

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
TRABAJO FIN DE GRADO

***DISEÑO DE UNA PLATFORMA FIJA TIPO
JACKET PARA UN AEROGENERADOR
OFFSHORE***

ANEXO 5- ECUACIONES EMPLEADAS EN COMSOL

Alumno: Valtierra Martinez, Endika

Director: Marcos Rodríguez, Iñaki

Curso: 2018-2019

Fecha: 19-JUNIO-2019

ÍNDICE ANEXO 5

1. INTRODUCCIÓN	1
2. ECUACIONES DEL MÓDULO DE FLUIDOS.....	1
3. ECUACIONES DEL MÓDULO DE MECANICA.....	2

1. INTRODUCCIÓN

El programa utilizado, COMSOL Multiphysics, es una potente herramienta informática capaz de resolver problemas multifísica, abarcando un amplio campo de físicas diferentes.

Por ello, se pretende explicar de manera resumida las ecuaciones empleadas por el programa según los módulos utilizados en la resolución de los modelos.

2. ECUACIONES DEL MÓDULO DE FLUIDOS

A continuación, se describe la formulación empleada para la implementación de la física de los fluidos, que hace referencia al flujo laminar del fluido impuesto en los modelos.

Se toma el fluido, ya sea el aire o el agua, como no compresible y se le añaden las condiciones de contorno de entrada y salida en el volumen de control. Para describir el comportamiento de flujo laminar se emplean las ecuaciones del fluido incompresible de Navier-Stokes. Las siguientes ecuaciones muestran la formulación vectorial utilizada para el cálculo del flujo laminar del fluido.

La incompresibilidad del fluido, junto con la conservación de la masa y la conservación del momento, dan lugar a las ecuaciones que describen el flujo laminar del fluido.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}] + \mathbf{F}$$

Donde

- ∇ : es la divergencia del fluido
- \mathbf{u} : es el vector de velocidad del fluido [m/s]
- ρ : es la densidad del fluido [kg/m³]
- p : es la presión del fluido [Pa]
- \mathbf{I} : es la matriz identidad
- \mathbf{F} : es el vector de fuerzas de volumen [N·m³]
- $\boldsymbol{\tau}$: es el tensor de tensiones viscosas [Pa]

$$\tau = 2\mu S - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot u)I$$

Donde

- μ : es la viscosidad dinámica del fluido [Pa·s]
- S : es el tensor de velocidad de deformación

$$S = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T)$$

Gracias a estas ecuaciones, el programa obtiene los valores de presión para los diferentes puntos de la malla del modelo, y los implementa en el módulo mecánico, para poder dar pie a un análisis de tensiones y deformaciones.

3. ECUACIONES DEL MÓDULO DE MECANICA

Por tratarse de un programa multifísica, una vez obtenidos los valores de presión en el volumen de la estructura, el módulo de mecánica realiza sus análisis en base a la segunda Ley de Newton, que puede formularse de la siguiente manera.

$$\nabla \cdot \sigma + Fv = \rho \frac{\partial u}{\partial t^2}$$

Al tratarse de un estado estacionario, la variable temporal desaparece de la ecuación.

$$\nabla \cdot \sigma + Fv = 0$$

Siendo,

- u : vector de desplazamiento
- Fv : fuerza por unidad de volumen
- ρ : densidad del material
- σ : tensión

Aplicando la conservación del equilibrio, las fuerzas y los momentos de las presiones generadas por el fluido (fuerzas exteriores), se igualan a las tensiones (fuerzas internas).

Básicamente, COMSOL realiza la siguiente ecuación para cada uno de los elementos de la malla generada.

$$\{F\} = [K]\{\delta\}$$

Siendo

- $\{F\}$: Conjunto de fuerzas y reacciones
- $[K]$: matriz de rigidez del sistema
- δ : vector de desplazamientos nodales