INTERPRETACION MODAL DE LA MECANICA CUANTICA

Yon PEREZ LARAUDOGOITIA

ABSTRACT

In this paper, we present a (propositional) modal-logic approximation to Quantum Mechanics from a reduced and characteristic number of "crucial experiments" and so independently of the lattice of subspaces of Hilbert space. Kripke's semantics, which determinates this system, allows to define, from a new point of view, the notions of "measurement process" and "virtual world" and admits a natural interpretation which in turn can help us to understand the measurement problem. In this way, we can attempt a "many-worlds" interpretation of Quantum Mechanics, in the way of Everett.

SUMARIO

1. Primera aproximación a la lógica cuántica.

Buscamos en el presente trabajo una aproximación lógica a la mecánica cuántica que pueda construirse independientemente del formalismo matemático de ésta; no obstante, es de esperar que su estructura refleje las características esenciales de la misma. Nuestro enfoque inicial será puramente axiomático; pero tendrán una interpretación física interesante los modelos semánticos asociados. La base sintáctica de las lógicas que hemos de considerar aquí constará siempre de:

1) un conjunto potencialmente infinito de variables proposicionales generales p, q, r, ..., que pueden tomar como valores, en principio, proposiciones cualesquiera;

2) un conjunto potencialmente infinito de variables proposicionales del primer tipo p_0, q_0, r_0, ..., sustituibles únicamente por proposiciones que afirman la observación (por parte de un experimentador) de un determinado resultado en el proceso de medida sobre un sistema cuántico;

3) los operadores monádicos $\sim$ (negación) y L (necesidad), junto con el diádico v (disyunción).

THEORIA - Segunda Época,
Año I (1985), N° 1, pp. 235-251.

La definición de fórmula bien formada (fbf) es recursiva, en la forma usual. Se introducen por definición:

D1) $\alpha \ \& \ \beta = \sim(\sim\alpha \vee \sim\beta)$

D2) $\alpha \rightarrow \beta = \sim\alpha \vee \beta$

D3) $M\alpha = \sim L\sim\alpha$

El primer sistema de lógica cuántica, que denominaremos T_F, contiene los siguientes axiomas:

A1) $(p \vee p) \rightarrow p$

A2) $q \rightarrow (p \vee q)$

A3) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

A4) $(q \vee r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (p \vee r))$

A5) $Lp \rightarrow p$

A6) $L(p \rightarrow q) \rightarrow (Lp \rightarrow Lq)$

A7) MLp_o

A8) $M\sim Lp_o$

y las siguientes reglas de transformación:

RT1) El resultado de sustituir uniformemente cualquier variable proposicional general de una tesis por una fbf es también una tesis.

RT1') El resultado de sustituir uniformemente cualquier variable proposicional del primer tipo (vp1t) de una tesis por cualquier vp1t es también una tesis.

RT2) Si α y $\alpha \rightarrow \beta$ son tesis, así lo es β.

RT3) Si α es tesis, así lo es $L\alpha$.

Fácilmente se observa que en A7) y A8) está concentrada la caracterización física más elemental de la teoría cuántica.

<u>Definición 1</u>: Modelo-T_F.

Se llamará así a una tripleta ordenada <MU, R, V>, donde MU es un conjunto (cuyos elementos serán llamados "mundos"), R una relación diádica reflexiva en MU y V una función:

$V: T_F \times MU \dashrightarrow \{0, 1\}$ (aquí T_F será el conjunto de las fbfs), que satisface las condiciones siguientes:

1) Para cualquier variable proposicional p (resp. vp1t p_o) y cualquier $mu_i \in MU$:

   o bien $V(p, mu_i)=1$, o bien $V(p, mu_i)=0$

   (resp. $V(p_o, mu_i)=1$, o $V(p_o, mu_i)=0$;

2) Para cualquier α y cualquier $mu_i \in MU$:

   $V(\sim\alpha, mu_i)=1$ si y sólo si $V(\alpha, mu_i)=0$;

3) Para cualesquiera α y β y cualquier $mu_i \in MU$:

   $V(\alpha v \beta, mu_i)=1$ si y sólo si $V(\alpha, mu_i)=1$ o $V(\beta, mu_i)=1$;

4) Para cualquier fbf α y cualquier $mu_i \in MU$:

   $V(L\alpha, mu_i)=1$ si y sólo si para todo $mu_j \in MU$, con $mu_i R mu_j$, $V(\alpha, mu_j)=1$;

5) Para cualquier vp1t p_o y cualquier $mu_i \in MU$:

   si $V(Lp_o, mu_i)=1$, entonces debe existir uno y sólo un $mu_j \in MU$ tal que $mu_i R mu_j$ y $V(Lp_o, mu_j)=0$;

6) Para todo vp1t p_o y $mu_i \in MU$:

   si $V(Lp_o, mu_i)=0$, entonces debe existir uno y sólo un $mu_j \in MU$ con $mu_i R mu_j$ y $V(Lp_o, mu_j)=1$.

