

# LOS CUATRO TIPOS DE VERDAD CIENTÍFICA

Julián GARRIDO GARRIDO\*

Four types of truth can be distinguished in scientific knowledge: local truths, truths by definition, mathematical truths and empirical truths. These types are strongly interrelated: empirical theories use the four types; mathematical theories are concerned only with the first three classes, whereas logical theories contain just logical truths and definitions. Those relationships allow to classify the types of truth from two viewpoints concerning, respectively, their degree of abstraction and their relative power. The multiplicity of truth modes means that the idea of truth as unique and complete description of the world can be considered inadequate.

## 1. INTRODUCCIÓN

La idea de verdad es un concepto controvertido. Para algunos representa el objetivo básico de la ciencia mientras que para otros constituye un mito. Pero el problema de la verdad en relación con el conocimiento científico sólo puede plantearse de modo adecuado partiendo del reconocimiento de que en la ciencia están presentes no uno sino cuatro tipos diferentes de validez o verdad. La ley del tercio excluido,  $p$  o no  $p$ , es una verdad lógica. La definición de subconjunto,  $x \subseteq y \stackrel{\text{df}}{\iff} \forall z (z \in x \rightarrow z \in y)$ , es una verdad por definición. El teorema de Euclides, hay infinitos números primos, es una verdad matemática. La ley del movimiento de Newton,  $F=ma$ , es, por último, una verdad empírica.

Cada uno de estos ejemplos ha sido extraído de una teoría diferente: la lógica de conectores, la teoría de conjuntos, la teoría de números y la mecánica clásica, respectivamente. Cada una de ellas pertenece además a uno de los tres niveles de abstracción en que están formuladas las teorías científicas: la mecánica es una teoría empírica, la teoría de números y la de conjuntos son matemáticas y la lógica de conectores es una teoría lógica. Esta clase de ejemplos indica que tres de los cuatro tipos de verdad científica se presentan propiamente en niveles de abstracción específicos que contienen teorías de naturaleza claramente diferenciada. En la división del trabajo originada en el curso de la evolución de la ciencia, lógicos, matemáticos y científicos empíricos están primordialmente interesados en conocimientos caracterizados por modos diferentes de verdad. Y todos ellos, cuando elaboran teorías, introducen además definiciones como auxiliares cognoscitivos. La distinción entre estas verdades

se encuentra pues facilitada por sus presencias respectivas en campos de conocimiento dotados de cierto grado de autonomía.

Pero la relativa autonomía entre los tipos de verdad no debe confundirse con una independencia o separación absolutas. Estas no se producen porque entre los niveles de abstracción de las teorías científicas hay relaciones de presuposición. Como consecuencia de ello las verdades de clases diferentes pueden conectarse y por tanto estar presentes en una misma teoría de un nivel dado. La multiplicidad de verdades no debe oscurecer sus interconexiones. Entre otros motivos porque la caracterización de cada una de ellas incluye como aspecto significativo su relación con las demás.

La interrelación entre los modos de verdad es un tema tan general que constituye un arquetipo de la clase de cuestiones que deberían ocupar el interés de la disciplina denominada filosofía de la ciencia. El científico particular, sea lógico, matemático o empírico, está ocupado usualmente en un modo específico de verdad, y si en algún momento atiende directamente a la relación de éste con otros modos de verdad, deja de hacer ciencia para introducirse en la teoría de la ciencia. Sólo desde la perspectiva generalista, en la que el conocimiento científico es considerado de modo global (importa poco que la adopte un científico o un filósofo de la ciencia), se pueden considerar las relaciones entre tipos de verdad, cada uno de los cuales absorbe por sí solo el interés de millares de especialistas. En definitiva, si una disciplina tan cuestionada interna y externamente, con buena parte de razón dada su inmadurez como es la filosofía o teoría de la ciencia, tiene problemas u objetos de estudio propios, uno de ellos y de los más centrales es el que aquí nos ocupa. Pese a estas razones lo cierto es que este problema no ha sido atendido con la insistencia que se merece. Por este motivo las consideraciones que siguen son relativamente poco precisas y de naturaleza esencialmente exploratoria.

## 2. EL NIVEL DE ABSTRACCIÓN EMPÍRICO

Las relaciones de presuposición entre los niveles de abstracción en que se formulan las teorías científicas son necesariamente asimétricas: los menos abstractos presuponen a los restantes y no al revés. Así, las teorías empíricas utilizan matemática y lógica y las teorías matemáticas presuponen lógica. Lo inverso no sucede porque la matemática y la lógica se construyen en niveles de conocimiento progresivamente más abstractos. (Debe reconocerse que entre la lógica y la matemática no hay una frontera perfectamente definida, pero ello no impide la distinción entre sus niveles de abstracción pues hay múltiples ejemplos de teorías netamente matemáticas, como el análisis, y teorías lógicas puras, como la de conectores).

