; en este caso se supuso un edificio de oficinas de 19 plantas con 7 ascensores con una velocidad de crucero de 3,5 m/s, una aceleración de  $1,2\text{m/s}^2$  y una capacidad de 1500 kg. Se especifica que la capacidad del sistema es de 200 pasajeros en cinco minutos<sup>46</sup>, lo que equivale al 13,1% de la población total de la edificación, agregando que se trata de una tasa satisfactoria.

Los resultados mostrados en la Figura 2.17 muestran la eficacia de la estrategia mixta. Como los autores hacen notar, la reducción más dramática en el consumo energético y la potencia requerida por el motor se alcanza para intensidades de tráfico ligeras y moderadas; alcanzándose el máximo beneficio para una intensidad del 6% de la población total de la edificación (eje horizontal) con una reducción de 14 kW, al pasar de 19 a 5 kW. Es necesario destacar que los autores en este caso deciden expresar la potencia<sup>47</sup> promedio obtenida como el cociente de la energía consumida entre la duración del tiempo de la prueba.

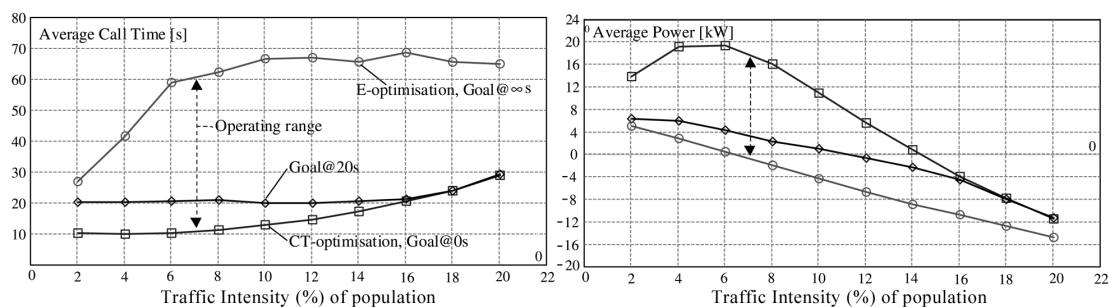


Figura 2.17 Desempeño de las tres diferentes estrategias de control, Tyni e Ylinen (2006).

Optimización puramente energética (círculos), optimización de tiempos (cuadros) y multicriterio con tiempo umbral de 20 segundos (diamantes).

Lamentablemente y pese a la solidez metodológica de esta investigación, los autores no pronostican el ahorro energético realizable bajo condiciones de tráfico real para una edificación promedio.

<sup>46</sup> La unidad FMR (five minutes rate) es una unidad usual en la elevación ya permite conocer el intervalo de tiempo necesario para conducir a una determinada cantidad o porcentaje de la población total de la edificación a su destino.

<sup>47</sup> En el caso de desear obtenerse la energía, únicamente se deberá multiplicar la potencia por el intervalo de tiempo, pudiendo en este caso determinar el valor unitario correspondiente al número de pasajeros a partir de los datos proporcionados:  $200\text{pcm}/13,1\%*6\%=92$  pasajeros cada cinco minutos para una intensidad del 6%.



### 2.6.7 Hu et al (2010)

Por su parte Hu *et al* exploran la incidencia en el consumo energético tras la introducción de un sistema de “información completa”. Tal y como se expuso con anterioridad, los sistemas de información completa implican el conocimiento de los diferentes destinos de los usuarios en el sistema desde el momento mismo de solicitud; Esto mismo es posible gracias a la presencia de botoneras en los accesos a los vestíbulos de ascensores en cada planta. Evidentemente, el incremento en la información de que dispone el SCT implica la posibilidad de alcanzar óptimos superiores a aquellos obtenidos por medio de conjeturas sobre los destinos, dada la reducción de la incertidumbre. En cuanto a la estructura del GA utilizado por Hu *et al*, que denominan MOGA (Multi-Objective Genetic Algorithm), la descripción aportada por los autores, en extremo genérica, no permite conocer las particularidades de dicha propuesta, en el sentido de si el GA utilizado permite el mapeo del frente Pareto eficiente de soluciones o la propia estructura de la función objetivo. Esta laguna se torna aun más evidente dado que los propios autores parecen sugerir como precedente la investigación de Tyni e Ylinen:

“Tyni and Ylinen (2006) have applied the genetic algorithm to find the optimum solution for the elevators routing with multiple objectives including the waiting time, service time, and energy consumption. However, the elevator system in [Tyni and Ylinen (2006)] is not a complete information system... Based on the above considerations, in this paper, the energy saving problem is studied for the elevator system with complete information.”

No obstante lo anterior y con la finalidad de determinar el ahorro energético que entraña la implementación del MOGA con información completa, Hu *et al* utilizan como criterio de referencia (benchmark) la política de control conocida como “Nearest Car”, descrita por Barney<sup>48</sup> [34] como:

“Nearest Car; the simplest type of group control is the directional collective control described in Section 10.2.2.3<sup>49</sup>. It is suitable for a group of two, or three lifts, each operating on the directional collective principles and serving seven or so floor levels. The assignment of lifts to landing calls is achieved by the “nearest car” (NC) control policy.”

---

<sup>48</sup> Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003. p. 254.

<sup>49</sup> El control colectivo direccional, habitualmente referido como “full” o “directional collective control”, se caracteriza físicamente por botoneras bidireccionales ARRIBA, ABAJO en los vestíbulos de las plantas intermedias y una única dirección en las extremas. En esta política de control, los ascensores realizan paradas en respuesta a los destinos de los pasajeros en cabina, así como aquellas llamadas de las plantas subsecuentes, correspondientes a la misma dirección de desplazamiento. La respuesta a las llamadas de planta, se apega estrictamente al criterio de cercanía y dirección de las cabinas disponibles. En el caso de no existir más solicitudes en dicha dirección y encontrarse la cabina vacía, la cabina se desplaza a la planta más lejana con una solicitud activa en dirección contraria.

Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003. p. 248.

La primera constatación que se deriva de la lectura de la definición aportada por Barney tiene relación con la validez del sistema de referencia propuesto por Hu *et al*, ya que para un sistema de cuatro ascensores sirviendo diez niveles no es recomendable la utilización de la política NC.

Independientemente de la anterior observación, Hu *et al* concluyen que la implementación de la estrategia de control MOGA implica un ahorro energético del 23,6% en promedio, al precio de incrementar en 39,5% los tiempos promedio de servicio.

## 2.7 Conclusiones

A lo largo del desarrollo de este capítulo se ha construido una perspectiva a partir de las investigaciones en materia de eficiencia energética para el dominio específico de la elevación. Como ha sido posible percibir, la literatura en este campo no es abundante, lo que contrasta particularmente con la gran diversidad de enfoques, alcances y resultados. Consecuencia de ello es que el corpus de conocimiento aparece como una sucesión de puntos disconexos a los cuales se ha buscado articular por medio de un hilo conductor. La dinámica de este argumento toma como punto de partida los aspectos más concretos de las tecnologías de propulsión y dispositivos de regeneración, para gradualmente abordar los aspectos más abstractos relacionados con la gestión óptima del tráfico y sus implicaciones en el consumo energético.

Entre las conclusiones de este capítulo se estima, como resultado de una conciliación de las fuentes consultadas, que la contribución de los ascensores al consumo total de la edificación puede representar del 3% al 7% del consumo total de la edificación. Como se concluyó oportunamente, esta proporción es fuertemente dependiente del grado de bienestar y condiciones climáticas específicas, por lo que se considera aplicable mayoritariamente a los países de la Unión Europea, Estados Unidos y Japón.

En cuanto a la eficiencia energética por tecnología existen indicios que sugieren la mayor eficiencia de los sistemas rectificadores de estado sólido asociados a la tecnología de accionamiento directo o gearless y comandada por variación de voltaje y frecuencia (VVVF); no obstante resulta difícil, sino imposible, determinar un valor específico del ahorro energético que su implementación supone, debido a la variabilidad e inconsistencia de los resultados reseñados. En lo que respecta a la integración de dispositivos regeneradores es posible asumir que puedan permitir la recuperación y restitución de un 25% del total de la energía consumida, proporción basada en las afirmaciones más conservadoras por parte de algunos de los fabricantes.

En un segundo gran apartado destinado a las implicaciones energéticas de las funciones de los SCTs, en un primer tiempo se analizaron sin resultados concluyentes las estimaciones de Peters en cuanto a la incidencia que una variación en la aceleración entrañaría en el consumo energético de los ascensores. Los resultados recabados muestran que para una variación del 50% en la aceleración se obtiene una reducción en

el consumo energético de 16%; con posterioridad el mismo autor concluye que es posible duplicar dicha proporción, hasta 33,4%, mediante la variación de la aceleración y velocidad dentro de un rango de +/- 20% de los valores de consigna. Finalmente, si bien el impacto de las variables dinámicas sobre el consumo energético ha recibido atención, el porcentaje de compensación de la carga máxima en cabina no figura entre las variables estudiadas por la literatura pública. En este sentido la reducida evidencia comprende la patente US5984052, que propone un método para dimensionar el contrapeso acorde con la carga promedio en cabina sin precisar su eventual impacto en la eficiencia energética de los ascensores. Esta última se suma a la mención hecha en el proyecto E4 la cual motivó la investigación que en esta Tesis tiene lugar.

En tercer lugar, en lo que se refiere a las funciones de gestión del tráfico y en particular para la estrategia de minimización del número de paradas, el ahorro atribuible podría situarse entre un 3% y 6% con un incremento más que significativo en los tiempos de espera. En cuanto a los ahorros imputables a la implementación de algoritmos genéticos en los SCT, la variabilidad de los resultados reportados y la cantidad de fuentes disponibles, tornan incierta la determinación de un rango significativo de valores. En consecuencia y sin la intención de entrar en el dominio extremadamente complejo de los SCTs, en la presente investigación se explora la relación de Trade-off entre el consumo y la calidad en el servicio suponiendo como variable de control el número de ascensores en operación simultáneamente, que se determina a partir de los tiempos de espera.

## Referencias de Capítulo

- [1] Anibal T. De Alameida, Carlos Patrao, Joao Fong, Rui Araujo, and et al, "Energy Efficient Elevators and Escalators," Department of Electrical Engineering, ISR-University of Coimbra, 2010.
- [2] Harvey M. Sachs, "Opportunities for Energy Efficiency Improvemets," American Council for an Energy-Efficient Economy, Washington, DC, 2005.
- [3] Richard Peters and Arup Group Ltd., "Green Lifts?," in *Proceedings of CIBSE National Conference 1994*, 1994.
- [4] Gina Barney, "Draft Standard CD25745-1; Energy Models for Lifts ," ISO Technical Commmittee, International Standards Organisation , 2006.
- [5] A. T. P. So and George Barney,.: International Association of Elevator Engineers, 1996, vol. 1.
- [6] U.S. Department of Energy, "2011 Buildings Energy Data Book," Buildings Technologies Program Energy Efficiency and Renewable Energy, 2012.
- [7] Harri Hakala, Marja-Liisa Siikonen, Tyni Tapio, and Jari Ylinen, "Energy-efficient elevators for tall buildings," in *CTBUH (Council on Tall Buildings and Urban Habitat) 6th World Congress*, Melbourne, Australia, 2001.
- [8] Richards Peters and Pratap Mehta, "Green Lift Control Strategies," *International Journal of Elevator Engineers*, vol. 2, 1998.
- [9] Jian Liu, Feng Qiao, and Ling Chang, "The hybrid predictive model of elevator system for energy consumption," in *Modelling, Identification and Control (ICMIC), The 2010 International Conference on*, 2010, pp. 658-663.
- [10] Joris Schroeder, "The energy consumption of elevators; A comparative Analysis," *Elevator World*, pp. 28-31, November 1980.
- [11] D. A. Doolard, "Energy Consumption of different types of lift drive systems ," in *Elevator Technology Proceedings of ELEVCON*, 1992.
- [12] A. T. P. So and W. L. Chan, "Computer Simulation-based Analysis of Elevator Drive Systems," *HKIE Transactions*, no. 3, pp. 13-22, 1992.
- [13] Richard Peters and Arup Group Ltd., "Mathematical Modelling of Lift Drive Motion and Energy Consumption," in *Proceedings of CIBSE National Conference 1995*, 1995.
- [14] Ashok B. Kulkarni, "Energy consumption analysis for geared elevator modernization: upgrade from DC Ward Leonard system to AC vector controlled drive," in *Conference Record of the 2000 IEEE* , vol. 4, 2000, pp. 2066-2070.

- [15] Anibal De Alameida, Simon Hirzel, Carlos Patrao, and Joao Fong, "Energy-efficient elevators and escalators in Europe: An analysis of energy efficiency potentials and policy measures," *Energy and Buildings*, vol. 47, pp. 151-158, April 2012.
- [16] Jacek F. Gieras,. Berlin: Springer Verlag, 2009, pp. 71-80.
- [17] Lufti Al-Sharif, Richard Peters, and Rory Smith, "Elevator Energy Simulation Model," in *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON* , Istambul, 2004.
- [18] Gina Carrol Barney and S. M. dos Santos, *Elevator Traffic Analysis, Design and Control*. Stockport, England: Bramhall, 1985.
- [19] Sydney C.K. Chu, C.K.Y. Lin, and S.S. Lam, "Hospital lift system simulator: A performance evaluator–predictor," *European Journal of Operational Research*, vol. 146, no. 1, pp. 156-180, April 2003.
- [20] Yaochu Jin, Markus Olhofer, and Bernhard Sendhoff, "Dynamic Weighted Aggregation for Evolutionary Multi-Objective Optimization: Why Does It Work and How?," Future Technology Research, Honda R&D Europe (D) GmbH, Offenbach,.
- [21] D.L. Pepyne and C.G. Cassandras, "Optimal dispatching control for elevator systems during uppeak traffic," in *Proceedings of the 35th IEEE.*, 1996, vol. 4, pp. 3837-3842.
- [22] D.L. Pepyne and C.G. Cassandras, "Design and implementation of an adaptive dispatching controller for elevator systems during uppeak traffic," *Control Systems Technology*, vol. 6, no. 5, pp. 635-650, September 1998.
- [23] Aiying Rong, Henri Hakonen, and Risto Lahdelma, "Estimated Time of Arrival (ETA) Based Elevator Group Control Algorithm with More Accurate Estimation," Turku Centre for Computer Science, Turku University, Turku, ISBN 952-12-1289-6, 2003.
- [24] Henri M. Hakonen, Aiying Rong, and Risto Lahdelma, "Multiobjective Optimization in Elevator Group Control," in *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Jyväskylä, 2004.
- [25] Tapio Tyni and Jari Ylinen, "Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem," *European Journal of Operational Research*, no. 169, pp. 960-977, 2006.
- [26] Marja-Liisa Siikonen, "Elevator traffic simulation," *Simulation*, vol. 61, no. 4, pp. 257-267, 1993.
- [27] R. Gudwin, F. Gomide, and M. Andrade Netto, "A fuzzy elevator group controller with linear context adaptation," in *Fuzzy Systems Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence*, vol. 1, 1998, pp. 481-486.

- [28] Zhangyong Hu, Yaowu Liu, Qiang Su, and Jiazhen Huo, "A Multi-Objective Genetic Algorithm Designed for Energy Saving of the Elevator System with Complete Information," in *2010 IEEE International Energy Conference*, 2010.
- [29] Richard Peters and Rory Smith, "Designing Elevator Installations Using Modern Estimates of Passenger Demand," in *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON*, Luzerne, 2010.
- [30] Rory Smith and Richard Peters, "Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm," *Elevator Technology*, no. 14, 2004.
- [31] David E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning.*: Addison-Wesley Professional, 1989.
- [32] P. Cortes, J. Larrañeta, and L. Onieva, "Genetic algorithm for controllers in elevator groups: analysis and simulation during lunchpeak traffic," *Applied Soft Computing*, vol. 4, no. 2, 2004.
- [33] Janne S. Sorsa, Harri Ehtamo, Marja-Liisa Siikonen, Tapio Tyni, and Jari Ylinen, "The Elevator Dispatching Problem," KONE Corporation & Helsinki University of Technology, 2009.
- [34] Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003.
- [35] Yaochu Jin, "Effectiveness of Weighted Aggregation of Objectives for Evolutionary Multiobjective Optimization: Methods, Analysis and Applications," Future Technology Research, Honda R&D Europe (D) GmbH, Offenbach,.
- [36] Mun-Bo Shim, Myung-Won Suh, Furukawa Yagawa, Genki Tomonari, and Shinobu Yoshimura, "Pareto-based continuous evolutionary algorithms for multiobjective optimization," *Engineering Computations*, vol. 19, no. 1, pp. 22 - 48, 2002.

## Capítulo 3

# Metodología

### Introducción

El objetivo de este Capítulo consiste en exponer a grandes rasgos el enfoque metodológico adoptado con la finalidad de estudiar la incidencia que el porcentaje de contrapeso de la carga máxima en cabina y las estrategias de operación, por número de ascensores simultáneamente en servicio, tienen sobre el consumo energético diario de un grupo de ascensores. Es así que tras una búsqueda bibliográfica a inicios del presente proyecto doctoral se constató por una parte la limitada disponibilidad de fuentes que, adicionada al laconismo propio de los artículos científicos y las diferencias cualitativas entre la literatura técnica y científica, implica la existencia de una brecha abismal en términos de continuidad del conocimiento.

En este sentido, la literatura técnica, primordialmente libros, se enfoca en el diseño y dimensionamiento de los sistemas de ascensores desde una perspectiva fundamentalmente determinística, que en último término desemboca en el “Up-Peak Planning” [1], [2], [3] y el cual, pese a sus limitaciones, constituye un “benchmark” de la industria que ha probado su robustez a lo largo de décadas como criterio de diseño. Una excepción notable a los anteriores es la Tesis Doctoral de Peters, “Vertical Transportation Planning in Buildings” (1998) [4], quién introduce nociones de probabilidad, particularmente para los ascensores “doble-deck” (cabinas de dos plantas), pero que en todo caso no trasciende en un planteamiento estocástico.

Por otro lado, en lo que se refiere a los artículos de investigación, su énfasis está en los complejos Algoritmos de Control de Tráfico, que responden a las necesidades específicas de las edificaciones singulares. Con este particular fin, las investigaciones hacen uso extensivo de sofisticadas herramientas como la Teoría de Colas, los Algoritmos Genéticos, hasta las Redes Neuronales. En consecuencia, la presente

investigación aspira a ser una aportación incremental en el sentido anteriormente marcado por Peters, aunque desde una óptica fundamentalmente estocástica. Finalmente, se considera la Tesis Doctoral de Peters como precursora de esta Tesis, por lo que se recomienda enfáticamente una breve consulta [4]<sup>1</sup> de ésta con la finalidad de apreciar las diferencias metodológicas y herramientas formales de las que hace uso extensivo la presente investigación.

## Reseña Formal

La presente investigación debe ser entendida como un “**argumento de plausibilidad**” basado en lo que se conoce como una **prueba constructiva** y la cual se integra en un esquema más extenso que busca la optimización energética de la operación de los ascensores. En términos generales, una prueba constructiva es una prueba de existencia basada en un razonamiento deductivo que provee un algoritmo a través del cual es posible determinar por construcción una solución o conjunto de soluciones.

Por otro lado, en matemáticas la optimización es la selección de la mejor alternativa de un conjunto de soluciones plausibles, acorde con un criterio de optimalidad. En su forma más simple, un problema de optimización se reduce a la maximización o minimización de una función objetivo a través de la elección del “argumento” óptimo de las variables endógenas, consistentemente con las restricciones impuestas sobre éstas.

Por regla general los problemas de optimización parten de la expresión analítica de la función objetivo y hacen uso extensivo en su resolución de las herramientas del cálculo diferencial u otras herramientas de la optimización matemática. La optimización admite una generalización para los casos en que no se tenga una función objetivo expresada analíticamente, como es el caso en que el objetivo resulte de un algoritmo, entendido como una sucesión de operaciones.

Para estos casos es condición *sine qua non* que la magnitud objetivo sea **evaluable** y que la **medida** sea **consistente y comparable**, ya que el valor óptimo se determina por medio de la evaluación exhaustiva de la magnitud objetivo a través de la totalidad del dominio de las variables endógenas consistente con las posibles restricciones, y para lo cual se requiere una discretización de dicho dominio en un ejercicio de compromiso entre los costos computacionales y la significancia de los resultados.

Por otra parte, en un marco más general, como es el caso de multitud de problemas de ingeniería, puede darse el caso que exista una **multiplicidad de objetivos**, los cuales deben ser **optimizados simultáneamente**, y donde frecuentemente existen “**trade-offs**” entre dos o más **objetivos antagónicos**, lo que implícitamente supone que debe asumirse el “sacrificio” de uno o más objetivos en beneficio de otro. Este tipo de problemas son el sujeto de estudio de la optimización matemática multi-criterio donde,

---

<sup>1</sup> <http://www.download.peters-research.com/engd/thesis.PDF>



en presencia de un problema “no trivial” no existe una única solución que optimice simultáneamente todos los objetivos. En estos casos, los objetivos se denominan “mutuamente excluyentes” o antagonicos y existe un número (posiblemente infinito) de soluciones **Pareto no-inferiores** o no-dominadas que desde el punto de vista formal son igualmente válidas.

Las soluciones Pareto no-dominadas se caracterizan por la imposibilidad de mejorar un objetivo sin incidir en detrimento de otros. La investigación académica en materia de optimización multi-criterio aborda estos problemas desde diversas perspectivas y por lo tanto existen diferentes filosofías y técnicas para definir un conjunto representativo de soluciones “deseables” cuantificando los “trade-offs”, es decir, el impacto que la satisfacción de un determinado objetivo tiene sobre los restantes.

De forma pragmática, los problemas de optimización multi-criterio se resuelven en la ingeniería y otras disciplinas por medio de la adopción de hipótesis suplementarias, ya sea a través del empleo de un “Criterio de Optimalidad”, cuya robustez, generalidad y representatividad deben ser adecuadamente probados, o de un ejercicio de “balance” por el cual se concilian los diferentes objetivos, consistentemente con los límites de lo que es técnicamente posible y a priori asumible, de donde se deduce una alternativa “razonable” con atributos “deseables”.

En consecuencia, la presente Tesis, siendo un argumento de plausibilidad que precede a una demostración formal, debe proponer y demostrar una medida consistente y comparable del consumo energético y demás magnitudes que intervienen en el fenómeno de transporte, para lo cual asume un enfoque estocástico en lo relacionado al fenómeno de transporte, mientras que construye un modelo teórico idealizado de tipo determinístico para el Consumo Intrínseco de los ascensores y el que, pese a su naturaleza, aportará algunas precisiones en torno a la operación en cuatro cuadrantes anteriormente obviadas.

A continuación, por medio de este enfoque heterodoxo, se estudiará la incidencia de las estrategias de operación y porcentaje de compensación, sobre el consumo energético, la calidad del servicio y otras magnitudes, ofreciendo una visión sin precedentes de las relaciones de “Trade-off” que imperan entre dichas variables.

## 3.1 Perspectiva del Problema

El consumo energético de los ascensores es resultado de la concurrencia de dos fenómenos separables de naturaleza distinta. Por un lado el consumo intrínseco a los dispositivos electromecánicos, dependiente de la filial tecnológica del ascensor y especificaciones de los equipamientos que lo integran. Por otro lado, el fenómeno de transporte que refiere a la explotación que hacen los usuarios de los ascensores y la gestión del tránsito efectuada por el grupo de control. La naturaleza de estos dos fenómenos deriva de las características de las variables que en ellos intervienen. Así, para el consumo de los equipamientos electromecánicos se puede asumir que se trata de un fenómeno determinístico integrado por variables causales, lo que confiere al fenómeno un grado de predictibilidad que posibilita pronosticar el consumo energético para un desplazamiento particular en función de variables de consigna como la aceleración, la velocidad de cruce, el porcentaje de contrapeso; además de variables exógenas como la carga, longitud del trayecto y sentido de desplazamiento.

En cuanto al fenómeno de transporte, su carácter estocástico deriva de la presencia de variables aleatorias regidas por parámetros como el número de plantas, la ocupación de cada una de éstas, el uso de la edificación, la evolución en el tiempo de la intensidad del tráfico en sus diversas componentes, además de las decisiones tomadas por el grupo de gestión en cuanto a qué llamadas y en qué orden habrán de ser atendidas, o el número de ascensores simultáneamente en operación en lo que en el marco de esta Tesis se han denominado “estrategias de operación”; todo lo anterior repercute en última instancia en el número de trayectos, carga, longitud y sentido de éstos que integran un ciclo típico de trabajo. Con la finalidad de proveer una **perspectiva conceptual** de la problemática y de los desarrollos teóricos que tienen lugar en los Capítulos 4 a 7, se describen a continuación los elementos fundamentales que intervienen tanto en el planteamiento de ésta como en su resolución.

### 3.1.1 Tráfico Mixto

En primer lugar se entenderá por Tráfico Mixto toda situación en que coexistan (estadísticamente) los flujos de ingreso y egreso de pasajeros, donde flujo de ingreso refiere al tráfico ascendente de pasajeros desde la planta de acceso, origen único y exclusivo, hasta los correspondientes destinos en las plantas superiores a ésta de la edificación; por su parte el flujo de egreso refiere al tráfico descendente que tiene lugar desde los diversos orígenes, en las plantas superiores, hasta la planta de acceso, la cual constituye el destino común único y exclusivo. En consecuencia, y en tanto que un supuesto fundamental del modelo, se excluyen parcialmente los flujos inter-plantas, los cuales se estiman del orden de entre un 10% a 15% del tráfico diario en las edificaciones multi-locatarios, además de no ser objeto de una monitorización o registro discriminado por sentido de desplazamiento.

A partir de una reinterpretación de la hipótesis de Barney (2003) [1], se ejecutará un incremento ponderado de los flujos de ingreso y egreso en función de la magnitud

relativa de éstos; incrementos cuyo monto agregado es igual a la intensidad del flujo inter-plantas descrito por las trayectorias empíricas de datos empleadas en este documento.

### 3.1.2 Ciclo de Trabajo e Intervalo

Desde una óptica endógena o “micro”, un ciclo típico de trabajo bajo las hipótesis anteriormente expuestas y considerando como referencia la planta de acceso comprenderá los eventos que a continuación se describen con ayuda de la Figura 3.1.

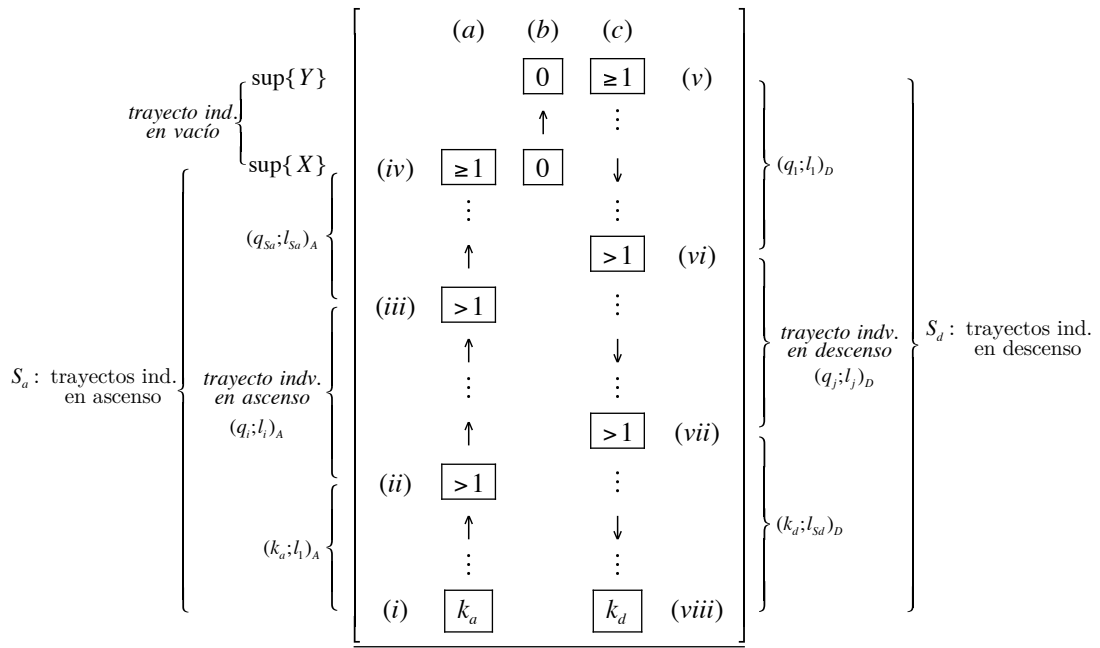


Figura 3.1 Ciclo típico de trabajo, con movimientos ascendentes a carga decreciente, movimiento de transición en vacío y movimientos descendentes a carga creciente.

En primer lugar, denotado por  $(i)$  se tiene que  $k_a$  usuarios abordan la cabina con la finalidad de ser conducidos en ascenso a sus respectivos destinos en las plantas superiores de la edificación, lo que se referirá sucesivamente como **partida** a  $k_a$  pasajeros. A continuación, se tiene una sucesión de  $S_a$  trayectos individuales, a **carga decreciente** y longitud variable; donde en términos de la cinemática del sistema, un **trayecto individual** comprende exclusivamente una fase de aceleración seguida de un periodo de movimiento uniforme a velocidad de crucero, para finalmente concluir con una fase de frenado. En términos genéricos el  $i$ -ésimo trayecto individual se denotará genéricamente por la dupla  $(q_i; l_i)_A$ , donde  $q_i$  es la carga y  $l_i$  a la longitud. Así, el primer trayecto individual acontecerá con certidumbre a carga  $k_a$  ( $i$ -ésimo),  $(k_a; l_1)_A$ , a lo que sigue una sucesión de trayectos individuales a carga decreciente hasta tener lugar el  $S_a$ -ésimo trayecto ( $iii$ - $iv$ ) que culmina en el destino más lejano  $\sup\{X\}$ . En segundo lugar, y sin pérdida de generalidad, acontece un trayecto individual de transición en vacío ( $iv$ - $v$ ) entre el destino ascendente  $\sup\{X\}$  y el origen de demanda descendente

más lejano  $\sup\{Y\}$ , pudiendo ser este ascendente o descendente. En tercer lugar, y de forma análoga, se tiene una sucesión de  $S_d$  trayectos individuales a carga creciente entre los diferentes orígenes de demanda ( $v-viii$ ), denotados genéricamente por la dupla  $(q_j; l_j)_D$ , que concluye con el **arribo** de  $k_d$  pasajeros ( $viii$ ) a la planta de acceso, donde finalmente desembarcan éstos.

El ciclo de trabajo descrito está por lo tanto determinado por una fase de movimientos ascendentes a carga decreciente ( $a$ ), un movimiento de transición en vacío ascendente o descendente ( $b$ ) y una fase de movimientos descendentes a carga creciente. Adicionalmente, este escenario admite en tanto que casos “degenerados” las situaciones de tráfico “Up-Peak” y “Down-Peak” en ausencia de la fase descendente ( $c$ ) o ascendente ( $a$ ) respectivamente, por lo que para estos casos el movimiento de transición tiene lugar entre la planta de acceso y el destino u origen más lejano en lo que se conoce como trayectos exprés, Figura 3.2 ( $v$ ) y ( $vi$ ).

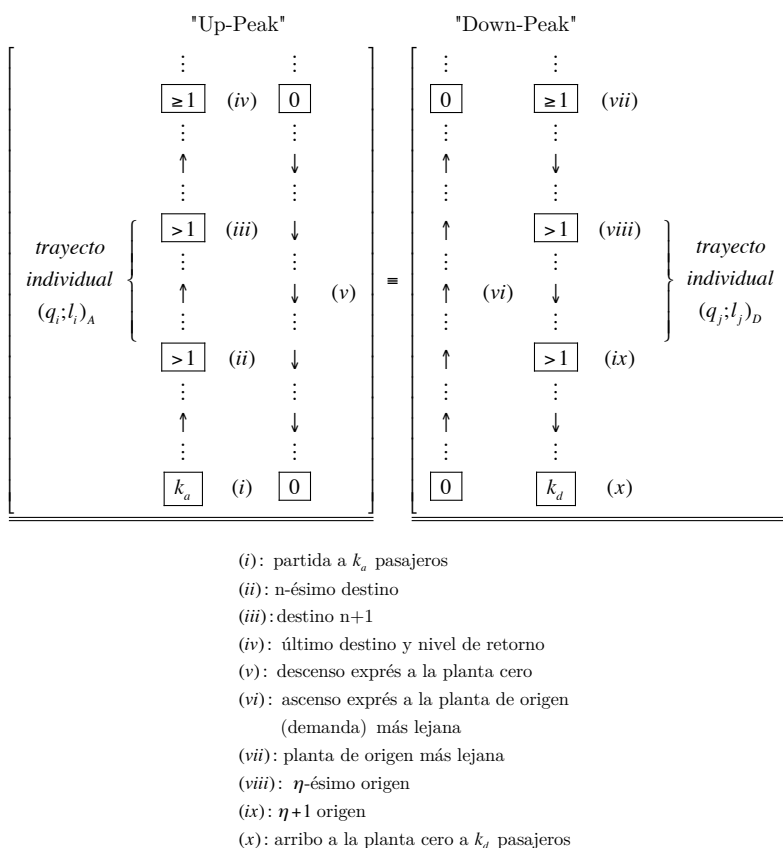


Figura 3.2 Casos degenerados “Up-Peak” y “Down-Peak”

Finalmente, el intervalo de tiempo entre la partida y arribo a la planta de acceso se denomina **Tiempo de Viaje Redondo** ( $RIT$  por sus siglas en inglés) o Tiempo de Ciclo, que es una variable aleatoria, dada la incertidumbre que pesa sobre el número y longitud de los trayectos individuales que componen al ciclo de trabajo y que en términos estadísticos es “causada” por  $K_a$  y  $K_d$ .

### 3.1.3 Descomposición

Para efectos de exposición, considerando la fase ascendente en carga ( $a$ ) anteriormente descrita, se puede inferir que existe una relación entre el número de pasajeros que abordan la cabina en origen  $k_a$  y las características por carga y longitud de los trayectos individuales, además del número de paradas  $S_a$  y el destino más lejano  $\sup\{X_i\}$ . En lo que se refiere específicamente a los trayectos individuales, dicha relación se denota mediante la probabilidad condicional, así pues en la expresión (3.1) expresa la propensión con que un determinado trayecto a carga y longitud ( $q;l$ ) acontece dado que  $k_a$  pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso.

$$P[Q = q, L = l | K_a = k_a] \quad (3.1)$$

Como se puede suponer, las posibles combinaciones ( $q;l$ ) están determinadas por el rango de las variables aleatorias  $Q$  y  $L$ , donde específicamente los valores que puede asumir la carga están determinados por la capacidad máxima de cabina  $q_{\max}$ , mientras que la longitud máxima está determinada por el número de plantas por encima del nivel de acceso  $N$ . Es así que de lo anterior se deduce la conveniencia de adoptar la notación matricial, en lo que se han denominado las **Matrices de Descomposición Condicional** (MDC) que comprenden todas las probabilidades condicionales correspondientes a las diferentes combinaciones de las variables aleatorias  $Q$  y  $L$  para una realización específica de la variable aleatoria  $K_a$ . En consecuencia, la MDC de los movimientos ascendentes en carga definida a través del término genérico se denotará por:

$$D_{q,l}^A | [K_a = k_a]: d_{q,l}^A = P[Q = q, L = l | K_a = k_a] \quad (3.2)$$

De manera análoga la fase de descenso en carga ( $c$ ) admite una MDC, la cual en este caso estará referida a  $K_d$ :

$$D_{q,l}^D | [K_d = k_d]: d_{q,l}^D = P[Q = q, L = l | K_d = k_d] \quad (3.3)$$

El trayecto de transición en vacío ( $b$ ), que depende tanto del proceso ascendente ( $a$ ) como descendente ( $c$ ), puede tener lugar en ascenso o descenso; en consecuencia resultará en dos MDC, referidas por sentido del movimiento y condicionadas en  $K_a$  y  $K_d$ .

$$D_{0,l}^{TRA} | [K_a = k_a, K_d = k_d]: d_{0,l}^{TRA} = P[Q = 0, L = l | K_a = k_a, K_d = k_d] \quad (3.4)$$

$$D_{0,l}^{TRD} | [K_a = k_a, K_d = k_d]: d_{0,l}^{TRD} = P[Q = 0, L = l | K_a = k_a, K_d = k_d]$$

Para efectos de este Capítulo exclusivamente, supóngase que la propensión de todos los trayectos individuales en ascenso es describible a través de una única MDC, la cual se denotará por:

$$D_{q,l}^\dagger | [K_a = k_a]: d_{q,l}^\dagger = P[Q = q, L = l | K_a = k_a] \quad (3.5)$$

Mientras que los movimientos en descenso se denotarán por:

$$D_{q,l}^\downarrow | [K_d = k_d]: d_{q,l}^\downarrow = P[Q = q, L = l | K_d = k_d] \quad (3.6)$$



Por lo que inversamente se puede asumir que la probabilidad de  $K_a$  es función de  $UTD$ ,  $RTT$  y  $NA$ , ésta última dictada en función de la estrategia de operación.

$$K_a : P[K_a = k_a] \approx f(UTD, RTT, NA) \quad (3.7)$$

A continuación, en virtud del Teorema de la Probabilidad Total (el cual se discute en detalle en el cuerpo de esta Tesis), y a partir de (3.1) y (3.7), se levanta la condicionalidad sobre  $K_a$  presente en (3.5):

$$P[Q = q, L = l] = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[Q = q, L = l | K_a = k_a] \cdot P[K_a = k_a] \quad (3.8)$$

Por lo que finalmente la **Matriz de Tráfico** de los movimientos ascendentes para un determinado periodo de tiempo se definirá a partir de la suma ponderada de las Matrices de Descomposición Condicional por la probabilidad de ocurrencia de  $K_a$ :

$$T_{q,l}^{\uparrow}(NA) = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} D_{q,l}^{\uparrow} | [K_a = k_a] \cdot P[K_a = k_a] \quad (3.9)$$

Donde el término genérico de la Matriz de Tráfico es en efecto la probabilidad no condicional de que acontezca un trayecto individual a carga y longitud ( $q; l$ ):

$$t_{q,l}^{\uparrow}(NA) = P[Q = q, L = l] \quad (3.10)$$

El anterior procedimiento es extensivo al proceso de descenso, por lo en función de la intensidad del flujo de egreso  $DTD$  y  $RTT$  se puede obtener la correspondiente matriz de tráfico.

$$K_d : P[K_d = k_d] \approx g(RTT, DTD, NA) \quad (3.11)$$

$$T_{q,l}^{\downarrow}(NA) = \sum_{kd=1}^{q_{\max}} D_{q,l}^{\downarrow} | [K_d = k_d] \cdot P[K_d = k_d]$$

$$t_{q,l}^{\downarrow}(NA) = P[Q = q, L = l]$$

### 3.1.5 Energía

Una vez determinada la probabilidad con que los trayectos individuales acontecen bajo determinadas condiciones de tráfico ( $UTD$  y  $DTD$ ), es posible atribuir a cada uno la energía correspondiente, que se puede suponer función de la carga, longitud y sentido de dichos trayectos individuales, así como del porcentaje de contrapeso  $\mu$ ; por lo que nuevamente se recurre a la notación matricial en lo que se han denominado **Matrices de Energía**. En la Figura 3.4, a modo de ejemplo se muestran las energías consumidas en función de la carga, longitud y sentido del desplazamiento suponiendo un porcentaje de contrapeso igual al  $\mu = 50\%$ .

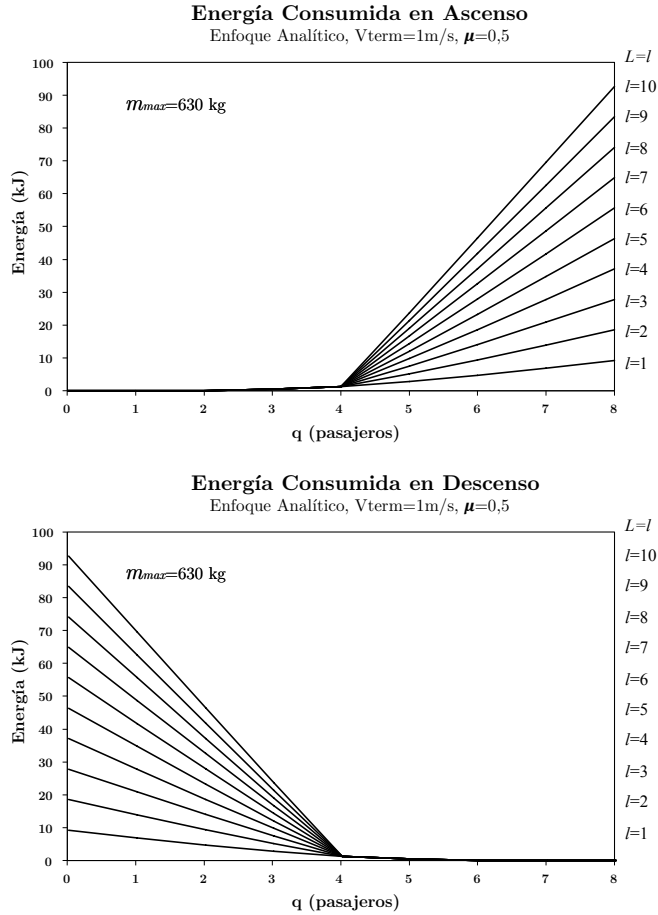


Figura 3.4 Energía Consumida en Ascenso y Descenso suponiendo un porcentaje de contrapeso de 50%

Así, las diferentes Matrices de Energía, definidas consistentemente con las Matrices de Tráfico son:

$$W_{q,l}^{\uparrow}(\mu): \text{Matriz de Energía de los movimientos ascendentes} \quad (3.12)$$

$$W_{q,l}^{\downarrow}(\mu): \text{Matriz de Energía de los movimientos descendentes}$$

Adviértase en las anteriores expresiones la dependencia funcional con respecto del porcentaje de contrapeso  $\mu$ .

### 3.1.6 Consumo

Se puede asumir que el valor esperado del consumo energético será igual a la suma de los consumos esperados correspondientes a los movimientos en ascenso y descenso. Así que la **Matriz de Consumo** para los movimientos ascendentes será igual al producto de Hadamard de las Matrices de Tráfico y de Energía correspondientes:

$$C_{q,l}^{\uparrow}(NA;\mu) = T_{q,l}^{\uparrow}(NA) \circ W_{q,l}^{\uparrow}(\mu) \quad (3.13)$$

De donde el valor esperado del consumo energético de los movimientos ascendentes será igual a:



$$E[C^\dagger(NA;\mu)] = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N c_{q,l}^\dagger(NA;\mu) \quad (3.14)$$

Lo que es consistente con la definición de valor esperado, dado que se trata de la suma a lo largo de todo el rango de las variables aleatorias  $Q$  y  $L$  de la energía correspondiente a cada trayecto individual, ponderada por su correspondiente probabilidad:

$$E[C^\dagger(NA;\mu)] = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N t_{q,l}^\dagger(NA) \cdot w_{q,l}^\dagger(\mu) = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N P[Q=q, L=l] \cdot w_{q,l}^\dagger(\mu)$$

Esto es extensivo a los consumos en descenso, por lo que el consumo total resultará de la suma de los consumos correspondientes a ambos, donde adicionalmente, a manera de dependencia funcional, se observa la presencia de las variables cuya incidencia se desea estudiar, *i.e.* número de ascensores  $NA$  y porcentaje de contrapeso  $\mu$ :

$$E[C^T(NA;\mu)] = E[C^\dagger(NA;\mu)] + E[C^\downarrow(NA;\mu)] \quad (3.15)$$

### 3.1.7 Criterio de Calidad en el Servicio

La calidad del servicio que presta el sistema de elevación y consistentemente con el criterio de la industria, se estima básicamente a partir del Intervalo de tiempo acaecido entre dos partidas consecutivas ( $INT$ ), el cual se puede suponer relacionado con el Tiempo de Viaje Redondo ( $RTT$ ) y el número de ascensores que operan simultáneamente ( $NA$ ), entre otros.

$$INT \sim \frac{RTT}{NA} \quad (3.16)$$

Asimismo, basados en la evidencia en la literatura [5], [6], [7] es de esperar que el Intervalo ( $INT$ ) constituya un objetivo antagónico del Consumo, lo cual resultará en una relación de “Trade-off” entre éstos.

### 3.1.8 Codependencia

La codependencia intertemporal de las variables aleatorias deriva del hecho que el valor presente, denotado por “ $t$ ”, del número de pasajeros que abordan y desembarcan en la planta cero, depende del valor pasado de Tiempo de Viaje Redondo  $RTT(t-1)$ , que a su vez depende de los valores pasados del número de pasajeros  $K_a(t-1)$  y  $K_d(t-1)$ , además de los correspondientes términos de error contemporáneos y pasados  $\varepsilon()$ :

$$\begin{cases} K_a(t) = UTD \cdot RTT(t-1) + \varepsilon_a(t) \\ K_d(t) = DTD \cdot RTT(t-1) + \varepsilon_d(t) \\ RTT(t-1) = f(K_a(t-1), K_d(t-1), \varepsilon_{rtt}(t-1)) \end{cases} \quad (3.17)$$



## 3.2 Plano de la Tesis

Los desarrollos analíticos de esta Tesis se acompañan de un ejemplo de Aplicación Límite de Servicio (ALS), el cual demuestra la aplicabilidad de la metodología propuesta. Este ejemplo de implementación se ha determinado sobre la base de la evidencia estadística reseñada e interpretada en el Capítulo 1, y la cual hace suponer que por su complejidad, la ALS da cobertura al 95% del parque edificatorio en altura español. En cuanto a la estructura de la Tesis, ésta obedece a la necesidad de familiarizar al lector con el tema, por lo cual se han dispuesto en primer término los capítulos relacionados con el desarrollo del Modelo de Consumo Intrínseco, para en segundo lugar proceder con el Modelo de Tráfico. A continuación se expone la estructura por capítulos, la cual incluye una breve reseña de las actividades, con relación directa a la problemática previamente expuesta.

### Capítulo 4 Modelo Cinemático-Dinámico

El objetivo de este Capítulo consiste en **determinar un conjunto de funciones paramétricas asociadas con el consumo energético teórico de los ascensores**. En primer lugar, suponiendo un movimiento ascendente, se definirán las expresiones analíticas por tramos correspondientes a la aceleración, velocidad y recorrido. En segundo lugar se estudiará la dinámica del ascensor, para lo que, atendiendo a lo que se denomina “operación en cuatro cuadrantes”, se determinarán los instantes específicos de conmutación entre régimen “motor” y “generador”, lo que tiene especial importancia para el cómputo de la energía efectivamente consumida. En tercer lugar se obtendrá la expresión por casos de la energía total consumida en ascenso. Finalmente, se demostrarán una serie de relaciones que permiten, a partir de las expresiones de la energía consumida en ascenso, determinar la correspondiente en descenso, así como las energías generadas tanto en ascenso como descenso.

### Capítulo 5 Determinación de las Matrices de Energía

Este Capítulo tiene por cometido la **determinación numérica de las Matrices de Energía para la Aplicación Límite de Servicio**. Con este objetivo, se hará uso de las expresiones demostradas en el Capítulo 4, además de una serie de valores numéricos para los parámetros que en éstas intervienen y cuya determinación es el objeto del primer y segundo apartados de este Capítulo. En tercer lugar se determinarán numéricamente y validarán las Matrices de Energía, para lo cual se construirá un modelo en recurrencias en lo que podría considerarse una simulación.

### Capítulo 6 Planteamiento “Up-Peak” y “Down-Peak”

El objetivo del capítulo consiste en **determinar en un primer tiempo las características del grupo de ascensores que satisface los requerimientos de la Aplicación Límite de Servicio (ALS)**, para lo cual se construye progresivamente un procedimiento de “Dimensionamiento” con fundamentos estocásticos, el cual se implementa en paralelo a la ALS, proporcionando una perspectiva concreta de los desarrollos teóricos. En segundo lugar, una vez determinadas las características de los

ascensores que componen el grupo, se **determinarán las Matrices de Descomposición Condicional**, que describen la probabilidad con que acontecen los trayectos individuales, por carga y longitud, dado que un determinado número de pasajeros aborda la cabina en la planta de acceso. Para ello se hará uso de dos enfoques cualitativamente distintos, el primero basado en el computo por medio de un “algoritmo de fuerza bruta”, el segundo por Métodos Monte-Carlo.

## Capítulo 7 Tráfico Mixto

El objetivo del capítulo consiste en **definir las expresiones que caracterizan al consumo energético de los ascensores bajo condiciones de “Tráfico Mixto”**, lo que supone un desarrollo analítico extenso sobre la base de los conceptos previamente introducidos. En primer lugar se demostrará que las Matrices de Descomposición Condicional (MDC), determinadas en el Capítulo 6, son extensivas a las fases ascendente y descendente en carga de la condición de Tráfico Mixto ((a) y (c), Figura 3.1). En segundo lugar se determinarán analíticamente las MDC de los movimientos de transición en vacío ((b), Figura 3.1). En tercer lugar se extenderá el alcance del modelo estocástico de tráfico y discutirán las condiciones del Estado Estacionario, de donde sucesivamente se determinarán las Matrices de Tráfico Diarias. Por último, se demostrarán las expresiones matriciales correspondientes al Consumo Energético Diario.

## Capítulo 8 Implementación y Resultados

El cometido del capítulo consiste en llevar a cabo la **implementación del modelo** desarrollado a lo largo de los Capítulos 4 a 7. Consistentemente con los objetivos de la presente Tesis, este Capítulo aportará finalmente **respuesta a nivel formal en relación al dimensionamiento por medios estadísticos de la masa del contrapeso**, para lo cual se discuten las repercusiones que el ajuste de esta variable tiene en términos de una eventual sobrecarga motriz transitoria. Por otro lado, mediante la implementación iterada del modelo y variando las estrategias de operación por número de ascensores simultáneamente en operación, se **explorará la relación de “Trade-off” entre el consumo energético y la calidad en el servicio**. Finalmente, habiendo explorado las relaciones de “Trade-off” y los límites de lo técnicamente asumible en términos de las conjeturas *ad hoc* formuladas, se conciliarán los diferentes objetivos, *i.e.* consumo energético, calidad en el servicio, magnitud y propensión de una eventual sobrecarga motriz; en una estrategia y porcentaje de contrapeso, lo que supondrá en último término una solución “razonable” con atributos “deseables”.

## Comentario Final

En retrospectiva, la estructura metodológica de esta Tesis satisface las cuatro Reglas del Método enunciadas por Descartes en el Discurso del Método:

“El primero, no admitir jamás cosa alguna como verdadera sin haber conocido con evidencia que así era.

El segundo, en dividir cada una de las dificultades que examinare, en tantas partes fuere posible y en cuantas requiriese su mejor solución.

El tercero, en conducir con orden mis pensamientos, empezando por los objetos más simples y más fáciles de conocer, para ascender poco a poco, gradualmente, hasta el conocimiento de los más compuestos, e incluso suponiendo un orden entre los que no se preceden naturalmente.

Y el último, en hacer en todo recuentos tan integrales y unas revisiones tan generales, que llegase a estar seguro de no omitir nada”

En relación a la primera y en la medida de lo posible se aportará evidencia, fundamentalmente analítica o documental, a cada paso de desarrollo. En relación a la segunda, la aplicación del Teorema de la Probabilidad Total (TPT) y la Propiedad de Divisibilidad de la Distribución Poisson sustentan la fragmentación del problema de forma sin precedentes en la literatura. En cuanto a la tercera, el empleo de la probabilidad condicional posibilita restringir la incertidumbre en el análisis focalizado y progresivo, asumiendo supuestos y restricciones que en etapas sucesivas se levantan. Adicionalmente, la estructura de la Tesis parte de los eventos más sencillos, como el estudio del Up-Peak en el Capítulo 6, para progresivamente ganar generalidad en el estudio de los fenómenos más complejos como el Tráfico Mixto del Capítulo 7. Finalmente, la integración de los resultados parciales está garantizada por el TPT, en cuanto a la significancia de los supuestos e hipótesis asumidos. Sucesivas investigaciones determinarán su incidencia, así como la robustez metodológica de la presente investigación en lo que en último término es el proceso dialéctico del conocimiento.

## Referencias de Capítulo

- [1] Gina Carrol Barney, Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice. London: Taylor & Francis Routledge, 2003.
- [2] Antonio Miravete and E. Larrodé, Elevadores: Principios e Innovaciones. Barcelona, España: Reverté Barcelona, 2007.
- [3] George Strakosch, The Vertical Transportation Handbook. New York: John Wiley and Sons, 1998, 3a ed.
- [4] Richard David Peters, "Vertical Transportation Planning in Buildings," Department of Electrical Engineering and Electronics, Brunel University, Doctoral dissertation 1998.
- [5] Richard Peters and Arup Group Ltd., "Mathematical Modelling of Lift Drive Motion and Energy Consumption," in Proceedings of CIBSE National Conference 1995, 1995.
- [6] Tapio Tyni and Jari Ylinen, "Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem," European Journal of Operational Research, no. 169, pp. 960-977, 2006.
- [7] Rory Smith and Richard Peters, "Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm," Elevator Technology , no. 14, 2004.

## Capítulo 4

# Modelo Cinético-Dinámico

### Introducción

El objetivo de este capítulo consiste en determinar un conjunto de funciones paramétricas asociadas con el consumo energético teórico de los ascensores. El desarrollo del estudio se lleva a cabo en el marco teórico de la Física clásica, recurriendo paralelamente a herramientas de calculo integral y de algebra matemática. La estructura del capítulo consta de tres apartados cuya contribución acumulada culmina con las expresiones por tramos que definen a las energías, consumida y generada, para los movimientos ascendentes y descendentes.

En **primer apartado** tiene por objetivo la definición de la **cinemática del sistema** partiendo de la especificación de la aceleración que, contrariamente a las expectativas, es una de las magnitudes menos representadas en la literatura pese a ser posiblemente la más fundamental, ya que a partir de ésta se deducen la velocidad y desplazamiento.

A continuación, en el **segundo apartado**, se lleva a cabo el **estudio dinámico del sistema**, haciendo especial énfasis en las condiciones de operación en cuatro cuadrantes y sus implicaciones en el cómputo de la energía efectivamente consumida. Como resultado de los desarrollos de este apartado se obtendrá la expresión de la energía consumida suponiendo exclusivamente un movimiento ascendente.

Finalmente, en el **tercer apartado** se determinarán y **demonstrarán las relaciones de equivalencia** que permiten, a partir de las expresiones analíticas relativas a la energía consumida en ascenso, calcular la energía consumida en descenso, así como la generada tanto en ascenso como descenso.

## Nomenclatura

$a(t)$	Aceleración función por tramos en el tiempo
$A$	Valor máximo que alcanza la aceleración, también referido como módulo ( $m/s^2$ ), Figura 4.2, variable de confort
$a_n$	Aceleración “natural” que exprimiría el conjunto viajero en ausencia de fuerza motriz ( $m/s^2$ )
$da/dt$	Variación o “pendiente” de la aceleración (jerk), variable de confort
$D$	Distancia vertical que separa origen y destino (m)
$D_{ace}$	Distancia requerida para acelerar la cabina a velocidad de crucero (m)
$D_{fre}$	Distancia de frenada (m)
$D_{ter}$	Distancia recorrida a velocidad de crucero (m)
$DC$	Dominio de consumo que comprende todos los intervalos de operación en régimen “motor”
$DG$	Dominio de generación que comprende todos los intervalos de operación en régimen “generador”
$\phi$	Instante de conmutación entre régimen “generador” a “motor” en la fase de aceleración
$\varphi$	Instante de conmutación entre régimen “motor” a “generador” en la fase de frenada
$m_1 = m_c + m_e$	Masa del conjunto viajero (kg)
$m_2 = m_e + \mu \cdot m_{max}$	Masa del contrapeso (kg)
$m_c$	Masa de la carga útil transportada en cabina (kg)
$m_e$	Masa de la cabina en vacío (kg)
$m_{max}$	Capacidad o carga máxima de cabina (kg)
$M = m_1 + m_2$	Suma de masas (kg)
$\mu$	Porcentaje de contrapeso (%)
$P(t)$	Potencia instantánea (W)
$T$	Tiempo total de duración del movimiento
$T_m$	Fuerza ejercida por el motor (N)
$\tau$	Semiperiodo de tiempo de aceleración y frenada, Figura 4.2
$\Theta$	Parámetro tecnológico para ascensores “geared” o con “regenerador”
$v(t)$	Velocidad en función por tramos en el tiempo
$V_{ter}$	Velocidad terminal, de consiga o de crucero en fase de movimiento uniforme, Figura 4.3
$W_i^j \Big _k^m$	<p><math>W</math> : Energía (J)</p> <p>subíndice <math>i</math> : <math>\begin{cases} c : \text{consumida} \\ g : \text{generada} \end{cases}</math></p> <p>superíndice <math>j</math> : <math>\begin{cases} a : \text{ascenso} \\ d : \text{descenso} \end{cases}</math></p> <p><math>k</math> : borne inferior de integración (tiempo, s)</p> <p><math>m</math> : borne superior de integración (tiempo, s)</p>
$x(t)$	Desplazamiento o recorrido función por tramos en el tiempo, Figura 4.4



## Primer Apartado

### 4.1 Modelo Cinemático

#### Introducción

El objetivo de este primer apartado consiste en determinar las expresiones analíticas asociadas a la aceleración, velocidad y desplazamiento. Con este objetivo se hace uso de las herramientas tradicionales de cálculo y la definición de función por tramos, para lo cual se definen los tiempos que determinan el inicio de cada una de las fases del movimiento. Sin pérdida de generalidad, en este apartado se supone un movimiento ascendente, referido a la cabina de pasajeros, estableciéndose adicionalmente una convención positiva ascendente de signo para la aceleración, velocidad y desplazamiento, convención que se ilustra en la Figura 4.1 a continuación.

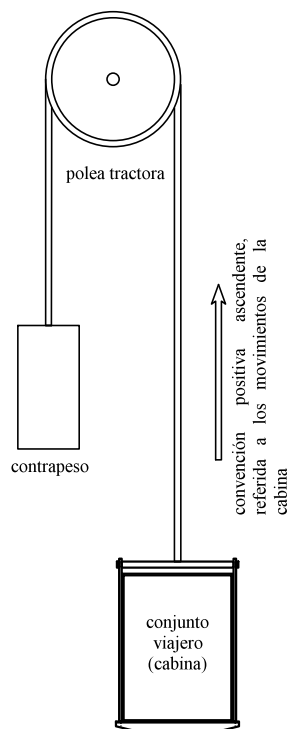


Figura 4.1 Convención de signo, positividad ascendente

#### 4.1.1 Condiciones de Confort

El modelo cinemático se desarrolla comenzando por la especificación de la aceleración, la cual pese a ser la más importante de las magnitudes, ya que a partir de ésta se deducen la velocidad y desplazamiento, dicha magnitud es insuficientemente descrita en la literatura, tanto de investigación como en los libros de texto. Entre las especificaciones referidas en la literatura figuran aquellas que hacen uso de una o dos aceleraciones constantes, las cuales contravienen las recomendaciones de confort que rigen a la variación de la aceleración. En este sentido únicamente dos fuentes abundan

en relación a los requerimientos de confort [1] [2] fijando valores tanto para la aceleración máxima  $0,5 m/s^2 < \|A\| < 1,5 m/s^2$ , así como la variación máxima de ésta  $da/dt < 2,4 (m/s^3 \text{ o } jerk)$ . En relación específicamente a ésta última, dicha condición tiene por objeto evitar exponer a los pasajeros a cambios súbitos en la aceleración, frente a los cuales el ser humano es tolerante pero sensible; requisito que no se satisface en los casos en que se asume una o dos aceleraciones constantes, ya que esto implica someter a los ocupantes a una variación teóricamente infinita, como se demuestra a continuación:

$$a(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t_0^- \\ A & \text{para } t_0^+ \end{cases}$$

entonces:

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{da}{dt} = \infty$$

Como alternativa la literatura refiere, o se infiere a partir de las trayectorias de la velocidad, especificaciones basadas en la forma trapezoidal y triangular [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]. La diferencia en la elección entre ambas reside en la magnitud de la velocidad de cruce y la longitud del trayecto, ya que como Peters [3] demuestra asumiendo una especificación trapezoidal, la sucesión próxima de paradas resulta en una operación truncada, que para el caso de paradas en plantas consecutivas resulta en una geometría virtualmente triangular de la aceleración. Así, considerando la dominancia estadística de las edificaciones de baja altura expuesta en el Capítulo 1, y suponiendo a priori una velocidad reducida de operación próxima a 1m/s para los ascensores que sirven en dichas edificaciones, la elección de un patrón triangular para la aceleración se revela la opción más verosímil. En el Capítulo 5 se aportará evidencia a favor de dicho supuesto, en particular comparándolo con otras especificaciones desarrolladas al margen de este documento. En la Figura 4.2 se ilustra la evolución en el tiempo de la aceleración basada en la especificación triangular, asumiendo un movimiento en ascenso.

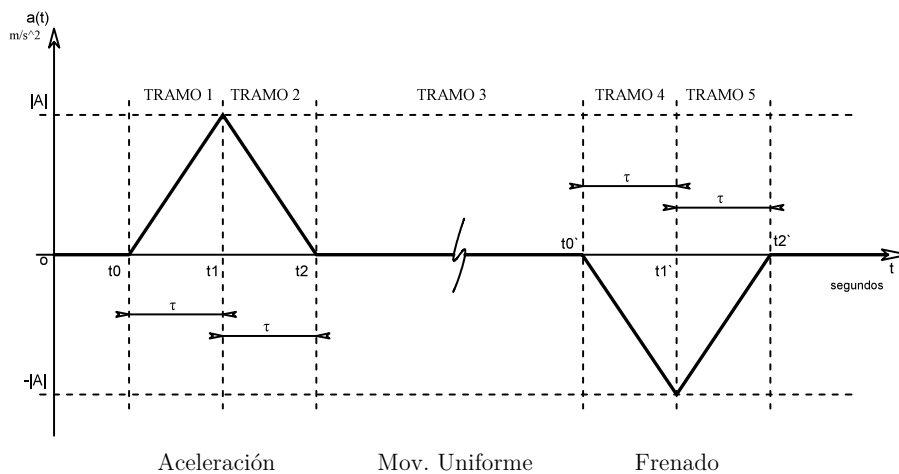


Figura 4.2 Patrón de aceleración triangular para movimiento ascendente

Nótese específicamente en esta figura la definición de los cinco “tiempos” asociados con la definición funcional por tramos de la aceleración; donde los tramos 1 y 2 corresponden a la aceleración y serán referidos sucesivamente como primero y segundo periodos de aceleración; a continuación el tramo 3 describe el periodo de movimiento uniforme, finalmente los tramos 4 y 5 correspondientes a la desaceleración serán sucesivamente referidos como primero y segundo periodos de frenada respectivamente. Considerando que la cinemática del sistema hace uso del tiempo en cuanto variable independiente y que la definición por tramos está basada en los diferentes intervalos de tiempo, que a su vez dependen de la distancia que separa origen y destino por lo que es necesario definir en primer término los tiempos asociados a los diferentes periodos de movimiento.

#### 4.1.2 Determinación de los Tramos

Con la finalidad de determinar los valores temporales de los límites que definen los rangos de la función por tramos es necesario en primer término establecer la expresión analítica de la distancia de aceleración, que por simetría es igual a la distancia de frenado. Se puede demostrar que la definición funcional por tramos para el primer y segundo periodos de aceleración es igual a:

$$a(t) = \begin{cases} \frac{A}{\tau} \cdot t & \text{si } 0 < t < \tau \\ 2 \cdot A - \frac{A}{\tau} \cdot t & \text{si } \tau < t < 2\tau \end{cases}$$

De donde, por integración de la función de aceleración, se obtienen las expresiones correspondientes a la velocidad para los periodos de aceleración:

para  $0 < t \leq \tau$

$$v_1(t) = \int \frac{A}{\tau} \cdot t \, dt = \frac{A}{\tau} \cdot \int t \, dt = \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot t^2$$

para  $\tau < t \leq 2\tau$

$$\begin{aligned} v_2(t) &= \int_0^{\tau} \frac{A}{\tau} \cdot t \, dt + \int_{\tau}^t 2 \cdot A - \frac{A}{\tau} \cdot t \, dt = \left[ \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot t^2 \right]_0^{\tau} + 2A \cdot \int_{\tau}^t dt - \frac{A}{\tau} \cdot \int_{\tau}^t t \, dt = \left[ \frac{A \cdot \tau}{2} \right] + 2A \cdot [t]_{\tau}^t - \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot [t^2]_{\tau}^t \\ &= -A\tau + 2A \cdot t - \frac{A \cdot t^2}{2\tau} \end{aligned}$$

$$v(t) = \begin{cases} \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot t^2 & \text{si } 0 < t \leq \tau \\ -A\tau + 2A \cdot t - \frac{A \cdot t^2}{2\tau} & \text{si } \tau < t \leq 2\tau \end{cases}$$

A continuación, evaluando la función de velocidad, se determina la expresión correspondiente a la velocidad terminal de cruceo  $V_{ter}$ :

$$v(2\tau) = -A\tau + 2A \cdot (2\tau) - \frac{A \cdot (2\tau)^2}{2\tau} = A\tau$$

$$\therefore V_{ter} = A\tau \quad (4.1)$$

Obteniendo sucesivamente las expresiones correspondientes al desplazamiento y nuevamente por integración sobre las expresiones de la velocidad, se tiene que:

para  $0 < t \leq \tau$

$$x_1(t) = \int \frac{A}{2\tau} \cdot t^2 dt = \frac{A}{2\tau} \cdot \int t^2 dt = \frac{A}{6 \cdot \tau} \cdot t^3$$

para  $\tau < t \leq 2\tau$

$$x_2(t) = \int_0^{\tau} \frac{A}{2\tau} \cdot t^2 dt + \int_{\tau}^t -A\tau + 2A \cdot t - \frac{A}{2\tau} \cdot t^2 dt = \frac{A\tau^2}{3} - A\tau \cdot t + A \cdot t^2 - \frac{A}{6\tau} t^3$$

$$x(t) = \begin{cases} \frac{A}{6 \cdot \tau} \cdot t^3 & \text{si } 0 < t \leq \tau \\ \frac{A\tau^2}{3} - A\tau \cdot t + A \cdot t^2 - \frac{A}{6\tau} t^3 & \text{si } \tau < t \leq 2\tau \end{cases}$$

Evaluando la función para  $2\tau$  se obtiene, a continuación, la expresión de la distancia de aceleración:

$$x(2\tau) = \frac{A\tau^2}{3} - A\tau \cdot (2\tau) + A \cdot (2\tau)^2 - \frac{A}{6\tau} (2\tau)^3 = A\tau^2$$

$$D_{ace} = A\tau^2 \quad (4.2)$$

Finalmente, una vez conocidas las expresiones de la velocidad terminal y la distancia de aceleración, es posible determinar los tiempos que definen los intervalos de las funciones por tramos para la totalidad del movimiento. Asumiendo:

$D$ : distancia entre origen y destino del movimiento (m)

Sabiendo que la distancia de aceleración y frenada son de igual magnitud, se obtiene que la distancia recorrida por el ascensor a velocidad de cruce es igual a:

$$D_{ter} = D - 2D_{ace} = D - 2A\tau^2$$

Lo que implica que la duración del periodo de movimiento uniforme es igual a:

$$t_{ter} = \frac{D - 2D_{ace}}{V_{ter}} = \frac{D - 2A\tau^2}{A\tau} = \frac{D}{V_{ter}} - 2\tau$$

Con lo que los tiempos que definen las funciones por tramos ligadas a la cinemática del sistema serán:

$$t = \begin{cases} \text{primer periodo de aceleración} & 0 < t \leq \tau \\ \text{segundo periodo de aceleración} & \tau < t \leq 2\tau \\ \text{movimiento a velocidad de cruce} & 2\tau < t \leq D/V_{ter} \\ \text{primer periodo de frenada} & D/V_{ter} < t \leq D/V_{ter} + \tau \\ \text{segundo periodo de frenada} & D/V_{ter} + \tau < t \leq D/V_{ter} + 2\tau \end{cases} \quad (4.3)$$

### 4.1.3 Aceleración

Una vez definidos los intervalos de tiempo que caracterizan cada uno de los periodos de movimiento, es posible escribir la función por tramos que caracteriza a la aceleración como:

$$a(t) = \begin{cases} a_1 = \frac{A}{\tau} t & 0 < t \leq \tau \\ a_2 = 2A - \frac{A}{\tau} \cdot t & \tau < t \leq 2\tau \\ a_3 = 0 & 2\tau < t \leq D/V_{ter} \\ a_4 = \frac{A \cdot D}{\tau \cdot V_{ter}} - \frac{A}{\tau} \cdot t & D/V_{ter} < t \leq D/V_{ter} + \tau \\ a_5 = -\frac{A}{\tau} \left( \frac{D}{V_{ter}} + 2\tau \right) + \frac{A}{\tau} \cdot t & D/V_{ter} + \tau < t \leq D/V_{ter} + 2\tau \end{cases} \quad (4.4)$$

### 4.1.4 Velocidad

A continuación determinando por integración la expresión por tramos correspondiente a la velocidad, se tiene que:

$$v(t) = \begin{cases} v_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{\tau} t^2 & 0 < t \leq \tau \\ v_2 = V_{ter} - \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{\tau} (t - 2\tau)^2 & \tau < t \leq 2\tau \\ v_3 = V_{ter} & 2\tau < t \leq D/V_{ter} \\ v_4 = V_{ter} - \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{\tau} \left( t - \frac{D}{V_{ter}} \right)^2 & D/V_{ter} < t \leq D/V_{ter} + \tau \\ v_5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{\tau} \left( t - \frac{D}{V_{ter}} - 2\tau \right)^2 & D/V_{ter} + \tau < t \leq D/V_{ter} + 2\tau \end{cases} \quad (4.5)$$

Que se puede expresar, en términos iterados de la aceleración, como:

$$v(t) = \begin{cases} v_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot t & 0 < t \leq \tau \\ v_2 = V_{ter} + \frac{1}{2} a_2 \cdot (t - 2\tau) & \tau < t \leq 2\tau \\ v_3 = V_{ter} & 2\tau < t \leq D/V_{ter} \\ v_4 = V_{ter} + \frac{1}{2} a_4 \cdot \left( t - \frac{D}{V_{ter}} \right) & D/V_{ter} < t \leq D/V_{ter} + \tau \\ v_5 = \frac{1}{2} a_5 \cdot \left( t - \frac{D}{V_{ter}} - 2\tau \right) & D/V_{ter} + \tau < t \leq D/V_{ter} + 2\tau \end{cases} \quad (4.6)$$

A continuación, para efectos de representación y sin pérdida de generalidad, se ilustra en la Figura 4.3 la velocidad resultante de la especificación triangular de la aceleración.

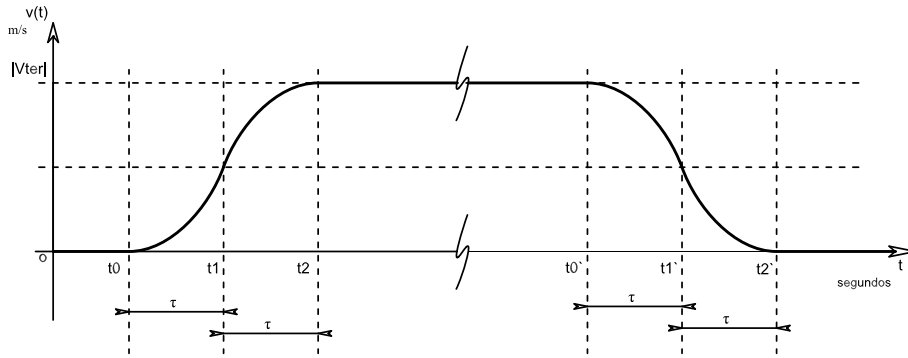


Figura 4.3 Velocidad

#### 4.1.5 Desplazamiento

En cuanto al desplazamiento o recorrido, la función por tramos resultante de la integración en el tiempo de la velocidad es igual a:

$$x(t) = \begin{cases} x_1 = \frac{A}{6 \cdot \tau} \cdot t^3 & 0 < t \leq \tau \\ x_2 = \frac{A\tau^2}{3} - A\tau \cdot t + A \cdot t^2 - \frac{A}{6\tau} t^3 & \tau < t \leq 2\tau \\ x_3 = A\tau^2 + V_{ter} \cdot (t - 2\tau) & 2\tau < t \leq D/V_{ter} \\ x_4 = D - \frac{A}{6\tau} \left( t - \frac{D}{V_{ter}} \right)^3 + V_{ter} \left( t - \frac{D}{V_{ter}} \right) - A\tau^2 & D/V_{ter} < t \leq D/V_{ter} + \tau \\ x_5 = D + \frac{A}{6\tau} \left( t - \frac{D}{V_{ter}} - 2\tau \right)^3 & D/V_{ter} + \tau < t \leq D/V_{ter} + 2\tau \end{cases} \quad (4.7)$$

Que a su vez admite la reescritura iterada en función de las velocidades contemporáneas tal que:

$$x(t) = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} v_1 \cdot t & 0 < t \leq \tau \\ x_2 = -D_{ace} + \frac{1}{3} (t - 2\tau) [v_2 - V_{ter}] + V_{ter} \cdot t & \tau < t \leq 2\tau \\ x_3 = D_{ace} + V_{ter} (t - 2\tau) & 2\tau < t \leq D/V_{ter} \\ x_4 = D - D_{ace} + \frac{1}{3} \left( t - \frac{D}{V_{ter}} \right) [v_4 - 2V_{ter}] & D/V_{ter} < t \leq D/V_{ter} + \tau \\ x_5 = D + \frac{1}{3} \left( t - \frac{D}{V_{ter}} - 2\tau \right) v_5 & D/V_{ter} + \tau < t \leq D/V_{ter} + 2\tau \end{cases} \quad (4.8)$$

Como con anterioridad y para efectos de representación, el desplazamiento resultante se ilustra en la Figura 4.4.

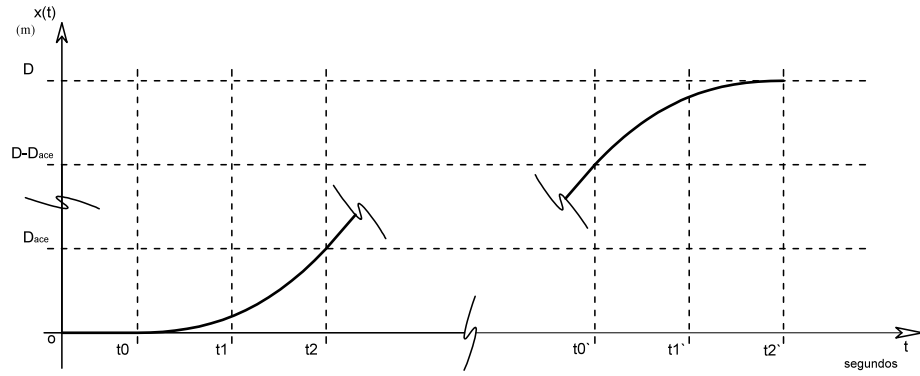


Figura 4.4 Desplazamiento o recorrido

Finalmente, como resultado de los desarrollos de este apartado, se han determinado las funciones por tramos correspondientes a la aceleración, velocidad y recorrido que describen la cinemática de los ascensores.

## Segundo Apartado

### 4.2 Modelo Dinámico

#### Introducción

El objetivo de este segundo apartado consiste en obtener la expresión de la energía teórica consumida suponiendo un movimiento en ascenso, resultado que en apartados posteriores será extendido a los movimientos descendentes, así como a los montos teóricos de energía “generada” tanto para los movimientos ascendentes como descendentes. El mayor desafío que entraña el presente apartado es determinar los instantes para los cuales el régimen de operación del motor permuta entre el modo motriz y el modo generador, en lo que se conoce como operación en cuatro cuadrantes.

#### 4.2.1 Sistema Material

$$m_1 = m_c + m_e$$

$m_c$  : masa de la carga útil

$m_e$  : masa de la cabina en vacío

$m_2$  : masa del contrapeso

$T_1$  : tensión del segmento de cable de cabina

$T_2$  : tensión del segmento de cable de contrapeso

$T_m$  : fuerza ejercida por el grupo electromotor

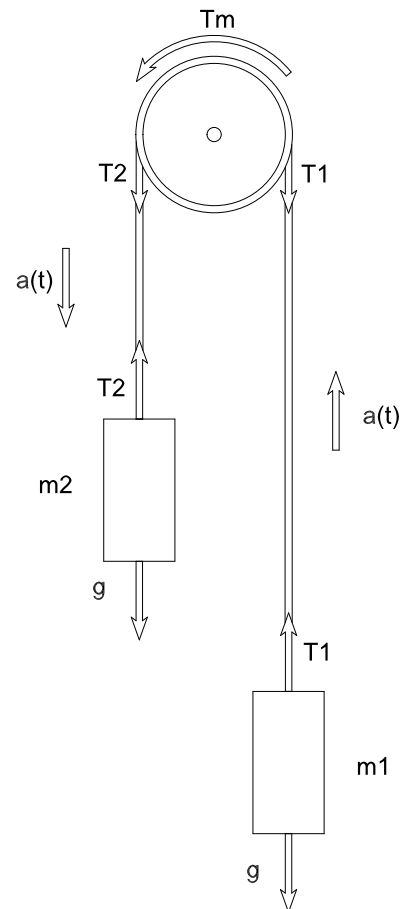


Figura 4.5 Definición del Sistema Material

El sistema material propuesto para el estudio del modelo paramétrico de consumo energético contempla los siguientes elementos, según se representan en la Figura 4.5:



- la masa  $m_1$  que representa la masa combinada de la cabina más la masa de la carga útil;
- la masa  $m_2$  que representa la correspondiente al contrapeso;
- la tensión  $T_1$  que actúa en el segmento de cable entre el punto de contacto de la polea motriz y la masa  $m_1$ ;
- la tensión  $T_2$  que actúa en el segmento de cable entre el punto de contacto de la polea motriz y la masa  $m_2$ ;
- la fuerza  $T_m$  que representa la fuerza ejercida por el motor sobre el cable de suspensión.

#### 4.2.2 Supuestos del Modelo

En lo que se refiere a los supuestos asumidos para el desarrollo del modelo dinámico, el más fundamental consiste en la estimación teórica simplificada de la energía consumida en un desplazamiento individual por carga y longitud, asumiendo en primera instancia movimientos ascendentes. En sucesivos apartados se generalizan dichas expresiones a los movimientos descendentes, así como la energía teórica generada como resultado de la operación en cuatro cuadrantes. Como antecedentes notables figuran la investigación doctoral de Peters [3] y una sucesiva publicación [10], las cuales, pese a ser posiblemente las fuentes más explícitas, no desarrollan expresiones analíticas exhaustivas para la energía consumida que puedan ser retomadas en términos de la presente investigación. Otro aspecto esencial que ha determinado la necesidad de asumir supuestos simplificados tiene que ver con el enfoque y alcance de la tesis, ya que ésta reúne en un único documento la dimensión determinística del consumo por carga y longitud con la naturaleza estocástica del tráfico, a través de una metodología sin precedentes en la literatura, caracterizada por un extenso planteamiento analítico. A continuación se refieren los supuestos simplificadores asumidos en la modelización de la dinámica del ascensor.

#### Masa de los Cables de Suspensión

La masa de los cables de suspensión, cuya longitud es fija pero varía a cada lado de la polea de suspensión, según la posición del conjunto viajero y contrapeso, se considera despreciable. Este supuesto es usual en la literatura, ya que de ser significativa la variación de la masa implicada, requeriría la instalación de una cadena de compensación para garantizar la adecuada fricción entre los cables y la polea tractora.

#### Pérdidas por Rozamiento

En lo que se refiere a las pérdidas por rozamiento mecánico o aerodinámico, es decisión de esta investigación excluir la incidencia de dichas variables dada la dificultad de su estimación, considerando de facto despreciable su incidencia, y como en la totalidad de la literatura consultada.

## Instalaciones Ancilares

El ascensor en su conjunto comprende una serie de instalaciones periféricas al tren de tracción que aunque indispensables son por regla general excluidas de las estimaciones energéticas. En la especificación del consumo energético se excluyen los siguientes:

- Iluminación de la cabina y hueco del ascensor
- Ventilación del hueco
- Calefacción y/o aire acondicionado de cabina
- Consumo asociado a la operación de las puertas
- Consumos de las botoneras y “displays” tanto de rellano como de cabina.
- Consumos de la Central de Control de Tráfico

El supuesto se asume por razones consuetudinarias, además de la dificultad y variabilidad tanto en el tiempo como por tecnología de los consumos asociados a todos los anteriores.

## Inercias rotacionales

La inercia rotacional, expresada en su forma más simple a través del momento de inercia, es en términos coloquiales la “resistencia” que un cuerpo presenta ante los cambios en su estado de rotación (velocidad angular) alrededor de un eje. Los trenes de tracción de los ascensores, dependiendo de su tecnología, pueden estar compuestos por una serie de elementos mecánicos, que en condiciones de operación alteran su estado de rotación, para lo cual se requiere inyectar o sustraer energía del sistema, además de la requerida para el desplazamiento lineal de las masas del conjunto viajero y contrapeso, las cuales están sometidas a la inercia de masa. En términos generales, la energía cinética de un cuerpo en rotación se expresa como:

$$E_k = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

Donde:

$E_k$ : Energía cinética rotacional (J)

$J$ : Momento de Inercia alrededor del eje de rotación ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )

$\omega$ : Velocidad angular (rad/s)

Peters [3] considera significativo el efecto de la inercia rotacional suponiendo el caso de un ascensor con reductor (geared), por lo que determina una expresión para el momento de inercia equivalente del sistema de tracción, asumiendo posteriormente un valor numérico arbitrario de  $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , principalmente debido a la extrema dificultad que conlleva determinar los valores de las variables que intervienen en dicha especificación. No obstante, para el caso de los ascensores de accionamiento directo (gearless) y como se demostrará a continuación, la significancia de la inercia rotacional del motor es notablemente inferior, dada la reducida velocidad de rotación y ausencia de reductor en el tren motriz. Así, suponiendo un mismo diámetro de la polea tractora, modo de suspensión y densidad de potencia para motores geared y gearless; además de retomar la relación de reducción empleada por Peters de 20:1, la energía cinética

almacenada en ambos sistemas para una misma velocidad de rotación de la polea tractora será a grandes rasgos igual a:

$$\begin{array}{l|l} \text{Geared (Peters 1998)} & \text{Gearless} \\ E_{kP} = \frac{1}{2} J_1 \cdot (20 \cdot \varpi)^2 + \underbrace{\frac{1}{2} J_x \cdot \varpi^2}_{\varepsilon} & E_{kDD} = \frac{1}{2} J_2 \cdot \varpi^2 \end{array}$$

Si consideramos que el sistema gearless hace uso de un motor de flujo axial de magnetos permanentes, que por regla general tienen una geometría de disco con un radio de 2 a 3 veces mayor que los de tecnología radial geared y asumiendo la misma densidad de potencia, los momentos de inercia para ambos sistemas se estimarán:

$$\begin{array}{l|l} \text{Geared (Peters 1998)} & \text{Gearless} \\ J_1 = m \cdot r^2 & J_2 = m \cdot (3 \cdot r)^2 \\ & J_2 = 9 \cdot m \cdot r^2 \end{array}$$

$$\therefore J_2 = 9 \cdot J_1$$

Finalmente inyectando los anteriores resultados en la estimación de la energía cinética por tecnología se obtiene:

$$\begin{array}{l|l} \text{Geared (Peters 1998)} & \text{Gearless} \\ E_{kP} = \frac{1}{2} J_1 \cdot (20 \cdot \varpi)^2 + \varepsilon & E_{kDD} = \frac{9}{2} J_1 \cdot \varpi^2 \\ E_{kP} = 200 J_1 \cdot \varpi^2 + \varepsilon & \\ \therefore E_{kP} > 40 \cdot E_{kDD} & \end{array}$$

En conclusión, y bajo los supuestos anteriormente expuestos, la energía almacenada en los sistemas de accionamiento directo ascendería a un 2,25% de la correspondiente a los sistemas con reductor. Considerando dicho resultado y dado que el caso estudiado en este documento refiere a la tecnología motriz de flujo axial, magnetos permanentes y accionamiento directo se estima no significativa la contribución de la inercia rotacional, razón por la que se excluye los momentos de inercia del presente modelo. Adicionalmente, la persistente carencia de informaciones en relación a las variables implicadas supone que, de haberse decidido incluir dichos parámetros, se habría tenido que fijar de manera arbitraria un valor conjunto. Finalmente y como se describirá más adelante, las aproximaciones asumidas en la especificación del modelo dinámico y por ende la energía consumida, son subsanables a través de la posterior inclusión de valores empíricos, lo que es posible dada la estructura metodológica de la presente investigación.

## Eficiencia Motriz

La eficiencia de los motores es un factor que incide de forma significativa en el consumo energético del tren de tracción ya que, dependiendo de la tecnología, ésta puede variar entre un 75% y 97% [11] (valor máximo en condiciones nominales de operación), siendo los más eficientes los motores de magnetos permanentes. Si bien la eficiencia de los motores es frecuentemente referida y caracterizada en los modelos como un porcentaje fijo, la realidad es que ésta depende fuertemente de las condiciones de operación, par

motor y velocidad angular; razón por la que los fabricantes de motores genéricos incluyen en sus especificaciones las curvas de eficiencia en función de la potencia o velocidad angular, caracterización que desgraciadamente no está disponible en el caso de los motores destinados a los ascensores. Ante la carencia de datos y entendiendo que la adopción de un valor fijo equivale a afectar las sucesivas matrices de energía por un factor constante y poco verosímil, es decisión de la presente investigación proceder a calcular toda estimación excluyendo la influencia de la eficiencia, supuesto que, en todo caso, resulta subsanable mediante la inclusión de valores empíricos para sucesivas investigaciones.

### **Consumos del Convertidor-VVVF**

La operación del convertidor que alimenta al motor implica previsiblemente un consumo pasivo, constante en el tiempo, así como un consumo variable posiblemente función de la potencia de alimentación requerida por el motor para cada una de las fases de movimiento. En este sentido, la literatura consultada no precisa una estimación de la significancia que éstos pueden tener en el total y aun cuando Peters [3] destina un breve pasaje a la operación del convertidor, no aporta ningún detalle sobre la manera en que dichos aspectos han sido interiorizados en el cálculo de la energía. Aun reconociendo la incidencia que pueden tener estos consumos, principalmente por el hecho de ser elementos de potencia, la carencia de informaciones y datos imposibilitan la inclusión de dichas variables en el modelo objeto de la presente tesis.

### **Supuestos; Comentario Final**

En el pasaje inmediatamente anterior se han reseñado las variables y supuestos más importantes que se asumen en vista del desarrollo ulterior del modelo dinámico y la determinación de la energía consumida por longitud y carga. Como resultado de lo anterior y entendiendo que la presente investigación constituye un “argumento de plausibilidad” que precede a una prueba formal; además de la propia extensión y enfoque sin precedentes del trabajo de investigación, el cual reúne la dimensión determinística de los consumos por trayecto (a longitud y carga determinada), con el fenómeno estocástico de tráfico; se juzga necesario en consecuencia la adopción de los supuestos simplificadores anteriormente expuestos, dejando a sucesivas investigaciones el determinar la incidencia y significancia que éstos tienen sobre los resultados del modelo. Por otro lado y como fue anteriormente anunciado, el diseño metodológico de la presente investigación posibilita que en un futuro se haga uso de valores empíricos; con lo que finalmente se subsanaría toda aproximación aquí asumida.

#### **4.2.3 Equilibrio Dinámico**

En primer lugar, remontándose a la declaración del sistema material y por referencia a la Figura 4.5, a continuación se escribe la ecuación de equilibrio dinámico del sistema:

$$T_m - T_1 + T_2 = 0$$

Donde:

$$T_1 = (g + a(t)) \cdot m_1$$

$$T_2 = (g - a(t)) \cdot m_2$$

Por lo que la ecuación de equilibrio dinámico es igual a:

$$T_m - (g + a(t)) \cdot m_1 + (g - a(t)) \cdot m_2 = 0 \quad (4.9)$$

Resolviendo sucesivamente para  $T_m$  se tiene:

$$T_m = (g + a(t)) \cdot m_1 - (g - a(t)) \cdot m_2$$

La cual admite la siguiente reescritura:

$$T_m = g \cdot (m_1 - m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2) \quad (4.10)$$

Retomando ambas reescrituras a continuación, se observa en la primera expresión el efecto de compensación que, bajo algunas condiciones<sup>1</sup>, puede exhibir la presencia del contrapeso al reducir la magnitud de la fuerza  $T_m$  dado el efecto sustractor del término (2) sobre (1).

$$T_m = \underbrace{(g + a(t)) \cdot m_1}_{(1)} - \underbrace{(g - a(t)) \cdot m_2}_{(2)}$$

$$T_m = \underbrace{g \cdot (m_1 - m_2)}_{(3)} + \underbrace{a(t) \cdot (m_1 + m_2)}_{(4)}$$

Por otro lado, en la segunda expresión, es interesante notar que se pueden distinguir claramente las condiciones ligadas a la estática del sistema (3) y el efecto dinámico (4) del sistema sobre la fuerza  $T_m$ ; destacándose igualmente la presencia del efecto compensador del contrapeso en el término (3), dada la sustracción de masas; efecto que no se presenta en el sumando (4) dado que es necesario un aporte de fuerza de mismo signo para cambiar el estado de movimiento de ambas masas.<sup>2</sup>

#### 4.2.4 Energía

El concepto de energía es análogo al de trabajo donde interviene una fuerza aplicada sobre un sistema material a lo largo de una distancia. En el caso del presente análisis, se observa como particularidad, que tanto la fuerza como la distancia en que actúa son dependientes del tiempo. Por esta razón, considerando intervalos infinitesimales de tiempo, se puede traducir el trabajo total como una suma infinita de productos instantáneos.

---

<sup>1</sup> En este caso estamos suponiendo un movimiento ascendente, por lo que la aceleración se daría en el sentido ilustrado en la Figura 4.5, dando por resultado una reducción en la magnitud de  $T_m$ . Es evidente que dicho efecto compensatorio no se presentaría en el caso de un descenso con la cabina vacía dado que la magnitud de ésta sería mayor que en el supuesto de la no existencia del contrapeso.

$\|(g - a(t)) \cdot m_1 - (g + a(t)) \cdot m_2\| > \|(g - a(t)) \cdot m_1\|$

si

$m_1 \ll m_2$

<sup>2</sup> considerando el estado de reposo como un estado de movimiento de desplazamiento cero

$$\begin{aligned}
W(t) &= T_m(t) \cdot \Delta x(t) \Rightarrow W = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n T_m(t_j^*) \cdot \Delta x(t_j^*) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n T_m(t_j^*) \cdot \frac{dx(t_j^*)}{dt} \Delta t_j^* \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n T_m(t_j^*) \cdot v(t_j^*) \Delta t_j^*
\end{aligned}$$

Si por conveniencia se asume sucesivamente:

$$\frac{d\Omega(t_j^*)}{dt} = T_m(t) \cdot v(t)$$

Entonces:

$$W(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \Omega(t_j^*) \cdot \Delta t_j^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n d\Omega(t_j^*) \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \Delta\Omega(t_j^*) = \Omega(t_b) - \Omega(t_a)$$

Por lo que retornando al producto original, el trabajo se expresa en forma de integral definida.

$$W(t) = \int_{t_a}^{t_b} T_m(t) v(t) dt \tag{4.11}$$

En lo que se refiere a la expresión de la energía (4.11), anteriormente definida, la dificultad consiste en determinar y aplicar los límites de integración consistentemente con el concepto físico subyacente que se desea determinar, ya sea consumo o generación. Lo anterior resulta en particular de la operación en cuatro cuadrantes del motor, por lo que en un mismo ciclo de trabajo, (aceleración, movimiento a velocidad de crucero y frenada) se pueden presentar intervalos sucesivos de consumo y generación.

A manera de **ejemplo** considérese el caso de un movimiento en ascenso para el cual la masa del contrapeso es igual a la masa del conjunto viajero ( $m_2 = m_1$ ), adicionalmente supóngase el equilibrio estático inicial. Dado que se desea obtener un desplazamiento, se aplica una fuerza de magnitud positiva  $T_m > 0$  (por convención) con lo que se imprime una aceleración al conjunto cabina contrapeso hasta alcanzar la velocidad de crucero. A continuación, dado que se supone un sistema material ideal, este último mantiene su estado de movimiento (a velocidad crucero) en ausencia de toda fuerza, por lo que se deduce que  $T_m = 0$ . Sucesivamente durante el periodo de desaceleración, la aplicación de una fuerza de magnitud negativa  $T_m < 0$  consigue la total detención del sistema. En términos de la energía  $W$  suministrada o sustraída al sistema lo anterior supone:

$$W(t) = \begin{cases} \text{aceleración} & T_m > 0 \Rightarrow W_a = \int T_m(t)v(t) dt > 0 \\ \text{mov. uniforme} & T_m = 0 \Rightarrow W_c = \int T_m(t)v(t) dt = 0 \\ \text{desaceleración} & T_m < 0 \Rightarrow W_f = \int T_m(t)v(t) dt < 0 \end{cases}$$

Es decir, durante el periodo de aceleración, dado que  $W_a > 0$ , se suministra energía al sistema ya que éste opera en “modo motor”. Durante el periodo de movimiento uniforme no existe intercambio de energía dado que  $W_c = 0$ . Finalmente durante el

periodo de frenada, considerando que  $W_f < 0$ , se sustrae energía del sistema, ya que el motor opera en “modo generador”, alimentando un banco de resistores que disipan dicha energía en forma de calor. Por lo que finalmente la energía efectivamente consumida es:

$$W_{cons} = W_a > 0$$

Ahora bien, si como sugiere la expresión (7.12) del Capítulo 7 página 7-9 de Peters [3], retomada a continuación, para un ascensor con reductor (20:1):

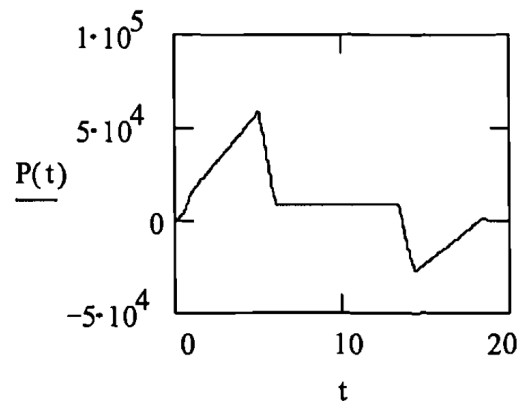
$$E_t = \int_0^{JT} P(t) dt$$

$E_t$ : Total energy consumption

$P(t)$ : Power consumption at time  $t$

$JT$ : Lift journey time

Donde “power consumption” sugiere la porción positiva del trazado de la potencia, enfatizando que en apariencia sugiere dado que no incluye ninguna condición de positividad, por lo que la integral en el tiempo de la porción positiva del trazado de la potencia, retomado a continuación en original, debería arrojar un resultado igual al concluido por Peters, tal que:  $E_t = 1,911 \cdot 10^5 J$



**Figure 7.7 Power consumption**

Figura 4.6 Trayectoria temporal de la Potencia “consumida”, figura original de Peters [3]

Sin embargo, a partir de la reconstrucción del trazado proporcionado por Peters, se obtiene que la energía consumida, representada por el área bajo la curva para  $P(t) > 0$ , asciende a aproximadamente:  $E^+ \approx 2,5 \cdot 10^5 J$  dada la incertidumbre de la reconstrucción.

$$E^+ = \int_0^{JT} P^+(t) dt$$

tal que:

$$P^+(t) = \begin{cases} P(t) & \text{si } P(t) > 0 \\ 0 & \text{si } P(t) < 0 \end{cases}$$

$$E^+ \approx 2,5 \cdot 10^5 J$$

Por su parte la energía “generada”, representada por el área sobre la curva para  $P(t) < 0$  asciende a aproximadamente:  $E^- \approx -6,6 \cdot 10^4 J$ .

$$E^- = \int_0^{JT} P^-(t) dt$$

tal que:

$$P^-(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } P(t) > 0 \\ P(t) & \text{si } P(t) < 0 \end{cases}$$

$$E^- \approx -6,6 \cdot 10^4 J$$

Finalmente, al integrar la potencia en la totalidad del intervalo  $[0; JT]$ , indistintamente de si se trata de consumo o generación, da por resultado en la reconstrucción un valor igual a  $E = E^+ + E^- \approx 1,84 \cdot 10^5 J$ , lo que es notablemente semejante al resultado anunciado por Peters para lo que él supone el consumo total, tal que  $E_t = 1,911 \cdot 10^5 J$ .

En conclusión, esta potencial inconsistencia resulta de integrarse la expresión de la potencia instantánea sobre la totalidad de la duración del movimiento, ya que de comprender éste una alternancia de regímenes de operación, el resultado arrojado será inferior al monto efectivamente consumido. Más allá de las implicaciones que la anterior evidencia sugiere para los resultados de la investigación de Peters, se subraya la necesidad de prestar especial atención, en el cuadro de la presente investigación, a discriminar claramente los periodos en que efectivamente se suministra energía al motor, de aquellos en que opera en régimen generador.

#### 4.2.5 Régimen Motriz y Límites de Integración

Consistentemente con lo expuesto en el pasaje anterior a continuación se determinan las expresiones de los tiempos en que ocurre la conmutación entre el modo motor y generador, de manera que retomando la ecuación de la fuerza de tracción (4.10) y resolviendo la igualdad a cero, que es el instante en que conmuta, se obtiene:

$$T_m = g \cdot (m_1 - m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2) = 0$$

$$a(t) = -g \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}$$

Con lo que se obtiene la aceleración que expresaría el sistema material en ausencia de fuerza motriz y que sucesivamente referiremos como **aceleración natural**:

$$a_n = -g \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \quad (4.12)$$

De donde reinyectando la expresión de la aceleración natural en la ecuación de la fuerza motriz e introduciendo una nueva variable para la suma de masas se obtiene:

$$M = m_1 + m_2$$

$$T_m = a(t) \cdot M - a_n \cdot M$$

$$T_m = M(a(t) - a_n) \quad (4.13)$$



De la expresión (4.13) se sigue que  $T_m$  será del signo de  $a(t) - a_n$  :

$T_m > 0$  si  $a(t) > a_n$  lo que a su vez implica físicamente la operación en régimen motor

$T_m < 0$  si  $a(t) < a_n$  lo que a su vez implica físicamente la operación en régimen generador

La reescritura de la ecuación de  $T_m$  en función de  $a_n$  permite por otro lado una representación gráfica más ágil para comprender y determinar el régimen motriz del ascensor. En la Figura 4.7 se puede observar la aceleración natural, representada por líneas horizontales, en las cuales los intervalos sombreados corresponden con los periodos en que el grupo tractor opera en régimen motor, dado que la aceleración demandada  $a(t)$  es superior a la aceleración  $a_n$  que el sistema es capaz de manifestar o proveer por su relación cabina-contrapeso.

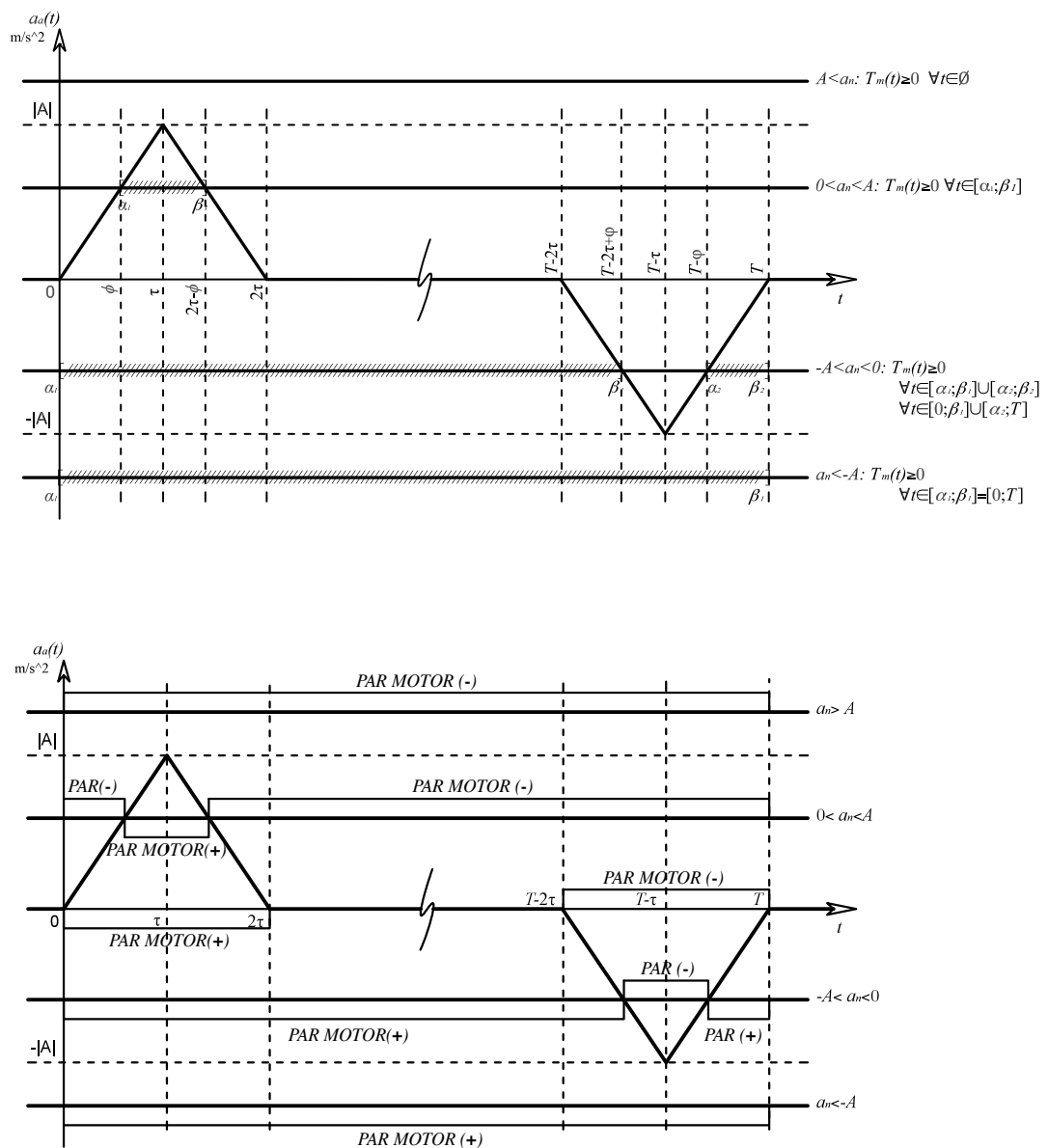


Figura 4.7 Aceleración y régimen motriz

Por lo que partir de las ecuaciones por tramos de la cinemática del sistema es posible determinar los límites de integración, para lo cual se disponen las variables  $\phi$  y  $\varphi$  que aparecen en la Figura 4.7.

Sea entonces  $\phi$  tal que  $a(\phi) = a_n$ , para  $0 < a_n < A$ :

$$\begin{aligned} a(t) &= a_n \\ a(\phi) &= \frac{A}{\tau} \phi = a_n \Rightarrow \phi = \frac{a_n}{A} \tau \end{aligned}$$

Si adicionalmente se introduce la expresión de la velocidad terminal (4.1) entonces:

$$\phi = \frac{a_n}{A^2} V_{ter} \quad (4.14)$$

A continuación para  $a_n > A$ , se puede demostrar que  $\phi = \tau = \frac{V_{ter}}{A}$ , por lo que:

$$\phi = \begin{cases} 0 & \text{para } a_n < 0 \\ \frac{a_n}{A^2} V_{ter} & \text{para } 0 < a_n < A \\ \frac{V_{ter}}{A} & \text{para } A < a_n \end{cases} \quad (4.15)$$

Para las intersecciones en la porción del dominio correspondiente a la frenada, se hace uso de la variable  $T$  (Figura 4.7) en tanto que el tiempo total de duración del movimiento, anteriormente definido en (4.3):

$$\varphi = \begin{cases} \frac{V_{ter}}{A} = \tau & \text{para } a_n < -A \\ -\frac{a_n}{A^2} V_{ter} & \text{para } -A < a_n < 0 \\ 0 & \text{para } 0 < a_n \end{cases} \quad (4.16)$$

Entonces los intervalos de integración para la determinación de la energía consumida y por referencia a la Figura 4.7 serán:

$$DC : \begin{cases} [0; T] & \text{para } a_n \leq -A \\ [0; T - 2\tau + \varphi] \cup [T - \varphi; T] & \text{para } -A < a_n < 0 \\ [0; 2\tau] & \text{para } a_n = 0 \\ [\phi; 2\tau - \phi] & \text{para } 0 < a_n < A \\ \emptyset & \text{para } A \leq a_n \end{cases} \quad (4.17)$$

Donde por conveniencia se conserva la escritura en función de:

$DC$ : Dominio del Consumo

$T$ : Tiempo de duración total del movimiento (s)

$$T = \frac{D}{V_{ter}} + 2 \frac{V_{ter}}{A}$$

$$\tau = \frac{V_{ter}}{A}$$

En lo que se refiere a los intervalos para los cuales el motor opera en modo generador  $DG$ , éstos estarán definidos por los complementarios a los intervalos de consumo  $DC$ :

$$DG: \begin{cases} \emptyset & \text{para } a_n \leq -A \\ [T-2\tau+\varphi; T-\varphi] & \text{para } -A < a_n < 0 \\ [T-2\tau; T] & \text{para } a_n = 0 \\ [0; \phi] \cup [2\tau - \phi; T] & \text{para } 0 < a_n < A \\ [0; T] & \text{para } A \leq a_n \end{cases} \quad (4.18)$$

Finalmente y como corolario, desde un punto de vista físico, la reescritura (4.13) de  $T_m$  implica que se ha pasado de un sistema material con dos móviles (interconectados con desplazamientos opuestos y regidos por la aceleración de la gravedad) a un sistema con un único móvil regido por la aceleración natural  $a_n$ .

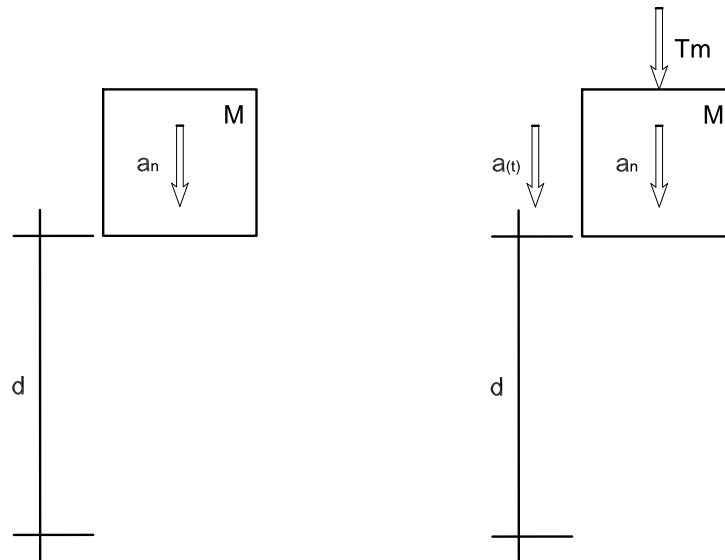


Figura 4.8 Sistema Material Equivalente

#### 4.2.6 Ponderador para Ascensores Geared

Como se demostró con anterioridad, se sabe que la integral de la potencia en el tiempo comprende una componente positiva, identificada inicialmente con el consumo, y una componente negativa asociada con la operación en modo generador. Ahora bien, si la operación en modo generador es claramente asumible en el caso de los ascensores de accionamiento directo (gearless) y magnetos permanentes, dado el acoplamiento solidario de la polea tractora al árbol del rotor; esto no resulta evidente en el caso de los trenes de tracción provistos de reductor sinfín-corona con elevada relación de reducción, lo que supone la irreversibilidad cinemática de éste y por ende la necesidad de alimentar en alguna proporción el motor, pese a ser favorable al movimiento la relación de masas.

$$\int_0^T P(t) dt = \underbrace{\int^{CD} P(t) dt}_{>0} + \underbrace{\int^{GD} P(t) dt}_{<0}$$

Si bien la medida en que este fenómeno se presenta queda por determinar en futuras investigaciones, se puede suponer que la cantidad de energía a suministrar para la expresión del movimiento sea una proporción de la energía teóricamente generada, lo que se expresa a continuación por medio del parámetro  $\Theta$  y la inversión del signo (la cual se asume por conveniencia algebraica):

$$\text{Energía a suministrar en generación} = -\Theta \int^{GD} P(t) dt > 0$$

Por lo que finalmente la energía total consumida, bajo los presentes supuestos, para los ascensores geared se expresa tal que:

$$W_T = \underbrace{\int^{CD} P(t) dt}_{>0} - \Theta \underbrace{\int^{GD} P(t) dt}_{>0} \quad (4.19)$$

Donde:

$$\Theta : \begin{cases} \Theta = 0 & \text{para tecnología gearless de magnetos permanentes} \\ 0 < \Theta < 1 & \text{para tecnología geared y gearless sin magnetos permanentes} \\ -1 < \Theta < 0 & \text{para tecnología gearless con regenerador} \end{cases}$$

El parámetro  $\Theta$  abre igualmente la posibilidad de incluir un estimado que, aunque crudamente aproximado, refleje la energía necesaria para la magnetización del estator en modo generador para los motores que carecen de magnetos permanentes. Por otro lado y de estar provisto el ascensor de regenerador, el parámetro  $\Theta$  expresaría la eficiencia de éste último. En todo caso y de considerarse inverosímiles dichas condiciones, fijando el parámetro a cero se ignora toda incidencia efectiva de los anteriores supuestos.

## Nomenclatura

Dada la naturaleza por tramos de las expresiones que intervienen en la determinación de la energía total se hace necesario adoptar una notación, que exprese el monto específico de energía a la cual el cálculo refiere. Con este objetivo se describe a continuación la nomenclatura adoptada:

$$W : \text{Energía (J)} \quad (4.20)$$

$$W_i^j \Big|_k^m$$

$$\text{subíndice } i : \begin{cases} c : \text{consumida} \\ g : \text{generada} \end{cases}$$

$$\text{superíndice } j : \begin{cases} a : \text{ascenso} \\ d : \text{descenso} \end{cases}$$

$$k : \text{borne inferior de integración (tiempo, s)}$$

$$m : \text{borne superior de integración (tiempo, s)}$$

Por lo que la energía total consumida en ascenso se obtendrá como la suma de las energías consumidas en cada uno de los cinco tramos referentes a los tres periodos de movimiento, tal que:

$$W_c^a \Big|_0^T = \underbrace{W_c^a \Big|_0^\tau}_{\text{1er periodo}} + \underbrace{W_c^a \Big|_\tau^{2\tau}}_{\text{2do periodo}} + \underbrace{W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau}}_{\text{mov. uniforme a } V_{ter}} + \underbrace{W_c^a \Big|_{T-2\tau}^{T-\tau}}_{\text{1er periodo}} + \underbrace{W_c^a \Big|_{T-\tau}^T}_{\text{2do periodo}} \quad (4.21)$$

Donde los tiempos en función de las variables de consigna anteriormente determinados son:

$$T = \frac{D}{V_{ter}} + 2 \frac{V_{ter}}{A} \quad (4.22)$$

$$\tau = \frac{V_{ter}}{A}$$

$D$ : Distancia a recorrer entre origen-destino (m)

$T$ : Tiempo total de duración del viaje desde origen hasta destino (s)

$V_{ter}$ : Velocidad terminal de crucero (m/s)

$A$ : Módulo de aceleración o aceleración máxima de consigna (m/s<sup>2</sup>)

### Ejemplo: Energía Consumida; Primer Periodo de Aceleración

A manera de ejemplo y suponiendo sin pérdida de generalidad un movimiento en ascenso, se describe a continuación el cálculo de la energía consumida para el primer periodo de aceleración, procedimiento que en pasajes sucesivos se extenderá a los diferentes estados de movimiento.

En primer lugar, a partir de la expresión (4.11) se supone que la energía se obtiene como la integral en el tiempo del producto de la fuerza motriz y la velocidad:

$$\int_0^\tau T_m(t)v(t) dt$$

Por lo que inyectando la expresión (4.13), relativa a la fuerza motriz, entonces:

$$\int_0^\tau M(a(t) - a_n)v(t) dt$$

A continuación, dada la operación en cuatro cuadrantes del motor, se asume que la anterior expresión comporta los siguientes componentes:

$$\int_0^\tau M(a(t) - a_n)v(t) dt = \underbrace{\int_0^\phi M(a(t) - a_n)v(t) dt}_{<0} + \underbrace{\int_\phi^\tau M(a(t) - a_n)v(t) dt}_{>0}$$

Donde los intervalos de integración están definidos a partir de (4.15). En la anterior expresión se observa que el primer sumando es un monto negativo, consistente con la operación en modo generador mientras que el segundo refiere a la energía efectivamente consumida en modo motor. Introduciendo sucesivamente el factor de ponderación  $\Theta$  según lo expuesto en el pasaje inmediatamente anterior, entonces la expresión de la energía consumida para el primer periodo de aceleración se obtendrá a partir de:

$$\begin{aligned}
W_c^a \Big|_0^\tau &= \Theta \int_0^\phi \underbrace{M(a_n - a(t))v(t)}_{>0} dt + \int_\phi^\tau \underbrace{M(a(t) - a_n)v(t)}_{>0} dt \\
W_c^a \Big|_0^\tau &= \Theta \int_0^\phi Ma_n v(t) dt - \Theta \int_0^\phi Ma(t)v(t) dt + \int_\phi^\tau Ma(t)v(t) dt - \int_\phi^\tau Ma_n v(t) dt \\
&= \Theta Ma_n \int_0^\phi v(t) dt - \Theta M \int_0^\phi \frac{dv}{dt} v(t) dt + M \int_\phi^\tau \frac{dv}{dt} v(t) dt - Ma_n \int_\phi^\tau v(t) dt \\
&= \Theta Ma_n [x(t)]_0^\phi - \Theta M \int_0^\phi v(t) \frac{dv}{dt} dt + M \int_\phi^\tau v(t) \frac{dv}{dt} dt - Ma_n [x(t)]_\phi^\tau \\
&= \Theta Ma_n [x(t)]_0^\phi - \Theta M \int_{v(0)}^{v(\phi)} v dv + M \int_{v(\phi)}^{v(\tau)} v dv - Ma_n [x(t)]_\phi^\tau \\
&= \Theta Ma_n [x(t)]_0^\phi - \Theta M \frac{1}{2} [v^2]_{v(0)}^{v(\phi)} + M \frac{1}{2} [v^2]_{v(\phi)}^{v(\tau)} - Ma_n [x(t)]_\phi^\tau \\
W_c^a \Big|_0^\tau &= \underbrace{\Theta Ma_n x(\phi)}_{(1)} - \underbrace{\Theta M \frac{1}{2} v(\phi)^2}_{(2)} + \underbrace{M \frac{1}{2} [v(\tau)^2 - v(\phi)^2]}_{(3)} - \underbrace{Ma_n [x(\tau) - x(\phi)]}_{(4)}
\end{aligned}$$

En la expresión resultante reconocemos (1) y (2) relativos a la porción en que el motor opera en modo generador y donde específicamente (1) refiere a la energía potencial del sistema equivalente (Figura 4.8) y el término (2) a la correspondiente cinética. Adicionalmente, dado que en dicho intervalo el motor opera en modo generador, la velocidad al término de dicho intervalo  $v(\phi)$  será inferior a la que tendría lugar de transformarse la totalidad de la energía potencia (1) en cinética, por lo que el balance entre (1) y (2) es un monto de energía positivo. Por otro lado, el término (3) refiere a la energía cinética, mientras que (4) refiere a la potencial correspondiente al intervalo en que el motor opera efectivamente en modo motriz. De manera análoga se sabe que dada la acción del motor, el incremento en la velocidad que acontece en dicho intervalo supera a la velocidad que tiene lugar como resultado de la conversión de la energía potencial; por lo que el balance entre los términos (3) y (4) se salda nuevamente por una magnitud positiva. Finalmente el anterior procedimiento es conocido como el método de las energías, el cual es igualmente utilizado en la resolución de este tipo de problemas.

#### 4.2.7 Energía; Fase de Aceleración

Una vez que se ha expuesto en detalle el procedimiento por el cual se calcula la energía, a continuación se determinan las expresiones correspondientes a cada uno de las fases de movimiento comenzando por la fase de aceleración que tiene lugar entre los tiempos  $[0; 2\tau]$ .

$$\begin{aligned}
W_c^a \Big|_0^{2\tau} &= \Theta \int_0^\phi M(a_n - a(t))v(t) dt + \int_\phi^\tau M(a(t) - a_n)v(t) dt + \int_\tau^{2\tau-\phi} M(a(t) - a_n)v(t) dt + \Theta \int_{2\tau-\phi}^{2\tau} M(a_n - a(t))v(t) dt \\
W_c^a \Big|_0^{2\tau} &= \Theta Ma_n [x(t)]_0^\phi - \Theta M \frac{1}{2} [v^2]_{v(0)}^{v(\phi)} + M \frac{1}{2} [v^2]_{v(\phi)}^{v(\tau)} - Ma_n [x(t)]_\phi^\tau + M \frac{1}{2} [v^2]_{v(\tau)}^{v(2\tau-\phi)} - Ma_n [x(t)]_\tau^{2\tau-\phi} \\
&\quad + \Theta Ma_n [x(t)]_{2\tau-\phi}^{2\tau} - \Theta M \frac{1}{2} [v^2]_{v(2\tau-\phi)}^{v(2\tau)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_c^a \Big|_0^{2\tau} &= -M \frac{1}{2} [v(\phi)^2] + Ma_n [x(\phi)] + M \frac{1}{2} [v(2\tau - \phi)^2] - Ma_n [x(2\tau - \phi)] \\
&\quad + \Theta Ma_n [x(\phi)] - \Theta M \frac{1}{2} [v(\phi)^2] + \Theta Ma_n [D_{ace} - x(2\tau - \phi)] - \Theta M \frac{1}{2} [V_{ter}^2 - v(2\tau - \phi)^2] \\
W_c^a \Big|_0^{2\tau} &= \Theta Ma_n D_{ace} - \Theta M \frac{1}{2} V_{ter}^2 + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n x(\phi) - M \frac{1}{2} v(\phi)^2 + M \frac{1}{2} v(2\tau - \phi)^2 - Ma_n x(2\tau - \phi) \right\}
\end{aligned}$$

Finalmente la energía consumida durante la fase de aceleración será:

$$W_c^a \Big|_0^{2\tau} = \Theta Ma_n D_{ace} - \Theta M \frac{1}{2} V_{ter}^2 + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [x(\phi) - x(2\tau - \phi)] - M \frac{1}{2} [v(\phi)^2 - v(2\tau - \phi)^2] \right\} \quad (4.23)$$

#### 4.2.8 Energía; Fase de Movimiento Uniforme

En lo que se refiere al periodo de movimiento uniforme que tiene lugar entre los tiempos  $[2\tau; T - 2\tau]$ , la energía consumida se calculará considerando dos casos, según la magnitud de  $a_n$ , razón por la que temporalmente se adopta la notación propia a la condicionalidad estadística.

**Caso 1:**  $a_n > 0$

Esto supone que el motor opera en modo generador por lo que se introduce el parámetro  $\Theta$  y se ejecuta la inversión de signo:

$$W_c^a | a_n > 0 \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} = -\Theta \int_{2\tau}^{T-2\tau} T_m(t) v(t) dt = \Theta \int_{2\tau}^{T-2\tau} Ma_n V_{ter} dt = \Theta Ma_n V_{ter} \int_{2\tau}^{T-2\tau} dt = \Theta Ma_n V_{ter} [T - 4\tau]$$

**Caso 2:**  $a_n < 0$

En este caso la operación acontece en modo motor, por lo que la energía deriva naturalmente del procedimiento genérico.

$$W_c^a | a_n < 0 \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} = \int_{2\tau}^{T-2\tau} T_m(t) v(t) dt = \int_{2\tau}^{T-2\tau} -Ma_n V_{ter} dt = -Ma_n V_{ter} \int_{2\tau}^{T-2\tau} dt = -Ma_n V_{ter} [T - 4\tau]$$

A continuación, inyectando la expresión del tiempo total de trayecto y simplificando:

$$T = \frac{D}{V_{ter}} + 2 \frac{V_{ter}}{A}$$

Entonces la energía total consumida para el intervalo de movimiento uniforme a velocidad terminal será:

$$W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} = \begin{cases} -Ma_n \left( D - 2 \frac{(V_{ter})^2}{A} \right) & \text{para } a_n < 0 \\ \Theta Ma_n \left( D - 2 \frac{(V_{ter})^2}{A} \right) & \text{para } a_n > 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

### 4.2.9 Energía; Fase de Frenado

Para el caso específico del periodo de frenada y para no sobrecargar la notación se ha supuesto una referencia de tiempo local, tal y como se muestra en la Figura 4.9 a continuación.

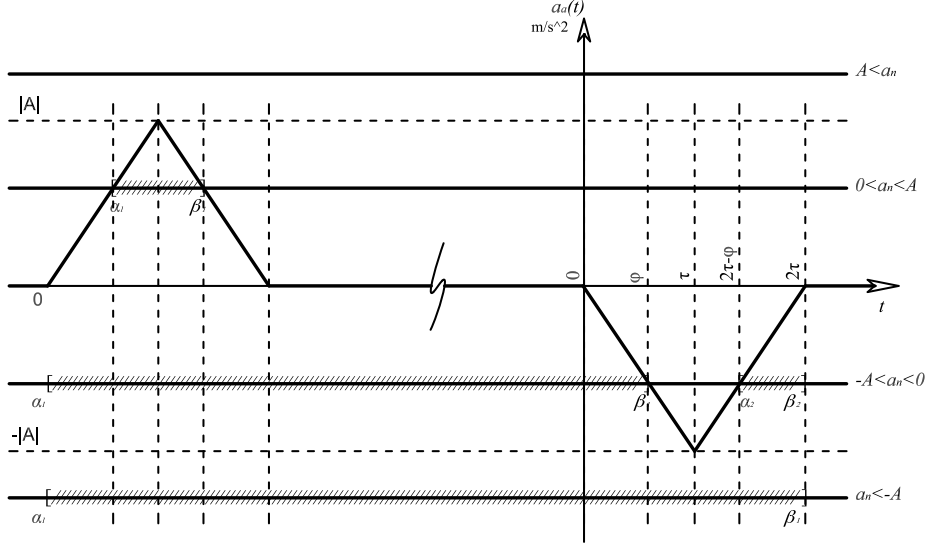


Figura 4.9 Coordenadas locales para el cálculo de la energía en frenada

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = \int_0^\varphi M(\alpha(t') - a_n)v(t') dt' + \Theta \int_\varphi^\tau M(a_n - \alpha(t'))v(t') dt' + \Theta \int_\tau^{2\tau-\varphi} M(a_n - a(t))v(t') dt' \\ + \int_{2\tau-\varphi}^{2\tau} M(a(t) - a_n)v(t') dt'$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = M \frac{1}{2} [v(t')^2]_0^\varphi - Ma_n [\chi(t')]_0^\varphi + \Theta Ma_n [\chi(t')]_\varphi^\tau - \Theta M \frac{1}{2} [v(t')^2]_\varphi^\tau + \Theta Ma_n [\chi(t')]_\tau^{2\tau-\varphi} \\ - \Theta M \frac{1}{2} [v(t')^2]_\tau^{2\tau-\varphi} + M \frac{1}{2} [v(t')^2]_{2\tau-\varphi}^{2\tau} - Ma_n [\chi(t')]_{2\tau-\varphi}^{2\tau}$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = M \frac{1}{2} [v(\varphi)^2 - V_{ier}^2] - Ma_n [\chi(\varphi)] + \Theta Ma_n [-\chi(\varphi)] - \Theta M \frac{1}{2} [-v(\varphi)^2] \\ + \Theta Ma_n [\chi(2\tau - \varphi)] - \Theta M \frac{1}{2} [v(2\tau - \varphi)^2] + M \frac{1}{2} [0 - v(2\tau - \varphi)^2] - Ma_n [D_{ace} - \chi(2\tau - \varphi)]$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = -M \frac{1}{2} V_{ier}^2 - Ma_n D_{ace} - (1 + \Theta) Ma_n [\chi(\varphi)] + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} [v(\varphi)^2] - (1 + \Theta) M \frac{1}{2} [v(2\tau - \varphi)^2] \\ + (1 + \Theta) Ma_n [\chi(2\tau - \varphi)]$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = -M \frac{1}{2} V_{ier}^2 - Ma_n D_{ace} + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [\chi(2\tau - \varphi) - \chi(\varphi)] - M \frac{1}{2} [v(2\tau - \varphi)^2 - v(\varphi)^2] \right\}$$

De donde retornando a la base de tiempo original la energía consumida durante la fase de frenado será:

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = -M \frac{1}{2} V_{ier}^2 - Ma_n D_{ace} + (1 + \Theta) \left\{ \begin{aligned} &Ma_n [x(T - \varphi) - x(T - 2\tau + \varphi)] \\ &-M \frac{1}{2} [v(T - \varphi)^2 - v(T - 2\tau + \varphi)^2] \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$



#### 4.2.10 Energía Consumida en Ascenso; Montos Agregados

Una vez obtenidas las expresiones correspondientes a la energía consumida para cada una de las tres fases de movimiento, a continuación bastará adicionar los montos parciales para obtener el total, lo que se lleva a cabo según cuatro posibles casos determinados por el valor de  $a_n$ . Si lo anterior no implica ninguna dificultad en términos conceptuales, el desafío de este pasaje consiste en simplificar las expresiones explotando las múltiples simetrías que resultan de la especificación del modelo.

$$W_c^a \Big|_0^T = W_c^a \Big|_0^{2\tau} + W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} + W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T$$

Así, partiendo de las expresiones (4.23), (4.24) y (4.25) retomadas a continuación:

$$W_c^a \Big|_0^{2\tau} = \Theta M a_n D_{ace} - \Theta M \frac{1}{2} V_{ter}^2 + (1 + \Theta) \left\{ M a_n [x(\phi) - x(2\tau - \phi)] - M \frac{1}{2} [v(\phi)^2 - v(2\tau - \phi)^2] \right\}$$

$$W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} = \begin{cases} -M a_n (D - 2D_{ace}) & \text{para } a_n < 0 \\ \Theta M a_n (D - 2D_{ace}) & \text{para } a_n > 0 \end{cases}$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = -M \frac{1}{2} V_{ter}^2 - M a_n D_{ace} + (1 + \Theta) \left\{ \begin{array}{l} M a_n [x(T - \varphi) - x(T - 2\tau + \varphi)] \\ -M \frac{1}{2} [v(T - \varphi)^2 - v(T - 2\tau + \varphi)^2] \end{array} \right\}$$

**Caso  $a_n \leq -A$ :**

En este caso la condición impuesta a la aceleración natural significa en primera instancia que la operación a lo largo de todo el trayecto tiene en “modo motor”, por lo que a partir de (4.15) y (4.16) los tiempos  $\phi$  y  $\varphi$ , además de las velocidades relativas a dichos instantes serán:

$$\phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} v(\phi) = 0 & x(\phi) = 0 \\ v(2\tau - \phi) = V_{ter} & x(2\tau - \phi) = \frac{V_{ter}^2}{A} = D_{ace} \end{cases}$$

$$\varphi = \tau \Rightarrow \begin{cases} v(T - 2\tau + \varphi) = v(T - \varphi) & x(T - 2\tau + \varphi) = x(T - \varphi) \end{cases}$$

$$W_c^a \Big|_0^{2\tau} = \Theta M a_n D_{ace} - \Theta M \frac{1}{2} V_{ter}^2 + (1 + \Theta) \left\{ M a_n [0 - D_{ace}] - M \frac{1}{2} [0 - V_{ter}^2] \right\}$$

$$W_c^a \Big|_0^{2\tau} = -M a_n D_{ace} + M \frac{1}{2} V_{ter}^2$$

$$W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} = -M a_n (D - 2D_{ace})$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = -M \frac{1}{2} V_{ter}^2 - M a_n D_{ace}$$

$$\therefore W_c^a \Big|_0^T = -M a_n D$$

En conclusión, la energía total consumida en ascenso para  $a_n \leq -A$  es:

$$W_c^a \Big|_0^T = -M a_n D \quad \text{para } a_n \leq -A \quad (4.26)$$

**Caso**  $-A \leq a_n \leq 0$  :

Para este caso en particular, la condición impuesta sobre  $a_n$  implica que el grupo motriz trabaja en modo exclusivamente “motor” para las fases de aceleración y movimiento a velocidad de crucero. En cuanto a la etapa de frenada la condición en términos generales implica la operación conmutada entre modo “motor-generador-motor”. Es así que en primera instancia a partir de (4.15) se obtiene que:

$$\phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} v(\phi) = 0 & x(\phi) = 0 \\ v(2\tau - \phi) = V_{ter} & x(2\tau - \phi) = \frac{V_{ter}^2}{A} \end{cases}$$

Por lo que los montos parciales serán para este caso igual a:

$$\begin{aligned} W_c^a \Big|_0^{2\tau} &= -Ma_n D_{ace} + M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \\ W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} &= -Ma_n (D - 2D_{ace}) \\ W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T &= -M \frac{1}{2} V_{ter}^2 - Ma_n D_{ace} + (1 + \Theta) \left\{ \begin{aligned} &Ma_n [x(T - \varphi) - x(T - 2\tau + \varphi)] \\ &-M \frac{1}{2} [v(T - \varphi)^2 - v(T - 2\tau + \varphi)^2] \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Por lo que adicionando sucesivamente todos los anteriores se tiene:

$$W_c^a \Big|_0^T = -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [x(T - \varphi) - x(T - 2\tau + \varphi)] - M \frac{1}{2} [v(T - \varphi)^2 - v(T - 2\tau + \varphi)^2] \right\}$$

A continuación explotando las múltiples simetrías que entraña el modelo, donde se puede demostrar que:  $x(T - \varphi) = x(T - 2\tau + \varphi) + V_{ter}(\tau - \varphi)$ , entonces:

$$\begin{aligned} W_c^a \Big|_0^T &= -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ \begin{aligned} &Ma_n [x(T - 2\tau + \varphi) + V_{ter}(\tau - \varphi) - x(T - 2\tau + \varphi)] \\ &-M \frac{1}{2} [v(T - \varphi)^2 - v(T - 2\tau + \varphi)^2] \end{aligned} \right\} \\ W_c^a \Big|_0^T &= -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n V_{ter}(\tau - \varphi) - M \frac{1}{2} [v(T - \varphi)^2 - v(T - 2\tau + \varphi)^2] \right\} \end{aligned}$$

Adicionalmente probando  $v(T - \varphi) = V_{ter} - v(T - 2\tau + \varphi)$ :

$$\begin{aligned} W_c^a \Big|_0^T &= -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n V_{ter}(\tau - \varphi) - M \frac{1}{2} [(V_{ter} - v(T - 2\tau + \varphi))^2 - v(T - 2\tau + \varphi)^2] \right\} \\ W_c^a \Big|_0^T &= -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n V_{ter}(\tau - \varphi) - M \frac{1}{2} [V_{ter}^2 - 2V_{ter}v(T - 2\tau + \varphi)] \right\} \end{aligned}$$

A partir de (4.16) se obtiene  $(\tau - \varphi) = \frac{V_{ter}}{A} \left(1 + \frac{a_n}{A}\right)$ , de donde:

$$W_c^a \Big|_0^T = -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ MV_{ter}^2 \frac{a_n}{A} \left(1 + \frac{a_n}{A}\right) - M \frac{1}{2} [V_{ter}^2 - 2V_{ter}v(T - 2\tau + \varphi)] \right\}$$

A continuación evaluando la velocidad según (4.5) se tiene que:

$$v(T - 2\tau + \varphi) = V_{ter} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a_n}{A}\right)^2\right)$$

Por lo que reinyectando dicha expresión:

$$W_c^a \Big|_0^T = -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ MV_{ter}^2 \frac{a_n}{A} \left( 1 + \frac{a_n}{A} \right) - M \frac{1}{2} \left[ V_{ter}^2 - 2V_{ter}^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{a_n}{A} \right)^2 \right) \right] \right\}$$

$$W_c^a \Big|_0^T = -Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ MV_{ter}^2 \frac{a_n}{A} + MV_{ter}^2 \left( \frac{a_n}{A} \right)^2 - M \frac{1}{2} V_{ter}^2 + MV_{ter}^2 - M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left( \frac{a_n}{A} \right)^2 \right\}$$

Lo que tras simplificación resulta en:

$$\therefore W_c^a \Big|_0^T = -Ma_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left( 1 + \frac{a_n}{A} \right)^2$$

Finalmente, la energía total consumida en ascenso para  $-A \leq a_n \leq 0$  es igual a:

$$W_c^a \Big|_0^T = -Ma_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left( 1 + \frac{a_n}{A} \right)^2 \quad \text{para} \quad -A \leq a_n \leq 0 \quad (4.27)$$

**Caso  $0 \leq a_n \leq A$ :**

En este caso en particular, la condición impuesta sobre la aceleración natural implica para el caso general una operación conmutada “generador-motor-generador” para la fase de aceleración; mientras que para los periodos de movimiento uniforme y frenada se opera en modo “generador”. A partir de (4.16) es posible deducir:

$$\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases} v(T - 2\tau + \varphi) = V_{ter} & x(T - 2\tau + \varphi) = D - D_{ace} \\ v(T - \varphi) = 0 & x(T - \varphi) = D \end{cases}$$

Por lo que procediendo al cálculo de los montos parciales, seguidos del total se obtiene:

$$W_c^a \Big|_0^{2\tau} = \Theta Ma_n D_{ace} - \Theta M \frac{1}{2} V_{ter}^2 + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [x(\phi) - x(2\tau - \phi)] - M \frac{1}{2} [v(\phi)^2 - v(2\tau - \phi)^2] \right\}$$

$$W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} = \Theta Ma_n (D - 2D_{ace})$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = \Theta \left\{ Ma_n D_{ace} + M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \right\}$$

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [x(\phi) - x(2\tau - \phi)] - M \frac{1}{2} [v(\phi)^2 - v(2\tau - \phi)^2] \right\}$$

Como con anterioridad, basándose en las múltiples simetrías se puede demostrar que  $v(2\tau - \phi) = V_{ter} - v(\phi)$ , por lo que inyectando lo anterior en la expresión del total:

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [x(\phi) - x(2\tau - \phi)] - M \frac{1}{2} [v(\phi)^2 - (V_{ter} - v(\phi))^2] \right\}$$

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [x(\phi) - x(2\tau - \phi)] + M \frac{1}{2} [V_{ter}^2 - 2V_{ter}v(\phi)] \right\}$$

Adicionalmente se puede probar que  $x(2\tau - \phi) = x(\phi) + (\tau - \phi)V_{ter}$ , entonces:

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [x(\phi) - x(\phi) - (\tau - \phi)V_{ter}] + M \frac{1}{2} [V_{ter}^2 - 2V_{ter}v(\phi)] \right\}$$

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta Ma_n D + (1 + \Theta) \left\{ Ma_n [-(\tau - \phi)V_{ter}] + M \frac{1}{2} [V_{ter}^2 - 2V_{ter}v(\phi)] \right\}$$

Sucesivamente, a partir de (4.15) se obtiene  $(\tau - \phi) = \frac{V_{ter}}{A} \left(1 - \frac{a_n}{A}\right)$ :

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta M a_n D + (1 + \Theta) \left\{ M \frac{1}{2} [V_{ter}^2 - 2V_{ter}v(\phi)] - MV_{ter}^2 \frac{a_n}{A} \left(1 - \frac{a_n}{A}\right) \right\}$$

Evaluando la expresión (4.5) referente a la velocidad para el instante  $\phi$  se obtiene:

$$v(\phi) = V_{ter} \frac{1}{2} \left(\frac{a_n}{A}\right)^2$$

Por lo que sucesivamente inyectando la anterior en el total:

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta M a_n D + (1 + \Theta) \left\{ M \frac{1}{2} \left[ V_{ter}^2 - V_{ter}^2 \left(\frac{a_n}{A}\right)^2 \right] - MV_{ter}^2 \frac{a_n}{A} \left(1 - \frac{a_n}{A}\right) \right\}$$

Lo que tras simplificación da por resultado:

$$\therefore W_c^a \Big|_0^T = \Theta M a_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left(1 - \frac{a_n}{A}\right)^2$$

Finalmente la energía total consumida en ascenso para  $0 \leq a_n \leq A$  es igual a:

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta M a_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left(1 - \frac{a_n}{A}\right)^2 \quad \text{para } 0 \leq a_n \leq A \quad (4.28)$$

**Caso  $a_n \geq A$ :**

$$\begin{aligned} \phi = \tau &\Rightarrow \begin{cases} v(\phi) = v(2\tau - \phi) & x(\phi) = x(2\tau - \phi) \end{cases} \\ \varphi = 0 &\Rightarrow \begin{cases} v(T - 2\tau + \varphi) = V_{ter} & x(T - 2\tau + \varphi) = D - D_{ace} \\ v(T - \varphi) = 0 & x(T - \varphi) = D \end{cases} \end{aligned}$$

$$W_c^a \Big|_0^{2\tau} = \Theta M a_n D_{ace} - \Theta M \frac{1}{2} V_{ter}^2$$

$$W_c^a \Big|_{2\tau}^{T-2\tau} = \Theta M a_n (D - 2D_{ace})$$

$$W_c^a \Big|_{T-2\tau}^T = -M \frac{1}{2} V_{ter}^2 - M a_n D_{ace} + (1 + \Theta) \left\{ M a_n D_{ace} + M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \right\}$$

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta M a_n D_{ace} - \Theta M \frac{1}{2} V_{ter}^2 + \Theta M a_n (D - 2D_{ace}) - M \frac{1}{2} V_{ter}^2 - M a_n D_{ace} + (1 + \Theta) \left\{ M a_n D_{ace} + M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \right\}$$

$$\therefore W_c^a \Big|_0^T = \Theta M a_n D$$

Finalmente, la energía total consumida en ascenso suponiendo  $a_n \geq A$  es igual a:

$$W_c^a \Big|_0^T = \Theta M a_n D \quad \text{para } a_n \geq A \quad (4.29)$$

## Recapitulación

En el anterior apartado se ha llevado a cabo el análisis dinámico del ascensor, para lo que en primer lugar, obedeciendo a los imperativos metodológicos de forma, se ha presentado el sistema material estudiado, exponiendo posteriormente los supuestos simplificadores asumidos para tal fin. En este sentido y en la medida de lo posible, los supuestos asumidos han sido justificados sobre la base de estimaciones de orden de magnitud y de forma más prominente de la disponibilidad de datos. A este respecto, de haberse construido un modelo extensivo que comprendiese un mayor número de parámetros, la variabilidad de éstos y la carencia de datos específicos habría requerido finalmente asumir valores arbitrarios o difícilmente sustentables, como es el caso de la literatura reseñada. Finalmente, el desarrollo del modelo dinámico condujo a la expresión por casos de la energía teórica consumida para los movimientos ascendentes; resultado que en el pasaje a continuación será extendido a los movimientos descendentes y la energía generada, a través de la demostración de las relaciones de equivalencia que ligan a todas éstas. A manera de síntesis los resultados más notables de este apartado son:

$$\begin{aligned}
 W_c^a \Big|_0^T &= -Ma_n D \quad \text{para } a_n \leq -A \\
 W_c^a \Big|_0^T &= -Ma_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left( 1 + \frac{a_n}{A} \right)^2 \quad \text{para } -A \leq a_n \leq 0 \\
 W_c^a \Big|_0^T &= \Theta Ma_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left( 1 - \frac{a_n}{A} \right)^2 \quad \text{para } 0 \leq a_n \leq A \\
 W_c^a \Big|_0^T &= \Theta Ma_n D \quad \text{para } a_n \geq A
 \end{aligned}$$

Donde intervienen las siguientes variables:

$$M = m_c + 2m_e + \mu \cdot m_{\max}$$

$m_c$  : masa de la carga útil (kg)

$m_e$  : masa de la cabina en vacío (kg)

$m_{\max}$  : capacidad máxima de carga en cabina (kg)

$\mu$  : porcentaje de contrapesaje (%)

$$a_n = -g \frac{(m_c - \mu \cdot m_{\max})}{M}$$

$a_n$  : aceleración natural ( $m/s^2$ )

$A$  : Módulo de aceleración o aceleración máxima de consigna ( $m/s^2$ )

$D$  : distancia entre origen y destino del movimiento (m)

$V_{ter}$  : Velocidad terminal de crucero (m/s)

$$\Theta : \begin{cases} \Theta = 0 & \text{para tecnología gearless de magnetos permanentes} \\ 0 < \Theta < 1 & \text{para tecnología geared y gearless sin magnetos permanentes} \\ -1 < \Theta < 0 & \text{para tecnología gearless con regenerador} \end{cases}$$

## Tercer Apartado

### 4.3 Relaciones de Equivalencia

#### Introducción

El objetivo de este apartado consiste en determinar las relaciones de equivalencia entre las diferentes magnitudes energéticas implicadas en la operación de los ascensores. En particular se demostrará que a partir de la expresión de la energía consumida en ascenso, definida y estudiada exhaustivamente el apartado anterior, es posible determinar la energía consumida en descenso, además de la potencial energía generada en ascenso como en descenso.

Para ello en un primer lugar, se definirán las expresiones integrales correspondientes a cada uno de los cuatro casos a estudiar y cuyas relaciones se desean demostrar, *i.e.* energía consumida en ascenso, energía consumida en descenso, energía generada en ascenso y energía generada en descenso.

En segundo lugar se demostrará la relación entre la energía consumida en ascenso y la energía generada en descenso, de donde por extensión se probará el caso complementario de la relación entre la energía consumida en descenso y la energía generada en ascenso.

En tercer lugar se probará la relación entre la energía consumida en ascenso y la energía generada igualmente en ascenso. De lo anterior se deducirá a continuación, por analogía, la relación que rige a los equivalentes en descenso. Finalmente se recapitularán dichas relaciones, lo que posibilitará, en el Capítulo 5, el cálculo de las matrices de energía por longitud de trayecto, carga en cabina, porcentaje de contrapeso y velocidad.

Las relaciones entre las diversas magnitudes energéticas que intervienen en la dinámica de los sistemas de elevación derivan directamente de lo que se refiere en el dominio del comando de motores eléctricos como operación en cuatro cuadrantes, “four quadrant operation”. En términos generales la operación en cuatro cuadrantes refiere a la capacidad de los motores de proveer par motriz positivo o negativo en los dos sentidos de rotación, lo que en términos de ascensores corresponde particularmente al sentido de desplazamiento, ascendente o descendente, así como el signo del par motor [11], [12], [13], [14], [15]. En este sentido Sachs [13] explica en términos muy generales:

“The counterweights typically weigh about as much as the cab plus about half its maximum load. So, a full elevator needs help from the motor to carry people to upper floors, but an empty elevator needs energy to descend instead, because it takes energy to lift the difference in weight between the empty elevator and its counterweights. Conversely, the full elevator descending and the empty one rising yield potential energy that must dissipated as heat if it cannot be recovered as electricity. Older systems, both AC and DC, dissipated this energy as heat, either in the motor windings or in resistor banks”

Por su parte Smith y Peters especifican [12]:

“When an elevator leaves the ground floor full of passengers, it is motoring, requiring predominantly positive torque in a positive direction. As passengers are dropped off up the building, the counterweight becomes heavier than the elevator, so the motor is providing predominantly negative torque in a positive direction. Similarly for a journey down the building, a negative direction, the motor can be required to deliver both positive and negative torque. Thus the elevator is said to operate in four quadrants”

En particular, el término “predominantemente” utilizado por Smith y Peters refiere al hecho de que, dependiendo de los valores específicos de un amplio número de variables que caracterizan al sistema, así como la variabilidad en la carga a transportar; existe la posibilidad de que tengan lugar, aun para un mismo proceso de movimiento, dos modos de operación distintos. A manera de ejemplo obsérvese la siguiente figura en la que se representan los posibles modos de operación referidos a la trayectoria de la aceleración para un movimiento en ascenso. En particular nótese los casos en que un par motriz alternante en signo se aplica en el proceso de aceleración o frenada.

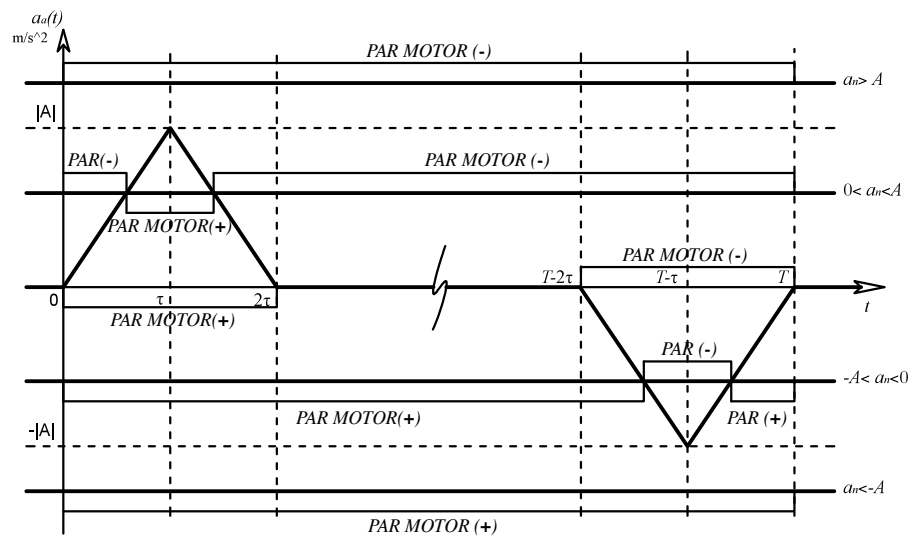


Figura 4.10 Intervalos de integración para la potencia consumida en movimientos de ascenso.

Finalmente y si bien múltiples son las referencias en la literatura al modo de operación en cuatro cuadrantes, no se ha encontrado una fuente que provea las relaciones de equivalencia que permitan a partir de un caso, *e.g.* energía consumida en ascenso, determinar el resto de magnitudes energéticas; de ahí la necesidad de proceder formalmente a su demostración.

### 4.3.1 Definición de Consumo-Generación en Ascenso-Descenso

En este pasaje, consistentemente con lo anunciado, se establecen las expresiones que caracterizan a la energía consumida y generada tanto en ascenso como descenso; en lo que se conoce en la literatura como la “operación en cuatro cuadrantes”.

#### Energía Consumida

En primer lugar, partiendo de la definición de consumo energético como la suma de los aportes energético realizados al sistema y que en términos matemáticos equivale a la integral en el tiempo de la potencia instantánea cuando el valor de ésta es positivo (según la convención aquí adoptada); basados en la expresión (4.11) reinterpretada en términos de la potencia instantánea, la energía consumida (caracterizada por el subíndice "c") se obtendrá a partir de la siguiente expresión:

$W_c$  : energía consumida ("c" en subíndice)

$$W_c = \int_{P(t)>0} P(t) dt \geq 0$$

$$W_c = \int_{P(t)>0} M(a(t) - a_n)v(t) dt \geq 0$$

#### Energía Consumida en Ascenso

Estudiando específicamente la energía consumida en ascenso, la cual se denota por en superíndice "a", se tiene que:

$W_c^a$  : energía consumida en ascenso

$$W_c^a = \int_{P(t)>0} M(a(t) - a_n)v(t) dt \geq 0$$

Donde a partir de la magnitud positiva de la suma de masas  $M$  y de la velocidad  $v(t)$ , se deduce que la función será integrable en el o los intervalos tales que  $a(t) \geq a_n$  :

$$W_c^a = \int_{P(t)>0} \underbrace{M}_{>0} (a(t) - a_n) \underbrace{v(t)}_{\geq 0} dt \geq 0$$

$$\Rightarrow a(t) - a_n \geq 0$$

$$a(t) \geq a_n$$

En particular obsérvese en la Figura 4.11 las líneas horizontales que caracterizan posibles valores de la aceleración natural del sistema  $a_n$  y las cuales al intersectar la trayectoria triangular de la aceleración  $a(t)$  definen los diferentes intervalos (denotados con achuras) sobre los cuales la potencia es de signo positivo y por ende debe tener lugar la integración. La anterior se acompaña igualmente de la Figura 4.12 que representa la velocidad desarrollada por la cabina, consistentemente con la convención de positividad para los movimientos en ascenso.



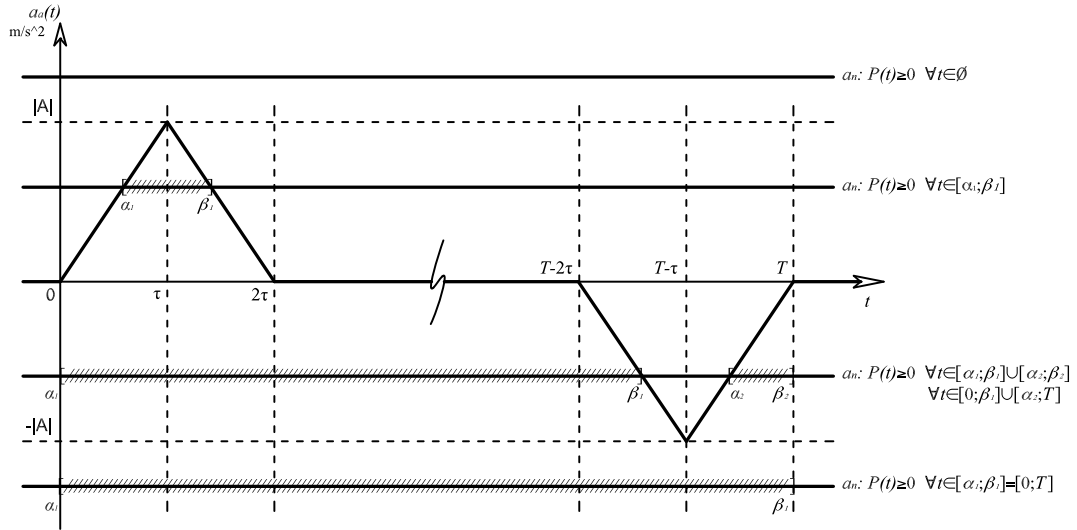


Figura 4.11 Intervalos de integración para la potencia consumida en movimientos de ascenso en función de la aceleración.

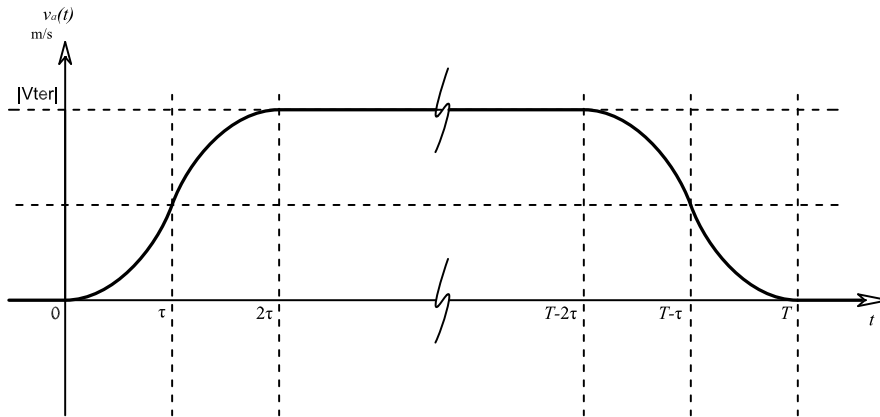


Figura 4.12 Velocidad de la cabina para un movimiento en ascenso.

Dado que el número de intervalos varía entre  $\emptyset$  y 2, desde el punto de vista de la notación matemática debe ser expresado genéricamente por medio de los intervalos cerrados  $[\alpha_i; \beta_i]$  caracterizados por un subíndice progresivo  $i$  que permite distinguir entre los diferentes intervalos en caso de haber dos.

A continuación reescribiendo la implicación correspondiente a la positividad de la potencia en términos de la unión de los intervalos  $[\alpha_i; \beta_i]$  se obtiene:

$$P(t) \geq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_i [\alpha_i; \beta_i] \mid \alpha_i \leq \beta_i$$

Lo cual se lee como “la potencia es superior o igual a cero, si y sólo si  $t$  pertenece a la unión de los intervalos  $[\alpha_i; \beta_i]$  tales que  $\alpha_i$  superior o igual a  $\beta_i$ ” lo cual se sabe es cierto por construcción.

Finalmente, agregando el subíndice "a" a la aceleración y la velocidad, con la finalidad de diferenciar a éstas de aquellas relativas al caso complementario, se obtiene la expresión de la energía consumida en ascenso, a partir de la integral definida de la potencia donde  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  representan los límites de integración.

$$W_c^a = M \sum_i \int_{\alpha_i}^{\beta_i} (a_a(t) - a_n) v_a(t) dt \geq 0 \quad (4.30)$$

$$P(t) \geq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_i [\alpha_i; \beta_i] \mid a_a(t) \geq a_n \text{ y } \alpha_i \leq \beta_i$$

## Energía Consumida en Descenso

De forma similar al procedimiento anteriormente expuesto pero aplicado a los movimientos en descenso, para lo que se hace uso del superíndice "d":

$W_c^d$ : energía consumida en descenso

$$W_c^d = \int_{P(t) \geq 0} M (a(t) - a_n) v(t) dt \geq 0$$

Al igual que con anterioridad, por medio del estudio de las magnitudes de las variables que intervienen, en particular la negatividad de la velocidad, se deduce que la función potencia será integrable en el tiempo para los valores en que se cumpla la condición  $a(t) \leq a_n$ .

$$M > 0$$

$$v(t) \leq 0$$

$$W_c^d = \int_{P(t) \geq 0} M \underbrace{(a(t) - a_n)}_{\leq 0} v(t) dt \geq 0$$

De donde la expresión de la energía consumida en descenso es:

$$W_c^d = M \sum_j \int_{\alpha_j}^{\beta_j} (a_d(t) - a_n) v_d(t) dt \geq 0 \quad (4.31)$$

$$P(t) \geq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_j [\alpha_j; \beta_j] \mid a_d(t) \leq a_n \text{ y } \alpha_j \leq \beta_j$$

## Energía Generada en Ascenso

En el caso de la potencia generada y acorde con la convención anteriormente adoptada, dicha energía estará definida por los intervalos para los cuales la potencia instantánea exhibe un valor negativo, para lo que introduciendo el subíndice "g" para denotar generación; entonces:

$W_g^a$ : energía generada en ascenso

$$W_g^a = \int_{P(t) < 0} M (a(t) - a_n) v(t) dt \leq 0$$

Donde a partir de la positividad de la suma de masas  $M$  y de la velocidad  $v(t)$ , se deduce que la función será integrable en los intervalos tales que  $a(t) \leq a_n$ , intervalos que se ilustran en la Figura 4.13:

$$W_g^a = \int_{P(t) < 0}^{\substack{M \\ > 0}} (a(t) - a_n) \underbrace{v(t)}_{\geq 0} dt \leq 0$$

$$\Rightarrow a(t) - a_n \leq 0$$

$$a(t) \leq a_n$$

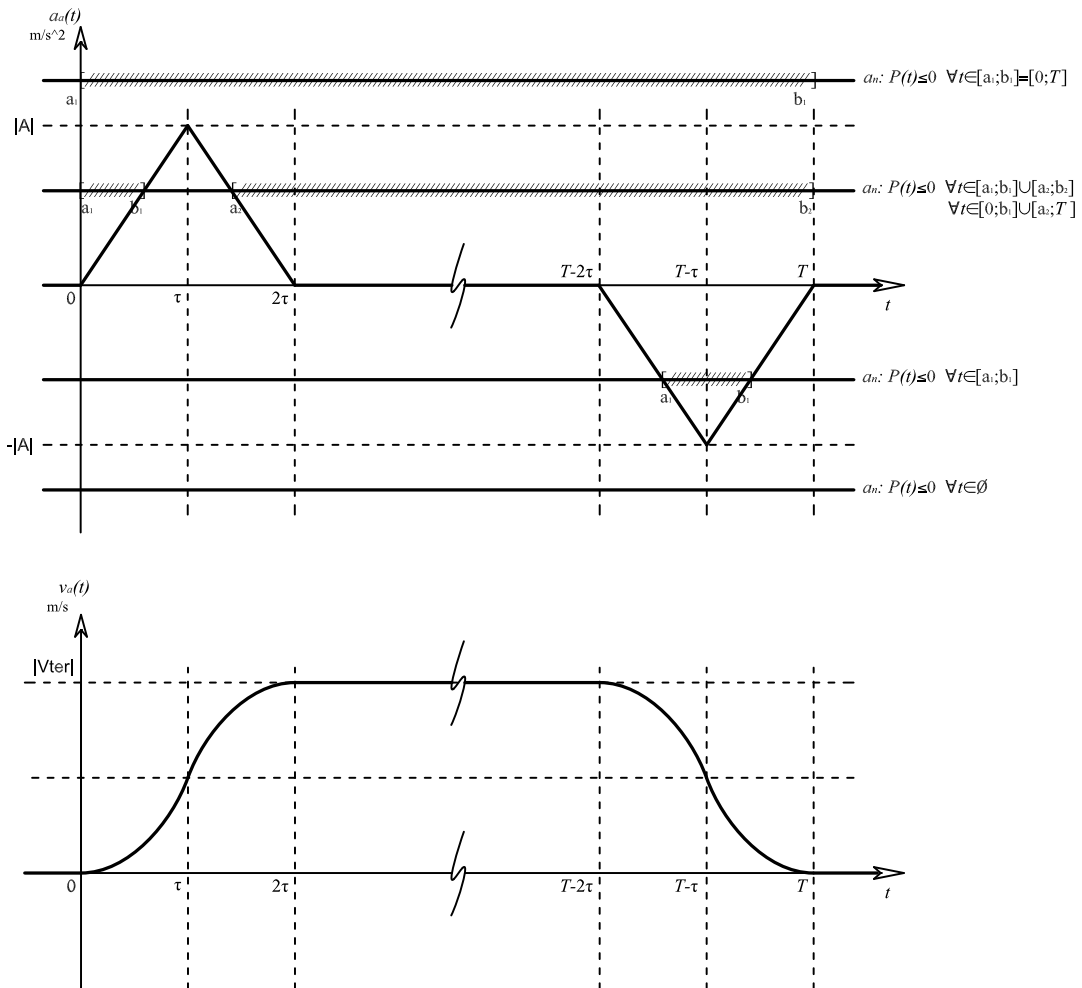


Figura 4.13 Intervalos de integración para la potencia generada en movimientos de ascenso.

De donde la energía generada en ascenso se expresará como:

$$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_a(t) - a_n) v_a(t) dt \leq 0 \tag{4.32}$$

$$P(t) \leq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_i [a_i, b_i] \mid a_a(t) \leq a_n \text{ y } a_i \leq b_i$$

## Energía Generada en Descenso

Siguiendo el procedimiento extensivamente expuesto con anterioridad se puede demostrar finalmente que la energía generada en descenso se expresa como:

$$W_g^d = M \sum_j \int_{a_j}^{b_j} (a_d(t) - a_n) v_d(t) dt \leq 0 \quad (4.33)$$

$$P(t) \leq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_j [a_j; b_j] \mid a_d(t) \geq a_n \text{ y } a_j \leq b_j$$

En conclusión, en el apartado anterior se han definido las cuatro expresiones que caracterizan a la energía consumida y generada tanto para movimientos en ascenso como de descenso, en lo que se conoce como “operación en cuatro cuadrantes”; expresiones que a continuación se recapitulan.

	<b>Consumo</b>	<b>Generación</b>
<b>Ascenso</b>	$W_c^a = M \sum_i \int_{\alpha_i}^{\beta_i} (a_d(t) - a_n) v_a(t) dt \geq 0$ $P(t) \geq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_i [\alpha_i; \beta_i] \mid a_d(t) \geq a_n \text{ y } \alpha_i \leq \beta_i$	$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_d(t) - a_n) v_a(t) dt \leq 0$ $P(t) \leq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_i [a_i; b_i] \mid a_d(t) \leq a_n \text{ y } a_i \leq b_i$
<b>Descenso</b>	$W_c^d = M \sum_j \int_{\alpha_j}^{\beta_j} (a_d(t) - a_n) v_d(t) dt \geq 0$ $P(t) \geq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_j [\alpha_j; \beta_j] \mid a_d(t) \leq a_n \text{ y } \alpha_j \leq \beta_j$	$W_g^d = M \sum_j \int_{a_j}^{b_j} (a_d(t) - a_n) v_d(t) dt \leq 0$ $P(t) \leq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_j [a_j; b_j] \mid a_d(t) \geq a_n \text{ y } a_j \leq b_j$

### 4.3.2 Relación Consumo-Ascenso/Generación-Descenso

El objetivo de este pasaje consiste en demostrar formalmente las relaciones de equivalencia entre la energía consumida en ascenso y la energía generada en descenso. Para ello y partiendo de la expresión de la energía consumida en ascenso, se realizan dos cambios de variables sucesivos y una reescritura que concluye con la identificación de los términos correspondientes a la energía generada en descenso. Posteriormente se ilustra gráficamente la intuición geométrica subyacente al procedimiento.

Retomando la expresión (4.30) de la energía consumida en ascenso:

$$W_c^a = M \sum_i \int_{\alpha_i}^{\beta_i} (a_a(t) - a_n) v_a(t) dt \geq 0$$

$$P(t) \geq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_i [\alpha_i; \beta_i] \mid a_a(t) \geq a_n \text{ y } \alpha_i \leq \beta_i$$

Explicitando sucesivamente la expresión integral de la velocidad:

$$W_c^a = M \sum_i \int_{\alpha_i}^{\beta_i} (a_a(t) - a_n) \int_0^t a_a(x) dx dt$$

A continuación ejecutando un primer cambio de variable tal que:

$t$ : variable original de tiempo (cursiva)

$T$ : tiempo total de trayecto

$t$ : nueva variable de tiempo (romana)

Donde:

$$t = T - t$$

Entonces:

$$W_c^a = M \sum_i \int_{T-\alpha_i}^{T-\beta_i} (a_a(T-t) - a_n) \int_0^{T-t} a_a(x) dx (-dt)$$

Por lo que reescribiendo lo anterior se obtiene:

$$W_c^a = -M \sum_i \int_{T-\alpha_i}^{T-\beta_i} (a_a(T-t) - a_n) \int_0^{T-t} a_a(x) dx dt$$

Posteriormente, ejecutando un segundo cambio de variable tal que:

$$y = T - x$$

$$W_c^a = -M \sum_i \int_{T-\alpha_i}^{T-\beta_i} (a_a(T-t) - a_n) \int_T^t a_a(T-y) (-dy) dt$$

$$W_c^a = -M \sum_i \int_{T-\alpha_i}^{T-\beta_i} (a_d(T-t) - a_n) \int_T^t a_d(T-y) (-dy) dt$$

$$a_d(T-t) = -a_d(t) = a_d(t)$$

$$W_c^a = -M \sum_i \int_{T-\alpha_i}^{T-\beta_i} (a_d(t) - a_n) \int_T^t a_d(y) (-dy) dt$$

$$W_c^a = -M \sum_i \int_{T-\alpha_i}^{T-\beta_i} (a_d(t) - a_n) (-v_d(t)) dt$$

Sucesivamente invirtiendo los límites de integración de manera que sean progresivos en la variable t (romana):

$$\alpha_i \leq \beta_i \Leftrightarrow T - \beta_i \leq T - \alpha_i$$

$$W_c^a = -M \sum_i - \int_{T-\beta_i}^{T-\alpha_i} (a_d(t) - a_n) (-v_d(t)) dt$$

$$W_c^a = -M \sum_i \int_{T-\beta_i}^{T-\alpha_i} (a_d(t) - a_n) v_d(t) dt$$

A continuación asumiendo la reescritura de los límites de integración tal que:

$$a_i = T - \beta_i$$

$$b_i = T - \alpha_i$$

$$W_c^a = -M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_d(t) - a_n) v_d(t) dt \geq 0$$

De donde se reconoce la expresión (4.33) relativa a la potencia generada en descenso.

$$W_c^a = -M \underbrace{\sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_d(t) - a_n) v_d(t) dt}_{\leq 0} \geq 0$$

$$W_g^d = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} \underbrace{(a_d(t) - a_n)}_{\geq 0} \underbrace{v_d(t)}_{\leq 0} dt \leq 0$$

$$a_d(t) \geq a_n$$

Por lo tanto

$$\therefore W_c^a = -W_g^d \tag{4.34}$$

Es decir, **la energía consumida en ascenso es igual al opuesto (“menos”) de la energía generada en descenso.** Adicionalmente y por medio del mismo procedimiento es posible demostrar que:

$$W_g^a = -W_c^d \tag{4.35}$$

En lo que se refiere a la intuición geométrica del procedimiento algebraico, ésta consiste en demostrar que en realidad la aceleración tanto de ascenso como descenso son “imágenes en espejo”, por lo que mediante una “reflexión” y translación del eje de tiempo se puede expresar una en función de la otra, lo que formalmente se ejecuta por medio de dos cambios sucesivos de variable.

Con la finalidad de ilustrar lo anterior a continuación en la Figura 4.14 se muestra la aceleración e intervalos de integración asociados a la generación en movimiento de descenso. En particular nótese que para el movimiento en descenso, la evolución de la aceleración comienza con una aceleración triangular negativa.

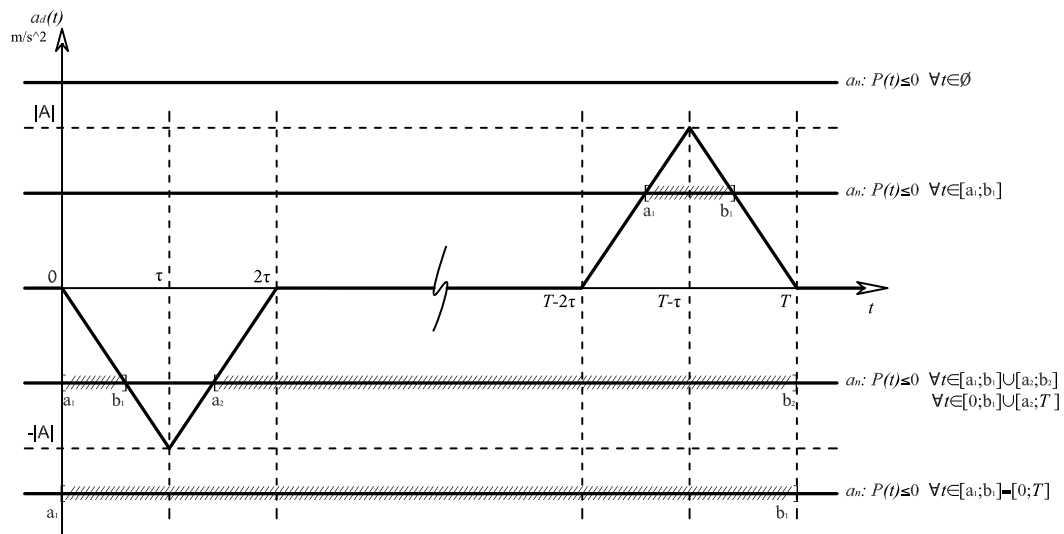


Figura 4.14 Intervalos de integración para la potencia generada en movimientos de descenso

En esta figura se muestran los intervalos derivados de la relación de aceleraciones para los cuales la potencia es negativa o igual a cero, consistente con la definición de energía generada.

A continuación, en la Figura 4.15 se ilustra en la parte alta la aceleración y los intervalos de integración correspondientes a la energía consumida en ascenso, seguido por la aceleración e intervalos correspondientes a la energía generada en descenso, con la particularidad que en este caso se trata de una “imagen en espejo” de la Figura 4.14.

Posteriormente, comprobando la ubicación de los intervalos de integración y una vez constatada dicha correspondencia, se puede entender que mediante los cambios sucesivos de variables se consigue una imagen simétrica y trasladada en cuanto a la evolución del tiempo se refiere.

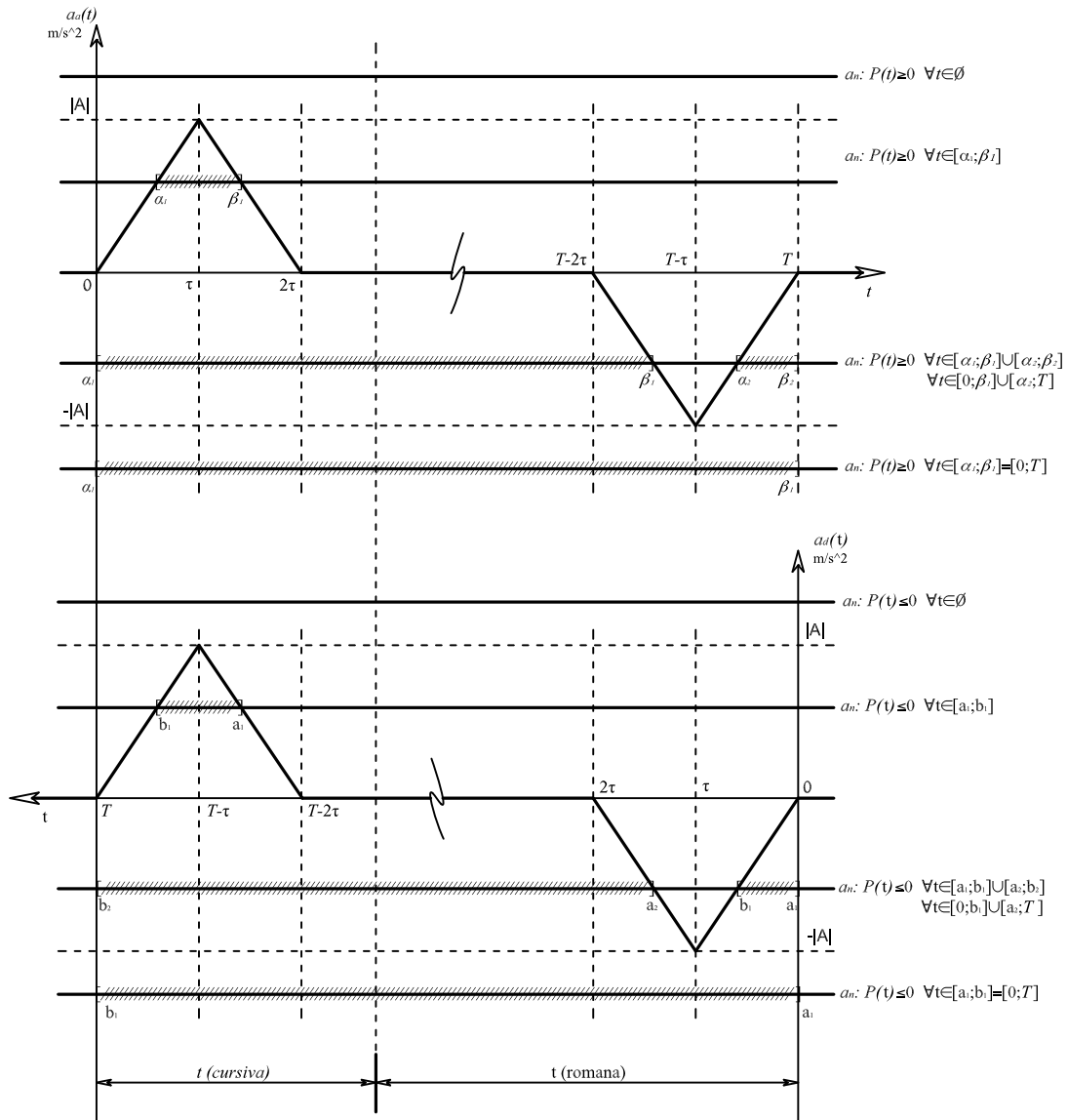


Figura 4.15 Intuición geométrica para la demostración de la relación entre consumo en ascenso y generación en descenso



### 4.3.3 Relación Consumo-Generación

El objetivo del siguiente pasaje consiste en demostrar la relación existente entre la energía consumida y la energía generada en los movimientos de mismo sentido, ascenso o descenso. Así, partiendo de la expresión (4.32) de la energía generada en ascenso:

$$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_a(t) - a_n) v_a(t) dt \leq 0$$

$$P(t) \leq 0 \Leftrightarrow t \in \bigcup_i [a_i; b_i] \mid a_a(t) \leq a_n \text{ y } a_i \leq b_i$$

Para la cual, la aceleración y los intervalos de integración se ilustran en la Figura 4.16.

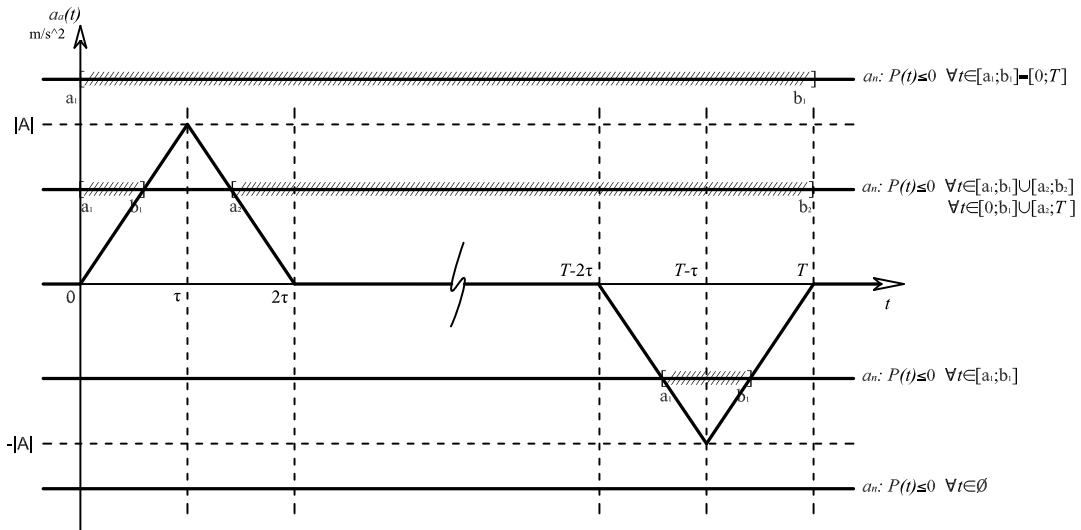


Figura 4.16 Aceleración en ascenso e intervalos de integración para la energía generada.

Sucesivamente explicitando la integral que da origen a la velocidad:

$$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_a(t) - a_n) \int_0^t a_a(x) dx dt \leq 0$$

$$a_a(t) \leq a_n \text{ y } a_i \leq b_i$$

Explotando la propiedad de simetría de la aceleración:

$$a_d(t) = -a_a(t)$$

Reescribiendo en función de  $a_d(t)$ :

$$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (-a_d(t) - a_n) \int_0^t -a_d(x) dx dt \leq 0$$

$$-a_d(t) \leq a_n \text{ y } a_i \leq b_i$$

A continuación haciendo uso de las propiedades de la integral:

$$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_d(t) + a_n) \int_0^t a_d(t) dx dt \leq 0$$

$$a_d(t) \geq -a_n \text{ y } a_i \leq b_i$$

A continuación sea la aceleración  $a'_n$  tal que  $a'_n = -a_n$ , entonces:

$$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_d(t) - a'_n) \int_0^t a_d(t) dx dt \leq 0$$

$$a_d(t) \geq a'_n \text{ y } a_i \leq b_i$$

Evaluando sucesivamente la integral de la velocidad:

$$W_g^a = M \sum_i \int_{a_i}^{b_i} (a_d(t) - a'_n) v_d(t) dt \leq 0$$

$$a_d(t) \geq a'_n \text{ y } a_i \leq b_i$$

Donde se reconoce en el lado derecho la expresión de la energía generada en descenso para  $a'_n$  (4.33), de donde:

$$W_g^a(a_n) = W_g^d(a'_n)$$

De lo que por definición de  $a'_n$  tal que  $a'_n = -a_n$ , entonces:

$$W_g^a(a_n) = W_g^d(-a_n)$$

A continuación aplicando una reescritura de (4.34) anteriormente probada y aquí retomada:

$$W_c^a = -W_g^d \tag{4.34}$$

$$W_g^d = -W_c^a$$

En conclusión:

$$\therefore W_g^a(a_n) = -W_c^a(-a_n) \tag{4.36}$$

Igualmente se puede probar por el mismo procedimiento que:

$$W_g^d(a_n) = -W_c^d(-a_n) \tag{4.37}$$

En cuanto a la intuición geométrica y de forma similar a lo expresado en la anterior demostración, en la Figura 4.17 se observa que mediante dos simetrías y una translación se consigue hacer corresponder las trayectorias de la aceleración y los intervalos de integración entre las dos figuras. En la figura inferior se puede observar la orientación de los ejes coordenados, en primer lugar la orientación descendente del eje correspondiente a las ordenadas, que se consigue como resultado de la aplicación de la propiedades de simetría de la aceleración. En cuanto al eje de las abscisas, la inversión y translación se logran al aplicar el resultado del pasaje anterior, el cual implicaba específicamente este efecto geométrico.