<u>Definición 2</u>: Validez-T_F.

Una fbf α se dice válida-T_F si y sólo si $V(\alpha, mu_i)=1$ en todos los $mu_i \in MU$ de todo modelo T_F.

<u>Teorema 1</u>: Todo teorema de T_F es válido-T_F.

<u>Teorema 2</u>: T_F es completo respecto a los modelos-T_F.

La demostración del primer teorema es directa y sencilla. Para demostrar el segundo se puede apelar al método de diagramas semánticos de Kripke, pero el proceso es demasiado largo para reproducirlo aquí.

Definición 3: Proceso de medida genuino.

Se llama así a todo mundo mu_i de un modelo-T_F para el que existe al menos una vplt p_o con $V(p_o, mu_i)=1$ y $V(Lp_o, mu_i)=0$.

El sentido intuitivo de la definición es claro. En las condiciones indicadas no podemos asignar un estado definido al sistema a que hace referencia la vplt p_o: si estuviese en el autoestado correspondiente al valor medido, entonces se debería tener $V(Lp_o, mu_i)=1$ y si, por el contrario, estuviese en una superposición lineal de varios estados propios no conteniendo el autoestado a que hace referencia p_o, entonces $V(p_o, mu_i)=0$. Así, pues, en los "procesos de medida genuinos", no es posible caracterizar el sistema físico bajo consideración con un ket asociado; más bien corresponden a situaciones experimentales ligadas a una medición, donde obviamente tiene sentido hablar de un concreto resultado que, sin embargo, no estará necesariamente determinado. Realmente un mundo mu_j con $V(p_o, mu_j)=V(Lp_o, mu_j)=1$ puede corresponder a una medición, pero este aspecto de la cuestión no es problemático y no lo tendremos en cuenta.

Teorema 3: Mp_o es tesis de T_F, pero no $M{\sim}p_o$.

Demostración: Por A5) y RT1), $Lp_o \rightarrow p_o$, y como es una regla de inferencia derivada que si $\alpha \rightarrow \beta$ es tesis, así lo es $M\alpha \rightarrow M\beta$, resulta por tanto $MLp_o \rightarrow Mp_o$, y de A7) Mp_o. Si $M{\sim}p_o$ fuera tesis, lo sería también ${\sim}Lp_o$ y $L{\sim}Lp_o$, o sea ${\sim}Mp_o$ y T_F sería contradictorio (lo cual no es posible, pues los teoremas 1 y 2 garantizan la consistencia). Al decir que $M{\sim}p_o$ no es tesis, parece que estamos negando la posibilidad de proposiciones del tipo "el sistema h no tiene el valor e de la energía", pero ésto no es cierto pues T_F admite la posibilidad de estas posibilidades (como teorema, pues $M{\sim}Lp_o \leftrightarrow MM{\sim}p_o$). Decir que $M{\sim}p_o$ no es tesis significa más bien que no se da en todos los casos (ésto es, en todas las situaciones experimentales frente a las cuales nos podemos, en principio, encontrar) y tal cosa es plausible ya que, si fuera cierto, nunca podría ser necesariamente verdadero p_o y, por lo tanto, no sería jamás posible que lo fuese.

Sin embargo, ésto último es contraproducente, pues es fácil pensar en situaciones en las cuales el resultado de un proceso de medida (con observación) es necesariamente verdadero (a saber, todas aquéllas en las que medidas sucesivas reproducen siempre el mismo número), lo cual abre la puerta a esta posibilidad en todos los casos (y de paso justifica el axioma MLp_o). Por otro lado, si Mp_o es tesis, $L\sim p_o$ será falso en todos los mundos de todos los modelos-T_F y $ML\sim p_o$ no puede ser tesis, pero ésto es deseable pues, de lo contrario, y dado que, por A5), $L\sim p_o \rightarrow \sim p_o$, tendríamos, utilizando RT2), que $M\sim p_o$.

