LA JUSTIFICATION ARISTOTELICIENNE DE BARBARA ACP

Gerold STAHL

ABSTRACT

A new essay to analyse the demonstration which Aristotle gave of Barbara ACP (first premise "actual", second premise "contingent", conclusion "possible") is realized with the techniques of mathematical logic. The critical points (conclusion "possible" from two premises "possible", problem de dicto - de re, etc) are indicated; based on them it is considered that Aristotle's proof is not conclusive.

La démonstration qu'Aristote donne de Barbara ACP (c'est-à-dire du syllogisme Barbara avec la première prémisse actuelle, la deuxième contingente et la conclusion possible) dans "Les premiers analytiques" I, chap. 15, 34a 5 - 34b 6, a provoqué beaucoup d'analyses et de critiques, réalisées non seulement avec les moyens de la logique traditionnelle, mais encore avec ceux de la logique mathématique. Ici une nouvelle analyse sera tentée, en ayant recours aux procédés logiques-mathématiques développés dans les articles [9] et [10] (voir bibliographie).

Une traduction française du texte considéré sera présentée (colonne gauche) et parallèlement un résumé combiné avec une première analyse et une transcription partielle en langue symbolique (colonne droite). Ensuite l'analyse proprement dite sera formulée.

La traduction française a été réalisé par l'auteur à partir du texte grec en utilisant les traductions existantes, spécialement [3] et [1]. Les caractéristiques de cette traduction sont les suivantes: (i) Suivant la tradition, j'ai traduit les diverses formes de "dunaton" et "endekhesthai", selon le contexte, quelques fois par "possible" (la possibilité unilatérale, "non nécessairement non") et quelques fois par "contingent" (la possibilité bilatérale "possible et possiblement non"). (ii) Le texte sera divisé en 9 parties pour faciliter l'analyse. (iii) Aux lettres grecques majuscules qu'Aristote utilise dans ses raisonnements,

THEORIA - Segunda Epoca
Año I (1985), nº 2, pp. 503-512.

j'ajouterai des tirets suivis par les expressions symboliques correspondantes de la transcription, afin d'établir une claire connexion entre la colonne gauche et la colonne droite; par exemple, au lieu de "B", on aura ou bien "B-$\underline{t}$" ou bien "B-$\underline{M}$".

La langue symbolique utilisée dans la transcription est celle de [9] et [10], malgré le fait qu'en s'appuyant sur le système fonctionnel habituel, elle n'est pas tout à fait aristotélicienne (voir section 1, de [9]).

Traduction française:	Résumé etc.:
(1) Mais nous devons d'abord établir que si à partir de A-$\underline{s}$ on a par nécessité B-$\underline{t}$ et si A-$\underline{s}$ est possible, alors B-$\underline{t}$ doit être possible.	(1) Si $\underline{V}_n < \underline{s}$ imp $\underline{t} >$ alors $\underline{V}_p\underline{s}$ implique $\underline{V}_p\underline{t}$.
(2) Supposons qu'on ait cette relation et que A-$\underline{s}$ soit possible et B-$\underline{t}$ impossible. Si la chose possible, lorsque c'est possible pour elle d'être, arrivait et la chose impossible, en étant impossible, n'arrivait pas, alors, si à la fois A-$\underline{s}$ était possible et B-$\underline{t}$ impossible, il serait possible pour A-$\underline{s}$ d'arriver sans B-$\underline{t}$; et non seulement d'arriver mais d'être parce que ce qui est arrivé, une fois arrivé, est. Il faut prendre "impossible" et "possible" non seulement par rapport à la génération, mais encore par rapport à la vérité, à l'attribution et dans d'autres sens,	(2) Justification intuitive de (1); Aristote souligne qu'on peut avoir (1) dans la forme *de dicto*.

dans lesquels on utilise "possible"; car tous ces cas se présenteront de façon similaire.

(3) En outre, si l'on a B-$\underline{t}$ à partir de A-$\underline{s}$, on ne doit pas entendre par là qu'on obtient B-$\underline{t}$ à partir d'<u>une</u> chose de type A-$\underline{s}$. Car rien ne suit nécessairement de quelque chose d'unique, on exige au moins deux choses, comme par exemple les prémisses connectées pour constituer un syllogisme, d'après nos indications. Si Γ est attribué à Δ et Δ à Z, alors nécessairement Γ est attribué à Z. Si, maintenant chacune de ces prémisses est possible, la conclusion est possible aussi. De cette façon, si A-($\underline{s}_1$ conj $\underline{s}_2$) correspond aux prémisses et B-$\underline{t}$ à la conclusion, on déduira non seulement que si A-($\underline{s}_1$ conj $\underline{s}_2$) est nécessaire, B-$\underline{t}$ est nécessaire, mais encore que si A-($\underline{s}_1$ conj $\underline{s}_2$) est possible, B-$\underline{t}$ est possible.