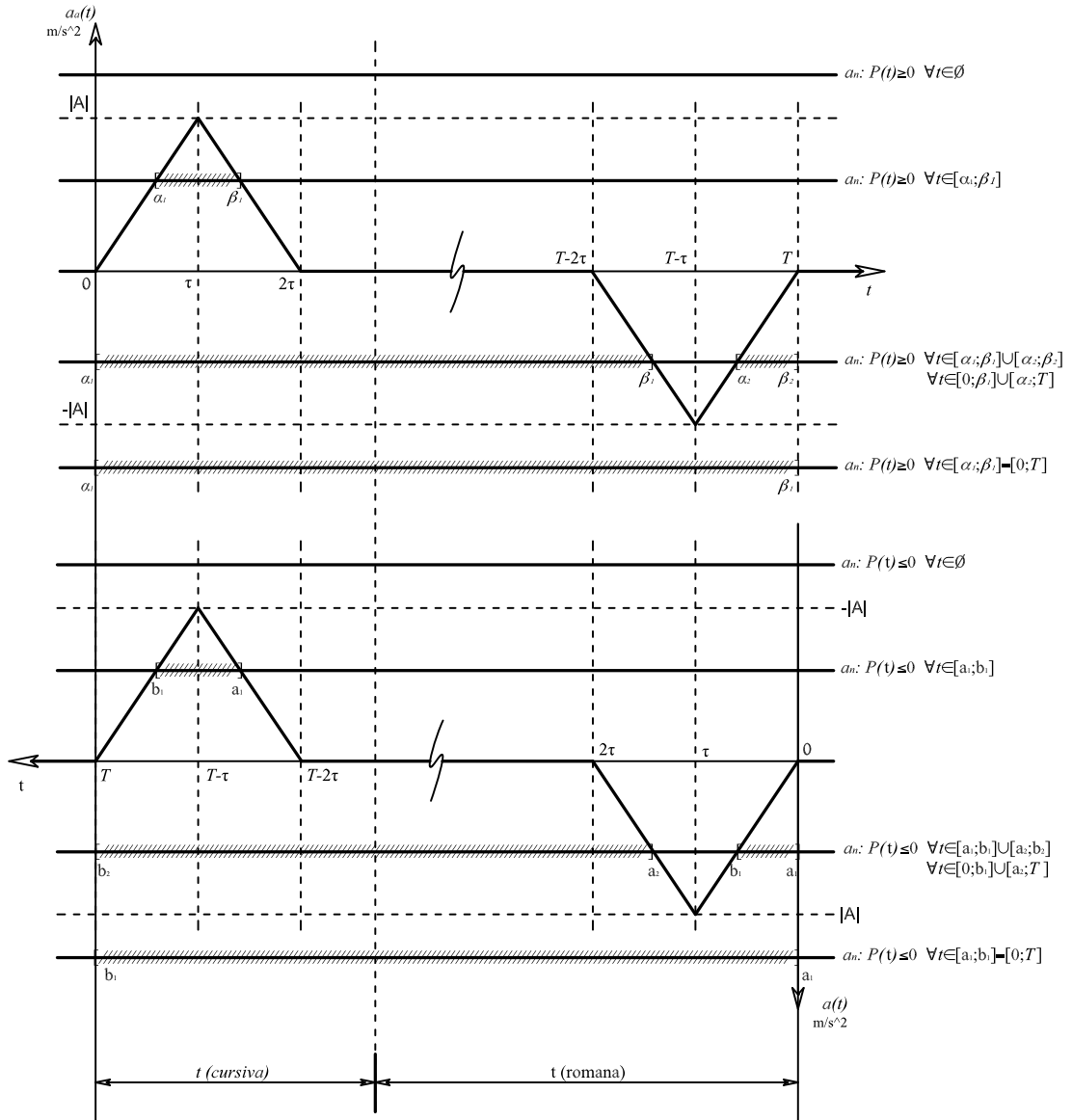


Figura 4.17 Intuición geométrica para la demostración de la relación entre consumo en ascenso y generación en ascenso

## Recapitulación

En conclusión en este apartado se ha demostrado que existe una relación formal entre las energías consumidas y generadas, tanto para movimientos en ascenso como descenso. Dichas relaciones se recopilan a continuación:

		Energía	
		Consumida	Generada
Movimiento	Ascenso	$W_c^a(a_n)$	$W_g^a(a_n) = -W_c^a(-a_n)$
	Descenso	$W_c^d(a_n) = W_c^a(-a_n)$	$W_g^d(a_n) = -W_c^a(a_n)$

En la obtención de estas expresiones y como se ha expuesto a lo largo de este apartado se ha hecho un empleo extensivo de cambios de variables, los cuales pueden ser interpretados a manera de transformaciones geométricas, en particular translaciones y reflexiones. Finalmente, conforme a lo anunciado en la introducción de este apartado se concluye que a partir de la expresión relativa a la energía consumida, la cual ha sido definida y estudiada en el segundo apartado, es posible estimar la energía consumida en descenso, así como las energías generadas tanto en ascenso como descenso.

## Conclusión

Consistentemente con los objetivos anunciados en la introducción, en el presente capítulo se han determinado las relaciones por casos para las energías, consumida y generada, tanto para los movimientos en ascenso como en descenso. La consecución de estos objetivos ha resultado de las contribuciones progresivas de cada uno de los tres apartados que componen el presente y que se resumen a continuación.

En el primer apartado, destinado al estudio de la cinemática del ascensor, se ha constatado en primer término la escasez de informaciones en torno a la especificación de la aceleración, pese a ser posiblemente la magnitud más relevante al calcularse a partir de ésta la velocidad y desplazamiento. A lo anterior se agrega el hecho de que la mayoría de los casos recogidos en la literatura se enfocan hacia los ascensores de alta velocidad en edificios de gran altura, por lo que a partir de las informaciones disponibles, en algunos casos infiriendo el trazado de la aceleración a partir de las trayectorias temporales de la velocidad y considerando las características del parque edificatorio español, se optó por una especificación triangular para la aceleración, supuesto que será reexaminado y consolidado en el Capítulo 5. Sucesivamente determinando los intervalos de tiempo en que cada una de las tres fases de movimiento tienen lugar, se ha procedido finalmente a la determinación por tramos de las expresiones correspondientes a la aceleración, velocidad y recorrido.

En cuanto al segundo apartado, éste tuvo por cometido el desarrollo del modelo dinámico del ascensor, por lo que atendiendo a los imperativos metodológicos de forma, se ha definido el sistema material y los supuestos simplificadores asumidos para tal fin, los cuales obedecen en último término a la extensión y enfoque de la presente investigación como un “argumento de plausibilidad”. En la medida de lo posible y como es el caso específico de las inercias rotacionales, que figuran prominentemente en el modelo de Peters [3] para un ascensor de tecnología “geared”, se ha estimado que la incidencia de esta sería aproximadamente 40 veces menos significativa para los ascensores de tecnología “gearless”, por lo que se ha desestimado su inclusión en el modelo; además, dada la previsible variabilidad y carencia de datos, esto requeriría para la ulterior aplicación numérica asumir un valor arbitrario o al menos difícilmente sustentable como es el caso anteriormente referido.

Adicionalmente y como ha sido oportunamente señalado, la inclusión de datos empíricos permitiría a futuras investigaciones determinar en primer término la incidencia real de dichos supuestos y la robustez del modelo. Una vez explicitadas las condiciones bajo las cuales se construye el modelo, a continuación se ha estudiado la incidencia que la operación en cuatro cuadrantes tiene en el cómputo de la energía efectivamente consumida; ya que en el curso de un movimiento, dependiendo de la relación de masas y la especificación de la aceleración, se alternan periodos de operación en régimen “motor” y “generador”, por lo que de integrarse la expresión de la potencia instantánea sobre la totalidad de la duración del movimiento y de comprender éste una alternancia de regímenes de operación, el resultado arrojado sería inferior al monto efectivamente consumido. En este sentido, la evidencia aportada sugiere que

Peters [3] incurre en dicho error, pasando por alto la conmutación entre regímenes motrices; por lo que una de las contribuciones del presente capítulo y modelo consiste en obtener el cálculo de la energía consumida consistentemente con los regímenes de operación del motor. En conclusión, el segundo apartado ha culminado con la expresión por casos de la energía teórica consumida suponiendo exclusivamente un movimiento en ascenso.

Finalmente en el tercer apartado se han demostrado las relaciones de equivalencia que permiten, a partir de la expresión de la energía consumida en ascenso, estimar la energía consumida en descenso, así como la correspondientemente generada tanto en ascenso como en descenso. Con este objetivo se han llevado a cabo cambios de variables análogos a transformaciones geométricas, las que han aportado una comprensión visual de las simetrías que imperan en la operación a cuatro cuadrantes de los grupos tractores de los ascensores.

## Referencias de Capítulo

- [1] Antonio Miravete and E. Larrodé, *Elevadores: Principios e Innovaciones*. Barcelona, España: Reverté Barcelona, 2007.
- [2] Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003.
- [3] Richard David Peters, "Vertical Transportation Planning in Buildings," Department of Electrical Engineering and Electronics, Brunel University, Doctoral dissertation 1998.
- [4] Richard Peters and Arup Group Ltd., "Green Lifts?," in *Proceedings of CIBSE National Conference 1994*, 1994.
- [5] Marja-Liisa Siikonen, Tuomas Susi, and Henri Hakonen, "Passenger Traffic Flow Simulation in Tall Buildings," in *International Conference on Multi-Purpose High-Rise Towers and Tall Buildings*, 2000.
- [6] K. J. Butcher and J. Wilson, *Transportation Systems in Buildings*, The Chartered Institution of Building Services Engineers, Ed. London, UK: Page Bros, 1993.
- [7] Tapio Tyni and Jari Ylinen, "Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem," *European Journal of Operational Research*, no. 169, pp. 960-977, 2006.
- [8] Harri Hakala, Marja-Liisa Siikonen, Tyni Tapio, and Jari Ylinen, "Energy-efficient elevators for tall buildings," in *CTBUH (Council on Tall Buildings and Urban Habitat) 6th World Congress*, Melbourne, Australia, 2001.
- [9] Zhangyong Hu, Yaowu Liu, Qiang Su, and Jiazhen Huo, "A Multi-Objective Genetic Algorithm Designed for Energy Saving of the Elevator System with Complete Information," in *2010 IEEE International Energy Conference*, 2010.
- [10] Richard Peters, "Ideal lift Kinematics; Complete Equations for Plotting Optimum Motion," in *Elevator Technology 6: Proceedings of ELEVCON*, Hong-Kong, 1995.
- [11] Anibal T. De Alameida, Carlos Patrao, Joao Fong, Rui Araujo, and et al, "Energy Efficient Elevators and Escalators," Department of Electrical Engineering, ISR-University of Coimbra, 2010.
- [12] Rory Smith and Richard Peters, "Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm," *Elevator Technology* , no. 14, 2004.
- [13] Harvey M. Sachs, "Opportunities for Energy Efficiency Improvemets," American Council for an Energy-Efficient Economy, Washington, DC, 2005.

- [14] Richard Peters and Arup Group Ltd., "Mathematical Modelling of Lift Drive Motion and Energy Consumption," in *Proceedings of CIBSE National Conference 1995*, 1995.
- [15] Richards Peters and Pratap Mehta, "Green Lift Control Strategies," *International Journal of Elevator Engineers*, vol. 2, 1998.



## Capítulo 5

# Determinación de las Matrices de Energía

### Introducción

El objetivo de este capítulo consiste en calcular los valores numéricos de las **matrices de energía** en función de la longitud de desplazamiento, carga en cabina, porcentaje de contrapeso y sentido de desplazamiento (ascendente o descendente). La estructura del capítulo consta de tres apartados, cuyas contribuciones progresivas culminan en la estimación y validación de dichas matrices.

Así, en el **primer apartado se determinarán las velocidades más representativas** mediante la revisión de la oferta de ascensores y las características del parque edificatorio en altura, puntualizando que lo anterior no excluye la necesidad de corroborar la capacidad de transporte del sistema por los medios descritos en capítulos posteriores.

El **segundo apartado** tiene por cometido **determinar los valores numéricos de los parámetros** que intervienen en la especificación **de la aceleración** y por ende a la energía. Para ello se expondrá una metodología en la que se compara la potencia máxima teórica con la potencia nominal motriz en especificaciones.

Finalmente en el **tercer apartado se ejecutará el cálculo de las matrices de energía** a partir de las expresiones analíticas definidas en el Capítulo 4 y los valores numéricos de los parámetros determinados a lo largo de este capítulo. Adicionalmente, con el objetivo de validar estos resultados, se desarrollará e implementará en JAVA un modelo en recurrencias, en lo que se podría asemejar a una simulación. Por último, se

demostrará la consistencia de los resultados energéticos derivados de los dos enfoques, con lo que en última instancia se concluirá la validez de las matrices de energía, en particular aquellas de origen analítico.

## Nomenclatura

$a(t)$	Aceleración función por tramos en el tiempo
$A$	Valor máximo que alcanza la aceleración, también referido como módulo ( $m/s^2$ ), Figura 4.2, variable de confort
$a_n$	Aceleración “natural” que experimentaría el conjunto viajero en ausencia de fuerza motriz ( $m/s^2$ )
$\alpha = a_n/A$	Relación entre aceleración natural y máxima
$da/dt$	Variación o “pendiente” de la aceleración (jerk), variable de confort
$D = l \cdot D_{inter}$	Distancia vertical que separa origen y destino (m)
$D_{ace}$	Distancia requerida para acelerar la cabina a velocidad de cruceo (m)
$D_{fre}$	Distancia de frenada (m)
$D_{inter}$	Distancia vertical promedio entre dos niveles consecutivos de la edificación (3m)
$D_{ter}$	Distancia recorrida a velocidad de cruceo (m)
$l$	Longitud de recorrido (niveles)
$m_1 = m_c + m_e$	Masa del conjunto viajero (kg)
$m_2 = m_e + \mu \cdot m_{max}$	Masa del contrapeso (kg)
$m_c = q \cdot 70,75$	Masa de la carga útil transportada en cabina (kg)
$m_e$	Masa de la cabina en vacío (kg)
$m_{max}$	Capacidad o carga máxima de cabina (kg)
$M = m_1 + m_2$	Suma de masas (kg)
$\mu$	Porcentaje de contrapeso (decimal)
$P(t)$	Potencia instantánea (W)
$P_{max}$	Potencia instantánea máxima (W)
$q$	Número de pasajeros transportados (unidades)
$T = t/\tau$	
$T_m$	Fuerza ejercida por el motor (N)
$\tau$	Semiperiodo de tiempo de aceleración y frenada, Figura 4.2
$\Theta$	Parámetro tecnológico para ascensores “geared” o con “regenerador”
$v(t)$	Velocidad instantánea, función por tramos
$V_{ter}$	Velocidad terminal, de consiga o de cruceo en fase de movimiento uniforme, Figura 4.3
$W_i^j \Big _k^m$	$W$ : Energía (J) subíndice $i$ : $\begin{cases} c : \text{consumida} \\ g : \text{generada} \end{cases}$ superíndice $j$ : $\begin{cases} a : \text{ascenso} \\ d : \text{descenso} \end{cases}$ $k$ : límite inferior de integración (tiempo, s) $m$ : límite superior de integración (tiempo, s)
$x(t)$	Desplazamiento o recorrido función por tramos en el tiempo, Figura 4.4

## Primer Apartado

### 5.1 Velocidad de Crucero; Representatividad

#### Introducción

El objetivo de este apartado es determinar al menos una velocidad representativa en términos de: la oferta actual, la composición en altura del parque edificatorio español y las fuentes disponibles en la literatura.

Para ello en primer término se retoman las expresiones que definen la aceleración así como sus restricciones de confort. Basados en las recomendaciones recabadas en la literatura, se define el denominado “dominio de confort”, es decir, el conjunto de valores admisibles para los parámetros que rigen la aceleración y se determinan los valores compatibles con la hipótesis del “régimen completo” de operación (i.e. cuando el ascensor desarrolla la velocidad de consigna entre dos niveles consecutivos), a partir de lo que se denominará la “restricción de recorrido”, obteniéndose una partición del dominio de confort. De lo anterior se derivará el rango de velocidades compatibles con la especificación triangular restringida por condiciones de confort y recorrido.

En segundo lugar se procede al estudio de la composición de la oferta actual de ascensores para edificios residenciales y de oficinas, poniendo especial énfasis en los segundos, ya que según las afirmaciones de consenso en la literatura, las condiciones de alta intensidad de tráfico inherentes a éstos ponen a prueba las capacidades límite de servicio de los sistemas de ascensores.

Como resultado del análisis de esta oferta se concluirá la necesidad de extender el alcance del modelo para dar mayor cobertura y representatividad. Para ello, en tercer lugar, se estudian tres alternativas que permiten el incremento de la velocidad de crucero mediante la relajación de la restricción de recorrido pero ciñéndose a las condiciones de confort.

Finalmente y basados en la estimación de la potencia máxima de alimentación, expuesta en profundidad en el segundo apartado, se demuestra que la única alternativa que se ajusta a los datos declarados en las especificaciones del fabricante KONE es la basada en una especificación triangular, por lo que los resultados y conclusiones derivados del desarrollo del modelo cinemático-dinámico Triangular Restringido desarrollado con anterioridad tienen vigencia sobre el denominado Modelo Triangular Extendido.

#### 5.1.1 Dominio de Confort

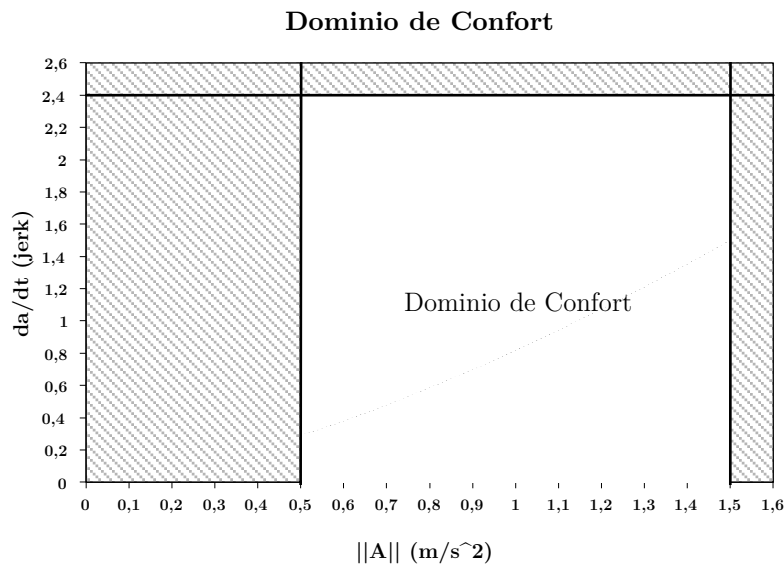
Las restricciones de confort representan los valores límite permisibles reconocidos por la industria que garantizan el bienestar de los pasajeros al realizar un trayecto a bordo de un ascensor. Específicamente se refieren al valor máximo que la aceleración puede

asumir, así como la máxima variación que la aceleración puede sufrir<sup>1</sup>; lo que en términos analíticos supone:

$$\begin{aligned} \|A\| &\ll \|g\| \\ 0,5 \text{ m/s}^2 &< \|A\| < 1,5 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\frac{da}{dt} \leq 2,4 \text{ jerk} \tag{5.2}$$

Gráficamente se puede interpretar ( Figura 5.1) como el dominio no sombreado en el plano definido por las variables de confort; en lo sucesivo dicho dominio será referido como “dominio de confort”.



### 5.1.2 Aceleración

Por su parte para la aceleración, retomando la especificación triangular asumida en el Capítulo 4 (Figura 5.2), que consigue una variación continua de la velocidad que satisface la condición de confort<sup>2</sup> (5.2).

<sup>1</sup> Miravete, A.; Larrodé, E. (2007) p 65.

<sup>2</sup> A este respecto hay que destacar que por regla general, la mayoría de los ascensores actualmente en operación, así como una importante proporción de los sistemas ofertados en el mercado, no satisfacen dicha condición ya que hacen uso de una aceleración constante. Para las fuentes más recientes en las cuales se corrobora dicha afirmación consultar: Georgiev, Mirchevski (2012); Ahmed *et al* (2014).

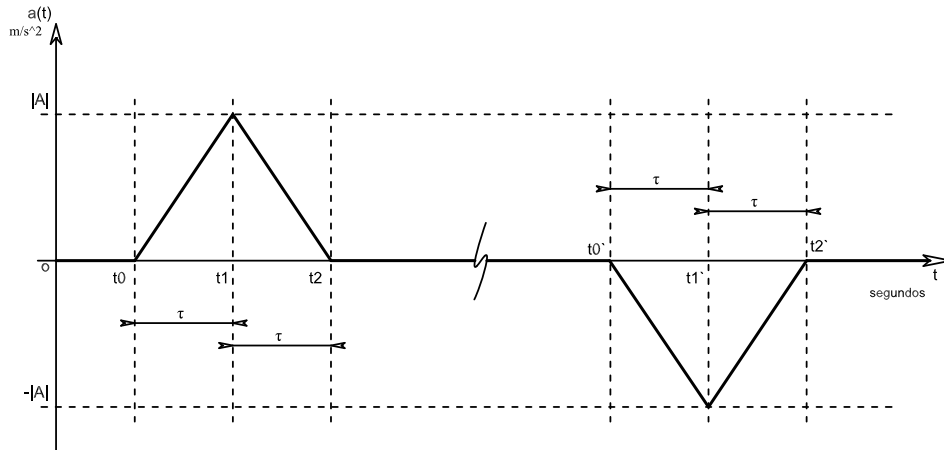


Figura 5.2 Patrón de aceleración triangular

Retomando la expresión analítica de la aceleración (ver Capítulo 4):

$$a(t) = \begin{cases} \frac{A}{\tau} \cdot t & \text{si } 0 \leq t \leq \tau \\ 2 \cdot A - \frac{A}{\tau} \cdot t & \text{si } \tau \leq t \leq 2\tau \end{cases} \quad (5.3)$$

Derivando se obtiene:

$$\frac{d}{dt} a(t) = \begin{cases} \frac{A}{\tau} & \text{si } 0 \leq t \leq \tau \\ -\frac{A}{\tau} & \text{si } \tau \leq t \leq 2\tau \end{cases} \quad (5.4)$$

Donde la derivada corresponde a la pendiente de los tramos de recta que se aprecian en la gráfica Figura 5.2. Si en lo sucesivo se establece:

$$\frac{da}{dt} = \frac{A}{\tau} \quad (5.5)$$

Se obtiene que la expresión analítica de la aceleración en la que intervienen explícitamente las variables de confort:

$$a(t) = \begin{cases} \frac{da}{dt} \cdot t & \text{si } 0 \leq t \leq A \cdot \frac{dt}{da} \\ 2 \cdot A - \frac{da}{dt} \cdot t & \text{si } A \cdot \frac{dt}{da} \leq t \leq 2A \cdot \frac{dt}{da} \end{cases} \quad (5.6)$$

### 5.1.3 Régimen Completo de Operación; Restricción de Recorrido

Como es posible suponer, la elección de un par ordenado dentro del dominio de confort, tiene implicaciones en el régimen de trabajo del ascensor, en particular sobre su capacidad para desarrollar la velocidad de cruce, aun para el trayecto mínimo que

separa dos niveles consecutivos. En este sentido se describió previamente la existencia de dos regímenes de funcionamiento; el régimen trunco para el cual el ascensor no alcanza la velocidad de cruce de consigna y el régimen completo para el cual el ascensor alcanza dicha velocidad. A este respecto, se determinó en capítulos anteriores la distancia de aceleración, la cual es:

$$D_{ace} = A\tau^2 \quad (5.7)$$

Adicionalmente se demostró que la simetría de la función de aceleración con respecto del eje de las abscisas (aceleración-frenada) implica la igual magnitud para las distancias de aceleración y frenado. Lo cual a su vez reescrito en términos de la derivada de la aceleración equivale a:

$$D_{ace} = D_{fre} = A\tau^2 = A^3 \cdot \left(\frac{da}{dt}\right)^{-2} \quad (5.8)$$

Por lo que, la condición de trabajo del régimen completo, referida como **restricción de recorrido**, implica que la suma de las distancias de aceleración y frenado debe ser inferior a la distancia a salvar entre niveles consecutivos.

$$D_{ace} + D_{fre} \leq D_{inter} \quad (5.9)$$

Lo que en términos de las variables de confort y explicitando la función de la derivada de la aceleración, es igual a:

$$2A\tau^2 \leq D_{inter} \Rightarrow 2 \cdot A^3 \cdot \left(\frac{da}{dt}\right)^{-2} \leq D_{inter} \quad (5.10)$$

$$\frac{da}{dt} \geq \sqrt{\frac{2}{D_{inter}}} \cdot A^{\frac{3}{2}}$$

Si a continuación se asume un valor mínimo para la distancia entre niveles igual a 3 metros, valor mínimo usual en el entorno de la construcción, se obtiene en consecuencia una partición del dominio de confort (Figura 5.3) donde es posible identificar al conjunto de pares ordenados correspondientes al régimen completo de operación.

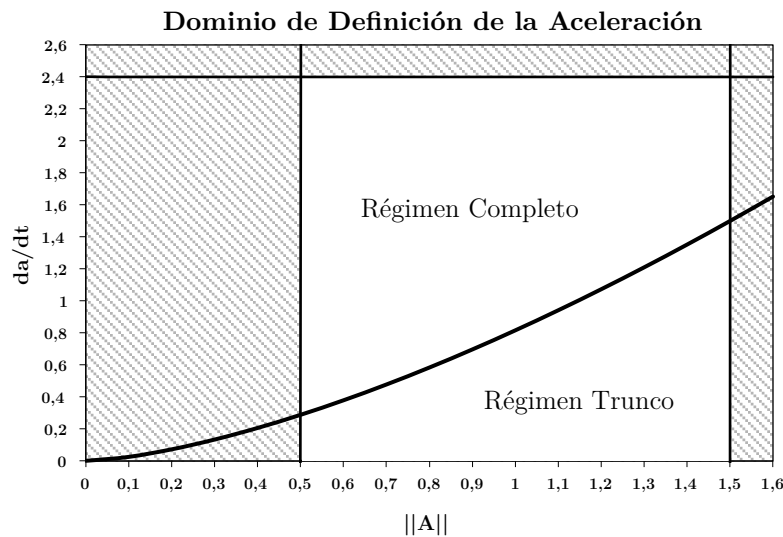


Figura 5.3 Régimen de Operación del Ascensor; “Régimen Completo” refiere al hecho que el ascensor alcanza la velocidad terminal aun para trayectos en niveles sucesivos.

### 5.1.4 Hipótesis para la Velocidad Terminal de Crucero

En cuanto a la velocidad terminal o de crucero, se demostró previamente que se define implícitamente a través de los parámetros de la aceleración:

$$v(2\tau) = V_{ter} = A \cdot \tau \quad (5.11)$$

$$V_{ter} = A \cdot \tau = A^2 \cdot \left(\frac{da}{dt}\right)^{-1}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{A^2}{V_{ter}} \quad (5.12)$$

De donde asumiendo valores específicos para la velocidad terminal o de crucero es posible graficar las curvas de nivel de la función  $V_{ter}(A, da/dt)$  como a continuación se ilustra.

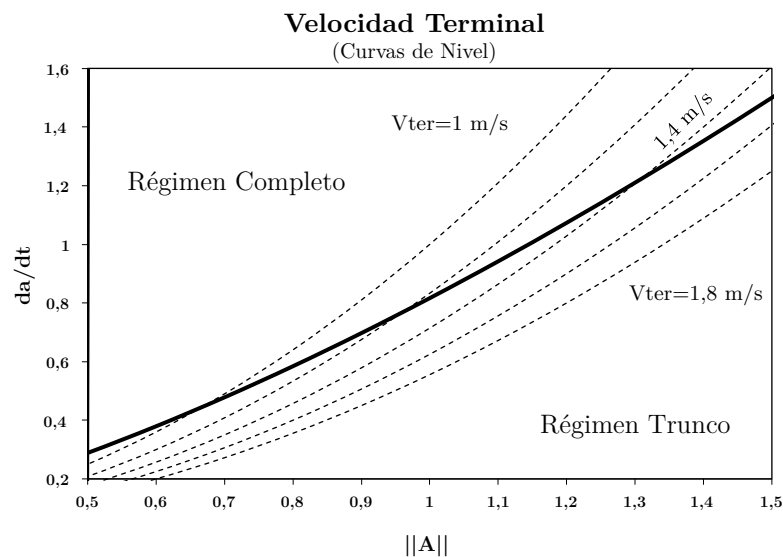


Figura 5.4 Velocidad Terminal

De lo anterior se concluye que bajo la especificación actual del modelo existe un rango de velocidades entre 0,1-1,5 m/s compatible con las hipótesis de confort y operación en régimen completo. De donde, con la finalidad de sustentar la representatividad del modelo o determinar la necesidad de una extensión a éste, se emprende una revisión de la oferta actual de ascensores basada en sus características principales; revisión que en lo sucesivo se compara con el perfil estadístico del parque edificatorio en altura español.

### 5.1.5 Oferta de Ascensores Residenciales

En lo que se refiere a los ascensores para uso residencial en España y considerando la velocidad de crucero, la oferta cubre un rango entre 0,6 y 3 m/s. Por regla general, las velocidades inferiores a 1 m/s son características de los sistemas hidráulicos o de rehabilitación; mientras que las velocidades superiores a 1,6 m/s están asociadas a cabinas de gran capacidad ( $\geq 10$  pasajeros, 800kg). La composición detallada de la oferta de ascensores residenciales se recoge en la siguiente tabla.

**OFERTA DE ASCENSORES PARA EDIFICIOS RESIDENCIALES**

(Última consulta 11 de enero de 2015)

Marca	Modelo	Velocidad (m/s)	Carga (kg)	Recorrido Máximo (m)	Aplicación en Edificios Residenciales
KONE	MonoSpace 500	1	240 a 1150	55	Sin cuarto de máquinas para edificios existentes o de obra nueva
		1,6	320 a 1150	75	
		1,75	320 a 1150	75	
	EcoSpace	1	320 a 1000	35	Sin cuarto de máquinas para edificios de obra nueva
	MaxiSpace	1	Q≤450	25	Sin cuarto de máquinas para edificios existentes (rehabilitación).
ORONA	1010	1	320 a 630	45	
	1015	1	320 a 1000	50	
		1,6		60	
	1020	1	320 a 630	45	
	1025	1	320 a 1000	50	
		1,6		60	
1030	0,6	320 a 1000	21	Hidráulico	
OTIS EUROPA	Gen2 Comfort	1	320 a 1000	45	Pequeña escala
	Gen 2 Premier	hasta 1,75	630 a 2000	75	Baja a mediana altura
	Gen2Lux	2,5	800 a 1600	150	Lujo de baja a mediana altura
	Gen2 Flex	hasta 1	180 a 630	45	Renovación
SCHINDLER	3100	0,63	450 a 630	30	Residencial bajo
		1		30	
	3300	1	400 a 675	45	Residencial (y comercial) tamaño medio
		1,6		66	
		1	800 a 1125	45	
		1,6		75	
	5500	1	630 a 2500	45	Residencial de lujo
		1,6		80	
		2,5	1000 a 2500	100	
3		150			
THYSSEN KRUPP	Synergy	1	320	30	Rehabilitación
		1	450 a 1000	45	
		1,6		60	
	Altus Supra	1	450	?	
		1	630	?	

<http://www.kone.es/es/nuestra-entrega/soluciones/residencial/>

<http://www.orona.es/ascensores/vivienda>

[http://www.OtisGen2.com/gen2\\_prod/index.shtml#europe](http://www.OtisGen2.com/gen2_prod/index.shtml#europe)

<http://www.schindler.com/es/internet/es/soluciones-de-movilidad/productos/ascensores/schindler-3100.html>

<http://www.schindler.com/es/internet/es/soluciones-de-movilidad/productos/ascensores/schindler-3300.html>

<http://www.schindler.com/es/internet/es/soluciones-de-movilidad/productos/ascensores/schindler-5500.html>

[http://www.thyssenkruppelevadores.es/p\\_asc\\_list\\_viviendas.aspx?id=ASCE&id2=ASCE1](http://www.thyssenkruppelevadores.es/p_asc_list_viviendas.aspx?id=ASCE&id2=ASCE1)

Tabla 5.1 Velocidad por fabricantes para ascensores residenciales

Tomando en consideración estas informaciones y calculando la frecuencia relativa al total por velocidad (Figura 5.5) se observa que los ascensores con velocidad igual a 1m/s dominan ampliamente, representando el 51,7% de los modelos en catálogo; seguidos por los ascensores de 1,6m/s, cuya representatividad es de 24,1%, existiendo una amplia brecha entre los primeros y segundos. Finalmente, considerando la oferta



conjunta de las anteriores categorías de velocidad se obtiene que éstas asciende a un 75% de la oferta de mercado.

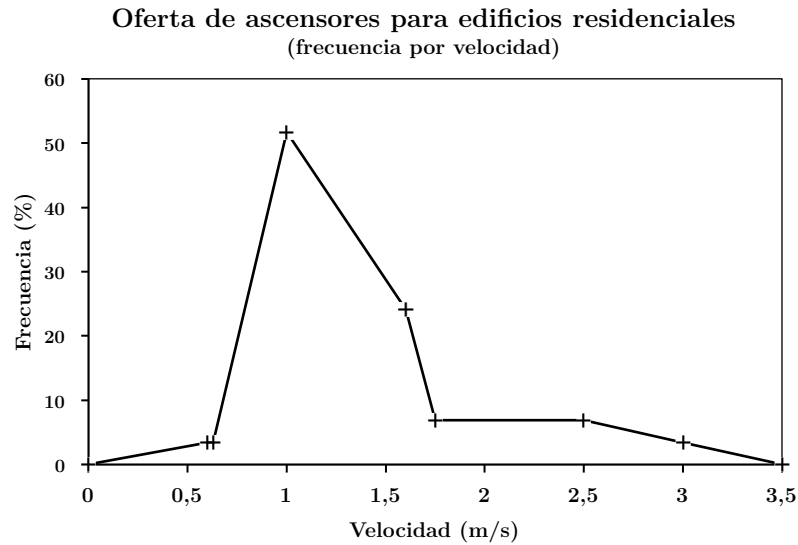


Figura 5.5 Oferta de ascensores residenciales en España; frecuencia por velocidad

A continuación, interpretando gráficamente los datos correspondientes a la longitud máxima de recorrido en función de la velocidad (Figura 5.6) se observa primeramente que existe una clara diferenciación en los rangos cubiertos por las categorías correspondientes a los ascensores de 1 y 1,6 m/s; lo que se representa mediante una línea horizontal punteada en dicha figura. Por otro lado y en lo que se refiere al valor de la curva de tendencia, se observa que el valor representativo correspondiente a la longitud máxima de recorrido es de 45m para los ascensores de 1 m/s, mientras dicho valor es de 70 m para 1,6 m/s de velocidad.

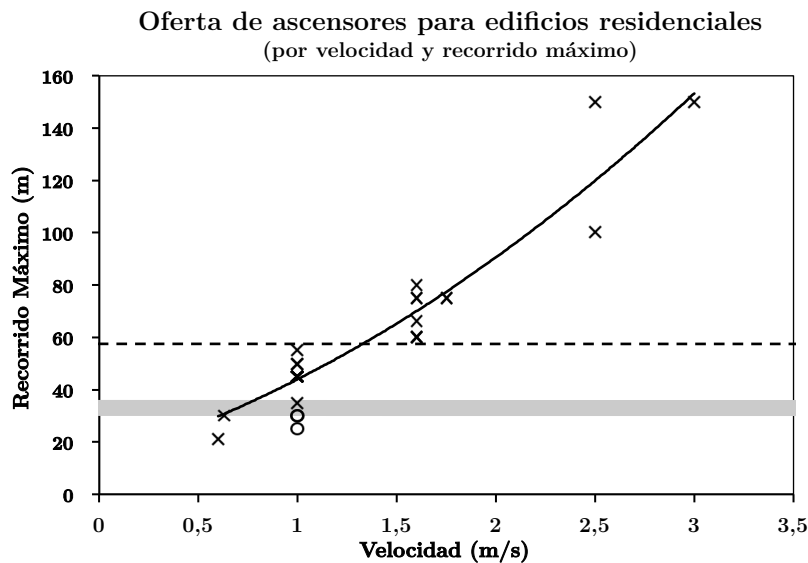
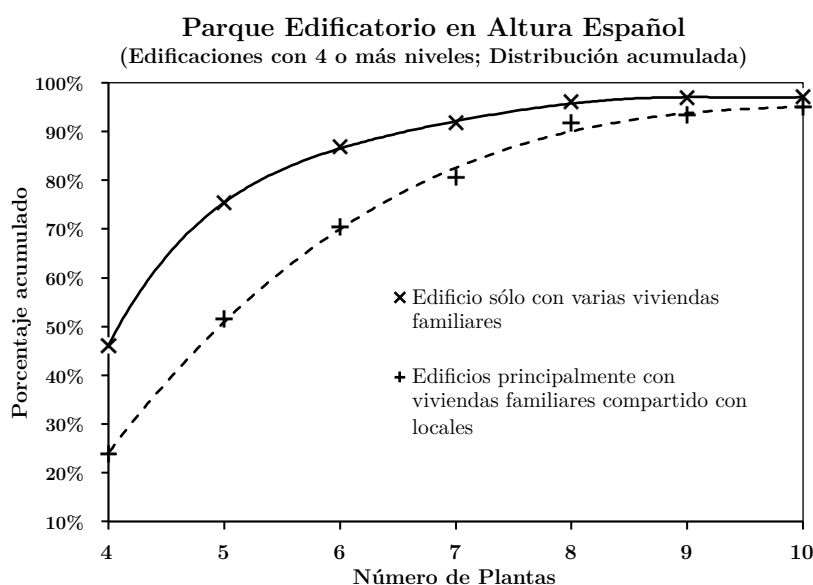


Figura 5.6 Oferta de ascensores residenciales en España por velocidad y longitud máxima del recorrido

Adicionalmente, si se consideran en conjunto la oferta de ascensores y la composición estadística del parque residencial en altura español (Figura 5.7 a continuación), según la cual poco más del 95% de dichas edificaciones tienen 10 o menos niveles, se puede concluir que una hipotética aplicación crítica representativa comprendería un inmueble de 10 niveles con ascensores de 1 o 1,6 m/s y cuyo número habría de determinarse mediante la metodología en este documento descrita. El horizonte de 10 +/-1 niveles se ilustra en la Figura 5.6 mediante una franja horizontal, donde se observa además que los ascensores de 1 m/s que se encuentran por debajo de dicha frontera (representados mediante un marcador circular) corresponden a los ascensores destinados a la rehabilitación y a las aplicaciones expresamente descritas por el fabricante como de “baja altura”.



Elaboración a partir del datos del Censo de Edificaciones 2000, INE.

Figura 5.7 Composición del parque residencial en altura español.

En conclusión, el análisis de la oferta de ascensores residenciales ha demostrado que, consistentemente con las expectativas, son los ascensores de baja velocidad los que dominan el mercado para de aplicaciones residenciales y que son en particular los ascensores de 1m/s los que encabezan la oferta con una representatividad de 51,7%, seguidos por los ascensores de 1,6m/s con un 24,1%. La perspectiva actual de la oferta es consistente, en lo que a velocidad se refiere, con el acervo de ascensores constatado por De Alameida *et al* (2010) [1], Tabla 5.2. No obstante, existe una diferencia cualitativa significativa, ya que hoy por hoy los ascensores ofertados son mayoritariamente de tecnología gearless, por lo que en un futuro es previsible que el censo de ascensores refleje una proporción creciente de dicha tecnología, así como un incremento en la velocidad correspondiente con los ascensores de 1,6m/s, como resultado de la necesidad de renovación de los equipos existentes así como los ascensores en edificios de nueva construcción.

**ASCENSORES RESIDENCIALES EN EUROPA**

Características Promedio					
Tecnología	Cantidad (miles de un.)	Proporción (%)	Velocidad (m/s)	Carga (kg)	Recorrido (m)
Hidráulico	699,34	24,01%	0,8	461	16
Gearred	2118,86	72,75%	1	392	17
Gearless	94,31	3,24%	1	608	22

Fuente: De Alameida, A. T., Patrao, C., Fong, J., Araujo, R., & al, e. (2010). *Energy Efficient Elevators and Escalators*. ISR-University of Coimbra, Department of Electrical Engineering, p. 57

Tabla 5.2 Acervo de ascensores residenciales por tecnología y velocidad

### 5.1.6 Oferta de Ascensores para Edificios de Oficinas

En lo que se refiere a los edificios de oficinas, la composición de la oferta se caracteriza por una proporción más significativa de ascensores con mayor velocidad y capacidad. La oferta presente de ascensores para los edificios de oficinas se incluye a continuación en la Tabla 5.3.

**OFERTA DE ASCENSORES PARA EDIFICIOS DE OFICINAS**

(Ultima consulta 11 de enero de 2015)

Marca	Modelo	Velocidad (m/s)	Carga (kg)	Recorrido Máximo (m)	Aplicación en Edificios Comerciales
KONE	MonoSpace 500	1	240 a 1150	55	Oficinas
		1,6	320 a 1150	75	
		1,75	320 a 1150	75	
	MonoSpace 700	1	$\leq 1150$	60	Oficinas
			1275	40	
		1,6	$1600 \leq Q \leq 2000$	60	
			$< 480$	60	
			$480 \leq Q \leq 1150$	70	
			$\geq 1150$	90	
			2	$\leq 1150$	
2,5	$\geq 1150$	90			
3	$1000 \leq Q \leq 2000$	90			
ORONA	2015	1	630 a 1000	50	Oficinas
		1,6		60	
	2016	1	630 a 1000	50	
		1,6		75	
	2018	0,6	1650 a 2500	50	
		1		50	
	2025	1,6	630 a 1000	75	
		1		50	
	2026	1,6	630 a 1600	60	
		1		50	
	2028	1,6	630 a 1600	75	
		0,6		50	
	2028	1	1650 a 2500	50	
		1,6		75	

OFERTA DE ASCENSORES PARA EDIFICIOS DE OFICINAS

(Última consulta 11 de enero de 2015)

Marca	Modelo	Velocidad (m/s)	Carga (kg)	Recorrido Máximo (m)	Aplicación en Edificios Comerciales
OTIS EUROPA	Gen2 Comfort	1	320 a 1000	45	Oficinas pequeña escala
	Gen 2 Premier	hasta 1,75	630 a 2000	75	Oficinas de baja a mediana altura
	Gen2Lux	2,5	800 a 1600	150	Lujo de baja a mediana altura
	Gen2 Flex	hasta 1	180 a 630	45	Renovación
SCHINDLER	2400 Hidráulico	0,63	630	18	Centros comerciales y palacios de congresos, en aeropuertos y estaciones de ferrocarril, en hoteles, colegios y complejos de oficinas
		1	1000 a 1600	50	
	2400 Tracción Eléctrica	1,6	2000	65	
		1		50	
	3300	1,6	400 a 675	50	
		1		66	
		1,6	800 a 1125	45	
		1		75	
	5500	1,6	630 a 2500	45	
		1,6		80	
		2,5	1000 a 2500	100	
		3	1000 a 1800	150	
7000	hasta 10	1000 a 1800	>150	Rascacielos	
THYSSEN KRUPP	Synergy	1	320	30	
		1,6	450 a 1000	45	
	Latitude	1,6	450 a 1000	60	
		1		45	
				Edificios para la administración, oficinas, centros comerciales y hospitales	

<http://cdn.kone.com/www.kone.es/es/Images/download-kone-monospace-500.pdf?v=1>

<http://cdn.kone.com/www.kone.es/es/Images/download-kone-mono-7000.pdf?v=2>

<http://www.orona.es/ascensores/edificios-comerciales>

[http://www.OtisGen2.com/gen2\\_prod/index.shtml#europe](http://www.OtisGen2.com/gen2_prod/index.shtml#europe)

[http://www.schindler.com/content/es/internet/es/soluciones-de-movilidad/productos/ascensores/schindler-2400/\\_jcr\\_content/rightPar/downloadlist/downloadList/5\\_1357126782580.download.asset.5\\_1357126782580/ESP.2400.ES.07.10.pdf](http://www.schindler.com/content/es/internet/es/soluciones-de-movilidad/productos/ascensores/schindler-2400/_jcr_content/rightPar/downloadlist/downloadList/5_1357126782580.download.asset.5_1357126782580/ESP.2400.ES.07.10.pdf)

<http://www.thyssenkruppelevadores.es/pdf/es/catalogos/synergy.pdf>

<http://www.thyssenkruppelevadores.es/pdf/es/catalogos/latitude.pdf>

Tabla 5.3 Oferta de ascensores destinada a edificios comerciales (oficinas)

Al igual que con anterioridad, estudiando la frecuencia relativa de la oferta de ascensores, se puede observar en la Figura 5.8 que nuevamente los ascensores con 1m/s de velocidad son los más frecuentes con 42,4% de la oferta, seguidos por aquellos de 1,6m/s con 37,3% de representación, lo que resulta en una diferencia de solamente 5% entre ambas velocidades. Esta diferencia tan estrecha entre las dos categorías de velocidad es reflejo de las necesidades específicas de transporte en los edificios de oficinas, que en opinión de los expertos constituyen la aplicación crítica dadas las condiciones de alta intensidad de tráfico.

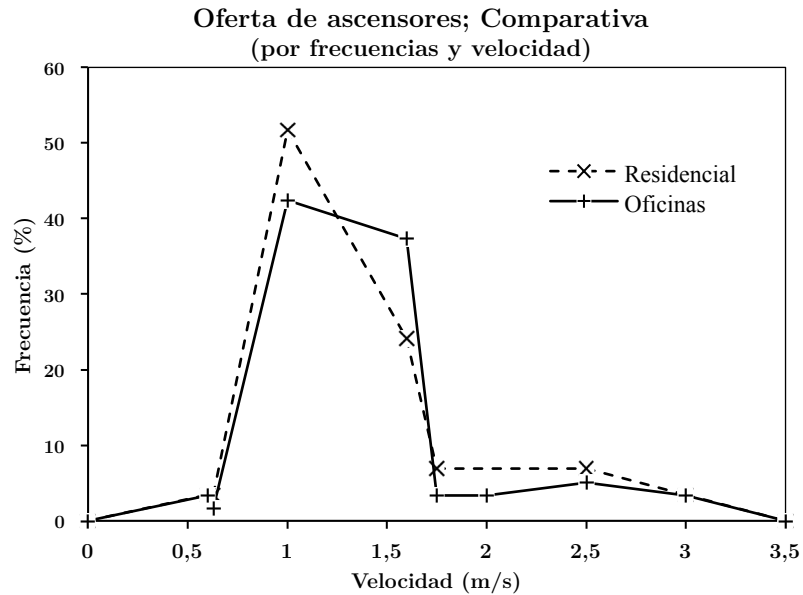


Figura 5.8 Oferta de ascensores para edificios de oficinas en España; frecuencias por velocidad

Si se tiene en cuenta la longitud máxima de recorrido en función de la velocidad (Figura 5.9) se observa que, a diferencia de sus contrapartes residenciales, existe una yuxtaposición reiterada entre los rangos de datos para la mayoría de las categorías de velocidad, lo que se puede interpretar como una menor dependencia de la velocidad con respecto de la longitud del recorrido, lo que derivaría de una mayor preeminencia de la intensidad de tráfico como determinante de la velocidad.

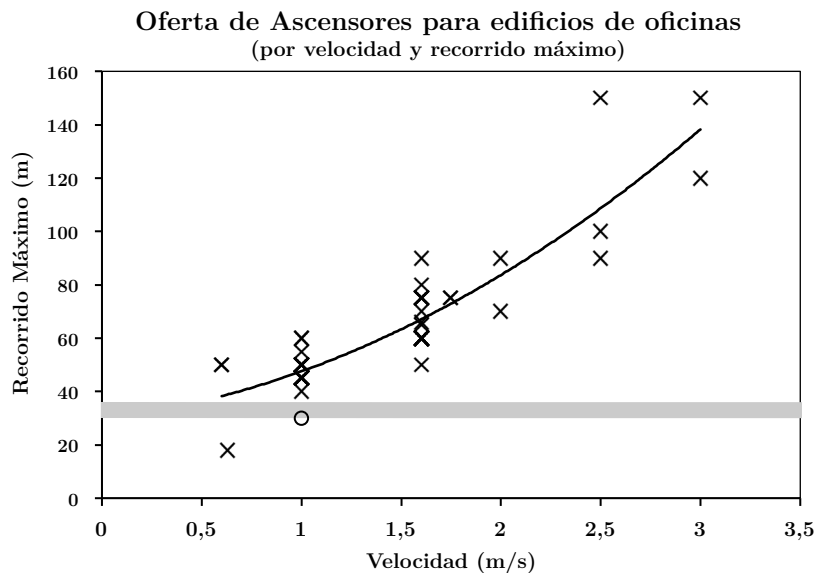


Figura 5.9 Oferta de ascensores en España para edificios de oficina por velocidad y longitud máxima del recorrido

En cuanto a los valores descritos por la curva de tendencia, se observa que para los ascensores de 1m/s el valor ronda los 46 m, ligeramente superior al valor correspondiente a los residenciales, mientras que para los ascensores de 1,6 m/s el valor representativo es de 67 m, con lo que es 3 metros inferior al de sus contrapartes residenciales. Adicionalmente si se comparan las tendencias correspondientes a ambas categorías (Figura 5.10) se observa que, contrariamente a lo esperado, los ascensores de

1 m/s en oficinas admiten recorridos mayores a sus correspondientes en aplicaciones residenciales; sin embargo, dicha tendencia se invierte a partir de 1,5 m/s, según se puede observar en la Figura 5.10.

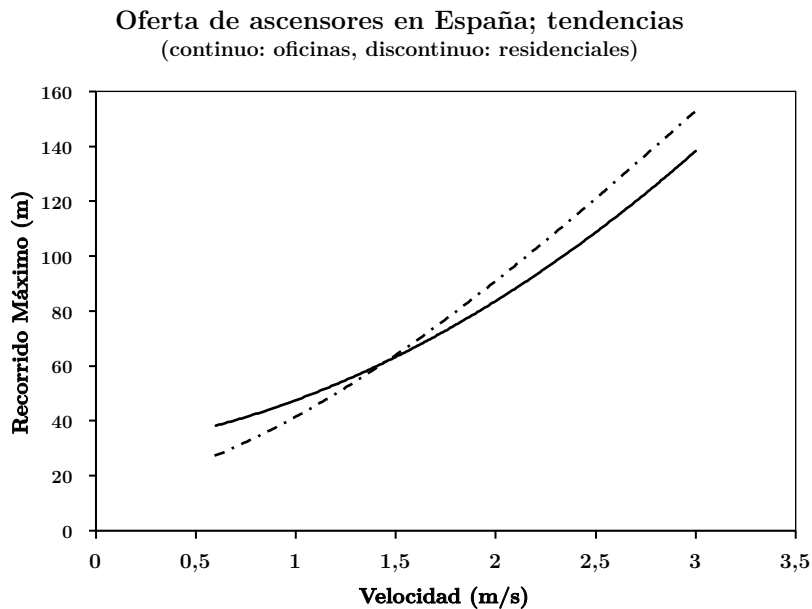
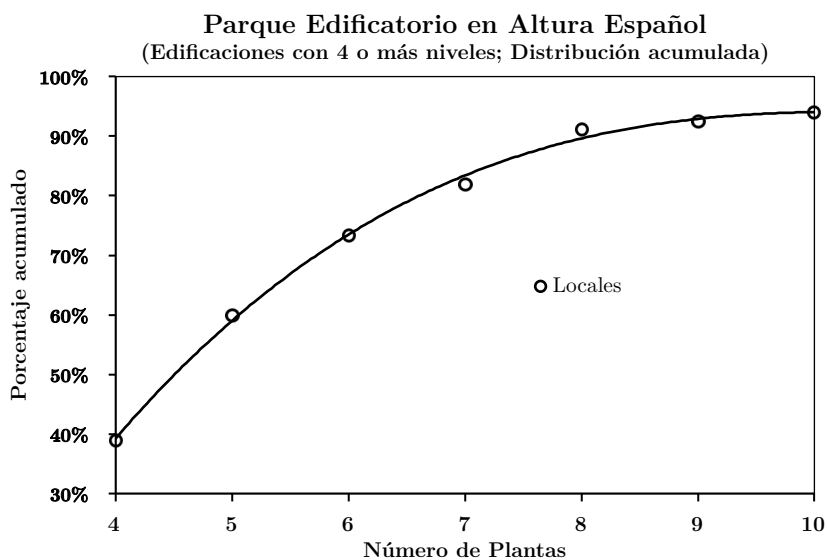


Figura 5.10 Comparativa de tendencia para el recorrido máximo en función de la velocidad entre ascensores residenciales y comerciales (oficinas)



Elaboración a partir de los datos del Censo de Edificaciones 2000, INE.

Figura 5.11 Composición del parque edificatorio en altura español.

### 5.1.7 Aplicación Límite de Servicio y Extensión del Modelo

En lo que concierne a la elección de la Aplicación Límite de Servicio (ALS), por la cual se demuestra la viabilidad de la metodología objeto de la Tesis; ésta deriva de una serie de consideración que a continuación se exponen. En primer lugar, en lo que se refiere al carácter de la edificación, la literatura consultada afirma en consenso que la mayor intensidad de tráfico tiene lugar en los edificios de oficinas, aunque existe un disenso en cuanto al periodo del día en que dicha intensidad alcanza su máximo. En segundo lugar, en lo que se refiere al número de plantas de la edificación, se tiene el criterio censal del Instituto Nacional de Estadística, descrito en el Capítulo 1, que asume irrelevantes las diferencias por encima de diez plantas, con lo que se consigue una cobertura próxima al 95% del parque edificatorio. Por lo que considerando adicionalmente que la complejidad combinatoria de la problemática es creciente con el número de plantas, y que se debe probar la viabilidad en términos computacionales, en consecuencia se ha supuesto para la ALS una edificación de baja más diez (10+1).

En cuanto a las velocidades de los ascensores susceptibles de satisfacer la demanda de transporte de la ALS, que comprende un recorrido de 33 m, la revisión de la oferta sugiere las velocidades de 1 y 1,6 m/s; indicio que se revela parcialmente consistente con lo observado por De Alameida *et al* (2010) [1] (Tabla 5.4) y quienes estiman, en función de la tecnología y el longitud del recorrido, que los ascensores destinados a oficinas exhiben velocidades de entre 0,9 a 1,6 m/s; siendo los los más frecuentes aquellos de tecnología geared, con velocidad de 1,4m/s y un recorrido promedio de 25m (aproximadamente 8 niveles). Por su parte los ascensores gearless, cuya representatividad asciende a 19,35%, se caracterizan por una longitud de recorrido igual a 33m (10+1 niveles), lo que corresponde con las hipótesis de la ALS, por lo que considerando el estado actual de la oferta se puede pronosticar que en el largo plazo esta tecnología figurare prominentemente como resultado de la renovación de los equipamientos existentes, así como los nuevos ascensores en edificaciones de nueva construcción.

ASCENSORES DE OFICINAS EN EUROPA					
Características Promedio					
Tecnología	Cantidad (miles de un.)	Proporción (%)	Velocidad (m/s)	Carga (kg)	Recorrido (m)
Hidraulico	176,51	28,09%	0,9	693	23
Gearred	330,32	52,57%	1,4	703	25
Gearless	121,57	19,35%	1,6	760	33

Fuente: De Alameida, A. T., Patrao, C., Fong, J., Araujo, R., & al, e. (2010). *Energy Efficient Elevators and Escalators*. ISR-University of Coimbra, Department of Electrical Engineering.

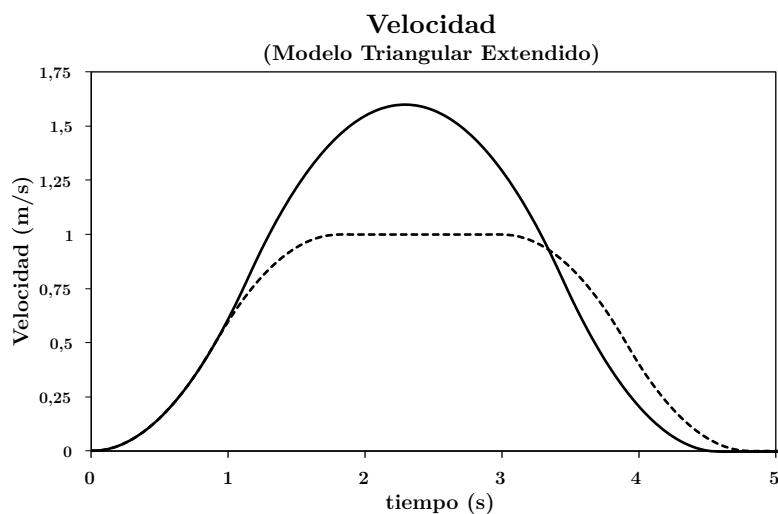
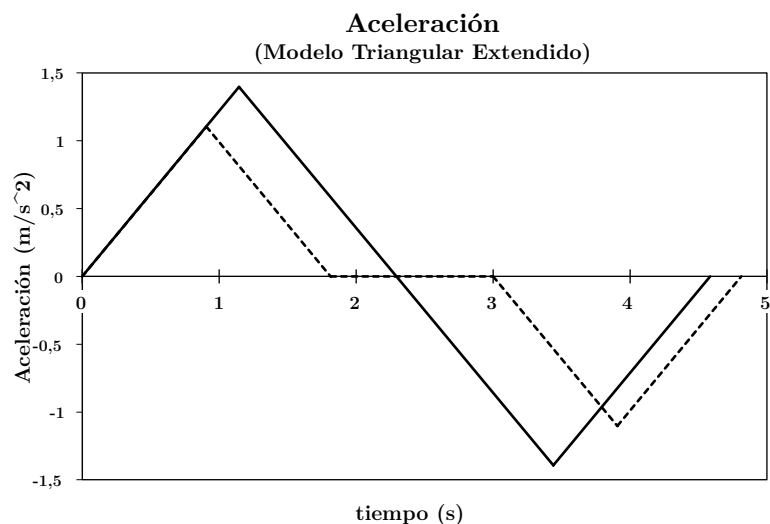
Tabla 5.4 Acervo de ascensores para edificios de oficinas por tecnología y velocidad

En consecuencia, tanto la evidencia en la literatura como la composición de la oferta apuntan a la necesidad de extender el alcance del modelo cinemático-dinámico de manera que se dé cobertura a los ascensores de 1,6 m/s de velocidad, ya que como se aprecia en la Figura 5.4, la velocidad máxima que el modelo alcanza bajo las restricciones de confort y recorrido vigentes es igual a 1,5 m/s. Por esta razón se

exponen a continuación una serie de modelos de extensión, los cuales se contrastan sucesivamente con las especificaciones de los grupos motrices más eficientes.

### Modelo Triangular Extendido

El modelo triangular extendido se basa fundamentalmente en el modelo triangular anteriormente descrito con la diferencia que en este caso se hace uso de dos velocidades en función de la distancia origen-destino, por lo que como es usual en la industria, para los trayectos entre niveles consecutivos la cabina desarrolla una velocidad  $v_{lo} = 1\text{ m/s}$ , mientras que en trayectos con longitud superior o igual a dos niveles desarrolla la velocidad de consigna  $v_{hi} = 1,6\text{ m/s}$ . Así, respetando las condiciones de confort ligadas a la aceleración, pero relajando la restricción de recorrido, se dispone de una longitud mayor, lo que redundará en la posibilidad de imprimir una aceleración mayor en magnitud y duración, resultando en una velocidad superior tal y como es posible observar en las siguientes figuras que son resultado de la simulación bajo estos nuevos supuestos.





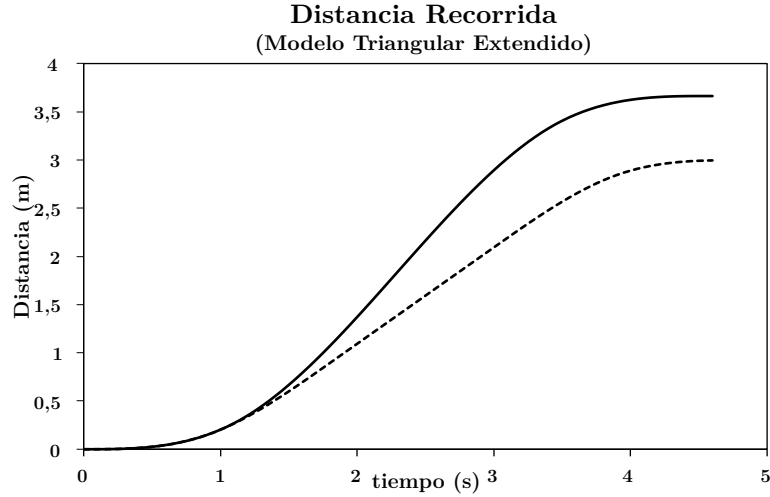


Figura 5.12 Modelo Triangular Extendido (línea continua) vs. Modelo Triangular Inicial (línea discontinua)

En términos formales del modelo estos nuevos supuestos implican relajar parcialmente la restricción de recorrido, (5.9) a continuación, y la cual establece que la distancia necesaria para un ciclo aceleración-frenada debe ser inferior o igual a la distancia entre dos niveles consecutivos, que se supuso igual a 3 m.

$$D_{ace} + D_{fre} \leq D_{inter} \quad (5.9)$$

Bajo los nuevos supuestos, la restricción se traduce por una doble condición, la primera referida a los trayectos entre niveles consecutivos a baja velocidad (5.13) y la segunda que rige los trayectos de longitud superior a alta velocidad (5.14):

$$D_{ace}(v_{lo}) + D_{fre}(v_{lo}) \leq D_{inter} \quad (5.13)$$

$$D_{inter} < D_{ace}(v_{hi}) + D_{fre}(v_{hi}) \leq D_{th} \quad (5.14)$$

$$V_{ter} \begin{cases} v_{hi} & \text{si } D_{o-d} \geq D_{th} \\ v_{lo} & \text{si } D_{o-d} < D_{th} \end{cases}$$

Donde:

$v_{hi}$  : velocidad alta (1,6 m/s)

$v_{lo}$  : velocidad baja (1 m/s)

$D_{inter}$  : distancia entre niveles (3 m)

$D_{th}$  : distancia umbral (6 m)

$D_{o-d}$  : distancia origen-destino

En específico se puede demostrar haciendo uso de las mismas expresiones desarrolladas en capítulos anteriores que, bajo estos nuevos supuestos, el modelo triangular extendido es capaz de desarrollar una velocidad de 1,6 m/s para trayectos con una longitud superior o igual a dos plantas (6 m); mientras que para los trayectos de una planta la velocidad es igual a 1 m/s.

En cuanto a la validación del modelo y según será demostrado en profundidad en apartados sucesivos, se estimó la potencia máxima requerida por el grupo motriz y posteriormente se comparó con la potencia nominal reportada por el fabricante, Figura

5.13. En particular se observa que para las tres capacidades cuyas especificaciones detalladas se conocen, existe una intersección entre las curvas que caracterizan a la potencia instantánea máxima calculada y las rectas horizontales que describen la potencia nominal del grupo motor.

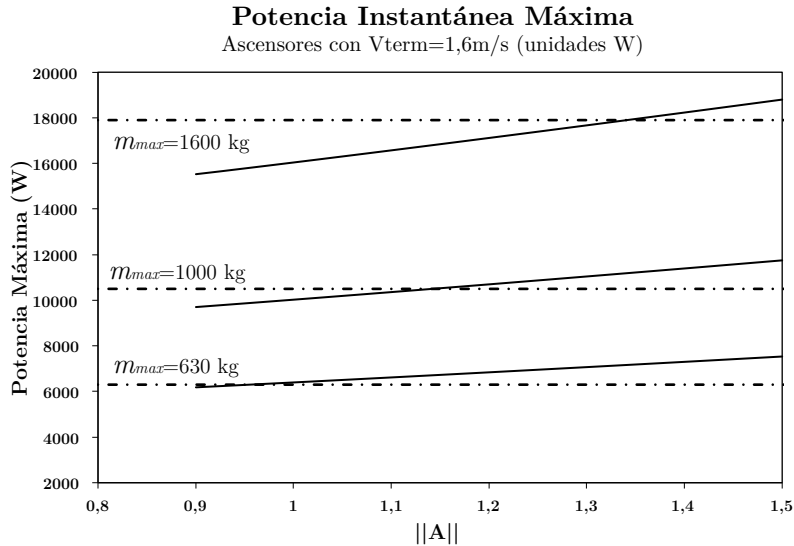


Figura 5.13 Potencia Instantánea Máxima para el Modelo Triangular Extendido

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\max} = 630 \text{ kg} \\ A = 0,9551 \text{ m/s}^2 \\ \frac{da}{dt} = 0,5701 \text{ jerk} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_{\max} = 1000 \text{ kg} \\ A = 1,142 \text{ m/s}^2 \\ \frac{da}{dt} = 0,8151 \text{ jerk} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_{\max} = 1600 \text{ kg} \\ A = 1,3411 \text{ m/s}^2 \\ \frac{da}{dt} = 1,1241 \text{ jerk} \end{array} \right.$$

En conclusión, los resultados de esta estimación anticipada de la potencia, demuestran que asumiendo valores consistentes con las hipótesis de confort para los parámetros de la aceleración, el Modelo Triangular Extendido es capaz de desarrollar una velocidad igual a 1,6 m/s, requiriendo para ello una potencia instantánea máxima de alimentación consistente con lo reportado en especificaciones del fabricante KONE.

### Modelo Flat-top

El modelo flat-top se desarrolló como alternativa al modelo triangular con la finalidad de permitir los desplazamientos entre plantas consecutivas a velocidades superiores a 1,5 m/s. Este modelo se basa en una aceleración trapezoidal (flat-top) que, satisfaciendo las condiciones de confort y la condición original de recorrido (5.9), imprime una aceleración de magnitud  $A$  durante un tiempo más prolongado, consiguiendo efectivamente un incremento en la velocidad de crucero.

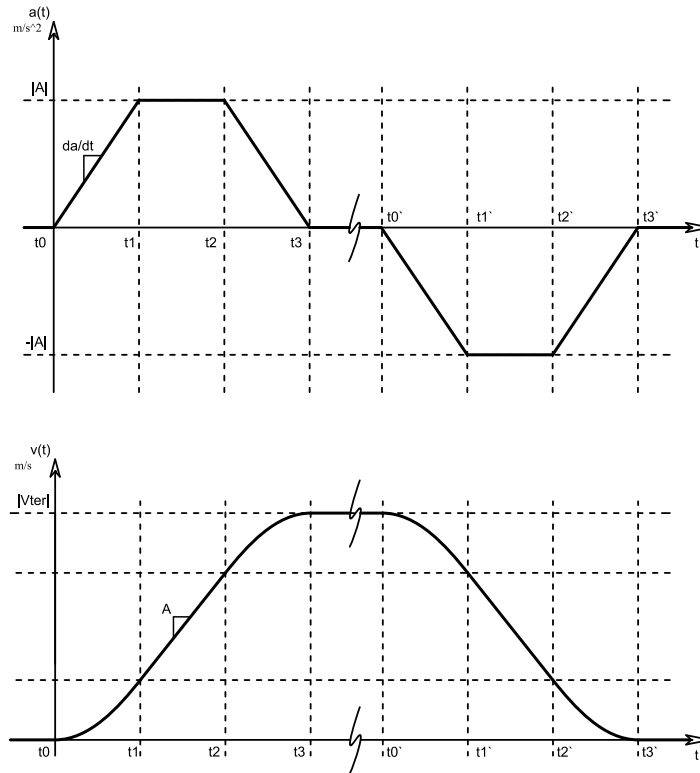


Figura 5.14 Aceleración trapezoidal, flat-top, y evolución de la velocidad de cabina

Los cálculos efectuados demuestran que suponiendo dicha especificación y una distancia entre niveles igual a 3 metros es posible incrementar la velocidad de cruce hasta 1,7 m/s, como se puede percibir en la Figura 5.15. No obstante lo anterior, el proceso de aceleración más “dinámico” implica un incremento en la potencia motriz requerida, la cual según estimaciones promedio excede en 22% (Figura 5.16) a los datos correspondientes a la potencia nominal en especificaciones (KONE) para los ascensores de 1,6m/s de velocidad.

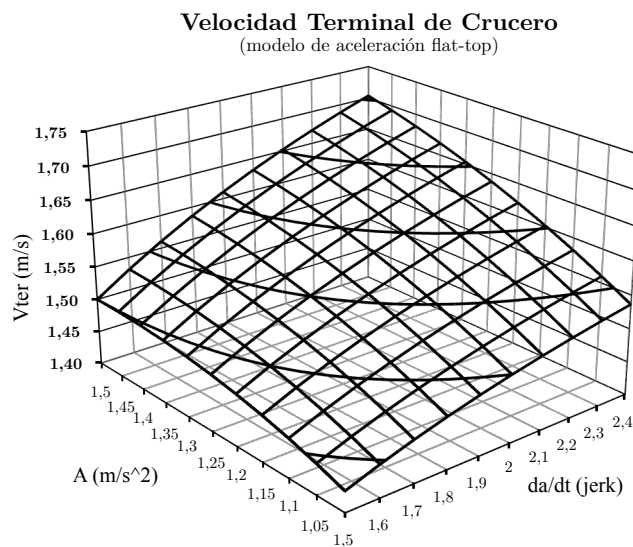


Figura 5.15 Velocidad terminal de cruce en función de las variables de confort

**Relación Potencia Absorbida a Nominal Promedio**  
 (Absorbida: por estimación numérica; Nominal: según fabricante  
 para ascensores de velocidad 1,6m/s)

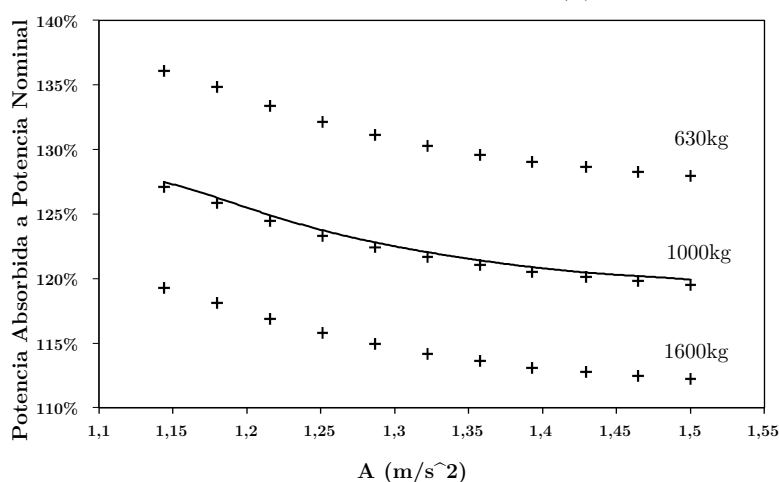


Figura 5.16 Potencia motriz absorbida relativa a la potencia nominal reportada por el fabricante (KONE); Línea de tendencia obtenida a partir de la estimación por métodos numéricos de la potencia absorbida máxima suponiendo ascensores de velocidad 1,6m/s y capacidades de carga de 630, 1000, 1600kg.

En conclusión y una vez probado que los requerimientos de potencia de la aceleración flat-top rebasan los datos relativos a la potencia nominal motriz en especificaciones (KONE), se decidió desestimar el modelo flat-top de aceleración a favor del modelo triangular extendido.

### Modelo Flat-top Extendido

Este modelo constituye una extensión del modelo de aceleración trapezoidal para el cual se relajó la condición de recorrido (5.9) dando lugar a dos alternativas: la primera que contempla el uso de dos velocidades, a la manera del modelo triangular extendido descrito previamente y la segunda para la cual la velocidad es función de la distancia origen-destino, lo que en particular permite modelar el comportamiento de los ascensores de alta velocidad.

En particular la segunda variante de este modelo ha sido ensayada y validada considerando los datos disponibles de los ascensores “expres” del edificio Taipei 101; aplicación para la cual los ascensores desarrollan una velocidad de 16,83m/s, cubriendo una distancia de 382,2 m en 35 segundos (37-38 segundos incluyendo apertura y cierre de puertas). En específico, el modelo demuestra que los ascensores Toshiba instalados en esta edificación requieren de una distancia de aceleración de 99,67m (igual magnitud de frenada), con lo que la porción del movimiento realizado a velocidad de cruce es igual a 182,85 m, lo que representa poco menos de la mitad de la distancia origen-destino. A manera de comparación, el modelo triangular extendido, requeriría una

distancia de aceleración de 188,82m y un tiempo de 45 segundos, valores que no se ajustan con las observaciones reportadas por Toshiba.

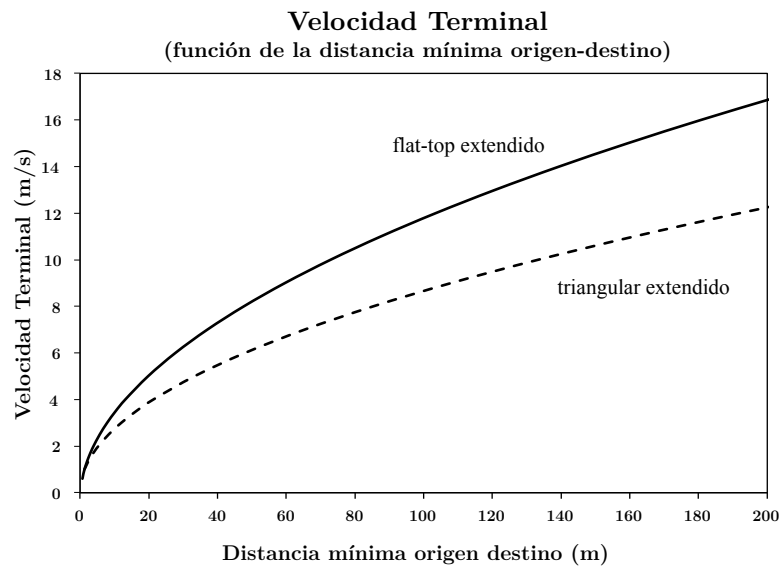


Figura 5.17 Velocidad terminal de cruceo en función de las variables de confort para ascensores con aceleración de tipo flat-top y velocidad función de la longitud de trayecto.

## Recapitulación

En síntesis, en el apartado anterior y como resultado de la revisión de la oferta de ascensores en conjunto con las características del parque edificatorio español se ha concluido que para las aplicaciones residenciales los ascensores de 1 m/s son los más representativos; conclusión que es consistente con la estimación propuesta por De Almeida *et al.* (2010). En cuanto a los inmuebles de oficinas las velocidades de 1 y 1,6 m/s son las más representadas en la oferta, reflejo de la mayor intensidad de tráfico que tiene lugar en este tipo de edificaciones. Adicionalmente, considerando los datos aportados por De Almeida *et al.* (2010), quienes fijan a 1,4 y 1,6 m/s las velocidades representativas de los ascensores de tracción a través de Europa, se dedujo la necesidad de extender el alcance del modelo cinemático-dinámico de forma que proporcionase cobertura a los ascensores de 1,6 m/s. Con este objetivo se fueron desarrollados tres modelos adicionales cuyos requerimientos de potencia fueron estimados y comparados con las especificaciones de los grupos motrices de la casa KONE, concluyéndose que el denominado Modelo Triangular Extendido es el único de los posibles candidatos que se ajusta a los datos de potencia. Finalmente, teniendo en cuenta que el modelo desarrollado en el Capítulo 4 y el Modelo Triangular Extendido comparten la misma especificación, aunque difieren en el grado de restricción de la condición de recorrido, se concluye la vigencia de las expresiones y resultados alcanzados en el Capítulo 4, en particular las expresiones de la potencia instantánea y la energía total de las cuales se hará uso en los siguientes apartados.

## Segundo Apartado

### 5.2 Aceleración; Determinación de los Parámetros

#### Introducción

El objetivo de este apartado consiste en determinar los valores de los parámetros que intervienen en la especificación de la aceleración y por ende en la determinación de la energía total. Con este fin en primer lugar se define la expresión de la potencia instantánea por tramos, consistentemente con la especificación funcional de la aceleración, velocidad, etc. En segundo lugar se identifica el tramo de la función para el cual acontece el máximo de la potencia instantánea. Para ello se comparan las expresiones correspondientes a cada uno de los tramos deduciendo, por lo que se conoce como razonamiento por eliminación, el tramo en que dicho máximo tiene lugar. En tercer lugar y tal y como consta en Anexos, se determina la función del máximo de la potencia instantánea; al tiempo que se ilustra a través de ejemplos la influencia que, variables como: el porcentaje de carga en cabina y contrapeso, la velocidad, etc., tienen sobre ésta. En cuarto lugar, se evalúa la expresión de la potencia instantánea máxima en función de los parámetros de aceleración, para todo valor consistente con las hipótesis de confort. Posteriormente se comparan dichos valores con las especificaciones de los grupos motrices, para finalmente determinar el valor de los parámetros de la aceleración que se ajustan a los datos en especificaciones. En quinto lugar se comparan los resultados obtenidos con el modelo de Smith y Peters (2004), de donde se deriva la incidencia significativa que los parámetros de la aceleración tienen sobre la potencia instantánea máxima.

#### 5.2.1 Expresión de la Potencia Instantánea

Una vez que se ha establecido en el apartado anterior la validez del modelo triangular de aceleración, tanto restringido como extendido, para las velocidades más frecuentes; resta a continuación determinar los valores de los parámetros de confort que rigen a la aceleración. Para ello, consistentemente con lo previamente anunciado, se estudia la potencia instantánea máxima; así, retomando la expresión de la fuerza ejercida por el grupo de tracción y reproduciendo brevemente el procedimiento que llevó a la expresión de la potencia en capítulos anteriores:

$$Tm(m_1, m_2, t) = g \cdot (m_1 - m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2) \quad (5.15)$$

$m_1$  : masa del conjunto viajero (cabina más carga útil)

$m_2$  : masa del conjunto contrapeso

Reescribiendo dicha expresión en términos de la aceleración natural  $a_n$  (resultado de la relación de cargas) y de la suma de masas  $M$  :

$$a_n = -g \cdot \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned}
 Tm &= -a_n \cdot (m_1 + m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2) \\
 M &= m_1 + m_2 \\
 Tm &= M \cdot (a(t) - a_n)
 \end{aligned}
 \tag{5.17}$$

Aplicando sucesivamente la noción de trabajo:

$W$  : trabajo

$$W = Tm(\cdot) \cdot \Delta x(\cdot)$$

$P(\cdot)$  : potencia

$$P(\cdot) = \frac{W}{\Delta t} = Tm(\cdot) \cdot \frac{\Delta x(\cdot)}{\Delta t}$$

$$P(\cdot) = Tm(\cdot) \cdot v(\cdot)$$

De donde, la potencia instantánea está determinada por las expresiones correspondientes a la fuerza y la velocidad, por lo que inyectando (5.18) en la anterior expresión se obtiene la expresión de la potencia instantánea.

$$P(\cdot) = M \cdot (a(t) - a_n) \cdot v(\cdot) \tag{5.18}$$

Dado que la aceleración se definió mediante una función por tramos y la velocidad es la integral en el tiempo de la anterior, se concluye que la potencia instantánea será igualmente una función por tramos. Así que en la Figura 5.18 se definen, a partir de la función de aceleración, los cinco casos de estudio o tramos en que tiene lugar la determinación de la función de potencia instantánea.

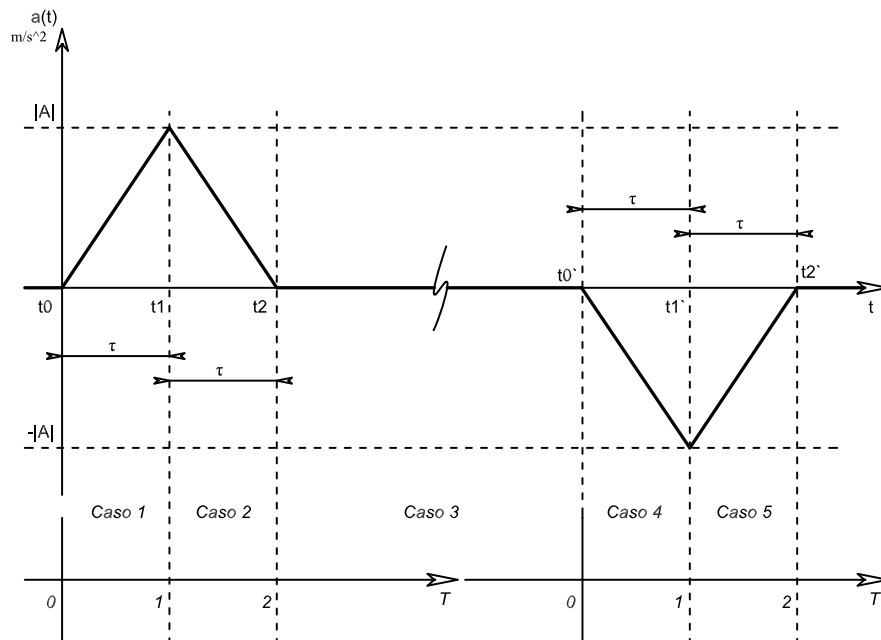


Figura 5.18 Casos de estudio para la potencia instantánea máxima<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Obsérvese la correspondencia con las variables de tiempo (abscisas) en mayúsculas en la parte baja de la figura.

### Caso 1

Primer tramo de aceleración

$$0 \leq t \leq \tau$$

Sustituyendo la expresión de la aceleración y velocidad, definida en capítulos anteriores y sintetizando se obtiene:

$$\begin{aligned} P_1() &= M \cdot (a(t) - a_n) \cdot \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot t^2 \\ &= M \cdot \left( \frac{A}{\tau} \cdot t - a_n \right) \cdot \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot t^2 = MA^2 \cdot \left( \frac{t}{\tau} - \frac{a_n}{A} \right) \cdot \frac{t^2}{2 \cdot \tau} = MA^2 \cdot \left( \frac{t^3}{2 \cdot \tau^2} - \frac{a_n}{A} \cdot \frac{t^2}{2 \cdot \tau} \right) \end{aligned}$$

Admitase por simplicidad la reescritura en función de las siguientes literales:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{a_n}{A} & (5.19) \\ T &= \frac{t}{\tau} \end{aligned}$$

Entonces:

$$P_1() = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (T^3 - \alpha \cdot T^2) \quad \text{para} \quad 0 \leq T \leq 1 \quad (5.20)$$

### Caso 2

Segundo tramo de aceleración

$$\tau \leq t \leq 2\tau$$

Al igual que con anterioridad inyectando las expresiones de la aceleración y velocidad anteriormente demostradas y simplificando:

$$\begin{aligned} P_2() &= M \cdot (a(t) - a_n) \cdot \left( -A\tau + 2A \cdot t - \frac{A \cdot t^2}{2\tau} \right) \\ &= M \cdot \left( 2 \cdot A - \frac{A}{\tau} \cdot t - a_n \right) \cdot \left( -A\tau + 2A \cdot t - \frac{A \cdot t^2}{2\tau} \right) \end{aligned}$$

Lo cual transcrito en las nuevas variables equivale a:

$$\begin{aligned} P_2() &= \frac{MA^2\tau}{2} (2 - T - \alpha) (-2 + 4T - T^2) \\ P_2() &= \frac{MA^2\tau}{2} \cdot [T^3 + (\alpha - 6)T^2 + (10 - 4\alpha)T + (2\alpha - 4)] \quad \text{para} \quad 1 \leq T \leq 2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

### Caso 3

Movimiento uniforme

$$a(t) = 0$$

$$v(t) = V_{\text{ter}}$$

$$P_3() = -M \cdot a_n \cdot V_{\text{ter}} = -MA^2\tau\alpha \quad (5.22)$$



#### Caso 4

Primer tramo de deceleración

$$0 \leq t' \leq \tau$$

$$\begin{aligned} P_4(\cdot) &= M \cdot (a(t') - a_n) \cdot \left( A\tau - \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot t'^2 \right) \\ &= M \cdot \left( -\frac{A}{\tau} \cdot t' - a_n \right) \cdot \left( A\tau - \frac{A}{2 \cdot \tau} \cdot t'^2 \right) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (T'^3 + \alpha T'^2 - 2T' - 2\alpha) \\ P_4(\cdot) &= \frac{MA^2\tau}{2} (T'^3 + \alpha T'^2 - 2T' - 2\alpha) \quad \text{para } 0 \geq T' \geq 1 \end{aligned} \quad (5.23)$$

#### Caso 5

Segundo tramo de deceleración o frenada

$$\tau \leq t' \leq 2\tau$$

$$\begin{aligned} P_5(\cdot) &= M \cdot (a(t') - a_n) \cdot \left( 2A\tau - 2A \cdot t' + \frac{A \cdot t'^2}{2\tau} \right) \\ &= M \cdot \left( -2 \cdot A + \frac{A}{\tau} \cdot t' - a_n \right) \cdot \left( 2A\tau - 2A \cdot t' + \frac{A \cdot t'^2}{2\tau} \right) \\ P_5(\cdot) &= \frac{MA^2\tau}{2} (-2 + T' - \alpha)(4 - 4T' + T'^2) \\ P_5(\cdot) &= \frac{MA^2\tau}{2} (T' - (\alpha + 2))(T' - 2)^2 \quad \text{para } 1 \geq T' \geq 2 \end{aligned} \quad (5.24)$$

### 5.2.2 Potencia Máxima por Régimen Motriz

Una vez definida la expresión por tramos de la potencia instantánea, el objetivo del siguiente pasaje es demostrar que la potencia máxima tiene lugar durante el segundo periodo del régimen de aceleración (Caso 2). Primeramente se descartará la potencia asociada con el tramo de movimiento uniforme. En segundo lugar se estudiará la potencia en los periodos de frenado (Casos 4 y 5), demostrando que, para cualquier valor de las variables de entrada, siempre existirá al menos un valor superior en magnitud para la potencia, el cual tendrá lugar durante el régimen de aceleración. Finalmente, se probará que existe al menos un valor de la potencia instantánea perteneciente al segundo periodo de aceleración que es superior o igual a todo valor de la potencia correspondiente al primer periodo de aceleración; con lo que en conclusión se prueba que el máximo de la potencia se alberga en el segundo periodo de aceleración.

## Movimiento Uniforme vs Segundo Periodo de Aceleración

Recuperando la expresión (5.22) para la potencia en régimen de movimiento uniforme :

$$P_3() = -MA^2\tau\alpha$$

Por otro lado, la expresión (5.21) para la potencia asociada al segundo tramo de aceleración (caso 2):

$$P_2() = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot [T^3 + (\alpha - 6)T^2 + (10 - 4\alpha)T + (2\alpha - 4)] \quad \text{para } 1 \leq T \leq 2$$

Evaluando la anterior en  $T=1$  se obtiene:

$$P_2(1) = \frac{MA^2\tau}{2}(1 - 2\alpha) = \underbrace{\frac{MA^2\tau}{2}}_{>0} - MA^2\tau\alpha \geq -MA^2\tau\alpha = P_3()$$

$$P_2(1) > P_3() \quad (5.25)$$

En consecuencia se ha demostrado que para el segundo tramo de aceleración existe al menos un valor de la potencia que supera en magnitud a todo valor correspondiente al tramo de movimiento uniforme. Por lo que se descarta al régimen de movimiento uniforme como plausible de albergar al máximo.

## Condición de Frenada

En segundo lugar y como preámbulo al estudio de la potencia en régimen de frenada, se definen las condiciones necesarias para la ocurrencia de un máximo de la potencia, el cual como primera condición requiere tener magnitud positiva o igual a cero; es así que a partir de la expresión general (5.18) a la cual se agrega un subíndice para denotar "frenada":

$$P_f() = M(a(t') - a_n) \cdot v() \geq 0$$

entonces  $a(t') \geq a_n$

Adicionalmente de la Figura 5.18 se observa que para el periodo de frenada:

$$a(t') \leq 0$$

entonces

$$0 \geq a(t') \geq a_n$$

Por lo que finalmente la condición necesaria para la existencia de un máximo positivo o igual a cero en el periodo de frenada será necesario que  $a_n \leq 0$ , por lo que asumiendo por definición la positividad del módulo de la aceleración  $A$  se tiene finalmente que:

$$\alpha = \frac{a_n}{A} \leq 0$$

$$a_n \leq 0 \quad (5.26)$$

## Primer Periodo de Frenada vs Segundo Periodo de Aceleración

Retomando la expresión (5.23) para la potencia en el primer periodo de frenada:

$$P_4() = \frac{MA^2\tau}{2}(T'^3 + \alpha T'^2 - 2T' - 2\alpha)$$

Supóngase a continuación:

$$P_4() \leq P_3()$$

Entonces, construyendo un *desideratum*:

$$P_4() - P_3() \leq 0$$

$$\frac{MA^2\tau}{2}(T'^3 + \alpha T'^2 - 2T' - 2\alpha) - \frac{MA^2\tau}{2}(-2\alpha) \leq 0$$

$$\frac{MA^2\tau}{2}(T'^3 + \alpha T'^2 - 2T') \leq 0$$

$$\underbrace{\frac{MA^2\tau}{2}}_{>0} T'(T'^2 + \alpha T' - 2) \leq 0$$

De lo que se sigue bastará demostrar que:

$$T'^2 + \alpha T' - 2 \leq 0 \quad \text{para} \quad 0 \leq T' \leq 1$$

Resolviendo el polinomio:

$$T' = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 8}}{2}$$

A continuación demostrando que las raíces son exteriores al intervalo  $0 \leq T \leq 1$  y dada la concavidad positiva de la curva:

$$T'_1 = \frac{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 8}}{2} < 0 \quad T'_2 = \frac{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8}}{2} > 1$$

$$T'^2 + \alpha T' - 2 \leq 0 \quad \text{para} \quad 0 \leq T' \leq 1$$

Entonces:

$$\therefore T'^2 + \alpha T' - 2 \leq 0 \quad \text{para todo} \quad T' \in [T'_1; T'_2] \Rightarrow \forall T' \ni 0 \leq T' \leq 1$$

En otros términos  $P_4() \leq P_3()$ , lo que a su vez por transitividad a partir de (5.25):

$$P_4() \leq P_3() < P_2(1)$$

$$P_4() < P_2(1) \tag{5.27}$$

Por lo que en conclusión se excluye al primer tramo de deceleración como dominio de la potencia máxima.

## Primer Periodo de Frenada vs Primer Periodo de Aceleración

A partir de la expresión (5.24) se reescriben en forma polinómica el segundo y tercer factor:

$$P_5() = \frac{MA^2\tau}{2}(T - (\alpha + 2))(T - 2)^2$$

$$P_5() = \frac{MA^2\tau}{2} [T^3 - (\alpha+6)T^2 + 4(\alpha+3)T - 4(\alpha+2)] \quad (5.28)$$

Como con anterioridad, para refutar la posibilidad de que el segundo intervalo de frenada albergue al máximo de la potencia es imperativo demostrar que todos y cada uno de los valores que adquiere la potencia en dicho intervalo son inferiores a los valores que exhibe la potencia en otro momento del tiempo, preferentemente algún valor en los periodos de aceleración. Es así que de la correcta elección del valor umbral depende la resolución “grácil” del problema, ya que si bien hasta este momento las raíces del polinomio que integra a la potencia son conocidas, al agregar el valor umbral dichas raíces se modifican, lo que en último término puede redundar en la necesidad de resolver un polinomio de tercer grado.

Es así que como umbral de comparación se propone:

$$P_1(1) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (1-\alpha)$$

Por lo que lo que se desea probar:

$$P_5() \leq P_1(1) \quad (5.29)$$

Por sustitución y reagrupamiento:

$$P_5() = \frac{MA^2\tau}{2} [T^3 - (\alpha+6)T^2 + 4(\alpha+3)T - 4(\alpha+2)] \leq \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (1-\alpha) = P_1(1)$$

$$T^3 - (\alpha+6)T^2 + 4(\alpha+3)T - 3(\alpha+3) \leq 0$$

A continuación haciendo aparecer  $(\alpha+3)$  en el término cuadrático de  $T^2$ :

$$T^3 - (\alpha+3)T^2 - 3T^2 + 4(\alpha+3)T - 3(\alpha+3) \leq 0$$

Y factorizando sucesivamente  $T-3$ :

$$T^3 - 3T^2 - (\alpha+3)T^2 + 4(\alpha+3)T - 3(\alpha+3) \leq 0$$

$$(T-3)(T^2 - (\alpha+3)(T-1)) \leq 0$$

Se sabe que dado que  $T \in [1;2]$  entonces  $(T-3) < 0$ , por lo que bastará demostrar que:

$$T^2 - (\alpha+3)(T-1) \geq 0 \quad (5.30)$$

En lo que concierne a la resolución de dicho polinomio y en particular para el determinante asociado:

$$T^2 - (\alpha+3)T + (\alpha+3) \geq 0$$

$$D = (\alpha+3)^2 - 4(\alpha+3)$$

$$\text{Para } D \leq 0 \Rightarrow T^2 - (\alpha+3)T + (\alpha+3) \geq 0$$

Para  $D > 0$

$$D = (\alpha+3) \underbrace{(\alpha-1)}_{<0} > 0 \Rightarrow (\alpha+3) < 0 \Rightarrow \alpha < -3$$

$$T_{1,2} = \frac{(\alpha+3) \pm \sqrt{D}}{2}$$

Donde se puede sucesivamente probar que ambas raíces son inferiores a uno se demuestra (5.30):

$$T^2 - (\alpha + 3)(T - 1) \geq 0 \quad \text{para } T \in [1; 2] \text{ y } \alpha \leq 0$$

Finalmente esto prueba igualmente (5.29), con lo que se concluye que el segundo periodo de frenado no alberga al máximo de la potencia.

### Primer Periodo vs Segundo Periodo de Aceleración

Partiendo de la expresión (5.20) relativa al primer periodo de aceleración y obteniendo el gradiente, que no es otra cosa que el vector de derivadas parciales con respecto de las dos variables que intervienen en dicha expresión y que marca el sentido de máximo crecimiento de la función potencia:

$$P_1(\cdot) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (T^3 - \alpha \cdot T^2) \quad \text{para } 0 \leq T \leq 1$$

$$\nabla P_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial T} \\ \frac{\partial P_1}{\partial \alpha} \end{pmatrix} = \frac{MA^2\tau}{2} \begin{pmatrix} T \cdot (3T - 2\alpha) \\ -T^2 \end{pmatrix}$$

Se observa que:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial P_1}{\partial T} \geq 0 \\ \frac{\partial P_1}{\partial \alpha} \leq 0 \end{array} \right\} \forall T \in [0; 1]$$

Ya que se verifica que, al considerar la condición de positividad para la potencia consumida:

$$T \cdot (3T - 2\alpha) \geq 0$$

$$T \geq \frac{2}{3}\alpha$$

$$P_1(\cdot) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot T^2 \cdot (T - \alpha) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \alpha \leq T \leq 1$$

$$\therefore \forall T \in [0; 1] \quad \frac{\partial P_1}{\partial T} \geq 0$$

Lo que finalmente implica que la función potencia  $P_1$  es monótona creciente en  $T$  por lo que el máximo de la función se localiza en el punto extremo del dominio de definición tal que  $T = 1$ :

$$\therefore \operatorname{argmax}_T P_1(\cdot) = 1$$

Sucesivamente, demostrando la continuidad entre  $P_1(\cdot)$  y  $P_2(\cdot)$  en  $T = 1$ :

$$\lim_{T \rightarrow 1^-} P_1() = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (1 - \alpha)$$

$$\lim_{T \rightarrow 1^+} P_2() = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (1 - \alpha)$$

$$P_1(T=1) = P_2(T=1) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (1 - \alpha)$$

$$\therefore \lim_{T \rightarrow 1^-} P_1() = \lim_{T \rightarrow 1^+} P_2()$$

Finalmente, esto implica que al menos existe un valor de potencia para el segundo periodo de aceleración  $P_2()$  que es superior o igual a cualquier valor de la potencia correspondiente a la potencia del primer periodo de aceleración  $P_1()$ :

$$\exists T^* : P_2(T^*) \geq P_1(T) \quad \forall T \in [0 ; 1]$$

En síntesis, en los pasajes inmediatamente anteriores se han descartado como plausibles de albergar al máximo de la potencia a los periodos de movimiento uniforme (Caso 3) y los periodos de frenada (Caso 4 y 5). Finalmente, mediante la comparación de ambos periodos de aceleración (Caso 1 y 2) se ha demostrado que es específicamente el segundo periodo de aceleración (Caso 2) el que alberga al máximo de la potencia instantánea. Considerando esto último, bastará en consecuencia estudiar la expresión correspondiente a dicho tramo con la finalidad de determinar el máximo de la potencia instantánea máxima.

### 5.2.3 Potencia Instantánea Máxima

Consistentemente con lo anunciado con anterioridad, en este pasaje se presenta la expresión del máximo de la potencia instantánea, cuya demostración formal se emprende en el Anexo 5.2. Adicionalmente con la finalidad de ilustrar el sentido físico subyacente y por medio de ejemplos específicos, los cuales se subraya no constituyen una prueba formal, se muestra la incidencia que variables como la carga en cabina, el porcentaje de contrapeso, la velocidad de cruce y el módulo de la aceleración tienen sobre la potencia instantánea y el máximo de ésta.

### Máximo Maximorum de la Potencia Instantánea

Una vez que se demostró previamente que el Modelo Triangular en sus dos variantes es aplicable a los ascensores de 1 y 1,6 m/s y habiendo probado que el máximo de la potencia tiene lugar para el segundo periodo de aceleración; a continuación resta determinar el instante y el valor máximo que exhibe la potencia. La demostración formal se emprende en el Anexo 5.2 debido a su extensión; no obstante los resultados se recogen a continuación.

$$P_{\max}(A) = \frac{MAV_{ter}}{2} \cdot [T^3 + (\alpha_{\min} - 6)T^2 + (10 - 4\alpha_{\min})T + (2\alpha_{\min} - 4)] \quad (5.31)$$

Donde:

$$\alpha_{\min} = -\frac{g}{A} \cdot \frac{((1-\mu) \cdot m_{\max})}{(2m_e + (1+\mu) \cdot m_{\max})}$$

$$M = 2m_e + (1+\mu) \cdot m_{\max}$$

$$T = \begin{cases} \frac{6 - \alpha_{\min} - \sqrt{\alpha_{\min}^2 + 6}}{3} & \text{para } \alpha_{\min} \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{para } \alpha_{\min} > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Siendo las variables técnicas que intervienen en la determinación de la anterior:

$m_e$ : masa de cabina en vacío

$m_{\max}$ : máxima capacidad de carga (rated capacity, kg)

$\mu$ : porcentaje de contrapeso (decimal)

$V_{ter}$ : velocidad terminal de cruceo (m/s)

A: módulo de aceleración ( $m/s^2$ )

En primer lugar se advierte que la expresión del tiempo ( $T$  el instante específico en que acontece el máximo) contempla dos casos, los cuales corresponden a dos tipos de máximos cuya determinación requiere diferentes técnicas matemáticas. En específico en la Figura 5.19 se puede observar que en las tres trayectorias inferiores, que describen la evolución de la potencia instantánea para las cargas en cabina de 0, 10 y 20%, el máximo tiene lugar en el límite inferior del segundo intervalo del periodo de aceleración ( $T=1$ ).

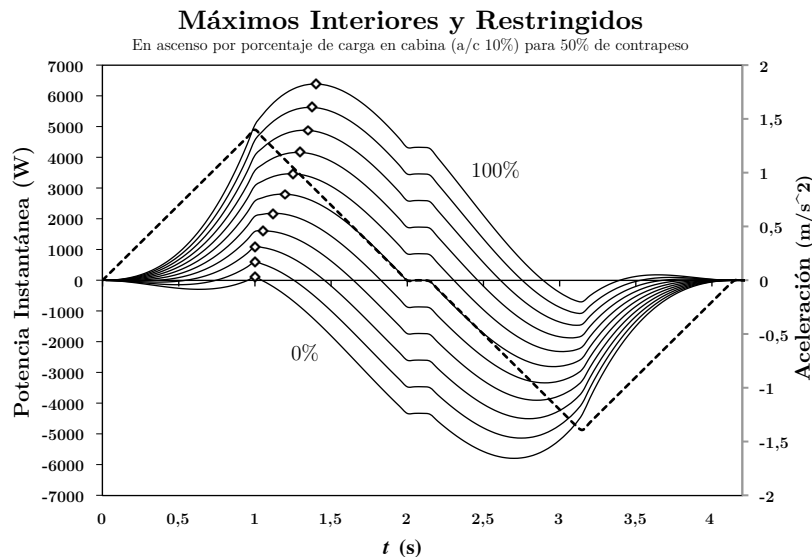


Figura 5.19 Evolución temporal de la potencia instantánea en función del porcentaje de carga en cabina para un porcentaje de contrapeso del 50% y velocidad terminal 1,4 m/s

En lo que se refiere a la caracterización matemática de ambos tipos de máximos, estos se conocen y determinan según:

- Máximo interior, que tiene lugar en el interior del intervalo y cuya determinación se basa en el estudio de las condiciones de primer y segundo orden usuales.
- Máximo restringido (trayectorias con 0%; 10% y 20% de carga en cabina); resulta de la definición por tramos de la función potencia y en cuya determinación se hace uso de las condiciones de Kuhn-Tucker o maximización sujeta a restricciones de desigualdad.

En consecuencia la determinación formal del máximo *maximorum*, emprendida en el Anexo 5.2, estudia ambas posibilidades considerando no solamente la variación de la carga en cabina (como en el caso de la Figura 5.19), sino también el porcentaje de contrapeso y la velocidad consigna de cruce; y todo esto en función del módulo de la aceleración, cuya magnitud se desea determinar en lo sucesivo.

### Incidencia de la Carga en Cabina

En lo que concierne a la incidencia que la carga en cabina tiene sobre la magnitud del máximo, en la Figura 5.20 se ilustra la evolución temporal de la potencia instantánea en función de la carga de cabina (a cada 10%) para un ascensor de 630kg (8 pasajeros), 1m/s de velocidad de terminal, un porcentaje de contrapeso del 50% de la carga útil (315kg) y movimiento en ascenso. En esta figura se observa que la magnitud del máximo de la potencia es creciente con respecto de la carga a transportar y, en particular, el máximo *maximorum* tiene lugar para la curva correspondiente al porcentaje de carga en cabina del 100%, es decir, cuando dicha carga es igual a  $m_{max}$  lo que es consistente con lo enunciado en la expresión (5.31).

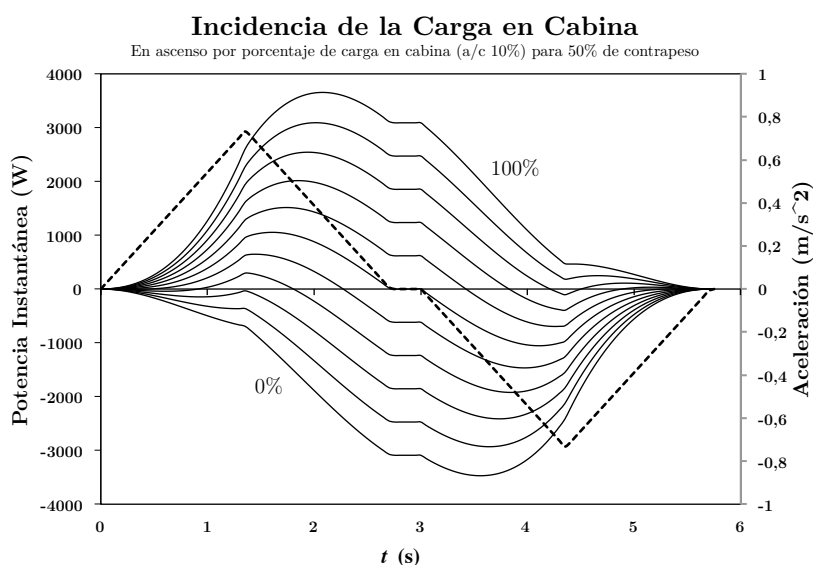


Figura 5.20 Evolución temporal de la potencia instantánea en función del porcentaje de carga en cabina para un porcentaje de contrapeso de 50% y velocidad terminal 1 m/s



Finalmente esta constatación es consistente con la intuición dado que si se considera que la carga que se va a elevar es igual a la carga desbalanceada (carga de cabina menos carga contrapesada), entonces a mayor carga de cabina mayor requerimiento de potencia para conseguir un mismo desplazamiento en el tiempo.

### Incidencia del Porcentaje de Contrapeso

En cuanto al porcentaje de compensación de la carga máxima en cabina y de forma extensiva a lo anteriormente observado para la carga en cabina, en la Figura 5.21 se percibe que la potencia instantánea es decreciente en función de los incrementos del porcentaje de contrapeso.

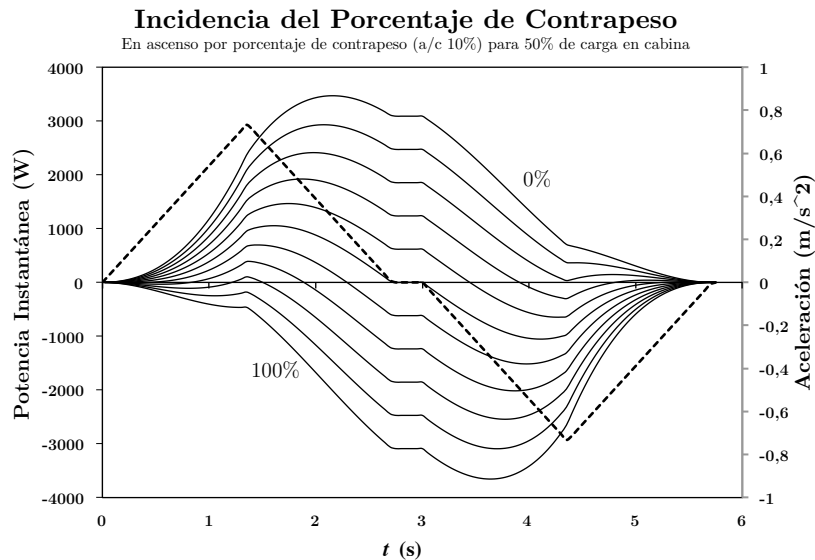


Figura 5.21 Evolución temporal de la potencia instantánea en función del porcentaje de contrapeso para un porcentaje de carga de cabina de 50%.

Adicionalmente, suponiendo una carga en cabina del 100% y una variación del porcentaje de contrapeso a cada 10%, se observa en la Figura 5.22 un incremento significativo del máximo *maximorum*, pasando aproximadamente de 3470W a 6460W, consistentemente con la mayor carga desbalanceada a elevar como resultado de la reducción de la masa del contrapeso.

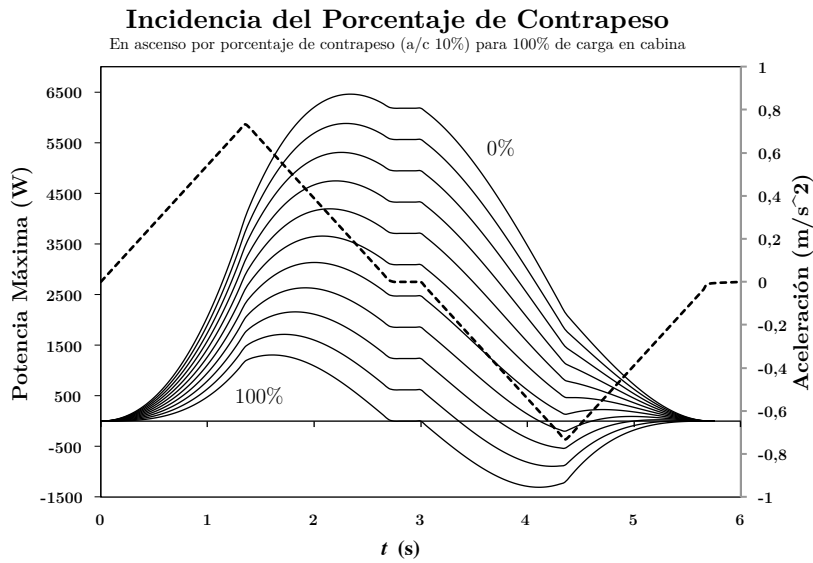


Figura 5.22 Evolución temporal de la potencia instantánea en función del porcentaje de contrapeso para un porcentaje de carga de cabina de 100%.

Finalmente de esto se desprende que para los movimientos en ascenso ilustrados el máximo *maximorum* de la potencia instantánea es decreciente en función del porcentaje de compensación de la carga máxima de cabina  $\mu$ .

### Incidencia de la Velocidad Terminal

En cuanto a la influencia de la velocidad terminal de crucero y como se puede observar en la Figura 5.23, la potencia instantánea máxima es creciente con respecto de la velocidad terminal de crucero *caeteris paribus*. Esto último resulta intuitivo si se considera permisivamente que, para una misma longitud de recorrido, una mayor velocidad implica que el tiempo en que se realiza un determinado trabajo decrece, por lo que siendo la potencia la capacidad de realizar un trabajo en un determinado tiempo y dado que el tiempo decrece, entonces la potencia requerida se incrementa. Alternativamente, si se considera que la energía cinética de un cuerpo en movimiento (variable de stock) se incrementa con la velocidad y que dicha energía se proporciona mediante la potencia (variable de flujo) en un tiempo inferior, entonces la potencia debe ser creciente con la velocidad.

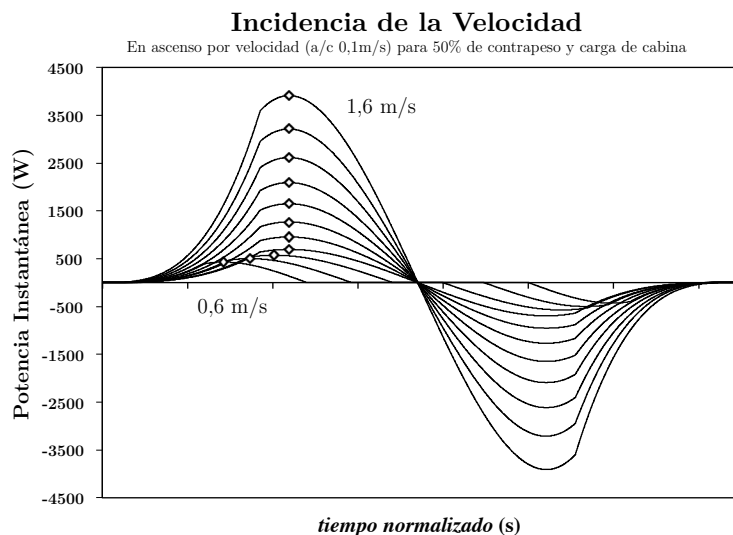


Figura 5.23 Evolución temporal de la potencia instantánea en función de la velocidad terminal de cruceo. Nótese en particular que en esta representación gráfica el tiempo ha sido normalizado de manera que las curvas aparezcan en fase; dado que los desplazamientos a mayor velocidad requieren un menor tiempo dado que la longitud de desplazamiento se mantiene constante.

### Incidencia del Módulo de Aceleración

Finalmente, en lo que concierne a la incidencia del módulo de aceleración, en la Figura 5.24 se observa que la potencia instantánea máxima es creciente en función de la magnitud del módulo de aceleración; lo que intuitivamente responde al hecho que un proceso de aceleración más “dinámico”, caracterizado por un mayor valor de  $A$  y para una misma velocidad, requiera la adición de energía en un menor tiempo y por ende una mayor potencia.

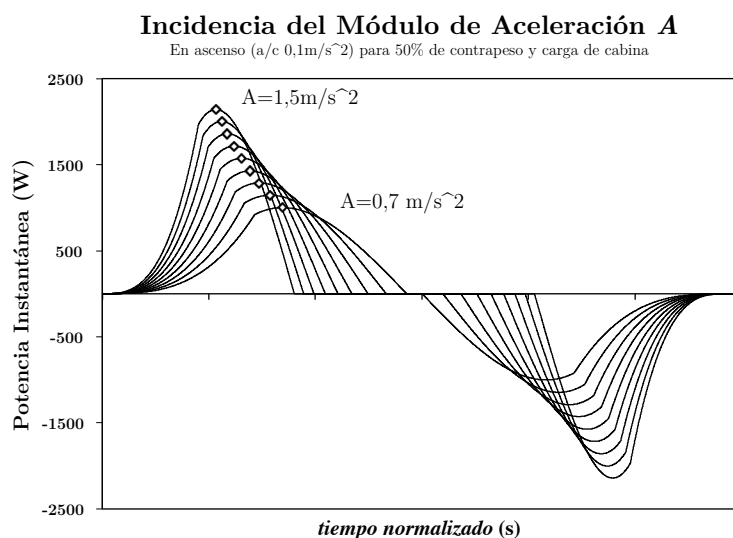


Figura 5.24 Evolución temporal de la potencia instantánea en función del módulo de aceleración  $A$ .

Finalmente se recuerda al lector que estas conclusiones son de índole orientativo y que dada la diversidad de las variables que intervienen y la compleja interacción entre éstas descrita en la expresión analítica (5.31), cabe la posibilidad que los efectos conjuntos de las variables discrepen de aquellos constatados con anterioridad y para los cuales se consideraron los efectos aislados de las variables para una serie de casos específicos. En todo caso y por rigor toda conclusión formal será referida en lo sucesivo a la expresión analítica del máximo *maximorum* aquí presentada y cuya demostración extensiva tiene lugar en el Anexo 5.2.

#### 5.2.4 Determinación Numérica de los Parámetros de Aceleración

Conforme al plan anunciado con anterioridad y una vez presentada la expresión relativa al máximo *maximorum* de la potencia instantánea (5.31); a continuación se procede a determinar los valores numéricos de los parámetros que rigen a la expresión de la aceleración. Con dicho objetivo y considerando primeramente los ascensores de 1m/s de velocidad, se evalúa sucesivamente la expresión (5.31) en función de los valores del módulo de la aceleración compatibles con las condiciones de confort y recorrido anteriormente reconocidas. Posteriormente se comparan los valores de la potencia instantánea máxima se comparan con los valores de la potencia motriz nominal proporcionados por KONE [2] para los ascensores de capacidad: 480, 630 y 1000 kg. Consecutivamente, se deduce un valor representativo del módulo de aceleración el cual se ajusta a los datos en especificaciones. Finalmente este ejercicio se repite para los ascensores con velocidad de 1,6m/s.

#### Ascensores de 1m/s de Velocidad Terminal

Las variables técnicas necesarias para la estimación de la expresión (5.31) correspondiente al máximo de la potencia instantánea y según datos en especificaciones son las siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_e = 720 \text{ kg} \\ m_{\max} : 480 \text{ kg} \\ \mu = 0,5 \\ V_{\text{ter}} = 1 \text{ m/s} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_e = 1000 \text{ kg} \\ m_{\max} : 630 \text{ kg} \\ \mu = 0,5 \\ V_{\text{ter}} = 1 \text{ m/s} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_e = 1500 \text{ kg} \\ m_{\max} : 1000 \text{ kg} \\ \mu = 0,5 \\ V_{\text{ter}} = 1 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

A continuación y consistentemente con lo anunciado, en la Figura 5.25 se observan tres curvas ascendentes que describen los valores teóricos estimados correspondientes con la potencia instantánea máxima en función del módulo de aceleración  $A$  para las diferentes capacidades de carga anteriormente enunciadas. Adicionalmente se observan tres rectas horizontales que representan los valores de la potencia motriz nominal reportada en las especificaciones de KONE para dichos ascensores, de donde las intersecciones entre los conjuntos de curvas y rectas determinan el valor solución de  $A$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\max}: 480 \text{ kg} \\ A = 0,7813 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_{\max}: 630 \text{ kg} \\ A = 0,7722 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_{\max}: 1000 \text{ kg} \\ A = 0,7097 \end{array} \right.$$

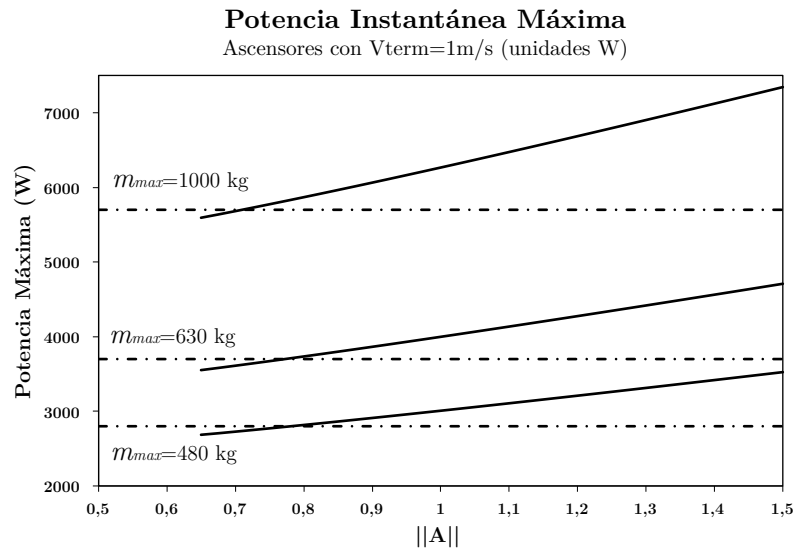


Figura 5.25 Potencia instantánea máxima calculada en función del módulo A (curvas con pendiente) versus potencia nominal del motor según especificaciones de KONE (rectas horizontales)

En este sentido resulta interesante notar que los valores solución se disponen en un rango relativamente estrecho, entre 0,7 y 0,8  $m/s^2$ , el cual también está próximo a los valores correspondientes al mínimo de la potencia instantánea máxima teórica. Esto último puede ser explicado por la voluntad expresa del fabricante KONE a lo largo de los años de optimizar energéticamente sus ascensores.

Sucesivamente, por el método de mínimos cuadrados se determina un valor fijo representativo para el módulo de aceleración:

$$\bar{A} = 0,7363$$

El parámetro restante  $\frac{da}{dt}$ , está definido implícitamente a partir de:

$$\frac{da}{dt} = \frac{A^2}{V_{\text{ter}}}$$

Finalmente, para los ascensores de 630 kg y 1 m/s de velocidad los valores de los parámetros representativos que rigen a la aceleración, que a su vez intervienen en la energía consumida son:

$$630\text{kg} ; 1\text{m/s} \left\{ \begin{array}{l} A = 0,7363 \text{ m/s}^2 \\ da/dt = 0,5421 \text{ jerk} \end{array} \right.$$

## Ascensores de 1,6m/s de Velocidad Terminal

Para los ascensores de 1,6 m/s basados en el Modelo Triangular Extendido y siguiendo la misma metodología descrita con anterioridad, se obtienen los siguientes resultados:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\max} = 630 \text{ kg} \\ A = 0,9551 \text{ m/s}^2 \\ \frac{da}{dt} = 0,5701 \text{ jerk} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_{\max} = 1000 \text{ kg} \\ A = 1,142 \text{ m/s}^2 \\ \frac{da}{dt} = 0,8151 \text{ jerk} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_{\max} = 1600 \text{ kg} \\ A = 1,3411 \text{ m/s}^2 \\ \frac{da}{dt} = 1,1241 \text{ jerk} \end{array} \right.$$

En este caso y derivado de la observación de la Figura 5.26, resulta difícil suponer que los tres casos analizados respondan a un valor común de los parámetros de la aceleración dada la dispersión de los puntos de intersección. Las razones por las cuales lo anterior tiene lugar quedan sin determinar; no obstante para el caso exclusivo del ascensor de 630 kg de capacidad se observa que, consistentemente con lo anteriormente constatado, el intersección resultante tiene lugar próximo al valor mínimo teórico de la potencia.

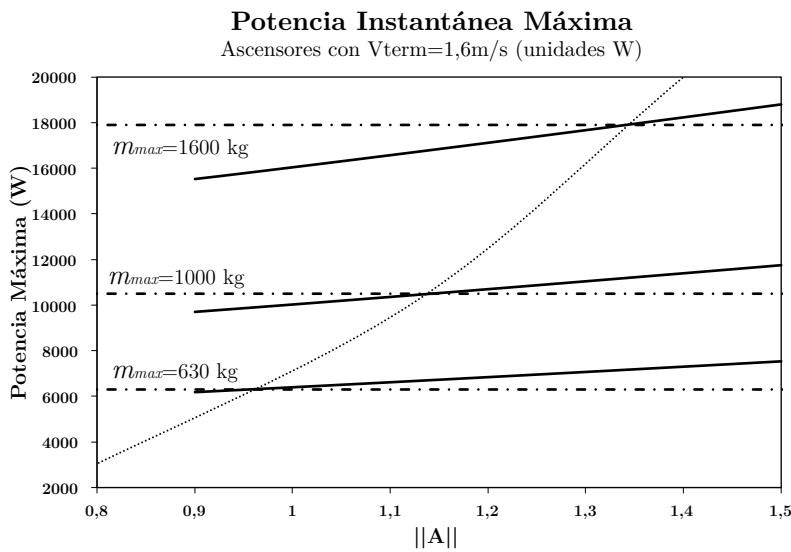


Figura 5.26 Potencia instantánea máxima calculada para un ascensor de 1,6 m/s de velocidad

Considerando esto último y con la finalidad de evaluar la hipótesis de que los ascensores de 630 kg de capacidad y velocidades 1 y 1,6 m/s compartan el mismo parámetro  $da/dt$ , a continuación se estima el error que en términos de la potencia máxima dicho supuesto entraña con respecto del valor en especificaciones. Así, suponiendo:

$$\frac{da}{dt} = 0,5421 \text{ jerk}$$

Entonces el correspondiente módulo de aceleración  $A$  :

$$A = \sqrt{V_{\text{ter}} \frac{da}{dt}} = 0,9313 \text{ m/s}^2$$

De donde la potencia máxima resultante, como se puede percibir en la Figura 5.27 es:

$$P_{\text{max}} = 6249,23 \text{ W}$$

Lo cual en términos de relativos representa un error inferior al 1%, de donde resulta verosímil aceptar la hipótesis ensayada.

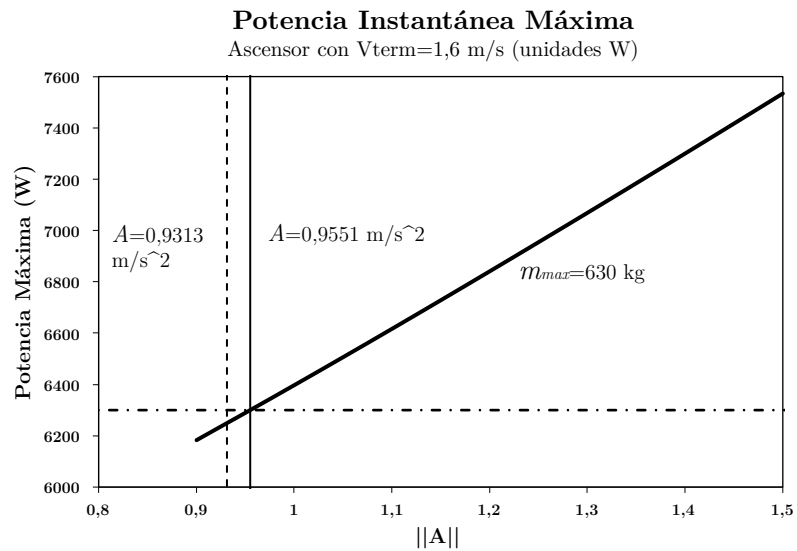


Figura 5.27 Potencia instantánea máxima calculada para un ascensor de 1,6 m/s de velocidad y 630kg de capacidad; estimación de la discrepancia bajo supuesto de un valor común para  $da/dt$ .

En conclusión, los valores de los parámetros de la aceleración que se ajustan a los datos de las especificaciones de los ascensores KONE y que en lo sucesivo serán empleados para la determinación de las matrices de energía son:

$$630\text{kg} ; 1\text{m/s} \left\{ \begin{array}{l} A = 0,7363 \text{ m/s}^2 \\ da/dt = 0,5421 \text{ jerk} \end{array} \right. \quad (5.32)$$

$$630\text{kg} ; 1,6\text{m/s} \left\{ \begin{array}{l} A = 0,9313 \text{ m/s}^2 \\ da/dt = 0,5421 \text{ jerk} \end{array} \right.$$

### 5.2.5 Modelo de Smith y Peters

El objeto del siguiente pasaje consiste en comparar los valores de la potencia máxima obtenida a través de la expresión (5.31) con aquellos calculados por medio de la expresión propuesta por Smith y Peters (2004) [3]. Para ello, y dado que la magnitud de la potencia es nominal, se supondrá una eficiencia del 100%.

El modelo propuesto por Smith y Peters es el siguiente:

$$HP = \frac{\left(1 - \left(\frac{cw}{100}\right)\right) \cdot CAPA \cdot VEL_{design}}{33000 \cdot \left(\frac{eff}{100}\right)}$$

*HP*: Potencia (caballos de potencia)

*cw*: Porcentaje de contrapesaje (%)

*cw* = 50%

*CAPA*: Capacidad máxima de carga (lbs)

*CAPA* = 1058,63 ; 1389,46 ; 2205,49 *lbf*

*VEL<sub>design</sub>*: Velocidad de diseño del elevador (fpm)

*VEL<sub>design</sub>* = 196,85 *fpm*; 314,96 *fpm*

*eff*: eficiencia del ascensor (%)

*eff* = 100%

Estimando la potencia máxima y el error con respecto de los valores en especificaciones, se obtiene como resultado:

POTENCIA NOMINAL DEL MOTOR REAL VS CALCULADA							
(unidades W)							
Carga (Pasajeros) / Velocidad	KONE	Smith & Peters (2004)		Pmax*			
		Valor	Error	Promedio	Error	Ajustado**	Error
480kg (6p) / 1 m/s	2800	2355	-16%	3105	11%	2760	-1%
630kg (8p) / 1 m/s	3700	3090	-16%	4131	12%	3655	-1%
1000kg (13p) / 1 m/s	5700	4905	-14%	6469	13%	5749	1%
630kg (8p) / 1,6 m/s	6300	4944	-22%	6859	9%	6249	-1%

\* Calculado a partir de (5.31)

\*\* A partir de los valores descritos en (5.32)

Tabla 5.5 Potencia instantánea máxima real vs calculada.

Como es posible concluir de la lectura de la Tabla 5.5, el modelo de Smith y Peters subestima en promedio un 15% el valor de la potencia instantánea máxima para los ascensores de 1m/s de velocidad; mientras que para el ascensor de 1,6m/s dicho error se incrementa significativamente hasta un 22%. La causa de dicha discrepancia reside principalmente en la especificación lineal utilizada para aproximar el complejo comportamiento de la expresión (5.31), que entraña no-linealidades como es posible apreciar en la Figura 5.28, donde se observa el comportamiento cuasi-cuadrático de la potencia en función de la velocidad de cruce.



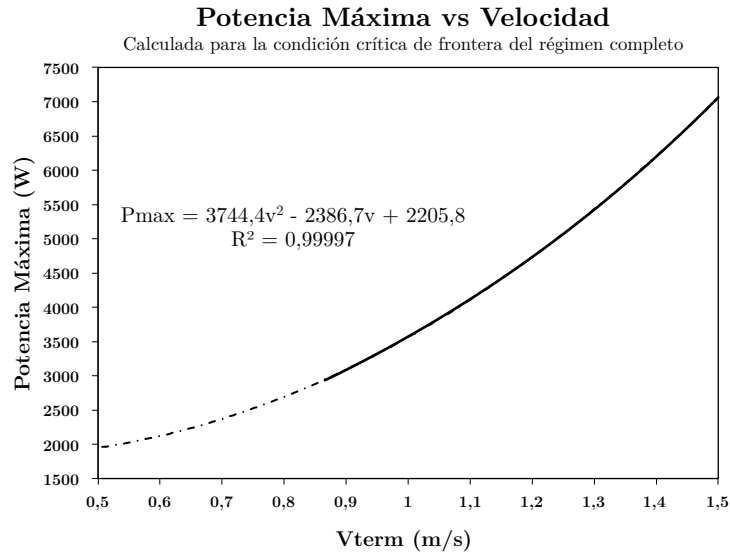


Figura 5.28 Potencia instantánea máxima para el régimen completo por velocidad de terminal de crucero dentro del dominio de confort.

Adicionalmente el modelo de Smith y Peters incurre en un problema de variables omitidas, ya que el efecto de las variables referentes a la aceleración representa un 27% sobre el valor promedio de la potencia para los ascensores de 1m/s de velocidad, mientras que para los de 1,6m/s el error ronda el 10%; de lo que se concluye la significancia de dichas variables en la estimación de la potencia máxima.

<b>VARIABILIDAD DE LA POTENCIA VS MODULO DE LA ACELERACIÓN</b>			
Calculada en función de los valores extremos permisibles de A para el régimen completo y 1,0m/s			
Potencia	480kg / 6p	630kg / 8p	1000kg / 13p
mínima	2685	3552	5593
máxima	3525	4709	7344
promedio	3090	4111	6439
<b>Variabilidad</b>	<b>27,19%</b>	<b>28,14%</b>	<b>27,19%</b>

Tabla 5.6 Variabilidad de la potencia instantánea máxima en función del módulo de la aceleración para los ascensores de 1m/s de velocidad

<b>VARIABILIDAD DE LA POTENCIA VS MODULO DE LA ACELERACIÓN</b>			
Calculada en función de los valores extremos permisibles de A para el régimen completo y 1,6 m/s			
Potencia	630kg / 8p	1000kg / 13p	1600kg / 20p
mínima	6183	9702	15523
máxima	7534	11750	18800
promedio	6858	10726	17162
<b>Variabilidad</b>	<b>9,85%</b>	<b>9,55%</b>	<b>9,55%</b>

Tabla 5.7 Variabilidad de la potencia instantánea máxima en función del módulo de la aceleración para los ascensores de 1,6m/s de velocidad

## Recapitulación

En este apartado se han determinado los valores de los parámetros que intervienen en la especificación de la aceleración y por ende en la determinación de la energía total. Para ello se definió la expresión de la potencia instantánea y máximo *maximorum*, posteriormente comparada con los valores disponibles en especificaciones, deduciéndose un valor común representativo de los parámetros de aceleración para los ascensores de 630kg de capacidad y velocidades de 1 y 1,6 m/s. Finalmente los resultados correspondientes a estos desarrollos fueron comparados con el modelo de Smith y Peters (2004), concluyéndose que este último subestima la potencia máxima requerida como resultado de la naturaleza lineal del modelo y la omisión de los parámetros de aceleración. Es así que finalmente se demostró la significancia e incidencia que dichos parámetros tienen en la estimación de la potencia instantánea máxima y en consecuencia finalmente sobre la energía consumida.

## Tercer Apartado

### 5.3 Estimación de las Matrices de Energía

#### Introducción

El objetivo de este apartado consiste en calcular las matrices de energía; para ello este apartado capitaliza todos los resultados y conclusiones de los apartados precedentes, así como las expresiones y equivalencias relativas a las diferentes magnitudes energéticas definidas en el Capítulo 4. En sentido específico se hará uso de las velocidades más representativas identificadas en el primer apartado, del Modelo Triangular Extendido allí demostrado; así como de los valores numéricos de los parámetros de la aceleración obtenidos en el segundo apartado. Finalmente, del Capítulo 4 se explota la expresión analítica de la energía consumida en ascenso, así como de las relaciones de equivalencia que permiten a partir de ésta calcular la energía consumida en descenso y las energías generadas para ambos escenarios.

En primer lugar se determinarán las matrices de energía a partir de las expresiones analíticas anteriormente desarrolladas. Dichas matrices refieren a la energía consumida o generada para los movimientos de ascenso o descenso, por longitud de recorrido, carga en cabina, porcentaje de contrapeso y velocidad. En segundo lugar, con el objetivo de verificar los resultados a través de un enfoque numérico, se desarrollará un modelo en recurrencias, el cual a través de una rutina programada en lenguaje JAVA proporciona un conjunto equivalente de matrices de energía. En tercer lugar, se comparan los resultados del enfoque analítico y numérico, para finalmente concluir la validez del conjunto de matrices a través del cálculo de los errores.

#### 5.3.1 Matrices de Energía; Enfoque Analítico

En primer término, a continuación se presenta la estructura de las matrices de energía.

CONCEPTO, REGIMEN DE MOVIMIENTO; $V_{ter}=XXm/s$ (unidades)										
Considerando un porcentaje de contrapeso: XX,XX%										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0									
	1									
	2									
	3									
	4									
	5									
	6									
	7									
	8									

Anotaciones

Figura 5.29 Estructura de las matrices de energía

Consistentemente con la estructura de las matrices de descomposición y tráfico definidas en capítulos anteriores, las matrices de energía refieren por renglones la carga útil transportada en cabina por número de pasajeros, lo que equivale a 12,5% de la carga máxima de cabina o 70,75 kg/pasajero. Por su parte las columnas representan las diferentes longitudes de trayecto por número de niveles, cada uno de éstos con una altura de 3m. Adicionalmente, cada una de las tablas contiene en el encabezado informaciones imprescindibles como: el concepto (i.e. energía consumida, generada ó error porcentual), el régimen de movimiento (ascendente ó descendente), la velocidad terminal, las unidades de la magnitud (J, Julios o %) y finalmente el porcentaje de contrapeso al cual refiere dicha matriz.

Retomando a continuación las expresiones analíticas que describen la energía consumida en ascenso desarrolladas en el Capítulo 4:

$$\text{para } a_n \leq -A \quad (5.33)$$

$$W_c^a = -Ma_n D$$

$$\text{para } -A \leq a_n \leq 0 \quad (5.34)$$

$$W_c^a = -Ma_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left( 1 + \frac{a_n}{A} \right)^2$$

$$\text{para } 0 \leq a_n \leq A \quad (5.35)$$

$$W_c^a = \Theta Ma_n D + (1 + \Theta) M \frac{1}{2} V_{ter}^2 \left( 1 - \frac{a_n}{A} \right)^2$$

$$\text{para } a_n \geq A \quad (5.36)$$

$$W_c^a = \Theta Ma_n D$$

Donde:

$$a_n = -g \cdot \frac{m_c - \mu \cdot m_{\max}}{m_c + 2m_e + \mu \cdot m_{\max}} \quad (5.37)$$

$$M = m_c + 2m_e + \mu \cdot m_{\max}$$

$m_c$ : masa de la carga útil en cabina (kg)

$$m_c = q \cdot 70,75$$

$q$ : número de pasajeros transportados ( $n^\circ$ )

$m_e$ : masa de cabina en vacío

$m_{\max}$ : máxima capacidad de carga (rated capacity, kg)

$\mu$ : porcentaje de contrapeso (decimal)

$V_{ter}$ : velocidad terminal de crucero (m/s)

$A$ : módulo de aceleración ( $m/s^2$ )

$D$ : distancia vertical entre origen y destino (m)

Suponiendo el caso de un ascensor de tecnología gearless sin regenerador, por lo que  $\Theta=0$  y por medio de una hoja de cálculo provista de un “Macro” se computan las matrices de consumo en ascenso y descenso para los siguientes porcentajes de contrapeso ( $\mu$ ): 0%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% y 100%. Este ejercicio se ha realizado para las velocidades de 1m/s y 1,6m/s, con lo que se obtuvieron un total de 52 matrices, lo que representa 4680 iteraciones.

Las matrices resultantes se recogen en el Anexo 5.3, aunque a manera de ejemplo a continuación se incluyen, los resultados de las energías consumida en ascenso para el caso más frecuente de contrapeso al 50%.

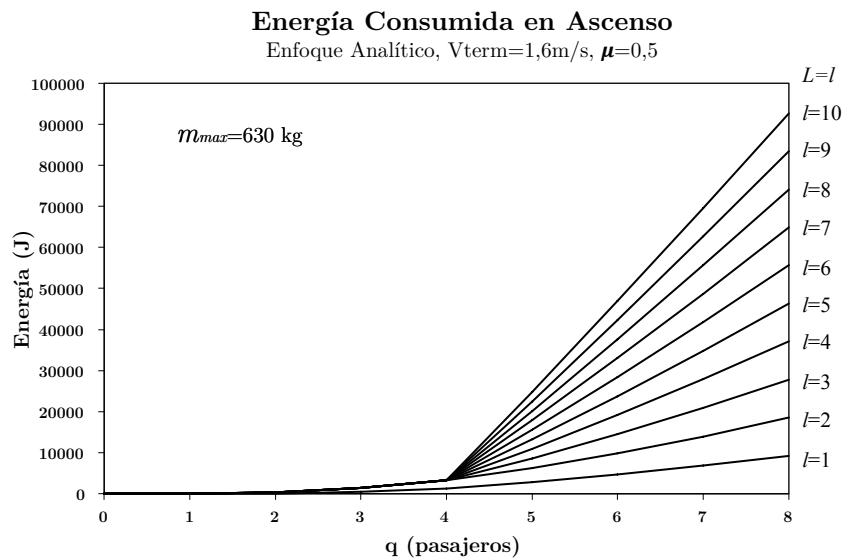
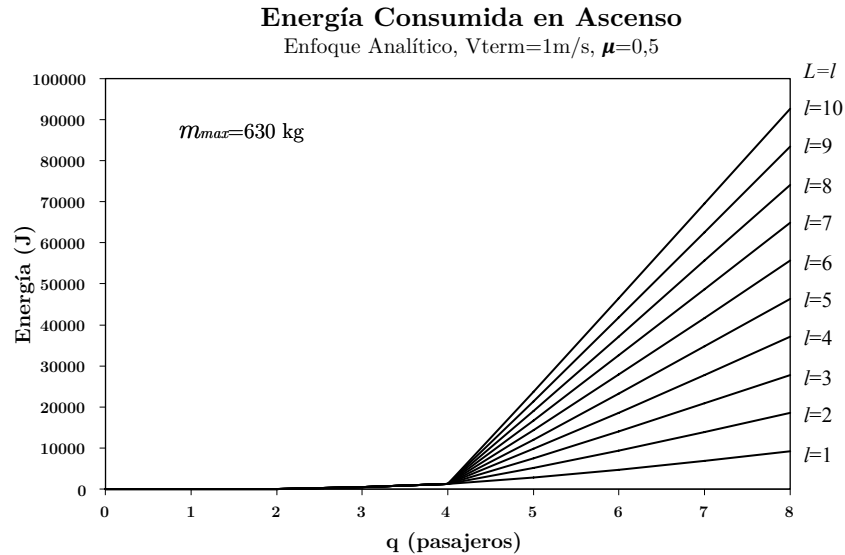


Figura 5.30 Energía Consumida en Ascenso para los ascensores de 630kg (8 pasajeros), velocidad 1m/s y 1,6m/s y porcentaje de contrapeso de 50%

En la figura inferior, referida al ascensor de 1,6 m/s de velocidad, se puede notar que la trayectoria que describe los desplazamientos de longitud igual a 3m ( $l=1$ ) se comporta de manera distinta al resto de trayectorias. Esto es debido al hecho que el ascensor no desarrolla la velocidad de consigna por no disponer de una longitud de recorrido suficiente y consistentemente con la especificación del Modelo Triangular Extendido, el ascensor desarrolla efectivamente una velocidad de 1 m/s.

### 5.3.2 Matrices de Energía; Enfoque Numérico

Conforme a lo anunciado, el objetivo del Enfoque Numérico consiste en estimar las matrices de energía por medio de una metodología alternativa asimilable a la simulación. Para ello se construye en primer lugar un modelo en recurrencias que posteriormente, a través de una rutina escrita en lenguaje JAVA, computa los valores numéricos implicados en cada una de las matrices de energía.

#### Modelo en recurrencias para el cómputo de la energía

Partiendo del valor conocido de la aceleración para todo instante en el tiempo e introduciendo un incremento diferencial en la variable tiempo  $\Delta t$  a fin de discretizarla, se obtienen los valores de las variables derivadas en forma de series en recurrencias. Por lo que para la velocidad se tiene:

$$V_{t+1} = V_t + \frac{(A_{t+1} + A_t)}{2} \cdot \Delta t \quad (5.38)$$

donde:

$V_t$  : valor presente de la velocidad

$V_{t+1}$  : valor futuro de la velocidad

Análogamente para el recorrido y una vez que se conoce la serie en recurrencias asociada a la velocidad:

$$X_{t+1} = X_t + \frac{(V_{t+1} + V_t)}{2} \cdot \Delta t \quad (5.39)$$

Por su parte la energía  $W$  en el instante futuro  $t+1$  definida a partir del incremento en diferencias de ésta es:

$$W_{t+1} = W_t + \Delta W_t$$

De donde por la noción de trabajo, se sabe que la variación en la energía definida a partir de la fuerza motriz  $Tm$  y de la distancia  $\Delta x$  en que actúa tiende a:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta W = Tm \cdot \Delta x \quad (5.40)$$

Recuperando la expresión de la fuerza motriz ejercida por el motor:

$$Tm = g \cdot (m_1 - m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2) \quad (5.41)$$

$$m_1 = m_c + m_e$$

$$m_2 = m_e + \mu \cdot m_c$$

$m_1$ : masa del conjunto viajero (kg)

$m_2$ : masa del contrapeso (kg)

Y la variación del recorrido que interviene en los incrementos de la energía es:

$$\Delta_t^{(1)} x = \Delta x = X_{t+1} - X_t \quad (5.42)$$

A continuación inyectando (5.41) y (5.42) en (5.40):

$$\begin{aligned}
\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta W_t &= Tm \cdot \Delta x \\
\Delta W_t &= (g \cdot (m_1 - m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2)) \cdot \Delta x \\
&= (g \cdot (m_1 - m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2)) \cdot (X_{t+1} - X_t) \\
\Delta W_t &= g \cdot (m_1 - m_2) \cdot (X_{t+1} - X_t) + a(t) \cdot (m_1 + m_2) \cdot (X_{t+1} - X_t)
\end{aligned} \tag{5.43}$$

En la anterior expresión se reconoce en el primer sumando la expresión de la variación en la energía potencial  $\Delta Ep$ .

$$\Delta W_t = \underbrace{g \cdot (m_1 - m_2) \cdot (X_{t+1} - X_t)}_{\Delta Ep} + a(t) \cdot (m_1 + m_2) \cdot (X_{t+1} - X_t)$$

En cuanto al segundo sumando y como a continuación se describe, es posible explicitar el incremento en la energía cinética mediante la reescritura de éste como a continuación se describe  $\Delta Ek$ :

$$\begin{aligned}
\Delta W_t &= \Delta Ep + a(t) \cdot (m_1 + m_2) \cdot (X_{t+1} - X_t) \\
&= \Delta Ep + \frac{dv(t)}{dt} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \Delta x \\
&= \Delta Ep + \Delta v \cdot (m_1 + m_2) \cdot \frac{dx(t)}{dt} \\
&= \Delta Ep + (V_{t+1} - V_t) \cdot (m_1 + m_2) \cdot v(t) \\
&= \Delta Ep + (V_{t+1} - V_t) \cdot (m_1 + m_2) \cdot \left( \frac{V_{t+1} + V_t}{2} \right) \\
&= \Delta Ep + \frac{1}{2} \underbrace{(m_1 + m_2) \cdot (V_{t+1}^2 - V_t^2)}_{\Delta Ek} \\
&= \Delta Ep + \Delta Ek
\end{aligned}$$

Una vez demostrada la cuadratura de los incrementos de la energía a manera de verificación, entonces es posible finalmente obtener la expresión en recurrencias que define a la energía:

$$\begin{aligned}
\Delta W_t &= W_{t+1} - W_t \\
W_{t+1} &= W_t + g \cdot (m_1 - m_2) \cdot (X_{t+1} - X_t) + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot (V_{t+1}^2 - V_t^2)
\end{aligned}$$

Sin embargo, desde un punto de vista operacional y dado que las variaciones de la energía exhiben magnitud positiva o negativa, resulta más sencillo el cómputo de la energía total a través de la adición sucesiva de las variaciones de mismo signo con la finalidad de obtener los montos de energía consumida y generada. Así, imponiendo una condición referida al signo de las variaciones, se obtienen las expresiones relativas a la energía total consumida ó generada en los movimientos de ascenso o descenso:

$$\begin{aligned}
W_c &= \sum_i \Delta W_i \text{ para } \Delta W_i > 0 \\
W_c &= \sum_i g \cdot (m_1 - m_2) \cdot (X_{t+1} - X_t) + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot (V_{t+1}^2 - V_t^2); \forall \Delta W_i > 0
\end{aligned} \tag{5.44}$$

$$W_g = \sum_i \Delta W_i \text{ para } \Delta W_i < 0 \quad (5.45)$$

$$W_g = \sum_i g \cdot (m_1 - m_2) \cdot (X_{i+1} - X_i) + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot (V_{i+1}^2 - V_i^2) ; \forall \Delta W_i < 0$$

A través de una rutina escrita en lenguaje JAVA se realizó la estimación de la energía consumida en movimientos de ascenso y descenso. Para ello se supusieron los siguientes incrementos variacionales del tiempo  $\Delta t$ , con lo que se consigue una resolución y tiempos de cómputo razonables.

INCREMENTOS EN DIFERENCIAS DEL TIEMPO			
Enfoque Numérico para el cómputo de la energía consumida o generada			
L=1 (niveles)	D (m)	$\Delta t$ (ms)	
		1m/s	1,6m/s
1	3	1	1
2	6	1,5	1
3	9	1,5	1,5
4	12	2	1,5
5	15	2,5	2
6	18	3	2
7	21	3	2,5
8	24	3,5	2,5
9	27	4	2,5
10	30	4	3

Tabla 5.8 Incrementos en el tiempo empleados para el cómputo de la energía.

Finalmente, considerando la similitud que guardan con las matrices analíticas así como la extensión que implicaría su inclusión en el cuerpo de este documento, los resultados detallados de la estimación por métodos numéricos se recogen en el Anexo 5.4.

### 5.3.3 Comparación y Validación

El objetivo de este pasaje consiste específicamente en validar las matrices de energía resultantes del enfoque analítico; para ello se comparan estas últimas con aquellas resultantes de la estimación numérica que son asimilables a una simulación.

#### Error Porcentual

Basados en el hecho observado de que la discrepancia entre la energía analítica y numérica depende del orden de magnitud de éstas, se concluye que lo más significativo consistiría en referir la magnitud del error al hipotético “valor verdadero”, con lo que se obtiene un error expresado en términos porcentuales.

Así, suponiendo que el verdadero valor de la energía corresponde con el valor analítico, el error porcentual se define como:

$$\varepsilon = \frac{W_{numérica} - W_{analítica}}{W_{analítica}} \quad (5.46)$$

No obstante, lo anterior implica un problema de indefinición cuando el valor verdadero, en este caso la energía analítica, es igual a cero. Este problema es frecuentemente



resuelto mediante la sustitución de la magnitud de referencia en el denominador por una medida umbral “normalizadora” *ad hoc*, como por ejemplo la media aritmética, requiriendo igualmente la inclusión de coeficientes de corrección. Adicionalmente, es usual observar que para discrepancias menores en magnitud pero con valores de la medida de referencia próximos a cero, el valor del error reportado tiende a ser extremadamente elevado.

Por lo tanto y con la finalidad de mantener la significancia de los valores porcentuales del error se establece un margen de tolerancia a partir del cual se impone el cálculo del error porcentual según la expresión (5.46). El margen de tolerancia se ha fijado en 10 Julios considerando principalmente el hecho de que los valores observados de las magnitudes energéticas rondan en promedio el orden de los miles de Julios, por lo que el umbral de 10 Julios supone una incertidumbre de un 1%.

Los resultados pormenorizados del cálculo del error porcentual se incluyen en el Anexo 5.5, no obstante a continuación se resumen los valores (módulo) máximos registrados para todos los porcentajes de contrapeso ( $\forall \mu$ ) por carga ( $q$ ) y longitud de recorrido (1), comenzando por los ascensores de 1m/s de velocidad y 630kg de capacidad.

ERROR MÁXIMO; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, $V_{ter}=1m/s$ (% si $>10J$ )										
Considerando un porcentaje de contrapeso : Todos										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J
1	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	0,10%	0,41%	0,40%	<10 J	0,39%	0,38%
2	<10 J	0,14%	0,13%	<10 J	0,10%	0,38%	0,37%	<10 J	0,36%	0,36%
3	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,36%	0,36%	0,02%	0,35%	0,35%
4	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,36%	0,35%	0,02%	0,35%	0,35%
5	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,43%	0,42%	0,02%	0,40%	0,40%
6	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,39%	0,38%	0,02%	0,37%	0,37%
7	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,37%	0,37%	0,02%	0,36%	0,36%
8	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,11%	0,63%	0,63%	0,02%	0,63%	0,63%

Eficiencia del motor del 100%

Tabla 5.9 Error Máximo registrado para la energía consumida en ascenso considerando una capacidad de 630 kg y una velocidad de 1m/s.

ERROR MÁXIMO; ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO, $V_{ter}=1m/s$ (% si $>10J$ )										
Considerando un porcentaje de contrapeso : Todos										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,38%	0,38%	0,02%	0,37%	0,36%
1	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,42%	0,41%	0,02%	0,40%	0,39%
2	<10 J	0,14%	0,13%	0,05%	0,10%	0,39%	0,38%	0,02%	0,37%	0,37%
3	<10 J	0,15%	0,13%	0,05%	0,10%	0,43%	0,42%	0,02%	0,41%	0,40%
4	<10 J	0,15%	0,13%	0,05%	0,10%	0,37%	0,36%	0,02%	0,36%	0,36%
5	<10 J	0,15%	0,13%	0,05%	0,10%	0,38%	0,37%	0,02%	0,37%	0,36%
6	<10 J	0,15%	0,13%	<10 J	0,10%	0,40%	0,39%	<10 J	0,38%	0,38%
7	<10 J	<10 J	0,14%	<10 J	0,10%	0,45%	0,43%	<10 J	0,42%	0,41%
8	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	0,63%	0,63%	<10 J	0,63%	0,63%

Eficiencia del motor del 100%

Tabla 5.10 Error Máximo registrado para la energía consumida en descenso considerando una capacidad de 630 kg y una velocidad de 1m/s.

Por su parte para el ascensor de 630 kg y 1,6m/s de velocidad se observa que la magnitud máxima del error es:

<b>ERROR MÁXIMO; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, <math>V_{ter}=1,6m/s</math> (% si <math>&gt;10J</math>)</b>										
Considerando un porcentaje de contrapeso : Todos										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	0,45%	0,45%	<10 J	<10 J	<10 J	0,45%
1	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	0,46%	0,46%	<10 J	0,05%	0,05%	0,46%
2	<10 J	0,12%	0,10%	0,09%	0,48%	0,48%	0,05%	0,05%	0,06%	0,48%
3	<10 J	0,12%	0,10%	0,09%	0,46%	0,46%	0,05%	0,05%	0,05%	0,46%
4	<10 J	0,13%	0,10%	0,09%	0,51%	0,51%	0,05%	0,05%	0,06%	0,45%
5	<10 J	0,13%	0,10%	0,09%	0,49%	0,49%	0,06%	0,06%	0,06%	0,48%
6	<10 J	0,14%	0,10%	0,09%	0,47%	0,47%	0,06%	0,05%	0,05%	0,47%
7	<10 J	0,14%	0,10%	0,09%	0,52%	0,52%	0,05%	0,05%	0,05%	0,51%
8	<10 J	0,16%	0,10%	0,09%	0,45%	0,45%	0,05%	0,06%	0,06%	0,45%

Eficiencia del motor del 100%

Tabla 5.11 Error Máximo registrado para la energía consumida en ascenso considerando una capacidad de 630 kg y una velocidad de 1,6m/s.

<b>ERROR MÁXIMO; ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO, <math>V_{ter}=1,6m/s</math> (% si <math>&gt;10J</math>)</b>										
Considerando un porcentaje de contrapeso : Todos										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<10 J	0,11%	0,10%	0,09%	0,45%	0,45%	0,05%	0,05%	0,05%	0,45%
1	<10 J	0,11%	0,10%	0,09%	0,45%	0,45%	0,05%	0,05%	0,05%	0,44%
2	<10 J	0,12%	0,10%	0,09%	0,33%	0,32%	0,05%	0,05%	0,05%	0,30%
3	<10 J	0,13%	0,10%	0,09%	0,37%	0,36%	0,05%	0,06%	0,05%	0,33%
4	<10 J	0,13%	0,10%	0,09%	0,45%	0,45%	0,05%	0,05%	0,06%	0,45%
5	<10 J	0,14%	0,11%	0,09%	0,45%	0,45%	0,05%	0,05%	0,05%	0,44%
6	<10 J	0,15%	0,11%	0,09%	0,45%	0,45%	0,06%	0,06%	0,05%	0,43%
7	<10 J	0,16%	<10 J	0,09%	0,44%	0,44%	0,06%	0,06%	0,06%	0,42%
8	<10 J	<10 J	<10 J	<10 J	0,45%	0,45%	<10 J	<10 J	<10 J	0,45%

Eficiencia del motor del 100%

Tabla 5.12 Error Máximo registrado para la energía consumida en descenso considerando una capacidad de 630 kg y una velocidad de 1,6m/s.

Como resultado de la revisión de estas tablas, se concluye que para el ascensor de 1 m/s el error asciende, en el peor de los escenarios, a 0,63%. Por su parte para el ascensor de 1,6 m/s de velocidad dicho valor es igual a 0,52%. Las causas de estas discrepancias con respecto del valor analítico tienen su origen fundamentalmente en la discretización por la que se aproxima el comportamiento continuo de las magnitudes físicas subyacentes. A lo anterior se suma la construcción iterada de las variables que intervienen en la expresión (5.45), ya que el desplazamiento se construye sobre el valor inferido de la velocidad, y ésta, a su vez, se construye sobre una discretización de la aceleración.

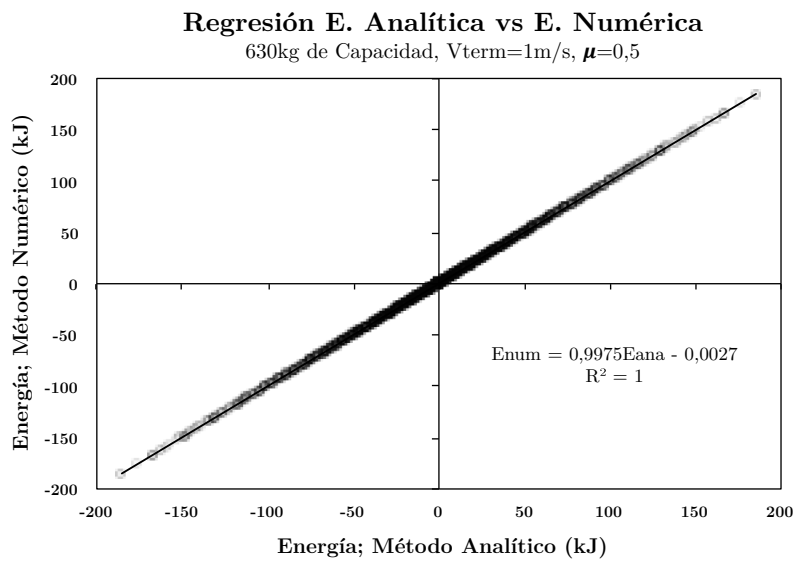


Figura 5.31 Energía Consumida en Ascenso para los ascensores de 630kg (8 pasajeros), velocidad 1 m/s y porcentaje de contrapeso del 50%

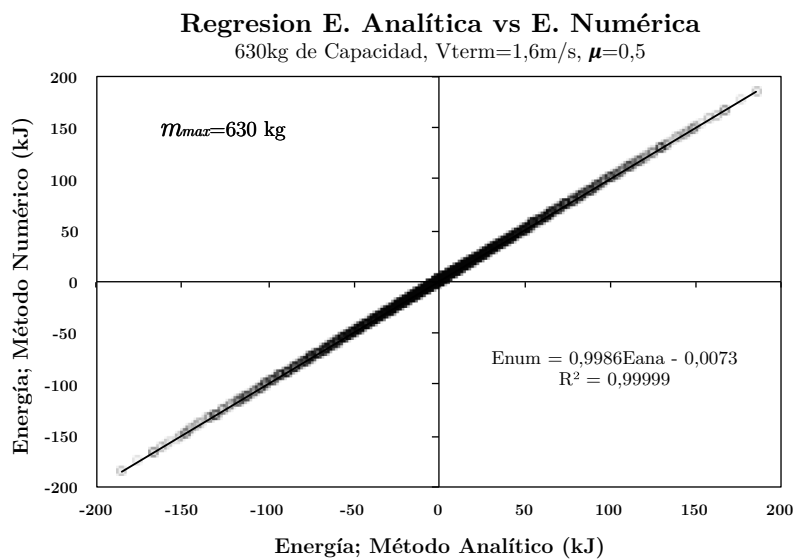


Figura 5.32 Energía Consumida en Ascenso para los ascensores de 630kg (8 pasajeros), velocidad 1,6 m/s y porcentaje de contrapeso del 50%

A pesar de todas las aproximaciones que asume el modelo en recurrencias y su posterior implementación, se puede afirmar que existe una robusta correspondencia entre los resultados de ambos enfoques, lo que constituye una prueba a favor de la verosimilitud de las matrices analíticas de energía. Esto se fundamenta por un lado en el análisis del error máximo, el cual demostró ser claramente inferior al 1%. Adicionalmente y como es posible observar en la Figura 5.31 y Figura 5.32, en las que se considera la totalidad de los datos, la regresión entre las dos series de datos revela una correspondencia al 99,75% para los ascensores de 1 m/s, 99,86% para los de 1,6 m/s; lo que, conforme a lo

esperado, demuestra que en conjunto el error promedio es significativamente inferior al error máximo.

## **Recapitulación**

A lo largo de este apartado se ha llevado a cabo la estimación de las matrices de energía para el consumo en ascenso a partir de las expresiones analíticas y relaciones de equivalencia desarrolladas en el Capítulo 4; a las que se sumaron las contribuciones y conclusiones de los apartados que anteceden al presente, en particular las velocidades de crucero más representativas identificadas en el primer apartado, así como los valores numéricos de los parámetros de la aceleración identificadas en el segundo. En segundo lugar y con el objetivo de demostrar la verosimilitud de los resultados analíticos, se ha desarrollado un modelo en recurrencias, que mediante la programación en JAVA ha permitido reestimar dichas matrices por medio de un enfoque numérico asimilable a una simulación. Finalmente, se compararon las magnitudes energéticas resultantes de ambos enfoques, encontrándose una robusta correspondencia con un grado de confiabilidad superior al 99%, por lo que en último término se concluyó la validez de las matrices analíticas de energía.

## Conclusión

Acorde con los objetivos anunciados, a lo largo de este capítulo se han desarrollado una serie de acciones progresivas que han permitido finalmente la consecución y validación de las matrices de energía. Se debe destacar que las investigaciones y conclusiones expuestas en este capítulo trascienden los resultados numéricos de las matrices de energía.

En el primer apartado, destinado a la determinación de las velocidades más representativas, se ha presentado una perspectiva de la oferta de ascensores en España, la cual ha concluido la dominancia de los ascensores de 1 m/s de velocidad para el sector residencial, lo que representan un 51,7%, frente a un 24,1% para los ascensores de 1,6 m/s. Por lo que considerando la composición del parque residencial español y la clara segregación de la oferta por altura, el escenario más verosímil, a falta de un dimensionamiento analítico, según se describe en los capítulos sucesivos, supondría la mayor prevalencia de los ascensores de 1 m/s en las edificaciones residenciales. En cuanto a la oferta para edificios de oficinas se ha observado una diferencia de únicamente un 5,1% entre ambas categorías de velocidad, lo que ha motivado al margen de este documento el desarrollo y evaluación de alternativas basadas en otras especificaciones para la aceleración y cuyos resultados se han expuesto oportunamente, concluyéndose a través de la estimación de la potencia máxima la mayor verosimilitud del Modelo Triangular Extendido, el cual consigue incrementar la velocidad mediante la relajación de la condición de recorrido.

El segundo apartado, ha tenido por cometido la determinación de los parámetros de la aceleración; la expresión de la potencia instantánea máxima desarrollada para tal fin representa una mejora con respecto de la propuesta por Smith y Peters (2004). En este sentido se ha demostrado que para los ascensores con velocidades de 1 y 1,6 m/s, el modelo de estos autores subestima la potencia motriz necesaria entre un 14 y 22% con respecto de los datos en especificaciones. Las causas de dichas discrepancias residen fundamentalmente en la linealidad del modelo con respecto de la velocidad y la ausencia de las variables relativas a la aceleración, cuya incidencia se ha determinado representa de un 9 a un 28%.

En cuanto al tercer apartado, correspondiente a la determinación numérica de las matrices de energía, se ha desarrollado un modelo alternativo en recurrencias por el cual se han verificado los resultados obtenidos vía las expresiones analíticas del Capítulo 4.

Finalmente, en lo que pueden ser consideradas futuras líneas de desarrollo e investigación, el modelo en recurrencias implementado en JAVA abre la posibilidad a simulaciones energéticas más complejas en las que se integren las curvas empíricas de consumo por par y velocidad, así como los consumos del variador de voltaje-frecuencia

y demás equipamientos ancilares, cuya inclusión en el modelo analítico es posible pero en extremo compleja. En lo que concierne a las posibles mejoras a considerar cabe señalar:

- Refinar el modelo en recurrencias, de manera que se elimine la construcción iterada de variables sobre variables inferidas.
- Implementar un algoritmo dinámico de discretización, que incremente la resolución del cálculo en función de la variación de la magnitud a estimar.
- Incrementar la profundidad en bits de las variables de manera que se garantice que los incrementos en la resolución se traduzcan efectivamente al resultado.

## Referencias de Capítulo

- [1] Anibal T. De Alameida, Carlos Patrao, Joao Fong, Rui Araujo, and et al, "Energy Efficient Elevators and Escalators," Department of Electrical Engineering, ISR-University of Coimbra, 2010.
- [2] KONE GmbH, Getriebelose KONE EcoDisc Antriebstechnik V9.05.
- [3] Rory Smith and Richard Peters, "Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm," *Elevator Technology* , no. 14, 2004.





## Capítulo 6

# Planteamiento Up-Peak/Down-Peak

### Introducción

El presente capítulo constituye la primera fase en el planteamiento del modelo que prosigue hasta su culminación en el Capítulo 7. La división en dos capítulos resulta por un lado de la extensión en términos de contenido, así como por el hecho de que los elementos desarrollados en este refieren inicialmente a las circunstancias de tráfico “Up-Peak” y “Down Peak”<sup>1</sup>, mientras que el Capítulo 7 aborda la condición de Tráfico Mixto retomando los desarrollos y resultados alcanzados en el presente capítulo.

El objetivo del Capítulo 6 consiste en determinar en un primer tiempo las características del grupo de ascensores que satisface los requerimientos de la aplicación límite de servicio, la cual supone una edificación de oficinas de 10 niveles por encima de la planta de acceso, consistentemente con el estudio del parque edificatorio en altura llevado a cabo en el Capítulo 1. En segundo lugar, una vez determinadas las características de los ascensores que componen el grupo, se determinarán las Matrices de Descomposición Condicional, que describen la probabilidad con que acontecen los trayectos, diferenciados por carga y longitud, como resultado de que un determinado número de pasajeros abordan la cabina en inicio. En consecuencia, atendiendo al doble objetivo se han destinado dos apartados, el primero titulado “Dimensionamiento”, en el cual se determina progresivamente y con fundamentos estocásticos el número de ascensores, capacidad de cabina y velocidad de cruce requeridas para satisfacer la demanda de transporte. Por su parte el segundo apartado, titulado “Estimación de las Matrices de Descomposición”, aborda la determinación de las Matrices de

---

<sup>1</sup> Bajo el supuesto de equivalencia entre ambas que de manera intuitiva se induce, mientras que la demostración formal tiene lugar en el Capítulo 7

Descomposición Condicional por medio de dos enfoques distintos; el primero básicamente un método de “fuerza bruta”, el segundo basado en técnicas de muestreo aleatorio e inferencia conocidas como Métodos Monte-Carlo.

Como paso previo a las actividades de este capítulo, a continuación se expresan una serie de nociones recurrentes, así como la nomenclatura empleada en los desarrollos sucesivos.

### **Trayecto Individual o Viaje Individual**

Se entenderá sucesivamente por “trayecto individual” o “viaje individual” a todo desplazamiento, a carga  $q$  y longitud  $l$ , expresado por el par  $(q;l)$ , efectuado por la cabina del ascensor entre un origen y destino consecutivos, lo que en términos de la cinemática del sistema comprende exclusivamente una fase de aceleración seguida de un periodo de movimiento uniforme a velocidad de crucero, para finalmente concluir con una fase de frenado.

### **Viaje Redondo o Trayecto Redondo**

Por viaje redondo y como es habitual en la literatura, se entenderá la sucesión de trayectos individuales en carga y en vacío que tiene lugar entre dos pasajes sucesivos de la cabina por una determinada planta de la edificación en un sentido de desplazamiento específico. Por regla general y como será el caso de la presente investigación, la planta de referencia para tal fin es la planta cero, también referida como planta de acceso. Por ejemplo, Barney (2003) describe la sucesión de eventos implicados en el caso de las situaciones “Up-Peak” y “Down-Peak” de tráfico:

“Up-peak: The lifts arrive at the main terminal, load with passengers, and move up the building stopping often until the last stop when they express return to the main terminal.

Down-peak: The lifts stop at a few floors in the building, loading with passengers and then express to the main terminal. After unloading the passengers the lifts make an express run back up the building.” [1]

Descripción que se puede precisar por medio de la Figura 6.1; para el ciclo “Up-peak” la sucesión de eventos resultante comienza (i) con la partida de  $k_a$  pasajeros desde la planta de acceso, sigue una serie de trayectos individuales, decrecientes en carga, entre los diferentes destinos de los pasajeros (ii-iii) que concluyen cuando el ascensor alcanza la planta de destino más lejana (iv), donde la cabina se vacía. Sucesivamente el ascensor efectúa un descenso exprés en vacío (v) desde el destino más lejano hasta la planta de acceso, recobrando la posición inicial a partir de la cual el ciclo puede nuevamente dar inicio.

Por su parte en lo que se refiere al “Down-Peak” y dado que se asume como planta de referencia a la planta cero, el ciclo comienza con un ascenso exprés en vacío (vi) hasta la planta más lejana de origen de la demanda (vii) y donde el o los primeros pasajeros abordan la cabina. A continuación el ascensor realiza una sucesión de trayectos individuales descendentes entre los diferentes orígenes (viii-ix), recogiendo



## Nomenclatura

$AWT$	Average Waiting Time, tiempo promedio de espera, criterio de calidad.
$\aleph(n)$	Número de pasajeros que tienen por destino el nivel $n$ . En términos formales describe la cardinalidad de un conjunto o subconjunto.
$B(\eta, p_e)$	Distribución Binomial, $\eta$ experimentos con probabilidad de éxito $p_e$ .
$BP$	Población total del número de usuarios en las $N$ plantas superiores de la edificación (por encima del nivel de acceso).
$\varepsilon(q, l)$	Error en la estimación de los valores de la matriz de descomposición, tanto por medio de Excel como por el Método Monte-Carlo
$D_{q,l}^A \mid [K = k]: d_{q,l}^A = P[Q = q, L = l \mid K = k]$	Matriz de descomposición condicional en ascenso; definida casilla a casilla como la probabilidad de que una partida con $k$ pasajeros se descomponga en trayectos individuales de carga $q$ y longitud $l$ .
$D_{q,l}^D \mid [K = k]: d_{q,l}^D = P[Q = 0, L = l \mid K = k]$	Matriz de descomposición condicional en descenso; definida casilla a casilla como la probabilidad de que una partida con $k$ pasajeros resulte en un retorno exprés en vacío de longitud $l$ .
$D_{niveles}$	Distancia promedio entre niveles consecutivos (3m)
$\Delta_{q,l}^m \mid [K = k]: \delta(q; l)$	Matriz Parcial de Descomposición Condicional (auxiliar) asociada a la <b>m-ésima</b> combinación para la construcción por enumeración progresiva.
$E[ \ ]$	Valor esperado o esperanza matemática de una variable aleatoria.
$FMR$	Tasa cinco minutos (Five Minutes Rate), porcentaje de la población total de las plantas superiores que realiza una demanda en un intervalo de cinco minutos.
$G$	Variable aleatoria (v.a.) del número de usuarios que ingresan al sistema como resultado del proceso de arribo (pre-split).
$H$	Planta de retorno o destino más lejano, "Up-Peak-Planning".
$HC$	Handling Capacity; capacidad de transporte del sistema de ascensores.
$INT$	Intervalo de tiempo entre dos partidas consecutivas desde la planta de acceso.
$K$	Variable aleatoria del número de pasajeros que en la planta cero abordan la cabina (post-split). Descrita en términos de probabilidad por la Poisson.
$k = \{1, 2, \dots, q_{\max}\}$	Realización de la variable aleatoria (v.a.) $K$ .
$\tilde{K}$	Variable aleatoria ajustada (Poisson truncada) del número de pasajeros que abordan la cabina.
$P[K > q_{\max}]$	Probabilidad de desbordamiento.
$P[3K > 3q_{\max}]$	Probabilidad de congestión.
$\lambda$	Tasa de arribo en número de pasajeros por unidad de tiempo.
$\Lambda^m = \{(q_1^m, l_1^m), (q_2^m, l_2^m), \dots, (q_j^m, l_j^m)\}$	Conjunto auxiliar de los trayectos individuales para la <b>m-ésima</b> combinación en la construcción por enumeración progresiva de la matriz de descomposición.
$L$	Variable aleatoria asociada a la longitud de los trayectos individuales.

$l = \{1, 2, \dots, N\}$	Realización de la v.a. $L$ , expresada en número de niveles.
$N$	Número total de plantas por encima del nivel de acceso
$n$	Valor genérico que refiere a cualquiera de las plantas superiores al nivel de acceso.
$NA$	Número de unidades que integran un grupo de ascensores.
$P[\ ]$	Probabilidad de una variable aleatoria.
$P[X_i = x_i   K = k]$	Probabilidad condicional, por ejemplo de que el <b><i>i-ésimo</i></b> pasajero tenga por destino $x_i$ , <b>dado que <math>k</math></b> pasajeros abordan la cabina en origen.
$P[Q = q, L = l   K = k]$	Probabilidad condicional con que acontece un trayecto individual a carga $q$ y longitud $l$ , dado que $k$ pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso.
$p_e$	Probabilidad de éxito en los procesos Bernoulli.
$Pois(\lambda t)$	Distribución Poisson con tasa de ingreso $\lambda$ y horizonte temporal $t$ .
$Q$	Variable aleatoria asociada a la carga de los trayectos individuales, medida en número de pasajeros.
$q = \{1, 2, \dots, q_{\max}\}$	Realización de la v.a. $Q$ .
$(q; l)$	Dupla que caracteriza un trayecto individual a $q$ pasajeros y de longitud $l$ .
$q'_m$	Capacidad reducida de cabina al 80% en el método “Up-Peak Planning”.
$q_{\max}$	Capacidad máxima de la cabina expresada en número de pasajeros.
$RTT$	Round Trip Time; Intervalo de tiempo correspondiente a un “viaje redondo”; ascenso distribuyendo pasajeros y descenso desde el destino más lejano.
$S$	Variable aleatoria del número de paradas que efectúa un ascensor en ascenso, “Up-Peak Planning”.
$SS$	Tamaño de la muestra para la estimación por Métodos Monte-Carlo.
$t_v$	Tiempo necesario para recorrer la distancia que separa dos niveles sucesivos a velocidad de cruce.
$t_p$	Tiempo necesario para que un pasajero embarque o desembarque del ascensor.
$t_s$	Intervalo de tiempo transcurrido desde que un ascensor parte de una planta hasta que nuevamente parte de la planta inmediatamente superior o inferior.
$TD$	Demanda total de transporte.
$Var[\ ]$	Varianza de una variable aleatoria.
$V_{ter}$	Velocidad terminal, de consiga o de cruce en fase de movimiento uniforme.
$X_i$	Variable aleatoria referente al destino del usuario <b><i>i-ésimo</i></b> pasajero.
$x_i = \{1, 2, \dots, N\}$	Realización de la v.a. $X_i$ .
$\vec{X} : (X_k; X_{k-1}; \dots; X_2; X_1)$	Vector aleatorio de destinos de los $k$ pasajeros.

## Primer Apartado

### 6.1 Dimensionamiento

#### Introducción

El objetivo del presente apartado consiste en determinar las características del sistema de elevación, en particular el número de ascensores, la capacidad de cabina y la velocidad, considerando una aplicación límite de servicio en un edificio de oficinas de 10+1 plantas.

En primer lugar se presentará brevemente el método “Up-Peak Planning” (UPP), también referido como “Handling Capacity Method”, el cual, pese a ser un método determinístico de verificación por iteraciones, constituye un “benchmark” de la industria y un punto de partida válido en la construcción progresiva de un procedimiento estocástico.

En segundo lugar e inspirado de la Teoría de Colas se propondrá un modelo estocástico para el “proceso de arribo”<sup>2</sup> de pasajeros, basado en la distribución Poisson. Con este fin en particular se reseñarán los fundamentos de dicha distribución, haciendo especial énfasis en la propiedad de divisibilidad, dado que ésta constituye el argumento formal subyacente a través del cual se determina la demanda individual que enfrenta cada uno de los ascensores que constituyen el grupo.

En tercer lugar, haciendo uso del proceso de arribo Poisson se determinará la Capacidad de Transporte agregada del grupo de ascensores por medio de la estimación de la propensión al desbordamiento y congestiónamiento, entendiendo por desbordamiento la situación en que, para un ciclo, el número de pasajeros excede la capacidad de las cabinas, y por congestiónamiento el desbordamiento reiterado del sistema. Como resultado se propondrán diversas configuraciones atendiendo a los requerimientos de transporte y la oferta de ascensores.

En cuarto lugar se efectuará una reinterpretación estocástica del Método Up-Peak Planning (UPP) con la finalidad de evaluar la aptitud de cada una de las alternativas anteriormente identificadas, para lo cual se recurrirá nuevamente a la propensión al desbordamiento y congestiónamiento en la elección de un único candidato.

En quinto lugar, se validará la aptitud de servicio del sistema propuesto mediante un análisis de resiliencia frente a incrementos sostenidos del Tiempo de Viaje Redondo (RTT por sus siglas en inglés), para lo cual se determinará por medio de un método de conteo analítico-numérico la densidad de probabilidad del RTT.

Finalmente, confirmada la robustez de la configuración del grupo de ascensores frente al congestiónamiento se determinará la función de trade-off entre la Capacidad de Transporte y la propensión al desbordamiento a corto plazo.

---

<sup>2</sup> El término “arribo” es aceptado como sinónimo de llegada por la Real Academia de la Lengua Española.

### 6.1.1 Demanda de Transporte y Capacidad

El pronóstico de la demanda de transporte uno de los mayores desafíos que enfrenta el proyectista a la hora de determinar las características del sistema de elevación: número de ascensores, capacidad de cabina y velocidad de crucero. En este sentido Butcher y Wilson [2] afirman:

“the difficulty in planning lift installation is not in calculating its probable performance, but in estimating the likely passenger demand”

La incertidumbre resulta del cúmulo de incógnitas y la variabilidad de éstas en la etapa de proyecto, donde por regla general únicamente se conocen: el uso del edificio, la superficie y número de plantas, y en algunos casos el número de locatarios.

Como estrategia de mitigación de riesgos es usual el sobredimensionamiento del sistema, asumiendo en ocasiones las condiciones más desfavorable o recurriendo a métodos de constatada eficacia a lo largo de décadas, pese a que su exactitud no ha sido objeto de ninguna investigación pública. Tomando como base este escenario, en el cual priman arraigados incentivos hacia el sobredimensionamiento, es difícil prever en el corto plazo un cambio de prioridades a favor de los objetivos de ahorro energético, por lo que medidas fácilmente reversibles, como la adecuación del número de ascensores a la intensidad del tráfico o el dimensionamiento estadístico de los contrapesos son alternativas viables.

### 6.1.2 Método “Up-Peak Planning” o “Handling Capacity”

El método más usual en la industria para el dimensionamiento de los sistemas de elevación es el “Up-Peak Planning” (UPP) aunque existen opiniones discordantes en cuanto a si es realmente el que mayores demandas impone a las instalaciones de transporte [3], [4]; este método es reconocido como un “benchmark” [1] en la industria de la elevación.

A grandes rasgos el UPP es un método de verificación por iteraciones, por medio del cual se ensayan diversas configuraciones del sistema hasta obtener una Capacidad de Transporte del sistema ( $HC$  : Handling Capacity) razonablemente superior a la Demanda de Transporte ( $TD$ ).

En primera instancia, la Demanda de Transporte se establece suponiendo, la población de las plantas superiores de la edificación ( $BP$ ) y una Tasa Cinco Minutos de Diseño ( $FMR$ , por sus siglas en inglés), que no es otra cosa que el porcentaje de la población ( $BP$ ) que requiere ser transportada en un intervalo de cinco minutos. Por su parte la Tasa Cinco Minutos  $FMR$  se establece a partir de una gran variedad de valores tabulados de naturaleza tanto general como específica de la edificación y de sus habitantes [1], [5]. En cuanto a la Capacidad de Transporte ( $HC$ ) se requiere establecer un intervalo de tiempo entre partidas sucesivas ( $INT$ ) consistente con la calidad de servicio deseada, generalmente de 20 a 60 segundos, así como una capacidad de cabina reducida al 80% ( $q'_m$ ), de donde sucesivamente se busca verificar:

$$HC = \frac{300 \cdot q'_m}{INT} \geq FMR \cdot BP = TD \quad (6.1)$$

*INT* : Intervalo de tiempo entre partidas sucesivas (s)  
generalmente de 20 a 60 segundos

$q'_m$  : número de pasajeros, 80% de la capacidad máxima de la cabina

*BP* : población total de las plantas superiores de la edificación

*FMR* : tasa cinco minutos de diseño (%), entendida como el porcentaje de *BP* a transportar en 5min, según la referencia por sus siglas en inglés.

*TD* : demanda de transporte (pasajeros en cinco minutos *fmp*)

Una vez obtenido una estimación de la capacidad de cabina ( $q'_m$ ), a continuación se supone la velocidad de crucero ( $V_{ter}$ ) y un número de ascensores (*NA*) para el cálculo del Tiempo de Viaje Redondo (*RTT*), ajustando los valores hasta satisfacer:

$$RTT = 2 \cdot H \cdot t_v + (S+1) \cdot t_s + 2 \cdot q'_m \cdot t_p \leq INT \cdot NA \quad (6.2)$$

*NA* : número de ascensores que componen el grupo

*RTT* : round trip time, tiempo de viaje redondo (s)

El resto de variables que intervienen se determina a partir de las siguientes expresiones:

$t_v$  : tiempo de trayecto entre dos niveles sucesivos (s)

$$t_v = \frac{D_{niveles}}{V_{ter}} \quad \begin{array}{l} D_{niveles} : \text{distancia promedio entre niveles (m)} \\ V_{ter} : \text{velocidad de crucero (m/s)} \end{array}$$

$t_s$  : tiempo de parada (s)

*T* : tiempo consumido en un trayecto de planta a planta (s) ya sea por medición

$t_s = T - t_v$  en campo o determinado mediante la suma de los tiempos correspondientes a cierre de puertas, aceleración, crucero, frenada, apertura de puertas.

$t_p$  : tiempo necesario para que cada uno de los  $q'_m$  pasajeros embarquen o desembarquen

*H* : la planta promedio de destino más lejana de los  $q'_m$  pasajeros (6.3)

$$H = N - \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{i}{N} \right)^{q'_m} \quad N : \text{número de plantas sobre el nivel de acceso}$$

*S* : número esperado de paradas (6.4)

$$S = N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{q'_m} \right)$$

Por regla general este proceso se repite tantas veces como el proyectista estime necesario, asumiendo diferentes configuraciones para el sistema de elevación y donde finalmente las opciones viables deben satisfacer razonablemente:

$$HC = \frac{300 \cdot NA \cdot q'_m}{RTT} \geq FMR \cdot BP \quad (6.5)$$

La aparente sencillez del Método UPP contrasta con dos poderosos resultados derivados del cálculo de probabilidad y que son explícitamente referidos en la literatura como tales, i.e., la expresión relativa a la planta más lejana de destino (6.3) y el número esperado de paradas (6.4) [1]. Adicionalmente y pese a no haber mención



explícita en la literatura y como se demostrará posteriormente, la expresión (6.5) implica la propiedad de divisibilidad de la Poisson.