El sistema T_F de lógica cuántica expresa una característica muy general de la teoría, relacionada con el indeterminismo básico ligado al proceso de medida, lo cual es muy evidente desde el siguiente teorema:

Teorema 4: $M(p_o \rightarrow Lp_o)$ y $M(p_o \rightarrow \sim Lp_o)$ son tesis de T_F.

Demostración: De A8) y por el cálculo proposicional clásico, $Lp_o \rightarrow M\sim Lp_o$, y, como $M(p\rightarrow q) \leftrightarrow Lp\rightarrow Mq$ es una conocida tesis del sistema T de lógica modal, resulta $M(p_o \rightarrow \sim Lp_o)$. Y análogamente para A7).

2. La implementación de un axioma de unicidad.

Pero deseamos construir un sistema ampliado capaz de contener otra propiedad de la medida no específicamente cuántica, a saber, la unicidad del resultado. Veremos que con este paso es posible dar cuenta detallada de lo que es una medición y evitar las paradojas y dificultades de la interpretación ortodoxa.

Consideremos una variante de T_F, que denotaremos T_F*, y que se diferencia de aquél en dos aspectos:

A) En lo relativo a los axiomas, se añade como ampliación el siguiente:

A9) $\sim(p_o \ \& \ q_o)$;

B) Se sustituye la regla RT1') por la siguiente:

RT1'') El resultado de sustituir uniformemente cualquier vplt de una tesis por cualquier vplt es también una tesis siempre que, tras la sustitución, los lugares de la fbf en cuestión donde al principio existían vplt diferentes se transformen en lugares donde aparecen vplt diferentes (y, en general, diferentes de las primeras).

En otras palabras, el proceso de sustitución debe conservar la diferenciación de las vplt iniciales.

Se impone una reconsideración acerca de los símbolos sintácticos (específicamente vplt) en T_F*. Supondremos que el sistema completo, a través de sus afirmaciones, se refiere siempre al mismo objeto físico y además las vplt se refieren en todos los casos a una y la misma magnitud física definida sobre aquél. Como siempre, se considera que las vplt pueden tomar como valores proposiciones del estilo de "la partícula p tiene la energía e", pero ahora introducimos el requisito nuevo de que distintas vplt no puedan tomar nunca simultáneamente (en los mismos mundos de los mismos modelos) idéntico valor. Este hecho tiene un reflexo axiomático preciso en A9) y una contrapartida semántica en lo que luego llamaremos "regla v_a*". Por lo tanto, si la magnitud en cuestión del sistema que nos ocupa puede tomar n valores posibles, una lógica adecuada en nuestro presente sentido debe tener, a lo más, n vplt diferentes.

Definición 4: Modelo-T_F*.

Se llama así a un modelo-T_F implementado con la cláusula siguiente:

7) para todo mundo $mu_i \in MU$ en el modelo,
nunca puede haber más de una vplt p_0 tal que $V(p_0, mu_i)=1$,
ésto es, si $V(p_0, mu_i)=1$, entonces $V(q_0, mu_i)=0$
para toda q_0 distinta de p_0.

Además, se modifica el punto 5) de aquél sustituyendo:
"debe existir uno y sólo un" por
"debe existir al menos un"
y se impone, por fin, la condición adicional siguiente:

8) Las cláusulas 6) y v*lp nunca se aplicarán simultáneamente desde un mismo mu_i a un mismo mu_j
(donde v*lp es aquella parte de 4) que expresa:
"si $V(Lp_0, mu_i)=1$ y $mu_i R mu_j$ (con $mu_i \neq mu_j$), entonces $V(p_0, mu_j)=1$".

Definición 5: Validez-T_F*.

Una fbf α se dice válida-T_F* si y sólo si $V(\alpha, mu_i)=1$ en todos los mundos $mu_i \in MU$ se todo modelo T_F*.

Teorema 5: Toda tesis de T_F* es válida-T_F*.

Teorema 6: T_F* es completo respecto a los modelos-T_F*.

Estos resultados pueden obtenerse fácilmente con ligeras modificaciones en los teoremas 1 y 2.

Definición 6: Mundo virtual.

Se llama así a todo mu_j en un modelo-T_F* obtenido aplicando v*lp a un $mu_i \in MU$ con $mu_i R mu_j$.

