NOTAS

VERDAD PARCIAL Y LOGICA INTUICIONISTA

José Félix TOBAR-ARBULU

"No la posesión de la verdad sino el esfuerzo en la pugna por alcanzarla causa alegría al investigador".

G.E. Lessing, 1978

Introducción

Diferentes lógicos han intentado demostrar la validez o no del método inductivo, y en particular de la llamada "lógica inductiva". Alejados de la vida real del científico y del tecnólogo, los tales han sido incapaces de entender que no hay vía posible de formulación de teorías científicas vía inducción, que no hay vía posible para la llamada lógica inductiva dentro del método científico[1]. Si sirve una autoridad (Nullius addictus jurare in verba magistri que escribiera Horacio a Mecenas y que sirve de lema a la Royal Society), puede ojearse el trabajo de Einstein (1936). Quizá la más concisa formulación del modelo de Einstein de construir una teoría pueda ser encontrada en una carta a su amigo Solovine en 1952 (French 1979). Es como sigue:

"*Yo veo la cosa sistemáticamente de esta forma:*

(1) Los E (experiencia directa) son dados [se refieren a la línea horizontal en la base de la Figura 1; pueden ser mejor leídos como "la totalidad de los hechos empíricos" (Einstein 1981 p. 264)].

(2) A son los axiomas, de donde extraemos consecuencias. Psicológicamente los A descansan en los E. Pero no hay un camino lógico de E a A, sólo una conexión (psicológica) intuitiva, que es siempre meramente "hasta nuevas motivaciones" [es decir, los axiomas han de ser postulados].

(3) Algunas proposiciones S son deducidas de A, por vía de la lógica, que pueden considerarse como exactas [teoría como sistema hipotético-deductivo: Si A, entonces S]

(4) Los S se relacionan con E (test por experiencia)".

THEORIA - Segunda Epoca
Año I (1985), nº 2, pp. 561-568.

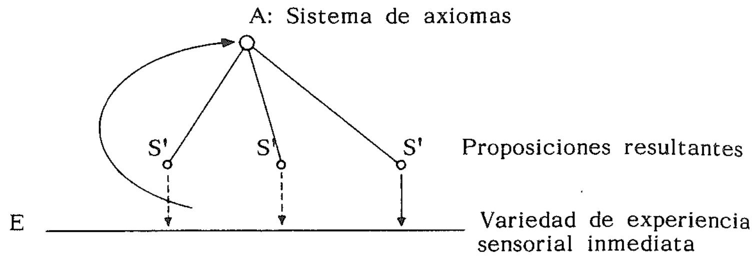

Figura 1. (Adaptada de P.A. French 1979, p. 270)
A: Sistema de axiomas
S: Proposiciones resultantes
E: Variedad de experiencia sensorial inmediata.

¿Cómo se puede entender la relación entre S y E? ¿Cómo están los S relacionados con los E? Einstein (1949, p. 201) se refiere a la "*validación externa*" como "*concerniente con la validación de la base teorética por medio del material de la experiencia a mano*". Tal afirmación no es, en nuestra opinión, un principio de falsificación como piensa Holton (1979 p. 122), sino un tipo de verificación débil (weak verification, Tobar-Arbulu 1985a) en el sentido de que "*la teoría no debe contradecir el hecho empírico*" (Einstein 1949 p. 20). Esto es, el valor de la proposición que expresa S cuando se comprueba experimentalmente con las técnicas al uso, y a través de específicas teorías o hipótesis de comprobación, varía entre 0 (falsedad total) y 1 (verdad total). Lo cual significa que nuestras proposiciones, ya sea al nivel S siguiendo a Einstein, o a otro nivel T después de haber sido traducidos a otro nueva proposición con ayuda de teorías específicas de medición o experimentación, son parcialmente verdaderas. En otro lugar hemos tratado de desarrollar una teoría de la verdad usando lógica clásica (Tobar-Arbulu 1984), y lógica no-clásica (Tobar-Arbulu 1985b). En el presente trabajo vamos a usar lógica intuicionista para una elaboración de una teoría de la verdad parcial tomando como punto de partida los previos trabajos mencionados (Tobar-Arbulu 1984, 1985a,b) y donde hemos criticados, siguiendo a Bunge (1983), el axioma