En consecuencia, el fundamento formal subyacente al método UPP hace de éste un precursor determinante en la construcción de un modelo más sofisticado que responda a las necesidades específicas que derivan del objetivo de la presente investigación. Si bien el método UPP resulta efectivo para el dimensionamiento de los sistemas de transporte, la naturaleza determinística de éste limita su aplicación directa en lo que se refiere a la estimación del consumo total, como resultado de la no linealidad de la energía, por carga y longitud, consumida en un trayecto individual. Con la finalidad de ilustrar la significancia que el carácter estocástico del número de pasajeros tiene sobre el computo de la energía consumida, supóngase en un escenario determinístico un desplazamiento de cabina de  $q=4$  pasajeros, que trasladado al dominio estocástico admite entre otras posibilidades un desplazamiento a  $q_1=6$  pasajeros con probabilidad 0,5 y un desplazamiento a  $q_2=2$  pasajeros con probabilidad complementaria igual a 0,5. Así, por definición de esperanza matemática, el valor esperado del número de pasajeros es efectivamente igual a 4 pasajeros:

$$E[Q] = 6 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5 = 4$$

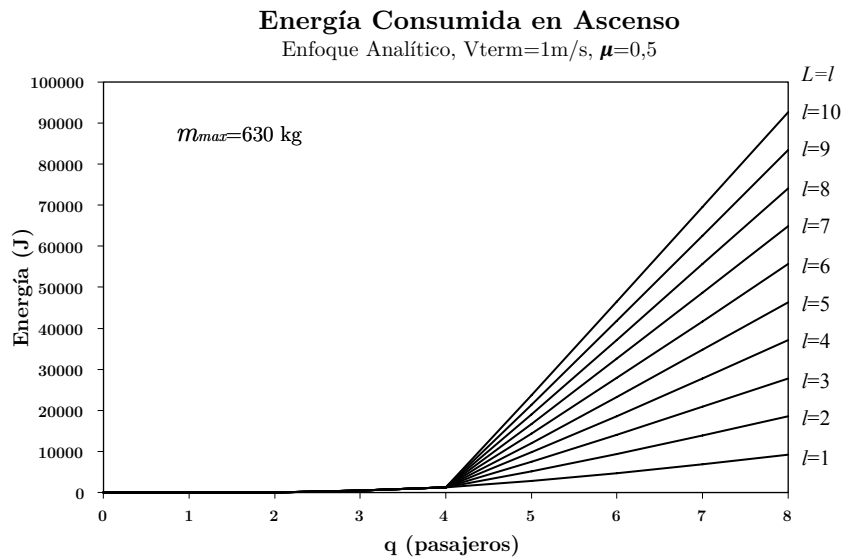


Figura 6.2 Energía consumida por trayecto individual en ascenso, gráfico proveniente del Capítulo 5.

Ahora bien, en lo que concierne a la energía consumida y por lectura de la Figura 6.2, un desplazamiento a 4 pasajeros implica un consumo de 1320 Julios (independientemente de la distancia recorrida); por otro lado, la energía correspondiente al escenario estocástico y suponiendo un desplazamiento a longitud igual a un nivel  $L=1$ :

$$W(q_1 = 6) = 4720 \text{ J}$$

$$W(q_2 = 2) = 28,3 \text{ J}$$

De donde el valor esperado de la energía consumida es igual a:

$$E[W] = 4720 \cdot 0,5 + 28,3 \cdot 0,5 = 2374,15 \text{ J}$$

Por lo que se constata la divergencia entre los valores obtenidos por ambos enfoques, diferencia que se incrementaría de suponerse desplazamientos a mayor longitud.

$$\therefore E[W] = 2374,15 \text{ J} \neq 1320 \text{ J}$$

El anterior procedimiento basado en cargas y/o longitudes promedio es posible bajo ciertas condiciones, que en este caso no se reúnen y las cuales se explican a continuación. Por definición de valor esperado se tiene que:

$$E[W] = \sum_{q=0}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N w^1(q,l) \cdot P[q,l]$$

Suponiendo que la energía  $w^1(q,l)$  sea una función lineal, tal que:

$$w^1(q,l) = \alpha \cdot q \cdot l + \beta$$

Entonces:

$$\begin{aligned} E[W] &= \sum_{q=0}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N (\alpha \cdot q \cdot l + \beta) \cdot P[q,l] \\ E[W] &= \sum_{q=0}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N \alpha \cdot q \cdot l \cdot P[q,l] + \sum_{q=0}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N \beta \cdot P[q,l] \\ E[W] &= \alpha \underbrace{\sum_{q=0}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N q \cdot l \cdot P[q,l]}_{\text{valor esperado}} + \beta \underbrace{\sum_{q=0}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N P[q,l]}_{=1} \end{aligned}$$

$$\therefore E[W] = \alpha \cdot E[q,l] + \beta$$

Donde  $E[q,l]$  representa el “trayecto individual representativo”. Sin embargo al introducir una ruptura consistente con la presencia del contrapeso  $\mu$ , entonces el valor esperado del consumo se debe dividir en dos particiones:

$$E[W] = \sum_{q=0}^{\mu} \sum_{l=1}^N w^1(q,l) \cdot P[q,l] + \sum_{q=\mu}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N w^2(q,l) \cdot P[q,l]$$

Suponiendo sucesivamente  $w^1(q,l) = 0$  y  $w^2(q,l)$  una función lineal tal que:

$$w^2(q,l) = \alpha \cdot q \cdot l + \beta$$

Entonces:

$$\begin{aligned} E[W] &= \sum_{q=0}^{\mu} \sum_{l=1}^N 0 \cdot P[q,l] + \sum_{q=\mu}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N (\alpha \cdot q \cdot l + \beta) \cdot P[q,l] \\ E[W] &= \alpha \underbrace{\sum_{q=\mu}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N q \cdot l \cdot P[q,l]}_{?} + \beta \underbrace{\sum_{q=\mu}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N P[q,l]}_{=1} \end{aligned}$$

Donde el primer sumando no se puede reducir, mientras que el segundo, a falta de una inferencia sobre la distribución de los trayectos individuales, no es calculable pero en todo caso no es igual a uno. Por lo que es claro que para plantear un modelo basado en

trayectos equivalentes se debe hacer uso de algún tipo de correlación empírica, de la cual el modelo desarrollado en esta Tesis prescinde.

En consecuencia, con la finalidad de restituir la naturaleza estocástica del proceso de arribo, el consecuente número de pasajeros por ascensor y la carga y longitud de los desplazamientos individuales, se propone la deducción de un modelo de demanda de transporte basado en la distribución de Poisson, supuesto reconocido aunque escasamente explotado, salvo por aquellas investigaciones con enfoque de Teoría de Colas. En este sentido, la literatura de la elevación cuenta con notables investigaciones basadas en la Teoría de Colas, las cuales se concentran en la determinación de la capacidad de transporte del sistema, para lo cual asumen una distribución, generalmente Poisson, para el proceso de arribo, así como un supuesto adicional referente a la distribución de los tiempos de servicio. A este respecto y si bien la presente investigación asume una distribución Poisson para el proceso de arribo, en lo que se refiere a la distribución de los tiempos de servicio, ésta deriva del planteamiento del modelo, resultando en una función estocástica del proceso de arribo, lo que constituye un aporte singular de la presente investigación. Finalmente, considerando la relevancia de la distribución Poisson en el planteamiento del modelo, a continuación se explicita el origen y la relación de la distribución Poisson con el fenómeno de tráfico subyacente.

### 6.1.3 Proceso de Arribo y Número de Pasajeros

El **proceso de arribo** en términos generales es la secuencia temporal en la que los ocupantes de una edificación inscriben una solicitud o demanda de transporte en los vestíbulos de espera correspondientes a cada nivel. El apelativo, “proceso de arribo” encuentra su origen en la Teoría de Colas [1]. En su forma más restringida y suponiendo una condición de tráfico “Up-Peak”, el proceso de arribo se limita a la sucesión en el tiempo de las solicitudes registradas en la planta cero. El proceso de arribo en consecuencia concierne a la evolución en el tiempo de la demanda total de transporte y su intensidad estará relacionada con la probabilidad correspondiente al **número de pasajeros**,  $P[K = k]$ , que abordan inicialmente cada una de las cabinas en el vestíbulo de la planta cero; de donde se puede deducir que la correspondencia que liga a ambas variables dependa del número de cabinas, la capacidad de éstas, la velocidad de cruce, además de las características específicas y algoritmos implementados por los Sistemas de Control de Tráfico<sup>3</sup>. Por regla general en la literatura consagrada a los ascensores y, en particular, para el estudio y dimensionamiento de dichos sistemas, es usual encontrar que se recurre a procesos estocásticos basados en la distribución Poisson para modelar el proceso de arribo [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21]; aunque

---

<sup>3</sup> Con la finalidad de ilustrar lo anterior y a manera de ejercicio teórico se puede suponer un ascensor con velocidad infinita, de donde asumiendo que dos arribos no ocurren exactamente en el mismo instante de tiempo, se concluye que la cantidad de ascensores necesarios será de uno y la capacidad de cabina será de un pasajero.

existe un caso notable en que se hace uso de funciones trascendentales [22] con la finalidad de investigar el influjo que la periodicidad del arribo puede tener sobre el desempeño del sistema de elevación.

La elección a favor de la distribución Poisson constituye primordialmente un supuesto de partida en la casi totalidad de las investigaciones reseñadas. En este sentido, no existe evidencia consistente que pruebe la bondad de ajuste de dicha distribución en lo referente al proceso de arribo de pasajeros. A este respecto, la única excepción la constituye la investigación doctoral de Nikolaos Alexandris, cuyos resultados retoma Barney [23]:

It is generally accepted that passengers arrive into a lift system according to the Poisson probability process... Although this arrival process is not proven with respect to lift systems, work by Alexandris (1977)<sup>4</sup> did go some way to confirm it. Using observers, Alexandris surveyed three buildings with widely differing lift and other physical characteristics. He came to certain conclusions:

- a) Comparison of the observed and theoretical values calculated for the mean and variance showed a Poisson fit to be reasonable.
- b) The chi-squared goodness-of-fit tests gave evidence that a Poisson arrival rate assumption at least cannot be rejected.
- c) Although there may be other theoretical distributions which might better accommodate the data, the Poisson distribution must be considered as a good approximation to the actual empirical distribution.

En toda evidencia uno de los aspectos más cuestionables de la anterior investigación tiene relación con la extensión muestral, la cual se limita únicamente a tres edificaciones, conllevando la consiguiente incertidumbre sobre la representatividad de la misma. En todo caso, las limitaciones tecnológicas de la época justifican en gran medida la extensión del anterior estudio, dado que este tipo de campañas requerían procedimientos de conteo y registro manuales. A este respecto y pese a los desarrollos en materia de registro de datos, hoy por hoy muchas compañías de ascensores siguen considerando oneroso y de un interés meramente “académico” cualquier investigación en este sentido.

---

<sup>4</sup> Alexandris, N.A. (1977): Statistical models in lift systems, Tesis Doctoral, UMIST.

### 6.1.4 La Distribución Poisson; Origen, Propiedades y Aplicación

Considerando la prevalencia en la literatura de investigación de la distribución Poisson y con la finalidad de explicitar la relación que guarda el fenómeno de tráfico con ésta, así como también los supuestos subyacentes que entraña, a continuación se ofrece la derivación de ésta a partir de los eventos aleatorios básicos.

En primer lugar considérese un “experimento” con dos posibles desenlaces: “entrada” o “no entrada” y los cuales refieren al ingreso de una demanda de transporte por parte de un único usuario. Adicionalmente, supóngase que la “entrada” acontece obedeciendo a la probabilidad  $p_e$ , por lo que dado que dichos desenlaces son mutuamente excluyentes entonces el evento “no entrada” acontecerá con la probabilidad complementaria  $1-p_e$ ; de donde en resumen, el experimento dicotómico que describe al ingreso de un único usuario se puede caracterizar por una variable aleatoria con valores 0 y 1:

$$\begin{cases} 0 & \text{: "no entrada" con probabilidad } 1-p_e \\ 1 & \text{: "entrada" con probabilidad } p_e \end{cases}$$

Este tipo de eventos se conoce como **experimentos de tipo Bernoulli**. A continuación, si se supone una sucesión finita de  $\eta$  experimentos del anterior tipo y suponiendo que cada experimento individual es independiente e idénticamente distribuido (i.i.d.), es decir, que los resultados de los eventos anteriores no determinan los eventos sucesivos, dado que la probabilidad no se modifica ya que se supone una población infinita<sup>5</sup>; a dicha sucesión se le conoce como **Proceso Bernoulli**. De donde para determinar la probabilidad con que acontecen  $g$  “entradas” en una sucesión de  $\eta$  experimentos (i.i.d.); uno de los posibles resultados sería por ejemplo:

$$\underbrace{1, 1, \dots, 1}_g, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{\eta-g}$$

$$P[1, 1, \dots, 1, 0, 0, \dots, 0] = p_e^g \cdot q_e^{\eta-g}$$

Por lo que para considerar todas las permutaciones de las  $g$  “entradas” en la sucesión de  $\eta$  experimentos, se recurre a la combinatoria de  $\eta$  en  $g$  tal que:

$$\binom{\eta}{g} = \frac{\eta!}{g! \cdot (\eta-g)!}$$

De donde finalmente ponderando por la probabilidad de obtener  $g$  “entradas” y  $\eta-g$  “no entradas” la distribución de probabilidad resultante se conoce bajo el nombre de **Distribución Binomial**, la cual es:

---

<sup>5</sup> La necesidad de considerar una población infinita resulta del hecho de que originalmente el proceso Bernoulli se desarrolló para caracterizar lo que se conoce como experimentos con reintegro. Ahora bien, si se considera que la población de la edificación es suficientemente extensa en relación a la capacidad de los ascensores, sólo entonces, será posible asumir que el fenómeno es describible en términos de un proceso Bernoulli.

$$P[G = g] = \binom{\eta}{g} \cdot p_e^g \cdot (1 - p_e)^{\eta - g} = B(\eta, p_e) \quad (6.6)$$

Los valores característicos de media y varianza de la Distribución Binomial son:

$$\begin{aligned} E[B(\eta, p_e)] &= \eta \cdot p_e \\ \text{Var}[B(\eta, p_e)] &= \eta \cdot p_e \cdot (1 - p_e) \end{aligned} \quad (6.7)$$

Considerando que el experimento individual (“entrada”, “no entrada”) tiene lugar para todos y cada uno de los  $\eta$  usuarios de la edificación, que se cuentan en cientos (teóricamente infinito), pero que únicamente una minoría relativa (finita)  $g$  se presenta por cada iteración para ser transportados, implicaría que el valor esperado (6.7) tendiese a  $g$  pasajeros. En consecuencia, considerando las magnitudes relativas de las variables implicadas, la probabilidad de “entrada”  $p_e$  sería inversamente proporcional a la extensión de la población.

$$\begin{aligned} E[B(\eta, p_e)] &= \eta \cdot p_e \rightarrow g \\ p_e &\approx \frac{g}{\eta} \end{aligned}$$

En probabilidad, la condición en que la magnitud de la sucesión de experimentos de tipo Bernoulli tiende a infinito  $\eta \rightarrow \infty$ , mientras que la probabilidad de éxito del experimento tiende a cero  $p_e \rightarrow 0$  es conocida como la **Ley de los Eventos Raros**; por lo que aplicando la condición de límite sobre la Distribución Bernoulli, ésta tiende a la **Distribución de Poisson** (Figura 6.3):

$$\lim_{\substack{\eta \rightarrow \infty \\ p_e \rightarrow 0}} B(\eta, p_e) \xrightarrow{D} \text{Pois}(\lambda')$$

Donde:

$$p_e \cdot \eta \longrightarrow \lambda' \text{ (finito)}$$

La prueba de lo anterior se conoce como el **Teorema del Límite de Poisson** [24]; de donde se obtiene la expresión de la función distribución de probabilidad de Poisson en función del parámetro  $\lambda'$ :

$$\text{Pois}(\lambda') = P[G = g] = \frac{\lambda'^g e^{-\lambda'}}{g!} \quad (6.8)$$

Los valores característicos de la Poisson son:

- Esperanza matemática:  $E[\text{Pois}(\lambda')] = \lambda'$
- Varianza:  $\text{Var}[\text{Pois}(\lambda')] = \lambda'$

Satisfaciendo las condiciones del límite, primordialmente una población de usuarios significativamente amplia, que redundará en una probabilidad de “entrada” baja según se demostró anteriormente, los valores esperados entre las distribuciones Binomial y Poisson deben ser significativamente consistentes:

$$\lim_{\substack{\eta \rightarrow \infty \\ p_e \rightarrow 0}} E[B(\eta, p_e)] \xrightarrow{D} E[\text{Pois}(\lambda')]$$

$$\therefore p_e \cdot \eta \longrightarrow \lambda'$$

En lo que respecta a la varianza y dadas las condiciones de límite:

$$\lim_{\substack{\eta \rightarrow \infty \\ p_e \rightarrow 0}} \text{Var}[B(\eta, p_e)] \xrightarrow{D} \text{Var}[\text{Pois}(\lambda')]$$

$$\lim \text{Var}[B(\eta, p_e)] = \eta \cdot p_e \cdot (1 - p_e) = \lambda' \cdot (1 - p_e)$$

$$\therefore \text{Var}[B(\eta, p_e)] \longrightarrow \lambda'$$

### DISTRIBUCIÓN POISSON $\text{Pois}(\lambda')$

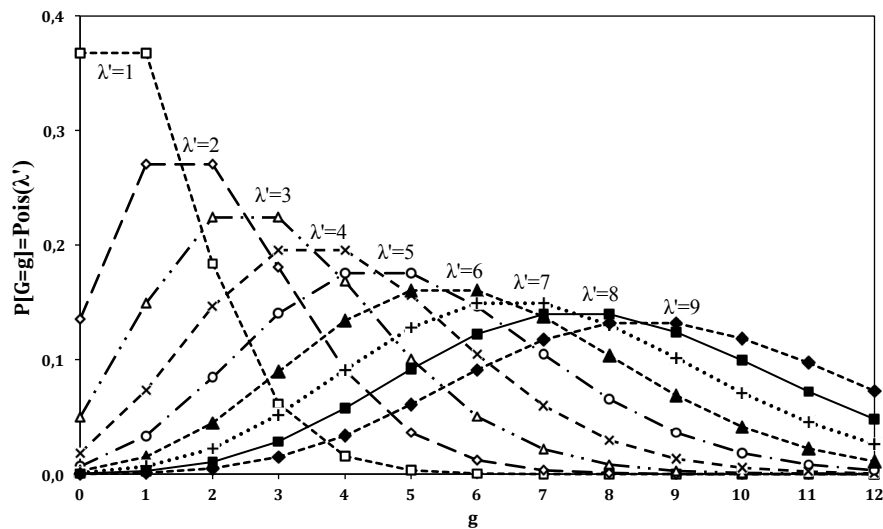


Figura 6.3 Función Densidad de Probabilidad de la Distribución Poisson.

Las líneas entre los puntos se han agregado para mejorar la legibilidad, no obstante, se sabe que el dominio de  $k$  es  $\mathbf{Z}^+$  (enteros positivos) al tratarse de una distribución discreta.

Finalmente y como es usual en la literatura, reescribiendo el parámetro  $\lambda'$  que rige a la distribución Poisson en función de una tasa de arribo  $\lambda$  (*e.g.* pasajeros por minuto) y el tiempo de duración del experimento  $INT(RTT; NA)$ , que es en principio el **intervalo de tiempo entre dos partidas sucesivas**, función a su vez del tiempo de “viaje redondo”  $RTT$  y número de ascensores  $NA$ , la distribución Poisson que caracteriza al proceso de arribo de pasajeros se expresará como:

$$\text{Pois}(\lambda \cdot INT) = \frac{(\lambda \cdot INT)^g e^{-\lambda \cdot INT}}{g!} \sim P[K = k] \quad (6.9)$$

Donde:

$\lambda$ : tasa de arribo en número de usuarios por unidad de tiempo

$INT$ : intervalo de tiempo entre partidas sucesivas

$INT = f(RTT; NA)$

$K$ : número de pasajeros que abordan la cabina en la planta cero

En conclusión, en este pasaje se ha expuesto la relación que guarda el fenómeno de tráfico con la distribución Poisson, derivando ésta a partir de las decisiones individuales de cada usuario. Como resultado se ha demostrado que el tiempo de viaje redondo  $RTT$

y número de ascensores  $NA$  intervienen en la determinación de la Poisson y por ende en la probabilidad del número de pasajeros  $K$  que abordan la cabina en la planta cero en condiciones de “Up-Peak”. A continuación, con la finalidad de explicitar la forma funcional del intervalo se recurrirá a la Propiedad de Divisibilidad de la Poisson.

### Propiedad de Divisibilidad

De las propiedades remarcables de la distribución Poisson posiblemente la más importante para la modelización en opinión de algunos autores [13], [24] es la divisibilidad<sup>6</sup>. Suponiendo un sistema integrado por dos servidores o ascensores (Figura 6.4) en el cual los usuarios son conducidos con probabilidad  $p$  al primer servidor y probabilidad  $1-p$  al segundo; la propiedad de divisibilidad establece que si el proceso de arribo se rige por una distribución Poisson, entonces las demandas que enfrentan cada uno de los servidores son igualmente procesos Poisson con intensidad proporcional a la probabilidad de asignación.

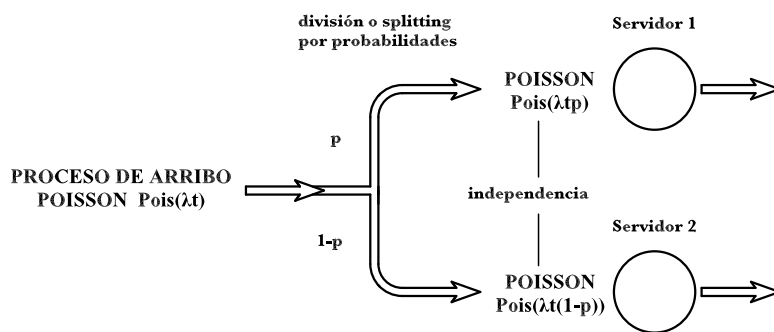


Figura 6.4 Propiedad de Divisibilidad

### Demostración:

Dada la naturaleza fundamental de la Propiedad de Divisibilidad, así como la brevedad con que se expone en los libros de texto y la presencia constatada de errores en alguno [24]<sup>7</sup>; a continuación se retoma y comenta dicha demostración. En primer lugar el mecanismo por el cual ocurre la asignación entre los diferentes servidores es un evento aleatorio equivalente a ejecutar experimento Bernoulli suplementario sobre los usuarios que ingresan en el sistema. Abusando en cierta medida de la notación, sean:

- $G$ : número de usuarios entrantes en el sistema
- $K_1$ : número de usuarios conducidos al Servidor 1
- $K_2$ : número de usuarios conducidos al Servidor 2

<sup>6</sup> La propiedad de divisibilidad es frecuentemente referida en lengua castellana como “infinita divisibilidad”. Por su parte en lengua inglesa se la puede encontrar referida como “splitting” (Randolph Nelson, *Probability, Stochastic Processes, and Queueing Theory: The Mathematics of Computer Performance Modeling*. New York: Springer Verlag, 1995. p.252); aunque también recibe el apelativo de “divisibility” (Richard Braun and et al. (2003, August) Need a Lift? An Elevator Queueing Problem. p.5)

<sup>7</sup> Nelson (1995) p. 252-253.



Donde por consistencia se debe satisfacer que la suma del número de usuarios asignados a los servidores sea igual al número de usuarios entrantes al sistema:

$$\begin{aligned} G &= K_1 + K_2 \\ \forall G, K_1, K_2 &\geq 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

Donde como con anterioridad y en particular para el Servidor 1:

$$\begin{cases} 0 & : \text{"no entrada al servidor 1" con probabilidad: } 1-p \\ 1 & : \text{"entrada al servidor 1" con probabilidad: } p \end{cases}$$

Se sabe que, como resultado de una sucesión de  $g$  experimentos Bernoulli, la probabilidad de obtener  $k$  entradas al Servidor 1 se rige por la distribución Binomial, tal y como se expresó anteriormente, con la adición que en este caso el número de experimentos  $g$  está determinado por el número de usuarios  $G$  que ingresan al sistema como resultado del proceso de arribo, por lo que se hace uso de la notación condicional:

$$P[K_1(t) = k | G(t) = g] = \binom{g}{k} p^k (1-p)^{g-k} = B(g, p) \quad (6.11)$$

Por otro lado, en virtud del Teorema de la Probabilidad Total, el cual establece que la probabilidad (no condicional) de obtener  $k$  entradas al Servidor 1 se obtiene como la suma del producto de las probabilidades condicionales por la probabilidad de ocurrencia del evento condición para todo caso posible, lo que se expresa por la sumatoria en infinito:

$$P[K_1(t) = k] = \sum_{g=1}^{\infty} P[K_1(t) = k | G(t) = g] \cdot P[G(t) = g]$$

Lo que admite sucesivamente la siguiente reescritura:

$$\begin{aligned} P[K_1(t) = k] &= \sum_{g=1}^{\infty} P[K_1(t) = k | G(t) = g] \cdot P[G(t) = g] \\ &= \underbrace{\sum_{g=1}^{k-1} P[K_1(t) = k | G(t) = g] \cdot P[G(t) = g]}_{=0} + \sum_{g=k}^{\infty} P[K_1(t) = k | G(t) = g] \cdot P[G(t) = g] \end{aligned}$$

En la anterior, se deduce que por consistencia (6.10) el número de usuarios conducidos al Servidor 1 debe ser inferior al número total de usuarios que ingresan al sistema  $K_1 \leq G$ , lo que en términos de probabilidad implica la nulidad del primer término. En consecuencia:

$$P[K_1(t) = k] = \sum_{g=k}^{\infty} P[K_1(t) = k | G(t) = g] \cdot P[G(t) = g]$$

Injectando sucesivamente la expresión (6.11) y la función densidad de probabilidad Poisson correspondiente al proceso de arribo, se tiene que:

$$P[G(t) = g] = \frac{\lambda t^g e^{-\lambda t}}{g!} \quad (\text{proceso de arribo})$$

$$P[K_1(t) = k] = \sum_{g=k}^{\infty} \binom{g}{k} p^k (1-p)^{g-k} \cdot \frac{\lambda t^g e^{-\lambda t}}{g!}$$

A continuación, mediando las siguientes operaciones, se reconoce la expresión en serie de la función exponencial:

$$P[K_1(t) = k] = p^k e^{-\lambda t} \sum_{g=k}^{\infty} \frac{g!}{(g-k)! k!} (1-p)^{g-k} \cdot \frac{\lambda t^g}{g!} = \frac{p^k e^{-\lambda t}}{k!} \sum_{g=k}^{\infty} \frac{(1-p)^{g-k}}{(g-k)!} \cdot \frac{\lambda t^g}{\lambda t^k} \cdot \lambda t^k$$

$$P[K_1(t) = k] = \frac{(\lambda t p)^k}{k!} e^{-\lambda t} \sum_{g=k}^{\infty} \frac{(1-p)^{g-k}}{(g-k)!} \cdot \lambda t^{g-k} = \frac{(\lambda t p)^k}{k!} e^{-\lambda t} \sum_{g=k}^{\infty} \frac{(\lambda t (1-p))^{g-k}}{(g-k)!}$$

Por lo que admitiendo:

$$\sum_{g=k}^{\infty} \frac{(\lambda t (1-p))^{g-k}}{(g-k)!} = \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(\lambda t (1-p))^g}{g!} = e^{\lambda t (1-p)}$$

Finalmente, la división de una Poisson se distribuye igualmente Poisson, donde el parámetro de esta última se afecta por la probabilidad con que una asignación recae en dicho servidor.

$$P[K_1(t) = k] = \frac{(\lambda t p)^k}{k!} e^{-\lambda t} \cdot e^{\lambda t (1-p)} = \frac{(\lambda t p)^k}{k!} e^{-\lambda t p} = \text{Pois}(\lambda t p) \quad (6.12)$$

## Aplicación de la Propiedad de Divisibilidad

Para la explotación de la propiedad de divisibilidad a los flujos de pasajeros, supóngase un grupo de ascensores compuestos por **NA idénticas unidades e idéntica probabilidad de asignación de pasajeros**; entonces la probabilidad con que  $k$  usuarios acuden a un ascensor en vista de ser conducidos a sus respectivos destinos viene dada por la función densidad de probabilidad dividida de Poisson:

Sea:

$Q_{\max}^i$  : capacidad máxima de cabina del  $i$ -ésimo ascensor

Si:

$$Q_{\max}^1 = Q_{\max}^2 = \dots = Q_{\max}^{NA} \quad (6.13)$$

Entonces:

$$P_1 = P_2 = \dots = P_{NA} = \frac{1}{NA}$$

De donde:

$$P[K_i(t) = k] = \frac{\left( \lambda \frac{RTT}{NA} \right)^k}{k!} e^{-\lambda \frac{RTT}{NA}} = \text{Pois} \left( \lambda \frac{RTT}{NA} \right) \quad (6.14)$$

$$\forall i = \{1, 2, \dots, NA\}$$

Lo que implica, desde el punto de vista de la distribución Poisson y gracias a la propiedad de divisibilidad, un incremento en el número de ascensores del sistema sea

equivalente a una reducción proporcional del intervalo de tiempo entre partidas sucesivas, además de mantenerse la especificación Poisson de la probabilidad<sup>8</sup>.

### 6.1.5 Supuestos Numéricos de Diseño

Una vez expuestos los fundamentos formales a los que obedece el proceso de arriba, en particular el hecho de que responde a una distribución Poisson y como ésta guarda relación con el fenómeno de tráfico subyacente; a continuación, para el desarrollo de un ejemplo representativo de una aplicación límite de servicio, es necesario asumir una serie de valores numéricos sin lo cual sería imposible ir más allá del planteamiento teórico.

En primer lugar, se ha supuesto un **edificio de oficinas** ya que consistentemente con lo anteriormente expuesto, en particular la evidencia documental, se asume que presentan las condiciones más intensas de tráfico a lo largo de toda la jornada. En este sentido, y aunque los desarrollos llevados a cabo en este capítulo están orientados al fenómeno de Up-Peak y Down-Peak, en el Capítulo 7 se extenderá el alcance del modelo para cubrir la totalidad de la jornada de operación, incluyendo los periodos de Tráfico Mixto que tienen lugar alrededor de la hora de la comida.

En segundo lugar, en relación a la altura de la edificación, en el Capítulo 1 se llevó a cabo una revisión del parque edificatorio español a partir de la que se concluyó que un 94% de las edificaciones de oficinas tienen diez o menos niveles, hecho subrayado por la irrelevancia estadística que el INE reconoce al considerar en la misma categoría muestral a las edificaciones de “10 o más niveles”. Considerando que la complejidad combinatoria del problema obedece tanto al número de plantas como a la capacidad de cabina, y con la finalidad de demostrar la viabilidad en términos computacionales de la metodología objeto de ésta Tesis, se considerará que la edificación comprende **10 niveles sobre la planta de acceso**, lo que será en ocasiones referido como 10+1.

En tercer lugar, en cuanto a la población del inmueble, posiblemente una de las variables más difíciles de establecer, dado que la población resulta de considerar las tasas de ocupación y la superficie de cada planta, en ausencia de un proyecto arquitectónico específico o de datos estadísticos que caractericen la superficie del parque edificatorio, la única alternativa restante ha sido considerar un máximo maximorum derivado de la consulta a arquitectos y dos empresas del sector de la elevación. En consecuencia, se estima una ocupación por planta de 40 usuarios, para una población total de las plantas superiores de 400 personas. Adicionalmente, la distribución homogénea de los usuarios a través de los distintos niveles superiores de la

---

<sup>8</sup> Lo anterior no sorprende desde el punto de vista intuitivo, ya que el doble de ascensores implica el doble de partidas; por lo que asumiendo que éstas se intercalen perfectamente en el tiempo, dará como resultado que el intervalo de espera entre partidas se reduzca a la mitad. Es fundamental entender el hecho de que el doble de ascensores no implica dividir entre dos los valores de probabilidad.

edificación supone implícitamente que la probabilidad de que un usuario tenga por destino una determinada es planta es igual para todo nivel de la edificación, lo que se denota por:

$$P[X_i = n] = \frac{1}{N} \quad \forall n \in \{1, 2, 3, \dots, N\} \quad (6.15)$$

$X_i$ : Destino del  $i$ ésimo pasajero (en términos genéricos)

$N$ : Número de niveles por encima de la planta de acceso

Finalmente, en cuanto a la “Tasa Cinco Minutos” de diseño (FMR por sus siglas en inglés), que expresa en términos porcentuales la proporción de la población total de las plantas superiores susceptible de presentarse en un periodo de máxima afluencia, los estimados varían entre un 10% a 17%; considerando en particular que los datos posteriormente empleados para el cálculo de la totalidad de la jornada [19] contemplan un máximo de 15%, en consecuencia se establece una **FMR igual al 15%**. En resumen, se recogen los valores numéricos anteriormente reseñados en la siguiente relación y la nomenclatura de dichas variables:

$$N = 10 \text{ plantas} \quad (6.16)$$

$$BP = 400 \text{ usuarios}$$

$$FMR = 15\% \text{ (tasa cinco minutos)}$$

$N$ : Plantas por encima del nivel de acceso (plantas)

$BP$ : Población total de las plantas superiores (usuarios)

$FMR$ : Tasa cinco minutos (% al total de  $BP$ )

### 6.1.6 Primera Aproximación

Una vez que se dispone tanto de los fundamentos teóricos como de los valores numéricos de diseño a continuación se procede a la determinación aproximada de las características del grupo de ascensores, para lo que se estimará la probabilidad con que el número total de usuarios que se presentan para ser transportados rebasa la capacidad de transporte del sistema. Así, en primer lugar, dado que la distribución Poisson está definida para todos los enteros positivos, inclusive cero, y hasta infinito:  $k \in \mathbb{Z}^+ \approx k \in [0; \infty[$ ; lo que paradójicamente implica que existe la posibilidad que un número infinito de usuarios se presenten para ser transportados, aunque con una probabilidad ínfima pero distinta a cero:

$$P[K > BP] = e^{-\lambda} \sum_{i=BP+1}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!} \neq 0$$

Desde el punto de vista del dimensionamiento de los sistemas de ascensores, lo anteriormente observado implica que no es posible asumir una capacidad de transporte finita sin asumir un riesgo de congestión del sistema asociado a las circunstancias en que el número de usuarios rebasa la capacidad de transporte. Por ello, se supondrá un horizonte temporal de cálculo de 60 segundos, principalmente basado en el criterio de “aceptabilidad” de calidad en el servicio de la finlandesa KONE (Tabla 6.1) que para

efectos de nomenclatura en este pasaje se referirá como *AWT* (Average Waiting Time)<sup>9</sup>. Sucesivamente, el supuesto referido con anterioridad se relajará mediante la determinación analítica del intervalo en el apartado inmediatamente posterior.

CRITERIO DE CALIDAD EN EL SERVICIO

Calidad del Servicio	Tiempo Promedio de Espera (AWT) (s)	Porcentaje de pasajeros servidos en:		
		30 s	60 s	90 s
Excelente	<20	75%	95%	99%
Buena	20 - 30	65%	85%	95%
Satisfactoria	30 - 40	50%	75%	90%
Aceptable	40 - 60	40%	60%	75%

Hakonen, H., & Siikonen, M. L. (2008). Elevator Traffic Simulation Procedure.

Tabla 6.1 Criterio de Calidad en el Servicio

A continuación se deduce la distribución del proceso de arribo:

$BP = 400$  usuarios

15% *FMR* (tasa cinco minutos)

$AWT = 1$  minuto

*AWT* : horizonte de cálculo

$$P[G = g] = \frac{\left(\frac{1}{5}BP \cdot FMR \cdot AWT\right)^g e^{-\left(\frac{1}{5}BP \cdot FMR \cdot AWT\right)}}{g!}$$

$$\lambda = \frac{BP \cdot FMR}{5} = \frac{400 \cdot 0,15}{5} = 12 \text{ usuarios por minuto}$$

$$\lambda \cdot AWT = 12 \cdot 1 = 12$$

$$Pois(12) = P[G = g] = \frac{12^g e^{-12}}{g!}$$

DISTRIBUCIÓN POISSON  $Pois(\lambda \cdot AWT=12)$

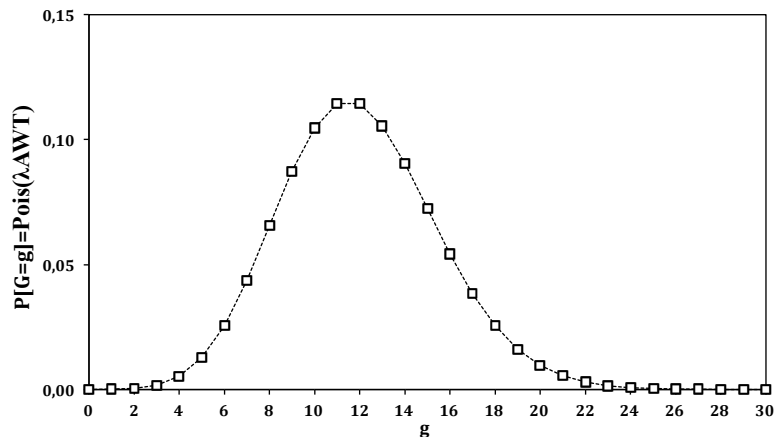


Figura 6.5 Probabilidad de Desbordamiento; las líneas entre los puntos han sido agregadas para mejorar la legibilidad, no obstante se sabe que el dominio de  $g$  es  $\mathbf{Z}^+$  (enteros positivos)

<sup>9</sup> En cuanto al supuesto referente al horizonte de cálculo de 60 segundos, se ha supuesto esta magnitud dado que se ha previsto que por lo menos habrá un par de ascensores, supuesto que inicialmente reposa en la experiencia del diseñador, pero que en lo sucesivo se levantará por medio del cálculo de los tiempos de ciclo para un viaje redondo.

La Figura 6.5 muestra la distribución de probabilidad de que un determinado número de usuarios efectúe su ingreso durante un intervalo de tiempo equivalente a un minuto. Nótese con especial atención que la dispersión de valores se reparte sensiblemente en torno al valor esperado  $E[Pois(\lambda \cdot AWT)] = 12$ , aunque es patente una ligera asimetría dado que, como anteriormente se mencionó, los valores de la probabilidad se extienden desde cero hasta infinito.

Por otro lado, en lo que respecta al efecto de una particular elección para la capacidad máxima de transporte  $g_{\max}$ , se puede concluir que **la propensión al desbordamiento** estará determinada por la suma de los valores de probabilidad para  $g > g_{\max}$ , tal que:

$$P[G > g_{\max}] = \sum_{k=g_{\max}+1}^{\infty} \frac{12^g e^{-12}}{g!} = 1 - \sum_{g=0}^{g_{\max}} \frac{12^g e^{-12}}{g!} \quad (6.17)$$

Si bien el desbordamiento refiere a una única iteración, el fenómeno de transporte a largo plazo se puede concebir como una sucesión de experimentos Poisson, para lo cual sea:

$G_i$ : variable aleatoria, del número de usuarios que ingresan al sistema en la  $i^{\text{ésima}}$  iteración  
 $G_i \xrightarrow{D} Pois(\lambda t)$  *i.i.d.*

Por lo que suponiendo un número finito de iteraciones  $n$  y recurriendo a la **Propiedad de Superposición** de la distribución Poisson, entendida como la recíproca de la propiedad de divisibilidad; entonces se sabe que el número total de usuarios que ingresan en el tiempo correspondiente a las  $n$  iteraciones se distribuye igualmente Poisson:

$$\tilde{G} = \sum_{i=1}^n G_i \xrightarrow{D} Pois(n\lambda t)$$

Estableciendo por congestiónamiento el desbordamiento reiterado de la capacidad de transporte, **la probabilidad asociada al congestiónamiento** estará determinada análogamente por:

$$P[\tilde{G} > n \cdot g_{\max}] = \sum_{g=n \cdot g_{\max}+1}^{\infty} \frac{(n\lambda t)^g e^{-n\lambda t}}{g!} = 1 - \sum_{g=0}^{n \cdot g_{\max}} \frac{(n\lambda t)^g e^{-n\lambda t}}{g!} \quad (6.18)$$

Como primera hipótesis de dimensionamiento supóngase una capacidad igual a:  $g_{\max} = \lambda \cdot AWT + 1$ ; entonces a partir de las expresiones (6.17) y (6.18) relativas a la propensión al desbordamiento y congestiónamiento, se obtiene para tres periodos:

$$g_{\max} = 13 \text{ usuarios} \quad (6.19)$$

$$P[G_1 > 13] \approx 0,318$$

$$P[G_1 + G_2 > 26] \approx 0,296$$

$$P[G_1 + G_2 + G_3 > 39] \approx 0,273$$

Donde se observa que si bien la propensión registra una ligera caída a través del tiempo, ambas propensiones rondan un nivel próximo al 30%. Los elevados valores de probabilidad pueden ser atribuidos a la reducida capacidad excedente que la elección de

$g_{\max}$  igual a 13 usuarios proporciona para absorber la varianza de proceso Poisson de arribo; entendiéndose por capacidad excedente:  $g_{\max} - \lambda \cdot AWT$ .

Si por otro lado se supone un valor  $g'_{\max}$  consistente con la hipótesis de reducción al 80%, acerca de la cual Barney [1] abunda:

“P [ $g'_{\max}$ ] is usually assumed to be 80% of rated car capacity by designers. The conventional design assumes the arrival of passengers at constant intervals served by lifts arriving at constant intervals. In practice neither situation occurs. The problem with randomness in a lift system is that both the random passenger processes will add together to produce queues and large waiting times, if an attempt is made to realise 100% handling capacity. To counteract this additive process, it is sensible to derate the lift system to allow for periodic overloads. Hence the use of the 80% factor for determining a value for P, when calculating handling capacities.”

La depreciación de la capacidad de cabina tiene presuntamente por objeto compensar el efecto que introduce la aleatoriedad del proceso de arribo, lo que es posible estimar a través del planteamiento aquí expuesto, en particular las expresiones (6.17) y (6.18). En consecuencia y con la finalidad de confrontar ambos enfoques, supóngase una capacidad  $g'_{\max}$ , tal que:

$$g'_{\max} = \frac{\lambda \cdot AWT}{0,8} = 15$$

Como resultado se obtienen las siguientes propensiones:

- $P[G_1 > 15] \approx 0,16$
- $P[G_1 + G_2 > 30] \approx 0,10$
- $P[G_1 + G_2 + G_3 > 45] \approx 0,06$

Lo que sería consistente con una calidad “Satisfactoria” (Tabla 6.1), y que provisionalmente supone, al menos para este caso en particular, que la depreciación de la capacidad de cabina tiene el efecto anunciado previamente por Barney.

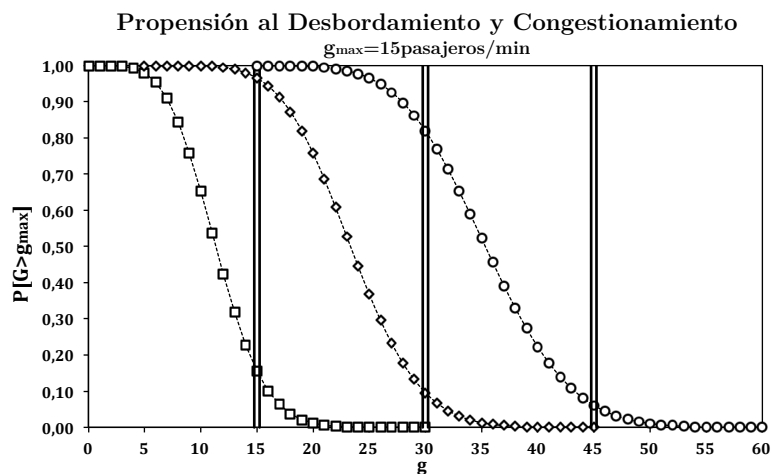


Figura 6.6 Probabilidad de Desbordamiento y Congestionamiento, suponiendo una capacidad umbral de 15 pasajeros por minuto; las líneas verticales marcan la capacidad umbral correspondiente a cada una de las iteraciones.

Finalmente, con el objetivo de mostrar la sensibilidad que la elección de la capacidad umbral tiene en las propensiones al desbordamiento y congestión, además del criterio de calidad, a continuación supóngase una capacidad umbral igual a 18 pasajeros:

$$\begin{aligned}
 g_{\max} &= 18 \text{ usuarios} \\
 P[G_1 > 18] &\approx 0,04 \\
 P[G_1 + G_2 > 36] &\approx 0,0082 \\
 P[G_1 + G_2 + G_3 > 54] &\approx 0,0019
 \end{aligned}
 \tag{6.20}$$

Con lo que consecuentemente se conseguiría una calidad “Excelente”

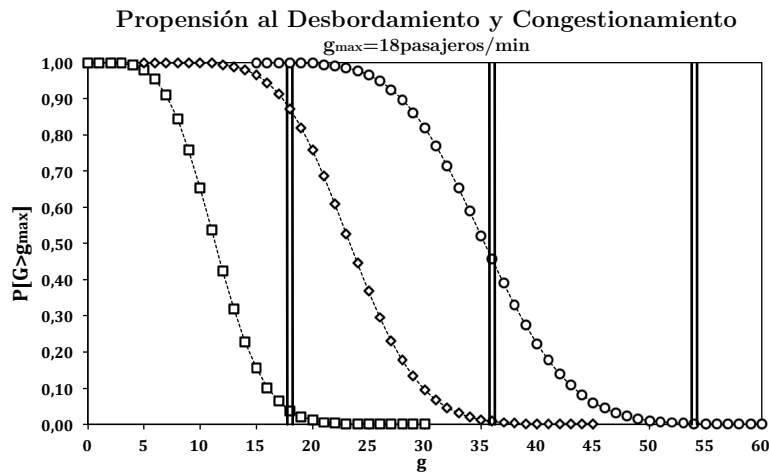


Figura 6.7 Probabilidad de Desbordamiento y Congestionamiento, suponiendo una capacidad umbral de 18 pasajeros por minuto; las líneas verticales marcan la capacidad umbral correspondiente a cada una de las iteraciones.

## Sistemas Candidatos

Considerando la oferta de ascensores en cuanto a su capacidad de cabina, con la excepción de la cabina de diez pasajeros la cual gradualmente está siendo descatalogada, se proponen las configuraciones de los grupos de ascensores que permiten satisfacer los valores umbrales anteriormente determinados. En este sentido, se propondrán únicamente configuraciones compuestas por ascensores de misma capacidad, tanto por ser la práctica usual en la industria, así como el supuesto necesario asumido en (6.13).

$$\begin{array}{l}
 q'_{\max} = 15 \quad \left| \begin{array}{l} \{8, 8\} \end{array} \right. \\
 q'_{\max} = 18 \quad \left| \begin{array}{l} \{6, 6, 6\} \text{ no satisface accesibilidad} \\ \{8, 8, 8\} \\ \{10, 10\} \text{ descatalogación} \\ \{12, 12\} \\ \{24\} \end{array} \right.
 \end{array}$$

El siguiente pasaje se evaluarán estas configuraciones, relajando el supuesto relacionado con la duración de un minuto, para lo cual se calculará el valor esperado del Tiempo de Viaje Redondo correspondiente a cada una de las opciones anteriormente referidas.



### 6.1.7 Segunda Aproximación

Esta Segunda Aproximación toma como insumo las características de los sistemas candidatos previamente identificados con la finalidad de determinar aquellos que satisfacen los requerimientos de capacidad de transporte, considerando en particular el cálculo del valor esperado del Tiempo de Viaje Redondo e Intervalo, con lo que se relaja el supuesto referente a la duración del experimento, que fue asumida igual a un minuto  $AWT = 1\text{min}$ . En términos de la metodología, esta Segunda Aproximación, constituye un paso adicional en la construcción del modelo estocástico de transporte, construcción que culmina en pasajes posteriores haciendo uso de los resultados del presente.

Como con anterioridad se ha mencionado, suponiendo una situación de tráfico “Up-Peak”, el **Tiempo de Viaje Redondo** se calcula a partir de las características específicas del sistema propuesto, tanto en lo que concierne al número y capacidad de los ascensores que lo integran, como la velocidad y otro tipo de variables relacionadas con el comportamiento de los usuarios. Retomando (6.2):

$$RTT = \underbrace{2 \cdot H \cdot t_v}_{(i)} + \underbrace{(S+1) \cdot t_s}_{(ii)} + \underbrace{2 \cdot q'_m \cdot t_p}_{(iii)}$$

En la anterior expresión figura en primer término (i) que para un viaje redondo es necesario recorrer dos veces (ida y vuelta) la distancia desde la planta cero hasta el destino más lejano  $H$ . El segundo sumando (ii) es el tiempo implicado en cada una de las paradas  $S$ , más una suplementaria correspondiente a la planta cero. En tercer lugar (iii) toma en consideración el tiempo necesario para que los  $q'_m$  pasajeros embarquen y desembarquen, donde el criterio Up Peak Planning (UPP) implica suponer un 80% de la capacidad de cabina, por las razones anteriormente referidas, las cuales básicamente compensan por la propensión al desbordamiento inherente a la varianza del proceso de arribo ya que éste no se considera un proceso estocástico en el UPP.

Por otro lado el **intervalo** en la industria de la elevación se define como [1]:

“Interval is the average time between successive lift car arrivals at the main terminal floor with cars loaded to any level. It should be noted that sometimes the term waiting interval is used instead of interval. This is an attempt to create the idea that the inter-arrival period between cars can define the waiting time of a passenger. To this end it is confusing.”

Precisando que dicha definición aplicada a las condiciones de “Up-Peak” contempla:

“Up-peak interval is the average time between successive lift car arrivals at the main terminal floor with cars loaded to 80% of rated car capacity during up-peak traffic conditions.”

En la literatura el intervalo se define a partir de las siguientes expresiones [1]:

$$INT = \frac{RTT}{NA} \tag{6.21}$$

$RTT$  : Tiempo de Viaje Redondo

$NA$  : Número de ascensores que componen el grupo

Lo que en particular es posible dada la Propiedad de Divisibilidad de la Distribución Poisson, según se demostró previamente.

En consecuencia, la expresión (6.2), cuyo fundamento lógico captura la interrelación de variables que determinan el Tiempo de Viaje Redondo en términos determinísticos, admite la siguiente reescritura en términos de los valores esperados de la planta de destino más lejana  $H$  y el número de paradas  $S$ , condicionados en el número de pasajeros  $K$  conducidos a cada uno de los servidores que resultan de la división del proceso de arribo en idénticos servidores:

$$E[RTT | K = k] = 2 \cdot E[H | K = k] \cdot t_v + (E[S | K = k] + 1) \cdot t_s + 2 \cdot k \cdot t_p \quad (6.22)$$

En lo que se refiere al destino más lejano, también referido como planta de retorno, se puede demostrar que la probabilidad condicional que una determinada planta  $h$  aloje al destino más lejano es igual a:

$$P[H = h | K = k] = \frac{1}{N^k} [h^k - (h-1)^k] \quad (6.23)$$

De donde consistentemente con el resultado de la derivación llevada a cabo por Barney [1]<sup>10</sup> el valor esperado condicional de la planta de retorno calculado por medio de la probabilidad es igual a:

$$E[H | K = k] = N - \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{i}{N} \right)^k \quad (6.24)$$

Por su parte, en lo que se refiere al valor esperado condicional del número de paradas.

$$E[S | K = k] = N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^k \right) \quad (6.25)$$

Eliminando la condicionalidad del valor esperado del Tiempo de Viaje Redondo mediante la aplicación del Teorema de la Probabilidad Total.

$$E[RTT] = \sum_{k=0}^{\infty} E[RTT | K = k] \cdot P[K = k]$$

Para lo que se supone despreciable la porción del sumatorio correspondiente a aquellos casos en que el número de usuarios asignados a un servidor supera la capacidad de éste, significancia que posteriormente se determinará a partir de la probabilidad al desbordamiento y congestiónamiento.

$$E[RTT] = \sum_{k=0}^{q \max} E[RTT | K = k] \cdot P[K = k] + \underbrace{\sum_{k=q \max+1}^{\infty} E[RTT | K = k] \cdot P[K = k]}_{\text{no significativo}} \quad (6.26)$$

De donde:

---

<sup>10</sup> pp 105-108

$$E[RTT] = \sum_{k=0}^{q_{\max}} \{2 \cdot E[H|K=k] \cdot t_v + (E[S|K=k]+1) \cdot t_s + 2 \cdot k \cdot t_p\} \cdot P[K=k] \quad (6.27)$$

Finalmente en cuanto a la probabilidad del número de pasajeros asignados al servidor y como resultado de la aplicación de la Propiedad de Divisibilidad (6.14) se tiene que:

$$P[K_i = k] = \frac{1}{k!} \left( \frac{BP \cdot FMR \cdot RTT}{300 \cdot NA} \right)^k e^{-\left( \frac{BP \cdot FMR \cdot RTT}{300 \cdot NA} \right)} \quad (6.28)$$

$$\forall i = \{1, 2, \dots, NA\}$$

Donde claramente se observa que el valor del Tiempo de Viaje Redondo ( $RTT$ ) interviene en la determinación de la probabilidad del número de pasajeros, la cual a su vez interviene en la expresión del valor esperado de dicho tiempo  $E[RTT]$ . Con la finalidad de resolver la codependencia entre variables se recurrió a un algoritmo que partiendo de un valor inicial de  $RTT$  y un radio de convergencia “ $e$ ”, entendido como la incertidumbre asumible, determina el valor estacionario de  $RTT$ .

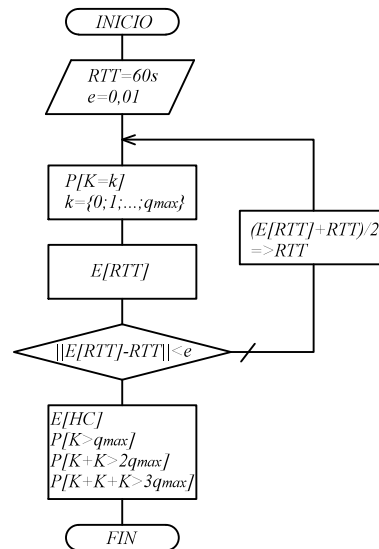


Figura 6.8 Diagrama de Flujo; Algoritmo de Cálculo

En cuanto a la Capacidad del Sistema de Transporte y para efectos de verificación, ésta se calculará a partir de una reescritura de la expresión (6.1) en términos de los valores esperados de las variables que en ella intervienen:

$$E[HC] = \frac{300 \cdot E[K] \cdot NA}{E[RTT]} \quad (6.29)$$

Bajo los términos de la metodología anteriormente descrita se han evaluado la Capacidad del Transporte y las Probabilidades de Desbordamiento y Congestionamiento de los siguientes grupos de ascensores, suponiendo en primer lugar una velocidad de cruce de 1m/s:

- Vter=1m/s;NA=3;qmax=8
- Vter=1m/s;NA=2;qmax=12
- Vter=1m/s;NA=3;qmax=6
- Vter=1m/s;NA=2;qmax=10
- Vter=1m/s;NA=1;qmax=24
- Vter=1m/s;NA=2;qmax=8

**PROBABILIDAD DE DESBORDAMIENTO Y CONGESTIONAMIENTO**

Segunda aproximación para grupos de ascensores compuestos por unidades con velocidad de **1 m/s**

<b>Vter=</b>	1,00	m/s	<b>BP=</b>	400	<b>usuarios</b>		
<b>A=</b>	0,7363	m/s <sup>2</sup>	<b>Design FMR=</b>	15	<b>%</b>		
<b>da/dt=</b>	0,5421	jerk		60	<b>FMP</b>		
<b>tp=</b>	1,00	s	<b>N=</b>	10	<b>niveles</b>		
<b>ts=</b>	2,72	s	<b>Dinter=</b>	3,00	<b>m</b>		
<b>tv=</b>	3,00	s					
<b>tau=</b>	1,36	s					
<b>NA=</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>ascensores</b>
<b>qmax=</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>24</b>	<b>8</b>	<b>pasajeros</b>
<b>RTT=</b>	67,17	81,54	58,01	73,13	101,39	63,04	<b>segundos</b>
<b>E[RTT]=</b>	67,17	81,54	58,01	73,13	101,39	63,04	<b>segundos</b>
<b>ERROR=</b>	1,87E-03	3,75E-03	-2,95E-03	-8,38E-04	-7,07E-05	-4,01E-03	
<b>E[HC]=</b>	60,00	60,00	60,00	60,00	<b>46,12</b>	60,00	<b>FMP*</b>
<b>Poisson (parameter)</b>	4,478	8,154	3,867	7,313	20,277	6,304	
<b>P[K&gt;qmax]=</b>	<b>0,039</b>	0,071	0,097	0,122	0,173	0,186	
<b>P[K+K&gt;2qmax]=</b>	0,011	0,027	0,052	0,068	0,108	0,138	
<b>P[K+K+K&gt;3qmax]=</b>	<b>0,003</b>	0,011	0,028	0,039	0,070	0,103	

\*FMP Pasajeros Cinco Minutos por sus siglas en inglés

Tabla 6.2 Probabilidad de Desbordamiento y Congestionamiento para grupos de ascensores de 1m/s

Los resultados recogidos en la Tabla 6.2 evidencian en primer término que el sistema compuesto por un único ascensor de 24 pasajeros es incapaz de proveer la Capacidad de Transporte requerida ( $E[HC]=46,12 < 60FMP$ ), lo que puede ser atribuido al hecho de que pese a su gran capacidad de cabina, el prolongado Tiempo de Viaje Redondo que resulta de la gran cantidad de pasajeros y consecuente número de paradas, reduce manifiestamente la capacidad del sistema. En cuanto a la propensión correspondiente al desbordamiento ( $P[K > q_{max}]$ ) de los sistemas restantes y estableciendo un valor umbral igual a 0,05, es decir con un 95% de confiabilidad, se observa que la única configuración que satisface dicha condición es la correspondiente a un **grupo de 3 ascensores de 8 pasajeros de capacidad**. Finalmente, este último sistema garantiza una confiabilidad superior al 99% frente al congestionamiento, con una propensión igual a  $P[3K > 3q_{max}] = 0,003$ .

En segundo lugar, considerando ascensores de 1,6m/s de velocidad, para las siguientes configuraciones:

Vter=1,6m/s;NA=3;qmax=8

Vter=1,6m/s;NA=3;qmax=6

Vter=1,6m/s;NA=2;qmax=12

Vter=1,6m/s;NA=2;qmax=10

Vter=1,6m/s;NA=2;qmax=8

Vter=1,6m/s;NA=1;qmax=24

**PROBABILIDAD DE DESBORDAMIENTO Y CONGESTIONAMIENTO**  
 Segunda aproximación para grupos de ascensores compuestos por unidades con velocidad de **1,6 m/s**

	<b>Vter=</b>	1,60	<b>m/s</b>		<b>BP=</b>	400	<b>usuarios</b>
	<b>A=</b>	0,9313	<b>m/s<sup>2</sup></b>		<b>Design FMR=</b>	15	<b>%</b>
	<b>da/dt=</b>	0,5421	<b>jerk</b>			60	<b>FMP</b>
	<b>tp=</b>	1,00	<b>s</b>		<b>N=</b>	10	<b>niveles</b>
	<b>ts=</b>	2,72	<b>s</b>		<b>Dinter=</b>	3,00	<b>m</b>
	<b>tv=</b>	3,00	<b>s</b>				
	<b>tau=</b>	1,36	<b>s</b>				
	<b>NA=</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
	<b>qmax=</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>24</b>
	<b>RTT=</b>	45,37	42,11	64,66	60,17	53,07	94,35
	<b>E[RTT]=</b>	45,37	42,11	64,66	60,17	53,07	94,35
	<b>ERROR=</b>	2,41E-03	7,04E-04	-2,49E-03	-7,02E-04	-4,47E-03	-4,31E-03
	<b>E[HC]=</b>	60,00	60,00	60,00	60,00	60,00	<b>51,37</b>
							<b>FMP*</b>
	<b>Poisson (parameter)</b>	3,025	2,807	6,466	6,017	5,307	18,870
	<b>P[K&gt;qmax]=</b>	<b>0,004</b>	<b>0,025</b>	<b>0,015</b>	<b>0,043</b>	0,090	0,101
	<b>P[K+K&gt;2qmax]=</b>	0,000	0,005	0,002	0,012	0,043	0,044
	<b>P[K+K+K&gt;3qmax]=</b>	<b>0,000</b>	<b>0,001</b>	<b>0,000</b>	<b>0,003</b>	0,021	0,020

\*FMP Pasajeros Cinco Minutos por sus siglas en inglés

Tabla 6.3 Probabilidad de Desbordamiento y Congestionamiento para grupos de ascensores de 1,6m/s

Los resultados muestran nuevamente que la configuración basada en un único ascensor de 24 pasajeros es incapaz de proveer la Capacidad de Transporte requerida, aunque registra un incremento como resultado del aumento en la velocidad de crucero. En cuanto a las Probabilidades de Desbordamiento y Congestionamiento, y considerando como con anterioridad unos valores umbrales de 0,05 y 0,01 respectivamente, se observa que las configuraciones de 3 ascensores de 6 y 8 pasajeros de capacidad, así como aquellas compuestas por 2 ascensores de 10 y 12 pasajeros satisfacen dichos requerimientos.

En la Figura 6.9 a continuación se muestran, a manera de síntesis, los resultados correspondientes a las probabilidad anteriormente referidas en función del Tiempo de Viaje Redondo, para todos aquellos sistemas que satisfacen la Capacidad de Transporte. Consistentemente con lo anteriormente descrito, se aprecian las cinco configuraciones cuya propensión al desbordamiento es inferior al umbral del 0,05:

Vter=1,6m/s;NA=2;qmax=10  
**Vter=1m/s;NA=3;qmax=8**  
 Vter=1,6m/s;NA=3;qmax=6  
 Vter=1,6m/s;NA=2;qmax=12  
 Vter=1,6m/s;NA=3;qmax=8

**Probabilidad de Desbordamiento y Congest.  
Segunda Aproximación**

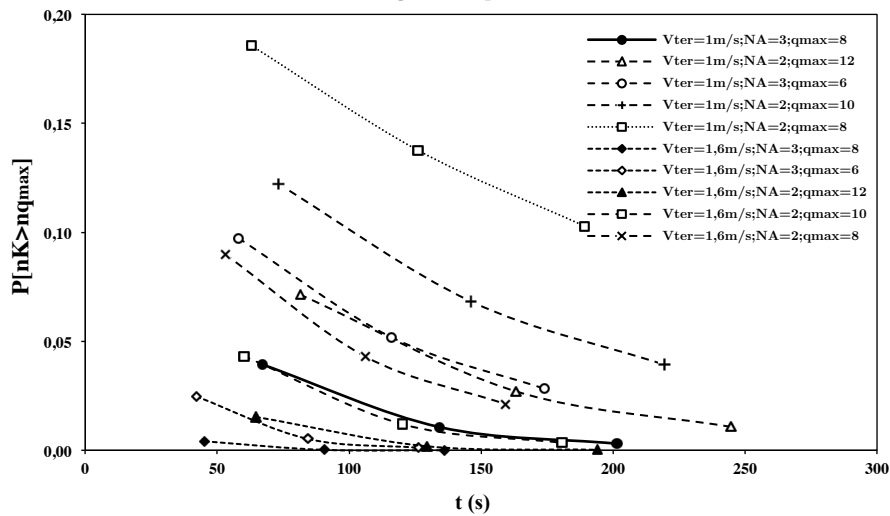


Figura 6.9 Evaluación de los grupos candidatos de ascensores basada en la estimación de la propensión al desbordamiento y congestionamiento.

De entre dichas configuraciones y por razones que obedecen al volumen de cálculo requerido en vista de la implementación del enfoque estocástico del siguiente pasaje, se decidió en la presente investigación enfocar los esfuerzos en una única alternativa. En futuras investigaciones, por medio del desarrollo de una herramienta *ad hoc* de programación que mecanice el cálculo, sería posible calcular todas las alternativas anteriormente identificadas. En cuanto a la elección de una configuración específica para el grupo de ascensores y procediendo por eliminación se descartó la solución basada en cabinas de 6 pasajeros por motivos de accesibilidad, ya que dichas cabinas no son capaces de alojar sillas de ruedas, así como las de 10 pasajeros ya que están siendo paulatinamente retiradas por los fabricantes. Finalmente, por razones de resiliencia, la cual está en directa relación con el número de ascensores y la Capacidad de Transporte remanente en caso de avería de uno de los ascensores del sistema se decidió optar por una configuración basada en **3 ascensores de 8 pasajeros**, con un énfasis en la opción de **1 m/s de velocidad de crucero** que, en caso de un desenlace adverso, posibilitaría vía el incremento de la velocidad satisfacer los requerimientos de diseño impuestos.

### 6.1.8 Enfoque Estocástico

El objetivo del presente pasaje consiste en reinterpretar el modelo previamente empleado en la Segunda Aproximación de manera que se posibilite conocer la distribución del Tiempo de Viaje Redondo, ya que con anterioridad se procedía exclusivamente al cálculo del valor esperado de éste. En la consecución de este objetivo se recurre a un “procedimiento de conteo” basado en las posibles particiones del conjunto de  $k$  pasajeros en  $s$  subconjuntos (paradas). Este procedimiento en particular implica una reducción significativa del volumen de cómputo requerido si se lo compara con los métodos de “fuerza bruta” tradicionales, los cuales recurren al examen

progresivo de todas las posibles realizaciones que ascienden a  $N^{q^{\max}} = 10^8$  suponiendo una edificación de 10+1 plantas y cabinas de 8 pasajeros de capacidad. Así, a diferencia de éstos, procediendo por particiones el número de posibles combinaciones asciende únicamente a 255 para todo  $k$  y  $s$ , acorde con la fórmula del método de “barras y estrellas” frecuentemente así referido en la literatura<sup>11</sup>:

$$\sum_{s=1}^{q^{\max}} \sum_{k \geq s} \binom{k-1}{s-1} = 255$$

En consecuencia, sea  $\Gamma$  una partición en del conjunto de  $k$  pasajeros en  $s$  subconjuntos  $\gamma_i$ , donde en particular  $k$  refiere a los pasajeros que abordan la cabina en la planta cero, mientras que  $s$  representa el número de paradas.

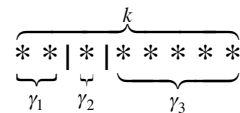
$$\Gamma = \{\{\gamma_1\}\{\gamma_2\}\dots\{\gamma_s\}\}$$

Por otro lado toda partición  $\Gamma$  deberá satisfacer las siguientes condiciones de consistencia:

- 1- El número de paradas no puede ser superior al número de pasajeros:  $s \leq k$ .
- 2- El número de paradas no puede superior al destino más lejano  $s \leq h$ .
- 3- Siendo  $\aleph(\gamma_i)$  la cardinalidad del  $i$ -ésimo subconjunto, entonces todo subconjunto deberá al menos contener un elemento (pasajero), lo que se denota por  $\aleph(\gamma_i) \neq 0$ ; en otras palabras, la cardinalidad del subconjunto refiere al número de pasajeros que descienden en una determinada parada y por ende toda parada es destino de al menos un pasajero.
- 4- La suma de los elementos contenidos en cada uno de los conjuntos deberá ser igual a  $k$ , en otras palabras, la suma de los pasajeros que descienden en todas y cada una de las paradas es igual al número que abordaron inicialmente la cabina en la planta cero:

$$\sum_{i=1}^s \aleph(\gamma_i) = k$$

Suponiendo por ejemplo  $k=8$  pasajeros, representados por asteriscos a manera de “estrellas”, y  $s=3$  paradas, lo que implica la división en tres grupos por medio de dos “barras” divisorias; la representación gráfica de una posible partición  $\Gamma$  sería:



Lo que en términos de notación se expresa por  $\{\{2\}\{1\}\{5\}\}$  o alternativamente  $\{21115\}$ .

A continuación, sea  $\Omega_{\Gamma}(k,s)$  el conjunto de todas las particiones posibles de un conjunto de  $k$  pasajeros en  $s$  paradas:

$$\Omega_{\Gamma}(k,s) : \forall \Gamma = \{\{\gamma_1\}\{\gamma_2\}\dots\{\gamma_s\}\} \left| \aleph(\gamma_i) \neq 0 \forall i \leq s, \sum_{i=1}^s \aleph(\gamma_i) = k \right. \tag{6.30}$$

<sup>11</sup> William Feller, An Introduction to Probability Theory and Its Applications. New York: John Wiley and Sons, 1968, vol. 1.

Una vez presentados los fundamentos que rigen al conjunto de particiones sobre los que se basa el método de conteo, a continuación se requiere determinar la probabilidad con que acontecen todas las posibles combinaciones de las variables  $K, H$  y  $S$ ; por lo que consistentemente con los métodos de conteo, la probabilidad resulta del cociente del número de casos que resultan de una particular combinación  $k, h$  y  $s$  sobre el total de las posibles realizaciones. El número de combinaciones que derivan de un particular asignación de las variables anteriormente referidas se determina a partir de la siguiente expresión:

$$\mathbb{S}(K = k, H = h, S = s) = \binom{h-1}{s-1} \sum_{\Omega} \frac{k!}{\aleph(\gamma_1)! \cdot \aleph(\gamma_2)! \cdot \dots \cdot \aleph(\gamma_s)!} \quad (6.31)$$

Donde la combinatoria refiere a todas las posibles combinaciones sin repetición de los  $h-1$  niveles en  $s-1$  paradas; dado que consistentemente con la definición de  $H$ , en tanto que el destino más lejano, se deduce que la  $s^{\text{ésima}}$  parada está por definición asignada al nivel  $h$ . Por su parte, el término interior del sumatorio refiere a todas las posibles variaciones de  $k$  pasajeros en los  $s$  subconjuntos de una determinada partición; por lo que finalmente el sumatorio da cuenta de todas las posibles particiones de  $k$  pasajeros en  $s$  subconjuntos, consistentemente con (6.30).

A continuación, sabiendo que el número total de posibles destinos es igual a  $N^k$ , la probabilidad condicional del número de paradas dado que  $K = k$  y  $H = h$  será igual a:

$$P[S = s | K = k \cap H = h] = \frac{1}{N^k} \binom{h-1}{s-1} \sum_{\Omega} \frac{k!}{\aleph(\gamma_1)! \cdot \aleph(\gamma_2)! \cdot \dots \cdot \aleph(\gamma_s)!} \quad (6.32)$$

Con la finalidad de eliminar sucesivamente la condicionalidad sobre  $H$  se multiplicará por la probabilidad de ésta.

$$P[S = s; H = h | K = k] = P[S = s | K = k \cap H = h] \cdot P[H = h | K = k]$$

Por lo que conjuntando las expresiones (6.23) y (6.32), la probabilidad condicional del evento compuesto  $(s; h | k)$  se expresa por:

$$P[S = s; H = h | K = k] = \frac{1}{N^{2k}} \left[ h^k - (h-1)^k \right] \binom{h-1}{s-1} \sum_{\Omega} \frac{k!}{\aleph(\gamma_1)! \cdot \aleph(\gamma_2)! \cdot \dots \cdot \aleph(\gamma_s)!} \quad (6.33)$$

En segundo lugar, una vez que se conoce la probabilidad  $P(s; h | k)$  con que acontecen las posibles combinaciones que determinan al evento  $(s; h | k)$ , a continuación se calcula el “Tiempo de Viaje Redondo” correspondiente a cada una de éstas  $RTT(s; h | k)$ , para lo cual se emplea la expresión determinística (6.2), dado que la componente estocástica está expresada por las probabilidades anteriormente referidas.

$$RTT(s; h | k) = 2 \cdot h \cdot t_v + (s+1) \cdot t_s + 2 \cdot k \cdot t_p \quad (6.34)$$

Se han calculado las expresiones (6.33) y (6.34) asumiendo una configuración de tres ascensores de 8 pasajeros de capacidad y 1m/s de velocidad, los resultados se han incluido en el Anexo 6.1.



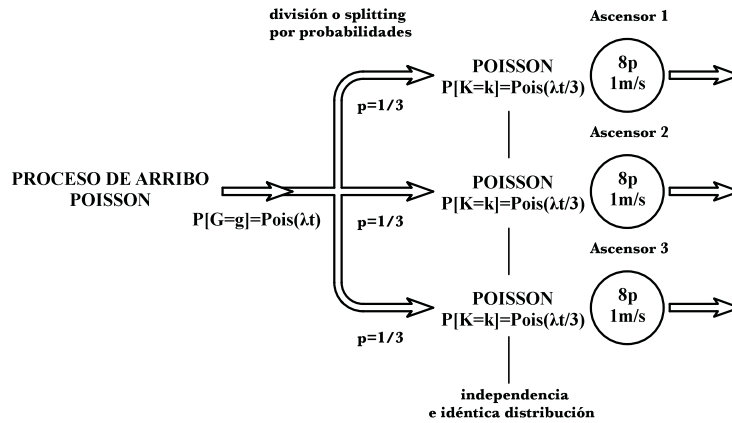


Figura 6.10 Sistema de tres ascensores de 8 pasajeros de capacidad 1m/s

Una vez que se conoce la probabilidad con que acontece el evento  $(s;h|k)$  y el Tiempo de Viaje Redondo en que resulta  $RTT(s;h|k)$ , a continuación se infiere la densidad de probabilidad condicional en  $K$ ,  $P[RTT = rtt(s;h) | K = k]$ , para lo cual haciendo uso del software R se ensayan diversas discretizaciones del rango de  $RTT$ , basados en la siguiente expresión hasta obtener un resultado cualitativamente satisfactorio.

$$P[\delta_i \leq RTT < \delta_{i+1} | K = k] = \sum_{\forall RTT: \delta_i \leq RTT < \delta_{i+1}} P[S = s; H = h | K = k] \quad (6.35)$$

$$\delta_i = RTT_{init} + i \cdot \varepsilon$$

$RTT_{init}$ : Valor inicial de la discretización

$\varepsilon$ : Amplitud de la categoría muestral o paso de discretización

Para efectos de representación a continuación se asume una amplitud de la categoría muestral de 6 segundos. Sin embargo en lo que concierne a los sucesivos cálculos los valores óptimos obtenidos serán:

$$RTT_{init} = 12 \text{ segundos} \quad \varepsilon = 4,145 \text{ segundos}$$

Densidad de Probabilidad Condicional de RTT  
Tiempo de Viaje Redondo (Round Trip Time)

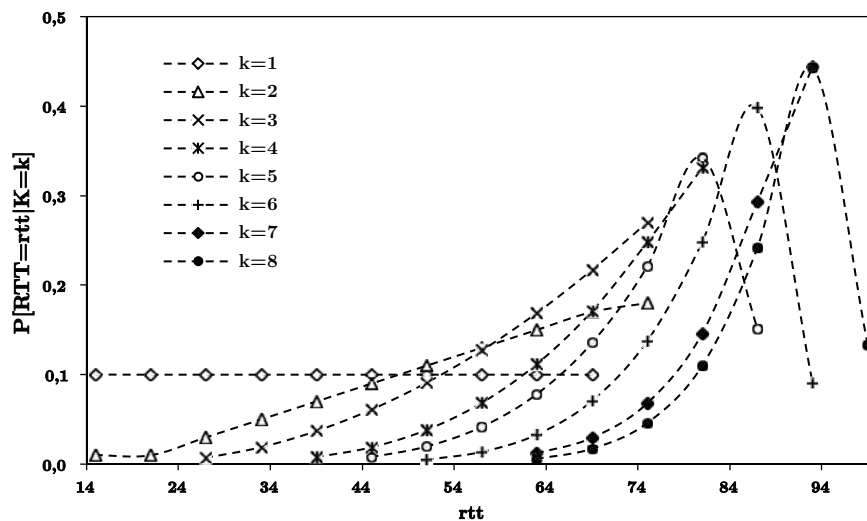


Figura 6.11 Función densidad de probabilidad condicional inferida del Tiempo de Viaje Redondo dado que  $k$  pasajeros abordan la cabina en la planta cero.

Las distribuciones condicionales resultantes se representan en la Figura 6.11, donde para facilitar la comprensión de la evolución en la geometría vía la variación de  $K$  se han agregado las líneas, pero se subraya el hecho de que dichas distribuciones son discretas.

Como resultado del proceso anteriormente descrito, se puede asumir que las distribuciones marginales inferidas representan la probabilidad condicional del Tiempo de Viaje Redondo dado que  $k$  pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso.

$$P[\delta_i \leq RTT < \delta_{i+1} | K = k] = P[RTT = rtt | K = k]$$

Por lo que a continuación, para determinar la distribución de probabilidad (no condicional) de  $RTT$  se recurre nuevamente al Teorema de la Probabilidad Total, lo que resulta en la siguiente expresión:

$$P[RTT = rtt] = \sum_{k=1}^{q_{\max}} P[RTT = rtt | K = k] \cdot P[K = k] \quad (6.36)$$

De donde asumiendo los valores de probabilidad derivados de la Segunda Aproximación Tabla 6.2 (parámetro Poisson), la distribución de probabilidad de  $RTT$  resultante es la que se muestra a continuación:

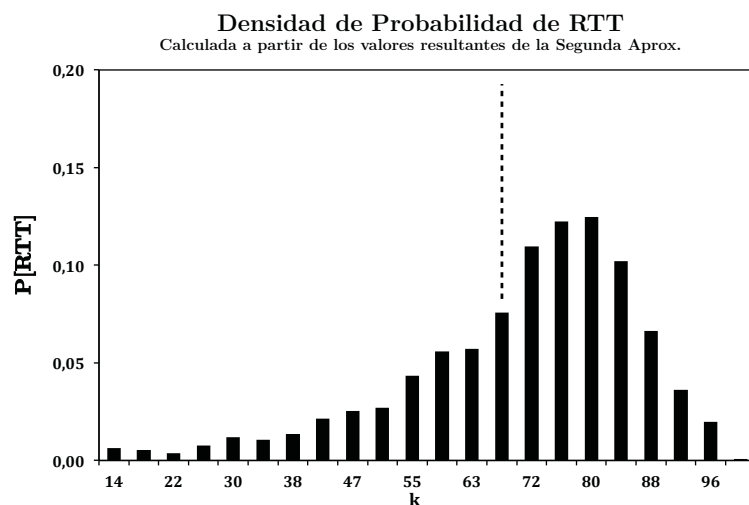


Figura 6.12 Función densidad de probabilidad del Tiempo de Viaje Redondo, calculada a partir de los valores de probabilidad resultantes de la Segunda Aproximación

En la Figura 6.12 se representa por medio de una línea punteada el valor esperado de  $RTT$  calculado a partir de la distribución resultante, el cual es consistente con el valor previamente reportado en la Tabla 6.2,  $E[RTT]=67,1$  segundos. En cuanto a las características de la distribución de probabilidad se observa una marcada asimetría con respecto del valor promedio, la cual se estima a partir de las siguientes probabilidades:

$$P[RTT \leq E[RTT]] \approx 0,304$$

$$P[RTT > E[RTT]] \approx 0,696$$

En otras palabras, estos resultados suponen que de cada tres realizaciones, dos exhibirán un  $RTT$  superior al promedio, mientras que únicamente una acontecerá con un Tiempo de Viaje Redondo inferior al valor esperado.

Si bien el comportamiento del sistema de ascensores responderá a la tendencia marcada por el valor esperado a largo plazo; en lo que concierne a la respuesta a corto plazo, la propensión hacia los valores superiores al promedio de  $RTT$  implica para el dimensionamiento del sistema la necesidad de evaluar la resiliencia del sistema, en particular la capacidad de asumir potenciales incrementos de  $RTT$  manteniendo la Capacidad de Transporte requerida. Con este fin en particular, se asumirá a continuación un valor umbral  $\tilde{RTT}$  que garantice una cobertura del 95%; de donde a continuación se evaluará la respuesta del sistema suponiendo tres ciclos sucesivos de sobrecarga.

En primer lugar se requerirá realizar un ajuste a la distribución con la finalidad de mantener la consistencia de la medida de probabilidad, lo cual con anterioridad era innecesario dado que se demostró que la propensión al desbordamiento representaba menos de un 5%. No obstante, como resultado de la elección deliberada de un valor umbral  $\tilde{RTT}$  significativamente superior a  $E[RTT]$  y basados en estimaciones a *grosso modo* que indican un incremento potencial de alrededor de un 15% en la propensión al desbordamiento, se hace necesario restituir la consistencia de la medida de probabilidad.

En consecuencia, sea:

$$\mathbb{S}(1; q_{\max}) = \sum_{k=1}^{q_{\max}} P[K = k] \quad (6.37)$$

De donde la distribución ajustada será:

$$P[\tilde{K} = k] = \frac{P[K = k]}{\mathbb{S}(1; q_{\max})} \quad (6.38)$$

Con lo que se verifica la condición de consistencia de la medida de probabilidad.

$$\sum_{k=1}^{q_{\max}} P[\tilde{K} = k] = \sum_{k=1}^{q_{\max}} \frac{P[K = k]}{\mathbb{S}(1; q_{\max})} = \frac{1}{\mathbb{S}(1; q_{\max})} \sum_{k=1}^{q_{\max}} P[K = k] = \frac{\mathbb{S}(1; q_{\max})}{\mathbb{S}(1; q_{\max})} = 1 \quad (6.39)$$

Desde el punto de vista del fenómeno y suponiendo un ingreso extraordinario de usuarios o una acumulación de éstos como resultado del incremento de  $RTT$ , el ajuste propuesto captura el hecho de que los pasajeros que no abordan las cabinas, dado el desbordamiento de la capacidad, incrementan la propensión a que los sucesivos recorridos partan con mayor carga. Este efecto en particular se observa en la Figura 6.10, donde se representan las distribuciones Poisson nativa (línea punteado) y ajustada (línea continua), siendo evidente el incremento conseguido por medio del ajuste.

**DENSIDAD DE PROBABILIDAD POISSON**  
Nativa VS Ajustada para ( $\Delta=8$ )

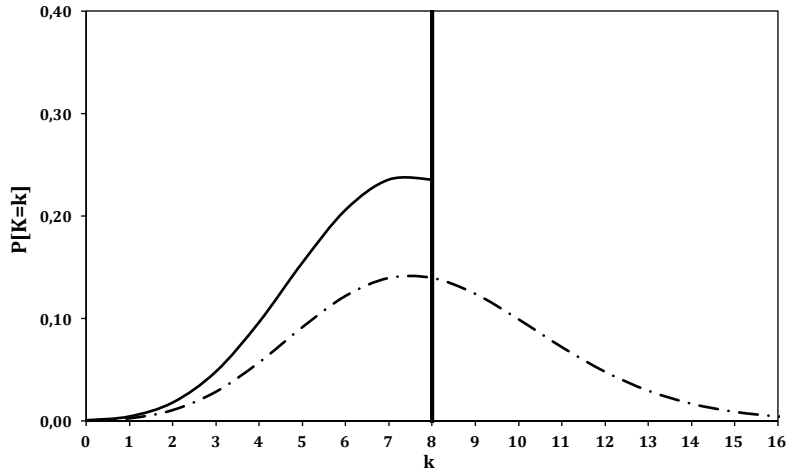


Figura 6.13 Densidad de probabilidad Poisson nativa vs ajustada

En la Tabla 6.4 se muestran los resultados de la implementación de esta hipótesis de operación que se comentan más adelante.

**Evaluación de la Resiliencia del Sistema Frente a Choques en el Valor de RTT**

Estimado Inicial del $\sim$ RTT				Hipótesis de Sobrecarga Inducida en Tres Periodos												
E[K] 5,01 PPC				E[K] 6,20 PPC				E[K] 6,47 PPC				E[K] 6,47 PPC				
E[RTT] 74,99 s				E[RTT] 81,70 s				E[RTT] 83,0 s				E[RTT] 83,09 s				
E[HC] 60 FMP				$\sim$ RTT 93 s				$\sim$ RTT 97 s				$\sim$ RTT 97 s				
E[HC] 60 FMP				E[HC] 60 FMP				E[HC] 60 FMP				E[HC] 60 FMP				
				1ª Iteración				2ª Iteración				3ª Iteración				
K=k	P[-K=k]	rtt	P[RTT=rtt]	P[RTT≤rtt]	K=k	P[-K=k]	P[RTT=rtt]	P[RTT≤rtt]	K=k	P[-K=k]	P[RTT=rtt]	P[RTT≤rtt]	K=k	P[-K=k]	P[RTT=rtt]	P[RTT≤rtt]
1	0,0250	14,1	3,2E-03	3,19E-03	1	0,0038	5,4E-04	5,42E-04	1	0,0021	3,0E-04	3,02E-04	1	0,0021	3,0E-04	3,02E-04
2	0,0690	18,2	2,6E-03	5,84E-03	2	0,0158	4,4E-04	9,78E-04	2	0,0096	2,4E-04	5,44E-04	2	0,0096	2,4E-04	5,44E-04
3	0,1268	22,4	2,2E-03	8,04E-03	3	0,0436	5,2E-04	1,50E-03	3	0,0296	3,2E-04	8,62E-04	3	0,0296	3,2E-04	8,62E-04
4	0,1747	26,5	4,2E-03	1,23E-02	4	0,0901	9,4E-04	2,44E-03	4	0,0687	5,8E-04	1,45E-03	4	0,0687	5,8E-04	1,45E-03
5	0,1925	30,7	7,0E-03	1,93E-02	5	0,1490	1,7E-03	4,09E-03	5	0,1275	1,0E-03	2,48E-03	5	0,1275	1,0E-03	2,48E-03
6	0,1768	34,8	7,0E-03	2,62E-02	6	0,2052	2,1E-03	6,17E-03	6	0,1973	1,4E-03	3,87E-03	6	0,1973	1,4E-03	3,87E-03
7	0,1392	38,9	8,9E-03	3,51E-02	7	0,2422	2,9E-03	9,04E-03	7	0,2617	2,0E-03	5,87E-03	7	0,2617	2,0E-03	5,87E-03
8	0,0959	43,1	1,4E-02	4,93E-02	8	0,2502	4,6E-03	1,37E-02	8	0,3036	3,3E-03	9,12E-03	8	0,3036	3,3E-03	9,12E-03
		47,2	1,9E-02	6,78E-02			7,0E-03	2,07E-02			5,1E-03	1,42E-02			5,1E-03	1,42E-02
		51,4	2,0E-02	8,83E-02			8,7E-03	2,94E-02			6,6E-03	2,08E-02			6,6E-03	2,08E-02
		55,5	3,4E-02	1,22E-01			1,6E-02	4,55E-02			1,3E-02	3,36E-02			1,3E-02	3,36E-02
		59,7	4,4E-02	1,66E-01			2,2E-02	6,75E-02			1,8E-02	5,14E-02			1,8E-02	5,14E-02
		63,8	5,2E-02	2,18E-01			3,1E-02	9,87E-02			2,6E-02	7,77E-02			2,6E-02	7,77E-02
		68,0	6,9E-02	2,87E-01			4,3E-02	1,42E-01			3,7E-02	1,15E-01			3,7E-02	1,15E-01
		72,1	9,9E-02	3,86E-01			6,5E-02	2,07E-01			5,7E-02	1,72E-01			5,7E-02	1,72E-01
		76,2	1,3E-01	5,13E-01			1,1E-01	3,14E-01			1,0E-01	2,71E-01			1,0E-01	2,71E-01
		80,4	1,4E-01	6,54E-01			1,3E-01	4,43E-01			1,2E-01	3,93E-01			1,2E-01	3,93E-01
		84,5	1,3E-01	7,89E-01			1,6E-01	6,06E-01			1,6E-01	5,58E-01			1,6E-01	5,58E-01
		88,7	1,1E-01	8,96E-01			1,7E-01	7,81E-01			1,9E-01	7,46E-01			1,9E-01	7,46E-01
		92,8	6,2E-02	9,58E-01			1,2E-01	8,96E-01			1,3E-01	8,75E-01			1,3E-01	8,75E-01
		97,0	4,0E-02	9,99E-01			1,0E-01	9,96E-01			1,2E-01	9,96E-01			1,2E-01	9,96E-01
		101,1	1,4E-03	1,00E+00			3,6E-03	1,00E+00			4,4E-03	1,00E+00			4,4E-03	1,00E+00

\*PPC: pasajeros por ciclo

Tabla 6.4 Resiliencia del sistema asumiendo tres ciclos sucesivos a  $\tilde{RTT}$ , tal que:

$$P[RTT \leq \tilde{RTT}] \geq 0,95$$

Para el análisis de resiliencia se ha tomado como valor umbral inicial  $R\tilde{T}T = 93$  segundos, el cual tras la primera iteración se incrementó a 97 segundos con la finalidad de mantener una cobertura superior o igual al 95%, que en este caso y debido a la discontinuidad que imprime la discretización, forzó un incremento de la cobertura hasta el 99,6%. El incremento en el valor umbral  $R\tilde{T}T$  se debe al cambio inducido en la distribución de  $RIT$  que resulta de asumir un valor superior al valor esperado  $E[RIT]$ , donde en particular en la Figura 6.10 se advierte el cambio que experimenta la distribución a lo largo del proceso. En los resultados se observa que el incremento inicial de  $R\tilde{T}T$  tiene por efecto en la primera iteración un incremento del número de pasajeros que abordan la cabina  $K$ , lo cual se traduce en un corrimiento (shift) de la distribución de  $RIT$  y del valor umbral de  $R\tilde{T}T$ . Este efecto sostenido perdura a lo largo de dos iteraciones, tras lo cual el sistema recobra el equilibrio a un nivel superior de carga. En todo caso, se observa que el sistema propuesto es capaz de mantener la Capacidad de Transporte de consigna  $E[HC] = 60FMP$  y que si bien el valor esperado del número de pasajeros en cabina  $E[K]$  se incrementa aproximadamente en 1,5 pasajeros, hasta  $E[K] = 6,47$  pasajeros, existe una capacidad excedente en términos promedio de 1,5 pasajeros.

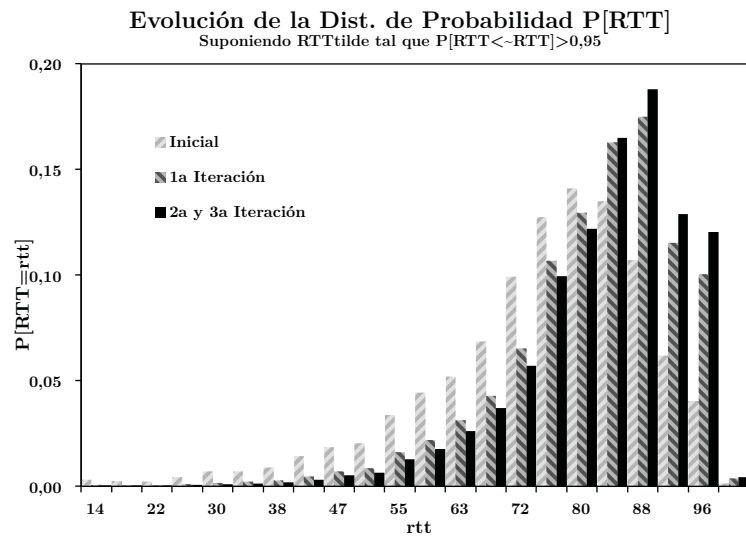


Figura 6.14 “Probability Shift” Evolución de la probabilidad del Tiempo de Viaje Redondo (RTT) como resultado de tres “choques” sucesivos de RTT.

Finalmente, extendiendo el cálculo del valor esperado de la Capacidad de Transporte y estimando la propensión al desbordamiento correspondiente a cada caso, se consigue un mapeo del trade-off entre dichas variables, suponiendo la configuración propuesta del grupo de ascensores. Los resultados representados en la Figura 6.15 muestran el punto de operación que se alcanza como resultado del modelo estocástico de tráfico, con una propensión al desbordamiento de 10,5% en periodo de máxima afluencia, lo que constituye un incremento con respecto del 3,92% estimado en la Segunda Aproximación (Figura 6.9). No obstante, considerando los resultados anteriormente obtenidos, que prueban la capacidad del sistema para solventar “choques” inducidos en tres periodos,

además de los valores promedio significativamente satisfactorios que rigen el comportamiento a largo plazo; **resulta razonable asumir la aptitud de un sistema de 3 ascensores con 8 pasajeros de capacidad y 1 m/s de velocidad para satisfacer la demanda de transporte de diseño.** En este sentido, la Figura 6.15 muestra que el punto de operación alcanzado es un compromiso entre la región que minimiza el riesgo y aquella que maximiza a todo coste la Capacidad de Transporte

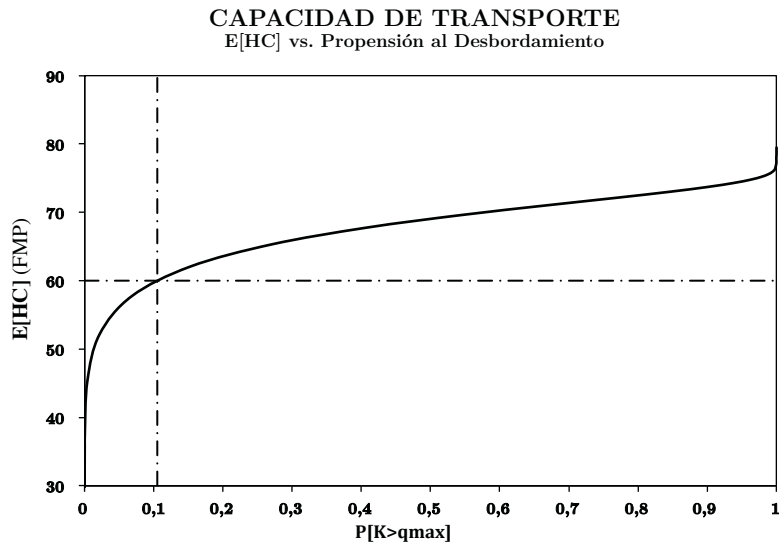


Figura 6.15 Trade-off entre Capacidad de Transporte y Propensión al Desbordamiento

## Recapitulación

De acuerdo con lo anunciado en introducción, a lo largo de este apartado se ha llevado a cabo la determinación de las características del grupo de ascensores que satisface los imperativos de la aplicación límite de servicio. Considerando los requerimientos de transporte que impone un edificio de oficinas de 10+1 plantas, específicamente la Tasa Cinco Minutos (FMR) de diseño, una situación “Up-Peak” de tráfico y otras variables como la ocupación del inmueble por planta, se ha concluido que un grupo de tres ascensores con capacidad de cabina para 8 pasajeros y 1 m/s de velocidad satisface los requerimientos impuestos para dicha aplicación.

Entre las aportaciones que el presente apartado supone para el copus de conocimiento de los sistemas de transporte vertical cabe citar en primer lugar la introducción de un proceso de arribo Poisson, inspirado principalmente en la Teoría de Colas, lo que ha posibilitado estimar, en un hecho sin precedentes, la propensión al desbordamiento y congestión que resultan de asumir en primer tiempo una determinada Capacidad de Transporte agregada y en segundo lugar evaluar la aptitud de una configuración específica, por número de unidades y capacidad de cabina, para el grupo de ascensores.

En segundo lugar, el empleo explícito de la Propiedad de Divisibilidad de la Poisson, supone el argumento formal que permite transitar del proceso de arribo a la demanda

individual enfrentada por cada ascensor; argumento que colateralmente provee sustento a las intuiciones y prácticas usuales en la industria, aun para el método determinístico referido como “Up-Peak Planning”.

En tercer lugar y como resultado del planteamiento estocástico del modelo, se ha inferido la distribución de probabilidad del Tiempo de Viaje Redondo (RTT), lo que en particular bajo las hipótesis del modelo y supuestos numéricos ha puesto de manifiesto una significativa asimetría en la distribución de éste, con una propensión dos veces superior a exhibir valores por encima de su valor promedio.

En cuarto lugar, capitalizando la comprensión sin precedentes alcanzada del comportamiento del RTT, se ha propuesto una metodología para evaluar la resiliencia del sistema basada en la propensión al desbordamiento que resulta de la distribución inferida del RTT.

Finalmente, a través de la metodología aquí propuesta es posible determinar una curva de “trade-off” entre la Capacidad de Transporte y la Propensión al Desbordamiento. En conclusión, la metodología propuesta constituye un enfoque innovador para el dimensionamiento de los sistemas de ascensores, ya que hace un uso sin precedentes de las propensiones al desbordamiento y congestión como criterios de diseño.

## Segundo Apartado

### 6.2 Estimación de las Matrices de Descomposición

#### Introducción

El objetivo del presente apartado consiste en determinar las matrices de descomposición condicional que, suponiendo la hipótesis Up-Peak de tráfico, expresan la propensión estadística con que acontece un “trayecto individual” por carga, longitud y sentido de desplazamiento como resultado de suponer que  $k$  pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso. Como la energía consumida en un movimiento es, entre otros, función del sentido de desplazamiento, se requerirán, para cada posible valor de  $k$  dos matrices diferenciadas para dar cuenta de los movimientos ascendentes y descendentes por separado. Así, con referencia en particular a la condición Up-Peak de tráfico y suponiendo un valor de  $k$ , la primera matriz será la de los movimientos ascendentes en carga de dimensión  $q_{\max} \times N$  y la segunda la de los trayectos exprés de retorno descendentes en vacío que tienen lugar desde el destino más lejano hasta la planta de acceso de dimensión  $1 \times N$ .

En consecuencia, atendiendo a los objetivos del presente apartado, en primer término se presentan las nociones y notaciones básicas implicadas en la determinación de las Matrices de Descomposición Condicionales (MDCs). En segundo lugar se expone brevemente el Teorema de la Probabilidad Total, el cual posibilita el cómputo de las MDCs por medio de adiciones sucesivas que finalmente se traducirá por un bucle de cálculo programable. En tercer lugar se establecerá el Algoritmo de Descomposición que determina la carga y longitud de los trayectos individuales a partir de los destinos individuales de los  $k$  pasajeros. Adicionalmente se demostrarán dos Condiciones de Consistencia que las MDCs resultantes deberán satisfacer en vista de su validación. En cuarto lugar se llevará a cabo el cómputo de las MDCs para lo cual se exploran dos enfoques cualitativamente distintos; el primero de ellos basado en lo que se conoce como Método de “Fuerza Bruta” o Enumerativo, el segundo basado en los Métodos Monte-Carlo. La diferencia cualitativa fundamental que separa ambos métodos radica en la incertidumbre asociada a las MDCs resultantes. El enfoque de “Fuerza Bruta” explora secuencialmente todas las posibles combinaciones del espacio muestral, por lo que las MDCs resultantes expresan el “valor verdadero” (sin incertidumbre) de las probabilidades condicionales con que acontece un determinado trayecto individual, por lo que en último término se refiere a dicho proceso como “cálculo” o “cómputo”. Por su parte, los Métodos Monte Carlo infieren dichas probabilidades a partir de una muestra aleatoria tomada del espacio muestral que, en términos generales, representa una proporción del total de éste. En consecuencia, considerando la información parcial provista por la muestra, los estimados inferidos entrañarán un determinado nivel de incertidumbre, como resultado a su vez de la incertidumbre ligada a la capacidad de la muestra de traducir las características de la población.

Las razones para elegir dos enfoques distintos obedecen al hecho de que dependiendo de la capacidad máxima de cabina, el número de plantas servidas y la distribución de los



usuarios en el edificio; el número de combinaciones a computar por Métodos de “Fuerza Bruta” alcanza rápidamente magnitudes astronómicas, como más adelante se demostrará. Así, para los casos en que las limitaciones computacionales, ya sea en capacidad o tiempos, imposibiliten la implementación del primero, se impone como alternativa la inferencia de las probabilidades a través de MMC, asumiendo la incertidumbre asociada a dichos métodos.

### 6.2.1 Definición de la Matriz de Descomposición Condicional

El primer paso en la determinación de las matrices de descomposición condicional consiste en estimar la probabilidad con que un trayecto ascendente con carga  $q$  y longitud  $l$  acontece dado que  $k$  pasajeros abordan el ascensor en la planta cero o planta de acceso, lo que en notación se expresa por medio de la probabilidad condicional, tal que:

$$P[Q = q, L = l | K = k] \tag{6.40}$$

Considerando sucesivamente el hecho de que en la planta de acceso pueden abordar el ascensor tantos pasajeros como la capacidad máxima  $q_{\max}$  y que la longitud máxima de recorrido está determinada por el número de plantas por encima de la planta cero  $N$ , entonces los **rangos** de las variables aleatorias discretas  $Q$  y  $L$ , es decir los valores que pueden asumir éstas, serán:

$$R_Q = \{1, 2, \dots, q_{\max}, k\} \tag{6.41}$$

$$R_L = \{1, 2, \dots, l_{\max}, N\}$$

Donde:  $k \leq q_{\max}$

Donde hay que precisar que aunque  $K$  (el número de pasajeros que abordan la cabina en la planta cero) es una variable aleatoria, en virtud de la condicionalidad se supone con certidumbre que ésta es igual a un valor específico  $K = k$ , supuesto que posteriormente a través del Teorema de la Probabilidad Total se levantará restituyendo el carácter estocástico de  $K$ .

El espacio muestral del experimento  $(Q, L | K = k)$  implicado en la expresión (6.40), resulta del producto cartesiano de los rangos  $R_Q \times R_L$ , lo que en otros términos significa que existen  $k \cdot N$  posibles resultados, lo que en virtud del rango de  $K$  significa que el número de elementos a calcular será  $q_{\max} \cdot N$ , de lo que se deriva la conveniencia de adoptar la notación matricial para la descomposición en trayectos individuales. En consecuencia, cada una de las  $k$  matrices condicionales de descomposición en carga contendrán  $q_{\max}$  renglones y  $N$  columnas, por lo que para efectos de notación dicha matriz se expresará sucesivamente como:

$$D_{q,l}^A | [K = k]: \text{Matriz de Descomposición Condicional en Ascenso (en carga)} \quad (6.42)$$

$d_{q,l}^A$ : Término genérico de la matriz descomposición (casilla)

$$D_{q,l}^A | [K = k]: d_{q,l}^A = P[Q = q, L = l | K = k] \quad 12$$

Donde en particular el superíndice refiere al sentido de desplazamiento, *i.e.* ascenso (en carga), mientras que el subíndice expresa las magnitudes físicas atribuidas a los renglones y columnas de dicha matriz.

En lo que concierne a los movimientos de retorno descendente, que en virtud de la hipótesis de tráfico Up-Peak son en vacío y de forma análoga a lo anteriormente expresado, las  $k$  matrices renglón de descomposición condicional relativas a los movimientos descendentes se denotarán por:

$$D_{q,l}^D | [K = k]: \text{Matriz de Descomposición Condicional en Descenso (en vacío)} \quad (6.43)$$

$d_{q,l}^D$ : Término genérico de la matriz descomposición (casilla)

$$D_{q,l}^D | [K = k]: d_{q,l}^D = P[Q = 0, L = l | K = k]$$

## 6.2.2 Vector Aleatorio de Destinos

Por otro lado en lo que concierne al destino de cada uno de los pasajeros, sea formalmente:

$$X_i: \text{variable aleatoria asociada al destino del } i^{\text{ésimo}} \text{ pasajero} \quad (6.44)$$

con rango:  $R_{X_i} = \{1, 2, \dots, l, \dots, N\} \quad \forall i = \{1, 2, \dots, k\}$

Por lo que a continuación, dado que  $k$  pasajeros abordan la cabina en la planta cero, entonces habrá tantas variables aleatorias como pasajeros abordan la cabina, de donde el conjunto de los  $k$  destinos individuales se puede describir en forma de vector aleatorio:

$$\vec{X}: (X_k; X_{k-1}; \dots; X_2; X_1) \quad (6.45)$$

Sucesivamente suponiendo la independencia<sup>13</sup> e idéntica distribución de los destinos individuales de los  $k$  pasajeros, ya que en principio el destino de un pasajero no depende del destino de los restantes:

$$X_i \stackrel{i.i.d}{=} X_j \quad \forall i, j \quad (6.46)$$

En consecuencia, asumiendo que existen  $N$  posibles destinos para cada uno de los  $k$  pasajeros, entonces se puede demostrar que hay  $N^k$  posibles realizaciones del vector  $\vec{X}$ , las cuales pueden ser escritas secuencialmente siguiendo un mecanismo de conteo base  $N$ , sin duplicidad u omisiones.

---

<sup>12</sup> Por término genérico se entiende toda casilla de una matriz, dado que para definir una matriz es posible hacerlo a través de la descripción de cada una de las casillas que la integran, lo que se denota por la literal minúscula, a diferencia de la matriz denotada en mayúsculas.

<sup>13</sup> Paul G. Hoel, Introducción a la Estadística Matemática, Alfonso Barbancho, Ed. Barcelona, España: Ariel, 1980. p. 16

$$\begin{array}{cccccc}
X_k & X_{k-1} & \dots & X_2 & X_1 & \\
1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \text{Todos los pasajeros descienden en la planta 1} \\
1 & 1 & \dots & 1 & 2 & \\
1 & 1 & \dots & 1 & 3 & \\
1 & 1 & \dots & 1 & \vdots & \\
1 & 1 & \dots & 1 & N & \\
1 & 1 & \dots & 2 & 1 & \\
1 & 1 & \dots & 2 & 2 & \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \\
N & N & \dots & N & N & \text{Todos los pasajeros descienden en la planta } N
\end{array}
\left. \vphantom{\begin{array}{cccccc}} \right\} N^k \text{ posibles realizaciones}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{k \text{ pasajeros}}$

Refiriendo sucesivamente de forma genérica a la  $m^{\text{ésima}}$  realización, lo que es posible en virtud del mecanismo de conteo:

$m \in [1; N^k]$ : definido en los naturales

$$\begin{array}{cccccc}
X_k & X_{k-1} & \dots & X_2 & X_1 & \\
1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \\
\vdots & & & & \vdots & \\
x_k & x_{k-1} & \dots & x_2 & x_1 & \Leftarrow m^{\text{ésima}} \text{ realización} \\
\vdots & & & & \vdots & \\
N & N & \dots & N & N &
\end{array}$$

Entonces la probabilidad de que acontezca, dado que  $k$  pasajeros abordan en origen la cabina, se denotará como:

$$P[\bar{X}_m = \bar{x}_m \mid K = k] = P[X_k = x_k^m, X_{k-1} = x_{k-1}^m \dots X_2 = x_2^m, X_1 = x_1^m \mid K = k]$$

Donde los superíndices en el lado derecho de la igualdad se han agregado para denotar que los valores asumidos por las variables aleatorias correspondientes a cada destino individual refieren a la  $m^{\text{ésima}}$  realización.

A continuación, basados en el supuesto de independencia e idéntica distribución (6.46), la probabilidad asociada a la  $m^{\text{ésima}}$  realización del vector aleatorio  $\bar{X}_m$  es igual al producto de las  $k$  probabilidades correspondientes a cada uno de los destinos individuales:

$$P[\bar{X}_m = \bar{x}_m \mid K = k] = P[X_k = x_k^m \mid K = k] \cdot P[X_{k-1} = x_{k-1}^m \mid K = k] \cdot \dots \cdot P[X_2 = x_2^m \mid K = k] \cdot P[X_1 = x_1^m \mid K = k]$$

A continuación se prueba la independencia entre  $X_i$  y  $K$  aludiendo a un razonamiento por inducción; considerando en primera instancia dos pasajeros, el destino  $X_1$  no depende de  $X_2$  y viceversa debido a que por definición ambas son independientes e idénticamente distribuidas (iid):

$$X_1 \stackrel{iid}{=} X_2$$

Sucesivamente considerando tres pasajeros, en virtud de la no-dependencia bilateral, la no-dependencia se extiende al escenario trilateral, lo que es consistente nuevamente con la hipótesis de independencia.

$$X_1 \stackrel{iid}{=} X_2; X_2 \stackrel{iid}{=} X_3; X_1 \stackrel{iid}{=} X_3 \Leftrightarrow X_1 \stackrel{iid}{=} X_2 \stackrel{iid}{=} X_3$$

Repetiendo reiteradamente el anterior razonamiento hasta alcanzar un total de  $k$  pasajeros, se verifica por inducción y definición que el destino de cualquiera de los pasajeros es independiente de los 1, 2, 3, o  $k-1$  destinos restantes, por lo que en consecuencia  $X_i$  es independiente de  $K$  y viceversa; es decir:

$$P[X_i = x_i | K = k] = P[X_i = x_i]$$

En este sentido y si bien la demostración obedece al carácter formal requerido para la aplicación sucesiva del TPT, la conclusión que deriva es evidente si se considera el fenómeno real al que responde, ya que el destino de cada uno de los pasajeros no depende de cuantos le acompañen, así como la cantidad de pasajeros que abordan la cabina no depende en principio de los destinos de éstos. A este respecto es interesante notar que si bien la experiencia cotidiana verifica esta intuición en la gran mayoría de casos, lo anterior no tendría lugar en presencia de un Sistema de Control de Tráfico avanzado, ya que éstos determinan los grupos de viaje en función de los destinos de éstos. Sin embargo, considerando la marginalidad de este tipo de sistemas es razonable asumir la independencia entre ambas variables.

De donde:

$$P[\bar{X}_m = \bar{x}_m | K = k] = P[X_k = x_k^m] \cdot P[X_{k-1} = x_{k-1}^m] \cdot \dots \cdot P[X_2 = x_2^m] \cdot P[X_1 = x_1^m]$$

Lo que admite su reescritura en términos del producto serial, por lo que finalmente la probabilidad condicional en  $K$  con que acontece una realización genérica  $m$  del vector de destinos será igual a:

$$P[\bar{X}_m = \bar{x}_m | K = k] = \prod_{i=1}^k P[X_i = x_i^m] \quad (6.47)$$

### 6.2.3 Teorema de la Probabilidad Total

El Teorema de la Probabilidad Total (TPT) afirma que si  $B_n : n=1,2,3,\dots$  es una partición finita o infinita contable y completa del espacio muestral de un evento aleatorio  $A$ , donde todos y cada uno de los conjuntos  $B_n$  son mutuamente excluyentes (es decir que determinan conjuntos disjuntos) y cuya unión es igual a la totalidad del espacio muestral; entonces la probabilidad del evento  $A$  es igual a la suma sobre la partición de la probabilidad condicional de  $A$  dado  $B_n$  ponderada por la probabilidad de  $B_n$ :

$$P[A] = \sum_n P[A|B_n] \cdot P[B_n] \quad (6.48)$$

Sucesivamente asumiendo un evento adicional  $C$  entonces el Teorema de la Probabilidad Total admite su extensión condicional, tal que:

$$P[A|C] = \sum_n P[A|C \cap B_n] \cdot P[B_n|C] \quad (6.49)$$

Por lo que en primera instancia, habiendo determinado previamente que para un vector aleatorio  $\bar{X}$  de dimensión  $k$  el espacio muestral contiene  $N^k$  realizaciones, siendo por ende finito, supóngase una partición exhaustiva del espacio muestral, tal que:

$$\{\bar{X}_m : m = 1, 2, 3 \dots N^k\}$$

Entonces, la partición propuesta consigue un total de  $N^k$  subconjuntos, los cuales contienen una y sólo una realización, por lo que en consecuencia se satisface la condición de mutua exclusión entre los subconjuntos de la partición  $\{\bar{X}_m\}$ , además de ser completa dado que ésta cubre la totalidad del espacio muestral.

Aplicando sucesivamente el TPT a la expresión de la Matriz de Descomposición Condicional (MDC) (6.42), se obtiene por resultado:

$$D_{q,l} | [K = k] : d_{q,l} = P[Q = q, L = l | K = k] = \sum_{m=1}^{N^k} P[Q = q, L = l | K = k \cap \bar{X}_m = \bar{x}_m] \cdot P[\bar{X}_m = \bar{x}_m | K = k]$$

$$D_{q,l} | [K = k] : d_{q,l} = \sum_{m=1}^{N^k} P[Q = q, L = l | K = k \cap \bar{X}_m = \bar{x}_m] \cdot P[\bar{X}_m = \bar{x}_m | K = k] \quad (6.50)$$

En la expresión (6.50), retomada a continuación, se observa que la MDC está determinada por la suma sobre la partición del producto de la probabilidad con que acontece un determinado trayecto individual  $(q;l)$  dado que se asume con certidumbre una realización  $\bar{x}_m$  de dimensión  $k$ , denotado por (a), multiplicado por la probabilidad con que tiene lugar una realización  $\bar{x}_m$  dado que  $k$  pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso (b).

$$d_{q,l} = \sum_{m=1}^{N^k} \underbrace{P[Q = q, L = l | K = k \cap \bar{X}_m = \bar{x}_m]}_{(a)} \cdot \underbrace{P[\bar{X}_m = \bar{x}_m | K = k]}_{(b)}$$

Atendiendo a los supuestos que impone la situación Up-Peak de tráfico, en los pasajes siguientes se aborda en un primer tiempo la determinación de la expresión (6.50) relativa a los trayectos en carga ascendentes; lo que en segundo término tiene lugar para los trayectos de retorno exprés en vacío.

## 6.2.4 MDC de los Trayectos en Carga

Consistentemente con lo anunciado previamente, en este pasaje se emprende la determinación de la Matriz de Descomposición Condicional (MDC) que caracteriza a los desplazamientos ascendentes en carga. Para tal fin, en primer lugar, se describe un algoritmo de conteo, que suponiendo una realización del vector de destinos  $\bar{x}_m$  de dimensión  $k$  determina el conjunto  $\Lambda^m$  de pares ordenados  $(q_j^m; l_j^m)$  que describe los trayectos individuales resultantes. En segundo lugar, expresando el conjunto  $\Lambda^m$  en términos matriciales y atribuyendo las correspondientes probabilidades, se obtendrá la Matriz Parcial de Descomposición Condicional (MPDC) correspondiente a la  $m^{\text{ésima}}$  realización del vector de destinos; de donde sucesivamente en virtud del Teorema de la

Probabilidad Total se determinará la MDC a partir de las  $N^k$  MPDCs. En tercer lugar, introduciendo los supuestos de diseño relativos a la distribución de los usuarios en la edificación (6.15), así como los valores numéricos (6.16), se precisará el término correspondiente a la probabilidad condicional de  $X_i$  dado  $K$ .

### Algoritmo de Descomposición

En primer lugar, partiendo de una realización genérica  $m$  que se conocen los destinos de los  $k$  pasajeros:

$$\bar{x}_m : (x_k^m, x_{k-1}^m; \dots; x_2^m, x_1^m)$$

Por consulta de los destinos individuales que comprende  $\bar{x}_m$  es posible determinar las plantas en las cuales el ascensor hace parada y el número de pasajeros que tienen por destino cada planta, dado que existe la posibilidad que más de un pasajero tenga por destino a ésta; para lo cual se destinan las siguientes variables:

$$n : \text{nivel de destino } n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (6.51)$$

$\aleph(x_i = n)$ : número de pasajeros con destino el nivel  $n$

En segundo lugar, ordenando progresivamente los diferentes destinos  $n_j$ , sujetos en número a la condición de que puede haber máximo tantas paradas como número de pasajeros ( $k$ ) o número total de niveles ( $N$ ) sobre la planta cero, lo que se expresa a través del ínfimo:

$$1 \leq n_1 < n_2 < \dots < n_j \leq N \quad (6.52)$$

sujeto a  $j \leq \inf\{k, N\}$

De donde por construcción se satisface que para todo nivel de parada  $n_j$  existe un único número de pasajeros  $\aleph(x_i = n_j)$  el cual es superior a cero e inferior o igual al número de pasajeros que abordaron la cabina en origen, tal que:

$$0 < \aleph(x_i = n_j) \leq k$$

Habiendo determinado las plantas donde hace parada el ascensor y el número de pasajeros que en ellas desembarcan, se determinarán a continuación los pares ordenados  $(q_j^m, l_j^m)$  que definen los trayectos individuales y donde los subíndices refieren al hecho de que puede haber más de un trayecto individual, mientras que los superíndices indican que éstos resultan de asumir una realización  $\bar{x}_m$  específica. Así, para el primero de los trayectos individuales, dado que se sabe con certeza que  $k$  pasajeros abordaron la cabina y que el primer nivel de destino es  $n_1$ , en virtud de que estos fueron organizados progresivamente, entonces se deduce que la carga y longitud correspondientes a éste serán:

$$\begin{aligned} q_1^m &= k \\ l_1^m &= n_1 \end{aligned} \quad (6.53)$$

$$\therefore (q_1^m; l_1^m) = (k; n_1)$$

En cuanto al segundo trayecto individual, sabiendo que en el nivel  $n_1$  descendieron  $\aleph(x_i = n_1)$  y que el siguiente nivel de destino es  $n_2$ , entonces la carga y longitud correspondientes al segundo movimiento serán:

$$\begin{aligned} q_2^m &= k - \aleph(x_i = n_1) = q_1^m - \aleph(x_i = n_1) \\ l_2^m &= n_2 - n_1 \\ \therefore (q_2^m; l_2^m) &= (q_1^m - \aleph(x_i = n_1); n_2 - n_1) \end{aligned} \quad (6.54)$$

En cuanto a los trayectos individuales sucesivos, se puede demostrar por recurrencia que la formulación genérica de recursión se expresará de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} q_j^m &= q_{j-1}^m - \aleph(x_i = n_{j-1}) \\ l_j^m &= n_j - n_{j-1} \\ \therefore (q_{j-1}^m - \aleph(x_i = n_{j-1}); n_j - n_{j-1}) \end{aligned} \quad (6.55)$$

Donde, adicionalmente, los valores obtenidos deben verificar las siguientes relaciones de consistencia:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^j l_i^m &\leq N \\ k = q_1^m &> q_2^m > \dots > q_j^m \geq 1 \end{aligned}$$

Por lo que finalmente, a partir del algoritmo anteriormente descrito, se determina el conjunto  $\Lambda^m$  de los  $j$  pares ordenados correspondientes a los trayectos individuales que resultan de asumir una realización  $\bar{x}_m$  del vector aleatorio de destinos y donde se puede demostrar por contradicción la unicidad de  $\Lambda^m$ .

$$\Lambda^m = \{(q_1^m, l_1^m), (q_2^m, l_2^m), \dots, (q_j^m, l_j^m)\} \quad (6.56)$$

En segundo lugar, una vez determinado el conjunto único  $\Lambda^m$  de trayectos individuales que resulta de asumir con certidumbre la realización genérica  $\bar{x}_m$  del vector de destinos, la probabilidad condicional en  $k$  y  $\bar{x}_m$  asociada a todo par ordenado  $(q; l)$  estará definida por:

$$P[Q = q, L = l \mid K = k \cap \bar{X}_m = \bar{x}_m] = \begin{cases} 0 & \text{si } (q; l) \notin \Lambda^m \\ 1 & \text{si } (q; l) \in \Lambda^m \end{cases} \quad (6.57)$$

De donde, expresando en notación matricial anteriormente establecida para la MDC y acorde con los rangos de las variables aleatorias  $Q$  y  $L$  (6.41): Sea  $\Delta_{q,l}^m \mid [K = k]$  la Matriz Parcial de Descomposición Condicional (MPDC) correspondiente a la  $m^{\text{ésima}}$  realización del vector de destinos  $\bar{X}$ , tal que:

$$\Delta_{q,l}^m \mid [K = k]: \delta(q; l) = P[Q = q, L = l \mid K = k \cap \bar{X}_m = \bar{x}_m] \quad (6.58)$$

$$\Delta_{q,l}^m \mid [K = k]: \delta(q; l) = \begin{cases} 0 & \text{si } (q; l) \notin \Lambda^m \\ 1 & \text{si } (q; l) \in \Lambda^m \end{cases}$$

$$\text{con } \Lambda^m = \{(q_1^m, l_1^m), (q_2^m, l_2^m), \dots, (q_j^m, l_j^m)\}$$





particularmente, la que permite el cálculo recursivo de la MDC, en virtud de la aplicación del Teorema de la Probabilidad Total, con lo que se consigue traducir el problema planteado en un mecanismo de cálculo propicio a la programación por iteraciones.

### 6.2.5 MDC de los Trayectos en Vacío

En lo que se refiere al trayecto expés en vacío de retorno se sabe que éste tiene lugar desde el nivel más lejano de destino y la planta de acceso, por lo que suponiendo la realización genérica  $\bar{x}_m$ , éste se expresará tal que:

$$l_0^m = \sup\{x_k^m, x_{k-1}^m, \dots, x_2^m, x_1^m\} \quad (6.61)$$

Lo que, en términos de los resultados del algoritmo descrito con anterioridad, es igual a:

$$l_0^m = n_j$$

Por lo que el par ordenado que describe dicho trayecto de retorno, suponiendo una particular realización de  $\bar{x}_m$ , será:

$$(q_0; l_0^m) = (0; n_j) \quad (6.62)$$

Con lo que de forma análoga al procedimiento anteriormente descrito para los trayectos en carga y por medio del TPT sería posible nuevamente determinar la MDC de los trayectos en vacío. No obstante, para este caso en particular existe una alternativa analítica que deriva del procedimiento propuesto por Barney [1] para la obtención del destino más lejano en el "Up-Peak Planning". Por lo que retomando la expresión (6.23) del Primer Apartado, que expresa la probabilidad de que un determinado nivel  $h$  de la edificación albergue el destino más lejano:

$$P[H = h | K = k] = \frac{1}{N^k} [h^k - (h-1)^k]$$

Transcribiendo en términos de la MDC de los retornos en vacío se obtiene directamente que:

$$D_{0,l}^D | [K = k]: d_{0,l}^D = \frac{1}{N^k} [l^k - (l-1)^k] \quad (6.63)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, N\}$$

### 6.2.6 Condiciones de Consistencia

El objetivo del siguiente pasaje consiste en proveer de una herramienta que, aunque parcial, proporcione los medios para verificar los resultados obtenidos por medio de la Metodología de “Fuerza Bruta” en el cálculo de las Matrices de Descomposición Condicionales. Para ello a continuación se proponen y justifican una serie de Condiciones de Consistencia que las MDCs deberán satisfacer para de su validación.

#### Primera Condición de Consistencia

En primer lugar, por definición de esperanza matemática condicional de una variables aleatoria, el número esperado de paradas dado que  $k$  pasajeros abordan la cabina se expresa por:

$$E[S | K = k] = \sum_{s=1}^{k \leq N} s \cdot P[S = s | K = k]$$

Donde:

$S$ : Número de paradas

Lo que en presencia de una partición  $\{\bar{X}_m\}$  se puede demostrar es igual a:

$$E[S | K = k] = \sum_{m=1}^{N^k} S^m \cdot P[\bar{X} = \bar{x}_m | K = k] \quad (6.64)$$

Donde:

$S^m$ : Número de paradas correspondiente a la  $m^{\text{ésima}}$  realización del vector aleatorio de destinos  $\bar{X}_m$

En segundo lugar, suponiendo la  $m^{\text{ésima}}$  realización en términos genéricos, se sabe por hipótesis que a todo trayecto individual corresponde una parada y que por construcción el número de trayectos individuales es igual a la suma de los términos de la MPDC  $\Delta_{q,l}^m | [K = k]$ , lo que resulta en:

$$S^m = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N \Delta_{q,l}^m | [K = k] \quad (6.65)$$

Por lo que inyectando (6.65) en (6.64) se obtiene:

$$E[S | K = k] = \sum_{m=1}^{N^k} \left( \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N \Delta_{q,l}^m | [K = k] \right) \cdot P[\bar{X} = \bar{x}_m | K = k]$$

En tercer lugar, basados en las propiedades de los sumatorios, la anterior expresión admite la siguiente reescritura:

$$E[S | K = k] = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N \underbrace{\sum_{m=1}^{N^k} \Delta_{q,l}^m | [K = k]}_{(a)} \cdot P[\bar{X} = \bar{x}_m | K = k] \quad (6.66)$$

Donde en particular se reconoce en (a) la expresión (6.59) relativa a la Matriz de Descomposición Condicional de los trayectos ascendentes, por lo que sustituyendo (6.59) en (6.66) se obtiene:

$$E[S | K = k] = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N D_{q,l}^A | [K = k] \quad (6.67)$$

Lo que, en otros términos, expresa que la suma de las celdas de la MDC es igual a la esperanza condicional del número de paradas, donde en particular dicha esperanza refiere a la expresión (6.25), la cual refiere Barney [1] en relación al “Up-Peak Planning”, por lo que finalmente la Primera Condición de Consistencia será:

$$\sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N D_{q,l}^A | [K = k] \equiv N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^k \right) \quad (6.68)$$

## Segunda Condición de Consistencia

De manera análoga pero en esta ocasión referido a las Matrices de Descomposición Condicional en descenso, se tiene que la suma de las casillas deberá ser igual a uno, lo anterior en virtud de que a todo ciclo de trabajo corresponde estadísticamente uno y sólo un retorno expés en vacío. En este caso en particular considerando que la MDC de descenso es una matriz renglón dado que  $q=0$ , entonces la sumatoria acontecerá únicamente sobre las columnas que denotan los posibles valores de longitud.

$$\sum_{l=1}^N D_{q,l}^D | [K = k] \equiv 1 \quad (6.69)$$

### 6.2.7 Enfoque Enumerativo o de “Fuerza Bruta”

Los métodos enumerativos, también conocidos como métodos de “Fuerza Bruta” recurren al cómputo progresivo de todas las combinaciones posibles de las variables aleatorias, por lo que dependiendo de la dimensión combinatoria del problema pueden requerir extensos periodos de cálculo e importantes recursos de cómputo. El primer paso necesario para la implementación de un algoritmo enumerativo consiste en realizar un mapeo del espacio muestral sin omisiones o duplicidades, condiciones que en este particular caso y como se demostró previamente, se satisfacen ya que el espacio muestral del vector de destinos  $\vec{X} = (X_k; X_{k-1}; \dots; X_2; X_1)$  puede ser mapeado mediante un método de conteo de base  $N$ . En segundo lugar, se requiere una serie de operaciones recursivas que se traduzcan en un bucle de cálculo, lo que en este caso se lleva a cabo mediante el algoritmo de descomposición y adición iterada de las MPDC que es posible en virtud del Teorema de la Probabilidad Total. En particular para el cálculo de la MDC por iteraciones, la expresión (6.60) admite su reescritura en forma en recurrencias, tal que:

$$D_{q,l}^A | [K = k] = \frac{1}{N^k} \sum \Delta_{q,l}^{N^k} | [K = k] \quad (6.70)$$

Con:

$$\sum \Delta_{q,l}^m | [K = k] = \sum \Delta_{q,l}^{m-1} | [K = k] + \Delta_{q,l}^m | [K = k] \quad (6.71)$$

$\sum \Delta_{q,l}^m | [K = k]$ : MPDC acumulada para la  $m^{\text{ésima}}$  iteración

Finalmente, dado que el algoritmo (Figura 6.16) recurre a la suma acumulada y progresiva en el cálculo de la MDC, esto precisa una magnitud de memoria significativamente reducida, y que se mantiene constante a lo largo de las  $N^k$  iteraciones necesarias.

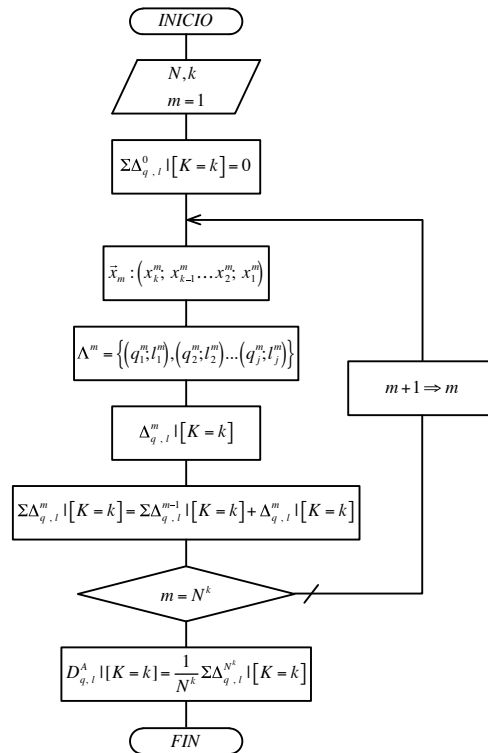


Figura 6.16 Diagrama de flujo del algoritmo enumerativo de cálculo para MDC en ascenso

## Programación

La programación del algoritmo se tradujo en una rutina de cálculo en lenguaje JAVA, que se incluye en el Anexo 6.3. En lo que se refiere a los valores numéricos según lo anteriormente enunciado se asumió un número de plantas  $N=10$  y una capacidad máxima de cabina igual a  $q_{\max}=8$  pasajeros, lo que ha resultado en un total de aproximadamente  $1,1 \cdot 10^8$  iteraciones considerando las ocho MDC posibles a las que da lugar la condicionalidad de  $|K=k$ . El tiempo de cálculo requerido, suponiendo  $K=8$ , fue de aproximadamente 10 minutos, lo que en particular demuestra que la aplicación límite de servicio emprendida en este documento está fuera de la frontera de “explosión combinatoria”.

## Resultados

Las ocho Matrices de Descomposición Condicional, una por cada posible valor de  $K$ , se recogen en el Anexo 6.4, donde en particular se representan conjuntamente las MDC correspondientes a los descensos (en vacío  $q=0$ ) y las correspondientes a los ascensos (en carga  $q \neq 0$ ), de manera análoga a lo que una matriz particionada representa.

$$D_{q+1,l} | [K = k] = \left[ \begin{array}{c} [D_{q=0,l}^D | K = k] \\ \hline [D_{q,l}^A | K = k] \end{array} \right]$$

En cuanto a la validación de los resultados obtenidos y conforme a las expectativas, los resultados del cómputo exhaustivo de las MDC verifican las Condiciones de Consistencia anteriormente enunciadas; los resultados se muestran en la Tabla 6.5 a continuación.

**METODO ENUMERATIVO**

**Verificación a través del número esperado de paradas (trayectos) para K=k pasajeros**

---

	k=							
	1	2	3	4	5	6	7	8
E[S K=k]	1,000	1,900	2,710	3,439	4,095	4,686	5,217	5,695
$\Sigma \Sigma D_{q,l}^A$	1,000	1,900	2,710	3,439	4,095	4,686	5,217	5,695
$\Sigma \Sigma D_{q,l}^D$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabla 6.5 Consistencia de los valores globales de las matrices de descomposición

## 6.2.8 Enfoque Monte-Carlo

Los Métodos Monte Carlo (MMC) son formalmente reconocidos como una herramienta de simulación estocástica que, como su nombre sugiere, hacen intervenir el azar como elemento preponderante en las operaciones de resolución. Históricamente, la primera evidencia del estudio de dichos métodos se remonta al siglo XVIII y en particular a los trabajos de Georges Louis Leclerc, Conde de Buffon. Sin embargo, es con el advenimiento de los primeros ordenadores en el siglo XX cuando dichos métodos se generalizan y explotan para aplicaciones prácticas específicas; siendo la más notable el Proyecto Manhattan dirigido por Robert Oppenheimer en los Laboratorios Nacionales de Los Álamos (EEUU) y cuyo principal objetivo consistió en la construcción de la primera bomba nuclear<sup>14</sup>. Los MMC fueron empleados específicamente en este proyecto para estimar el comportamiento de difusión neutrónica que permitiría la reacción en cadena necesaria para la fisión nuclear súbita. Dada la excepcional urgencia marcada por el contexto de la época, es razonable entender que se haya recurrido a los MMC, en tanto que “herramienta de último recurso” [25], para salvar las lagunas teóricas y empíricas subsistentes en la Física de aquellos tiempos.

---

<sup>14</sup> En cuanto al apelativo Monte Carlo, éste deriva de la necesidad de un “nombre código” para dichas investigaciones, por lo que Nicholas Metrópolis, inspirado por los Casinos de Monte Carlo acuña la denominación por la que serían posteriormente conocidos dichos métodos.

Hoy por hoy, aun habiendo probado su eficacia, los MMC siguen siendo considerados en el ámbito de las ciencias puras como herramientas alternativas, prefiriéndose las soluciones de analíticas, ya que desde el punto de vista epistemológico los MMC proveen soluciones a casos específicos careciendo, en la mayoría de las ocasiones, de la generalidad y robustez de sus análogos teóricos, así como de un sentido profundo en la comprensión del fenómeno. Aun con todo lo anterior, es indudable el valor de los MMC, ya que como reconoce Rubinstein<sup>15</sup> existen casos en que:

- La obtención de informaciones es imposible o extremadamente costosa.
- La complejidad del sistema imposibilita la construcción de un modelo analítico basado en ecuaciones matemáticas.
- Aun siendo posible la construcción de un modelo matemático, la solución del problema se revela imposible en virtud de la inexistencia de técnicas analíticas específicas de resolución.

En lo que concierne al problema específico del estudio de los ascensores y en gran medida debido a las hipótesis numéricas adoptadas, la obtención de las MDCs ha sido posible por métodos enumerativos. Sin embargo, es posible asumir que en caso de una mayor complejidad, sea necesario recurrir a los MMC para la determinación de dichas matrices. En este sentido, el conocimiento de las soluciones “exactas” obtenidas con anterioridad ha posibilitado determinar la exactitud con que el MMC estima estas matrices en particular, identificándose algunos aspectos que subsanar en posteriores investigaciones, lo que se discute oportunamente al final de este capítulo.

## Generación Frontal Aleatoria

La Implementación Frontal del MMC ha recibido este apelativo dado que a cada iteración del algoritmo se generan  $k$  números aleatorios, correspondientes a cada uno de los destinos individuales que componen al vector de destinos  $\vec{X}:(X_k; X_{k-1}; \dots; X_2; X_1)$ . Esta metodología será sucesivamente referida como **generación frontal** (GF), denominación que cobrará sentido por oposición al método de regeneración emprendido en incisos posteriores. Así, con la finalidad de obtener las distribuciones, se ha recurrido a dos métodos distintos; el primero basado nuevamente en una rutina en lenguaje JAVA (Anexo 6.5) y el segundo a través de una hoja de cálculo de Excel. En lo que se refiere a la extensión de la muestra para esta primera tentativa, se ha fijado en un millón de casos, lo que representa un 1% del espacio muestral total del vector de destinos  $\vec{X}$ . Esta dimensión obedece en principio a la limitación en número de celdas activas inherentes a la hoja de cálculo. En cuanto al procedimiento de computo, éste constituye una variante del anteriormente descrito (Figura 6.16), con la particularidad de que en este caso y como fue anteriormente señalado, el vector de destinos resulta de una generación aleatoria, al tiempo que el número de iteraciones estará determinado por el usuario, *i.e.*  $SS=10^6$  muestras, por lo que finalmente, para el cálculo de las

---

15 Naylor, T.J., J.L. Baliofy, D.S. Burdick, K. Chu; Computer Simulation Techniques, Wiley, New York, 1966. Citado por Rubinstein (1981) p. 8

MDCs se debe ajustar en función de la extensión muestral, como a continuación se describe:

$$D_{q,l}^A | [K = k] = \frac{1}{SS} \sum \Delta_{q,l}^{SS} | [K = k] \quad (6.72)$$

$SS$ : Tamaño de la muestra

## Incertidumbre

Como con anterioridad se expuso, los MMC ofrecen la posibilidad de inferir la probabilidad condicional con que acontecen los diferentes trayectos individuales a través de un número limitado de iteraciones, lo cual implica asumir un grado de incertidumbre el cual deriva específicamente de la información parcial a partir de la cual se construyen dichas inferencias. La verosimilitud de los estimados obtenidos estará determinada por la extensión muestral, así como por la probabilidad con que un particular evento acontece, de la que en términos generales se requiere un estimado o una conjetura para determinar la extensión de la muestra requerida. En este sentido, la valuación de las MDCs supone estimar simultáneamente las probabilidades de 73 eventos con propensiones en un amplio rango que cubre desde  $10^{-1}$  hasta  $10^{-8}$ , de donde en consecuencia es de esperar que aquellos eventos cuya ocurrencia es marginal entrañen mayor incertidumbre, exhibiendo valores anómalos. A manera de ejemplo suponiendo  $X_1 = X_2 = \dots = X_8 = 10$ , evento que acontece con propensión  $P[X_1 = X_2 = \dots = X_8 = 10] = 10^{-8}$ , la probabilidad de “no detectar” dicho evento está regida por la distribución Binomial, tal y como a continuación se describe:

$$B(SS, p) = \binom{SS}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{SS-k} \quad (6.73)$$

$m$ : extensión muestral  $1 \cdot 10^6$

$k$ : eventos detectados 0

$p$ : probabilidad del evento  $10^{-8}$

$$B(1 \cdot 10^6, 10^{-8}) = \binom{1 \cdot 10^6}{0} \cdot (10^{-8})^0 \cdot (1 - 10^{-8})^{1 \cdot 10^6 - 0} = (1 - 10^{-8})^{1 \cdot 10^6} \approx 0,99$$

Por lo que se concluye que a través de una muestra de un millón de observaciones la probabilidad de detectar dicho evento es extremadamente remota. Si por el contrario, se deseara fijar la extensión de la muestra a partir de los eventos a detectar, en particular el anteriormente supuesto y asumiendo un 95% de confianza, esto requeriría una muestra de aproximadamente  $3 \cdot 10^8$  observaciones, lo que representa tres veces la magnitud del espacio muestral, es decir todas las posibles realizaciones del vector de destinos. Si bien esto último puede parecer paradójico, lo anterior resulta en particular del mecanismo aleatorio de muestreo, el cual entraña la posibilidad de que una particular combinación sea reiteradamente omitida, por oposición a un mapeo progresivo que requiere  $1 \cdot 10^8$  iteraciones.

En términos generales la inferencia de las características de una variable aleatoria tiene lugar a partir de los valores muestrales recabados, lo que resulta en un estimado asociado a un intervalo de valores, reflejo de la incertidumbre asociada con el poder de una muestra de traducir las características específicas de la población total. En el caso

específico del problema objeto de esta Tesis y en vista de la validación de las probabilidades estimadas a partir del MMC, la metodología propuesta procede a la inversa; donde a partir de los “valores verdaderos”, provistos por la implementación de la metodología enumerativa, se determinará el error esperado que induce el procedimiento de muestreo aleatorio y la limitada extensión de la muestra.

En consecuencia, a partir de la distribución Binomial acumulada se determinó, para cada una de las probabilidades computadas, el error esperado que resulta de la extensión muestral y asumiendo un nivel de confianza del 90%, lo que resulta en un umbral inferior y superior, denotados respectivamente por  $LB$  y  $UB$  en la Figura 6.17.

$$\pi(p) = \binom{SS}{p \cdot SS} \cdot (d_{q,l}^{TV})^{p \cdot SS} \cdot (1 - d_{q,l}^{TV})^{SS(1-p)} \quad (6.74)$$

$$P[\pi(p) < d_{q,l}^{LB}] \approx 0,05$$

$$P[\pi(p) < d_{q,l}^{UB}] \approx 0,95$$

$d_{q,l}^{TV}$ : Valor verdadero de la probabilidad correspondiente a  $d_{q,l}^{TV} = P[Q = q; L = l | K = k]$  calculada a partir del Método Enumerativo recogido en la MDC.

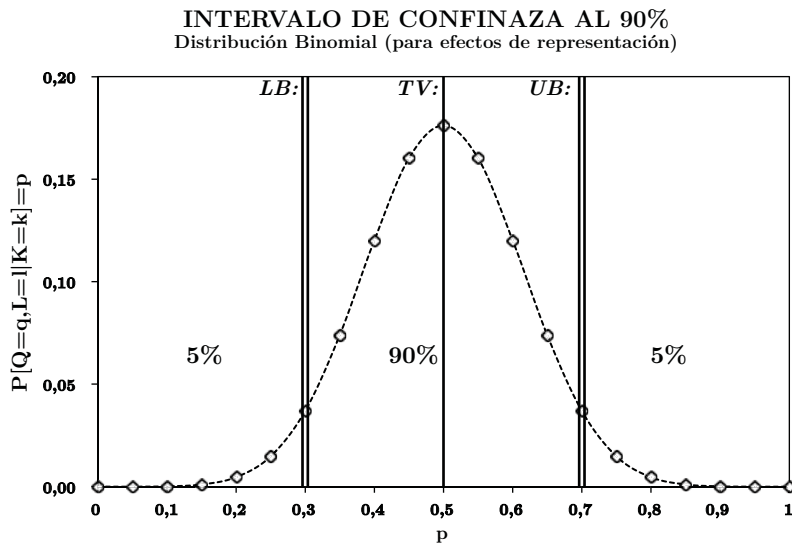


Figura 6.17 Intervalo de Confianza al 90% obtenido a partir de la distribución Binomial en torno al “verdadero valor” ( $TV$ )

De donde el error porcentual con respecto del “valor verdadero” se obtiene a partir de:

$$LB_{q,l} = \frac{d_{q,l}^{LB} - d_{q,l}^{TV}}{d_{q,l}^{TV}} \quad (6.75)$$

$$UB_{q,l} = \frac{d_{q,l}^{UB} - d_{q,l}^{TV}}{d_{q,l}^{TV}}$$

Los resultados del cálculo del error esperado porcentual, suponiendo que ocho pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso ( $K = 8$ ), se muestran en la Tabla 6.6 a continuación.



ERROR PORCENTUAL ESPERADO PARA UNA MUESTRA DE 1E+06

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=8]$

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>0</b>		-100,00%	-100,00%	-20,70%	-6,74%	-2,86%	-1,43%	-0,80%	-0,47%	-0,28%	-0,14%
		100,00%	96,08%	20,54%	6,82%	2,89%	1,44%	0,80%	0,47%	0,28%	0,14%
<b>1</b>		-0,21%	-0,37%	-0,62%	-1,08%	-2,06%	-4,56%	-12,55%	-51,17%	-100,00%	
		0,21%	0,37%	0,62%	1,09%	2,08%	4,60%	12,60%	56,25%	475,00%	
<b>2</b>		-0,20%	-0,35%	-0,60%	-1,03%	-1,95%	-4,12%	-10,61%	-35,06%	-100,00%	
		0,20%	0,35%	0,60%	1,04%	1,95%	4,11%	10,59%	40,69%	257,14%	
<b>3</b>		-0,20%	-0,35%	-0,60%	-1,04%	-1,94%	-4,09%	-10,12%	-34,21%	-100,00%	
		0,20%	0,35%	0,60%	1,03%	1,95%	4,08%	10,66%	36,28%	257,14%	
<b>4</b>		-0,20%	-0,35%	-0,60%	-1,03%	-1,93%	-4,10%	-10,26%	-33,33%	-100,00%	
		0,20%	0,35%	0,60%	1,04%	1,94%	4,10%	10,66%	38,10%	185,71%	
<b>5</b>		-0,20%	-0,35%	-0,60%	-1,04%	-1,94%	-4,09%	-10,12%	-34,21%	-100,00%	
		0,20%	0,35%	0,60%	1,03%	1,95%	4,08%	10,66%	36,28%	257,14%	
<b>6</b>		-0,20%	-0,35%	-0,60%	-1,03%	-1,95%	-4,12%	-10,61%	-35,06%	-100,00%	
		0,20%	0,35%	0,60%	1,04%	1,95%	4,11%	10,59%	40,69%	257,14%	
<b>7</b>		-0,21%	-0,37%	-0,62%	-1,08%	-2,06%	-4,56%	-12,55%	-51,17%	-100,00%	
		0,21%	0,37%	0,62%	1,09%	2,08%	4,60%	12,60%	56,25%	475,00%	
<b>8</b>		-0,14%	-0,28%	-0,47%	-0,80%	-1,43%	-2,86%	-6,74%	-20,70%	-100,00%	-100,00%
		0,14%	0,28%	0,47%	0,80%	1,44%	2,89%	6,82%	20,54%	96,08%	100,00%

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión muestral: 1 millón de casos

Tabla 6.6 Error porcentual esperado en la estimación de la Matriz de Descomposición dada la extensión muestral igual a un millón de observaciones

Finalmente para cada una de las diferentes técnicas empleadas, Excel y JAVA, se calculará el error porcentual, según se describe a continuación:

$\varepsilon_{q,l}$ : Error porcentual a toda combinación  $(q,l)$  (6.76)

$$\varepsilon_{q,l} = \frac{d_{q,l}^{excel} - d_{q,l}^{TV}}{d_{q,l}^{TV}} \quad o \quad \varepsilon_{q,l} = \frac{d_{q,l}^{GF-JAVA} - d_{q,l}^{TV}}{d_{q,l}^{TV}}$$

De donde posteriormente se compararán dichos resultados con respecto de los valores umbrales, por lo que acorde con las expectativas se deberá verificar la siguiente condición.

$$d_{q,l}^{LB} \leq \varepsilon_{q,l} \leq d_{q,l}^{UB} \tag{6.77}$$

### Implementación en Excel

En cuanto a los resultados de la estimación de las MDCs implementado en Excel (Anexo 6.6), los valores del error calculado (Tabla 6.7 a continuación) ponen de manifiesto la limitación que el mecanismo de muestreo aleatorio presenta en lo que concierne a los eventos marginales, los cuales en muchos casos son “no detectados” (-100%). En cuanto al número de valores fuera de rango, denotados en negritas en la Tabla 6.7, éste es consistente con el valor esperado de la distribución Binomial, ya que considerando cada uno de los 73 estimados como un experimento Bernoulli que acontece con una propensión determinada por la probabilidad complementaria al nivel de confianza  $(1-0,9=0,1)$ , en consecuencia el número esperado de valores que exceden los valores umbrales será aproximadamente igual a 7 eventos.

$$E[B(73;0,1)] = 7,3$$

ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l \mid K=8]$

Porcentaje de error determinado con respecto al verdadero valor obtenido por métodos enumerativos.

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-100,00%	17,65%	-4,84%	-0,81%	-0,37%	-0,28%	0,51%	0,10%	-0,18%	0,04%
	1	-0,03%	0,14%	0,14%	0,10%	-0,06%	-4,56%	6,88%	<b>95,31%</b>	-100,00%	-
	2	0,11%	-0,09%	-0,48%	0,37%	<b>-1,97%</b>	-3,80%	-5,21%	-2,60%	-100,00%	-
	3	0,11%	-0,02%	-0,22%	-0,49%	-0,99%	-0,44%	3,87%	-24,81%	-100,00%	-
	4	-0,12%	0,24%	-0,13%	0,72%	1,43%	1,24%	<b>13,48%</b>	0,00%	-100,00%	-
	5	-0,06%	0,17%	-0,35%	0,38%	-0,41%	0,93%	-2,92%	-10,71%	-100,00%	-
	6	-0,17%	0,02%	<b>0,94%</b>	-0,49%	-0,51%	1,73%	-5,21%	-18,83%	<b>257,14%</b>	-
	7	-0,08%	<b>0,67%</b>	-0,23%	-1,04%	1,81%	3,00%	5,74%	26,95%	-100,00%	-
	8	0,04%	-0,18%	0,10%	0,51%	-0,28%	-0,37%	-0,81%	-4,84%	17,65%	-100,00%

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión muestral: 1 millón de casos

Tabla 6.7 Error porcentual con respecto del verdadero valor para el MMC por Excel

Finalmente y pese a las limitaciones constatadas, se puede considerar que la implementación del MMC de estimación llevado a cabo por medio de un libro de cálculo de Excel se ajusta a las expectativas, particularmente considerando una extensión muestral igual a un millón de casos, lo que representa un 1% del espacio muestral.

## Implementación en JAVA

Los resultados de la estimación por GF-JAVA se recogen en el Anexo 6.7; contrariamente a las expectativas, se puede constatar en la Tabla 6.8 las importantes discrepancias del error calculado con respecto del esperado, discrepancias que afectan a la mayoría de los estimados y donde se observa una reiterada sobre-estimación de los trayectos a menor longitud en detrimento de los trayectos a mayor longitud. En este sentido, se constata que los trayectos con longitud superior o igual a cinco niveles exhiben valores cercanos al umbral de “no detección” (-100%).

ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l \mid K=8]$

Porcentaje de error determinado con respecto al verdadero valor obtenido por métodos enumerativos.

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-100,00%	-100,00%	<b>-100,00%</b>	<b>-99,83%</b>	<b>-99,75%</b>	<b>-95,66%</b>	<b>-67,40%</b>	<b>-19,50%</b>	<b>0,89%</b>	<b>11,05%</b>
	1	<b>36,24%</b>	<b>0,61%</b>	<b>-27,56%</b>	<b>-66,39%</b>	<b>-98,16%</b>	<b>-99,85%</b>	<b>-100,00%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-
	2	<b>22,42%</b>	<b>12,09%</b>	<b>-6,51%</b>	<b>-75,74%</b>	<b>-94,73%</b>	<b>-99,50%</b>	<b>-100,00%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-
	3	<b>8,97%</b>	<b>22,76%</b>	<b>30,38%</b>	<b>-40,32%</b>	<b>-96,23%</b>	<b>-100,00%</b>	<b>-99,60%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-
	4	<b>22,39%</b>	<b>27,70%</b>	<b>49,66%</b>	<b>-33,89%</b>	<b>-84,01%</b>	<b>-99,13%</b>	<b>-100,00%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-
	5	<b>12,13%</b>	<b>18,08%</b>	<b>26,46%</b>	<b>-26,82%</b>	<b>-95,70%</b>	<b>-99,57%</b>	<b>-99,60%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-
	6	<b>20,69%</b>	<b>14,20%</b>	<b>-5,33%</b>	<b>-77,30%</b>	<b>-94,95%</b>	<b>-99,50%</b>	<b>-100,00%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-
	7	<b>14,26%</b>	<b>13,91%</b>	<b>-10,24%</b>	<b>-59,06%</b>	<b>-98,14%</b>	<b>-100,00%</b>	<b>-100,00%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-
	8	<b>11,05%</b>	<b>0,89%</b>	<b>-19,50%</b>	<b>-67,40%</b>	<b>-95,66%</b>	<b>-99,75%</b>	<b>-99,83%</b>	<b>-100,00%</b>	-100,00%	-100,00%

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión muestral: 1 millón de casos

Tabla 6.8 Desviación con respecto del verdadero valor en porcentaje para el MMC por Generación Frontal en JAVA

El deficiente desempeño del algoritmo GF-JAVA se revela aun más enigmático si se considera la importante discrepancia de sus resultados con respecto del algoritmo basado en Excel. En este sentido, se ha encontrado evidencia que apunta al generador de números aleatorios de Java como el potencial origen del problema. A este respecto es conocida la existencia de pruebas, como la Kolmogorov-Smirnov, que estiman la “bondad” de una sucesión de valores aleatorios. No obstante y con la finalidad de evidenciar el pobre desempeño aleatorio del Generador de Congruencia Lineal inherente a Java, se propone a continuación una prueba, que a consideración del autor, pudiera ser más abordable e intuitiva. El fundamento teórico de este experimento se basa en el Teorema de Marsaglia [26], el cual afirma que los Generadores de Congruencia Lineal engendran números aleatorios que, interpretados en un espacio multidimensional, se distribuyen en torno a un determinado número de hiperplanos. La principal y más concreta consecuencia del Teorema de Marsaglia concierne a la distribución de los valores aleatorios en un determinado espacio. Es así que suponiendo una tríada de números aleatorios tales que:

$$X \in \mathbb{N}$$

$$X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$(X_1, X_2, X_3)$$

Entonces cada uno de los  $10^3$  posibles resultados que componen al espacio tridimensional en  $\mathbb{N}^3$  deberá acontecer con sensiblemente la misma frecuencia, en función de la extensión de la muestra y en virtud de la aleatoriedad del vector  $(X_1, X_2, X_3)$ . Así, se generaron primeramente en Excel 1 millón de tríadas y se computó la frecuencia con que cada una de éstas acontece, lo que resultó en el histograma de la Figura 6.18 a continuación.

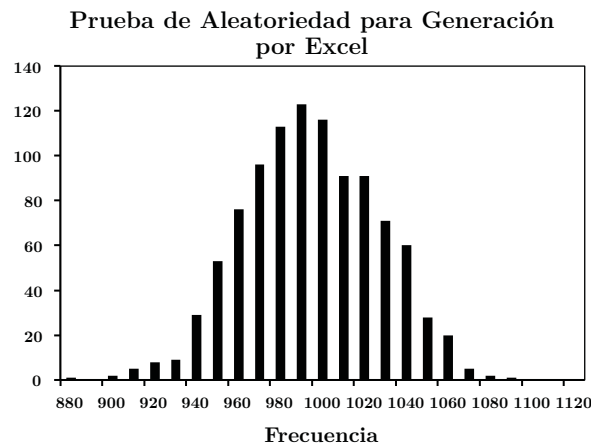


Figura 6.18 Resultado del Análisis de Aleatoriedad del Generador Pseudo-Aleatorio de Excel

En el histograma correspondiente a la generación aleatoria en Excel se advierte en primer lugar que la distribución de los datos es de tendencia central en torno al valor esperado de 1000 realizaciones<sup>16</sup>, aunque con una ligera asimetría hacia los valores inferiores, la cual no se traduce en un sesgo importante del valor esperado. Por otro

<sup>16</sup> Habiéndose compuesto un millón de tríadas, las que en teoría deberían distribuirse uniformemente en 1000 posibles resultados, del cociente se obtiene que la frecuencia esperada es de 1000.

lado, la desviación estándar calculada es igual a 32, lo que es consistente con el valor correspondiente a la distribución Binomial suponiendo la respectiva probabilidad del evento y extensión muestral.

A continuación repitiendo el mismo ejercicio por medio de una rutina en JAVA y obteniendo el correspondiente histograma, Figura 6.19, se puede concluir el muy deficiente desempeño del generador de números aleatorios implementado por JAVA, lo que es evidente en la dispersión del espectro de frecuencias. En este sentido, advirtiendo la escala logarítmica empleada en ordenadas, se tiene que la moda de los datos es igual a cero, con aproximadamente la mitad de las realizaciones que acontecen con frecuencia igual a cero. Adicionalmente existen “clusters” de datos con frecuencias muy superiores al valor esperado que acontecen más de 7000 veces.

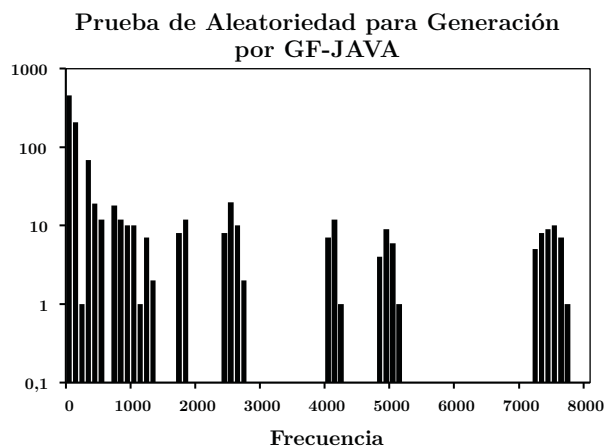
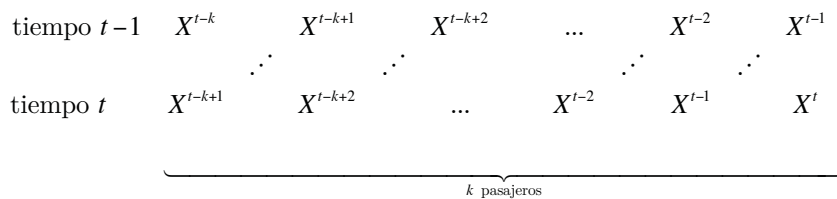


Figura 6.19 Resultado del Análisis de Aleatoriedad del Generador Pseudo-Aleatorio de JAVA

En conclusión, los resultados obtenidos para la generación aleatoria en JAVA muestran las limitaciones consistentes con lo afirmado en el Teorema de Marsaglia, cuyo origen yace en la mecánica del Generador de Congruencia Lineal (GCL) y en particular a la propensión a “ciclar” cuando el número de iteraciones es relativamente elevado. A este respecto se ensayaron infructuosamente otras librerías de JAVA, las cuales ofrecen la posibilidad de modificar la “semilla” a partir de la cual se generan los datos con similares resultados, lo que en última instancia sugiere como raíz del problema a la cantidad números aleatorios necesarios para la implementación de este enfoque.

## Segunda Implementación, Regeneración Serial

Considerando las conclusiones parciales alcanzadas con anterioridad y con la finalidad de reducir la periodicidad de la generación aleatoria, se ideó un mecanismo que consiste en regenerar a partir de la realización aleatoria anterior una nueva que comprende un único valor aleatorio adicional, según se describe gráficamente a continuación.



El objetivo de esta modificación es doble ya que por un lado se reduce el número total de valores aleatorios a generar, al tiempo que un determinado valor de  $X$  recorre las  $k$  dimensiones del vector de destinos en virtud del desplazamiento serial de los valores. Las implicaciones que la correlación serial entre los vectores de destinos generados tienen sobre los resultados quedan por determinar en futuras investigaciones; sin embargo el histograma de valores, Figura 6.20, exhibe una clara mejoría, aunque no por ello es equiparable al obtenido precedentemente por medio de Excel. En este sentido, el enfoque de regeneración serial consigue datos en un único cluster distribuido asimétricamente en torno al valor esperado de 1000 realizaciones.

**Prueba de Aleatoriedad para RS-JAVA**

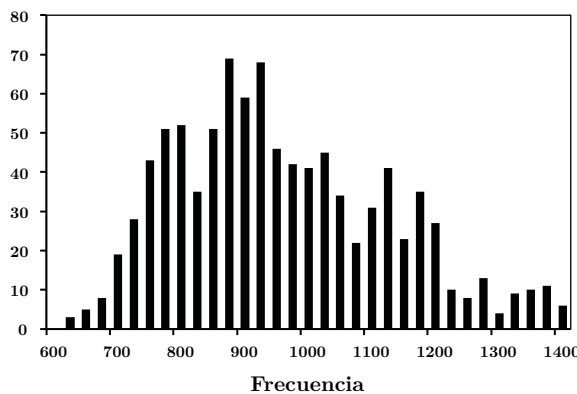


Figura 6.20 Resultado del Análisis de Aleatoriedad del Regenerador Serial de JAVA

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l \mid K=8]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=8^*$

	$l=$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-100,00%	-60,78%	-23,87%	-27,94%	-23,31%	-22,27%	-6,14%	-0,71%	0,49%	1,02%
1	1,99%	1,76%	-4,33%	-6,79%	-25,30%	-26,99%	-0,55%	-51,17%	-100,00%	-
2	1,81%	1,76%	-1,40%	0,00%	-24,34%	-19,64%	-26,83%	-45,89%	257,14%	-
3	1,39%	2,75%	4,01%	3,69%	-19,97%	-20,99%	-42,07%	22,18%	78,57%	-
q= 4	1,31%	3,22%	6,77%	8,55%	-16,56%	-24,97%	-33,60%	-38,10%	42,86%	-
5	1,55%	2,56%	4,27%	5,26%	-17,72%	-26,13%	-38,88%	-43,61%	78,57%	-
6	2,36%	1,39%	-0,60%	2,70%	-22,91%	-26,74%	-30,98%	-40,48%	-100,00%	-
7	2,44%	1,21%	-4,24%	-8,30%	-18,98%	-23,40%	-29,70%	-80,47%	-100,00%	-
8	1,02%	0,49%	-0,71%	-6,14%	-22,27%	-23,31%	-27,94%	-23,87%	-60,78%	-100,00%

\*  $K$  (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión muestral: 1 millón de casos

Tabla 6.9 Desviación con respecto del verdadero valor en porcentaje para el MMC por Regeneración Serial (1 millón de casos)

En consecuencia, siguiendo la metodología anteriormente descrita se estimaron las MDCs a partir de la Regeneración Serial Aleatoria en JAVA (Anexo 6.8), así como el error resultante Tabla 6.9, denotando los valores fuera de rango en negritas. Así, pese a la mejora en la calidad de la generación aleatoria y una reducción significativa en el error, la mayoría de los valores correspondientes a éste siguen rebasando los valores umbrales consistentes con un nivel de confianza del 90%.

En última instancia y con la finalidad de agotar todos los recursos se decidió incrementar la extensión muestral hasta los 100 millones de iteraciones, lo que resultó en una reducción consecuente del error Tabla 6.10; reducción que en todo caso y de forma persistente, no se satisface los valores umbrales para una extensión muestral de 1 millón de casos y por ende menos restrictivos.

**METODO MONTE CARLO**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : dq,l=P[Q=q, L=l | K=8]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a  $K=8^*$

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-100,00%	11,76%	<b>49,02%</b>	<b>24,53%</b>	<b>7,89%</b>	<b>-3,59%</b>	<b>1,68%</b>	-0,14%	<b>-1,19%</b>	<b>0,46%</b>
	1	<b>2,19%</b>	<b>-1,47%</b>	<b>-3,44%</b>	-0,83%	<b>-6,85%</b>	<b>4,62%</b>	<b>31,39%</b>	<b>59,28%</b>	-87,50%	-
	2	<b>2,49%</b>	<b>-2,57%</b>	<b>-2,56%</b>	<b>3,35%</b>	<b>-10,44%</b>	1,39%	<b>19,58%</b>	<b>57,25%</b>	3,57%	-
	3	<b>1,92%</b>	<b>-1,99%</b>	<b>0,69%</b>	<b>5,54%</b>	<b>-9,19%</b>	1,48%	<b>14,03%</b>	<b>47,04%</b>	69,64%	-
	4	<b>1,76%</b>	<b>-1,56%</b>	<b>2,10%</b>	<b>6,92%</b>	<b>-7,26%</b>	1,63%	<b>11,93%</b>	<b>39,62%</b>	117,14%	-
	5	<b>1,94%</b>	<b>-1,94%</b>	<b>0,63%</b>	<b>5,44%</b>	<b>-8,78%</b>	0,96%	<b>14,15%</b>	<b>47,13%</b>	64,29%	-
	6	<b>2,51%</b>	<b>-2,51%</b>	<b>-2,35%</b>	<b>3,54%</b>	<b>-9,77%</b>	1,04%	<b>21,10%</b>	<b>62,93%</b>	-7,14%	-
	7	<b>2,24%</b>	<b>-1,43%</b>	<b>-3,14%</b>	-0,35%	<b>-6,13%</b>	<b>5,41%</b>	<b>32,93%</b>	52,93%	-37,50%	-
	8	<b>0,46%</b>	<b>-1,19%</b>	-0,14%	<b>1,68%</b>	<b>-3,59%</b>	<b>7,89%</b>	<b>24,53%</b>	<b>49,02%</b>	11,76%	-100,00%

---

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 100 millones de casos

Tabla 6.10 Desviación con respecto del verdadero valor en porcentaje para el MMC por Regeneración Serial (extensión muestral de 100 millones)

Finalmente, hay que subrayar que el interés y esfuerzo destinado a la mejora del algoritmo de JAVA radica en el potencial desarrollo futuro de una herramienta informática de análisis de tráfico y consumo energético de los ascensores. Por lo que esto último requeriría poder estimar las MDCs para casos singulares de mayor complejidad combinatoria y para los cuales una determinación por métodos de “Fuerza Bruta” sería extremadamente onerosa en tiempo y recursos informáticos. En cuanto a los resultados y pese a los desalentadores resultados obtenidos, las labores de investigación han identificado las limitaciones y desafíos que pueden ser de utilidad en sucesivas investigaciones.

## Recapitulación

El objetivo de este apartado ha comprendido la determinación de las Matrices de Descomposición Condicionales (MDCs), considerando la configuración del grupo de transporte determinada en el apartado precedente, específicamente la capacidad de cabina igual a 8 pasajeros. En primer lugar se presentaron los argumentos formales,

particularmente el Teorema de la Probabilidad Total (TPT), que fundamenta la fragmentación del problema en una serie de adiciones sucesivas basadas en una partición exhaustiva consistente con el mecanismo de conteo por el cual se mapea el espacio muestral. En segundo lugar se ha definido el Algoritmo de Descomposición por el cual se determinan la carga y longitud de los trayectos individuales a partir del vector de destinos correspondiente a cada una de las realizaciones y el cual en virtud de la fragmentación resultante del TPT se tradujo en un bucle de cálculo programable. Una vez expuestos los desarrollos teóricos se ha llevado a cabo su implementación para lo cual se han seguido dos enfoques cualitativamente distintos; el primero basado en un Método de “Fuerza Bruta” o Enumerativo, el segundo basado en los Métodos Monte-Carlo de muestreo aleatorio e inferencia.

Para la implementación del Método Enumerativo, se ha desarrollado una rutina de cálculo en lenguaje JAVA, por medio de la cual se han computado las MDCs y las cuales, conforme a las expectativas, han verificado las Condiciones de Consistencias necesarias para su validación. Adicionalmente y como resultado de la implementación se ha constatado que el tiempo de cómputo requerido para el cálculo de la matriz más extensa, *i.e.*  $K=8$ , es de aproximadamente 10 minutos en un ordenador convencional, lo que demuestra que la aplicación límite de servicio emprendida en este documento está fuera de la frontera de “explosión combinatoria” que, de otra manera, hubiese imposibilitado su implementación en términos de los equipos de cómputo disponibles.

En cuanto al enfoque basado en los Métodos Monte-Carlo (MMC) ésta metodología proporciona una alternativa a los métodos de “fuerza bruta” para los casos en que la dimensión combinatoria del problema rebasa las capacidades de cálculo disponibles. Sin embargo y de forma inherente a todo método de muestreo aleatorio e inferencia, los estimados obtenidos para las MDCs estarán invariablemente asociados a un determinado nivel de incertidumbre, lo que constituye una diferencia cualitativa fundamental con respecto del “verdadero valor” provisto por el Método Enumerativo. En este sentido, la implementación llevada a cabo ha permitido constatar la muy significativa incertidumbre que pesa sobre los estimados correspondientes a los trayectos individuales de mayor longitud y que son persistentemente “no detectados”. Las razones fundamentales por las que esto tiene lugar residen en la baja ocurrencia con que dichos trayectos acontecen, ya que para obtener una probabilidad significativa de detección se requiere incrementar la extensión de la muestra hasta valores semejantes, o hasta tres veces, la magnitud del espacio muestral; con lo que finalmente se revoca el interés que motiva al MMC. Otro aspecto constatado que incide prominentemente sobre la calidad de los estimados resultantes es la “bondad” de la generación aleatoria por la que se ejecuta el muestreo. A este respecto se ha dado prueba, mediante el uso del Teorema de Marsaglia, del deficiente desempeño del Generador de Congruencia Lineal de JAVA, lo que resulta en una sobreestimación persistente de los trayectos de menor longitud en detrimento de aquellos de mayor. En todo caso, y a manera de comparación, se ha mostrado que la implementación de la metodología Monte-Carlo en Excel consigue resultados consistentes con el error esperado asociado a la extensión muestral asumida.

## Conclusión

Consistentemente con lo anunciado en introducción y atendiendo al doble objetivo de este capítulo, a lo largo del presente se han determinado en primer término las características del grupo de ascensores que satisfacen la demanda de transporte de la Aplicación Límite de Servicio (ALS) asumida. Tomando como base el criterio de diseño “Handling Capacity Method”, el cual pese a ser un procedimiento determinístico constituye un “benchmark” de la industria, se ha llevado a cabo un replanteamiento progresivo en términos estocásticos, lo cual ha posibilitado el dimensionamiento del sistema basado en la propensión al desbordamiento y congestión. Lo anterior ha resultado posible gracias a la inclusión de un proceso de arribo Poisson, el cual en virtud de la Propiedad de Divisibilidad, permite inferir la demanda individual enfrentada por cada ascensor y donde la codependencia entre el Tiempo de Viaje Redondo (RTT) y demanda individual ha sido resuelta por medio de un algoritmo que determina por iteraciones el valor estacionario del RTT. Adicionalmente, y contrariamente a las investigaciones que suponen ya sea un valor específico o una distribución de RTT, se ha inferido la densidad de probabilidad del RTT a partir del proceso de demanda, lo que ha posibilitado advertir que, bajo las hipótesis específicas de la ALS, la distribución resultante es notablemente asimétrica, con una mayor propensión a favor de los valores de RTT superiores al valor promedio, lo que en última instancia supone un incremento en la propensión al desbordamiento. En consecuencia, considerando la verosimilitud de un escenario de sucesivos periodos con RTTs superiores a la media, se ha evaluado la resiliencia del sistema propuesto suponiendo dicho escenario. Como resultado de lo anterior se ha confirmado definitivamente la capacidad y robustez del sistema frente a dichas circunstancias. Finalmente, basados en todos los desarrollos anteriormente mencionados, se ha determinado la curva de “trade-off” entre la Capacidad de Transporte y la probabilidad de desbordamiento, concluyéndose que un sistema integrado por tres ascensores de 8 pasajeros de capacidad y 1 m/s de velocidad es un compromiso viable en términos de dichas variables.

En segundo lugar, en lo que se refiere a las Matrices de Descomposición Condicional (MDC) y más allá de las condiciones formales, oportunamente demostradas, que dan sustento a la fragmentación del problema en una serie de operaciones recursivas y programables; en el presente capítulo se implementaron dos enfoques cualitativamente distintos para determinar los valores numéricos de éstas. Por un lado, el enfoque Enumerativo (“Fuerza Bruta”) ha resultado en un total de  $10^8$  iteraciones para la MDC más extensa, con un tiempo de cómputo de poco menos de 10 minutos en un equipo convencional, resultado que permitirá a sucesivas investigaciones estimar los requerimientos en tiempo que entraña la implementación de este enfoque. Como resultado se ha demostrado que el sistema propuesto, para la ALS, está fuera de la frontera de “explosión combinatoria” que de otra manera hubiese imposibilitado su implementación. En cuanto a los valores numéricos comprendido en las MDCs y



conforme a las expectativas, los resultados obtenidos representan efectivamente el “valor verdadero” de la probabilidad con que un determinado trayecto individual acontece como resultado de suponer que un determinado número de pasajeros abordan la cabina en origen.

Por otro lado, en lo referente a la estimación por Métodos Monte-Carlo y subrayando nuevamente la diferencia cualitativa en términos de la incertidumbre inherente al proceso de muestreo, la implementación llevada a cabo ha puesto de manifiesto algunos desafíos y limitaciones que futuras investigaciones podrán abordar. En particular dada la variabilidad de las probabilidades a estimar, las cuales cubren un rango desde  $10^{-1}$  hasta  $10^{-8}$ , esto resulta en una elevada incertidumbre para los eventos que acontecen con menor probabilidad, en particular los trayectos individuales de mayor longitud. En este sentido se ha demostrado que para garantizar estimados con un grado de confiabilidad superior o igual al 90%, la muestra debería incrementarse hasta tres veces la magnitud de la población, neutralizando el interés y propósito del MMC.

En cuanto a las MDCs resultantes de la implementación en Excel, se ha demostrado que los estimados obtenidos son notablemente consistentes con las expectativas en términos del error calculado versus esperado. Los resultados derivados de la implementación en Excel contrastan notablemente con aquellos obtenidos a través de la programación en JAVA, lo que ha evidenciado la importancia que la “bondad” de la generación aleatoria tiene sobre la calidad de los estimados resultantes. A este respecto se ha aportado evidencia concluyente que prueba el pobre desempeño del Generador de Congruencia Lineal de JAVA. Finalmente, resultaría de gran interés que futuras investigaciones evaluaran el impacto que la incertidumbre en los estimados de las MDCs tienen en el pronóstico del consumo energético de los ascensores, así como investigar alternativas al muestreo aleatorio por las cuales se mejore la calidad de los estimados.

## Referencias de Capítulo

- [1] Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003.
- [2] K. J. Butcher and J. Wilson, *Transportation Systems in Buildings*, The Chartered Institution of Building Services Engineers, Ed. London, UK: Page Bros, 1993.
- [3] Marja-Liisa Siikonen, "Elevator traffic simulation," *Simulation*, vol. 61, no. 4, pp. 257-267, 1993.
- [4] Richard Peters and Rory Smith, "Designing Elevator Installations Using Modern Estimates of Passenger Demand," in *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON*, Luzerne, 2010.
- [5] George Strakosch, *The Vertical Transportation Handbook*. New York: John Wiley and Sons, 1998, 3a ed.
- [6] Norman T. J. Bailey, "On Queueing Processes with Bulk Service," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 16, no. 1, pp. 80-87, 1954.
- [7] Richard Peters, "Lift Traffic Analysis: Formulae for the General Case," *Building Services Engineering Research and Technology*, vol. 2, no. 11, pp. 65-67, May 1990.
- [8] Richard Peters and Arup Group Ltd., "The Theory and Practice of General Analysis Lift Calculations," in *Elevator Technology 4: Proceedings of ELEVCON*, Amsterdam, 1992.
- [9] D.L. Pepyne and C.G. Cassandras, "Optimal dispatching control for elevator systems during uppeak traffic," in *Proceedings of the 35th IEEE.*, 1996, vol. 4, pp. 3837-3842.
- [10] D.L. Pepyne and C.G. Cassandras, "Design and implementation of an adaptive dispatching controller for elevator systems during uppeak traffic," *Control Systems Technology*, vol. 6, no. 5, pp. 635-650, September 1998.
- [11] R. Gudwin, F. Gomide, and M. Andrade Netto, "A fuzzy elevator group controller with linear context adaptation," in *Fuzzy Systems Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence*, vol. 1, 1998, pp. 481-486.
- [12] Aiyong Rong, Henri Hakonen, and Risto Lahdelma, "Estimated Time of Arrival (ETA) Based Elevator Group Control Algorithm with More Accurate Estimation," Turku Centre for Computer Science, Turku University, Turku, ISBN 952-12-1289-6, 2003.

- [13] Richard Braun and et al. (2003, August) Need a Lift? An Elevator Queueing Problem.
- [14] Tuomas Susi, Janne Sorsa, and Marjia Liisa Siikonen, "Passenger Behaviour in Elevator Simulation," in *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON*, Istanbul, 2004.
- [15] Qun Zong, Guansheng Xing, Donghang Chen, and Shuhong Ya, "The queuing theory based research of dispatching strategy for elevator group control system during up-peak," in *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*, vol. 6, Hangzhou, 2004, pp. 5307- 5311.
- [16] Qun Zong, Lijian Wei, and Yiju Cheng, "Elevator configuration based on the Markov network queuing model," in *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*, vol. 1, Hangzhou, June 2004, pp. 15-19.
- [17] Henri M. Hakonen, Aiyong Rong, and Risto Lahdelma, "Multiobjective Optimization in Elevator Group Control," in *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Jyväskylä, 2004.
- [18] Tapio Tyni and Jari Ylinen, "Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem," *European Journal of Operational Research*, no. 169, pp. 960-977, 2006.
- [19] Henri Hakonen and Marjia Liisa Siikonen, "Elevator Traffic Simulation Procedure," in *Elevator Technology 17: Proceedings of ELEVCON*, Thessaloniki, 2008.
- [20] Janne S. Sorsa, Harri Ehtamo, Marja-Liisa Siikonen, Tapio Tyni, and Jari Ylinen, "The Elevator Dispatching Problem," KONE Corporation & Helsinki University of Technology, 2009.
- [21] Yang Zhenshan and Zhang Yunli, "A simulation based verification method for elevator traffic planning," in *Computer Application and System Modeling (ICCAISM), 2010 International Conference on*, vol. 12, 2010, pp. V12-572-V12-576, 22-24.
- [22] Takashi Nagatani and Kazuhiro Tobita, "Effect of periodic inflow on elevator traffic," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 391, no. 18, pp. 4397-4405, September 2012.
- [23] Gina Carrol Barney and S. M. dos Santos, *Elevator Traffic Analysis, Design and Control*. Stockport, England: Bramhall, 1985.
- [24] Randolph Nelson, *Probability, Stochastic Processes, and Queueing Theory: The Mathematics of Computer Performance Modeling*. New York: Springer Verlag, 1995.
- [25] Reuven Y. Rubinstein, *Simulation and the Monte Carlo Method*. New-York: John Wiley & Sons, 1981.

[26] George Marsaglia, "Random numbers fall mainly in the planes," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 61, no. 1, pp. 25-28, 1968.

## Capítulo 7

# Tráfico Mixto

### Introducción

El objetivo del presente capítulo es definir las expresiones analíticas que caracterizan el consumo energético de los ascensores bajo lo que se ha denominado “Tráfico Mixto” y el cual comprende básicamente la concomitancia de los flujos ascendentes y descendentes de pasajeros, los primeros de los cuales tiene por origen común y exclusivo la planta de acceso de la edificación, mientras que los segundos tienen por destino común y exclusivo esa misma planta. Con este objetivo en particular, y consistentemente con el enfoque expuesto en capítulos anteriores, el presente capítulo se divide en cuatro grandes apartados. En el **primer apartado** se hará una breve reseña de las nociones frecuentemente aludidas en la literatura para referir a las condiciones de tráfico en que al menos dos componentes de tráfico se conjugan. Como resultado de lo anterior y en particular de la discordancia en los criterios, se enunciará a continuación la **definición de Tráfico Mixto** bajo la cual se conducirán los desarrollos sucesivos. Por su parte el **segundo apartado** tendrá por cometido determinar las **matrices de descomposición condicionales**, las cuales describen combinatoriamente la probabilidad con que un determinado trayecto individual acontece, como resultado de suponer que un determinado número de usuarios abordan y desembarcan en la planta de acceso del edificio. Para ello se explotarán los resultados del Capítulo 6, además de desarrollos adicionales que describan los trayectos en vacío que tienen lugar en la transición entre los movimientos en ascenso y descenso. A continuación, en un **tercer apartado**, se determinarán las **matrices de tráfico** que definen la probabilidad con que un determinado número de pasajeros es transportado en ascenso o descenso, así como la propensión con que los movimientos de transición en vacío acontecen; todas las anteriores en función de las condiciones de tráfico descritas

por las trayectorias temporales de los datos empíricos ajustados. Finalmente, el **cuarto apartado**, proporcionará una perspectiva integrada de la manera en que todos los desarrollos anteriormente reseñados se articulan con la finalidad de obtener las **matrices de consumo energético** de los ascensores. Como resultado de lo anterior, se obtendrán las expresiones analíticas que describen el **consumo energético diario** en función del número de ascensores en operación y el porcentaje de contrapeso, con lo que finalmente se abre la vía a la implementación desarrollada en el Capítulo que sucede al presente.