La razón de esta terminología es clara. Las cláusulas 5) y 6) de la definición 4 traducen semánticamente axiomas de contenido netamente físico (empírico) dentro del sistema lógico, de forma que los mundos posibles a que dan lugar responden a necesidades de la teoría de aquella naturaleza; en cambio, un mu_j obtenido con la ayuda de v*lp debe su razón de ser en esencia a una regla semántica que refleja las características puramente lógicas de T_F* y que, lejos de dar información alguna acerca del aspecto del mundo que estamos estudiando proposicionalmente, está asociada con el significado con el que luego se ha de usar empíricamente el concepto de necesidad.

Para lo que sigue, supondremos que un estado del sistema cuántico bajo consideración en T_F* queda completamente especificado por el valor, en la medida, de una magnitud elegida (a la cual harán referencia todas las vplt de nuestra lógica). Así mismo, asumimos que las variables proposicionales generales pueden ser sustituidas por vplt o por proposiciones no empíricas, pero en este caso han de ser exclusivamente tesis de T_F*.

Esto supone que cada mundo contiene sólo dos tipos de información:

1) una lógica, asociada con el sistema, de cuya semántica forma parte;

2) otra física, asociada con el objeto sobre el que las medidas se realizan.

Con estos supuestos queda garantizado que un mundo cualquiera de los modelos-T_F* está determinado conociendo los valores de verdad en el mismo de todas las vplt y sus necessitations. Por lo tanto, será licito identificar dos de ellos cuando no difieran sobre este dominio.

Teorema 7: Todo mundo-virtual es un proceso de medida genuino.

Demostración: Sea mu_k tal que mu_i con $mu_i R mu_k$. Si mu_k es virtual (o sea, con $V(p_o, mu_k)=1$ para alguna vplt p_o), entonces. para alguno de los mu_i, $V(Lp_o, mu_i)=1$, y así $V(p_o, mu_i)=1$, con lo que $V(Lp_o, mu_k)=0$ (o, de lo contrario, $mu_i=mu_k$), y así mu_k es un proceso de medida genuino.

El inverso no se cumple, pero modificaremos nuestra semántica con el fin de que pueda ser derivado. Para ello, introducimos una condición adicional (llamada "condición de medida") que jugará un papel importante más adelante y que, junto con los axiomas físicos de T_F*, completa el conjunto de postulados con los que se construye el sistema definitivo de lógica cuántica.

Condición de medida: Toda aplicación de la cláusula 5) de la definición 4 conduce a un mundo-virtual, por lo menos.

Teorema 8: Todo proceso de medida genuino es un mundo-virtual.

Demostración: Supongamos:

$V(p_o,mu_k)=1$

$V(Lp_o,mu_k)=V(q_o,mu_k)=V(Lq_o,mu_k)=...=0$

Entonces, por 6) de la definición 4:

$\exists$ mu_j (único) con $mu_k R mu_j$ y

$V(Lp_o,mu_j)=V(p_o,mu_j)=1$

$V(Lq_o,mu_j)=V(q_o,mu_j)=...=0$

y sobre él se puede aplicar 5) de la definición 4, en general, varias veces.

Son inmediatas algunas consecuencias sobre el sentido y el alcance de la condición de medida.

La condición de medida nos indica que al menos uno de los nuevos mundos que se obtienen como resultado de esta aplicación ha de ser virtual, o sea producto de una utilización explícita de v*lp, y, por ello, será un mu_l tal que:

$V(p_o, mu_l)=1$ y $V(Lp_o, mu_l)=0$, y, por v_a*:

$V(q_o, mu_l)=V(Lq_o, mu_l)=...=0$,

lo que significa que $mu_k=mu_l$, y así mu_k es virtual (se ha hecho uso implícito del supuesto antes mencionado acerca de la posibilidad de identificar dos mundos distintos en principio por su coincidencia sobre las vplt y sus necessitations).

3. El mecanismo de la medida.

Vamos a estudiar ahora el mecanismo de la medida, tal como lo determina la lógica cuántica construida en los puntos anteriores. Para hacerlo, no se precisa estrictamente conocer el formalismo matemático convencional del espacio de Hilbert, sino tan sólo atender a algunos hechos experimentales bien conocidos (incidentalmente cabe asumir ésto como una virtud de nuestro sistema que, de esa manera, se anticipa al formalismo ortodoxo en lugar de derivarse como una consecuencia de él). En este punto, T_F* difiere de la mayor parte de las lógicas propuestas para la mecánica cuántica, que, tradicionalmente, se han basado en el mencionado formalismo. Supondremos conocida la teoría de Everett-Wheeler de la relatividad de los estados y el planteamiento general del problema de la medida.

