

ENSAYO DE AXIOMATIZACION DE LA TEORÍA CELULAR

Miguel J.C. de ASUA y G. KLIMOVSKY

Resumen

Se presenta un ensayo de axiomatización de la teoría celular, tal cual fue desarrollada durante la segunda mitad del siglo XIX. Se utiliza la metodología de formalización conjuntística informal desarrollada por J.D. Sneed y W. Stegmüller. El núcleo de la Teoría se reconstruye a través de 3 predicados que dan cuenta de los conjuntos de los Modelos potenciales parciales, de los Modelos potenciales y de los Modelos de la Teoría. En el Modelo potencial parcial se definen los siguientes conjuntos: el de los seres vivos (O), el de sus estados instantáneos (Z), el de las células (C), el de sus estados instantáneos (H), el de los núcleos (N), el de sus estados instantáneos (L), el de los componentes celulares (B); y las siguientes funciones: la que describe el estado instantáneo de un ser vivo (y), la que define el estado instantáneo de una célula (h), la que define el estado instantáneo de un núcleo (l), la que adjudica a cada ser vivo un instante inicial y otro final (t). En el predicado que da cuenta del *Modelo potencial* se definen las siguientes relaciones: "pertenecer una célula en un instante dado a un cierto estado instantáneo de un ser vivo" (M), "pertenecer un componente celular en un instante dado a un estado celular instantáneo" (Q); "estar incluido un núcleo instantáneo, en un instante dado, en un estado celular instantáneo" (S), "proceder una célula de otra por fusión" (P); "proceder una célula de otra por división" (P'); y las siguientes funciones: la que adjudica a cada célula un instante inicial y otro final (t'); la que adjudica a cada célula un núcleo (m). El predicado que describe el *Modelo estable* establece condiciones que se refieren a las entidades ya definidas en conjunto, de tal manera que es posible dar cuenta de los siguientes enunciados, los que conforman la formulación en lenguaje corriente de la teoría: 1) Todos los seres vivos están formados por células, 2) Toda célula

posee un núcleo, 3) Toda célula proviene de otra célula. Se formalizan las *Leyes especiales* correspondientes a los fenómenos de Fecundación y de Mitosis (División celular) a través de la definición de las relaciones "ser una célula producto de la fusión de otras dos células" (F) y "dividirse una célula en dos células" (K). Se discuten las ventajas de este método de formalización en comparación con los tradicionales y se problematiza la relación entre las formulaciones de las teorías a través de una reconstrucción lógica y en lenguaje ordinario. Se corrobora la validez del ensayo y la necesidad de continuar esta línea de investigación.

Las ideas de Patrick Suppes concernientes a la axiomatización conjuntística informal de teorías empíricas han sido desarrolladas por J.D. Sneed¹ y W. Stegmüller² con la intención de dar cuenta de la estructura y, más aún, de la dinámica de las mismas, en el contexto de la polémica desatada por los presupuestos de todos los que, como T.S. Kuhn, sostienen la tesis de la inconmensurabilidad. Este tipo de axiomatización ha sido aplicada a teorías provenientes de campos tan diversos como la física³, la economía⁴ la biología⁵. Sus defensores aducen en su favor, fundamentalmente, su mayor sencillez con respecto a las axiomatizaciones "tradicionales", en lógica de primer orden.

En el campo de las ciencias de la vida, ha sido la teoría genética la que ha ocupado la atención de los investigadores interesados en este tipo de formalizaciones, debiendo mencionarse en primer lugar, los intentos de J.H. Woodger⁶ en la línea de las axiomatizaciones enunciativas y los de W. Balzer⁷, quien mediante lo que se ha dado en llamar el "non statement view" ha axiomatizado la genética mendeliana y la molecular en orden a investigar su posible reducción en el marco de las ideas estructuralistas.

Esta comunicación es un ensayo, en esos términos, de axiomatizar una teoría biológica desarrollada durante la segunda mitad del siglo pasado: la teoría celular.

Metodología

La axiomatización conjuntística informal consiste, básicamente,

ENSAYO DE AXIOMATIZACION DE LA TEORÍA CELULAR

en la definición de un predicado conjuntístico, S , a la manera de Suppes. La teoría T se construye como un par $\langle K, I \rangle$, que consiste en un núcleo o formalización matemática K y un conjunto de estructuras I que representan todas las situaciones a las cuales se intenta aplicar la teoría. A su vez, el núcleo K es una secuencia $\langle Mp, M, Mpp, r \rangle$ en la cual los 3 primeros elementos son conjuntos caracterizados respectivamente por los predicados Sp , S , Spp ; y r es una función.