## Nomenclatura

$BP$	Población total del número de usuarios en las $N$ plantas superiores de la edificación (por encima del nivel de acceso).
$C^{DIARIO}(\mu, NA_n)$	Valor Esperado del Consumo Total Diario.
$C_{q,l}^{D-MTA} : c_{q,l}^{D-MTA}$	Matriz de Consumo Diario correspondiente con los Movimientos Ascendentes en Carga.
$C_{q,l}^{D-MTD} : c_{q,l}^{D-MTD}$	Matriz de Consumo Diario correspondiente con los Movimientos Descendentes en Carga.
$C_l^{D-TRA} : c_l^{D-TRA}$	Matriz de Consumo Diario para los movimientos de Transición Ascendentes en vacío.
$C_l^{D-TRD} : c_l^{D-TRD}$	Matriz de Consumo Diario para los movimientos de Transición Descendentes en vacío.
$D$	Distancia vertical entre origen y destino para un trayecto individual.
$D_{q,l}^{UPP}   [K = k]$	Matriz de Descomposición Condicional asociada a los trayectos ascendentes en carga bajo condiciones Up-Peak, determinada en el Capítulo 6.
$D_{q,l}^{MTA}   [K_a = k_a]$	Matriz de Descomposición Condicional asociada a los movimientos en <b>Ascenso</b> en carga bajo condiciones de Tráfico Mixto ( <b>MT</b> ).
$D_{q,l}^{MTD}   [K_d = k_d]$	Matriz de Descomposición Condicional asociada a los movimientos en <b>Descenso</b> en carga bajo condiciones de Tráfico Mixto ( <b>MT</b> ).
$D_l^{TRA}   [K_a = k_a, K_d = k_d]$	Matriz de Descomposición Condicional asociada con los movimientos de <b>TR</b> ansición <b>A</b> scendentes en vacío.
$D_l^{TRD}   [K_a = k_a, K_d = k_d]$	Matriz de Descomposición Condicional asociada con los movimientos de <b>TR</b> ansición <b>D</b> escendentes en vacío.
$D_{inter}$	Distancia promedio entre niveles consecutivos (3m).
$\{\Delta_a^*, \Delta_d^*\}_n$	Estado Estacionario de las variables de impulso para los procesos de ascenso y descenso, para el tiempo $tt$ .
$H$	Planta de destino u origen más lejana de los procesos de ascenso y descenso respectivamente.
$INT$	Intervalo de tiempo entre dos partidas sucesivas desde la planta de acceso.
$K_a$	Variable aleatoria del número de pasajeros (ascenso) que abordan la cabina en la planta cero.
$K_d$	Variable aleatoria del número de pasajeros (descenso) que desembarcan en la planta cero.
$\tilde{K}_a$	Variable aleatoria ajustada (Poisson truncada) del número de pasajeros que abordan la cabina en la planta de acceso.

$\tilde{K}_d$	Variable aleatoria ajustada (Poisson truncada) del número de pasajeros que desembarcan en la planta de acceso.
$K_a Data_u$	Pasajeros en ascenso cada cinco minutos, según series de datos de tráfico.
$K_d Data_u$	Pasajeros en descenso cada cinco minutos, según series de datos de tráfico.
$\lambda$	Tasa de arribo en número de pasajeros por unidad de tiempo.
$L$	Variable aleatoria asociada a la longitud de los trayectos individuales.
$L_v$	Variable aleatoria asociada a la longitud del trayecto de transición en vacío.
$N$	Número total de plantas por encima del nivel de acceso.
$n_a$	Valor genérico asociado al destino más lejano del proceso de ascenso.
$n_d$	Valor genérico asociado al origen más lejano del proceso de descenso.
$NA$	Número de unidades que integran un grupo de ascensores.
$NA_u$	Número de ascensores operantes simultáneamente en el periodo $tt$ de tiempo.
$Pois(\lambda t)$	Distribución Poisson con tasa de ingreso $\lambda$ y horizonte temporal $t$ .
$Q$	Variable aleatoria asociada a la carga de los trayectos individuales, medida en número de pasajeros.
$q_{\max}$	Capacidad máxima de la cabina expresada en número de pasajeros.
$RTT$	Round Trip Time; Intervalo de tiempo correspondiente a un “viaje redondo”; ascenso distribuyendo pasajeros y descenso desde el destino más lejano.
$S_a$	Variable aleatoria del número de paradas en la fase de ascenso.
$S_d$	Variable aleatoria del número de paradas en la fase de descenso.
$\sup\{X_i\}$	Destino más lejano de los pasajeros en ascenso.
$\sup\{Y_j\}$	Origen más lejano de los pasajeros en descenso.
$t_v$	Tiempo necesario para recorrer la distancia que separa a dos niveles sucesivos a velocidad de crucero.
$t_p$	Tiempo necesario para que un pasajero embarque o desembarque del ascensor.
$t_s$	Intervalo de tiempo transcurrido desde que un ascensor parte de una planta hasta que nuevamente parte de la planta inmediatamente superior o inferior.
$TTD$	Tiempo requerido para efectuar un trayecto individual de longitud D.
$tt$	Subíndice que refiere a los 145 periodos cincominutales de las series de tráfico.
$T_{\bar{k}_a}^{D-MTA} : t_{\bar{k}_a}^{D-MTA}$	Matriz de Tráfico Diaria de los movimientos en carga Ascendentes bajo condiciones de Tráfico Mixto.
$T_{\bar{k}_d}^{D-MTD} : t_{\bar{k}_d}^{D-MTD}$	Matriz de Tráfico Diaria de los movimientos en carga Descendentes bajo condiciones de Tráfico Mixto.
$T_{\bar{k}_{a+1}, \bar{k}_{d+1}}^{D-TRA} : t_{\bar{k}_{a+1}, \bar{k}_{d+1}}^{D-TRA}$	Matriz de Tráfico Diaria de los movimientos de Transición Ascendentes en vacío bajo condiciones de Tráfico Mixto.
$T_{\bar{k}_{a+1}, \bar{k}_{d+1}}^{D-TRD} : t_{\bar{k}_{a+1}, \bar{k}_{d+1}}^{D-TRD}$	Matriz de Tráfico Diaria de los movimientos de Transición Descendentes en vacío bajo condiciones de Tráfico Mixto.
$\{UTD\}_u$	Serie de tiempo que describe los valores de tráfico ascendente

	para los 145 periodos cincominutales de la jornada de operación.
$\{DTD\}_t$	Serie de tiempo que describe los valores de tráfico descendentes para los 145 periodos cincominutales de la jornada de operación.
$V_{ter}$	Velocidad terminal, de consiga o de crucero en fase de movimiento uniforme
$W_{q,l}^{C-A} : w_{q,l}^{C-A}$	Matriz de Energía Consumida en Ascenso, determinada en el Capítulo 5
$W_{q,l}^{C-D} : w_{q,l}^{C-D}$	Matriz de Energía Consumida en Descenso, determinada en el Capítulo 5
$W_l^{V-A} : w_l^{V-A}$	Matriz de Energía Consumida en Ascenso de los movimientos en vacío (fila $q=0$ ), Capítulo 5.
$W_l^{V-D} : w_l^{V-D}$	Matriz de Energía Consumida en Ascenso de los movimientos en vacío (fila $q=0$ ), Capítulo 5.
$X_i \sim U[1;N]$	Variable aleatoria referente al destino del usuario <i>i-ésimo</i> pasajero en ascenso, distribuida Uniforme discreta.
$Y_j \sim U[1;N]$	Variable aleatoria referente al destino del usuario <i>j-ésimo</i> pasajero en descenso, distribuida Uniforme discreta.

**NOTA:** Toda variable complementada por una **tilde** refiere al hecho de que en su obtención han intervenido las variables  $\tilde{K}_a$  y  $\tilde{K}_a$  ajustadas (Poisson truncada).



## Primer Apartado

### 7.1 Concepto de Tráfico Mixto

#### Introducción

El objetivo de este apartado consiste en reseñar las nociones más conspicuas referidas a lo que en este documento se ha denominado tráfico mixto. En este sentido la propia elección del apelativo está sujeta a debate ya que, como será posible constatar, no existe un consenso para denominar a esta condición de tráfico. Como Hakonen [1] hace notar, las circunstancias específicas de tráfico en un determinado edificio de oficinas dependen en gran medida de factores como el número de arrendatarios o compañías, la presencia de servicios o instalaciones de restauración, los horarios y hábitos de los usuarios, hasta factores culturales. En lo que se refiere al intervalo temporal, al cual refieren las nociones de tráfico, la totalidad de los autores reseñados asocian dichas condiciones al intervalo de tiempo que rodea la comida de medio día, razón por la cual algunos autores refieren dicha condición como: “lunch hour traffic”, “luch-peak” o “midday-traffic”. En cuanto a la naturaleza de los datos, ésta varía igualmente a través de la literatura; por un lado existen investigaciones que asumen porcentajes fijos para cada una de las componentes de tráfico, mientras que otras hacen uso de series temporales, siguiendo un enfoque dinámico basado en simulaciones para caracterizar el comportamiento de los ascensores bajo dichas condiciones. En segundo lugar, una vez presentadas las nociones referidas en la literatura y con la finalidad de evitar posibles confusiones, a continuación se expone la definición de lo que en lo sucesivo se entenderá por Tráfico Mixto, definición que regirá el desarrollo del Modelo de Tráfico Mixto emprendida en apartados posteriores. Finalmente se presentarán los datos empíricos brutos y ajustados (bajo la hipótesis de Barney [2]), que serán ulteriormente empleados en la estimación del consumo energético de los ascensores.

#### 7.1.1 Nociones de Tráfico Mixto o “Mixed Traffic”

##### Siikonen (1993)

Siikonen [3], es la pionera en sugerir la necesidad de estudiar la capacidad de reacción de un sistema de ascensores bajo condiciones de tráfico mixtas, en particular lo que denomina “lunch hour traffic”. Con este particular fin, Siikonen supone que la condición de tráfico anteriormente referida es resultado de la superposición de tres componentes de tráfico independientes<sup>1</sup>:

- “Incoming Traffic” o Tráfico Entrante
- “Outgoing Traffic” o Tráfico Saliente
- “Inter-floor Traffic” o Inter-plantas

---

<sup>1</sup> Las traducciones han sido realizadas por el autor, con la finalidad de aportar un elemento adicional para la comprensión, sin embargo y como es usual en la industria, los conceptos generalmente son referidos por su apelativo en lengua inglesa.

Donde “Incoming Traffic” refiere a los usuarios que inscriben una solicitud de transporte en la planta cero con la finalidad de ser conducidos a un destino específico en las plantas superiores de la edificación<sup>2</sup>. Por otro lado, “Outgoing Traffic” representa a la demanda asociada con los usuarios que a partir de alguna de las plantas superiores de la edificación registran una solicitud para ser conducidos a la planta cero<sup>3</sup>. En tercer lugar, “Inter-floor Traffic” describe a todas aquellas demandas de transporte, tanto ascendentes como descendentes, que tienen por origen y destino las plantas superiores de la edificación. Finalmente, la composición del tráfico correspondiente al “Lunch Hour Traffic” se recoge en la Tabla 7.1 a continuación.

COMPOSICIÓN "LUNCH HOUR TRAFFIC"				
	Valores en %			
	Entrante	Saliente	Inter	FMR
Siikonen (1993)	40	40	20	14

Tabla 7.1 Composición del “Lunch Hour Traffic” según Siikonen (1993), (Tasa Cinco-Minutos por sus siglas en inglés FMR)

### Barney (2003)

Por su parte Barney [2] refiere a la anteriormente citada situación de tráfico como “Mid-day Traffic”, citando los valores previamente anunciados por Siikonen aunque propone una simplificación basada en el supuesto que el tráfico inter-plantas se divide en partes iguales en solicitudes ascendentes y descendentes; de donde finalmente la composición del tráfico resultante se describe en términos de dos componentes con las correspondientes participaciones.

COMPOSICIÓN "MID DAY TRAFFIC"		
	Valores en %	
	Up-Traffic	Down-Traffic
Barney (2003)	50	50

Tabla 7.2 Composición del “Mid Day Traffic” según Barney (2003)

### Hakonen *et al* (2004)

Hakonen *et al* [4] tomando en consideración los aportes previos realizados por Siikonen y Barney, deciden suponer dos situaciones de tráfico distintas; las cuales denominan “Lunch Traffic”, en clara alusión a la situación de tráfico definida por Siikonen, al tiempo que “Two-Way” refiere al enfoque previamente propuesto por Barney.

<sup>2</sup> El tráfico entrante, como se podrá constatar más adelante está estrechamente relacionado con las condiciones de UP-PEAK estudiadas en capítulos anteriores.

<sup>3</sup> Donde se deduce la analogía con la condición de tráfico DOWN PEAK

**COMPOSICIÓN DEL TRÁFICO**

Valores en %				
	Entrante	Saliente	Inter	
<b>Hakonen <i>et al</i> (2004)</b>	<b>Lunch</b>	40	40	20
	<b>Two-Way</b>	50	50	0

Tabla 7.3 Composición del “Lunch” y “Mixed Traffic” según Hakonen (2004)

**Hakonen *et al.* (2008)**

Posteriormente, Hakonen *et al.* [1] realizan un estudio basado en simulaciones, destinado al análisis de los tiempos de espera y servicio que enfrentan los usuarios, en lo que denominan “Lunch Peak”. Para ello recurren a series de tiempo, las cuales describen la evolución de cada una de las componentes de tráfico, ensayando diversos escenarios. Así, en primer lugar, para el “Lunch Peak”, hacen uso de datos recabados por Siikonen (coautora) considerando dos categorías de edificios: multi-arrendatario y único arrendatario, Tabla 7.4.

**EVOLUCION EN EL TIEMPO PARA LUNCH PEAK**

Datos recabados por Siikonen (2000) en Hakonen <i>et al</i> (2008)								
Hora	Multi-arrendatario				Único-arrendatario			
	Entrante	Saliente	Inter	FMR	Entrante	Saliente	Inter	FMR
<b>12:00</b>	20%	59%	21%	9,6	14%	56%	30%	9,6
<b>12:15</b>	22%	61%	17%	9,9	11%	58%	31%	14,2
<b>12:30</b>	20%	70%	10%	9,3	11%	43%	46%	12,5
<b>12:45</b>	36%	57%	7%	10,9	13%	44%	43%	12,6
<b>13:00</b>	57%	31%	12%	8,5	16%	34%	50%	11,1
<b>13:15</b>	59%	28%	13%	9	23%	29%	48%	11,5
<b>13:30</b>	65%	15%	20%	9,4	35%	22%	43%	11,4
<b>13:45</b>	68%	13%	19%	10,3	33%	19%	48%	11
<b>Promedio</b>	43,38%	41,75%	14,88%	9,61	19,50%	38,13%	42,38%	11,73

Promedio calculado a partir de datos de Siikonen

Tabla 7.4 Evolución en el tiempo para el “Lunch Peak”, valores porcentuales. Origen Siikonen (2000) citada por Hakonen *et al* (2008)

De donde a partir de la “tasa cinco minutos” (FMR por sus siglas en inglés) es posible restituir la intensidad para cada una de las componentes del tráfico en condiciones de “Lunch Peak” (Figura 7.1, Figura 7.2). En dichas figuras se puede observar claramente la diferencia significativa que existe en los flujos Inter-plantas entre las dos categorías. En los edificios con un único arrendatario se observa que la magnitud de los flujos Inter-plantas domina por momentos sobre las componentes del tráfico entrante y saliente. Los promedios calculados permiten establecer, basados en los datos actualizados presentados por Siikonen para este artículo, que el tráfico inter-plantas en edificios con un único arrendatario es 2,85 veces superior al existente en una edificación análoga con múltiples locatarios, lo que en particular es ligeramente superior a lo anteriormente anunciado por Siikonen [5]:

“In single tenant buildings, there can be about twice as much inter-floor traffic as in multi-tenant buildings”

### Evolución temporal del "Lunch Peak" para edificios de único-arrendatario

Siikonen citado por Hakonen *et al* (2008)

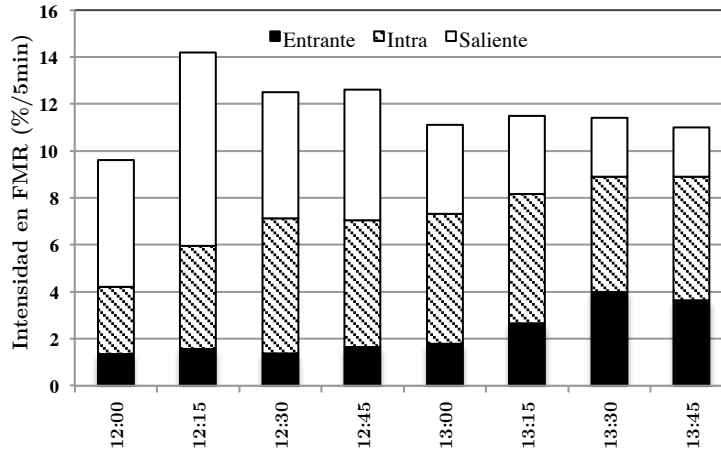


Figura 7.1 Evolución temporal de las diferentes componentes del “Lunch Peak” para edificios de oficinas con un único arrendatario, Siikonen (2000) citado por Hakonen *et al* (2008)

### Evolución temporal del "Lunch Peak" para edificios de multi-arrendatarios

Siikonen citado por Hakonen *et al* (2008)

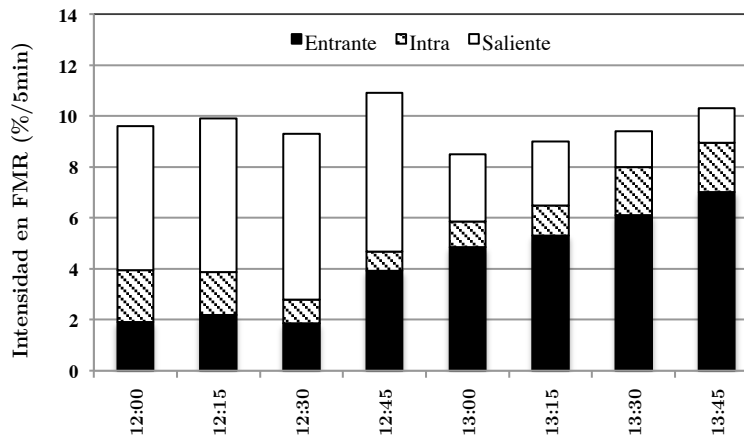


Figura 7.2 Evolución temporal de las diferentes componentes del “Lunch Peak” para edificaciones de oficinas con múltiples arrendatarios, Siikonen (2000) citado por Hakonen *et al* (2008)

En segundo lugar, Hakonen *et al.* hacen uso de los datos recabados previamente por Powell (2000), reportados a su vez por Peters<sup>4</sup> (Tabla 7.3), para una edificación con múltiples arrendatarios. Como Hakonen *et al.* observan, el tráfico en torno al mediodía sigue un patrón coherente con lo que intuitivamente se puede suponer, en el sentido que en la primera parte de este intervalo de tiempo se observa un flujo de salida dominante, mientras que en la segunda mitad dominan los flujos de entrada.

<sup>4</sup> Peters R. (2007). Getting Started with Elevate Version 7. Peters Research Ltd, 2007

COMPOSICIÓN DEL TRÁFICO MIXTO

Powell (2000) citado por Hakonen *et al* (2008)

Hora	FMR (% / 5 min)				Valores Porcentuales			
	Entrante	Saliente	Inter	FMR	Entrante	Saliente	Inter	FMR
12:00	1	2,5	2	5,5	18%	45%	36%	5,5
12:05	1	3,5	1,75	6,25	16%	56%	28%	6,25
12:10	1	5,2	1,6	7,8	13%	67%	21%	7,8
12:15	1	8,95	1,25	11,2	9%	80%	11%	11,2
12:20	1	6,8	1,9	9,7	10%	70%	20%	9,7
12:25	1,15	4,65	1,45	7,25	16%	64%	20%	7,25
12:30	1,9	4,3	0,3	6,5	29%	66%	5%	6,5
12:35	2,6	3,95	0,1	6,65	39%	59%	2%	6,65
12:40	2,8	3,8	0,05	6,65	42%	57%	1%	6,65
12:45	3,5	3,5	0,1	7,1	49%	49%	1%	7,1
12:50	5	3	0,1	8,1	62%	37%	1%	8,1
12:55	6,6	2,55	0,6	9,75	68%	26%	6%	9,75
13:00	3,5	2,45	0,75	6,7	52%	37%	11%	6,7
13:05	4	2,6	0,7	7,3	55%	36%	10%	7,3
13:10	5,4	2,95	0,75	9,1	59%	32%	8%	9,1
13:15	4,5	3,95	0,75	9,2	49%	43%	8%	9,2
13:20	2,95	5,5	0,65	9,1	32%	60%	7%	9,1
13:25	3	4	0,7	7,7	39%	52%	9%	7,7
13:30	5	2,5	0,8	8,3	60%	30%	10%	8,3
13:35	5	1,6	1	7,6	66%	21%	13%	7,6
13:40	3	1,2	1	5,2	58%	23%	19%	5,2
13:45	4,5	1,05	1,15	6,7	67%	16%	17%	6,7
13:50	5,2	1	1,4	7,6	68%	13%	18%	7,6
13:55	3,25	1	1,75	6	54%	17%	29%	6
<b>Promedio</b>					42,97%	44,05%	12,98%	7,62

Tabla 7.5 Evolución en el tiempo para el "Lunch Peak", valores porcentuales. Origen Powell (2000) citada por Peters y sucesivamente Hakonen *et al* (2008)

**Evolución temporal del "Lunch Peak"**

Powell (2000) citado por Hakonen *et al* (2008)

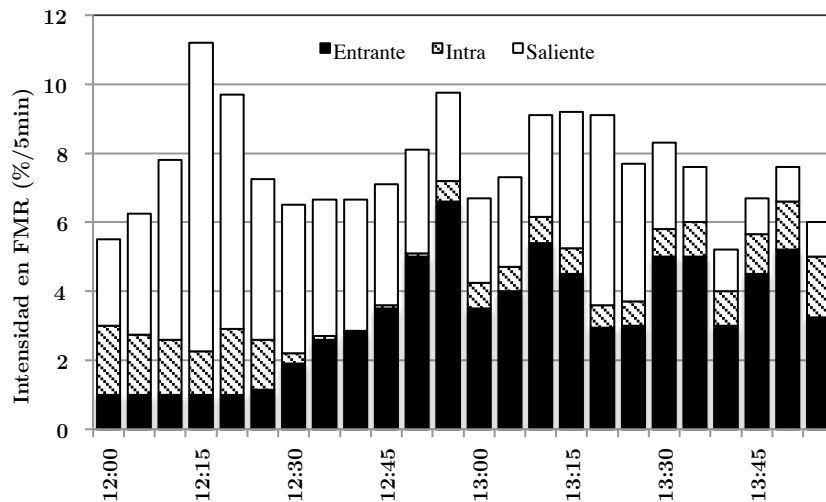


Figura 7.3 Evolución temporal de las diferentes componentes del "Lunch Peak", Powell (2000) citado por Hakonen *et al* (2008)

En cuanto a la magnitud promedio de las componentes de tráfico, los resultados mostrados en la Tabla 7.6 permiten afirmar que, contrariamente a lo anunciado

previamente por múltiples autores para las edificaciones de oficinas multi-arrendatario, la magnitud por componente ronda en promedio el 43% para los flujos de ingreso y egreso de pasajeros, al tiempo que el tráfico inter-plantas tendrá una representatividad correspondiente al 14%. En este sentido, y considerando la verosimilitud de la estimación para ello realizada, este último valor es significativamente inferior al 20% previamente anunciado por Siikonen (1993).

COMPOSICIÓN "LUNCH HOUR TRAFFIC"				
	Valores en Promedio			
	Entrante	Saliente	Inter	FMR
Siikonen*	43,38%	41,75%	14,88%	9,6125
Powell**	42,97%	44,05%	12,98%	7,62

\* Valores promedio para edificaciones de oficinas con múltiples locatarios

\*\* Valores promedio

Tabla 7.6 Composición del Tráfico para la "Lunch Hour" fuentes citadas por Hakonen (2004) valores promedio calculados por el autor para edificios multi-arrendatario.

### Sorsa *et al.* (2009)

Por su parte Sorsa *et al.* [6] llevan a cabo una formulación del problema de comando de los grupos de ascensores como un problema de optimización estocástica bi-nivel, para lo cual asumen la siguiente composición de tráfico:

COMPOSICIÓN DEL TRÁFICO				
	Sorsa <i>et al</i> (2009)			
	Entrante	Saliente	Inter	FMR
Up-peak	100%	0	0	14
Down-peak	0	100%	0	22
Mixed	40%	40%	20%	17

Tabla 7.7 Composición del Tráfico asumida por Sorsa *et al* (2009)

Las razones específicas por las que considera la composición originalmente sugerida por Siikonen (1993) parecen residir en la influencia de dicha autora, quien además figura en tanto que coautora. En este sentido, la frecuencia con que los autores consideran la composición 40/40/20 hace pensar que ésta constituye una regla empírica ("rule of thumb"), resultado de la amplia experiencia de Siikonen, composición que adicionalmente aparenta ser un compromiso entre las condiciones específicas para las edificaciones con un único locatario y aquellas que alojan a múltiples arrendatarios.

## Peters y Smith (2010)

Finalmente Peter y Smith [7] hacen un seguimiento de siete grupos diferentes de ascensores instalados en edificios de oficinas<sup>5</sup>, ajustando posteriormente los resultados obtenidos mediante la normalización basada en la población total observada. Esto último se lleva a cabo, como los autores hacen notar, con el objetivo de permitir la comparación de los resultados. Los valores promedio representativos concluidos por los autores para las condiciones de tráfico mixto se recogen en la Tabla 7.8.

COMPOSICIÓN "MIXED TRAFFIC"			
Peters y Smith (2010)			
	Entrante	Saliente	Inter
Mixed Traffic	45%	45%	10%

Tabla 7.8 Composición del Tráfico Mixto Peters y Smith (2010)

Los resultados empíricos obtenidos por estos autores muestran que la intensidad del tráfico inter-plantas es significativamente inferior a aquella asumida por sus inmediatos predecesores. En este sentido los valores reportados por Peters y Smith se aproximan notablemente a algunos resultados previamente reseñados, en específico para edificaciones con múltiples arrendatarios; Sin embargo dado que los autores no aportan información alguna en torno a la composición de las edificaciones de la muestra es imposible aseverar lo anterior con certidumbre.

## Análisis y Síntesis

Como ha sido posible constatar, existe una diversidad de apelativos, muchos de ellos *ad-hoc*, con la finalidad de evitar confusiones con conceptos previamente expuestos por otros autores, de manera que es difícil escoger un término para referir específicamente a dichas condiciones de tráfico sin beneficiar la visión de un autor u otro. Entre los términos propuestos figuran: “lunch-hour-traffic”, “lunch-peak”, “mid-day-traffic”, “mixed traffic” o “two-way”; los cuales implica en su mayoría diferentes matices en cuanto a la composición e intensidad de los flujos de pasajeros. A lo anterior se agrega el hecho que algunos autores asumen porcentajes fijos, mientras que otros asumen series temporales para describir dichos flujos de pasajeros.

En lo que se refiere a la magnitud de cada una de las componentes en caso de ser fijas y promedio en el caso de ser variables, los resultados de la revisión de la literatura se exponen en la Tabla 7.9 a continuación.

---

<sup>5</sup> Los autores en este caso no precisan si las edificaciones observadas cuentan con un único locatario o si por el contrario se trata de edificaciones con múltiples arrendatarios.

**COMPOSICIÓN DEL TRÁFICO MIXTO**

	Recapitulación			
	<b>Entrante</b>	<b>Saliente</b>	<b>Inter</b>	<b>FMR</b>
<b>Siikonen (1993)</b>	40%	40%	20%	14
<b>Barney (2003)</b>	50%	50%	0%	
<b>Hakonen <i>et al</i> (2004)</b>				
<b>Lunch</b>	40%	40%	20%	
<b>Two-Way</b>	50%	50%	0%	
<b>Hakonen <i>et al</i> (2008)</b>				
Siikonen* multi	43,38%	41,75%	14,88%	9,61
único	19,50%	38,13%	42,38%	11,73
Powell**	42,97%	44,05%	12,98%	7,62
<b>Sorsa <i>et al</i> (2009)</b>	40%	40%	20%	17
<b>Peters &amp; Smith (2010)</b>	45%	45%	10%	

\* Valores promedio para edificaciones de oficinas con múltiples locatarios

\*\* Valores promedio

Tabla 7.9 Recapitulación de los diferentes porcentajes de participación por componente de tráfico para el periodo de mediodía.

A manera de síntesis cronológica del origen de los datos, Siikonen (1993) asume de facto una composición 40/40/20 para el periodo de mediodía, con la finalidad de demostrar la relevancia que la acción de los Sistemas de Control de Tráfico tienen sobre los tiempos de espera de los usuarios. Posteriormente, Barney (2003) retoma dichos valores, aunque hace uso de dos únicas componentes, al suponer que los trayectos inter-plantas se reparten por sentido del desplazamiento en igual magnitud. Ulteriormente Hakonen *et al.* (2004) retoman los criterios previamente postulados por Siikonen y Barney. Posteriormente Hakonen (2008) hace uso de las trayectorias temporales que Powell y Siikonen obtienen como resultado de diferentes campañas de monitorización, de donde se han calculado los valores promedio con la finalidad de estimar la representatividad de cada una de las componentes de tráfico. Ulteriormente, Sorsa *et al.* (2010) hacen uso nuevamente de los valores estáticos que en principio parecen remontar a aquellos asumidos en 1993 por Siikonen. Finalmente Peters y Smith (2010), a través de una campaña de monitorización concluyen unos valores representativos promedio para cada una de las componentes de tráfico.

En conclusión, a partir de los valores propuestos por todos los autores anteriormente reseñados es posible estimar un orden de magnitud, específicamente para las edificaciones de oficinas multi-arrendatario, de la composición del tráfico mixto, Tabla 7.10.

**COMPOSICIÓN "TRÁFICO MIXTO"**

	Intervalos promedio por componente		
	<b>Entrante</b>	<b>Saliente</b>	<b>Inter</b>
<b>Mixed Traffic</b>	42,5-45%	42,5-45%	10-15%

Tabla 7.10 Composición del Tráfico Mixto a partir de la revisión analítica de la literatura



### 7.1.2 Reseña Metodológica

En conclusión, como resultado de la revisión de la literatura y de la confusión en términos que de ésta deriva, lo anterior exige una definición que exprese las condiciones bajo las cuales se conduce la presente investigación.

#### Definición

Se entenderá por **Tráfico Mixto** toda situación en que coexistan (estadísticamente) los flujos de ingreso y egreso de pasajeros, independientemente de la magnitud relativa o absoluta de éstos. Para ello se especifica adicionalmente que por **flujo de ingreso** (o tráfico ascendente) se entenderá la magnitud porcentual (FMR) o el número de pasajeros por intervalo de tiempo que demandan ser conducidos en ascenso y cuyo origen común único y exclusivo es la planta de acceso. De forma análoga, **flujo de egreso** (o tráfico descendente) caracteriza la magnitud de los movimientos descendentes para los cuales los pasajeros tienen por destino común único y exclusivo la planta cero de la edificación.

En consecuencia, la presente definición de tráfico mixto excluye la existencia de los flujos **inter-plantas**; no obstante, basados en la evidencia recabada, la cual apunta que los flujos inter-plantas en los edificios de oficinas con múltiples locatarios representan entre un 10 y 15% del tráfico, así como una reinterpretación de la hipótesis de Barney (2003), se ejecuta un **incremento ponderado** de los flujos de ingreso y egreso en función de la magnitud relativa de éstos; incrementos cuyo monto agregado es igual a la intensidad del flujo inter-plantas descrito en los datos empíricos de base.

Una vez expuesta la definición de Tráfico Mixto, la cual rige en lo sucesivo, además de los supuestos fundamentales que esta entraña, a continuación se presentan los datos empíricos de base (Figura 7.4), datos que son resultado de una campaña de monitorización de diversos edificios de oficinas multi-arrendatario en Francia y que fueron proporcionados por KONE.

#### Tráfico; Evolución Temporal por Componente

Datos: KONE para edificios de oficinas con múltiples locatarios

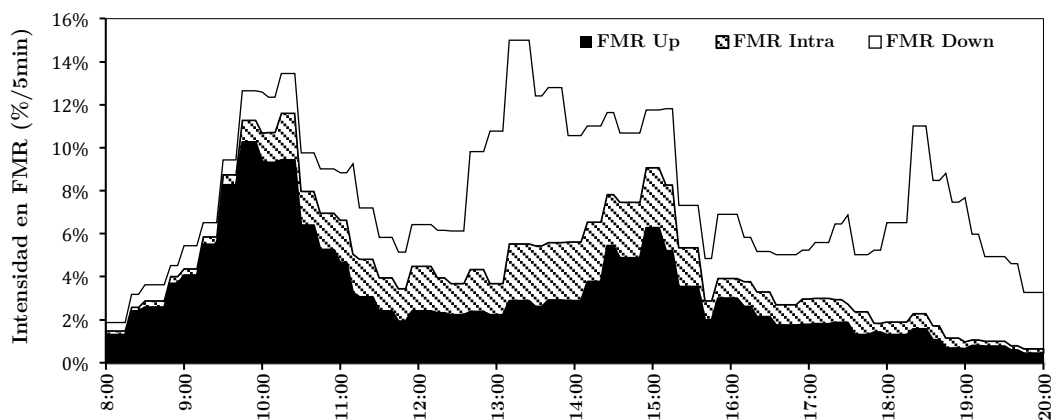


Figura 7.4 Datos empíricos de tráfico, para un edificio de oficinas con múltiples locatarios.

Se observa que dichos datos son consistentes en forma con los expuestos por Hakonen [1], adicionalmente nótese que la magnitud máxima agregada del tráfico es igual al 15% para el periodo entre las 13:10 y 13:25. En lo que concierne a la composición promedio diaria de cada una de las componentes de tráfico se observa que los flujos de ingreso representan un 41,7%, los flujos de egreso ascienden a un 42,2%, finalmente los flujos inter-plantas representan un 16,1%. En particular este último valor rebasa marginalmente las expectativas así como parte de las afirmaciones frecuentemente referidas en la literatura, lo que lleva a discutir las posibles implicaciones que el supuesto fundamental del modelo en relación a los flujos inter-plantas tendrá sobre la confiabilidad de los resultados.

En este sentido, una demostración formal requeriría el desarrollo de un modelo exhaustivo alternativo que incluya los flujos inter-plantas. Sin embargo y como es el caso de todo trabajo científico, el modelo es resultado de un cuidadoso balance entre la complejidad de los fenómenos reales y la sencillez necesaria que garantice la resolución de éste, al tiempo que contribuya incrementalmente a la comprensión de la realidad en lo que se conoce como la dialéctica del conocimiento científico. Es así que en espera de desarrollos sucesivos que prueben o refuten la validez de los supuestos del presente modelo y reconociendo el hecho de que la presente investigación tiene por objeto último contribuir a la comprensión del comportamiento del consumo energético, asúmanse las hipótesis simplificadoras, anteriormente referidas, en materia de las componentes de tráfico.

Por ello, aplicando la compensación ponderada de los flujos de ingreso y egreso sobre los datos de base, los resultados se pueden observar en las siguientes figuras.

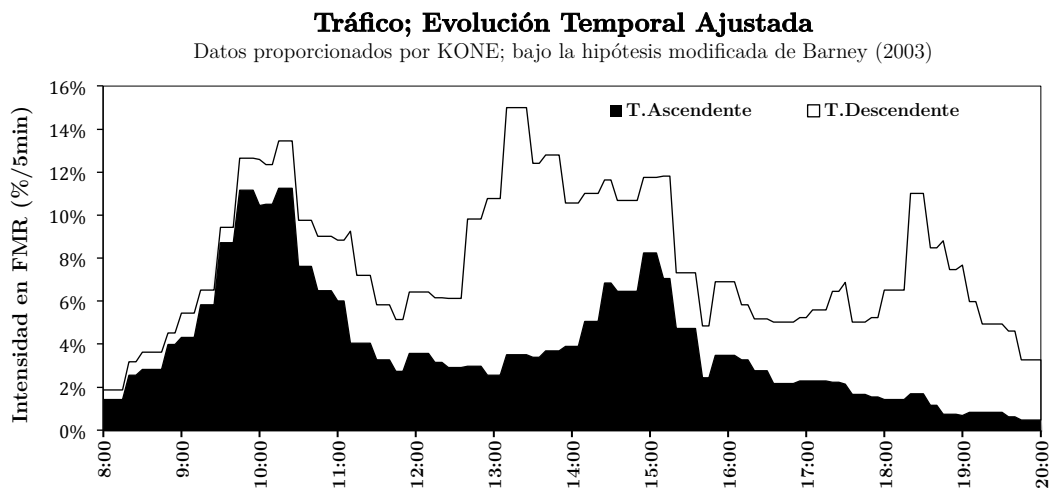


Figura 7.5 Datos empíricos de tráfico, para un edificio de oficinas con múltiples arrendatarios bajo la hipótesis de compensación de Barney (2003).

### Tráfico; Evolución Temporal por Componente

Datos proporcionados por KONE; bajo la hipótesis modificada de Barney (2003)

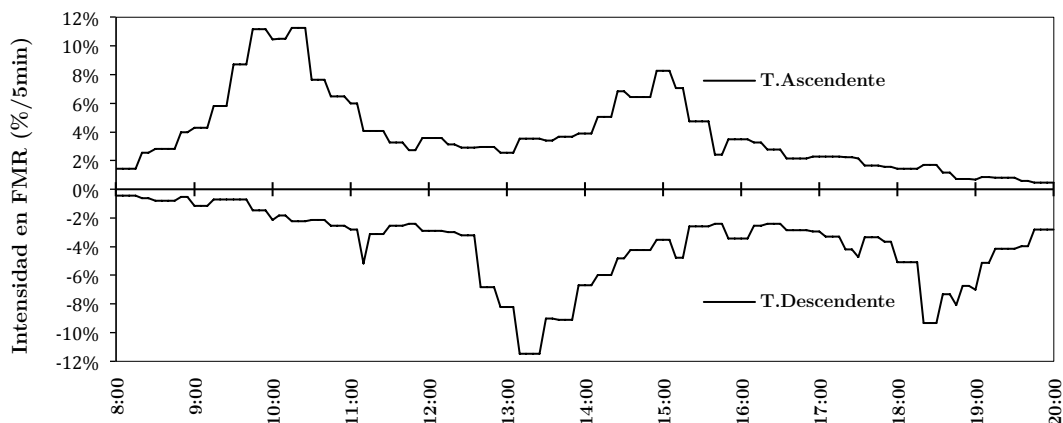


Figura 7.6 Datos empíricos de tráfico, para un edificio de oficinas con múltiples arrendatarios bajo la hipótesis de compensación de Barney (2003).

En las Figura 7.5 se observa que la intensidad total ajustada no varía en relación con la expresada por los datos empíricos originales, nótese que para el periodo de máximo tráfico se mantiene el valor pico de 15% FMR. Por otra parte en la Figura 7.6 se representan separadamente las intensidades del tráfico ascendente y descendente, según es usual en la literatura.

A diferencia de la literatura, la cual se interesa específicamente en los periodos críticos de tráfico, el cálculo del consumo energético de los ascensores impone extender el horizonte hasta cubrir la totalidad de los eventos de transporte que acontecen en una jornada diaria típica. En lo que se refiere al, o los modelos, por medio de los cuales se estimará el consumo diario, se puede proponer hacer uso sucesivo de diferentes modelos, comenzando por un periodo ideal de tráfico “Up-Peak”, seguido de un etapa de Tráfico Mixto, para finalmente concluir con una fase de tráfico “Down-Peak”. Sin embargo esto implicaría asumir aproximaciones e hipótesis suplementarias, las cuales incidirían en la representatividad de los resultados. En este sentido recuérdese que las condiciones ideales de “Up-Peak” y su complementaría “Down-Peak” asumen que los flujos de egreso e ingreso respectivamente son nulos. En consecuencia, basados en los datos empíricos, los cuales muestran la coexistencia de los flujos de ingreso y egreso a lo largo de toda la jornada, en los apartados sucesivos se desarrollará un Modelo Dinámico de Tráfico Mixto para el que las intensidades de tráfico ascendente y descendente siguen los movimientos de los datos empíricos ajustados bajo la hipótesis de Barney (2003). Finalmente, el Modelo de Tráfico Mixto deberá ser entendido como una generalización de los desarrollos y resultados obtenidos en el Capítulo 6; ya que se demostrará que el Modelo de Tráfico “Up-Peak” y por extensión “Down-Peak”, son casos degenerados del Modelo de Tráfico Mixto.

## Segundo Apartado

### 7.2 Matrices de Descomposición

#### Introducción

La finalidad de este apartado consiste en determinar las matrices de descomposición condicionales que describen la probabilidad con que un determinado trayecto individual, caracterizado por una carga y longitud  $(q;l)$ , acontece dado que  $k_a$  usuarios abordan la cabina en la planta de acceso para ser conducidos a sus destinos, así como que  $k_a$  pasajeros desembarcan en la planta cero procedentes de sus respectivos orígenes; lo que se expresa por medio de la probabilidad condicional. Considerando que las condiciones del Tráfico Mixto comprenden trayectos ascendentes y descendentes en carga y trayectos de transición en vacío, será necesario extender y complementar las notaciones con el fin de diferenciar a cada uno de estos movimientos. Consistentemente con el objetivo de este apartado, se propone en primer lugar una demostración de la relación entre los fenómenos “Up-Peak” y “Down-Peak” de tráfico, de donde se deducirá la equivalencia entre las Matrices de Descomposición relativas a ambas condiciones de tráfico. En segundo lugar, se analizará la dinámica de los movimientos inherentes al Tráfico Mixto, de donde se concluirán las semejanzas parciales que determinadas componentes de tráfico guardan con los movimientos correspondientes a la condiciones “Up-Peak” y “Down-Peak”. En tercer lugar se definirán y demostrarán las Matrices de Descomposición que caracterizan a los movimientos de transición en vacío, y los que, se recuerda, tienen lugar entre el destino y origen más lejanos; movimientos cuya longitud resulta por lo tanto de la interacción entre los procesos de ascenso y descenso. Finalmente se calcularán las matrices de descomposición considerando los valores numéricos específicos de la Aplicación Límite de Servicio.

#### 7.2.1 Equivalencia “Up-Peak”/”Down Peak”

Según se expresó en capítulos anteriores el proceso de arribo para la condición “Up-Peak” se caracteriza por un número de pasajeros  $k_a$  que abordan la cabina en la planta de acceso y los cuales tienen por destino individual  $x_i$ , donde el subíndice refiere al  $i$ -ésimo pasajero tal que  $i = \{1, 2, \dots, k_a\}$ . Adicionalmente se sabe que los destinos de los usuarios en ascenso son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, tales que:

$X_i$ : variable aleatoria discreta asociada al destino del  $i$ -ésimo pasajero

La cual tiene por rango, es decir que puede asumir los siguientes valores:

$$x_i = \{1, 2, \dots, N\}$$

Para:

$$i = \{1, 2, \dots, k_a\}$$

Consistentemente con la definición de variable aleatoria, éstas se rigen por una distribución de probabilidad, en este caso una uniforme discreta, tal que:

$$X_i \sim U[1; N]$$

$$P[X_i = x_i] = \frac{1}{N} \quad \forall x_i = \{1, 2, \dots, N\}$$

$N$ : número de plantas por encima de la planta de acceso

Específicamente la distribución de  $X_i$  resulta de suponer la distribución homogénea de los usuarios a lo largo de todas las plantas, de donde deriva la idéntica probabilidad de que un pasajero en particular tenga por destino una planta específica.

Para la condición de “Down-Peak” los  $k_d$  pasajeros que desembarcan en la planta cero tienen cada uno por origen  $y_j$ , lo que es una realización de la variable aleatoria  $Y_j$ , donde el subíndice refiere al  $j$ -ésimo pasajero. La distribución de probabilidad de  $Y_j$  dado que los usuarios se suponen distribuidos homogéneamente a través de la edificación, da por resultado:

$$Y_j \sim U[1; N]$$

$$P[Y_j = y_j] = \frac{1}{N} \quad \forall y_j = \{1, 2, \dots, N\}$$

Lo que implica, que la probabilidad de albergar una solicitud de descenso es la misma a través de todos los niveles superiores a la planta cero de la edificación, lo que refiere a los supuestos iniciales del modelo.

A continuación considerando, como se describió en capítulos anteriores, que las matrices de descomposición se calculan a partir de los “trayectos individuales” que resultan de todas las posibles combinaciones de destinos posibles, para un determinado número de usuarios  $K_a = k_a$  que abordan la cabina en la planta de acceso; donde adicionalmente se sabe que dichas combinaciones son numerables y ordenables, es decir que se pueden escribir secuencialmente según el esquema utilizado en la estimación enumerativa de “fuerza bruta”; considerando el fenómeno complementario, en el que  $K_d = k_d$  usuarios desembarcan en la planta cero y cuyos orígenes posibles son igualmente numerables y ordenables. Así, demostrando que para cada posible combinación de  $K_a = k_a$  destinos existe una, y sólo una, combinación idéntica de  $K_d = k_d$  orígenes, se deduce la identidad de los conjuntos.

$$\begin{array}{cccccc|c}
 X_{ka} & X_{ka-1} & \dots & X_2 & X_1 & P[X_{ka} = x_{ka}, \dots, X_1 = x_1] & \\
 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \frac{1}{N^{ka}} & \\
 \vdots & & & & \vdots & \vdots & \\
 x_{ka} & x_{ka-1} & \dots & x_2 & x_1 & \frac{1}{N^{ka}} & \\
 \vdots & & & & \vdots & \vdots & \\
 N & N & \dots & N & N & \frac{1}{N^{ka}} & \\
 \hline
 Y_{kd} & Y_{kd-1} & \dots & Y_2 & Y_1 & P[Y_{kd} = y_{kd}, \dots, Y_1 = y_1] & \\
 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \frac{1}{N^{kd}} & \\
 \vdots & & & & \vdots & \vdots & \\
 y_{kd} & y_{kd-1} & \dots & y_2 & y_1 & \frac{1}{N^{kd}} & \\
 \vdots & & & & \vdots & \vdots & \\
 N & N & \dots & N & N & \frac{1}{N^{kd}} & \\
 \hline
 \equiv & & & & & & 
 \end{array}$$

Finalmente, dado que las combinaciones a partir de las cuales se calculan las matrices de descomposición son las mismas y comparten cada una la misma probabilidad, se puede concluir que las matrices condicionales de descomposición resultantes para el “Down-Peak” son idénticas a las anteriormente definidas para el “Up-Peak”:

$$D_{q,l}^{UPP} | [K_a = k_a] : d_{q,l}^{UPP} = P[Q = q, L = l | K_a = k_a] = D_{q,l}^{DWP} | [K_d = k_d] : d_{q,l}^{DWP} = P[Q = q, L = l | K_d = k_d]$$

Desde un punto de vista intuitivo y como con anterioridad se mencionó, la identidad de las matrices de descomposición condicionales se puede visualizar como “la película marcha atrás” de la condición “Up-Peak”, por lo que como se muestra en la Figura 7.7 y dado que las matrices de descomposición son invariantes ante el sentido del desplazamiento, se entiende la equivalencia cuya demostración formal se esbozó con anterioridad.

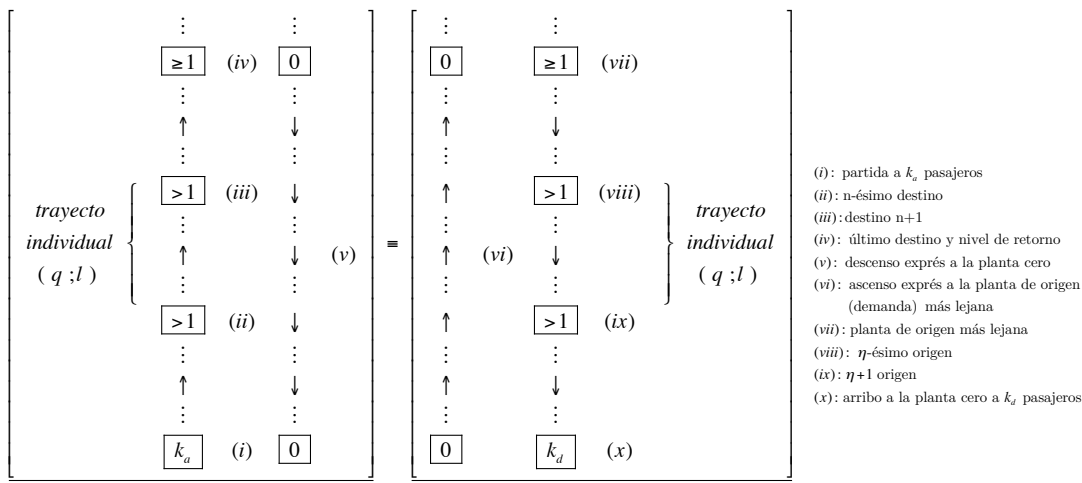


Figura 7.7 Proceso Up-Peak vs Down-Peak

En conclusión, en este pasaje se ha demostrado que las matrices de descomposición condicionales correspondientes al fenómeno de “Down-Peak” son idénticas a aquellas, anteriormente computadas, para la condición de “Up-Peak”. Esta identidad reposa en particular sobre la idéntica distribución de probabilidad de las variables aleatorias que definen los destinos y orígenes individuales, con la diferencia que para el cálculo ulterior de la energía, ya sea consumida o generada, se deberán permutar las matrices de energía correspondientes al ascenso y descenso para reflejar la inversión en el sentido de los movimientos.

### 7.2.2 Tráfico Mixto; Trayectos Individuales

Consistentemente con la perspectiva anteriormente expuesta y de forma esquemática, en la Figura 7.8 se observa un ciclo genérico de trabajo bajo condiciones de Tráfico Mixto. En primer tiempo, en la columna (a) se observa una sucesión de movimientos que comienzan con  $k_a$  pasajeros ingresando en cabina, pasajeros que gradualmente son

conducidos hasta sus respectivos destinos  $X_i$ , dando lugar a una serie de trayectos individuales; finalmente el ascensor alcanza el destino  $n_a$  correspondiente al último(s) pasajero(s). A continuación, columna (b), el ascensor ejecuta en vacío un movimiento, el cual puede ser ascendente o descendente, con la finalidad de posicionarse en el nivel con el origen de demanda en descenso más lejano  $n_d$ . En tercer lugar, en la columna (c), el ascensor ejecuta una serie de trayectos individuales recogiendo pasajeros, hasta finalmente alcanzar la planta cero donde  $k_d$  pasajeros desembarcan.

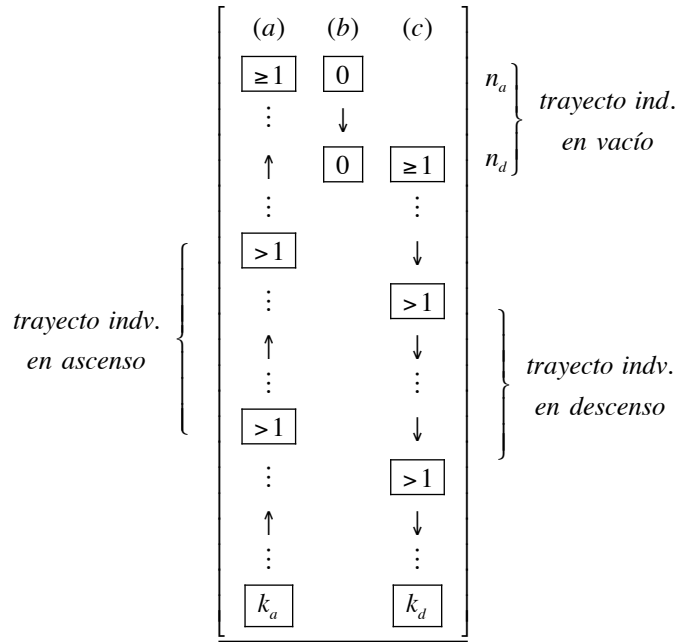


Figura 7.8 Esquema de un movimiento tipo para el Tráfico Mixto

En consecuencia, basados en la independencia estadística de los movimientos en ascenso y descenso, se puede demostrar que:

- Los elementos de las matrices de descomposición "Up-Peak" correspondientes a los movimientos en carga (excluyendo las matrices de retorno) rigen la probabilidad de los trayectos individuales en ascenso (a):

$$d_{q,l}^{UPP} = P[Q = q, L = l | K_a = k_a].$$

- Para los trayectos en descenso (c), por analogía con lo anterior y en virtud de la equivalencia "Up-Peak/Down-Peak", serán estas mismas matrices las que determinen la distribución de probabilidad de los trayectos individuales descendentes en carga:

$$d_{q,l}^{DWP} = P[Q = q, L = l | K_a = k_a] = d_{q,l}^{UPP} = P[Q = q, L = l | K_a = k_a].$$

Finalmente, en cuanto a los trayectos de transición en vacío (b), entre el destino y origen más lejanos y cuya naturaleza puede ser en ascenso, descenso o nula, (para

$n_a = n_d$ ), se concluye la necesidad de determinar las matrices condicionales que caracterizan la distribución de éstos, propósito que es el objetivo del siguiente pasaje.

## Trayectos en Vacío

Teniendo en cuenta que la longitud de los trayectos de transición en vacío acontecen entre los niveles correspondientes al destino  $n_a$  y origen  $n_d$  más lejanos, que derivan de las realizaciones individuales de las variables aleatorias  $X_i$  y  $Y_j$ , a continuación se determinan, con ayuda de la definición matemática del supremo, las probabilidades condicionales de que una determinada planta dentro de la edificación albergue al origen o destino más lejanos.

Así, la probabilidad condicional correspondiente al nivel máximo del recorrido dado que  $k_a$  pasajeros abordan en origen, expresada por medio del supremo, es igual a:

$$P[\sup\{x_1, x_2, \dots, x_{k_a}\} = n_a \mid K_a = k_a] = P[x_1 \leq n_a \mid K_a = k_a] \cdot P[x_2 \leq n_a \mid K_a = k_a] \cdot \dots \cdot P[x_{k_a} \leq n_a \mid K_a = k_a] : \exists x_i = n_a$$

$n_a$  : planta de destino más lejana para el movimiento en ascenso

Donde al menos uno de los destinos es igual al máximo, asimismo por independencia e idéntica distribución se obtiene que:

$$P[\sup\{x_1, x_2, \dots, x_{k_a}\} = n_a \mid K_a = k_a] \stackrel{i.i.d.}{=} P[X_i \leq n_a]^{k_a} : \exists X_i = n_a$$

A continuación, eliminando la condición de existencia  $X_i = n_a$  al sustraer la probabilidad de que todos los usuarios tengan por destino niveles inferiores a  $n_a$  :

$$P[\sup\{x_1, x_2, \dots, x_{k_a}\} = n_a \mid K_a = k_a] \stackrel{i.i.d.}{=} P[X_i \leq n_a]^{k_a} - P[X_i \leq n_a - 1]^{k_a}$$

Donde:

$$P[X_i \leq n_a] = \frac{n_a}{N}$$

$$P[\sup\{x_1, x_2, \dots, x_{k_a}\} = n_a \mid K_a = k_a] = \left(\frac{n_a}{N}\right)^{k_a} - \left(\frac{n_a - 1}{N}\right)^{k_a}$$

Lo que factorizado y reescrito igualmente en términos de los orígenes da por resultado:

$$P[\sup\{X_i\} = n_a \mid K_a = k_a] = \frac{1}{N^{k_a}} \left[ (n_a)^{k_a} - (n_a - 1)^{k_a} \right] \quad (7.1)$$

$$P[\sup\{Y_j\} = n_d \mid K_d = k_d] = \frac{1}{N^{k_d}} \left[ (n_d)^{k_d} - (n_d - 1)^{k_d} \right]$$

En segundo lugar, partiendo de la determinación de la probabilidad para el destino y origen más lejanos, correspondientes con el proceso de ascenso y descenso respectivamente, se deduce la probabilidad asociada a la longitud de los trayectos en vacío como la diferencia entre los niveles máximos de origen y destino, para lo cual se define la variable aleatoria correspondiente a la longitud de los trayectos en vacío tal que:



$L_v$  : v.a. asociada a la longitud de los trayectos en vacío

$$l_v = n_d - n_a$$

$$l_v \in \{ -N ; -N+1 ; \dots ; -1 ; 0 ; 1 ; \dots ; N-1 ; N \}$$

Donde los valores negativos de  $l_v$  refieren a la longitud de los trayectos en descenso, en tanto que los valores positivos denotan la correspondiente magnitud en ascenso; cero refiere al caso en que coinciden destino y origen más lejanos, por lo que no se requiere ningún desplazamiento en vacío de la cabina.

Considerando los valores que pueden adoptar  $n_a$  y  $n_d$ , dando por resultado una longitud  $l_v$ , tal y como se puede observar en la Figura 7.9, se obtienen 81 posibles combinaciones de entre las cuales se pueden destacar aquellas correspondientes a las situaciones de tráfico “Up-peak” y “Down-Peak”. Para las combinaciones tales que  $(n_a;0):n_a \geq 1$  (asentadas en la primera columna) se advierte que la magnitud de longitud correspondiente a los trayectos en vacío  $l_v$  es igual al valor del destino más lejano  $n_a$ , aunque opuesta en signo; lo que es consistente con los trayectos exprés de retorno característicos de la situación “Up-Peak” de tráfico. De forma similar para el primer renglón de la tabla, tal que  $(0;n_d):n_d \geq 1$ , la magnitud de los trayectos en vacío es consistente con los ascensos exprés hasta el origen de demanda más lejana característica del “Down-Peak”. Finalmente, obsérvese que la diagonal que describe las coincidencias tales que  $n_a = n_d$  exhiben una magnitud  $l_v = 0$ .

$l_v = n_d - n_a$		$n_d$							
		0	1	2	3	4	...	N	
$n_a$	0	0	1	2	3	4	...	N	}
	1	-1	0	1	2	3	...	N-1	
	2	-2	-1	0	1	2	...	N-2	
	3	-3	-2	-1	0	1	...	N-3	
	4	-4	-3	-2	-1	0	...	N-4	
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
	N	-N	-N+1	-N+2	-N+3	-N+4	...	0	
		⏟							
		UP-PEAK							

Figura 7.9 Longitud de los trayectos en vacío en función del destino y origen del proceso de ascenso y descenso

Entonces, la probabilidad de que tenga lugar un trayecto de transición en vacío dado que  $k_a$  y  $k_d$  pasajeros son transportados se expresará por:

$$P[\sup\{Y_j\} - \sup\{X_i\} = l_v \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = P[L_v = l_v \mid K_a = k_a, K_d = k_d]$$

Sin embargo, dado que las variables aleatorias correspondientes a los destinos  $X_i$  y orígenes  $Y_j$  son independientes estadísticamente, dado que no existe (co)relación entre las solicitudes en ascenso y descenso, ya que dependen del comportamiento y decisiones individuales de los usuarios en distintos lugares, entonces la probabilidad conjunta se puede reescribir en términos de la probabilidades referentes a cada proceso:

$$P[\sup\{Y_j\} - \sup\{X_i\} = l_v \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = \sum_{\forall nd-na=l_v} P[\sup\{X_i\} = n_a \mid K_a = k_a] \cdot P[\sup\{Y_j\} = n_d \mid K_d = k_d] \quad (7.2)$$

Donde en particular el sumatorio refiere a todas las combinaciones posibles que dan por resultado una longitud específica, tal y como se ilustra en la Figura 7.9.

En consecuencia, a partir de la expresión general (7.2) es posible precisar en primer lugar que la probabilidad asociada a los trayectos en vacío de longitud  $L_v > 0$  (movimientos ascendentes) acontece como resultado de la suma de las probabilidades conjuntas tales que  $L_v = l_v$ :

$$P[L_v = l_v \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = \sum_{\eta=l_v}^N P[\sup\{Y_j\} = \eta \mid K_d = k_d] \cdot P[\sup\{X_i\} = \eta - l_v \mid K_a = k_a] \quad (7.3)$$

$\forall 0 < l_v \leq N$

Por su parte para los trayectos en descenso, es decir de longitud  $L_v < 0$  y por analogía:

$$P[L_v = l_v \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = \sum_{\eta=-l_v}^N P[\sup\{Y_j\} = \eta + l_v \mid K_d = k_d] \cdot P[\sup\{X_i\} = \eta \mid K_a = k_a] \quad (7.4)$$

$\forall -N \leq l_v < 0$

Finalmente para la probabilidad en que coinciden el destino y origen más lejanos  $L_v = 0$ :

$$P[L_v = 0 \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = \sum_{\eta=1}^N P[\sup\{Y_j\} = \eta \mid K_d = k_d] \cdot P[\sup\{X_i\} = \eta \mid K_a = k_a] \quad (7.5)$$

A continuación, inyectando las probabilidades respectivas al destino y origen más lejanos (7.1) se obtienen finalmente las expresiones a partir de las cuales es posible el cálculo de las probabilidades para cada uno de los casos reseñados:

- Probabilidad de los Movimientos Descendentes de Transición en Vacío

*Para:  $-N \leq l_v < 0$  descensos* (7.6)

$$P[L_v = l_v \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = \frac{1}{N^{ka+kd}} \sum_{\eta=-l_v}^N [(\eta)^{ka} - (\eta-1)^{ka}] \cdot [(\eta+l_v)^{kd} - (\eta+l_v-1)^{kd}]$$

- Probabilidad de Coincidencia entre destino y origen más lejanos

*Para:  $l_v = 0$*  (7.7)

$$P[L_v = 0 \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = \frac{1}{N^{ka+kd}} \sum_{\eta=1}^N [(\eta)^{ka} - (\eta-1)^{ka}] \cdot [(\eta)^{kd} - (\eta-1)^{kd}]$$

- Probabilidad de los Movimientos Ascendentes de Transición en Vacío

*Para:  $0 < l_v \leq N$  ascensos* (7.8)

$$P[L_v = l_v \mid K_a = k_a, K_d = k_d] = \frac{1}{N^{ka+kd}} \sum_{\eta=l_v}^N [(\eta-l_v)^{ka} - (\eta-l_v-1)^{ka}] \cdot [(\eta)^{kd} - (\eta-1)^{kd}]$$

Lo que resulta en 162 matrices renglón considerando la condicionalidad sobre las posibles combinaciones  $K_a \times K_d$  además de la diferenciación por sentido del movimiento,

requisito que deriva de las necesidades ulteriores del algoritmo de cálculo de la energía, el cual requiere la segregación de los movimientos en ascenso y descenso; así, finalmente, las matrices condicionales para los movimientos de transición se expresarán:

- Movimientos de Transición Ascendentes (superíndice *TRA*) calculadas a partir de la expresión (7.8):

$$D_l^{TRA} | [K_a = k_a, K_d = k_d] : d_l^{TRA} | [K_a = k_a, K_d = k_d] = P[L = l_v | K_a = k_a, K_d = k_d]$$

Donde :

$$l = l_v > 0$$

- Movimientos de Transición Descendentes (*TRD*) calculadas a partir de la expresión (7.6):

$$D_l^{TRD} | [K_a = k_a, K_d = k_d] : d_l^{TRD} | [K_a = k_a, K_d = k_d] = P[L = l_v | K_a = k_a, K_d = k_d]$$

Donde :

$$l = -l_v \text{ dado que la matriz ya refiere a los descensos}$$

Los valores numéricos implicados en las matrices se recogen a manera de tabla por cuestiones de economía de espacio en el Anexo 7.1, para lo cual se consideraron los siguientes valores numéricos:

$$N = 10 \text{ plantas}$$

$$k_a = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$$

$$k_d = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$$

Implícitamente  $q_{\max} = 8$  pasajeros

## Recapitulación

En el apartado anterior se ha demostrado, en primer lugar, la equivalencia de las matrices de descomposición del “Down-Peak” y “Up-Peak”, advirtiendo el hecho de que para el ulterior cómputo de la energía deberán permutarse las matrices de energía para reflejar la inversión en el sentido de los desplazamientos. En segundo lugar, como resultado del análisis de la sucesión de eventos que integran los flujos de pasajeros bajo condiciones de Trafico Mixto, se ha demostrado que dada la independencia estadística de los movimientos en carga ascendentes y descendentes, las probabilidades condicionales con que éstos se descomponen en trayectos individuales están descritas por las matrices de descomposición de los movimientos en ascenso (en carga) de las condiciones “Up-Peak” de tráfico. En cuanto a los trayectos de transición en vacío entre el destino y origen más lejanos, los cuales resultan de la interacción estocástica de los procesos de ascenso y descenso, se determinaron analíticamente las 162 matrices (renglón) de descomposición correspondientes a la probabilidad condicional en función de la longitud y sentido de estos movimientos.

Finalmente, a manera de síntesis de los resultados y partiendo de la definición formal de la matriz de descomposición condicional definida en capítulos precedentes para el “Up-Peak”:

$$D_{q,l}^{UPP} | [K_a = k_a] : d_{q,l}^{UPP} = P[Q = q, L = l | K_a = k_a]$$

Donde el apelativo en minúscula refiere específicamente al trayecto individual (celda)  $(q;l)$  para la matriz en la que se considera con certidumbre que  $k_a$  pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso, de donde se deriva la existencia de 8 matrices con dimensiones 8 renglones por 10 columnas. Finalmente el superíndice refiere a la condición “Up-Peak”.

Entonces las matrices de descomposición condicionales correspondientes al **Tráfico Mixto** para los **movimientos ascendentes en carga**, caracterizadas por el superíndice *MTA* se definirán en lo sucesivo como:

$$D_{q,l}^{MTA} | [K_a = k_a] : d_{q,l}^{MTA} | [K_a = k_a] = P[Q = q, L = l | K_a = k_a] \quad (7.9)$$

De forma análoga, para los **movimientos descendentes en carga**, las matrices de descomposición condicional, referidas por el superíndice *MTD*, son:

$$D_{q,l}^{MTD} | [K_d = k_d] : d_{q,l}^{MTD} | [K_d = k_d] = P[Q = q, L = l | K_d = k_d] \quad (7.10)$$

Por su parte, para los **movimientos de transición en vacío ascendentes** (*TRA*) las 81 matrices de probabilidades condicionales, se definen como:

$$D_l^{TRA} | [K_a = k_a, K_d = k_d] : d_l^{TRA} | [K_a = k_a, K_d = k_d] = P[L = l | K_a = k_a, K_d = k_d] \quad (7.11)$$

Donde :

$$l = l_v \quad \forall l_v > 0$$

Finalmente, para los **movimientos de transición en vacío descendentes** (*TRD*), las 81 matrices complementarias se definen como:

$$D_l^{TRD} | [K_a = k_a, K_d = k_d] : d_l^{TRD} | [K_a = k_a, K_d = k_d] = P[L = l | K_a = k_a, K_d = k_d] \quad (7.12)$$

Donde :

$$l = -l_v \quad \forall l_v < 0$$

## Tercer Apartado

### 7.3 Matriz de Tráfico Mixto

#### Introducción

El propósito de este apartado consiste en definir las Matrices de Tráfico asociadas a las condiciones de Tráfico Mixto; dichas matrices determinan básicamente la propensión estadística con que un determinado número de pasajeros  $k_d$  aborda la cabina en la planta de acceso, con la finalidad de ser conducidos en ascenso a sus destinos, así como aquella correspondiente al número de pasajeros  $k_d$  que desembarcan en dicha planta provenientes de sus respectivos destinos. Con este objetivo y considerando que dicha propensión varía a lo largo del día obedeciendo a las diferentes condiciones de tráfico en la edificación, en primer tiempo se realiza, sin pérdida de generalidad, el planteamiento asumiendo las condiciones específicas correspondientes a un único ciclo de transporte o “viaje redondo”, extendiéndose sucesivamente este resultado al intervalo de cinco minutos basados en la propiedad de divisibilidad de la Poisson, para en última instancia postular la especificación de las Matrices de Tráfico Diarias, cuya demostración formal derivará de forma natural en el apartado correspondiente al cálculo del consumo, el cual sucede al presente.

La Matriz de Tráfico, en su forma más sucinta, describe las probabilidades con que todos y cada uno de los posibles valores de realización del número de pasajeros acontecen:

$$\begin{aligned} &P[K = 1] \\ &P[K = 2] \\ &\vdots \\ &P[K = k] \\ &\vdots \\ &P[K = q_{\max}] \end{aligned}$$

Donde dichas probabilidades responden a la distribución Poisson, la cual en su forma general describe la probabilidad con que un determinado número de eventos acontece en un intervalo de tiempo dado que se conoce la tasa de ocurrencia de dichos eventos.

$$P[K = k] = \text{Pois}(\lambda \cdot t) = \frac{(\lambda \cdot t)^k \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{k!}$$

$\lambda$ : tasa de ocurrencia del fenómeno

$t$ : intervalo de tiempo entre experimentos

De lo anterior se deduce que la probabilidad es función, tanto de la tasa de arribo dictada por las condiciones de intensidad de tráfico, como del intervalo de tiempo entre partidas sucesivas. En este sentido y si bien la mayoría de los autores reconocen que el proceso de arribo es de tipo Poisson, la mayoría de las fuentes consultadas basan sus desarrollos en la “Handling Capacity Verification Criteria” [2] [8] [9], la cual supone que en condiciones críticas de servicio las cabinas parten invariablemente cargadas al

80% de su capacidad nominal, de donde posteriormente se calcula el intervalo suponiendo un número de ascensores con determinadas características, para finalmente calcular la Capacidad de Transporte “Handling Capacity”, que debe ser ligeramente superior o igual a la demanda de diseño. Este procedimiento de verificación debe su prevalencia al hecho que permite, de manera directa, determinar el número de ascensores y características de éstos enfocándose específicamente en las condiciones límites de servicio; razón por la cual dicho enfoque ha sido extendido a condiciones de tráfico más complejas como el Tráfico Mixto [5]. En este sentido, es indiscutible que dicho procedimiento satisfaga las necesidades de diseño de la industria; sin embargo no proporciona informaciones sobre la evolución y desempeño del sistema a lo largo de una jornada representativa de operación, condición indispensable para evaluar el consumo energético diario de los ascensores.

En consistencia con los requerimientos de la presente investigación, resulta de particular interés la propuesta excepcional, en términos del enfoque, de Zong *et al.* (2004) [10], quienes realizan un planteamiento estocástico similar al aquí emprendido, pero basado en el tiempo entre dos solicitudes consecutivas para el “Up-Peak”, tiempo que describen por medio de una distribución exponencial. Esto, si bien es cierto para el tiempo entre dos solicitudes consecutivas, no es extrapolable al caso de numerosas solicitudes en serie, ya que la suma de exponenciales independientes resulta en una distribución Erlang:

$$f(t ; k, \lambda) = \frac{\lambda^k t^{k-1} \cdot e^{-\lambda t}}{(k-1)!}$$

$t$ : intervalo de tiempo entre experimentos

$k$ : número de eventos

$\lambda$ : tasa de ocurrencia del fenómeno

Donde se puede observar que fijando el factor de forma tal que  $k=1$ , es decir para un único evento, la distribución efectivamente colapsa a la exponencial:

si  $k=1$

$$f(t ; 1, \lambda) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} = \exp(-\lambda t)$$

Zong *et al.* no proporcionan mayores informaciones en relación a este punto, aunque se puede especular que dicho supuesto repose en la propiedad de “memorylessness” de la distribución exponencial, la cual mediante la implementación del modelo de Teoría de Colas garantiza la consistencia con el proceso Poisson mediante generaciones iteradas de exponenciales. En todo caso, la investigación de Zong *et al.* tiene por objetivo evaluar diversas modalidades de operación basadas en la zonificación de la edificación únicamente aplicable al periodo “Up-Peak” de tráfico, por lo que claramente los desarrollos emprendidos en esta Tesis no tienen precedente conocido, ya que el cálculo cubrirá la totalidad de una jornada típica de operación.

Los desafíos específicos que entraña el desarrollo de un modelo estocástico de tráfico derivan de la interrelación entre variables, lo que suponiendo un único ascensor:

$$P[K = k] = Pois(\lambda \cdot RTT) = \frac{(\lambda \cdot RTT)^k \cdot e^{-\lambda \cdot RTT}}{k!}$$

Donde:

$$RTT(P[K = k])$$

Es decir que la probabilidad que define el número de pasajeros (ya sea que parten de la planta de acceso o que desembarcan en ella) es función del tiempo de “viaje redondo” ( $RTT$ ), el cual a su vez es función de dicha probabilidad. Por ejemplo, suponiendo que se parte de una situación de equilibrio a largo plazo (Estado Estacionario), un cambio en la intensidad del tráfico inducirá cambios en las probabilidades, que a su vez repercutirán sobre  $RTT$ , lo que provocará un cambio en las probabilidades y así *ad infinitum*; por lo que cada condición de tráfico (caracterizada por los datos cinco-minutales) requerirá el cálculo de los valores de equilibrio, en un planteamiento análogo al propuesto por Zong *et al.*

## Proceso de Demanda en Ascenso

Sin pérdida de generalidad, supóngase inicialmente, basados en la distribución de probabilidad Poisson, la siguiente especificación para el **proceso de demanda en ascenso**:

$$P[K_a(\Delta_a) = k_a] = Pois(\Delta_a) = \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!}$$

Donde:

$K_a$  : v.a. discreta asociada al número de pasajeros que abordan la cabina en la planta cero

$k_a = \{1, 2, \dots, q_{\max}\}$  : realización de la v.a.  $K_a$

$\Delta_a$  : Impulso del proceso de ascenso

La innovación con respecto al capítulo anterior está en la introducción de la variable  $\Delta_a$ , la cual en lo sucesivo cobrará sentido a la hora de calcular el estado estacionario del sistema. Así, inicialmente asúmase dicha variable como una reescritura del término  $\lambda_a \cdot t$  anteriormente referido.

## Proceso de Demanda en Descenso

En cuanto al **proceso de demanda en descenso** y sabiendo que estadísticamente el sentido del desplazamiento es irrelevante; por analogía:

$$P[K_d(\Delta_d) = k_d] = Pois(\Delta_d) = \frac{(\Delta_d)^{k_d} e^{-\Delta_d}}{k_d!}$$

Donde:

$K_d$  : v.a. discreta asociada al número de pasajeros que desembarcan en la planta cero

$k_d = \{1, 2, \dots, q_{\max}\}$  : realización de la v.a.  $K_d$

$\Delta_d$  : Impulso del proceso de descenso

### 7.3.1 Determinación del Tiempo de Ciclo o RTT

Como antecedente a la determinación del “Round Trip Time” (*RTT*) en capítulos anteriores, para las condiciones de “Up-Peak”, se ha considerado inicialmente la especificación determinística habitualmente referida en la literatura, la cual posteriormente se reescribió en términos del valor esperado para reflejar la naturaleza estocástica de las variables que en ella intervienen. Así, en primer lugar, reconociendo la sucesión de eventos que integran un ciclo típico bajo condiciones de Tráfico Mixto, la cual comprende:

- Partida desde la planta cero con  $K_a = k_a$  pasajeros.
- $S_a$  trayectos en ascenso hasta los diferentes destinos  $X_i$  de los  $K_a$  pasajeros.
- Un trayecto en vacío desde el último destino de los pasajeros en ascenso  $\sup\{X_i\}$  hasta la demanda más lejana de descenso  $\sup\{Y_j\}$ , trayecto que puede ser en ascenso, descenso o nulo.
- $S_d$  trayectos en descenso desde los diferente orígenes de demanda en descenso  $Y_j$  hasta la planta cero, destino común de los  $K_d$  pasajeros
- $K_d = k_d$  pasajeros desembarcan.

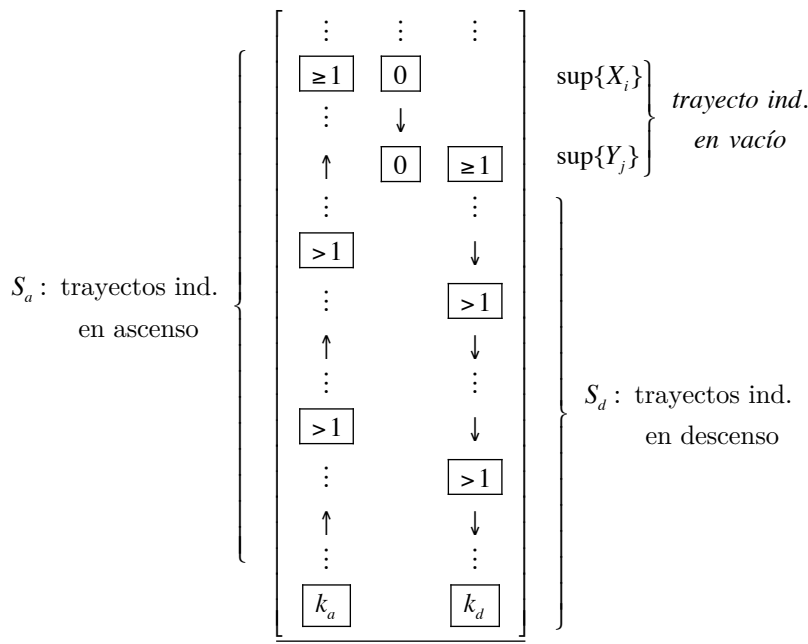


Figura 7.10 Esquema de un movimiento tipo para el Tráfico Mixto

Lo cual transcrito en términos determinísticos y según la nomenclatura usual en la literatura, da por resultado:

$$RTT = 2 \cdot H \cdot t_v + (S_a + S_d + 1) \cdot t_s + 2 \cdot (K_a + K_d) \cdot t_p \quad (7.13)$$



con:

$RTT$ : round trip time, tiempo de viaje redondo ( $s$ )

$H$ : planta de destino más lejana (ascenso) u origen más lejano (descenso)

$t_v$ : tiempo para cubrir la distancia entre dos niveles consecutivos a velocidad de crucero ( $s$ )

$$t_v = \frac{D_{inter}}{V_{ter}}$$

$D_{inter}$ : distancia promedio entre niveles ( $m$ )

$V_{ter}$ : velocidad de crucero ( $m/s$ )

$S_a$ : número de paradas en ascenso

$S_d$ : número de paradas en descenso

$t_p$ : tiempo necesario para que un pasajero embarque o desembarque ( $s$ )

$$t_s = T - t_v$$

$t_s$ : tiempo de apertura y cierre de puertas, suplementario de aceleración y frenada.

$T$ : tiempo consumido en un trayecto de planta a planta ( $s$ ) ya sea por medición en campo o determinado mediante la suma de los tiempos correspondientes a: cierre de puertas, aceleración, crucero, frenada, apertura de puertas.

$$T = t_d + \underbrace{t_{ace} + t_{vter} + t_{fre}}_{TTD} + t_d = 2t_d + TTD$$

$t_d$ : tiempo para apertura o cierre de puertas ( $s$ )

$TTD$ : Time To Destination, tiempo necesario para ejecutar un desplazamiento entre niveles consecutivos ( $s$ )

$t_{ace}$ : tiempo de aceleración ( $s$ )

$t_{fre}$ : tiempo de frenada ( $s$ )

$t_{vter}$ : tiempo de viaje a velocidad de crucero ( $s$ )

A continuación, reseñando cada una de las variables que en ella intervienen, denotando específicamente su naturaleza y modo de obtención.

$$RTT = 2 \cdot H \cdot t_v + (S_a + S_d + 1) \cdot t_s + 2 \cdot (K_a + K_d) \cdot t_p$$

$H$ : variable aleatoria por determinar

$$t_v = \frac{D_{inter}}{V_{ter}}$$

Donde:

$D_{inter}$ : 3 metros (supuesto de diseño)

$V_{ter}$ : velocidad de crucero del ascensor, supuesto de diseño

$S_a$ : variable aleatoria cuya expresión se conoce bajo forma condicional

$S_d$ : variable aleatoria cuya expresión se conoce bajo forma condicional

$$t_s = T - t_v$$

$$T = t_d + \underbrace{t_{ace} + t_{vter} + t_{fre}}_{TTD} + t_d = 2t_d + TTD$$

$TTD, t_{ace}, t_{vter}, t_{fre}$ : determinada a partir del modelo cinemático ( $s$ )

$t_d$ : valor asumido en base a la literatura

$t_p$ : valor asumido en base a la literatura

$K_a, K_d$ : variables aleatorias regidas por distribuciones de probabilidad conocidas

Explicitando sucesivamente la naturaleza estocástica subyacente de la expresión relativa al valor esperado condicional del  $RTT$ :

$$E[RTT|K_a = k_a, K_d = k_d] = 2 \cdot t_v \cdot E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] + (E[S_a|K_a = k_a] + E[S_d|K_d = k_d] + 1) \cdot t_s + 2 \cdot t_p \cdot (k_a + k_d)$$

De donde levantando la condicionalidad sobre  $K_a$  y  $K_d$ :

$$E[RTT] = \sum_{ka}^{q_{\max}} \sum_{kd}^{q_{\max}} \{ [2 \cdot t_v \cdot E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] + (E[S_a|K_a = k_a] + E[S_d|K_d = k_d] + 1) \cdot t_s + 2 \cdot t_p \cdot (k_a + k_d)] \cdot P[K_a = k_a, K_d = k_d] \}$$

Adicionalmente, por independencia de las variables aleatorias  $K_a$  y  $K_d$ :

$$E[RTT] = \sum_{ka}^{q_{\max}} \sum_{kd}^{q_{\max}} \{ [2 \cdot t_v \cdot E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] + (E[S_a|K_a = k_a] + E[S_d|K_d = k_d] + 1) \cdot t_s + 2 \cdot t_p \cdot (k_a + k_d)] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \}$$

Lo que según se muestra en el Anexo 7.2 se puede simplificar, dando por resultado:

$$E[RTT] = 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q_{\max}} \sum_{kd}^{q_{\max}} \{ E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \} + t_s \cdot (E[S_a] + E[S_d] + 1) + 2 \cdot t_p \cdot (E[K_a] + E[K_d]) \quad (7.14)$$

Expresión en la cual intervienen los valores esperados condicionales para el número de paradas (o trayectos individuales) tanto para los trayectos en ascenso como descenso, los cuales se obtienen por extensión a lo demostrado en capítulos precedentes a partir de:

$$E[S_a|K_a = k_a] = N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{ka} \right)$$

$$E[S_d|K_d = k_d] = N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{kd} \right)$$

$N$ : número de plantas sobre el nivel de acceso

Sucesivamente, levantando la condicionalidad mediante el recurso al Teorema de la Probabilidad Total:

$$E[S_a] = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{ka} \right) \cdot P[K_a = k_a] \quad (7.15)$$

$$E[S_d] = \sum_{kd=1}^{q_{\max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{kd} \right) \cdot P[K_d = k_d]$$

Por otro lado en lo concerniente al tiempo “suplementario”  $t_s$ , basados en los resultados intermedios del modelo cinemático, se sabe que:

$$V_{ter} = A\tau = A^2 \left( \frac{da}{dt} \right)^{-1} \quad (7.16)$$

$$D_{ace} = A\tau^2 = A^3 \left( \frac{da}{dt} \right)^{-2}$$

De donde adicionalmente el tiempo necesario para ejecutar un desplazamiento entre origen y destino:

$D$ : distancia entre origen y destino ( $m$ )  
 $d_{vter}$ : distancia recorrida a velocidad de crucero ( $m$ )  
 $d_{vter} = D - 2D_{ace}$   
 $t_{ace}$ : tiempo de aceleración ( $s$ )  
 $t_{fre}$ : tiempo de frenada ( $s$ )  
 $t_{vter}$ : tiempo del recorrido a velocidad de crucero ( $s$ )  
 $TTD$  (*Time to Destination*): tiempo entre origen y destino ( $s$ )  
 $t_{ace} = t_{fre} = 2\tau$   
 $t_{vter} = \frac{D - 2D_{ace}}{V_{ter}}$   
 $TTD = t_{ace} + t_{vter} + t_{fre} = 4\tau + \frac{D - 2D_{ace}}{V_{ter}} = 2\tau + \frac{D}{V_{ter}}$

Por lo que suponiendo un desplazamiento entre dos niveles consecutivos:

$$TTD = 2\tau + \frac{D_{inter}}{V_{ter}}$$

$$t_s = T - t_v = 2t_d + TTD - t_v = 2t_d + 2\tau + \frac{D_{inter}}{V_{ter}} - \frac{D_{inter}}{V_{ter}}$$

$$t_s = 2t_d + 2 \cdot \frac{A}{da/dt}$$

En síntesis, las variables conocidas y por determinar son:

$$E[RTT] = 2 \cdot t_v \overbrace{\sum_{ka=1}^{q_{max}} \sum_{kd=1}^{q_{max}} \{E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d]\}}^{\text{POR DETERMINAR}} + t_s \cdot (E[S_a] + E[S_d] + 1) + 2 \cdot t_p \cdot (E[K_a] + E[K_d]) \quad (7.17)$$

$$t_v = \frac{D_{inter}}{V_{ter}}$$

$$t_s = 2t_d + 2 \cdot \frac{A}{da/dt}$$

$$E[S_a] = \sum_{ka=1}^{q_{max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{ka} \right) \cdot P[K_a = k_a]$$

$$E[S_d] = \sum_{kd=1}^{q_{max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{kd} \right) \cdot P[K_d = k_d]$$

Donde los únicos valores asumidos en base a la literatura serán:

$t_d$ : tiempo de apertura ó cierre de puertas  
 $t_p$ : tiempo para abordar o descender de cabina por pasajero

Por lo que únicamente resta definir el primer sumando, el cual refiere específicamente al valor esperado del destino-origen más lejano  $E[H]$ .

### 7.3.2 Determinación del destino-origen más lejano

Para la determinación del destino-origen más lejano partimos específicamente de la expresión del destino (en ascenso) más lejano (7.1), que se retoma a continuación:

$$P[\sup\{X_i\} = n_a | K_a = k_a] = \frac{1}{N^{ka}} \cdot (n_a^{ka} - (n_a - 1)^{ka}) \quad (7.18)$$

Aplicando sucesivamente el Teorema de la Probabilidad Total para levantar la condicionalidad, asumiendo  $P[K_a(\Delta_a) = k_a]$  conocido y para la cual,  $\Delta_a$  representa la intensidad del proceso de ascenso; entonces:

$$P[\sup\{X_i\} = n_a] = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} \frac{1}{N^{ka}} \cdot (n_a^{ka} - (n_a - 1)^{ka}) \cdot P[K_a(\Delta_a) = k_a]$$

Sucesivamente y conforme a la definición de esperanza matemática:

$$E[\sup\{X_i\} = n_a] = \sum_{na=1}^N \left( n_a \cdot \sum_{ka=1}^{q_{\max}} \frac{1}{N^{ka}} \cdot (n_a^{ka} - (n_a - 1)^{ka}) \cdot P[K_a(\Delta_a) = k_a] \right)$$

De donde invirtiendo el orden de los sumatorios:

$$E[\sup(X_i)] = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} \sum_{na=1}^N \frac{n_a}{N^{ka}} \cdot (n_a^{ka} - (n_a - 1)^{ka}) \cdot P[K_a(\Delta_a) = k_a]$$

$$E[\sup\{X_i\}] = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] \cdot \sum_{na=1}^N \frac{n_a}{N^{ka}} \cdot (n_a^{ka} - (n_a - 1)^{ka})$$

A partir de lo cual se puede demostrar que el valor esperado del destino más lejano en ascenso es igual a:

$$E[\sup\{X_i\}] = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] \cdot \left( N - \sum_{na=1}^{N-1} \left( \frac{n_a}{N} \right)^{ka} \right) \quad (7.19)$$

A continuación y de forma similar supóngase un proceso **independiente** de demanda en descenso para el cual:

$Y_j$ : v.a. discreta asociada al origen del  $j$  ésimo pasajero de descenso

$y_j = \{1, 2, \dots, N\}$ : realización de la v.a.  $Y_j$

Donde:

$$j = \{1, 2, \dots, k_d\}$$

De donde, de manera análoga se obtiene:

$$E[\sup\{Y_j\}] = \sum_{kd=1}^{q_{\max}} P[K_d(\Delta_d) = k_d] \cdot \left( N - \sum_{nd=1}^{N-1} \left( \frac{n_d}{N} \right)^{kd} \right) \quad (7.20)$$

Finalmente conjuntando el destino más lejano (7.19), origen más lejano (7.20) y por medio del supremo que expresa el mayor de ambos valores, entonces:

$$E[H(\Delta_a, \Delta_d)] = \sup\{E[\sup\{X_i\}]; E[\sup\{Y_j\}]\}$$

Lo que en términos de los resultados parciales se expresa extensivamente como:

$$E[H(\Delta_a, \Delta_d)] = \sup \left\{ \begin{array}{l} \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] \cdot \left( N - \sum_{na=1}^{N-1} \left( \frac{n_a}{N} \right)^{ka} \right); \\ \sum_{kd=1}^{q_{\max}} P[K_d(\Delta_d) = k_d] \cdot \left( N - \sum_{nd=1}^{N-1} \left( \frac{n_d}{N} \right)^{kd} \right) \end{array} \right\} \quad (7.21)$$

En la anterior expresión se determina el valor esperado del destino-origen más lejano a través de la evaluación de los procesos de ascenso y descenso. Sin embargo y como se describe en el Anexo 7.3, es posible precisar cuál de éstos es el que efectivamente determina el destino-origen más lejano. Intuitivamente, se puede suponer que a mayor número de usuarios, por ejemplo en ascenso, mayor será la probabilidad de que se tenga un destino más lejano; por lo que el proceso (ascenso o descenso) que mayor número de usuarios exhiba será aquel que determine el destino-origen más lejano. Finalmente, si el número de usuarios por proceso es resultado de la intensidad de la demanda, en términos de la propensión expresada por el término de impulso  $\Delta_a$  o  $\Delta_d$  del proceso, entonces aquel proceso con mayor impulso regirá al valor esperado del destino-origen más lejano, tal y como se expresa en la siguiente expresión y cuya demostración formal se incluye en el Anexo 7.3:

$$E[H(\Delta_a, \Delta_d)] = \begin{cases} \text{Si } \Delta_a > \Delta_d : & \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] \cdot \left( N - \sum_{na=1}^{N-1} \left( \frac{n_a}{N} \right)^{ka} \right) \\ \text{Si } \Delta_a \leq \Delta_d : & \sum_{kd=1}^{q_{\max}} P[K_d(\Delta_d) = k_d] \cdot \left( N - \sum_{nd=1}^{N-1} \left( \frac{n_d}{N} \right)^{kd} \right) \end{cases} \quad (7.22)$$

Finalmente y a manera de síntesis de cálculo, a continuación se expone la especificación funcional para el valor esperado del tiempo de “viaje redondo” con todos los elementos que en esta intervienen.

$$E[RTT] = 2 \cdot t_v \cdot E[H] + t_s \cdot (E[S_a] + E[S_d] + 1) + 2 \cdot t_p \cdot (E[K_a] + E[K_d]) \quad (7.23)$$

$$t_v = \frac{d_f}{V_{ter}}$$

$$t_s = 2t_d + 2 \cdot \frac{A}{da/dt}$$

$$E[S_a] = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{ka} \right) \cdot P[K_a = k_a]$$

$$E[S_d] = \sum_{kd=1}^{q_{\max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{kd} \right) \cdot P[K_d = k_d]$$

$$E[H] = \begin{cases} \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] \cdot \left( N - \sum_{na=1}^{N-1} \left( \frac{n_a}{N} \right)^{ka} \right) & \Delta_a > \Delta_d \\ \sum_{kd=1}^{q_{\max}} P[K_d(\Delta_d) = k_d] \cdot \left( N - \sum_{nd=1}^{N-1} \left( \frac{n_d}{N} \right)^{kd} \right) & \Delta_a \leq \Delta_d \end{cases}$$

Donde los únicos valores asumidos en base a la literatura son:

$t_d$  : tiempo de apertura o cierre de puertas

$t_p$  : tiempo para abordar o descender de cabina por pasajero

En conclusión, una vez que todos los elementos de la expresión del tiempo de “viaje redondo” *RTT* han sido determinados, a continuación se emprende un ajuste en las distribuciones referentes al proceso en ascenso y descenso, cuyas motivaciones se exponen igualmente a continuación.

### 7.3.3 Ajuste de las Distribuciones; Proceso de Ascenso y Descenso

En los párrafos anteriores y con la finalidad de agilizar la exposición se omitió deliberadamente un hecho que posiblemente el lector pudo advertir y el cual refiere específicamente a la consistencia de la medida truncada de probabilidad. Como es de conocimiento común, toda medida probabilidad debe cumplir una serie de condiciones, entre las cuales la más fundamental para la aplicación del Teorema de la Probabilidad Total es que: “la suma de todas las probabilidades sobre el dominio de la variable debe ser igual a uno”. Es así que partiendo del hecho que el dominio de la distribución Poisson es infinito sobre los enteros positivos más cero, entonces:

$$\sum_{ka=0}^{\infty} P[K_a(\Delta_a) = k_a] = 1$$

para:

$$P[K_a(\Delta_a) = k_a] = Pois(\Delta_a) = \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!}$$

Sin embargo el fenómeno que se desea modelar es finito por definición, dado que la capacidad máxima de cabina es igual a  $q_{\max}$ ; razón por la cual, los sumatorios que se efectúan para eliminar la condicionalidad sobre las variables aleatorias  $K_a$  y  $K_d$ , tienen por límite superior  $q_{\max}$ . Como se puede observar a continuación la naturaleza finita del fenómeno implica una inconsistencia con respecto de medida de probabilidad, dando por resultado que la suma de probabilidades sobre el dominio del fenómeno sea inferior a uno:

$$\sum_{ka=0}^{\infty} P[K_a(\Delta_a) = k_a] = \sum_{ka=0}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] + \sum_{ka=q_{\max}+1}^{\infty} P[K_a(\Delta_a) = k_a] = 1$$

Entonces:

$$\sum_{ka=0}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] = 1 - \sum_{ka=q_{\max}+1}^{\infty} P[K_a(\Delta_a) = k_a] < 1$$

Esta inconsistencia tiene implicaciones concretas, en particular reduciendo la cantidad real de pasajeros expresada por el valor esperado, además de otras. Con la finalidad de ilustrar lo anterior y consistentemente con la definición de valor esperado:

$$K_a \sim Pois(\Delta_a)$$

donde:

$$E[Pois(\Delta_a)] = \Delta_a$$

$$E[K_a(\Delta_a)] = \underbrace{\Delta_a}_{(a)} = \sum_{ka=0}^{\infty} k_a \cdot \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!} = \sum_{ka=0}^{q_{\max}} \underbrace{k_a \cdot \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!}}_{(b)} + \sum_{ka=q_{\max}+1}^{\infty} k_a \cdot \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!}$$

Donde (a) representa por así decirlo lo que se “espera o cree” obtener y (b) lo que realmente se consigue, de donde mediante la siguiente reescritura se evidencia que: lo efectivamente conseguido (b) es inferior a lo “esperado” (a):

$$\underbrace{\sum_{k_a=0}^{q_{\max}} k_a \cdot \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!}}_{(b)} = \underbrace{\Delta_a}_{(a)} - \sum_{k_a=q_{\max}+1}^{\infty} k_a \cdot \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!}$$

$$\underbrace{\sum_{k_a=0}^{q_{\max}} k_a \cdot \frac{(\Delta_a)^{k_a} e^{-\Delta_a}}{k_a!}}_{(b)} < \underbrace{\Delta_a}_{(a)}$$

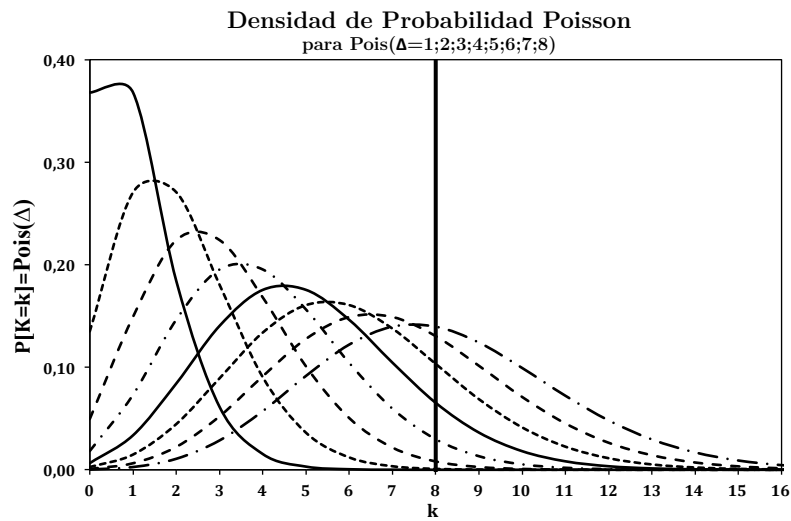


Figura 7.11 Densidad de Probabilidad para Poisson NO Ajustada (las líneas se han agregado y suavizado para favorecer el seguimiento de las curvas)

Consistentemente con el ejemplo analítico, se puede observar en la Figura 7.11 las porciones de las distribuciones que rebasan la frontera  $k = q_{\max} = 8$ . En consecuencia y con la finalidad de eliminar la inconsistencia teórica de la medida de probabilidad y reducir la distorsión del valor esperado se propone a continuación el siguiente ajuste, basado en lo que se conoce como distribución Poisson truncada:

$$P[\tilde{K}_a(\Delta_a) = \tilde{k}_a] = P[K_a(\Delta_a) = k_a] \cdot \left( \sum_{k_a=0}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] \right)^{-1} \quad (7.24)$$

Ajuste cuyo efecto se puede percibir en la Figura 7.12.

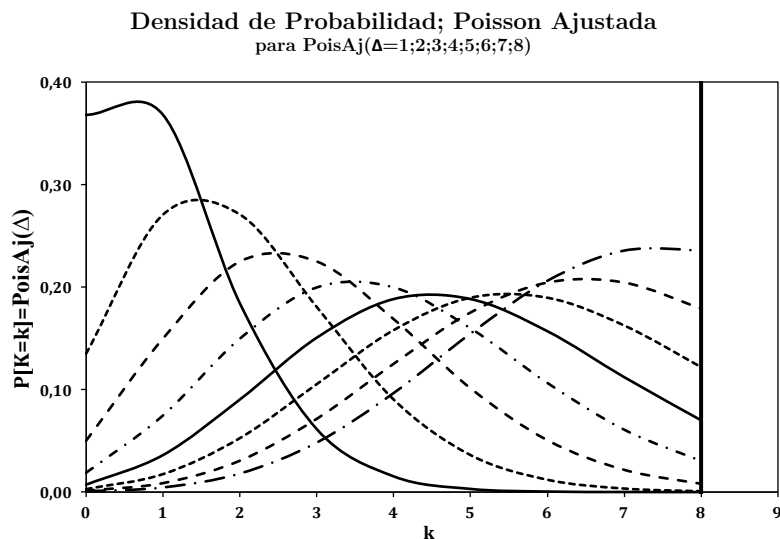


Figura 7.12 Densidad de Probabilidad para Poisson Ajustada (las líneas se han agregado y suavizado para favorecer el seguimiento de las curvas)

Así como es tradicional en todo ejercicio de ajuste, la elección de esta especificación en particular es resultado de balancear sencillez y efectividad. A esto se suma el hecho que el comportamiento de la distribución ajustada tiene una posible interpretación física. En la Figura 7.13 se observa que los usuarios que en la distribución sin ajustar rebasaron el umbral  $k > 8$  incrementan, en la ajustada, la probabilidad de que las cabinas partan con mayor número de pasajeros. En otros términos y solamente para efectos demostrativos<sup>6</sup>, los pasajeros que no pudieron abordar la cabina por desbordamiento incrementan la probabilidad de que las subsecuentes partan más cargadas.

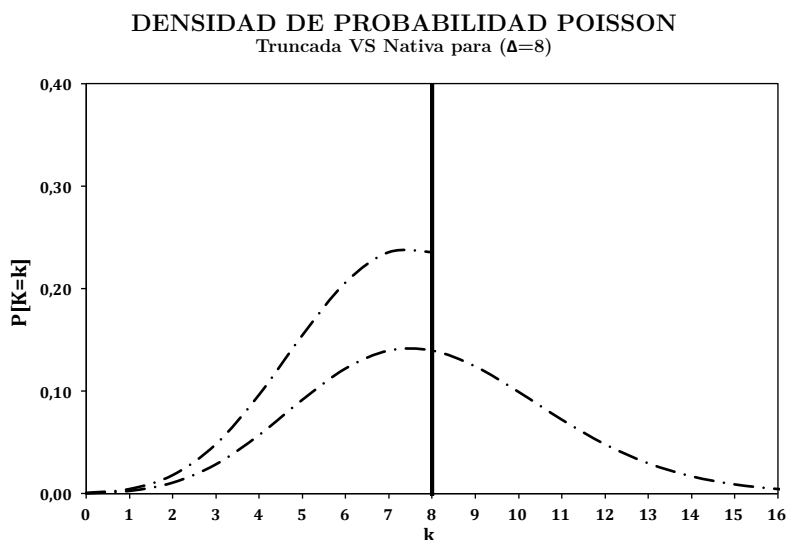


Figura 7.13 Densidad de Probabilidad para Poisson Truncada (ajustada) vs Nativa (las líneas se han agregado y suavizado para efectos de representación)

<sup>6</sup> La introducción de un escenario diacrónico con fines explicativos puede parecer abusiva, pero puede dar lugar a discusión de interpretarse en el sentido de equilibrio a largo plazo.



Discrepancia del Valor Esperado Truncado y de la Medida de Probabilidad

		P[K=k]=Poisson ( $\Delta$ )							
		$\Delta$							
		1	2	3	4	5	6	7	8
sin ajustar	E[K]	1,000	1,998	2,964	3,795	4,333	4,464	4,191	3,624
	SigmaP[ ]	1,000	1,000	0,996	0,979	0,932	0,847	0,729	0,593
ajustada	E[Ktilde]	1,000	1,998	2,976	3,878	4,650	5,269	5,748	6,115
	SigmaP[ ]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabla 7.11 Discrepancia del Valor Esperado y de la Suma de Probabilidades para Poisson sin ajustar y ajustada

En términos cuantitativos y como resultado de la lectura de la Tabla 7.11, se observa que el valor esperado de la distribución sin ajustar presenta un comportamiento contradictorio, siendo en un primer tiempo creciente (alcanzando un máximo para  $\Delta = 6$ ) para en un segundo tiempo ser decreciente. Por su parte la distribución ajustada garantiza un comportamiento consistentemente creciente aunque asintótico tal que:

$$\lim_{\Delta \rightarrow +\infty} E[\tilde{K}] = q_{\max}$$

La condición de monotonicidad deriva en particular de la necesidad de consistencia del fenómeno subyacente, ya que a mayor intensidad de la demanda de transporte (impulso  $\Delta$ ), mayor deberá ser la carga esperada en cabina  $E[\tilde{K}]$ . De igual forma, la distribución Poisson (infinita) captura este hecho ya que no solamente es monótona creciente, adicionalmente es lineal en el impulso:

$$\frac{dE[Pois(\Delta)]}{d\Delta} = 1 > 0$$

Si la consistencia de la medida de probabilidad y la monotonicidad del valor esperado con respecto del impulso son una exigencia necesaria, la linealidad es deseable en términos de eficiencia pero no estrictamente necesaria<sup>7</sup>, ya que por medio del operador de diferencias progresivas del Método Delta Cuadrada de Aitken, partiendo de un valor inicial y basados en la monotonicidad, es posible encontrar el valor específico del impulso que consigue un valor esperado determinado, mientras éste cumpla  $E[\tilde{K}] < q_{\max}$ .

En consecuencia y una vez obtenida las distribuciones ajustadas:

$$P[\tilde{K}_a(\Delta_a) = \tilde{k}_a] = P[K_a(\Delta_a) = k_a] \cdot \left( \sum_{ka=0}^{q_{\max}} P[K_a(\Delta_a) = k_a] \right)^{-1} \tag{7.25}$$

$$P[\tilde{K}_d(\Delta_d) = \tilde{k}_d] = P[K_d(\Delta_d) = k_d] \cdot \left( \sum_{kd=0}^{q_{\max}} P[K_d(\Delta_d) = k_d] \right)^{-1}$$

<sup>7</sup> A falta de una prueba formal en este sentido, se puede especular la imposibilidad de conseguir un ajuste basado en la especificación Poisson, monótono creciente, consistente en la medida de probabilidad y lineal.

Para las cuales la esperanza matemática es:

$$E[\tilde{K}_a(\Delta_a)] = \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} \tilde{k}_a \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_a) = \tilde{k}_a] \quad (7.26)$$

$$E[\tilde{K}_d(\Delta_d)] = \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} \tilde{k}_d \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_d) = \tilde{k}_d]$$

Por lo que las expresiones relativas al tráfico admiten la siguiente reescritura a partir de las anteriores (prestando especial atención a la tilde):

- Valor esperado del número de paradas

$$E[\tilde{S}_a(\Delta_a)] = \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{\tilde{k}_a} \right) \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_a) = \tilde{k}_a] \quad (7.27)$$

$$E[\tilde{S}_d(\Delta_d)] = \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{\tilde{k}_d} \right) \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_d) = \tilde{k}_d]$$

- Valor esperado del destino más lejano de los pasajeros en ascenso

$$E[\sup\{\tilde{X}_i(\Delta_a)\}] = \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_a) = \tilde{k}_a] \cdot \left( N - \sum_{na=1}^{N-1} \left( \frac{n_a}{N} \right)^{\tilde{k}_a} \right) \quad (7.28)$$

- Valor esperado del origen más lejano de los pasajeros en descenso

$$E[\sup\{\tilde{Y}_j(\Delta_d)\}] = \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_d(\Delta_d) = \tilde{k}_d] \cdot \left( N - \sum_{nd=1}^{N-1} \left( \frac{n_d}{N} \right)^{\tilde{k}_d} \right) \quad (7.29)$$

- Valor esperado del destino-origen más lejano

$$E[\tilde{H}(\Delta_a, \Delta_d)] = \begin{cases} \text{Si } \Delta_a > \Delta_d & E[\sup\{\tilde{X}_i(\Delta_a)\}] \\ \text{Si } \Delta_a < \Delta_d & E[\sup\{\tilde{Y}_j(\Delta_d)\}] \end{cases} \quad (7.30)$$

- Tiempo de ciclo o “viaje redondo” (Round-Trip-Time)

$$E[R\tilde{T}(\Delta_a, \Delta_d)] = 2 \cdot t_v \cdot E[\tilde{H}(\Delta_a, \Delta_d)] + t_s \cdot (E[\tilde{S}_a(\Delta_a)] + E[\tilde{S}_d(\Delta_d)] + 1) + 2 \cdot t_p \cdot (E[\tilde{K}_a(\Delta_a)] + E[\tilde{K}_d(\Delta_d)]) \quad (7.31)$$

### 7.3.4 Estado Estacionario

A continuación una vez que se han satisfecho las condiciones teóricas que garantizan la coherencia del modelo, resta únicamente definir las condiciones que deben reunir los impulsos  $\Delta_a$  y  $\Delta_d$  para poder definir los valores numéricos de las probabilidades que finalmente permiten el cálculo de las Matrices de Tráfico.

Comenzando por los datos de tráfico referidos en el primer apartado de este capítulo, los cuales a manera de series temporales refieren a las tasas-cinco-minutos FMR (en porcentaje no decimal) en ascenso y descenso entre las 8:00 y 20:00, por lo que cada una de las series comprende 145 valores; en consecuencia se hace necesario introducir el

subíndice  $tt$  con la finalidad de denotar genéricamente cada uno de dichos valores temporales, entonces:

$UpTrafficData : \{UTD\}_t$  [% , no decimal]

$DownTrafficData : \{DTD\}_t$  [% , no decimal]

$tt$  : hora del dato referido [8:00 ; 20:00]

A continuación convirtiendo estos datos para obtener la intensidad de tráfico por componente expresada en número de pasajeros a cada cinco minutos (FMP, five-minutes-passengers):

$$K_a Data_t = \frac{UTD_t \cdot BP}{100} : \text{Pasajeros en ascenso cada 5 minutos para el instante } tt$$

$$K_d Data_t = \frac{DTD_t \cdot BP}{100} : \text{Pasajeros en descenso cada 5 minutos para el instante } tt$$

$BP$  : población total de los niveles superiores del inmueble

Entonces el Estado Estacionario del sistema para el instante  $tt$  se caracterizará por la dupla  $\{\Delta_a^*, \Delta_d^*\}_t$  tales que se satisfacen las siguientes condiciones de equilibrio:

$$NA_t \cdot \frac{E_t[\tilde{K}_a(\Delta_a^*)] \cdot 300}{E_t[\tilde{RTT}(\Delta_a^*, \Delta_d^*)]} = K_a Data_t \quad (7.32)$$

$$NA_t \cdot \frac{E_t[\tilde{K}_d(\Delta_d^*)] \cdot 300}{E_t[\tilde{RTT}(\Delta_a^*, \Delta_d^*)]} = K_d Data_t$$

$NA_t$  : Número de Ascensores en Operación para el intervalo  $tt$  de tiempo

Las anteriores condiciones (7.32) expresan en otros términos que el valor esperado **efectivo** del número de **pasajeros transportados en cinco minutos**, para lo cual se toma en cuenta el valor esperado del tiempo de “viaje redondo”  $RTT$  y el número de ascensores simultáneamente en operación, **debe ser igual** al **número de pasajeros (FMP)** descritos por los **datos de tráfico** de las series temporales para el instante  $tt$ . La principal virtud de este método radica en el hecho de que el Estado Estacionario se fija observando el valor esperado efectivo del número de pasajeros transportados, con lo que se corrige la no linealidad de éste frente al impulso (Tabla 7.11), para lo cual el algoritmo de búsqueda de soluciones fija libremente los valores de los impulsos que satisfacen dichas condiciones. Así por ejemplo, para los datos de tráfico correspondientes a las 13:15 horas y según se puede observar en la Tabla 7.12, los valores de equilibrio obtenidos son:

$$\begin{cases} \Delta_a^* = 1,850881346 \\ \Delta_d^* = 7,797546801 \end{cases}$$

Los cuales generan una densidad de probabilidad en el rango del fenómeno cuya suma de valores es consistentemente igual a 1:

$$SIGMAPKa = \sum_{k_a=0}^{q_{\max}} P_t[\tilde{K}_a(\Delta_a^*) = \tilde{k}_a] = 1$$

$$SIGMAPKd = \sum_{k_d=0}^{q_{\max}} P_t[\tilde{K}_d(\Delta_d^*) = \tilde{k}_d] = 1$$

Por su parte, el valor esperado efectivo del número de pasajeros en ascenso y descenso por ciclo, expresado en PPC (pasajeros por ciclo o “viaje redondo”) es igual a:

$$E_{13:15}[\tilde{K}_a(\Delta_a^*)] = \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} \tilde{k}_a \cdot P_{13:15}[\tilde{K}_a(\Delta_a^*) = \tilde{k}_a] = 1,84988796 \text{ PPC}$$

$$E_{13:15}[\tilde{K}_d(\Delta_d^*)] = \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} \tilde{k}_d \cdot P_{13:15}[\tilde{K}_d(\Delta_d^*) = \tilde{k}_d] = 6,04878659 \text{ PPC}$$

En cuanto al valor esperado del tiempo de “viaje redondo” calculado a partir de la estructura de probabilidad correspondiente a los valores solución de los impulsos  $\Delta_a^*$  y  $\Delta_d^*$ , es igual a:

$$E_{13:15}[\tilde{RTT}(\Delta_a^*, \Delta_d^*)] = 118,48 \text{ s}$$

<b>EQUILIBRIO; TRAFICO MIXTO</b>					
Calculado para los datos cincominutales 13:15					
<i>Vter=</i>	1,00	<i>m/s</i>	<i>BP=</i>	400	<i>usuarios</i>
<i>A=</i>	0,7363	<i>m/s^2</i>	<i>Design FMR=</i>	15	<i>%</i>
<i>da/dt=</i>	0,5421	<i>jerk</i>		60	<i>FMP</i>
<i>Dinter=</i>	3,00	<i>m</i>	<i>NA=</i>	3	<i>ascensores</i>
<i>td=</i>	2,00	<i>s</i>			
<i>tp=</i>	1,00	<i>s</i>			
<i>ts=</i>	6,7163	<i>s</i>			
<i>tv=</i>	3,00	<i>s</i>			
<i>tau=</i>	1,3581	<i>s</i>			
<i>N=</i>	10	<i>niveles</i>			
		<i>KaData(13:15)</i>	14,05213962	<i>FMP</i>	
		<i>KdData(13:15)</i>	45,94786038	<i>FMP</i>	
<i>KaData(13:15)+KdData(13:15)</i>	60	<i>FMP</i>	15,00%	<i>FMR</i>	
		<i>Δ*a</i>	1,850881346		
		<i>Δ*d</i>	7,797546801		
		<i>NAa*E[Ka-tilde]*300/E[RTT-tilde]</i>	14,052139608	<i>FMP</i>	
		<i>ERROR</i>	-1,64E-08	<i>FMP</i>	
		<i>NAa*E[Kd-tilde]*300/E[RTT-tilde]</i>	45,947860353	<i>FMP</i>	
		<i>ERROR</i>	-2,32E-08	<i>FMP</i>	
<i>ka-tilde</i>	<i>P[ka-tilde]</i>	<i>kd-tilde</i>	<i>P[kd-tilde]</i>		
0	0,15711983	0	0,00066165		
1	0,29081017	1	0,00515925		
2	0,26912756	2	0,02011476		
3	0,16604106	3	0,05228193		
4	0,07683057	4	0,10191770		
5	0,02844086	5	0,15894160		
6	0,00877344	6	0,20655909		
7	0,00231980	7	0,23009346		
8	0,00053671	8	0,22427056		
<i>SIGMAP</i>	1,00000000	<i>SIGMAP</i>	1,00000000		
<i>E[Ka-tilde]</i>	1,84988796	<i>PPC*</i>	<i>E[Kd-tilde]</i>	6,04878659	<i>PPC*</i>
<i>E[Sa-tilde]</i>	1,68908025	<i>paradas</i>	<i>E[Sd-tilde]</i>	4,63198833	<i>paradas</i>
<i>sup[Xi-tilde]</i>	5,85391924	<i>niveles</i>	<i>sup[Yi-tilde]</i>	8,91873211	<i>niveles</i>
<i>E[H-tilde]</i>	8,91873211	<i>niveles</i>			
<i>E[RTT-tilde]</i>	118,48011841	<i>s</i>			

\* PPC: pasajeros por ciclo o RTT-tilde

Tabla 7.12 Ejemplo de resultados para el cálculo del equilibrio

Calculando sucesivamente los valores numéricos correspondientes al Estado Estacionario se tiene:

$$NA_{13:15} \cdot \frac{E_{13:15} [\tilde{K}_a(\Delta_a^*)] \cdot 300}{E_{13:15} [R\tilde{T}T(\Delta_a^*, \Delta_d^*)]} = 14.052139608 \approx 14.05213962 = K_a Data_{13:15}$$

$$NA_{13:15} \cdot \frac{E_{13:15} [\tilde{K}_d(\Delta_d^*)] \cdot 300}{E_{13:15} [R\tilde{T}T(\Delta_a^*, \Delta_d^*)]} = 45,947860353 \approx 45,94786038 = K_d Data_{13:15}$$

Donde el error expresado en FMP (pasajeros cada 5 minutos) es igual a:

$$ERROR_{13:15} = -1,64E-08 \text{ FMP}$$

$$ERROR_{13:15} = -2,32E-08 \text{ FMP}$$

Error que puesto en perspectiva implica una discrepancia de un pasajero cada 480 años, lo que es despreciable frente a la varianza de los datos de tráfico, la cual depende de multitud de factores difícilmente ponderables.

Por otro lado en lo que se refiere a los aspectos formales de las condiciones de equilibrio, en particular la unicidad que garantiza que existe “una y sólo una” solución que satisface las condiciones de equilibrio, dicha prueba rebasa los límites de este documento; sin embargo se puede indicar que ésta reposa fundamentalmente en la monotonidad del valor esperado, condición manifestada en el pasaje correspondiente al ajuste de la distribución de probabilidad, así como las funciones que de éste derivan.

En lo que se refiere a las condiciones de equilibrio frente a los movimientos de los impulsos, resulta difícil describir gráficamente la incidencia que los impulsos tienen sobre la ecuación de equilibrio debido al grado de interrelación que liga las magnitudes implicadas en las condiciones de equilibrio. Sin embargo, asumiendo en primer lugar el valor de equilibrio  $\Delta_a^*$  e induciendo cambios en  $\Delta_d$  se obtienen las siguientes trayectorias:

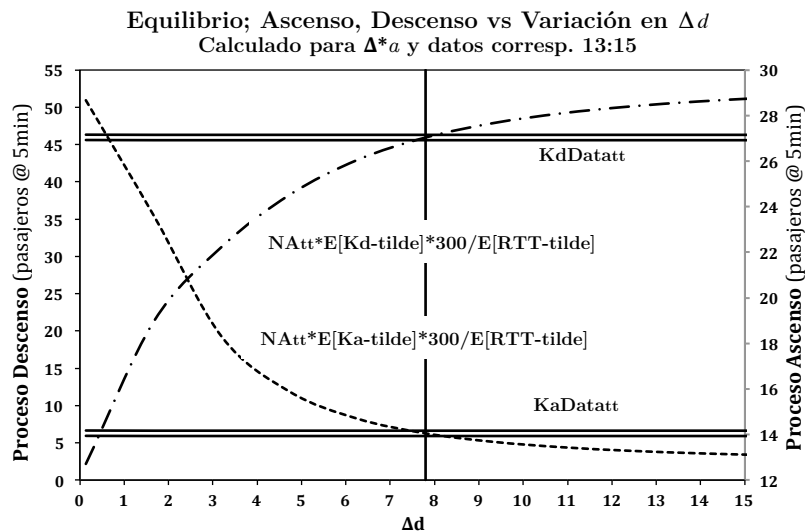


Figura 7.14 Comportamiento de los valores esperados frente a movimientos en  $\Delta d$  para el valor fijo de equilibrio  $\Delta^* a$

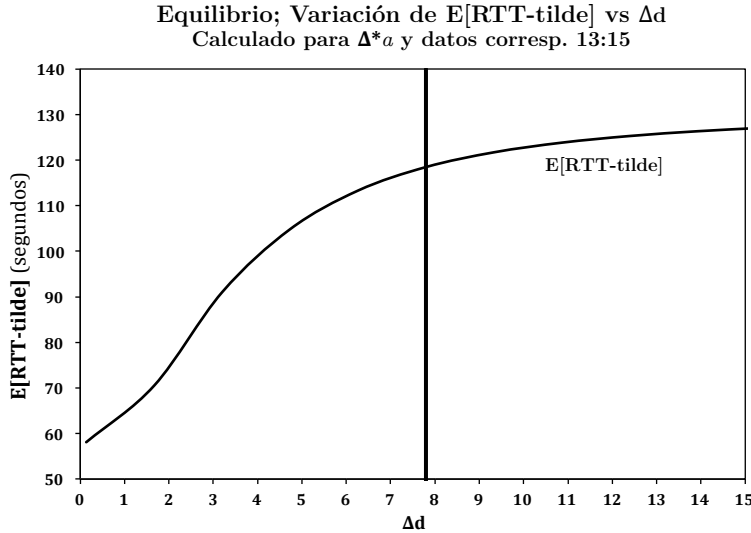


Figura 7.15 Comportamiento del valor esperado de tiempo *RTT-tilde* frente a movimientos en  $\Delta d$  para el valor fijo de equilibrio  $\Delta^*a$

En las anteriores figuras, se observa que conforme a lo esperado los cambios en  $\Delta_d$  inducen cambios en el término (c), así como también en el término (a) vía el cambio en el valor esperado de *RTT-tilde*.

$$\underbrace{NA_u \cdot \frac{E_u[\tilde{K}_a(\Delta_a^*)] \cdot 300}{E_u[\tilde{RTT}(\Delta_a^*, \Delta_d)]}}_{(a)} = \underbrace{K_a Data_u}_{(b)} \qquad \underbrace{NA_u \cdot \frac{E_u[\tilde{K}_d(\Delta_d)] \cdot 300}{E_u[\tilde{RTT}(\Delta_a^*, \Delta_d)]}}_{(c)} = \underbrace{K_d Data_u}_{(d)}$$

Adicionalmente, se observa que los valores solución resultan de la intersección simultánea entre las rectas horizontales (b) y (d), que refieren a las series de tráfico, con las curvas correspondientes a los términos (a) y (c) derivados del modelo. De forma análoga, fijando el valor de equilibrio  $\Delta_d^*$  e induciendo cambios en  $\Delta_a$ , se observa un comportamiento similar que lleva nuevamente al valor de equilibrio  $\Delta_a^*$ .

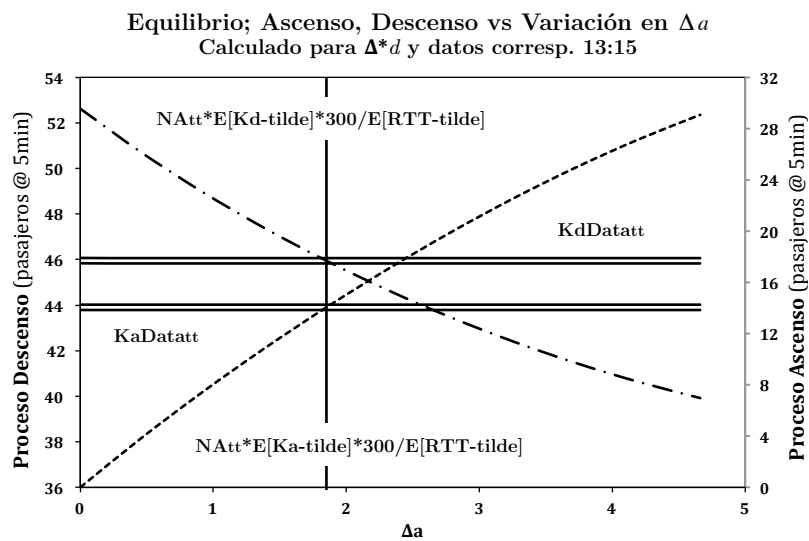


Figura 7.16 Comportamiento de los valores esperados frente a movimientos en  $\Delta a$  para el valor fijo de equilibrio  $\Delta^*d$

Equilibrio; Variación de E[RTT-tilde] vs  $\Delta a$   
 Calculado para  $\Delta^*d$  y datos corresp. 13:15

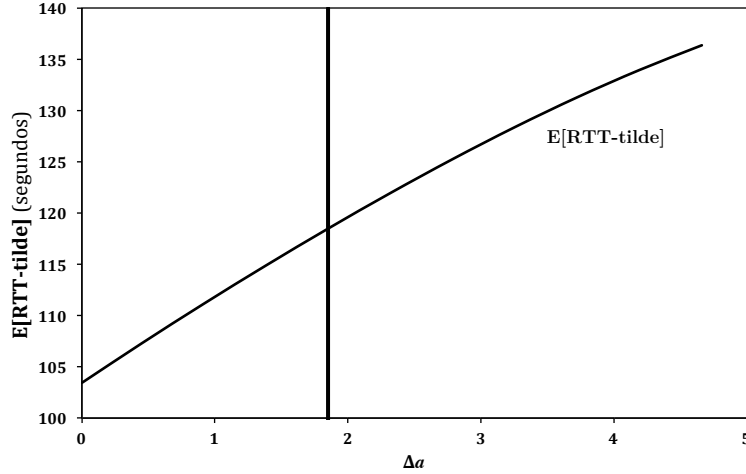


Figura 7.17 Comportamiento del valor esperado del tiempo  $RTT\text{-tilde}$  frente a movimientos en  $\Delta a$  para el valor fijo de equilibrio  $\Delta^*d$

En relación a los medios por los cuales se determinan los valores solución correspondientes a los impulsos, esto es posible de manera cuasi eficiente a través del Proceso Delta Cuadrada de Aitken, gracias a la monotonicidad que exhiben los miembros de la condición de equilibrio.

Finalmente, dado que los valores solución estacionarios  $\{\Delta_a^*, \Delta_d^*\}_t$  dependen de los valores temporales de tráfico, cuyas series comprenden 145 valores cinco-minutales, entonces se deberá recalculer el equilibrio para cada uno de estos intervalos, lo que en principio implicaría 145 matrices por cada tipo de movimiento, resultando un total de 580 matrices. Sin embargo y como se probará formalmente en el siguiente apartado, dado que dicha demostración deriva naturalmente de la definición del consumo energético, asúmase las siguientes especificaciones para las Matrices de Tráfico Diarias, donde figura prominentemente las probabilidades del número de pasajeros en ascenso y descenso en función de los valores estacionarios de los impulsos.

- Matriz de Tráfico Diario de los Movimientos Ascendentes en Carga

$$T_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} : t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} = \sum_{t=1}^{145} \frac{300}{E_t[\tilde{RTT}]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,t}^*) = \tilde{k}_a] \quad (7.33)$$

- Matriz de Tráfico Diario de los Movimientos Descendentes en Carga

$$T_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} : t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} = \sum_{t=1}^{145} \frac{300}{E_t[\tilde{RTT}]} \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,t}^*) = \tilde{k}_d] \quad (7.34)$$

- Matriz de Tráfico Diario de los Movimientos de Transición Ascendentes en Vacío

$$T_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} : t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} = \sum_{t=1}^{145} \frac{300}{E_t[\tilde{RTT}]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,t}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,t}^*) = \tilde{k}_d] \quad (7.35)$$

- Matriz de Tráfico Diario de los Movimientos de Transición Descendentes en Vacío

$$T_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRD} : t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRD} = \sum_{n=1}^{145} \frac{300}{E_n[R\tilde{T}]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Lambda_{a,n}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Lambda_{d,n}^*) = \tilde{k}_d] \quad (7.36)$$

## Recapitulación

A lo largo de este apartado se ha desarrollado el modelo estocástico de tráfico que captura la interdependencia funcional entre el tiempo de “viaje redondo” ( $R\tilde{T}$ ) y las distribuciones de probabilidad correspondientes al número de pasajeros en ascenso y descenso para la condición de Tráfico Mixto. Para ello, en primer lugar, se ha definido la especificación del valor esperado de tiempo de “viaje redondo”  $E[R\tilde{T}]$  que, a diferencia de las fuentes consultadas en la literatura, se obtiene a partir de las densidades de probabilidad correspondientes al número de pasajeros en ascenso y descenso suponiendo una determinada intensidad de tráfico. Como resultado se han reconocido las magnitudes que intervienen en la determinación del  $E[R\tilde{T}]$ , siendo las más prominentes:

- Valor esperado del destino-origen más lejano  $E[H]$
- Valores esperados del número de paradas en ascenso  $E[S_a]$  y descenso  $E[S_d]$
- Valor esperado del número de pasajeros en ascenso  $E[K_a]$  y descenso  $E[K_d]$

Además de los diferentes tiempos, en particular  $t_s$ , el cual deriva del modelo cinemático.

En segundo lugar a partir de la especificación del  $E[R\tilde{T}]$ , se reconoció la necesidad de determinar la expresión correspondiente al destino-origen más lejano  $E[H]$  que, a diferencia de las otras magnitudes implicadas en la especificación de  $E[R\tilde{T}]$ , no deriva directamente de los resultados obtenidos en capítulos precedentes.

En tercer lugar, se ha demostrado la necesidad de ajustar la distribución Poisson original, debido a la distorsión que se induce la inconsistencia entre el dominio infinito de la distribución nativa y el rango finito de las variables aleatorias correspondientes al número de pasajeros en ascenso o descenso. En este sentido el ajuste tuvo un doble objetivo, por un lado corregir la inconsistencia en la medida de probabilidad con la finalidad de garantizar el recurso al Teorema de la Probabilidad Total, por otro lado conferir monotonicidad al valor esperado del número de pasajeros frente a la intensidad del tráfico, comportamiento cuya ambigüedad previa se probó y que es inconsistente con el fenómeno, ya que el valor esperado del número de pasajeros debe ser absolutamente creciente con respecto de la intensidad de tráfico.

En cuarto lugar, una vez obtenidas las expresiones ajustadas correspondientes a los valores esperados del número de pasajeros en ascenso, así como el valor esperado del tiempo de “viaje redondo”, a continuación se describieron las condiciones de equilibrio que caracterizan al Estado Estacionario del sistema. Donde, la definición de Estado Estacionario de un sistema estocástico exige fundamente la invarianza en el tiempo de la probabilidad de que un determinado estado (de equilibrio) se repita; es decir, que asumiendo las condiciones del Estado Estacionario del sistema y tras una realización, el estado más verosímil de acontecer es el propio Estado Estacionario. Lo que traducido al



modelo de tráfico implica que asumiendo el valor esperado estacionario del tiempo de “viaje redondo” en la función densidad de probabilidad, los valores de probabilidad generados para los posibles números de pasajeros en ascenso y descenso resultan en un valor esperado del “viaje redondo” igual al valor de equilibrio asumido inicialmente. Adicionalmente, debido a la especificación de las condiciones de equilibrio, el Estado Estacionario garantiza que el valor esperado de los viajeros transportados en un lapso de cinco minutos, tanto en ascenso como descenso, es igual al valor descrito en las series de datos que caracterizan al tráfico ascendente y descendente para dicho intervalo de tiempo.

Finalmente, a partir de los valores estacionarios de los impulsos  $\{\Delta_a^*, \Delta_d^*\}_n$  relativos a los periodos de cinco minutos, derivados del cálculo del Estado Estacionario, se ha postulado la especificación de las Matrices de Tráfico Diarias por los flujos de pasajeros ascendentes y descendentes, además de las correspondientes a los movimientos de transición en vacío. La demostración formal de las Matrices de Tráfico Diarias, se emprende en el siguiente apartado, dado que derivan de forma natural del cálculo del consumo energético diario.

## Cuarto Apartado

### 7.4 Cálculo del Consumo Energético

#### Introducción

El objetivo de este apartado consiste en definir las expresiones analíticas que caracterizan el consumo diario individual de los ascensores que constituyen el grupo de transporte bajo condiciones de Tráfico Mixto, además de proveer la demostración formal de las Matrices de Tráfico Diarias, que derivarán, de forma natural, de la determinación del consumo energético. Como preámbulo y con la finalidad de inducir lógicamente la definición de consumo, a continuación se reseñan brevemente las nociones subyacentes a los desarrollos analíticos realizados anteriormente, demostrando cómo se articulan para dicho fin.

En consecuencia, y en primer lugar, se sabe que la matriz de descomposición (denotada en mayúscula) describe en cada una de sus celdas (denotadas en minúsculas y referidas por subíndices) la probabilidad condicional de que un trayecto individual a carga  $q$  y longitud  $l$  acontezca, dado que  $\tilde{k}$  (minúsculas dado que es una realización de la variable aleatoria) pasajeros abordan o desembarcan con certidumbre en la planta cero:

$$D_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}] : d_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}] = P[Q = q, L = l | \tilde{K} = \tilde{k}]$$

De esto se deduce que existirán tantas matrices como posibles escenarios de  $\tilde{K}$  (mayúscula dado que refiere a la variable aleatoria) existan, es decir hasta  $q_{\max}$ . En segundo lugar, se sabe que cada uno de los escenarios de  $\tilde{K}$  acontecen con cierta probabilidad y que ésta es función de la intensidad del tráfico, lo que se expresa como función del impulso correspondiente al Estado Estacionario  $\Delta^*$ :

$$P[\tilde{K}(\Delta^*) = \tilde{k}]$$

Por lo que tomando todos y cada uno de los escenarios posibles de  $\tilde{K}$ , descritos por su probabilidad y en virtud del Teorema de la Probabilidad Total, se obtiene la probabilidad con que un trayecto individual acontece como función de la intensidad de tráfico:

$$P_{\Delta^*}[Q = q, L = l] = \sum_k^{q_{\max}} P[\tilde{K}(\Delta^*) = \tilde{k}] \cdot P[Q = q, L = l | \tilde{K}(\Delta^*) = \tilde{k}]$$

A continuación, multiplicando la probabilidad con que un determinado trayecto individual acontece, en función de la intensidad del tráfico, por la energía requerida para ello  $w_{q,l}$ :

$$w_{q,l} \cdot P_{\Delta^*}[Q = q, L = l] = w_{q,l} \cdot \sum_k^{q_{\max}} P[\tilde{K}(\Delta^*) = \tilde{k}] \cdot P[Q = q, L = l | \tilde{K}(\Delta^*) = \tilde{k}]$$

Repitiendo sucesivamente este procedimiento para cada trayecto individual, se obtiene la matriz de consumos  $\mathcal{C}_{q,l}$ , donde cada una de las celdas representa el consumo estadísticamente atribuible a cada trayecto individual:

$$\mathcal{C}_{q,l} : \phi_{q,l} = w_{q,l} \cdot \sum_k^{q_{\max}} P[\tilde{K}(\Delta^*) = \tilde{k}] \cdot d_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}]$$

Evidentemente, los consumos expresados por  $\mathcal{C}_{q,l}$  refieren a los montos atribuibles a un único “experimento”, el cual tiene por duración  $E[R\tilde{T}T]$ , por lo que se sabe que estadísticamente en un intervalo de cinco minutos el experimento se repetirá un determinado número de veces, con lo que el consumo se incrementará de forma directamente proporcional al número de experimentos que tengan lugar en esos cinco minutos, por lo que el consumo para dicho intervalo de cinco minutos es:

$$\mathcal{C}_{q,l}^{5MIN} : \phi_{q,l}^{5MIN} = \frac{300}{E[R\tilde{T}T]} \cdot w_{q,l} \cdot \sum_k^{q_{\max}} P[\tilde{K}(\Delta^*) = \tilde{k}] \cdot d_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}]$$

Sucesivamente sumando la totalidad de los consumos cinco-minutales diarios que se denotan con ayuda de la variable  $\pi$ , se obtiene finalmente la matriz de consumos diarios por carga  $q$  y longitud  $l$ :

$$C_{q,l} : c_{q,l} = \sum_{\pi} \frac{300}{E_{\pi}[R\tilde{T}T]} \cdot w_{q,l} \cdot \sum_k^{q_{\max}} P[\tilde{K}(\Delta_{\pi}^*) = \tilde{k}] \cdot d_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}]$$

La anterior expresión admite la siguiente reescritura en virtud de las propiedades de los sumatorios:

$$C_{q,l} : c_{q,l} = w_{q,l} \cdot \sum_k^{q_{\max}} d_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}] \cdot \sum_{\pi} \frac{300}{E_{\pi}[R\tilde{T}T]} \cdot P[\tilde{K}(\Delta_{\pi}^*) = \tilde{k}]$$

Donde en particular se reconoce la especificación previamente asumida de la Matriz de Tráfico diaria, por lo que expresando la Matriz de Consumo en función de la primera se tiene:

$$T_{\tilde{k}} : t_{\tilde{k}} = \sum_{\pi} \frac{300}{E_{\pi}[R\tilde{T}T]} \cdot P[\tilde{K}(\Delta_{\pi}^*) = \tilde{k}]$$

$$C_{q,l} : c_{q,l} = w_{q,l} \cdot \sum_k^{q_{\max}} d_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}] \cdot t_{\tilde{k}}$$

Finalmente, el consumo total diario se obtiene como resultado de la suma de los consumos imputables diarios por carga y longitud, lo que en términos matriciales implica sumar los valores contenidos en la totalidad de las celdas para lo cual se recurre a un doble sumatorio:

$$C^{Diario} = \sum_q^{q_{\max}} \sum_l^N w_{q,l} \cdot \sum_k^{q_{\max}} d_{q,l} | [\tilde{K} = \tilde{k}] \cdot t_{\tilde{k}}$$

En toda evidencia y dadas las diferentes características de los trayectos en ascenso, descenso, y de transición en vacío, este mismo razonamiento debe llevarse a cabo considerando las particularidades de cada caso, lo que si bien en esencia es análogo,

requiere su formalización por medio de su notación específica; lo que es el sujeto de los apartados que siguen a continuación.

### 7.4.1 Matriz de Consumo Diario para Ascensos en Carga

Para los movimientos ascendentes en carga, según se ha demostrado en el Apartado 7.2, se hace uso de las matrices de descomposición condicional para los movimientos en ascenso correspondientes a la condición “Up-Peak” de tráfico, anteriormente definidas en el Capítulo 6 y que según ha demostrado son extensivas al Tráfico Mixto, entonces:

$$D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] : d_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] = d_{q,l}^{UPPEAK} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] = P[Q = q, L = l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a]$$

Donde el superíndice refiere a la condición de Tráfico Mixto en Ascenso y los subíndices refieren a la condición de carga y longitud de dichos trayectos, los que a su vez definen los renglones y columnas de cualquiera de las matrices.

A continuación, por medio de la probabilidad con que acontecen cada una de las posibles realizaciones de  $\tilde{K}_a$  obtenida para el intervalo cincominutal  $tt$  y en virtud del Teorema de la Probabilidad Total (TPT), se levanta la condicionalidad sobre  $\tilde{K}_a$ ; con lo que se obtiene la probabilidad con que acontecen los trayectos individuales para el intervalo  $tt$  tal que:

$$D_{q,l}^{MTA} : c_{q,l}^{MTA} = \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[Q = q, L = l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a]$$

Por lo que multiplicando por la energía atribuible a cada trayecto individual se obtiene la matriz de consumo para  $tt$ , definida a partir del término genérico:

$$C_{q,l}^{MTA} : c_{q,l}^{MTA} = w_{q,l}^{C-A} \cdot \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[Q = q, L = l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a]$$

De donde efectuando sucesivamente la suma ponderada de los consumos correspondientes a los 145 intervalos cincominutales comprendidos en una jornada típica de operación se obtiene la Matriz de Consumo Diario, denotada por el superíndice  $D$ - $MTA$ :

$$C_{q,l}^{D-MTA} : c_{q,l}^{D-MTA} = \sum_{tt=1}^{145} \frac{300}{E_{tt}[\tilde{RTT}]} \cdot w_{q,l}^{C-A} \cdot \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[Q = q, L = l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a]$$

En la anterior expresión adviértase que  $w_{q,l}^{C-A}$  refiere al término genérico de la Matriz de Energía en ascenso y el cual se sabe es invariante en el tiempo  $tt$ , ya que un mismo trayecto a  $q$  pasajeros y longitud  $l$  siempre requiere la misma energía.

$$\frac{\partial}{\partial tt} w_{q,l}^{C-A} = 0$$

Por lo que:

$$C_{q,l}^{D-MTA} : c_{q,l}^{D-MTA} = w_{q,l}^{C-A} \cdot \sum_{tt=1}^{145} \frac{300}{E_{tt}[\tilde{RTT}]} \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[Q = q, L = l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a]$$

Pasando sucesivamente  $E_{\pi}[R\tilde{T}T]$  a través del sumatorio de  $\tilde{k}_a$ , ya que en virtud del Estado Estacionario es un valor esperado no condicional en esta última:

$$C_{q,l}^{D-MTA} : c_{q,l}^{D-MTA} = w_{q,l}^{C-A} \cdot \sum_{\pi=1}^{145} \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} \frac{300}{E_{\pi}[R\tilde{T}T]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,\pi}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[Q=q, L=l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a]$$

Permutando posteriormente los sumatorios y conmutando los factores:

$$C_{q,l}^{D-MTA} : c_{q,l}^{D-MTA} = w_{q,l}^{C-A} \cdot \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} \sum_{\pi=1}^{145} P[Q=q, L=l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \cdot \frac{300}{E_{\pi}[R\tilde{T}T]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,\pi}^*) = \tilde{k}_a]$$

A continuación, basados en el hecho de que la probabilidad de que un trayecto individual acontezca dado que  $\tilde{k}_a$  pasajeros abordan la cabina en la planta de acceso es invariante en  $\pi$ , tal que:

$$\frac{\partial}{\partial \pi} P[Q=q, L=l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a] = 0$$

Entonces:

$$C_{q,l}^{D-MTA} : c_{q,l}^{D-MTA} = w_{q,l}^{C-A} \cdot \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} P[Q=q, L=l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \cdot \sum_{\pi=1}^{145} \frac{300}{E_{\pi}[R\tilde{T}T]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,\pi}^*) = \tilde{k}_a]$$

En la anterior expresión se advierte la correspondiente de la Matriz de Tráfico Diaria (7.33) anteriormente postulada, tal que:

$$T_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} : t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} = \sum_{\pi=1}^{145} \frac{300}{E_{\pi}[R\tilde{T}T]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,\pi}^*) = \tilde{k}_a]$$

Finalmente retornando sobre la escritura matricial genérica por entrada, entonces la Matriz de Consumo Diario correspondiente con los Movimientos Ascendentes en Carga se define como:

$$C_{q,l}^{D-MTA} : c_{q,l}^{D-MTA} = w_{q,l}^{C-A} \cdot \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot d_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a]$$

Esto mismo expresado a través del producto de Hadamard y de forma equivalente:

$$C_{q,l}^{D-MTA} = W_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \quad (7.37)$$

## 7.4.2 Matriz de Consumo Diario para Descensos en Carga

En lo que se refiere a la Matriz de Consumo para los movimientos de descenso en carga, se hace uso nuevamente de las Matrices de Descomposición anteriormente definidas para el escenario “Up-Peak”, ya que como se demostró en el Apartado 7.2, la idéntica distribución de destinos y orígenes posibilita su extrapolación a los movimientos descendentes en carga para la condición de Tráfico Mixto.

$$D_{q,l}^{MTD} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d] : d_{q,l}^{MTD} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d] = d_{q,l}^{UPPEAK} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d] = P[Q=q, L=l | \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

De forma análoga el consumo diario para los movimientos descendentes en carga (denotado por el superíndice  $D-MTD$ ) será igual a:

$$C_{q,l}^{D-MTD} : c_{q,l}^{D-MTD} = w_{q,l}^{C-D} \cdot \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} P[Q=q, L=l | \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \cdot \sum_{\tilde{t}=1}^{145} \frac{300}{E_{\tilde{t}}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]} \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,\tilde{t}}^*) = \tilde{k}_d]$$

Donde en este caso  $w_{q,l}^{C-D}$  refiere a los elementos de la Matriz de Energía consumida en **descenso**. Donde adicionalmente se observa la especificación de la Matriz de Tráfico (7.34) para los movimientos descendentes en carga anteriormente postulada:

$$T_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} : t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} = \sum_{\tilde{t}=1}^{145} \frac{300}{E_{\tilde{t}}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]} \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,\tilde{t}}^*) = \tilde{k}_d]$$

Finalmente y de forma similar:

$$C_{q,l}^{D-MTD} : c_{q,l}^{D-MTD} = w_{q,l}^{C-D} \cdot \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} \cdot d_{q,l}^{MTD} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

$$C_{q,l}^{D-MTD} = W_{q,l}^{C-D} \circ \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} \cdot D_{q,l}^{MTD} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \quad (7.38)$$

### 7.4.3 Matriz de Consumo Diario para Ascensos de Transición en Vacío

Por su parte para los movimientos ascendentes de transición en vacío, comenzando a partir de la matriz de descomposición condicional, demostrada precedentemente (7.11), y la cual, a diferencia de las anteriores, es una matriz renglón:

$$D_l^{TRA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] : d_l^{TRA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] = P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

Donde :

$$l = l_v > 0$$

A continuación, aplicando una versión bivariada del Teorema de la Probabilidad Total, ya que consistentemente con lo demostrado anteriormente la longitud de los movimientos de transición dependen de la intensidad de los movimientos de ascenso y descenso en el instante  $\tilde{t}$ , lo que se caracteriza por los valores de equilibrio (Estado Estacionario) de los impulsos  $\{\Delta_a^*, \Delta_d^*\}_{\tilde{t}}$ , entonces:

$$\sum_{\tilde{k}_a=0}^{q_{\max}} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,\tilde{t}}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,\tilde{t}}^*) = \tilde{k}_d] \cdot P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

Con lo que se obtiene la probabilidad con que un determinado trayecto ascendente en vacío de longitud  $l_v$  acontece.

Sucesivamente multiplicando dicha propensión por la energía necesaria para ejecutar cada uno de los trayectos en vacío  $w_l^{V-A}$ , ajustando por el número de ciclos en cinco minutos y sumando todos los valores cinco-minutales se obtiene finalmente la energía diaria consumida en los trayectos de transición en vacío con longitud  $l_v$ , los cuales se denotan por el superíndice ( $D-TRA$ ).

$$c_l^{D-TRA} = \sum_{tt=1}^{145} \frac{300}{E_{tt}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]} \cdot w_l^{V-A} \cdot \sum_{ka=0}^{q_{\max}} \sum_{kd=0}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,tt}^*) = \tilde{k}_d] \cdot P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

A continuación, se sabe que  $w_l^{V-A}$  es invariante en el tiempo:

$$\frac{\partial}{\partial tt} w_l^{V-A} = 0$$

De donde se admite la reescritura:

$$c_l^{D-TRA} = w_l^{V-A} \cdot \sum_{tt=1}^{145} \frac{300}{E_{tt}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]} \cdot \sum_{ka=0}^{q_{\max}} \sum_{kd=0}^{q_{\max}} P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,tt}^*) = \tilde{k}_d] \cdot P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

Pasando sucesivamente  $E_{tt}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]$  a través de la sumatorias de  $\tilde{k}_a$  y  $\tilde{k}_d$ , dado que es un valor esperado no condicional en estas últimas:

$$c_l^{D-TRA} = w_l^{V-A} \cdot \sum_{tt=1}^{145} \sum_{ka=0}^{q_{\max}} \sum_{kd=0}^{q_{\max}} \frac{300}{E_{tt}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,tt}^*) = \tilde{k}_d] \cdot P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

Permutando a continuación las sumatorias y extrayendo la probabilidad condicional de  $L$  dado que esta no depende del tiempo  $tt$ :

$$\frac{\partial}{\partial tt} P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] = 0$$

Entonces:

$$c_l^{D-TRA} = w_l^{V-A} \cdot \sum_{ka=0}^{q_{\max}} \sum_{kd=0}^{q_{\max}} P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \cdot \sum_{tt=1}^{145} \frac{300}{E_{tt}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,tt}^*) = \tilde{k}_d]$$

En la anterior se reconoce la expresión de la Matriz de Tráfico Diaria para los movimientos de transición en ascenso, con lo que adicionalmente se prueba (7.35), tal que:

$$T_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} : t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} = \sum_{tt=1}^{145} \frac{300}{E_{tt}[\tilde{R}\tilde{T}\tilde{T}]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,tt}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,tt}^*) = \tilde{k}_d]$$

Y en la cual se observa que, para respetar la convención propia de la notación matricial y según la cual las entradas que refieren a los renglones y columnas deben ser números naturales, para lo que se establece la siguiente correspondencia:

$$T_{i,j} : i, j \in \mathbb{N} \text{ (naturales)}$$

$$\therefore i = \tilde{k}_a + 1, j = \tilde{k}_d + 1$$

		$T_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}$					$T_{ij}$						
		$\tilde{k}_d$					$j$						
		0	1	2	...	$q_{\max}$	1	2	3	...	$q_{\max} + 1$		
$\tilde{k}_a$	0	0;0	0;1	0;2	...	0; $q_{\max}$	$i$	1	0;0	0;1	0;2	...	0; $q_{\max}$
	1	1;0	1;1	1;2	...	1; $q_{\max}$		2	1;0	1;1	1;2	...	1; $q_{\max}$
	2	2;0	2;1	2;2	...	2; $q_{\max}$		3	2;0	2;1	2;2	...	2; $q_{\max}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	$q_{\max}$	$q_{\max};0$	$q_{\max};1$	$q_{\max};2$	...	$q_{\max};q_{\max}$		$q_{\max} + 1$	$q_{\max};0$	$q_{\max};1$	$q_{\max};2$	...	$q_{\max};q_{\max}$

Figura 7.18 Posibles estados de  $\tilde{K}_a$  y  $\tilde{K}_d$ ; consistentemente con la convención matricial.

Finalmente retornando sobre la escritura matricial genérica por entrada, la Matriz de Consumo Diario para los movimientos de Transición Ascendentes en vacío es:

$$C_l^{D-TRA} : c_l^{D-TRA} = w_l^{V-A} \cdot \sum_{\tilde{k}a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRA} \cdot d_l^{TRA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

$$C_l^{D-TRA} = W_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \quad (7.39)$$

Donde:  $l = l_v$

#### 7.4.4 Matriz de Consumo Diario para Descensos de Transición en Vacío

De forma análoga a lo expuesto en el pasaje inmediatamente anterior, partiendo de la expresión de la Matriz de Descomposición correspondiente a los movimientos de transición descendentes en vacío, para la cual la entrada de la matriz se define como  $l = -l_v$ , ya que las longitudes descendentes en este caso han sido referidas en magnitudes negativas, pero por convención las entradas de las matrices deben ser números naturales, entonces:

$$D_l^{TRD} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] : d_l^{TRD} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] = P[L = l | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

Donde :

$$l = -l_v \quad \forall l_v < 0$$

A partir de lo cual y por el mismo procedimiento, se deduce que la Matriz de Consumo Diario correspondiente a los Movimientos de Transición Descendentes en Vacío estará dada por:

$$c_l^{D-TRD} = w_l^{V-D} \cdot \sum_{\tilde{k}a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}d=0}^{q \max} P[L = l_v | \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \cdot \sum_{\#t=1}^{145} \frac{300}{E_{\#t} [RTT]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,\#t}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,\#t}^*) = \tilde{k}_d]$$

Donde  $w_l^{V-D}$  refiere a la Matriz de Energía de los Movimientos Descenso en Vacío. Adicionalmente definiendo la Matriz de Tráfico para los Movimientos Descendentes en Vacío, con lo que se demuestra (7.36), tal que:

$$T_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRD} : t_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRD} = \sum_{\#t=1}^{145} \frac{300}{E_{\#t} [RTT]} \cdot P[\tilde{K}_a(\Delta_{a,\#t}^*) = \tilde{k}_a] \cdot P[\tilde{K}_d(\Delta_{d,\#t}^*) = \tilde{k}_d]$$

Entonces se obtiene que la Matriz de Consumos Diario para los Movimientos de Transición en Descenso es igual a:

$$C_l^{D-TRD} : c_l^{D-TRD} = w_l^{V-D} \cdot \sum_{\tilde{k}a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRD} \cdot d_l^{TRD} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d]$$

$$C_l^{D-TRD} = W_l^{V-D} \circ \sum_{\tilde{k}a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRD} \cdot D_l^{TRD} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \quad (7.40)$$

Donde:  $l = -l_v$



### 7.4.5 Consumo Total Diario

Finalmente y una vez que se han definido las Matrices de Consumo para la totalidad de los movimientos implicados en la dinámica del Tráfico Mixto, a continuación se procede a calcular el consumo total diario del ascensor, el cual resulta de la adición de los elementos interiores de las matrices de cada una de las componentes. En primer lugar se calculan los totales por componente para, en segundo lugar, proceder a la adición final.

#### Consumo Diario; Movimientos Ascendentes en Carga

Consistentemente con lo previamente anunciado, el consumo diario correspondiente a los movimientos ascendentes en carga se obtiene a partir de la adición por renglón y columna de todas las celdas de la matriz de consumo (7.48), lo que resulta en:

$$C^{D-MTA} = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N W_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \quad (7.41)$$

En la anterior expresión se observa que el doble sumatorio que antecede y afecta al total de la expresión es el encargado de ejecutar las adiciones por renglón y columna. Desde el punto de vista del orden de las matrices implicadas en este cálculo se verifica que:

Dado que la Matriz de Tráfico está definida en los Reales  $\mathbb{R}(1 \times \tilde{k}_a)$ , entonces el  $\tilde{k}_a$ -ésimo elemento interior de la matriz (vector renglón usualmente expresado en notación bra-ket  $\langle T_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} |$ ) de tráfico es un Real:

$$T_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} : \mathbb{R}(1 \times \tilde{k}_a) \Rightarrow t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \in \mathbb{R}$$

Por lo que el producto escalar entre la Matriz de Descomposición Condicional (MDC) y el  $\tilde{k}_a$ -ésimo elemento hereda el orden de la MDC en  $\tilde{k}_a$ , la cual es una matriz definida en  $\mathbb{R}(q_{\max} \times N)$ , lo que resulta para el caso específico de la aplicación numérica que en este documento se emprende en una matriz de 8 renglones por 10 columnas.

$$t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \in \mathbb{R}(q_{\max} \times N) \Rightarrow t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \in \mathbb{R}(q_{\max} \times N)$$

Sucesivamente, dado que se tienen  $q_{\max}$  Matrices de Descomposición condicionales, entonces la suma ponderada de todas estas conservará el orden de las mismas:

$$\sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \in \mathbb{R}(q_{\max} \times N)$$

Es decir que, considerando los valores específicos del ejemplo numérico por el cual se ilustran los desarrollos analíticos de esta investigación, el resultado del sumatorio de las matrices ponderadas será una matriz de  $(8 \times 10)$ .

A continuación, considerando que la Matriz de Energía  $W_{q,l}^{C-A}$  es igualmente una matriz definida en  $\mathbb{R}(q_{\max} \times N)$  y dado que el producto de Hadamard, no es otra cosa que el producto casilla a casilla, entonces:

$$W_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \in \mathbb{R}(q_{\max} \times N)$$

Finalmente, aplicando las sumatorias iteradas, que como anteriormente se expresó realizan la suma de todas las celdas de la matriz, se obtiene por resultado:

$$C^{D-MTA} = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N W_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \in \mathbb{R}$$

Lo que alternativamente en notación <bra-ket> se expresa:

$$C^{D-MTA} = \left\langle 1 \left| W_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \right| 1 \right\rangle$$

De donde en conclusión el Consumo Diario correspondiente a los Movimientos Ascendentes en Carga es una magnitud definida en los Reales.

$$C^{D-MTA} \in \mathbb{R}$$

### Consumo Diario; Movimientos Descendentes en Carga

De forma análoga para el Consumo Diario correspondiente a los Movimientos Descendentes en Carga, se obtiene:

$$C^{D-MTD} = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N W_{q,l}^{C-D} \circ \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} \cdot D_{q,l}^{MTD} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \quad (7.42)$$

O alternativamente:

$$C^{D-MTD} = \left\langle 1 \left| W_{q,l}^{C-D} \circ \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} \cdot D_{q,l}^{MTD} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \right| 1 \right\rangle$$

Donde de por semejanza se puede demostrar que el resultado es un Real:

$$C^{D-MTD} \in \mathbb{R}$$

### Consumo Diario; Movimientos de Transición Ascendentes en Vacío

En el caso particular de los Movimientos de Transición, la suma de los elementos interiores de la Matriz de Consumo da por resultado:

$$C^{D-TRA} = \sum_{l=1}^N W_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q_{\max}} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \quad (7.43)$$

O alternativamente:

$$C^{D-TRA} = \left\langle W_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a, \tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \right| 1 \right\rangle$$

En este caso en particular, se tiene que la Matriz de Tráfico, siendo dependiente de los posibles estados de  $\tilde{K}_a$  y  $\tilde{K}_d$ , que implican entre otros la igualdad a cero para los escenarios de tráfico degenerados “Up-Peak” o “Down-Peak” (Figura 7.18); en consecuencia la matriz de tráfico correspondiente es cuadrada  $q_{\max} + 1$ :

$$T_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \in \mathbb{R}(q_{\max} + 1 \times q_{\max} + 1)$$

Donde las celdas contienen números Reales:

$$t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \in \mathbb{R}$$

En cuanto a la Matriz de Descomposición Condicional (MDC) de los movimientos de transición, por definición éstos acontecen en vacío, por lo que comprendiendo una única dimensión (longitud) la MDC es efectivamente un vector<sup>8</sup> de dimensión  $N$ , definido en los Reales. En consecuencia, por medio de la notación “bra-ket” se tiene:

$$\left\langle D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right. \right\rangle \in \mathbb{R}(N)$$

A continuación efectuando el producto escalar de la MDC y el elemento interior de la Matriz de Tráfico, el resultado heredará el orden de la MDC:

$$t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \cdot \left\langle D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right. \right\rangle \in \mathbb{R}(N)$$

Posteriormente, la suma ponderada de las Matrices de Descomposición Condicionales seguirá manteniendo el mismo orden, existiendo tantas Matrices condicionales como posibles combinaciones de  $\tilde{K}_a$  y  $\tilde{K}_d$ , en este caso 81:

$$\sum_{\tilde{k}_a=0}^{q_{\max}} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} \left\langle t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right. \right\rangle = \left\langle \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q_{\max}} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right. \right\rangle \in \mathbb{R}(N)$$

Sucesivamente efectuando el producto de Hadamard de la anterior con la Matriz de Energía, y dado que el producto de Hadamard conserva el orden de las matrices, entonces la matriz de consumo es igualmente una matriz renglón (vector) en  $\mathbb{R}(N)$ :

$$\left\langle W_l^{V-A} \left| \left\langle \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q_{\max}} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right. \right\rangle \right. \right\rangle \in \mathbb{R}(N)$$

Finalmente, dado que la Matriz de Consumo únicamente consta de un renglón:

$$\left\langle W_l^{V-A} \left| \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q_{\max}} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right. \right. \right\rangle \in \mathbb{R}(N)$$

Entonces, para realizar la suma de los elementos interiores bastará con un sumatorio a través de los posibles valores de  $L$ :

$$C^{D-TRA} = \sum_{l=1}^N W_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q_{\max}} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q_{\max}} D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right. \cdot t_{\tilde{k}_{a+1}, \tilde{k}_{d+1}}^{D-TRA} \in \mathbb{R}$$

Lo que en notación “bra-ket” se expresa:

---

<sup>8</sup> En este caso dado que se trata de matrices renglón sería más propio hablar de un vector aunque por consistencia en las referencias se mantendrá la denominación matriz

$$C^{D-TRA} = \left\langle W_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a, \tilde{k}_d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| 1 \right\rangle$$

Obteniéndose por resultado un Real.

### Consumo Diario; Movimientos de Transición Descendentes en Vacío

En lo que se refiere al Consumo Diario correspondiente con los Movimientos Descendentes el argumento es similar al anteriormente expresado, por lo que dicha magnitud estará expresada por:

$$C^{D-TRD} = \sum_{l=1}^N W_l^{V-D} \circ \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRD} \cdot D_l^{TRD} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| \quad (7.44)$$

Alternativamente:

$$C^{D-TRD} = \left\langle W_l^{V-D} \circ \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRD} \cdot D_l^{TRD} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| 1 \right\rangle$$

### Consumo Total Diario

A continuación, una vez obtenidos los consumos diarios imputables a los movimientos en carga y vacío, tanto ascendentes como descendentes, simplemente restará adicionar estas cuatro magnitudes para obtener el Consumo Total Diario por ascensor.

$$C^{DIARIO} = C^{D-MTA} + C^{D-MTD} + C^{D-TRA} + C^{D-TRD}$$

Lo que a través de la inyección de las expresiones (7.41), (7.42), (7.43) y (7.44) resulta en:

$$C^{DIARIO} = \sum_{q=1}^{q \max} \sum_{l=1}^N \left\{ W_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q \max} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a \right] \right| + W_{q,l}^{C-D} \circ \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q \max} t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} \cdot D_{q,l}^{MTD} \left| \left[ \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| \right\} + \sum_{l=1}^N \left\{ W_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| + W_l^{V-D} \circ \sum_{\tilde{k}_a=0}^{q \max} \sum_{\tilde{k}_d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRD} \cdot D_l^{TRD} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| \right\} \quad (7.45)$$

La cual alternativamente en notación bra-ket resulta en una expresión más compacta:

$$C^{DIARIO} = \left\langle 1 \left| W_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a=1}^{q \max} t_{\tilde{k}_a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a \right] \right| + W_{q,l}^{C-D} \circ \sum_{\tilde{k}_d=1}^{q \max} t_{\tilde{k}_d}^{D-MTD} \cdot D_{q,l}^{MTD} \left| \left[ \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| \right| 1 \right\rangle + \left\langle W_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}_a, \tilde{k}_d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| + W_l^{V-D} \circ \sum_{\tilde{k}_a, \tilde{k}_d=0}^{q \max} t_{\tilde{k}_a+1, \tilde{k}_d+1}^{D-TRD} \cdot D_l^{TRD} \left| \left[ \tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d \right] \right| \right| 1 \right\rangle \quad (7.46)$$

Finalmente, dado que en el capítulo que sigue, correspondiente a la implementación, se realiza un mapeo discreto de la incidencia del porcentaje de contrapeso y del número de ascensores en operación en el tiempo, las anteriores expresiones estarán expresadas en función de dichas variables.

$$C^{DIARIO}(\mu, NA_{tt}) = C^{D-MTA}(\mu, NA_{tt}) + C^{D-MTD}(\mu, NA_{tt}) + C^{D-TRA}(\mu, NA_{tt}) + C^{D-TRD}(\mu, NA_{tt})$$

$\mu$ : porcentaje de contrapeso

$NA_{tt}$ : número de ascensores en operación en el tiempo

En este sentido se puede precisar que, por un lado, el número de ascensores incidirá sobre la intensidad de tráfico por ascensor en operación, mientras que las Matrices de Energía serán función del porcentaje de contrapeso, de donde:

$$C^{DIARIO}(\mu, NA_{tt}) = \left\{ \begin{aligned} & \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N W(\mu)_{q,l}^{C-A} \circ \sum_{ka=1}^{q_{\max}} t(NA_{tt})_{\tilde{k}a}^{D-MTA} \cdot D_{q,l}^{MTA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a] \\ & + \sum_{q=1}^{q_{\max}} \sum_{l=1}^N W(\mu)_{q,l}^{C-D} \circ \sum_{kd=1}^{q_{\max}} t(NA_{tt})_{\tilde{k}d}^{D-MTD} \cdot D_{q,l}^{MTD} | [\tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \\ & + \sum_{l=1}^N W(\mu)_l^{V-A} \circ \sum_{\tilde{k}a, \tilde{k}d=0}^{q_{\max}} t(NA_{tt})_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRA} \cdot D_l^{TRA} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \\ & + \sum_{l=1}^N W(\mu)_l^{V-D} \circ \sum_{\tilde{k}a, \tilde{k}d=0}^{q_{\max}} t(NA_{tt})_{\tilde{k}a+1, \tilde{k}d+1}^{D-TRD} \cdot D_l^{TRD} | [\tilde{K}_a = \tilde{k}_a, \tilde{K}_d = \tilde{k}_d] \end{aligned} \right\} \quad (7.47)$$

## Recapitulación

Consistentemente con lo anunciado en introducción, a lo largo de este apartado se han demostrado las expresiones analíticas correspondientes a las Matrices de Consumo Diario de los movimientos ascendentes y descendentes en carga, así como las relativas a los movimientos de transición en ascenso y descenso. Como resultado de esta demostración, se han probado adicionalmente las expresiones concernientes a las Matrices de Tráfico Diario, postuladas en el apartado inmediatamente anterior y, que por razones de contexto, su demostración ha derivado de manera natural en este apartado. Finalmente, a partir de las Matrices de Consumo Diario se ha determinado la expresión del Consumo Diario Total, que posteriormente ha sido expresado en términos de las variables endógenas (*i.e.*  $NA_{tt}$ , número de ascensores simultáneamente en operación;  $\mu$  porcentaje de contrapeso), cuya incidencia se desea determinar y que es el objetivo del siguiente capítulo.

## Conclusión

En este capítulo se han demostrado las expresiones analíticas que caracterizan el consumo diario individual de los ascensores en condiciones de Tráfico Mixto. Para ello ha sido necesario el desarrollo de un modelo de tráfico que considera la concomitancia en el tiempo de los flujos entrantes y salientes de pasajeros, lo que debe ser entendido como una generalización del modelo de tráfico propuesto en el capítulo que precede al presente, ya que como fue posible observar los modelos de tráfico “Up-Peak” y “Down-Peak” son casos degenerados del Modelo de Tráfico Mixto.

Las actividades de investigación que han permitido consumir los objetivos de este capítulo, se dividen en tres grandes frentes, precedidos por una breve revisión de la literatura, la cual puso de manifiesto la ausencia de consenso, lo que en consecuencia exigió una clara definición de lo que en esta investigación se entiende por Tráfico Mixto, así como la expresión de los supuestos que con ello se asumen.

En particular el Modelo de Tráfico Mixto supone la existencia exclusiva de los flujos de ingreso y egreso; mientras que en lo que se refiere a los flujos inter-plantas y basados en una reinterpretación de la hipótesis de Barney (2003), la intensidad correspondiente a dichos flujos se traduce por un incremento ponderado de los flujos de ingreso y egreso en función de la intensidad relativa de éstos. Esta simplificación a la realidad del fenómeno y como es habitual en todo trabajo científico, es resultado del balance entre la complejidad requerida por un planteamiento estocástico extensivo y la sencillez que garantice la resolución del modelo y significancia de los resultados, al tiempo que suponga una contribución relevante e incremental a la dialéctica del conocimiento científico de los fenómenos de transporte.

En este sentido la hipótesis simplificadora se ha asumido considerando las estimaciones presentes en la literatura que cifran entre un 10 a 15% la intensidad de los flujos inter-plantas, así como la proporción diaria calculada a partir de los datos empíricos de KONE, la cual se eleva a poco más de un 16%. Adicionalmente, considerando el mecanismo de compensación vía el incremento ponderado de los flujos de ingreso y egreso es posible que la magnitud del error inducido sea inferior al porcentaje del evento ignorado. En consecuencia, se asume que dicha proporción es poco significativa frente al volumen total de tráfico; supuesto que en sentido riguroso requeriría el desarrollo de un modelo exhaustivo, por lo que dicha labor constituye un potencial tema para futuras investigaciones.

En cuanto a las cualidades fundamentales del modelo y una vez expuestas las restricciones que dicho modelo asume, se destaca en primer término la naturaleza estocástica de éste, lo que implica que la totalidad de las magnitudes se expresan en función de sus probabilidades, notablemente el número de pasajeros por proceso, así como la longitud y carga de los desplazamientos individuales que componen a los ciclos de ascenso y descenso, al igual que la longitud y sentido de los desplazamientos de transición. Con ello se evita asumir valores específicos arbitrarios como es el caso de

muchas de las investigaciones enfocadas en definir la capacidad de transporte de los sistemas de elevación y para las cuales es usual asumir que las cabinas parten invariablemente cargadas a 80% de la capacidad máxima, u otro tipo de condiciones análogas para la situación de tráfico mixto.

Adicionalmente, el Modelo Estocástico de Tráfico ofrece una comprensión sin precedentes de la propensión con que los trayectos individuales acontecen en función de las condiciones de tráfico y de cómo éstos se articulan en los ciclos de operación, introspectiva nunca explorada en la literatura conocida.

En segundo lugar el Modelo de Tráfico Mixto desarrollado en este capítulo es de tipo dinámico, ya que permite describir las circunstancias variables de tráfico representadas en los datos empíricos ajustados para la totalidad de la jornada diaria de operación. Con anterioridad en la literatura otros modelos, principalmente basados en la Teoría de Colas y simulaciones informáticas, habían hecho uso de trayectorias limitadas de datos para estudiar la capacidad de respuesta de los ascensores, fundamentalmente bajo condiciones de tráfico mixto.

No obstante el modelo desarrollado en este documento permite enfrentar todo tipo de circunstancias, inclusive las condiciones ideales “Up-Peak” y “Down-Peak”, además de computar la energía correspondiente a la totalidad de los desplazamientos acaecidos a lo largo de una jornada típica.

Por otro lado y como se expuso en este capítulo, los procesos Poisson de demanda en ascenso y descenso, así como las probabilidades que de éstos derivan, dependen funcionalmente del intervalo de tiempo de “viaje redondo”, el cual a su vez depende de las probabilidades anteriormente citadas.

Esta interdependencia funcional, que es una propiedad intrínseca de la dinámica del sistema, ha sido superada recurriendo a la noción de Estado Estacionario, el cual se ha caracterizado por las condiciones de equilibrio dinámico del sistema.

Adicionalmente, las condiciones de equilibrio garantizan que los valores esperados del número de pasajeros transportados en ascenso y descenso son consistentes con los valores descritos en las trayectorias empíricas de datos para cada periodo cincominutal.

Finalmente, como consecuencia de la especificación del modelo basada en la interdependencia funcional no se asumen supuestos adicionales, en particular sobre los tiempos de duración del “viaje redondo”, supuesto constatado en algunos de los modelos de Colas de la literatura.

En conclusión, el Modelo de Tráfico Mixto y el Modelo de Consumo que de éste se deriva, suponen, por el hecho de su propio planteamiento a través de notaciones formales extensivas, una contribución al corpus de conocimiento en el dominio de la elevación. En este sentido son escasas y escuetas las fuentes disponibles que describen con suficiente grado de detalle y formalidad analítica el sujeto de sus investigaciones. Lo anterior sumado a la comprensión sin precedentes de los desplazamientos que integran a los ciclos de transporte, conjuntamente con el enfoque estocástico y

dinámico aquí expuesto constituyen aportaciones adicionales a la comprensión de los fenómenos de transporte vertical de pasajeros.



## Referencias de Capítulo

- [1] Henri Hakonen and Marja Liisa Siikonen, "Elevator Traffic Simulation Procedure," in *Elevator Technology 17: Proceedings of ELEVCON*, Thessaloniki, 2008.
- [2] Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003.
- [3] Marja-Liisa Siikonen, "Elevator traffic simulation," *Simulation*, vol. 61, no. 4, pp. 257-267, 1993.
- [4] Henri M. Hakonen, Aiyong Rong, and Risto Lahdelma, "Multiobjective Optimization in Elevator Group Control," in *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Jyväskylä, 2004.
- [5] Marja-Liisa Siikonen, "On Traffic Planning Methodology ," *Elevator Technology*, vol. 10, 2000.
- [6] Janne S. Sorsa, Harri Ehtamo, Marja-Liisa Siikonen, Tapio Tyni, and Jari Ylinen, "The Elevator Dispatching Problem," KONE Corporation & Helsinki University of Technology, 2009.
- [7] Richard Peters and Rory Smith, "Designing Elevator Installations Using Modern Estimates of Passenger Demand," in *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON*, Luzerne, 2010.
- [8] Gina Carrol Barney and S. M. dos Santos, *Elevator Traffic Analysis, Design and Control*. Stockport, England: Bramhall, 1985.
- [9] Richard Peters, "Improvements to the Up Peak Round Trip Time Calculation," *International Journal of Elevator Engineers*, vol. 3, no. 1, 2000.
- [10] Qun Zong, Guansheng Xing, Donghang Chen, and Shuhong Ya, "The queuing theory based research of dispatching strategy for elevator group control system during up-peak," in *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*, vol. 6, Hangzhou, 2004, pp. 5307- 5311.



## Capítulo 8

# Implementación y Resultados

### Introducción

El objetivo de este Capítulo es implementar del Modelo Generalizado de Tráfico desarrollado a lo largo de los Capítulos 4 a 7. Consistentemente con los objetivos de la presente Tesis, este Capítulo dará finalmente respuesta, a nivel formal, al dimensionamiento óptimo por medios estadísticos de la masa del contrapeso. Por otro lado, a través de la Aplicación Límite de Servicio se explorará la incidencia que el número de ascensores simultáneamente en operación, en lo que se han denominado estrategias, tienen sobre el consumo energético diario y por ende los potenciales ahorros energéticos que supone una estrategia optimizada.

En primer término, con la finalidad de establecer un umbral de comparación (benchmark) se implementará lo que se ha denominado la estrategia de operación “Simultánea”, que supone la operación de todas las unidades que componen el grupo de ascensores a lo largo de toda la jornada; lo que tanto la evidencia cotidiana como De Alameida *et al.* (2010) [1] confirman como caso más usual. Como resultado se obtendrá la energía diaria consumida en función del porcentaje de contrapeso, donde en particular la compensación al 50% supondrá sucesivamente el benchmark; además de una estimación de la calidad del servicio prestado, según los criterios de la industria.

En segundo lugar, se explorará la condición complementaria, que supone la operación con el número mínimo de ascensores que satisfacen la demanda, en lo que se ha denominado la estrategia “Minimal”. Donde de forma análoga se calculará el consumo diario del sistema de ascensores en función del porcentaje de contrapeso y se determinará el nivel de calidad del servicio prestado.

En tercer lugar, como resultado de las dos implementaciones anteriormente efectuadas y habiendo constatando la discrepancia entre la carga promedio en cabina y el porcentaje “óptimo” de contrapeso, se construirá una serie de modelos, con la finalidad de determinar las variables causales del valor óptimo de compensación. En este apartado se ofrece un planteamiento formal de la problema, acompañado de una interpretación gráfica concreta e intuitiva.

Finalmente en el cuarto apartado, partiendo del hecho que toda solución plausible está comprendida entre los límites definidos por las estrategias “Minimal” y “Simultánea”, y por medio de la implementación reiterada del modelo, se mapeará el espacio de soluciones, con lo que en primer término se obtendrá una perspectiva de las relaciones de “Trade-off” que ligan el consumo energético con las diferentes magnitudes asociadas al intervalo que determina la calidad del servicio. En segundo lugar, se analizarán a grandes rasgos las implicaciones que entraña la reducción del porcentaje de contrapeso y la magnitud y frecuencia de los eventuales episodios de sobrecarga transitoria. En tercer lugar y como resultado del proceso de balance que deriva de explorar los límites de lo que es técnicamente posible y *a priori* asumible, se propone una alternativa “razonable” con atributos “deseables”. De donde en última instancia, subrayando el carácter específico del caso límite de servicio emprendido a manera de ejemplo, se hace un balance de los ahorros potenciales que cada una de las medidas investigadas suponen.

## Primer Apartado

### 8.1 Estrategia de Operación Simultánea

#### Introducción

El objetivo de este primer apartado consiste en determinar el consumo energético diario de un ascensor en función del porcentaje de contrapeso. Para ello se considera como hipótesis un grupo de tres ascensores de 1m/s de velocidad y 8 pasajeros de capacidad (630kg), los cuales operan simultáneamente a lo largo de toda la jornada. La justificación relativa a las características del grupo de ascensores deriva del estudio bajo condiciones de “Up-Peak” expuesto en el Capítulo 6. Sin embargo esta hipótesis será reevaluada considerando el Modelo de Tráfico Mixto desarrollado en el Capítulo 7 para el total de una jornada típica de operación.

Con este objetivo en primer lugar se expondrán los valores numéricos específicos de las variables que intervienen en la determinación del modelo, donde muchos de los cuales han sido sujeto de amplio examen en los capítulos precedentes. Adicionalmente, con el fin de orientar y justificar la elección de las variables restantes, se resumirán los resultados de una breve revisión de la literatura. En segundo lugar se calcularán los valores característicos del Estado Estacionario del sistema para cada uno de los 145 intervalos cinco-minutales descritos en las series empíricas de datos, de lo que se derivará la evolución temporal del intervalo, su distribución por frecuencias relativas y otras magnitudes representativas. En tercer lugar se obtendrá el consumo diario de un único ascensor, que será extensivo a las restantes unidades del grupo dado que los tres ascensores operan simultáneamente a lo largo de toda la jornada. Los resultados correspondientes al consumo energético se expresarán en función del porcentaje de contrapeso, sentido del desplazamiento y total. En cuarto lugar se discutirán los resultados obtenidos, prestando especial atención a las distribuciones de tráfico por carga y longitud de los trayectos individuales.

#### 8.1.1 Variables; Valores Numéricos

En el siguiente pasaje se resumen los valores numéricos de las variables que intervienen en el análisis del consumo energético representativo de un grupo de tres ascensores con 1m/s de velocidad. Como se recordará, la mayoría de estos valores derivan de las conclusiones parciales alcanzadas en capítulos anteriores.

Características de la Edificación

$N = 10$  plantas (número de plantas sobre la planta de acceso)

*Tipo*: Oficinas multi-arrendatario

$BP = 400$  usuarios (población total de las plantas superiores)

$D_{inter} = 3m$  (distancia entre plantas)

$D_{max} = 30m$  (recorrido máximo)

Características de los Ascensores

$NA = 3$  ascensores

Tipo : *Gearless*

$V_{ter} = 1m/s$  (velocidad de crucero)

$m_{max} = 630kg$  (capacidad máxima)

$q_{max} = 8$  pasajeros (capacidad máxima)

$m_e = 1000kg$  (masa en vacío de la cabina)

$A = 0,7363m/s^2$  (módulo de aceleración, aceleración máxima)

$da/dt = 0,5421jerk$

Variables de Tráfico

$$E[R\tilde{T}(\Delta_a, \Delta_d)] = 2 \cdot t_v \cdot E[\tilde{H}(\Delta_a, \Delta_d)] + t_s \cdot (E[\tilde{S}_a(\Delta_a)] + E[\tilde{S}_d(\Delta_d)] + 1) + 2 \cdot t_p \cdot (E[\tilde{K}_a(\Delta_a)] + E[\tilde{K}_d(\Delta_d)])$$

$$t_v = \frac{D_{inter}}{V_{ter}}$$

$$t_s = 2t_d + 2 \cdot \frac{A}{da/dt}$$

$t_d$  : tiempo de apertura o cierre de puertas

$t_p$  : tiempo para abordar o descender de cabina por pasajero

Con la finalidad de definir los valores correspondientes al tiempo de apertura y cierre de puertas, así como el tiempo correspondiente al embarque y desembarque de pasajeros, se ha realizado una búsqueda en la literatura. Los resultados se presentan a continuación en la Tabla 8.1, donde adicionalmente y en la medida de lo posible, se han recogido las capacidades de los ascensores citados.