Supongamos que cierto experimentador mide el valor de una magnitud física s sobre un sistema h y observa que el resultado es $s = s_l$. Puede suceder que, tras un conjunto de sucesivas medidas, todas ellas realizadas en las mismas condiciones y partiendo de idéntica situación inicial, se obtenga también siempre $s = s_l$. Esto significaría que s_l era un valor necesariamente determinado. Y si llamo p_o a la proposición "para el sistema h, $s = s_l$", se cumplirá $p_o \rightarrow Lp_o$ y $Lp_o \rightarrow p_o$ a pesar de ser p_o verdadera. Por lo tanto, $V(p_o)=V(Lp_o)=1$. Este estado de hechos describe un mundo-propio (en el sentido de no ser un proceso de medida genuino) en el cual, si suponemos que s puede tomar en principio los n valores s_1, s_2, ..., s_n y llamando p_o^1, p_o^2, ..., p_o^n a las proposiciones asociadas, se cumple (atendiendo a reglas semánticas puramente t de T_F*):

$$V(p_o^1)=V(Lp_o^1)=1$$

$$V(p_o^2)=V(p_o^3)=...=V(p_o^n)=V(Lp_o^2)=...=V(Lp_o^n)=0.$$

Realmente lo que tenemos ahora es un proceso de medida asimilado a un mundo real (por oposición a virtual), debido a su coincidencia sobre el valor de verdad de todas las fbfs. En otras palabras, lo anterior corresponde a una situación en la que el sistema bajo observación se encuentra en un autoestado del observable que hay que medir, y ya es sabido que en estos casos no se plantea problema alguno de interpretación.

Alternativamente, también es posible que en el conjunto de medidas sucesivas anterior no siempre se obtenga que $s = s_l$. Entonces, aunque $V(p_o^1)=1$, en cambio $V(Lp_o^1)=0$ y el mundo en cuestión sería un genuino proceso de medida (mundo virtual) mu_l tal que;

$$V(p_o^2)=...=V(p_o^n)=V(Lp_o^1)=...V(Lp_o^n)=0.$$

El estado del sistema no es propio del observable s). Esta es en realidad la situación problemática. Aplicando n veces la regla v*lp resulta que deben existir n mundos (y no más que n) caracterizados, en general, del modo siguiente ($1 \leq i \leq n$):

$$V(p_o^1,mu_{i+1})=V(p_o^2,mu_{i+1})=...=V(p_o^{i-1},mu_{i+1})=0$$

$$V(p_o^i)=1$$

$$V(p_o^{i+1},mu_{i+1})=...=V(p_o^n,mu_{i+1})=0$$

$$V(Lp_o^1,mu_{i+1})=V(Lp_o^2,mu_{i+1})=...=V(Lp_o^{i-1},mu_{i+1})=0$$

$$V(Lp_o^i,mu_{i+1})=1$$

$$V(Lp_o^{i+1},mu_{i+1})=...=V(Lp_o^n,mu_{i+1})=0$$

(A partir de aquí, no mencionaremos explícitamente el uso hecho de reglas semánticas puramente t, a excepción de v*lp).

Todos los mundos que acabamos de mencionar serán, además, reales (pues provienen del uso de 6)) y cada uno de ellos corresponde a un estado del sistema objeto que es propio del observable s. Apliquemos ahora 6) a uno cualquiera de los mu_{i+1}. Esto implica que deben existir n-1 mundos accesibles a mu_{i+1} (y no más de n-1) caracterizados, en principio, de la siguiente forma:

$$(j \in \{1, \ldots, i-1\} \cup \{i+1, \ldots, n\})$$

$$V(p_o^{1},mu_{j+n+1})=V(p_o^{2},mu_{j+n+1})=\ldots=V(p_o^{j-1},mu_{j+n+1})=0$$

$$V(p_o^{j},mu_{j+n+1})=1$$

$$V(p_o^{j+1},mu_{j+n+1})=\ldots=V(p_o^{n},mu_{j+n+1})=0$$

$$V(Lp_o^{1},mu_{j+n+1})=V(Lp_o^{2},mu_{j+n+1})=\ldots=V(Lp_o^{j-1},mu_{j+n+1})=0$$

$$V(Lp_o^{j},mu_{j+n+1})=1$$

$$V(Lp_o^{j+1},mu_{j+n+1})=\ldots=V(Lp_o^{n},mu_{j+n+1})=0.$$

De aquí se desprende inmediatamente que cada mundo mu_{j+n+1} es identificable con el correspondiente $mu_{i'+1}$ (siendo $i' \neq i$), y, como el razonamiento para todo i ($1 \leq i \leq n$), resulta que cada mundo real accesible al proceso de medida está relacionado (mediante la misma relación de accesibilidad) con cada uno de los demás (reales). En consecuencia, el número de mundos no supera n+1, con uno de ellos virtual; y no se debe olvidar que hemos partido de mu_1 (principio de la cadena y obtenido en base a cierto experimento realizado).