Mp es el conjunto de las estructuras denominadas *Modelos potenciales* de la teoría, es decir, aquellas entidades de las cuales es razonable preguntarse si satisfacen o no el predicado "es un S ". Las mismas están caracterizadas por el predicado "es un Sp ", el que da cuenta de la estructura conceptual de la teoría en cuestión.

M es un subconjunto de Mp ; es el conjunto de todos los *Modelos* de T , de todas las estructuras que satisfacen el predicado "es un S ", el cual incluye los axiomas propios de la teoría y, en las teorías físicas, da cuenta de la "estructura matemática" de las mismas.

Mpp es el conjunto de todos los *Modelos potenciales parciales* caracterizados por el predicado Spp , el cual resulta de "expulsar" las funciones T -teóricas (en el sentido de Sneed) de Sp . Un Modelo potencial parcial es un "hecho observable" que puede describirse con términos T -no teóricos meramente.

La función r elimina de cada $x \in Mp$ los términos T -teóricos.

Resultados

I. La Teoría celular se considera habitualmente establecida, a partir de los trabajos del botánico Matthias Schleiden y del zoólogo Theodor Schwann, entre 1838 y 1839, pero no es sino hasta la enunciación del famoso aforismo de Rudolf Virchow "omni cellula e cellula" que puede considerarse enunciada en su totalidad. Las recientes investigaciones de Albarracín Teulón⁸ muestran la complejidad de la trama histórica en la que se fue dibujando esta teoría. Para nuestros propósitos utilizaremos una formulación "standard" tal cual puede hallarse en los

textos de Biología celular⁹. Así, la teoría celular afirma que,

.Todos los seres vivos están formados por células.

.Toda célula posee un núcleo.

.Toda célula proviene de otra célula.

Se advierte inmediatamente que estos enunciados están bien lejos de agotar el conocimiento contemporáneo de la Biología celular, pero el objeto de este trabajo es la axiomatización de la teoría tal y como fue originalmente concebida. Otra cosa es el panorama de la Biología molecular, con cuyos elementos, en principio, se podría reconstruir una teoría molecular de la célula, lo cual en parte ya ha sido efectuado, por lo menos en lo tocante a la Genética molecular¹⁰.

La segunda advertencia concierne a que, de los fenómenos de la Mitosis y la Fecundación, se da cuenta mediante *Leyes especiales* de la teoría. Estas son válidas para determinadas "aplicaciones propuestas" de la misma y se establecen como restricciones del predicado fundamental, que fija, como se dijo, la estructura matemática de la teoría para todas las aplicaciones.

Por último, debe destacarse que una formulación más completa y acabada de las hipótesis que aquí se presentan obligaría a distinguir sistemáticamente entre "agregados", que son objetos físicos cuyos componentes son integrantes físicos de la entidad física analizada, de "conjuntos", que son abstracciones clasificativas de tales elementos. No hay duda de que, estrictamente hablando, un individuo define el conjunto de sus células, pero *no es* el conjunto de sus células; es el agregado de las mismas. Así que, en primera aproximación, se dará a "conjunto" el ambiguo significado simultáneo de *clase y agregado*, pero posteriormente los autores ofrecerán una reformulación exhaustiva.

II. El núcleo ("core") de la teoría celular

A continuación se enuncia el predicado que da cuenta del Modelo

ENSAYO DE AXIOMATIZACION DE LA TEORÍA CELULAR

potencial parcial o premodelo de TC. Los conceptos aquí definidos representan la "estructura de datos", que será explicada por la teoría celular.

Def. I: x es una estructura de datos de TC si y sólo si existen $O, Z, y, C, H, h, N, L, l, E, t$, tal que $x = \langle O, Z, y, C, H, h, N, L, l, E, t \rangle$ y

1. O es un conjunto no vacío, y si $x \in O$, x es un conjunto finito y no vacío.

O : el conjunto de los seres vivos

Introducimos o, o', \dots como variables cuyo dominio es O .