TIEMPO DE OPERACIÓN DE PUERTAS Y E/S DE PASAJEROS				
Revisión de la Literatura				
	td (s)		tp (s)	qmax (pasajeros)
	apertura	cierre		
Gudwin et al. (1998)	1,0	1,0	1,0	
Barney (2003)	2,0	3,5	1,2	
Braun et al. (2003)	2,5	2,5	3,0	
Rong et al. (2003)	1,9	2,8	1,2	18p
	1,2	2,5	1,0	20p
	1,6	2,6	1,0	21p
Hakonen et al. (2004)	1,6	2,6	1,0	21p
Zong et al. (June 2004)	3,4		1,2	
Zong et al. (2004)	0,8	0,8	0,8	
Hakonen et al. (2008)	1,4	3,1	1,0	21p
Powell (2008)	2,0	3,0	1,0	18p
Kinsey et al. (2009)	0,8	3,0		13p
Sorsa et al. (2009)	1,2	3,1	1,0	17p
Hu et al. (2010)			1,0	
Zhenshan et al. (2010)	2,0	2,9	2,0	
Barney (2011)	3,0	3,0	1,0	
<b>Promedio</b>	<b>1,8</b>	<b>2,6</b>	<b>1,2</b>	

Tabla 8.1 Tiempo de Operación de Puertas y Entrada/Salida de Pasajeros

Como es habitual en la literatura, la mayoría de los casos reseñados se refieren a aplicaciones singulares, ya sea por longitud de recorrido, velocidad de crucero o capacidades de cabina; características que por regla general exceden largamente los requerimientos de transporte de una edificación típica representativa. Con la finalidad de determinar un valor verosímil para los tiempos de apertura o cierre de puertas de los ascensores de 8 pasajeros y considerando que la dimensión de las puertas de cabina guarda relación con la capacidad máxima de éstas; el tiempo asociado a la operación de las puertas deberá ser inferior al reportado en la literatura dado el menor tamaño de éstas. Conforme con dicho argumento y considerando que para efectos de tráfico resulta irrelevante diferenciar el tiempo de apertura del correspondiente al cierre, se asumirá en lo sucesivo un único valor igual a 2 segundos, lo que aproximadamente y en conjunto es 10% inferior al valor suma referido en la literatura. Por su parte en lo concerniente al tiempo de transferencia por pasajero, *i.e.* el tiempo necesario para embarcar o desembarcar, se adoptará el valor referido con mayor frecuencia. En consecuencia:

$$t_d = 2 \text{ s}$$

$$t_p = 1 \text{ s / pasajero}$$

Finalmente en lo que concierne al porcentaje de contrapeso y con la finalidad de explorar la incidencia que éste tiene sobre el consumo energético, se asumirá una resolución de 5% para los valores entre 0 y 50%, valor a partir del cual los incrementos tendrán lugar cada 10%, en lo que se presume un mapeo adecuado del consumo en función del porcentaje de contrapeso.

$$\mu: \text{Porcentaje de contrapesaje}$$

$$\mu = \{0\%, 5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%, 30\%, 35\%, 40\%, 45\%, 50\%, 60\%, 70\%, 80\%, 90\%, 100\%\}$$

### 8.1.2 Cálculo del Estado Estacionario

En segundo lugar y consistentemente con la metodología expuesta en el Capítulo anterior, a continuación se calculan los valores de equilibrio de los impulsos  $\{\Delta_a^*, \Delta_d^*\}_n$  correspondientes a los procesos de ascenso y descenso que caracterizan al estado estacionario del sistema para cada uno de los 145 valores cinco-minutales de los datos de tráfico y a partir de las ecuaciones del estado estacionario:

$$\frac{E_n \left[ \tilde{K}_a(\Delta_a^*) \right] \cdot 300}{E_n \left[ \tilde{R\ddot{T}T}(\Delta_a^*, \Delta_d^*) \right]} \cdot NA_n = K_a Data_n$$

$$\frac{E_n \left[ \tilde{K}_d(\Delta_d^*) \right] \cdot 300}{E_n \left[ \tilde{R\ddot{T}T}(\Delta_a^*, \Delta_d^*) \right]} \cdot NA_n = K_d Data_n$$

$E_n \left[ \tilde{K}_a(\Delta_a^*) \right]$ : Valor esperado del número de pasajeros en ascenso por ciclo para el intervalo  $tt$  de tiempo

$E_n \left[ \tilde{K}_d(\Delta_d^*) \right]$ : Valor esperado del número de pasajeros en descenso por ciclo para el intervalo  $tt$  de tiempo

$E_t[R\tilde{T}(\Delta_a^*, \Delta_d^*)]$ : Valor esperado del tiempo de ciclo (viaje redondo) para el intervalo  $t$  de tiempo

$NA_t$ : Número de Ascensores en operación para el intervalo  $t$  de tiempo

$K_a Data_t$ : Valor empírico del número de pasajeros en ascenso para el intervalo  $t$  de tiempo (FMP)

$K_d Data_t$ : Valor empírico del número de pasajeros en descenso para el intervalo  $t$  de tiempo (FMP)

Donde consistentemente con las hipótesis correspondientes a la operación simultánea de tres ascensores a lo largo de toda la jornada se asume:

$$NA_t = 3 \quad \forall t \in [8:00 ; 20:00]$$

Adicionalmente, basados en la propiedad de divisibilidad de la distribución Poisson, propiedad que fue expuesta en profundidad en el Capítulo 6, el intervalo entre partidas sucesivas se expresará como:

$$Int_t = \frac{E_t[R\tilde{T}(\Delta_a^*, \Delta_d^*)]}{NA_t}$$

$Int_t$ : Intervalo de tiempo entre partidas sucesivas para el periodo  $t$  de tiempo

Donde el intervalo específicamente representa el valor máximo de tiempo que un usuario habrá de esperar antes de poder abordar una cabina en dirección a su destino. Esto tiene especial relevancia dado que como se expuso en el Capítulo 6 existen criterios de calidad del servicio basados específicamente en la apreciación de los tiempos de espera. Finalmente, se recogen en la Tabla 8.2 los resultados del cálculo del Estado Estacionario para el caso de tres ascensores en operación a lo largo de toda la jornada.

#### ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS

Considerando la Operación Simultánea de NA=3 Ascensores

Estado					Estado					Estado				
Tiempo	NA	Estacionario	Intervalo	(s)	Tiempo	NA	Estacionario	Intervalo	(s)	Tiempo	NA	Estacionario	Intervalo	(s)
$t$		$\Delta^*a$	$\Delta^*d$		$t$		$\Delta^*a$	$\Delta^*d$		$t$		$\Delta^*a$	$\Delta^*d$	
8:00	3	0,0590	0,0182	3,098	12:00	3	0,3632	0,2940	7,656	16:00	3	0,3616	0,3572	7,817
8:05	3	0,0590	0,0182	3,098	12:05	3	0,3632	0,2940	7,656	16:05	3	0,3616	0,3572	7,817
8:10	3	0,0590	0,0182	3,098	12:10	3	0,3632	0,2940	7,656	16:10	3	0,2846	0,2231	6,540
8:15	3	0,0590	0,0182	3,098	12:15	3	0,2732	0,2609	6,512	16:15	3	0,2846	0,2231	6,540
8:20	3	0,1470	0,0361	4,306	12:20	3	0,2732	0,2609	6,512	16:20	3	0,1965	0,1714	5,320
8:25	3	0,1470	0,0361	4,306	12:25	3	0,2569	0,2818	6,603	16:25	3	0,1965	0,1714	5,320
8:30	3	0,1795	0,0497	4,757	12:30	3	0,2569	0,2818	6,603	16:30	3	0,1965	0,1714	5,320
8:35	3	0,1795	0,0497	4,757	12:35	3	0,2569	0,2818	6,603	16:35	3	0,1559	0,2068	5,404
8:40	3	0,1795	0,0497	4,757	12:40	3	0,9027	2,0859	22,820	16:40	3	0,1559	0,2068	5,404
8:45	3	0,1795	0,0497	4,757	12:45	3	0,9027	2,0859	22,820	16:45	3	0,1559	0,2068	5,404
8:50	3	0,3792	0,0501	7,138	12:50	3	0,9027	2,0859	22,820	16:50	3	0,1559	0,2068	5,404
8:55	3	0,3792	0,0501	7,138	12:55	3	0,9277	2,9929	27,118	16:55	3	0,1719	0,2194	5,606
9:00	3	0,5000	0,1318	8,696	13:00	3	0,9277	2,9929	27,118	17:00	3	0,1719	0,2194	5,606
9:05	3	0,5000	0,1318	8,696	13:05	3	0,9277	2,9929	27,118	17:05	3	0,1976	0,2824	6,441
9:10	3	0,5000	0,1318	8,696	13:10	3	1,8509	7,7975	39,493	17:10	3	0,1976	0,2824	6,441
9:15	3	1,1085	0,1352	14,288	13:15	3	1,8509	7,7975	39,493	17:15	3	0,1976	0,2824	6,441
9:20	3	1,1085	0,1352	14,288	13:20	3	1,8509	7,7975	39,493	17:20	3	0,2823	0,5315	9,458
9:25	3	1,1085	0,1352	14,288	13:25	3	1,8509	7,7975	39,493	17:25	3	0,2823	0,5315	9,458
9:30	3	2,9032	0,2416	24,846	13:30	3	1,4352	3,9385	31,767	17:30	3	0,3281	0,7308	11,568
9:35	3	2,9032	0,2416	24,846	13:35	3	1,4352	3,9385	31,767	17:35	3	0,1378	0,2783	6,221
9:40	3	2,9032	0,2416	24,846	13:40	3	1,6061	4,1184	32,735	17:40	3	0,1378	0,2783	6,221
9:45	3	5,4605	0,6590	33,317	13:45	3	1,6061	4,1184	32,735	17:45	3	0,1378	0,2783	6,221
9:50	3	5,4605	0,6590	33,317	13:50	3	1,6061	4,1184	32,735	17:50	3	0,1443	0,3413	6,977
9:55	3	5,4605	0,6590	33,317	13:55	3	1,2459	2,1506	24,085	17:55	3	0,1443	0,3413	6,977
10:00	3	4,9269	0,9353	32,995	14:00	3	1,2459	2,1506	24,085	18:00	3	0,2321	0,8290	12,202
10:05	3	4,8607	0,7944	32,464	14:05	3	1,2459	2,1506	24,085	18:05	3	0,2321	0,8290	12,202
10:10	3	4,8607	0,7944	32,464	14:10	3	1,5612	1,8457	23,207	18:10	3	0,2321	0,8290	12,202
10:15	3	6,0532	1,0402	35,351	14:15	3	1,5612	1,8457	23,207	18:15	3	0,2321	0,8290	12,202
10:20	3	6,0532	1,0402	35,351	14:20	3	1,5612	1,8457	23,207	18:20	3	0,6455	3,6335	28,685
10:25	3	6,0532	1,0402	35,351	14:25	3	2,4594	1,7200	26,863	18:25	3	0,6455	3,6335	28,685
10:30	3	2,4570	0,6816	24,098	14:30	3	2,4594	1,7200	26,863	18:30	3	0,6455	3,6335	28,685
10:35	3	2,4570	0,6816	24,098	14:35	3	2,0435	1,3481	23,777	18:35	3	0,3280	2,0530	21,048
10:40	3	2,4570	0,6816	24,098	14:40	3	2,0435	1,3481	23,777	18:40	3	0,3280	2,0530	21,048



ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS

Considerando la Operación Simultánea de NA=3 Ascensores

Estado Estacionario					Estado Estacionario					Estado Estacionario				
Tiempo	NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$	Intervalo (s)	Tiempo	NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$	Intervalo (s)	Tiempo	NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$	Intervalo (s)
10:45	3	1,7659	0,6900	20,407	14:45	3	2,0435	1,3481	23,777	18:45	3	0,2222	2,4647	22,845
10:50	3	1,7659	0,6900	20,407	14:50	3	2,0435	1,3481	23,777	18:50	3	0,1754	1,6187	18,042
10:55	3	1,7659	0,6900	20,407	14:55	3	3,2718	1,3784	29,393	18:55	3	0,1754	1,6187	18,042
11:00	3	1,5021	0,7072	18,770	15:00	3	3,2718	1,3784	29,393	19:00	3	0,1695	1,7832	19,048
11:05	3	1,5021	0,7072	18,770	15:05	3	3,2718	1,3784	29,393	19:05	3	0,1305	0,7979	11,628
11:10	3	0,9185	1,1742	16,988	15:10	3	2,6068	1,7645	27,662	19:10	3	0,1305	0,7979	11,628
11:15	3	0,5302	0,4103	9,807	15:15	3	2,6068	1,7645	27,662	19:15	3	0,0851	0,4306	7,812
11:20	3	0,5302	0,4103	9,807	15:20	3	0,7617	0,4197	12,116	19:20	3	0,0851	0,4306	7,812
11:25	3	0,5302	0,4103	9,807	15:25	3	0,7617	0,4197	12,116	19:25	3	0,0851	0,4306	7,812
11:30	3	0,2863	0,2233	6,561	15:30	3	0,7617	0,4197	12,116	19:30	3	0,0851	0,4306	7,812
11:35	3	0,2863	0,2233	6,561	15:35	3	0,7617	0,4197	12,116	19:35	3	0,0583	0,3844	7,221
11:40	3	0,2863	0,2233	6,561	15:40	3	0,1517	0,1517	4,699	19:40	3	0,0583	0,3844	7,221
11:45	3	0,1924	0,1676	5,258	15:45	3	0,1517	0,1517	4,699	19:45	3	0,0284	0,1707	4,585
11:50	3	0,1924	0,1676	5,258	15:50	3	0,3616	0,3572	7,817	19:50	3	0,0284	0,1707	4,585
11:55	3	0,3632	0,2940	7,656	15:55	3	0,3616	0,3572	7,817	19:55	3	0,0284	0,1707	4,585
										20:00	3	0,0284	0,1707	4,585

Tabla 8.2 Valores Calculados de los Impulsos Estacionarios e Intervalo

Los valores detallados relativos al Estado Estacionario se incluyen en el Anexo 8.1. En cuanto a los valores de los impulsos para el estado estacionario y en particular para el periodo comprendido entre las 13:10 y 13:25, el cálculo del valor esperado del número de pasajeros por ciclo (Tabla 8.3 a continuación) muestra que bajo condiciones de tráfico mixto, se requieren efectivamente 3 ascensores para servir la demanda de transporte. Lo anterior se puede apreciar *grosso modo*<sup>1</sup>, considerando que la demanda conjunta satisfecha de tres ascensores se eleva a poco más de 18 pasajeros por ciclo, cifra que rebasa claramente la capacidad de transporte que dos ascensores pueden proveer. Esta evidencia se reforzará en apartados sucesivos donde se probará formalmente todos aquellos periodos de tiempo en que se requiere la acción de tres ascensores.

PERIODO CRÍTICO DE TRÁFICO	
Considerando la Operación Simultánea de NA=3 Ascensores	
13:10 - 13:25	
E[Ka-tilde]	1,85
E[Kd-tilde]	6,05

Tabla 8.3 Valores Calculados de los Impulsos Estacionarios e Intervalo

**Intervalo; Frecuencia Relativa**

Los valores correspondientes al intervalo por frecuencias relativas se muestran en la Figura 8.1, que se acompaña de la Tabla 8.4, donde se puede observar que el intervalo máximo es efectivamente inferior a 40 segundos, con un valor promedio igual a 15,8 segundos.

<sup>1</sup> En esta estimación *grosso modo* se desprecia el incremento en el tiempo de ciclo dado que acontece como resultado del incremento en el número de pasajeros por cabina al suponer dos ascensores.

**INTERVALO; FRECUENCIA RELATIVA**  
(Operación simultánea de tres ascensores NA=3)

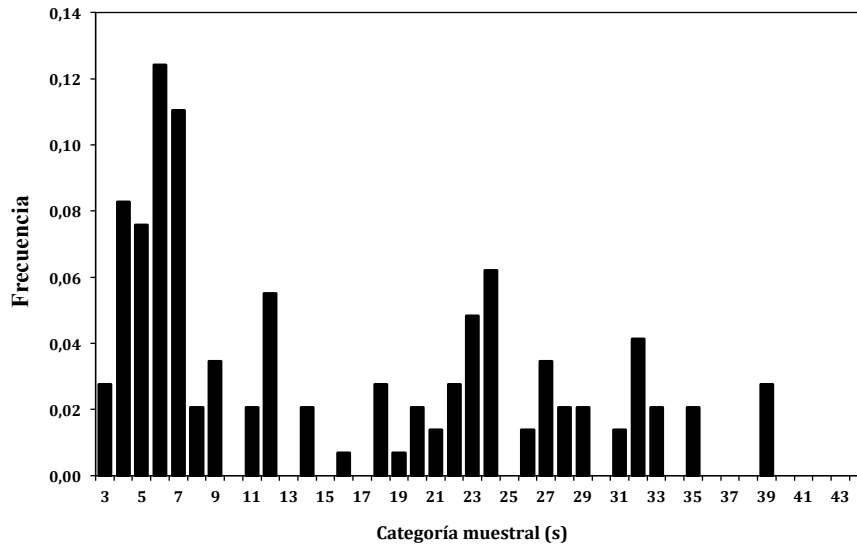


Figura 8.1 Intervalo; Distribución de Frecuencia Relativa, considerando la operación simultánea de 3 ascensores a lo largo de toda la jornada

**INTERVALO; RESULTADOS**

Considerando la Operación Simultánea de NA=3 Ascensores

Valor Máximo	39,49	s
Valor Mínimo	3,10	s
Promedio	15,81	s
Desviación Estándar	10,67	s

Tabla 8.4 Intervalo entre partidas sucesivas, valores representativos.

La distribución por frecuencias relativas muestra un comportamiento multimodal, con una vaga semejanza a la distribución exponencial o de Erlang. Por su parte considerando el criterio de calidad del servicio (Tabla 8.5) y calculando a continuación la distribución acumulada del intervalo (Figura 8.2) se observa que se rebasa ampliamente el umbral correspondiente a una calidad “Excelente”.

**CRITERIO DE CALIDAD EN EL SERVICIO**

Calidad del Servicio	Tiempo Promedio de Espera (AWT)	Porcentaje de pasajeros servidos en:			
		(s)	30 s	60 s	90 s
Excelente	<20		75%	95%	99%
Buena	20 - 30		65%	85%	95%
Satisfactoria	30 - 40		50%	75%	90%
Aceptable	40 - 60		40%	60%	75%

Hakonen, H., & Siikonen, M. L. (2008). Elevator Traffic Simulation Procedure.

Tabla 8.5 Criterio de Calidad en el Servicio

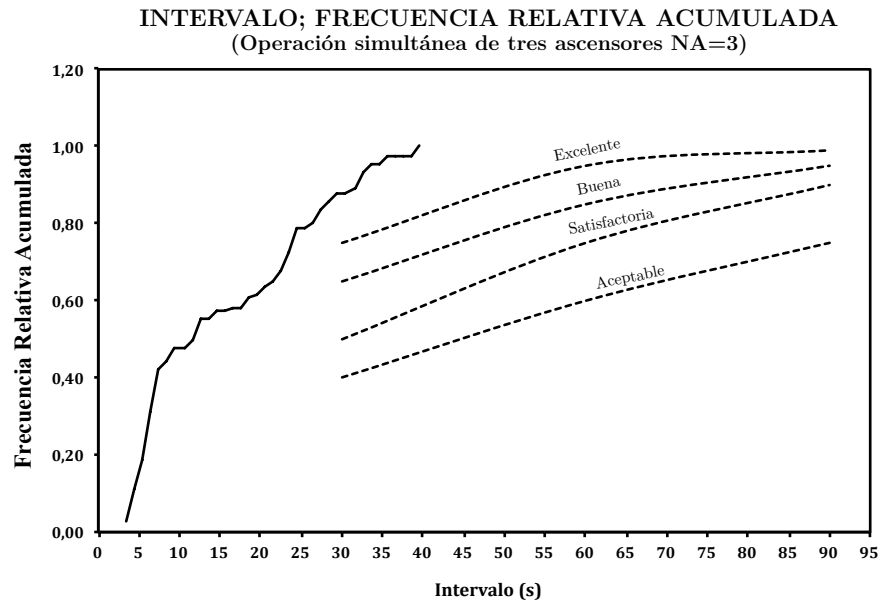


Figura 8.2 Intervalo; Distribución de Frecuencia Relativa Acumulada

### 8.1.3 Consumo Energético; Resultados

En tercer lugar y consistentemente con lo anunciado previamente se procede al cálculo del consumo energético diario individual por sentido del movimiento (ascenso, descenso) y totales en función del porcentaje de contrapeso. Los resultados se muestran a continuación en la Tabla 8.6.

ASCENSORES 1, 2 y 3

**ENERGÍA DIARIA CONSUMIDA; FUNCIÓN DEL PORCENTAJE DE CONTRAPESO**

---

Operación: Simultánea de 3 ascensores a lo largo de toda la jornada típica representativa

---

	Ascenso	Descenso	Total	Consumo Relativo*	
	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(%)	
Contrapeso	100%	11	73776	73787	224%
	90%	28	65459	65487	199%
	80%	62	57158	57220	174%
	70%	126	48886	49012	149%
	60%	239	40658	40897	124%
	50%	426	32499	32925	100%
	45%	593	28486	29079	88%
	40%	778	24491	25269	77%
	35%	1051	20581	21632	66%
	30%	1425	16769	18194	55%
	25%	1846	13003	14850	45%
	20%	2638	9612	12250	37%
	15%	3502	6294	9796	30%
10%	5140	3777	8917	27%	
5%	7552	2064	9616	29%	
0%	10039	426	10465	32%	

---

Tabla 8.6 Consumo Energético Diario por Ascensor; operación simultánea de tres ascensores a lo largo de toda la jornada.

Adicionalmente se ha calculado el consumo relativo considerando como umbral de comparación el consumo correspondiente al 50% de porcentaje de contrapeso. A continuación, en la representación gráfica de los resultados correspondientes a los diversos consumos en función del porcentaje de contrapeso (Figura 8.3), se observa, que la discretización asumida para el porcentaje de contrapeso logra un mapeo adecuado de la función de consumo. Por otro lado se observa que el mínimo del consumo tiene lugar para un porcentaje de contrapeso igual al 10%, lo que discrepa ampliamente del 50% usualmente implementado; por lo que el siguiente pasaje analiza las posibles causas subyacentes.

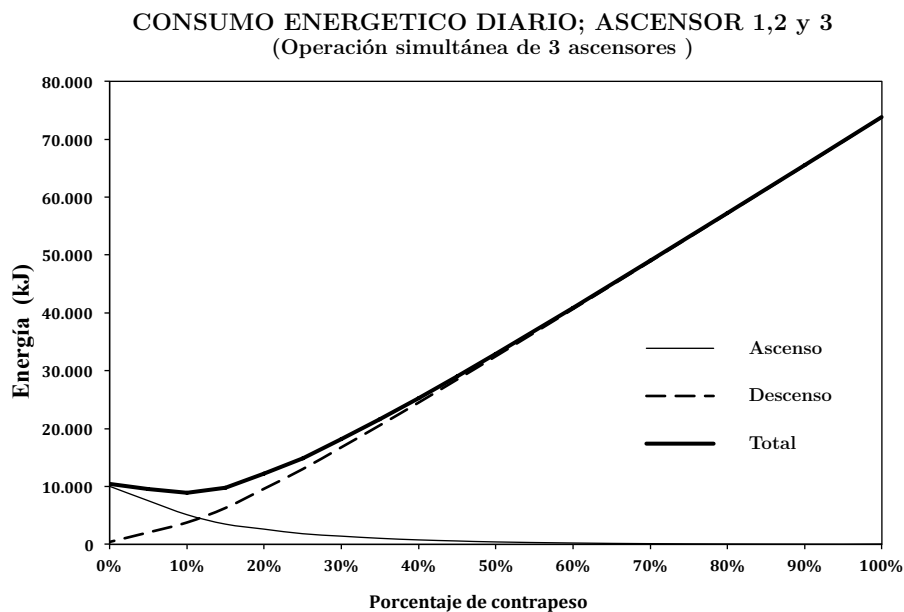


Figura 8.3 Consumo Energético Diario por tipo de movimiento y total en función del porcentaje de contrapeso

#### 8.1.4 Análisis

El consumo mínimo diario individual tiene lugar para un 10% del contrapeso, con lo que se obtiene una reducción próxima al 73% de la energía consumida si se considera como referencia el consumo correspondiente a un 50%. Las causas subyacentes a esta vasta discrepancia tienen su origen principalmente en la variabilidad de la demanda de transporte a lo largo de la jornada. Como se ha demostrado con anterioridad, se requieren tres ascensores para satisfacer la demanda durante los episodios críticos de tráfico; sin embargo, como se mostrará a continuación y dado que a lo largo del día dominan los periodos de bajo a moderado tráfico, el valor esperado de la carga en cabina por trayecto individual es consistentemente bajo y comparable en magnitud con el porcentaje de contrapeso obtenido para el mínimo del consumo energético diario por ascensor.

## Tráfico Ascendente Diario

En la Tabla 8.7 se muestran el número de trayectos ascendentes individuales, tanto en carga como en vacío, por carga en cabina y longitud del recorrido.

COMPOSICION DEL TRÁFICO ASCENDENTE DIARIO										
(Operación; Simultánea de 3 ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)										
	l=									
q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	3,64E+01	3,44E+01	3,30E+01	3,20E+01	3,15E+01	3,14E+01	3,17E+01	3,24E+01	3,37E+01	3,55E+01
1	6,34E+01	5,44E+01	4,76E+01	4,24E+01	3,82E+01	3,49E+01	3,22E+01	3,00E+01	2,81E+01	2,64E+01
2	3,80E+01	2,89E+01	2,21E+01	1,68E+01	1,27E+01	9,34E+00	6,63E+00	4,36E+00	2,43E+00	7,72E-01
3	2,42E+01	1,66E+01	1,12E+01	7,39E+00	4,70E+00	2,83E+00	1,56E+00	7,34E-01	2,52E-01	3,47E-02
4	1,58E+01	9,86E+00	5,95E+00	3,43E+00	1,86E+00	9,19E-01	3,96E-01	1,36E-01	2,93E-02	1,91E-03
5	1,01E+01	5,78E+00	3,14E+00	1,59E+00	7,41E-01	3,04E-01	1,03E-01	2,59E-02	3,59E-03	1,14E-04
6	6,19E+00	3,27E+00	1,61E+00	7,28E-01	2,93E-01	1,00E-01	2,72E-02	5,03E-03	4,56E-04	7,18E-06
7	3,46E+00	1,70E+00	7,67E-01	3,11E-01	1,10E-01	3,19E-02	6,97E-03	9,69E-04	5,82E-05	4,56E-07
8	1,61E+00	7,41E-01	3,11E-01	1,15E-01	3,63E-02	9,17E-03	1,66E-03	1,78E-04	7,19E-06	2,82E-08

Tabla 8.7 Numero de trayectos individuales diarios por ascensor, en carga y vacío, por carga en cabina y longitud de recorrido

Graficando los valores anteriormente referidos en la Figura 8.4 se constata una alta proporción de trayectos en vacío, así como una tendencia inversamente proporcional a la carga en cabina y longitud del número de trayectos en carga.

**Ascensores 1,2 y 3; Composición del Tráfico Ascendente**  
(Número de Trayectos Individuales Diarios por Carga y Longitud)

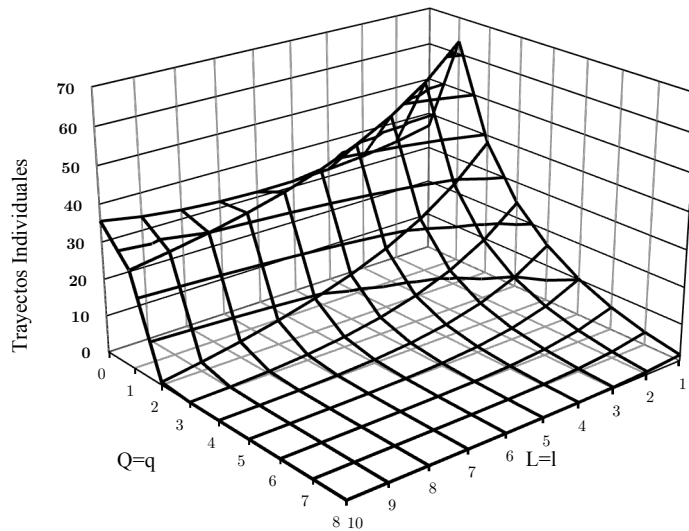


Figura 8.4 Número de trayectos individuales ascendentes diarios por ascensor, carga en cabina y longitud

## Tráfico Descendente Diario

En lo concerniente a los trayectos descendentes y por simetría las anteriores constataciones se sostienen.

COMPOSICION DEL TRÁFICO DESCENDENTE DIARIO											
(Operación; Simultánea de 3 ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)											
	l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	3,52E+01	3,31E+01	3,16E+01	3,06E+01	3,01E+01	3,01E+01	3,04E+01	3,14E+01	3,30E+01	3,55E+01	
1	6,37E+01	5,52E+01	4,87E+01	4,37E+01	3,97E+01	3,64E+01	3,37E+01	3,14E+01	2,94E+01	2,77E+01	
2	3,71E+01	2,85E+01	2,19E+01	1,68E+01	1,28E+01	9,54E+00	6,82E+00	4,52E+00	2,54E+00	8,08E-01	
3	2,26E+01	1,55E+01	1,05E+01	6,95E+00	4,44E+00	2,68E+00	1,49E+00	7,04E-01	2,42E-01	3,35E-02	
4	1,44E+01	8,95E+00	5,38E+00	3,09E+00	1,67E+00	8,29E-01	3,58E-01	1,23E-01	2,66E-02	1,73E-03	
5	9,19E+00	5,22E+00	2,81E+00	1,42E+00	6,55E-01	2,67E-01	9,05E-02	2,26E-02	3,14E-03	9,96E-05	
6	5,78E+00	3,03E+00	1,48E+00	6,61E-01	2,63E-01	8,94E-02	2,40E-02	4,41E-03	3,98E-04	6,25E-06	
7	3,44E+00	1,68E+00	7,54E-01	3,04E-01	1,06E-01	3,06E-02	6,65E-03	9,16E-04	5,48E-05	4,29E-07	
8	1,79E+00	8,24E-01	3,46E-01	1,28E-01	4,04E-02	1,02E-02	1,85E-03	1,98E-04	8,00E-06	3,14E-08	

Tabla 8.8 Numero de trayectos individuales diarios por ascensor, en carga y vacío, por carga en cabina y longitud de recorrido

### Ascensores 1, 2 y 3; Composición del Tráfico Descendente

(Número de Trayectos Individuales Diarios por Carga y Longitud)

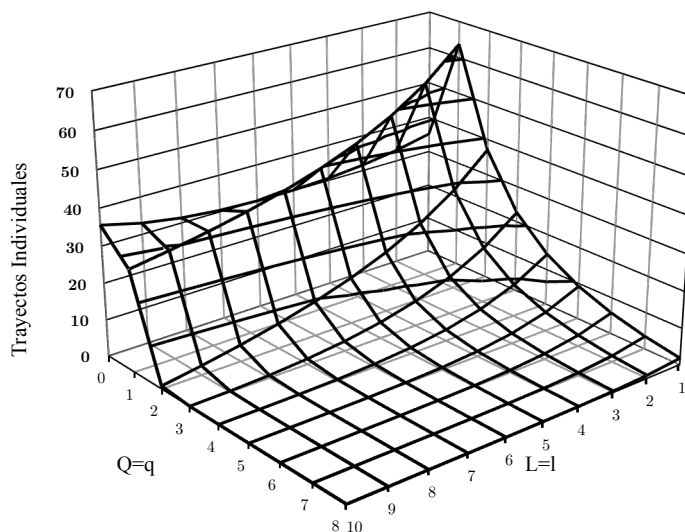


Figura 8.5 Número de trayectos individuales descendentes diarios por ascensor, carga en cabina y longitud

Con la finalidad de sustentar las apreciaciones anteriormente expuestas, a continuación se muestran una serie de indicadores que proporcionan una perspectiva cuantitativa del perfil de tráfico. En particular en la Tabla 8.9 se puede observar que el valor esperado de la carga en cabina  $E[Q|Q>0]$  es particularmente reducido ya que ronda los 1,85 pasajeros en promedio, lo que representa alrededor de 23% de la capacidad máxima de cabina. En cuanto al valor esperado de la longitud de los trayectos en carga  $E[L|Q>0]$ , esta asciende a 3,9 niveles en promedio, lo que es consistente con la reducida carga esperada en cabina, ya que por ejemplo para un único pasajero y suponiendo la

hipótesis de “Up-Peak”, la longitud esperada de los trayectos en carga es de 5,5 niveles, mientras que para dos pasajeros ésta misma ronda los 3,7, lo que resulta de cálculos sobre las matrices de descomposición definidas en el Capítulo 6. Por otro lado, en relación con la esperanza matemática de la longitud de los trayectos en vacío  $E[L|Q=0]$ , se observa que en promedio ésta asciende a poco menos de 5,5 niveles; lo que es posiblemente el más claro indicio de la propensión del sistema a operar en régimen “up-peak” o “down-peak”. Esta última conjetura se ve reforzada por la elevada proporción de los desplazamientos en vacío con respecto del total, ya que éstos representan en promedio un 32% por número de movimientos, mientras que si se considera la proporción por longitud recorrida, dicho valor se incrementa hasta un 40%. Basados en lo anterior, es posible afirmar que la capacidad excedente que proveen tres ascensores bajo condiciones de intensidad de tráfico bajas o moderadas, que dominan en el tiempo con respecto de los episodios críticos de tráfico, ocasionan una dinámica de tráfico prevalente y asimilable al “Up-Peak” o “Down-Peak”.

**TRAYECTOS INDIVIDUALES; VALORES REPRESENTATIVOS**

Operación Simultánea de NA=3 Ascensores							
Ascenso	$E[Q Q>0]$	1,87	pasajeros	Descenso	$E[Q Q>0]$	1,83	pasajeros
		23,40%	qmax			22,83%	qmax
	$E[L Q>0]$	3,87	niveles		$E[L Q>0]$	3,95	niveles
		11,62	metros			11,84	metros
	$E[L Q=0]$	5,47	niveles		$E[L Q=0]$	5,50	niveles
		16,42	metros			16,50	metros
	por número	En Carga	67,52%		por número	En Carga	68,29%
		En Vacío	32,48%			En Vacío	31,71%
	por longitud recorrida	En Carga	59,54%		por longitud recorrida	En Carga	60,71%
		En Vacío	40,46%			En Vacío	39,29%
	$E[Q]$	1,26	pasajeros		$E[Q]$	1,25	pasajeros
		15,80%	qmax			15,59%	qmax
	$E[L]$	4,39	niveles		$E[L]$	4,44	niveles
		13,18	metros			13,32	metros

Tabla 8.9 Conjunto de indicadores de la composición del tráfico por tipo de movimiento

Finalmente, considerando en conjunto los trayectos en carga y vacío, el valor esperado de la carga promedio por desplazamiento  $E[Q]$  ronda 1,25 pasajeros, lo que en términos de la capacidad máxima de cabina representa aproximadamente un 15,7%. En consecuencia la baja carga promedio en cabina aparece en principio como un factor determinante en lo que concierne al valor de contrapeso que minimiza el consumo energético y el cual corresponde a un 10%. No obstante la discrepancia de poco más del 5% entre los valores anteriormente referidos sugiere la existencia de otras variables causales.

## Recapitulación

En el apartado anterior se ha llevado a cabo la implementación del Modelo Generalizado de Tráfico suponiendo la operación simultánea de tres ascensores con capacidad para 8 pasajeros (630kg) y velocidad de 1m/s. De lo anterior se ha concluido en primer lugar que bajo condiciones de tráfico dictadas por las series empíricas **se requieren efectivamente tres ascensores** para satisfacer la demanda de transporte, en particular aquella comprendida entre las 13:10 y 13:25. Lo anterior no excluye la existencia de otros periodos con similares requerimientos y lo que finalmente será exhaustivamente probado en el Segundo Apartado de este Capítulo. En todo caso **estos resultados son consistente con el dimensionamiento** llevado a cabo en el Capítulo 6, suponiendo una condición “Up-Peak” de tráfico y del que como resultado se derivó la necesidad de tres ascensores. En segundo lugar, a partir de los datos correspondientes al cálculo del Estado Estacionario, en particular los relativos al tiempo de ciclo y posterior cálculo del intervalo, se ha determinado que la **calidad del servicio excede el criterio de excelencia** basado en el porcentaje de usuarios transportados en función del tiempo. En este sentido los resultados demuestran que bajo las hipótesis específicas de este caso, el tiempo máximo de espera a lo largo de toda la jornada es ligeramente inferior a 40 segundos. En tercer lugar, en relación al consumo energético diario por ascensor se ha determinado que el valor de **contrapeso que minimiza el consumo energético es igual a 10%**, valor cuya magnitud es notablemente inferior al 50% de contrapeso implementado por la industria. Las **causas inmediatas**, según se ha mostrado a través del análisis del tráfico y los diferentes estimadores derivados, pueden ser a priori atribuidas a las **reducidas cargas en cabina** con que tienen lugar los desplazamientos a lo largo de la mayoría de la jornada diaria. En este sentido se ha determinado que la carga promedio por desplazamiento ronda los 1,25 pasajeros, lo que equivale a un 15,7% de la capacidad máxima de cabina. Finalmente, los indicios recabados sugieren como **causa fundamental** a la capacidad de transporte excedente que tres ascensores operando simultáneamente proveen, en particular durante los periodos de baja y moderada intensidad de tráfico, periodos que dominarían sobre los episodios de alta intensidad de tráfico y para los cuales efectivamente se requieren tres ascensores.

En conclusión, la aplicación del Modelo Generalizado de Tráfico llevada a cabo en este apartado, bajo el supuesto de operación simultánea de tres unidades de 630kg y 1m/s de velocidad, ha demostrado cuantitativamente que el porcentaje de contrapeso que minimiza el consumo energético es igual a 10%. Las causas subyacentes han sido en principio atribuidas a la capacidad excedente de transporte, lo que resulta en una carga promedio en cabina por desplazamiento igual al 15,7%. Con la finalidad de evaluar el impacto que tiene la capacidad excedente sobre el valor óptimo de contrapeso y el consumo energético; a continuación se propone en el Segundo Apartado la implementación del Modelo Generalizado de Tráfico bajo lo que se ha denominado la hipótesis “Minimal”, que consiste en la operación con el menor número de ascensores posibles.



## Segundo Apartado

### 8.2 Estrategia de Operación Minimal

#### Introducción

El objetivo de este apartado es determinar los cambios en el consumo energético diario y el valor óptimo de contrapeso como resultado de la implementación de una estrategia “Minimal” de operación, para la cual se fija el número de ascensores en función de la intensidad de demanda descrita por las series empíricas de tráfico. Consistentemente con las especificaciones del grupo de ascensores correspondiente al Primer Apartado, el grupo de ascensores constará igualmente de 3 unidades con capacidad para 8 pasajeros (630kg) y 1m/s de velocidad.

En cuanto a la estructura del presente apartado y siguiendo la metodología anteriormente expuesta, en primer lugar se determinarán los valores correspondientes al Estado Estacionario, para lo cual se considerará el número mínimo de ascensores capaces de satisfacer la demanda por periodos de cinco minutos. En segundo lugar se presentará la composición detallada de los trayectos individuales que resultan de las nuevas condiciones de operación, de donde se concluirán los cambios que en particular tienen lugar en cuanto a la carga promedio en cabina. En tercer lugar se presentarán los resultados relativos al consumo energético diario por ascensor, para a continuación determinar el valor óptimo de contrapeso y los ahorros en términos energéticos que la “Operación Minimal” supone frente a la estrategia “Simultánea” implementada en el Primer Apartado. En cuarto lugar se analizará la distribución estadística del valor esperado del intervalo y las implicaciones en términos de la calidad del servicio que resultan de la implementación de la estrategia Minimal de operación.

#### 8.2.1 Cálculo del Estado Estacionario

De acuerdo a lo anunciado anteriormente, el primer paso consiste en calcular los valores correspondientes al Estado Estacionario para la condición minimal de operación, lo que requiere en particular determinar el número mínimo de ascensores por periodo capaces de satisfacer la demanda de transporte expresada por las series empíricas de tráfico. Con este doble objetivo, asumiendo inicialmente 2 y posteriormente un ascensor, se recalcularon los valores correspondientes al Estado Estacionario para cada uno de los 145 periodos de cinco minutos de las series empíricas de tráfico. Los resultados pormenorizados se recogen en los Anexo 8.2 y Anexo 8.3, donde en particular se puede observar la presencia de periodos para los cuales no existe solución definida, debido a que la capacidad provista por 1 o 2 ascensores es insuficiente para satisfacer la demanda de transporte. A continuación, haciendo uso conjunto de estos resultados y los relativos a la operación de 3 ascensores, correspondientes al Primer Apartado, se determinará el número mínimo de ascensores requerido por periodos de cinco minutos y por ende los valores de Estado Estacionario correspondientes a la condición de Operación Minimal.

ESTADO ESTACIONARIO; HIPÓTESIS DE OPERACIÓN MINIMAL

Considerando la Operación con el Número Mínimo de Ascensores

Estado Estacionario					Estado Estacionario					Estado Estacionario				
Tiempo	NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$	Intervalo (s)	Tiempo	NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$	Intervalo (s)	Tiempo	NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$	Intervalo (s)
8:00	1	0,5005	0,1541	26,299	12:00	1	18,3902	7,6266	155,967	16:00	1	41,2720	30,5283	168,088
8:05	1	0,5005	0,1541	26,299	12:05	1	18,3902	7,6266	155,967	16:05	1	41,2720	30,5283	168,088
8:10	1	0,5005	0,1541	26,299	12:10	1	18,3902	7,6266	155,967	16:10	1	7,6634	5,0798	137,939
8:15	1	0,5005	0,1541	26,299	12:15	1	8,0382	7,2584	146,069	16:15	1	7,6634	5,0798	137,939
8:20	1	2,4478	0,5984	71,472	12:20	1	8,0382	7,2584	146,069	16:20	1	4,5723	3,8911	117,470
8:25	1	2,4478	0,5984	71,472	12:25	1	6,8048	8,3147	145,568	16:25	1	4,5723	3,8911	117,470
8:30	1	3,1562	0,8649	82,765	12:30	1	6,8048	8,3147	145,568	16:30	1	4,5723	3,8911	117,470
8:35	1	3,1562	0,8649	82,765	12:35	1	6,8048	8,3147	145,568	16:35	1	3,3590	4,6426	114,759
8:40	1	3,1562	0,8649	82,765	12:40	2	2,2854	5,9933	57,664	16:40	1	3,3590	4,6426	114,759
8:45	1	3,1562	0,8649	82,765	12:45	2	2,2854	5,9933	57,664	16:45	1	3,3590	4,6426	114,759
8:50	1	6,8257	0,7494	106,807	12:50	2	2,2854	5,9933	57,664	16:50	1	3,3590	4,6426	114,759
8:55	1	6,8257	0,7494	106,807	12:55	2	2,1945	12,7337	64,057	16:55	1	3,7830	5,0894	120,363
9:00	1	19,0416	1,9586	129,145	13:00	2	2,1945	12,7337	64,057	17:00	1	3,7830	5,0894	120,363
9:05	1	19,0416	1,9586	129,145	13:05	2	2,1945	12,7337	64,057	17:05	1	4,2030	7,0879	131,928
9:10	1	19,0416	1,9586	129,145	13:10	3	1,8509	7,7975	39,493	17:10	1	4,2030	7,0879	131,928
9:15	2	3,0041	0,3634	38,404	13:15	3	1,8509	7,7975	39,493	17:15	1	4,2030	7,0879	131,928
9:20	2	3,0041	0,3634	38,404	13:20	3	1,8509	7,7975	39,493	17:20	2	0,9547	1,7981	31,985
9:25	2	3,0041	0,3634	38,404	13:25	3	1,8509	7,7975	39,493	17:25	2	0,9547	1,7981	31,985
9:30	2	9,1841	0,5398	55,515	13:30	3	1,4352	3,9385	31,767	17:30	2	1,0365	2,3133	36,543
9:35	2	9,1841	0,5398	55,515	13:35	3	1,4352	3,9385	31,767	17:35	1	2,6188	5,9962	117,724
9:40	2	9,1841	0,5398	55,515	13:40	3	1,6061	4,1184	32,735	17:40	1	2,6188	5,9962	117,724
9:45	3	5,4605	0,6590	33,317	13:45	3	1,6061	4,1184	32,735	17:45	1	2,6188	5,9962	117,724
9:50	3	5,4605	0,6590	33,317	13:50	3	1,6061	4,1184	32,735	17:50	1	2,5697	7,8139	123,782
9:55	3	5,4605	0,6590	33,317	13:55	2	3,2559	6,5426	62,175	17:55	1	2,5697	7,8139	123,782
10:00	3	4,9269	0,9353	32,995	14:00	2	3,2559	6,5426	62,175	18:00	2	0,6905	2,4740	36,305
10:05	3	4,8607	0,7944	32,464	14:05	2	3,2559	6,5426	62,175	18:05	2	0,6905	2,4740	36,305
10:10	3	4,8607	0,7944	32,464	14:10	2	4,5081	5,6498	63,769	18:10	2	0,6905	2,4740	36,305
10:15	3	6,0532	1,0402	35,351	14:15	2	4,5081	5,6498	63,769	18:15	2	0,6905	2,4740	36,305
10:20	3	6,0532	1,0402	35,351	14:20	2	4,5081	5,6498	63,769	18:20	3	0,6455	3,6335	28,685
10:25	3	6,0532	1,0402	35,351	14:25	2	8,7545	4,7099	69,392	18:25	3	0,6455	3,6335	28,685
10:30	2	7,2889	1,6318	57,682	14:30	2	8,7545	4,7099	69,392	18:30	3	0,6455	3,6335	28,685
10:35	2	7,2889	1,6318	57,682	14:35	2	6,2044	3,6227	62,627	18:35	2	0,7826	5,3648	50,216
10:40	2	7,2889	1,6318	57,682	14:40	2	6,2044	3,6227	62,627	18:40	2	0,7826	5,3648	50,216
10:45	2	4,8540	1,7780	52,561	14:45	2	6,2044	3,6227	62,627	18:45	2	0,5069	6,6784	52,128
10:50	2	4,8540	1,7780	52,561	14:50	2	6,2044	3,6227	62,627	18:50	2	0,4316	4,1234	44,387
10:55	2	4,8540	1,7780	52,561	14:55	2	36,7211	3,3494	70,437	18:55	2	0,4316	4,1234	44,387
11:00	2	4,2092	1,9091	50,638	15:00	2	36,7211	3,3494	70,437	19:00	2	0,4078	4,5071	45,825
11:05	2	4,2092	1,9091	50,638	15:05	2	36,7211	3,3494	70,437	19:05	2	0,3823	2,3421	34,058
11:10	2	2,7652	3,5842	50,871	15:10	2	10,1250	4,8043	70,744	19:10	2	0,3823	2,3421	34,058
11:15	2	1,8716	1,4475	34,596	15:15	2	10,1250	4,8043	70,744	19:15	1	1,2760	9,2380	117,111
11:20	2	1,8716	1,4475	34,596	15:20	2	2,4365	1,3390	38,653	19:20	1	1,2760	9,2380	117,111
11:25	2	1,8716	1,4475	34,596	15:25	2	2,4365	1,3390	38,653	19:25	1	1,2760	9,2380	117,111
11:30	1	7,7309	5,0739	138,096	15:30	2	2,4365	1,3390	38,653	19:30	1	1,2760	9,2380	117,111
11:35	1	7,7309	5,0739	138,096	15:35	2	2,4365	1,3390	38,653	19:35	1	0,8786	7,1101	108,832
11:40	1	7,7309	5,0739	138,096	15:40	1	3,4269	3,4269	104,486	19:40	1	0,8786	7,1101	108,832
11:45	1	4,4453	3,7865	115,903	15:45	1	3,4269	3,4269	104,486	19:45	1	0,4677	2,8301	75,538
11:50	1	4,4453	3,7865	115,903	15:50	1	41,2720	30,5283	168,088	19:50	1	0,4677	2,8301	75,538
11:55	1	18,3902	7,6266	155,967	15:55	1	41,2720	30,5283	168,088	19:55	1	0,4677	2,8301	75,538
										20:00	1	0,4677	2,8301	75,538

Tabla 8.10 Valores calculados del Estado Estacionario e Intervalo considerando la operación con el número mínimo de ascensores

De la lectura de la Tabla 8.10 se puede concluir que se requieren efectivamente tres ascensores para satisfacer la demanda de transporte, en particular durante los episodios críticos de tráfico entre:  $[9:45-10:25]$ ,  $[13:10-13:50]$  y  $[18:20-18:30]$ . Este resultado es consistente con el predimensionamiento llevado a cabo en el Capítulo 6 asumiendo como hipótesis de diseño el modelo “Up-Peak”.

## 8.2.2 Tráfico; Trayectos Individuales

En segundo lugar, a continuación se recoge el número de trayectos individuales diarios por carga, longitud y sentido del desplazamiento efectuados por cada uno de los ascensores que constituyen el grupo de transporte bajo la hipótesis de operación “Minimal”.

### Ascensor 1

ASCENSOR 1										
COMPOSICION DEL TRÁFICO ASCENDENTE DIARIO										
(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)										
	l=									
q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	3,71E+01	2,63E+01	1,97E+01	1,57E+01	1,34E+01	1,23E+01	1,21E+01	1,31E+01	1,52E+01	1,90E+01
1	8,86E+01	5,91E+01	4,06E+01	2,90E+01	2,16E+01	1,68E+01	1,35E+01	1,11E+01	9,36E+00	8,01E+00
2	8,25E+01	5,26E+01	3,37E+01	2,19E+01	1,44E+01	9,47E+00	6,11E+00	3,72E+00	1,94E+00	5,91E-01
3	7,26E+01	4,36E+01	2,59E+01	1,51E+01	8,62E+00	4,74E+00	2,42E+00	1,08E+00	3,54E-01	4,76E-02
4	6,16E+01	3,48E+01	1,90E+01	9,94E+00	4,92E+00	2,25E+00	9,10E-01	2,96E-01	6,18E-02	3,97E-03
5	5,04E+01	2,68E+01	1,35E+01	6,34E+00	2,73E+00	1,04E+00	3,33E-01	7,92E-02	1,07E-02	3,35E-04
6	3,97E+01	2,00E+01	9,31E+00	3,96E+00	1,50E+00	4,82E-01	1,23E-01	2,15E-02	1,88E-03	2,93E-05
7	2,97E+01	1,42E+01	6,19E+00	2,42E+00	8,20E-01	2,28E-01	4,76E-02	6,32E-03	3,69E-04	2,88E-06
8	2,18E+01	1,00E+01	4,21E+00	1,56E+00	4,93E-01	1,24E-01	2,26E-02	2,41E-03	9,75E-05	3,82E-07

Tabla 8.11 Número de trayectos individuales diarios en ascenso. Ascensor 1

Ascensor 1; Composición del Tráfico Ascendente Diario  
(Número de Viajes Individuales por Carga y Longitud)

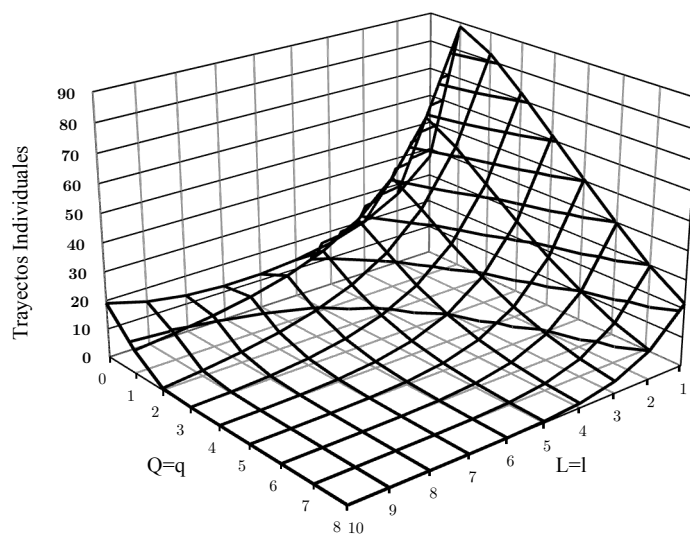


Figura 8.6 Número de trayectos individuales diarios en ascenso. Ascensor 1

**ASCENSOR 1**  
**COMPOSICION DEL TRÁFICO DESCENDENTE DIARIO**

(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)

	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	3,76E+01	2,66E+01	1,98E+01	1,57E+01	1,33E+01	1,21E+01	1,19E+01	1,28E+01	1,51E+01	1,91E+01
1	8,96E+01	5,98E+01	4,08E+01	2,87E+01	2,10E+01	1,59E+01	1,25E+01	1,01E+01	8,34E+00	7,03E+00
2	8,45E+01	5,42E+01	3,49E+01	2,26E+01	1,47E+01	9,54E+00	6,07E+00	3,65E+00	1,89E+00	5,69E-01
3	7,49E+01	4,57E+01	2,74E+01	1,61E+01	9,18E+00	5,03E+00	2,55E+00	1,13E+00	3,67E-01	4,93E-02
4	6,37E+01	3,67E+01	2,03E+01	1,08E+01	5,39E+00	2,48E+00	1,01E+00	3,26E-01	6,79E-02	4,36E-03
5	5,16E+01	2,80E+01	1,44E+01	6,88E+00	3,02E+00	1,17E+00	3,78E-01	9,08E-02	1,22E-02	3,86E-04
6	3,94E+01	2,01E+01	9,56E+00	4,15E+00	1,60E+00	5,28E-01	1,37E-01	2,46E-02	2,17E-03	3,40E-05
7	2,75E+01	1,33E+01	5,88E+00	2,34E+00	8,05E-01	2,28E-01	4,86E-02	6,59E-03	3,90E-04	3,05E-06
8	1,72E+01	7,94E+00	3,33E+00	1,23E+00	3,89E-01	9,82E-02	1,78E-02	1,91E-03	7,71E-05	3,02E-07

Tabla 8.12 Número de trayectos individuales diarios en descenso. Ascensor 1

**Ascensor 1; Composición del Tráfico Descendente Diario**  
(Número de Viajes Individuales por Carga y Longitud)

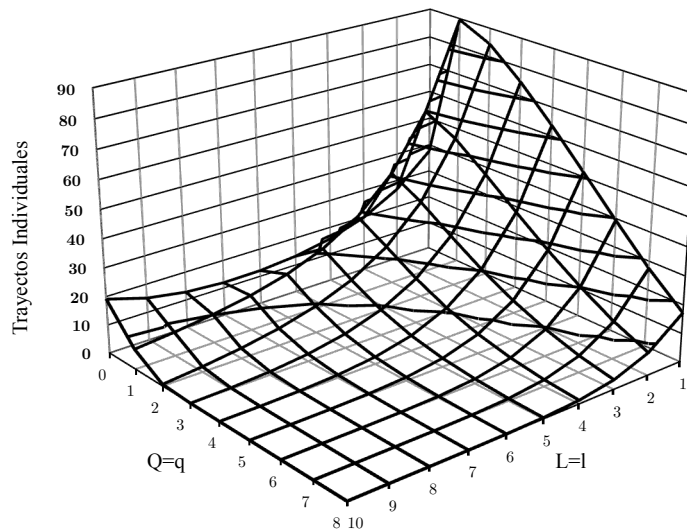


Figura 8.7 Número de trayectos individuales diarios en descenso. Ascensor 1

**Ascensor 2**

**ASCENSOR 2**  
**COMPOSICION DEL TRÁFICO ASCENDENTE DIARIO**

(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)

	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,94E+01	1,45E+01	1,15E+01	9,57E+00	8,47E+00	7,99E+00	8,10E+00	8,83E+00	1,04E+01	1,29E+01
1	4,87E+01	3,32E+01	2,32E+01	1,68E+01	1,26E+01	9,83E+00	7,89E+00	6,48E+00	5,43E+00	4,62E+00
2	4,52E+01	2,94E+01	1,92E+01	1,27E+01	8,46E+00	5,62E+00	3,65E+00	2,24E+00	1,18E+00	3,58E-01
3	3,91E+01	2,39E+01	1,44E+01	8,55E+00	4,94E+00	2,74E+00	1,41E+00	6,31E-01	2,08E-01	2,80E-02
4	3,26E+01	1,87E+01	1,04E+01	5,51E+00	2,76E+00	1,27E+00	5,18E-01	1,69E-01	3,54E-02	2,27E-03
5	2,62E+01	1,42E+01	7,23E+00	3,45E+00	1,50E+00	5,82E-01	1,88E-01	4,50E-02	6,08E-03	1,92E-04
6	2,01E+01	1,02E+01	4,83E+00	2,08E+00	8,00E-01	2,61E-01	6,76E-02	1,20E-02	1,06E-03	1,66E-05
7	1,43E+01	6,88E+00	3,03E+00	1,20E+00	4,10E-01	1,15E-01	2,44E-02	3,28E-03	1,93E-04	1,51E-06
8	9,57E+00	4,41E+00	1,85E+00	6,86E-01	2,16E-01	5,46E-02	9,91E-03	1,06E-03	4,28E-05	1,68E-07

Tabla 8.13 Número de trayectos individuales diarios en ascenso. Ascensor 2

**Ascensor 2; Composición del Tráfico Ascendente Diario**  
(Número de Viajes Individuales por Carga y Longitud)

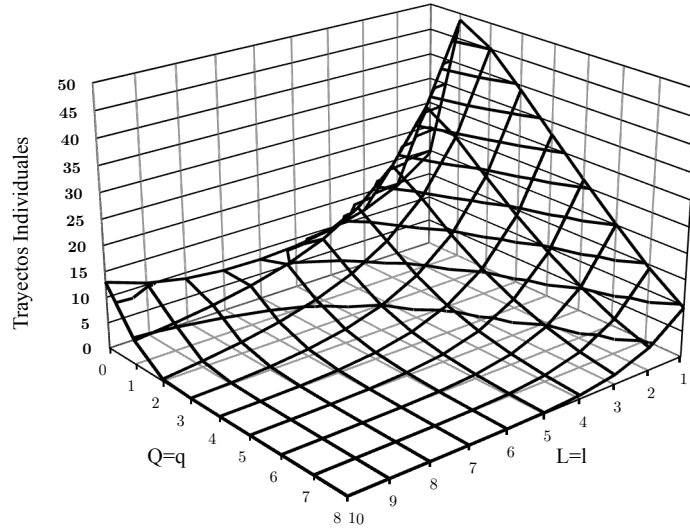


Figura 8.8 Número de trayectos individuales diarios en ascenso. Ascensor 2

**ASCENSOR 2**  
**COMPOSICION DEL TRÁFICO DESCENDENTE DIARIO**

(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,93E+01	1,44E+01	1,12E+01	9,08E+00	7,78E+00	7,15E+00	7,14E+00	7,85E+00	9,53E+00	1,26E+01
	1	4,92E+01	3,44E+01	2,45E+01	1,80E+01	1,35E+01	1,05E+01	8,32E+00	6,75E+00	5,57E+00	4,66E+00
	2	4,55E+01	3,05E+01	2,05E+01	1,39E+01	9,38E+00	6,28E+00	4,10E+00	2,50E+00	1,31E+00	4,00E-01
	3	3,88E+01	2,45E+01	1,52E+01	9,27E+00	5,48E+00	3,09E+00	1,61E+00	7,23E-01	2,39E-01	3,23E-02
	4	3,13E+01	1,85E+01	1,05E+01	5,75E+00	2,95E+00	1,39E+00	5,76E-01	1,90E-01	4,01E-02	2,59E-03
	5	2,40E+01	1,32E+01	6,92E+00	3,39E+00	1,51E+00	5,99E-01	1,97E-01	4,80E-02	6,55E-03	2,07E-04
	6	1,72E+01	8,90E+00	4,29E+00	1,89E+00	7,40E-01	2,47E-01	6,53E-02	1,18E-02	1,06E-03	1,66E-05
	7	1,13E+01	5,48E+00	2,45E+00	9,80E-01	3,41E-01	9,74E-02	2,10E-02	2,87E-03	1,71E-04	1,34E-06
	8	6,39E+00	2,95E+00	1,24E+00	4,58E-01	1,45E-01	3,65E-02	6,62E-03	7,07E-04	2,86E-05	1,12E-07

Tabla 8.14 Número de trayectos individuales diarios en descenso. Ascensor 2

**Ascensor 2; Composición del Tráfico Descendente Diario**  
(Número de Viajes Individuales por Carga y Longitud)

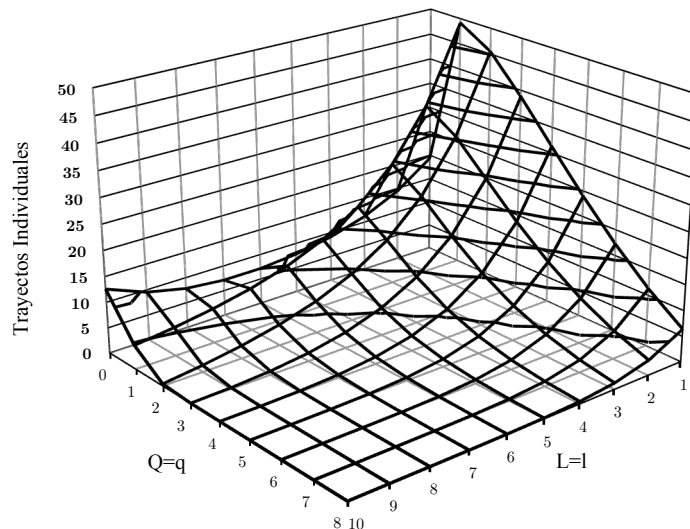


Figura 8.9 Número de trayectos individuales diarios en descenso. Ascensor 2

### Ascensor 3

ASCENSOR 3										
COMPOSICION DEL TRÁFICO ASCENDENTE DIARIO										
(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	4,43E+00	3,56E+00	2,94E+00	2,53E+00	2,26E+00	2,14E+00	2,16E+00	2,35E+00	2,77E+00	3,48E+00
1	1,24E+01	8,65E+00	6,15E+00	4,50E+00	3,39E+00	2,64E+00	2,12E+00	1,74E+00	1,45E+00	1,23E+00
2	1,14E+01	7,62E+00	5,08E+00	3,40E+00	2,28E+00	1,52E+00	9,89E-01	6,05E-01	3,19E-01	9,74E-02
3	9,79E+00	6,14E+00	3,78E+00	2,27E+00	1,32E+00	7,36E-01	3,78E-01	1,68E-01	5,50E-02	7,41E-03
4	8,08E+00	4,77E+00	2,71E+00	1,47E+00	7,50E-01	3,50E-01	1,43E-01	4,67E-02	9,75E-03	6,25E-04
5	6,35E+00	3,53E+00	1,86E+00	9,13E-01	4,10E-01	1,62E-01	5,35E-02	1,30E-02	1,77E-03	5,58E-05
6	4,57E+00	2,38E+00	1,16E+00	5,16E-01	2,04E-01	6,90E-02	1,84E-02	3,36E-03	3,02E-04	4,74E-06
7	2,85E+00	1,40E+00	6,28E-01	2,54E-01	8,90E-02	2,57E-02	5,60E-03	7,74E-04	4,64E-05	3,64E-07
8	1,42E+00	6,56E-01	2,75E-01	1,02E-01	3,22E-02	8,12E-03	1,47E-03	1,57E-04	6,37E-06	2,50E-08

Tabla 8.15 Número de trayectos individuales diarios en ascenso. Ascensor 3

**Ascensor 3; Composición del Tráfico Ascendente Diario**  
(Número de Viajes Individuales por Carga y Longitud)

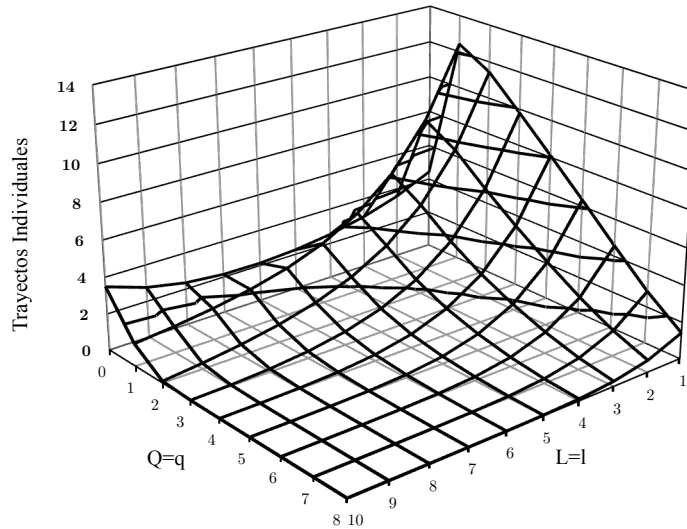


Figura 8.10 Número de trayectos individuales diarios en ascenso. Ascensor 3

ASCENSOR 3										
COMPOSICION DEL TRÁFICO DESCENDENTE DIARIO										
(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	4,13E+00	3,14E+00	2,51E+00	2,12E+00	1,93E+00	1,90E+00	2,07E+00	2,50E+00	3,30E+00	4,62E+00
1	1,23E+01	8,43E+00	5,90E+00	4,26E+00	3,18E+00	2,45E+00	1,96E+00	1,61E+00	1,36E+00	1,17E+00
2	1,14E+01	7,45E+00	4,89E+00	3,21E+00	2,11E+00	1,38E+00	8,83E-01	5,32E-01	2,76E-01	8,35E-02
3	9,97E+00	6,20E+00	3,78E+00	2,25E+00	1,30E+00	7,17E-01	3,65E-01	1,61E-01	5,22E-02	7,00E-03
4	8,38E+00	4,93E+00	2,79E+00	1,51E+00	7,67E-01	3,58E-01	1,46E-01	4,78E-02	1,00E-02	6,42E-04
5	6,60E+00	3,65E+00	1,91E+00	9,32E-01	4,16E-01	1,64E-01	5,40E-02	1,31E-02	1,78E-03	5,63E-05
6	4,78E+00	2,48E+00	1,20E+00	5,28E-01	2,08E-01	6,95E-02	1,84E-02	3,34E-03	2,98E-04	4,68E-06
7	3,11E+00	1,51E+00	6,76E-01	2,72E-01	9,47E-02	2,72E-02	5,87E-03	8,07E-04	4,81E-05	3,77E-07
8	1,69E+00	7,82E-01	3,28E-01	1,22E-01	3,84E-02	9,67E-03	1,76E-03	1,88E-04	7,59E-06	2,98E-08

Tabla 8.16 Número de trayectos individuales diarios en descenso. Ascensor 3

**Ascensor 3; Composición del Tráfico Descendente Diario**  
(Número de Viajes Individuales por Carga y Longitud)

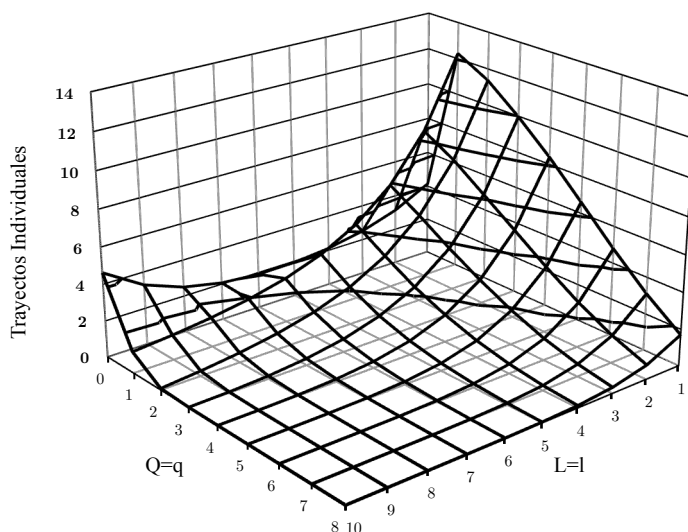


Figura 8.11 Número de trayectos individuales diarios en descenso. Ascensor 3

Como resultado de la observación de las Figuras 8.7 a 8.11 y por comparación con las Figuras 8.4 y 8.5, correspondientes al Primer Apartado, se advierte en primer lugar una reducción significativa de los trayectos en vacío relativa al número de trayectos en carga. Adicionalmente se percibe un cambio cualitativo en la composición por carga de los trayectos individuales, donde en términos geométricos se observa un cambio en la concavidad marginal (por longitud fija) de la distribución por frecuencias, debido a una mayor presencia de trayectos a mayor carga.

**TRAYECTOS INDIVIDUALES; VALORES REPRESENTATIVOS**

Operación Minimal; número mínimo de ascensores								
Ascenso	E[Q Q>0]	3,13	pasajeros	Descenso	E[Q Q>0]	3,10	pasajeros	
		39,14%	qmax				38,73%	qmax
	E[L Q>0]	2,51	niveles		E[L Q>0]	2,49	niveles	
		7,52	metros			7,47	metros	
	E[L Q=0]	4,73	niveles		E[L Q=0]	4,70	niveles	
		14,18	metros			14,10	metros	
	por número	En Carga	85,70%		por número	En Carga	85,78%	
		En Vacío	14,30%			En Vacío	14,22%	
	por longitud	En Carga	76,07%		por longitud	En Carga	76,17%	
	recorrida	En Vacío	23,93%		recorrida	En Vacío	23,83%	
	E[Q]	2,68	pasajeros		E[Q]	2,66	pasajeros	
		33,55%	qmax			33,23%	qmax	
	E[L]	2,82	niveles		E[L]	2,80	niveles	
		8,47	metros			8,41	metros	

Tabla 8.17 Indicadores de Tráfico por tipo de movimiento para el total de los ascensores del grupo

Estas constataciones se reiteran por medio de los indicadores contenidos en la Tabla 8.17 y por comparación con los correspondientes a la Operación Simultánea emprendida en el Primer Apartado, Tabla 8.9. En particular se observa un incremento por número y longitud en carga, que asciende aproximadamente a un 17% y 16% respectivamente.

### 8.2.3 Consumo Energético

A continuación se recogen los resultados del consumo energético diario correspondiente a cada uno de los ascensores del grupo en función del porcentaje de contrapeso, junto a su representación gráfica por sentido de movimiento y total.

ASCENSOR 1					
ENERGÍA DIARIA CONSUMIDA; FUNCIÓN DEL PORCENTAJE DE CONTRAPESO					
(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)					
	Contrapeso	Ascenso	Descenso	Total	Consumo Relativo
		(kJ)	(kJ)	(kJ)	(%)
	100%	113	50064	50177	234%
	90%	271	43473	43744	204%
	80%	551	36999	37549	175%
	70%	998	30693	31692	148%
	60%	1669	24617	26286	122%
	50%	2625	18838	21462	100%
	45%	3313	16172	19484	91%
	40%	4049	13555	17604	82%
	35%	4952	11115	16067	75%
	30%	6034	8859	14893	69%
	25%	7178	6668	13847	65%
	20%	8761	4924	13685	64%
	15%	10417	3252	13669	64%
	10%	12483	1975	14457	67%
	5%	14954	1086	16040	75%
	0%	17488	259	17747	83%

Tabla 8.18 Ascensor 1; Consumo energético diario por porcentaje de contrapeso, sentido del movimiento

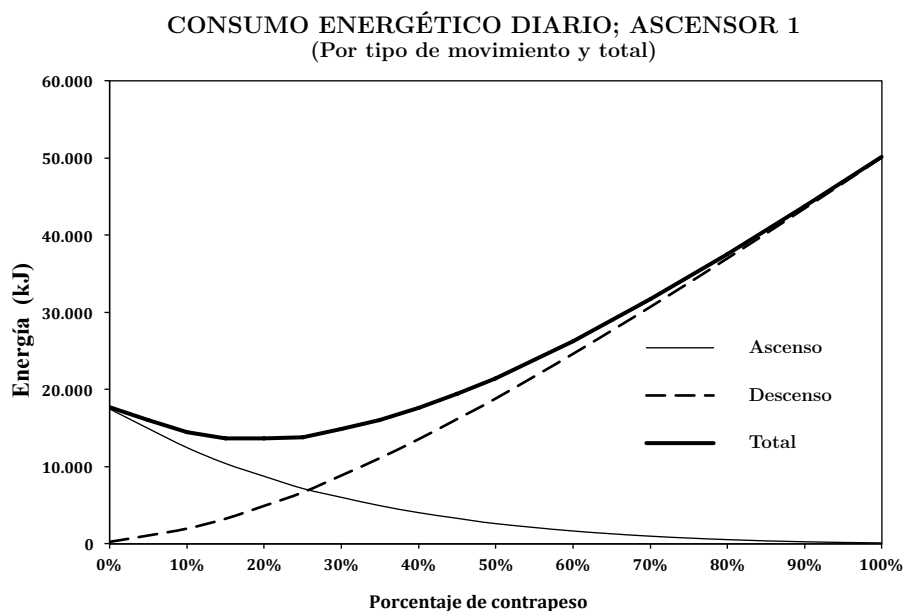


Figura 8.12 Ascensor 1; Consumo energético diario por porcentaje de contrapeso, sentido del movimiento

Para el caso del Ascensor 1, que opera a lo largo de la totalidad de la jornada, se observa que el valor óptimo de contrapeso (relativo a la carga máxima en cabina) es



15%, seguido de una amplia “playa” de valores reducidos que se extiende hasta un 25%.

Los resultados del Ascensor 2, que opera un 56% de la jornada y a manera de refuerzo del Ascensor 1, son los siguientes:

**ASCENSOR 2**  
**ENERGÍA DIARIA CONSUMIDA; FUNCIÓN DEL PORCENTAJE DE CONTRAPESO**

(Operación: Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)

	Ascenso	Descenso	Total	Consumo Relativo	
					(kJ)
<b>Contrapeso</b>	100%	52	29909	29961	234%
	90%	126	26068	26194	205%
	80%	260	22277	22537	176%
	70%	480	18563	19042	149%
	60%	816	14955	15772	123%
	50%	1304	11494	12799	100%
	45%	1664	9881	11545	90%
	40%	2049	8294	10343	81%
	35%	2528	6806	9334	73%
	30%	3107	5423	8531	67%
	25%	3721	4077	7798	61%
	20%	4589	3004	7593	59%
	15%	5498	1974	7472	58%
	10%	6644	1191	7835	61%
	5%	8024	653	8677	68%
	0%	9440	151	9590	75%

Tabla 8.19 Ascensor 2; Consumo energético diario por porcentaje de contrapeso, sentido del movimiento

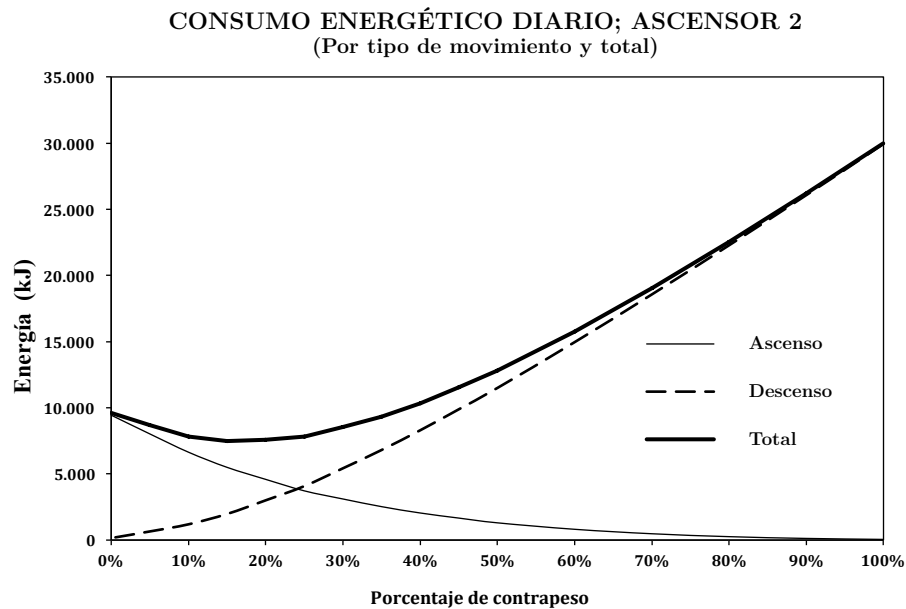


Figura 8.13 Ascensor 2; Consumo energético diario por porcentaje de contrapeso, sentido del movimiento

En lo que se refiere al valor óptimo de contrapeso correspondiente al Ascensor 2, se observa nuevamente que el valor óptimo es igual a un 15% de la carga máxima en cabina, seguido de una “playa” más estrecha de valores reducidos que se extiende hasta un 20%.

Finalmente, para el Ascensor 3 que opera exclusivamente en los episodios críticos de tráfico, que representan 14%, los resultados relativos al consumo diario arrojan nuevamente un valor óptimo de contrapeso igual a 15%.

**ASCENSOR 3**  
**ENERGÍA DIARIA CONSUMIDA; FUNCIÓN DEL PORCENTAJE DE CONTRAPESO**

---

(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)

---

	Ascenso (kJ)	Descenso (kJ)	Total (kJ)	Consumo Relativo (%)	
<b>Contrapeso</b>	100%	9	7824	7833	235%
	90%	23	6826	6849	205%
	80%	49	5842	5891	177%
	70%	95	4879	4975	149%
	60%	170	3946	4116	123%
	50%	283	3051	3334	100%
	45%	370	2635	3004	90%
	40%	463	2225	2687	81%
	35%	581	1839	2420	73%
	30%	724	1479	2204	66%
	25%	877	1128	2006	60%
	20%	1097	841	1938	58%
	15%	1328	564	1892	57%
	10%	1622	347	1969	59%
	5%	1979	188	2167	65%
0%	2344	39	2383	71%	

---

Tabla 8.20 Ascensor 3; Consumo energético diario por porcentaje de contrapeso, sentido del movimiento

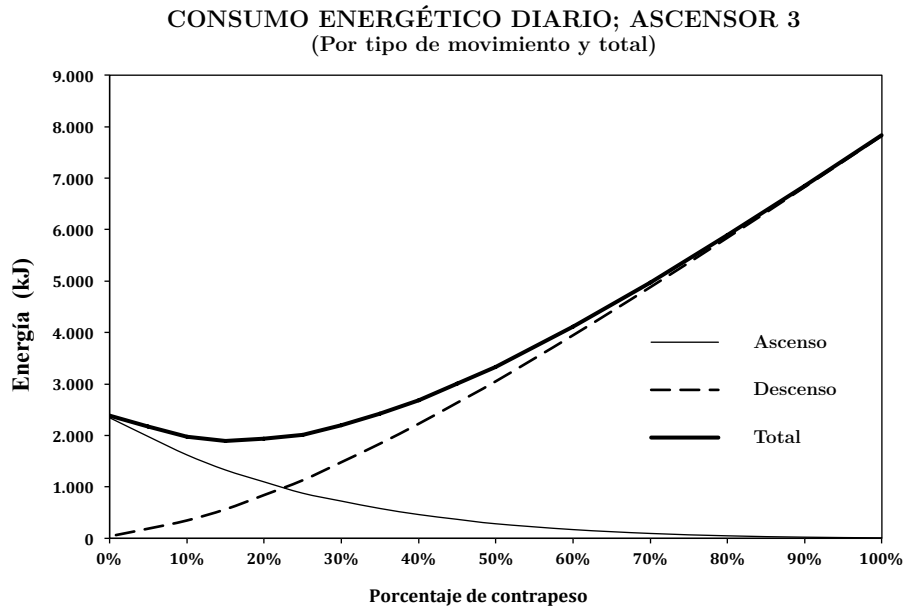


Figura 8.14 Ascensor 3; Consumo energético diario por porcentaje de contrapeso, sentido del movimiento

## Totales

A manera de síntesis, en la Tabla 8.21 se recogen los valores correspondientes al consumo diario total por ascensor y se complementan con el cálculo de la reducción, vía el ajuste del porcentaje de contrapeso, relativa a la correspondiente a un 50% de compensación de la carga máxima de cabina, Tabla 8.22.

RESUMEN; CONSUMO ENERGÉTICO DIARIO POR ASCENSOR Y PORCENTAJE DE CONTRAPESO									
(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)									
Contrapeso	Ascensor 1			Ascensor 2			Ascensor 3		
	Ascenso	Descenso	Total	Ascenso	Descenso	Total	Ascenso	Descenso	Total
(%)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)
100%	113	50064	50177	52	29909	29961	9	7824	7833
90%	271	43473	43744	126	26068	26194	23	6826	6849
80%	551	36999	37549	260	22277	22537	49	5842	5891
70%	998	30693	31692	480	18563	19042	95	4879	4975
60%	1669	24617	26286	816	14955	15772	170	3946	4116
50%	2625	18838	21462	1304	11494	12799	283	3051	3334
45%	3313	16172	19484	1664	9881	11545	370	2635	3004
40%	4049	13555	17604	2049	8294	10343	463	2225	2687
35%	4952	11115	16067	2528	6806	9334	581	1839	2420
30%	6034	8859	14893	3107	5423	8531	724	1479	2204
25%	7178	6668	13847	3721	4077	7798	877	1128	2006
20%	8761	4924	13685	4589	3004	7593	1097	841	1938
15%	10417	3252	13669	5498	1974	7472	1328	564	1892
10%	12483	1975	14457	6644	1191	7835	1622	347	1969
5%	14954	1086	16040	8024	653	8677	1979	188	2167
0%	17488	259	17747	9440	151	9590	2344	39	2383

Tabla 8.21 Resumen del consumo energético diario por ascensor.

RESUMEN; CONSUMO ENERGÉTICO DIARIO POR ASCENSOR Y PORCENTAJE DE CONTRAPESO									
(Operación; Número Mínimo de Ascensores. Número Total de Trayectos Individuales Diarios por Longitud y Carga)									
Contrapeso	Ascensor 1			Ascensor 2			Ascensor 3		
	Total	Relativo*	Reducción*	Total	Relativo*	Reducción*	Total	Relativo*	Reducción*
(%)	(kJ)	(%)	(%)	(kJ)	(%)	(%)	(kJ)	(%)	(%)
100%	50177	234%	134%	29961	234%	134%	7833	235%	135%
90%	43744	204%	104%	26194	205%	105%	6849	205%	105%
80%	37549	175%	75%	22537	176%	76%	5891	177%	77%
70%	31692	148%	48%	19042	149%	49%	4975	149%	49%
60%	26286	122%	22%	15772	123%	23%	4116	123%	23%
50%	21462	100%	0%	12799	100%	0%	3334	100%	0%
45%	19484	91%	-9%	11545	90%	-10%	3004	90%	-10%
40%	17604	82%	-18%	10343	81%	-19%	2687	81%	-19%
35%	16067	75%	-25%	9334	73%	-27%	2420	73%	-27%
30%	14893	69%	-31%	8531	67%	-33%	2204	66%	-34%
25%	13847	65%	-35%	7798	61%	-39%	2006	60%	-40%
20%	13685	64%	-36%	7593	59%	-41%	1938	58%	-42%
15%	13669	64%	-36%	7472	58%	-42%	1892	57%	-43%
10%	14457	67%	-33%	7835	61%	-39%	1969	59%	-41%
5%	16040	75%	-25%	8677	68%	-32%	2167	65%	-35%
0%	17747	83%	-17%	9590	75%	-25%	2383	71%	-29%

Tabla 8.22 Resumen del consumo energético diario por ascensor, montos relativos al 50% de compensación.

Como resultado de la revisión de las anteriores tablas y consistentemente con lo expresado anteriormente, se observa que el estricto mínimo del consumo diario para todos y cada uno de los ascensores del grupo tiene lugar para un porcentaje de contrapeso igual a 15%. Sin embargo, en un sentido menos riguroso y considerando las magnitudes implicadas, en particular la correspondiente al 50% de contrapeso y como es posible observar en la siguiente figura, resultan igualmente asumibles los valores comprendidos en el rango entre 15% y 25%, lo que en último término implica una tolerancia inferior al 2% con respecto del mínimo estricto.

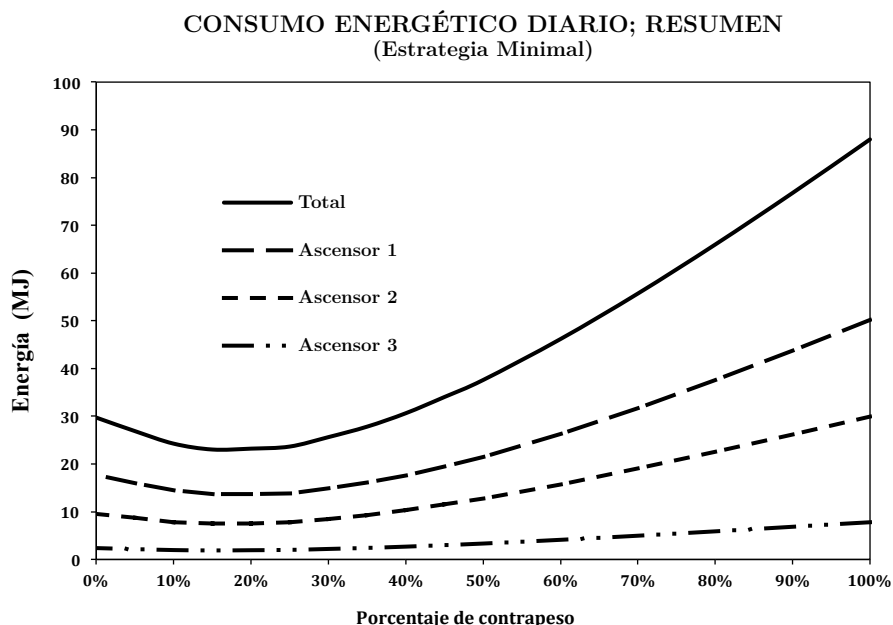


Figura 8.15 Consumo energético diario; total y por ascensor

### Análisis Comparativo

Mediante la estrategia “Minimal” de operación, por comparación con la estrategia “Simultánea” expuesta en el Primer Apartado del presente capítulo, los resultados de la Tabla 8.23 muestran claramente que, para la condición del 50% de contrapeso, es posible conseguir una reducción de poco más de un 60% en la energía diaria consumida, como resultado exclusivo del cambio en la estrategia de operación. Adicionalmente, en términos relativos y como se puede apreciar en la Figura 8.16, la drástica reducción que induce el cambio en la estrategia de operación es commensurable en magnitud con la reducción potencial vía el dimensionamiento óptimo del contrapeso. Subsecuentemente considerando conjuntamente la implementación “Minimal” de operación y el dimensionamiento óptimo del contrapeso es posible conseguir una **reducción teórica** cercana al 77%.

CONSUMO ENERGÉTICO TOTAL POR ESTRATEGIA DE OPERACIÓN				
(Consumo Energético Total Diario; correspondiente al grupo de tres ascensores)				
	Total			
	3_Simult (MJ)	Minimal (MJ)	3_Simult (%)	Minimal (%)
100%	221,4	88,0	224,09%	89,07%
90%	196,5	76,8	198,89%	77,73%
80%	171,7	66,0	173,79%	66,80%
70%	147,0	55,7	148,79%	56,38%
60%	122,7	46,2	124,19%	46,76%
50%	<b>98,8</b>	37,6	<b>100,00%</b>	38,06%
45%	87,2	34,0	88,26%	34,41%
40%	75,8	30,6	76,72%	30,97%
35%	64,9	27,8	65,69%	28,14%
30%	54,6	25,6	55,26%	25,91%
25%	44,5	23,7	45,04%	23,99%
20%	36,8	23,2	37,25%	23,48%
15%	29,4	<b>23,0</b>	29,76%	23,28%
10%	<b>26,8</b>	24,3	27,13%	24,60%
5%	28,8	26,9	29,15%	27,23%
0%	31,4	29,7	31,78%	30,06%

Tabla 8.23 Consumo energético diario por estrategia de operación; valores absolutos y relativos.

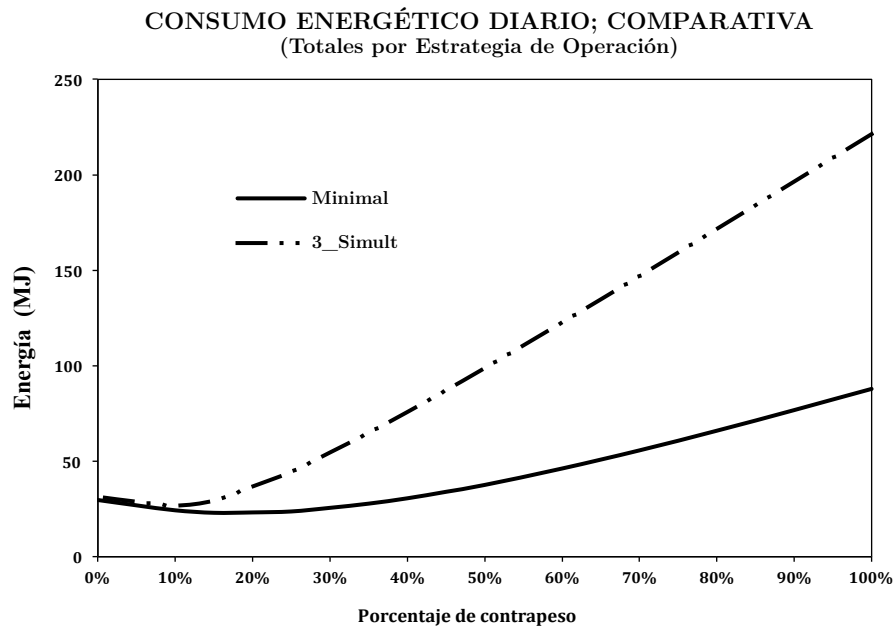


Figura 8.16 Consumo energético diario; total y por ascensor

No obstante, si bien los beneficios teóricos del cambio en la estrategia de operación son prometedores, también incide en los tiempos de servicio, en específico sobre el valor esperado del intervalo que se estudian en el siguiente pasaje.

## Implicaciones sobre el Intervalo; Estrategia Minimal

En la Figura 8.17, a continuación, se representa la evolución a lo largo de la jornada del valor esperado del intervalo. Estos resultados se acompañan igualmente de la Tabla 8.24, donde se recogen una serie de valores estadísticamente representativos.

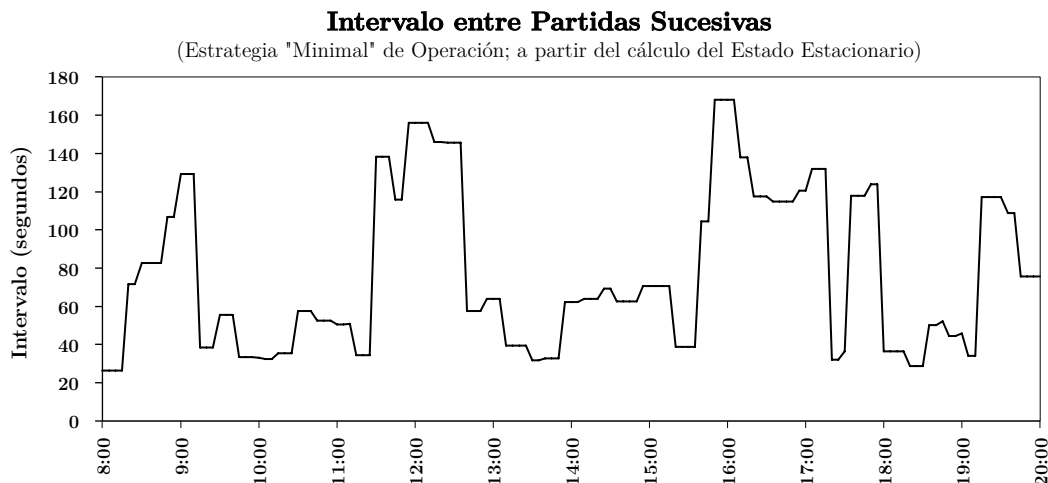


Figura 8.17 Evolución temporal del Intervalo, resultados derivados del cálculo del Estado Estacionario.

INTERVALO; RESULTADOS		
Operación Minimal (Número Mínimo de Ascensores)		
Valor Máximo	168,09	s
Valor Mínimo	26,30	s
Promedio	77,19	s
Desviación Estándar	41,94	s

Tabla 8.24 Intervalo entre partidas sucesivas, valores representativos.

De la lectura comparada de la Tabla 8.4 y Tabla 8.24 se concluye que el cambio en la estrategia de operación tiene por efecto un incremento dramático del valor esperado promedio del intervalo, que pasa de 15,81 a 77,19 segundos. Este incremento se ve igualmente reflejado en los restantes valores, donde en particular el valor máximo, cercano a los 3 minutos, supone un incremento superior al 300%. Si adicionalmente se observan las frecuencias relativas (Figura 8.18) correspondientes al intervalo, se concluye que existe una proporción significativa de valores que superan el umbral de los 90 segundos.

Desde la perspectiva del usuario y consistentemente con el criterio de calidad anteriormente reseñado se observa, a partir de la trayectoria correspondiente a la frecuencia relativa acumulada Figura 8.19, que la estrategia "Minimal" tiene una calidad inferior al criterio mínimo aceptable.

**INTERVALO; FRECUENCIA RELATIVA**  
(Operación con el número mínimo de ascensores)

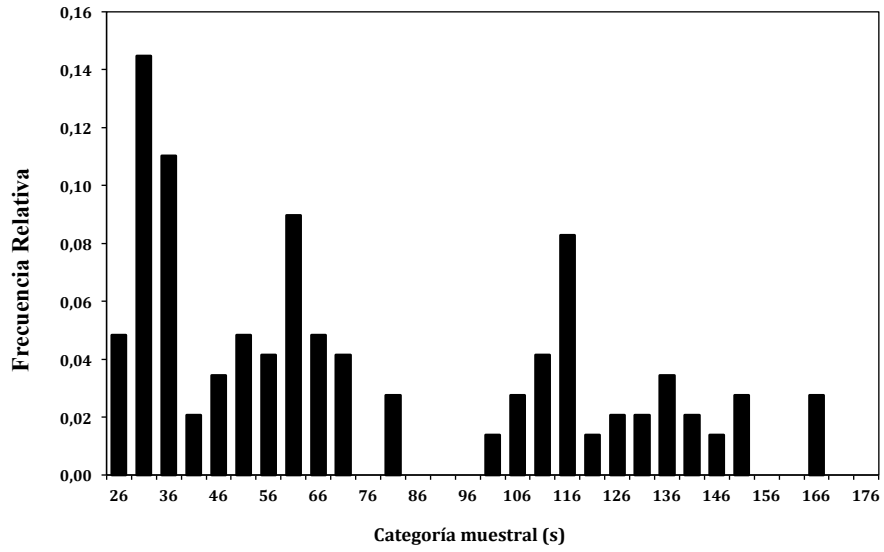


Figura 8.18 Intervalo; frecuencia relativa, estrategia “Minimal”

**INTERVALO; FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA**  
(Operación: Minimal; número mínimo de ascensores)

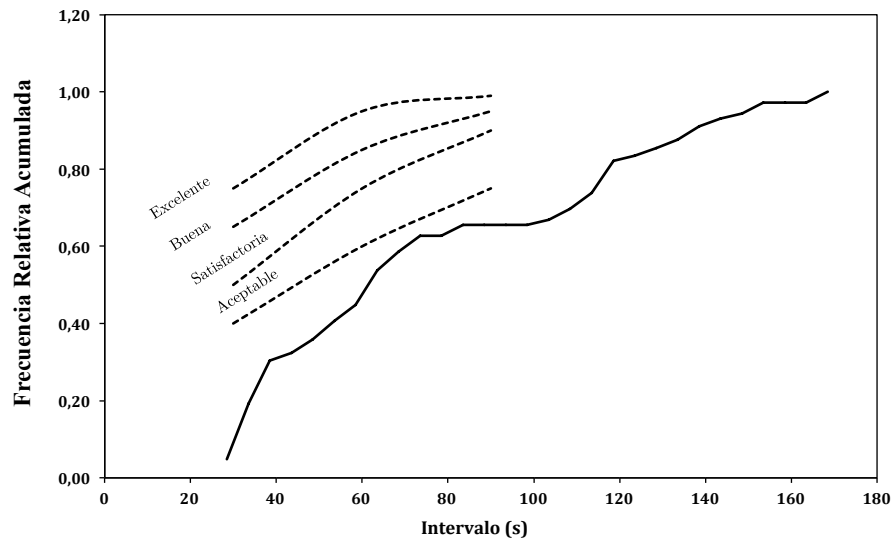


Figura 8.19 Criterio de calidad en el servicio, estrategia “Minimal”

## Recapitulación

A lo largo de este apartado se ha llevado a cabo la implementación del Modelo Generalizado de Tráfico bajo la hipótesis de operación “Minimal”, la cual comprende la satisfacción de las necesidades de transporte mediante el número mínimo de ascensores posible. Como resultado se ha concluido que el porcentaje óptimo de contrapeso en términos estrictos es igual a 15%, lo que representa un incremento de únicamente un 5% con respecto del correspondiente a la operación “Simultánea” llevada a cabo en el Primer Apartado. Por otro lado, en lo que se refiere al consumo energético y a partir de la Figura 8.20 donde se representan los montos relativos, se observa que el cambio en la estrategia de operación resulta en una reducción cercana al 62% si se asume, como es usual en la industria, un valor de 50% de contrapeso. En cuanto a la reducción vía la implementación del porcentaje óptimo de contrapeso, los incentivos varían en función de la estrategia de operación elegida. Por lo que si bien el ajuste del porcentaje de contrapeso conlleva una reducción cercana al 73% para la estrategia “Simultánea”, en lo que a la estrategia “Minimal” se refiere dicha reducción representa un 38% con respecto del consumo correspondiente al 50% de contrapeso, lo que a su vez en términos del consumo al 50% de la estrategia “Simultánea” representa únicamente un 14,8% adicional.

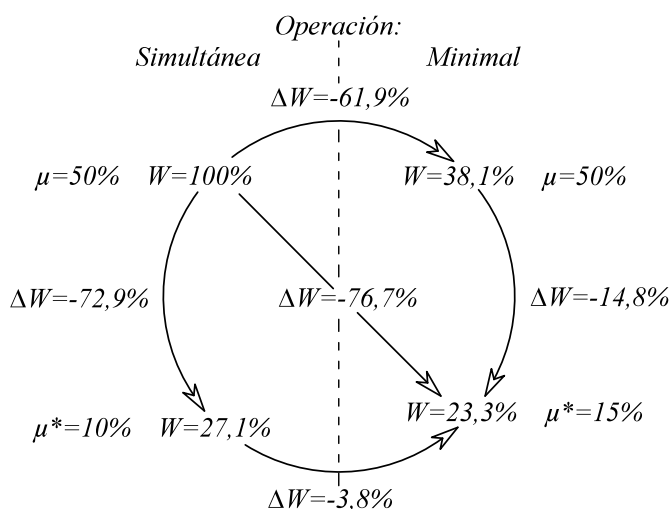


Figura 8.20 Consumos energéticos relativos al correspondiente a la estrategia “Simultánea” al 50% de contrapeso; por porcentaje de contrapeso y estrategia de operación.

Como resultado de todo lo anterior, se concluye que la elección de la estrategia de operación tiene un efecto significativo en lo que al consumo energético se refiere y que para el caso de la estrategia “Minimal” es conmensurable en magnitud con la reducción que entraña el ajuste del contrapeso. Ahora bien, si la implementación de la estrategia “Minimal” consigue efectivamente reducir el consumo, también tiene repercusiones dramáticas en lo que se refiere a los tiempos entre partidas sucesivas, resultando en un nivel de calidad inferior al criterio de aceptabilidad. Como resultado de esto último y a pesar de los ahorros energéticos potenciales resulta claro que deberán sucesivamente explorarse otro tipo de estrategias que consigan conciliar los criterios de calidad, en términos de los tiempos entre partidas sucesivas y el ahorro energético potencial.



Finalmente y acorde con su cometido, la estrategia “Minimal” tiene por efecto la minimización de la capacidad excedente de transporte, lo que resulta en un incremento superior al 15% de la carga promedio en cabina, para cualquiera de los estimadores propuestos. Sin embargo y contrariamente a las expectativas, dicho incremento no se ha traducido en un incremento conmensurable del porcentaje óptimo de contrapeso. Como resultado de esta discrepancia con respecto de las expectativas, en el apartado a continuación se realizarán una serie de experimentos y desarrollarán modelos con la finalidad de explicar el comportamiento del porcentaje óptimo de contrapeso en función de las características del tráfico.

## Tercer Apartado

### 8.3 Incidencia de las Asimetrías de Tráfico

#### Introducción

Considerando los resultados obtenidos a través de la implementación de las estrategias de operación “Simultánea” y “Minimal” emprendidas en los apartados precedentes se ha constatado un sesgo persistente del valor óptimo de contrapeso hacia valores significativamente inferiores a los esperados. En este sentido la carga promedio en cabina y otros estimadores asociados a ésta se han revelado incapaces de predecir y explicar el comportamiento del óptimo de contrapeso; si bien el incremento de la carga promedio en cabina como resultado de la supresión de la capacidad excedente de transporte ha conseguido un incremento del valor óptimo de contrapeso, la discrepancia entre dichos valores se ha acrecentado significativamente, pasando de un 5,7% a un 18,4% en promedio. En consecuencia, estos elementos sugieren la necesidad de profundizar en la comprensión del fenómeno, lo que en último término redundará en una mayor certidumbre y verosimilitud sobre los resultados de la investigación.

De conformidad con el objetivo anteriormente expuesto, en el siguiente apartado se estudiará lo que se ha denominado “Eventos Ideales de Tráfico”, los cuales representan las condiciones más básicas de operación, para a continuación, a través de la relajación progresiva de las restricciones propias a cada caso, concluir con una generalización que responda a los imperativos del fenómeno en su complejidad.

Para ello, en primer lugar, se estudiará el consumo energético en función del porcentaje de contrapeso suponiendo un escenario “Up-Peak” Ideal de tráfico a través de la implementación restringida del Modelo Generalizado de Tráfico del Capítulo 7. A continuación se desarrollará un modelo estocástico simplificado, cuyas conclusiones serán generalizables a todo escenario “Up-Peak” de tráfico. Sucesivamente observando la consistencia de ambos enfoques se concluirá la incidencia que dicha situación de tráfico tiene sobre el valor óptimo de contrapeso resultante de la minimización del consumo energético.

En segundo lugar y de forma complementaria se analizará el caso correspondiente a la situación de tráfico “Down-Peak” Ideal y su posterior generalización a toda situación de tráfico “Down-Peak”.

En tercer lugar, por analogía se abordará el fenómeno de “Tráfico Mixto” y sus implicaciones en lo que al porcentaje óptimo se refieren. Finalmente, a través de un modelo geométrico-analítico se revelará la incidencia que las asimetrías de tráfico tienen sobre el porcentaje de compensación de la carga máxima en cabina.

## Nomenclatura

$\varepsilon$	Parámetro de conversión masa-energía
$f(m_a)$	Función densidad de probabilidad de la masa en ascenso
$g(m_d)$	Función densidad de probabilidad de la masa en descenso
$\tilde{K}_a$	Variable aleatoria ajustada (Poisson truncada) del número de pasajeros que abordan la cabina en la planta de acceso
$\tilde{K}_d$	Variable aleatoria ajustada (Poisson truncada) del número de pasajeros que desembarcan en la planta de acceso
$M_a$	Variable aleatoria de la masa en ascenso
$M_d$	Variable aleatoria de la masa en descenso
$\mu$	Masa del contrapeso
$\mu^*$	Valor óptimo de la masa de contrapeso
$Q$	Variable aleatoria asociada a la carga de los trayectos individuales, medida en número de pasajeros.
$q_{\max}$	Capacidad máxima de la cabina.
$\tilde{RTT}$	Round Trip Time; Intervalo de tiempo correspondiente a un “viaje redondo”; ascenso distribuyendo pasajeros y descenso recogiendo pasajeros desde el destino más lejano.
$S_a$	Variable aleatoria del número de paradas en la fase de ascenso
$S_d$	Variable aleatoria del número de paradas en la fase de descenso
$E[\sup\{X_i\}]$	Valor esperado del destino más lejano de los pasajeros en ascenso
$E[\sup\{Y_j\}]$	Valor esperado del origen más lejano de los pasajeros en descenso
$W_a$	Variable aleatoria de la Energía Consumida en Ascenso
$W_d$	Variable aleatoria de la Energía Consumida en Descenso
$W_T$	Variable aleatoria de la Energía Total Consumida

### 8.3.1 “Up-Peak” Ideal

La situación “Up-Peak” Ideal de tráfico supone en primera instancia que los trayectos en carga acontecen única y exclusivamente en ascenso, y una vez alcanzado el destino más lejano el ascensor realiza un descenso exprés hasta la planta de acceso. Adicionalmente, la situación ideal supone que la cabina parte invariablemente cargada a su capacidad máxima. Lo anterior traducido en términos del Modelo Generalizado de Tráfico planteado en el Capítulo 7 supone:

$$P[\tilde{K}_a = 8] = 1$$

$$P[\tilde{K}_d = 0] = 1$$

Lo anterior implica en otros términos que las cabinas parten en ascenso invariablemente cargadas a su capacidad máxima, lo que se expresa mediante la probabilidad de  $\tilde{K}_a = 8$  igual a uno. De manera análoga para los trayectos descendentes en vacío desde el destino más lejano, se fijará en uno la probabilidad del evento  $\tilde{K}_d = 0$ .

Los resultados de esta implementación se recogen a continuación en la Tabla 8.25 y la cual se acompaña de la Figura 8.21.

ENERGÍA TOTAL CONSUMIDA EN RÉGIMEN UP-PEAK IDEAL							
Calculada para $P[K_a=8]=1$ y $P[K_d=0]=1$ en función del porcentaje de contrapeso*							
		Ascenso	Descenso	Total	Primeras Diferencias		
		(kJ)	(kJ)	(kJ)	Ascenso	Descenso	Total
					(kJ)	(kJ)	(kJ)
<b>Contrapeso</b>	100%	0,49	161,67	162,16			
	90%	1,17	145,50	146,68	-0,07	1,62	1,55
	80%	2,48	129,34	131,82	-0,13	1,62	1,49
	70%	4,68	113,17	117,85	-0,22	1,62	1,40
	60%	8,05	97,00	105,05	-0,34	1,62	1,28
	50%	12,89	80,84	93,72	-0,48	1,62	1,13
	40%	19,90	64,67	84,57	-0,70	1,62	0,92
	30%	29,04	48,50	77,54	-0,91	1,62	0,70
	20%	40,41	32,38	72,79	-1,14	1,61	0,48
	15%	46,85	24,42	71,27	-1,29	1,59	0,30
	10%	53,94	16,53	70,47	-1,42	1,58	0,16
	5%	61,64	8,72	<b>70,37</b>	-1,54	1,56	0,02
0%	69,49	1,00	70,48	<b>-1,57</b>	<b>1,54</b>	<b>-0,02</b>	

\*  $P[K=8]=1$  implica que las cabinas parten de la planta de acceso invariablemente cargadas con 8 pasajeros

Tabla 8.25 Consumo energético para un único ciclo bajo condiciones “Up-Peak” ideales en función del porcentaje de contrapeso

**CONSUMO ENERGÉTICO; "Up-Peak" IDEAL**  
(Para un único ciclo, función del porcentaje de contrapeso)

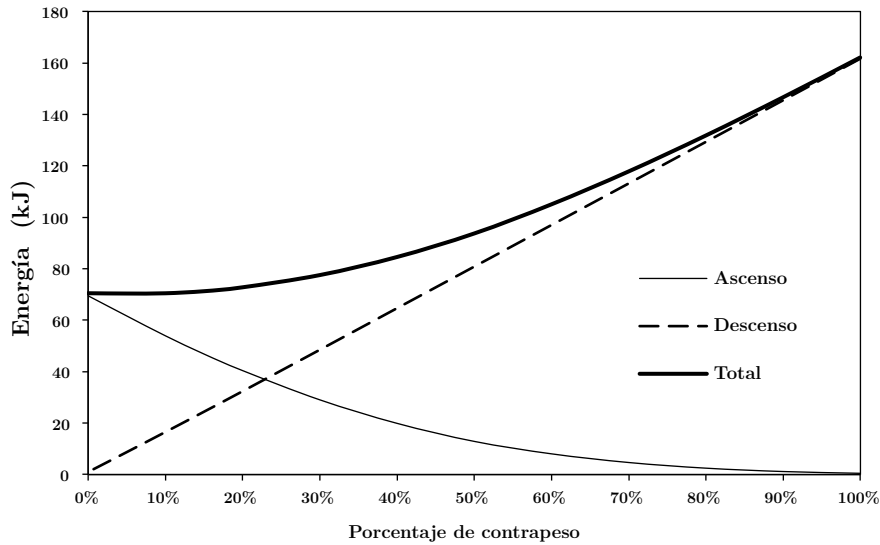


Figura 8.21 Consumo energético para un único ciclo bajo condiciones "Up-Peak" ideales en función del porcentaje de contrapeso

Adicionalmente, se puede demostrar que el número de pasajeros promedio por desplazamiento en carga es igual a:

$$E[Q \geq 0] = \frac{\tilde{K}_a}{2} \left( 1 + \frac{1}{E[S_a]} \right) \approx 4,7$$

$$E[S_a] = N \left( 1 - \left( \frac{N-1}{N} \right)^{ka} \right) \approx 5,69$$

Donde consistentemente con la notación general de este documento:

$N$  : Número de plantas sobre nivel de acceso

$S_a$  : Número de paradas

Por otro lado si se sabe que a cada desplazamiento ascendente en carga corresponde un desplazamiento descendente en vacío entonces la carga promedio para el total de los movimientos se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$E[Q] = \frac{\tilde{K}_a}{4} \left( 1 + \frac{1}{E[S_a]} \right) \approx 2,35$$

Del análisis de los resultados anteriormente expuestos se observa que la carga promedio por desplazamiento ronda los 2,35 pasajeros, lo que representa 29,4% de la capacidad máxima de cabina, mientras que el valor correspondiente al porcentaje de contrapeso que minimiza el consumo energético es igual a 5%. En este sentido, la Figura 8.21 muestra claramente el comportamiento antagónico de los consumos por sentido de movimiento, en particular se observa que los incrementos de los movimientos en descenso dominan sobre los decrementos correspondientes al ascenso; siendo la única excepción la vecindad de 0%, razón por la cual el mínimo del total tiene lugar en el intervalo próximo al 5% de contrapeso. Finalmente, con el objetivo de aportar

evidencia formal con respecto de las observaciones anteriormente expresadas, a continuación se propone un modelo estocástico simplificado.

### 8.3.2 “Up-Peak” Analítico

La finalidad del siguiente pasaje consiste en demostrar formalmente a través de un modelo estocástico simplificado la incidencia que las condiciones de tráfico “Up-Peak” ideales tienen sobre el valor óptimo de contrapeso, así como constituir el primer paso en la generalización mediante la relajación de la restricción relativa a la intensidad del tráfico en ascenso. En primer lugar, asúmase las siguientes especificaciones para la energía consumida, tanto en ascenso como descenso, y las cuales capturan la componente de primer grado de las curvas de consumo obtenidas en los Capítulos 4 y 5.

$$W_a : \begin{cases} 0 & m_a \leq \mu \\ \varepsilon(m_a - \mu) & m_a > \mu \end{cases} \quad W_d : \begin{cases} -\varepsilon(m_d - \mu) & m_d \leq \mu \\ 0 & m_d > \mu \end{cases}$$

Donde las variables que intervienen representan:

$W_a$  : Energía consumida en ascenso

$W_d$  : Energía consumida en descenso

$m_a$  : (Realización variable aleatoria) masa en ascenso

$m_d$  : (Realización variable aleatoria) masa en descenso

$\mu$  : Masa del contrapeso

$\varepsilon$  : Parámetro de conversión masa-energía, con  $\varepsilon > 0$

A continuación, considerando por un lado la naturaleza estocástica de la masa en ascenso y la nulidad de la masa en descenso, entonces:

$$M_a \sim f(m_a)$$

$f(m_a)$  : Función densidad de probabilidad de la v.a. relativa a la masa en ascenso

$$D_f = [0; q_{\max}]$$

$q_{\max}$  : Capacidad máxima de cabina

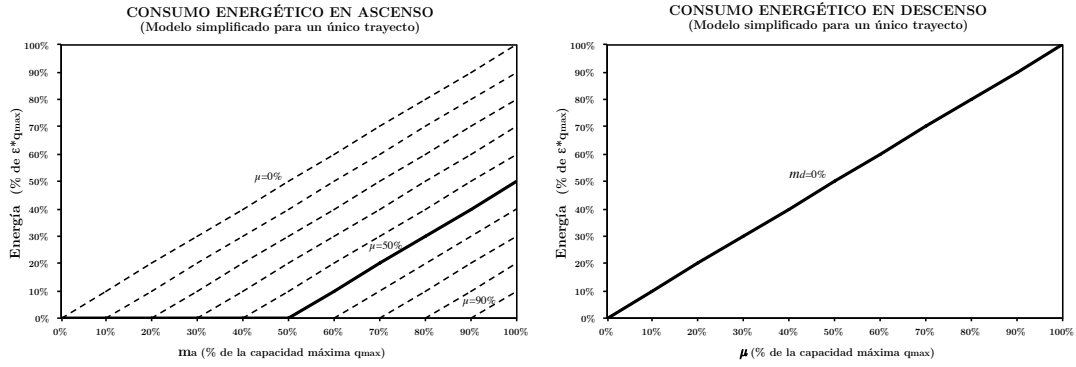
$$m_d = 0$$

$$P[M_a = m_a] = f(m_a)$$

$$P[M_d = 0] = 1$$

En la anterior, nótese en particular que no se asume ninguna distribución específica para la función densidad de probabilidad de la masa en ascenso (por lo que se mantiene la generalidad), imponiendo únicamente una condición de consistencia para el dominio de ésta tal que la masa estará comprendida entre cero y la capacidad máxima de cabina.

A continuación se representan gráficamente la energía consumida en ascenso y descenso, según la especificación anteriormente descrita.



Posteriormente, obteniendo el valor esperado de la energía en ascenso a través de la integración en el dominio de la masa en ascenso:

$$E[W_a] = \int_0^{\mu} w_a(m_a) \cdot P[M_a = m_a] dm_a + \int_{\mu}^{q^{\max}} w_a(m_a) \cdot P[M_a = m_a] dm_a$$

$$E[W_a] = \int_0^{\mu} 0 \cdot f(m_a) dm_a + \int_{\mu}^{q^{\max}} \varepsilon(m_a - \mu) \cdot f(m_a) dm_a$$

$$E[W_a] = \int_{\mu}^{q^{\max}} \varepsilon(m_a - \mu) \cdot f(m_a) dm_a$$

Por su parte para el valor esperado de la energía en descenso es:

$$E[W_d] = w_d(m_d)$$

$$E[W_d] = -\varepsilon(0 - \mu)$$

$$E[W_d] = \varepsilon\mu$$

De donde se obtien la energía total consumida como la suma de las anteriores:

$$E[W_T] = E[W_a] + E[W_d]$$

$$E[W_T] = \int_{\mu}^{q^{\max}} \varepsilon(m_a - \mu) \cdot f(m_a) dm_a + \varepsilon\mu$$

$$E[W_T] = \varepsilon \left\{ \int_{\mu}^{q^{\max}} m_a \cdot f(m_a) dm_a - \mu \int_{\mu}^{q^{\max}} f(m_a) dm_a + \varepsilon\mu \right\}$$

A continuación se obtiene la primera derivada con respecto de la masa de contrapeso, para lo cual se recurre a la distribución acumulada de probabilidad expresada por medio de  $F(m_a)$ :

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \left\{ \left[ m_a \cdot f(m_a) \cdot \frac{dm_a}{d\mu} \right]_{\mu}^{q^{\max}} - [F(m_a)]_{\mu}^{q^{\max}} - \mu \left[ f(m_a) \cdot \frac{dm_a}{d\mu} \right]_{\mu}^{q^{\max}} + 1 \right\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \left\{ -\mu \cdot f(\mu) - \underbrace{F(q_{\max})}_{=1} + F(\mu) + \mu \cdot f(\mu) + 1 \right\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \cdot F(\mu)$$

Posteriormente, obteniendo las condiciones de segundo orden:

$$\frac{d^2}{d\mu^2} E[W_T] = \varepsilon \cdot f(\mu)$$

$$\frac{d^2}{d\mu^2} E[W_T] \geq 0$$

De lo anterior se concluye que el valor esperado de la energía total consumida es convexa con respecto de la masa de contrapeso, con lo que se garantiza que la solución de las condiciones de primer orden resultan en el argumento mínimo del valor esperado para la energía consumida.

$$\operatorname{argmin}_{\mu^*} E[W_T(\mu^*)] := \{\mu^* \mid \forall \mu : E[W_T(\mu^*)] \leq E[W_T(\mu)]\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \cdot F(\mu) = 0$$

De donde la solución general, que implica la multiplicidad o un rango de valores óptimos es igual a:

$$\mu^* := \{\forall \mu \mid F(\mu) = 0\} \quad (8.1)$$

Adicionalmente, si se impone una condición adicional con la finalidad de precisar la solución general, tal que:

$$f(m_a) \neq 0, \forall m_a \in D_f$$

Donde esta condición en particular la reúnen la gran mayoría de las distribuciones estadísticas, en particular la Uniforme discreta que describe la distribución de los usuarios (masa) a través de las plantas del edificio. Por lo tanto la solución particular es:

$$F(\mu) = 0 \Leftrightarrow \mu = 0 \quad (8.2)$$

$$\therefore \mu^* = 0$$

En conclusión, el modelo estocástico simplificado demuestra que el valor óptimo de contrapeso que minimiza el consumo energético bajo cualquier condición “Up-Peak” de tráfico es igual al 0% de la carga máxima en cabina. En segundo, advirtiendo la ausencia de relación funcional entre valor óptimo de contrapeso y las variables concernientes a la carga se concluye la independencia de dichas variables, con lo que en último término se refuta la hipótesis de que bajo condiciones de tráfico “Up-Peak” el valor óptimo de compensación de la carga máxima en cabina esté determinado por la carga promedio en cabina.

Finalmente, los resultados del modelo estocástico simplificado y su implementación conducida en el pasaje inmediatamente anterior muestran inequívocamente que bajo condiciones ideales de “Up-Peak” el valor óptimo de contrapeso de la carga máxima en cabina presentará una propensión significativa hacia los valores próximos a cero.



### 8.3.3 “Down-Peak” Ideal

En lo que se refiere al fenómeno complementario, la situación “Down-Peak” Ideal comprende el ascenso exprés, desde la planta de acceso hasta el origen de demanda más lejano, a partir de donde recoge pasajeros en descenso para, finalmente, retornar a la planta de acceso donde desembarcan los  $\tilde{K}_d$  pasajeros. Lo anterior transcrito en términos del Modelo Generalizado de Tráfico implica:

$$P[\tilde{K}_a = 0] = 1$$

$$P[\tilde{K}_d = 8] = 1$$

Los resultados de dicha implementación se muestran en la Tabla 8.26 y Figura 8.22 (página a continuación).

ENERGÍA TOTAL CONSUMIDA EN RÉGIMEN DOWN-PEAK IDEAL							
Calculada para $P[K_a=0]=1$ y $P[K_d=8]=1$ en función del porcentaje de contrapeso*							
		Primeras Diferencias					
		Ascenso	Descenso	Total	Ascenso	Descenso	Total
		(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)
Contrapeso	100%	0,00	92,86	92,86			
	90%	0,00	77,38	77,38	0,00	1,55	1,55
	80%	0,00	62,52	62,52	0,00	1,49	1,49
	70%	0,00	48,55	48,55	0,00	1,40	1,40
	60%	0,00	35,76	35,76	0,00	1,28	1,28
	50%	0,00	24,43	24,43	0,00	1,13	1,13
	40%	0,00	15,27	15,27	0,00	0,92	0,92
	30%	0,00	8,25	8,25	0,00	0,70	0,70
	20%	0,05	3,45	3,49	-0,01	0,48	0,48
	15%	0,17	1,81	1,97	-0,02	0,33	0,30
	10%	0,36	0,81	1,17	-0,04	0,20	0,16
	5%	0,64	0,43	<b>1,07</b>	-0,06	0,08	0,02
	0%	1,00	0,19	1,19	<b>-0,07</b>	<b>0,05</b>	<b>-0,02</b>

\*  $P[K_d=8]=1$  implica que las cabinas arriban a la planta de acceso invariablemente cargadas con 8 pasajeros

Tabla 8.26 Consumo energético para un único ciclo bajo condiciones “Down-Peak” ideales en función del porcentaje de contrapeso

En cuanto a la carga promedio por desplazamiento y por simetría a lo observado en el pasaje anterior se tiene que nuevamente la carga promedio:

$$E[Q \geq 0] \approx 4,7$$

$$E[Q] \approx 2,35$$

En cuanto al valor óptimo de contrapeso se observa que éste corresponde nuevamente con el 5%, aunque como se puede apreciar comparando las Figura 8.21 y Figura 8.22, existe una diferencia significativa en cuanto a los montos correspondientes al consumo; en particular se observa que la curva total de consumo para la situación “Up-Peak” aparenta ser una translación de la correspondiente al “Down-Peak”.

CONSUMO ENERGÉTICO; "Down-Peak" IDEAL  
(Para un único ciclo, función del porcentaje de contrapeso)

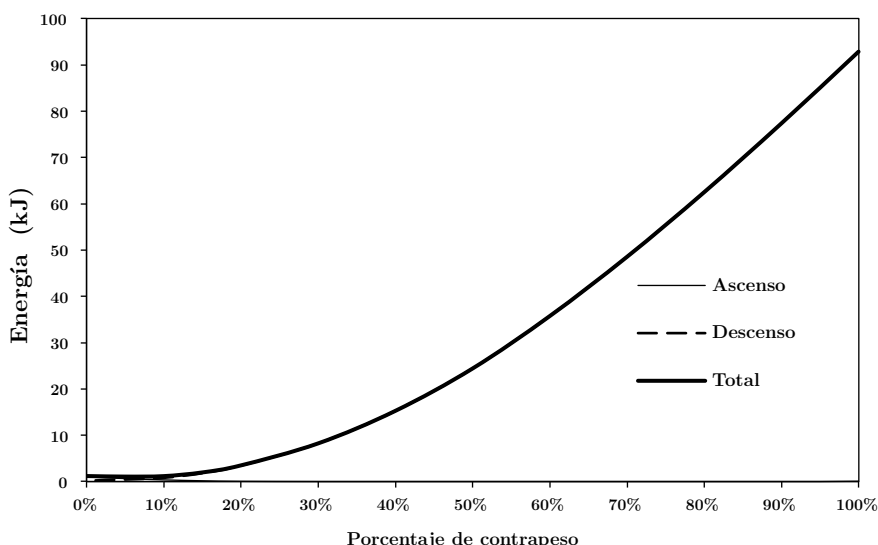


Figura 8.22 Consumo energético para un único ciclo bajo condiciones "Down-Peak" ideales en función del porcentaje de contrapeso

Finalmente y al igual que con anterioridad se observa una discrepancia de alrededor del 25% entre el valor promedio de la carga en cabina y el valor de contrapeso que minimiza el consumo energético. Con la finalidad de refrendar la propensión hacia valores reducidos que exhibe el porcentaje de contrapeso, a continuación se expone un modelo estocástico simplificado, el cual refiere a toda condición de tráfico "Down-Peak".

### 8.3.4 "Down-Peak" Analítico

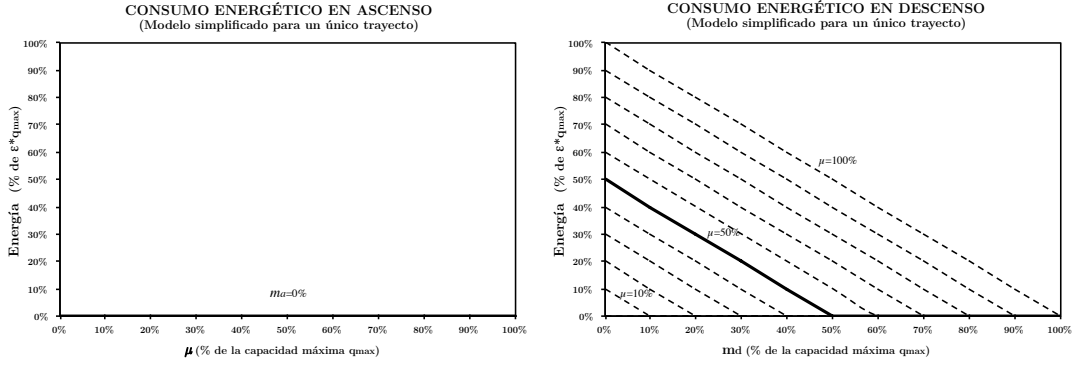
En primer lugar, asumiendo la especificación anteriormente expuesta para la energía consumida, tal que:

$$W_a : \begin{cases} 0 & m_a \leq \mu \\ \varepsilon(m_a - \mu) & m_a > \mu \end{cases} \quad W_d : \begin{cases} -\varepsilon(m_d - \mu) & m_d \leq \mu \\ 0 & m_d > \mu \end{cases}$$

Donde para la situación "Down-Peak" se supone la nulidad de la masa en ascenso, al tiempo que la variable aleatoria  $M_d$ , asociada a la masa en descenso se rige por una función densidad de probabilidad  $g(m_d)$ :

$$\begin{aligned} m_a &= 0 \\ M_d &\sim g(m_d) \\ D_g &= [0; q_{\max}] \\ P[M_a = 0] &= 1 \\ P[M_d = m_d] &= g(m_d) \end{aligned}$$

Sucesivamente representando las energías consumidas para el ascenso y descenso en función de las variables pertinentes a cada caso, se tiene que:



A continuación, como resultado de haber asumido con certidumbre la masa en ascenso igual a cero, entonces el valor esperado de la energía consumida en ascenso será igualmente nulo:

$$E[W_a] = 0$$

En lo que se refiere al consumo correspondiente a los movimientos en descenso, por integración sobre el dominio de la masa en descenso se tiene:

$$E[W_d] = \int_0^{\mu} w_d(m_d) \cdot P[M_d = m_d] dm_d + \int_{\mu}^{q^{\max}} w_d(m_d) \cdot P[M_d = m_d] dm_d$$

$$E[W_d] = -\int_0^{\mu} \varepsilon(m_d - \mu) \cdot g(m_d) dm_d - \int_{\mu}^{q^{\max}} 0 \cdot g(m_d) dm_d$$

$$E[W_d] = -\int_0^{\mu} \varepsilon(m_d - \mu) \cdot g(m_d) dm_d$$

De donde la energía total consumida será:

$$E[W_T] = E[W_a] + E[W_d]$$

$$E[W_T] = 0 - \int_0^{\mu} \varepsilon(m_d - \mu) \cdot g(m_d) dm_d$$

$$E[W_T] = \varepsilon \left\{ -\int_0^{\mu} m_d \cdot g(m_d) dm_d + \mu \int_0^{\mu} g(m_d) dm_d \right\}$$

Como con anterioridad, calculando la primera derivada con respecto de la masa de contrapeso, recurriendo nuevamente a la noción de distribución acumulada de probabilidad, en este caso referida a la masa en descenso  $G(m_d)$ :

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \left\{ -\left[ m_d \cdot g(m_d) \cdot \frac{dm_d}{d\mu} \right]_0^{\mu} + [G(m_d)]_0^{\mu} + \mu \left[ g(m_d) \cdot \frac{dm_d}{d\mu} \right]_0^{\mu} \right\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \{ -\mu \cdot g(\mu) + G(\mu) + \mu \cdot g(\mu) \}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \cdot G(\mu)$$

En cuanto a la segunda derivada de la función de consumo, se tiene que:

$$\frac{d^2}{d\mu^2} E[W_T] = \varepsilon \cdot g(\mu)$$

Donde en particular se demuestra que la función es convexa con respecto de la masa de contrapeso:

$$\frac{d^2}{d\mu^2} E[W_T] \geq 0$$

En consecuencia, la resolución de la condición de primer orden garantiza la obtención del mínimo de la función consumo, por lo que:

$$\operatorname{argmin}_{\mu^*} E[W_T(\mu^*)] := \{\mu^* \mid \forall \mu : E[W_T(\mu^*)] \leq E[W_T(\mu)]\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \cdot G(\mu) = 0$$

Por lo que la solución general se expresa como:

$$\mu^* := \{\forall \mu \mid G(\mu) = 0\} \quad (8.3)$$

De donde asumiendo una condición adicional referente a la función densidad de probabilidad y cuya generalidad fue anteriormente expuesta, tal que:

$$g(m_d) \neq 0, \forall m_d \in D_g$$

En consecuencia:

$$G(\mu) = 0 \Leftrightarrow \mu = 0 \quad (8.4)$$

$$\therefore \mu^* = 0$$

En conclusión, el resultado del modelo estocástico demuestra la invarianza del valor óptimo de compensación de la carga máxima en cabina con respecto de las características de la carga, en particular la carga promedio en cabina. En este sentido se concluye que, para el escenario “Down-Peak”, el valor óptimo es igual a 0% para todo valor posible del flujo de descenso de pasajeros. Es así que finalmente en lo que se refiere al escenario ideal de tráfico y en particular al valor óptimo resultante del 5%, el modelo estocástico aporta evidencia que explica el sesgo significativo que exhibe dicho valor hacia los valores próximos a cero.

### 8.3.5 Tráfico Mixto Ideal

A continuación se implementa la hipótesis ideal de Tráfico Mixto, para lo cual se asume que las partidas y arribos, desde y hacia la planta de acceso acontecen a plena capacidad. Para ello se asume en la implementación del Modelo Generalizado del Capítulo 7 las siguientes probabilidades:  $P[\tilde{K}_a = 8] = 1$  y  $P[\tilde{K}_d = 8] = 1$

Los resultados de la implementación se muestran a continuación en la Tabla 8.27, que se acompaña de la Figura 8.23.

ENERGÍA TOTAL CONSUMIDA EN RÉGIMEN TRÁFICO MIXTO IDEAL							
Calculada para $P[K_a=8]=1$ y $P[K_d=8]=1$ en función del porcentaje de contrapeso*							
	Contrapeso	Primeras Diferencias					
		Ascenso	Descenso	Total	Ascenso	Descenso	Total
		(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)	(kJ)
	100%	2,2	81,61	83,81			
	90%	5,26	66,53	71,79	-0,31	1,51	1,20
	80%	9,63	52,76	62,4	-0,44	1,38	0,94
	70%	15,51	40,5	56	-0,59	1,23	0,64
	60%	23,03	29,88	<b>52,91</b>	-0,75	1,06	0,31
	50%	32,16	20,88	53,04	-0,91	0,90	-0,01
	40%	43,14	13,71	56,85	-1,10	0,72	-0,38
	30%	55,72	8,16	63,87	-1,26	0,56	-0,70
	20%	69,87	4,17	74,04	-1,42	0,40	-1,02
	15%	77,48	2,72	80,2	-1,52	0,29	-1,23
	10%	85,5	1,67	87,17	-1,60	0,21	-1,39
	5%	93,9	0,99	94,89	-1,68	0,14	-1,54
	0%	102,44	0,46	102,9	-1,71	0,11	-1,60

\*  $P[K_a=8]=P[K_d=8]=1$  implica que las cabinas parten y arriban a la planta de acceso invariablemente cargadas con 8 pasajeros

Tabla 8.27 Consumo energético para un único ciclo bajo condiciones de "Tráfico-Mixto" ideales en función del porcentaje de contrapeso

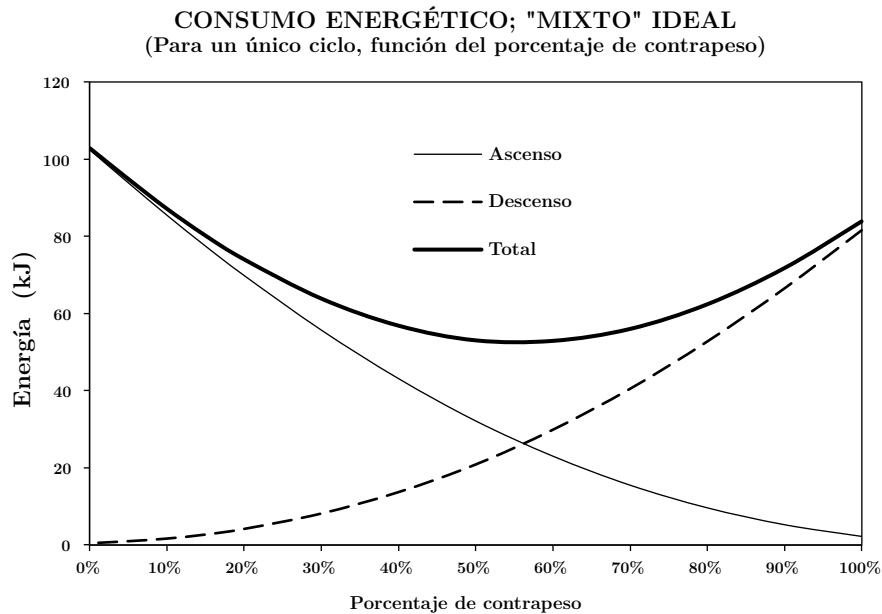


Figura 8.23 Consumo energético para un único ciclo bajo condiciones de "Tráfico-Mixto" ideales en función del porcentaje de contrapeso

Consistentemente con los desarrollos anteriormente expuestos se sabe que el número de pasajeros promedio por desplazamiento es igual a:

$$E[Q] \approx 4,7$$

$$E[S] = E[S_a] = E[S_d] \approx 5,69$$

De la lectura de los resultados se observa que el mínimo del consumo energético tiene lugar para un porcentaje de contrapeso igual a 60%, lo que es consistente con la carga promedio por desplazamiento, la cual equivale a 58,8% de la capacidad máxima de cabina. Adicionalmente se advierte nuevamente el comportamiento antagónico de los consumos en ascenso y descenso, con la particularidad que en este caso el rango cubierto por éstos es commensurable, confiriendo al consumo total un comportamiento inicial decreciente, seguido por una porción creciente; comportamientos que son resultado del dominio inicial del consumo en ascenso sobre el descenso y viceversa.

### 8.3.6 Tráfico Mixto Analítico

Por su parte para el modelo estocástico asociado a la condición de Tráfico Mixto, como con anterioridad, las energías consumidas se asumen bajo las siguientes especificaciones:

$$W_a : \begin{cases} 0 & m_a \leq \mu \\ \varepsilon(m_a - \mu) & m_a > \mu \end{cases} \quad W_d : \begin{cases} -\varepsilon(m_d - \mu) & m_d \leq \mu \\ 0 & m_d > \mu \end{cases}$$

A continuación, siendo las masas correspondientes a los movimientos en ascenso y descenso variables aleatorias, supóngase que éstas se rigen por las siguientes funciones densidad de probabilidad.

$$M_a \sim f(m_a)$$

$$M_d \sim g(m_d)$$

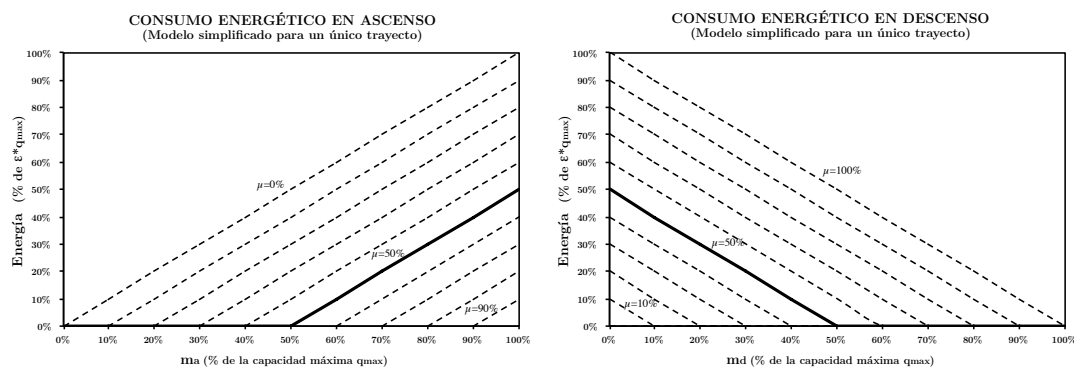
$$D_f = [0; q_{\max}]$$

$$D_g = [0; q_{\max}]$$

$$P[M_a = m_a] = f(m_a)$$

$$P[M_d = m_d] = g(m_d)$$

Por otro lado, representando las energías consumidas para este caso en particular.



A continuación, obteniendo el valor esperado de la energía en ascenso por integración sobre le dominio de  $m_a$ , se obtiene:

$$E[W_a] = \int_0^\mu w_a(m_a) \cdot P[M_a = m_a] dm_a + \int_\mu^{q_{\max}} w_a(m_a) \cdot P[M_a = m_a] dm_a$$

$$E[W_a] = \int_0^\mu 0 \cdot f(m_a) dm_a + \int_\mu^{q_{\max}} \varepsilon(m_a - \mu) \cdot f(m_a) dm_a$$

$$E[W_a] = \int_\mu^{q_{\max}} \varepsilon(m_a - \mu) \cdot f(m_a) dm_a$$

Sucesivamente y de forma complementaria obteniendo la energía consumida en descenso:

$$E[W_d] = \int_0^\mu w_d(m_d) \cdot P[M_d = m_d] dm_d + \int_\mu^{q_{\max}} w_d(m_d) \cdot P[M_d = m_d] dm_d$$

$$E[W_d] = -\int_0^\mu \varepsilon(m_d - \mu) \cdot g(m_d) dm_d - \int_\mu^{q_{\max}} 0 \cdot g(m_d) dm_d$$

$$E[W_d] = -\int_0^\mu \varepsilon(m_d - \mu) \cdot g(m_d) dm_d$$

El valor esperado del consumo total se expresará por la adición de las componentes en ascenso y descenso como a continuación se describe:

$$E[W_T] = E[W_a] + E[W_d]$$

$$E[W_T] = \int_\mu^{q_{\max}} \varepsilon(m_a - \mu) \cdot f(m_a) dm_a - \int_0^\mu \varepsilon(m_d - \mu) \cdot g(m_d) dm_d$$

$$E[W_T] = \varepsilon \left\{ \int_\mu^{q_{\max}} m_a \cdot f(m_a) dm_a - \mu \int_\mu^{q_{\max}} f(m_a) dm_a - \int_0^\mu m_d \cdot g(m_d) dm_d + \mu \int_0^\mu g(m_d) dm_d \right\}$$

Posteriormente, obteniendo la primera derivada del valor esperado de la energía total consumida con respecto de la masa de contrapeso y para lo cual nuevamente se recurre a la noción de probabilidad acumulada:

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \left\{ \left[ m_a \cdot f(m_a) \cdot \frac{dm_a}{d\mu} \right]_\mu^{q_{\max}} - [F(m_a)]_\mu^{q_{\max}} - \mu \left[ f(m_a) \cdot \frac{dm_a}{d\mu} \right]_\mu^{q_{\max}} \right. \\ \left. - \left[ m_d \cdot g(m_d) \cdot \frac{dm_d}{d\mu} \right]_0^\mu + [G(m_d)]_0^\mu + \mu \left[ g(m_d) \cdot \frac{dm_d}{d\mu} \right]_0^\mu \right\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \left\{ -\mu \cdot f(\mu) - \underbrace{F(q_{\max})}_{=1} + F(\mu) + \mu \cdot f(\mu) - \mu \cdot g(\mu) + G(\mu) + \mu \cdot g(\mu) \right\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \{ F(\mu) + G(\mu) - 1 \}$$

A continuación, demostrando la convexidad del valor esperado del consumo total, para lo cual se recurre a la segunda derivada:

$$\frac{d^2}{d\mu^2} E[W_T] = \varepsilon \{ f(\mu) + g(\mu) \}$$

De donde por definición de función densidad de probabilidad se sabe que:

$$f(\mu) \geq 0, g(\mu) \geq 0$$

Al tiempo que por hipótesis  $\varepsilon > 0$ , de lo que en consecuencia:

$$\frac{d^2}{d\mu^2} E[W_T] \geq 0$$

Habiendo así demostrado la convexidad del valor esperado del consumo total con respecto de la masa de contrapeso, entonces resta únicamente resolver las condiciones de primer orden para obtener el argumento mínimo del consumo. En consecuencia:

$$\operatorname{argmin}_{\mu^*} E[W_T(\mu^*)] := \{\mu^* \mid \forall \mu : E[W_T(\mu^*)] \leq E[W_T(\mu)]\}$$

$$\frac{d}{d\mu} E[W_T] = \varepsilon \{F(\mu) + G(\mu) - 1\} = 0$$

$$\therefore F(\mu^*) + G(\mu^*) = 1 \quad (8.5)$$

De donde el porcentaje de contrapeso que minimiza el valor esperado del consumo estará determinado por las distribuciones acumuladas de probabilidad, tal que:

$$\mu^* := \{\forall \mu \mid F(\mu) + G(\mu) = 1\} \quad (8.6)$$

En conclusión para el escenario de “Tráfico Mixto”, la solución del modelo estocástico expresa una relación funcional entre el valor óptimo de compensación de la carga máxima en cabina y las distribuciones acumuladas de probabilidad de la masa en ascenso y descenso.

La naturaleza general de la solución permite abordar las condiciones particulares del “Tráfico Mixto” Ideal, es así que si se supone la igual distribución de la carga en ascenso y descenso, lo que implica la igual intensidad de los flujos de ingreso y egreso; entonces asumiendo  $h(m)$  tal que:

$$M_a = M_d = M - h(m)$$

$$P[M = m] = h(m)$$

Entonces la solución estará determinada por la mediana estadística:

$$H(\mu^*) = \frac{1}{2} \quad (8.7)$$

$$\mu^* := \{\forall \mu \mid H(\mu) = 1/2\}$$

Sucesivamente suponiendo la condición de tráfico extrema por intensidad, de manera que las cabinas parten y arriban a la planta de acceso cargadas a su capacidad máxima, tal que  $Q = q_{\max} \Leftrightarrow K = 8$ ; y a partir de la Matriz de Descomposición Condicional definida en el Capítulo 6, entonces se obtiene la función de probabilidad acumulada, Figura 8.24, la cual para este caso en particular guarda gran semejanza con la correspondiente a la distribución acumulada correspondiente a la Uniforme Discreta.



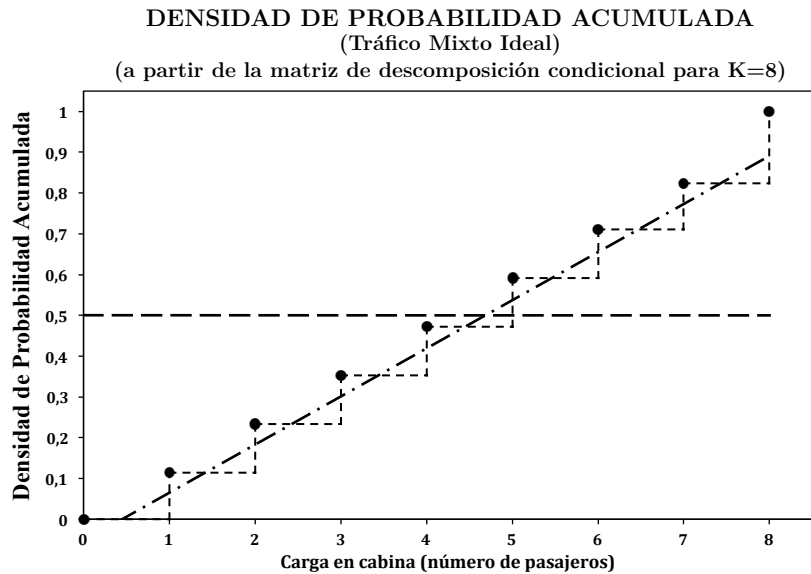


Figura 8.24 Función de probabilidad acumulada para  $K=8$  pasajeros

A continuación, considerando la extrapolación continua de la distribución y calculando la intersección según lo expresado en la condición de optimalidad restringida (8.7), lo anterior resulta en un valor óptimo equivalente a 4,6 pasajeros, lo que expresado en términos relativos de la capacidad máxima corresponde a un 57,5%.

Finalmente si se considerasen los resultados del valor óptimo de compensación correspondientes a la implementación del Modelo Generalizado, igual al 60%, la carga promedio en cabina igual a 58,8% y el resultado del Modelo Estocástico Restringido igual a 57,7%; lo anterior no permitiría rechazar la hipótesis de una relación entre la carga promedio en cabina y el valor óptimo de compensación. Sin embargo, considerando la solución general del Modelo Estocástico (8.6) resulta claro que la relación funcional que liga al porcentaje óptimo de compensación y las características de las cargas en ascenso y descenso está determinada por la suma de las distribuciones acumuladas de probabilidad correspondientes a estas últimas. Por lo que la aparente convergencia de los valores es meramente fortuita, ya que resulta de la semejanza de la distribución acumulada de la carga con aquella de la distribución Uniforme y para la cual la media (relacionada con la carga promedio en cabina) y mediana (resultado de (8.7)) exhiben el mismo valor.

En conclusión, a pesar de todos los matices anteriormente expresados y desde un punto de vista formal, los resultados del Modelo Estocástico aportan evidencia a favor de una relación entre el valor óptimo de compensación de la carga máxima en cabina y distribuciones de las cargas en ascenso y descenso.

### 8.3.7 Interpretación Geométrica

Con la finalidad de auxiliar en la comprensión de los resultados obtenidos previamente, a continuación se emprende una interpretación gráfica en la Figura 8.25, en la cual se representan las relaciones que existen entre la carga en cabina (abscisas) y la posición en altura de ésta debida al desplazamiento para las situaciones de tráfico “Up-Peak” y “Down-Peak” respectivamente.

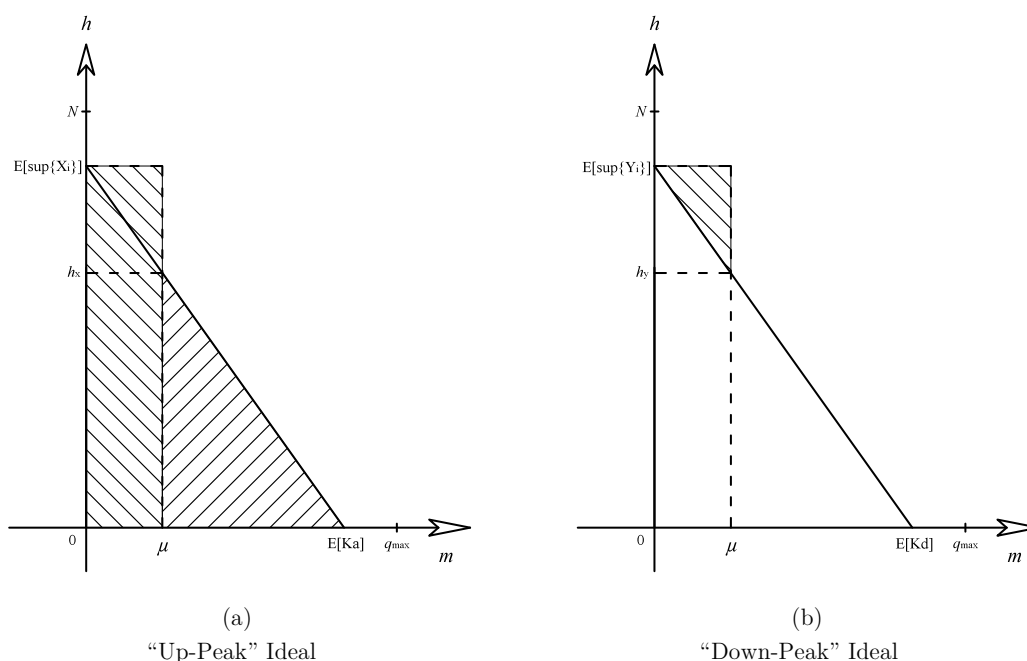


Figura 8.25 Interpretación geométrica aproximada

#### “Up-Peak”; Interpretación Geométrica

Para la situación “Up-Peak”, Figura 8.25(a), la recta con pendiente negativa describe la propensión estadística con que la carga decrece en función de la altura, resultado de aquellos pasajeros que abandonan progresivamente la cabina al alcanzar sus respectivos destinos. En cuanto a los interseptos que definen dicha recta, para las abscisas es el valor esperado del número de pasajeros que parten de la planta de acceso  $E[K_a]$ ; mientras que para las ordenadas está en el valor esperado del destino más lejano  $E[\text{sup}\{X_i\}]$ . Por otro lado, la masa de contrapeso  $\mu$ , representada por medio de una recta vertical, y que se refiere exclusivamente a la carga máxima de cabina que se compensa<sup>2</sup>, asumiendo como supuesto que la masa de la cabina en vacío está ya totalmente compensada.

<sup>2</sup> Por sencillez en las demostraciones se omite el hecho de que la masa del contrapeso en términos rigurosos es igual a la masa de la cabina en vacío más la proporción de la carga máxima en cabina que se compensa, siendo específicamente a esta última a la que refiere  $\mu$ .

En consecuencia, basados en la definición de energía potencial, el valor esperado de la energía consumida en ascenso corresponderá con el área sombreada mediante achuras ascendentes, la cual resulta de la carga desbalanceada; es decir la masa virtualmente que levantar dado que la carga en cabina excede a la masa de contrapeso.

$$E[W_A^{UPP}] = g \frac{1}{2} (E[K_a] - \mu) h_x$$

En lo que se refiere al valor esperado de la energía consumida en descenso, representada por medio de achuras descendentes, equivale a la energía correspondiente al retorno de la cabina en vacío desde el destino más lejano hasta la planta de acceso. De donde por simetría, esto equivale a la energía requerida para elevar el contrapeso hasta el destino más lejano.

$$E[W_D^{UPP}] = g \cdot \mu \cdot E[\text{sup}\{X_i\}]$$

Por lo que el valor esperado de la energía total consumida se puede expresar en términos de los triángulos: inferior (1), más el superior a la recta y el cual es función de la masa de contrapeso  $\mu$  (2).

$$E[W_T^{UPP}] = g \left\{ \underbrace{\frac{1}{2} E[K_a] E[\text{sup}\{X_i\}]}_{(1)} + \underbrace{\mu \frac{1}{2} (E[\text{sup}\{X_i\}] - h_x)}_{(2)} \right\}$$

De donde, gráficamente, el mínimo de la energía consumida se obtiene al eliminar la contribución correspondiente al triángulo superior fijando el valor de contrapeso tal que  $\mu = 0$ . Lo que analíticamente implica la eliminación del término (2) de la anterior expresión.

Desde el punto de vista real, lo anterior pone de manifiesto que si bien el contrapeso contribuye en un primer tiempo a reducir la carga a elevar, vía la reducción de la carga desbalanceada, dicha reducción pierde paulatinamente su efecto conforme los pasajeros abandonan progresivamente la cabina. Por lo que a partir de cierta altura ( $h_x$ ) y hasta el destino más lejano ( $E[\text{sup}\{X_i\}]$ ), la pérdida de energía potencial correspondiente al descenso del contrapeso superará al incremento en la energía potencial de la carga; energía que es disipada por el ascensor y que posteriormente tendrá que ser restituida al sistema para retornar la cabina a la planta de acceso, lo que implicará elevar el contrapeso en una magnitud igual a la longitud equivalente al destino más lejano.

### “Down-Peak”; Interpretación Geométrica

En lo que se refiere al “Down-Peak” por su parte, suponiendo una partida desde la planta de acceso en vacío hasta el origen de demanda más lejano  $E[\text{sup}\{Y_i\}]$  y dado que la masa de la cabina en vacío se asume totalmente compensada; cualquiera que sea el valor de  $\mu$  el consumo en ascenso será nulo.

$$E[W_A^{DWP}] = 0$$

Por otro lado para los movimientos descendentes y hasta que la carga en cabina supera a la masa del contrapeso, el incremento en la energía potencial correspondiente al levantamiento parcial del contrapeso representará el consumo energético. Esto último se ilustra mediante achuras descendentes en la Figura 8.25(b).

$$E[W_D^{DWP}] = \frac{1}{2} g \cdot \mu (E[\sup\{Y_i\}] - h_y)$$

En consecuencia, la energía total consumida será únicamente la consumida en la porción inicial de los movimientos descendentes, de donde fijando el porcentaje de contrapeso tal que  $\mu = 0$  se obtiene efectivamente la minimización del consumo.

$$E[W_T^{DWP}] = \frac{1}{2} g \cdot \mu (E[\sup\{Y_i\}] - h_y)$$

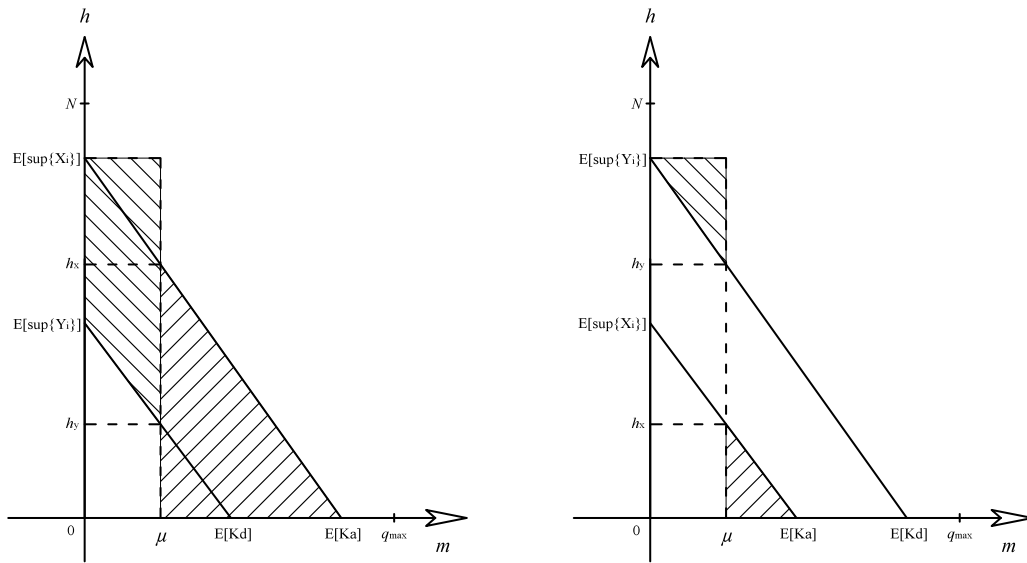
$$E[W_T^{DWP}(\mu = 0)] = 0$$

En términos concretos, lo anterior muestra que siendo nula la energía necesaria para el ascenso de la cabina, dado que se desprecian los efectos dinámicos, y considerando que en descenso el consumo tiene lugar hasta que la masa en cabina supera a la masa del contrapeso, a partir de donde la relación de masas es favorable al movimiento, entonces el mínimo se obtiene al fijar la masa de contrapeso de la carga en cabina igual a cero.

En síntesis, la interpretación geométrica, basada en el balance de las energías potenciales, reporta resultados consistentes con los observados mediante la implementación del Modelo de Tráfico, objeto del Capítulo 7; así como del modelo estocástico emprendido en el presente apartado. En este sentido los resultados muestran que bajo condiciones de tráfico “Up-Peak” y “Down-Peak” el óptimo para el porcentaje de contrapeso exhibe una propensión hacia los valores próximos a cero.

### **Tráfico Mixto; Interpretación Geométrica**

En lo que se refiere finalmente a la interpretación geométrica del fenómeno bajo condiciones de Tráfico Mixto y una vez familiarizado el lector con la representación gráfica en la cual se basa este enfoque; a continuación se presenta en la Figura 8.26 los dos casos a los que da lugar la coexistencia de los flujos ascendentes y descendentes de pasajeros. El primer caso se refiere al escenario en que los flujos ascendentes dominan en intensidad sobre los flujos descendentes, lo que se aprecia en los valores esperados del número de pasajeros:  $E[K_a] \geq E[K_d]$ . Consecuentemente el segundo escenario describe la condición complementaria tal que:  $E[K_a] < E[K_d]$ .



Caso 1 Caso 2  
 Figura 8.26 Tráfico Mixto; interpretación geométrica aproximada

**Caso 1;**  $E[K_a] \geq E[K_d] \Rightarrow E[\sup\{X_i\}] \geq E[\sup\{Y_i\}]$

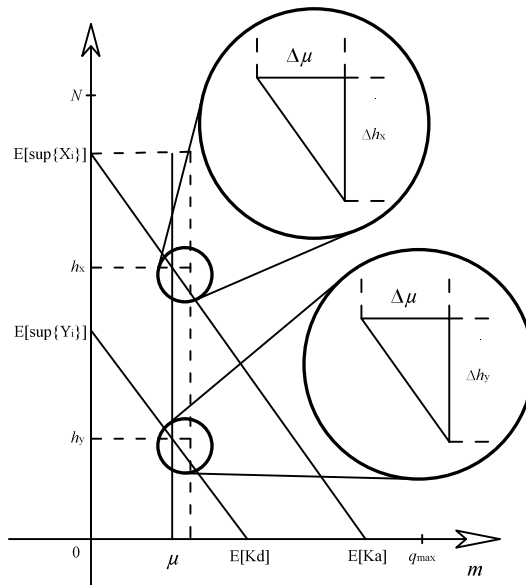


Figura 8.27 Detalle auxiliar en la definición variacional

La variación en la energía consumida en ascenso es igual a la variación ponderada del área sombreada con achuras ascendentes, la cual resulta ante las variaciones  $\Delta\mu$  y la cual es igual a:

$$\Delta E[W_A] = -g \left\{ h_x \cdot \Delta\mu - \frac{1}{2} \Delta h_x \cdot \Delta\mu \right\} = -g \cdot \Delta\mu \left\{ h_x - \frac{1}{2} \Delta h_x \right\}$$

Por su parte la variación de la energía consumida en descenso, la cual por su parte está referida al área con achuras descendentes, tal que:

$$\Delta E[W_D] = g \left\{ \Delta\mu \left\{ \sup\{X_i\} - h_y \right\} + \frac{1}{2} \Delta h_y \cdot \Delta\mu \right\} = g \cdot \Delta\mu \left\{ \sup\{X_i\} - h_y + \frac{1}{2} \Delta h_y \right\}$$

De donde la variación de la energía total consumida, siendo la suma de las dos anteriores es igual a:

$$\Delta E[W_T] = -g \cdot \Delta\mu \left\{ h_x - \frac{1}{2} \Delta h_x \right\} + g \cdot \Delta\mu \left\{ \sup\{X_i\} - h_y + \frac{1}{2} \Delta h_y \right\}$$

$$\Delta E[W_T] = g \cdot \Delta\mu \left\{ -h_x + \frac{1}{2} \Delta h_x \sup\{X_i\} - h_y + \frac{1}{2} \Delta h_y \right\}$$

De donde la derivada a partir de la diferencial será:

$$\frac{dE[W_T]}{d\mu} = \lim_{\Delta\mu \rightarrow 0} \frac{\Delta E[W_T]}{\Delta\mu} = g \left\{ -h_x + \frac{1}{2} \Delta h_x \sup\{X_i\} - h_y + \frac{1}{2} \Delta h_y \right\}$$

$$\lim_{\Delta\mu \rightarrow 0} \frac{\Delta E[W_T]}{\Delta\mu} = g \left\{ -h_x + \underbrace{\frac{1}{2} \Delta h_x}_{=0} \sup\{X_i\} - h_y + \underbrace{\frac{1}{2} \Delta h_y}_{=0} \right\}$$

$$\frac{dE[W_T]}{d\mu} = g \left[ \sup\{X_i\} - h_x - h_y \right]$$

Sucesivamente obteniendo la segunda derivada con respecto de  $\mu$ :

$$\frac{d^2 E[W_T]}{d\mu^2} = -g \underbrace{\left[ \frac{dh_x}{d\mu} + \frac{dh_y}{d\mu} \right]}_{<0} > 0$$

De donde sabiendo que las rectas tienen pendiente negativa se prueba que la segunda derivada es de signo positivo, por lo que la curva de la energía total consumida es convexa y por ende minimiza para las conocidas condiciones de primer orden.

$$\frac{dE[W_T]}{d\mu} = g \left[ \sup\{X_i\} - h_x - h_y \right] = 0$$

$$\sup\{X_i\} - h_x - h_y = 0 \tag{8.8}$$

A continuación inyectando las expresiones correspondientes a las rectas:

$$h_x = -\frac{E[\sup\{X_i\}]}{E[K_a]} \cdot m + E[\sup\{X_i\}] \quad h_y = -\frac{E[\sup\{Y_i\}]}{E[K_d]} \cdot m + E[\sup\{Y_i\}]$$

En consecuencia se puede probar que el valor óptimo para el caso en que la intensidad del flujo ascendente domina sobre el flujo descendente es igual a:

$$\mu^* = E[K_d] \cdot \frac{1}{1 + \frac{E[K_d]}{E[K_a]} \cdot \frac{E[\sup\{X_i\}]}{E[\sup\{Y_i\}]}} \tag{8.9}$$

**Caso 2;**  $E[K_a] < E[K_d] \Rightarrow E[\sup\{X_i\}] < E[\sup\{Y_i\}]$

Por su parte para el segundo caso y siguiendo el argumento anteriormente expuesto se puede probar análogamente que el valor óptimo de la carga en cabina a compensar es igual a:

$$\mu^* = E[K_a] \cdot \frac{1}{1 + \frac{E[K_a]}{E[K_d]} \cdot \frac{E[\sup\{Y_i\}]}{E[\sup\{X_i\}]}} \quad (8.10)$$

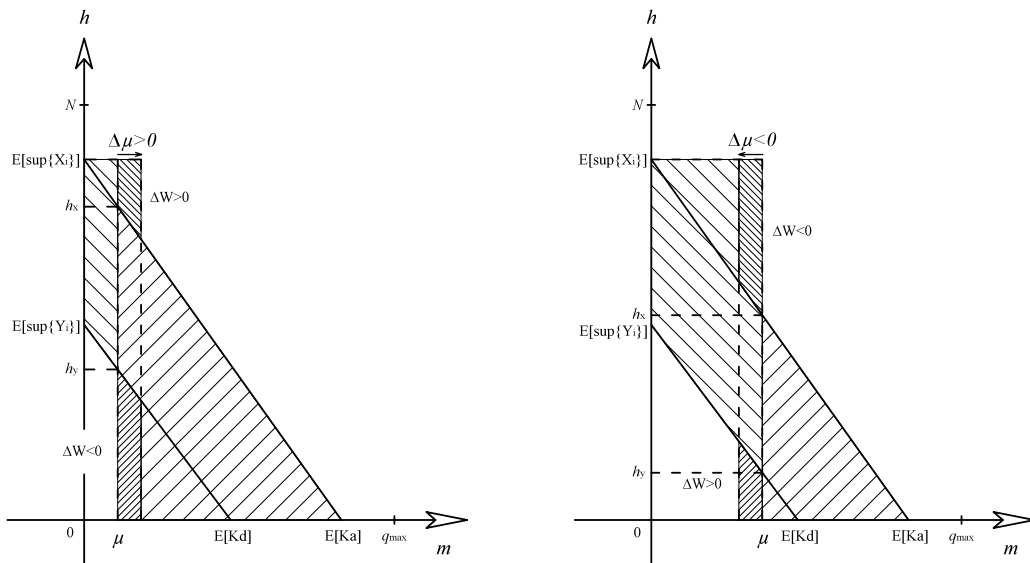


Figura 8.28 Variaciones en la energía total consumida vía los movimientos de  $\mu$

Todo lo anterior significa en el sentido geométrico y con ayuda de la Figura 8.28 (izquierda), que para los valores de  $\mu$  inferiores al óptimo, el desplazamiento horizontal (en el sentido positivo del eje de las abscisas) de la recta vertical asociada a dicha variable, tales que  $\Delta\mu > 0$ , tiene por efecto una reducción en la energía total consumida, lo que resulta del hecho que el incremento por concepto de la energía consumida en descenso (achuras densas descendentes) es inferior a la reducción de la energía en ascenso (achuras densas ascendentes). En este sentido se observa que la superficie asociada al incremento del consumo  $\Delta W > 0$  es inferior en magnitud a la correspondiente al ahorro  $\Delta W < 0$ . Por su parte suponiendo un valor de  $\mu$  superior al óptimo, la Figura 8.28 (derecha), se observa un fenómeno análogo al constatado anteriormente. En particular los movimientos negativos tales que  $\Delta\mu < 0$  se saldan por un incremento en la energía en ascenso, el cual es inferior a la reducción vía el consumo en descenso. Este comportamiento, en particular es consistente con la naturaleza convexa de la función de consumo, ya que para los valores inferiores al óptimo existen “incentivos<sup>3</sup>” a aumentar el valor de  $\mu$ ; mientras que partiendo de valores superiores

<sup>3</sup> En este sentido se entiende por incentivo la reducción de la esperanza matemática de la energía total consumida.

existe un “incentivo” a reducir el valor de la masa de contrapeso (referida a la carga máxima en cabina).

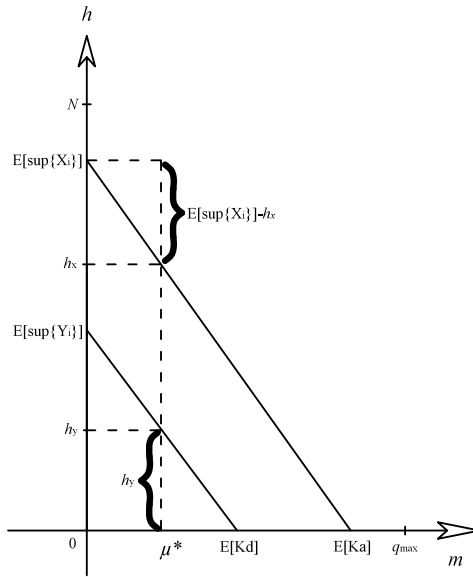


Figura 8.29 Valor óptimo de  $\mu$ , solución geométrica

Por otro lado, en lo que se refiere al valor óptimo y a partir de la expresión (8.8), éste corresponde al punto de la Figura 8.29 en que los segmentos ilustrados por medio de “llaves” tienen la misma magnitud. Adicionalmente, ya sea gráficamente o por interpretación de las expresiones (8.9) y (8.10) se obtiene que el valor óptimo de  $\mu$  es inferior a la intensidad en ascenso o descenso de menor magnitud.

$$\text{Para: } E[K_a] \geq E[K_d] \Rightarrow E[\text{sup}\{X_i\}] \geq E[\text{sup}\{Y_i\}] \quad (8.11)$$

$$\mu^* = E[K_d] \cdot \frac{1}{1 + \frac{E[K_d]}{E[K_a]} \cdot \frac{E[\text{sup}\{X_i\}]}{E[\text{sup}\{Y_i\}]}} \leq E[K_d]$$

$$\therefore \mu^* \leq E[K_d] \leq E[K_a]$$

$$\text{Para: } E[K_a] < E[K_d] \Rightarrow E[\text{sup}\{X_i\}] < E[\text{sup}\{Y_i\}] \quad (8.12)$$

$$\mu^* = E[K_a] \cdot \frac{1}{1 + \frac{E[K_a]}{E[K_d]} \cdot \frac{E[\text{sup}\{Y_i\}]}{E[\text{sup}\{X_i\}]}} < E[K_a]$$

$$\therefore \mu^* < E[K_a] < E[K_d]$$

De donde en virtud de que la interpretación geométrica de fenómeno de tráfico mixto comprende los flujos en ascenso y descenso, entonces a partir de ésta es posible igualmente dar respuesta a las condiciones particulares que las circunstancias de tráfico ideales presentan. En este sentido y para la condición “Up-Peak” Ideal se tiene que el valor esperado del número de pasajeros en descenso es igual a cero,  $E[K_d]=0$ , por lo que a partir de la condición (8.11) se puede concluir que, consistentemente con los resultados anteriormente obtenidos, el porcentaje de contrapeso óptimo es igual a cero:



$$E[K_d] = 0$$

$$\mu^{*UPP} \leq 0 \leq E[K_a]$$

De forma análoga para el escenario “Down-Peak” Ideal y a partir de la condición (8.12), se refrendan los resultados según los cuales nuevamente el porcentaje óptimo de contrapeso de la carga máxima en cabina es igual a cero:

$$E[K_a] = 0$$

$$\mu^{*DWP} \leq 0 \leq E[K_d]$$

En cuanto a la circunstancia de Tráfico Mixto Ideal, donde los procesos de ascenso y descenso tienen igual magnitud, el valor óptimo de la masa máxima en cabina a compensar es igual a un medio del número esperado de pasajeros.

$$\text{Para: } E[K_a] = E[K_d] = E[K] \Rightarrow E[\sup\{X_i\}] = E[\sup\{Y_i\}] = E[\sup\{Z_i\}]$$

$$\mu^* = E[K] \cdot \frac{1}{1 + \frac{E[K]}{E[\sup\{Z_i\}]}} = E[K] \cdot \frac{1}{2}$$

Lo que en particular para un escenario crítico de tráfico mixto tal que  $K = 8$  pasajeros implica que el porcentaje de contrapeso asciende a un 50% de la carga máxima en cabina.

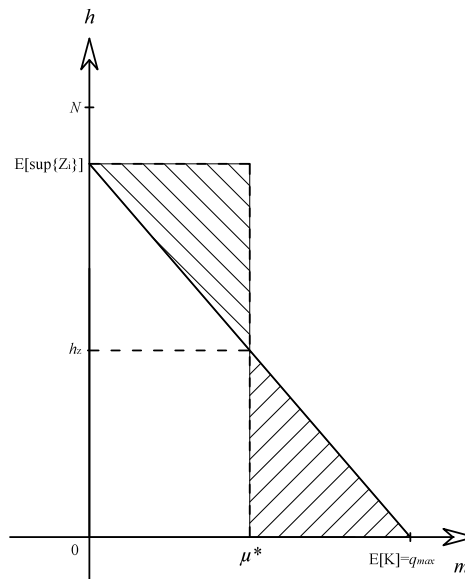


Figura 8.30 Tráfico Mixto Ideal

Finalmente, en lo que concierne al impacto generalizado que las asimetrías de tráfico tienen sobre el valor óptimo de contrapeso e introduciendo una variable para caracterizar la asimetría pero manteniendo el número de pasajeros transportados tal que:

$$\begin{cases} \sup\{K_a; K_d\} + \inf\{K_a; K_d\} = cste \\ \sup\{K_a; K_d\} - \inf\{K_a; K_d\} = gap \end{cases}$$

$gap$ : variable característica de la asimetría

Entonces y como se describe en profundidad en el Anexo 8.5, se puede probar que la variación del porcentaje óptimo con respecto de la asimetría es negativa:

$$\frac{\Delta\mu^*}{\Delta gap} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\mu^*}{\partial \sup\{K_a; K_d\}} - \frac{\partial\mu^*}{\partial \inf\{K_a; K_d\}} \right) < 0$$

Lo anterior en conclusión demuestra formalmente que, manteniendo constante el número de pasajeros transportados, las asimetrías en el tráfico caracterizadas por la variable *gap* impactan decreciendo el valor óptimo de compensación de la carga máxima en cabina. Finalmente a través de las expresiones (8.11), (8.12) y los resultados del estado estacionario correspondiente a las estrategias “Simultánea” y “Minimal”; a continuación se calculan los valores esperados ponderados del valor óptimo de compensación según la siguiente expresión:

$$E[\mu^*] = \frac{\sum_{n=1}^{145} \mu_n^* \cdot (E_n[\tilde{K}_a] + E_n[\tilde{K}_d])}{\sum_{n=1}^{145} (E_n[\tilde{K}_a] + E_n[\tilde{K}_d])}$$

Donde  $\tilde{K}_a$  y  $\tilde{K}_d$  son las variables aleatorias  $K_a$  y  $K_d$  ajustadas según el procedimiento descrito en el Capítulo 7, lo que en términos de los desarrollos y conclusiones aquí expuestos es irrelevante.

Los resultados, Tabla 8.28, muestran claramente que el estimador geométrico-analítico predice mejor los valores de la implementación del Modelo Generalizado; lo que por comparación con los valores correspondientes a la carga promedio y basados en la evidencia adicional provista permite rechazar a la carga promedio en cabina como regresor del valor óptimo de compensación.

PORCENTAJE ÓPTIMO DE COMPENSACIÓN			
Modelo Geométrico-Analítico vs. Carga Promedio			
Estrategia	E[ $\mu^*$ ]	Modelo Generalizado	Carga Promedio
"Simultánea"	6,99%	10,00%	15,69%
"Minimal"	17,82%	15,00%	33,39%

Tabla 8.28 Porcentaje óptimo de compensación, hipótesis geométrico-analítica vs. carga promedio en cabina

Finalmente, a través de la reescritura de las expresiones (8.11), (8.12) se obtiene que

$$E[\mu_n^*] = \inf\{E_n[\tilde{K}_a]; E_n[\tilde{K}_d]\} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\inf\{E_n[\tilde{K}_a]; E_n[\tilde{K}_d]\} \cdot \sup\{E_n[\sup\{X_i\}]; E_n[\sup\{Y_i\}]\}}{\sup\{E_n[\tilde{K}_a]; E_n[\tilde{K}_d]\} \cdot \inf\{E_n[\sup\{X_i\}]; E_n[\sup\{Y_i\}]\}}}$$

Donde se puede demostrar que:

$$E[\mu_n^*] \leq \inf\{E_n[\tilde{K}_a]; E_n[\tilde{K}_d]\}$$

Lo anterior implica que en condiciones asimétricas de tráfico el valor óptimo de compensación está determinado por el proceso (ascenso o descenso) de menor intensidad.

## Recapitulación

Consistentemente con lo anunciado en introducción, el objetivo del presente apartado ha consistido en aportar evidencia que explique el comportamiento del porcentaje óptimo de compensación de la carga máxima en cabina, como consecuencia de los resultados derivados de la implementación del Modelo Generalizado considerando las estrategias “Simultánea” y “Minimal” de operación. En este sentido y como resultado de la primera, se obtuvo un porcentaje óptimo del 10%, resultado que a priori fue atribuido a la reducida carga promedio en cabina del 15,7%. Sin embargo, la implementación de la estrategia “Minimal”, que específicamente minimiza la capacidad excedente, y a pesar del incremento significativo de la carga promedio en cabina, la cual pasó a 33,5%, lo anterior se tradujo en un incremento marginal del 5% del porcentaje óptimo de compensación. Como consecuencia, considerando la creciente discrepancia entre los valores que a priori se asumieron relacionados, se subrayó la necesidad de investigar las variables causales del porcentaje óptimo de compensación y derivar de esto una mejor comprensión del fenómeno. Así, partiendo del estudio de lo que se denominaron “Eventos Ideales” y relajando gradualmente las restricciones para ganar en generalidad, se ha conseguido finalmente revelar la determinancia que las asimetrías de tráfico tienen sobre el valor óptimo de compensación de la carga máxima en cabina.

En cuanto a los resultados específicos concretados a lo largo de este apartado; en primer término para la implementación restringida del Modelo Generalizado bajo hipótesis “Up-Peak” y “Down-Peak” Ideales se ha concluido que el porcentaje óptimo de compensación corresponde al 5%, mientras que la carga promedio en cabina representa un 29,4% de la carga máxima en cabina. Es decir, que para estos dos escenarios la discrepancia entre la carga promedio en cabina y el porcentaje óptimo de compensación asciende a poco menos de un 25%.

En segundo término, los modelos estocásticos han revelado un valor óptimo de compensación igual al 0% para los escenarios anteriormente referidos; por lo que en comparación se observa una discrepancia del 5% entre los resultados de ambos enfoques, discrepancia que puede ser atribuida a la naturaleza aproximada del modelo estocástico, en particular al hecho que considera despreciable los efectos dinámicos y los cuales tienen ciertamente incidencia como lo demuestran los resultados derivados de la implementación del Modelo Generalizado. En todo caso y a pesar de dicha discrepancia, considerando el hecho que los resultados del Modelo Generalizado exhiben una propensión más significativa a favor de los resultados del modelo estocástico, por oposición al valor de la carga promedio en cabina, además de la robustez analítica inherente al modelo estocástico, en consecuencia **se ha refutado que la carga**

**promedio en cabina sea determinante del valor óptimo de contrapeso para los escenarios “Up-Peak” y “Down-Peak” de tráfico.**

En tercer lugar, en lo que se refiere a la condición ideal de Tráfico Mixto, con flujos en ascenso y descenso de pasajeros de igual intensidad, la implementación restringida del Modelo Generalizado ha resultado en un porcentaje óptimo de compensación igual al 60% de la carga máxima en cabina, lo que para este caso en particular aparenta ser consistente con la carga promedio en cabina, la cual es igual a 58,8%. En cuanto al modelo estocástico y como ha sido expresado oportunamente, éste permitió en primer lugar evidenciar la naturaleza fortuita de la aparente relación de dependencia entre la carga promedio en cabina y el porcentaje óptimo de compensación. Así, para el escenario de **“Tráfico Mixto Ideal”**, la solución del modelo estocástico concluye que **el porcentaje óptimo de compensación está determinado por la mediana estadística de la carga**. En segundo término, como resultado de la relajación de la restricción de igualdad para los flujos en ascenso y descenso, el modelo estocástico ha concluido que para **toda condición de “Tráfico Mixto” el valor óptimo de compensación está determinado por la suma de las distribuciones de probabilidad acumuladas de la carga en ascenso y descenso.**

En cuarto lugar, con la finalidad ganar una comprensión concreta de lo que en términos del fenómeno real acontece, se ha desarrollado un modelo geométrico-analítico que permitiese gráficamente apreciar las implicaciones que las diferentes situaciones de tráfico tienen para el consumo energético. En conclusión, para la situación **“Up-Peak”** de tráfico, **la restitución del contrapeso a su posición inicial, en lo alto de su recorrido, domina en términos energéticos**, ya que requiere más energía que aquella que ahorra vía la reducción de la carga desbalanceada en los movimientos ascendentes en carga; de donde se deriva que **la elección óptima implica una compensación de la carga máxima de cabina igual a cero**. Por su parte para el **“Down-Peak”**, el **consumo energético resulta de la necesidad de contribuir a la elevación del contrapeso en los casos en que la carga en cabina es inferior a la masa compensada** de la carga máxima en cabina. En otros términos, los movimientos descendentes en carga para los cuales la relación de masas no es favorable al movimiento determinan el consumo energético; siendo estos movimientos aquellos en que la masa total del contrapeso es superior a la masa del conjunto viajero (cabina más carga útil), lo que en el sentido estadístico acontecería para la primera porción de los desplazamientos en descenso; **por lo que en conclusión el óptimo implica una compensación de la carga máxima en cabina igual a cero**. A continuación, en lo que al **Tráfico Mixto** se refiere, se ha concluido que el contrapeso reduce la energía requerida en ascenso; mientras que para los movimientos en descenso, los flujos descendentes de pasajeros contribuye a elevar el contrapeso a su posición inicial, lo que finalmente resulta en un valor **óptimo (interior) diferente de cero e inferior en magnitud al proceso de menor intensidad.**

En último lugar, con el objetivo de demostrar el poder predictivo de la especificación desarrollada a lo largo de este apartado para el valor óptimo de contrapeso, se han calculado sucesivamente los valores correspondientes a éste para las estrategias de operación **“Simultánea”** y **“Minimal”**. Por comparación con los resultados obtenidos en

los Apartados 1 y 2, se ha constatado que la **discrepancia es próxima al 3% para ambos casos**, lo que por un lado es inferior al 5% anteriormente atribuido a la omisión de los efectos dinámicos y claramente inferior a la discrepancia exhibida por la carga promedio en cabina. En conclusión, la evidencia recabada a lo largo de este apartado **demuestra formalmente que las asimetrías de tráfico tienen por efecto la reducción del valor óptimo de compensación**, con lo que se explica la persistencia a la baja de los valores óptimos de contrapeso obtenidos en los Apartados 1 y 2. Finalmente y a manera de corolario hay que puntualizar que las asimetrías de tráfico encuentran su origen en los datos que caracterizan la demanda de transporte, en lo que en último término refiere a los patrones horarios y comportamiento de los usuarios de la edificación. En este sentido en la Figura 8.31 se observa que la disposición de los puntos que caracterizan los flujos de ingreso-egreso empíricos guarda mayor semejanza con la curva de tendencia de proporcionalidad inversa, por oposición a una disposición alrededor de la primera bisectriz que se representa mediante una línea doble. Este hecho revela finalmente que, en origen, **los flujos de ingreso-egreso siguen un patrón preponderantemente asimétrico**, cuyo efecto puede ser acrecentado o atenuado, pero no eliminado, a través del diseño y operación del sistema en lo que se conoce como fenómeno de transporte.