$$'V(\sim p) = 1 - V(p)'$$

Un sistema inconsistente

La teoría de la verdad parcial formulada por Bunge (1983) está basada en la lógica clásica, y define una función $\underline{V}$ de verdad de un conjunto arbitrario $\underline{P}$ de proposiciones a (into) el intervalo $[0,1]$ de la línea real; es decir,

$$V : P \rightarrow [0,1]$$

(De hecho, $\underline{V}$ debe ser considerada como una función parcial, pues no toda proposición de $\underline{P}$ está necesariamente asignada a un valor de verdad.) El sistema de Bunge se reduce a los siguientes axiomas que definen la función $\underline{V}$:

Axioma 1

Si $\underline{p}$ no es la negación de otra proposición, entonces

$$V(\sim p): \begin{cases} 0 \text{ ssi } V(p) = 1 \\ 1 \text{ ssi } V(p) < 1 \end{cases}$$

De otra forma, es decir si $\underline{p}$ es la negación de una proposición, que a su vez no es la negación de otra, $V(\sim p) = V(q)$.

Axioma 2

Para toda $\underline{p}$ y $\underline{q}$ en $\underline{P}$,

$$V(p \,\&\, q) = \min\,[V(p), V(q)]$$

Axioma 3

Para toda $\underline{p}$ y $\underline{q}$ en $\underline{P}$,

$$V(p \vee q) = \min\,[V(p), V(q)]$$

La razón para la elección del Axioma 1 es la siguiente. Se podría haber elegido como Axioma 1, $'V(\sim p) = 1 - V(p)'$. Pero tal es un error. En efecto, considérese la proposición $\underline{p}$ = "π = 3'1", cuyo valor de verdad es "1 - (3'1415 - 3'1 / 3'1415) = 0'99". (El error es el complemento de la verdad. Simbólicamente, $'V(p) + \delta = 1'$, donde $V(p)$ es el valor de verdad de la proposición $\underline{p}$, y δ el error de $\underline{p}$ relativo a una otra proposición tomada como base de referencia.) Su negación debiera tener el valor de verdad '$1 - V(p) = 0'01$', mientras que el valor de "$\sim p$" es la unidad. (Más sobre esto mismo en Tobar-Arbulu 1985b,c.)

Los dos siguientes axiomas son generalizaciones de las correspondientes tablas de verdad usadas en lógica clásica, de forma que las tales no tienen necesidad de justificación.

El sistema de axiomas mencionado, junto con la lógica clásica supuesta, lleva a contradicción. En efecto, tengamos en cuenta algunas de sus consecuencias (Bunge 1983 p. 274):

Corolario 1

Para toda $\underline{p}$ en $\underline{P}$,

$$V(p \,\&\, \sim p) = \begin{cases} 0 \text{ ssi } V(p) = 0 \text{ o } V(p) = 1 \\ V(p) \text{ ssi } 0 < V(p) < 1 \end{cases}$$

Corolario 3

Para toda $\underline{p}$ en $\underline{P}$,
$V(p \vee \sim p) = 1$

Si evaluamos el valor de verdad de una conjunción, '$p \,\&\, q$', sabemos por lógica clásica

$$p \,\&\, q = \sim(\sim p \vee \sim q)$$

luego,

$V(p \,\&\, q) = V[\sim(\sim p \vee \sim q)]$, y para $q = \sim p$, obtenemos

$V(p \,\&\, \sim p) = V[\sim(\sim p \vee \sim\sim p)] = V(\sim A)$, donde $A = (\sim p \vee \sim\sim p)$.

De acuerdo con el Corolario 3, $V(A) = 1$, y por tanto

$V(\sim A) = V(p \,\&\, \sim p) = 0$ por el Axioma 1. Tal está en contradicción con el Corolario 1.