(3a) Si $\underline{V}_n < (\underline{s}_1 \text{ conj } \underline{s}_2) > \text{imp } \underline{t} >$ alors $\underline{V}_p\underline{s}_1$ et $\underline{V}_p\underline{s}_2$ impliquent $\underline{V}_p\underline{t}$ (!!).

(3b) Si $\underline{V}_n < (\underline{s}_1 \text{ conj } \underline{s}_2) \text{ imp } \underline{t} >$ alors $\underline{V}_p < \underline{s}_1 \text{ conj } \underline{s}_2 >$ implique $\underline{V}_p\underline{t}$.

(4) Ceci prouvé, il est clair que si une hypothèse est fausse et non impossible, la conclusion obtenue à partir de cette hypothèse pourrait être fausse mais non impossible. Par exemple, en obtenant B-$\underline{t}$ à partir de A-$\underline{s}$, si A-$\underline{s}$ est fausse et non impossi-

(4) Il s'agit d'une explication additionnelle concernant (1): Avec $\underline{V}_n < \underline{s} \text{ imp } \underline{t} >$, si $\underline{s}$ est fausse mais non impossible ($\underline{V}_p\underline{s}$), $\underline{t}$ pourrait être fausse, mais elle n'est pas impossible ($\underline{V}_p\underline{t}$).

ble, B-$\underline{t}$ pourrait être fausse mais non impossible. Car en ayant démontré B-$\underline{t}$ à partir de A-$\underline{s}$, et que si A-$\underline{s}$ est possible, B-$\underline{t}$ aussi est possible, et en supposant A-$\underline{s}$ possible, B-$\underline{t}$ serait aussi possible; si elle était impossible, la même chose serait alors possible et impossible à la fois.

(5) Ces points éclaircis, soit A-$\underline{P}$ attribué à tout B-$\underline{M}$ et B-$\underline{M}$ contingemment à tout Γ-$\underline{S}$, alors A-$\underline{P}$ doit être attribué possiblement à tout Γ-$\underline{S}$.

(5) Aristote indique le syllogisme Barbara $\underline{ACP}$ qu'il veut justifier ensuite: Si "$\underline{M} \subset \underline{P}$" (c'est-à-dire "actuel ($\underline{M} \subset \underline{P}$)") et "contingent ($\underline{S} \subset \underline{M}$)" alors "possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)".

(6) Supposons qu'il ne soit pas attribué possiblement et soit B-$\underline{M}$ attribué à tout Γ-$\underline{S}$, ce qui peut être faux mais non impossible.

(6) Pour le premier pas, une réduction à l'absurde, Aristote formule la supposition "non possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)" (la négation de la conclusion de (5)) et utilise à la place de la deuxième prémisse ("contingent ($\underline{S} \subset \underline{M}$)") la prémisse "$\underline{S} \subset \underline{M}$; cette dernière expression peut être fausse, mais elle n'est pas impossible, parce qu'on a "contingent ($\underline{S} \subset \underline{M}$)" d'où "possible ($\underline{S} \subset \underline{M}$)".

(7) Si donc A-$\underline{P}$ n'est pas attribué possiblement à tout Γ-$\underline{S}$ et si B-$\underline{M}$ est attribué à tout Γ-$\underline{S}$, alors A-$\underline{P}$ n'est pas attribué possiblement à tout B-$\underline{M}$; on obtient un

(7) La réduction à l'absurde par Bocardo: Si "non possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)" et "$\underline{S} \subset \underline{M}$", alors "non possible ($\underline{M} \subset \underline{P}$)". La conclusion est incompatible

syllogisme de la troisième figure. Cependant, par hypothèse A-$\underline{P}$ peut être attribué à tout B-$\underline{M}$; ainsi A-$\underline{P}$ doit être attribué possiblement à tout Γ-$\underline{S}$.

avec la première prémisse "$\underline{M} \subset \underline{P}$" de (5), de façon qu'il faut nier la supposition faite en (6) "non possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)" et on obtient la conclusion souhaitée "possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)".

(8) En faisant une supposition fausse et non impossible, la conclusion est impossible.