2. Z es un conjunto no vacío, y si $x \in Z$, x es un conjunto finito y no vacío.

Z : el conjunto de los estados instantáneos de los seres vivos.

3. y es una función de 2 variables cuyo dominio es O, \mathbb{R} y cuyo contradominio es Z , tal que $y(o, i) \in Z$. Notación: $o_i = y(o, i)$

\mathbb{R} es el conjunto de los números reales, entendiéndose intuitivamente que cada número real indica un instante.

y : función que define el estado instantáneo de un ser vivo.

4. C es un conjunto no vacío, y si $x \in C$, x es un conjunto finito y no vacío, y x pertenece a algún o_i^* .

C : el conjunto de las células.

Introducimos c, c', \dots como variables cuyo dominio es C .

5. H es un conjunto no vacío, y si $x \in H$, x es un conjunto finito y no vacío.

H : el conjunto de los estados instantáneos celulares.

6. h es una función de 2 variables cuyo dominio es C, \mathbb{R} y cuyo contradominio es H , tal que $h(c, i) \in H$. Notación: $c_i = h(c, i)$

h : función que define el estado instantáneo de una célula.

7. N es un conjunto no vacío, y si $x \in N$, x es un conjunto finito y no vacío.

N: el conjunto de los núcleos.

Introducimos n, n', \dots como variables cuyo dominio es N.

8. L es un conjunto no vacío, y si $x \in L$, x es un conjunto finito y no vacío.

L: el conjunto de los estados instantáneos de los núcleos.

9. l es una función de 2 variables cuyo dominio es N, \mathbb{R} y cuyo contradominio es L, tal que $l(n,i) \in L$. Notación: $n_i = l(n,i)$

l: función que define el estado instantáneo de un núcleo.

10. E es un conjunto no vacío.

E: el conjunto de los componentes celulares.

Introducimos e, e', \dots como variables cuyo dominio es E.

11. t es una función biunívoca cuyo dominio es O y cuyo contradominio es $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, tal que $t(o) = \langle i, i' \rangle$ donde i es el número que designa el instante inicial de vida e i' es el número que designa el instante final.

t función que adjudica a cada ser vivo un instante inicial y otro final, que debe ser mayor que el inicial.

+++ Se define la función de proyección $\Pi_i (1 \leq i \leq n)$ que al ser aplicada a un n-tuplo ordenado $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ selecciona el i-ésimo: $\Pi_i(\langle x_1, \dots, x_n \rangle) = x_i$.

El siguiente predicado define los conceptos TC-teóricos que intervienen en el Modelo potencial:

Def. 2: x es un Modelo potencial de TC ($x \in Mp(TC)$) si y sólo si existen O, Z, y, C, H, h, N, L, l, E, t, t', M, Q, S, m, P, P', tal que

1. $x = \langle O, Z, y, C, H, h, N, L, l, E, t, t', M, Q, S, m, P, P' \rangle$

2. $\langle O, Z, y, C, H, h, N, L, l, E, t \rangle$ es una estructura de datos de TC

3. t' es una función biunívoca cuyo dominio es C y cuyo contradominio

ENSAYO DE AXIOMATIZACION DE LA TEORIA CELULAR

minio es $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^{**}$.

t' : función que adjudica a cada célula un instante inicial y otro final, que debe ser mayor que el inicial.

4. M es una relación triádica entre C , \mathbb{R} , Z .

M : es la relación "pertenecer una célula en un instante dado, a un cierto estado instantáneo de un ser vivo".

Decir $M(c, i, o_i)$ quiere decir que la célula c pertenece en el instante i al estado instantáneo de un ser vivo o_i .

$(c)(M(c, i, o_i))$ es el conjunto de células que pertenecen en el instante i al organismo instantáneo o_i .

5. Q es una relación triádica entre E , \mathbb{R} , H .

Q : es la relación "pertenecer un componente celular en un instante dado a un estado celular instantáneo".

$Q(e, i, c_i)$ quiere decir que el componente celular pertenece en el instante i al estado instantáneo celular c_i .

$(e)(Q(e, i, c_i))$ es el conjunto de todos los componentes celulares que pertenecen en el instante i al estado celular instantáneo c_i .

6. S es una relación triádica entre L , \mathbb{R} , H .

S : es la relación "estar incluido un núcleo instantáneo, en un instante dado, en un estado celular instantáneo".