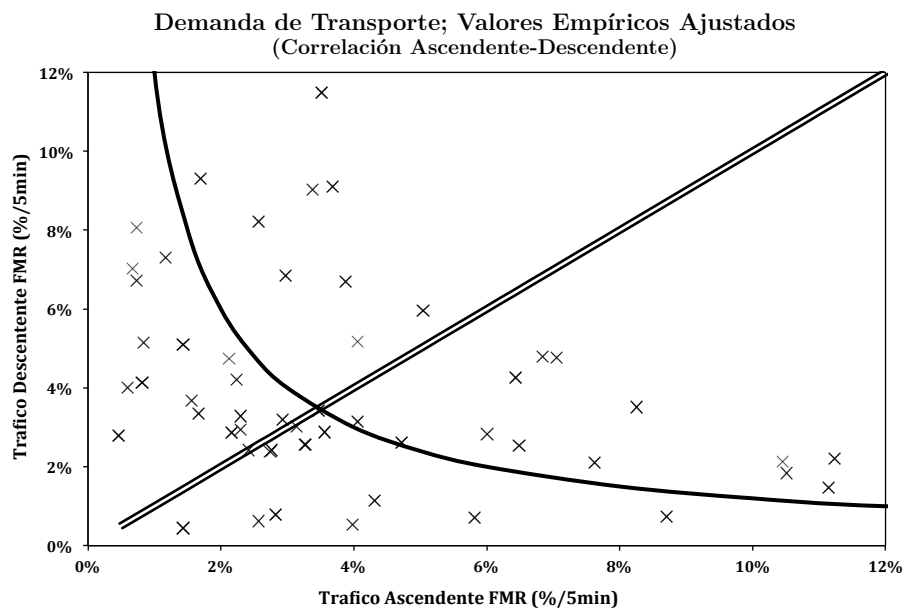


Figura 8.31 Tráfico, correlación entre las componentes ascendente y descendente

En relación con esta última afirmación, retomando los resultados de la implementaciones del Primer y Segundo Apartados, bajo condiciones de operación “Simultánea” y “Minimal” respectivamente, en particular los valores esperados del número de pasajeros en ascenso y descenso; se observa por comparación en las Figura 8.32 y Figura 8.33 que la acción del sistema de transporte tiene un efecto muy significativo en el número de pasajeros servidos por ciclo. Así, la estrategia “Minimal” consigue un incremento notable en el número de pasajeros transportados por ciclo, consistentemente con las expectativas. Sin embargo y conforme a lo probado en este

apartado, suponiendo una distribución Uniforme bi-variada de los puntos en la Figura 8.33, se puede demostrar gráficamente que la carga promedio en cabina ascendería a un 50% de la carga máxima, mientras que el porcentaje óptimo de compensación resultante sería igual al 16,6% de la carga máxima en cabina, como resultado del efecto de las asimetrías de la intensidad del número de pasajeros en ascenso y descenso.

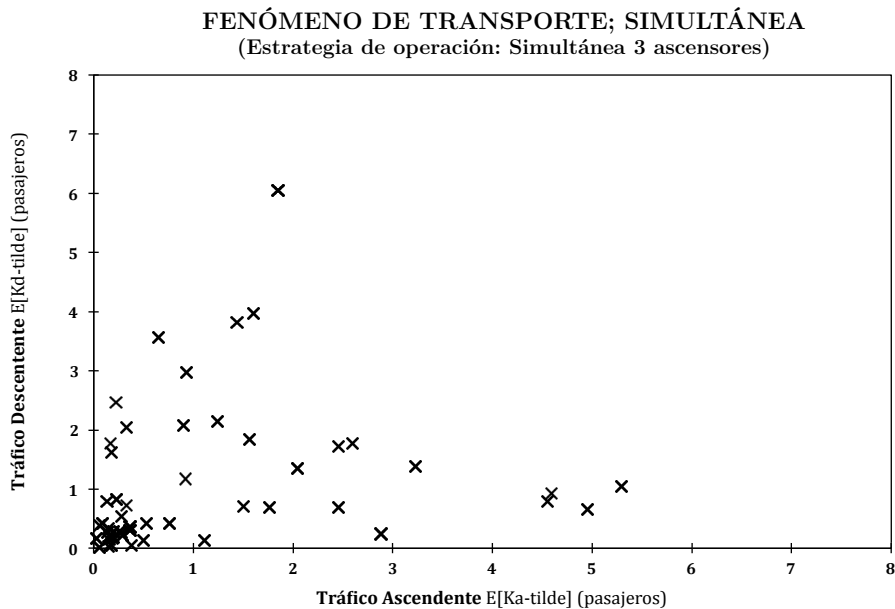


Figura 8.32 Fenómeno de transporte como resultado de la estrategia de operación “Simultánea” de tres ascensores a lo largo de toda la jornada

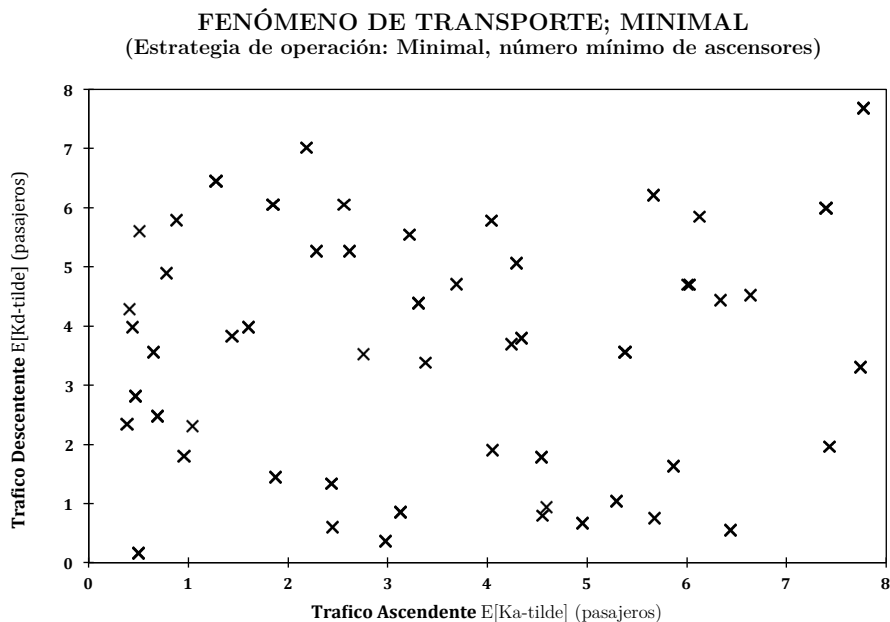


Figura 8.33 Fenómeno de transporte como resultado de la estrategia de operación “Minimal”, con el número mínimo de ascensores posible

## Cuarto Apartado

### 8.4 Implementación Final

#### Introducción

El objetivo del presente apartado es determinar una estrategia de operación con atributos “deseables” a través de un ejercicio de balance que deriva naturalmente de explorar los límites de lo que es técnicamente posible y *a priori* asumible, a través de las diferentes implementaciones y estimaciones emprendidas en este apartado. En cuanto a la optimalidad de la solución se debe enfatizar que, desde una óptica formal, en presencia de un problema “no trivial” con múltiples objetivos a satisfacer simultáneamente y los cuales son antagónicos, toda estrategia Pareto no-dominada es óptima, entendiendo por no-dominadas a todas las soluciones para las cuales es imposible “mejorar” en la realización de un objetivo sin asumir un “sacrificio” en al menos uno de los restantes. Por lo que habiendo multitud de soluciones que satisfacen esta condición, las cuales constituyen la “Frontera Pareto Eficiente”, y son desde el punto de vista teórico igualmente válidas, es necesario incluir hipótesis adicionales bajo la forma de un “criterio de optimalidad” para poder discriminar entre éstas y obtener lo que en términos operativos se asocia con una solución óptima en ingeniería. En este sentido hay que subrayar que la construcción de un criterio robusto de optimalidad implica un intenso trabajo empírico, el cual será tema de futuras investigaciones. Por lo que atendiendo a los objetivos de esta Tesis, en tanto que un argumento de plausibilidad, bastará demostrar que es posible generar estrategias “razonablemente” atractivas, evaluables de manera consistente y comparables por los medios descritos a lo largo de la presente investigación.

En consecuencia, partiendo de los resultados del Primer y Segundo Apartados, se sabe que el subconjunto de posibles soluciones está delimitado por las estrategias “Minimal” y “Simultánea”; subconjunto que es convexo, como resultado de que toda combinación lineal discreta de éstas está contenida en éste, y el cual comprende  $3,95E48$  posibles estrategias. Por lo que frente a la imposibilidad de mapear exhaustivamente el subconjunto de soluciones; en primer lugar se recurrirá a una búsqueda orientada de estrategias atendiendo exclusivamente al consumo energético y la calidad en el servicio expresada por la distribución acumulada del intervalo entre partidas sucesivas. Específicamente la exploración orientada del subespacio solución se efectuará partiendo de la estrategia “Minimal” e imponiendo restricciones regresivas a la magnitud máxima del intervalo hasta alcanzar la estrategia “Simultánea”. En segundo lugar, una vez obtenida una perspectiva de la relación de “trade-off” que liga al consumo energético y al intervalo entre partidas sucesivas, a continuación se refinará la búsqueda de soluciones en el rango que alberga a las estrategias más razonables, conciliando los objetivos energéticos y de servicio. En tercer lugar, con el objetivo de introducir la variación del porcentaje de contrapeso en la valoración de las estrategias, se determinarán los requerimientos de potencia y par motor que un eventual ajuste del contrapeso entrañan, evidenciado que para los trayectos a plena carga se requiere del

motor la capacidad de asumir sobrecargas transitorias. En cuarto lugar, dada la limitada disposición de informaciones públicas en torno a la motorización del sistema seleccionado, se analizarán y reinterpretarán las informaciones disponibles en la literatura, a partir de lo cual se especulará sobre la eventual capacidad del motor de asumir una sobrecarga consistente con una reducción al 40% del porcentaje de contrapeso. En quinto lugar con la finalidad de mitigar el riesgo asociado a la sobrecarga motriz transitoria, se propondrá una estrategia que reduce el número de trayectos individuales a plena carga, denotando el impacto que conlleva en términos de los restantes objetivos y discutiendo las cualidades “deseables” de ésta en términos del ahorro energético que supone. Finalmente se comentará la manera en que los particulares logros de la presente investigación se integran en una línea de investigación que busca la optimización energética de los sistemas de transporte vertical.



### 8.4.1 Exploración Inicial

De acuerdo con lo anunciado previamente en este pasaje se emprende un reconocimiento del espacio de soluciones, atendiendo primordialmente a los objetivos de ahorro energético y calidad en el servicio, donde ésta última se estima comparando la distribución acumulada del intervalo entre partidas sucesivas con las curvas provistas por la industria. Como alternativa pragmática, ante la vasta cantidad de posibles estrategias, que se estiman del orden de  $3,95E48$ , a continuación se propone una estrategia de búsqueda orientada de soluciones, la cual parte del supuesto que de existir una robusta relación de proporcionalidad inversa (trade-off) entre el consumo diario y el intervalo entre partidas sucesivas es posible obtener un mapeo del dominio solución incidiendo sobre alguna de estas variables. Así, partiendo de la estrategia "Minimal" se impusieron restricciones regresivas en decrementos de 10 segundos al intervalo máximo entre partidas sucesivas, lo que en consecuencia requirió incrementar progresivamente el número de ascensores en operación hasta alcanzar la estrategia "Simultánea". Este procedimiento resultó en un total de 16 estrategias, las cuales se describen en detalle en la Tabla 8.29 (página siguiente) y para las que se calculó el consumo energético diario en función del porcentaje de contrapeso, además de otras magnitudes significativas Tabla 8.30. Los resultados obtenidos, en particular las características "Intervalo versus Consumo Energético", Figura 8.34, confirman la existencia de una relación de "trade-off", la cual es más robusta para los indicadores correspondientes al intervalo promedio y mínimo ( $avg\_E[INT]$  y  $min\_E[INT]$ ).

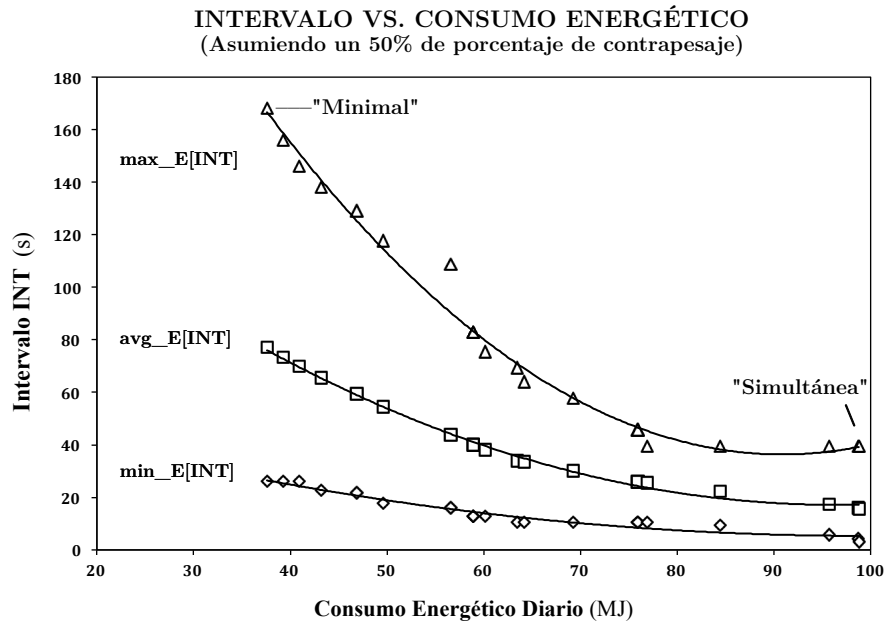


Figura 8.34 Trade-off entre Consumo diario esperado y valores máximo, mínimo y promedio del intervalo



En este sentido, resulta natural que las trayectorias referidas a las magnitudes extremas exhiban mayor volatilidad, donde en particular para el valor máximo del intervalo se observa la presencia de un valor atípico (outlier) el cual ha sido reevaluado y confirmado.

En lo que se refiere a los resultados del cómputo del consumo energético diario, que se muestran en la Tabla 8.30 y que se acompaña de la Figura 8.35 (página a continuación), se observa que las estrategias computadas ofrecen un mapeo irregular del espacio imagen que puede ser atribuido a las no-linealidades inherentes al modelo, así como al efecto de los incrementos discretos en el número de ascensores. En particular se advierte que el subespacio comprendido entre las estrategias  $E[INT] \leq 70s$  y “Simultánea” exhibe las variaciones más importante por lo que se registra una menor densidad en el número de curvas que lo describen. En cuanto al valor de contrapeso que minimiza el consumo energético, se observa que los valores mínimos tienen lugar en un rango que cubre desde un 10% hasta un 15%, lo que es consistente con lo anteriormente probado en el Tercer Apartado del presente Capítulo.

CONSUMO ENERGÉTICO TOTAL POR ESTRATEGIA DE OPERACIÓN																		
(Consumo Energético Total Diario; correspondiente al grupo de tres ascensores)																		
	Minimal	Consumo Total Diario (MJ)														Simultánea		
		$E[INT] < 160$	$E[INT] < 150$	$E[INT] < 140$	$E[INT] < 130$	$E[INT] < 120$	$E[INT] < 110$	$E[INT] < 100$	$E[INT] < 90$	$E[INT] < 80$	$E[INT] < 70$	$E[INT] < 60$	$E[INT] < 40$	$E[INT] < 30$	$E[INT] < 20$		$E[INT] < 10$	
<b>100%</b>	88,0	92,0	95,9	101	109	115	131	136	136	138	146	160	175	177	192	215	221	221
<b>90%</b>	76,8	80,4	83,9	88,6	95,8	101	115	119	119	122	129	141	155	157	170	191	196	196
<b>80%</b>	66,0	69,1	72,2	76,4	82,7	87,6	99,6	104	104	106	112	122	134	136	149	167	172	172
<b>70%</b>	55,7	58,3	61,0	64,6	70,1	74,3	84,6	88,1	88,1	89,9	95,0	104	115	116	127	143	147	147
<b>60%</b>	46,2	48,3	50,5	53,4	58,0	61,5	70,2	73,1	73,1	74,7	78,9	86,4	95,0	96,2	105	119	123	123
<b>50%</b>	37,6	39,2	40,9	43,2	46,8	49,6	56,6	58,9	58,9	60,2	63,4	69,2	75,9	76,9	84,4	95,7	98,7	<b>98,8</b>
<b>45%</b>	34,0	35,4	36,8	38,8	41,9	44,3	50,4	52,4	52,4	53,5	56,3	61,2	66,9	67,8	74,4	84,5	87,2	87,2
<b>40%</b>	30,6	31,7	32,9	34,5	37,2	39,2	44,3	46,0	46,0	47,0	49,3	53,3	58,0	58,8	64,5	73,4	75,8	75,8
<b>35%</b>	27,8	28,7	29,6	30,9	33,0	34,6	38,9	40,3	40,3	41,1	42,9	46,0	49,8	50,4	55,2	62,8	64,9	64,9
<b>30%</b>	25,6	26,2	26,9	27,9	29,5	30,7	34,0	35,1	35,1	35,8	37,2	39,4	42,2	42,7	46,6	52,8	54,6	54,6
<b>25%</b>	23,7	24,0	24,4	25,1	26,2	27,1	29,4	30,2	30,2	30,7	31,6	33,0	34,9	35,3	38,2	43,1	44,5	44,5
<b>20%</b>	23,2	23,4	23,6	24,0	24,7	25,3	26,8	27,3	27,3	27,7	28,2	29,0	30,2	30,4	32,4	35,7	36,7	36,8
<b>15%</b>	23,0	23,1	23,1	23,3	23,5	23,8	24,5	24,7	24,7	24,9	25,1	25,3	25,8	25,9	27,0	28,8	29,4	29,4
<b>10%</b>	24,3	24,2	24,2	24,2	24,3	24,4	24,7	24,8	24,8	24,8	24,9	24,8	25,0	25,0	25,5	26,5	26,7	26,8
<b>5%</b>	26,9	26,9	26,9	26,9	27,0	27,1	27,3	27,4	27,4	27,4	27,5	27,5	27,7	27,7	28,0	28,7	28,8	28,8
<b>0%</b>	29,7	29,8	29,8	29,9	30,0	30,0	30,2	30,3	30,3	30,3	30,4	30,6	30,7	30,8	31,0	31,3	31,4	31,4
										(s)								
<b>max_E[INT]</b>	168	156	146	138	129	118	109	83	83	76	69	58	46	39	<b>39</b>	<b>39</b>	<b>39</b>	<b>39</b>
<b>min_E[INT]</b>	26	26	26	23	22	18	16	13	13	13	11	11	11	11	9	6	4	3
<b>avg_E[INT]</b>	77	73	70	66	59	54	44	40	40	38	34	30	26	26	22	17	16	16
<b>StdDev_E[INT]</b>	42	40	38	36	33	30	22	19	19	18	16	12	8	7	7	10	11	11

Tabla 8.30 Consumo energético diario y otras magnitudes significativas

**CONSUMO ENERGÉTICO DIARIO; RESUMEN**  
(Totales por Estrategia de Operación)

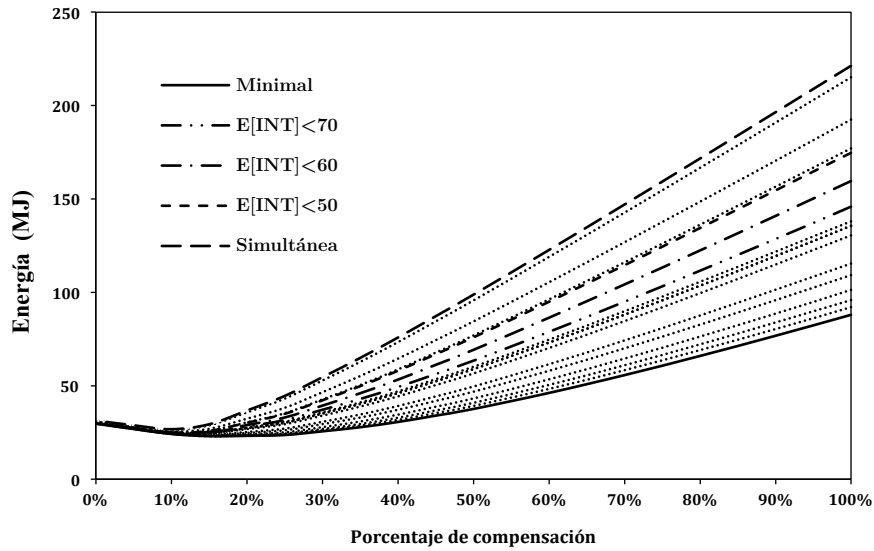
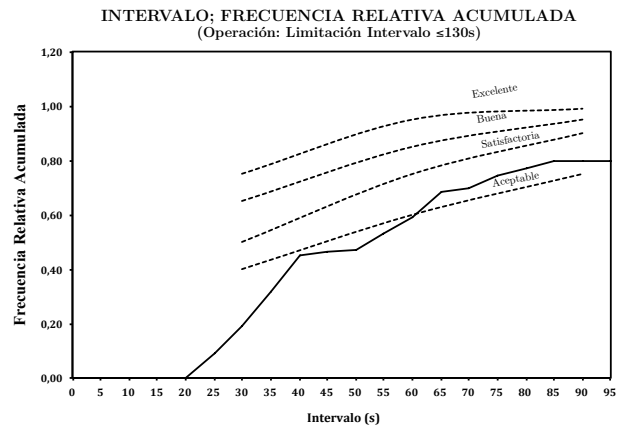
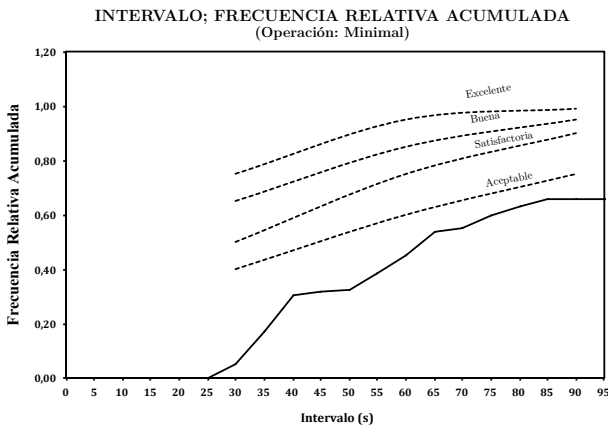
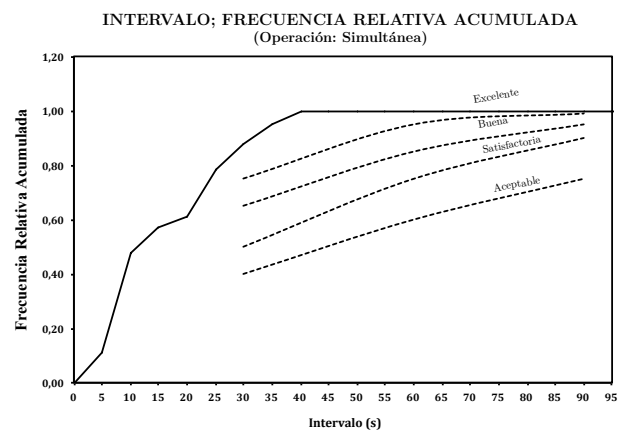
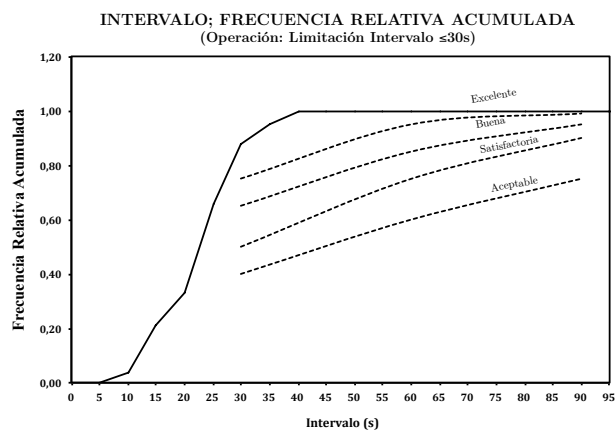
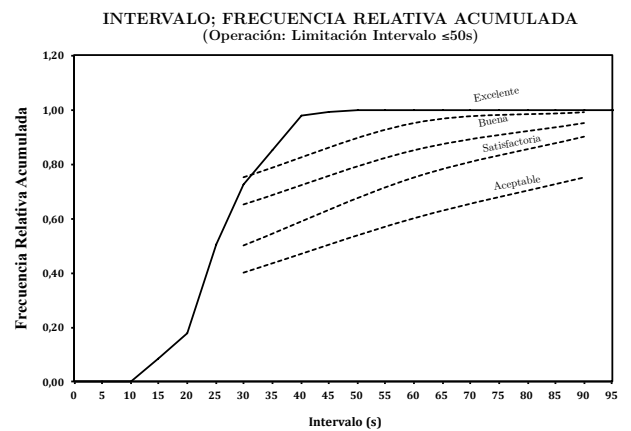
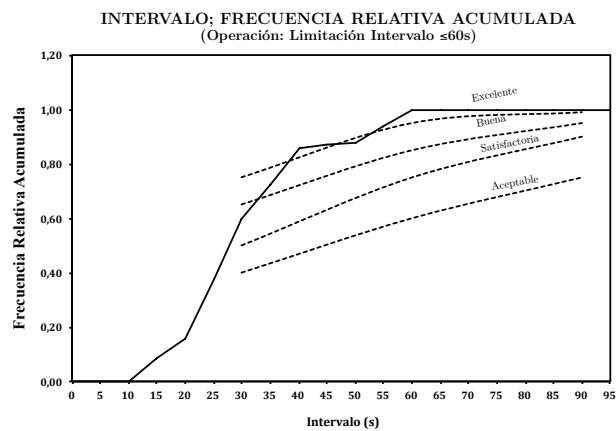
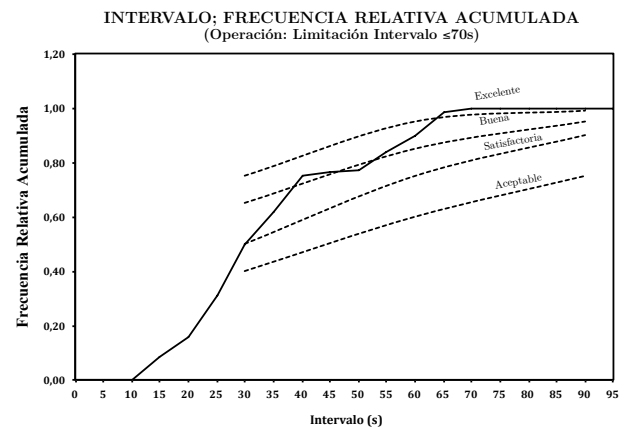
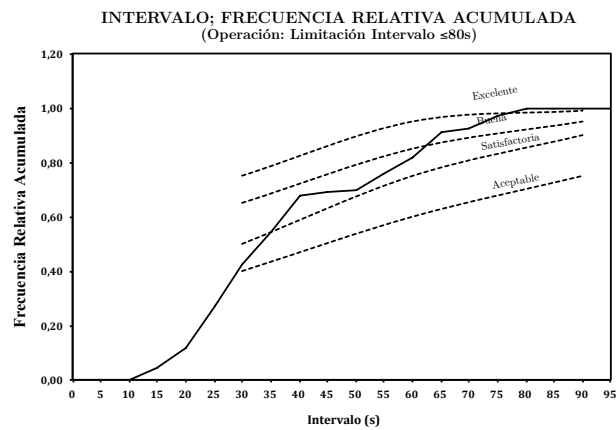
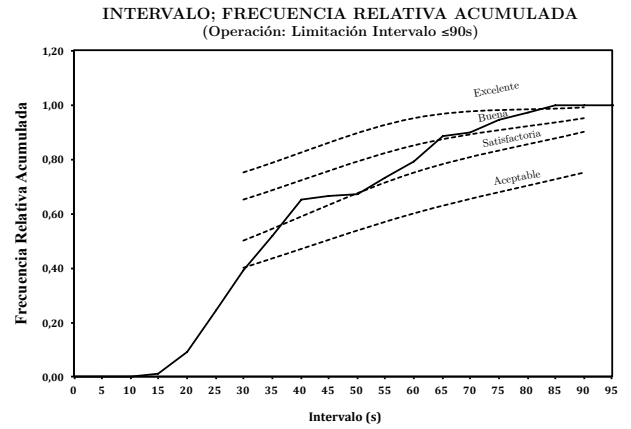
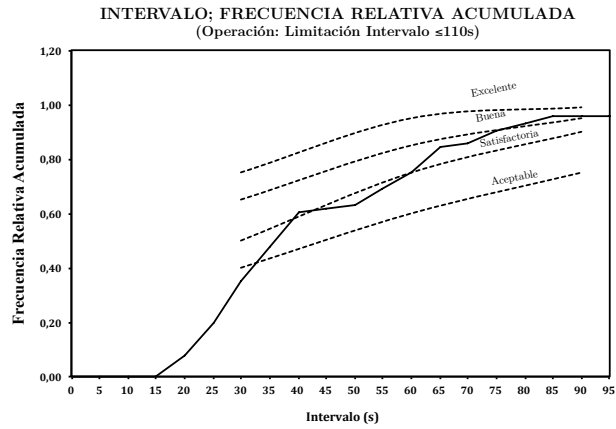


Figura 8.35 Mapeo exploratorio del dominio solución, energía diaria consumida vs porcentaje de compensación

En las siguientes figuras se muestran los cambios en la distribución acumulada del valor esperado del intervalo entre partidas sucesivas que resultan de la implementación de las estrategias anteriormente reseñadas, en donde se incluyen únicamente aquellas para las cuales existen cambios significativos. En particular se advierte que las estrategias  $E[INT] < 60s$  y  $E[INT] \leq 70s$  son las alternativas que razonablemente garantizan una calidad promedio de “Buena” a “Excelente”. Sin embargo, las significativas variaciones de una estrategia a otra, tanto en lo relativo a la calidad del servicio como al consumo, hace necesaria una mejor descripción del subespacio solución en el rango comprendido entre las estrategias  $E[INT] < 50s$  y  $E[INT] \leq 70s$ .





Figuras 8.36 Distribuciones acumuladas del intervalo entre partidas sucesivas y criterio de calidad



Los resultados del cálculo del consumo energético diario por estrategia de operación y porcentaje de compensación se recogen en la Tabla 8.32 que se acompaña de la Figura 8.37 y de la Tabla 8.33 en la que se recogen los consumos diarios relativos considerando como referencia el consumo diario correspondiente a la estrategia “Simultánea” con 50% de porcentaje de compensación.

CONSUMO ENERGÉTICO TOTAL POR ESTRATEGIA DE OPERACIÓN												
(Consumo Energético Total Diario; correspondiente al grupo de tres ascensores)												
Estrategia:	Consumo Total Diario (MJ)										OPT_1	OPT_2
	E[INT]<70	E[INT]<67,5	E[INT]<65	E[INT]<62,5	E[INT]<60	E[INT]<57,5	E[INT]<55	E[INT]<52,5	E[INT]<50			
100%	145,8	147,6	147,6	156,8	159,6	164,7	166,9	169,6	174,8	152,3	147,4	
90%	128,6	130,2	130,2	138,5	140,9	145,5	147,5	149,9	154,6	134,4	130,0	
80%	111,6	113,0	113,0	120,3	122,4	126,5	128,2	130,3	134,5	116,7	112,8	
70%	95,0	96,2	96,2	102,4	104,2	107,7	109,2	111,0	114,6	99,2	95,9	
60%	78,9	79,8	79,8	84,9	86,4	89,3	90,5	92,0	95,0	82,2	79,5	
50%	63,4	64,2	64,2	68,1	69,2	71,4	72,3	73,5	75,9	65,8	63,7	
45%	56,3	56,9	56,9	60,2	61,2	63,1	63,8	64,9	66,9	58,2	56,5	
40%	<b>49,3</b>	<b>49,8</b>	<b>49,8</b>	<b>52,5</b>	53,3	54,8	55,4	56,3	58,0	<b>50,8</b>	<b>49,3</b>	
35%	42,9	43,3	43,3	45,4	<b>46,0</b>	<b>47,2</b>	<b>47,7</b>	<b>48,4</b>	<b>49,8</b>	44,0	42,8	
30%	37,2	37,4	37,4	38,9	39,4	40,3	40,6	41,2	42,2	37,8	36,9	
25%	31,6	31,8	31,8	32,7	33,0	33,6	33,8	34,2	34,9	31,9	31,4	
20%	28,2	28,3	28,3	28,8	29,0	29,3	29,5	29,7	30,2	28,3	28,0	
15%	25,1	25,1	25,1	25,3	25,3	25,5	25,5	25,6	25,8	25,1	24,9	
10%	24,9	24,9	24,9	24,8	24,8	24,9	24,9	24,9	25,0	24,8	24,8	
5%	27,5	27,5	27,5	27,5	27,5	27,6	27,6	27,6	27,7	27,5	27,4	
0%	30,4	30,4	30,4	30,5	30,6	30,6	30,6	30,7	30,7	30,5	30,4	
	(s)											
max_E[INT]	69,4	64,1	64,1	62,2	57,7	55,5	52,6	52,1	45,8	82,8	106,8	
min_E[INT]	10,6	10,6	10,6	10,6	10,6	10,6	10,6	10,6	10,6	12,9	12,9	
avg_E[INT]	34,1	33,5	33,5	30,8	30,1	28,6	28,0	27,3	26,1	35,1	36,9	
StdDev_E[INT]	15,6	15,0	15,0	12,7	11,9	10,5	9,7	9,1	7,8	17,1	18,4	

Tabla 8.32 Consumo energético y otras magnitudes relevantes; estrategias finales

En la Figura 8.37, a manera de referencia, se han representado de manera individual las estrategias “Minimal” y “Simultánea”, además de aquellas correspondientes a  $E[INT]<65$ ,  $OPT_1$  y  $OPT_2$ , donde como resultado de las estrechas diferencias las estrategias  $E[INT]<65$  y  $OPT_2$  aparecen solapadas. Las restantes estrategias se representan por medio de líneas punteadas.

**CONSUMO ENERGÉTICO DIARIO; RESUMEN**  
(Totales por Estrategia de Operación)

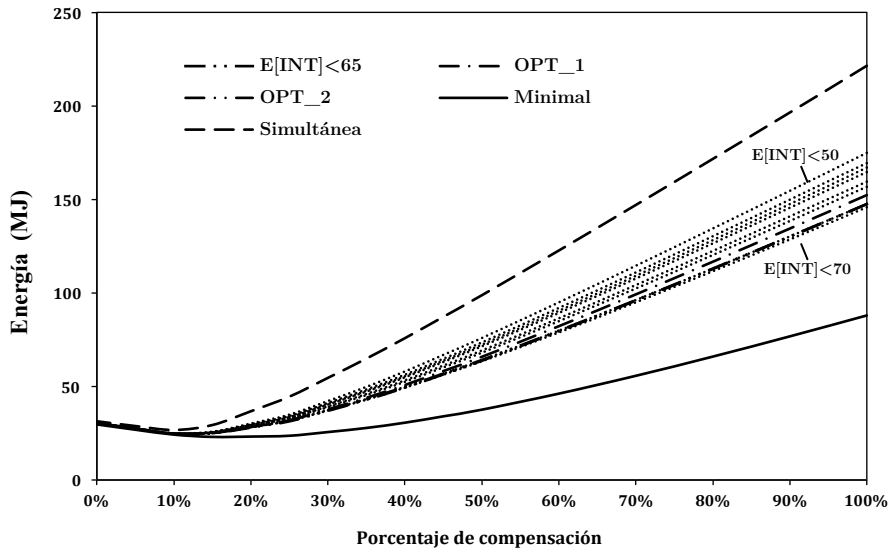


Figura 8.37 Consumo energético diario por porcentaje de compensación, para las estrategias seleccionadas.

**CONSUMO ENERGÉTICO TOTAL POR ESTRATEGIA DE OPERACIÓN**

(Consumo Total Diario, relativo al correspondiente a la estrategia Simultánea y 50% de compensación)

Estrategia:	Consumo Total Diario (%)										
	E[INT]<70	E[INT]<67,5	E[INT]<65	E[INT]<62,5	E[INT]<60	E[INT]<57,5	E[INT]<55	E[INT]<52,5	E[INT]<50	OPT_1	OPT_2
100%	147,6	149,4	149,4	158,8	161,6	166,8	169,0	171,7	177,0	154,2	149,2
90%	130,2	131,8	131,8	140,2	142,7	147,3	149,3	151,8	156,5	136,1	131,6
80%	113,0	114,4	114,4	121,8	124,0	128,1	129,8	131,9	136,1	118,1	114,2
70%	96,2	97,4	97,4	103,6	105,5	109,0	110,5	112,3	116,0	100,5	97,1
60%	79,8	80,8	80,8	86,0	87,5	90,4	91,6	93,1	96,1	83,2	80,5
50%	64,2	65,0	65,0	68,9	70,1	72,3	73,2	74,5	76,8	66,7	64,5
45%	57,0	57,6	57,6	60,9	62,0	63,9	64,6	65,7	67,7	59,0	57,2
40%	<b>49,9</b>	<b>50,4</b>	<b>50,4</b>	<b>53,1</b>	54,0	55,5	56,1	57,0	58,8	<b>51,4</b>	<b>49,9</b>
35%	43,5	43,8	43,8	45,9	<b>46,6</b>	<b>47,8</b>	<b>48,3</b>	<b>49,0</b>	<b>50,4</b>	44,5	43,3
30%	37,6	37,9	37,9	39,4	39,9	40,8	41,1	41,7	42,8	38,3	37,4
25%	32,0	32,2	32,2	33,1	33,4	34,0	34,3	34,6	35,4	32,3	31,7
20%	28,6	28,6	28,6	29,2	29,3	29,7	29,9	30,1	30,6	28,7	28,3
15%	25,4	25,4	25,4	25,6	25,6	25,8	25,8	25,9	26,2	25,4	25,2
10%	25,2	25,2	25,2	25,1	25,1	25,2	25,2	25,2	25,3	25,1	25,1
5%	27,8	27,8	27,8	27,8	27,9	27,9	27,9	28,0	28,0	27,8	27,8
0%	30,8	30,8	30,8	30,9	30,9	31,0	31,0	31,0	31,1	30,8	30,8

Tabla 8.33 Consumo energético relativo y otras magnitudes relevantes; estrategias finales

En lo que se refiere al valor esperado del intervalo entre partidas sucesivas para las estrategias anteriormente referidas, en la Figura 8.38 se representan los resultados correspondientes a los valores: mínimo, promedio y máximo. Obsérvese que los valores máximos, las estrategias *OPT\_1* y *OPT\_2* exhiben un valor significativamente superior al marcado por la línea de tendencia de aquellos resultados obtenidos vía la limitación



del intervalo máximo. Sin embargo, dicha diferencia se torna irrelevante para los valores promedio y mínimos.

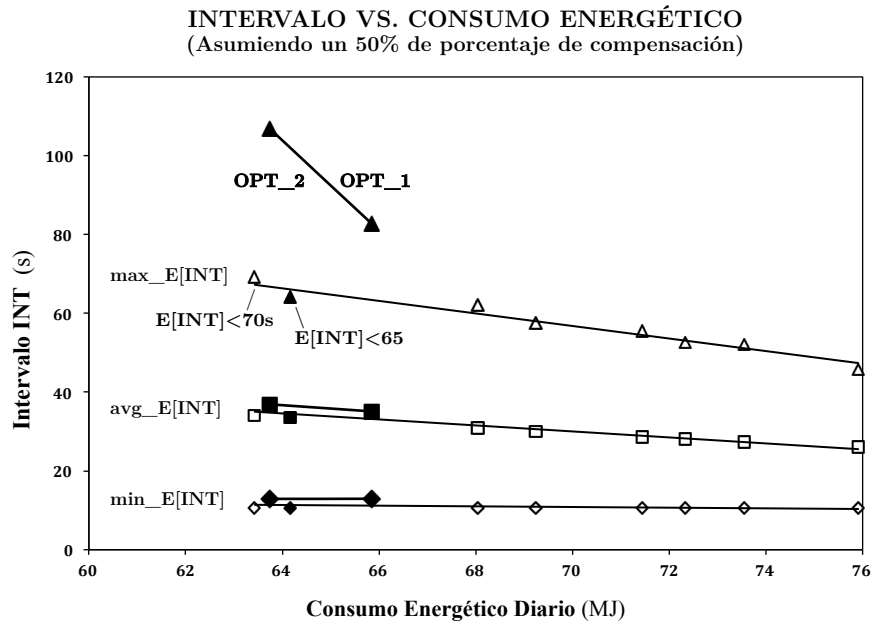


Figura 8.38 Intervalo vs consumo energético diario para las estrategias finales

En cuanto a la distribución acumulada del intervalo, se observa en la Figura 8.39 (a continuación) que, si bien todas exhiben una calidad predominantemente “Buena”, existe una diferencia cualitativa en lo que se refiere a la “ semejanza ” entre las curvas de referencia y la evolución de las trayectorias acumuladas. En este sentido, se advierte que la progresión de las estrategias *OPT\_1* y *OPT\_2* siguen más de cerca la curva umbral correspondiente al criterio “Bueno”.

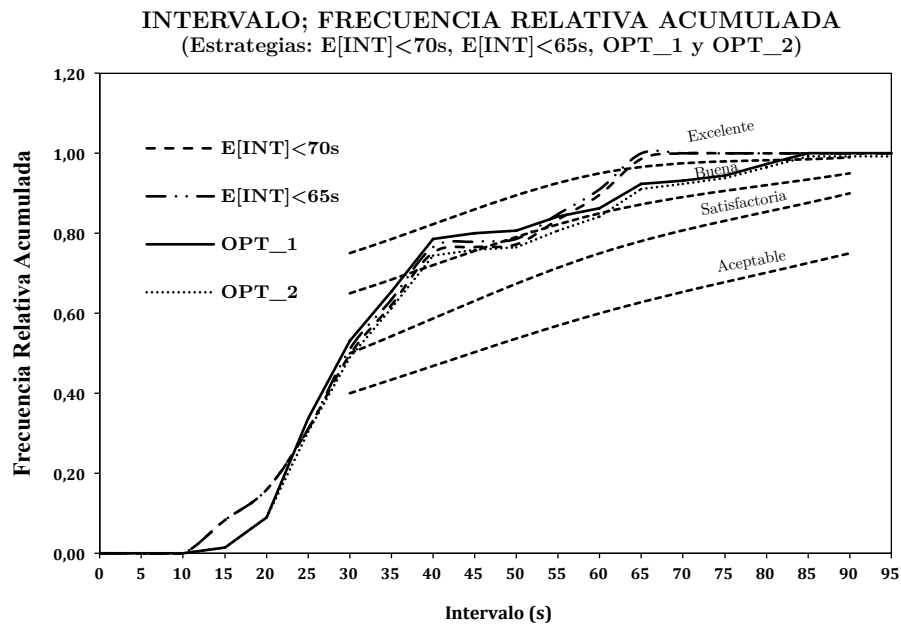


Figura 8.39 Intervalo; distribución acumulada para las estrategias E[INT]<65s, E[INT]<70s, OPT\_1 y OPT\_2

En síntesis, la implementación del algoritmo de búsqueda basado en la restricción regresiva del intervalo se traduce por una variedad de alternativas, que cubren un amplio rango del subespacio solución. De entre dichas opciones, resultan de particular interés las estrategias  $E[INT] < 65s$ ,  $E[INT] < 70s$ ,  $OPT\_1$  y  $OPT\_2$  ya que garantizando un estándar preponderantemente “Bueno” ofrecen, sin modificación alguna del contrapeso, una reducción próxima al 35% en la energía diaria consumida. Adicionalmente, suponiendo un objetivo de ahorro energético próximo al 50%, se advierte que las estrategias anteriormente citadas consiguen dicha reducción a través de una variación menor del porcentaje de compensación de la carga máxima en cabina.

Con el objetivo de evaluar el impacto que en términos de factibilidad técnica supone la variación del porcentaje de contrapeso, en los siguientes pasajes se determinarán en un primer tiempo los requerimientos de potencia y par motriz adicionales que entraña el ajuste del porcentaje de compensación. En segundo lugar se estimará la propensión diaria con que acontecen los episodios de sobrecarga transitoria en función de las diferentes estrategias. Finalmente, a través de una serie de conjeturas en relación al desempeño térmico de los motores de magnetos permanentes, se inferirá la aptitud del motor MX06 de KONE para asumir las sobrecargas transitorias que el eventual ajuste del contrapeso impone.

### 8.4.3 Requerimientos de Par y Potencia Máxima

El objetivo de este pasaje consiste en determinar el incremento en la potencia máxima y par motriz que supone una eventual variación del porcentaje de contrapeso. Para ello en primer lugar, se recupera la expresión de la potencia instantánea máxima, demostrada en el Capítulo 5, además de la potencia instantánea a velocidad de crucero, mostradas a continuación:

$$P_{\max} = \frac{M \cdot A \cdot V_{ter}}{2} \cdot [T^3 + (\alpha_{\min} - 6)T^2 + (10 - 4\alpha_{\min})T + (2\alpha_{\min} - 4)] \quad (8.13)$$

$$P_{\text{unif}} = -M \cdot A \cdot \alpha_{\min} \cdot V_{ter} \quad (8.14)$$

Con la siguiente nomenclatura:

$P_{\max}$  : potencia motriz máxima (W)

$P_{\text{unif}}$  : potencia en régimen de movimiento uniforme (W)

$V_{ter}$  : velocidad terminal de crucero (1m/s)

$A$  : módulo de aceleración, función de  $V_{ter}$  (1m/s)

Donde explicitando la carga en cabina en las variables que intervienen se tiene que:

$$\alpha_{\min} = -\frac{g}{A} \cdot \frac{m_{load} + \varphi \cdot m_{\max}}{2m_e + m_{load} + \varphi \cdot m_{\max}}$$

$$M = 2m_e + m_{load} + \varphi \cdot m_{\max}$$

$$T = \begin{cases} \frac{6 - \alpha_{\min} - \sqrt{\alpha_{\min}^2 + 6}}{3} & \text{para } \alpha_{\min} \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{para } \alpha_{\min} > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$m_e$  : masa de cabina en vacío (1000 kg)

$m_{load}$  : masa de carga en cabina (78,75 kg/pasajero)

$m_{\max}$  : carga máxima en cabina (630 kg)

En lo que se refiere al par máximo, partiendo de la expresión de la fuerza motriz  $Tm$ , determinada en el Capítulo 4, reescrita en términos de la carga en cabina, se tiene que:

$$Tm = g(m_1 - m_2) + a(t) \cdot (m_1 + m_2)$$

$$Tm = g[(m_e + m_{load}) - (m_e + \varphi \cdot m_{\max})] + a(t) \cdot [(m_e + m_{load}) + (m_e + \varphi \cdot m_{\max})]$$

$$Tm = g(m_{load} - \varphi \cdot m_{\max}) + a(t) \cdot (2m_e + m_{load} + \varphi \cdot m_{\max})$$

De donde a continuación para obtener el valor máximo se asume  $a(t) = A$ :

$$\max[Tm] = g(m_{load} - \varphi \cdot m_{\max}) + A \cdot (2m_e + m_{load} + \varphi \cdot m_{\max})$$

$$\max[Tm] = -A \cdot M \cdot \alpha_{\min} + A \cdot M$$

$$\max[Tm] = M \cdot A \cdot (1 - \alpha_{\min})$$

Por lo que el par máximo es igual a:

$$Torque_{\max} = M \cdot A \cdot (1 - \alpha_{\min}) \cdot RS \cdot \frac{\phi_{polea}}{2} \cdot \frac{1}{eff} \quad (8.15)$$

$RS$  : ratio de suspensión (1/2)

$\phi_{polea}$  : diámetro de la polea tractora (0,4m)

$eff$  : eficiencia (0,9)

En cuanto al par “nominal” correspondiente al régimen de movimiento uniforme, éste se obtiene suponiendo  $a(t) = 0$ , tal que:

$$Torque_{\text{nominal}} = -M \cdot A \cdot \alpha_{\min} \cdot RS \cdot \frac{\phi_{polea}}{2} \cdot \frac{1}{eff} \quad (8.16)$$

Finalmente, los resultados del cálculo de las magnitudes anteriormente determinadas se exponen en las cuatro tablas siguientes, en las cuales se incluye adicionalmente unas delimitaciones consistentes con las características técnicas de un motor MX06 de KONE que propulsa a los ascensores de 630kg y 1m/s de velocidad.

KONE MX06

Potencia Máxima 3,7 kW

Par motriz nominal 360 Nm

Par motriz máximo en régimen de aceleración 660 Nm

POTENCIA INSTANTÁNEA MÁXIMA									
(Requerida durante la aceleración; Vter=1m/s, unidades W)									
pasajeros									
	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0%	6459	5703	4951	4206	3471	2750	2053	1395	802
5%	6169	5415	4667	3927	3199	2488	1807	1172	617
10%	5880	5130	4386	3651	2931	2233	1569	963	453
15%	5593	4846	4107	3380	2669	1985	1343	770	308
20%	5309	4566	3832	3112	2413	1745	1129	594	165
25%	5026	4288	3561	2850	2163	1515	928	437	22
30%	4746	4013	3293	2593	1922	1296	742	294	-121
35%	4468	3742	3031	2342	1689	1089	574	151	-264
40%	4194	3474	2773	2099	1466	896	424	8	-407
45%	3923	3211	2522	1864	1254	718	281	-135	-550
50%	3655	2954	2277	1637	1054	556	138	-278	-693
60%	3134	2455	1810	1215	696	267	-148	-563	-979
70%	2633	1984	1380	842	397	-19	-434	-849	-1264
80%	2158	1546	993	526	111	-304	-720	-1135	-1550
90%	1714	1148	659	240	-175	-590	-1006	-1421	-1836
100%	1307	798	370	-46	-461	-876	-1291	-1707	-2122

Tabla 8.34 Potencia Máxima por carga en cabina y porcentaje de compensación

POTENCIA INSTANTÁNEA A VELOCIDAD DE CRUCERO									
(Potencia Instantánea sostenida a velocidad de crucero 1m/s; unidades W)									
pasajeros									
	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0%	6180	5408	4635	3863	3090	2318	1545	773	0
5%	5871	5099	4326	3554	2781	2009	1236	464	-309
10%	5562	4790	4017	3245	2472	1700	927	155	-618
15%	5253	4481	3708	2936	2163	1391	618	-155	-927
20%	4944	4172	3399	2627	1854	1082	309	-464	-1236
25%	4635	3863	3090	2318	1545	773	0	-773	-1545
30%	4326	3554	2781	2009	1236	464	-309	-1082	-1854
35%	4017	3245	2472	1700	927	155	-618	-1391	-2163
40%	3708	2936	2163	1391	618	-155	-927	-1700	-2472
45%	3399	2627	1854	1082	309	-464	-1236	-2009	-2781
50%	3090	2318	1545	773	0	-773	-1545	-2318	-3090
60%	2472	1700	927	155	-618	-1391	-2163	-2936	-3708
70%	1854	1082	309	-464	-1236	-2009	-2781	-3554	-4326
80%	1236	464	-309	-1082	-1854	-2627	-3399	-4172	-4944
90%	618	-155	-927	-1700	-2472	-3245	-4017	-4790	-5562
100%	0	-773	-1545	-2318	-3090	-3863	-4635	-5408	-6180

Tabla 8.35 Potencia por carga en cabina y porcentaje de compensación en régimen de movimiento uniforme

Adviértase en ambas tablas, en la esquina superior izquierda (demarcado por una línea continua), aquellos casos para los cuales la potencia estimada excede los valores fijados en especificaciones del motor MX06. Adicionalmente, como resultado de la revisión de los presentes resultados y consistentemente con las expectativas, se observa que una reducción en el porcentaje de compensación incide incrementando la potencia máxima requerida, incrementos cuyo efecto es más acusado para los trayectos a cabina llena. Es así que por ejemplo, de asumirse el porcentaje óptimo de compensación correspondiente a la estrategia “Minimal” del 15% implicaría un incremento de la potencia máxima del 51% y de un 42% para la potencia a velocidad de crucero. Sin embargo, suponiendo un hipotético ajuste al 40%, el incremento de la potencia máxima y a velocidad de crucero

sería del 13% y 0,2% respectivamente; hipótesis que será posteriormente explorada con mayor detenimiento, pero cuyos incrementos aparentan ser razonablemente asumibles.

En cuanto a los valores correspondientes al par, los resultados se muestran en las dos tablas a continuación.

PAR MOTRIZ MÁXIMO DE ACELERACIÓN									
(Par máximo requerido en régimen de aceleración; $V_{ter}=1m/s, Nm$ )									
	pasajeros								
	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0%	902	810	717	625	533	440	348	256	164
5%	870	778	686	593	501	409	316	224	132
10%	838	746	654	562	469	377	285	192	100
15%	807	714	622	530	437	345	253	161	68
20%	775	683	590	498	406	313	221	129	37
25%	743	651	559	466	374	282	189	97	5
30%	711	619	527	434	342	250	158	65	-27
35%	680	587	495	403	310	218	126	34	-59
40%	648	556	463	371	279	186	94	2	-90
45%	616	524	431	339	247	155	62	-30	-122
50%	584	492	400	307	215	123	31	-62	-154
60%	521	428	336	244	152	59	-33	-125	-217
70%	457	365	273	180	88	-4	-96	-189	-281
80%	394	301	209	117	25	-68	-160	-252	-345
90%	330	238	146	53	-39	-131	-223	-316	-408
100%	267	174	82	-10	-102	-195	-287	-379	-472

Tabla 8.36 Par Máximo (aceleración) por carga en cabina y porcentaje de compensación

PAR MOTRIZ A VELOCIDAD DE CRUCERO Y PARADA									
(Par sostenido a velocidad $V_{ter}=1m/s, Nm$ )									
	pasajeros								
	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0%	687	601	515	429	343	258	172	86	0
5%	652	567	481	395	309	223	137	52	-34
10%	618	532	446	361	275	189	103	17	-69
15%	584	498	412	326	240	155	69	-17	-103
20%	549	464	378	292	206	120	34	-52	-137
25%	515	429	343	258	172	86	0	-86	-172
30%	481	395	309	223	137	52	-34	-120	-206
35%	446	361	275	189	103	17	-69	-155	-240
40%	412	326	240	155	69	-17	-103	-189	-275
45%	378	292	206	120	34	-52	-137	-223	-309
50%	343	258	172	86	0	-86	-172	-258	-343
60%	275	189	103	17	-69	-155	-240	-326	-412
70%	206	120	34	-52	-137	-223	-309	-395	-481
80%	137	52	-34	-120	-206	-292	-378	-464	-549
90%	69	-17	-103	-189	-275	-361	-446	-532	-618
100%	0	-86	-172	-258	-343	-429	-515	-601	-687

Tabla 8.37 Par Nominal por carga en cabina y porcentaje de compensación en régimen de movimiento uniforme

Así como con anterioridad, en las tablas correspondientes a los pares de aceleración y nominal, se observa en la esquina superior izquierda los valores que exceden las especificaciones propuestas. De donde en particular, un ajuste al 40% de compensación, no excede el valor umbral máximo fijado en especificaciones, mientras que para el par nominal lo anterior implica un incremento del 14,4% por encima del valor en especificaciones pero en todo caso inferior al par máximo de aceleración en especificaciones.

En síntesis, como resultado de los cálculos de la potencia y par, se deduce que el ajuste del contrapeso, en particular una reducción del porcentaje de compensación de la carga máxima de cabina, demanda incrementos en la potencia y par, tanto máximos como nominales. En este sentido, considerando la magnitud de los incrementos calculados, resulta difícilmente conciliable, posiblemente imposible, llevar a cabo el ajuste al valor óptimo de compensación sin un consecuente incremento del 50% en la potencia, tanto del motor como del variador de voltaje-frecuencia, lo que evidentemente reduce las perspectivas de implementación en los sistemas de ascensores existentes y supone un incremento de los costos de adquisición en el caso de ascensores nuevos. No obstante, suponiendo una variación más modesta del porcentaje de compensación, de entre un 5% a 10%, y dependiendo de las características del variador y motor, es posible que los incrementos en la potencia y par requeridos sean asumibles a través de la sobrecarga transitoria del motor, para lo cual en el pasaje a continuación se determina la frecuencia y características de los trayectos individuales a plena capacidad.

#### 8.4.4 Ocurrencia de la Sobrecarga Transitoria

Como resultado del cálculo de la potencia y par, anteriormente llevados a cabo, y asumiendo una variación máxima del porcentaje de compensación del 10% se determinó que el evento cuya ocurrencia excede las especificaciones de la motorización se limita a aquellos desplazamientos a cabina llena, 8 pasajeros. Es así que a partir de las matrices de tráfico diarias, calculadas para cada una de las estrategias ensayadas anteriormente es posible determinar el valor esperado del número de desplazamientos diarios con carga en cabina igual a 8 pasajeros, denotado por  $E[\mathcal{N}|Q=8]$ .

TRAYECTOS INDIVIDUALES DIARIOS A PLENA CAPACIDAD																						
(Consumo Relativos con respecto de la estrategia Simultánea al 50%)																						
Estrategia:	Consumo Total Diario (%)																					
	Minimal	$E[INT] < 160$	$E[INT] < 150$	$E[INT] < 140$	$E[INT] < 130$	$E[INT] < 120$	$E[INT] < 110$	$E[INT] < 100$	$E[INT] < 90$	$E[INT] < 80$	$E[INT] < 70$	$E[INT] < 65$	$E[INT] < 62,5$	$E[INT] < 60$	$E[INT] < 57,5$	$E[INT] < 55$	$E[INT] < 52,5$	$E[INT] < 50$	$E[INT] < 40$	Simultánea	OPT_1	OPT_2
50%	38	40	41	44	47	50	57	60	60	61	64	65	69	70	72	73	74	77	78	100	67	65
45%	34	36	37	39	42	45	51	53	53	54	57	58	61	62	64	65	66	68	69	88	59	57
40%	31	32	33	35	38	40	45	47	47	48	50	50	53	54	56	56	57	59	59	77	51	50
35%	28	29	30	31	33	35	39	41	41	42	43	44	46	47	48	48	49	50	51	66	44	43
30%	26	27	27	28	30	31	34	36	36	36	38	38	39	40	41	41	42	43	43	55	38	37
25%	24	24	25	25	27	27	30	31	31	31	32	32	33	33	34	34	35	35	36	45	32	32
Trayectos Diarios (número)																						
$E[\mathcal{N} Q=8]$	102	91	85	80	76	70	64	62	62	62	48	45	34	32	27	23	22	19	18	18	34	41
(%)	2,75	2,43	2,25	2,13	1,98	1,82	1,65	1,59	1,59	1,58	1,23	1,15	0,86	0,80	0,68	0,56	0,53	0,47	0,45	0,43	0,87	1,02
TOTAL	3707	3731	3751	3774	3805	3829	3876	3892	3892	3898	3933	3944	3992	4005	4029	4041	4051	4070	4078	4146	3982	3957
$E[L Q=8]$	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7
Intervalo (s)																						
max	168	156	146	138	129	118	109	83	83	76	69	64	62	58	56	53	52	46	39	39	83	107
min	26	26	26	23	22	18	16	13	13	13	11	11	11	11	11	11	11	11	11	3	13	13
avg	77	73	70	66	59	54	44	40	40	38	34	34	31	30	29	28	27	26	26	16	35	37

Tabla 8.38 Número de trayectos individuales a plena carga y otras magnitudes empleadas en este pasaje

En la Figura 8.40 donde se representa la esperanza del número de trayectos individuales diarios a plena capacidad versus el consumo energético por estrategias, se advierte nuevamente la existencia de una relación de “trade-off” entre dichas variables,

el cual pese a ser relativamente irregular da prueba de la naturaleza “no trivial” del problema. Adicionalmente se advierte que partiendo de la estrategia “Simultánea” y hasta la estrategia  $E[INT] < 50s$ , existe un número de estrategias alternativas para las cuales no hay incremento significativo del número de desplazamientos a cabina llena; a partir de donde se observa un incremento progresivo de dicho número hasta alcanzar un máximo correspondiente a la estrategia “Minimal”. En este sentido, la tendencia general obedece al hecho de que mientras más ascensores entren en operación simultáneamente, menor será la propensión con que acontecen los desplazamientos a cabina llena.

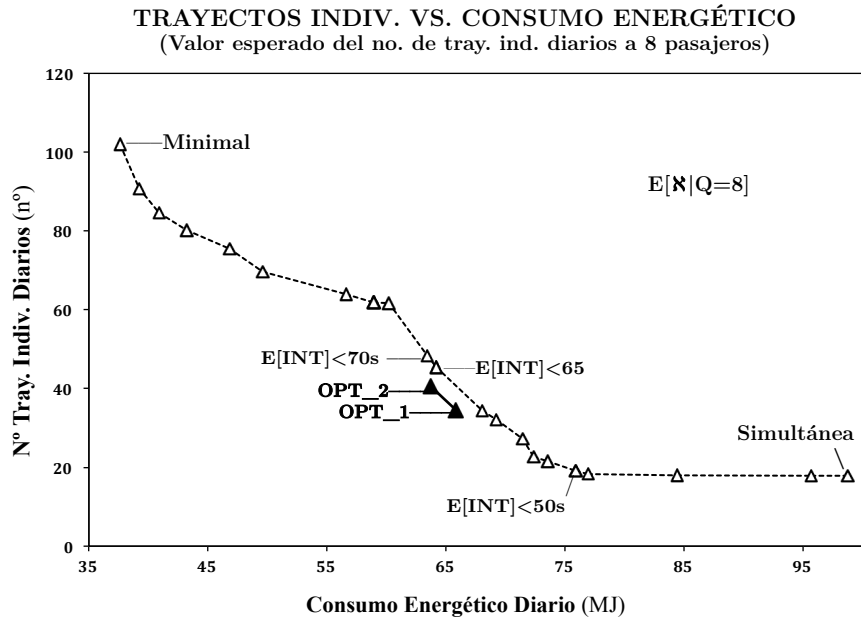


Figura 8.40 Número de trayectos individuales diarios a cabina completa (8 pasajeros)

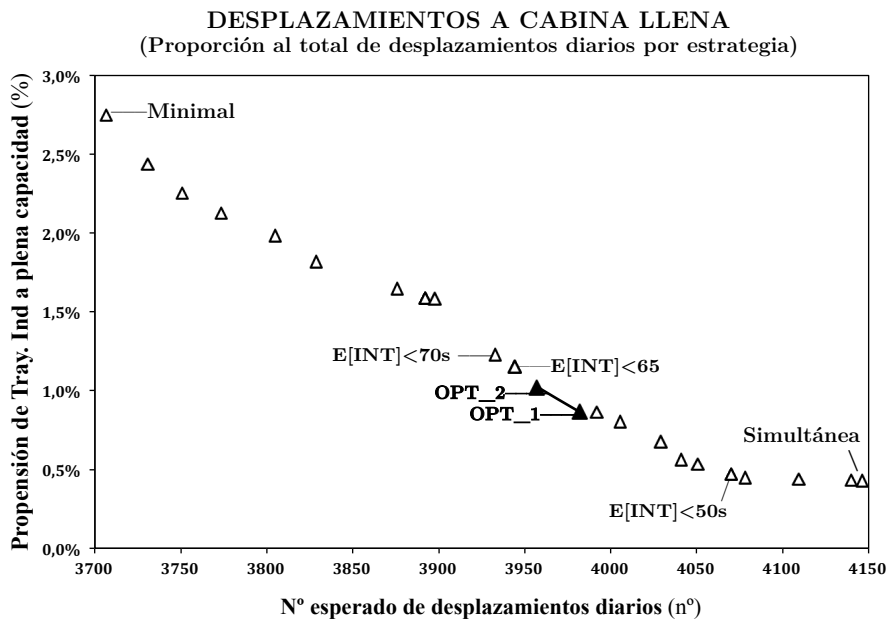


Figura 8.41 Proporción del número de desplazamientos a cabina llena al total diario, por estrategia

Por otro lado, estimando la propensión estadística con que un desplazamiento a plena capacidad acontece y considerando que el número de trayectos individuales diarios varía en función de la estrategia implementada, se observa en la Figura 8.41 que dicha propensión cubre un rango que va desde 0,43% hasta 2,75% para la condición más desfavorable.

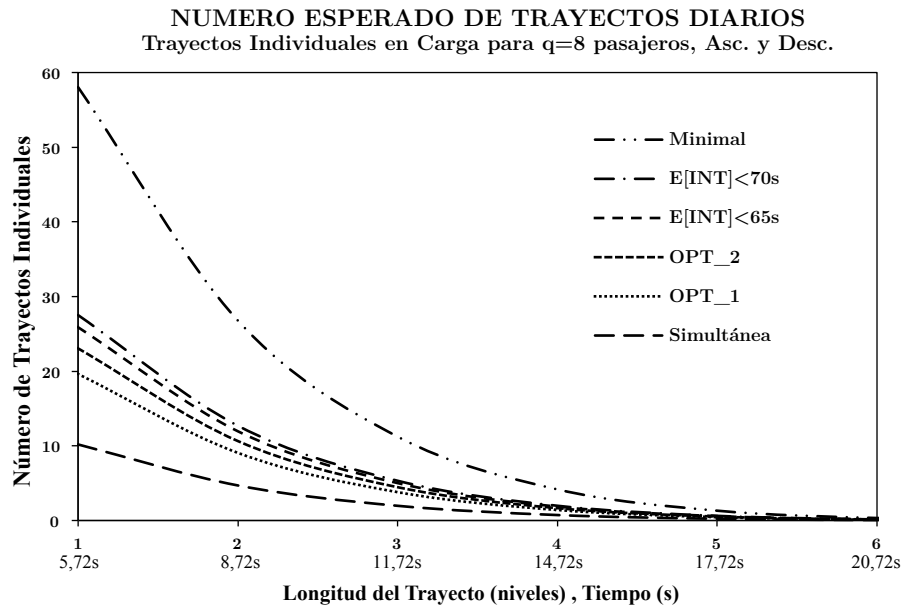


Figura 8.42 Número de trayectos individuales diarios a cabina completa (8 pasajeros) por longitud del desplazamiento para las estrategias más notables

Finalmente, en la Figura 8.42 se representa la composición por longitud de los trayectos individuales diarios a plena carga, donde se advierte en particular que ésta sigue una tendencia exponencial negativa, por lo que a medida que se incrementa la longitud, el número de trayectos individuales se reduce rápidamente. El valor esperado de la longitud correspondiente a los trayectos a máxima carga es igual a 1,7 niveles para todas las opciones exploradas,  $E[L|Q=8] \approx 1,7$ , lo que prueba que los incrementos son proporcionales.

<b>SOBRECARGA MOTRIZ TRANSITORIA</b>				
(Consumo Energético Relativo; a la estrategia Simultánea al 50%)				
Estrategia:	E[INT]<70	E[INT]<65	OPT_1	OPT_2
50%	64,22	64,96	66,66	64,54
45%	57,00	57,61	58,96	57,17
40%	49,93	50,42	51,41	49,94
<hr/>				
$E[N Q=8]$	48	45	34	41
(%)	<b>1,23</b>	<b>1,15</b>	<b>0,87</b>	<b>1,02</b>
TR.IND DIARIOS	3933	3944	3982	3957
<hr/>				
Pmax (W)	4194	4194	4194	4194
(%)	<b>+13,35</b>	<b>+13,35</b>	<b>+13,35</b>	<b>+13,35</b>

Tabla 8.39 Magnitud y probabilidad de ocurrencia de las sobrecargas transitorias



### 8.4.5 Sobrecarga Motriz Transitoria

Los ascensores, pese a no ser frecuentemente citados como tales, son sistemas de control de movimiento (Motion Control Systems) [2] también referidos como servo-sistemas o servo-motores. A diferencia de otras aplicaciones de los motores eléctricos, las aplicaciones de control de movimiento están caracterizadas por ciclos reiterados de aceleración, movimiento a velocidad constante, deceleración y posicionamiento de precisión de la carga. Por lo que en virtud de su modo de operación y en particular la variabilidad de la carga, los criterios de diseño y dimensionamiento de los servo-motores difiere de aquellos empleados en otro tipo de aplicaciones industriales a carga constante. En este sentido, la literatura de control de movimiento aplicada a los ascensores reconoce como requisitos para dichas aplicaciones [2], [3]:

- Alta capacidad de “sobrecarga”
- Par de arranque al 200%
- Operación en cuatro-cuadrantes
- 90-200 puestas en marcha por hora
- Par uniforme (“smooth” sin atascos, lo que se conoce como “clogging”)

En particular la alta capacidad de sobrecarga transitoria se reconoce como la cualidad más fundamental que un servo-motor debe reunir ya que evita el sobre-dimensionamiento del motor que resultaría de un diseño acorde con las especificaciones nominales:

“The fundamental difference between an industrial motor and a servomotor is the overloading capability required to obtain high dynamic performance... ..overloading capability can temporarily be used to avoid the over-dimensioning of the elevator motor. ... As the acceleration and the deceleration phases are typically much shorter compared to the constant speed phase, the sizing of the motor can be reduced by occasionally utilizing the overloading capability of the motor. The duration of the overloading period is limited both by the frequency converter current rating, and by the motor pull-out torque.” [2]

Los motores síncronos de magnetos permanentes (PMSM, por sus siglas en inglés) poseen una elevada capacidad de sobrecarga transitoria, lo que junto a su elevado par de desenganche (pull-out torque), precisión inherente a su sincronía y eficiencia energética, ha hecho de ellos la elección recurrente en el dominio de las aplicaciones de control de movimiento [2], [4], [5]. Las variables fundamentales implicadas en la sobrecarga transitoria de los motores son: potencia, par, corriente, duración y frecuencia; enfatizando específicamente que las tres primeras afectan a la noción de “sobrecarga”, mientras que las dos últimas refieren al adjetivo “transitoria”, estando estas últimas pobremente descritas en la literatura. En cuanto a la capacidad de absorber dichas sobrecargas, la magnitud y duración varía en función de las características específicas de cada motor. En términos generales, para los servo-motores de tecnología PMSM, la literatura muestra gran diversidad en cuanto a los ratios entre valor máximo y nominal, para la potencia y par; sin embargo los casos ejemplificados a través de ésta exceden, en algunos casos largamente, un ratio de 1,5 para todas las

magnitudes anteriormente citadas [4], [6] los cuales satisfacen los requerimientos impuestos por el estándar IEC60034 [7] del International Electrotechnical Committee. La revisión de dicha norma no ha aportado mayores informaciones en relación a la duración y frecuencia de los episodios, ya que si bien ésta reconoce a los PMSM como máquinas síncronas, éstos figuran reiteradamente entre las excepciones, lo que en particular puede responder al carácter general de la norma, destinada a los motores genéricos en detrimento de los motores “a medida” entre los que figuran prominentemente los destinados a las aplicaciones de control de movimiento.

Los motores EcoDisc de KONE son motores síncronos de flujo axial y magnetos permanentes con topología de disco, al que la firma se refiere como “rotational linear-motor”. La capacidad de estos motores se puede apreciar a través de las especificaciones públicas, donde el ratio máximo a nominal del par motriz es igual a 1,8, por lo que siendo superior el par de desenganche al par máximo, se supera el umbral mínimo marcado por la IEC.



Figura 8.43 Motor EcoDisc de KONE Fuente: KONE

En lo que se refiere a las implicaciones que la sobrecarga transitoria tiene para los motores PMSM; partiendo del hecho que el par electromagnético es proporcional a la corriente [2], [8], [9], [10] y las pérdidas en el devanado son proporcionales al cuadrado de la corriente [2], [10]; en consecuencia la sobrecarga demandada y su frecuencia darán lugar a incrementos térmicos que pueden llevar al calentamiento excesivo del estator y el consiguiente fallo de su aislamiento. En cuanto a los magnetos de Neodimio (NdFeB), la acción del estator genera en el cuerpo de éstos corrientes de Foucault, las que a su vez resultan en un incremento de la temperatura, que grosso modo puede considerarse en torno al cuadrado de la corriente del estator. En este sentido, el incremento de la temperatura del motor y en particular de los magnetos es posiblemente la variable más importante que controlar, por lo que prácticamente todos los motores PMSM llevan instalados sensores de temperatura, además de destinarse considerables esfuerzos durante su desarrollo para determinar su capacidad de disipación del calor, tanto a través de simulaciones como por medios empíricos. El problema específico de los PMSM es que los incrementos en la temperatura pueden desencadenar un efecto de avalancha que tiene su origen en la dependencia que la remanencia y coercitividad guardan con respecto de la temperatura.

**MAGNETIZACIÓN VS CAMPO MAGN. APLICADO**  
Curva MH para magnetos NdFeB Grado N33EH

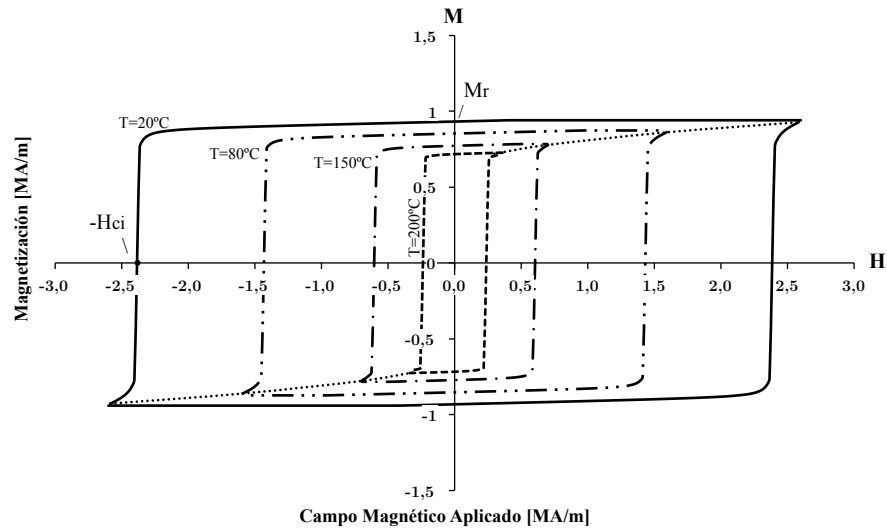


Figura 8.44 Curvas MH para magnetos de NdFeB Grado N33EH con Temperatura de Curie de 320° C.  
Figura a partir del original del fabricante y según la convención expuesta en [11]

**INDUCCIÓN MAGN. VS CAMPO MAGN. APLICADO**  
Curva BH para magnetos NdFeB Grado N33EH

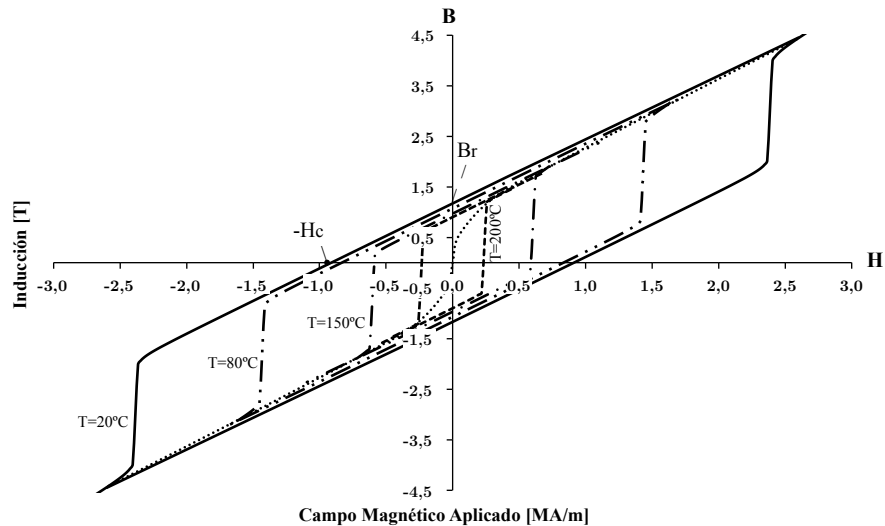


Figura 8.45 Curvas BH para magnetos de NdFeB Grado N33EH con Temperatura de Curie de 320° C.  
Figura a partir del original del fabricante y según la convención expuesta en [11]

En primer lugar, como se puede observar en la Figura 8.44 y Figura 8.45, un incremento de la temperatura de los magnetos tiene por efecto una reducción de la magnetización (M) e inducción (B) para un determinado campo magnético aplicado (H), por lo que para mantener el par se requiere compensar incrementando la magnitud, en valor absoluto, del campo aplicado (H) y por ende de la corriente que alimenta al estator, lo que a su vez genera mayores pérdidas térmicas e induce mayores corrientes de Foucault, que nuevamente inciden incrementando la temperatura y así *ad infinitum*. En segundo lugar, el incremento de la temperatura incide en una reducción muy significativa de la coercitividad intrínseca ( $H_{ci}$ , Figura 8.44), por lo que el proceso

de irreversible desmagnetización ocurre a campos magnéticos aplicados de inferior magnitud en valor absoluto. Si a esto se agrega, como se supuso previamente, que para mantener el par se debe incrementar (en valor absoluto) la magnitud del campo aplicado, entonces se deduce que una sobrecarga de gran magnitud o mayor frecuencia incrementa la propensión de una eventual, pero irreversible, fallo térmico del motor [2], [11].

En lo que concierne a la literatura en materia de motores de magnetos permanentes de topología axial, existen un número de artículos introductorios que describen gráficamente las diferentes tipologías [9], [12], [13], [14]; en particular Shazly enfatiza la escasez de estudios térmicos dedicados a los motores de flujo axial de magnetos permanentes (AFPMSM); adicionalmente como resultado de la revisión de la literatura (43 fuentes) se ha constatado que solamente una reducida proporción de las fuentes abordan los motores “single sided” (AFPMSM-1), es decir motores con un único estator y rotor enfrentados, características consistentes con el motor MX-6 de KONE que propulsa a los ascensores de 630 kg de capacidad y 1 m/s de velocidad. Por otro lado, en lo que concierne a la metodología, la gran mayoría recurren a modelizaciones de diversa naturaleza, aunque no todos efectúan un contraste experimental de los resultados, y únicamente una minoría se enfocan en el calentamiento transitorio, reportando series de tiempo a partir de las que se puedan inferir los parámetros térmicos. De manera general y atendiendo al objetivo de la presente investigación, en la Tabla 8.40 se muestran las fuentes más relevantes, donde hay que notar que dada la diversidad de enfoques e hipótesis es difícil hacer una clasificación categórica.

#### FUENTES RELEVANTES IDENTIFICADAS

Considerando como criterios principales: Análisis Térmico, Contrastación Empírica, Hipótesis de Sobrecarga, Series Temporales, Potencia											
	A. Térmico	AFPMSM-1	Teórico	Empírico	Sobrecarga	Serie Tiempo	Const. Térmica	Ascensores	Potencia (kW)	RPM	Par (Nm)
Campbell et al. (1981) [15]	NO	SI	CAMet	SI	NO	NO	NO	-	0,383	1188	3
Chan (1987) [16]	NO	SI	CAMet	SI	NO	NO	NO	-	3	1500	-
Patterson et al. (1995) [17]	NO	SI	FEA 2D	SI	SI	NO	***	-	1,5	-	-
Zhang et al. (1997) [18]	NO	SI	FEA	SI	NO	NO	NO	-	-	1000-2500	0,6
Ficheux et al. (2001) [19]	SI	NO	LPTM	SI	NO	SI	1800-2000	630kg-1m/s	-	-	-
Funda (2001) [20]	SI	NO	LPTM+FEA	SI	NO	SI	6000	-	30	1600	18
Sitipati et al. (2001) [21]	NO	SI	ASEQ	NO	NO	NO	-	-	0,25-10	1000	30-50
Cavagnino et al. (2002) [22]	SI	NO	LPTM	NO	NO	NO	-	-	-	-	-
Liu et al. (2002) [23]	NO	SI	FEA	SI	NO	NO	-	-	1,5	900	15
Jang et al. (2002) [24]	NO	NO	NO	SI	NO	NO	-	-	-	-	-
Scowby et al. (2004) [25]	SI	NO	ThFM	SI	NO	SI	200	-	-	-	-
Rahman (2004) [26]	NO	SI	FEA	SI	NO	NO	-	-	10	50-1400	320
Parvianen (2005) [27]	SI	NO	LPTM	SI	NO	SI	10000	-	-	-	-
Vilar et al. (2005) [28]	SI	SI	LPTM	SI	SI***	SI	1200-2400	-	1	3000	3,18
Liu et al. (2006) [29]	NO	SI	FEA	SI	NO	NO	-	-	-	150-300	10
Akatsu et al. (2006) [30]	NO	SI	ASEQ	NO	NO	NO	-	-	50	10000	100
Marignetti et al. (2008) [31]	SI	SI	LPTM+FEA	SI	SI	NO	1800	-	2,2	1285	-
Patterson et al. (2009) [5]	NO	SI	-	SI	NO	NO	-	-	8	-	-
Hey et al. (2011) [10]	SI	SI	LPTM	SI	NO	SI	74	-	75	3200	220
Camilleri et al. (2012) [32]	SI	NO	LPTM	NO	NO	NO	-	-	-	-	-

ASEQ: Analítico a partir de las "sizing equations"

CAMet: Computer Assisted Methodology

LPTM: Lumped Parameter Thermal Model

ThFM: Thermo Fluid Model

\*\*\*: no se pueden restituir los cálculos

Tabla 8.40 Relación de las fuentes documentales relevantes.

Como resultado de la revisión de la literatura se desprende que no existe una fuente que satisfaga los requisitos específicos que impone la aplicación emprendida en este documento, que exigiría una evaluación, por medios teóricos y empíricos, del comportamiento térmico dinámico (transitorio) de un motor AFPM 1-1 en el rango de potencia de 3 a 5kW, con similares características geométricas a las de los motores MX-06 de KONE.

Para la determinación del desempeño térmico de los motores y sus capacidad de asumir sobrecargas se deben considerar tanto las variables causales tras la generación del calor, al igual que la capacidad de disipación de la carcasa, la existencia de elementos activos de disipación como ventiladores, lo que es el caso de muchos motores convencionales que poseen un ventilador acoplado al árbol y el cual fuerza un flujo de aire a través del motor, hasta variables como la temperatura y humedad relativa del recinto donde se aloja la maquinaria. Como con anterioridad se ha mencionado, se destinan cuantiosos esfuerzos al estudio del calentamiento durante las etapas de desarrollo de los motores de magnetos permanentes, llevándose a cabo en primer término a través de modelos de Circuitos de Parámetros Concentrados (Lumped Parameter Thermal Model LPTM) y Análisis por Elementos Finitos (FEA), resultados que posteriormente son validados empíricamente por medio de la construcción de prototipos, los cuales son sometidos a una serie de experimentos entre los cuales figuran prominentemente las pruebas de desmagnetización [4]. La complejidad que implica la modelización térmica de los motores eléctricos, se puede apreciar en las siguientes tesis doctorales; dos de la Universidad Tecnológica de Lappeenranta (Finlandia) financiadas por ABB:

- Jussi Puranen, *Induction Motor versus Permanent Magnet Synchronous Motor in Motion Control Applications: A Comparative Study*. Digipaino, Finlandia: Lappeenranta University of Technology, 2006.
- Asko Parviainen, *Design of Axial-Flux Permanent-Magnet Low-Speed Machines and Performance Comparison between Radial-Flux and Axial-Flux Machines*. Digipaino, Finlandia, 2005.

Además de la tesis doctoral de Funda de la Universidad Técnica de Eindhoven:

- Sahin Funda, *Design and Development of a High-speed Axial-flux Permanent Machine*. Eindhoven, Netherlands: Technische Universiteit Eindhoven, 2001.

En estos trabajos se advierte el empleo intensivo de informaciones referentes a la geometría y materiales que componen a los motores, además de los sustanciales recursos invertidos en la construcción de prototipos y las infraestructuras especializadas necesarias para ensayar dichos motores.

En consecuencia, descartando una estimación formal, que está fuera del alcance de la presente investigación; retomando la información disponible y reinterpretándola a continuación se expondrán una serie de indicios que sugieren la capacidad del motor MX-06 de soportar una sobrecarga transitoria como resultado de la reducción del porcentaje de contrapeso.

En la Tabla 8.41 se recogen algunos aspectos contenidos en el artículo de Ficheux *et al.* (2001), que por sus semejanzas constituye un punto de partida verosímil, ya que en él

se describen los aspectos generales de diseño y construcción de un motor AFPM destinado a la propulsión de ascensores de 630 kg (8 pasajeros) de capacidad y 1 m/s. Estos datos se acompañan de los correspondientes al motor MX-06 de KONE.

#### ESPECIFICACIONES COMPARADAS

Ficheux <i>et al</i> (2001) vs. KONE MX-06		
Topología	Ficheux <i>et al</i> (2001) AFPM 1-2 "TORUS"	KONE MX-06 AFPM 1-1
	un estator, dos rotores	un estator, un rotor
Tipo	"slotless"	"sloted"
Potencia Nominal (W)	5050	3700
Potencia Máxima (W)	N/A	N/A
Par Nominal (Nm)	508	360
Par Máximo (Nm)	860	660
Velocidad (rpm)	95	95
Dimensiones del Núcleo		
Diámetro (mm)	724	650
Longitud (mm)	160	120
Volumen (dm <sup>3</sup> )	65,87	39,82
Área (dm <sup>2</sup> )	118,73	90,87
Área/Volumen (dm <sup>-1</sup> )	1,80	2,28
Densidad de Potencia (W/dm <sup>3</sup> )	76,67	92,92
Potencia /Área (W/dm <sup>2</sup> )	42,53	40,72

Tabla 8.41 Especificaciones comparadas del motor desarrollado por Ficheux *et al* (2001) vs motor KONE MX-06

La diferencia más significativa concierne a la topología de los motores, en este sentido el motor presentado por Ficheux *et al.* (2001) [19], es de tipo TORUS, es decir compuesto de dos rotores montados en un mismo eje y un estator central (ver Figura 8.46 a continuación).

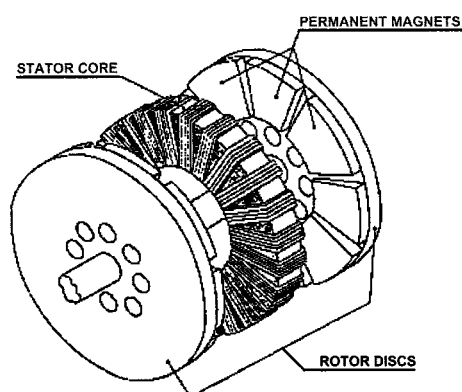


Figura 8.46 AFPM TORUS figura original de Ficheux [19]

En lo que se refiere a la potencia y par existen diferencias significativas a favor del motor TORUS, las cuales rondan un +35%, lo que en principio puede ser atribuido a su mayor diámetro y la presencia de dos discos rotores. En lo que se refiere a la densidad de potencia, expresada en W/dm<sup>3</sup>, el motor de KONE alcanza una densidad 20% superior, lo que en términos térmicos y suponiendo un porcentaje similar de pérdidas, implicaría una mayor concentración volumétrica de calor. No obstante, en lo que concierne a la relación área-volumen el motor KONE obtiene un ratio 25% más

favorable, que pese a la mayor densidad de potencia, da lugar a una relación potencia-área 5% inferior a la del motor TORUS. Esta última magnitud, referida en la literatura como “power to thermal wasting surface ratio” o en el caso de la potencia de pérdidas como “losses to thermal wasting surface ratio”, se emplean como criterio de predimensionamiento (rule of thumb) de los motores y previo a cualquier análisis térmico; por ejemplo Cavagnino *et al* (2002) [22] suponen una capacidad de disipación térmica 2500 W/m<sup>2</sup> en sus estimaciones de la viabilidad de determinados tipos de AFPM vs RFPM. En consecuencia, suponiendo unas pérdidas de entre 40-50%, lo que es largamente generoso, y el área correspondiente del motor KONE, lo anterior resultaría en una potencia máxima de entre 4500-5600 W. En segundo lugar y de aplicarse la relación potencia-área del motor TORUS al motor de KONE, esto supondría una potencia máxima de 3865 W. Sin embargo considerando las diferencias en las configuraciones entre ambos motores, en particular el hecho que para el motor TORUS el estator está confinado entre los dos rotores, por lo que carece de una superficie de radiación al ambiente, mientras que el estator en el motor de KONE está montado sobre la carcasa del motor que actúa a manera de radiador. En consecuencia, basados en la anterior conjetura y asumiendo un porcentaje, conservador, adicional del 10% para la relación potencia-área, resultaría una potencia máxima disipable igual a 4251 W y una relación potencia-área de 46,79 W/ dm<sup>2</sup>.

En tercer lugar en lo referente al carácter dinámico de la sobrecarga, los aumentos de la potencia tienen por efecto incrementos de la temperatura con una tendencia exponencial negativa en el tiempo y que es dominante sobre los efectos de orden superior. En este sentido, los valores correspondientes a la constante de tiempo, reportados o inferidos, mostrados en la Tabla 8.42 a continuación, muestran en su mayoría que el calentamiento es un fenómeno en una escala temporal de decenas de minutos, aunque no se ha encontrado un regresor robusto que permita derivar conclusiones más precisas.

CONSTANTE DE TIEMPO DEL PROCESO DE CALENTAMIENTO

Valores reportados o inferidos a partir de los gráficos del autor		
Autor	$\tau$	Potencia-Área (W/dm <sup>2</sup> )
Ficheux et al. (2001) [19]	30 min	42,53
Funda (2001) [20]	100 min	2716,73
Scowby et al. (2004) [25]	3,3 min	2075,48
Parvianen (2005) [27]	180 min	295,87
Vilar et al. (2005) [28]	20-40 min	-
Marignetti et al. (2008) [31]	30 min	219,32
Hey et al. (2011) [10]	74 s (devanados)	-

Tabla 8.42 Constante de tiempo del proceso de calentamiento, datos reportados o inferidos en la literatura

Ficheux *et al.* (2001) [19] derivan el siguiente Circuito de Parámetros Concentrados, a partir de ensayos repetido del motor bajo las siguientes condiciones:

“The motor was run continuously over 2 h at the nominal speed and with continuous torque of 320Nm to get a recording of both winding and machine

casing temperatures ... Motoring operation with continuous output torque of 320Nm was purposely selected as such a particular load condition is found to be thermally equivalent to a motoring intermittent service with the rated torque output and 40% duty cycle, as generally required for operation of the elevator motor drives.”

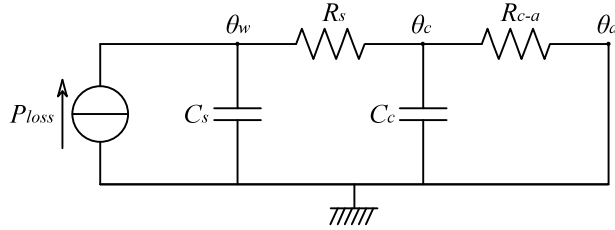


Figura 8.47 Circuito de Parámetros Concentrados, Ficheux *et al.* (2001)

$P_{loss} = P_M \cdot (1 - eff)$	$P_{loss}$ : Potencia de pérdidas térmicas
$P_M$ : Potencia aplicada al motor	$\theta_w$ : Temperatura del devanado
$eff$ : Factor de eficiencia	$\theta_c$ : Temperatura de la carcasa
$R_s = 0,069 \text{ } ^\circ C / W$	$R_s$ : Resistencia térmica estator-carcasa
$R_{c-a} = 0,03795 \text{ } ^\circ C / W$	$R_{c-a}$ : Resistencia térmica carcasa-ambiente
$C_s = 18934 \text{ } J / ^\circ C$	$C_s$ : Capacitancia térmica del estator
$C_c = 49880 \text{ } J / ^\circ C$	$C_c$ : Capacitancia térmica de la carcasa

Los resultados obtenidos por Ficheux *et al.* han sido reproducidos y refrendados mediante el cálculo en diferencias. A continuación, con la finalidad de estimar el incremento de la temperatura del devanado (posiblemente los magnetos) para el motor MX-06 de KONE frente a un incremento sostenido de la potencia, se ha supuesto un escenario catastrófico que, en primera instancia, asume la partida del estado térmico estacionario correspondiente a una potencia de 3090 W, que es el valor de la potencia instantánea a velocidad de crucero suponiendo desplazamientos sucesivos a plena capacidad (8 pasajeros 50% de contrapeso Tabla 8.35). En segundo lugar se asume un incremento sostenido de la potencia, hasta 4200 W, que es el valor correspondiente a la potencia instantánea máxima suponiendo desplazamientos sucesivos a plena capacidad y un porcentaje de compensación del 40% (Tabla 8.34). Los supuestos anteriormente expuestos implican un escenario más demandante ya que, contrariamente a lo supuesto por Ficheux, se asume implícitamente un ciclo de trabajo del 100%. Finalmente, los valores numéricos que intervienen en el Circuito de Parámetros Concentrados se han ajustado para sobre la base de las relaciones dimensionales (Tabla 8.41) según se describe a continuación, donde los parámetros refieren directamente a los descritos en la Figura 8.47:

$R_{s,kone} = R_{s,torus}$	$R_{s,kone} = 0,069 \text{ } ^\circ C / W$
$R_{c-a,kone} = \frac{R_{c-a,torus} \cdot A_{torus} \cdot V_{kone}}{A_{kone} \cdot V_{torus}}$	$R_{c-a,kone} = 0,02997 \text{ } ^\circ C / W$
$C_{s,kone} = \frac{C_{s,torus} \cdot V_{kone}}{V_{torus}}$	$C_{s,kone} = 11445 \text{ } J / ^\circ C$
$C_{c,kone} = \frac{C_{c,torus} \cdot V_{kone}}{V_{torus}}$	$C_{c,kone} = 30153 \text{ } J / ^\circ C$
	$eff = 0,85$
	$P_M = 4200W$



Los resultados comparados se muestran en la Figura 8.48, donde se observa que, debido al ajuste volumétrico de los parámetros el modelo correspondiente al motor de KONE, éste incrementa más rápidamente su temperatura como resultado de su menor inercia térmica; sin embargo, su temperatura a largo plazo es inferior a la del modelo del motor TORUS, debido a la relación área-volumen más favorable del primero. Finalmente, el modelo muestra que sosteniendo este escenario extremadamente inverosímil a lo largo de 20 minutos, el incremento esperado de la temperatura del devanado sería de aproximadamente 10°C, lo que en conjunto con la temperatura terminal de 87,2°C se puede suponer asumible en términos del aislamiento, recubrimiento (“lining”) y adhesivo de la Clase 155 IEC 60085 (antiguamente Clase F) frecuentemente empleados en los motores eléctricos.

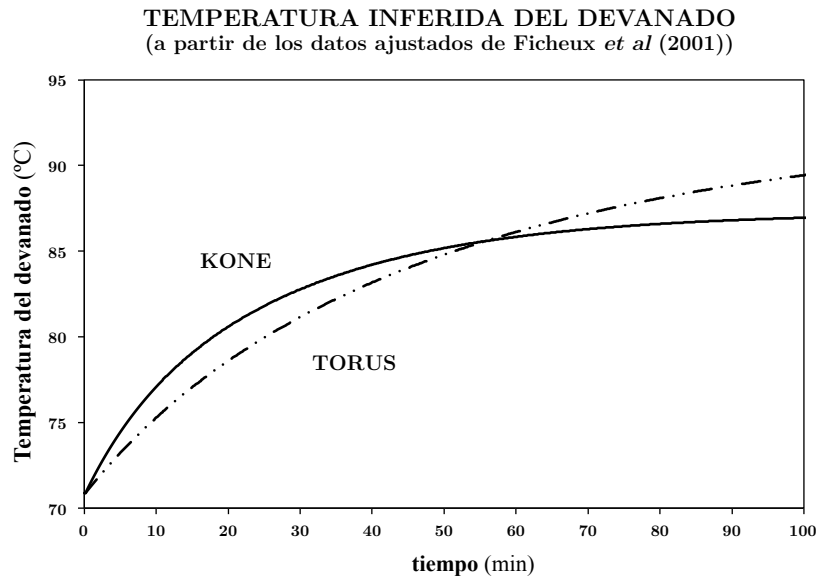


Figura 8.48 Temperatura inferida del devanado para modelo ajustado de Ficheux para 4200W de potencia

En lo que concierne a los imanes de NdFeB, la temperatura máxima de operación de la oferta de mercado cubre un rango desde 80°C hasta 230°C, con temperaturas de Curie de 310-340°C. En todo caso y de forma consistente con la clasificación del aislamiento y otros, Clase 155, es verosímil asumir que para los motores de imanes permanentes se recorra a aquellos con temperatura máxima de operación superior o igual a 150°C, lo que se corresponde con las especificaciones propuestas por Funda [20] (33SH) y Pop [33](35SH). Finalmente, la literatura sugiere alternativas de último recurso como la instalación de un sistema de enfriamiento por aire o agua que opere únicamente en casos de extrema necesidad [5], la reducción temporal de la velocidad [21] o la sustitución por motores “multi-stage” que permitan modular el número de unidades alimentadas en función de los requerimientos de potencia [12].

En conclusión, enfatizando en primera instancia la naturaleza especulativa de la discusión, los indicios anteriormente aportados sugieren como una hipótesis plausible y susceptible de escrutinio empírico, la capacidad del motor KONE MX-06 de asumir una sobrecarga transitoria igual a un 15% por encima de su capacidad nominal por un periodo de hasta 20 minutos, lo que equivale a 36 trayectos sucesivos de 10 plantas de longitud, evento extremadamente remoto si no imposible, además de la naturaleza

esporádica de los desplazamientos a cabina llena, según consta en la Figura 8.41, los cuales ascienden a un 1%. En lo que concierne a la magnitud estimada de la potencia máxima asumible, los resultados de las estimaciones arrojan un valor igual a 4200W, lo que permitiría eventualmente reducir el porcentaje de compensación hasta un 40% (Tabla 8.34), lo que a su vez en función de las diferentes estrategias anteriormente exploradas (Tabla 8.33) supondría un ahorro energético relativo de entre 40% a 50% con respecto de la estrategia “Simultanea” a 50% de compensación.

### 8.4.6 Estrategia “Optimizada”

En este pasaje se propone finalmente una estrategia “optimizada” resultado de la combinación lineal de las estrategias anteriormente expuestas, con la particularidad de que ésta reduce la propensión con que acontecen los trayectos a máxima carga, lo que es una característica “deseable” en términos de la incertidumbre que pesa sobre la capacidad del motor para asumir sobrecargas transitorias, atendiendo a las conjeturas expuestas en el pasaje inmediatamente anterior. A este respecto resulta oportuno enfatizar que el adjetivo “optimizada” responde al criterio pragmático en ingeniería, el cual se refiere al proceso de balance llevado a cabo sobre la base de informaciones y recursos limitados con la finalidad de obtener una solución que, no obstante perfectible, constituya una mejora con respecto del estado del arte en términos de prestaciones.

La estrategia resultante, por número de ascensores en operación se describe en la Tabla 8.43 a continuación.

ESTADO ESTACIONARIO; HIPÓTESIS DE OPERACIÓN OPTIMIZADA OPT_3											
Considerando la Operación con el Número Mínimo de Ascensores											
Tiempo		Tiempo		Tiempo		Tiempo		Tiempo		Tiempo	
#	NA	#	NA	#	NA	#	NA	#	NA	#	NA
08:00	1	10:00	3	12:00	2	14:00	2	16:00	2	18:00	2
08:05	1	10:05	3	12:05	2	14:05	2	16:05	2	18:05	2
08:10	1	10:10	3	12:10	2	14:10	2	16:10	2	18:10	2
08:15	1	10:15	3	12:15	2	14:15	2	16:15	2	18:15	2
08:20	1	10:20	3	12:20	2	14:20	2	16:20	2	18:20	3
08:25	1	10:25	3	12:25	2	14:25	3	16:25	2	18:25	3
08:30	1	10:30	3	12:30	2	14:30	3	16:30	2	18:30	3
08:35	1	10:35	3	12:35	2	14:35	3	16:35	2	18:35	3
08:40	1	10:40	3	12:40	2	14:40	3	16:40	2	18:40	3
08:45	1	10:45	2	12:45	2	14:45	3	16:45	2	18:45	3
08:50	1	10:50	2	12:50	2	14:50	3	16:50	2	18:50	2
08:55	1	10:55	2	12:55	3	14:55	3	16:55	2	18:55	2
09:00	2	11:00	2	13:00	3	15:00	3	17:00	2	19:00	2
09:05	2	11:05	2	13:05	3	15:05	3	17:05	2	19:05	2
09:10	2	11:10	2	13:10	3	15:10	3	17:10	2	19:10	2
09:15	2	11:15	2	13:15	3	15:15	3	17:15	2	19:15	2
09:20	2	11:20	2	13:20	3	15:20	2	17:20	2	19:20	2
09:25	2	11:25	2	13:25	3	15:25	2	17:25	2	19:25	2
09:30	3	11:30	2	13:30	3	15:30	2	17:30	2	19:30	2
09:35	3	11:35	2	13:35	3	15:35	2	17:35	2	19:35	2
09:40	3	11:40	2	13:40	3	15:40	2	17:40	2	19:40	2
09:45	3	11:45	2	13:45	3	15:45	2	17:45	2	19:45	1
09:50	3	11:50	2	13:50	3	15:50	2	17:50	2	19:50	1
09:55	3	11:55	2	13:55	2	15:55	2	17:55	2	19:55	1

Tabla 8.43 Estrategia Optimizada, número de ascensores en operación

En cuanto a los resultados correspondientes al consumo energético diario, reportados en la Tabla 8.44, se advierte que la reducción conseguida, vía la implementación exclusiva de la estrategia *OPT\_3*, ronda el 33%. Si adicionalmente se complementa esta estrategia con el ajuste del contrapeso a un 40%, entonces el consumo diario esperado, en términos relativos a la estrategia “Simultánea” al 50%, sería de un 51,64%, lo que representa un ahorro energético de 48,36%.

CONSUMO ENERGÉTICO; ESTRATEGIA OPTIMIZADA: OPT_3				
(Consumo Energético Diario; correspondiente al grupo de tres ascensores)				
Consumo Diario (MJ)				
Compensación	Ascenso	Descenso	Total	Relativo *
50%	1,90	64,21	66,11	66,93%
45%	2,62	55,81	58,43	59,16%
40%	3,52	47,48	51,01	51,64%
35%	4,54	39,47	44,01	44,56%
30%	6,02	31,79	37,80	38,27%
25%	7,63	24,24	31,86	32,26%
20%	10,40	17,86	28,26	28,61%
15%	13,34	11,66	25,00	25,31%
10%	17,75	6,98	24,73	25,04%
5%	23,62	3,81	27,43	27,77%
0%	29,65	0,82	30,47	30,85%
			(s)	
max_E[INT]			106,81	
min_E[INT]			12,91	
avg_E[INT]			35,44	
StdDev_E[INT]			18,37	
			(nb)*	
E[ $\mathbf{N}$   Q=7]			61,15	
E[ $\mathbf{N}$   Q=8]			28,32	
			(niveles)	
E[L   Q=7]			1,75	
E[L   Q=8]			1,68	

\*Relativo al consumo correspondiente a la estrategia 'Simultánea' y 50% de compensación

Tabla 8.44 Estimación de la energía diaria consumida correspondiente a la estrategia optimizada OPT\_3

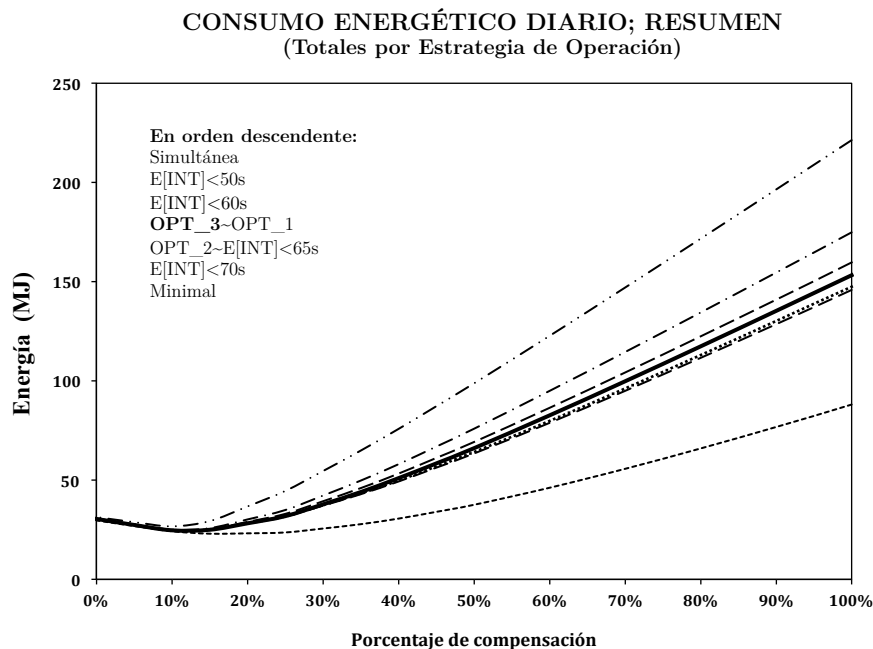


Figura 8.49 Consumo energético diario por porcentaje de compensación y estrategia

En comparación con las estrategias más notables anteriormente identificadas y suponiendo un ajuste del contrapeso al 40%, se observa Figura 8.49 que las diferencias entre las estrategias  $E[INT] < 65s$ ,  $OPT_1$ , 2 y 3 son prácticamente inapreciables, ya que cubren un rango de 49,3-51,1 MJ (Tabla 8.32 y Tabla 8.44), lo que en términos del consumo relativo es una diferencia de un 1,65%.

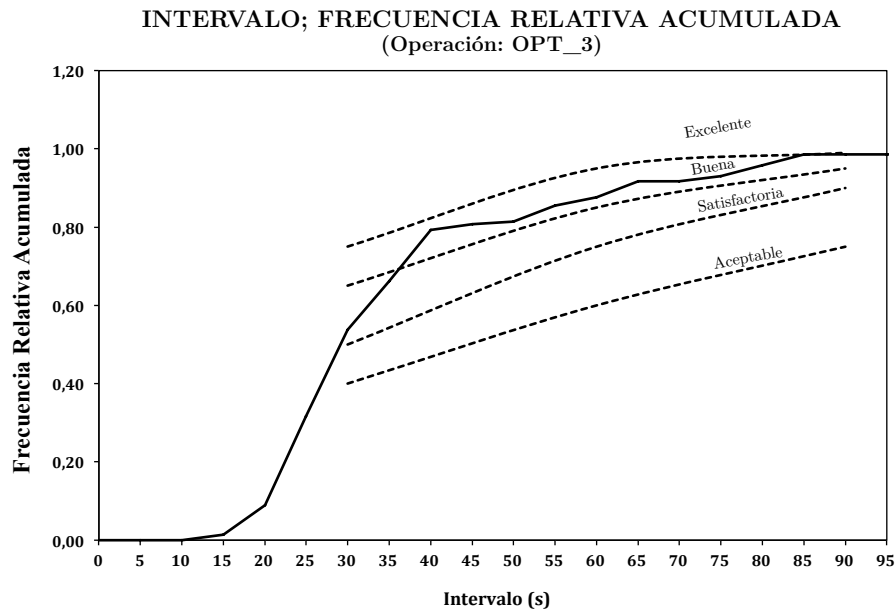


Figura 8.50 Calidad en el Servicio, estrategia OPT\_3

En cuanto a la distribución acumulada del valor esperado del intervalo (tiempo entre partidas sucesivas), se observa que la estrategia  $OPT_3$  es preponderantemente superior al criterio umbral correspondiente a una calidad “Buena” según los criterios de la industria.

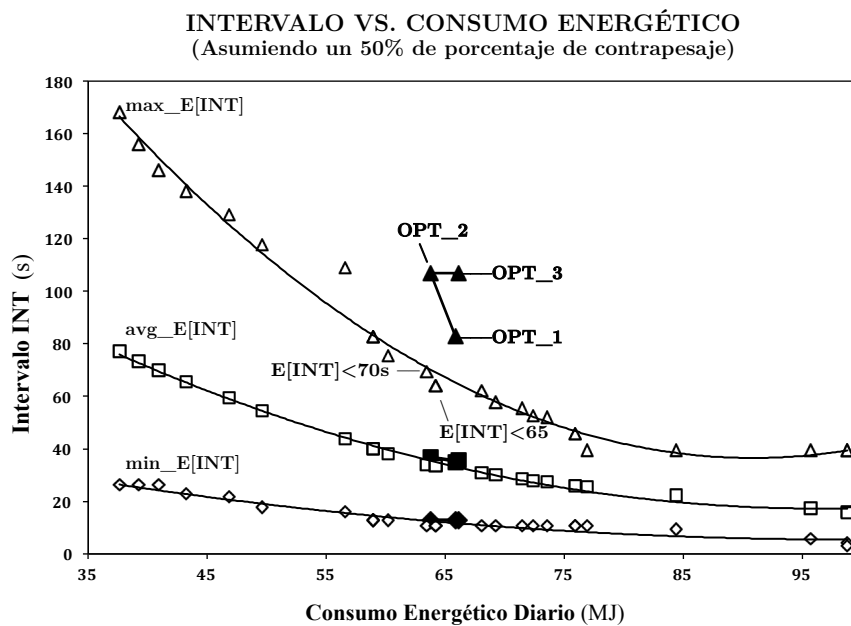


Figura 8.51 Variabilidad del intervalo vs. consumo energético diario en función de la estrategia de operación; valor máximo, promedio y mínimo

En cuanto a la variabilidad del intervalo y por comparación con las estrategias rivales, se observa que los valores correspondientes al promedio y mínimo ( $avg\_E[INT]$  y  $min\_E[INT]$ ) de las estrategias  $OPT\_1, 2$  y  $3$  no son significativamente superiores a la tendencia, sin embargo en lo que concierne al valor máximo se observa un notable incremento, que pese a su magnitud tiene poca incidencia en el valor promedio dada su baja ocurrencia, como más adelante se mostrará.

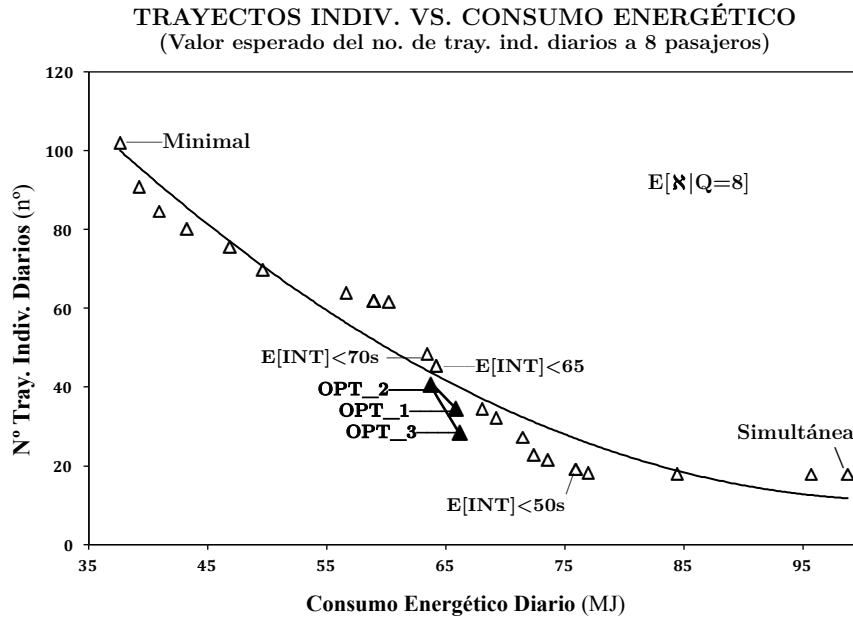


Figura 8.52 Número de trayectos diarios a máxima capacidad (8 pasajeros) vs. consumo energético diario.

En lo que se refiere al valor esperado del número de trayectos individuales diarios a plena capacidad (Figura 8.52) y por ende la propensión de los episodios de sobrecarga motriz transitoria, se observa que la estrategia  $OPT\_3$  consigue una reducción apreciable con respecto de las estrategias en el mismo rango de consumo. El número esperado de trayectos es igual a 28,32, por lo que considerando que el grupo esta compuesto por tres idénticas unidades y en virtud de la Propiedad de Divisibilidad, se esperaría que cada ascensor asumiese de 9 a 10 sobrecargas transitorias al día. Adicionalmente, considerando la longitud inferida de los desplazamientos a plena capacidad, Figura 8.53 (a continuación), se advierte que los trayectos más numerosos acontecen a menor longitud. Para la estrategia  $OPT\_3$  aproximadamente un 60% de dichos trayectos presentan en términos estadísticos una longitud de 1 nivel (3 metros), seguidos de un 25% a 2 niveles y así sucesivamente siguiendo una tendencia exponencial negativa, resultando un valor esperado de 1,68 niveles (Tabla 8.44).

**NÚMERO ESPERADO DE TRAYECTOS DIARIOS**  
 Trayectos Individuales en Carga para  $q=8$  pasajeros, Asc. y Desc.

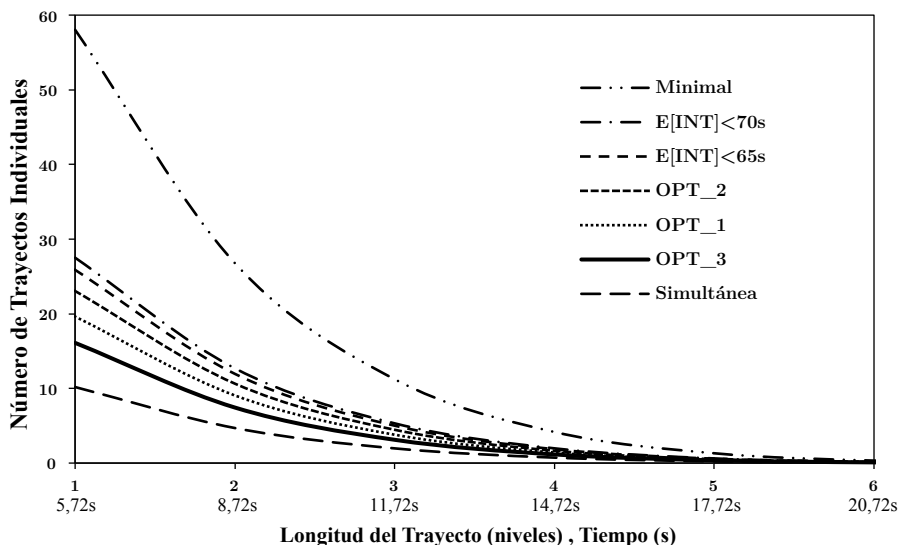


Figura 8.53 Valor esperado del número de trayectos individuales diarios a plena capacidad en función de la longitud del desplazamiento

Finalmente, en cuanto al porcentaje de trayectos individuales a plena carga, se advierte en la Figura 8.54, que para la estrategia *OPT\_3* éstos representan un 0,71% sobre el total de desplazamientos diarios. Adicionalmente y pese a inducir un incremento en el número de trayectos individuales diarios, la estrategia *OPT\_3* consigue una reducción efectiva del número de los desplazamientos a plena capacidad, tal y como se ha expuesto anteriormente y que se aprecia en la Figura 8.52.

**DESPLAZAMIENTOS A CABINA LLENA**  
 (Proporción al total de desplazamientos diarios por estrategia)

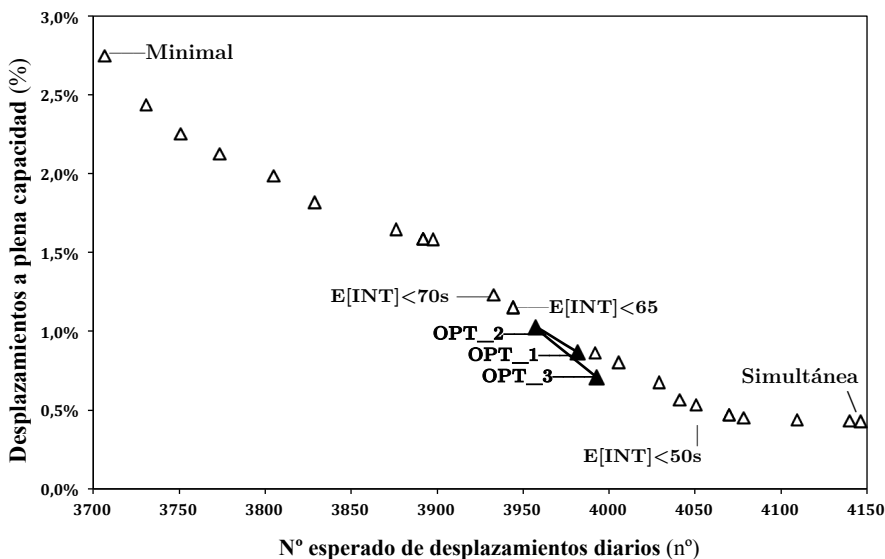


Figura 8.54 Porcentaje de trayectos individuales a plena carga respecto del total diario por estrategia

### 8.4.7 Trade-offs

A través de la evaluación de un número limitado de alternativas es posible estimar las relaciones de intercambiabilidad que ligan los diferentes indicadores de la calidad en el servicio con el consumo energético. Esto último en particular supone una contribución singular y significativa que confirma lo observado previamente por Smith *et al.* (2004) [34] y Tyni e Ylinen (2006) [35], con la particularidad que en este caso se proporcionan los métodos explícitos y directos para estimar dicha relación, Figura 8.55.

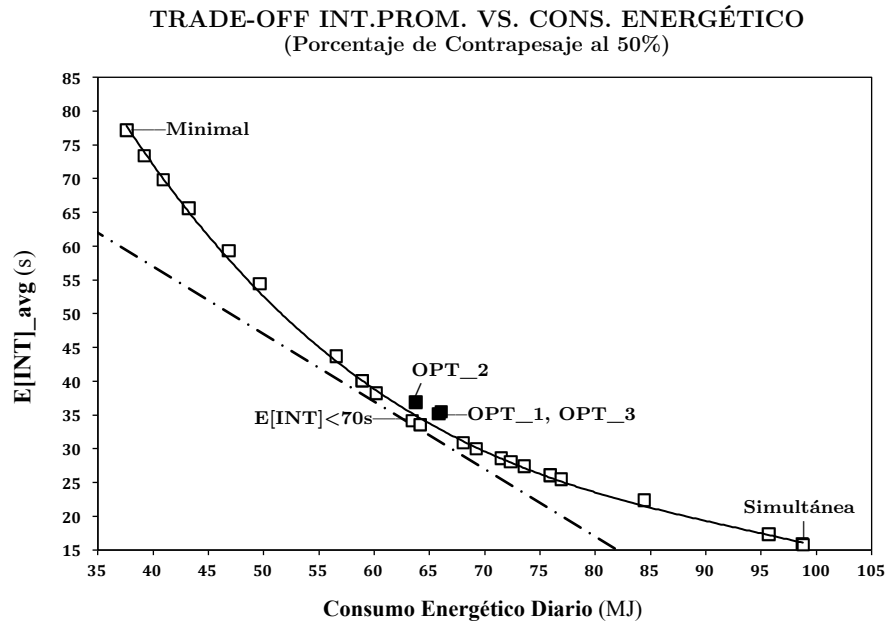


Figura 8.55 Trade-off Intervalo Promedio vs Consumo Energético

En cuanto a las oportunidades que el ajuste del contrapeso suponen en términos de ahorro energético, la metodología propuesta por esta investigación proporciona los medios de pronosticar la reducción potencial en el consumo energético diario, así como provee de los medios por los cuales estimar los requerimientos adicionales de potencia y par que esto conlleva. Adicionalmente, basado en el robusto planteamiento estocástico del modelo, es posible inferir la propensión estadística con que los episodios de sobrecarga transitoria habrán de acontecer Figura 8.56, externalidad que en último término determinará el rango de ajuste admisible consistentemente con los límites térmicos de la motorización.

Si bien no se tiene una respuesta contundente en este sentido, la presente investigación puede considerarse un planteamiento formal inicial de la problemática, que provee los medios analíticos por los cuales estimar de forma consistente los potenciales ahorros energéticos que entraña la implementación de estrategias avanzadas de control de los ascensores, así como los beneficios que supone un eventual dimensionamiento estadístico de la masa del contrapeso.

**TRADE-OFF SOBRECARGA VS CONS. ENERGÉTICO**  
(Para un 40% de compensación de la carga máx en cabina)

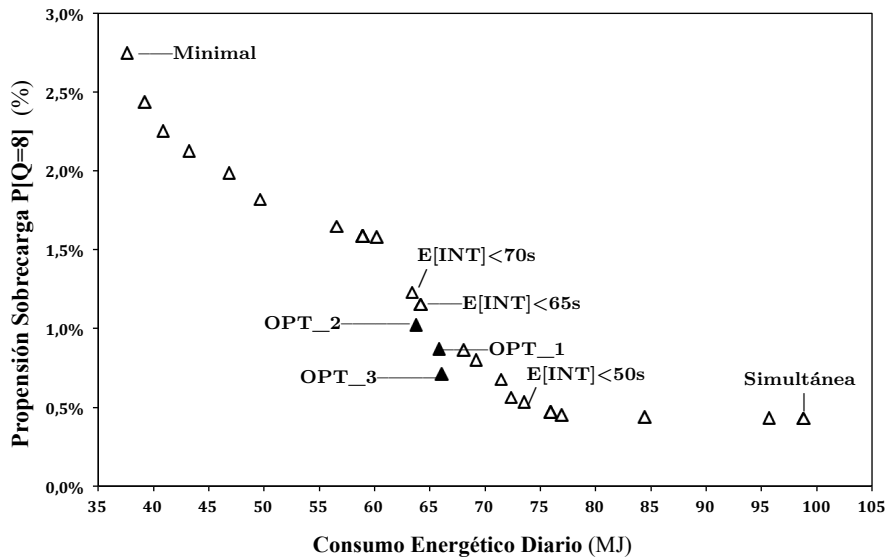


Figura 8.56 Trade-off Probabilidad de ocurrencia de la Sobrecarga Transitoria vs Consumo Energético

### Recapitulación

Finalmente, con todos los matices y reservas requeridos, considerando la Aplicación Límite de Servicio, que consiste en un edificio de oficinas de 10+1 plantas, con una población de 400 usuarios, una tasa FMR de diseño del 15% y cuya demanda se sirve por medio de un grupo de 3 ascensores de 8 pasajeros de capacidad y 1m/s de velocidad; se ha demostrado que las estrategias de operación que restringen el número de ascensores simultáneamente en servicio, consiguen una reducción de hasta un 60% en la energía diaria consumida, que en virtud de la relación de “Trade-off” implica una caída por debajo del umbral mínimo de calidad. No obstante, asumiendo como consigna una calidad preponderantemente “Buena”, se ha demostrado que al menos cuatro estrategias alternativas viables suponen un ahorro energético en torno a un 35%.

A continuación en lo que se refiere a la reducción del porcentaje de contrapeso y consistentemente con los incrementos requeridos de la potencia y par máximos que esto supone en forma de sobrecargas transitorias, se ha considerado a priori asumible una variación máxima de -10%, lo que en función de la estrategia implementada supone una reducción de entre 18,5% a 23,5%, según se aprecia en la Figura 8.57 a continuación. Dada la incertidumbre que pesa sobre la capacidad del motor MX-06 de KONE para absorber una sobrecarga de +13% por encima de su potencia nominal, se estimó pertinente explorar una estrategia que conciliase los objetivos de ahorro energético y calidad en el servicio, al tiempo que redujese de manera sensible la propensión con que las sobrecargas acontecen.

El ejercicio de conciliación de los diferentes imperativos dio lugar a la estrategia OPT\_3, la cual garantiza una “Buena” calidad del servicio en términos de los criterios de la industria, exhibe una propensión de sobrecargas transitorias igual a 0,71% (del total de los trayectos diarios) y ofrece un ahorro energético teórico del 48,4%, como



resultado de la reducción al 40% del porcentaje de contrapeso y la implementación conjunta de la estrategia misma.

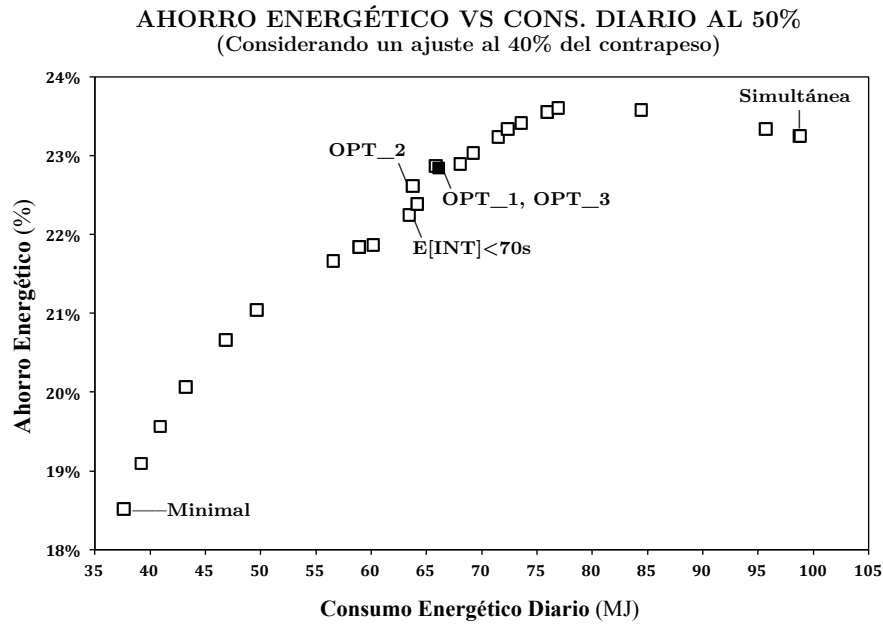


Figura 8.57 Efecto de la Variación del Porcentaje de Contrapeso en el Trade-off entre Intervalo Promedio y

Finalmente, en la Figura 8.58 se muestra una perspectiva general del espacio solución, la cual en conjunto con la propensión de ocurrencia de la sobrecarga transitoria Figura 8.56, constituyen los indicadores relevantes para un proceso de decisión informado que redondee el la optimización energética del sistema de elevación.

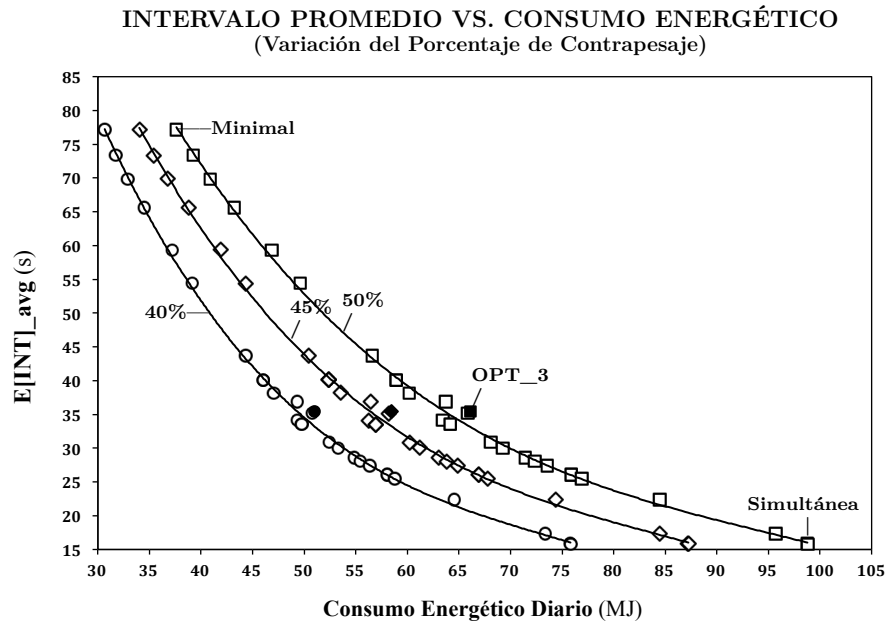


Figura 8.58 Efecto de la Variación del Porcentaje de Contrapeso en el Trade-off entre Intervalo Promedio y el Consumo Energético Diario

## Conclusión

Como resultado de las tareas llevadas a cabo a lo largo de este Capítulo se derivan una serie de conclusiones, las cuales aportan evidencia consistente de la existencia de incentivos de mejora, realizables a través de la inclusión pionera del consumo energético, entre otros, en tanto que criterio de decisión en el proceso de diseño de los sistemas de elevación.

En primer lugar, como resultado de la implementación de las estrategias “Simultánea” y “Minimal” se ha ratificado el dimensionamiento llevado a cabo en el Capítulo 6, el cual suponía como hipótesis de tráfico la situación “Up-Peak”. Bajo las condiciones de Tráfico Mixto descritas por las series temporales y mediante la implementación del Modelo Generalizado de Tráfico (MGT) del Capítulo 7, se ha confirmado la necesidad de tres ascensores de ocho pasajeros de capacidad y 1m/s de velocidad para satisfacer la demanda de transporte, específicamente en los periodos de mayor intensidad correspondientes con la hora de ingreso, el “lunch peak” y la hora de salida.

En segundo lugar para el caso de la estrategia “Simultánea” que constituye el umbral de comparación, se ha determinado que la calidad del servicio excede el criterio de excelencia, lo que en particular resulta de la capacidad excedente que en periodos no críticos supone la operación simultánea de tres unidades. Adicionalmente, se ha determinado que el valor de contrapeso que minimiza el consumo energético es igual a 10%, valor cuya magnitud es notablemente inferior al 50% de contrapeso implementado por la industria. Las causas fueron en principio atribuidas a la reducida cargas en cabina, igual a 15,7%, con que tienen lugar los desplazamientos a lo largo de la mayoría de la jornada diaria, efecto acentuado por la capacidad excedente.

En tercer lugar para el caso de la estrategia “Minimal” y por comparación con estrategia “Simultánea”, se ha concluido que la elección de la estrategia de operación tiene un efecto significativo en lo que al consumo energético se refiere, lo que es conforme a las expectativas y a la evidencia documental. Si bien la implementación de la estrategia “Minimal” consigue una reducción del 60% en el consumo para la aplicación límite de servicio, también tiene repercusiones dramáticas en lo que se refiere a la calidad, la cual se desploma por debajo del criterio de aceptabilidad. Por otro lado, la drástica restricción de la capacidad de transporte consiguió efectivamente un incremento de la carga promedio en cabina, hasta el 33,5%, sin embargo y contrariamente a las expectativas, dicho incremento no se tradujo por un incremento commensurable del porcentaje óptimo el cual fue igual a 15%, registrando un incremento de únicamente 5%

En cuarto lugar y posiblemente la mayor contribución en la comprensión del fenómeno transporte, se desarrollaron modelos alternativos con la finalidad de identificar las variables determinantes del valor óptimo de compensación. La evidencia aportada por los diferentes modelos ha demostrado formalmente que las asimetrías de tráfico tienen por efecto la reducción del valor óptimo de compensación, que es inferior al valor

esperado del proceso (ascenso o descenso) de menor intensidad, lo que prueba finalmente la persistencia a la baja del valor óptimo de compensación. En cuanto a las asimetrías de tráfico, éstas encuentran su origen en los datos que caracterizan la demanda de transporte, en lo que en ultimo término refiere a los patrones horarios y comportamiento de los usuarios de la edificación y donde se ha demostrado que las series temporales que caracterizan al tráfico de pasajeros exhiben una tendencia preponderantemente asimétrica y cuyo efecto puede ser acrecentado o atenuado, pero no eliminado, a través del diseño y operación del sistema en lo que se conoce como fenómeno de transporte.

En quinto lugar, mediante la implementación iterada del MGT, considerando un número limitado de estrategias razonables, se ha demostrado que es posible restituir de manera satisfactoria la relación de “Trade-off” que impera entre el consumo energético y los diferentes indicadores del tiempo entre partidas sucesivas, los cuales a su vez determinan el nivel de calidad en el servicio. Es así que, si bien no existía duda sobre la incidencia que las estrategias tienen para el consumo energético y calidad, la metodología propuesta proporciona una medida consistente y comparable por medio de la cual valorar las diferentes alternativas; introduciendo en el proceso de decisión el consumo energético en tanto que criterio de diseño.

En sexto lugar, en lo que se refiere a la factibilidad de la variación del porcentaje de contrapeso, se han estudiado las repercusiones que limitan el rango de acción de esta variable. En particular se han determinado los incrementos requeridos en la potencia y par máximos que la reducción del porcentaje de compensación entraña. De donde, siguiendo los indicios disponibles en la literatura, los cuales reconocen como un recurso “usual” la sobrecarga motriz transitoria en las aplicaciones de control de movimiento a las cuales pertenecen los ascensores, se estimó, *grosso modo*, la respuesta térmica del motor a partir de un Modelo simplificado de Parámetros Concentrados y relaciones volumétricas. Como resultado de estas conjeturas se ha concluido “asumible” una eventual sobrecarga del 13% en magnitud e incidencia del 1%, consistente con un ajuste al 40% del porcentaje de compensación y de las cuatro estrategias previamente identificadas.

En séptimo lugar, considerando como criterio adicional de diseño la propensión con que acontecen las sobrecargas transitorias, estimable en virtud del planteamiento estocástico del modelo, se ha determinado que existe al menos una estrategia alternativa que consigue reducir al 0,71% la incidencia de los episodios de sobrecarga, al tiempo que como resultado de la reducción al 40% de compensación y la implementación misma de la estrategia se consigue un ahorro energético teórico del 48,4%.

Finalmente, si bien las hipótesis específicas del caso abordado no permiten afirmar que estos ahorros sean extensivos a toda instalación de transporte vertical, la implementación de la metodología descrita a lo largo de esta Tesis ha probado que es capaz de enfrentar la complejidad combinatoria que supone la Aplicación Límite de Servicio, lo cual supone que un 95% de las edificaciones que constituyen el parque edificatorio en altura español son analizables por los medios descritos. Adicionalmente,

la metodología propuesta ha probado su capacidad de reportar estimadores relevantes, consistentes y comparables; describiendo las complejas relaciones de “Trade-off” que imperan entre dichas variables y las cuales son indispensables en el proceso de decisión informado que resulte en la optimización energética del sistema de elevación.

## Referencias de Capítulo

- [1] Anibal T. De Alameida, Carlos Patrao, Joao Fong, Rui Araujo, and et al, "Energy Efficient Elevators and Escalators," Department of Electrical Engineering, ISR-University of Coimbra, 2010.
- [2] Jussi Puranen, *Induction Motor versus Permanent Magnet Synchronous Motor in Motion Control Applications: A Comparative Study*. Digipaino, Finlandia: Lappeenranta University of Technology, 2006, Tesis Doctoral.
- [3] Bill Drury, *The Control Techniques Drives and Controls Handbook*, 2nd ed. Londres, UK: The Institution of Engineering and Technology, 2009.
- [4] Thomas Finken, Marco Hombitzer, and Kay Hameyer, "Study and Comparison of several Permanent-Magnet excited Rotor Types regarding their Applicability in Electric Vehicles," in *Emobility - Electrical Power Train, 2010*, Leipzig, 2010, pp. 1-7.
- [5] Dean J. Patterson et al., "A Comparison of Radial and Axial Flux Structures in Electrical Machines," in *Electric Machines and Drives Conference*, Miami, 2009, pp. 1029 - 1035.
- [6] Jacek Gieras and Mitchell Wing, *Permanent Magnet Motor Technology; Design and Applications*, 2nd ed. New-York, USA: Marcel Dekker, 2002.
- [7] International Electrotechnical Commission, IEC 60034-1 Rotating electrical machines, 2004.
- [8] Ashwani Kumar Raana, "Simulation For Axial Flux Permanent Magnet Motor Drive," *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication*, vol. 3, no. 2, pp. 043– 047, Feb 2015.
- [9] J. Shazly, S. Wahsh, and A. Yassin, "Thermal modeling of an AFPMSM: A review," *Journal of Electrical Systems and Information Technology*, vol. 2, no. 1, pp. 18-26, Mayo 2015.
- [10] J. Hey, D.A. Howey, R. Martinez-Botas, and M. Lamperth, "Transient Thermal Modeling of an Axial Flux Permanent Magnet (AFPM) Machine Using a Hybrid Thermal Model," in *Vehicle Thermal Management Systems.:* Woodhead Publishing Limited, 2011, p. 411.
- [11] H.W.F. Sung and C. Rudowicz, "Physics behind the magnetic hysteresis loop; a survey of misconceptios in magnetism literature," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, no. 260, pp. 250-260, 2003.
- [12] Aritz Egea. Mondragón Unibersitateá. [Online]. <http://www.mondragon.edu/en/phs/research/research-teams/electrical-energy/electric-energy-folder/newsletters/no-4-january-june>

- [13] M. Aydin, S. Huang, and T.A. Lipo, "Axial Flux Permanent Magnet Disc Machines: A Review," in *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion SPEEDAM 2004*, Capri, 2004.
- [14] A. Mahmoudi, N.A. Rahim, and W.P. Hew, "Axial-flux permanent-magnet machine modeling, design, simulation and analysis," in *Scientific Research and Essays*.: Academic Journals, 2011, vol. 6.
- [15] P. Campbell, D. J. Rosenberg, and D. P. Stanton, "The Computer Design and Optimization of Axial-Field Permanent Magnet Motors," *IEEE Trans. Power Apparatus Systems PAS-100 (4)*, pp. 1490-1497, 1981.
- [16] C. C. Chan, "Axial-Field Electrical Machines - Design and Applications," *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 2, no. EC-2, pp. 294-300, 1987.
- [17] D. Patterson and R. Spee, "The Design and Development of an Axial Flux Permanent Magnet Brushless DC Motor for Wheel Drive in a Solar Powered Vehicle," *IEEE Trans. Industrial Applications*, vol. 5, no. 31, pp. 1054-1061, 1995.
- [18] Z. Zhang, F. Profumo, A. Tenconi, and M. Santamaria, "Analysis and Experimental Validation of Performance for an Axial Flux Permanent Magnet Brushless DC Motor with Powder Iron Metallurgy Cores," *IEEE Trans. Mag.*, vol. 5, no. 33, pp. 4194-4196, 1997.
- [19] René Louis Ficheux, Federico Caricchi, Fabio Crescimbin, and Onorato Honorati, "Axial-Flux Permanent-Magnet Motor for Direct-Drive Elevator Systems Without Machine Room," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 6, pp. 1693-1701, Nov-Dec 2001.
- [20] Sahin Funda, *Design and Development of a High-speed Axial-flux Permanent Machine*. Eindhoven, Netherlands: Technische Universiteit Eindhoven, 2001, Doctoral Dissertation.
- [21] Kartik Sitipati and R. Krishnan, "Performance Comparisons of Radial and Axial Field, Permanent-Magnet, Brushless Machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 5, pp. 1219-1226, Sept-Oct 2001.
- [22] Andrea Cavagnino, Mario Lazzari, Francesco Profumo, and Alberto Tenconi, "A Comparison Between the Axial Flux and the Radial Flux Structures for PM Synchronous Motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, no. 6, pp. 1517-1524, Nov-Dec 2002.
- [23] C. T. Liu and K. C. Chuang, "On the Design of a Disc-type Surface-mounted Permanent Magnet Motor for Electric Scooter Application," in *Conference Record of the Industry Applications Conference; 37th IAS Annual Meeting*, Pittsburgh, PA, USA, USA, 2002.
- [24] G. H. Jang and J. H. Chang, "Development of an Axial-Gap Spindle Motor for

- Computer Hard Disk Drives Using PCB Winding and Dual Air Gaps," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 5, pp. 3297-3299, 2002.
- [25] S.T. Scowby, R.T. Dobson, and M.J. Kamper, "Thermal modelling of an axial flux permanent magnet machine," *Applied Thermal Engineering*, vol. 24, no. 2-3, pp. 193-207, Feb 2004.
- [26] Z. Rahman, "Evaluating radial, axial and transverse flux topologies for 'in-wheel' motor," in *Power Electronics in Transportation*, Novi, MI, USA, 2004.
- [27] Asko Parviainen, *Design of Axial-Flux Permanent-Magnet Low-Speed Machines and Performance Comparison between Radial-Flux and Axial-Flux Machines*. Digipaino, Finlandia, 2005, Tesis Doctoral.
- [28] Zimin W. Vilar, Dean Patterson, and Roger A. Dougal, "Thermal Analysis of a Single Sided Axial Flux Permanent Magnet Motor," in *Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005. 31st Annual Conference of IEEE*, 2005.
- [29] C. T. Liu and S. C. Lee, "Magnetic Field Modeling and Optimal Operational Control of a Single-Side Axial-Flux Permanent Magnet Motor with Center Poles," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 304, no. 1, pp. 454-456, 2006.
- [30] K. Akatsu and S. Wakui, "A comparison between axial and radial flux PM motor by optimum design method from the required output NT characteristics," *The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 25, no. 2, pp. 496 - 509, 2006.
- [31] Fabrizio Marignetti, Vincenzo Delli Colli, and Yuri Coia, "Design of Axial Flux PM Synchronous Machines Through 3-D Coupled Electromagnetic Thermal and Fluid-Dynamical Finite-Element Analysis," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 10, pp. 3591 - 3601, Oct 2008.
- [32] R. Camilleri, D. A. Howey, and M. D. McCulloch, "Thermal limitations in air-cooled axial flux in-wheel motors for urban mobility vehicles: A preliminary analysis," in *Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion, ESARS*, Bologna, 2012.
- [33] Adrian Augustin Pop et al., "Axial-flux vs. radial-flux permanent-magnet synchronous generators for micro-wind turbine application," in *15th European Conference on Power Electronics and Applications*, Lille, 2013, pp. 1 - 10.
- [34] Rory Smith and Richard Peters, "Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm," *Elevator Technology*, no. 14, 2004.
- [35] Tapio Tyni and Jari Ylinen, "Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem," *European Journal of Operational Research*, no. 169, pp. 960-977, 2006.
- [36] N. Balkan Simsir and H. Bülent Ertan, "A Comparison of Torque Capabilities of

- Axial Flux and Radial Flux Type of Brushless DC (BLDC) Drives for Wide Speed Range Applications," in *International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, Hong Kong, 1999, pp. 719-724.
- [37] Xabier Arrasate, Stefan Kaczmarczyk, Gaizka Almadoz, JoséM. Abete, and Inge Isasa, "The modelling, simulation and experimental testing of the dynamic responses of an elevator system," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 42, pp. 258-282, 2014.
- [38] J. Santiago and H. Bernhoff, "Comparison between axial and radial flux PM coreless machines for flywheel energy storage," *Journal of Electrical Systems*, vol. 6, no. 2, 2010.
- [39] Lei Wang, Xianming Deng, Jia Lu, Kang Wang, and Ruixian Wang, "Design and Finite Element Analysis of Permanent Magnet Synchronous Motor with Novel Rotor Type," in *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific*, Chengdu, 2010, pp. 1-4.
- [40] Ronghai Qu, Metin Aydin, and Thomas Lipo, "Performance comparison of dual-rotor radial-flux and axial-flux permanent-magnet BLDC machines," in *2003 Electric Machines and Drives Conference*, vol. 3, 2003, pp. 1948 - 1954.
- [41] Minna Haavisto, *Studies on the Time-Dependent Demagnetization of Sintered NdFeB Permanent Magnets*, Tampereen teknillinen yliopisto - Tampere University of Technology, Ed. Tampere, Finland, 2003, Tesis Doctoral.



## Capítulo 9

# Conclusiones

El objetivo de este Capítulo consiste en recapitular las aportaciones más significativas realizadas a lo largo de esta Tesis y como, a través de una construcción progresiva, se articulan en la consecución de los objetivos de investigación.

En primer término, partiendo de la limitada disponibilidad de fuentes se constató una brecha abismal entre la literatura de base y los artículos de investigación. En este sentido, la literatura básica, primordialmente enfocada en el diseño y dimensionamiento de los sistemas de ascensores [1], [2], [3], [4], ofrece una perspectiva intuitiva a partir de los eventos concretos, en lo que se podría considerar un escenario “micro” que a través de un creciente número de supuestos desemboca en el criterio de dimensionamiento “Up-Peak Planning”. Por otro lado, el énfasis de la literatura de investigación está en los complejos Algoritmos de Control de Tráfico, que responden a las necesidades específicas de edificios singulares, para lo cual hacen uso extensivo de sofisticadas herramientas como la Teoría de Colas, Algoritmos Genéticos y Redes Neuronales, en lo que se podría considerar un enfoque “macro” del fenómeno. En términos cualitativos las diferencias entre estas dos categorías son igualmente notables dado que la literatura básica limita el uso de herramientas estocásticas, siendo una excepción la Tesis Doctoral de Peters “Vertical Transportation Planning in Buildings” (1998)<sup>1</sup> [4], la cual se considera precursora del presente documento. En consecuencia, fue ambición de la investigación doctoral que respalda a esta Tesis hacer un planteamiento analítico formal, progresivo y completo, partiendo de la descomposición en trayectos individuales, hasta culminar en el fenómeno de tráfico diario. Debido a que el consumo energético de los ascensores es resultado de la concurrencia de dos fenómenos separables: por un lado el consumo intrínseco de los dispositivos electromecánicos, de

---

<sup>1</sup> Disponible en <http://www.download.peters-research.com/engd/thesis.PDF>

naturaleza determinística, función de la carga en cabina, longitud del desplazamiento y sentido; por otro lado el fenómeno de tráfico de naturaleza estocástica, regido por variables aleatorias. En consecuencia ha sido imperativo de esta Tesis reunir ambos fenómenos bajo un mismo modelo, restringiendo y explicitando los supuestos asumidos, lo que finalmente confiere consistencia teórica a la estimación resultante del consumo energético.

En lo que concierne a las preguntas de investigación, por un lado la evidencia arrojada por las tareas de investigación sugieren un horizonte complejo, donde priman relaciones de “Trade-off” como resultado de la naturaleza antagónica de los diferentes objetivos que se debe optimizar simultáneamente. Por otro lado, en los términos rigurosamente formales de la Optimización Multicriterio, la relación de “Trade-off” está estrictamente determinada por la Frontera Pareto Eficiente (FPE), a su vez integrada exclusivamente por las soluciones Pareto no-dominadas; por lo que para los casos como el presente, en que la valuación de las soluciones está basada en un algoritmo, la determinación de la FPE requiere el mapeo de la totalidad del espacio solución, lo que se ha demostrado inasumible dada la magnitud combinatoria de dicho espacio y que en último término demandaría a una demostración formal exhaustiva, cuya existencia es incierta.

Así la presente investigación constituye un argumento de plausibilidad que, proveyendo de una medida consistente y comparable de los objetivos, condición *sine qua non*, prueba la existencia de la FPE mediante la determinación de un conjunto de soluciones “razonables”, las cuales de probar no ser Pareto no-dominadas implican a cada una de ellas la existencia de una solución que les domina perteneciente a la FPE.

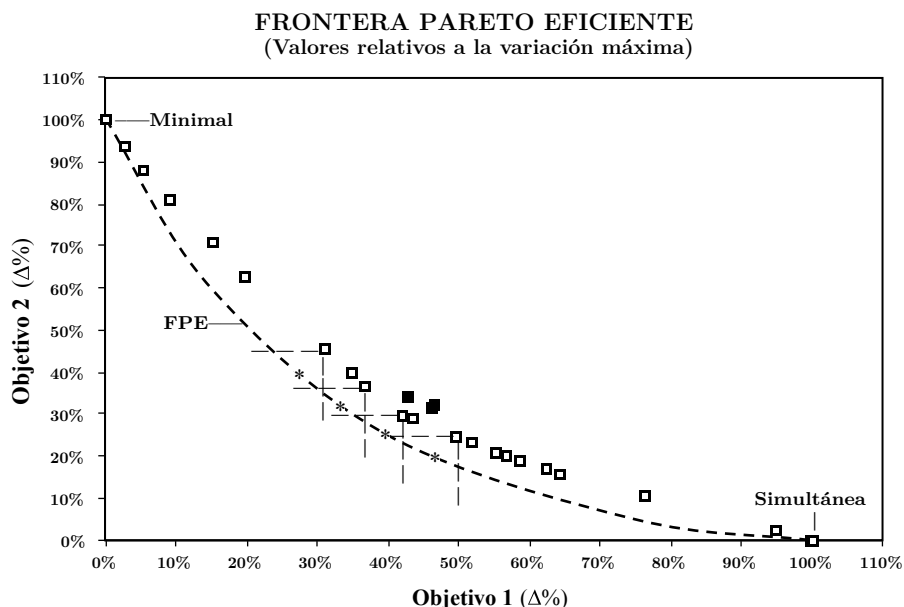


Figura 9.1 Intervalo; Distribución de Frecuencia

Admitiendo una transcripción bidimensional de la problemática y para efectos de representación, en la Figura 9.1 se muestran el conjunto de soluciones “razonables” las

cuales son dominadas por las soluciones óptimas (asteriscos) de la FPE, para la cual adicionalmente se sabe con certidumbre comprende a las soluciones “Minimal” y “Simultánea”.

En consecuencia, si bien no se determina en términos rigurosos la FPE, se puede considerar que la implementación llevada a cabo, asumiendo los supuestos específicos de la Aplicación Límite de Servicio, ofrece una descripción razonablemente aproximada de las relaciones de “Trade-off” que imperan entre los objetivos antagónicos. Esta aproximación supone, en términos ingeniería, la posibilidad de optar por una estrategia alternativa, a partir de un pronóstico de la reducción del consumo energético, así como las implicaciones que ésta tiene sobre las variables antagónicas, *i.e.* la calidad en el servicio, la pensión y la magnitud de las sobrecargas transitorias.

“...mathematicians deal in the domain of the absolute, and engineers live in the domain of the approximate. We are fundamentally interested in the practical. And so, frequently, we make approximations to get things that are simple enough to suit our purposes and to meet our needs. For us engineers, we don't get paid to do things right, we get paid to do things just right enough.”

Adam Steltzner (Jet Propulsion Laboratory, NASA)

## 9.1 Incidencia de las Estrategias de Operación

En primer lugar, se debe enfatizar que los resultados y conclusiones a continuación expuestos se refieren exclusivamente a la “Aplicación Límite de Servicio” (ALS), lo que no supone que sean extensivos a todo caso. Sin embargo, considerando la magnitud combinatoria e intensidad de tráfico de la ALS y basados en el análisis del parque edificatorio en altura español, es verosímil asumir que aproximadamente un 95% de dichos edificios sean analizables en términos de la metodología aquí propuesta. Así, expuestos los condicionantes del caso, en lo que se refiere a la incidencia de las estrategias de operación y consistentemente con la literatura, se ha constatado que éstas tienen un efecto significativo sobre el consumo energético diario del sistema, consiguiendo una reducción de hasta un 60%, Figura 9.2, con respecto del consumo correspondiente a la implementación de la estrategia “Simultánea” al 50% de compensación (benchmark). No obstante y en virtud de la relación de “Trade-off”, los ahorros tienen repercusiones sobre el intervalo entre partidas sucesivas y por ende en la calidad del servicio, donde en particular para la estrategia “Minimal” la calidad se desploma muy por debajo del criterio de aceptabilidad Figura 9.3.

**TRADE-OFF CALIDAD VS. CONS. ENER.**  
(Valores relativos a "Simultánea" al 50%)

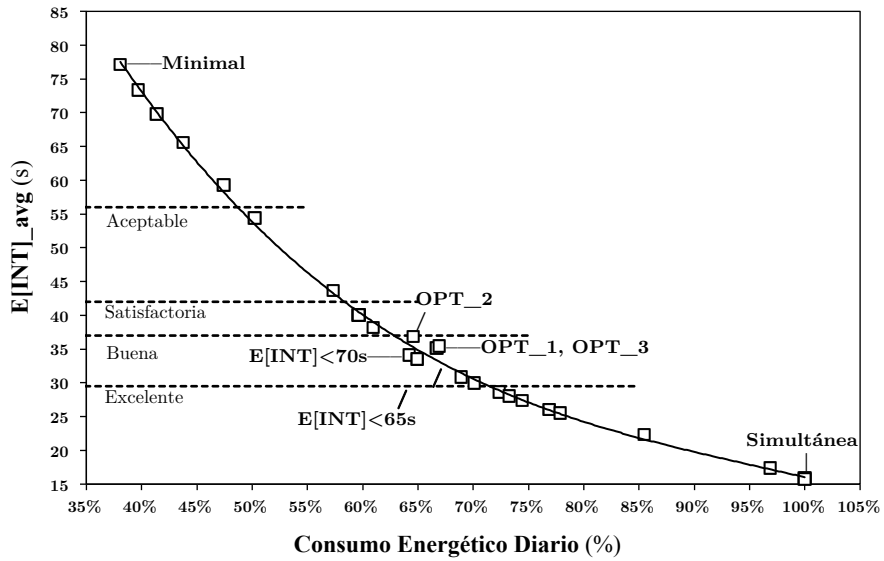


Figura 9.2 Trade off Consumo Energético Diario Relativo al correspondiente a la estrategia Simultánea al 50%.

**CRITERIO DE CALIDAD EN EL SERVICIO**  
(Estrategias Candidato)

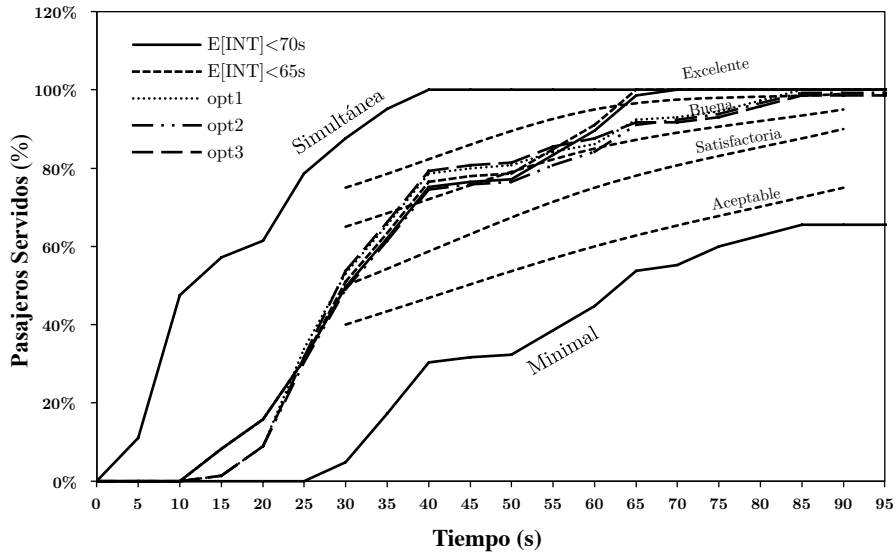


Figura 9.3 Criterio de Calidad en el Servicio

En este sentido, si bien no existía duda sobre la incidencia que las estrategias tienen para el consumo energético y calidad, la metodología propuesta proporciona una medida consistente y comparable para valorar las diferentes alternativas; introduciendo el consumo energético como criterio de diseño en el proceso de decisión.

## 9.2 Incidencia del Porcentaje de Compensación

En cuanto a la incidencia del porcentaje de compensación de la carga máxima de cabina sobre el consumo energético, ignorando en un primer término las externalidades que esto conlleva y como resultado de la implementación de las estrategias “Simultánea” y “Minimal”, se ha determinado que el valor de compensación que minimiza el consumo energético es de 10% y 15% respectivamente. Adicionalmente, pese al incremento significativo de la carga promedio en cabina que se consigue por medio de la estrategia “Minimal”, la cual se ha incrementado de 15,7% a 33,5% como resultado de la supresión de la capacidad excedente de transporte, el porcentaje “óptimo” de contrapeso ha registrado un incremento inconsistente con las expectativas y notablemente inferior al 50% implementado por la industria. Con la finalidad de determinar las causas subyacentes de este persistente sesgo, se han desarrollado dos modelos de carácter general, cuyos resultados señalan específicamente a las asimetrías de tráfico como variable causal del valor “óptimo” de compensación. Específicamente, se ha demostrado que el valor “óptimo” es inferior al valor esperado, en términos porcentuales a la capacidad máxima de cabina, del número de pasajeros del proceso (ascenso o descenso) de menor intensidad. En este sentido a partir de las series temporales empíricas, se demostró el efecto atenuante que tienen las estrategias de operación, en lo que se conoce como fenómeno de transporte, lo que se observa en la Figura 9.4, donde se advierte la distribución más homogénea que se consigue como resultado de la transición entre las estrategias “Simultánea” a “Minimal”.

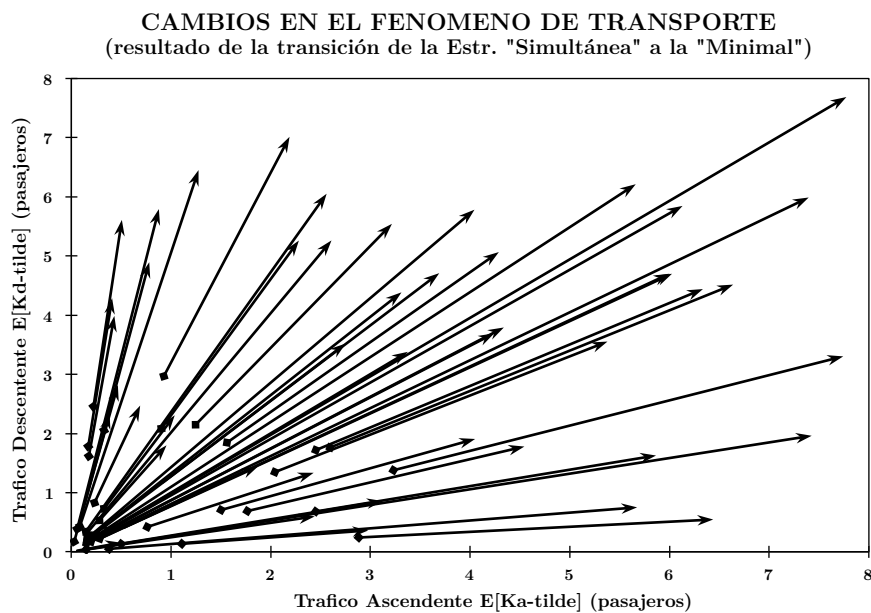


Figura 9.4 Cambios en el número de pasajeros por partida y arribo como resultado del cambio en la estrategia de operación, pasando de la estrategia “Simultánea” a la “Minimal”

No obstante lo anterior, las asimetrías de tráfico no pueden ser eliminadas ya que, en último término, derivan de los patrones horarios y del comportamiento de los usuarios de la edificación y donde se ha demostrado que las series temporales que caracterizan al tráfico de pasajeros exhiben una tendencia preponderantemente asimétrica. Así, aun de conseguirse una distribución uniforme bivariada, el valor “óptimo” de contrapeso de la carga máxima en cabina sería únicamente un 16,6%, en lo que podría considerarse un límite teórico razonable. En conclusión, los resultados de los diversos modelos sustentan la hipótesis de

las asimetrías de tráfico en tanto que variable determinante del valor “óptimo” de compensación, aportando elementos que refutan a la carga promedio en cabina como variable significativa y exclusiva del “óptimo” de contrapeso de la carga máxima en cabina.

En segundo lugar, en la Figura 9.5 se muestran los consumos en ascenso, descenso y total para la estrategia “Minimal”, donde se observa en la vecindad del 50% de compensación (valor habitual en la industria) la primacía de la energía consumida en descenso sobre el total. En términos concretos, esto supone que la mayor parte de la energía se invierte en la elevación del contrapeso para los movimientos descendentes de cabina. Esta misma conclusión es extensiva al resto de estrategias, siendo aun más acusada para éstas.

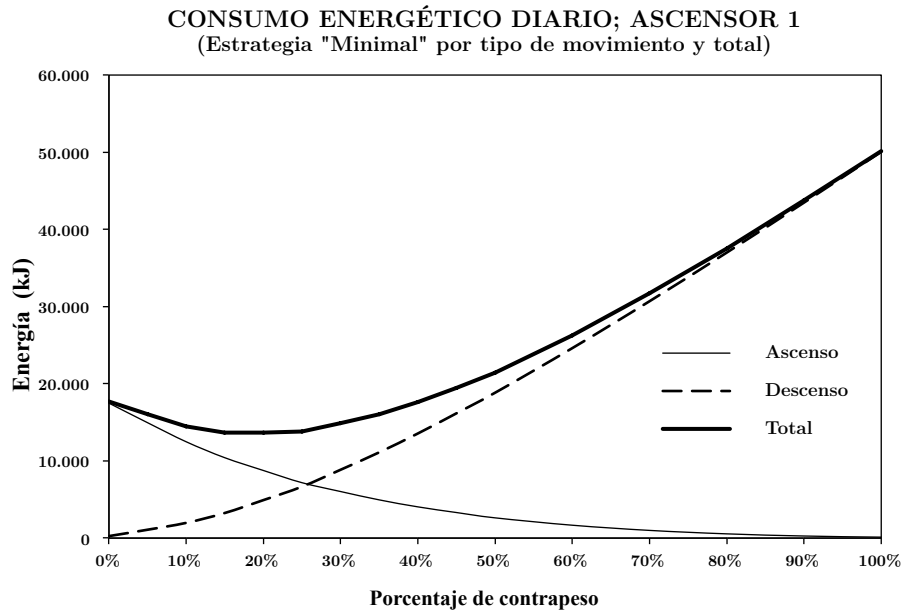


Figura 9.5 Consumo energético diario por sentido de los desplazamientos en función del porcentaje de contrapeso

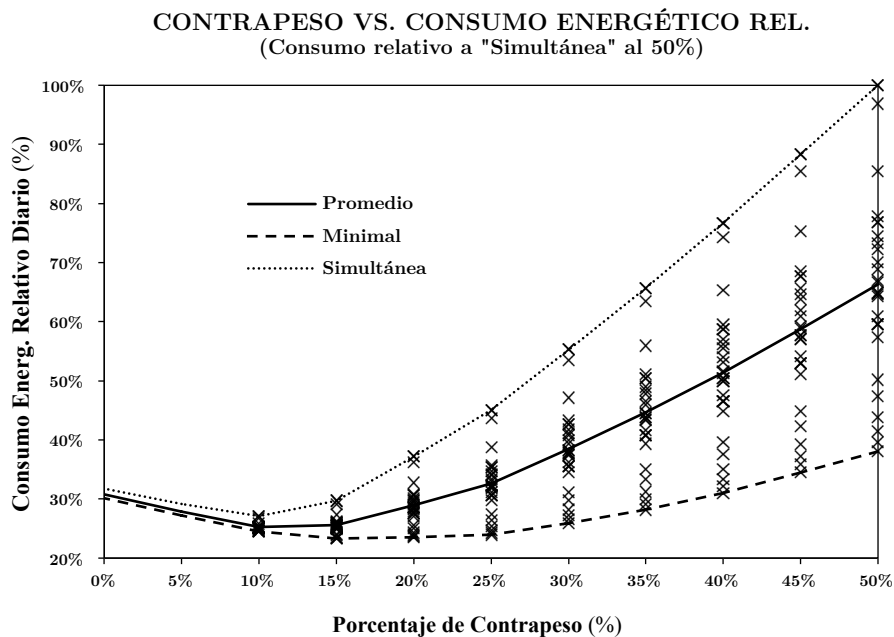


Figura 9.6 Consumo Energético Relativo Diario función del Porcentaje de Contrapeso y estrategias.

Por otro lado, en la Figura 9.6 se muestra la relación ideal entre el consumo energético relativo diario y el porcentaje de contrapeso de la carga máxima de cabina para las estrategias calculadas. En esta figura se advierte que, pese a la incidencia significativa que las estrategias tiene sobre el consumo, el valor de compensación que minimiza el consumo energético es igual a 10% o 15%, en función de la estrategia implementada, lo que en última instancia es consistente con lo que pronostican los modelos teóricos que se han desarrollado.

En tercer lugar, en lo que se refiere a los criterios de factibilidad técnica, se han determinado los incrementos de la potencia y el par máximos que resultan de una eventual reducción del porcentaje de contrapeso; por lo que siguiendo los indicios en la literatura que sugieren como alternativa usual el recurso a la sobrecarga transitoria, se ha determinado como variable antagónica, del ahorro energético, la propensión con que acontecen dichos episodios, lo que en particular es posible dado el planteamiento estocástico del modelo. En la Figura 9.7 se puede observar una perspectiva general integrada de la relación de “Trade-off” entre la probabilidad con que acontecen las sobrecargas, los incrementos relativos de la potencia máxima y el consumo energético relativo diario; todos los anteriores referidos a las magnitudes correspondientes a la estrategia “Simultánea” con 50% de contrapeso. En particular, se advierte la incidencia significativa de las estrategias de operación tienen sobre el consumo energético. Adicionalmente, en lo que se refiere al ajuste del contrapeso, se puede concluir que a mayores ahorros se requiere asumir un mayor riesgo de sobrecarga y la que será creciente en magnitud con respecto del ahorro energético.

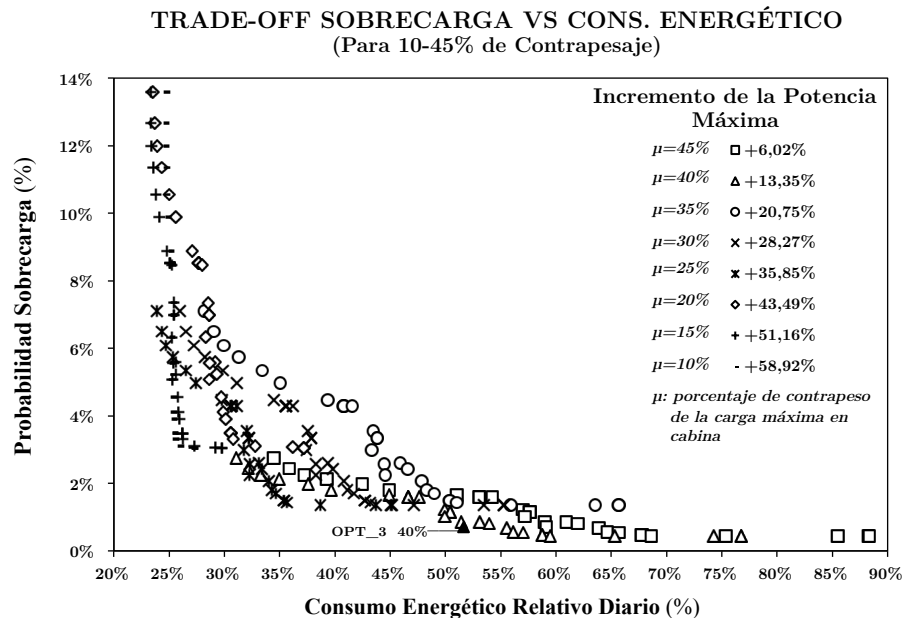


Figura 9.7 Trade-off Sobrecarga Motriz Transitoria vs Consumo Energético Diario relativo a la estrategia benchmark (Simultánea al 50%)

Así, el diseñador puede determinar el porcentaje de contrapeso asumible a partir de la propensión con que acontecen las sobrecargas (función de la estrategia implementada), su magnitud y duración (función de la longitud), además de inferencias o datos

empíricos en relación al desempeño térmico, la potencia y el par adicionales de la motorización.

Por ejemplo para el caso específico de la Aplicación Límite de Servicio (ALS) y dada la carencia de informaciones públicas del motor MX-06 de KONE, se ha estimado *grosso modo* la respuesta térmica de éste a partir de un Modelo simplificado de Parámetros Concentrados, relaciones volumétricas y otros indicios en la literatura. Como resultado de dichas conjeturas se ha estimado asumible una reducción eventual del contrapeso del 10%, basados en el incremento inferido de +10°C de la temperatura que resulta de exponer al motor a una sobrecarga continua de 20 minutos de duración, lo que equivale a 36 trayectos individuales a plena capacidad y 10 niveles de longitud, escenario por demás inverosímil. Finalmente en la Figura 9.8 se representa la relación de “Trade-off” entre el consumo energético y la propensión de las sobrecargas transitorias correspondientes a un 40% de compensación de la carga máxima en cabina y la que en último término representa la Frontera Pareto Eficiente.

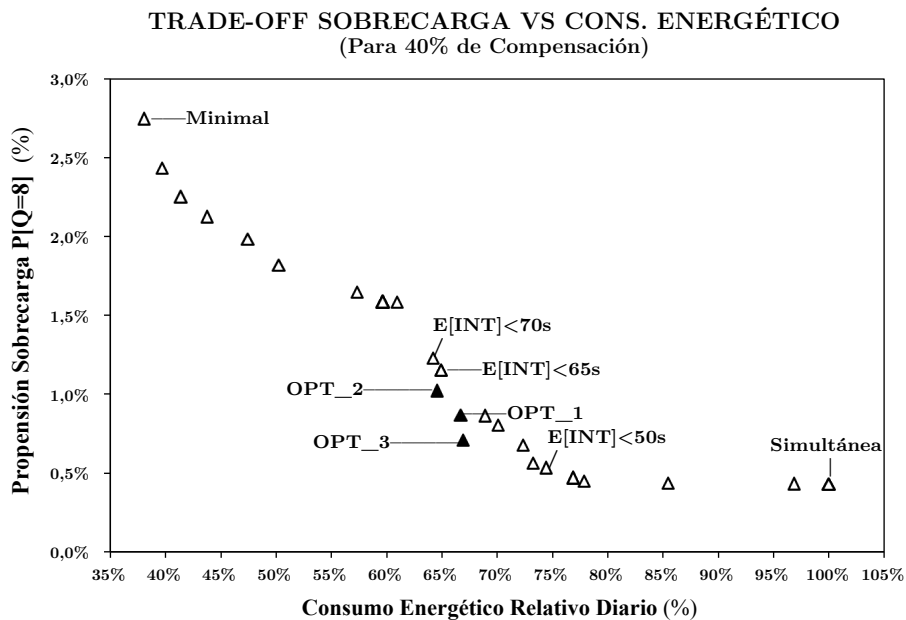


Figura 9.8 Trade-off Sobrecarga Motriz Transitoria vs Consumo Energético Diario relativo a la estrategia benchmark (Simultánea al 50%) para una Variación del Porcentaje de Contrapeso de -5% a -10%.

En conclusión, sobre la base de la evidencia presentada y consistentemente con lo anteriormente expuesto, el antagonismo entre variables objetivo implica un panorama complejo. Si bien se ha demostrado la existencia de un valor teórico de compensación de la carga máxima en cabina muy inferior al usualmente implementado, como resultado de la incidencia significativa de las asimetrías de tráfico, las repercusiones que la variación de éste tiene sobre la motorización limitan el rango de ajuste posible; en particular requiriendo un análisis pormenorizado con la finalidad de establecer las sobrecargas transitorias asumibles. En este sentido y de manera sin precedentes, el modelo desarrollado a lo largo de esta Tesis permite inferir la incidencia y duración de



los episodios de sobrecarga transitoria, como resultado del planteamiento estocástico de éste, con lo que contribuye significativamente al proceso de decisión, ofreciendo adicionalmente una estimación de los ahorros potenciales.

### 9.3 Resultados para la Aplicación Límite de Servicio

El objetivo fundamental de la Aplicación Límite de Servicio (ALS) fue ejemplificar los conceptos teóricamente desarrollados de manera que se facilitase la comprensión de éstos. Adicionalmente, considerando la complejidad combinatoria de la ALS y pese a que no se mapeó exhaustivamente la Frontera Pareto Eficiente, se demostró que es posible implementar la metodología propuesta a lo largo de esta Tesis con la finalidad de obtener estimados relevantes que permitan el dimensionamiento de los sistemas de elevación considerando el consumo energético de éstos como criterio de diseño.

Consecuentemente, mediante la implementación del modelo, además de otras inferencias entre las cuales figuran prominentemente las conjeturas sobre el desempeño térmico que cuales sugieren como hipótesis verosímil un ajuste al 40% del porcentaje de contrapeso, ha sido finalmente posible determinar una solución “optimizada” con atributos “deseables”. Así, la estrategia OPT\_3\_40 (Figura 9.9) supone un ahorro energético teórico del 48,4%, garantizando una calidad “Buena” en el servicio (Figura 9.3). Por otro lado, en lo que se refiere al riesgo de sobrecarga transitoria que asume dicha solución, se ha determinado que el valor esperado del número de desplazamientos diarios a plena capacidad, los cuales suponen una sobrecarga de +13% en términos de potencia, es de 28,3; lo que representa un 0,71% al total de desplazamiento diarios (Figura 9.8).

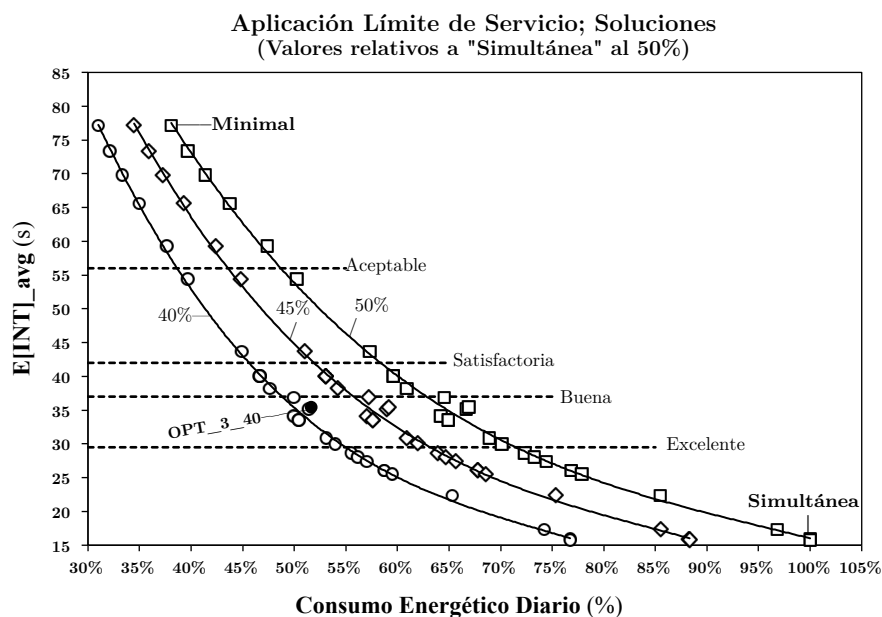


Figura 9.9 Aplicación Límite de Servicio, Soluciones

En cuanto a las características de los desplazamientos a cabina llena, en el Capítulo 8 se ha demostrado que la longitud esperada de dichos trayectos es de 1,68 niveles; no obstante suponiendo un escenario catastrófico, en el cual los 28 trayectos esperados acontecen sucesivamente en un mismo ascensor del grupo y que dichos desplazamientos son de 10 niveles de longitud, lo anterior supondría una duración de 15,4 minutos, lo que en consecuencia repercutiría en un incremento inferior a 10°C de la temperatura del devanado, y que en último término, se consideró asumible.

En conclusión, considerando la especificidad de las hipótesis de la ALS no es posible afirmar que los ahorros sean extensivos a toda instalación de transporte vertical. No obstante, estos resultados suponen un importante incentivo, ya que pese a la naturaleza teórica de los ahorros propuestos, la magnitud del ahorro es significativamente elevada. Así por ejemplo, suponiendo que los ahorros reales fuesen de únicamente un 20%, esto supondría que el sistema de elevación contribuye consistentemente con los objetivos de la Estrategia Energética de la Unión Europea.

## 9.4 Contribuciones Singulares

En la consecución de los objetivos de esta Tesis fueron fundamentales una serie de elementos, que ya sea por su empleo sin precedentes o grado de extensión constituyen aportaciones singulares.

En primer lugar el planteamiento de los diversos modelos, a través de notaciones formales extensivas, constituyen una contribución al corpus de conocimiento en el dominio de la elevación. En este sentido hay que destacar que son escasas y escuetas las fuentes disponibles que describen con suficiente grado de detalle, formalidad analítica y en términos estocásticos el complejo fenómeno de transporte que tiene lugar en torno a los ascensores. Es así que el presente documento, representa un argumento significativo en el debate científico y una contribución incremental, desde el punto de vista del rigor y complejidad, con respecto de los trabajos que le anteceden.

En segundo lugar, el recurso intensivo sin precedentes a la probabilidad condicional y al Teorema de la Probabilidad Total (TPT), desde el punto de vista formal fundamenta la fragmentación de la problemática y el análisis de los diferentes elementos por separado. Como resultado adicional, la fragmentación del problema abre la posibilidad a intervenir en una porción específica del modelo, ya sea modificando las hipótesis o incluyendo datos empíricos.

En tercer lugar, pese a no contar con planteamiento analítico de la descomposición en trayectos individuales, ya que dichas probabilidades se infieren por métodos computacionales, los resultados de dichas implementaciones ofrecen una visión introspectiva sin precedentes de los fenómenos de transporte vertical de pasajeros.

En cuarto lugar, la introducción de un proceso de arribo Poisson, inspirado principalmente en la Teoría de Colas, ha possibilitado el dimensionamiento del sistema a partir de la estimación de la propensión al desbordamiento y congestión, lo que

no tiene precedentes en la literatura conocida. Adicionalmente, la Propiedad de Divisibilidad de la Poisson sustenta formalmente algunas aproximaciones usuales de los modelos determinísticos corrientemente empleados como es el “Up-Peak Planning”.

En quinto lugar y a diferencia de otros procedimientos que suponen, particularmente en la Teoría de Colas, la distribución de los Tiempos de Viaje Redondo (RTT) o que proceden a partir del valor promedio; en el cuadro de la presente investigación se infirió la densidad de probabilidad de RTT a partir del proceso Poisson, lo que permitió advertir, bajo las hipótesis específicas de la ALS, una notable asimetría negativa de ésta con respecto de su valor esperado. Es así que, si bien en el largo plazo los tiempos RTT se rigen por el valor esperado, en el corto plazo y como consecuencia de la asimetría negativa, es verosímil asumir periodos sucesivos caracterizados por valores del RTT superiores al promedio, con el consiguiente aumento en la propensión al desbordamiento. Por lo que de forma innovadora, estimando la propensión con que dichos escenarios son susceptibles de acontecer se estimó la Resiliencia del sistema ante eventuales choques en el valor de RTT.

En sexto lugar, en lo que se refiere al Modelo de Tráfico por sí solo, este constituye finalmente una alternativa al criterio “Up-Peak Planning” o “Handling Capacity” con un fundamento más robusto ya que permite, gracias a su enfoque estocástico, estimar la relación de “Trade-off” entre la Capacidad de Transporte y la probabilidad de Desbordamiento. Adicionalmente, dado que el Modelo de Tráfico Mixto comprende la concomitancia de los flujos de pasajeros en ascenso y descenso, es posible implementar el cálculo para la totalidad de la jornada de operación, tal y como se demostró a través de la ALS.

En séptimo lugar, en lo que al modelo de consumo se refiere y a partir de la evidencia presentada, el presente documento corrige una potencial inconsistencia en que incurre Peters [4] como resultado aparentemente de negligir la conmutación entre regímenes motrices (“motor” o “generador”) en el curso de un mismo movimiento, en lo que se conoce como operación a cuatro cuadrantes.

En octavo lugar y como corolario de las simetrías que entraña la operación en cuatro cuadrantes y por medio de cambios de variables análogos a transformaciones geométricas, se han demostrado las relaciones de equivalencia que ligán las energías consumida y generada para los movimientos ascendentes y descendentes, lo que abre la posibilidad de extender el alcance del presente modelo a los sistemas con regeneradores.

En noveno lugar, la especificación de la potencia máxima propuesta en este documento constituye una mejora con respecto del modelo de Smith y Peters [5], el cual se probó subestima en promedio un 15% el valor de la potencia instantánea máxima para los ascensores de 1 m/s de velocidad; mientras que para el ascensor de 1,6 m/s dicho error se incrementa significativamente hasta un 22%. La causa de dicha discrepancia reside principalmente en la especificación lineal en la velocidad, además de la omisión de las variables relativas a la aceleración cuya incidencia representa un 27% sobre el valor promedio de la potencia para los ascensores de 1m/s de velocidad, mientras que para los de 1,6 m/s el error ronda el 10%.

## 9.5 Mejoras

Consistentemente con lo anteriormente expuesto, el diseño metodológico de la presente investigación posibilita en el corto plazo una serie de mejoras, las cuales supondrían un salto cualitativo significativo y necesario, principalmente a través de la introducción de datos empíricos, lo que implica la colaboración de alguna de las empresas del sector.