(8) On n'a pas la prémisse "$\underline{S} \subset \underline{M}$" mais "contingent ($\underline{S} \subset \underline{M}$)" (et ensuite "possible ($\underline{S} \subset \underline{M}$)"), ce qui devrait donner une conclusion possible (!!), tandis qu'on avait obtenu "non possible ($\underline{M} \subset \underline{P}$)".

(9) On peut aussi présenter un résultat impossible en utilisant la première figure avec une attribution de B-$\underline{M}$ à Γ-$\underline{S}$, parce que si B-$\underline{M}$ est attribué à tout Γ-$\underline{S}$ et A-$\underline{P}$ possiblement à tout B-$\underline{M}$, A-$\underline{P}$ est attribué possiblement à tout Γ-$\underline{S}$, tandis qu'on avait supposé qu'il n'est pas attribué possiblement.

(9) En supposant "$\underline{S} \subset \underline{M}$" et "possible ($\underline{M} \subset \underline{P}$)" on a aussi "possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)", tandis qu'on avait supposé (dans le point (6)) "non possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)".

<u>Analyse:</u>

Le premier problème est (3a) qui n'est pas un théorème et permet de construire des contre-exemples (voir section 5 de [9] . N'est pas théorème non plus la formule (3a') qui se différencie de (3a) en ayant au lieu d'une des prémisses possibles (par exemple $\underline{V_p s_1}$) une prémisse actuelle ($\underline{Vs_1}$).

Un autre problème est le point (7). Aristote ne disposait pas de Bocardo dans la forme indiquée. Il avait bien Bocardo catégorique Si "non $(\underline{S}\subset\underline{P})$" (c'est-à-dire "$E!\underline{S} \cap -\underline{P}$") et "$\underline{S} \subset \underline{M}$" alors "non $(\underline{M} \subset \underline{P})$" (c'est-à-dire "$E!\underline{M}\cap -\underline{P}$"). Mais il exclut explicitement la forme équivalente à la réduction de (7) avec "nécessaire" qui est un théorème dans le traitement présenté ici [1]: Si "$E!\underline{S} \cap (-\underline{P})_n$" et "$\underline{S} \subset \underline{M}$" alors "$E!\underline{M} \cap (-\underline{P})_n$". Jusqu'à un certain point, on s'arrange parfaitement avec Bocardo catégorique; "non possible $(\underline{S}\subset\underline{P})$" implique "non $(\underline{S}\subset\underline{P})$", et pour la conclusion de Bocardo il suffit qu'elle soit catégorique[2], parce qu'on a sans difficulté Barbara *AAP* *de re* et *de dicto*[3], soit simplement à partir de Barbara catégorique, soit à partir de Bocardo catégorique, d'après l'indication précédente.

Jusqu'à la fin du point (7), Aristote n'a pas fait que démontrer Barbara *AAP*. Le grand problème du raisonnement aristotélicien est comment mettre une prémisse *C* au lieu de la deuxième prémisse *A*, en maintenant la conclusion *P*. Pour le faire, Aristote présente trois points discutables:

(I) Il utilise le non-théorème (3a) en l'appliquant en (8) à Bocardo.

(II) La conclusion "possible" qu'on devrait obtenir en (8) serait la phrase *de dicto* "possible non $(\underline{M}\subset\underline{P})$", c'est-à-dire:

$$\underline{V}_p \text{"} \sim(\underline{M}\subset\underline{P})\text{"} \qquad \text{(i)}$$

D'un autre côté, le point (7) peut être traité *de re*[4], soit avec Bocardo *de re*, soit avec Bocardo catégorique, en prenant *de re* la phrase "non possible $(\underline{S}\subset\underline{P})$" qui précède Bocardo catégorique. Alors on obtient ou bien une phrase qui affirme impossibilité:

$$\sim(\underline{M}\subset\underline{P}_p) \qquad \text{(ii)}$$

ou bien une phrase qui affirme fausseté:

$$\sim(\underline{M}\subset\underline{P}) \qquad \text{(iii)}$$

Les deux phrases ne contredisent pas (i).