$S(n_i, i, c_i)$ quiere decir que el estado nuclear instantáneo n_i está en el instante i incluido en el estado celular instantáneo c_i .

7. m es una función biunívoca cuyo dominio es C y cuyo contra-dominio es N .

m : función que adjudica a cada célula, un núcleo.

Notación: $n=m(c)$

8. P es una relación binaria entre elementos de C .

P : es la relación "proceder una célula de otra célula por fusión"

$P(c, c')$ sí y sólo si

1. $\Pi_1(t'(c)) = \Pi_2(t'(c'))$
2. para $i = \Pi_1(t'(c)), (\epsilon')(Q(e', i, c'_i)) \subset (\epsilon)(Q(e, i, c_i))$

9. P' es una relación binaria entre elementos de C.

P': es la relación "proceder una célula de otra célula por división".

P'(c, c') sí y sólo si,

1. $\Pi_1(t'(c)) = \Pi_2(t'(c'))$
2. para $i = \Pi_1(t'(c)), (\epsilon)(Q(e, i, c_i)) \subset (\epsilon')(Q(e', i, c'_i))$

10. $P = P \cup P'$

P : es la relación "proceder una célula de otra célula por fusión o por división".

El siguiente predicado define el Modelo de la TC. Adviértase que en Def. 2 se caracterizan conjuntos, funciones y relaciones a través de condiciones que se refieren a cada una de estas entidades por separado. Al introducir el Modelo se introducen condiciones referidas a esas mismas entidades en su conjunto ("cluster laws").

Def. 3: x es un Modelo para TC ($x \in M(TC)$) si y sólo si $x = \langle O, Z, y, C, H, h, N, L, l, E, t, t', M, Q, S, m, P, P' \rangle$ y

1. $x \in Mp(TC)$,

2. para todo o, y para todo i tal que

$$\Pi_1(t(o)) \leq i \leq \Pi_2(t(o)), o \in o \text{ si y sólo si,}$$

2.1. $o_i = (c)(M(c, i, o_i))$ y $o = \bigcup_{\Pi_1(t(o)) \leq k \leq \Pi_2(t(o))} o_k$

2.2. y para todo c, tal que $c \in o_i$ y para toda j tal que

$$\Pi_1(t'(c)) \leq j \leq \Pi_2(t'(c)),$$

2.2.1. $c_j = (\epsilon)(Q(e, j, c_j))$

2.2.2. $c = \bigcup_{\Pi_1(t'(c)) \leq k \leq \Pi_2(t'(c))} c_k$

2.2.3. para toda c_j existe un n tal que $S(n, j, c_j)$ y $n = \bigcup_{\Pi_1(t'(c)) \leq k \leq \Pi_2(t'(c))} n_k$

ENSAYO DE AXIOMATIZACION DE LA TEORIA CELULAR

y $n = m(c)$

2.2.4. existe una c' tal que $P(c,c')$.

III Leyes especiales

Las leyes especiales de esta teoría se refieren al diverso modo de origen de las células, ya sea por fusión de otras dos células (Fecundación) o por división de una célula madre (Mitosis).

Fecundación: F es una relación triádica entre elementos de C.

F: es la relación "ser una célula producto de la fusión de otras dos".

$F(c,c',c'')$ si y sólo si, siendo $i=\Pi_1(t(o))$, se cumple que,

1. $c \in o_i$, y para todo $x \in o_i$, $x=c$.
2. $P(c,c')$ y $P(c,c'')$ y $c \neq c'$.
3. $(e) (Q(e,i,c_i) = (e') (Q(e',i,c'_i) \cup (e'') (Q(e'',i,c''_i)))$.

División celular: K es una relación triádica entre elementos de C.

K: es la relación "dividirse una célula en dos células".

$K(c,c',c'')$ si y sólo si,

1. $P'(c',c)$ y $P'(c'',c)$,
2. Si $i=\Pi_2(t'(c))$, entonces
 $(e)(Q(e,i,c_i))=(e')(Q(e',i,c'_i)) \cup (e'')(Q(e'',i,c''_i))$

Conclusiones y Discusión

En primer lugar, creemos haber corroborado la sencillez del método de Sneed para la axiomatización de teorías empíricas. Pero si se comparan nuestros resultados con los obtenidos de la axiomatización de teorías físicas mediante la misma metodología, se advertirán las dificultades inherentes a las teorías biológicas. Estas contienen, en relación a aquellas, un mayor número de enunciados de nivel 1 y nivel 2, responsables de esta situación^{***}.