En primer lugar el modelo en recurrencias, cuya construcción permitió confirmar los datos del modelo analítico de consumo, abre la posibilidad a programar las curvas empíricas de eficiencia en función de la carga y velocidad, así como los consumos del variador voltaje-frecuencia y demás equipamientos auxiliares, cuya inclusión en el modelo analítico es posible pero compleja. Adicionalmente, el modelo admite refinamientos sucesivos eliminando la construcción iterada de las variables sobre inferencias. Asimismo, sería deseable disponer de datos empíricos y construir correlaciones con la finalidad de desarrollar un simulador consistente con la realidad. Finalmente en lo que concierne a la programación, es posible desarrollar un algoritmo dinámico de discretización, el cual incrementa la resolución del cálculo en función de la variación de las magnitudes a computar, lo que junto a un análisis de la profundidad óptima en bits de las variables conseguiría incrementar la eficiencia en términos computacionales.

En segundo lugar, como estrategia alternativa a la simulación por medios computacionales, es posible sustituir las matrices de energía por valores empíricos resultado de mediciones en bancos de pruebas o en ascensores reales. Como resultado se subsanarían las aproximaciones asumidas en el desarrollo del Modelo Cinemático-Dinámico, además de que se determinaría la incidencia real de dichos supuestos en términos de la exactitud de los resultados.

En tercer lugar, se requiere evidencia empírica en relación al desempeño térmico de los motores que impulsan los ascensores, en particular su capacidad de asumir sobrecargas transitorias, con la finalidad de confirmar o refutar las conjeturas sobre las cuales depende fundamentalmente la variación del porcentaje de contrapeso en tanto que variable determinante en la optimización del consumo energético.

## 9.6 Futuras Investigaciones

En lo que se refiere a futuras investigaciones se destaca en primer lugar, la necesidad de determinar la Frontera Pareto Eficiente, lo cual en términos exhaustivos es en apariencia inabordable.

En segundo lugar se tiene la construcción de un Criterio de Optimalidad, el cual como condición *sine qua non* deberá reflejar la multidimensionalidad de la problemática haciendo uso de las herramientas formales previstas por la Optimización Multicriterio.

En tercer lugar, las trayectorias temporales que describen la evolución del tráfico a lo largo de la jornada se asumieron como representativas del valor esperado; no obstante, considerando la incidencia determinante que tienen las asimetrías del tráfico, sería interesante disponer de series de datos a partir de las cuales inferir la varianza por periodos cincominutales y determinar el impacto que está tiene en términos del porcentaje que minimiza el consumo energético. Esto en particular subraya la necesidad de monitorizar el desempeño de los sistemas de ascensores.

Finalmente, una vez determinada la validez empírica de esta metodología entonces será posible compara los resultados que de ésta derivan con otros estimados, en particular la UNE-EN ISO 25745-2:2015 “Eficiencia energética de los ascensores, escaleras mecánicas y andenes móviles. Parte 2: Cálculo energético y clasificación de los ascensores” publicada en el BOE del 15 de diciembre del 2015, en las etapas finales de la presente investigación.

## Referencias de Capítulo

- [1] Gina Carrol Barney, *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge, 2003.
- [2] Antonio Miravete and E. Larrodé, *Elevadores: Principios e Innovaciones*. Barcelona, España: Reverté Barcelona, 2007.
- [3] George Strakosch, *The Vertical Transportation Handbook*. New York: John Wiley and Sons, 1998, 3a ed.
- [4] Richard David Peters, "Vertical Transportation Planning in Buildings," Department of Electrical Engineering and Electronics, Brunel University, Doctoral dissertation 1998.
- [5] Rory Smith and Richard Peters, "Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm," *Elevator Technology* , no. 14, 2004.

## BIBLIOGRAFÍA





## Bibliografía General

— Ahmed, S., Iqbal, A., Sarwar, R., & Sayeed, S. (2014). Modeling the Energy Consumption of a Lift. *Energy and Buildings* (71), 61-67.

— Akatsu, K., & Wakui, S. (2006). A comparison between axial and radial flux PM motor by optimum design method from the required output NT characteristics. *The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering* , 25 (2), 496 - 509.

— Alfa, A. S. (2010). *Queueing Theory for Telecommunications; Discrete Time Modelling of a Single Node System*. New-York: Springer-Verlag.

— Al-Sharif, L., Peters, R., & Smith, R. (2004). Elevator Energy Simulation Model. In A. Lustig (Ed.), *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON* . Istambul: International Association of Elevator Engineers.

— Arrasate, X., Kaczmarczyk, S., Almadoz, G., Abete, J., & Isasa, I. (2014). The modelling, simulation and experimental testing of the dynamic responses of an elevator system. *Mechanical Systems and Signal Processing* (42), 258-282.

— Astrachan, O., Selby, T., & Unger, J. (1996). An object-oriented, apprenticeship approach to data structures using simulation. *Proceedings of Frontiers in Education Conference, 1*, pp. 130-134.

— Aydin, M., Huang, S., & Lipo, T. (2004). Axial Flux Permanent Magnet Disc Machines: A Review. *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion SPEEDAM 2004*. Capri.

— Bailey, N. T. (1954). On Queueing Processes with Bulk Service. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* , 16 (1), 80-87.

— Barney, G. C. (2003). *Elevator Traffic Handbook : Theory and Practice*. London: Taylor & Francis Routledge.

— Barney, G. C. (2006). *Draft Standard CD25745-1; Energy Models for Lifts* . International Standards Organisation , ISO Technical Committee.

— Barney, G. C. (2011). Energy Models for Lifts. *CIBSE Technical Symposium, September 2011*. Leicester.

- Barney, G. C., & dos Santos, S. M. (1985). *Elevator Traffic Analysis, Design and Control*. Stockport, England: Bramhall.
- Bath, N. U. (2008). *An Introduction to Queueing Theory Modeling and Analysis in Applications*. Boston: Birkhäuser.
- Braun, R., & et al. (2003, August 14). Need a Lift? An Elevator Queueing Problem. <http://www.math.wpi.edu/MPI2003/UTRC/UTRC03.pdf>.
- Breuer, L., & Baum, D. (2005). *An Introduction to Queueing Theory and Matrix-Analytic Methods*. New-York: Springer-Verlag.
- Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2002). *Introduction to Time Series and Forecasting* (2nd ed.). New-York: Springer-Verlag.
- Butcher, K., & Wilson, J. (1993). *Transportation Systems in Buildings*. (T. C. Engineers, Ed.) London, UK: Page Bros.
- Camilleri, R., Howey, D. A., & McCulloch, M. D. (2012). Thermal limitations in air-cooled axial flux in-wheel motors for urban mobility vehicles: A preliminary analysis. *Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion, ESARS*. Bologna.
- Campbell, P., Rosenberg, D. J., & Stanton, D. P. (1981). The Computer Design and Optimization of Axial-Field Permanent Magnet Motors. *IEEE Trans. Power Apparatus Systems PAS-100 (4)*, 1490-1497.
- Cavagnino, A., Lazzari, M., Profumo, F., & Tenconi, A. (2002). A Comparison Between the Axial Flux and the Radial Flux Structures for PM Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 38 (6), 1517-1524.
- Chan, C. C. (1987). Axial-Field Electrical Machines - Design and Applications. *IEEE Trans. Energy Conversion*, 2 (EC-2), 294-300.
- Chen, Y., & Jiang, Y. (2010). Elevator service time distribution for the product allocation problem in a multi-level distribution center. *Service Systems and Service Management (ICSSSM); 2010 7th International Conference on*, (pp. 1-6).
- Chen, Y., & Jiang, Y. (2010). Queuing model of vertical transportation during the down traffic pattern. *Mechanic Automation and Control Engineering (MACE), 2010 International Conference on*, (pp. 2903-2906).
- Chu, S. C., Lin, C., & Lam, S. (2003). Hospital lift system simulator: A performance evaluator-predictor. *European Journal of Operational Research*, 146 (1), 156-180.
- Comisión de las Comunidades Europeas,. (2006). *Plan de Acción para la Eficiencia Energética: Realizar el Potencial*. SEC(2006)1173, SEC(2006)1174, SEC(2006)1175.

- Cortes, P., Larrañeta, J., & Onieva, L. (2004). Genetic algorithm for controllers in elevator groups: analysis and simulation during lunchpeak traffic. *Applied Soft Computing*, 4 (2).
- De Alameida, A. T., Patrao, C., Fong, J., Araujo, R., & al, e. (2010). *Energy Efficient Elevators and Escalators*. ISR-University of Coimbra, Department of Electrical Engineering.
- De Alameida, A., Hirzel, S., Patrao, C., & Fong, J. (2012). Energy-efficient elevators and escalators in Europe: An analysis of energy efficiency potentials and policy measures. *Energy and Buildings*, 47, 151-158.
- Doolard, D. A. (1992). Energy Consumption of different types of lift drive systems . *Elevator Technology Proceedings of ELEVCON*. The International Association of Elevator Engineers.
- Drury, B. (2009). *The Control Techniques Drives and Controls Handbook* (2da edición ed.). Londres, UK: The Institution of Engineering and Technology.
- Egea, A. (n.d.). *Design of Electric Machines: Axial Flux*. Retrieved April 3, 2016, from <http://www.mondragon.edu/en/phs/research/research-teams/electrical-energy/electric-energy-folder/newsletters/no-4-january-june>
- Feller, W. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications* (Vol. 1). New York: John Wiley and Sons.
- Feller, W. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications* (Vol. 2). New York: John Wiley and Sons.
- Ficheux, R., Caricchi, F., Crescimbin, F., & Honorati, O. (2001). Axial-Flux Permanent-Magnet Motor for Direct-Drive Elevator Systems Without Machine Room. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 37 (6), 1693-1701.
- Finken, T., Hombitzer, M., & Hameyer, K. (2010). Study and Comparison of several Permanent-Magnet excited Rotor Types regarding their Applicability in Electric Vehicles. *Emobility - Electrical Power Train, 2010* (pp. 1-7). Leipzig: IEEE.
- Funda, S. (2001). *Design and Development of a High-speed Axial-flux Permanent Machine*. Eindhoven, Netherlands: Technische Universiteit Eindhoven.
- Georgiev, I., & Mirchevski, S. (2012). Analysis of Electrical Energy Consumption in Elevator Drives. In IEEE (Ed.), *15th International Power Electronics and Motion Control Conference*. Novi-Sad.
- Gieras, J. F. (2009). *Advancements in Electric Machines*. Berlin: Springer Verlag.

- Gieras, J., & Wing, M. (2002). *Permanent Magnet Motor Technology; Design and Applications* (2nd Ed. ed.). New-York, USA: Marcel Dekker.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Professional.
- Gudwin, R., Gomide, F., & Andrade Netto, M. (1998). A fuzzy elevator group controller with linear context adaptation. *Fuzzy Systems Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence. 1*, pp. 481-486. IEEE.
- Haavisto, M. (2003). *Studies on the Time-Dependent Demagnetization of Sintered NdFeB Permanent Magnets*. (T. t.-T. Technology, Ed.) Tampere, Finland.
- Hakala, H., Siikonen, M.-L., Tapio, T., & Ylinen, J. (2001). Energy-efficient elevators for tall buildings. *CTBUH (Council on Tall Buildings and Urban Habitat) 6th World Congress*. Melbourne, Australia: KONE Elevators.
- Hakonen, H. M., Rong, A., & Lahdelma, R. (2004). Multiobjective Optimization in Elevator Group Control. In Neittaanmäki, Rossi, Korotov, Oñate, Périaux, & Knörzer (Ed.), *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*. Jyväskylä.
- Hakonen, H. M., Siikonen, M. L. (2008). Elevator Traffic Simulation Procedure. In A. Lustig (Ed.), *Elevator Technology 17: Proceedings of ELEVCON*. Thessaloniki: International Association of Elevator Engineers.
- Hey, J., Howey, D., Martinez-Botas, R., & Lamperth, M. (2011). Transient Thermal Modeling of an Axial Flux Permanent Magnet (AFPM) Machine Using a Hybrid Thermal Model. In I. o. (IMEchE), *Vehicle Thermal Management Systems* (p. 411). Woodhead Publishing Limited.
- Hoel, P. G. (1980). *Introducción a la Estadística Matemática*. (A. Barbancho, Ed.) Barcelona, España: Ariel.
- Hu, Z., Liu, Y., Su, Q., & Huo, J. (2010). A Multi-Objective Genetic Algorithm Designed for Energy Saving of the Elevator System with Complete Information. *2010 IEEE International Energy Conference*.
- International Electrotechnical Commission. (2004). IEC 60034-1 Rotating electrical machines. *International Standard* , 137. IEC.
- Jang, G. H., & Chang, J. H. (2002). Development of an Axial-Gap Spindle Motor for Computer Hard Disk Drives Using PCB Winding and Dual Air Gaps. *IEEE Transactions on Magnetics* , 38 (5), 3297-3299.

- Jin, Y. *Effectiveness of Weighted Aggregation of Objectives for Evolutionary Multiobjective Optimization: Methods, Analysis and Applications*. Honda R&D Europe (D) GmbH, Future Technology Research, Offenbach.
- Jin, Y., Olhofer, M., & Sendhoff, B. *Dynamic Weighted Aggregation for Evolutionary Multi-Objective Optimization: Why Does It Work and How?* Honda R&D Europe (D) GmbH, Future Technology Research, Offenbach.
- Kingsey, M. J., Galea, E. R., & Lawrence, P. (2009). Investigating the use of elevators for high-rise building evacuation through computer simulation. . *4th International Symposium on Human Behaviour in Fire 2009: Conference Proceedings*. (pp. 85-96. ). London: Interscience Communications Ltd.
- Kleinrock, L. (1975). *Queueing Systems; Theory* (Vol. 1). New-York: John Wiley & Sons.
- Kleinrock, L. (1975). *Queueing Systems; Theory* (Vol. 2). New-York: John Wiley & Sons.
- Knuth, D. E. (1997). *The art of Computer programming* (Vol. 1). New-York: Addison Wesley Longman.
- KONE GmbH. (n.d.). Getriebelose KONE EcoDisc Antriebstechnik V9.05.
- Kraushaar, R. (1993). *Energy and Problems of a Technical Society*. New-York: John Wiley and Sons.
- Kulkarni, A. B. (2000). Energy consumption analysis for geared elevator modernization: upgrade from DC Ward Leonard system to AC vector controlled drive. In IEEE (Ed.), *Conference Record of the 2000 IEEE* , 4, pp. 2066-2070.
- Ladany, S. P., & Hersh, M. (1979). The design of an efficient elevator operating system. *European Journal of Operational Research* , 3 (3), 216-221.
- Ledo Ovies, J. M. (1982 ). *Ascensores y Montacargas*. Barcelona: CEAC.
- Liu, C. T., & Chuang, K. C. (2002). On the Design of a Disc-type Surface-mounted Permanent Magnet Motor for Electric Scooter Application. *Conference Record of the Industry Applications Conference; 37th IAS Annual Meeting*. Pittsburgh, PA, USA, USA : IEEE.
- Liu, J., Qiao, F., & Chang, L. (2010). The hybrid predictive model of elevator system for energy consumption. *Modelling, Identification and Control (ICMIC), The 2010 International Conference on*, (pp. 658-663).
- Mahmoudi, A., Rahim, N., & Hew, W. (2011). Axial-flux permanent-magnet machine modeling, design, simulation and analysis. In *Scientific Research and Essays* (Vol. 6). Academic Journals.

- Marignetti, F., Delli Colli, V., & Coia, Y. (2008). Design of Axial Flux PM Synchronous Machines Through 3-D Coupled Electromagnetic Thermal and Fluid-Dynamical Finite-Element Analysis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* , 55 (10), 3591 - 3601.
- Marsaglia, G. (1968). Random numbers fall mainly in the planes. *Proceedings of the National Academy of Sciences* , 61 (1), 25-28.
- Miravete, A., & Larrodé, E. (2007). *Elevadores: Principios e Innovaciones*. Barcelona, España: Reverté Barcelona.
- Miravete, A., & Larrodé, E. (1996). *Transporte Vertical*. Zaragoza: Servicio de Publicaciones, Centro politécnico Superior, Universidad de Zaragoza.
- Nagatani, T. (2003). Complex behavior of elevators in peak traffic. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 326 (3-4), 556-566.
- Nagatani, T. (2004). Dynamical transitions in peak elevator traffic. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 333, 441-452.
- Nagatani, T. (2011). Complex motion in nonlinear-map model of elevators in energy-saving traffic. *Physics Letters A* , 375 (20), 2047-2050.
- Nagatani, T., & Tobita, K. (2012). Effect of periodic inflow on elevator traffic. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 391 (18), 4397-4405.
- Nelson, R. (1995). *Probability, Stochastic Processes, and Queueing Theory: The Mathematics of Computer Performance Modeling*. New York: Springer Verlag.
- Nemry, F., & Uihlein, A. (2008). *Environmental Improvement Potentials of Residential Buildings*. European Commission, Joint Research Centre, Institute for Prospective Technological Studies. Official Publications of the European Communities.
- Newell, G. (1998). Strategies for Serving Peak Elevator Traffic. *Transportation Research* , 32 (8), 583-588.
- Ohanian, H. C., & Markert, J. (2007). *Physics for Engineers and Scientists*. new York: W.W. Norton,.
- Parviainen, A. (2005). *Design of Axial-Flux Permanent-Magnet Low-Speed Machines and Performance Comparison between Radial-Flux and Axial-Flux Machines*. Digipaino, Finlandia.
- Patterson, D., & Spee, R. (1995). The Design and Development of an Axial Flux Permanent Magnet Brushless DC Motor for Wheel Drive in a Solar Powered Vehicle. *IEEE Trans. Industrial Applications* , 5 (31), 1054-1061.

- Patterson, D., Colton, J., Mularcik, B., Kennedy, B., Camilleri, S., & Rohoza, R. (2009). A Comparison of Radial and Axial Flux Structures in Electrical Machines. In I. International (Ed.), *Electric Machines and Drives Conference*, (pp. 1029 - 1035). Miami.
- Pepyne, D., & Cassandras, C. (1996). Optimal dispatching control for elevator systems during uppeak traffic. In *Proceedings of the 35th IEEE* (Vol. 4, pp. 3837-3842).
- Pepyne, D., & Cassandras, C. (1998). Design and implementation of an adaptive dispatching controller for elevator systems during uppeak traffic. *Control Systems Technology* , 6 (5), 635-650.
- Peters, R. (1990). Lift Traffic Analysis: Formulae for the General Case. *Building Services Engineering Research and Technology* , 2 (11), 65-67.
- Peters, R. (1995). Ideal lift Kinematics; Complete Equations for Plotting Optimum Motion. In G. Barney (Ed.), *Elevator Technology 6: Proceedings of ELEVCON*. Hong-Kong: International Association of Elevator Engineers.
- Peters, R. D. (1998). *Vertical Transportation Planning in Buildings*. Doctoral dissertation, Brunel University, Department of Electrical Engineering and Electronics.
- Peters, R. (2000). Improvements to the Up Peak Round Trip Time Calculation. *International Journal of Elevator Engineers* , 3 (1).
- Peters, R. (2002). Current Technology and Future Developments in Elevator Simulation. *Journal of Elevator Engineers* , 4 (2).
- Peters, R., & Arup Group Ltd. (1992). The Theory and Practice of General Analysis Lift Calculations. In B. G.C. (Ed.), *Elevator Technology 4: Proceedings of ELEVCON*. Amsterdam: international Association of Elevator Engineers.
- Peters, R., & Arup Group Ltd. (1994). Green Lifts? *Proceedings of CIBSE National Conference 1994*. CIBSE.
- Peters, R., & Arup Group Ltd. (1995). Mathematical Modelling of Lift Drive Motion and Energy Consumption. *Proceedings of CIBSE National Conference 1995*. CIBSE.
- Peters, R., & Evans, E. (2008). Measuring and Simulating Elevator Passengers in Buildings. In L. A. (Ed.), *Elevator Technology 17: Proceedings of ELEVCON*. Thessaloniki: international Association of Elevator Engineers.
- Peters, R., & Mehta, P. (1998). Green Lift Control Strategies. *International Journal of Elevator Engineers* , 2.

- Peters, R., & Smith, R. (2010). Designing Elevator Installations Using Modern Estimates of Passenger Demand. In L. A. (Ed.), *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON*. Luzerne: International Association of Elevator Engineers.
- Peters, R., & Sung, A. (2000). Beyond the Up Peak. In L. A. (Ed.), *Elevator Technology 10: Proceedings of ELEVCON*. Berlin: international Association of Elevator Engineers.
- Pop, A., Jurca, F., Oprea, C., Chirca, M., Breban, S., & Radulescu, M. (2013). Axial-flux vs. radial-flux permanent-magnet synchronous generators for micro-wind turbine application. *15th European Conference on Power Electronics and Applications* (pp. 1 - 10). Lille: IEEE International.
- Powell, B. A. (2008). An Alternate Approach to Traffic Analysis for Residential Buildings. In A. Lustig (Ed.), *Elevator Technology 17: Proceedings of ELEVCON*. Thessaloniki: IAEE.
- Puranen, J. (2006). *Induction Motor versus Permanent Magnet Synchronous Motor in Motion Control Applications: A Comparative Study*. Digipaino, Finlandia: Lappeenranta University of Technology.
- Qu, R., Aydin, M., & Lipo, T. (2003). Performance comparison of dual-rotor radial-flux and axial-flux permanent-magnet BLDC machines. *2003 Electric Machines and Drives Conference*, 3, pp. 1948 - 1954. IEEE International.
- Raana, A. K. (2015). Simulation For Axial Flux Permanent Magnet Motor Drive. *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication* , 3 (2), 043– 047.
- Rahman, Z. (2004). Evaluating radial, axial and transverse flux topologies for 'in-wheel' motor. *Power Electronics in Transportation*. Novi, MI, USA: IEEE.
- Rong, A., Hakonen, H., & Lahdelma, R. (2003). *Estimated Time of Arrival (ETA) Based Elevator Group Control Algorithm with More Accurate Estimation*. Turku University, Turku Centre for Computer Science, Turku.
- Rubinstein, R. Y. (1981). *Simulation and the Monte Carlo Method*. New-York: John Wiley & Sons.
- Sachs, H. M. (2005). *Opportunities for Energy Efficiency Improvemets*. American Council for an Energy-Efficient Economy, Washington, DC.
- Sanchez Criado, J. (1987). *Instalaciones Eléctricas y de Transporte*. Madrid: Fundación Escuela de la Edificación, Colegio Oficial de Aparejadores y A. T. de Madrid.



- Santiago, J., & Bernhoff, H. (2010). Comparison between axial and radial flux PM coreless machines for flywheel energy storage. *Journal of Electrical Systems* , 6 (2).
- Schindler Electric. (s/año). *Manual de Transporte Vertical*. Schindler S.A.
- Schroeder, J. (1980, November). The energy consumption of elevators; A comparative Analysis. *Elevator World* , 28-31.
- Schroeder, J. (1986). The Energy Consumption of Elevators . *Elevator Technology* (1).
- Scowby, S., Dobson, R., & Kamper, M. (2004). Thermal modelling of an axial flux permanent magnet machine. *Applied Thermal Engineering* , 24 (2-3), 193–207.
- Shazly, J., Wahsh, S., & Yassin, A. (2015). Thermal modeling of an AFPMSM: A review. *Journal of Electrical Systems and Information Technology* , 2 (1), 18-26.
- Shim, M.-B., Suh, M.-W., Yagawa, F., Tomonari, G., & Yoshimura, S. (2002). Pareto-based continuous evolutionary algorithms for multiobjective optimization. *Engineering Computations* , 19 (1), 22 - 48.
- Siikonen, M.-L. (1993). Elevator traffic simulation. *Simulation* , 61 (4), 257-267.
- Siikonen, M.-L. (2000). On Traffic Planning Methodology . (A. Lustig, Ed.) *Elevator Technology* , 10.
- Siikonen, M.-L., Susi, T., & Hakonen, H. (2000). Passenger Traffic Flow Simulation in Tall Buildings. *IFHS, International Conference on Multi-Purpose High-Rise Towers and Tall Buildings*.
- Simsir, N. B., & Ertan, H. B. (1999). A Comparison of Torque Capabilities of Axial Flux and Radial Flux Type of Brushless DC (BLDC) Drives for Wide Speed Range Applications. *International Conference on Power Electronics and Drive Systems* (pp. 719-724). Hong Kong: IEEE.
- Sitipati, K., & Krishnan, R. (2001). Performance Comparisons of Radial and Axial Field, Permanent-Magnet, Brushless Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications* , 37 (5), 1219-1226.
- Smith, R., & Peters, R. (2004). Enhancements to the ETD Dispatcher Algorithm. (A. Lustig, Ed.) *Elevator Technology* (14).
- So, A., & Chan, W. (1992). Computer Simulation-based Analysis of Elevator Drive Systems. *HKIE Transactions* (3), 13-22.
- Sorsa, J. S., Ehtamo, H., Siikonen, M.-L., Tyni, T., & Ylinen, J. (2009). *The Elevator Dispatching Problem*. KONE Corporation & Helsinki University of Technology.

- Soto, L., Moya, J., Goytisolo, R., & Machado, A. (2007). Importancia del Correcto Diseño de las Transmisiones por Tornillo Sinfín para Lograr una Adecuada Eficiencia. *Proceedings 8º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica* .
- Strakosch, G. (1998). *The Vertical Transportation Handbook*. New York: John Wiley and Sons.
- Sung, H., & Rudowicz, C. (2003). Physics behind the magnetic hysteresis loop; a survey of misconceptions in magnetism literature. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* (260), 250-260.
- Susi, T., Sorsa, J., & Siikonen, M. L. (2004). Passenger Behaviour in Elevator Simulation. In A. Lustig (Ed.), *Elevator Technology 14: Proceedings of ELEVCON*. Istanbul: international Association of Elevator Engineers.
- Sweet, A., & Duket, S. (1976). A simulation study of energy consumption by elevators in tall buildings. *Computers & Industrial Engineering* , 1 (1), 3-11.
- Tijms, H. C. (2003). *A First Course in Stochastic Models*. New-York: John Wiley & Sons.
- Tominaga, S., Suga, I., Araki, H., Ikejima, H., Kusuma, M., & Kobayashi, K. (2002). Development of Energy-Saving Elevator Using Regenerated Power Storage System. *Power Conversion Conference, Proceedings of the*, 2, pp. 890-895. Osaka.
- Tyni, T., & Ylinen, J. (2006). Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem. *European Journal of Operational Research* (169), 960-977.
- U.S. Department of Energy. (2012). *2011 Buildings Energy Data Book*. Buildings Technologies Program Energy Efficiency and Renewable Energy.
- Van Houte, R., Nau, P., & Merrigan, M. (1981). Reducing Elevator Energy Use: A Comparison of Pested Feedback and Reduced Elevator Convenience. *Journal of Applied Behavior Analysis* (4), 377-387.
- Varian, H. R. (1993). *Microeconomic Analysis*. New York: W.W. Norton.
- Vilar, Z., Patterson, D., & Dougal, R. (2005). Thermal Analysis of a Single Sided Axial Flux Permanent Magnet Motor. *Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005. 31st Annual Conference of IEEE*. IEEE International.
- Wang, L., Deng, X., Lu, J., Wang, K., & Wang, R. (2010). Design and Finite Element Analysis of Permanent Magnet Synchronous Motor with Novel Rotor Type. *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific*, (pp. 1-4). Chengdu.
- Zabalza Villava, I. (2007). Apuntes de Mecánica II. Universidad Pública de Navarra.

- Zhang, Z., Profumo, F., Tenconi, A., & Santamaria, M. (1997). Analysis and Experimental Validation of Performance for an Axial Flux Permanent Magnet Brushless DC Motor with Powder Iron Metallurgy Cores. *IEEE Trans. Mag.*, 5 (33), 4194-4196.
- Zhenshan, Y., & Yunli, Z. (2010). A simulation based verification method for elevator traffic planning. *Computer Application and System Modeling (ICCASM), 2010 International Conference on*, 12, pp. V12-572-V12-576, 22-24.
- Zong, Q., Wei, L., & Cheng, Y. (June 2004). Elevator configuration based on the Markov network queuing model. *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*. 1, pp. 15-19. Hangzhou: WCICA.
- Zong, Q., Xing, G., Chen, D., & Ya, S. (2004). The queuing theory based research of dispatching strategy for elevator group control system during up-peak. *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*. 6, pp. 5307- 5311. Hangzhou: WCICA



# Optimización del consumo energético de los ascensores

Planteamiento multicriterio con objetivos  
antagónicos

---

**ANEXOS ELECTRÓNICOS**

**Autor: Luis Torres Cardona**

**Director: Dr. Rufino Javier Hernández Minguillón**

Universidad del País Vasco  
Doctorado en Ingeniería Térmica

Tesis Doctoral presentada en cumplimiento parcial de los requisitos  
para obtener el grado de Doctor en Filosofía.

San Sebastián, abril 2017

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco    Euskal Herriko Unibertsitatea

(página en blanco)

## ÍNDICE DE LOS ANEXOS

Anexo 5.1	
Condiciones Necesarias y Restricciones .....	A5-1
Condiciones de Primer Orden .....	A5-3
Estudio de la Concavidad.....	A5-6
Demostración que la potencia maximiza para alfa mínimo .....	A5-7
Anexo 5.2	
Determinación de la Potencia Instantánea Máxima.....	A5-9
Anexo 5.3	
Enfoque Analítico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s .....	A5-16
Enfoque Analítico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s .....	A5-25
Anexo 5.4	
Enfoque Numérico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s .....	A5-34
Enfoque Numérico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s.....	A5-43
Anexo 5.5	
Error Porcentual; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s.....	A5-52
Error Porcentual; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s.....	A5-57
Anexo 6.1	
Enfoque Estocástico; Probabilidad del RTT .....	A6-1
Anexo 6.2	
Ejemplo de Construcción de la Matriz Descomposición .....	A6-3
Anexo 6.3	
Rutina de Cálculo por Métodos Enumerativos.....	A6-4
Anexo 6.4	
Matrices de Descomposición Obtenidas por el Método Enumerativo.....	A6-6
Anexo 6.5	
Rutina de Cálculo por Métodos Monte Carlo de Generación Frontal .....	A6-9
Anexo 6.6	
Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (EXCEL) .....	A6-12
Anexo 6.7	
Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (JAVA Generación Frontal).....	A6-18
Anexo 6.8	
Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (JAVA Regeneración Serial).....	A6-24
Anexo 7.1	
Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Ascenso .....	A7-1
Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Descenso.....	A7-3
Anexo 7.2	
Simplificación de $E[RTT]$ .....	A7-5
Anexo 7.3	
Demostración de la monotonicidad y crecencia del destino más lejano con respecto de la probabilidad generadora .....	A7-7
Anexo 8.1	
Estado Estacionario; 3 Ascensores en Operación Simultánea.....	A8-1
Anexo 8.2	
Estado Estacionario; 2 Ascensores en Operación Simultánea.....	A8-4
Anexo 8.3	
Estado Estacionario; Un Único Ascensor en Operación .....	A8-7

Anexo 8.4	
Estado Estacionario; Operación con el Número Mínimo de Ascensores .....	A8-10
Anexo 8.5	
Incidencia de las Asimetrías de Tráfico.....	A8-13



## Anexo 5.1

### Condiciones Necesarias y Restricciones

A partir de la demostración que afirma que el máximo acontece durante los periodos de aceleración y una vez determinadas la expresión por partes de la potencia, se explicitarán a continuación las **condiciones necesarias pero no suficientes** que auxiliará en la determinación del punto máximo, a partir de puntos candidatos que satisfacen las condiciones de primer orden clásicas.

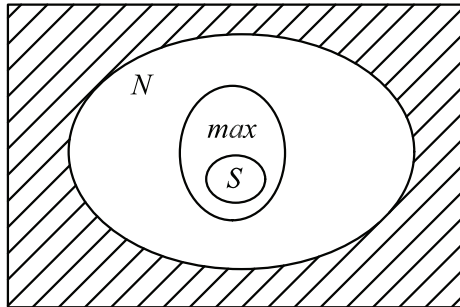


Figura 5.33 Condiciones necesarias pero no suficientes

A manera de precisión y con ayuda de la Figura 5.33 en la que figuran tres conjuntos, se recuerda que una condición necesaria pero no suficiente implica:

-Primero, el conjunto *max*, que incluye a la totalidad de los puntos máximos, se encuentra totalmente contenido en el conjunto *N* de donde; es condición necesaria que todo máximo pertenezca al conjunto *N*(ecesaria).

si *T* es máximo, entonces *T* pertenece a *N*

$$\text{Si } T \in \text{max} \Rightarrow T \in N$$

-Segundo, la anterior implicación no se cumple recíprocamente, es decir que no todo punto de *N* es máximo.

-Tercero, si un punto no pertenece a *N* entonces con certeza se puede afirmar que no es máximo.

$$\text{Si } T \notin N \Rightarrow T \notin \text{max}$$

-Cuarto, el conjunto *S*(uficiente) totalmente contenido en *max* define una condición de suficiencia, ya que si un punto pertenece a *S* entonces se puede afirmar que es máximo.

$$\text{Si } T \in S \Rightarrow T \in \text{max}$$

Adicionalmente, en este punto es preciso mencionar que, dadas las restricciones asociadas a la construcción por tramos de la función de potencia, se ha realizado igualmente un análisis de verificación por el método de Kuhn-Tucker, herramienta usual de resolución de los problemas de optimización sujetos a restricciones de desigualdad. La exposición que a continuación sigue, muestra como a través del uso exhaustivo de las herramientas tradicionales ha sido posible determinar el máximo de para la función de potencia, en particular debido a determinadas virtudes de regularidad garantizadas por la especificación del modelo.

Es así que retornando al estudio de la potencia se impone:

$$P() \geq 0$$

De donde mediante un análisis por casos se obtendrán las condiciones necesarias que todo máximo deberá cumplir.

### Caso 1

$$0 \leq T \leq 1$$

$$P() = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (T^3 - \alpha \cdot T^2) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot \underbrace{T^2}_{>0} (T - \alpha) \geq 0 \quad (5.47)$$

$$T - \alpha \geq 0 \Leftrightarrow T \geq \alpha$$

Lo que conciliado con la restricción sobre el tiempo del caso y explotando la condición de igualdad.

$$0 \leq \alpha = T \leq 1$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

De donde la condición necesaria par un máximo se expresará como:

$$T^* \begin{cases} \in [0;1] & \text{si } \alpha < 0 \\ \in [\alpha;1] & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases} \quad (5.48)$$

### Caso 2

$$1 \leq T \leq 2$$

$$P() = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot [T^3 + (\alpha - 6)T^2 + (10 - 4\alpha)T + (2\alpha - 4)] \geq 0 \quad (5.49)$$

La potencia será del signo del segundo factor, para lo que recobrando un paso intermedio equivalente del cálculo de la potencia anteriormente expuesto:

$$P() = \frac{MA^2\tau}{2} (2 - T - \alpha)(-2 + 4T - T^2) \quad (5.50)$$

Las raíces que resuelven al polinomio serán:

$$T = \left\{ 2 - \sqrt{2} ; 2 - \alpha ; 2 + \sqrt{2} \right\}$$

A continuación por el estudio de los límites al infinito se deduce:

$$\lim_{T \rightarrow -\infty} P() = \lim_{T \rightarrow -\infty} T^3 \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} P() = \lim_{T \rightarrow +\infty} T^3 \rightarrow +\infty$$

De donde se deduce que los valores algebraicos positivos de la potencia se encontrarán en el intervalo:

$$P(\cdot) \geq 0 \quad \text{para} \quad T \in [2 - \sqrt{2}; 2 - \alpha] \cup [2 + \sqrt{2}; +\infty [$$

Lo que finalmente conciliado con la restricción asociada al tiempo para el caso 2 implica:

$$1 \leq T = 2 - \alpha \leq 2$$

$$1 \leq 2 - \alpha \leq 2$$

$$-1 \leq -\alpha \leq 0$$

$$0 \geq \alpha \geq -1$$

De donde las condiciones necesarias a satisfacer por un máximo serán para el caso:

$$T^* \begin{cases} \in [1; 2] & \text{si } \alpha < 0 \\ \in [1; 2 - \alpha] & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases} \quad (5.51)$$

### Condiciones de Primer Orden

A continuación se analizan las condiciones de primer orden, que como es de conocimiento común permiten determinar los puntos críticos interiores a la restricción asociados con un máximo o mínimo.

#### Caso 1

$$0 \leq T \leq 1$$

$$P(\cdot) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (T^3 - \alpha \cdot T^2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot (3T^2 - 2\alpha T) \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{MA^2}{2} \cdot T(3T - 2\alpha) = 0$$

Posteriormente resolviendo encuentran dos raíces potenciales.

$$T_{1,2} = \left\{ 0, \frac{2}{3}\alpha \right\}$$

A continuación se verificar que las raíces previamente identificadas cumplen con las condiciones necesarias que todo máximo debe cumplir.

$$T^* \begin{cases} \in [0; 1] & \text{si } \alpha < 0 \\ \in [\alpha; 1] & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases}$$

Verificación de  $T_1 = 0$

Es claro que la primera condición se satisface, mientras la segunda no se satisface en todo el dominio de  $\alpha$ , aunque se verifica para el caso de la igualdad, es decir:

$$\alpha = 0 \leq T_1 \leq 1 \quad \text{si} \quad \alpha = 0$$

Como resultado de esto se deduce que la raíz estudiada es viable, es decir que alberga a un máximo o mínimo de la función de potencia, para  $\alpha \leq 0$ .

$\therefore$  Para  $\alpha \leq 0$   $T_1$  viable<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> Nótese que se incluye la igualdad a cero.

Verificación de  $T_2 = \frac{2}{3}\alpha$

$$\text{Si } \alpha < 0 \quad T_2 = \frac{2}{3}\alpha < 0$$

$$\text{Si } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad T_2 = \frac{2}{3}\alpha < \alpha$$

$$T_2 = \frac{2}{3}\alpha \begin{cases} \notin [0;1] & \text{si } \alpha < 0 \\ \notin [\alpha;1] & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases}$$

De lo que se deduce que la raíz  $T_2$  es inviable.

## Caso 2

$$1 \leq T \leq 2$$

$$P(\cdot) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot [T^3 + (\alpha - 6)T^2 + (10 - 4\alpha)T + (2\alpha - 4)] \geq 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{MA^2}{2} \cdot [3T^2 + 2(\alpha - 6)T + (10 - 4\alpha)] = 0$$

$$\frac{3}{2}T^2 + (\alpha - 6)T + (5 - 2\alpha) = 0$$

Lo que resuelto da por resultado dos raíces reales que posteriormente habrá que confrontar con las restricciones.

$$T_{1,2} = \frac{6 - \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3}$$

$$\text{Verificación de } T_1 = \frac{6 - \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3}$$

$$T \begin{cases} \in [1;2] & \text{si } \alpha < 0 \\ \in [1;2 - \alpha] & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases}$$

Escogemos el margen superior de la primera condición y construimos un *desiderátum*:

$$\text{Supóngase } T_1 = \frac{6 - \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 6} \leq \alpha \quad \text{!Contradicción}$$

El cual nos lleva a una contradicción, por lo que la primera condición no se satisface ya que:

$$T_1 = \frac{6 - \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} > 2 \tag{5.52}$$

A continuación, como corolario de lo anterior, se observa que la segunda condición tampoco se satisface ya que:

$$T_1 > 2 \geq 2 - \alpha \quad \text{si } 0 \geq \alpha \geq 1$$

$$T_1 > 2 - \alpha \quad \text{si } 0 \geq \alpha \geq 1$$

$$T_1 = \frac{6 - \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \begin{cases} \notin [1; 2] & \text{si } \alpha < 0 \\ \notin [1; 2 - \alpha] & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases}$$

Verificación de  $T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3}$

Supóngase  $T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \leq 2$  entonces  $-\sqrt{\alpha^2 + 6} \leq \alpha$

Ahora bien, siguiendo las condiciones de la primera condición  $\alpha < 0$

$$-\sqrt{\alpha^2 + 6} \leq -\|\alpha\| \Rightarrow \text{para } \alpha \text{ finitos } \sqrt{\alpha^2 + 6} > \|\alpha\|$$

$$\therefore T_2 \leq 2$$

Resta probar la condición asociada al límite inferior de la primera condición:

Supóngase  $T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \geq 2$  entonces  $-\sqrt{\alpha^2 + 6} \leq \alpha - 3$

para  $\alpha < 0 \Rightarrow \alpha - 3 < 0$

$$-\sqrt{\alpha^2 + 6} \geq \alpha - 3 > 0$$

$$\alpha^2 + 6 \leq (\alpha - 3)^2$$

$$\alpha^2 + 6 \leq \alpha^2 - 6\alpha + 9$$

$$\alpha \leq \frac{1}{2} \text{ condición satisfecha por hipótesis}$$

Se concluye la satisfacción de la primera condición.

En cuanto a la segunda condición y para el límite superior móvil, supóngase

$$T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \leq 2 - \alpha \text{ entonces } -\sqrt{\alpha^2 + 6} \leq -2\alpha$$

Por lo que a partir de las condiciones específicas  $0 \leq \alpha \leq 1$  se sabe que:

$$-\sqrt{\alpha^2 + 6} \leq -2\alpha \leq 0$$

$$\alpha^2 + 6 \geq 4\alpha^2$$

$$\alpha \leq \sqrt{2}$$

Condición compatible por hipótesis. En cuanto al límite inferior fijo de la segunda condición, caso estudiado previamente en el cuadro de la primera condición:

$$T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \geq 1$$

$$\alpha \leq \frac{1}{2}$$

$$T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \begin{cases} \in [1; 2] & \text{si } \alpha < 0 \\ \in [1; 2 - \alpha] & \text{si } 0 \leq \alpha \leq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (5.53)$$

En conclusión la raíz  $T_2$  es viable para  $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$ .

En síntesis, como resultado del estudio de las condiciones de primer orden se han identificado dos valores de  $T$  plausibles de albergar al máximo de la potencia.

$$T_1 = 0 \quad \text{si} \quad \alpha \leq 0 \tag{5.54}$$

$$T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \quad \text{si} \quad \alpha \leq \frac{1}{2}$$

### Estudio de la Concavidad

Como siguiente paso se estudia la concavidad de la función, ya que se recuerda que la satisfacción de las condiciones de primer orden no permite distinguir la naturaleza del punto en cuanto a si se trata de un máximo o mínimo.

#### Caso 1

$$0 \leq T \leq 1$$

Por derivación a partir de la expresión (5.20):

$$\frac{\partial P}{\partial t} = MA^2 \left( \frac{3}{2} T^2 - \alpha \cdot T \right) \tag{5.55}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \underbrace{MA^2}_{>0} (3T - \alpha)$$

De lo que se deduce que la segunda derivada parcial será del signo del segundo factor, entonces:

$$3T - \alpha = 0$$

$$T = \frac{\alpha}{3}$$

$$\frac{d^2 P}{dt^2} \begin{cases} < 0 & \text{si} \quad T < \frac{\alpha}{3} \\ \geq 0 & \text{si} \quad T \leq \frac{\alpha}{3} \end{cases}$$

Se observa la existencia de un punto de inflexión dado que la derivada segunda se anula y cambia de signo. De donde finalmente y dado que la posición del punto de inflexión es inferior a cero, se deduce que la región tal que  $T \in [0;1]$  es convexa para  $\alpha \leq 0$ , por lo que la potencia describe un mínimo local para  $T_1 = 0$ .

$$\min P(T) = P(T_1 = 0)$$

s.a

$$\alpha \leq 0$$

#### Caso 2

$$1 \leq T \leq 2$$

Nuevamente por derivación a partir de (5.21):

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{MA^2}{2} \cdot [3T^2 + 2(\alpha - 6)T + (10 - 4\alpha)]$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{MA^2}{\underbrace{\tau}_{>0}} \cdot [3T + \alpha - 6]$$

Se sigue que  $\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$  será del signo de  $3T + \alpha - 6$ , entonces:

$$3T + \alpha - 6 = 0$$

$$T = \frac{6 - \alpha}{3} = 2 - \frac{\alpha}{3}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \begin{cases} < 0 & \text{si } T < 2 - \frac{\alpha}{3} \\ \geq 0 & \text{si } T \geq 2 - \frac{\alpha}{3} \end{cases}$$

Por lo que suponiendo que se  $T_2$  albergue un máximo, entonces se debería verificar que el punto candidato se encuentra en la región cóncava de la función de potencia es decir donde la derivada segunda es negativa:

$$T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} < 2 - \frac{\alpha}{3}$$

$$6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6} < 6 - \alpha$$

$$-\sqrt{\alpha^2 + 6} < 0 \quad \text{OK}$$

Verificado lo anterior, es posible afirmar por lo tanto que  $T_2$  alberga un máximo en  $T \in [1; 2]$  para  $\alpha \leq \frac{1}{2}$ .

En síntesis, a través del estudio de las condiciones de segundo orden realizado en el apartado anterior se ha descartado en primer lugar al valor  $T_1$ , lo anterior dado que como se ha demostrado alberga a un mínimo de la función de potencia. En segundo término, se ha probado que la función de potencia experimenta un máximo no restringido para  $T_2$ :

$$\therefore T_2 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \text{ alberga un máximo para } \alpha \leq \frac{1}{2}$$

### **Demostración que la potencia maximiza para alfa mínimo**

$$P() = Tm() \cdot v()$$

$$P() = M(a() - a_n) \cdot v()$$

Haciendo aparecer la variable instrumental  $\alpha$ :

$$P() = MA \left( \frac{a()}{A} - \frac{a_n}{A} \right) \cdot v() = MA \left( \frac{a()}{A} - \alpha \right) \cdot v()$$

A continuación, recordando que las variables  $a()$  y  $v()$  son exógenas e independientes de  $\alpha$ , entonces:

$$\frac{dP(\alpha)}{d\alpha} = -MA \cdot v(\alpha) \leq 0$$
$$dP(\alpha) = -MAv(\alpha) \cdot d\alpha$$

De donde se deduce que las variaciones negativas de  $\alpha$  se saldan por variaciones positivas de la potencia; en otras palabras la potencia maximiza para  $\alpha$  mínimo. Lo que concretamente significa que la mayor potencia se presentará cuando la cabina está cargada al 100% de su capacidad, para los movimientos en ascenso.



## Anexo 5.2

### Determinación de la Potencia Instantánea Máxima

Una vez demostrado que el máximo de la potencia instantánea se presentará en el segundo periodo de aceleración; a continuación se determinará el valor máximo que alcanza la potencia instantánea por lo que calculando el gradiente a partir de la expresión de la potencia:

$$P_2(T, \alpha) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot [T^3 + (\alpha - 6)T^2 + (10 - 4\alpha)T + (2\alpha - 4)] \quad \text{para } 1 \leq T \leq 2$$

De donde el gradiente, que marca la dirección de máximo crecimiento de la función es:

$$\nabla P_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial T} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \end{pmatrix} = \frac{MA^2\tau}{2} \begin{pmatrix} 3T^2 + 2(\alpha - 6)T + (10 - 4\alpha) \\ T^2 - 4T + 2 \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

A continuación aplicando las condiciones de primer orden y resolviendo para cada componente del gradiente:

$$\begin{aligned} \nabla P_2 &= \vec{0} \\ \frac{\partial P_2}{\partial T} &= \frac{MA^2\tau}{2} (3T^2 + 2(\alpha - 6)T + (10 - 4\alpha)) = 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} &= \frac{MA^2\tau}{2} (T^2 - 4T + 2) = 0 \end{aligned}$$

Para la componente en  $\alpha$ , es posible concluir la negatividad en el dominio de la variable  $T$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} &= \frac{MA^2\tau}{2} (T^2 - 4T + 2) = 0 \\ T_1 &= 2 - \sqrt{2} < 1 \quad T_2 = 2 + \sqrt{2} > 2 \end{aligned}$$

Sucesivamente estudiando la concavidad:

$$\frac{\partial^2}{\partial T^2} \left( \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \right) = MA^2\tau > 0$$

De esto se deduce que la primera derivada es negativa en el intervalo definido entre las dos raíces:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} &\leq 0 \quad \text{para } T \in [T_1; T_2] \\ \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} &\leq 0 \quad \text{para todo } T \in [1; 2] \text{ y todo } \alpha \end{aligned} \quad (5.57)$$

De lo anterior se concluye que la potencia instantánea maximiza en  $\alpha$  para los valores mínimos de  $\alpha$ ; es decir mientras más negativa  $\alpha$  mayor será la magnitud de la potencia instantánea.

En cuanto a la componente en  $T$ , se obtienen igualmente soluciones que satisfacen las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial P_2}{\partial T} = \frac{MA^2\tau}{2}(3T^2 + 2(\alpha - 6)T + (10 - 4\alpha)) = 0$$

$$T_1 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \quad T_2 = \frac{6 - \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3}$$

A continuación, realizando el estudio de la concavidad se obtiene que la segunda derivada iterada sobre la primera es positiva:

$$\frac{\partial^2}{\partial T^2} \left( \frac{\partial P_2}{\partial T} \right) = \frac{\partial^3}{\partial T^3} = 3MA^2\tau > 0$$

De esto se deduce que la primera derivada es negativa en el intervalo definido entre las dos raíces:

$$\frac{\partial P_2}{\partial T} \leq 0 \quad \text{para } T \in [T_1; T_2] \quad (5.58)$$

Sin embargo, este primer análisis únicamente permite determinar parcialmente el argumento máximo de la potencia instantánea en un dominio acotado de  $\alpha$ .

$$\frac{\partial P_2}{\partial T} = 0 \quad \text{en } T_1 = \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} \quad \text{para } \alpha \leq \frac{1}{2} \quad (5.59)$$

Para definir el argumento máximo de la potencia instantánea en el dominio restante se hace uso a continuación de las condiciones de **Kuhn Tucker (KKT)**, las cuales son las **condiciones necesarias** que todo máximo restringido debe reunir; dichas condiciones en su forma canónica y suponiendo una función a maximizar para la cual existe una restricción de positividad son:

$$\begin{aligned} & \max f(x) \\ & \text{sujeto a:} \\ & x \geq 0 \\ & i) x^* = 0 \\ & ii) \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x^*} \leq 0 \\ & iii) x^* \cdot \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x^*} = 0 \end{aligned}$$

De donde se deduce que para reducir a la forma canónica la expresión de la potencia instantánea será necesaria un cambio de variable, en particular un par de translaciones sobre las variables independientes. Es así que:

$$\begin{aligned} T &= T - 1 \\ a &= \alpha - \alpha_{\min} \end{aligned}$$

Para lo cual basados en la negatividad de la componente en  $\alpha$  del gradiente(5.57),  $\alpha_{\min}$  representa el mínimo técnico tal que a partir de las expresiones (5.16) y (5.19):

$$\begin{aligned} m_1 &: \text{ masa del conjunto viajero (cabina más carga útil)} \\ m_2 &: \text{ masa del conjunto contrapeso} \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{a_n}{A} = -\frac{g}{A} \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial m_1} dm_1 + \frac{\partial \alpha}{\partial m_2} dm_2$$

$$d\alpha = -\frac{2g}{A(m_1 + m_2)^2} \{m_2 \cdot dm_1 - m_1 \cdot dm_2\}$$

$$d\alpha = \frac{2g}{A(m_1 + m_2)^2} \{-m_2 \cdot dm_1 + m_1 \cdot dm_2\}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial m_1} \leq 0$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial m_2} \geq 0$$

De donde se deduce que los incrementos en  $m_1$  seguidos de reducciones en  $m_2$ , tienen por efecto un decremento de  $\alpha$ , lo que técnicamente tiene un límite físico basado en que la masa del conjunto viajero no podrá incrementarse por encima de la suma del peso muerto de cabina más el 100% de carga en cabina. Por otro lado, la masa del conjunto contrapeso tiene un límite inferior cuando ésta se anula, por lo que el límite es:

$$\alpha_{\text{lim}} = -\frac{g}{A}$$

Por lo que finalmente se puede asumir que:

$$\alpha_{\text{min}} \geq -\frac{g}{A}$$

Entonces las condiciones de Kuhn Tucker para un máximo restringido de la potencia en  $p^*$  tal que  $\alpha = \alpha_{\text{min}}$  y  $T = 1$ :

$$i) p^* : \begin{cases} T^* = 0 \\ a^* = 0 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} \left. \frac{\partial P_2}{\partial T} \right|_{p^*} \leq 0 \\ \left. \frac{\partial P_2}{\partial a} \right|_{p^*} \leq 0 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} T^* \left. \frac{\partial P_2}{\partial T} \right|_{p^*} = 0 \\ a^* \left. \frac{\partial P_2}{\partial a} \right|_{p^*} = 0 \end{cases}$$

Lo que resulta en:

$$i) p^* : \begin{cases} T^* = T - 1 = 0 \\ a^* = \alpha - \alpha_{\text{min}} = 0 \end{cases} \quad (5.60)$$

$$ii) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} = \frac{\partial P_2}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial T} \Big|_{p^*} = \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} \leq 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} \leq 0 \end{array} \right. \quad (5.61)$$

$$iii) \left\{ \begin{array}{l} T^* \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} = T^* \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} = 0 \\ a^* \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = a^* \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = 0 \end{array} \right. \quad (5.62)$$

El primer juego de condiciones (5.60) se satisface por construcción. En cuanto al segundo (5.61):

$$\frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} = \frac{MA^2\tau}{2} (3T^2 + 2(\alpha - 6)T + 10 - 4\alpha) \Big|_{p^*}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} = \frac{MA^2\tau}{2} (1 - 2\alpha_{\min})$$

Aplicando la condición de negatividad de KKT.

$$\frac{MA^2\tau}{2} (1 - 2\alpha_{\min}) \leq 0$$

$$\alpha_{\min} \geq \frac{1}{2}$$

De donde se deduce que para todo  $\alpha$  superior a un medio la primera expresión de la condición (5.61) será negativa.

Por otro lado:

$$\frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = \frac{MA^2\tau}{2} (T^2 - 4T + 2) \Big|_{p^*}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = -\frac{MA^2\tau}{2} \leq 0$$

En lo que se refiere al tercer par de condiciones (5.62), éstas derivan de la naturaleza finita de las derivadas parciales anteriormente obtenidas; por lo que sustituyendo  $p^*$  se obtiene:

$$T^* \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} = T^* \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_{p^*} = 0 \cdot \frac{MA^2\tau}{2} (1 - 2\alpha_{\min}) = 0$$

$$a^* \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = a^* \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_{p^*} = -0 \cdot \frac{MA^2\tau}{2} = 0$$

En conclusión, se ha demostrado la existencia de un máximo local restringido a través de la verificación de las condiciones Kuhn-Tucker. A continuación, con el objeto de demostrar que dicho máximo es absoluto, se estudiarán las condiciones de suficiencia complementarias, las cuales equivalen a demostrar que la función que caracteriza a la potencia instantánea es monótona decreciente en la totalidad del dominio de las variables independientes.

Sea  $p$  cualquier punto caracterizado por el par  $(T; \alpha)$  donde  $T$  pertenece al intervalo  $[1; 2]$  y  $\alpha$  al intervalo  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ :

$$\forall p \in D_T \times D_\alpha = [1; 2] \times \left[\frac{1}{2}; 1\right]$$

Entonces:

$$iv) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_p = \frac{\partial P_2}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial T} \Big|_p = \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_p \leq 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_p = \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} \Big|_p = \frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_p \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_p = \frac{MA^2\tau}{2} (3T^2 + 2(\alpha - 6)T + 10 - 4\alpha) \Big|_p^*$$

Donde según lo concluido en (5.58) y para la cual  $T_1$  y  $T_2$  son las raíces del polinomio:

$$\frac{\partial P_2}{\partial T} \leq 0 \quad \forall T \in [T_1; T_2]$$

Sucesivamente, en virtud del hecho que el intervalo de definición  $D_T = [1; 2]$  está contenido en  $[T_1; T_2]$  se concluye la satisfacción de la primera condición de suficiencia.

$$D_T \subset [T_1; T_2] \Rightarrow \frac{\partial P_2}{\partial T} \Big|_p \leq 0$$

De forma análoga y a partir de lo concluido en (5.57):

$$\frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \leq 0$$

Donde de igual manera reiterando el argumento de contención se concluye la satisfacción de la segunda condición de suficiencia.

$$\frac{\partial P_2}{\partial \alpha} \Big|_p \leq 0$$

En conclusión, una vez satisfechas las condiciones de suficiencia se ha demostrado que para  $\alpha \geq 0,5$  existe un máximo absoluto para la función de potencia instantánea en  $T = 1$ ; Este resultado complementa lo enunciado en la expresión (5.59), la cual refiere al máximo interior para la condición  $\alpha \leq 0,5$ . De donde finalmente reuniendo los dos resultados parciales se obtiene la expresión general para la potencia instantánea máxima:

$$P_{\max}(\alpha) = \frac{MA^2\tau}{2} \cdot [T^3 + (\alpha - 6)T^2 + (10 - 4\alpha)T + (2\alpha - 4)] \quad (5.63)$$

$$\text{donde } T = \begin{cases} \frac{6 - \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 6}}{3} & \text{para } \alpha \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{para } \alpha > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (5.64)$$

A partir de las expresiones anteriores y asumiendo valores específicos para las variables es posible evaluar la potencia instantánea máxima en función del módulo de la aceleración  $A$ ; Es así que primeramente retomando las expresiones (5.10) y (5.12) se calcula el dominio de definición del módulo de la aceleración de forma que se garantice el funcionamiento en régimen completo:

$$\frac{da}{dt} \geq \sqrt{\frac{2}{D_{\text{inter}}}} \cdot A^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{A^2}{V_{\text{ter}}}$$

entonces:

$$A \geq \frac{2V_{\text{ter}}^2}{D_{\text{inter}}}$$

lo que en conjunto con la condición de confort (5.1) da por resultado:

$$\frac{2V_{\text{ter}}^2}{D_{\text{inter}}} \leq A < 1,5m / s^2$$

En cuanto a  $\tau$  igualando las expresiones (5.4) y (5.12) se deduce que:

$$\tau = \frac{V_{\text{ter}}}{A} \tag{5.65}$$

En lo que se refiere al valor de  $\alpha$  y a partir de (5.57), según lo cual la potencia instantánea maximiza para el valor mínimo de dicha variable  $\alpha_{\text{min}}$  y analizando el signo de la primera derivada, donde:

$m_1$ : masa del conjunto viajero (cabina más carga útil)

$m_2$ : masa del conjunto contrapeso

$$\alpha = \frac{a_n}{A} = -\frac{g(m_1 - m_2)}{A(m_1 + m_2)}$$

$$d\alpha = -\underbrace{\frac{g \cdot 2m_2}{A(m_1 + m_2)^2}}_{<0} dm_1$$

Se concluye que los incrementos de  $m_1$  redundan en decrementos de  $\alpha$ , por lo  $\alpha_{\text{min}}$  se obtiene al adquirir  $m_1$  su máximo. Lo anterior en términos de las variables técnicas del ascensor implica que:

Siendo

$m_e$ : masa de cabina en vacío

$m_{\text{max}}$ : máxima capacidad de carga (rated capacity, kg)

$\mu$ : porcentaje de contrapesaje (decimal)

$m_1 = m_e + m_{\text{max}}$ : masa del conjunto viajero (cabina más carga útil)

$m_2 = m_e + \mu \cdot m_{\text{max}}$ : masa del conjunto contrapeso

Entonces:

$$\alpha_{\min} = -\frac{g}{A} \cdot \frac{((1-\mu) \cdot m_{\max})}{(2m_e + (1+\mu) \cdot m_{\max})} \quad (5.66)$$

Por lo que reescribiendo la expresión de la potencia instantánea máxima, inyectando (5.65) y (5.19) se obtiene:

$$P_{\max}(A) = \frac{MAV_{ter}}{2} \cdot [T^3 + (\alpha_{\min} - 6)T^2 + (10 - 4\alpha_{\min})T + (2\alpha_{\min} - 4)] \quad (5.67)$$

Donde:

$$\alpha_{\min} = -\frac{g}{A} \cdot \frac{((1-\mu) \cdot m_{\max})}{(2m_e + (1+\mu) \cdot m_{\max})}$$

$$M = 2m_e + (1+\mu) \cdot m_{\max}$$

$$T = \begin{cases} \frac{6 - \alpha_{\min} - \sqrt{\alpha_{\min}^2 + 6}}{3} & \text{para } \alpha_{\min} \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{para } \alpha_{\min} > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Siendo las variables técnicas:

$m_e$ : masa de cabina en vacío

$m_{\max}$ : máxima capacidad de carga (rated capacity, kg)

$\mu$ : porcentaje de contrapesaje (decimal)

$V_{ter}$ : velocidad terminal de crucero (m/s)

## Anexo 5.3

### Enfoque Analítico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s

ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1m/s (J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
6	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02
7	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02	7,14E+02
8	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1m/s (J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,85E+04	3,71E+04	5,56E+04	7,42E+04	9,27E+04	1,11E+05	1,30E+05	1,48E+05	1,67E+05	1,85E+05
1	1,62E+04	3,24E+04	4,87E+04	6,49E+04	8,11E+04	9,73E+04	1,14E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
2	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,95E+04	8,34E+04	9,73E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
3	1,16E+04	2,32E+04	3,48E+04	4,64E+04	5,79E+04	6,95E+04	8,11E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,16E+05
4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04
5	6,95E+03	1,39E+04	2,09E+04	2,78E+04	3,48E+04	4,17E+04	4,87E+04	5,56E+04	6,26E+04	6,95E+04
6	4,80E+03	9,43E+03	1,41E+04	1,87E+04	2,33E+04	2,80E+04	3,26E+04	3,72E+04	4,19E+04	4,65E+04
7	3,03E+03	5,35E+03	7,67E+03	9,98E+03	1,23E+04	1,46E+04	1,69E+04	1,93E+04	2,16E+04	2,39E+04
8	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1m/s (J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
5	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01	7,19E+01
6	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02	5,21E+02
7	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03	1,36E+03
8	2,72E+03	4,58E+03	6,43E+03	8,29E+03	1,01E+04	1,20E+04	1,38E+04	1,57E+04	1,76E+04	1,94E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%



**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	1,67E+04	3,34E+04	5,01E+04	6,67E+04	8,34E+04	1,00E+05	1,17E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,67E+05
	1	1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,75E+04	7,18E+04	8,62E+04	1,01E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,44E+05
	2	1,21E+04	2,41E+04	3,62E+04	4,82E+04	6,03E+04	7,23E+04	8,44E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,21E+05
	3	9,73E+03	1,95E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,87E+04	5,84E+04	6,81E+04	7,79E+04	8,76E+04	9,73E+04
	4	7,42E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,45E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,42E+04
	5	5,17E+03	1,03E+04	1,54E+04	2,05E+04	2,56E+04	3,07E+04	3,58E+04	4,09E+04	4,60E+04	5,11E+04
	6	3,30E+03	6,08E+03	8,86E+03	1,16E+04	1,44E+04	1,72E+04	2,00E+04	2,28E+04	2,56E+04	2,83E+04
	7	1,82E+03	2,28E+03	2,75E+03	3,21E+03	3,67E+03	4,14E+03	4,60E+03	5,06E+03	5,53E+03	5,99E+03
	8	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02	8,69E+02

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,61E+01
	5	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02	3,52E+02
	6	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03
	7	2,35E+03	3,74E+03	5,13E+03	6,53E+03	7,92E+03	9,31E+03	1,07E+04	1,21E+04	1,35E+04	1,49E+04
	8	4,05E+03	7,75E+03	1,15E+04	1,52E+04	1,89E+04	2,26E+04	2,63E+04	3,00E+04	3,37E+04	3,74E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	1,48E+04	2,97E+04	4,45E+04	5,93E+04	7,42E+04	8,90E+04	1,04E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05
	1	1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,01E+04	6,26E+04	7,51E+04	8,76E+04	1,00E+05	1,13E+05	1,25E+05
	2	1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,10E+04	6,12E+04	7,14E+04	8,16E+04	9,18E+04	1,02E+05
	3	7,88E+03	1,58E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,94E+04	4,73E+04	5,52E+04	6,30E+04	7,09E+04	7,88E+04
	4	5,58E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,23E+04	2,78E+04	3,34E+04	3,90E+04	4,45E+04	5,01E+04	5,56E+04
	5	3,60E+03	6,84E+03	1,01E+04	1,33E+04	1,66E+04	1,98E+04	2,31E+04	2,63E+04	2,96E+04	3,28E+04
	6	2,03E+03	2,95E+03	3,88E+03	4,81E+03	5,73E+03	6,66E+03	7,59E+03	8,51E+03	9,44E+03	1,04E+04
	7	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02	9,63E+02
	8	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02	2,11E+02
	5	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02
	6	1,99E+03	2,92E+03	3,85E+03	4,78E+03	5,70E+03	6,63E+03	7,56E+03	8,48E+03	9,41E+03	1,03E+04
	7	3,63E+03	6,88E+03	1,01E+04	1,34E+04	1,66E+04	1,99E+04	2,31E+04	2,63E+04	2,96E+04	3,28E+04
	8	5,61E+03	1,12E+04	1,67E+04	2,23E+04	2,79E+04	3,34E+04	3,90E+04	4,45E+04	5,01E+04	5,57E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,30E+04	2,60E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,49E+04	7,79E+04	9,09E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,30E+05
	1	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,40E+04	7,46E+04	8,53E+04	9,59E+04	1,07E+05
	2	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	5,01E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,34E+04
	3	6,03E+03	1,21E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,62E+04	4,22E+04	4,82E+04	5,42E+04	6,03E+04
	4	3,92E+03	7,63E+03	1,13E+04	1,50E+04	1,88E+04	2,25E+04	2,62E+04	2,99E+04	3,36E+04	3,73E+04
	5	2,25E+03	3,64E+03	5,03E+03	6,42E+03	7,81E+03	9,20E+03	1,06E+04	1,20E+04	1,34E+04	1,48E+04
	6	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03
	7	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02
	8	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01	4,98E+01

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02	1,01E+02
	4	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,38E+02
	5	1,65E+03	2,11E+03	2,57E+03	3,04E+03	3,50E+03	3,97E+03	4,43E+03	4,89E+03	5,36E+03	5,82E+03
	6	3,23E+03	6,01E+03	8,79E+03	1,16E+04	1,43E+04	1,71E+04	1,99E+04	2,27E+04	2,55E+04	2,83E+04
	7	5,16E+03	1,03E+04	1,54E+04	2,05E+04	2,56E+04	3,07E+04	3,58E+04	4,09E+04	4,60E+04	5,11E+04
	8	7,42E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,45E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,42E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,11E+04	2,22E+04	3,34E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,67E+04	7,79E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05
1		8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,28E+04	6,16E+04	7,05E+04	7,93E+04	8,81E+04
2		6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,24E+04	3,89E+04	4,54E+04	5,19E+04	5,84E+04	6,49E+04
3		4,27E+03	8,44E+03	1,26E+04	1,68E+04	2,10E+04	2,51E+04	2,93E+04	3,35E+04	3,76E+04	4,18E+04
4		2,49E+03	4,35E+03	6,20E+03	8,05E+03	9,91E+03	1,18E+04	1,36E+04	1,55E+04	1,73E+04	1,92E+04
5		1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03
6		4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02
7		6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01	6,58E+01
8		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2		2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01
3		4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,42E+02
4		1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03
5		2,83E+03	5,14E+03	7,46E+03	9,78E+03	1,21E+04	1,44E+04	1,67E+04	1,90E+04	2,14E+04	2,37E+04
6		4,72E+03	9,36E+03	1,40E+04	1,86E+04	2,33E+04	2,79E+04	3,25E+04	3,72E+04	4,18E+04	4,64E+04
7		6,95E+03	1,39E+04	2,09E+04	2,78E+04	3,48E+04	4,17E+04	4,87E+04	5,56E+04	6,26E+04	6,95E+04
8		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04
1		6,95E+03	1,39E+04	2,09E+04	2,78E+04	3,48E+04	4,17E+04	4,87E+04	5,56E+04	6,26E+04	6,95E+04
2		4,66E+03	9,30E+03	1,39E+04	1,86E+04	2,32E+04	2,78E+04	3,25E+04	3,71E+04	4,17E+04	4,64E+04
3		2,76E+03	5,08E+03	7,39E+03	9,71E+03	1,20E+04	1,43E+04	1,67E+04	1,90E+04	2,13E+04	2,36E+04
4		1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,32E+03
5		5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02
6		8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01	8,52E+01
7		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
8		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01	1,08E-01
	2	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02	2,75E+02
	3	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03
	4	2,44E+03	4,29E+03	6,14E+03	8,00E+03	9,85E+03	1,17E+04	1,36E+04	1,54E+04	1,73E+04	1,91E+04
	5	4,28E+03	8,45E+03	1,26E+04	1,68E+04	2,10E+04	2,51E+04	2,93E+04	3,35E+04	3,77E+04	4,18E+04
	6	6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,24E+04	3,89E+04	4,54E+04	5,19E+04	5,84E+04	6,49E+04
	7	8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,28E+04	6,16E+04	7,05E+04	7,93E+04	8,81E+04
	8	1,11E+04	2,22E+04	3,34E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,67E+04	7,79E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	7,42E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,45E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,42E+04
	1	5,10E+03	1,02E+04	1,53E+04	2,04E+04	2,55E+04	3,06E+04	3,57E+04	4,08E+04	4,59E+04	5,10E+04
	2	3,06E+03	5,84E+03	8,62E+03	1,14E+04	1,42E+04	1,70E+04	1,97E+04	2,25E+04	2,53E+04	2,81E+04
	3	1,51E+03	1,97E+03	2,43E+03	2,90E+03	3,36E+03	3,82E+03	4,29E+03	4,75E+03	5,21E+03	5,68E+03
	4	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02
	5	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02
	2	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02	7,91E+02
	3	2,06E+03	3,45E+03	4,84E+03	6,23E+03	7,62E+03	9,01E+03	1,04E+04	1,18E+04	1,32E+04	1,46E+04
	4	3,84E+03	7,55E+03	1,13E+04	1,50E+04	1,87E+04	2,24E+04	2,61E+04	2,98E+04	3,35E+04	3,72E+04
	5	6,03E+03	1,21E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,62E+04	4,22E+04	4,82E+04	5,42E+04	6,03E+04
	6	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	5,01E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,34E+04
	7	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,40E+04	7,46E+04	8,53E+04	9,59E+04	1,07E+05
	8	1,30E+04	2,60E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,49E+04	7,79E+04	9,09E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,30E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	5,56E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,22E+04	2,78E+04	3,34E+04	3,89E+04	4,45E+04	5,01E+04	5,56E+04
	1	3,39E+03	6,63E+03	9,87E+03	1,31E+04	1,64E+04	1,96E+04	2,29E+04	2,61E+04	2,93E+04	3,26E+04
	2	1,72E+03	2,65E+03	3,57E+03	4,50E+03	5,43E+03	6,35E+03	7,28E+03	8,21E+03	9,13E+03	1,01E+04
	3	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02	6,65E+02
	4	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01
	1	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02	5,63E+02
	2	1,69E+03	2,61E+03	3,54E+03	4,47E+03	5,40E+03	6,32E+03	7,25E+03	8,18E+03	9,10E+03	1,00E+04
	3	3,41E+03	6,66E+03	9,90E+03	1,31E+04	1,64E+04	1,96E+04	2,29E+04	2,61E+04	2,94E+04	3,26E+04
	4	5,56E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,22E+04	2,78E+04	3,34E+04	3,89E+04	4,45E+04	5,01E+04	5,56E+04
	5	7,88E+03	1,58E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,94E+04	4,73E+04	5,52E+04	6,30E+04	7,09E+04	7,88E+04
	6	1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,10E+04	6,12E+04	7,14E+04	8,16E+04	9,18E+04	1,02E+05
	7	1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,01E+04	6,26E+04	7,51E+04	8,76E+04	1,00E+05	1,13E+05	1,25E+05
	8	1,48E+04	2,97E+04	4,45E+04	5,93E+04	7,42E+04	8,90E+04	1,04E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	3,76E+03	7,46E+03	1,12E+04	1,49E+04	1,86E+04	2,23E+04	2,60E+04	2,97E+04	3,34E+04	3,71E+04
	1	1,95E+03	3,34E+03	4,73E+03	6,12E+03	7,52E+03	8,91E+03	1,03E+04	1,17E+04	1,31E+04	1,45E+04
	2	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02	7,61E+02
	3	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02	1,67E+02
1		8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02	8,87E+02
2		2,30E+03	4,15E+03	6,01E+03	7,86E+03	9,71E+03	1,16E+04	1,34E+04	1,53E+04	1,71E+04	1,90E+04
3		4,21E+03	8,39E+03	1,26E+04	1,67E+04	2,09E+04	2,51E+04	2,92E+04	3,34E+04	3,76E+04	4,18E+04
4		6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,24E+04	3,89E+04	4,54E+04	5,19E+04	5,84E+04	6,49E+04
5		8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,28E+04	6,16E+04	7,05E+04	7,93E+04	8,81E+04
6		1,11E+04	2,22E+04	3,34E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,67E+04	7,79E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05
7		1,34E+04	2,69E+04	4,03E+04	5,38E+04	6,72E+04	8,07E+04	9,41E+04	1,08E+05	1,21E+05	1,34E+05
8		1,58E+04	3,15E+04	4,73E+04	6,30E+04	7,88E+04	9,46E+04	1,10E+05	1,26E+05	1,42E+05	1,58E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		2,95E+03	5,73E+03	8,51E+03	1,13E+04	1,41E+04	1,69E+04	1,96E+04	2,24E+04	2,52E+04	2,80E+04
1		1,35E+03	1,81E+03	2,28E+03	2,74E+03	3,20E+03	3,67E+03	4,13E+03	4,60E+03	5,06E+03	5,52E+03
2		4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02
3		4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01	4,19E+01
4		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
5		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
6		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
7		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
8		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02	3,63E+02
1		1,33E+03	1,80E+03	2,26E+03	2,73E+03	3,19E+03	3,65E+03	4,12E+03	4,58E+03	5,04E+03	5,51E+03
2		2,99E+03	5,77E+03	8,55E+03	1,13E+04	1,41E+04	1,69E+04	1,97E+04	2,25E+04	2,52E+04	2,80E+04
3		5,10E+03	1,02E+04	1,53E+04	2,04E+04	2,55E+04	3,06E+04	3,57E+04	4,08E+04	4,59E+04	5,10E+04
4		7,42E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,45E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,42E+04
5		9,73E+03	1,95E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,87E+04	5,84E+04	6,81E+04	7,79E+04	8,76E+04	9,73E+04
6		1,21E+04	2,41E+04	3,62E+04	4,82E+04	6,03E+04	7,23E+04	8,44E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,21E+05
7		1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,75E+04	7,18E+04	8,62E+04	1,01E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,44E+05
8		1,67E+04	3,34E+04	5,01E+04	6,67E+04	8,34E+04	1,00E+05	1,17E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,67E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	2,22E+03	4,07E+03	5,93E+03	7,78E+03	9,63E+03	1,15E+04	1,33E+04	1,52E+04	1,70E+04	1,89E+04
	1	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02	8,71E+02
	2	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02	6,39E+02
	1	1,91E+03	3,30E+03	4,69E+03	6,08E+03	7,47E+03	8,86E+03	1,03E+04	1,16E+04	1,30E+04	1,44E+04
	2	3,77E+03	7,48E+03	1,12E+04	1,49E+04	1,86E+04	2,23E+04	2,60E+04	2,97E+04	3,34E+04	3,71E+04
	3	6,03E+03	1,21E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,62E+04	4,22E+04	4,82E+04	5,42E+04	6,03E+04
	4	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	5,01E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,34E+04
	5	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,40E+04	7,46E+04	8,53E+04	9,59E+04	1,07E+05
	6	1,30E+04	2,60E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,49E+04	7,79E+04	9,09E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,30E+05
	7	1,53E+04	3,06E+04	4,59E+04	6,12E+04	7,65E+04	9,18E+04	1,07E+05	1,22E+05	1,38E+05	1,53E+05
	8	1,76E+04	3,52E+04	5,28E+04	7,05E+04	8,81E+04	1,06E+05	1,23E+05	1,41E+05	1,59E+05	1,76E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,57E+03	2,49E+03	3,42E+03	4,35E+03	5,27E+03	6,20E+03	7,13E+03	8,06E+03	8,98E+03	9,91E+03
	1	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02
	2	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01	5,95E+01
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03
	1	2,57E+03	4,89E+03	7,21E+03	9,53E+03	1,18E+04	1,42E+04	1,65E+04	1,88E+04	2,11E+04	2,34E+04
	2	4,64E+03	9,27E+03	1,39E+04	1,85E+04	2,32E+04	2,78E+04	3,24E+04	3,71E+04	4,17E+04	4,64E+04
	3	6,95E+03	1,39E+04	2,09E+04	2,78E+04	3,48E+04	4,17E+04	4,87E+04	5,56E+04	6,26E+04	6,95E+04
	4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04
	5	1,16E+04	2,32E+04	3,48E+04	4,64E+04	5,79E+04	6,95E+04	8,11E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,16E+05
	6	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,95E+04	8,34E+04	9,73E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
	7	1,62E+04	3,24E+04	4,87E+04	6,49E+04	8,11E+04	9,73E+04	1,14E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
	8	1,85E+04	3,71E+04	5,56E+04	7,42E+04	9,27E+04	1,11E+05	1,30E+05	1,48E+05	1,67E+05	1,85E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03	1,00E+03
	1	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02	2,55E+02
	2	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01	8,09E-01
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%



## Enfoque Analítico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s

### ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)

		Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02
	6	1,62E+02	8,60E+02	8,60E+02	8,60E+02	8,60E+02	8,60E+02	8,60E+02	8,60E+02	8,60E+02	8,60E+02
	7	7,14E+02	2,23E+03	2,23E+03	2,23E+03	2,23E+03	2,23E+03	2,23E+03	2,23E+03	2,23E+03	2,23E+03
	8	1,63E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

### ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)

		Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,85E+04	3,71E+04	5,56E+04	7,42E+04	9,27E+04	1,11E+05	1,30E+05	1,48E+05	1,67E+05	1,85E+05
	1	1,62E+04	3,24E+04	4,87E+04	6,49E+04	8,11E+04	9,73E+04	1,14E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
	2	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,95E+04	8,34E+04	9,73E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
	3	1,16E+04	2,32E+04	3,48E+04	4,64E+04	5,79E+04	6,95E+04	8,11E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,16E+05
	4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04
	5	6,95E+03	1,40E+04	2,10E+04	2,79E+04	3,49E+04	4,18E+04	4,88E+04	5,57E+04	6,27E+04	6,96E+04
	6	4,80E+03	1,01E+04	1,48E+04	1,94E+04	2,40E+04	2,87E+04	3,33E+04	3,79E+04	4,26E+04	4,72E+04
	7	3,03E+03	6,86E+03	9,18E+03	1,15E+04	1,38E+04	1,61E+04	1,84E+04	2,08E+04	2,31E+04	2,54E+04
	8	1,63E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

### ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)

		Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01
	5	7,19E+01	5,58E+02	5,58E+02	5,58E+02	5,58E+02	5,58E+02	5,58E+02	5,58E+02	5,58E+02	5,58E+02
	6	5,21E+02	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03
	7	1,36E+03	3,58E+03	3,58E+03	3,58E+03	3,58E+03	3,58E+03	3,58E+03	3,58E+03	3,58E+03	3,58E+03
	8	2,72E+03	6,28E+03	8,13E+03	9,99E+03	1,18E+04	1,37E+04	1,55E+04	1,74E+04	1,93E+04	2,11E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1,6m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,67E+04	3,34E+04	5,01E+04	6,67E+04	8,34E+04	1,00E+05	1,17E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,67E+05
	1	1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,75E+04	7,18E+04	8,62E+04	1,01E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,44E+05
	2	1,21E+04	2,41E+04	3,62E+04	4,82E+04	6,03E+04	7,23E+04	8,44E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,21E+05
	3	9,73E+03	1,95E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,87E+04	5,84E+04	6,81E+04	7,79E+04	8,76E+04	9,73E+04
	4	7,42E+03	1,49E+04	2,23E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,45E+04	5,19E+04	5,94E+04	6,68E+04	7,42E+04
	5	5,17E+03	1,08E+04	1,59E+04	2,10E+04	2,61E+04	3,12E+04	3,62E+04	4,13E+04	4,64E+04	5,15E+04
	6	3,30E+03	7,32E+03	1,01E+04	1,29E+04	1,57E+04	1,84E+04	2,12E+04	2,40E+04	2,68E+04	2,96E+04
	7	1,82E+03	4,51E+03	4,97E+03	5,43E+03	5,90E+03	6,36E+03	6,82E+03	7,29E+03	7,75E+03	8,21E+03
	8	8,69E+02	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1,6m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	1,61E+01	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02
	5	3,52E+02	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03
	6	1,10E+03	3,01E+03	3,01E+03	3,01E+03	3,01E+03	3,01E+03	3,01E+03	3,01E+03	3,01E+03	3,01E+03
	7	2,35E+03	5,52E+03	6,91E+03	8,30E+03	9,69E+03	1,11E+04	1,25E+04	1,39E+04	1,53E+04	1,66E+04
	8	4,05E+03	8,75E+03	1,25E+04	1,62E+04	1,99E+04	2,36E+04	2,73E+04	3,10E+04	3,47E+04	3,84E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1,6m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,48E+04	2,97E+04	4,45E+04	5,93E+04	7,42E+04	8,90E+04	1,04E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05
	1	1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,01E+04	6,26E+04	7,51E+04	8,76E+04	1,00E+05	1,13E+05	1,25E+05
	2	1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,10E+04	6,12E+04	7,14E+04	8,16E+04	9,18E+04	1,02E+05
	3	7,88E+03	1,58E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,94E+04	4,73E+04	5,52E+04	6,30E+04	7,09E+04	7,88E+04
	4	5,58E+03	1,14E+04	1,70E+04	2,26E+04	2,81E+04	3,37E+04	3,92E+04	4,48E+04	5,04E+04	5,59E+04
	5	3,60E+03	7,82E+03	1,11E+04	1,43E+04	1,76E+04	2,08E+04	2,40E+04	2,73E+04	3,05E+04	3,38E+04
	6	2,03E+03	4,86E+03	5,79E+03	6,72E+03	7,64E+03	8,57E+03	9,50E+03	1,04E+04	1,14E+04	1,23E+04
	7	9,63E+02	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03
	8	3,38E+02	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
3	0,00E+00	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,30E+02
4	2,11E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02	9,48E+02
5	8,58E+02	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03	2,47E+03
6	1,99E+03	4,78E+03	5,71E+03	6,64E+03	7,56E+03	8,49E+03	9,42E+03	1,03E+04	1,13E+04	1,22E+04	1,22E+04
7	3,63E+03	7,92E+03	1,12E+04	1,44E+04	1,77E+04	2,09E+04	2,41E+04	2,74E+04	3,06E+04	3,39E+04	3,39E+04
8	5,61E+03	1,16E+04	1,72E+04	2,27E+04	2,83E+04	3,39E+04	3,94E+04	4,50E+04	5,05E+04	5,61E+04	5,61E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,30E+04	2,60E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,49E+04	7,79E+04	9,09E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,30E+05	1,30E+05
1	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,40E+04	7,46E+04	8,53E+04	9,59E+04	1,07E+05	1,07E+05
2	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	5,01E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,34E+04	8,34E+04
3	6,03E+03	1,22E+04	1,82E+04	2,42E+04	3,03E+04	3,63E+04	4,23E+04	4,83E+04	5,44E+04	6,04E+04	6,04E+04
4	3,92E+03	8,36E+03	1,21E+04	1,58E+04	1,95E+04	2,32E+04	2,69E+04	3,06E+04	3,43E+04	3,80E+04	3,80E+04
5	2,25E+03	5,25E+03	6,64E+03	8,03E+03	9,42E+03	1,08E+04	1,22E+04	1,36E+04	1,50E+04	1,64E+04	1,64E+04
6	1,07E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03
7	3,88E+02	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03
8	4,98E+01	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02	4,86E+02

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2	0,00E+00	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01
3	1,01E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,15E+02
4	6,38E+02	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03
5	1,65E+03	4,06E+03	4,53E+03	4,99E+03	5,45E+03	5,92E+03	6,38E+03	6,84E+03	7,31E+03	7,77E+03	7,77E+03
6	3,23E+03	7,11E+03	9,89E+03	1,27E+04	1,55E+04	1,82E+04	2,10E+04	2,38E+04	2,66E+04	2,94E+04	2,94E+04
7	5,16E+03	1,07E+04	1,58E+04	2,09E+04	2,60E+04	3,11E+04	3,62E+04	4,13E+04	4,64E+04	5,15E+04	5,15E+04
8	7,42E+03	1,49E+04	2,23E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,46E+04	5,20E+04	5,94E+04	6,68E+04	7,42E+04	7,42E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,11E+04	2,22E+04	3,34E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,67E+04	7,79E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05
1		8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,28E+04	6,16E+04	7,05E+04	7,93E+04	8,81E+04
2		6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,25E+04	3,90E+04	4,54E+04	5,19E+04	5,84E+04	6,49E+04
3		4,27E+03	8,96E+03	1,31E+04	1,73E+04	2,15E+04	2,56E+04	2,98E+04	3,40E+04	3,82E+04	4,23E+04
4		2,49E+03	5,67E+03	7,52E+03	9,37E+03	1,12E+04	1,31E+04	1,49E+04	1,68E+04	1,86E+04	2,05E+04
5		1,18E+03	3,14E+03	3,14E+03	3,14E+03	3,14E+03	3,14E+03	3,14E+03	3,14E+03	3,14E+03	3,14E+03
6		4,44E+02	1,55E+03	1,55E+03	1,55E+03	1,55E+03	1,55E+03	1,55E+03	1,55E+03	1,55E+03	1,55E+03
7		6,58E+01	5,33E+02	5,33E+02	5,33E+02	5,33E+02	5,33E+02	5,33E+02	5,33E+02	5,33E+02	5,33E+02
8		0,00E+00	5,32E+01	5,32E+01	5,32E+01	5,32E+01	5,32E+01	5,32E+01	5,32E+01	5,32E+01	5,32E+01

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2		2,83E+01	3,43E+02	3,43E+02	3,43E+02	3,43E+02	3,43E+02	3,43E+02	3,43E+02	3,43E+02	3,43E+02
3		4,42E+02	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03
4		1,32E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03
5		2,83E+03	6,30E+03	8,62E+03	1,09E+04	1,33E+04	1,56E+04	1,79E+04	2,02E+04	2,25E+04	2,48E+04
6		4,72E+03	9,86E+03	1,45E+04	1,91E+04	2,38E+04	2,84E+04	3,30E+04	3,77E+04	4,23E+04	4,69E+04
7		6,95E+03	1,40E+04	2,09E+04	2,79E+04	3,48E+04	4,18E+04	4,87E+04	5,57E+04	6,26E+04	6,96E+04
8		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04
1		6,95E+03	1,39E+04	2,09E+04	2,78E+04	3,48E+04	4,17E+04	4,87E+04	5,56E+04	6,26E+04	6,95E+04
2		4,66E+03	9,61E+03	1,42E+04	1,89E+04	2,35E+04	2,82E+04	3,28E+04	3,74E+04	4,21E+04	4,67E+04
3		2,76E+03	6,12E+03	8,44E+03	1,08E+04	1,31E+04	1,54E+04	1,77E+04	2,00E+04	2,23E+04	2,47E+04
4		1,32E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03	3,37E+03
5		5,08E+02	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03
6		8,52E+01	5,85E+02	5,85E+02	5,85E+02	5,85E+02	5,85E+02	5,85E+02	5,85E+02	5,85E+02	5,85E+02
7		0,00E+00	6,37E+01	6,37E+01	6,37E+01	6,37E+01	6,37E+01	6,37E+01	6,37E+01	6,37E+01	6,37E+01
8		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	1,08E-01	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02	1,41E+02
	2	2,75E+02	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03
	3	1,04E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03
	4	2,44E+03	5,51E+03	7,37E+03	9,22E+03	1,11E+04	1,29E+04	1,48E+04	1,66E+04	1,85E+04	2,03E+04
	5	4,28E+03	8,99E+03	1,32E+04	1,73E+04	2,15E+04	2,57E+04	2,98E+04	3,40E+04	3,82E+04	4,24E+04
	6	6,49E+03	1,31E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,25E+04	3,90E+04	4,55E+04	5,20E+04	5,85E+04	6,50E+04
	7	8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,28E+04	6,16E+04	7,05E+04	7,93E+04	8,81E+04
	8	1,11E+04	2,22E+04	3,34E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,67E+04	7,79E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	7,42E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,45E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,42E+04
	1	5,10E+03	1,03E+04	1,54E+04	2,05E+04	2,56E+04	3,07E+04	3,58E+04	4,09E+04	4,60E+04	5,11E+04
	2	3,06E+03	6,62E+03	9,41E+03	1,22E+04	1,50E+04	1,77E+04	2,05E+04	2,33E+04	2,61E+04	2,89E+04
	3	1,51E+03	3,70E+03	4,16E+03	4,63E+03	5,09E+03	5,56E+03	6,02E+03	6,48E+03	6,95E+03	7,41E+03
	4	5,81E+02	1,81E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,81E+03
	5	1,08E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,43E+02
	6	0,00E+00	7,59E+01	7,59E+01	7,59E+01	7,59E+01	7,59E+01	7,59E+01	7,59E+01	7,59E+01	7,59E+01
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01	2,30E+01
	1	1,41E+02	6,91E+02	6,91E+02	6,91E+02	6,91E+02	6,91E+02	6,91E+02	6,91E+02	6,91E+02	6,91E+02
	2	7,91E+02	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03
	3	2,06E+03	4,74E+03	6,13E+03	7,52E+03	8,91E+03	1,03E+04	1,17E+04	1,31E+04	1,45E+04	1,59E+04
	4	3,84E+03	8,12E+03	1,18E+04	1,55E+04	1,92E+04	2,30E+04	2,67E+04	3,04E+04	3,41E+04	3,78E+04
	5	6,03E+03	1,21E+04	1,82E+04	2,42E+04	3,02E+04	3,62E+04	4,23E+04	4,83E+04	5,43E+04	6,03E+04
	6	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	5,01E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,34E+04
	7	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,40E+04	7,46E+04	8,53E+04	9,59E+04	1,07E+05
	8	1,30E+04	2,60E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,49E+04	7,79E+04	9,09E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,30E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	5,56E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,23E+04	2,78E+04	3,34E+04	3,90E+04	4,45E+04	5,01E+04	5,56E+04
	1	3,39E+03	7,18E+03	1,04E+04	1,37E+04	1,69E+04	2,02E+04	2,34E+04	2,66E+04	2,99E+04	3,31E+04
	2	1,72E+03	4,07E+03	5,00E+03	5,92E+03	6,85E+03	7,78E+03	8,70E+03	9,63E+03	1,06E+04	1,15E+04
	3	6,65E+02	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03
	4	1,36E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,08E+02
	5	0,00E+00	9,00E+01	9,00E+01	9,00E+01	9,00E+01	9,00E+01	9,00E+01	9,00E+01	9,00E+01	9,00E+01
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	4,70E+01	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02
	1	5,63E+02	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03
	2	1,69E+03	3,99E+03	4,92E+03	5,84E+03	6,77E+03	7,70E+03	8,62E+03	9,55E+03	1,05E+04	1,14E+04
	3	3,41E+03	7,27E+03	1,05E+04	1,38E+04	1,70E+04	2,02E+04	2,35E+04	2,67E+04	3,00E+04	3,32E+04
	4	5,56E+03	1,12E+04	1,68E+04	2,24E+04	2,79E+04	3,35E+04	3,90E+04	4,46E+04	5,02E+04	5,57E+04
	5	7,88E+03	1,58E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,94E+04	4,73E+04	5,52E+04	6,30E+04	7,09E+04	7,88E+04
	6	1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,10E+04	6,12E+04	7,14E+04	8,16E+04	9,18E+04	1,02E+05
	7	1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,01E+04	6,26E+04	7,51E+04	8,76E+04	1,00E+05	1,13E+05	1,25E+05
	8	1,48E+04	2,97E+04	4,45E+04	5,93E+04	7,42E+04	8,90E+04	1,04E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	3,76E+03	7,80E+03	1,15E+04	1,52E+04	1,89E+04	2,26E+04	2,63E+04	3,00E+04	3,38E+04	3,75E+04
	1	1,95E+03	4,47E+03	5,86E+03	7,25E+03	8,64E+03	1,00E+04	1,14E+04	1,28E+04	1,42E+04	1,56E+04
	2	7,61E+02	2,14E+03	2,14E+03	2,14E+03	2,14E+03	2,14E+03	2,14E+03	2,14E+03	2,14E+03	2,14E+03
	3	1,69E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,82E+02
	4	0,00E+00	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,67E+02	7,38E+02	7,38E+02	7,38E+02	7,38E+02	7,38E+02	7,38E+02	7,38E+02	7,38E+02	7,38E+02
1		8,87E+02	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03
2		2,30E+03	5,14E+03	7,00E+03	8,85E+03	1,07E+04	1,26E+04	1,44E+04	1,63E+04	1,81E+04	2,00E+04
3		4,21E+03	8,73E+03	1,29E+04	1,71E+04	2,12E+04	2,54E+04	2,96E+04	3,38E+04	3,79E+04	4,21E+04
4		6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,25E+04	3,89E+04	4,54E+04	5,19E+04	5,84E+04	6,49E+04
5		8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,28E+04	6,16E+04	7,05E+04	7,93E+04	8,81E+04
6		1,11E+04	2,22E+04	3,34E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,67E+04	7,79E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05
7		1,34E+04	2,69E+04	4,03E+04	5,38E+04	6,72E+04	8,07E+04	9,41E+04	1,08E+05	1,21E+05	1,34E+05
8		1,58E+04	3,15E+04	4,73E+04	6,30E+04	7,88E+04	9,46E+04	1,10E+05	1,26E+05	1,42E+05	1,58E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		2,95E+03	6,30E+03	9,08E+03	1,19E+04	1,46E+04	1,74E+04	2,02E+04	2,30E+04	2,58E+04	2,85E+04
1		1,35E+03	3,30E+03	3,76E+03	4,23E+03	4,69E+03	5,15E+03	5,62E+03	6,08E+03	6,54E+03	7,01E+03
2		4,43E+02	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03
3		4,19E+01	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02
4		0,00E+00	4,02E+00	4,02E+00	4,02E+00	4,02E+00	4,02E+00	4,02E+00	4,02E+00	4,02E+00	4,02E+00
5		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
6		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
7		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
8		0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		3,63E+02	1,22E+03	1,22E+03	1,22E+03	1,22E+03	1,22E+03	1,22E+03	1,22E+03	1,22E+03	1,22E+03
1		1,33E+03	3,26E+03	3,72E+03	4,19E+03	4,65E+03	5,11E+03	5,58E+03	6,04E+03	6,50E+03	6,97E+03
2		2,99E+03	6,43E+03	9,21E+03	1,20E+04	1,48E+04	1,76E+04	2,03E+04	2,31E+04	2,59E+04	2,87E+04
3		5,10E+03	1,03E+04	1,54E+04	2,05E+04	2,56E+04	3,07E+04	3,58E+04	4,09E+04	4,60E+04	5,11E+04
4		7,42E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,97E+04	3,71E+04	4,45E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,42E+04
5		9,73E+03	1,95E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,87E+04	5,84E+04	6,81E+04	7,79E+04	8,76E+04	9,73E+04
6		1,21E+04	2,41E+04	3,62E+04	4,82E+04	6,03E+04	7,23E+04	8,44E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,21E+05
7		1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,75E+04	7,18E+04	8,62E+04	1,01E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,44E+05
8		1,67E+04	3,34E+04	5,01E+04	6,67E+04	8,34E+04	1,00E+05	1,17E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,67E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1,6m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	2,22E+03	4,92E+03	6,78E+03	8,63E+03	1,05E+04	1,23E+04	1,42E+04	1,60E+04	1,79E+04	1,98E+04
	1	8,71E+02	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03
	2	2,08E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,65E+02
	3	0,00E+00	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1,6m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	6,39E+02	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03
	1	1,91E+03	4,36E+03	5,75E+03	7,14E+03	8,53E+03	9,92E+03	1,13E+04	1,27E+04	1,41E+04	1,55E+04
	2	3,77E+03	7,85E+03	1,16E+04	1,53E+04	1,90E+04	2,27E+04	2,64E+04	3,01E+04	3,38E+04	3,75E+04
	3	6,03E+03	1,21E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,62E+04	4,22E+04	4,82E+04	5,42E+04	6,03E+04
	4	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	5,01E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,34E+04
	5	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,40E+04	7,46E+04	8,53E+04	9,59E+04	1,07E+05
	6	1,30E+04	2,60E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,49E+04	7,79E+04	9,09E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,30E+05
	7	1,53E+04	3,06E+04	4,59E+04	6,12E+04	7,65E+04	9,18E+04	1,07E+05	1,22E+05	1,38E+05	1,53E+05
	8	1,76E+04	3,52E+04	5,28E+04	7,05E+04	8,81E+04	1,06E+05	1,23E+05	1,41E+05	1,59E+05	1,76E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico  $V_{ter}=1,6m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,57E+03	3,67E+03	4,60E+03	5,53E+03	6,46E+03	7,38E+03	8,31E+03	9,24E+03	1,02E+04	1,11E+04
	1	5,19E+02	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03
	2	5,95E+01	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02
	3	0,00E+00	6,97E+00	6,97E+00	6,97E+00	6,97E+00	6,97E+00	6,97E+00	6,97E+00	6,97E+00	6,97E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%



**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,00E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03
	1	2,57E+03	5,60E+03	7,91E+03	1,02E+04	1,25E+04	1,49E+04	1,72E+04	1,95E+04	2,18E+04	2,41E+04
	2	4,64E+03	9,42E+03	1,41E+04	1,87E+04	2,33E+04	2,80E+04	3,26E+04	3,72E+04	4,19E+04	4,65E+04
	3	6,95E+03	1,39E+04	2,09E+04	2,78E+04	3,48E+04	4,17E+04	4,87E+04	5,56E+04	6,26E+04	6,95E+04
	4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,64E+04	5,56E+04	6,49E+04	7,42E+04	8,34E+04	9,27E+04
	5	1,16E+04	2,32E+04	3,48E+04	4,64E+04	5,79E+04	6,95E+04	8,11E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,16E+05
	6	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,95E+04	8,34E+04	9,73E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
	7	1,62E+04	3,24E+04	4,87E+04	6,49E+04	8,11E+04	9,73E+04	1,14E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
	8	1,85E+04	3,71E+04	5,56E+04	7,42E+04	9,27E+04	1,11E+05	1,30E+05	1,48E+05	1,67E+05	1,85E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Analítico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,00E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03
	1	2,55E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,61E+02
	2	8,09E-01	1,47E+02	1,47E+02	1,47E+02	1,47E+02	1,47E+02	1,47E+02	1,47E+02	1,47E+02	1,47E+02
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

## Anexo 5.4

### Enfoque Numérico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s

ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,00E+00	8,08E-01	8,08E-01	1,24E+00	0,00E+00	2,35E+00	2,35E+00	0,00E+00	3,63E+00	3,63E+00
1	0,00E+00	7,08E-01	7,08E-01	1,09E+00	0,00E+00	2,06E+00	2,06E+00	0,00E+00	3,18E+00	3,18E+00
2	0,00E+00	6,08E-01	6,08E-01	9,34E-01	0,00E+00	1,77E+00	1,77E+00	0,00E+00	2,74E+00	2,74E+00
3	0,00E+00	5,08E-01	5,08E-01	7,81E-01	0,00E+00	1,48E+00	1,48E+00	0,00E+00	2,29E+00	2,29E+00
4	0,00E+00	4,08E-01	4,08E-01	6,28E-01	0,00E+00	1,19E+00	1,19E+00	0,00E+00	1,84E+00	1,84E+00
5	0,00E+00	3,08E-01	3,08E-01	4,74E-01	0,00E+00	9,02E-01	9,02E-01	0,00E+00	1,40E+00	1,40E+00
6	1,62E+02	1,62E+02	1,62E+02	1,63E+02	1,62E+02	1,61E+02	1,61E+02	1,62E+02	1,61E+02	1,61E+02
7	7,14E+02	7,13E+02	7,13E+02	7,14E+02	7,13E+02	7,09E+02	7,09E+02	7,14E+02	7,09E+02	7,09E+02
8	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,62E+03	1,62E+03	1,63E+03	1,62E+03	1,62E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,85E+04	3,70E+04	5,56E+04	7,41E+04	9,26E+04	1,11E+05	1,29E+05	1,48E+05	1,66E+05	1,85E+05
1	1,62E+04	3,24E+04	4,86E+04	6,49E+04	8,10E+04	9,70E+04	1,13E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
2	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,95E+04	8,31E+04	9,70E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
3	1,16E+04	2,31E+04	3,47E+04	4,63E+04	5,79E+04	6,93E+04	8,08E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,15E+05
4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,63E+04	5,54E+04	6,47E+04	7,41E+04	8,31E+04	9,24E+04
5	6,95E+03	1,39E+04	2,08E+04	2,78E+04	3,47E+04	4,16E+04	4,85E+04	5,56E+04	6,24E+04	6,93E+04
6	4,80E+03	9,42E+03	1,40E+04	1,87E+04	2,33E+04	2,79E+04	3,25E+04	3,72E+04	4,17E+04	4,64E+04
7	3,03E+03	5,34E+03	7,66E+03	9,98E+03	1,23E+04	1,46E+04	1,69E+04	1,93E+04	2,15E+04	2,38E+04
8	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,63E+03	1,62E+03	1,62E+03	1,63E+03	1,62E+03	1,62E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,00E+00	7,27E-01	7,27E-01	1,12E+00	0,00E+00	2,12E+00	2,12E+00	0,00E+00	3,27E+00	3,27E+00
1	0,00E+00	6,27E-01	6,27E-01	9,64E-01	0,00E+00	1,83E+00	1,83E+00	0,00E+00	2,82E+00	2,82E+00
2	0,00E+00	5,27E-01	5,27E-01	8,11E-01	0,00E+00	1,54E+00	1,54E+00	0,00E+00	2,38E+00	2,38E+00
3	0,00E+00	4,27E-01	4,27E-01	6,58E-01	0,00E+00	1,25E+00	1,25E+00	0,00E+00	1,93E+00	1,93E+00
4	0,00E+00	3,27E-01	3,27E-01	5,04E-01	0,00E+00	9,58E-01	9,58E-01	0,00E+00	1,48E+00	1,48E+00
5	7,18E+01	7,17E+01	7,17E+01	7,22E+01	7,15E+01	7,13E+01	7,13E+01	7,18E+01	7,17E+01	7,17E+01
6	5,21E+02	5,20E+02	5,20E+02	5,21E+02	5,20E+02	5,17E+02	5,17E+02	5,21E+02	5,18E+02	5,18E+02
7	1,36E+03	1,35E+03	1,35E+03	1,36E+03	1,35E+03	1,35E+03	1,35E+03	1,36E+03	1,35E+03	1,35E+03
8	2,72E+03	4,57E+03	6,42E+03	8,28E+03	1,01E+04	1,20E+04	1,38E+04	1,57E+04	1,75E+04	1,93E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,67E+04	3,33E+04	5,00E+04	6,67E+04	8,34E+04	9,98E+04	1,16E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,66E+05
1		1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,74E+04	7,18E+04	8,59E+04	1,00E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,43E+05
2		1,20E+04	2,41E+04	3,61E+04	4,82E+04	6,02E+04	7,21E+04	8,41E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,20E+05
3		9,73E+03	1,94E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,86E+04	5,82E+04	6,79E+04	7,79E+04	8,73E+04	9,70E+04
4		7,41E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,96E+04	3,70E+04	4,43E+04	5,17E+04	5,93E+04	6,65E+04	7,39E+04
5		5,17E+03	1,03E+04	1,53E+04	2,05E+04	2,55E+04	3,06E+04	3,56E+04	4,09E+04	4,58E+04	5,09E+04
6		3,30E+03	6,07E+03	8,85E+03	1,16E+04	1,44E+04	1,71E+04	1,99E+04	2,28E+04	2,55E+04	2,82E+04
7		1,82E+03	2,28E+03	2,74E+03	3,21E+03	3,67E+03	4,12E+03	4,58E+03	5,06E+03	5,50E+03	5,97E+03
8		8,69E+02	8,68E+02	8,68E+02	8,70E+02	8,67E+02	8,64E+02	8,64E+02	8,69E+02	8,65E+02	8,65E+02

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0,00E+00	6,47E-01	6,47E-01	9,94E-01	0,00E+00	1,88E+00	1,88E+00	0,00E+00	2,91E+00	2,91E+00
1		0,00E+00	5,47E-01	5,47E-01	8,41E-01	0,00E+00	1,59E+00	1,59E+00	0,00E+00	2,46E+00	2,46E+00
2		0,00E+00	4,47E-01	4,47E-01	6,88E-01	0,00E+00	1,30E+00	1,30E+00	0,00E+00	2,02E+00	2,02E+00
3		0,00E+00	3,47E-01	3,47E-01	5,34E-01	0,00E+00	1,01E+00	1,01E+00	0,00E+00	1,57E+00	1,57E+00
4		1,60E+01	1,61E+01	1,61E+01	1,64E+01	1,59E+01	1,63E+01	1,63E+01	1,60E+01	1,67E+01	1,67E+01
5		3,52E+02	3,51E+02	3,51E+02	3,52E+02	3,51E+02	3,49E+02	3,49E+02	3,52E+02	3,50E+02	3,50E+02
6		1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,10E+03	1,09E+03	1,09E+03	1,10E+03	1,09E+03	1,09E+03
7		2,35E+03	3,74E+03	5,13E+03	6,52E+03	7,91E+03	9,27E+03	1,07E+04	1,21E+04	1,34E+04	1,48E+04
8		4,05E+03	7,74E+03	1,14E+04	1,52E+04	1,89E+04	2,25E+04	2,62E+04	3,00E+04	3,36E+04	3,73E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,48E+04	2,96E+04	4,44E+04	5,93E+04	7,41E+04	8,87E+04	1,03E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05
1		1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,00E+04	6,25E+04	7,48E+04	8,73E+04	1,00E+05	1,12E+05	1,25E+05
2		1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,09E+04	6,10E+04	7,11E+04	8,16E+04	9,15E+04	1,02E+05
3		7,88E+03	1,57E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,94E+04	4,71E+04	5,50E+04	6,30E+04	7,07E+04	7,85E+04
4		5,58E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,23E+04	2,78E+04	3,33E+04	3,88E+04	4,45E+04	4,99E+04	5,54E+04
5		3,60E+03	6,83E+03	1,01E+04	1,33E+04	1,66E+04	1,97E+04	2,30E+04	2,63E+04	2,95E+04	3,27E+04
6		2,02E+03	2,95E+03	3,87E+03	4,80E+03	5,73E+03	6,63E+03	7,56E+03	8,51E+03	9,41E+03	1,03E+04
7		9,62E+02	9,61E+02	9,61E+02	9,63E+02	9,61E+02	9,57E+02	9,57E+02	9,62E+02	9,58E+02	9,58E+02
8		3,38E+02	3,38E+02	3,38E+02	3,39E+02	3,37E+02	3,37E+02	3,37E+02	3,38E+02	3,37E+02	3,37E+02

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	5,67E-01	5,67E-01	8,71E-01	0,00E+00	1,65E+00	1,65E+00	0,00E+00	2,55E+00	2,55E+00
	1	0,00E+00	4,67E-01	4,67E-01	7,18E-01	0,00E+00	1,36E+00	1,36E+00	0,00E+00	2,10E+00	2,10E+00
	2	0,00E+00	3,67E-01	3,67E-01	5,65E-01	0,00E+00	1,07E+00	1,07E+00	0,00E+00	1,66E+00	1,66E+00
	3	0,00E+00	2,67E-01	2,67E-01	4,11E-01	0,00E+00	7,82E-01	7,82E-01	0,00E+00	1,21E+00	1,21E+00
	4	2,10E+02	2,10E+02	2,10E+02	2,11E+02	2,10E+02	2,09E+02	2,09E+02	2,10E+02	2,09E+02	2,09E+02
	5	8,57E+02	8,56E+02	8,56E+02	8,57E+02	8,56E+02	8,52E+02	8,52E+02	8,57E+02	8,52E+02	8,52E+02
	6	1,99E+03	2,92E+03	3,84E+03	4,77E+03	5,70E+03	6,60E+03	7,53E+03	8,48E+03	9,38E+03	1,03E+04
	7	3,63E+03	6,87E+03	1,01E+04	1,34E+04	1,66E+04	1,98E+04	2,30E+04	2,63E+04	2,95E+04	3,27E+04
	8	5,61E+03	1,12E+04	1,67E+04	2,23E+04	2,78E+04	3,33E+04	3,89E+04	4,45E+04	4,99E+04	5,55E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,30E+04	2,59E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,48E+04	7,76E+04	9,05E+04	1,04E+05	1,16E+05	1,29E+05
	1	1,07E+04	2,13E+04	3,19E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,37E+04	7,44E+04	8,53E+04	9,56E+04	1,06E+05
	2	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	4,99E+04	5,82E+04	6,67E+04	7,48E+04	8,31E+04
	3	6,02E+03	1,20E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,60E+04	4,20E+04	4,82E+04	5,40E+04	6,01E+04
	4	3,92E+03	7,62E+03	1,13E+04	1,50E+04	1,87E+04	2,24E+04	2,61E+04	2,99E+04	3,35E+04	3,72E+04
	5	2,25E+03	3,63E+03	5,02E+03	6,42E+03	7,80E+03	9,17E+03	1,06E+04	1,20E+04	1,33E+04	1,47E+04
	6	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,07E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,07E+03	1,06E+03	1,06E+03
	7	3,88E+02	3,88E+02	3,88E+02	3,89E+02	3,87E+02	3,86E+02	3,86E+02	3,88E+02	3,87E+02	3,87E+02
	8	4,97E+01	5,02E+01	5,02E+01	5,07E+01	4,95E+01	5,04E+01	5,04E+01	4,97E+01	5,11E+01	5,11E+01

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	4,86E-01	4,86E-01	7,48E-01	0,00E+00	1,42E+00	1,42E+00	0,00E+00	2,19E+00	2,19E+00
	1	0,00E+00	3,87E-01	3,87E-01	5,95E-01	0,00E+00	1,13E+00	1,13E+00	0,00E+00	1,75E+00	1,75E+00
	2	0,00E+00	2,87E-01	2,87E-01	4,41E-01	0,00E+00	8,39E-01	8,39E-01	0,00E+00	1,30E+00	1,30E+00
	3	1,01E+02	1,00E+02	1,00E+02	1,01E+02	1,00E+02	9,98E+01	9,98E+01	1,01E+02	1,00E+02	1,00E+02
	4	6,38E+02	6,37E+02	6,37E+02	6,38E+02	6,36E+02	6,33E+02	6,33E+02	6,38E+02	6,33E+02	6,33E+02
	5	1,65E+03	2,11E+03	2,57E+03	3,04E+03	3,50E+03	3,95E+03	4,41E+03	4,89E+03	5,33E+03	5,80E+03
	6	3,22E+03	6,00E+03	8,78E+03	1,16E+04	1,43E+04	1,71E+04	1,98E+04	2,27E+04	2,54E+04	2,82E+04
	7	5,16E+03	1,02E+04	1,53E+04	2,05E+04	2,55E+04	3,06E+04	3,56E+04	4,08E+04	4,58E+04	5,09E+04
	8	7,41E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,96E+04	3,70E+04	4,43E+04	5,17E+04	5,93E+04	6,65E+04	7,39E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,11E+04	2,22E+04	3,33E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,65E+04	7,76E+04	8,90E+04	9,98E+04	1,11E+05
1		8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,27E+04	6,14E+04	7,04E+04	7,90E+04	8,78E+04
2		6,49E+03	1,30E+04	1,94E+04	2,59E+04	3,24E+04	3,88E+04	4,53E+04	5,19E+04	5,82E+04	6,47E+04
3		4,27E+03	8,43E+03	1,26E+04	1,68E+04	2,09E+04	2,50E+04	2,92E+04	3,35E+04	3,75E+04	4,17E+04
4		2,49E+03	4,34E+03	6,19E+03	8,05E+03	9,90E+03	1,17E+04	1,36E+04	1,55E+04	1,73E+04	1,91E+04
5		1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03	1,18E+03
6		4,44E+02	4,44E+02	4,44E+02	4,45E+02	4,43E+02	4,42E+02	4,42E+02	4,44E+02	4,43E+02	4,43E+02
7		6,57E+01	6,62E+01	6,62E+01	6,68E+01	6,55E+01	6,63E+01	6,63E+01	6,57E+01	6,70E+01	6,70E+01
8		0,00E+00	3,13E-01	3,13E-01	4,79E-01	0,00E+00	9,01E-01	9,01E-01	0,00E+00	1,38E+00	1,38E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0,00E+00	4,06E-01	4,06E-01	6,25E-01	0,00E+00	1,19E+00	1,19E+00	0,00E+00	1,83E+00	1,83E+00
1		0,00E+00	3,06E-01	3,06E-01	4,71E-01	0,00E+00	8,95E-01	8,95E-01	0,00E+00	1,39E+00	1,39E+00
2		2,83E+01	2,83E+01	2,83E+01	2,86E+01	2,81E+01	2,82E+01	2,82E+01	2,83E+01	2,86E+01	2,86E+01
3		4,42E+02	4,41E+02	4,41E+02	4,42E+02	4,41E+02	4,39E+02	4,39E+02	4,42E+02	4,39E+02	4,39E+02
4		1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03
5		2,83E+03	5,14E+03	7,45E+03	9,77E+03	1,21E+04	1,44E+04	1,67E+04	1,90E+04	2,13E+04	2,36E+04
6		4,72E+03	9,34E+03	1,40E+04	1,86E+04	2,32E+04	2,78E+04	3,24E+04	3,72E+04	4,17E+04	4,63E+04
7		6,95E+03	1,39E+04	2,08E+04	2,78E+04	3,47E+04	4,16E+04	4,85E+04	5,56E+04	6,24E+04	6,93E+04
8		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,63E+04	5,54E+04	6,47E+04	7,41E+04	8,31E+04	9,24E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,63E+04	5,54E+04	6,47E+04	7,41E+04	8,31E+04	9,24E+04
1		6,95E+03	1,39E+04	2,08E+04	2,78E+04	3,47E+04	4,16E+04	4,85E+04	5,56E+04	6,24E+04	6,93E+04
2		4,66E+03	9,29E+03	1,39E+04	1,86E+04	2,32E+04	2,77E+04	3,24E+04	3,71E+04	4,16E+04	4,62E+04
3		2,76E+03	5,07E+03	7,39E+03	9,71E+03	1,20E+04	1,43E+04	1,66E+04	1,90E+04	2,12E+04	2,35E+04
4		1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03	1,31E+03
5		5,08E+02	5,08E+02	5,08E+02	5,09E+02	5,07E+02	5,06E+02	5,06E+02	5,08E+02	5,06E+02	5,06E+02
6		8,51E+01	8,55E+01	8,55E+01	8,61E+01	8,48E+01	8,55E+01	8,55E+01	8,51E+01	8,62E+01	8,62E+01
7		0,00E+00	2,93E-01	2,93E-01	4,49E-01	0,00E+00	8,44E-01	8,44E-01	0,00E+00	1,29E+00	1,29E+00
8		0,00E+00	3,93E-01	3,93E-01	6,02E-01	0,00E+00	1,13E+00	1,13E+00	0,00E+00	1,74E+00	1,74E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	3,26E-01	3,26E-01	5,02E-01	0,00E+00	9,52E-01	9,52E-01	0,00E+00	1,47E+00	1,47E+00
	1	1,06E-01	3,24E-01	3,24E-01	4,54E-01	9,79E-02	7,37E-01	7,37E-01	1,05E-01	1,10E+00	1,10E+00
	2	2,74E+02	2,74E+02	2,74E+02	2,75E+02	2,74E+02	2,72E+02	2,72E+02	2,74E+02	2,73E+02	2,73E+02
	3	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03	1,04E+03
	4	2,43E+03	4,28E+03	6,14E+03	7,99E+03	9,84E+03	1,17E+04	1,35E+04	1,54E+04	1,72E+04	1,91E+04
	5	4,28E+03	8,44E+03	1,26E+04	1,68E+04	2,09E+04	2,51E+04	2,92E+04	3,35E+04	3,75E+04	4,17E+04
	6	6,49E+03	1,30E+04	1,94E+04	2,59E+04	3,24E+04	3,88E+04	4,53E+04	5,19E+04	5,82E+04	6,47E+04
	7	8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,27E+04	6,14E+04	7,04E+04	7,90E+04	8,78E+04
	8	1,11E+04	2,22E+04	3,33E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,65E+04	7,76E+04	8,90E+04	9,98E+04	1,11E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	7,41E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,96E+04	3,70E+04	4,43E+04	5,17E+04	5,93E+04	6,65E+04	7,39E+04
	1	5,10E+03	1,02E+04	1,53E+04	2,04E+04	2,55E+04	3,05E+04	3,56E+04	4,08E+04	4,57E+04	5,08E+04
	2	3,06E+03	5,83E+03	8,61E+03	1,14E+04	1,42E+04	1,69E+04	1,97E+04	2,25E+04	2,52E+04	2,80E+04
	3	1,51E+03	1,97E+03	2,43E+03	2,90E+03	3,36E+03	3,81E+03	4,27E+03	4,75E+03	5,19E+03	5,66E+03
	4	5,81E+02	5,81E+02	5,81E+02	5,82E+02	5,80E+02	5,78E+02	5,78E+02	5,81E+02	5,79E+02	5,79E+02
	5	1,08E+02	1,09E+02	1,09E+02	1,09E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,08E+02	1,09E+02	1,09E+02
	6	0,00E+00	2,74E-01	2,74E-01	4,19E-01	0,00E+00	7,87E-01	7,87E-01	0,00E+00	1,21E+00	1,21E+00
	7	0,00E+00	3,74E-01	3,74E-01	5,72E-01	0,00E+00	1,08E+00	1,08E+00	0,00E+00	1,65E+00	1,65E+00
	8	0,00E+00	4,74E-01	4,74E-01	7,25E-01	0,00E+00	1,37E+00	1,37E+00	0,00E+00	2,10E+00	2,10E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	2,46E-01	2,46E-01	3,78E-01	0,00E+00	7,19E-01	7,19E-01	0,00E+00	1,11E+00	1,11E+00
	1	1,41E+02	1,40E+02	1,40E+02	1,41E+02	1,40E+02	1,39E+02	1,39E+02	1,41E+02	1,40E+02	1,40E+02
	2	7,91E+02	7,89E+02	7,89E+02	7,91E+02	7,89E+02	7,86E+02	7,86E+02	7,91E+02	7,86E+02	7,86E+02
	3	2,05E+03	3,44E+03	4,83E+03	6,22E+03	7,61E+03	8,98E+03	1,04E+04	1,18E+04	1,31E+04	1,45E+04
	4	3,84E+03	7,54E+03	1,12E+04	1,50E+04	1,87E+04	2,23E+04	2,60E+04	2,98E+04	3,34E+04	3,71E+04
	5	6,02E+03	1,20E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,60E+04	4,20E+04	4,82E+04	5,40E+04	6,01E+04
	6	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	4,99E+04	5,82E+04	6,67E+04	7,48E+04	8,31E+04
	7	1,07E+04	2,13E+04	3,19E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,37E+04	7,44E+04	8,53E+04	9,56E+04	1,06E+05
	8	1,30E+04	2,59E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,48E+04	7,76E+04	9,05E+04	1,04E+05	1,16E+05	1,29E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	5,56E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,22E+04	2,78E+04	3,33E+04	3,88E+04	4,45E+04	4,99E+04	5,54E+04
	1	3,38E+03	6,62E+03	9,86E+03	1,31E+04	1,63E+04	1,95E+04	2,28E+04	2,61E+04	2,92E+04	3,25E+04
	2	1,72E+03	2,64E+03	3,57E+03	4,50E+03	5,42E+03	6,33E+03	7,25E+03	8,21E+03	9,10E+03	1,00E+04
	3	6,64E+02	6,64E+02	6,64E+02	6,65E+02	6,63E+02	6,61E+02	6,61E+02	6,64E+02	6,61E+02	6,61E+02
	4	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,37E+02	1,35E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,36E+02	1,37E+02	1,37E+02
	5	0,00E+00	2,54E-01	2,54E-01	3,88E-01	0,00E+00	7,30E-01	7,30E-01	0,00E+00	1,12E+00	1,12E+00
	6	0,00E+00	3,54E-01	3,54E-01	5,42E-01	0,00E+00	1,02E+00	1,02E+00	0,00E+00	1,57E+00	1,57E+00
	7	0,00E+00	4,54E-01	4,54E-01	6,95E-01	0,00E+00	1,31E+00	1,31E+00	0,00E+00	2,01E+00	2,01E+00
	8	0,00E+00	5,54E-01	5,54E-01	8,48E-01	0,00E+00	1,60E+00	1,60E+00	0,00E+00	2,46E+00	2,46E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,72E+01	4,68E+01	4,67E+01	4,67E+01	4,70E+01	4,70E+01	4,70E+01
	1	5,62E+02	5,62E+02	5,62E+02	5,63E+02	5,61E+02	5,59E+02	5,59E+02	5,62E+02	5,59E+02	5,59E+02
	2	1,69E+03	2,61E+03	3,54E+03	4,47E+03	5,39E+03	6,30E+03	7,22E+03	8,17E+03	9,07E+03	1,00E+04
	3	3,41E+03	6,65E+03	9,89E+03	1,31E+04	1,64E+04	1,96E+04	2,28E+04	2,61E+04	2,93E+04	3,25E+04
	4	5,56E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,22E+04	2,78E+04	3,33E+04	3,88E+04	4,45E+04	4,99E+04	5,54E+04
	5	7,88E+03	1,57E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,94E+04	4,71E+04	5,50E+04	6,30E+04	7,07E+04	7,85E+04
	6	1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,09E+04	6,10E+04	7,11E+04	8,16E+04	9,15E+04	1,02E+05
	7	1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,00E+04	6,25E+04	7,48E+04	8,73E+04	1,00E+05	1,12E+05	1,25E+05
	8	1,48E+04	2,96E+04	4,44E+04	5,93E+04	7,41E+04	8,87E+04	1,03E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	3,75E+03	7,45E+03	1,12E+04	1,49E+04	1,86E+04	2,22E+04	2,59E+04	2,97E+04	3,33E+04	3,70E+04
	1	1,95E+03	3,34E+03	4,73E+03	6,12E+03	7,51E+03	8,87E+03	1,03E+04	1,17E+04	1,30E+04	1,44E+04
	2	7,60E+02	7,59E+02	7,59E+02	7,61E+02	7,59E+02	7,56E+02	7,56E+02	7,60E+02	7,56E+02	7,56E+02
	3	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,70E+02	1,68E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02	1,69E+02
	4	0,00E+00	2,34E-01	2,34E-01	3,58E-01	0,00E+00	6,74E-01	6,74E-01	0,00E+00	1,03E+00	1,03E+00
	5	0,00E+00	3,34E-01	3,34E-01	5,12E-01	0,00E+00	9,64E-01	9,64E-01	0,00E+00	1,48E+00	1,48E+00
	6	0,00E+00	4,34E-01	4,34E-01	6,65E-01	0,00E+00	1,25E+00	1,25E+00	0,00E+00	1,93E+00	1,93E+00
	7	0,00E+00	5,34E-01	5,34E-01	8,18E-01	0,00E+00	1,54E+00	1,54E+00	0,00E+00	2,37E+00	2,37E+00
	8	0,00E+00	6,34E-01	6,34E-01	9,72E-01	0,00E+00	1,83E+00	1,83E+00	0,00E+00	2,82E+00	2,82E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,66E+02	1,66E+02	1,66E+02	1,67E+02	1,66E+02	1,65E+02	1,65E+02	1,66E+02	1,65E+02	1,65E+02
	1	8,87E+02	8,85E+02	8,85E+02	8,87E+02	8,85E+02	8,81E+02	8,81E+02	8,87E+02	8,81E+02	8,81E+02
	2	2,30E+03	4,15E+03	6,00E+03	7,86E+03	9,70E+03	1,15E+04	1,34E+04	1,53E+04	1,71E+04	1,89E+04
	3	4,21E+03	8,37E+03	1,25E+04	1,67E+04	2,09E+04	2,50E+04	2,91E+04	3,34E+04	3,75E+04	4,16E+04
	4	6,49E+03	1,30E+04	1,94E+04	2,59E+04	3,24E+04	3,88E+04	4,53E+04	5,19E+04	5,82E+04	6,47E+04
	5	8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,40E+04	5,27E+04	6,14E+04	7,04E+04	7,90E+04	8,78E+04
	6	1,11E+04	2,22E+04	3,33E+04	4,45E+04	5,56E+04	6,65E+04	7,76E+04	8,90E+04	9,98E+04	1,11E+05
	7	1,34E+04	2,68E+04	4,03E+04	5,37E+04	6,71E+04	8,04E+04	9,38E+04	1,08E+05	1,21E+05	1,34E+05
	8	1,58E+04	3,15E+04	4,72E+04	6,30E+04	7,87E+04	9,42E+04	1,10E+05	1,26E+05	1,41E+05	1,57E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	2,95E+03	5,72E+03	8,50E+03	1,13E+04	1,41E+04	1,68E+04	1,96E+04	2,24E+04	2,51E+04	2,79E+04
	1	1,35E+03	1,81E+03	2,27E+03	2,74E+03	3,20E+03	3,65E+03	4,11E+03	4,59E+03	5,04E+03	5,50E+03
	2	4,43E+02	4,43E+02	4,43E+02	4,44E+02	4,42E+02	4,41E+02	4,41E+02	4,43E+02	4,41E+02	4,41E+02
	3	4,19E+01	4,23E+01	4,23E+01	4,27E+01	4,17E+01	4,24E+01	4,24E+01	4,19E+01	4,29E+01	4,29E+01
	4	0,00E+00	2,75E-01	2,75E-01	4,20E-01	0,00E+00	7,90E-01	7,90E-01	0,00E+00	1,21E+00	1,21E+00
	5	0,00E+00	3,74E-01	3,74E-01	5,73E-01	0,00E+00	1,08E+00	1,08E+00	0,00E+00	1,66E+00	1,66E+00
	6	0,00E+00	4,74E-01	4,74E-01	7,27E-01	0,00E+00	1,37E+00	1,37E+00	0,00E+00	2,11E+00	2,11E+00
	7	0,00E+00	5,74E-01	5,74E-01	8,80E-01	0,00E+00	1,66E+00	1,66E+00	0,00E+00	2,55E+00	2,55E+00
	8	0,00E+00	6,74E-01	6,74E-01	1,03E+00	0,00E+00	1,95E+00	1,95E+00	0,00E+00	3,00E+00	3,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	3,63E+02	3,62E+02	3,62E+02	3,63E+02	3,62E+02	3,60E+02	3,60E+02	3,63E+02	3,60E+02	3,60E+02
	1	1,33E+03	1,80E+03	2,26E+03	2,72E+03	3,18E+03	3,64E+03	4,10E+03	4,58E+03	5,02E+03	5,49E+03
	2	2,99E+03	5,76E+03	8,54E+03	1,13E+04	1,41E+04	1,68E+04	1,96E+04	2,25E+04	2,52E+04	2,79E+04
	3	5,10E+03	1,02E+04	1,53E+04	2,04E+04	2,55E+04	3,05E+04	3,56E+04	4,08E+04	4,57E+04	5,08E+04
	4	7,41E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,96E+04	3,70E+04	4,43E+04	5,17E+04	5,93E+04	6,65E+04	7,39E+04
	5	9,73E+03	1,94E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,86E+04	5,82E+04	6,79E+04	7,79E+04	8,73E+04	9,70E+04
	6	1,20E+04	2,41E+04	3,61E+04	4,82E+04	6,02E+04	7,21E+04	8,41E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,20E+05
	7	1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,74E+04	7,18E+04	8,59E+04	1,00E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,43E+05
	8	1,67E+04	3,33E+04	5,00E+04	6,67E+04	8,34E+04	9,98E+04	1,16E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,66E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%



**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	2,22E+03	4,06E+03	5,92E+03	7,78E+03	9,62E+03	1,14E+04	1,33E+04	1,52E+04	1,70E+04	1,88E+04
	1	8,71E+02	8,70E+02	8,70E+02	8,71E+02	8,70E+02	8,66E+02	8,66E+02	8,71E+02	8,66E+02	8,66E+02
	2	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,09E+02	2,07E+02	2,07E+02	2,07E+02	2,08E+02	2,08E+02	2,08E+02
	3	0,00E+00	2,15E-01	2,15E-01	3,28E-01	0,00E+00	6,17E-01	6,17E-01	0,00E+00	9,46E-01	9,46E-01
	4	0,00E+00	3,15E-01	3,15E-01	4,81E-01	0,00E+00	9,07E-01	9,07E-01	0,00E+00	1,39E+00	1,39E+00
	5	0,00E+00	4,15E-01	4,15E-01	6,35E-01	0,00E+00	1,20E+00	1,20E+00	0,00E+00	1,84E+00	1,84E+00
	6	0,00E+00	5,15E-01	5,15E-01	7,88E-01	0,00E+00	1,49E+00	1,49E+00	0,00E+00	2,29E+00	2,29E+00
	7	0,00E+00	6,14E-01	6,14E-01	9,42E-01	0,00E+00	1,78E+00	1,78E+00	0,00E+00	2,73E+00	2,73E+00
	8	0,00E+00	7,14E-01	7,14E-01	1,09E+00	0,00E+00	2,07E+00	2,07E+00	0,00E+00	3,18E+00	3,18E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	6,39E+02	6,38E+02	6,38E+02	6,39E+02	6,38E+02	6,35E+02	6,35E+02	6,39E+02	6,35E+02	6,35E+02
	1	1,91E+03	3,30E+03	4,69E+03	6,08E+03	7,46E+03	8,83E+03	1,02E+04	1,16E+04	1,30E+04	1,44E+04
	2	3,77E+03	7,47E+03	1,12E+04	1,49E+04	1,86E+04	2,22E+04	2,59E+04	2,97E+04	3,33E+04	3,70E+04
	3	6,02E+03	1,20E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,60E+04	4,20E+04	4,82E+04	5,40E+04	6,01E+04
	4	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,34E+04	4,17E+04	4,99E+04	5,82E+04	6,67E+04	7,48E+04	8,31E+04
	5	1,07E+04	2,13E+04	3,19E+04	4,26E+04	5,33E+04	6,37E+04	7,44E+04	8,53E+04	9,56E+04	1,06E+05
	6	1,30E+04	2,59E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,48E+04	7,76E+04	9,05E+04	1,04E+05	1,16E+05	1,29E+05
	7	1,53E+04	3,05E+04	4,58E+04	6,12E+04	7,64E+04	9,15E+04	1,07E+05	1,22E+05	1,37E+05	1,52E+05
	8	1,76E+04	3,52E+04	5,28E+04	7,04E+04	8,80E+04	1,05E+05	1,23E+05	1,41E+05	1,58E+05	1,76E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico  $V_{ter}=1m/s$  (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,57E+03	2,49E+03	3,42E+03	4,35E+03	5,27E+03	6,18E+03	7,10E+03	8,05E+03	8,95E+03	9,87E+03
	1	5,19E+02	5,19E+02	5,19E+02	5,20E+02	5,18E+02	5,17E+02	5,17E+02	5,19E+02	5,17E+02	5,17E+02
	2	5,94E+01	5,98E+01	5,98E+01	6,02E+01	5,92E+01	5,98E+01	5,98E+01	5,94E+01	6,03E+01	6,03E+01
	3	0,00E+00	2,55E-01	2,55E-01	3,90E-01	0,00E+00	7,34E-01	7,34E-01	0,00E+00	1,13E+00	1,13E+00
	4	0,00E+00	3,55E-01	3,55E-01	5,43E-01	0,00E+00	1,02E+00	1,02E+00	0,00E+00	1,57E+00	1,57E+00
	5	0,00E+00	4,55E-01	4,55E-01	6,96E-01	0,00E+00	1,31E+00	1,31E+00	0,00E+00	2,02E+00	2,02E+00
	6	0,00E+00	5,55E-01	5,55E-01	8,50E-01	0,00E+00	1,60E+00	1,60E+00	0,00E+00	2,47E+00	2,47E+00
	7	0,00E+00	6,55E-01	6,55E-01	1,00E+00	0,00E+00	1,89E+00	1,89E+00	0,00E+00	2,91E+00	2,91E+00
	8	0,00E+00	7,55E-01	7,55E-01	1,16E+00	0,00E+00	2,18E+00	2,18E+00	0,00E+00	3,36E+00	3,36E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,00E+03	9,98E+02	9,98E+02	1,00E+03	9,98E+02	9,94E+02	9,94E+02	1,00E+03	9,94E+02	9,94E+02
	1	2,57E+03	4,88E+03	7,20E+03	9,52E+03	1,18E+04	1,41E+04	1,64E+04	1,88E+04	2,10E+04	2,34E+04
	2	4,64E+03	9,26E+03	1,39E+04	1,85E+04	2,32E+04	2,77E+04	3,23E+04	3,71E+04	4,16E+04	4,62E+04
	3	6,95E+03	1,39E+04	2,08E+04	2,78E+04	3,47E+04	4,16E+04	4,85E+04	5,56E+04	6,24E+04	6,93E+04
	4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,71E+04	4,63E+04	5,54E+04	6,47E+04	7,41E+04	8,31E+04	9,24E+04
	5	1,16E+04	2,31E+04	3,47E+04	4,63E+04	5,79E+04	6,93E+04	8,08E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,15E+05
	6	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,95E+04	8,31E+04	9,70E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
	7	1,62E+04	3,24E+04	4,86E+04	6,49E+04	8,10E+04	9,70E+04	1,13E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
	8	1,85E+04	3,70E+04	5,56E+04	7,41E+04	9,26E+04	1,11E+05	1,29E+05	1,48E+05	1,66E+05	1,85E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

## Enfoque Numérico; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s

### ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)

		Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	5,03E-06	1,15E+00	1,15E+00	1,82E+00	1,82E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	3,35E+00
	1	0,00E+00	4,40E-06	1,01E+00	1,01E+00	1,59E+00	1,59E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,94E+00
	2	0,00E+00	3,77E-06	8,68E-01	8,68E-01	1,37E+00	1,37E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,52E+00
	3	0,00E+00	3,14E-06	7,26E-01	7,26E-01	1,14E+00	1,14E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,11E+00
	4	0,00E+00	2,51E-06	5,83E-01	5,83E-01	9,20E-01	9,20E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,70E+00
	5	0,00E+00	1,20E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,20E+02	1,20E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02	1,21E+02
	6	1,62E+02	8,57E+02	8,59E+02	8,59E+02	8,54E+02	8,54E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,58E+02	8,55E+02
	7	7,14E+02	2,22E+03	2,22E+03	2,22E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,22E+03	2,22E+03	2,22E+03	2,21E+03
	8	1,63E+03	4,16E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,15E+03	4,15E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,15E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

### ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)

		Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,85E+04	3,70E+04	5,56E+04	7,41E+04	9,25E+04	1,11E+05	1,30E+05	1,48E+05	1,67E+05	1,85E+05
	1	1,62E+04	3,24E+04	4,86E+04	6,48E+04	8,09E+04	9,71E+04	1,14E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
	2	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,94E+04	8,32E+04	9,73E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
	3	1,16E+04	2,32E+04	3,47E+04	4,63E+04	5,78E+04	6,93E+04	8,11E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,16E+05
	4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,70E+04	4,62E+04	5,55E+04	6,49E+04	7,41E+04	8,34E+04	9,25E+04
	5	6,95E+03	1,40E+04	2,10E+04	2,79E+04	3,48E+04	4,17E+04	4,88E+04	5,57E+04	6,27E+04	6,95E+04
	6	4,80E+03	1,01E+04	1,47E+04	1,94E+04	2,40E+04	2,86E+04	3,33E+04	3,79E+04	4,26E+04	4,71E+04
	7	3,03E+03	6,85E+03	9,17E+03	1,15E+04	1,38E+04	1,61E+04	1,84E+04	2,08E+04	2,31E+04	2,53E+04
	8	1,63E+03	4,16E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,15E+03	4,15E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,17E+03	4,15E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

### ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)

		Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	4,52E-06	1,04E+00	1,04E+00	1,64E+00	1,64E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	3,02E+00
	1	0,00E+00	3,90E-06	8,96E-01	8,96E-01	1,41E+00	1,41E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,61E+00
	2	0,00E+00	3,27E-06	7,54E-01	7,54E-01	1,19E+00	1,19E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,19E+00
	3	0,00E+00	2,64E-06	6,11E-01	6,11E-01	9,64E-01	9,64E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,78E+00
	4	0,00E+00	2,27E+01	2,33E+01	2,33E+01	2,31E+01	2,31E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,37E+01
	5	7,18E+01	5,56E+02	5,57E+02	5,57E+02	5,54E+02	5,54E+02	5,57E+02	5,57E+02	5,57E+02	5,54E+02
	6	5,21E+02	1,75E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,75E+03	1,75E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,76E+03	1,75E+03
	7	1,36E+03	3,57E+03	3,57E+03	3,57E+03	3,56E+03	3,56E+03	3,57E+03	3,57E+03	3,57E+03	3,56E+03
	8	2,72E+03	6,27E+03	8,12E+03	9,98E+03	1,18E+04	1,37E+04	1,55E+04	1,74E+04	1,92E+04	2,11E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,67E+04	3,33E+04	5,00E+04	6,67E+04	8,32E+04	9,99E+04	1,17E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,66E+05
1		1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,74E+04	7,17E+04	8,60E+04	1,01E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,43E+05
2		1,20E+04	2,41E+04	3,61E+04	4,82E+04	6,01E+04	7,21E+04	8,43E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,20E+05
3		9,73E+03	1,94E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,85E+04	5,83E+04	6,81E+04	7,78E+04	8,76E+04	9,71E+04
4		7,41E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,97E+04	3,70E+04	4,44E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,40E+04
5		5,17E+03	1,07E+04	1,58E+04	2,09E+04	2,60E+04	3,11E+04	3,62E+04	4,13E+04	4,64E+04	5,14E+04
6		3,30E+03	7,31E+03	1,01E+04	1,29E+04	1,56E+04	1,84E+04	2,12E+04	2,40E+04	2,68E+04	2,95E+04
7		1,82E+03	4,50E+03	4,96E+03	5,43E+03	5,87E+03	6,34E+03	6,82E+03	7,28E+03	7,74E+03	8,18E+03
8		8,69E+02	2,56E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,57E+03	2,56E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0,00E+00	4,02E-06	9,24E-01	9,24E-01	1,46E+00	1,46E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,69E+00
1		0,00E+00	3,39E-06	7,82E-01	7,82E-01	1,23E+00	1,23E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,27E+00
2		0,00E+00	2,76E-06	6,39E-01	6,39E-01	1,01E+00	1,01E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,86E+00
3		0,00E+00	2,14E-06	4,97E-01	4,97E-01	7,84E-01	7,84E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,45E+00
4		1,60E+01	3,10E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,09E+02	3,09E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,11E+02	3,09E+02
5		3,52E+02	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,32E+03	1,32E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,32E+03
6		1,10E+03	3,00E+03	3,00E+03	3,00E+03	2,99E+03	2,99E+03	3,00E+03	3,00E+03	3,00E+03	2,99E+03
7		2,35E+03	5,51E+03	6,91E+03	8,30E+03	9,66E+03	1,10E+04	1,25E+04	1,39E+04	1,52E+04	1,66E+04
8		4,05E+03	8,74E+03	1,24E+04	1,62E+04	1,98E+04	2,35E+04	2,73E+04	3,10E+04	3,47E+04	3,83E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,48E+04	2,96E+04	4,45E+04	5,93E+04	7,40E+04	8,88E+04	1,04E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05
1		1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,00E+04	6,24E+04	7,49E+04	8,76E+04	1,00E+05	1,13E+05	1,25E+05
2		1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,09E+04	6,10E+04	7,13E+04	8,15E+04	9,17E+04	1,02E+05
3		7,88E+03	1,57E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,93E+04	4,72E+04	5,51E+04	6,30E+04	7,09E+04	7,86E+04
4		5,58E+03	1,14E+04	1,70E+04	2,25E+04	2,80E+04	3,36E+04	3,92E+04	4,48E+04	5,03E+04	5,58E+04
5		3,60E+03	7,81E+03	1,11E+04	1,43E+04	1,75E+04	2,07E+04	2,40E+04	2,73E+04	3,05E+04	3,37E+04
6		2,02E+03	4,85E+03	5,78E+03	6,71E+03	7,62E+03	8,54E+03	9,49E+03	1,04E+04	1,13E+04	1,22E+04
7		9,62E+02	2,73E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,73E+03	2,73E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,74E+03	2,73E+03
8		3,38E+02	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03	1,33E+03

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	3,52E-06	8,10E-01	8,10E-01	1,28E+00	1,28E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,35E+00
	1	0,00E+00	2,89E-06	6,67E-01	6,67E-01	1,05E+00	1,05E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,94E+00
	2	0,00E+00	2,26E-06	5,25E-01	5,25E-01	8,28E-01	8,28E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,53E+00
	3	0,00E+00	1,29E+02	1,30E+02	1,30E+02	1,28E+02	1,28E+02	1,29E+02	1,29E+02	1,29E+02	1,29E+02
	4	2,10E+02	9,45E+02	9,47E+02	9,47E+02	9,42E+02	9,42E+02	9,47E+02	9,47E+02	9,47E+02	9,43E+02
	5	8,57E+02	2,46E+03	2,46E+03	2,46E+03	2,45E+03	2,45E+03	2,46E+03	2,46E+03	2,46E+03	2,45E+03
	6	1,99E+03	4,77E+03	5,70E+03	6,63E+03	7,54E+03	8,46E+03	9,41E+03	1,03E+04	1,13E+04	1,22E+04
	7	3,63E+03	7,91E+03	1,12E+04	1,44E+04	1,76E+04	2,08E+04	2,41E+04	2,74E+04	3,06E+04	3,38E+04
	8	5,61E+03	1,16E+04	1,72E+04	2,27E+04	2,82E+04	3,38E+04	3,94E+04	4,50E+04	5,05E+04	5,60E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,30E+04	2,59E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,47E+04	7,77E+04	9,08E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,29E+05
	1	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,32E+04	6,38E+04	7,46E+04	8,52E+04	9,59E+04	1,06E+05
	2	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,33E+04	4,16E+04	4,99E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,32E+04
	3	6,02E+03	1,22E+04	1,82E+04	2,42E+04	3,02E+04	3,62E+04	4,23E+04	4,83E+04	5,43E+04	6,02E+04
	4	3,92E+03	8,35E+03	1,21E+04	1,58E+04	1,94E+04	2,31E+04	2,69E+04	3,06E+04	3,43E+04	3,79E+04
	5	2,25E+03	5,24E+03	6,63E+03	8,02E+03	9,39E+03	1,08E+04	1,22E+04	1,36E+04	1,50E+04	1,63E+04
	6	1,07E+03	2,92E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,92E+03	2,92E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,93E+03	2,92E+03
	7	3,88E+02	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03
	8	4,97E+01	4,84E+02	4,87E+02	4,87E+02	4,85E+02	4,85E+02	4,85E+02	4,85E+02	4,85E+02	4,86E+02

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	3,02E-06	6,95E-01	6,95E-01	1,10E+00	1,10E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,02E+00
	1	0,00E+00	2,39E-06	5,53E-01	5,53E-01	8,72E-01	8,72E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,61E+00
	2	0,00E+00	2,26E+01	2,32E+01	2,32E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,27E+01	2,27E+01	2,27E+01	2,34E+01
	3	1,01E+02	6,13E+02	6,15E+02	6,15E+02	6,11E+02	6,11E+02	6,14E+02	6,14E+02	6,14E+02	6,12E+02
	4	6,38E+02	1,95E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,95E+03	1,95E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,95E+03
	5	1,65E+03	4,05E+03	4,52E+03	4,99E+03	5,43E+03	5,90E+03	6,38E+03	6,84E+03	7,30E+03	7,75E+03
	6	3,22E+03	7,10E+03	9,88E+03	1,27E+04	1,54E+04	1,82E+04	2,10E+04	2,38E+04	2,66E+04	2,93E+04
	7	5,16E+03	1,07E+04	1,58E+04	2,09E+04	2,60E+04	3,10E+04	3,62E+04	4,13E+04	4,64E+04	5,14E+04
	8	7,41E+03	1,49E+04	2,23E+04	2,97E+04	3,70E+04	4,44E+04	5,19E+04	5,94E+04	6,68E+04	7,40E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,11E+04	2,22E+04	3,33E+04	4,45E+04	5,55E+04	6,66E+04	7,78E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05
1		8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,39E+04	5,27E+04	6,16E+04	7,04E+04	7,92E+04	8,78E+04
2		6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,24E+04	3,89E+04	4,54E+04	5,19E+04	5,84E+04	6,47E+04
3		4,27E+03	8,95E+03	1,31E+04	1,73E+04	2,14E+04	2,56E+04	2,98E+04	3,40E+04	3,81E+04	4,22E+04
4		2,49E+03	5,66E+03	7,51E+03	9,37E+03	1,12E+04	1,30E+04	1,49E+04	1,68E+04	1,86E+04	2,04E+04
5		1,18E+03	3,13E+03	3,13E+03	3,13E+03	3,12E+03	3,12E+03	3,13E+03	3,13E+03	3,13E+03	3,12E+03
6		4,44E+02	1,54E+03	1,55E+03	1,55E+03	1,54E+03	1,54E+03	1,54E+03	1,54E+03	1,54E+03	1,54E+03
7		6,57E+01	5,31E+02	5,34E+02	5,34E+02	5,31E+02	5,31E+02	5,32E+02	5,32E+02	5,32E+02	5,33E+02
8		0,00E+00	5,27E+01	5,41E+01	5,41E+01	5,37E+01	5,37E+01	5,30E+01	5,30E+01	5,30E+01	5,48E+01

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0,00E+00	2,51E-06	5,81E-01	5,81E-01	9,16E-01	9,16E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,69E+00
1		0,00E+00	1,88E-06	4,38E-01	4,38E-01	6,91E-01	6,91E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,28E+00
2		2,83E+01	3,41E+02	3,42E+02	3,42E+02	3,40E+02	3,40E+02	3,42E+02	3,42E+02	3,42E+02	3,40E+02
3		4,42E+02	1,48E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,48E+03	1,48E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,49E+03	1,48E+03
4		1,31E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,35E+03	3,35E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,35E+03
5		2,83E+03	6,29E+03	8,61E+03	1,09E+04	1,32E+04	1,55E+04	1,79E+04	2,02E+04	2,25E+04	2,48E+04
6		4,72E+03	9,84E+03	1,45E+04	1,91E+04	2,37E+04	2,83E+04	3,30E+04	3,76E+04	4,23E+04	4,68E+04
7		6,95E+03	1,40E+04	2,09E+04	2,79E+04	3,47E+04	4,17E+04	4,87E+04	5,57E+04	6,26E+04	6,94E+04
8		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,70E+04	4,62E+04	5,55E+04	6,49E+04	7,41E+04	8,34E+04	9,25E+04

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,70E+04	4,62E+04	5,55E+04	6,49E+04	7,41E+04	8,34E+04	9,25E+04
1		6,95E+03	1,39E+04	2,08E+04	2,78E+04	3,47E+04	4,16E+04	4,86E+04	5,56E+04	6,25E+04	6,94E+04
2		4,66E+03	9,60E+03	1,42E+04	1,89E+04	2,35E+04	2,81E+04	3,28E+04	3,74E+04	4,20E+04	4,66E+04
3		2,76E+03	6,11E+03	8,43E+03	1,07E+04	1,30E+04	1,53E+04	1,77E+04	2,00E+04	2,23E+04	2,46E+04
4		1,31E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,35E+03	3,35E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,36E+03	3,35E+03
5		5,08E+02	1,66E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,66E+03	1,66E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,67E+03	1,66E+03
6		8,51E+01	5,83E+02	5,86E+02	5,86E+02	5,83E+02	5,83E+02	5,84E+02	5,84E+02	5,84E+02	5,84E+02
7		0,00E+00	6,32E+01	6,46E+01	6,46E+01	6,41E+01	6,41E+01	6,35E+01	6,35E+01	6,35E+01	6,52E+01
8		0,00E+00	2,51E-06	5,60E-01	5,60E-01	8,79E-01	8,79E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,61E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	2,01E-06	4,66E-01	4,66E-01	7,35E-01	7,35E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,36E+00
	1	1,06E-01	1,40E+02	1,40E+02	1,40E+02	1,39E+02	1,39E+02	1,40E+02	1,40E+02	1,40E+02	1,40E+02
	2	2,74E+02	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03
	3	1,04E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,76E+03	2,76E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,77E+03	2,76E+03
	4	2,43E+03	5,51E+03	7,36E+03	9,22E+03	1,10E+04	1,29E+04	1,48E+04	1,66E+04	1,85E+04	2,03E+04
	5	4,28E+03	8,97E+03	1,31E+04	1,73E+04	2,14E+04	2,56E+04	2,98E+04	3,40E+04	3,82E+04	4,23E+04
	6	6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,60E+04	3,24E+04	3,89E+04	4,55E+04	5,20E+04	5,85E+04	6,48E+04
	7	8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,39E+04	5,27E+04	6,16E+04	7,04E+04	7,92E+04	8,78E+04
	8	1,11E+04	2,22E+04	3,33E+04	4,45E+04	5,55E+04	6,66E+04	7,78E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	7,41E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,96E+04	3,70E+04	4,44E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,40E+04
	1	5,10E+03	1,03E+04	1,54E+04	2,05E+04	2,56E+04	3,07E+04	3,58E+04	4,09E+04	4,60E+04	5,10E+04
	2	3,06E+03	6,62E+03	9,40E+03	1,22E+04	1,49E+04	1,77E+04	2,05E+04	2,33E+04	2,61E+04	2,88E+04
	3	1,51E+03	3,69E+03	4,16E+03	4,62E+03	5,07E+03	5,54E+03	6,01E+03	6,48E+03	6,94E+03	7,38E+03
	4	5,81E+02	1,80E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,80E+03	1,80E+03	1,80E+03	1,80E+03	1,80E+03	1,80E+03
	5	1,08E+02	6,41E+02	6,43E+02	6,43E+02	6,40E+02	6,40E+02	6,42E+02	6,42E+02	6,42E+02	6,42E+02
	6	0,00E+00	7,53E+01	7,68E+01	7,68E+01	7,62E+01	7,62E+01	7,56E+01	7,56E+01	7,56E+01	7,72E+01
	7	0,00E+00	2,39E-06	5,32E-01	5,32E-01	8,35E-01	8,35E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,53E+00
	8	0,00E+00	3,02E-06	6,75E-01	6,75E-01	1,06E+00	1,06E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,94E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	2,27E+01	2,32E+01	2,32E+01	2,29E+01	2,29E+01	2,28E+01	2,28E+01	2,28E+01	2,34E+01
	1	1,41E+02	6,89E+02	6,90E+02	6,90E+02	6,87E+02	6,87E+02	6,90E+02	6,90E+02	6,90E+02	6,87E+02
	2	7,91E+02	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,20E+03	2,20E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,21E+03	2,20E+03
	3	2,05E+03	4,73E+03	6,13E+03	7,52E+03	8,89E+03	1,03E+04	1,17E+04	1,31E+04	1,45E+04	1,58E+04
	4	3,84E+03	8,11E+03	1,18E+04	1,55E+04	1,92E+04	2,29E+04	2,67E+04	3,04E+04	3,41E+04	3,77E+04
	5	6,02E+03	1,21E+04	1,81E+04	2,42E+04	3,01E+04	3,62E+04	4,22E+04	4,83E+04	5,43E+04	6,02E+04
	6	8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,33E+04	4,16E+04	4,99E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,32E+04
	7	1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,32E+04	6,38E+04	7,46E+04	8,52E+04	9,59E+04	1,06E+05
	8	1,30E+04	2,59E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,47E+04	7,77E+04	9,08E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,29E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	5,56E+03	1,11E+04	1,67E+04	2,23E+04	2,78E+04	3,33E+04	3,89E+04	4,45E+04	5,01E+04	5,55E+04
	1	3,38E+03	7,17E+03	1,04E+04	1,37E+04	1,69E+04	2,01E+04	2,34E+04	2,66E+04	2,99E+04	3,31E+04
	2	1,72E+03	4,06E+03	4,99E+03	5,92E+03	6,83E+03	7,75E+03	8,70E+03	9,62E+03	1,06E+04	1,15E+04
	3	6,64E+02	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,95E+03	1,95E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,96E+03	1,95E+03
	4	1,36E+02	7,06E+02	7,08E+02	7,08E+02	7,05E+02	7,05E+02	7,07E+02	7,07E+02	7,07E+02	7,06E+02
	5	0,00E+00	8,93E+01	9,08E+01	9,08E+01	9,02E+01	9,02E+01	8,97E+01	8,97E+01	8,97E+01	9,12E+01
	6	0,00E+00	2,26E-06	5,04E-01	5,04E-01	7,91E-01	7,91E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,45E+00
	7	0,00E+00	2,89E-06	6,47E-01	6,47E-01	1,02E+00	1,02E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,86E+00
	8	0,00E+00	3,52E-06	7,89E-01	7,89E-01	1,24E+00	1,24E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,27E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	4,70E+01	3,83E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,81E+02	3,81E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,82E+02
	1	5,62E+02	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,68E+03	1,68E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,69E+03	1,68E+03
	2	1,69E+03	3,98E+03	4,91E+03	5,84E+03	6,75E+03	7,67E+03	8,62E+03	9,55E+03	1,05E+04	1,14E+04
	3	3,41E+03	7,26E+03	1,05E+04	1,37E+04	1,70E+04	2,02E+04	2,35E+04	2,67E+04	3,00E+04	3,31E+04
	4	5,56E+03	1,12E+04	1,68E+04	2,23E+04	2,78E+04	3,34E+04	3,90E+04	4,46E+04	5,01E+04	5,56E+04
	5	7,88E+03	1,57E+04	2,36E+04	3,15E+04	3,93E+04	4,72E+04	5,51E+04	6,30E+04	7,09E+04	7,86E+04
	6	1,02E+04	2,04E+04	3,06E+04	4,08E+04	5,09E+04	6,10E+04	7,13E+04	8,15E+04	9,17E+04	1,02E+05
	7	1,25E+04	2,50E+04	3,75E+04	5,00E+04	6,24E+04	7,49E+04	8,76E+04	1,00E+05	1,13E+05	1,25E+05
	8	1,48E+04	2,96E+04	4,45E+04	5,93E+04	7,40E+04	8,88E+04	1,04E+05	1,19E+05	1,33E+05	1,48E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	3,75E+03	7,79E+03	1,15E+04	1,52E+04	1,89E+04	2,26E+04	2,63E+04	3,00E+04	3,37E+04	3,74E+04
	1	1,95E+03	4,47E+03	5,86E+03	7,25E+03	8,62E+03	1,00E+04	1,14E+04	1,28E+04	1,42E+04	1,56E+04
	2	7,60E+02	2,13E+03	2,13E+03	2,13E+03	2,13E+03	2,13E+03	2,13E+03	2,13E+03	2,13E+03	2,13E+03
	3	1,69E+02	7,79E+02	7,82E+02	7,82E+02	7,78E+02	7,78E+02	7,80E+02	7,80E+02	7,80E+02	7,80E+02
	4	0,00E+00	1,06E+02	1,07E+02	1,07E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,06E+02	1,07E+02
	5	0,00E+00	2,14E-06	4,76E-01	4,76E-01	7,47E-01	7,47E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,37E+00
	6	0,00E+00	2,76E-06	6,19E-01	6,19E-01	9,72E-01	9,72E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,78E+00
	7	0,00E+00	3,39E-06	7,61E-01	7,61E-01	1,20E+00	1,20E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,19E+00
	8	0,00E+00	4,02E-06	9,04E-01	9,04E-01	1,42E+00	1,42E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,60E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%



**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,66E+02	7,36E+02	7,37E+02	7,37E+02	7,34E+02	7,34E+02	7,37E+02	7,37E+02	7,37E+02	7,34E+02
1		8,87E+02	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,36E+03	2,36E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,37E+03	2,36E+03
2		2,30E+03	5,13E+03	6,99E+03	8,84E+03	1,07E+04	1,25E+04	1,44E+04	1,63E+04	1,81E+04	1,99E+04
3		4,21E+03	8,72E+03	1,29E+04	1,71E+04	2,12E+04	2,53E+04	2,96E+04	3,37E+04	3,79E+04	4,20E+04
4		6,49E+03	1,30E+04	1,95E+04	2,59E+04	3,24E+04	3,88E+04	4,54E+04	5,19E+04	5,84E+04	6,47E+04
5		8,81E+03	1,76E+04	2,64E+04	3,52E+04	4,39E+04	5,27E+04	6,16E+04	7,04E+04	7,92E+04	8,78E+04
6		1,11E+04	2,22E+04	3,33E+04	4,45E+04	5,55E+04	6,66E+04	7,78E+04	8,90E+04	1,00E+05	1,11E+05
7		1,34E+04	2,69E+04	4,03E+04	5,37E+04	6,70E+04	8,04E+04	9,40E+04	1,07E+05	1,21E+05	1,34E+05
8		1,58E+04	3,15E+04	4,72E+04	6,30E+04	7,86E+04	9,43E+04	1,10E+05	1,26E+05	1,42E+05	1,57E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		2,95E+03	6,29E+03	9,07E+03	1,19E+04	1,46E+04	1,74E+04	2,02E+04	2,30E+04	2,58E+04	2,85E+04
1		1,35E+03	3,29E+03	3,76E+03	4,22E+03	4,67E+03	5,14E+03	5,61E+03	6,08E+03	6,54E+03	6,99E+03
2		4,43E+02	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03	1,43E+03
3		4,19E+01	3,84E+02	3,86E+02	3,86E+02	3,84E+02	3,84E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02	3,85E+02
4		0,00E+00	3,89E+00	4,54E+00	4,54E+00	4,62E+00	4,62E+00	3,96E+00	3,96E+00	3,96E+00	5,25E+00
5		0,00E+00	2,39E-06	5,33E-01	5,33E-01	8,37E-01	8,37E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,53E+00
6		0,00E+00	3,02E-06	6,76E-01	6,76E-01	1,06E+00	1,06E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,94E+00
7		0,00E+00	3,64E-06	8,18E-01	8,18E-01	1,29E+00	1,29E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,36E+00
8		0,00E+00	4,27E-06	9,61E-01	9,61E-01	1,51E+00	1,51E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,77E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		3,63E+02	1,21E+03	1,21E+03	1,21E+03	1,21E+03	1,21E+03	1,21E+03	1,21E+03	1,21E+03	1,21E+03
1		1,33E+03	3,25E+03	3,72E+03	4,18E+03	4,63E+03	5,10E+03	5,57E+03	6,04E+03	6,50E+03	6,95E+03
2		2,99E+03	6,42E+03	9,20E+03	1,20E+04	1,47E+04	1,75E+04	2,03E+04	2,31E+04	2,59E+04	2,86E+04
3		5,10E+03	1,03E+04	1,54E+04	2,05E+04	2,56E+04	3,06E+04	3,58E+04	4,09E+04	4,60E+04	5,10E+04
4		7,41E+03	1,48E+04	2,22E+04	2,96E+04	3,70E+04	4,44E+04	5,19E+04	5,93E+04	6,67E+04	7,40E+04
5		9,73E+03	1,94E+04	2,92E+04	3,89E+04	4,85E+04	5,83E+04	6,81E+04	7,78E+04	8,76E+04	9,71E+04
6		1,20E+04	2,41E+04	3,61E+04	4,82E+04	6,01E+04	7,21E+04	8,43E+04	9,64E+04	1,08E+05	1,20E+05
7		1,44E+04	2,87E+04	4,31E+04	5,74E+04	7,17E+04	8,60E+04	1,01E+05	1,15E+05	1,29E+05	1,43E+05
8		1,67E+04	3,33E+04	5,00E+04	6,67E+04	8,32E+04	9,99E+04	1,17E+05	1,33E+05	1,50E+05	1,66E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		2,22E+03	4,92E+03	6,77E+03	8,62E+03	1,05E+04	1,23E+04	1,42E+04	1,60E+04	1,79E+04	1,97E+04
1		8,71E+02	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,32E+03	2,32E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,33E+03	2,32E+03
2		2,08E+02	8,63E+02	8,65E+02	8,65E+02	8,62E+02	8,62E+02	8,64E+02	8,64E+02	8,64E+02	8,63E+02
3		0,00E+00	1,24E+02	1,26E+02	1,26E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,25E+02	1,26E+02
4		0,00E+00	2,01E-06	4,48E-01	4,48E-01	7,03E-01	7,03E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,29E+00
5		0,00E+00	2,64E-06	5,91E-01	5,91E-01	9,28E-01	9,28E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,70E+00
6		0,00E+00	3,27E-06	7,33E-01	7,33E-01	1,15E+00	1,15E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,11E+00
7		0,00E+00	3,90E-06	8,76E-01	8,76E-01	1,38E+00	1,38E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,52E+00
8		0,00E+00	4,52E-06	1,02E+00	1,02E+00	1,60E+00	1,60E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,94E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		6,39E+02	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,81E+03	1,81E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,82E+03	1,81E+03
1		1,91E+03	4,35E+03	5,74E+03	7,13E+03	8,51E+03	9,89E+03	1,13E+04	1,27E+04	1,41E+04	1,54E+04
2		3,77E+03	7,84E+03	1,15E+04	1,53E+04	1,89E+04	2,26E+04	2,64E+04	3,01E+04	3,38E+04	3,74E+04
3		6,02E+03	1,20E+04	1,81E+04	2,41E+04	3,01E+04	3,61E+04	4,22E+04	4,82E+04	5,42E+04	6,01E+04
4		8,34E+03	1,67E+04	2,50E+04	3,33E+04	4,16E+04	4,99E+04	5,84E+04	6,67E+04	7,51E+04	8,32E+04
5		1,07E+04	2,13E+04	3,20E+04	4,26E+04	5,32E+04	6,38E+04	7,46E+04	8,52E+04	9,59E+04	1,06E+05
6		1,30E+04	2,59E+04	3,89E+04	5,19E+04	6,47E+04	7,77E+04	9,08E+04	1,04E+05	1,17E+05	1,29E+05
7		1,53E+04	3,06E+04	4,58E+04	6,11E+04	7,63E+04	9,15E+04	1,07E+05	1,22E+05	1,38E+05	1,53E+05
8		1,76E+04	3,52E+04	5,28E+04	7,04E+04	8,78E+04	1,05E+05	1,23E+05	1,41E+05	1,58E+05	1,76E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
	q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1,57E+03	3,67E+03	4,60E+03	5,52E+03	6,43E+03	7,36E+03	8,30E+03	9,23E+03	1,02E+04	1,11E+04
1		5,19E+02	1,57E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,57E+03	1,57E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,58E+03	1,57E+03
2		5,94E+01	4,33E+02	4,35E+02	4,35E+02	4,33E+02	4,33E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02	4,34E+02
3		0,00E+00	6,81E+00	7,49E+00	7,49E+00	7,52E+00	7,52E+00	6,89E+00	6,89E+00	6,89E+00	8,14E+00
4		0,00E+00	2,26E-06	5,05E-01	5,05E-01	7,93E-01	7,93E-01	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,45E+00
5		0,00E+00	2,89E-06	6,48E-01	6,48E-01	1,02E+00	1,02E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1,86E+00
6		0,00E+00	3,52E-06	7,90E-01	7,90E-01	1,24E+00	1,24E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,28E+00
7		0,00E+00	4,15E-06	9,33E-01	9,33E-01	1,47E+00	1,47E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,69E+00
8		0,00E+00	4,77E-06	1,08E+00	1,08E+00	1,69E+00	1,69E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	3,10E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,00E+03	2,55E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,55E+03	2,55E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,56E+03	2,55E+03
	1	2,57E+03	5,59E+03	7,91E+03	1,02E+04	1,25E+04	1,48E+04	1,72E+04	1,95E+04	2,18E+04	2,41E+04
	2	4,64E+03	9,41E+03	1,40E+04	1,87E+04	2,33E+04	2,79E+04	3,26E+04	3,72E+04	4,18E+04	4,64E+04
	3	6,95E+03	1,39E+04	2,08E+04	2,78E+04	3,47E+04	4,16E+04	4,86E+04	5,56E+04	6,25E+04	6,94E+04
	4	9,27E+03	1,85E+04	2,78E+04	3,70E+04	4,62E+04	5,55E+04	6,49E+04	7,41E+04	8,34E+04	9,25E+04
	5	1,16E+04	2,32E+04	3,47E+04	4,63E+04	5,78E+04	6,93E+04	8,11E+04	9,27E+04	1,04E+05	1,16E+05
	6	1,39E+04	2,78E+04	4,17E+04	5,56E+04	6,94E+04	8,32E+04	9,73E+04	1,11E+05	1,25E+05	1,39E+05
	7	1,62E+04	3,24E+04	4,86E+04	6,48E+04	8,09E+04	9,71E+04	1,14E+05	1,30E+05	1,46E+05	1,62E+05
	8	1,85E+04	3,70E+04	5,56E+04	7,41E+04	9,25E+04	1,11E+05	1,30E+05	1,48E+05	1,67E+05	1,85E+05

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ENERGÍA CONSUMIDA EN DESCENSO; Enfoque Numérico Vter=1,6m/s (J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

## Anexo 5.5

### Error Porcentual; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1m/s

ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, $V_{ter}=1m/s$ (% si $>10J$ )										
Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%										
l=										
q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
5	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
6	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
7	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
8	<	<	<	<	<	-0,63%	-0,63%	<	-0,63%	-0,63%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, $V_{ter}=1m/s$ (% si $>10J$ )										
Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%										
l=										
q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
5	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
6	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
7	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
8	<	<	<	<	-0,11%	-0,36%	-0,36%	<	-0,35%	-0,35%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, $V_{ter}=1m/s$ (% si $>10J$ )										
Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%										
l=										
q=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
5	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
6	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
7	<	<	<	<	<	-0,37%	-0,37%	<	-0,36%	-0,36%
8	<	-0,14%	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	5	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	6	<	<	<	<	<	-0,39%	-0,38%	<	-0,37%	-0,37%
	7	<	<	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,35%	<	-0,34%	-0,34%
	8	<	-0,14%	-0,12%	-0,05%	-0,10%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	5	<	<	<	<	<	-0,43%	-0,42%	<	-0,40%	-0,40%
	6	<	<	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,35%	<	-0,34%	-0,34%
	7	<	-0,14%	-0,12%	-0,05%	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
	8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	5	<	<	<	<	-0,10%	-0,35%	-0,35%	<	-0,35%	-0,34%
	6	<	-0,14%	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
	7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	4	<	<	<	<	-0,10%	-0,36%	-0,35%	<	-0,35%	-0,35%
	5	<	-0,14%	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
	6	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	-0,36%	-0,36%	<	-0,35%	-0,35%
	4	<	-0,14%	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
	5	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	6	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	-0,38%	-0,37%	<	-0,36%	-0,36%
	3	<	<	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
	4	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	5	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	6	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
	8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%								
		l=								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
2	<	<	<	<	<	-0,36%	-0,35%	<	-0,35%	-0,34%
3	<	-0,14%	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
q= 4	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
5	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
6	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%								
		l=								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	-0,41%	-0,40%	<	-0,39%	-0,38%
2	<	<	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
3	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
q= 4	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
5	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
6	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%								
		l=								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	-0,36%	-0,35%	<	-0,35%	-0,35%
2	<	-0,14%	-0,12%	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
3	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
q= 4	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
5	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
6	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1m/s$  (% si  $>10J$ )**

Considerando un porcentaje de contrapeso 0,00%										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	-0,10%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
2	<	-0,14%	-0,13%	<	-0,09%	-0,35%	-0,34%	<	-0,34%	-0,34%
3	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
4	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
5	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
6	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
7	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%
8	<	-0,14%	-0,13%	-0,05%	-0,09%	-0,35%	-0,34%	-0,02%	-0,34%	-0,34%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%



## Error Porcentual; Ascensor de 630kg con Velocidad de 1,6m/s

ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, $V_{ter}=1,6m/s$ (% si >10J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 100,00%										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
5	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
6	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
7	<	<	<	<	-0,52%	-0,52%	<	<	<	-0,51%
8	<	<	<	<	-0,45%	-0,45%	<	<	<	-0,45%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, $V_{ter}=1,6m/s$ (% si >10J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 90,00%										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
5	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
6	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
7	<	<	<	<	-0,46%	-0,46%	<	<	<	-0,46%
8	<	-0,16%	<	<	-0,30%	-0,29%	<	-0,06%	-0,06%	-0,27%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO, $V_{ter}=1,6m/s$ (% si >10J)										
Considerando un porcentaje de contrapeso 80,00%										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
5	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
6	<	<	<	<	-0,47%	-0,47%	<	<	<	-0,47%
7	<	<	<	<	-0,31%	-0,31%	<	<	<	-0,28%
8	<	-0,14%	-0,09%	-0,08%	-0,27%	-0,27%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 70,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	4	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	5	<	<	<	<	-0,49%	-0,49%	<	<	<	-0,48%
	6	<	<	<	<	-0,33%	-0,32%	<	<	<	-0,30%
	7	<	-0,14%	-0,09%	-0,08%	-0,27%	-0,27%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	8	<	-0,12%	-0,09%	-0,08%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 60,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	4	<	<	<	<	-0,51%	-0,51%	<	<	<	<
	5	<	<	<	<	-0,37%	-0,36%	<	<	<	-0,33%
	6	<	-0,14%	<	-0,08%	-0,27%	-0,27%	-0,06%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	7	<	-0,12%	-0,09%	-0,08%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si  $>10J$ )**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 50,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	4	<	<	<	<	-0,45%	-0,45%	<	<	<	-0,45%
	5	<	<	<	<	-0,28%	-0,28%	-0,06%	-0,06%	-0,06%	-0,26%
	6	<	-0,12%	-0,09%	-0,08%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	7	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si >10J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 40,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	3	<	<	<	<	-0,46%	-0,46%	<	<	<	-0,46%
	4	<	<	<	<	-0,29%	-0,28%	<	<	-0,06%	-0,27%
	5	<	-0,13%	-0,09%	-0,08%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	6	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	7	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si >10J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 30,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	-0,48%	-0,48%	<	<	<	-0,48%
	3	<	<	<	<	-0,30%	-0,29%	<	<	<	-0,28%
	4	<	-0,13%	-0,09%	-0,08%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	5	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	6	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	7	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si >10J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 20,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	2	<	<	<	<	-0,32%	-0,31%	<	<	<	-0,29%
	3	<	<	<	-0,08%	-0,26%	-0,27%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	4	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	5	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	6	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	7	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si >10J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 15,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	-0,46%	-0,46%	<	<	<	-0,46%
	2	<	<	<	<	-0,28%	-0,28%	<	<	-0,06%	-0,27%
	3	<	-0,12%	-0,09%	-0,08%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	4	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	5	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	6	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	7	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si >10J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 10,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	-0,35%	-0,35%	<	<	<	-0,32%
	2	<	<	<	<	-0,27%	-0,27%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	3	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	4	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	5	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	6	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	7	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si >10J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso 5,00%									
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	<	<	<	<	<	<	<	<	<	<
	1	<	<	<	<	-0,29%	-0,29%	<	<	<	-0,27%
	2	<	<	-0,09%	-0,08%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,26%
	3	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	4	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	5	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	6	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	7	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
	8	<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

**ERROR; ENERGÍA CONSUMIDA EN ASCENSO,  $V_{ter}=1,6m/s$  (% si >10J)**

		Considerando un porcentaje de contrapeso									0,00%
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	q=	<	<	<	<	-0,45%	-0,45%	<	<	<	-0,45%
1		<	<	<	<	-0,27%	-0,27%	<	-0,05%	-0,05%	-0,26%
2		<	-0,12%	-0,10%	-0,09%	-0,26%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
3		<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
4		<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
5		<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
6		<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
7		<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%
8		<	-0,11%	-0,10%	-0,09%	-0,25%	-0,26%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,25%

Adicionalmente se ha supuesto una eficiencia del motor del 100%

# Anexo 6.1

## Enfoque Estocástico; Probabilidad del RTT

		P[S=s;H=h K=k]							
h=	s=	k=							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
2	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
2	2	-	0,02	0,006	0,0014	0,0003	0,000062	0,0000126	0,00000254
3	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
3	2	-	0,04	0,012	0,0028	0,0006	0,000124	0,0000252	0,00000508
3	3	-	-	0,006	0,0036	0,0015	0,00054	0,0001806	0,00005796
4	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
4	2	-	0,06	0,018	0,0042	0,0009	0,000186	0,0000378	0,00000762
4	3	-	-	0,018	0,0108	0,0045	0,00162	0,0005418	0,00017388
4	4	-	-	-	0,0024	0,0024	0,00156	0,00084	0,00040824
5	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
5	2	-	0,08	0,024	0,0056	0,0012	0,000248	0,0000504	0,00001016
5	3	-	-	0,036	0,0216	0,009	0,00324	0,0010836	0,00034776
5	4	-	-	-	0,0096	0,0096	0,00624	0,00336	0,00163296
5	5	-	-	-	-	0,0012	0,0018	0,00168	0,00126
6	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
6	2	-	0,1	0,03	0,007	0,0015	0,00031	0,000063	0,0000127
6	3	-	-	0,06	0,036	0,015	0,0054	0,001806	0,0005796
6	4	-	-	-	0,024	0,024	0,0156	0,0084	0,0040824
6	5	-	-	-	-	0,006	0,009	0,0084	0,0063
6	6	-	-	-	-	-	0,00072	0,001512	0,0019152
7	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
7	2	-	0,12	0,036	0,0084	0,0018	0,000372	0,0000756	0,00001524
7	3	-	-	0,09	0,054	0,0225	0,0081	0,002709	0,0008694
7	4	-	-	-	0,048	0,048	0,0312	0,0168	0,0081648
7	5	-	-	-	-	0,018	0,027	0,0252	0,0189
7	6	-	-	-	-	-	0,00432	0,009072	0,0114912
7	7	-	-	-	-	-	-	0,000504	0,0014112
8	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
8	2	-	0,14	0,042	0,0098	0,0021	0,000434	0,0000882	0,00001778
8	3	-	-	0,126	0,0756	0,0315	0,01134	0,0037926	0,00121716
8	4	-	-	-	0,084	0,084	0,0546	0,0294	0,0142884
8	5	-	-	-	-	0,042	0,063	0,0588	0,0441
8	6	-	-	-	-	-	0,01512	0,031752	0,0402192
8	7	-	-	-	-	-	-	0,003528	0,0098784
8	8	-	-	-	-	-	-	-	0,0004032
9	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
9	2	-	0,16	0,048	0,0112	0,0024	0,000496	0,0001008	0,00002032
9	3	-	-	0,168	0,1008	0,042	0,01512	0,0050568	0,00162288
9	4	-	-	-	0,1344	0,1344	0,08736	0,04704	0,02286144
9	5	-	-	-	-	0,084	0,126	0,1176	0,0882
9	6	-	-	-	-	-	0,04032	0,084672	0,1072512
9	7	-	-	-	-	-	-	0,014112	0,0395136
9	8	-	-	-	-	-	-	-	0,0032256
9	9	-	-	-	-	-	-	-	-
10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
10	2	-	0,18	0,054	0,0126	0,0027	0,000558	0,0001134	0,00002286
10	3	-	-	0,216	0,1296	0,054	0,01944	0,0065016	0,00208656
10	4	-	-	-	0,2016	0,2016	0,13104	0,07056	0,03429216
10	5	-	-	-	-	0,1512	0,2268	0,21168	0,15876
10	6	-	-	-	-	-	0,09072	0,190512	0,2413152
10	7	-	-	-	-	-	-	0,042336	0,1185408
10	8	-	-	-	-	-	-	-	0,0145152
10	9	-	-	-	-	-	-	-	-
10	10	-	-	-	-	-	-	-	-

P[RTT=rtt(S=s;H=h)|K=k]

h=	s=	k=							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	13,43256825	15,43256825	17,43256825	19,43256825	21,43256825	23,43256825	25,43256825	27,43256825
2	1	19,43256825	21,43256825	23,43256825	25,43256825	27,43256825	29,43256825	31,43256825	33,43256825
2	2	-	24,14885237	26,14885237	28,14885237	30,14885237	32,14885237	34,14885237	36,14885237
3	1	25,43256825	27,43256825	29,43256825	31,43256825	33,43256825	35,43256825	37,43256825	39,43256825
3	2	-	30,14885237	32,14885237	34,14885237	36,14885237	38,14885237	40,14885237	42,14885237
3	3	-	-	34,86513649	36,86513649	38,86513649	40,86513649	42,86513649	44,86513649
4	1	31,43256825	33,43256825	35,43256825	37,43256825	39,43256825	41,43256825	43,43256825	45,43256825
4	2	-	36,14885237	38,14885237	40,14885237	42,14885237	44,14885237	46,14885237	48,14885237
4	3	-	-	40,86513649	42,86513649	44,86513649	46,86513649	48,86513649	50,86513649
4	4	-	-	-	45,58142062	47,58142062	49,58142062	51,58142062	53,58142062
5	1	37,43256825	39,43256825	41,43256825	43,43256825	45,43256825	47,43256825	49,43256825	51,43256825
5	2	-	42,14885237	44,14885237	46,14885237	48,14885237	50,14885237	52,14885237	54,14885237
5	3	-	-	46,86513649	48,86513649	50,86513649	52,86513649	54,86513649	56,86513649
5	4	-	-	-	51,58142062	53,58142062	55,58142062	57,58142062	59,58142062
5	5	-	-	-	-	56,29770474	58,29770474	60,29770474	62,29770474
6	1	43,43256825	45,43256825	47,43256825	49,43256825	51,43256825	53,43256825	55,43256825	57,43256825
6	2	-	48,14885237	50,14885237	52,14885237	54,14885237	56,14885237	58,14885237	60,14885237
6	3	-	-	52,86513649	54,86513649	56,86513649	58,86513649	60,86513649	62,86513649
6	4	-	-	-	57,58142062	59,58142062	61,58142062	63,58142062	65,58142062
6	5	-	-	-	-	62,29770474	64,29770474	66,29770474	68,29770474
6	6	-	-	-	-	-	67,01398886	69,01398886	71,01398886
7	1	49,43256825	51,43256825	53,43256825	55,43256825	57,43256825	59,43256825	61,43256825	63,43256825
7	2	-	54,14885237	56,14885237	58,14885237	60,14885237	62,14885237	64,14885237	66,14885237
7	3	-	-	58,86513649	60,86513649	62,86513649	64,86513649	66,86513649	68,86513649
7	4	-	-	-	63,58142062	65,58142062	67,58142062	69,58142062	71,58142062
7	5	-	-	-	-	68,29770474	70,29770474	72,29770474	74,29770474
7	6	-	-	-	-	-	73,01398886	75,01398886	77,01398886
7	7	-	-	-	-	-	-	77,73027299	79,73027299
8	1	55,43256825	57,43256825	59,43256825	61,43256825	63,43256825	65,43256825	67,43256825	69,43256825
8	2	-	60,14885237	62,14885237	64,14885237	66,14885237	68,14885237	70,14885237	72,14885237
8	3	-	-	64,86513649	66,86513649	68,86513649	70,86513649	72,86513649	74,86513649
8	4	-	-	-	69,58142062	71,58142062	73,58142062	75,58142062	77,58142062
8	5	-	-	-	-	74,29770474	76,29770474	78,29770474	80,29770474
8	6	-	-	-	-	-	79,01398886	81,01398886	83,01398886
8	7	-	-	-	-	-	-	83,73027299	85,73027299
8	8	-	-	-	-	-	-	-	88,44655711
9	1	61,43256825	63,43256825	65,43256825	67,43256825	69,43256825	71,43256825	73,43256825	75,43256825
9	2	-	66,14885237	68,14885237	70,14885237	72,14885237	74,14885237	76,14885237	78,14885237
9	3	-	-	70,86513649	72,86513649	74,86513649	76,86513649	78,86513649	80,86513649
9	4	-	-	-	75,58142062	77,58142062	79,58142062	81,58142062	83,58142062
9	5	-	-	-	-	80,29770474	82,29770474	84,29770474	86,29770474
9	6	-	-	-	-	-	85,01398886	87,01398886	89,01398886
9	7	-	-	-	-	-	-	89,73027299	91,73027299
9	8	-	-	-	-	-	-	-	94,44655711
9	9	-	-	-	-	-	-	-	-
10	1	67,43256825	69,43256825	71,43256825	73,43256825	75,43256825	77,43256825	79,43256825	81,43256825
10	2	-	72,14885237	74,14885237	76,14885237	78,14885237	80,14885237	82,14885237	84,14885237
10	3	-	-	76,86513649	78,86513649	80,86513649	82,86513649	84,86513649	86,86513649
10	4	-	-	-	81,58142062	83,58142062	85,58142062	87,58142062	89,58142062
10	5	-	-	-	-	86,29770474	88,29770474	90,29770474	92,29770474
10	6	-	-	-	-	-	91,01398886	93,01398886	95,01398886
10	7	-	-	-	-	-	-	95,73027299	97,73027299
10	8	-	-	-	-	-	-	-	100,44655711
10	9	-	-	-	-	-	-	-	-
10	10	-	-	-	-	-	-	-	-