Estas relaciones asimétricas dan lugar a las conclusiones siguientes. Las argumentaciones empíricas pueden incluir enunciados con los cuatro tipos de verdad. Los razonamientos matemáticos contienen exclusivamente verdades matemáticas, definiciones y verdades lógicas. En las demostraciones lógicas, por último, intervienen a lo sumo definiciones y leyes lógicas. En definitiva, las tres clases de teorías científicas: empíricas, matemáticas y lógicas, son formuladas en niveles de conocimiento progresivamente más abstractos y a este aumento de abstracción le acompaña una disminución del número de tipos de verdad expresables en ellos.

La muestra de ejemplos de los cuatro tipos de verdad formulados en un mismo nivel de abstracción y conectados entre sí, no sólo no oscurece sino que, por el contrario, resalta aún más sus aspectos distintivos. Tales ejemplos deben extraerse necesariamente del conocimiento empírico, y sus análisis hacen patente la presuposición de conocimientos situados en niveles de mayor abstracción. La argumentación deductiva que conduce de la forma diferencial de la ley de Gauss a su forma integral es un ejemplo particularmente sencillo de interrelación de enunciados con las cuatro clases de verdad. (Hay también una argumentación en sentido inverso ya que ambas expresiones son lógicamente equivalentes, aunque difieren desde otros puntos de vista: la formulación diferencial es más adecuada teóricamente, mientras que la integral lo es aplicativamente). Las relaciones entre estos enunciados pertenecen a la teoría empírica electromagnetismo clásico, uno de cuyos axiomas es justamente la ley de Gauss. El razonamiento parte de cuatro premisas y utiliza, en tres momentos sucesivos, la regla deductiva de sustitutividad de los idénticos.

## PREMISAS

La premisa fundamental es la ley de Gauss diferencial:

$$(1) \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon$$

La reflexividad de la identidad se introduce como premisa adicional:

$$(2) \quad \int \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \int \nabla \cdot \mathbf{E} dV$$

También se introduce por definición la carga contenida en un volumen:

$$(3) \quad q = \int_V \rho dV$$

Por último se añade el teorema de la divergencia aplicado al campo eléctrico:

$$(4) \quad \int \nabla E dV = \oint E \cdot dS$$

### REGLA DEDUCTIVA

La regla de sustitutividad de los idénticos afirma que de un enunciado  $\tau$  que contiene un término  $t_i$  y de la identidad entre este y otro término  $t_j$ , se deduce el enunciado obtenido del primero por la simple sustitución de  $t_i$  por  $t_j$ . En símbolos: de  $\tau(t_i)$  y  $t_i=t_j$  se deduce  $\tau(t_j)$ .

### OBTENCIÓN DE LA CONCLUSIÓN

Por (1)  $\rho/\epsilon$  es idéntico a  $\nabla E$  y puede por tanto sustituirlo en (2), resultando:

$$(5) \quad \int \nabla E dV = 1/\epsilon \int \rho dV$$

Por (3)  $q$  es idéntico a  $\int \rho dV$  y puede por tanto sustituirlo en (5), resultando:

$$(6) \quad \int \nabla E dV = q/\epsilon$$

Por (4) es idéntico a  $\oint E \cdot dS$  y puede por tanto sustituirlo en (6) resultando la ley de Gauss integral:

$$(7) \quad \oint E \cdot dS = q/\epsilon$$

Las premisas de esta argumentación son ejemplos significativos de los cuatro tipos de verdad. La reflexividad de la identidad es una ley lógica, la dependencia de la carga eléctrica respecto a su densidad es una definición, el teorema de la divergencia es un enunciado matemáticamente verdadero y la ley de Gauss es una verdad empírica. (También es una ley lógica la sustitutividad de los idénticos expresada en forma de condicional. Pero en esta argumentación no interviene estructurando directamente a enunciados, como sí hace la reflexividad de la identidad, sino que actúa como regla legitimadora de un determinado salto entre enunciados. En cualquier caso, la otra ley lógica presente es un ejemplo suficiente).

Aunque estos cuatro enunciados verdaderos están expresados en términos del electromagnetismo y por tanto empíricos, esta homogeneidad formulacional,

que permite incluirlos en un mismo argumento, no obstaculiza la percepción de la heterogeneidad entre sus modos respectivos de validez o verdad.

(a) La reflexividad de la identidad tiene una estructura tan trivial y vacía que ella misma garantiza su verdad para cualquier interpretación del término al que se aplique la identidad. Verdad lógica es verdad para toda interpretación de la pura fórmula que estructura al enunciado (su fórmula bien formada, fbf, expresable en un lenguaje formal).