Verdad parcial y lógica intuicionista

Como hemos visto, la inconsistencia del sistema de axiomas anterior puede ser considerado como una consecuencia del teorema '$\sim\sim p \rightarrow p$' de la lógica clásica. Dado que el teorema no se da en lógica intuicionista[2], vamos a proponer un nuevo sistema de axiomas adoptando esta lógica alternativa. Dado que en lógica intuicionista la implicación no está definida en términos de las otras conectivas, el nuevo enfoque está basado en los siguientes axiomas:

Axioma 1

Para toda p en P,

$$V(\sim p) = \begin{cases} 0 \text{ ssi } V(p) = 1 \\ 1 \text{ ssi } V(p) < 1 \end{cases}$$

(Nótese que en este nuevo enfoque el nuevo Axioma es para toda p en P.)

Axioma 2 y Axioma 3 los mismos que anteriormente.

Axioma 4

Para toda p en P,

$$V(p \rightarrow q) = \begin{cases} V(p) \text{ ssi } V(p) = 1 \\ 1 \text{ en los demás casos} \end{cases}$$

La razón para este nuevo axioma es que el tal constituye una generalización del modus ponens.

Extraigamos algunas consecuencias:

Corolario 1

Para toda p en P,

$V(p \vee \sim p) = 1$

En efecto, por el Axioma 1,

a) $V(p \vee \sim p) = \max\{1,0\} = 1$, si $V(p) = 1$;

b) $V(p \vee \sim p) = \max\{V(p), 1\} = 1$, si $V(p) < 1$.

(Nótese que aun cuando el teorema '$p \vee \sim p$' no pertenece a la lógica intuicionista, aquí se lo está evaluando al nivel de metalenguaje. Es decir, nuestros cuatro axiomas más la lógica intuicionista es la herramienta para evaluar cualquier clase de proposiciones, y en particular las derivadas usando lógica clásica.)

Corolario 2

Para toda p en P,

$$V(p \,\&\, \sim p) = \begin{cases} 0 \text{ ssi } V(p) = 1 \\ V(p) \text{ en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

En efecto, por el Axioma 1,

a) $V(p \,\&\, \sim p) = \min\{1,0\} = 0$, si $V(p) = 1$;

b) $V(p \,\&\, \sim p) = \min\{V(p), 1\} = V(p)$, si $V(p) < 1$.

Este Corolario 2 dice que una contradicción, a pesar de absurda tiene un valor, pues contiene, al menos, una proposición valuable. El problema con la contradicción es que implica cualquier otra. Nosotros tenemos en cuenta el valor de una contradicción únicamente como <u>información</u>, valor informativo, dado que no se puede tolerar contradicciones en la formación de nuestras teorías.

<u>Corolario 3</u>

Siguiendo a Dummet (1978 p. 270) podemos evaluar la bicondicional como sigue:

Para toda <u>p</u> y <u>q</u> en <u>P</u>,

$$V(p \longleftrightarrow q) = \begin{cases} 1 \text{ ssi } V(p) = V(q) = 1, \text{ o ambos } V(p)<1 \text{ y } V(q)<1 \\ \min\{V(p), V(q)\} \text{ en otros casos.} \end{cases}$$

En efecto,

$$V(p \longleftrightarrow q) = V[(p \rightarrow q) \,\&\, (q \rightarrow p] = \min\{V(p \rightarrow q), V(q \rightarrow p)\}$$

<u>Teorema 1</u>

Para toda <u>p</u> en <u>P</u>, donde $1 \leqq i \leqq n$ y <u>n</u> finito

$$V(\bigwedge_{i=1}^{n} p_i) = \min\{V(p_1), V(p_2), \ldots, V(p_n)\}$$

Prueba: por inducción sobre <u>n</u> aplicada al Axioma 2.

<u>Teorema 2</u>

Para toda <u>p</u> en <u>P</u>, donde $1 \leqq i \leqq n$) y <u>n</u> finito

$$V(\bigvee_{i=1}^{n} p_i) = \max\{V(p_1), V(p_2), \ldots, V(p_n)\}$$

Prueba: por inducción sobre <u>n</u> aplicada al Axioma 3.