En la teoría de Everett-Wheeler, una situación como la descrita por mu_1 (al menos en el sentido de que $V(p_o^{1})=1$) implicaría que el sistema se halla ya en una rama concreta de la diversificación de universos; y ésta es una consecuencia clave que deseamos reproducir (pues es la base para anular el carácter problemático de la medida y del argumento epr). Sin embargo, en nuestro caso parece a primera vista que $mu_2 \ldots mu_{n+1}$ juegan su papel totalmente simétrico con respecto a mu_1, y, en efecto, así sería si no fuera por la influencia esencial que ahora tiene la condición de medida, pues ésta nos exige que aplicando 5) a un mundo posible siempre se obtenga al menos un mundo virtual; ahora bien, mu_1 es el único mundo virtual accesible a mu_2 (pues de

$V(Lp_o^1, mu_2)=1$, y si mu* es el virtual, $V(p_o^1, mu^*)=1$, lo que significa ya de hecho $mu^*=mu_1$). Es decir, $mu_2 R mu_1$.

Por el contrario, mu_1 no es accesible a ninguno de los mu_3, ..., mu_{n+1}. En efecto, supongamos que mu_1 fuese accesible a mu_{i+1} con $2 \leq i \leq n$. Como $V(Lp_o^1, mu_1)=...=V(Lp_o^n, mu_1)=0$, está claro que mu_1 no se puede obtener de mu_{i+1} aplicando 6), y ésto significa que 4) puede utilizarse sin restricciones. Entonces, y dado que $V(Lp_o^i, mu_{i+1})=1$, resultaría $V(p_o^i, mu_i)=1$ al mismo tiempo que $V(p_o^1, mu_1)=1$, y como $i \geq 2$, ésto es una contradicción.

Ha quedado, pues, claramente establecida la fuerte disimetría que aparece en nuestro proceso de ramificación, como consecuencia de la condición de medida, y ella nos indica que, dado el proceso de medida mu_1, el sistema total (aparato de medida con observador y objeto microscópico) sigue la rama de universo caracterizada por mu_2.

En consecuencia, se dirá que el diagrama semántico que acabamos de describir formalmente expresa cómo suceden las cosas desde un punto de vista especial, aquél del observador para el cual tiene lugar el estado de hechos descrito en el genuino proceso de medida que genera todo ciclo de relaciones de accesibilidad. No olvidemos que mu_2 es real; si a todo mundo real accesible desde otro real mu se le llama "real respecto de mu" y a todo mundo virtual accesible desde el mismo mu se le llama "virtualmente real respecto de mu", podemos decir que mu_2, ..., mu_{n+1} son reales respecto de mu_2 y que mu_1 es virtualmente real respecto del mismo mu_2.

Diremos, en general, que, para cada mundo real mu de un diagrama semántico T_F^*, cabe hablar de tres tipos de realidad;

1) la constituida por el estado de hechos que el propio mu describe;

2) la constituida por los estados de hechos descritos en mundos reales alternativos pero accesibles desde mu;

3) la constituida por el (los) estado(s) de hechos descritos en mundos virtuales también accesibles a mu.

Cada uno de estos tipos se diferencia más o menos sutilmente de los otros dos, pero es intuitivamente evidente que a todos ellos se les puede calificar de "reales" en un sentido genérico e inmediato de este término.

Todavía se pueden sacar más consecuencias del diagrama que hemos analizado con detalle. Sabemos que describe las cosas desde el punto de vista del observador que sigue la rama asociada al mundo mu_2. En particular, tal observador reconoce a mu_1 como el principio de todo el proceso y como la causa de los mu_3, ..., mu_{n+1}. ¿Puede decirse desde el ángulo de mira de mu_2 algo acerca de lo que debiera decir alguien en uno cualquiera de los mu_2, ..., mu_{n+1}?

Por razones de pura consistencia, el observador en mu_2 (abreviadamente, $O(mu_2)$) no puede creer que, por ejemplo $O(mu_3)$ diga que el origen de su mundo esté en mu_1 (pues ya hemos visto antes que es imposible mu_3Rmu_1). La respuesta al interrogante se obtiene si completamos el diagrama anterior aplicando a mu_3, ..., mu_{n+1} la regla 5) junto con la condición de medida.