Se corrobora asimismo, que en una teoría expuesta en lenguaje ordinario, se expresa mucho más de lo que aparentemente se dice, lo cual es de esperar, dada la capacidad del lenguaje coloquial de resumir mucha información. En este sentido, la axiomatización destaca contenidos que estaban implícitos o escondidos en la enunciación en el lenguaje ordinario de la teoría. Fue imprescindible tomar en cuenta en nuestros axiomas el factor "tiempo", el cual no aparece mencionado en absoluto en la exposición corriente. Pero es dable advertir que, así como se iluminan algunos contenidos, otros pueden perderse. Ya se ha sugerido al comienzo de esta presentación que la afirmación "Todo organismo está formado por células" alude al agregado físico, y no al conjunto abstracto y matemático. Entonces surge la cuestión de si es posible agotar, mediante una formalización axiomática, el contenido de una teoría.

Por fin debe señalarse, que por medio de la axiomatización la contrastabilidad de la teoría en cuestión se hace más nítida, se conoce más exactamente qué es lo que se está contrastando. Entre otras cosas, esto permite una mejor elucidación del papel que la teoría ha desempeñado, en la historia "interna" de la respectiva disciplina.

En síntesis, hemos presentado el primer intento de axiomatización de la teoría celular, una de las más importantes teorías biológicas, utilizando la metodología de formalización conjuntística informal de Sneed-Stegmüller. Creemos que los resultados obtenidos corroboraran la validez del ensayo y estimulen a superar sus eventuales inconsecuencias.

NOTAS

* Se considera a "célula" como un término TC-no teórico, ya que observaciones de la existencia de células en seres vivos existen desde 1665 (Robert Hook), mucho antes de la formulación de la teoría celular.

** Puede llamar la atención que perteneciendo C a la estructura de datos sea t' una función TC-teórica. La razón es que el hecho de que una célula tenga un instante inicial y otro final (ciclo vital) no surge inmediatamente de su observación,

ENSAYO DE AXIOMATIZACION DE LA TEORIA CELULAR

sino que forma parte de la teoría.

*** Los dos niveles se caracterizan por utilizar vocabulario lógico y empírico exclusivamente, sólo que las de nivel 1 son singulares y las de nivel 2 contienen cuantificadores¹¹.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. SNEED, J.D. *The Logical Structure of Mathematical Physics*. Dordrecht, 1971.
2. STEGMÜLLER, W. *Estructura y dinámica de teorías*. Barcelona, Ariel, 1983.
3. MOULINES, C.-U. "A Logical Reconstruction of Simple Equilibrium Thermodynamics". *Erkenntnis* 9: 101-130, 1975.
4. BALZER, W. "A Logical Reconstruction of Pure Exchange Economics". *Erkenntnis* 17: 23-46, 1982.
5. BALZER, W.; DAWE, C.M. "Structure and Comparison of Genetic Theories: (I) Classical Genetics". *Brit. J. Phil. Sci.* 37: 55-69, 1986.
6. WOODGER, J.H. "Studies in the Foundation of Genetics. En: HENKIN, L. et al. (eds.) *The Axiomatic Method*. North Holland, 1959. pp. 408-428.
7. BALZER, W.; DAWE, C.M. loc. cit. y BALZER, W.; DAWE, C.M. "Structure and Comparison of Genetics Theories": (2) "The Reduction of Character-Factor Genetics to Molecular Genetics". *Brit. J. Phil. Sci.* 37: 177-191, 1986.
8. ALBARRACIN TEULON, A. *La Teoría Celular*. Madrid, Alianza, 1983.
9. DE ROBERTIS, E.D.P.; DE ROBERTIS, E.M.F. *Biología celular y Molecular*. Buenos Aires, El Ateneo, 1981.
10. BALZER, W.; DAWE, C.M. loc. cit.
11. KLIMOVSKY, G. "Estructura y validez de las teorías científicas". En: ZIZIEMSKY, D. (ed.). *Métodos de investigación en psicología y psicopatología*. Buenos Aires, Nueva Visión, 1977. pp. 11-40.

Universidad de Buenos Aires