Conclusión

En este breve esbozo, que necesita de una más amplia formulación con cuantificadores, el Axioma 1 formaliza las consideraciones hechas acerca de la negación. El axioma 2 y su generalización el Teorema 1 formaliza la intuición de que el valor de verdad de una conjunción iguala el menor de los valores de verdad de las proposiciones. El Corolario 1 sirve para la evaluación del "medio excluído" de la lógica clásica usando nuestro enfoque al nivel de metalenguaje. El Corolario 2 nos dice que una contradicción tiene un valor informativo. (Esta no es una excusa para tolerar contradicciones, menos áun para cambiar la lógica para acomodarse a ellas.) El Axioma 3 y su generalización el Teorema 2 formalizan la intuición de que una disyunción es más segura que la conjunción, aun cuando menos informativa. El Axioma 4 generaliza el *modus ponens*.

NOTAS

[1] Nuevos lógicos han intentado recientemente probar o no la creencia en la inducción: Popper y Miller 1983, Jeffrey 1984, Good 1984, Popper y Miller 1984, Wise y Landsberg 1985, Popper y Miller 1985. La cuestión puede resumirse así: Si (en presencia de un cierto conocimiento *k*) *e* (posible evidencia en favor de una hipótesis *h*) es una consecuencia de *h*, entonces la probabilidad de *h*, dado *e*, es mayor que la anterior probabilidad de *h*, antes de que *e* fuera dada, es decir, $P(h, eb) > p(h, b)$, supuesto $p(h, b) > 0$. De esta forma, se puede decir que *e* apoya *h*. Pero esto es una *ilusión* como lo han probado Popper y Miller (1983, 1985).

[2] En lógica intuicionista (Dummet 1978) el símbolo 'p' debe ser leído "*p* es demostrable"; '$\sim p$' debe ser interpretado como "*p* no es demostrable". Se admite el teorema "$p \rightarrow \sim\sim p$" porque se interpreta así, "si *p* es demostrable, entonces no es demostrable que *p* es no demostrable". No se admite, sin embargo, el teorema "$\sim\sim p \rightarrow p$", ya que el hecho de que es no demostrable que *p* es no demostrable no implica nada acerca de *p*.

AGRADECIMIENTOS

El Profesor Mario Bunge (McGill University) y Felipe Gago (Universidad de Santiago, España) leyeron y comentaron un borrador de este trabajo. A ambos les agradezco sus comentarios y sugerencias. La Dirección de Cooperación Técnica Internacional del Ministerio de Asuntos

Exteriores de España proporcionó ayuda económica, parcial, para el desarrollo del mismo.

BIBLIOGRAFIA

BUNGE, M. (1983): Treatise on Basic Philosophy, Vol. 6, Dordrecht: Reidel.

DUMMET, M. (1978): Elements of Intuitionism, repr. Oxford: Clarendom Press.

EINSTEIN, A. (1936): "Physics and Reality", en A. Eistein (1950) Out of my Later Years. New York: Philosophical Library.

(1949), en Schilpp, P.A. (ed.): Albert Einstein. Philosopher-Scientist. La Salle, Illinois: Open Court.

(1981): Ideas and Opinions. New York: Avon Books.

FRENCH, P.A. (1979): Einstein. A Centenary Volumen. Massachussets: Harvard University Press.

GOOD, I.J. (1984): en Nature 310: 434.

HOLTON, G. (1979) en P.C. Aicherlburg y R. Selx (eds.): Albert Einstein. His influence in Physics, Philosophy and Politics. Wiesbaden: F. Vieweg & Son.

JEFFREY, R.C. (1984) en Nature 310: 433

LEVI, I. (1984) en Nature 310: 433

POPPER, K. Y MILLER, D. (1983) en Nature 302: 687-88.

(1984) en Nature 310: 434.

(1985) en Nature 315: 461.

TOBAR-ARBULU, J.F. (1984): Ontology of Artifacts. M.A. Thesis. McGill University.

(1985a) "Scientific and technological truth", Philosophia (Israel) pre-print.

(1985b) "Verdad Parcial: Excursus". Universidad de Mallorca, (forthcoming).

(1985c) "Quarter truths, half falsities and plain lies", Teorema (pre-print), y Epistemologia (Italia) (forthcoming).

WISE, J. y LANDSBERG, P.T. (1985) en Nature 315: 461.