Por analogía con lo ya visto en el caso de prueba de mu_2Rmu_1, se deduce que cada uno de estos mundos es tal que un correspondiente proceso de medida genuino (mundo virtual) es accesible a ellos. En definitiva, se tiene:

$$mu_3Rmu'_3 \ldots mu_{n+1}Rmu'_{n+1}.$$

En consecuencia, $O(mu_2)$ diría que, a pesar de que la causa de todos los mundos reales del diagrama es mu_1, para $O(mu_3)$, ..., $O(mu_{n+1})$, las cosas deben suceder de tal forma que a ellos les parezcan ser mu'_3, ..., mu'_{n+1} (mundos virtuales) respectivamente los orígenes de sus propios estados. Así queda salvaguardada la coherencia.

Además, es inmediato comprobar que ninguno de los

$$mu'_3, \ldots, mu'_{n+1}$$

es accesible a mu_2, y, de esta forma, para $O(mu_2)$, ninguno de ellos es real (en ninguno de los tres sentidos arriba mencionados, que supondremos agotan todas las posibilidades de "realidad" bajo sus diferentes aspectos).

Todo el razonamiento que hemos llevado aquí colocándonos en el lugar de O(mu$_1$) puede, como es obvio, ser repetido suponiendo que, en lugar de mu$_1$ (que, en la notación introducida para los mundos virtuales, es mu'$_2$), partiésemos sucesivamente de mu'$_3$, ..., mu'$_{n+1}$.

Obtenemos así con nuestros modelos semánticos T_F* una descripción completa del mecanismo de la medida, que es esencialmente idéntica a la dada en la teoría de Everett-Wheeler, en cuanto a que implica una diversificación del universo en multitud de universos reales, cada uno de ellos asociado a un autoestado ligado al valor numérico medido; era esencial que ésto último se conservase válido dentro de nuestra propuesta, pues garantiza que el problema de la medida y la paradoja de Einstein queden resueltos automáticamente, al igual que sucede en la interpretación de Everett.

Como se puede ver, en nuestro análisis semántico preciso de lo que es una medición, hay que partir siempre de algún mundo virtual inicial, el cual no es proporcionado autónomamente por los propios modelos T_F*; ésto está directamente relacionado con la importante deficiencia del sistema en cuanto a no incorporar alguna forma del teorema general de existencia (sólo conseguimos implementar en nuestra lógica un requisito de unicidad). Si partiésemos de un mundo en el que todas las vplt fuesen falsas (lo que no invalida en principio Mp_o), recuperaríamos la ramificación anterior, pero perderíamos la asimetría del proceso.

4. Ventajas de la nueva solución.

Pese a sus llamativos puntos en común, la teoría de Everett-Wheeler y nuestro sistema presentan algunas notables diferencias, ventajosas en nuestra opinión para éste último. Las explicitaremos considerando seguidamente algunas críticas lanzadas a la primera que pueden obviarse sin grandes dificultades en el segundo.

1) Se ha argumentado (Gerver) que la interpretación de Everett conduce a inconsistencias si se considera que el proceso tiene lugar hacia atrás en el tiempo, algo que no puede excluirse, dado que la única ecuación dinámica que se considera en esta teoría -la ecuación

de Schrödinger- es temporalmente simétrica. Pero el argumento pierde validez contra nuestra teoría, porque ahora la ramificación no nace de interpretar de forma supuestamente adecuada una teoría matemática acerca del mundo que presenta simetría temporal, sino que es consecuencia directa de postulados directamente observacionales. Una crítica en el presente sentido sólo tendría valor si se demostrase que, efectivamente, en el mundo real (no en el mundo cuántico que nace de la ecuación de Schrödinger), los dos sentidos del tiempo son igualmente posibles y naturales. Pero ésto es más que dudoso y, mientras no quede establecido (si tal cosa realmente sucede), no se puede argumentar contra nuestro punto de vista basándose en el asimétrico papel que, desde el mismo, juega el futuro con respecto al pasado.

2) Una segunda crítica aparece ligada a cierta ambigüedad inherente al proceso de bifurcación en la teoría de Everett-Wheeler (Ballentine): ¿Debería el estado cuántico exp(i /k./r), que puede escribirse también, desarrollándolo en polinomios de Legendre, como

$$\Sigma(2l+1)i^{l}j_{l}(kr)p_{l}(\cos\Theta),$$

ser interpretado como un mundo único que contiene un sistema de momento $\hbar k$, o debería más bien ser interpretado como una infinidad de universos, conteniendo cada uno de éstos un sistema con diferente momento angular?