(III) Même en acceptant (3a) et en supposant tout à fait artificiellement qu'il y ait une contradiction entre la conclusion "possible"

(i) de (8) et la conclusion "impossible" de (ii) de (7)[5], il reste encore un trou dans l'argumentation suivante:

> D'après (3a), à partir de deux prémisses "possibles" de Bocardo, on devrait obtenir la conclusion "possible" ("$(\underline{V}_p s_1 . \underline{V}_p s_2) \supset \underline{V}_p t$"). En obtenant le "contradictoire", la conclusion "impossible", une des prémisses au moins devrait être "impossible"
>
> $$(" \sim \underline{V}_p t \supset (\sim \underline{V}_p s_1 \vee \sim \underline{V}_p s_2)").$$
>
> Cependant la deuxième prémisse est "possible" ("$\underline{V}_p s_2$" et alors "$\sim \underline{V}_p t \supset \sim \underline{V}_p s_1$"). La conclusion "impossible" "$\sim (\underline{M} \subset \underline{P}_p)$", qui est incompatible avec la prémisse "$\underline{M} \subset \underline{P}$" du syllogisme Barbara à démontrer, est fausse, alors la prémisse "impossible" est fausse aussi, et on arrive à sa négation, "possible ($\underline{S} \subset \underline{P}$)".

Le point en italiques n'est pas justifié: En ayant

$$" \sim \underline{V}_p t \supset \sim \underline{V}_p s_1 ",$$

le fait que "$\sim \underline{V}_p t$" soit fausse n'implique pas que "$\sim \underline{V}_p s_1$" le soit aussi.

Le point (9), toujours très discuté, n'arrange rien. Pris littéralement, il s'agit (a) de Barbara CAP, un syllogisme accepté explicitement par Aristote et (b) de la constatation que la conclusion de ce syllogisme contredit la première prémisse de la réduction à l'absurde, c'est-à-dire quelque chose déjà réfutée. Barbara PAP pourrait servir pour justifier Bocardo NAN du point (7), mais il s'agirait d'une justification tout à fait non-aristotélicienne. Il me semble difficile de trouver dans le point (9) un complément de la démonstration antérieure ou une démonstration alternative de Barbara ACP.

En résumé on pourrait constater: Dans une formalisation de type [9] et [10], qui permet d'englober la plupart des analyses traditionnelles, la démonstration aristotélicienne n'est pas acceptable. Cependant en [10] on a Barbara ACP, bien que dans une forme *de re* spéciale comme Barbara $\hat{c}\hat{a}\hat{a}\hat{c}\hat{a}\hat{p}$, avec "contingent" ajouté au sujet de la première prémisse.

NOTES

1 Plus précisément, cette forme avec "nécessaire" de re est un théorème, de dicto elle n'est pas un théorème.

2 Dans ce cas, il fallait supprimer le terme "possible" qui précède "$\underline{M} \subset \underline{P}$" en (7), comme le propose Becker [4].

3 Dans la notation de [10] : Barbara $\hat{a}a\hat{a}a\hat{p}$ et Barbara $\underline{aap}$.

4 On pourrait aussi utiliser le traitement de dicto par rapport à Bocardo catégorique (sans rien avancer). En plus, si Aristote voulait appliquer le non-théorème (3a') et faire une "démonstration" de dicto, il pourrait obtenir Barbara $\underline{ACP}$ directement à partir de Barbara catégorique et tout le détour qui commence avec le point (6) serait totalement inutile.

5 En écrivant "$\underline{V}_p \underline{t}$" pour (i), on devrait avoir "$\sim \underline{V}_p \underline{t}$" pour (ii), c'est-à-dire pour "$\sim^{A}(\underline{M} \subset \underline{P}_p)$" (dans le cas où on accepte la supposition tout à fait artificielle).

BIBLIOGRAPHIE

[1] ARISTOTE, Organon III, Les premiers analytiques, traduction I. Tricot, Paris, 1936.

[2] ARISTOTLE, Prior Analytics and Posterior Analytics, édition W.D. Ross, Oxford, 1965.

[3] ARISTOTLE, Prior Analytics, édition H. Tredennick, Londres, 1962.

[4] BECKER, A., Die aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse, Berlin, 1933.

[5] GRANGER, G.G., La théorie aristotélicienne de la science, Paris, 1976.

[6] MIGNUCCI, M., On a Controversial Demonstration of Aristotle's Modal Syllogistic, Padoue, 1972.

[7] STAHL, G., Termes temporels dans des systèmes fonctionnels, Revue philosophique de la France et de l'étranger, Paris, 1974, N° 3, pp. 293-303.

[8] STAHL, G., Quelques relations entre temporalité de re et temporalité de dicto et leur extension aux modalités, Revue philosophique de la France et de l'étranger, Paris, 1976, N° 2, pp. 165-178.

[9] STAHL, G., Une formalisation de quelques syllogismes modaux,

Logique et analyse, Louvain, 1976, N° 74-76, pp. 175-217.
[10] STAHL, G., Indications formelles sur les syllogismes avec "contingent", Logique et analyse, Louvain, 1977, N° 79, pp. 199-220.

C.N.R.S. (Paris)