## Anexo 6.2

### Ejemplo de Construcción de la Matriz Descomposición

A manera de ejemplo supóngase una edificación de 5 niveles sobre la planta de acceso  $N=5$  y provista de un ascensor con capacidad para 6 pasajeros  $q_{\max}=6$ , adicionalmente supóngase que 6 usuarios abordan la cabina inicialmente  $K=6$  siendo sus destinos:

$$\Omega: X_1=5, X_2=1, X_3=2, X_4=4, X_5=5, X_6=2$$

Lo que para el caso de este ejemplo denominaremos el evento  $\Omega$ , por lo que se admite la rescritura:

$$P(X_1=5, X_2=1, X_3=2, X_4=4, X_5=5, X_6=2 | K=6) = P(\Omega | K=6)$$

En cuanto a las paradas a realizar estás se efectuarán por lo tanto en orden ascendente, según el siguiente ordenamiento:

$$1 < 2 < 4 < 5 \leq N$$

$$1 \leq j = 4 \leq \inf\{6, 5\} = 5$$

En lo que respecta al número de pasajeros que tienen como destino un determinado nivel ( $\aleph(n)$ ):

$$\aleph(1) = 1$$

$$\aleph(2) = 2$$

$$\aleph(4) = 1$$

$$\aleph(5) = 2$$

De donde aplicando lo expuesto en el cuerpo del capítulo se obtienen la carga y longitud de cada trayecto individual:

$$(q_1; l_1) = (6; 1)$$

$$(q_2; l_2) = (5; 1)$$

$$(q_3; l_3) = (3; 2)$$

$$(q_4; l_4) = (2; 1)$$

A continuación, la matriz parcial de descomposición  $\Delta_{q,l}^m$  se define de la manera siguiente:

$$\Delta_{q,l}^m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



## Anexo 6.3

### Rutina de Cálculo por Métodos Enumerativos

```
public class DAssessment {
    public static void main(String[] args) {

        int[][] A = { { 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 } };
        int t;
        int k=4; //la potencia número de pasajeros
        int N=10;
        int[] B= { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        int[] C = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        int[] L = { 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        int[][] R={{ { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
        { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0,
        0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0,
        0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 } };

        //boucle de repetición debe ser ajustado N^k
        for(t=0;t<100000000;t++) {

            //primer numeral
            if(A[0][0]==N) {A[1][0]=1;}
            else A[1][0]++;

            //siguientes numerales
            for(int j=1; j<k; j++)
            {
                if(A[0][j-1]==N)
                {
                    if(A[1][j-1]==1)
                    {
                        if(A[0][j]==N)
                            A[1][j]=1;
                        else A[1][j]=A[0][j]+1;
                    }
                    else A[1][j]=A[0][j];
                }
                else A[1][j]=A[0][j];
            }

            //impresión de la matriz A
            //for (int i = 0; i < 2; i++) {
            // for (int j = 0; j < 8; j++)
            // System.out.printf("%d ", A[1][j]);
            // System.out.println();
            // }

            //Calculo matriz B
            //reset inicial
            for (int i = 0; i < 10; i++)
            B[i]=0;
            //conteo
            for (int i = 0; i < 10; i++) { //i contador de B
                for (int j = 0; j < 8; j++) //j contador de A
                    if (A[1][j]==i+1)
                        B[i]++;
            }
        }
    }
}
```

```

//impresión de la matriz B
    for (int j = 0; j < 10; j++)
        System.out.printf("%d ", B[j]);
    System.out.println();

//Calculo matriz C
//reset inicial
for (int i = 0; i < 10; i++)
    C[i]=0;
//restraint
C[0]=k;
    for (int i = 1; i < 10; i++) //i contador de B y C
        C[i]=C[i-1]-B[i-1];

//impresión de la matriz C
    for (int j = 0; j < 10; j++)
        System.out.printf("%d ", C[j]);
    System.out.println();

//Calculo matriz L
//reset inicial
    for (int i = 0; i < k; i++)
        L[i]=0;
//conteo
    for (int i = 0; i < k; i++) { //i contador de L
        for (int j = 0; j < 10; j++) //j contador de C
            if (C[j]==i+1)
                L[i]++;
    }
//impresión de la matriz L
for (int j = 0; j < 8; j++)
    System.out.printf("%d ", L[j]);
System.out.println();

//Registro a matriz de resultados
for (int i = 0; i < k; i++) { //i contador de L
    if (L[i]==0);
    else R[i][L[i]-1]++;
}

System.out.println();

//copiado a linea 0
for (int j = 0; j < k; j++)
    A[0][j]=A[1][j];

} //parentesis t

//Print Results

for (int i = 0; i < 8; i++) {
    for (int j = 0; j < 10; j++)
        System.out.printf("%d ", R[i][j]);
    System.out.println();
}

} //parentesis main
}

```

## Anexo 6.4

### Matrices de Descomposición Obtenidas por el Método Enumerativo

**METODO ENUMERATIVO**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l \mid K=1]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=1\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
	1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

---

Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 1,0

**METODO ENUMERATIVO**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l \mid K=2]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=2\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19
	1	0,18	0,16	0,14	0,12	0,1	0,08	0,06	0,04	0,02	0
	2	0,19	0,17	0,15	0,13	0,11	0,09	0,07	0,05	0,03	0,01
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

---

Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 1,9

**METODO ENUMERATIVO**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l \mid K=3]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=3\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,001	0,007	0,019	0,037	0,061	0,091	0,127	0,169	0,217	0,271
	1	0,243	0,192	0,147	0,108	0,075	0,048	0,027	0,012	0,003	0
	2	0,243	0,192	0,147	0,108	0,075	0,048	0,027	0,012	0,003	0
	3	0,271	0,217	0,169	0,127	0,091	0,061	0,037	0,019	0,007	0,001
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

---

Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 2,7

METODO ENUMERATIVO

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=4]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=4^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$ 0	1,00E-04	1,50E-03	6,50E-03	1,75E-02	3,69E-02	6,71E-02	1,11E-01	1,70E-01	2,47E-01	3,44E-01
1	2,92E-01	2,05E-01	1,37E-01	8,64E-02	5,00E-02	2,56E-02	1,08E-02	3,20E-03	4,00E-04	0
2	2,93E-01	2,06E-01	1,39E-01	8,76E-02	5,10E-02	2,64E-02	1,14E-02	3,60E-03	6,00E-04	0
3	2,92E-01	2,05E-01	1,37E-01	8,64E-02	5,00E-02	2,56E-02	1,08E-02	3,20E-03	4,00E-04	0
4	3,44E-01	2,47E-01	1,70E-01	1,11E-01	6,71E-02	3,69E-02	1,75E-02	6,50E-03	1,50E-03	1,00E-04
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

\*  $K$  (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Suma retornos:	1,0	Suma en carga:	3,4
----------------	-----	----------------	-----

METODO ENUMERATIVO

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=5]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=5^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$ 0	1,00E-05	3,10E-04	2,11E-03	7,81E-03	2,10E-02	4,65E-02	9,03E-02	1,60E-01	2,63E-01	4,10E-01
1	3,28E-01	2,05E-01	1,20E-01	6,48E-02	3,13E-02	1,28E-02	4,05E-03	8,00E-04	5,00E-05	0
2	3,32E-01	2,08E-01	1,23E-01	6,66E-02	3,25E-02	1,36E-02	4,50E-03	1,00E-03	1,00E-04	0
3	3,32E-01	2,08E-01	1,23E-01	6,66E-02	3,25E-02	1,36E-02	4,50E-03	1,00E-03	1,00E-04	0
4	3,28E-01	2,05E-01	1,20E-01	6,48E-02	3,13E-02	1,28E-02	4,05E-03	8,00E-04	5,00E-05	0
5	4,10E-01	2,63E-01	1,60E-01	9,03E-02	4,65E-02	2,10E-02	7,81E-03	2,11E-03	3,10E-04	1,00E-05
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

\*  $K$  (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Suma retornos:	1,0	Suma en carga:	4,1
----------------	-----	----------------	-----

METODO ENUMERATIVO

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=6]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=6^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$ 0	1,00E-06	6,30E-05	6,65E-04	3,37E-03	1,15E-02	3,10E-02	7,10E-02	1,44E-01	2,69E-01	4,69E-01
1	3,54E-01	1,97E-01	1,01E-01	4,67E-02	1,88E-02	6,14E-03	1,46E-03	1,92E-04	6,00E-06	0
2	3,62E-01	2,02E-01	1,04E-01	4,88E-02	2,00E-02	6,78E-03	1,73E-03	2,70E-04	1,50E-05	0
3	3,62E-01	2,02E-01	1,04E-01	4,88E-02	2,00E-02	6,80E-03	1,74E-03	2,80E-04	2,00E-05	0
4	3,62E-01	2,02E-01	1,04E-01	4,88E-02	2,00E-02	6,78E-03	1,73E-03	2,70E-04	1,50E-05	0
5	3,54E-01	1,97E-01	1,01E-01	4,67E-02	1,88E-02	6,14E-03	1,46E-03	1,92E-04	6,00E-06	0
6	4,69E-01	2,69E-01	1,44E-01	7,10E-02	3,10E-02	1,15E-02	3,37E-03	6,65E-04	6,30E-05	1,00E-06
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

\*  $K$  (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Suma retornos:	1,0	Suma en carga:	4,7
----------------	-----	----------------	-----

METODO ENUMERATIVO

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=7]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=7^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=0$	1,00E-07	1,27E-05	2,06E-04	1,42E-03	6,17E-03	2,02E-02	5,44E-02	1,27E-01	2,69E-01	5,22E-01
$q=1$	3,72E-01	1,84E-01	8,24E-02	3,27E-02	1,09E-02	2,87E-03	5,10E-04	4,48E-05	7,00E-07	0
$q=2$	3,83E-01	1,91E-01	8,65E-02	3,49E-02	1,20E-02	3,31E-03	6,49E-04	7,14E-05	2,10E-06	0
$q=3$	3,84E-01	1,91E-01	8,66E-02	3,50E-02	1,21E-02	3,33E-03	6,62E-04	7,70E-05	3,50E-06	0
$q=4$	3,84E-01	1,91E-01	8,66E-02	3,50E-02	1,21E-02	3,33E-03	6,62E-04	7,70E-05	3,50E-06	0
$q=5$	3,83E-01	1,91E-01	8,65E-02	3,49E-02	1,20E-02	3,31E-03	6,49E-04	7,14E-05	2,10E-06	0
$q=6$	3,72E-01	1,84E-01	8,24E-02	3,27E-02	1,09E-02	2,87E-03	5,10E-04	4,48E-05	7,00E-07	0
$q=7$	5,22E-01	2,69E-01	1,27E-01	5,44E-02	2,02E-02	6,17E-03	1,42E-03	2,06E-04	1,27E-05	1,00E-07
$q=8$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

\*  $K$  (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 5,2

METODO ENUMERATIVO

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=8]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=8^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=0$	1,00E-08	2,55E-06	6,31E-05	5,90E-04	3,25E-03	1,29E-02	4,09E-02	1,10E-01	2,63E-01	5,70E-01
$q=1$	3,83E-01	1,68E-01	6,59E-02	2,24E-02	6,25E-03	1,31E-03	1,75E-04	1,02E-05	8,00E-08	0
$q=2$	3,99E-01	1,77E-01	7,06E-02	2,46E-02	7,11E-03	1,59E-03	2,41E-04	1,85E-05	2,80E-07	0
$q=3$	3,99E-01	1,77E-01	7,07E-02	2,46E-02	7,16E-03	1,62E-03	2,50E-04	2,13E-05	5,60E-07	0
$q=4$	3,99E-01	1,77E-01	7,07E-02	2,46E-02	7,15E-03	1,61E-03	2,49E-04	2,10E-05	7,00E-07	0
$q=5$	3,99E-01	1,77E-01	7,07E-02	2,46E-02	7,16E-03	1,62E-03	2,50E-04	2,13E-05	5,60E-07	0
$q=6$	3,99E-01	1,77E-01	7,06E-02	2,46E-02	7,11E-03	1,59E-03	2,41E-04	1,85E-05	2,80E-07	0
$q=7$	3,83E-01	1,68E-01	6,59E-02	2,24E-02	6,25E-03	1,31E-03	1,75E-04	1,02E-05	8,00E-08	0
$q=8$	5,70E-01	2,63E-01	1,10E-01	4,09E-02	1,29E-02	3,25E-03	5,90E-04	6,31E-05	2,55E-06	0,00000001

\*  $K$  (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 5,7

## Anexo 6.5

### Rutina de Cálculo por Métodos Monte Carlo de Generación Frontal

```
import java.util.Random;

public class DSAssessment {

    public static void main(String[] args) {

        int[] A = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        int t;
        int k=3; //la potencia número de pasajeros
        int N=10;
        int[] B= { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        int[] C = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        int[] L = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        double [][] R={{ { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
        { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
        { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 } };
        double [][] MeanR={{ { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
        { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
        { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 } };
        int[] Control= { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
        boolean visual=true;
        int[][] D = new int [10][10][10];
        boolean orrery=true;

        //boucle de repetición debe ser ajustado a la extensión de la muestra
        for(t=0;t<10000; t++) {
            System.out.printf("%d ", t);
            System.out.println();
        }
        //generación aleatoria
        for(int j=0; j<k; j++)
        {
            Random randomNumbers = new Random();
            int aleatorio=randomNumbers.nextInt(N);
            A[j]=aleatorio+1;
            Control[aleatorio]++;
        }
        D[(A[0]-1)][(A[1]-1)][(A[2]-1)]++;
        //impresión de la matriz A
        if (visual==true) {
            for (int j = 0; j < 8; j++)
                System.out.printf("%d ", A[j]);
                System.out.println();
        }

        //Calculo matriz B
        //reset inicial
        for (int i = 0; i < 10; i++)
            B[i]=0;
        //conteo
        for (int i = 0; i < 10; i++) { //i contador de B
            for (int j = 0; j < 8; j++) //j contador de A
                if (A[j]==i+1)
                    B[i]++;
        }
        //impresión de la matriz B
    }
}
```

```

if (visual==true) {
    for (int j = 0; j < 10; j++)
        System.out.printf("%d ", B[j]);
        System.out.println();
}

//Cálculo matriz C
//reset inicial
for (int i = 0; i < 10; i++)
    C[i]=0;
//restraint
C[0]=k;
    for (int i = 1; i < 10; i++) //i contador de B y C
        C[i]=C[i-1]-B[i-1];

//impresión de la matriz C
if (visual==true) {
for (int j = 0; j < 10; j++)
    System.out.printf("%d ", C[j]);
    System.out.println();
}

//Calculo matriz L
//reset inicial
for (int i = 0; i < k; i++)
    L[i]=0;
//conteo
for (int i = 0; i < k; i++) { //i contador de L
for (int j = 0; j < 10; j++) //j contador de C
    if (C[j]==i+1)
        L[i]++;
}

//impresión de la matriz L
if (visual==true) {
for (int j = 0; j < 8; j++)
    System.out.printf("%d ", L[j]);
    System.out.println();
}

//Registro a matriz de resultados
for (int i = 0; i < k; i++) { //i contador de L
    if (L[i]==0);
    else R[i][L[i]-1]++;
}

} //paréntesis t

//Calculate Mean Results
int power=1;
for (int i = 0; i < k; i++) {
    int a=power;
    power=a*N;
}
System.out.printf("%d ", power);
System.out.println();
System.out.printf("%d ", t);
System.out.println();

for (int i = 0; i < 8; i++) {

```

```

        for (int j = 0; j < 10; j++)
            MeanR[i][j]=(R[i][j]*power / t);
        }

//Print Results

    for (int i = 0; i < 8; i++) {
        for (int j = 0; j < 10; j++)
            System.out.printf("%9.4f ", MeanR[i][j]);
            System.out.println();
        }

        for (int j = 0; j < 10; j++) {
System.out.printf("%d", Control[j]);
System.out.printf(" ");
        }
System.out.println();

if (orrey==true){
for (int l = 0; l < 10; l++) {
    System.out.printf("%d", (l+1));
    System.out.println();
for (int i = 0; i < 10; i++) {
    for (int j = 0; j < 10; j++)
        System.out.printf("%d ", D[i][j][l]);
        System.out.println();
    }
}}

} //main paréntesis

} //class paréntesis

```





**ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=2]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a $K=2^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,79%	-0,10%	0,34%	0,16%	0,11%	-0,03%	-0,05%	0,23%	-0,43%	-0,02%
1	-0,21%	-0,10%	-0,10%	-0,28%	0,35%	0,02%	0,31%	0,89%	-0,76%	-
2	-0,02%	-0,43%	0,23%	-0,05%	-0,03%	0,11%	0,16%	0,34%	-0,10%	1,79%
3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
q= 4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 0 Suma retornos: 0,0 Suma en carga: 0,021

**METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=3]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a $K=3^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,02E-03	7,08E-03	1,90E-02	3,69E-02	6,12E-02	9,11E-02	1,27E-01	1,69E-01	2,16E-01	2,71E-01
1	2,43E-01	1,92E-01	1,46E-01	1,08E-01	7,51E-02	4,80E-02	2,71E-02	1,20E-02	3,01E-03	-
2	2,43E-01	1,92E-01	1,47E-01	1,08E-01	7,54E-02	4,82E-02	2,70E-02	1,19E-02	3,01E-03	-
3	2,71E-01	2,16E-01	1,69E-01	1,27E-01	9,11E-02	6,12E-02	3,69E-02	1,90E-02	7,08E-03	1,02E-03
q= 4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 2,7

**ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=3]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a $K=3^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,80%	1,20%	0,21%	-0,25%	0,30%	0,11%	-0,09%	0,29%	-0,25%	-0,06%
1	-0,06%	0,11%	-0,46%	0,39%	0,08%	0,06%	0,34%	0,08%	0,27%	-
2	-0,10%	-0,17%	-0,12%	0,20%	0,58%	0,38%	0,05%	-0,94%	0,23%	-
3	-0,06%	-0,25%	0,29%	-0,09%	0,11%	0,30%	-0,25%	0,21%	1,20%	1,80%
q= 4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos

METODO MONTE CARLO (EXCEL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=4]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=4^*$										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	9,20E-05	1,57E-03	6,35E-03	1,74E-02	3,70E-02	6,72E-02	1,11E-01	1,70E-01	2,46E-01	3,44E-01
1	2,92E-01	2,05E-01	1,37E-01	8,64E-02	4,99E-02	2,55E-02	1,11E-02	3,09E-03	3,97E-04	-
2	2,93E-01	2,06E-01	1,38E-01	8,81E-02	5,15E-02	2,64E-02	1,14E-02	3,55E-03	6,12E-04	-
3	2,91E-01	2,05E-01	1,37E-01	8,62E-02	5,02E-02	2,57E-02	1,08E-02	3,12E-03	3,90E-04	-
q= 4	3,44E-01	2,46E-01	1,70E-01	1,11E-01	6,72E-02	3,70E-02	1,74E-02	6,35E-03	1,57E-03	9,20E-05
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 3,4

ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=4]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=4^*$										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-8,00%	4,60%	-2,29%	-0,33%	0,21%	0,19%	0,30%	0,15%	-0,34%	0,06%
1	0,12%	0,03%	-0,25%	0,04%	-0,17%	-0,40%	2,46%	-3,41%	-0,75%	-
2	-0,09%	-0,06%	-0,14%	0,58%	0,95%	0,13%	-0,24%	-1,47%	2,00%	-
3	-0,08%	0,19%	-0,17%	-0,21%	0,30%	0,33%	-0,42%	-2,56%	-2,50%	-
q= 4	0,06%	-0,34%	0,15%	0,30%	0,19%	0,21%	-0,33%	-2,29%	4,60%	-8,00%
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos

METODO MONTE CARLO (EXCEL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=5]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=5^*$										
	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	6,00E-06	3,43E-04	2,04E-03	7,80E-03	2,12E-02	4,67E-02	9,04E-02	1,60E-01	2,62E-01	4,10E-01
1	3,29E-01	2,05E-01	1,20E-01	6,50E-02	3,09E-02	1,29E-02	4,05E-03	8,04E-04	5,50E-05	-
2	3,32E-01	2,09E-01	1,22E-01	6,66E-02	3,25E-02	1,37E-02	4,45E-03	9,73E-04	1,01E-04	-
3	3,32E-01	2,08E-01	1,22E-01	6,69E-02	3,26E-02	1,37E-02	4,47E-03	9,36E-04	1,00E-04	-
q= 4	3,28E-01	2,05E-01	1,20E-01	6,47E-02	3,15E-02	1,30E-02	3,96E-03	7,70E-04	4,80E-05	-
5	4,10E-01	2,62E-01	1,60E-01	9,04E-02	4,67E-02	2,12E-02	7,80E-03	2,04E-03	3,43E-04	6,00E-06
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 4,1

**ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l \mid K=5]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=5^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-40,00%	10,65%	-3,18%	-0,10%	0,82%	0,37%	0,13%	0,24%	-0,39%	0,06%
1	0,15%	0,14%	-0,24%	0,26%	-1,12%	0,68%	0,00%	0,50%	10,00%	-
2	0,06%	0,27%	-0,17%	0,00%	0,00%	1,00%	-1,04%	-2,70%	1,00%	-
3	-0,17%	-0,11%	-0,02%	0,38%	0,45%	0,48%	-0,58%	-6,40%	0,00%	-
q= 4	-0,12%	0,13%	-0,04%	-0,19%	0,69%	1,24%	-2,17%	-3,75%	-4,00%	-
5	0,06%	-0,39%	0,24%	0,13%	0,37%	0,82%	-0,10%	-3,18%	10,65%	-40,00%
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l \mid K=6]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=6^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2,00E-06	6,20E-05	6,57E-04	3,36E-03	1,16E-02	3,12E-02	7,11E-02	1,45E-01	2,68E-01	4,69E-01
1	3,54E-01	1,97E-01	1,01E-01	4,68E-02	1,86E-02	6,06E-03	1,39E-03	2,01E-04	4,00E-06	-
2	3,63E-01	2,01E-01	1,04E-01	4,86E-02	1,99E-02	6,80E-03	1,76E-03	2,57E-04	1,20E-05	-
3	3,61E-01	2,02E-01	1,05E-01	4,90E-02	2,01E-02	6,73E-03	1,71E-03	2,90E-04	2,70E-05	-
q= 4	3,61E-01	2,02E-01	1,05E-01	4,87E-02	1,98E-02	6,86E-03	1,74E-03	2,48E-04	1,10E-05	-
5	3,54E-01	1,97E-01	1,01E-01	4,68E-02	1,88E-02	6,27E-03	1,47E-03	1,97E-04	5,00E-06	-
6	4,69E-01	2,68E-01	1,45E-01	7,11E-02	3,12E-02	1,16E-02	3,36E-03	6,57E-04	6,20E-05	2,00E-06
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 4,7

**ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l \mid K=6]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=6^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	100,00%	-1,59%	-1,20%	-0,15%	0,27%	0,63%	0,09%	0,17%	-0,32%	0,07%
1	-0,04%	0,29%	-0,02%	0,40%	-0,65%	-1,37%	-4,46%	4,69%	-33,33%	-
2	0,31%	-0,20%	-0,36%	-0,53%	-0,43%	0,34%	1,86%	-4,81%	-20,00%	-
3	-0,07%	-0,07%	0,19%	0,35%	0,49%	-1,10%	-1,78%	3,57%	35,00%	-
q= 4	-0,11%	0,10%	0,23%	-0,13%	-0,89%	1,21%	0,75%	-8,15%	-26,67%	-
5	-0,16%	0,34%	-0,11%	0,33%	0,27%	2,07%	0,82%	2,60%	-16,67%	-
6	0,07%	-0,32%	0,17%	0,09%	0,63%	0,27%	-0,15%	-1,20%	-1,59%	100,00%
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

METODO MONTE CARLO (EXCEL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=7]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a $K=7^*$											
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1,60E-05	2,01E-04	1,40E-03	6,16E-03	2,02E-02	5,44E-02	1,28E-01	2,68E-01	5,22E-01	-
1	3,72E-01	1,84E-01	8,23E-02	3,28E-02	1,09E-02	2,77E-03	5,08E-04	4,90E-05	1,00E-06	-	-
2	3,84E-01	1,90E-01	8,60E-02	3,48E-02	1,19E-02	3,27E-03	6,85E-04	6,40E-05	1,00E-06	-	-
3	3,84E-01	1,91E-01	8,65E-02	3,52E-02	1,20E-02	3,29E-03	6,40E-04	8,30E-05	1,00E-06	-	-
q= 4	3,83E-01	1,91E-01	8,67E-02	3,51E-02	1,21E-02	3,37E-03	6,54E-04	8,20E-05	9,00E-06	-	-
5	3,83E-01	1,90E-01	8,73E-02	3,50E-02	1,20E-02	3,31E-03	6,05E-04	8,10E-05	0	-	-
6	3,72E-01	1,84E-01	8,24E-02	3,26E-02	1,09E-02	2,92E-03	5,53E-04	4,00E-05	1,00E-06	-	-
7	5,22E-01	2,68E-01	1,28E-01	5,44E-02	2,02E-02	6,16E-03	1,40E-03	2,01E-04	1,60E-05	0	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 5,2

ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=7]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a $K=7^*$											
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-100,00%	25,98%	-2,38%	-1,11%	-0,18%	0,02%	0,13%	0,14%	-0,19%	0,06%	-
1	-0,02%	0,22%	-0,11%	0,54%	0,02%	-3,36%	-0,45%	9,38%	42,86%	-	-
2	0,19%	-0,25%	-0,57%	-0,33%	-1,40%	-1,35%	5,56%	-10,36%	-52,38%	-	-
3	-0,01%	0,08%	-0,13%	0,81%	-0,40%	-1,17%	-3,25%	7,79%	-71,43%	-	-
q= 4	-0,17%	0,27%	0,07%	0,47%	0,02%	1,08%	-1,13%	6,49%	157,14%	-	-
5	-0,16%	-0,11%	0,85%	0,29%	-0,48%	0,01%	-6,77%	13,45%	-100,00%	-	-
6	-0,02%	0,43%	0,05%	-0,29%	-0,78%	1,98%	8,37%	-10,71%	42,86%	-	-
7	0,06%	-0,19%	0,14%	0,13%	0,02%	-0,18%	-1,11%	-2,38%	25,98%	-100,00%	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

METODO MONTE CARLO (EXCEL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=8]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a $K=8^*$											
		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	3,00E-06	6,00E-05	5,85E-04	3,24E-03	1,29E-02	4,11E-02	1,10E-01	2,62E-01	5,70E-01	-
1	3,83E-01	1,68E-01	6,60E-02	2,24E-02	6,25E-03	1,25E-03	1,87E-04	2,00E-05	0	-	-
2	4,00E-01	1,77E-01	7,02E-02	2,46E-02	6,97E-03	1,53E-03	2,28E-04	1,80E-05	0	-	-
3	4,00E-01	1,77E-01	7,05E-02	2,45E-02	7,09E-03	1,61E-03	2,60E-04	1,60E-05	0	-	-
q= 4	3,99E-01	1,77E-01	7,06E-02	2,48E-02	7,25E-03	1,63E-03	2,82E-04	2,10E-05	0	-	-
5	3,99E-01	1,77E-01	7,04E-02	2,47E-02	7,13E-03	1,63E-03	2,43E-04	1,90E-05	0	-	-
6	3,98E-01	1,77E-01	7,12E-02	2,44E-02	7,08E-03	1,62E-03	2,28E-04	1,50E-05	1,00E-06	-	-
7	3,82E-01	1,69E-01	6,57E-02	2,22E-02	6,36E-03	1,35E-03	1,85E-04	1,30E-05	0	-	-
8	5,70E-01	2,62E-01	1,10E-01	4,11E-02	1,29E-02	3,24E-03	5,85E-04	6,00E-05	3,00E-06	0	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 5,7

**ERROR METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l \mid K=8]$**

---



---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=8**\*

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-100,00%	17,65%	-4,84%	-0,81%	-0,37%	-0,28%	0,51%	0,10%	-0,18%	0,04%
	1	-0,03%	0,14%	0,14%	0,10%	-0,06%	-4,56%	6,88%	95,31%	-100,00%	-
	2	0,11%	-0,09%	-0,48%	0,37%	-1,97%	-3,80%	-5,21%	-2,60%	-100,00%	-
	3	0,11%	-0,02%	-0,22%	-0,49%	-0,99%	-0,44%	3,87%	-24,81%	-100,00%	-
	4	-0,12%	0,24%	-0,13%	0,72%	1,43%	1,24%	13,48%	0,00%	-100,00%	-
	5	-0,06%	0,17%	-0,35%	0,38%	-0,41%	0,93%	-2,92%	-10,71%	-100,00%	-
	6	-0,17%	0,02%	0,94%	-0,49%	-0,51%	1,73%	-5,21%	-18,83%	257,14%	-
	7	-0,08%	0,67%	-0,23%	-1,04%	1,81%	3,00%	5,74%	26,95%	-100,00%	-
	8	0,04%	-0,18%	0,10%	0,51%	-0,28%	-0,37%	-0,81%	-4,84%	17,65%	-100,00%

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

---

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (EXCEL)**

**Verificación a través del número esperado de paradas (trayectos) para  $K=k$  pasajeros**

---



---

		k=							
		1	2	3	4	5	6	7	8
E[S K=k]		1,000	1,900	2,710	3,439	4,095	4,686	5,217	5,695
$\Sigma \Sigma D_{q,l}$		1,000	1,900	2,710	3,439	4,096	4,686	5,218	5,696

## Anexo 6.7

### Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (JAVA Generación Frontal)

**METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=1]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=1^*$

---

		$l=$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$	0	9,95E-02	1,00E-01	1,00E-01	9,98E-02	1,00E-01	9,98E-02	1,00E-01	9,99E-02	9,97E-02	1,00E-01
	1	1,00E-01	9,97E-02	9,99E-02	1,00E-01	9,98E-02	1,00E-01	9,98E-02	1,00E-01	1,00E-01	9,95E-02
	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

---

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 1,000

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=1]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=1^*$

---

		$l=$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$	0	-0,48%	0,39%	0,12%	-0,19%	0,31%	-0,25%	0,32%	-0,10%	-0,30%	0,18%
	1	0,18%	-0,30%	-0,10%	0,32%	-0,25%	0,31%	-0,19%	0,12%	0,39%	-0,48%
	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

---

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=2]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=2^*$

---

		$l=$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$	0	5,96E-03	8,88E-03	3,59E-02	7,59E-02	9,55E-02	1,04E-01	1,24E-01	1,65E-01	1,90E-01	1,94E-01
	1	2,77E-02	2,16E-01	2,79E-01	1,16E-01	4,75E-02	7,78E-02	1,20E-01	5,36E-02	3,01E-03	-
	2	1,94E-01	1,90E-01	1,65E-01	1,24E-01	1,04E-01	9,55E-02	7,59E-02	3,59E-02	8,88E-03	5,96E-03
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

---

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 1,941

ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=2]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=2^*$

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-40,40%	-70,39%	-28,11%	8,39%	6,09%	-5,04%	-4,36%	9,75%	11,89%	2,23%
	1	-84,60%	34,83%	99,49%	-3,06%	-52,50%	-2,75%	100,03%	33,90%	-84,98%	-
	2	2,23%	11,89%	9,75%	-4,36%	-5,04%	6,09%	8,39%	-28,11%	-70,39%	-40,40%
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra:

1 millón de casos

METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=3]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=3^*$

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,30E-05	5,90E-05	6,34E-04	2,62E-03	3,32E-02	8,33E-02	1,40E-01	2,06E-01	2,42E-01	2,92E-01
	1	2,25E-01	1,38E-01	2,31E-01	1,73E-01	1,24E-01	6,13E-02	3,10E-03	5,97E-04	2,30E-05	-
	2	2,23E-01	1,39E-01	2,31E-01	1,74E-01	1,24E-01	6,16E-02	3,20E-03	5,35E-04	2,70E-05	-
	3	2,92E-01	2,42E-01	2,06E-01	1,40E-01	8,33E-02	3,32E-02	2,62E-03	6,34E-04	5,90E-05	1,30E-05
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra:

1 millón de casos

Suma retornos:

1,0

Suma en carga:

2,912

ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=3]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=3^*$

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-98,70%	-99,16%	-96,66%	-92,93%	-45,51%	-8,50%	10,33%	21,90%	11,52%	7,76%
	1	-7,53%	-28,14%	57,18%	60,47%	65,25%	27,63%	-88,53%	-95,03%	-99,23%	-
	2	-8,10%	-27,82%	57,33%	60,68%	65,07%	28,30%	-88,16%	-95,54%	-99,10%	-
	3	7,76%	11,52%	21,90%	10,33%	-8,50%	-45,51%	-92,93%	-96,66%	-99,16%	-98,70%
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra:

1 millón de casos



METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=4]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a K=4*										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1,00E-06	6,00E-06	3,77E-04	1,04E-02	2,77E-02	8,82E-02	2,12E-01	2,80E-01	3,81E-01
1	3,39E-01	1,18E-01	3,29E-01	1,44E-01	1,75E-02	3,96E-03	1,67E-04	4,00E-06	0	-
2	3,08E-01	2,14E-01	2,60E-01	1,12E-01	3,64E-02	1,35E-02	7,09E-04	6,00E-06	0	-
3	2,64E-01	2,03E-01	2,86E-01	1,05E-01	3,30E-02	2,29E-02	3,31E-04	1,00E-06	0	-
q= 4	3,81E-01	2,80E-01	2,12E-01	8,82E-02	2,77E-02	1,04E-02	3,77E-04	6,00E-06	1,00E-06	0
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 3,809

ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=4]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a K=4*										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-100,00%	-99,93%	-99,91%	-97,85%	-71,88%	-58,70%	-20,14%	25,33%	13,50%	10,81%
1	16,21%	-42,39%	140,00%	66,11%	-65,00%	-84,52%	-98,45%	-99,88%	-100,00%	-
2	4,96%	3,57%	87,35%	27,79%	-28,54%	-48,96%	-93,78%	-99,83%	-100,00%	-
3	-9,42%	-0,99%	108,23%	21,49%	-34,09%	-10,57%	-96,94%	-99,97%	-100,00%	-
q= 4	10,81%	13,50%	25,33%	-20,14%	-58,70%	-71,88%	-97,85%	-99,91%	-99,93%	-100,00%
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)

Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=5]$

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con q pasajeros y de longitud l, condicionada a K=5*										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	6,00E-06	1,09E-03	1,41E-02	6,45E-02	1,65E-01	2,90E-01	4,65E-01
1	4,61E-01	2,32E-01	1,48E-01	5,36E-02	8,57E-03	4,67E-04	4,00E-06	0	0	-
2	3,24E-01	2,68E-01	2,06E-01	9,72E-02	2,40E-02	1,74E-03	3,00E-06	0	0	-
3	3,24E-01	2,67E-01	2,07E-01	9,72E-02	2,41E-02	1,74E-03	5,00E-06	0	0	-
q= 4	4,61E-01	2,32E-01	1,47E-01	5,34E-02	8,71E-03	4,43E-04	5,00E-06	0	1,00E-06	-
5	4,65E-01	2,90E-01	1,65E-01	6,45E-02	1,41E-02	1,09E-03	6,00E-06	0	0	0
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 4,648

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=5]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=5^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-99,92%	-94,81%	-69,62%	-28,57%	3,29%	10,39%	13,62%
1	40,56%	13,31%	22,91%	-17,36%	-72,58%	-96,35%	-99,90%	-100,00%	-100,00%	-
2	-2,30%	28,82%	67,89%	45,90%	-26,13%	-87,21%	-99,93%	-100,00%	-100,00%	-
3	-2,30%	28,29%	68,79%	45,92%	-25,97%	-87,21%	-99,89%	-100,00%	-100,00%	-
q= 4	40,49%	13,16%	22,71%	-17,61%	-72,14%	-96,54%	-99,88%	-100,00%	-98,00%	-
5	13,62%	10,39%	3,29%	-28,57%	-69,62%	-94,81%	-99,92%	-100,00%	-100,00%	-100,00%
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=6]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=6^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	5,69E-04	5,35E-03	3,36E-02	1,30E-01	3,03E-01	5,27E-01
1	4,90E-01	2,27E-01	1,04E-01	2,65E-02	3,34E-03	3,90E-05	0	0	0	-
2	3,15E-01	3,34E-01	1,61E-01	3,94E-02	2,75E-03	5,16E-04	0	0	0	-
3	4,01E-01	2,67E-01	1,44E-01	3,77E-02	1,26E-02	1,02E-03	4,00E-06	0	0	-
q= 4	3,15E-01	3,34E-01	1,61E-01	3,98E-02	2,71E-03	5,42E-04	0	0	0	-
5	4,89E-01	2,27E-01	1,04E-01	2,65E-02	3,31E-03	5,20E-05	1,00E-06	0	0	-
6	5,27E-01	3,03E-01	1,30E-01	3,36E-02	5,35E-03	5,69E-04	0	0	0	0
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 5,268

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=6]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=6^*$										
l=										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-95,06%	-82,77%	-52,60%	-10,37%	12,69%	12,57%
1	38,28%	15,58%	2,79%	-43,30%	-82,19%	-99,37%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
2	-12,95%	65,66%	54,24%	-19,24%	-86,27%	-92,39%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
3	10,78%	32,15%	38,40%	-22,84%	-37,14%	-85,03%	-99,77%	-100,00%	-100,00%	-
q= 4	-12,96%	65,65%	53,98%	-18,42%	-86,45%	-92,01%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
5	38,06%	15,44%	2,85%	-43,10%	-82,34%	-99,15%	-99,93%	-100,00%	-100,00%	-
6	12,57%	12,69%	-10,37%	-52,60%	-82,77%	-95,06%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=7]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=7\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0	0	0	3,00E-06	3,90E-05	3,01E-03	2,01E-02	9,54E-02	2,85E-01	5,97E-01
	1	5,01E-01	2,21E-01	6,50E-02	1,06E-02	1,03E-03	2,00E-06	0	0	0	-
	2	4,60E-01	2,62E-01	8,18E-02	1,11E-02	1,96E-03	3,40E-05	1,00E-06	0	0	-
	3	4,40E-01	2,72E-01	1,18E-01	2,97E-02	4,63E-03	5,30E-05	0	0	0	-
	4	4,41E-01	2,71E-01	1,17E-01	3,02E-02	4,71E-03	5,50E-05	0	0	0	-
	5	4,61E-01	2,63E-01	8,09E-02	1,13E-02	1,92E-03	2,70E-05	0	0	0	-
	6	5,00E-01	2,21E-01	6,54E-02	1,07E-02	1,03E-03	3,00E-06	1,00E-06	0	0	-
	7	5,97E-01	2,85E-01	9,54E-02	2,01E-02	3,01E-03	3,90E-05	3,00E-06	0	0	0
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 5,960

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=7]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=7\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-99,79%	-99,37%	-85,08%	-62,95%	-25,12%	6,03%	14,37%
	1	34,60%	20,43%	-21,10%	-67,49%	-90,60%	-99,93%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	2	20,07%	37,52%	-5,51%	-68,10%	-83,67%	-98,97%	-99,85%	-100,00%	-100,00%	-
	3	14,75%	42,52%	36,28%	-14,92%	-61,57%	-98,41%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	4	14,90%	42,14%	35,36%	-13,76%	-60,96%	-98,35%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	5	20,12%	37,69%	-6,47%	-67,70%	-84,00%	-99,18%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	6	34,39%	20,70%	-20,58%	-67,35%	-90,63%	-99,90%	-99,80%	-100,00%	-100,00%	-
	7	14,37%	6,03%	-25,12%	-62,95%	-85,08%	-99,37%	-99,79%	-100,00%	-100,00%	-100,00%
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=8]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=8\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0	0	0	1,00E-06	8,00E-06	5,60E-04	1,33E-02	8,87E-02	2,65E-01	6,32E-01
	1	5,21E-01	1,69E-01	4,77E-02	7,53E-03	1,15E-04	2,00E-06	0	0	0	-
	2	4,89E-01	1,98E-01	6,60E-02	5,96E-03	3,75E-04	8,00E-06	0	0	0	-
	3	4,35E-01	2,17E-01	9,22E-02	1,47E-02	2,70E-04	0	1,00E-06	0	0	-
	4	4,89E-01	2,26E-01	1,06E-01	1,63E-02	1,14E-03	1,40E-05	0	0	0	-
	5	4,48E-01	2,09E-01	8,94E-02	1,80E-02	3,08E-04	7,00E-06	1,00E-06	0	0	-
	6	4,82E-01	2,02E-01	6,68E-02	5,57E-03	3,59E-04	8,00E-06	0	0	0	-
	7	4,37E-01	1,91E-01	5,91E-02	9,17E-03	1,16E-04	0	0	0	0	-
	8	6,32E-01	2,65E-01	8,87E-02	1,33E-02	5,60E-04	8,00E-06	1,00E-06	0	0	0

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 6,320

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l \mid K=8]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=8^*$

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-99,83%	-99,75%	-95,66%	-67,40%	-19,50%	0,89%	11,05%
	1	36,24%	0,61%	-27,56%	-66,39%	-98,16%	-99,85%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	2	22,42%	12,09%	-6,51%	-75,74%	-94,73%	-99,50%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	3	8,97%	22,76%	30,38%	-40,32%	-96,23%	-100,00%	-99,60%	-100,00%	-100,00%	-
	4	22,39%	27,70%	49,66%	-33,89%	-84,01%	-99,13%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	5	12,13%	18,08%	26,46%	-26,82%	-95,70%	-99,57%	-99,60%	-100,00%	-100,00%	-
	6	20,69%	14,20%	-5,33%	-77,30%	-94,95%	-99,50%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	7	14,26%	13,91%	-10,24%	-59,06%	-98,14%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-
	8	11,05%	0,89%	-19,50%	-67,40%	-95,66%	-99,75%	-99,83%	-100,00%	-100,00%	-100,00%

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida.

Extensión de la

muestra:

1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA GENERACIÓN FRONTAL)**

**Verificación a través del número esperado de paradas (trayectos) para  $K=k$  pasajeros**

---

		k=							
		1	2	3	4	5	6	7	8
$E[S \mid K=k]$		1,000	1,900	2,710	3,439	4,095	4,686	5,217	5,695
$\Sigma \Sigma D_{q,l}$		1,000	1,941	2,912	3,809	4,648	5,268	5,960	6,320

## Anexo 6.8

### Matrices de Descomposición Obtenidas por el Métodos Monte-Carlo (JAVA Regeneración Serial)

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=1]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=1^*$

---

		$l=$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$	0	9,99E-02	9,97E-02	9,95E-02	9,98E-02	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	9,99E-02
	1	9,99E-02	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	9,98E-02	9,95E-02	9,97E-02	9,99E-02
	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

---

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 1,000

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=1]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=1^*$

---

		$l=$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$	0	-0,08%	-0,28%	-0,53%	-0,18%	0,10%	0,26%	0,44%	0,30%	0,07%	-0,11%
	1	-0,11%	0,07%	0,30%	0,44%	0,26%	0,10%	-0,18%	-0,53%	-0,28%	-0,08%
	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

---

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=2]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=2^*$

---

		$l=$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q=$	0	7,41E-03	2,73E-02	4,62E-02	6,46E-02	9,04E-02	1,10E-01	1,35E-01	1,55E-01	1,73E-01	1,92E-01
	1	1,81E-01	1,51E-01	1,30E-01	1,54E-01	9,42E-02	1,03E-01	5,58E-02	3,75E-02	1,99E-02	-
	2	1,92E-01	1,73E-01	1,55E-01	1,35E-01	1,10E-01	9,04E-02	6,46E-02	4,62E-02	2,73E-02	7,41E-03
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

---

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 1,925

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=2]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=2\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-25,87%	-9,07%	-7,50%	-7,67%	0,48%	-0,19%	3,70%	3,07%	1,65%	1,06%
	1	0,56%	-5,93%	-7,07%	28,01%	-5,81%	28,32%	-7,08%	-6,33%	-0,39%	-
	2	1,06%	1,65%	3,07%	3,70%	-0,19%	0,48%	-7,67%	-7,50%	-9,07%	-25,87%
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=3]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=3\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	6,34E-04	5,61E-03	1,58E-02	3,19E-02	5,82E-02	8,79E-02	1,32E-01	1,74E-01	2,21E-01	2,74E-01
	1	2,44E-01	1,90E-01	1,45E-01	1,32E-01	7,27E-02	5,36E-02	2,35E-02	1,01E-02	2,51E-03	-
	2	2,45E-01	1,89E-01	1,46E-01	1,32E-01	7,20E-02	5,43E-02	2,34E-02	9,76E-03	2,63E-03	-
	3	2,74E-01	2,21E-01	1,74E-01	1,32E-01	8,79E-02	5,82E-02	3,19E-02	1,58E-02	5,61E-03	6,34E-04
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 2,747

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=3]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=3\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-36,60%	-19,93%	-16,84%	-13,67%	-4,52%	-3,45%	3,91%	2,82%	1,65%	0,96%
	1	0,43%	-1,29%	-1,10%	22,39%	-3,11%	11,58%	-12,99%	-15,82%	-16,30%	-
	2	0,67%	-1,45%	-0,64%	22,06%	-3,97%	13,09%	-13,35%	-18,70%	-12,37%	-
	3	0,96%	1,65%	2,82%	3,91%	-3,45%	-4,52%	-13,67%	-16,84%	-19,93%	-36,60%
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=4]$**

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=4\***

	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	5,00E-05	1,00E-03	4,59E-03	1,25E-02	3,28E-02	6,07E-02	1,13E-01	1,75E-01	2,52E-01	3,49E-01
1	2,95E-01	2,11E-01	1,39E-01	1,00E-01	4,50E-02	2,51E-02	8,32E-03	2,31E-03	2,47E-04	-
2	2,85E-01	2,09E-01	1,48E-01	1,11E-01	4,87E-02	2,96E-02	8,84E-03	2,49E-03	3,88E-04	-
3	2,94E-01	2,12E-01	1,39E-01	1,00E-01	4,51E-02	2,48E-02	8,04E-03	2,24E-03	2,66E-04	-
q= 4	3,49E-01	2,52E-01	1,75E-01	1,13E-01	6,07E-02	3,28E-02	1,25E-02	4,59E-03	1,00E-03	5,00E-05
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 4,494

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=4]$**

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=4\***

	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-50,00%	-33,33%	-29,43%	-28,78%	-10,98%	-9,55%	2,06%	3,01%	2,11%	1,57%
1	1,03%	3,07%	1,23%	15,87%	-10,06%	-2,04%	-22,95%	-27,75%	-38,25%	-
2	-2,84%	1,08%	6,73%	27,12%	-4,43%	12,14%	-22,43%	-30,78%	-35,33%	-
3	0,71%	3,32%	1,32%	16,11%	-9,77%	-3,14%	-25,59%	-30,06%	-33,50%	-
q= 4	1,57%	2,11%	3,01%	2,06%	-9,55%	-10,98%	-28,78%	-29,43%	-33,33%	-50,00%
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=5]$**

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=5\***

	l=									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2,00E-06	2,53E-04	1,39E-03	5,30E-03	1,80E-02	4,05E-02	9,06E-02	1,63E-01	2,66E-01	4,15E-01
1	3,33E-01	2,11E-01	1,19E-01	7,11E-02	2,69E-02	1,09E-02	2,80E-03	5,34E-04	3,80E-05	-
2	3,28E-01	2,15E-01	1,28E-01	8,12E-02	2,96E-02	1,34E-02	3,16E-03	6,54E-04	6,80E-05	-
3	3,27E-01	2,15E-01	1,29E-01	8,13E-02	2,98E-02	1,32E-02	3,13E-03	6,49E-04	7,30E-05	-
q= 4	3,32E-01	2,12E-01	1,20E-01	7,09E-02	2,67E-02	1,08E-02	2,80E-03	5,00E-04	1,80E-05	-
5	4,15E-01	2,66E-01	1,63E-01	9,06E-02	4,05E-02	1,80E-02	5,30E-03	1,39E-03	2,53E-04	2,00E-06
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 5,149

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=5]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=5\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-80,00%	-18,39%	-34,12%	-32,18%	-14,21%	-12,85%	0,34%	1,89%	1,27%	1,37%
	1	1,46%	3,26%	-0,57%	9,74%	-13,92%	-14,64%	-30,81%	-33,25%	-24,00%	-
	2	-1,20%	3,17%	4,56%	21,93%	-8,84%	-1,80%	-29,82%	-34,60%	-32,00%	-
	3	-1,59%	3,34%	5,29%	22,14%	-8,35%	-3,27%	-30,40%	-35,10%	-27,00%	-
	4	1,33%	3,39%	-0,37%	9,37%	-14,51%	-15,88%	-30,99%	-37,50%	-64,00%	-
	5	1,37%	1,27%	1,89%	0,34%	-12,85%	-14,21%	-32,18%	-34,12%	-18,39%	-80,00%
	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=6]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=6\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	1,00E-06	6,40E-05	6,32E-04	3,19E-03	1,11E-02	2,92E-02	7,12E-02	1,45E-01	2,68E-01	4,72E-01
	1	3,65E-01	1,95E-01	9,80E-02	4,73E-02	1,70E-02	5,34E-03	1,38E-03	1,89E-04	2,00E-06	-
	2	3,72E-01	1,98E-01	1,05E-01	5,32E-02	1,83E-02	6,62E-03	1,52E-03	2,70E-04	2,30E-05	-
	3	3,68E-01	1,98E-01	1,08E-01	5,49E-02	1,89E-02	6,80E-03	1,39E-03	2,42E-04	2,70E-05	-
	4	3,71E-01	1,98E-01	1,06E-01	5,32E-02	1,83E-02	6,50E-03	1,51E-03	2,70E-04	1,10E-05	-
	5	3,65E-01	1,94E-01	9,79E-02	4,81E-02	1,72E-02	5,72E-03	1,36E-03	2,26E-04	4,00E-06	-
	6	4,72E-01	2,68E-01	1,45E-01	7,12E-02	2,92E-02	1,11E-02	3,19E-03	6,32E-04	6,40E-05	1,00E-06
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos Suma retornos: 1,0 Suma en carga: 5,724

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=6]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un **trayecto individual** con **q** pasajeros y de longitud **l**, condicionada a **K=6\***

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	0,00%	1,59%	-4,96%	-5,23%	-4,04%	-5,90%	0,32%	0,14%	-0,61%	0,79%
	1	2,92%	-0,97%	-2,84%	1,40%	-9,28%	-13,09%	-5,42%	-1,56%	-66,67%	-
	2	2,77%	-1,89%	0,52%	8,96%	-8,25%	-2,36%	-12,00%	0,00%	53,33%	-
	3	1,89%	-1,63%	3,33%	12,36%	-5,38%	-0,07%	-20,11%	-13,57%	35,00%	-
	4	2,49%	-1,69%	1,29%	9,05%	-8,46%	-4,09%	-12,46%	0,00%	-26,67%	-
	5	3,02%	-1,22%	-2,89%	3,01%	-8,50%	-6,87%	-7,00%	17,71%	-33,33%	-
	6	0,79%	-0,61%	0,14%	0,32%	-5,90%	-4,04%	-5,23%	-4,96%	1,59%	0,00%
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la

muestra: 1 millón de casos



**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=7]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=7^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	2,40E-05	3,71E-04	1,73E-03	7,02E-03	1,97E-02	5,62E-02	1,27E-01	2,65E-01	5,23E-01
1	3,81E-01	1,80E-01	7,87E-02	3,37E-02	1,06E-02	3,28E-03	8,46E-04	6,90E-05	0	-
2	3,92E-01	1,85E-01	8,43E-02	3,65E-02	1,10E-02	3,39E-03	8,52E-04	1,16E-04	4,00E-06	-
3	3,90E-01	1,86E-01	8,67E-02	3,75E-02	1,10E-02	3,49E-03	7,55E-04	1,12E-04	7,00E-06	-
q= 4	3,90E-01	1,86E-01	8,72E-02	3,75E-02	1,10E-02	3,52E-03	7,44E-04	1,19E-04	4,00E-06	-
5	3,92E-01	1,85E-01	8,43E-02	3,72E-02	1,08E-02	3,42E-03	8,37E-04	1,13E-04	3,00E-06	-
6	3,80E-01	1,80E-01	7,87E-02	3,28E-02	1,02E-02	3,01E-03	7,33E-04	8,20E-05	0	-
7	5,23E-01	2,65E-01	1,27E-01	5,62E-02	1,97E-02	7,02E-03	1,73E-03	3,71E-04	2,40E-05	0
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 6,232

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=7]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=7^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-100,00%	88,98%	80,18%	22,07%	13,75%	-2,23%	3,42%	-0,33%	-1,38%	0,26%
1	2,43%	-1,93%	-4,47%	3,09%	-3,44%	14,22%	65,78%	54,02%	-100,00%	-
2	2,33%	-3,02%	-2,64%	4,50%	-8,45%	2,31%	31,30%	62,46%	90,48%	-
3	1,78%	-2,60%	0,09%	7,33%	-8,39%	4,59%	14,13%	45,45%	100,00%	-
q= 4	1,56%	-2,54%	0,69%	7,19%	-8,55%	5,70%	12,47%	54,55%	14,29%	-
5	2,16%	-2,96%	-2,63%	6,60%	-10,23%	3,31%	28,99%	58,26%	42,86%	-
6	2,24%	-1,89%	-4,48%	0,45%	-6,98%	5,09%	43,64%	83,04%	-100,00%	-
7	0,26%	-1,38%	-0,33%	3,42%	-2,23%	13,75%	22,07%	80,18%	88,98%	-100,00%
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 7,089

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**  
**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l}=P[Q=q, L=l | K=8]$**

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con $q$ pasajeros y de longitud $l$ , condicionada a $K=8^*$										
$l=$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1,00E-06	4,80E-05	4,25E-04	2,49E-03	1,00E-02	3,83E-02	1,09E-01	2,64E-01	5,75E-01
1	3,90E-01	1,71E-01	6,30E-02	2,09E-02	4,67E-03	9,57E-04	1,74E-04	5,00E-06	0	-
2	4,06E-01	1,80E-01	6,96E-02	2,46E-02	5,38E-03	1,28E-03	1,76E-04	1,00E-05	1,00E-06	-
3	4,05E-01	1,82E-01	7,35E-02	2,55E-02	5,73E-03	1,28E-03	1,45E-04	2,60E-05	1,00E-06	-
q= 4	4,05E-01	1,83E-01	7,54E-02	2,67E-02	5,97E-03	1,21E-03	1,65E-04	1,30E-05	1,00E-06	-
5	4,06E-01	1,82E-01	7,37E-02	2,59E-02	5,89E-03	1,19E-03	1,53E-04	1,20E-05	1,00E-06	-
6	4,09E-01	1,79E-01	7,01E-02	2,52E-02	5,48E-03	1,17E-03	1,66E-04	1,10E-05	0	-
7	3,92E-01	1,70E-01	6,31E-02	2,05E-02	5,06E-03	1,00E-03	1,23E-04	2,00E-06	0	-
8	5,75E-01	2,64E-01	1,09E-01	3,83E-02	1,00E-02	2,49E-03	4,25E-04	4,80E-05	1,00E-06	0

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la muestra: 1 millón de casos      Suma retornos: 1,0      Suma en carga: 5,764

**ERROR METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Matriz de Descomposición  $D_{q,l} : d_{q,l} = P[Q=q, L=l | K=8]$**

---

Probabilidad de ocurrencia de un trayecto individual con  $q$  pasajeros y de longitud  $l$ , condicionada a  $K=8^*$

---

		l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q=	0	-100,00%	-60,78%	-23,87%	-27,94%	-23,31%	-22,27%	-6,14%	-0,71%	0,49%	1,02%
	1	1,99%	1,76%	-4,33%	-6,79%	-25,30%	-26,99%	-0,55%	-51,17%	-100,00%	-
	2	1,81%	1,76%	-1,40%	0,00%	-24,34%	-19,64%	-26,83%	-45,89%	257,14%	-
	3	1,39%	2,75%	4,01%	3,69%	-19,97%	-20,99%	-42,07%	22,18%	78,57%	-
	4	1,31%	3,22%	6,77%	8,55%	-16,56%	-24,97%	-33,60%	-38,10%	42,86%	-
	5	1,55%	2,56%	4,27%	5,26%	-17,72%	-26,13%	-38,88%	-43,61%	78,57%	-
	6	2,36%	1,39%	-0,60%	2,70%	-22,91%	-26,74%	-30,98%	-40,48%	-100,00%	-
	7	2,44%	1,21%	-4,24%	-8,30%	-18,98%	-23,40%	-29,70%	-80,47%	-100,00%	-
	8	1,02%	0,49%	-0,71%	-6,14%	-22,27%	-23,31%	-27,94%	-23,87%	-60,78%	-100,00%

\* K (mayúscula) representa la variable aleatoria asociada al número de pasajeros de partida

Extensión de la

muestra:

1 millón de casos

**METODO MONTE CARLO (JAVA REGENERACIÓN)**

**Verificación a través del número esperado de paradas (trayectos) para  $K=k$  pasajeros**

---

		k=							
		1	2	3	4	5	6	7	8
$E[S K=k]$		1,000	1,900	2,710	3,439	4,095	4,686	5,217	5,695
$\Sigma \Sigma D_{q,l}$		1,000	1,925	2,747	4,494	5,149	5,724	6,232	5,764

# Anexo 7.1

## Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Ascenso

### Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Ascenso

$$P[Q=q=0, L=lv|Ka=ka,Kd=kd]: lv>0$$

ka =	kd =	l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		lv=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	1	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01
0	2	1,00E-02	3,00E-02	5,00E-02	7,00E-02	9,00E-02	1,10E-01	1,30E-01	1,50E-01	1,70E-01	1,90E-01
0	3	1,00E-03	7,00E-03	1,90E-02	3,70E-02	6,10E-02	9,10E-02	1,27E-01	1,69E-01	2,17E-01	2,71E-01
0	4	1,00E-04	1,50E-03	6,50E-03	1,75E-02	3,69E-02	6,71E-02	1,11E-01	1,70E-01	2,47E-01	3,44E-01
0	5	1,00E-05	3,10E-04	2,11E-03	7,81E-03	2,10E-02	4,65E-02	9,03E-02	1,60E-01	2,63E-01	4,10E-01
0	6	1,00E-06	6,30E-05	6,65E-04	3,37E-03	1,15E-02	3,10E-02	7,10E-02	1,44E-01	2,69E-01	4,69E-01
0	7	1,00E-07	1,27E-05	2,06E-04	1,42E-03	6,17E-03	2,02E-02	5,44E-02	1,27E-01	2,69E-01	5,22E-01
0	8	1,00E-08	2,55E-06	6,31E-05	5,90E-04	3,25E-03	1,29E-02	4,09E-02	1,10E-01	2,63E-01	5,70E-01
1	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	1	9,00E-02	8,00E-02	7,00E-02	6,00E-02	5,00E-02	4,00E-02	3,00E-02	2,00E-02	1,00E-02	0,00E+00
1	2	9,90E-02	9,60E-02	9,10E-02	8,40E-02	7,50E-02	6,40E-02	5,10E-02	3,60E-02	1,90E-02	0,00E+00
1	3	9,99E-02	9,92E-02	9,73E-02	9,36E-02	8,75E-02	7,84E-02	6,57E-02	4,88E-02	2,71E-02	0,00E+00
1	4	1,00E-01	9,98E-02	9,92E-02	9,74E-02	9,38E-02	8,70E-02	7,60E-02	5,90E-02	3,44E-02	0,00E+00
1	5	1,00E-01	1,00E-01	9,98E-02	9,90E-02	9,69E-02	9,22E-02	8,32E-02	6,72E-02	4,10E-02	0,00E+00
1	6	1,00E-01	1,00E-01	9,99E-02	9,96E-02	9,84E-02	9,53E-02	8,82E-02	7,38E-02	4,69E-02	0,00E+00
1	7	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	9,98E-02	9,92E-02	9,72E-02	9,18E-02	7,90E-02	5,22E-02	0,00E+00
1	8	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	9,99E-02	9,96E-02	9,83E-02	9,42E-02	8,32E-02	5,70E-02	0,00E+00
2	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2	1	8,10E-02	6,40E-02	4,90E-02	3,60E-02	2,50E-02	1,60E-02	9,00E-03	4,00E-03	1,00E-03	0,00E+00
2	2	1,13E-01	9,36E-02	7,49E-02	5,74E-02	4,15E-02	2,76E-02	1,61E-02	7,40E-03	1,90E-03	0,00E+00
2	3	1,30E-01	1,10E-01	9,00E-02	7,09E-02	5,28E-02	3,62E-02	2,18E-02	1,03E-02	2,71E-03	0,00E+00
2	4	1,39E-01	1,19E-01	9,94E-02	7,98E-02	6,07E-02	4,26E-02	2,63E-02	1,28E-02	3,44E-03	0,00E+00
2	5	1,46E-01	1,26E-01	1,06E-01	8,60E-02	6,64E-02	4,75E-02	3,00E-02	1,49E-02	4,10E-03	0,00E+00
2	6	1,50E-01	1,30E-01	1,10E-01	9,05E-02	7,07E-02	5,13E-02	3,30E-02	1,67E-02	4,69E-03	0,00E+00
2	7	1,54E-01	1,34E-01	1,14E-01	9,39E-02	7,40E-02	5,43E-02	3,54E-02	1,83E-02	5,22E-03	0,00E+00
2	8	1,56E-01	1,36E-01	1,16E-01	9,65E-02	7,65E-02	5,67E-02	3,75E-02	1,97E-02	5,70E-03	0,00E+00
3	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
3	1	7,29E-02	5,12E-02	3,43E-02	2,16E-02	1,25E-02	6,40E-03	2,70E-03	8,00E-04	1,00E-04	0,00E+00
3	2	1,13E-01	8,16E-02	5,64E-02	3,65E-02	2,18E-02	1,14E-02	4,95E-03	1,50E-03	1,90E-04	0,00E+00
3	3	1,37E-01	1,01E-01	7,14E-02	4,73E-02	2,88E-02	1,55E-02	6,84E-03	2,11E-03	2,71E-04	0,00E+00
3	4	1,54E-01	1,15E-01	8,21E-02	5,52E-02	3,42E-02	1,87E-02	8,43E-03	2,65E-03	3,44E-04	0,00E+00
3	5	1,66E-01	1,25E-01	9,00E-02	6,13E-02	3,84E-02	2,14E-02	9,78E-03	3,13E-03	4,10E-04	0,00E+00
3	6	1,74E-01	1,32E-01	9,61E-02	6,60E-02	4,18E-02	2,35E-02	1,09E-02	3,55E-03	4,69E-04	0,00E+00
3	7	1,81E-01	1,38E-01	1,01E-01	6,98E-02	4,46E-02	2,54E-02	1,19E-02	3,92E-03	5,22E-04	0,00E+00
3	8	1,87E-01	1,43E-01	1,05E-01	7,28E-02	4,69E-02	2,69E-02	1,28E-02	4,25E-03	5,70E-04	0,00E+00
4	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
4	1	6,56E-02	4,10E-02	2,40E-02	1,30E-02	6,25E-03	2,56E-03	8,10E-04	1,60E-04	1,00E-05	0,00E+00
4	2	1,07E-01	6,85E-02	4,11E-02	2,27E-02	1,12E-02	4,67E-03	1,51E-03	3,02E-04	1,90E-05	0,00E+00
4	3	1,35E-01	8,80E-02	5,37E-02	3,01E-02	1,51E-02	6,42E-03	2,10E-03	4,28E-04	2,71E-05	0,00E+00
4	4	1,56E-01	1,02E-01	6,32E-02	3,60E-02	1,83E-02	7,89E-03	2,62E-03	5,41E-04	3,44E-05	0,00E+00
4	5	1,71E-01	1,13E-01	7,07E-02	4,06E-02	2,09E-02	9,12E-03	3,07E-03	6,41E-04	4,10E-05	0,00E+00
4	6	1,83E-01	1,22E-01	7,66E-02	4,44E-02	2,31E-02	1,02E-02	3,46E-03	7,30E-04	4,69E-05	0,00E+00
4	7	1,93E-01	1,29E-01	8,15E-02	4,75E-02	2,49E-02	1,11E-02	3,81E-03	8,09E-04	5,22E-05	0,00E+00
4	8	2,00E-01	1,35E-01	8,54E-02	5,01E-02	2,64E-02	1,18E-02	4,11E-03	8,81E-04	5,70E-05	0,00E+00
5	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
5	1	5,90E-02	3,28E-02	1,68E-02	7,78E-03	3,13E-03	1,02E-03	2,43E-04	3,20E-05	1,00E-06	0,00E+00
5	2	9,98E-02	5,65E-02	2,95E-02	1,39E-02	5,68E-03	1,89E-03	4,55E-04	6,06E-05	1,90E-06	0,00E+00
5	3	1,29E-01	7,42E-02	3,93E-02	1,88E-02	7,79E-03	2,63E-03	6,41E-04	8,62E-05	2,71E-06	0,00E+00
5	4	1,52E-01	8,80E-02	4,71E-02	2,28E-02	9,54E-03	3,26E-03	8,04E-04	1,09E-04	3,44E-06	0,00E+00
5	5	1,69E-01	9,88E-02	5,34E-02	2,60E-02	1,10E-02	3,80E-03	9,47E-04	1,30E-04	4,10E-06	0,00E+00
5	6	1,83E-01	1,08E-01	5,85E-02	2,87E-02	1,23E-02	4,27E-03	1,07E-03	1,48E-04	4,69E-06	0,00E+00
5	7	1,94E-01	1,15E-01	6,28E-02	3,10E-02	1,33E-02	4,68E-03	1,19E-03	1,64E-04	5,22E-06	0,00E+00

5	8	2,04E-01	1,21E-01	6,63E-02	3,30E-02	1,43E-02	5,04E-03	1,28E-03	1,79E-04	5,70E-06	0,00E+00
6	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
6	1	5,31E-02	2,62E-02	1,18E-02	4,67E-03	1,56E-03	4,10E-04	7,29E-05	6,40E-06	1,00E-07	0,00E+00
6	2	9,20E-02	4,61E-02	2,10E-02	8,45E-03	2,87E-03	7,62E-04	1,37E-04	1,21E-05	1,90E-07	0,00E+00
6	3	1,22E-01	6,16E-02	2,84E-02	1,16E-02	3,98E-03	1,07E-03	1,94E-04	1,73E-05	2,71E-07	0,00E+00
6	4	1,45E-01	7,40E-02	3,44E-02	1,42E-02	4,91E-03	1,33E-03	2,44E-04	2,19E-05	3,44E-07	0,00E+00
6	5	1,63E-01	8,40E-02	3,94E-02	1,63E-02	5,72E-03	1,56E-03	2,89E-04	2,61E-05	4,10E-07	0,00E+00
6	6	1,78E-01	9,22E-02	4,35E-02	1,82E-02	6,41E-03	1,77E-03	3,29E-04	2,98E-05	4,69E-07	0,00E+00
6	7	1,90E-01	9,91E-02	4,70E-02	1,98E-02	7,01E-03	1,94E-03	3,64E-04	3,31E-05	5,22E-07	0,00E+00
6	8	2,01E-01	1,05E-01	5,00E-02	2,11E-02	7,53E-03	2,10E-03	3,95E-04	3,61E-05	5,70E-07	0,00E+00
7	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
7	1	4,78E-02	2,10E-02	8,24E-03	2,80E-03	7,81E-04	1,64E-04	2,19E-05	1,28E-06	1,00E-08	0,00E+00
7	2	8,43E-02	3,74E-02	1,49E-02	5,13E-03	1,45E-03	3,07E-04	4,13E-05	2,43E-06	1,90E-08	0,00E+00
7	3	1,13E-01	5,06E-02	2,04E-02	7,08E-03	2,02E-03	4,32E-04	5,86E-05	3,46E-06	2,71E-08	0,00E+00
7	4	1,36E-01	6,14E-02	2,49E-02	8,73E-03	2,51E-03	5,41E-04	7,40E-05	4,39E-06	3,44E-08	0,00E+00
7	5	1,54E-01	7,03E-02	2,87E-02	1,01E-02	2,94E-03	6,38E-04	8,77E-05	5,23E-06	4,10E-08	0,00E+00
7	6	1,70E-01	7,77E-02	3,19E-02	1,13E-02	3,31E-03	7,23E-04	9,99E-05	5,98E-06	4,69E-08	0,00E+00
7	7	1,82E-01	8,40E-02	3,46E-02	1,24E-02	3,63E-03	7,98E-04	1,11E-04	6,65E-06	5,22E-08	0,00E+00
7	8	1,93E-01	8,93E-02	3,70E-02	1,33E-02	3,91E-03	8,64E-04	1,21E-04	7,26E-06	5,70E-08	0,00E+00
8	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
8	1	4,30E-02	1,68E-02	5,76E-03	1,68E-03	3,91E-04	6,55E-05	6,56E-06	2,56E-07	1,00E-09	0,00E+00
8	2	7,69E-02	3,03E-02	1,05E-02	3,10E-03	7,28E-04	1,23E-04	1,24E-05	4,86E-07	1,90E-09	0,00E+00
8	3	1,04E-01	4,14E-02	1,45E-02	4,31E-03	1,02E-03	1,74E-04	1,76E-05	6,93E-07	2,71E-09	0,00E+00
8	4	1,26E-01	5,05E-02	1,78E-02	5,34E-03	1,27E-03	2,19E-04	2,23E-05	8,79E-07	3,44E-09	0,00E+00
8	5	1,44E-01	5,82E-02	2,07E-02	6,23E-03	1,50E-03	2,58E-04	2,65E-05	1,05E-06	4,10E-09	0,00E+00
8	6	1,60E-01	6,47E-02	2,31E-02	7,00E-03	1,69E-03	2,94E-04	3,02E-05	1,20E-06	4,69E-09	0,00E+00
8	7	1,73E-01	7,03E-02	2,52E-02	7,68E-03	1,86E-03	3,25E-04	3,36E-05	1,33E-06	5,22E-09	0,00E+00
8	8	1,84E-01	7,50E-02	2,70E-02	8,26E-03	2,01E-03	3,53E-04	3,66E-05	1,45E-06	5,70E-09	0,00E+00

# Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Descenso

## Matrices de Descomposición; Movimientos de Transición en Descenso

$$P[Q=q=0, L=lv|Ka=ka,Kd=kd]: lv < 0$$

ka =	kd =	l=									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		lv=									
		-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
0	0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	2	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	3	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	4	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	5	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	6	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	7	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0	8	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	0	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01
1	1	9,00E-02	8,00E-02	7,00E-02	6,00E-02	5,00E-02	4,00E-02	3,00E-02	2,00E-02	1,00E-02	0,00E+00
1	2	8,10E-02	6,40E-02	4,90E-02	3,60E-02	2,50E-02	1,60E-02	9,00E-03	4,00E-03	1,00E-03	0,00E+00
1	3	7,29E-02	5,12E-02	3,43E-02	2,16E-02	1,25E-02	6,40E-03	2,70E-03	8,00E-04	1,00E-04	0,00E+00
1	4	6,56E-02	4,10E-02	2,40E-02	1,30E-02	6,25E-03	2,56E-03	8,10E-04	1,60E-04	1,00E-05	0,00E+00
1	5	5,90E-02	3,28E-02	1,68E-02	7,78E-03	3,13E-03	1,02E-03	2,43E-04	3,20E-05	1,00E-06	0,00E+00
1	6	5,31E-02	2,62E-02	1,18E-02	4,67E-03	1,56E-03	4,10E-04	7,29E-05	6,40E-06	1,00E-07	0,00E+00
1	7	4,78E-02	2,10E-02	8,24E-03	2,80E-03	7,81E-04	1,64E-04	2,19E-05	1,28E-06	1,00E-08	0,00E+00
1	8	4,30E-02	1,68E-02	5,76E-03	1,68E-03	3,91E-04	6,55E-05	6,56E-06	2,56E-07	1,00E-09	0,00E+00
2	0	1,00E-02	3,00E-02	5,00E-02	7,00E-02	9,00E-02	1,10E-01	1,30E-01	1,50E-01	1,70E-01	1,90E-01
2	1	9,90E-02	9,60E-02	9,10E-02	8,40E-02	7,50E-02	6,40E-02	5,10E-02	3,60E-02	1,90E-02	0,00E+00
2	2	1,13E-01	9,36E-02	7,49E-02	5,74E-02	4,15E-02	2,76E-02	1,61E-02	7,40E-03	1,90E-03	0,00E+00
2	3	1,13E-01	8,16E-02	5,64E-02	3,65E-02	2,18E-02	1,14E-02	4,95E-03	1,50E-03	1,90E-04	0,00E+00
2	4	1,07E-01	6,85E-02	4,11E-02	2,27E-02	1,12E-02	4,67E-03	1,51E-03	3,02E-04	1,90E-05	0,00E+00
2	5	9,98E-02	5,65E-02	2,95E-02	1,39E-02	5,68E-03	1,89E-03	4,55E-04	6,06E-05	1,90E-06	0,00E+00
2	6	9,20E-02	4,61E-02	2,10E-02	8,45E-03	2,87E-03	7,62E-04	1,37E-04	1,21E-05	1,90E-07	0,00E+00
2	7	8,43E-02	3,74E-02	1,49E-02	5,13E-03	1,45E-03	3,07E-04	4,13E-05	2,43E-06	1,90E-08	0,00E+00
2	8	7,69E-02	3,03E-02	1,05E-02	3,10E-03	7,28E-04	1,23E-04	1,24E-05	4,86E-07	1,90E-09	0,00E+00
3	0	1,00E-03	7,00E-03	1,90E-02	3,70E-02	6,10E-02	9,10E-02	1,27E-01	1,69E-01	2,17E-01	2,71E-01
3	1	9,99E-02	9,92E-02	9,73E-02	9,36E-02	8,75E-02	7,84E-02	6,57E-02	4,88E-02	2,71E-02	0,00E+00
3	2	1,30E-01	1,10E-01	9,00E-02	7,09E-02	5,28E-02	3,62E-02	2,18E-02	1,03E-02	2,71E-03	0,00E+00
3	3	1,37E-01	1,01E-01	7,14E-02	4,73E-02	2,88E-02	1,55E-02	6,84E-03	2,11E-03	2,71E-04	0,00E+00
3	4	1,35E-01	8,80E-02	5,37E-02	3,01E-02	1,51E-02	6,42E-03	2,10E-03	4,28E-04	2,71E-05	0,00E+00
3	5	1,29E-01	7,42E-02	3,93E-02	1,88E-02	7,79E-03	2,63E-03	6,41E-04	8,62E-05	2,71E-06	0,00E+00
3	6	1,22E-01	6,16E-02	2,84E-02	1,16E-02	3,98E-03	1,07E-03	1,94E-04	1,73E-05	2,71E-07	0,00E+00
3	7	1,13E-01	5,06E-02	2,04E-02	7,08E-03	2,02E-03	4,32E-04	5,86E-05	3,46E-06	2,71E-08	0,00E+00
3	8	1,04E-01	4,14E-02	1,45E-02	4,31E-03	1,02E-03	1,74E-04	1,76E-05	6,93E-07	2,71E-09	0,00E+00
4	0	1,00E-04	1,50E-03	6,50E-03	1,75E-02	3,69E-02	6,71E-02	1,11E-01	1,70E-01	2,47E-01	3,44E-01
4	1	1,00E-01	9,98E-02	9,92E-02	9,74E-02	9,38E-02	8,70E-02	7,60E-02	5,90E-02	3,44E-02	0,00E+00
4	2	1,39E-01	1,19E-01	9,94E-02	7,98E-02	6,07E-02	4,26E-02	2,63E-02	1,28E-02	3,44E-03	0,00E+00
4	3	1,54E-01	1,15E-01	8,21E-02	5,52E-02	3,42E-02	1,87E-02	8,43E-03	2,65E-03	3,44E-04	0,00E+00
4	4	1,56E-01	1,02E-01	6,32E-02	3,60E-02	1,83E-02	7,89E-03	2,62E-03	5,41E-04	3,44E-05	0,00E+00
4	5	1,52E-01	8,80E-02	4,71E-02	2,28E-02	9,54E-03	3,26E-03	8,04E-04	1,09E-04	3,44E-06	0,00E+00
4	6	1,45E-01	7,40E-02	3,44E-02	1,42E-02	4,91E-03	1,33E-03	2,44E-04	2,19E-05	3,44E-07	0,00E+00
4	7	1,36E-01	6,14E-02	2,49E-02	8,73E-03	2,51E-03	5,41E-04	7,40E-05	4,39E-06	3,44E-08	0,00E+00
4	8	1,26E-01	5,05E-02	1,78E-02	5,34E-03	1,27E-03	2,19E-04	2,23E-05	8,79E-07	3,44E-09	0,00E+00
5	0	1,00E-05	3,10E-04	2,11E-03	7,81E-03	2,10E-02	4,65E-02	9,03E-02	1,60E-01	2,63E-01	4,10E-01
5	1	1,00E-01	1,00E-01	9,98E-02	9,90E-02	9,69E-02	9,22E-02	8,32E-02	6,72E-02	4,10E-02	0,00E+00
5	2	1,46E-01	1,26E-01	1,06E-01	8,60E-02	6,64E-02	4,75E-02	3,00E-02	1,49E-02	4,10E-03	0,00E+00
5	3	1,66E-01	1,25E-01	9,00E-02	6,13E-02	3,84E-02	2,14E-02	9,78E-03	3,13E-03	4,10E-04	0,00E+00
5	4	1,71E-01	1,13E-01	7,07E-02	4,06E-02	2,09E-02	9,12E-03	3,07E-03	6,41E-04	4,10E-05	0,00E+00
5	5	1,69E-01	9,88E-02	5,34E-02	2,60E-02	1,10E-02	3,80E-03	9,47E-04	1,30E-04	4,10E-06	0,00E+00
5	6	1,63E-01	8,40E-02	3,94E-02	1,63E-02	5,72E-03	1,56E-03	2,89E-04	2,61E-05	4,10E-07	0,00E+00
5	7	1,54E-01	7,03E-02	2,87E-02	1,01E-02	2,94E-03	6,38E-04	8,77E-05	5,23E-06	4,10E-08	0,00E+00
5	8	1,44E-01	5,82E-02	2,07E-02	6,23E-03	1,50E-03	2,58E-04	2,65E-05	1,05E-06	4,10E-09	0,00E+00
6	0	1,00E-06	6,30E-05	6,65E-04	3,37E-03	1,15E-02	3,10E-02	7,10E-02	1,44E-01	2,69E-01	4,69E-01
6	1	1,00E-01	1,00E-01	9,99E-02	9,96E-02	9,84E-02	9,53E-02	8,82E-02	7,38E-02	4,69E-02	0,00E+00
6	2	1,50E-01	1,30E-01	1,10E-01	9,05E-02	7,07E-02	5,13E-02	3,30E-02	1,67E-02	4,69E-03	0,00E+00
6	3	1,74E-01	1,32E-01	9,61E-02	6,60E-02	4,18E-02	2,35E-02	1,09E-02	3,55E-03	4,69E-04	0,00E+00
6	4	1,83E-01	1,22E-01	7,66E-02	4,44E-02	2,31E-02	1,02E-02	3,46E-03	7,30E-04	4,69E-05	0,00E+00

6	5	1,83E-01	1,08E-01	5,85E-02	2,87E-02	1,23E-02	4,27E-03	1,07E-03	1,48E-04	4,69E-06	0,00E+00
6	6	1,78E-01	9,22E-02	4,35E-02	1,82E-02	6,41E-03	1,77E-03	3,29E-04	2,98E-05	4,69E-07	0,00E+00
6	7	1,70E-01	7,77E-02	3,19E-02	1,13E-02	3,31E-03	7,23E-04	9,99E-05	5,98E-06	4,69E-08	0,00E+00
6	8	1,60E-01	6,47E-02	2,31E-02	7,00E-03	1,69E-03	2,94E-04	3,02E-05	1,20E-06	4,69E-09	0,00E+00
7	0	1,00E-07	1,27E-05	2,06E-04	1,42E-03	6,17E-03	2,02E-02	5,44E-02	1,27E-01	2,69E-01	5,22E-01
7	1	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	9,98E-02	9,92E-02	9,72E-02	9,18E-02	7,90E-02	5,22E-02	0,00E+00
7	2	1,54E-01	1,34E-01	1,14E-01	9,39E-02	7,40E-02	5,43E-02	3,54E-02	1,83E-02	5,22E-03	0,00E+00
7	3	1,81E-01	1,38E-01	1,01E-01	6,98E-02	4,46E-02	2,54E-02	1,19E-02	3,92E-03	5,22E-04	0,00E+00
7	4	1,93E-01	1,29E-01	8,15E-02	4,75E-02	2,49E-02	1,11E-02	3,81E-03	8,09E-04	5,22E-05	0,00E+00
7	5	1,94E-01	1,15E-01	6,28E-02	3,10E-02	1,33E-02	4,68E-03	1,19E-03	1,64E-04	5,22E-06	0,00E+00
7	6	1,90E-01	9,91E-02	4,70E-02	1,98E-02	7,01E-03	1,94E-03	3,64E-04	3,31E-05	5,22E-07	0,00E+00
7	7	1,82E-01	8,40E-02	3,46E-02	1,24E-02	3,63E-03	7,98E-04	1,11E-04	6,65E-06	5,22E-08	0,00E+00
7	8	1,73E-01	7,03E-02	2,52E-02	7,68E-03	1,86E-03	3,25E-04	3,36E-05	1,33E-06	5,22E-09	0,00E+00
8	0	1,00E-08	2,55E-06	6,31E-05	5,90E-04	3,25E-03	1,29E-02	4,09E-02	1,10E-01	2,63E-01	5,70E-01
8	1	1,00E-01	1,00E-01	1,00E-01	9,99E-02	9,96E-02	9,83E-02	9,42E-02	8,32E-02	5,70E-02	0,00E+00
8	2	1,56E-01	1,36E-01	1,16E-01	9,65E-02	7,65E-02	5,67E-02	3,75E-02	1,97E-02	5,70E-03	0,00E+00
8	3	1,87E-01	1,43E-01	1,05E-01	7,28E-02	4,69E-02	2,69E-02	1,28E-02	4,25E-03	5,70E-04	0,00E+00
8	4	2,00E-01	1,35E-01	8,54E-02	5,01E-02	2,64E-02	1,18E-02	4,11E-03	8,81E-04	5,70E-05	0,00E+00
8	5	2,04E-01	1,21E-01	6,63E-02	3,30E-02	1,43E-02	5,04E-03	1,28E-03	1,79E-04	5,70E-06	0,00E+00
8	6	2,01E-01	1,05E-01	5,00E-02	2,11E-02	7,53E-03	2,10E-03	3,95E-04	3,61E-05	5,70E-07	0,00E+00
8	7	1,93E-01	8,93E-02	3,70E-02	1,33E-02	3,91E-03	8,64E-04	1,21E-04	7,26E-06	5,70E-08	0,00E+00
8	8	1,84E-01	7,50E-02	2,70E-02	8,26E-03	2,01E-03	3,53E-04	3,66E-05	1,45E-06	5,70E-09	0,00E+00

---

## Anexo 7.2

### Simplificación de E[RTT]

$$\begin{aligned}
 E[RTT] &= \\
 &\sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ [2 \cdot t_v \cdot E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] + (E[S_a|K_a = k_a] + E[S_d|K_d = k_d] + 1) \cdot t_s + 2 \cdot t_p \cdot (k_a + k_d)] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &= \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ [2 \cdot t_v \cdot E[H|K_a = k_a, K_d = k_d]] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &\quad + \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ [(E[S_a|K_a = k_a] + E[S_d|K_d = k_d] + 1) \cdot t_s] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &\quad + \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ [2 \cdot t_p \cdot (k_a + k_d)] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &= 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &\quad + t_s \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ E[S_a|K_a = k_a] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} + t_s \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ E[S_d|K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &\quad + t_s \underbrace{\sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\}}_{=1} \\
 &\quad + 2 \cdot t_p \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ [k_a] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} + 2 \cdot t_p \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ [k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &= 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &\quad + t_s \sum_{kd}^{q \max} P[K_d = k_d] \sum_{ka}^{q \max} \left\{ E[S_a|K_a = k_a] \cdot P[K_a = k_a] \right\} + t_s \sum_{ka}^{q \max} P[K_a = k_a] \sum_{kd}^{q \max} \left\{ E[S_d|K_d = k_d] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &\quad + t_s \underbrace{\sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\}}_{=1} \\
 &\quad + 2 \cdot t_p \sum_{kd}^{q \max} P[K_d = k_d] \sum_{ka}^{q \max} \left\{ [k_a] \cdot P[K_a = k_a] \right\} + 2 \cdot t_p \sum_{ka}^{q \max} P[K_a = k_a] \sum_{kd}^{q \max} \left\{ [k_d] P[K_d = k_d] \right\} \\
 &= 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \left\{ E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d] \right\} \\
 &\quad + t_s \sum_{kd}^{q \max} P[K_d = k_d] \cdot E[S_a] + t_s \sum_{ka}^{q \max} P[K_a = k_a] \cdot E[S_d] + t_s \\
 &\quad + 2 \cdot t_p \sum_{kd}^{q \max} P[K_d = k_d] \cdot E[K_a] + 2 \cdot t_p \sum_{ka}^{q \max} P[K_a = k_a] \cdot E[K_d]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \{E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d]\} \\
&\quad + t_s \cdot E[S_a] \underbrace{\sum_{kd}^{q \max} P[K_d = k_d]}_{=1} + t_s \cdot E[S_d] \underbrace{\sum_{ka}^{q \max} P[K_a = k_a]}_{=1} + t_s \\
&\quad + 2 \cdot t_p \cdot E[K_a] \underbrace{\sum_{kd}^{q \max} P[K_d = k_d]}_{=1} + 2 \cdot t_p \cdot E[K_d] \underbrace{\sum_{ka}^{q \max} P[K_a = k_a]}_{=1} \\
&= 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \{E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d]\} \\
&\quad + t_s \cdot E[S_a] + t_s \cdot E[S_d] + t_s + 2 \cdot t_p \cdot E[K_a] + 2 \cdot t_p \cdot E[K_d] \\
E[RTT] &= 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \{E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d]\} \\
&\quad + t_s \cdot (E[S_a] + E[S_d] + 1) + 2 \cdot t_p \cdot (E[K_a] + E[K_d]) \\
E[RTT] &= 2 \cdot t_v \sum_{ka}^{q \max} \sum_{kd}^{q \max} \{E[H|K_a = k_a, K_d = k_d] \cdot P[K_a = k_a] \cdot P[K_d = k_d]\} \\
&\quad + t_s \cdot (E[S_a] + E[S_d] + 1) + 2 \cdot t_p \cdot (E[K_a] + E[K_d])
\end{aligned}$$



## Anexo 7.3

Demostración de la monotonicidad y crecencia del destino más lejano con respecto de la probabilidad generadora

Sea:

$$\frac{dE[\text{sup}(X_i)]}{dp_a} = \sum_{k_a=1}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \cdot E[\text{sup}(X_i) | K_a(p_a)] + \underbrace{P[K_a(p_a) = k_a]}_{=0} \cdot \frac{dE[\text{sup}(X_i) | K_a(p_a)]}{dp_a}$$

$$\frac{dE[\text{sup}(X_i)]}{dp_a} = \sum_{k_a=1}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \cdot E[\text{sup}(X_i) | K_a(p_a)] \quad (7.48)$$

La cual será del signo de:

$$\begin{aligned} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} &= \frac{d}{dp_a} \cdot \frac{(\lambda t \cdot p_a)^{k_a} e^{-\lambda t \cdot p_a}}{k_a!} = \frac{k_a \lambda t (\lambda t \cdot p_a)^{k_a-1} e^{-\lambda t \cdot p_a} - (\lambda t \cdot p_a)^{k_a} \lambda t \cdot e^{-\lambda t \cdot p_a}}{k_a!} \\ &= \frac{k_a \lambda t (\lambda t \cdot p_a)^{k_a-1} e^{-\lambda t \cdot p_a}}{k_a!} - \frac{(\lambda t \cdot p_a)^{k_a} \lambda t \cdot e^{-\lambda t \cdot p_a}}{k_a!} \\ &= \lambda t \left( \frac{(\lambda t \cdot p_a)^{k_a-1} e^{-\lambda t \cdot p_a}}{(k_a-1)!} - \frac{(\lambda t \cdot p_a)^{k_a} \cdot e^{-\lambda t \cdot p_a}}{k_a!} \right) \\ &= \lambda t (P[K_a(p_a) = k_a - 1] - P[K_a(p_a) = k_a]) \end{aligned}$$

Sucesivamente, considerando la moda<sup>9</sup> de la distribución Poisson, descrita con ayuda de la función parte entera o “suelo”:

$$\text{Moda}[Pois(\lambda t p_a)] = \lfloor \lambda t p_a \rfloor = \lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor$$

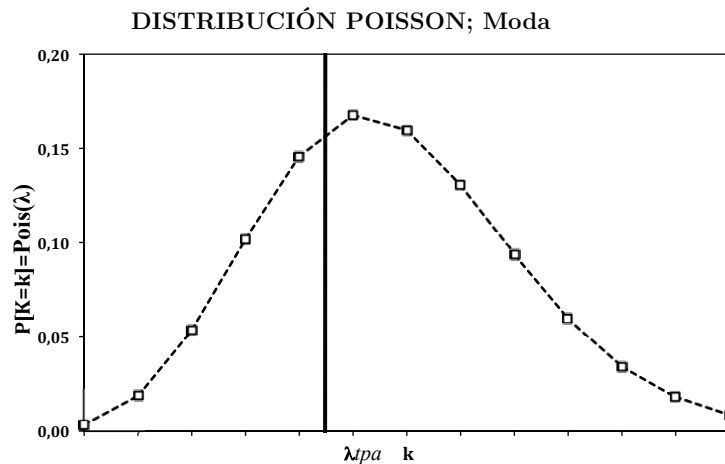


Figura 7.19 Distribución Poisson y Moda

Entonces se deduce que :

<sup>9</sup> La moda entendida como el valor que con más frecuencia figura tomando una muestra significativa del evento, en otros términos el valor para el cual la probabilidad de realización es máximo.

$$\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \begin{cases} < 0 & k_a \leq \lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor \\ \geq 0 & k_a > \lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor \end{cases}$$

De donde retornando a la expresión (7.48) se admite:

$$\begin{aligned} \frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} &= \sum_{ka=1}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \cdot E[\sup(X_i) | K_a(p_a)] \\ \frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} &= \left\{ \begin{array}{l} \sum_{ka=1}^{\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{< 0} \cdot E[\sup(X_i) | K_a(p_a)] \\ + \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor + 1}^{q_{\max}} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{> 0} \cdot E[\sup(X_i) | K_a(p_a)] \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (7.49)$$

Adicionalmente toda medida de probabilidad debe cumplir con:

$$\sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[K_a(p_a) = k_a] = 1$$

Admitiendo la partición:

$$\sum_{ka=1}^{\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor} P[K_a(p_a) = k_a] + \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor + 1}^{q_{\max}} P[K_a(p_a) = k_a] = 1$$

De donde derivando:

$$\begin{aligned} \sum_{ka=1}^{\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor} \frac{d}{dp_a} P[K_a(p_a) = k_a] + \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor + 1}^{q_{\max}} \frac{d}{dp_a} P[K_a(p_a) = k_a] &= 0 \\ \sum_{ka=1}^{\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor} \frac{d}{dp_a} P[K_a(p_a) = k_a] &= - \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor + 1}^{q_{\max}} \frac{d}{dp_a} P[K_a(p_a) = k_a] \end{aligned} \quad (7.50)$$

En cuanto al valor esperado condicional del destino más lejano, componente de la (7.49):

$$E[\sup(X_i) | K_a(p_a)] = N - \sum_{na=1}^{N-1} \left( \frac{n_a}{N} \right)^{ka} = N - \frac{1}{N^{ka}} \sum_{na=1}^{N-1} (n_a)^{ka}$$

En cuanto a la expresión analítica de la sumatoria anteriormente incluida, es conocida la expresión en que intervienen los números de Bernoulli.

$$\sum_{i=1}^n i^p = \frac{n^{p+1}}{p+1} + \frac{1}{2} n^p + \frac{B_1 p n^{p-1}}{2!} - \frac{B_2 p(p-1)(p-2) n^{p-3}}{3!} + \dots$$

Donde el último término de la serie contiene  $n$  o  $n^2$  según que  $p$  sea par o impar.

$B_1, B_2, \dots$  denotan los números de Bernoulli.

No obstante, si se admite la extrapolación del problema al dominio continuo como a continuación se expresa:

$X_i \Rightarrow Z_i$ : v.a. continua asociada al destino del  $i$  ésimo pasajero y tal que:

$Z_i: U[1, N]$  i.i.d

$$P[\sup(X_i) = n \mid K = k] = P[X_1 \leq n] \cdot P[X_2 \leq n] \cdot \dots \cdot P[X_k \leq n] : \exists X_i = n$$

$\Rightarrow$

$$P[Z_1 \leq z] \cdot P[Z_2 \leq z] \cdot \dots \cdot P[Z_k \leq z] \stackrel{i.i.d.}{=} P[Z \leq z]^k$$

Adicionalmente se aplica un cambio de variable con el fin de simplificar la resolución, siendo en consecuencia:

$$P[Z_1 \leq z] \cdot P[Z_2 \leq z] \cdot \dots \cdot P[Z_k \leq z] \stackrel{i.i.d.}{=} P[Z \leq z]^k$$

$$Z: U[1, N] \text{ i.i.d} \Leftrightarrow \tilde{Z}: U[0, 1] \text{ i.i.d.} \quad : \quad z = 1 + \tilde{z}(N-1)$$

$$P[Z \leq z]^k \Leftrightarrow P[\tilde{Z} \leq \tilde{z}]^k$$

Nuevamente aplicando la definición de esperanza matemática para v.a. continuas y retornando a la variable continua original se obtiene:

$$E[\sup(\tilde{Z}_i) = n \mid K = k] = \int_0^1 1 - \tilde{z}^k dy = \left[ \tilde{z} - \frac{\tilde{z}^{k+1}}{k+1} \right]_0^1 = 1 - \frac{1}{k+1}$$

$$E[\sup(Z_i) = n \mid K = k] = N - \frac{N-1}{k+1}$$

A continuación aplicando estática comparativa:

$$\frac{dE[\sup(Z_i) = n \mid K = k]}{dk} = \frac{N-1}{(k+1)^2} > 0$$

De donde se deduce que el valor esperado condicional del destino más lejano es una función monótona creciente en  $K_a$ :

$$\frac{dE[\sup(X_i) \mid K_a(p_a)]}{dK_a} > 0 \tag{7.51}$$

Por lo que a partir de (7.49):

$$\frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} = \sum_{ka=1}^{[E[K_a(p_a)]]} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{<0} \cdot E[\sup(X_i) \mid K_a(p_a)] + \sum_{ka=[E[K_a(p_a)]]+1}^{q_{\max}} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{>0} \cdot E[\sup(X_i) \mid K_a(p_a)]$$

Sean:

$$\sum_{ka=1}^{[E[K_a(p_a)]]} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{<0} \cdot E[\sup(X_i) \mid K_a(p_a)] > \sum_{ka=1}^{[E[K_a(p_a)]]} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{<0} \cdot E[\sup(X_i) \mid [E[K_a(p_a)]]]$$

$$\sum_{ka=[E[K_a(p_a)]]+1}^{q_{\max}} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{>0} \cdot E[\sup(X_i) \mid K_a(p_a)] > \sum_{ka=[E[K_a(p_a)]]+1}^{q_{\max}} \underbrace{\frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a}}_{>0} \cdot E[\sup(X_i) \mid [E[K_a(p_a)]] + 1]$$

En consecuencia se deduce una minoración:

$$\begin{aligned} \frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} &> \sum_{ka=1}^{\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \cdot E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)]] \\ &+ \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor + 1}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \cdot E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)] + 1] \end{aligned}$$

De donde:

$$\begin{aligned} \frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} &> E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)]] \sum_{ka=1}^{\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \\ &+ E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)] + 1] \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor + 1}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \end{aligned}$$

Sucesivamente aplicando la condición (7.50):

$$\begin{aligned} \frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} &> -E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)]] \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \\ &+ E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)] + 1] \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor + 1}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \\ \frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} &> (E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)] + 1] - E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)]] \sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} \end{aligned}$$

De donde por la monotonía concluida en (7.51):

$$E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)] + 1] - E[\sup(X_i) | E[K_a(p_a)]] > 0$$

Adicionalmente

$$\sum_{ka=\lfloor E[K_a(p_a)] \rfloor}^{q_{\max}} \frac{dP[K_a(p_a) = k_a]}{dp_a} > 0$$

En consecuencia y extrapolando los resultados al proceso de descenso, ambas relaciones son monótonas crecientes en sus respectivas probabilidades generadoras:

$$\frac{dE[\sup(X_i)]}{dp_a} > 0 \quad \frac{dE[\sup(Y_i)]}{dp_d} > 0$$

Lo que aplicado al destino origen más lejano (7.21) da por resultado

$$E[H(p_a, p_d)] = \begin{cases} \sum_{ka=1}^{q_{\max}} P[K_a(p_a) = k_a] \cdot \left( N - \sum_{na=1}^{N-1} \left( \frac{n_a}{N} \right)^{ka} \right) & p_a > p_d \\ \sum_{kd=1}^{q_{\max}} P[K_d(p_d) = k_d] \cdot \left( N - \sum_{nd=1}^{N-1} \left( \frac{n_d}{N} \right)^{kd} \right) & p_a \leq p_d \end{cases} \quad (7.52)$$

# Anexo 8.1

## Estado Estacionario; 3 Ascensores en Operación Simultánea

### ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS

Considerando la Operación Simultánea de NA=3 Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KaData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	Estado				E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			Estacionario	NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
8:00	5,71	1,76	3	0,0590	0,0182	9,293	3,098	5,71	1,76	-1,1E-07	-3,3E-08	
8:05	5,71	1,76	3	0,0590	0,0182	9,293	3,098	5,71	1,76	-1,1E-07	-3,3E-08	
8:10	5,71	1,76	3	0,0590	0,0182	9,293	3,098	5,71	1,76	-1,1E-07	-3,3E-08	
8:15	5,71	1,76	3	0,0590	0,0182	9,293	3,098	5,71	1,76	-1,1E-07	-3,3E-08	
8:20	10,25	2,51	3	0,1470	0,0361	12,917	4,306	10,25	2,51	-5,3E-08	-1,3E-08	
8:25	10,25	2,51	3	0,1470	0,0361	12,917	4,306	10,25	2,51	-5,3E-08	-1,3E-08	
8:30	11,32	3,13	3	0,1795	0,0497	14,271	4,757	11,32	3,13	-2,6E-08	-7,1E-09	
8:35	11,32	3,13	3	0,1795	0,0497	14,271	4,757	11,32	3,13	-2,6E-08	-7,1E-09	
8:40	11,32	3,13	3	0,1795	0,0497	14,271	4,757	11,32	3,13	-2,6E-08	-7,1E-09	
8:45	11,32	3,13	3	0,1795	0,0497	14,271	4,757	11,32	3,13	-2,6E-08	-7,1E-09	
8:50	15,94	2,11	3	0,3792	0,0501	21,414	7,138	15,94	2,11	-7,5E-08	-2,4E-08	
8:55	15,94	2,11	3	0,3792	0,0501	21,414	7,138	15,94	2,11	-7,5E-08	-2,4E-08	
9:00	17,25	4,55	3	0,5000	0,1318	26,088	8,696	17,25	4,55	-7,7E-08	-1,5E-08	
9:05	17,25	4,55	3	0,5000	0,1318	26,088	8,696	17,25	4,55	-7,7E-08	-1,5E-08	
9:10	17,25	4,55	3	0,5000	0,1318	26,088	8,696	17,25	4,55	-7,7E-08	-1,5E-08	
9:15	23,27	2,84	3	1,1085	0,1352	42,863	14,288	23,27	2,84	-3,2E-08	-1,4E-09	
9:20	23,27	2,84	3	1,1085	0,1352	42,863	14,288	23,27	2,84	-3,2E-08	-1,4E-09	
9:25	23,27	2,84	3	1,1085	0,1352	42,863	14,288	23,27	2,84	-3,2E-08	-1,4E-09	
9:30	34,81	2,92	3	2,9032	0,2416	74,538	24,846	34,81	2,92	-1,1E-08	-9,9E-09	
9:35	34,81	2,92	3	2,9032	0,2416	74,538	24,846	34,81	2,92	-1,1E-08	-9,9E-09	
9:40	34,81	2,92	3	2,9032	0,2416	74,538	24,846	34,81	2,92	-1,1E-08	-9,9E-09	
9:45	44,60	5,93	3	5,4605	0,6590	99,950	33,317	44,60	5,93	-1,8E-08	-5,8E-09	
9:50	44,60	5,93	3	5,4605	0,6590	99,950	33,317	44,60	5,93	-1,8E-08	-5,8E-09	
9:55	44,60	5,93	3	5,4605	0,6590	99,950	33,317	44,60	5,93	-1,8E-08	-5,8E-09	
10:00	41,81	8,50	3	4,9269	0,9353	98,985	32,995	41,81	8,50	-2,8E-08	-1,7E-08	
10:05	42,06	7,34	3	4,8607	0,7944	97,393	32,464	42,06	7,34	-4,7E-08	-1,5E-09	
10:10	42,06	7,34	3	4,8607	0,7944	97,393	32,464	42,06	7,34	-4,7E-08	-1,5E-09	
10:15	44,96	8,83	3	6,0532	1,0402	106,053	35,351	44,96	8,83	-1,2E-08	-8,9E-09	
10:20	44,96	8,83	3	6,0532	1,0402	106,053	35,351	44,96	8,83	-1,2E-08	-8,9E-09	
10:25	44,96	8,83	3	6,0532	1,0402	106,053	35,351	44,96	8,83	-1,2E-08	-8,9E-09	
10:30	30,50	8,48	3	2,4570	0,6816	72,295	24,098	30,50	8,48	-1,3E-08	-4,7E-09	
10:35	30,50	8,48	3	2,4570	0,6816	72,295	24,098	30,50	8,48	-1,3E-08	-4,7E-09	
10:40	30,50	8,48	3	2,4570	0,6816	72,295	24,098	30,50	8,48	-1,3E-08	-4,7E-09	
10:45	25,95	10,14	3	1,7659	0,6900	61,220	20,407	25,95	10,14	-2,8E-08	-6,7E-09	
10:50	25,95	10,14	3	1,7659	0,6900	61,220	20,407	25,95	10,14	-2,8E-08	-6,7E-09	
10:55	25,95	10,14	3	1,7659	0,6900	61,220	20,407	25,95	10,14	-2,8E-08	-6,7E-09	
11:00	24,00	11,30	3	1,5021	0,7072	56,309	18,770	24,00	11,30	-1,3E-08	-5,0E-08	
11:05	24,00	11,30	3	1,5021	0,7072	56,309	18,770	24,00	11,30	-1,3E-08	-5,0E-08	
11:10	16,22	20,74	3	0,9185	1,1742	50,964	16,988	16,22	20,74	-1,2E-08	-3,9E-08	
11:15	16,22	12,55	3	0,5302	0,4103	29,421	9,807	16,22	12,55	-2,3E-08	-6,3E-08	
11:20	16,22	12,55	3	0,5302	0,4103	29,421	9,807	16,22	12,55	-2,3E-08	-6,3E-08	
11:25	16,22	12,55	3	0,5302	0,4103	29,421	9,807	16,22	12,55	-2,3E-08	-6,3E-08	
11:30	13,09	10,21	3	0,2863	0,2233	19,682	6,561	13,09	10,21	-1,0E-08	-6,0E-10	
11:35	13,09	10,21	3	0,2863	0,2233	19,682	6,561	13,09	10,21	-1,0E-08	-6,0E-10	
11:40	13,09	10,21	3	0,2863	0,2233	19,682	6,561	13,09	10,21	-1,0E-08	-6,0E-10	
11:45	10,98	9,56	3	0,1924	0,1676	15,773	5,258	10,98	9,56	-5,7E-08	-4,9E-08	
11:50	10,98	9,56	3	0,1924	0,1676	15,773	5,258	10,98	9,56	-5,7E-08	-4,9E-08	
11:55	14,23	11,52	3	0,3632	0,2940	22,967	7,656	14,23	11,52	-7,1E-08	-8,9E-09	
12:00	14,23	11,52	3	0,3632	0,2940	22,967	7,656	14,23	11,52	-7,1E-08	-8,9E-09	
12:05	14,23	11,52	3	0,3632	0,2940	22,967	7,656	14,23	11,52	-7,1E-08	-8,9E-09	
12:10	14,23	11,52	3	0,3632	0,2940	22,967	7,656	14,23	11,52	-7,1E-08	-8,9E-09	
12:15	12,59	12,02	3	0,2732	0,2609	19,535	6,512	12,59	12,02	-9,2E-08	-8,5E-08	
12:20	12,59	12,02	3	0,2732	0,2609	19,535	6,512	12,59	12,02	-9,2E-08	-8,5E-08	
12:25	11,67	12,80	3	0,2569	0,2818	19,810	6,603	11,67	12,80	-6,6E-08	-7,7E-08	
12:30	11,67	12,80	3	0,2569	0,2818	19,810	6,603	11,67	12,80	-6,6E-08	-7,7E-08	
12:35	11,67	12,80	3	0,2569	0,2818	19,810	6,603	11,67	12,80	-6,6E-08	-7,7E-08	
12:40	11,87	27,39	3	0,9027	2,0859	68,459	22,820	11,87	27,39	-4,5E-10	-1,3E-08	
12:45	11,87	27,39	3	0,9027	2,0859	68,459	22,820	11,87	27,39	-4,5E-10	-1,3E-08	
12:50	11,87	27,39	3	0,9027	2,0859	68,459	22,820	11,87	27,39	-4,5E-10	-1,3E-08	
12:55	10,26	32,84	3	0,9277	2,9929	81,355	27,118	10,26	32,84	-3,1E-08	-3,5E-08	
13:00	10,26	32,84	3	0,9277	2,9929	81,355	27,118	10,26	32,84	-3,1E-08	-3,5E-08	
13:05	10,26	32,84	3	0,9277	2,9929	81,355	27,118	10,26	32,84	-3,1E-08	-3,5E-08	
13:10	14,05	45,95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14,05	45,95	-1,6E-08	-2,3E-08	
13:15	14,05	45,95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14,05	45,95	-1,6E-08	-2,3E-08	
13:20	14,05	45,95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14,05	45,95	-1,6E-08	-2,3E-08	
13:25	14,05	45,95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14,05	45,95	-1,6E-08	-2,3E-08	

**ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS**

Considerando la Operación Simultánea de NA=3 Ascensores

Tiempo <i>tt</i>	KaData <i>tt</i> (FMP)	KdData <i>tt</i> (FMP)	Estado			E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	Δ*a	Δ*d			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
13:30	13,55	36,13	3	1,4352	3,9385	95,300	31,767	13,55	36,13	-5,7E-09	-2,9E-08
13:35	13,55	36,13	3	1,4352	3,9385	95,300	31,767	13,55	36,13	-5,7E-09	-2,9E-08
13:40	14,72	36,45	3	1,6061	4,1184	98,206	32,735	14,72	36,45	-6,3E-09	-4,8E-08
13:45	14,72	36,45	3	1,6061	4,1184	98,206	32,735	14,72	36,45	-6,3E-09	-4,8E-08
13:50	14,72	36,45	3	1,6061	4,1184	98,206	32,735	14,72	36,45	-6,3E-09	-4,8E-08
13:55	15,52	26,75	3	1,2459	2,1506	72,254	24,085	15,52	26,75	-1,0E-08	-3,8E-08
14:00	15,52	26,75	3	1,2459	2,1506	72,254	24,085	15,52	26,75	-1,0E-08	-3,8E-08
14:05	15,52	26,75	3	1,2459	2,1506	72,254	24,085	15,52	26,75	-1,0E-08	-3,8E-08
14:10	20,18	23,85	3	1,5612	1,8457	69,622	23,207	20,18	23,85	-2,5E-08	-2,0E-08
14:15	20,18	23,85	3	1,5612	1,8457	69,622	23,207	20,18	23,85	-2,5E-08	-2,0E-08
14:20	20,18	23,85	3	1,5612	1,8457	69,622	23,207	20,18	23,85	-2,5E-08	-2,0E-08
14:25	27,39	19,20	3	2,4594	1,7200	80,590	26,863	27,39	19,20	-2,8E-08	-1,8E-08
14:30	27,39	19,20	3	2,4594	1,7200	80,590	26,863	27,39	19,20	-2,8E-08	-1,8E-08
14:35	25,76	17,01	3	2,0435	1,3481	71,332	23,777	25,76	17,01	-2,7E-08	-3,9E-08
14:40	25,76	17,01	3	2,0435	1,3481	71,332	23,777	25,76	17,01	-2,7E-08	-3,9E-08
14:45	25,76	17,01	3	2,0435	1,3481	71,332	23,777	25,76	17,01	-2,7E-08	-3,9E-08
14:50	25,76	17,01	3	2,0435	1,3481	71,332	23,777	25,76	17,01	-2,7E-08	-3,9E-08
14:55	32,98	14,07	3	3,2718	1,3784	88,178	29,393	32,98	14,07	-4,8E-08	-5,1E-09
15:00	32,98	14,07	3	3,2718	1,3784	88,178	29,393	32,98	14,07	-4,8E-08	-5,1E-09
15:05	32,98	14,07	3	3,2718	1,3784	88,178	29,393	32,98	14,07	-4,8E-08	-5,1E-09
15:10	28,16	19,13	3	2,6068	1,7645	82,986	27,662	28,16	19,13	-4,3E-10	-5,8E-09
15:15	28,16	19,13	3	2,6068	1,7645	82,986	27,662	28,16	19,13	-4,3E-10	-5,8E-09
15:20	18,86	10,39	3	0,7617	0,4197	36,349	12,116	18,86	10,39	-2,7E-08	-9,2E-09
15:25	18,86	10,39	3	0,7617	0,4197	36,349	12,116	18,86	10,39	-2,7E-08	-9,2E-09
15:30	18,86	10,39	3	0,7617	0,4197	36,349	12,116	18,86	10,39	-2,7E-08	-9,2E-09
15:35	18,86	10,39	3	0,7617	0,4197	36,349	12,116	18,86	10,39	-2,7E-08	-9,2E-09
15:40	9,69	9,69	3	0,1517	0,1517	14,098	4,699	9,69	9,69	-5,1E-09	-5,1E-09
15:45	9,69	9,69	3	0,1517	0,1517	14,098	4,699	9,69	9,69	-5,1E-09	-5,1E-09
15:50	13,88	13,71	3	0,3616	0,3572	23,452	7,817	13,88	13,71	-3,2E-08	-2,5E-08
15:55	13,88	13,71	3	0,3616	0,3572	23,452	7,817	13,88	13,71	-3,2E-08	-2,5E-08
16:00	13,88	13,71	3	0,3616	0,3572	23,452	7,817	13,88	13,71	-3,2E-08	-2,5E-08
16:05	13,88	13,71	3	0,3616	0,3572	23,452	7,817	13,88	13,71	-3,2E-08	-2,5E-08
16:10	13,05	10,23	3	0,2846	0,2231	19,619	6,540	13,05	10,23	-7,2E-08	-4,9E-08
16:15	13,05	10,23	3	0,2846	0,2231	19,619	6,540	13,05	10,23	-7,2E-08	-4,9E-08
16:20	11,08	9,67	3	0,1965	0,1714	15,960	5,320	11,08	9,67	-1,1E-08	-9,6E-09
16:25	11,08	9,67	3	0,1965	0,1714	15,960	5,320	11,08	9,67	-1,1E-08	-9,6E-09
16:30	11,08	9,67	3	0,1965	0,1714	15,960	5,320	11,08	9,67	-1,1E-08	-9,6E-09
16:35	8,66	11,48	3	0,1559	0,2068	16,211	5,404	8,66	11,48	-5,1E-08	-6,9E-08
16:40	8,66	11,48	3	0,1559	0,2068	16,211	5,404	8,66	11,48	-5,1E-08	-6,9E-08
16:45	8,66	11,48	3	0,1559	0,2068	16,211	5,404	8,66	11,48	-5,1E-08	-6,9E-08
16:50	8,66	11,48	3	0,1559	0,2068	16,211	5,404	8,66	11,48	-5,1E-08	-6,9E-08
16:55	9,20	11,74	3	0,1719	0,2194	16,817	5,606	9,20	11,74	-6,2E-08	-8,0E-08
17:00	9,20	11,74	3	0,1719	0,2194	16,817	5,606	9,20	11,74	-6,2E-08	-8,0E-08
17:05	9,20	13,15	3	0,1976	0,2824	19,324	6,441	9,20	13,15	-3,9E-08	-6,5E-08
17:10	9,20	13,15	3	0,1976	0,2824	19,324	6,441	9,20	13,15	-3,9E-08	-6,5E-08
17:15	9,20	13,15	3	0,1976	0,2824	19,324	6,441	9,20	13,15	-3,9E-08	-6,5E-08
17:20	8,95	16,86	3	0,2823	0,5315	28,374	9,458	8,95	16,86	-4,4E-08	-3,1E-08
17:25	8,95	16,86	3	0,2823	0,5315	28,374	9,458	8,95	16,86	-4,4E-08	-3,1E-08
17:30	8,51	18,95	3	0,3281	0,7308	34,703	11,568	8,51	18,95	-2,2E-08	-6,5E-08
17:35	6,65	13,42	3	0,1378	0,2783	18,662	6,221	6,65	13,42	-1,8E-08	-4,6E-08
17:40	6,65	13,42	3	0,1378	0,2783	18,662	6,221	6,65	13,42	-1,8E-08	-4,6E-08
17:45	6,65	13,42	3	0,1378	0,2783	18,662	6,221	6,65	13,42	-1,8E-08	-4,6E-08
17:50	6,21	14,67	3	0,1443	0,3413	20,932	6,977	6,21	14,67	-7,7E-08	-2,0E-08
17:55	6,21	14,67	3	0,1443	0,3413	20,932	6,977	6,21	14,67	-7,7E-08	-2,0E-08
18:00	5,71	20,38	3	0,2321	0,8290	36,605	12,202	5,71	20,38	-2,3E-08	-3,4E-08
18:05	5,71	20,38	3	0,2321	0,8290	36,605	12,202	5,71	20,38	-2,3E-08	-3,4E-08
18:10	5,71	20,38	3	0,2321	0,8290	36,605	12,202	5,71	20,38	-2,3E-08	-3,4E-08
18:15	5,71	20,38	3	0,2321	0,8290	36,605	12,202	5,71	20,38	-2,3E-08	-3,4E-08
18:20	6,75	37,23	3	0,6455	3,6335	86,055	28,685	6,75	37,23	-6,6E-09	-6,0E-09
18:25	6,75	37,23	3	0,6455	3,6335	86,055	28,685	6,75	37,23	-6,6E-09	-6,0E-09
18:30	6,75	37,23	3	0,6455	3,6335	86,055	28,685	6,75	37,23	-6,6E-09	-6,0E-09
18:35	4,68	29,23	3	0,3280	2,0530	63,144	21,048	4,68	29,23	-8,8E-09	-5,1E-08
18:40	4,68	29,23	3	0,3280	2,0530	63,144	21,048	4,68	29,23	-8,8E-09	-5,1E-08
18:45	2,92	32,27	3	0,2222	2,4647	68,536	22,845	2,92	32,27	-5,0E-09	-3,4E-08
18:50	2,92	26,91	3	0,1754	1,6187	54,126	18,042	2,92	26,91	-2,0E-09	-4,5E-08
18:55	2,92	26,91	3	0,1754	1,6187	54,126	18,042	2,92	26,91	-2,0E-09	-4,5E-08
19:00	2,67	28,07	3	0,1695	1,7832	57,143	19,048	2,67	28,07	-4,4E-09	-5,2E-09
19:05	3,37	20,59	3	0,1305	0,7979	34,885	11,628	3,37	20,59	-2,8E-08	-5,9E-08
19:10	3,37	20,59	3	0,1305	0,7979	34,885	11,628	3,37	20,59	-2,8E-08	-5,9E-08
19:15	3,27	16,53	3	0,0851	0,4306	23,436	7,812	3,27	16,53	-3,6E-08	-7,4E-08
19:20	3,27	16,53	3	0,0851	0,4306	23,436	7,812	3,27	16,53	-3,6E-08	-7,4E-08
19:25	3,27	16,53	3	0,0851	0,4306	23,436	7,812	3,27	16,53	-3,6E-08	-7,4E-08
19:30	3,27	16,53	3	0,0851	0,4306	23,436	7,812	3,27	16,53	-3,6E-08	-7,4E-08

**ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS**

Considerando la Operación Simultánea de NA=3 Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KaData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	Estado			E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
19:35	2,42	15,97	3	0,0583	0,3844	21,662	7,221	2,42	15,97	-2,3E-08	-5,9E-08
19:40	2,42	15,97	3	0,0583	0,3844	21,662	7,221	2,42	15,97	-2,3E-08	-5,9E-08
19:45	1,86	11,17	3	0,0284	0,1707	13,754	4,585	1,86	11,17	-2,6E-09	-1,6E-08
19:50	1,86	11,17	3	0,0284	0,1707	13,754	4,585	1,86	11,17	-2,6E-09	-1,6E-08
19:55	1,86	11,17	3	0,0284	0,1707	13,754	4,585	1,86	11,17	-2,6E-09	-1,6E-08
20:00	1,86	11,17	3	0,0284	0,1707	13,754	4,585	1,86	11,17	-2,6E-09	-1,6E-08

# Anexo 8.2

## Estado Estacionario; 2 Ascensores en Operación Simultánea

### ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS

Considerando la Operación Simultánea de NA=2 Ascensores

Tiempo tt	KdData <sub>tt</sub> (FMP)	KdData <sub>tt</sub> (FMP)	Estado Estacionario				E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	Δ*a	Δ*d	Ascenso			Descenso	Ascenso	Descenso	
8:00	5,71	1,76	2	0,1084	0,0334	11,394	5,697	5,71	1,76	-5,9E-08	-1,8E-08	
8:05	5,71	1,76	2	0,1084	0,0334	11,394	5,697	5,71	1,76	-5,9E-08	-1,8E-08	
8:10	5,71	1,76	2	0,1084	0,0334	11,394	5,697	5,71	1,76	-5,9E-08	-1,8E-08	
8:15	5,71	1,76	2	0,1084	0,0334	11,394	5,697	5,71	1,76	-5,9E-08	-1,8E-08	
8:20	10,25	2,51	2	0,3605	0,0884	21,109	10,555	10,25	2,51	-1,4E-08	-2,7E-08	
8:25	10,25	2,51	2	0,3605	0,0884	21,109	10,555	10,25	2,51	-1,4E-08	-2,7E-08	
8:30	11,32	3,13	2	0,4810	0,1332	25,494	12,747	11,32	3,13	-2,0E-08	-1,5E-08	
8:35	11,32	3,13	2	0,4810	0,1332	25,494	12,747	11,32	3,13	-2,0E-08	-1,5E-08	
8:40	11,32	3,13	2	0,4810	0,1332	25,494	12,747	11,32	3,13	-2,0E-08	-1,5E-08	
8:45	11,32	3,13	2	0,4810	0,1332	25,494	12,747	11,32	3,13	-2,0E-08	-1,5E-08	
8:50	15,94	2,11	2	1,2014	0,1587	45,231	22,615	15,94	2,11	-2,4E-08	-1,3E-08	
8:55	15,94	2,11	2	1,2014	0,1587	45,231	22,615	15,94	2,11	-2,4E-08	-1,3E-08	
9:00	17,25	4,55	2	1,6163	0,4259	56,213	28,107	17,25	4,55	-1,3E-08	-1,0E-08	
9:05	17,25	4,55	2	1,6163	0,4259	56,213	28,107	17,25	4,55	-1,3E-08	-1,0E-08	
9:10	17,25	4,55	2	1,6163	0,4259	56,213	28,107	17,25	4,55	-1,3E-08	-1,0E-08	
9:15	23,27	2,84	2	3,0041	0,3634	76,807	38,404	23,27	2,84	-1,2E-08	-6,3E-10	
9:20	23,27	2,84	2	3,0041	0,3634	76,807	38,404	23,27	2,84	-1,2E-08	-6,3E-10	
9:25	23,27	2,84	2	3,0041	0,3634	76,807	38,404	23,27	2,84	-1,2E-08	-6,3E-10	
9:30	34,81	2,92	2	9,1841	0,5398	111,029	55,515	34,81	2,92	-2,5E-09	-5,7E-09	
9:35	34,81	2,92	2	9,1841	0,5398	111,029	55,515	34,81	2,92	-2,5E-09	-5,7E-09	
9:40	34,81	2,92	2	9,1841	0,5398	111,029	55,515	34,81	2,92	-2,5E-09	-5,7E-09	
9:45	44,60	5,93	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
9:50	44,60	5,93	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
9:55	44,60	5,93	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
10:00	41,81	8,50	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
10:05	42,06	7,34	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
10:10	42,06	7,34	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
10:15	44,96	8,83	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
10:20	44,96	8,83	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
10:25	44,96	8,83	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
10:30	30,50	8,48	2	7,2889	1,6318	115,364	57,682	30,50	8,48	-6,1E-09	-3,7E-09	
10:35	30,50	8,48	2	7,2889	1,6318	115,364	57,682	30,50	8,48	-6,1E-09	-3,7E-09	
10:40	30,50	8,48	2	7,2889	1,6318	115,364	57,682	30,50	8,48	-6,1E-09	-3,7E-09	
10:45	25,95	10,14	2	4,8540	1,7780	105,122	52,561	25,95	10,14	-1,0E-08	-1,6E-08	
10:50	25,95	10,14	2	4,8540	1,7780	105,122	52,561	25,95	10,14	-1,0E-08	-1,6E-08	
10:55	25,95	10,14	2	4,8540	1,7780	105,122	52,561	25,95	10,14	-1,0E-08	-1,6E-08	
11:00	24,00	11,30	2	4,2092	1,9091	101,277	50,638	24,00	11,30	-1,1E-08	-1,7E-08	
11:05	24,00	11,30	2	4,2092	1,9091	101,277	50,638	24,00	11,30	-1,1E-08	-1,7E-08	
11:10	16,22	20,74	2	2,7652	3,5842	101,742	50,871	16,22	20,74	-1,5E-08	-9,2E-09	
11:15	16,22	12,55	2	1,8716	1,4475	69,192	34,596	16,22	12,55	-9,9E-10	-2,8E-08	
11:20	16,22	12,55	2	1,8716	1,4475	69,192	34,596	16,22	12,55	-9,9E-10	-2,8E-08	
11:25	16,22	12,55	2	1,8716	1,4475	69,192	34,596	16,22	12,55	-9,9E-10	-2,8E-08	
11:30	13,09	10,21	2	0,9870	0,7699	45,235	22,617	13,09	10,21	-9,6E-09	-3,7E-10	
11:35	13,09	10,21	2	0,9870	0,7699	45,235	22,617	13,09	10,21	-9,6E-09	-3,7E-10	
11:40	13,09	10,21	2	0,9870	0,7699	45,235	22,617	13,09	10,21	-9,6E-09	-3,7E-10	
11:45	10,98	9,56	2	0,5833	0,5083	31,885	15,943	10,98	9,56	-1,8E-09	-3,4E-08	
11:50	10,98	9,56	2	0,5833	0,5083	31,885	15,943	10,98	9,56	-1,8E-09	-3,4E-08	
11:55	14,23	11,52	2	1,3050	1,0564	55,018	27,509	14,23	11,52	-4,9E-09	-1,2E-08	
12:00	14,23	11,52	2	1,3050	1,0564	55,018	27,509	14,23	11,52	-4,9E-09	-1,2E-08	
12:05	14,23	11,52	2	1,3050	1,0564	55,018	27,509	14,23	11,52	-4,9E-09	-1,2E-08	
12:10	14,23	11,52	2	1,3050	1,0564	55,018	27,509	14,23	11,52	-4,9E-09	-1,2E-08	
12:15	12,59	12,02	2	0,9591	0,9161	45,724	22,862	12,59	12,02	-3,4E-08	-2,3E-08	
12:20	12,59	12,02	2	0,9591	0,9161	45,724	22,862	12,59	12,02	-3,4E-08	-2,3E-08	
12:25	11,67	12,80	2	0,9028	0,9901	46,400	23,200	11,67	12,80	-1,4E-08	-7,3E-09	
12:30	11,67	12,80	2	0,9028	0,9901	46,400	23,200	11,67	12,80	-1,4E-08	-7,3E-09	
12:35	11,67	12,80	2	0,9028	0,9901	46,400	23,200	11,67	12,80	-1,4E-08	-7,3E-09	
12:40	11,87	27,39	2	2,2854	5,9933	115,328	57,664	11,87	27,39	-1,9E-08	-2,1E-08	
12:45	11,87	27,39	2	2,2854	5,9933	115,328	57,664	11,87	27,39	-1,9E-08	-2,1E-08	
12:50	11,87	27,39	2	2,2854	5,9933	115,328	57,664	11,87	27,39	-1,9E-08	-2,1E-08	
12:55	10,26	32,84	2	2,1945	12,7337	128,115	64,057	10,26	32,84	-5,5E-09	-9,1E-10	
13:00	10,26	32,84	2	2,1945	12,7337	128,115	64,057	10,26	32,84	-5,5E-09	-9,1E-10	
13:05	10,26	32,84	2	2,1945	12,7337	128,115	64,057	10,26	32,84	-5,5E-09	-9,1E-10	
13:10	14,05	45,95	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
13:15	14,05	45,95	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
13:20	14,05	45,95	2	-	-	-	-	-	-	-	-	
13:25	14,05	45,95	2	-	-	-	-	-	-	-	-	



**ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS**

Considerando la Operación Simultánea de NA=2 Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KaData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	NA	Estado Estacionario		E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
				$\Delta^*a$	$\Delta^*d$			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
13:30	13,55	36,13	2	-	-	-	-	-	-	-	-
13:35	13,55	36,13	2	-	-	-	-	-	-	-	-
13:40	14,72	36,45	2	-	-	-	-	-	-	-	-
13:45	14,72	36,45	2	-	-	-	-	-	-	-	-
13:50	14,72	36,45	2	-	-	-	-	-	-	-	-
13:55	15,52	26,75	2	<b>3,2559</b>	<b>6,5426</b>	124,351	<b>62,175</b>	15,52	26,75	-1,8E-08	-1,9E-08
14:00	15,52	26,75	2	<b>3,2559</b>	<b>6,5426</b>	124,351	<b>62,175</b>	15,52	26,75	-1,8E-08	-1,9E-08
14:05	15,52	26,75	2	<b>3,2559</b>	<b>6,5426</b>	124,351	<b>62,175</b>	15,52	26,75	-1,8E-08	-1,9E-08
14:10	20,18	23,85	2	<b>4,5081</b>	<b>5,6498</b>	127,537	<b>63,769</b>	20,18	23,85	-2,3E-08	-6,6E-09
14:15	20,18	23,85	2	<b>4,5081</b>	<b>5,6498</b>	127,537	<b>63,769</b>	20,18	23,85	-2,3E-08	-6,6E-09
14:20	20,18	23,85	2	<b>4,5081</b>	<b>5,6498</b>	127,537	<b>63,769</b>	20,18	23,85	-2,3E-08	-6,6E-09
14:25	27,39	19,20	2	<b>8,7545</b>	<b>4,7099</b>	138,783	<b>69,392</b>	27,39	19,20	-8,7E-09	-1,7E-08
14:30	27,39	19,20	2	<b>8,7545</b>	<b>4,7099</b>	138,783	<b>69,392</b>	27,39	19,20	-8,7E-09	-1,7E-08
14:35	25,76	17,01	2	<b>6,2044</b>	<b>3,6227</b>	125,255	<b>62,627</b>	25,76	17,01	-1,2E-08	-6,3E-09
14:40	25,76	17,01	2	<b>6,2044</b>	<b>3,6227</b>	125,255	<b>62,627</b>	25,76	17,01	-1,2E-08	-6,3E-09
14:45	25,76	17,01	2	<b>6,2044</b>	<b>3,6227</b>	125,255	<b>62,627</b>	25,76	17,01	-1,2E-08	-6,3E-09
14:50	25,76	17,01	2	<b>6,2044</b>	<b>3,6227</b>	125,255	<b>62,627</b>	25,76	17,01	-1,2E-08	-6,3E-09
14:55	32,98	14,07	2	<b>36,7211</b>	<b>3,3494</b>	140,874	<b>70,437</b>	32,98	14,07	-2,7E-10	-1,9E-08
15:00	32,98	14,07	2	<b>36,7211</b>	<b>3,3494</b>	140,874	<b>70,437</b>	32,98	14,07	-2,7E-10	-1,9E-08
15:05	32,98	14,07	2	<b>36,7211</b>	<b>3,3494</b>	140,874	<b>70,437</b>	32,98	14,07	-2,7E-10	-1,9E-08
15:10	28,16	19,13	2	<b>10,1250</b>	<b>4,8043</b>	141,487	<b>70,744</b>	28,16	19,13	-4,2E-09	-9,5E-09
15:15	28,16	19,13	2	<b>10,1250</b>	<b>4,8043</b>	141,487	<b>70,744</b>	28,16	19,13	-4,2E-09	-9,5E-09
15:20	18,86	10,39	2	<b>2,4365</b>	<b>1,3390</b>	77,307	<b>38,653</b>	18,86	10,39	-2,0E-08	-3,1E-08
15:25	18,86	10,39	2	<b>2,4365</b>	<b>1,3390</b>	77,307	<b>38,653</b>	18,86	10,39	-2,0E-08	-3,1E-08
15:30	18,86	10,39	2	<b>2,4365</b>	<b>1,3390</b>	77,307	<b>38,653</b>	18,86	10,39	-2,0E-08	-3,1E-08
15:35	18,86	10,39	2	<b>2,4365</b>	<b>1,3390</b>	77,307	<b>38,653</b>	18,86	10,39	-2,0E-08	-3,1E-08
15:40	9,69	9,69	2	<b>0,4168</b>	<b>0,4168</b>	25,818	<b>12,909</b>	9,69	9,69	-2,9E-08	-2,9E-08
15:45	9,69	9,69	2	<b>0,4168</b>	<b>0,4168</b>	25,818	<b>12,909</b>	9,69	9,69	-2,9E-08	-2,9E-08
15:50	13,88	13,71	2	<b>1,3381</b>	<b>1,3218</b>	57,850	<b>28,925</b>	13,88	13,71	-5,4E-09	-2,2E-08
15:55	13,88	13,71	2	<b>1,3381</b>	<b>1,3218</b>	57,850	<b>28,925</b>	13,88	13,71	-5,4E-09	-2,2E-08
16:00	13,88	13,71	2	<b>1,3381</b>	<b>1,3218</b>	57,850	<b>28,925</b>	13,88	13,71	-5,4E-09	-2,2E-08
16:05	13,88	13,71	2	<b>1,3381</b>	<b>1,3218</b>	57,850	<b>28,925</b>	13,88	13,71	-5,4E-09	-2,2E-08
16:10	13,05	10,23	2	<b>0,9803</b>	<b>0,7684</b>	45,056	<b>22,528</b>	13,05	10,23	-3,1E-08	-8,0E-10
16:15	13,05	10,23	2	<b>0,9803</b>	<b>0,7684</b>	45,056	<b>22,528</b>	13,05	10,23	-3,1E-08	-8,0E-10
16:20	11,08	9,67	2	<b>0,6017</b>	<b>0,5250</b>	32,585	<b>16,293</b>	11,08	9,67	-3,8E-08	-2,0E-08
16:25	11,08	9,67	2	<b>0,6017</b>	<b>0,5250</b>	32,585	<b>16,293</b>	11,08	9,67	-3,8E-08	-2,0E-08
16:30	11,08	9,67	2	<b>0,6017</b>	<b>0,5250</b>	32,585	<b>16,293</b>	11,08	9,67	-3,8E-08	-2,0E-08
16:35	8,66	11,48	2	<b>0,4792</b>	<b>0,6355</b>	33,214	<b>16,607</b>	8,66	11,48	-2,8E-08	-3,2E-08
16:40	8,66	11,48	2	<b>0,4792</b>	<b>0,6355</b>	33,214	<b>16,607</b>	8,66	11,48	-2,8E-08	-3,2E-08
16:45	8,66	11,48	2	<b>0,4792</b>	<b>0,6355</b>	33,214	<b>16,607</b>	8,66	11,48	-2,8E-08	-3,2E-08
16:50	8,66	11,48	2	<b>0,4792</b>	<b>0,6355</b>	33,214	<b>16,607</b>	8,66	11,48	-2,8E-08	-3,2E-08
16:55	9,20	11,74	2	<b>0,5443</b>	<b>0,6946</b>	35,491	<b>17,745</b>	9,20	11,74	-7,5E-09	-3,4E-08
17:00	9,20	11,74	2	<b>0,5443</b>	<b>0,6946</b>	35,491	<b>17,745</b>	9,20	11,74	-7,5E-09	-3,4E-08
17:05	9,20	13,15	2	<b>0,6693</b>	<b>0,9568</b>	43,641	<b>21,821</b>	9,20	13,15	-2,9E-08	-1,8E-08
17:10	9,20	13,15	2	<b>0,6693</b>	<b>0,9568</b>	43,641	<b>21,821</b>	9,20	13,15	-2,9E-08	-1,8E-08
17:15	9,20	13,15	2	<b>0,6693</b>	<b>0,9568</b>	43,641	<b>21,821</b>	9,20	13,15	-2,9E-08	-1,8E-08
17:20	8,95	16,86	2	<b>0,9547</b>	<b>1,7981</b>	63,970	<b>31,985</b>	8,95	16,86	-1,6E-08	-2,3E-08
17:25	8,95	16,86	2	<b>0,9547</b>	<b>1,7981</b>	63,970	<b>31,985</b>	8,95	16,86	-1,6E-08	-2,3E-08
17:30	8,51	18,95	2	<b>1,0365</b>	<b>2,3133</b>	73,087	<b>36,543</b>	8,51	18,95	-1,8E-08	-3,9E-09
17:35	6,65	13,42	2	<b>0,4482</b>	<b>0,9051</b>	40,462	<b>20,231</b>	6,65	13,42	-1,8E-08	-1,9E-08
17:40	6,65	13,42	2	<b>0,4482</b>	<b>0,9051</b>	40,462	<b>20,231</b>	6,65	13,42	-1,8E-08	-1,9E-08
17:45	6,65	13,42	2	<b>0,4482</b>	<b>0,9051</b>	40,462	<b>20,231</b>	6,65	13,42	-1,8E-08	-1,9E-08
17:50	6,21	14,67	2	<b>0,4804</b>	<b>1,1361</b>	46,455	<b>23,227</b>	6,21	14,67	-2,3E-08	-2,3E-08
17:55	6,21	14,67	2	<b>0,4804</b>	<b>1,1361</b>	46,455	<b>23,227</b>	6,21	14,67	-2,3E-08	-2,3E-08
18:00	5,71	20,38	2	<b>0,6905</b>	<b>2,4740</b>	72,610	<b>36,305</b>	5,71	20,38	-3,4E-09	-1,1E-08
18:05	5,71	20,38	2	<b>0,6905</b>	<b>2,4740</b>	72,610	<b>36,305</b>	5,71	20,38	-3,4E-09	-1,1E-08
18:10	5,71	20,38	2	<b>0,6905</b>	<b>2,4740</b>	72,610	<b>36,305</b>	5,71	20,38	-3,4E-09	-1,1E-08
18:15	5,71	20,38	2	<b>0,6905</b>	<b>2,4740</b>	72,610	<b>36,305</b>	5,71	20,38	-3,4E-09	-1,1E-08
18:20	6,75	37,23	2	<b>1,4480</b>	<b>745,1332</b>	128,789	<b>64,394</b>	6,75	37,23	-5,4E-03	-1,4E-02
18:25	6,75	37,23	2	<b>1,4480</b>	<b>745,1332</b>	128,789	<b>64,394</b>	6,75	37,23	-5,4E-03	-1,4E-02
18:30	6,75	37,23	2	<b>1,4480</b>	<b>745,1332</b>	128,789	<b>64,394</b>	6,75	37,23	-5,4E-03	-1,4E-02
18:35	4,68	29,23	2	<b>0,7826</b>	<b>5,3648</b>	100,431	<b>50,216</b>	4,68	29,23	-9,1E-09	-1,1E-08
18:40	4,68	29,23	2	<b>0,7826</b>	<b>5,3648</b>	100,431	<b>50,216</b>	4,68	29,23	-9,1E-09	-1,1E-08
18:45	2,92	32,27	2	<b>0,5069</b>	<b>6,6784</b>	104,256	<b>52,128</b>	2,92	32,27	-1,5E-09	-5,9E-09
18:50	2,92	26,91	2	<b>0,4316</b>	<b>4,1234</b>	88,773	<b>44,387</b>	2,92	26,91	-4,3E-09	-2,2E-08
18:55	2,92	26,91	2	<b>0,4316</b>	<b>4,1234</b>	88,773	<b>44,387</b>	2,92	26,91	-4,3E-09	-2,2E-08
19:00	2,67	28,07	2	<b>0,4078</b>	<b>4,5071</b>	91,651	<b>45,825</b>	2,67	28,07	-2,4E-09	-3,4E-08
19:05	3,37	20,59	2	<b>0,3823</b>	<b>2,3421</b>	68,115	<b>34,058</b>	3,37	20,59	-1,4E-09	-3,7E-08
19:10	3,37	20,59	2	<b>0,3823</b>	<b>2,3421</b>	68,115	<b>34,058</b>	3,37	20,59	-1,4E-09	-3,7E-08
19:15	3,27	16,53	2	<b>0,2738</b>	<b>1,3850</b>	50,254	<b>25,127</b>	3,27	16,53	-1,5E-08	-8,2E-09
19:20	3,27	16,53	2	<b>0,2738</b>	<b>1,3850</b>	50,254	<b>25,127</b>	3,27	16,53	-1,5E-08	-8,2E-09
19:25	3,27	16,53	2	<b>0,2738</b>	<b>1,3850</b>	50,254	<b>25,127</b>	3,27	16,53	-1,5E-08	-8,2E-09
19:30	3,27	16,53	2	<b>0,2738</b>	<b>1,3850</b>	50,254	<b>25,127</b>	3,27	16,53	-1,5E-08	-8,2E-09

**ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS**

Considerando la Operación Simultánea de NA=2 Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KdData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	Estado Estacionario			E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
19:35	2,42	15,97	2	0,1855	1,2235	45,966	22,983	2,42	15,97	-6,9E-10	-3,6E-08
19:40	2,42	15,97	2	0,1855	1,2235	45,966	22,983	2,42	15,97	-6,9E-10	-3,6E-08
19:45	1,86	11,17	2	0,0733	0,4406	23,664	11,832	1,86	11,17	-1,3E-08	-5,1E-08
19:50	1,86	11,17	2	0,0733	0,4406	23,664	11,832	1,86	11,17	-1,3E-08	-5,1E-08
19:55	1,86	11,17	2	0,0733	0,4406	23,664	11,832	1,86	11,17	-1,3E-08	-5,1E-08
20:00	1,86	11,17	2	0,0733	0,4406	23,664	11,832	1,86	11,17	-1,3E-08	-5,1E-08

Las casillas sin valor reflejan que la capacidad provista por 2 ascensores es insuficiente

# Anexo 8.3

## Estado Estacionario; Un Único Ascensor en Operación

### ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS

Considerando la Operación Simultánea de NA=1 Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KzData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	Estado Estacionario			E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
8:00	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:05	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:10	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:15	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:20	10,25	2,51	1	2,4478	0,5984	71,472	71,472	10,25	2,51	-1,6E-05	-4,1E-06
8:25	10,25	2,51	1	2,4478	0,5984	71,472	71,472	10,25	2,51	-1,6E-05	-4,1E-06
8:30	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:35	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:40	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:45	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:50	15,94	2,11	1	6,8257	0,7494	106,807	106,807	15,94	2,11	-6,7E-06	-1,3E-06
8:55	15,94	2,11	1	6,8257	0,7494	106,807	106,807	15,94	2,11	-6,7E-06	-1,3E-06
9:00	17,25	4,55	1	19,0416	1,9586	129,145	129,145	17,25	4,55	-7,4E-07	-2,3E-06
9:05	17,25	4,55	1	19,0416	1,9586	129,145	129,145	17,25	4,55	-7,4E-07	-2,3E-06
9:10	17,25	4,55	1	19,0416	1,9586	129,145	129,145	17,25	4,55	-7,4E-07	-2,3E-06
9:15	23,27	2,84	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:20	23,27	2,84	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:25	23,27	2,84	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:30	34,81	2,92	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:35	34,81	2,92	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:40	34,81	2,92	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:45	44,60	5,93	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:50	44,60	5,93	1	-	-	-	-	-	-	-	-
9:55	44,60	5,93	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:00	41,81	8,50	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:05	42,06	7,34	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:10	42,06	7,34	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:15	44,96	8,83	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:20	44,96	8,83	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:25	44,96	8,83	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:30	30,50	8,48	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:35	30,50	8,48	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:40	30,50	8,48	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:45	25,95	10,14	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:50	25,95	10,14	1	-	-	-	-	-	-	-	-
10:55	25,95	10,14	1	-	-	-	-	-	-	-	-
11:00	24,00	11,30	1	-	-	-	-	-	-	-	-
11:05	24,00	11,30	1	-	-	-	-	-	-	-	-
11:10	16,22	20,74	1	-	-	-	-	-	-	-	-
11:15	16,22	12,55	1	-	-	-	-	-	-	-	-
11:20	16,22	12,55	1	-	-	-	-	-	-	-	-
11:25	16,22	12,55	1	-	-	-	-	-	-	-	-
11:30	13,09	10,21	1	7,7309	5,0739	138,096	138,096	13,09	10,21	-4,9E-06	-3,7E-06
11:35	13,09	10,21	1	7,7309	5,0739	138,096	138,096	13,09	10,21	-4,9E-06	-3,7E-06
11:40	13,09	10,21	1	7,7309	5,0739	138,096	138,096	13,09	10,21	-4,9E-06	-3,7E-06
11:45	10,98	9,56	1	4,4453	3,7865	115,903	115,903	10,98	9,56	-1,1E-05	-7,8E-06
11:50	10,98	9,56	1	4,4453	3,7865	115,903	115,903	10,98	9,56	-1,1E-05	-7,8E-06
11:55	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:00	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:05	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:10	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:15	12,59	12,02	1	8,0382	7,2584	146,069	146,069	12,59	12,02	-1,1E-06	-3,3E-06
12:20	12,59	12,02	1	8,0382	7,2584	146,069	146,069	12,59	12,02	-1,1E-06	-3,3E-06
12:25	11,67	12,80	1	6,8048	8,3147	145,568	145,568	11,67	12,80	-6,3E-06	-3,4E-06
12:30	11,67	12,80	1	6,8048	8,3147	145,568	145,568	11,67	12,80	-6,3E-06	-3,4E-06
12:35	11,67	12,80	1	6,8048	8,3147	145,568	145,568	11,67	12,80	-6,3E-06	-3,4E-06
12:40	11,87	27,39	1	-	-	-	-	-	-	-	-
12:45	11,87	27,39	1	-	-	-	-	-	-	-	-
12:50	11,87	27,39	1	-	-	-	-	-	-	-	-
12:55	10,26	32,84	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:00	10,26	32,84	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:05	10,26	32,84	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:10	14,05	45,95	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:15	14,05	45,95	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:20	14,05	45,95	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:25	14,05	45,95	1	-	-	-	-	-	-	-	-

ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS

Considerando la Operación Simultánea de NA=1 Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KzData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	NA	Estado Estacionario		E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
				Δ*a	Δ*d			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
13:30	13,55	36,13	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:35	13,55	36,13	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:40	14,72	36,45	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:45	14,72	36,45	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:50	14,72	36,45	1	-	-	-	-	-	-	-	-
13:55	15,52	26,75	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:00	15,52	26,75	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:05	15,52	26,75	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:10	20,18	23,85	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:15	20,18	23,85	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:20	20,18	23,85	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:25	27,39	19,20	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:30	27,39	19,20	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:35	25,76	17,01	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:40	25,76	17,01	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:45	25,76	17,01	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:50	25,76	17,01	1	-	-	-	-	-	-	-	-
14:55	32,98	14,07	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:00	32,98	14,07	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:05	32,98	14,07	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:10	28,16	19,13	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:15	28,16	19,13	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:20	18,86	10,39	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:25	18,86	10,39	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:30	18,86	10,39	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:35	18,86	10,39	1	-	-	-	-	-	-	-	-
15:40	9,69	9,69	1	<b>3,4269</b>	<b>3,4269</b>	104,486	<b>104,486</b>	9,69	9,69	-4,7E-06	-4,7E-06
15:45	9,69	9,69	1	<b>3,4269</b>	<b>3,4269</b>	104,486	<b>104,486</b>	9,69	9,69	-4,7E-06	-4,7E-06
15:50	13,88	13,71	1	<b>41,2720</b>	<b>30,5283</b>	168,088	<b>168,088</b>	13,88	13,71	-5,6E-06	-1,8E-04
15:55	13,88	13,71	1	<b>41,2720</b>	<b>30,5283</b>	168,088	<b>168,088</b>	13,88	13,71	-5,6E-06	-1,8E-04
16:00	13,88	13,71	1	<b>41,2720</b>	<b>30,5283</b>	168,088	<b>168,088</b>	13,88	13,71	-5,6E-06	-1,8E-04
16:05	13,88	13,71	1	<b>41,2720</b>	<b>30,5283</b>	168,088	<b>168,088</b>	13,88	13,71	-5,6E-06	-1,8E-04
16:10	13,05	10,23	1	<b>7,6634</b>	<b>5,0798</b>	137,939	<b>137,939</b>	13,05	10,23	-1,5E-06	-7,6E-06
16:15	13,05	10,23	1	<b>7,6634</b>	<b>5,0798</b>	137,939	<b>137,939</b>	13,05	10,23	-1,5E-06	-7,6E-06
16:20	11,08	9,67	1	<b>4,5723</b>	<b>3,8911</b>	117,470	<b>117,470</b>	11,08	9,67	-7,9E-06	-1,6E-05
16:25	11,08	9,67	1	<b>4,5723</b>	<b>3,8911</b>	117,470	<b>117,470</b>	11,08	9,67	-7,9E-06	-1,6E-05
16:30	11,08	9,67	1	<b>4,5723</b>	<b>3,8911</b>	117,470	<b>117,470</b>	11,08	9,67	-7,9E-06	-1,6E-05
16:35	8,66	11,48	1	<b>3,3590</b>	<b>4,6426</b>	114,759	<b>114,759</b>	8,66	11,48	-4,9E-06	-6,7E-06
16:40	8,66	11,48	1	<b>3,3590</b>	<b>4,6426</b>	114,759	<b>114,759</b>	8,66	11,48	-4,9E-06	-6,7E-06
16:45	8,66	11,48	1	<b>3,3590</b>	<b>4,6426</b>	114,759	<b>114,759</b>	8,66	11,48	-4,9E-06	-6,7E-06
16:50	8,66	11,48	1	<b>3,3590</b>	<b>4,6426</b>	114,759	<b>114,759</b>	8,66	11,48	-4,9E-06	-6,7E-06
16:55	9,20	11,74	1	<b>3,7830</b>	<b>5,0894</b>	120,363	<b>120,363</b>	9,20	11,74	-1,5E-05	-1,7E-06
17:00	9,20	11,74	1	<b>3,7830</b>	<b>5,0894</b>	120,363	<b>120,363</b>	9,20	11,74	-1,5E-05	-1,7E-06
17:05	9,20	13,15	1	<b>4,2030</b>	<b>7,0879</b>	131,928	<b>131,928</b>	9,20	13,15	-3,2E-06	-5,8E-06
17:10	9,20	13,15	1	<b>4,2030</b>	<b>7,0879</b>	131,928	<b>131,928</b>	9,20	13,15	-3,2E-06	-5,8E-06
17:15	9,20	13,15	1	<b>4,2030</b>	<b>7,0879</b>	131,928	<b>131,928</b>	9,20	13,15	-3,2E-06	-5,8E-06
17:20	8,95	16,86	1	-	-	-	-	-	-	-	-
17:25	8,95	16,86	1	-	-	-	-	-	-	-	-
17:30	8,51	18,95	1	-	-	-	-	-	-	-	-
17:35	6,65	13,42	1	<b>2,6188</b>	<b>5,9962</b>	117,724	<b>117,724</b>	6,65	13,42	-8,8E-07	-1,1E-06
17:40	6,65	13,42	1	<b>2,6188</b>	<b>5,9962</b>	117,724	<b>117,724</b>	6,65	13,42	-8,8E-07	-1,1E-06
17:45	6,65	13,42	1	<b>2,6188</b>	<b>5,9962</b>	117,724	<b>117,724</b>	6,65	13,42	-8,8E-07	-1,1E-06
17:50	6,21	14,67	1	<b>2,5697</b>	<b>7,8139</b>	123,782	<b>123,782</b>	6,21	14,67	-4,1E-06	-6,2E-06
17:55	6,21	14,67	1	<b>2,5697</b>	<b>7,8139</b>	123,782	<b>123,782</b>	6,21	14,67	-4,1E-06	-6,2E-06
18:00	5,71	20,38	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:05	5,71	20,38	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:10	5,71	20,38	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:15	5,71	20,38	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:20	6,75	37,23	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:25	6,75	37,23	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:30	6,75	37,23	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:35	4,68	29,23	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:40	4,68	29,23	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:45	2,92	32,27	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:50	2,92	26,91	1	-	-	-	-	-	-	-	-
18:55	2,92	26,91	1	-	-	-	-	-	-	-	-
19:00	2,67	28,07	1	-	-	-	-	-	-	-	-
19:05	3,37	20,59	1	-	-	-	-	-	-	-	-
19:10	3,37	20,59	1	-	-	-	-	-	-	-	-
19:15	3,27	16,53	1	<b>1,2760</b>	<b>9,2380</b>	117,111	<b>117,111</b>	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06
19:20	3,27	16,53	1	<b>1,2760</b>	<b>9,2380</b>	117,111	<b>117,111</b>	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06
19:25	3,27	16,53	1	<b>1,2760</b>	<b>9,2380</b>	117,111	<b>117,111</b>	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06
19:30	3,27	16,53	1	<b>1,2760</b>	<b>9,2380</b>	117,111	<b>117,111</b>	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06

**ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS**

Considerando la Operación Simultánea de NA=1 Ascensores

Tiempo	KzData <i>tt</i>	KdData <i>tt</i>	Estado			E[RTT-tilde]	Intervalo	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
<b>19:35</b>	2,42	15,97	1	<b>0,8786</b>	<b>7,1101</b>	108,832	<b>108,832</b>	2,42	15,97	-4,4E-06	-4,6E-07
<b>19:40</b>	2,42	15,97	1	<b>0,8786</b>	<b>7,1101</b>	108,832	<b>108,832</b>	2,42	15,97	-4,4E-06	-4,6E-07
<b>19:45</b>	1,86	11,17	1	<b>0,4677</b>	<b>2,8301</b>	75,538	<b>75,538</b>	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06
<b>19:50</b>	1,86	11,17	1	<b>0,4677</b>	<b>2,8301</b>	75,538	<b>75,538</b>	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06
<b>19:55</b>	1,86	11,17	1	<b>0,4677</b>	<b>2,8301</b>	75,538	<b>75,538</b>	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06
<b>20:00</b>	1,86	11,17	1	<b>0,4677</b>	<b>2,8301</b>	75,538	<b>75,538</b>	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06

Las casillas sin valor reflejan que la capacidad provista por 1 ascensor es insuficiente

# Anexo 8.4

## Estado Estacionario; Operación con el Número Mínimo de Ascensores

### ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS

Considerando la Operación con el Número Mínimo de Ascensores

Tiempo	KaDatatt (FMP)	KdDatatt (FMP)	Estado Estacionario			E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	Δ*a	Δ*d			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
8:00	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:05	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:10	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:15	5,71	1,76	1	0,5005	0,1541	26,299	26,299	5,71	1,76	-1,3E-08	-2,9E-10
8:20	10,25	2,51	1	2,4478	0,5984	71,472	71,472	10,25	2,51	-1,6E-05	-4,1E-06
8:25	10,25	2,51	1	2,4478	0,5984	71,472	71,472	10,25	2,51	-1,6E-05	-4,1E-06
8:30	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:35	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:40	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:45	11,32	3,13	1	3,1562	0,8649	82,765	82,765	11,32	3,13	-2,5E-06	-4,4E-08
8:50	15,94	2,11	1	6,8257	0,7494	106,807	106,807	15,94	2,11	-6,7E-06	-1,3E-06
8:55	15,94	2,11	1	6,8257	0,7494	106,807	106,807	15,94	2,11	-6,7E-06	-1,3E-06
9:00	17,25	4,55	1	19,0416	1,9586	129,145	129,145	17,25	4,55	-7,4E-07	-2,3E-06
9:05	17,25	4,55	1	19,0416	1,9586	129,145	129,145	17,25	4,55	-7,4E-07	-2,3E-06
9:10	17,25	4,55	1	19,0416	1,9586	129,145	129,145	17,25	4,55	-7,4E-07	-2,3E-06
9:15	23,27	2,84	2	3,0041	0,3634	76,807	38,404	23,27	2,84	-1,2E-08	-6,3E-10
9:20	23,27	2,84	2	3,0041	0,3634	76,807	38,404	23,27	2,84	-1,2E-08	-6,3E-10
9:25	23,27	2,84	2	3,0041	0,3634	76,807	38,404	23,27	2,84	-1,2E-08	-6,3E-10
9:30	34,81	2,92	2	9,1841	0,5398	111,029	55,515	34,81	2,92	-2,5E-09	-5,7E-09
9:35	34,81	2,92	2	9,1841	0,5398	111,029	55,515	34,81	2,92	-2,5E-09	-5,7E-09
9:40	34,81	2,92	2	9,1841	0,5398	111,029	55,515	34,81	2,92	-2,5E-09	-5,7E-09
9:45	44,60	5,93	3	5,4605	0,6590	99,950	33,317	44,60	5,93	-1,8E-08	-5,8E-09
9:50	44,60	5,93	3	5,4605	0,6590	99,950	33,317	44,60	5,93	-1,8E-08	-5,8E-09
9:55	44,60	5,93	3	5,4605	0,6590	99,950	33,317	44,60	5,93	-1,8E-08	-5,8E-09
10:00	41,81	8,50	3	4,9269	0,9353	98,985	32,995	41,81	8,50	-2,8E-08	-1,7E-08
10:05	42,06	7,34	3	4,8607	0,7944	97,393	32,464	42,06	7,34	-4,7E-08	-1,5E-09
10:10	42,06	7,34	3	4,8607	0,7944	97,393	32,464	42,06	7,34	-4,7E-08	-1,5E-09
10:15	44,96	8,83	3	6,0532	1,0402	106,053	35,351	44,96	8,83	-1,2E-08	-8,9E-09
10:20	44,96	8,83	3	6,0532	1,0402	106,053	35,351	44,96	8,83	-1,2E-08	-8,9E-09
10:25	44,96	8,83	3	6,0532	1,0402	106,053	35,351	44,96	8,83	-1,2E-08	-8,9E-09
10:30	30,50	8,48	2	7,2889	1,6318	115,364	57,682	30,50	8,48	-6,1E-09	-3,7E-09
10:35	30,50	8,48	2	7,2889	1,6318	115,364	57,682	30,50	8,48	-6,1E-09	-3,7E-09
10:40	30,50	8,48	2	7,2889	1,6318	115,364	57,682	30,50	8,48	-6,1E-09	-3,7E-09
10:45	25,95	10,14	2	4,8540	1,7780	105,122	52,561	25,95	10,14	-1,0E-08	-1,6E-08
10:50	25,95	10,14	2	4,8540	1,7780	105,122	52,561	25,95	10,14	-1,0E-08	-1,6E-08
10:55	25,95	10,14	2	4,8540	1,7780	105,122	52,561	25,95	10,14	-1,0E-08	-1,6E-08
11:00	24,00	11,30	2	4,2092	1,9091	101,277	50,638	24,00	11,30	-1,1E-08	-1,7E-08
11:05	24,00	11,30	2	4,2092	1,9091	101,277	50,638	24,00	11,30	-1,1E-08	-1,7E-08
11:10	16,22	20,74	2	2,7652	3,5842	101,742	50,871	16,22	20,74	-1,5E-08	-9,2E-09
11:15	16,22	12,55	2	1,8716	1,4475	69,192	34,596	16,22	12,55	-9,9E-10	-2,8E-08
11:20	16,22	12,55	2	1,8716	1,4475	69,192	34,596	16,22	12,55	-9,9E-10	-2,8E-08
11:25	16,22	12,55	2	1,8716	1,4475	69,192	34,596	16,22	12,55	-9,9E-10	-2,8E-08
11:30	13,09	10,21	1	7,7309	5,0739	138,096	138,096	13,09	10,21	-4,9E-06	-3,7E-06
11:35	13,09	10,21	1	7,7309	5,0739	138,096	138,096	13,09	10,21	-4,9E-06	-3,7E-06
11:40	13,09	10,21	1	7,7309	5,0739	138,096	138,096	13,09	10,21	-4,9E-06	-3,7E-06
11:45	10,98	9,56	1	4,4453	3,7865	115,903	115,903	10,98	9,56	-1,1E-05	-7,8E-06
11:50	10,98	9,56	1	4,4453	3,7865	115,903	115,903	10,98	9,56	-1,1E-05	-7,8E-06
11:55	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:00	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:05	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:10	14,23	11,52	1	18,3902	7,6266	155,967	155,967	14,23	11,52	-2,4E-07	-2,9E-06
12:15	12,59	12,02	1	8,0382	7,2584	146,069	146,069	12,59	12,02	-1,1E-06	-3,3E-06
12:20	12,59	12,02	1	8,0382	7,2584	146,069	146,069	12,59	12,02	-1,1E-06	-3,3E-06
12:25	11,67	12,80	1	6,8048	8,3147	145,568	145,568	11,67	12,80	-6,3E-06	-3,4E-06
12:30	11,67	12,80	1	6,8048	8,3147	145,568	145,568	11,67	12,80	-6,3E-06	-3,4E-06
12:35	11,67	12,80	1	6,8048	8,3147	145,568	145,568	11,67	12,80	-6,3E-06	-3,4E-06
12:40	11,87	27,39	2	2,2854	5,9933	115,328	57,664	11,87	27,39	-1,9E-08	-2,1E-08
12:45	11,87	27,39	2	2,2854	5,9933	115,328	57,664	11,87	27,39	-1,9E-08	-2,1E-08
12:50	11,87	27,39	2	2,2854	5,9933	115,328	57,664	11,87	27,39	-1,9E-08	-2,1E-08
12:55	10,26	32,84	2	2,1945	12,7337	128,115	64,057	10,26	32,84	-5,5E-09	-9,1E-10
13:00	10,26	32,84	2	2,1945	12,7337	128,115	64,057	10,26	32,84	-5,5E-09	-9,1E-10
13:05	10,26	32,84	2	2,1945	12,7337	128,115	64,057	10,26	32,84	-5,5E-09	-9,1E-10

**ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS**

Considerando la Operación con el Número Mínimo de Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KzData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	Estado				E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	ERROR FMP (Real vs Data)			
			Estacionario		REAL FMP				Ascenso		Descenso	
			NA	Δ*a	Δ*d	Ascenso			Descenso	Ascenso	Descenso	
13:10	14.05	45.95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14.05	45.95	-1.6E-08	-2.3E-08	
13:15	14.05	45.95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14.05	45.95	-1.6E-08	-2.3E-08	
13:20	14.05	45.95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14.05	45.95	-1.6E-08	-2.3E-08	
13:25	14.05	45.95	3	1,8509	7,7975	118,480	39,493	14.05	45.95	-1.6E-08	-2.3E-08	
13:30	13.55	36.13	3	1,4352	3,9385	95,300	31,767	13.55	36.13	-5.7E-09	-2.9E-08	
13:35	13.55	36.13	3	1,4352	3,9385	95,300	31,767	13.55	36.13	-5.7E-09	-2.9E-08	
13:40	14.72	36.45	3	1,6061	4,1184	98,206	32,735	14.72	36.45	-6.3E-09	-4.8E-08	
13:45	14.72	36.45	3	1,6061	4,1184	98,206	32,735	14.72	36.45	-6.3E-09	-4.8E-08	
13:50	14.72	36.45	3	1,6061	4,1184	98,206	32,735	14.72	36.45	-6.3E-09	-4.8E-08	
13:55	15.52	26.75	2	3,2559	6,5426	124,351	62,175	15.52	26.75	-1.8E-08	-1.9E-08	
14:00	15.52	26.75	2	3,2559	6,5426	124,351	62,175	15.52	26.75	-1.8E-08	-1.9E-08	
14:05	15.52	26.75	2	3,2559	6,5426	124,351	62,175	15.52	26.75	-1.8E-08	-1.9E-08	
14:10	20.18	23.85	2	4,5081	5,6498	127,537	63,769	20.18	23.85	-2.3E-08	-6.6E-09	
14:15	20.18	23.85	2	4,5081	5,6498	127,537	63,769	20.18	23.85	-2.3E-08	-6.6E-09	
14:20	20.18	23.85	2	4,5081	5,6498	127,537	63,769	20.18	23.85	-2.3E-08	-6.6E-09	
14:25	27.39	19.20	2	8,7545	4,7099	138,783	69,392	27.39	19.20	-8.7E-09	-1.7E-08	
14:30	27.39	19.20	2	8,7545	4,7099	138,783	69,392	27.39	19.20	-8.7E-09	-1.7E-08	
14:35	25.76	17.01	2	6,2044	3,6227	125,255	62,627	25.76	17.01	-1.2E-08	-6.3E-09	
14:40	25.76	17.01	2	6,2044	3,6227	125,255	62,627	25.76	17.01	-1.2E-08	-6.3E-09	
14:45	25.76	17.01	2	6,2044	3,6227	125,255	62,627	25.76	17.01	-1.2E-08	-6.3E-09	
14:50	25.76	17.01	2	6,2044	3,6227	125,255	62,627	25.76	17.01	-1.2E-08	-6.3E-09	
14:55	32.98	14.07	2	36,7211	3,3494	140,874	70,437	32.98	14.07	-2.7E-10	-1.9E-08	
15:00	32.98	14.07	2	36,7211	3,3494	140,874	70,437	32.98	14.07	-2.7E-10	-1.9E-08	
15:05	32.98	14.07	2	36,7211	3,3494	140,874	70,437	32.98	14.07	-2.7E-10	-1.9E-08	
15:10	28.16	19.13	2	10,1250	4,8043	141,487	70,744	28.16	19.13	-4.2E-09	-9.5E-09	
15:15	28.16	19.13	2	10,1250	4,8043	141,487	70,744	28.16	19.13	-4.2E-09	-9.5E-09	
15:20	18.86	10.39	2	2,4365	1,3390	77,307	38,653	18.86	10.39	-2.0E-08	-3.1E-08	
15:25	18.86	10.39	2	2,4365	1,3390	77,307	38,653	18.86	10.39	-2.0E-08	-3.1E-08	
15:30	18.86	10.39	2	2,4365	1,3390	77,307	38,653	18.86	10.39	-2.0E-08	-3.1E-08	
15:35	18.86	10.39	2	2,4365	1,3390	77,307	38,653	18.86	10.39	-2.0E-08	-3.1E-08	
15:40	9.69	9.69	1	3,4269	3,4269	104,486	104,486	9.69	9.69	-4.7E-06	-4.7E-06	
15:45	9.69	9.69	1	3,4269	3,4269	104,486	104,486	9.69	9.69	-4.7E-06	-4.7E-06	
15:50	13.88	13.71	1	41,2720	30,5283	168,088	168,088	13.88	13.71	-5.6E-06	-1.8E-04	
15:55	13.88	13.71	1	41,2720	30,5283	168,088	168,088	13.88	13.71	-5.6E-06	-1.8E-04	
16:00	13.88	13.71	1	41,2720	30,5283	168,088	168,088	13.88	13.71	-5.6E-06	-1.8E-04	
16:05	13.88	13.71	1	41,2720	30,5283	168,088	168,088	13.88	13.71	-5.6E-06	-1.8E-04	
16:10	13.05	10.23	1	7,6634	5,0798	137,939	137,939	13.05	10.23	-1.5E-06	-7.6E-06	
16:15	13.05	10.23	1	7,6634	5,0798	137,939	137,939	13.05	10.23	-1.5E-06	-7.6E-06	
16:20	11.08	9.67	1	4,5723	3,8911	117,470	117,470	11.08	9.67	-7.9E-06	-1.6E-05	
16:25	11.08	9.67	1	4,5723	3,8911	117,470	117,470	11.08	9.67	-7.9E-06	-1.6E-05	
16:30	11.08	9.67	1	4,5723	3,8911	117,470	117,470	11.08	9.67	-7.9E-06	-1.6E-05	
16:35	8.66	11.48	1	3,3590	4,6426	114,759	114,759	8.66	11.48	-4.9E-06	-6.7E-06	
16:40	8.66	11.48	1	3,3590	4,6426	114,759	114,759	8.66	11.48	-4.9E-06	-6.7E-06	
16:45	8.66	11.48	1	3,3590	4,6426	114,759	114,759	8.66	11.48	-4.9E-06	-6.7E-06	
16:50	8.66	11.48	1	3,3590	4,6426	114,759	114,759	8.66	11.48	-4.9E-06	-6.7E-06	
16:55	9.20	11.74	1	3,7830	5,0894	120,363	120,363	9.20	11.74	-1.5E-05	-1.7E-06	
17:00	9.20	11.74	1	3,7830	5,0894	120,363	120,363	9.20	11.74	-1.5E-05	-1.7E-06	
17:05	9.20	13.15	1	4,2030	7,0879	131,928	131,928	9.20	13.15	-3.2E-06	-5.8E-06	
17:10	9.20	13.15	1	4,2030	7,0879	131,928	131,928	9.20	13.15	-3.2E-06	-5.8E-06	
17:15	9.20	13.15	1	4,2030	7,0879	131,928	131,928	9.20	13.15	-3.2E-06	-5.8E-06	
17:20	8.95	16.86	2	0,9547	1,7981	63,970	31,985	8.95	16.86	-1.6E-08	-2.3E-08	
17:25	8.95	16.86	2	0,9547	1,7981	63,970	31,985	8.95	16.86	-1.6E-08	-2.3E-08	
17:30	8.51	18.95	2	1,0365	2,3133	73,087	36,543	8.51	18.95	-1.8E-08	-3.9E-09	
17:35	6.65	13.42	1	2,6188	5,9962	117,724	117,724	6.65	13.42	-8.8E-07	-1.1E-06	
17:40	6.65	13.42	1	2,6188	5,9962	117,724	117,724	6.65	13.42	-8.8E-07	-1.1E-06	
17:45	6.65	13.42	1	2,6188	5,9962	117,724	117,724	6.65	13.42	-8.8E-07	-1.1E-06	
17:50	6.21	14.67	1	2,5697	7,8139	123,782	123,782	6.21	14.67	-4.1E-06	-6.2E-06	
17:55	6.21	14.67	1	2,5697	7,8139	123,782	123,782	6.21	14.67	-4.1E-06	-6.2E-06	
18:00	5.71	20.38	2	0,6905	2,4740	72,610	36,305	5.71	20.38	-3.4E-09	-1.1E-08	
18:05	5.71	20.38	2	0,6905	2,4740	72,610	36,305	5.71	20.38	-3.4E-09	-1.1E-08	
18:10	5.71	20.38	2	0,6905	2,4740	72,610	36,305	5.71	20.38	-3.4E-09	-1.1E-08	
18:15	5.71	20.38	2	0,6905	2,4740	72,610	36,305	5.71	20.38	-3.4E-09	-1.1E-08	
18:20	6.75	37.23	3	0,6455	3,6335	86,055	28,685	6.75	37.23	-6.6E-09	-6.0E-09	
18:25	6.75	37.23	3	0,6455	3,6335	86,055	28,685	6.75	37.23	-6.6E-09	-6.0E-09	
18:30	6.75	37.23	3	0,6455	3,6335	86,055	28,685	6.75	37.23	-6.6E-09	-6.0E-09	
18:35	4.68	29.23	2	0,7826	5,3648	100,431	50,216	4.68	29.23	-9.1E-09	-1.1E-08	
18:40	4.68	29.23	2	0,7826	5,3648	100,431	50,216	4.68	29.23	-9.1E-09	-1.1E-08	
18:45	2.92	32.27	2	0,5069	6,6784	104,256	52,128	2.92	32.27	-1.5E-09	-5.9E-09	
18:50	2.92	26.91	2	0,4316	4,1234	88,773	44,387	2.92	26.91	-4.3E-09	-2.2E-08	
18:55	2.92	26.91	2	0,4316	4,1234	88,773	44,387	2.92	26.91	-4.3E-09	-2.2E-08	
19:00	2.67	28.07	2	0,4078	4,5071	91,651	45,825	2.67	28.07	-2.4E-09	-3.4E-08	
19:05	3.37	20.59	2	0,3823	2,3421	68,115	34,058	3.37	20.59	-1.4E-09	-3.7E-08	
19:10	3.37	20.59	2	0,3823	2,3421	68,115	34,058	3.37	20.59	-1.4E-09	-3.7E-08	

**ESTADO ESTACIONARIO; RESULTADOS DETALLADOS**

Considerando la Operación con el Número Mínimo de Ascensores

Tiempo <i>t</i>	KdData <i>t</i> (FMP)	KdData <i>t</i> (FMP)	Estado Estacionario			E[RTT-tilde] (s)	Intervalo (s)	REAL FMP		ERROR FMP (Real vs Data)	
			NA	$\Delta^*a$	$\Delta^*d$			Ascenso	Descenso	Ascenso	Descenso
19:15	3,27	16,53	1	1,2760	9,2380	117,111	117,111	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06
19:20	3,27	16,53	1	1,2760	9,2380	117,111	117,111	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06
19:25	3,27	16,53	1	1,2760	9,2380	117,111	117,111	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06
19:30	3,27	16,53	1	1,2760	9,2380	117,111	117,111	3,27	16,53	-6,5E-06	-2,7E-06
19:35	2,42	15,97	1	0,8786	7,1101	108,832	108,832	2,42	15,97	-4,4E-06	-4,6E-07
19:40	2,42	15,97	1	0,8786	7,1101	108,832	108,832	2,42	15,97	-4,4E-06	-4,6E-07
19:45	1,86	11,17	1	0,4677	2,8301	75,538	75,538	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06
19:50	1,86	11,17	1	0,4677	2,8301	75,538	75,538	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06
19:55	1,86	11,17	1	0,4677	2,8301	75,538	75,538	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06
20:00	1,86	11,17	1	0,4677	2,8301	75,538	75,538	1,86	11,17	-3,2E-06	-9,0E-06



## Anexo 8.5

### Incidencia de las asimetrías de tráfico

En primer lugar retomando las expresiones que caracterizan al valor óptimo del porcentaje de contrapeso para los dos casos a que da lugar la condición de tráfico mixto:

$$\text{Para: } E[K_a] \geq E[K_d] \Rightarrow E[\sup\{X_i\}] \geq E[\sup\{Y_i\}]$$

$$\mu^* = E[K_d] \cdot \frac{1}{1 + \frac{E[K_d]}{E[K_a]} \cdot \frac{E[\sup\{X_i\}]}{E[\sup\{Y_i\}]}}$$

$$\text{Para: } E[K_a] < E[K_d] \Rightarrow E[\sup\{X_i\}] < E[\sup\{Y_i\}]$$

$$\mu^* = E[K_a] \cdot \frac{1}{1 + \frac{E[K_a]}{E[K_d]} \cdot \frac{E[\sup\{Y_i\}]}{E[\sup\{X_i\}]}}$$

Es así que asumiendo una aproximación para los valores esperados correspondientes al destino y origen más remotos:

$$E[\sup\{X_i\}] \approx N - \frac{N-1}{K_a+1}$$

$$E[\sup\{Y_i\}] \approx N - \frac{N-1}{K_d+1}$$

Donde se puede probar que para los valores tales que:  $N=10$  niveles,  $q_{\max}=8$  pasajeros, dicha aproximación implica un error inferior al 2% con respecto del verdadero valor; magnitud más que aceptable.

A continuación, reuniendo los dos casos anteriormente citados en una única expresión, además de las aproximaciones anteriormente expresadas, entonces:

$$\mu^* \approx \inf\{K_a; K_d\} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\inf\{K_a; K_d\}}{\sup\{K_a; K_d\}} \cdot \left(N - \frac{N-1}{\sup\{K_a; K_d\}+1}\right) \cdot \left(N - \frac{N-1}{\inf\{K_a; K_d\}+1}\right)^{-1}}$$

Lo que por simplificación algebraica resulta en:

$$\mu^* \approx \inf\{K_a; K_d\} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\inf\{K_a; K_d\}+1}{\sup\{K_a; K_d\}+1}}$$

Obteniendo sucesivamente las derivadas parciales con respecto primeramente del mínimo y posteriormente del máximo:

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial \inf\{K_a; K_d\}} \approx \frac{1}{[\sup\{K_a; K_d\} + \inf\{K_a; K_d\} + 2]^2} \cdot [(\sup\{K_a; K_d\} + 1) \cdot (\sup\{K_a; K_d\} + 2)]$$

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial \sup\{K_a; K_d\}} \approx \frac{1}{[\sup\{K_a; K_d\} + \inf\{K_a; K_d\} + 2]^2} \cdot [\inf\{K_a; K_d\} \cdot (\inf\{K_a; K_d\} + 1)]$$

Donde se observa en particular la dominancia del término correspondiente a la parcial del mínimo:

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial \inf\{K_a; K_d\}} > \frac{\partial \mu^*}{\partial \sup\{K_a; K_d\}}$$

Suponiendo sucesivamente que se mantiene un número de pasajeros transportado constante, tal que:

$$\sup\{K_a; K_d\} + \inf\{K_a; K_d\} = cste$$

E introduciendo una variable que caracterice la asimetría en el tráfico tal que:

$$gap = \sup\{K_a; K_d\} - \inf\{K_a; K_d\}$$

Entonces se tiene el sistema:

$$\begin{cases} \sup\{K_a; K_d\} + \inf\{K_a; K_d\} = cste \\ \sup\{K_a; K_d\} - \inf\{K_a; K_d\} = gap \end{cases}$$

Por lo que traducido en términos diferenciales se tiene:

$$\begin{cases} \Delta \sup\{K_a; K_d\} + \Delta \inf\{K_a; K_d\} = 0 \\ \Delta \sup\{K_a; K_d\} - \Delta \inf\{K_a; K_d\} = \Delta gap \end{cases}$$

Donde la solución implica:

$$\frac{\Delta gap}{2} = \Delta \max\{K_a; K_d\} = -\Delta \min\{K_a; K_d\}$$

A continuación inyectando lo anterior en la expresión de la diferencial total del porcentaje de contrapeso:

$$\Delta \mu^* = \frac{\partial \mu^*}{\partial \inf\{K_a; K_d\}} \Delta \inf\{K_a; K_d\} + \frac{\partial \mu^*}{\partial \sup\{K_a; K_d\}} \Delta \sup\{K_a; K_d\}$$

$$\begin{cases} \Delta \inf\{K_a; K_d\} = -\Delta \sup\{K_a; K_d\} \\ \frac{\Delta gap}{2} = \Delta \sup\{K_a; K_d\} = -\Delta \inf\{K_a; K_d\} \end{cases}$$

$$\Delta \mu^* = \frac{\partial \mu^*}{\partial \inf\{K_a; K_d\}} \cdot \left(-\frac{\Delta gap}{2}\right) + \frac{\partial \mu^*}{\partial \sup\{K_a; K_d\}} \cdot \left(\frac{\Delta gap}{2}\right)$$

$$\frac{\Delta \mu^*}{\Delta gap} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mu^*}{\partial \sup\{K_a; K_d\}} - \frac{\partial \mu^*}{\partial \inf\{K_a; K_d\}} \right)$$

Finalmente, en virtud de la dominancia del mínimo, tal que:

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial \inf\{K_a; K_d\}} > \frac{\partial \mu^*}{\partial \sup\{K_a; K_d\}}$$

En conclusión:

$$\frac{\Delta\mu^*}{\Delta gap} < 0$$

Lo que prueba formalmente que manteniendo constante el número de pasajeros transportados, las asimetrías en el tráfico caracterizadas por la variable *gap* impactan decreciendo el valor óptimo de contrapeso correspondiente a la carga máxima en cabina.