Desde el punto de vista del sistema T_F*, no hay, a este respecto, ningún problema: la ramificación depende, en efecto, de cuáles sean las magnitudes que estamos observando. Esta salida supondría un problema insalvable para la tesis de Everett, porque allí dicha ramificación se asocia con una superposición de estados, y la medida no habría de influir en principio para nada. Pero en T_F* no tenemos nada parecido a los estados puros convencionales; nos manejamos, simplemente, con observaciones. Y, al ser básicamente la observación lo que produce división en mundos posibles, no es extraño que observaciones diferentes den también lugar a diferentes escisiones. Técnicamente, ésto supone que sólo cuenta aquella representación que diagonaliza el observable que va a ser medido. Incidentalmente, de esta forma queda resuelta otra grave objeción a la teoría de Everett-Wheeler: si la ramificación va ligada a cada proceso de medida (en un sentido convencional, que no hay que confundir ahora con nuestra noción precisa de mundo-proceso de medida genuino), y dado que éste no es sino un tipo particular de interacción no claramente diferenciable de los demás, parece que aquélla debe extenderse a todos los procesos de interacción que sucedan en la naturaleza. Pero entonces, ¿qué criterio puede darse para distinguir con precisión -y tal cosa se convierte ahora en una necesidad vital- un sistema físico compuesto y libre, para el que ninguna multiplicación tiene lugar, de un conjunto de dos o más sistemas en interacción? Nuestra respuesta es clara: la ramificación sólo va ligada a una medida complementada con una observación (es decir, cuando alguien observa el aparato de medida puesto en contacto con el objeto microfísico de que se trate).

3) Se puede hacer todavía una tercera objeción general a la teoría de Everett (aunque más bien relacionada con su incompletitud que con su posible inconsistencia): ¿Por qué el observador se encuentra en una y no en otra de las ramas que aparecen tras la medida? La teoría de Everett-Wheeler parecería involucrar un indeterminismo que incluye a los observadores. Y ésto último tiene un aspecto bastante más complicado que el simple y tradicional indeterminismo microfísico. La respuesta de nuestro sistema $T_F{}^*$ a esta cuestión es que las distintas ramas corresponden a distintos mundos reales, cada uno de los cuales está necesariamente determinado por un correspondiente proceso de medida genuino, pero, sin embargo, sucede que no hay un tal proceso para cada rama, sino que éstos últimos están fuera de la estructura de la bifurcación. Por lo tanto, la pregunta ahora es: ¿Por qué aparece un proceso de medida y no otro? Pero no hay ninguna indeterminación fundamental ligada a las distintas ramas posibles, y así tampoco ninguna indeterminación fundamental que envuelva directamente a los observadores. El indeterminismo respecto a los procesos de medida genuinos es más sencillo y natural de asumir, perfectamente comparable al microfísico tradicional y asimilable, en principio, a éste último. Realmente existe una indeterminación en los mundos virtuales y ésto es en esencia lo que significa el que no la haya en las ramas (o sea, observadores) dentro de nuestra teoría, sino en los resultados de observación.

BIBLIOGRAFIA

BUB, J. *The Interpretation of Quantum Mechanics*, Dordrecht: Reidel, 1974.

CHELLAS, B. *Modal Logic. An Introduction*, Cambridge: C. V. P., 1980.

D'ESPAGNAT, B. *Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*, W. A. Benjamin Inc., 1971.

EVERETT, H. "'Relative State' Formulation of Quantum Mechanics", *Rev. Mod. Phys.*, 29 (1957), pp. 454-462.

HUGHES, G. E. & CRESSWELL, M. J. *An Introduction to Modal Logic*, Londres: Methuen, 1968.

KRIPKE, S. A. "Semantical Analysis of Modal Logic. I: Normal Propositional Calculi", *Zeitschr. für Math. Logik und Grundl. der Math.*, 9 (1963), p. 67 y ss.

MITTELSTAEDT, P. *Quantum Logic*, Dordrecht: Reidel, 1978.

WHEELER, J. A. "Assessment of Everett's 'Relative State' Formulation of Quantum Theory", *Rev. Mod. Phys.*, 29 (1957), pp. 463-465.

Facultad de Filosofía
Universidad del País Vasco
Vitoria-Gasteiz