(b) La definición de carga consiste estrictamente en la decisión de nombrar de esta manera a la integral de volumen de su densidad y semejante decisión es la causa de su verdad. (No hay en ello circularidad pues la densidad es un concepto primitivo o no definido del electromagnetismo). Verdad por definición es verdad por decisión o convención relativa a la introducción de un nuevo concepto.

(c) El teorema de la divergencia es consecuencia deductiva de afirmaciones básicas sobre los números reales y sobre campos vectoriales construidos entre productos cartesianos suyos. Verdad matemática es verdad por deducción a partir de axiomas simples. (Hasta el siglo 19 se creía en la "autoevidencia de los axiomas", que eliminaba el incómodo problema de justificar a estos con algo distinto de su apariencia simple e intuitiva. El surgimiento de las geometrías no euclídeas, que mostraron que los axiomas podían ser antiintuitivos, y el descubrimiento de las paradojas en la teoría de conjuntos, que revelaron la posibilidad de obtención de contradicciones a partir de axiomas intuitivos, arruinaron esa creencia).

(d) La ley de Gauss es una ley muy general entre cuyas consecuencias particulares hay muchas predicciones suficientemente confirmadas. Dos ejemplos de ellas son los siguientes: para cargas en reposo esta ley conduce a la ley de Coulomb contrastable con balanzas de torsión de Cavendish; para cargas vibrantes la ley de Gauss, junto a otras leyes de Maxwell, genera la ecuación de ondas del campo eléctrico, que predice un valor de la velocidad de la luz función de constantes electromagnéticas y comprobable por medición. Verdad empírica es verdad por correspondencia con los hechos. Evidentemente, para todos los enunciados empíricos que, como la ley de Gauss y las leyes científicas en general, no consisten en descripciones singulares comprobables perceptualmente, dicha correspondencia es necesariamente muy indirecta.

Ciertamente estos comentarios sobre los modos de verdad son, por su brevedad, extremadamente esquemáticos. Pero lo que interesa destacar en este momento es que sus evidentes diferencias, mostradas en esta consideración primaria, no desaparecen sino que se refuerzan ante análisis más detallados. Estos últimos conducen a problemáticas específicas para cada tipo de verdad.

Una manifestación importante de la diversidad de modos de verdad en las cuatro premisas formuladas en el nivel empírico para deducir la ley de

Gauss integral, consiste en que sólo dos de ellas intervienen en su forma propia y definitiva. La ley de Gauss y la definición de carga eléctrica, al tratarse de una ley empírica y de la definición de un concepto empírico respectivamente, son expresadas en este nivel de abstracción empírico con toda su plenitud. No ocurre lo mismo con el teorema de la divergencia ni con la reflexividad de la identidad, cuyas versiones empíricas son formulaciones o interpretaciones extremadamente particulares. De cada una de ellas es posible extraer su formulación plena correspondiente en el seno de niveles de conocimiento más abstractos. Resulta por lo tanto instructivo considerar las formulaciones de estas premisas en los niveles de abstracción matemático y lógico, sucesivamente.

### 3. EL NIVEL DE ABSTRACCIÓN MATEMÁTICO

La expresión general del teorema de la divergencia es  $\int \nabla \text{AdV} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$ , que se refiere indistintamente a cualquier campo vectorial  $\mathbf{A}(x,y,z)$ . En el argumento de la ley de Gauss este teorema es aplicado a una magnitud empírica, el campo eléctrico. Esta particularización es posible gracias al siguiente supuesto interpretativo de la teoría electromagnética: "la magnitud campo eléctrico tiene la estructura matemática de campo vectorial  $\mathbf{E}$ ". La validez del teorema de la divergencia es matemática, independiente por tanto de los fenómenos electromagnéticos. El que sí depende de ellos es el supuesto interpretativo mencionado, que permite su aplicación en este contexto. En definitiva, el enunciado  $\int \nabla \text{EdV} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$  es instancia particular de un teorema matemático y, debido a ello, aunque expresado empíricamente, su validez o verdad es cualitativamente distinta de la de otros enunciados con los que se relaciona, como la ley de Gauss cuya verdad es empírica.

Esta diferencia es reconocida tácitamente en la formulación axiomática de las teorías físicas. En la del electromagnetismo en particular, se consideran axiomas las ecuaciones de Maxwell (una de las cuales es la ley de Gauss) y la ley de fuerza de Lorentz. No reciben esta consideración sin embargo múltiples expresiones que (como el teorema de la divergencia para el campo eléctrico) se utilizan junto a esos axiomas sin deducirse de ellos para desarrollar argumentaciones de la teoría (como la obtención de la ley de Gauss integral). Esta discriminación tiene una buena base: los axiomas propios de una teoría física son los empíricamente verdaderos, no las verdades matemáticas, aunque sean utilizadas con interpretación empírica. De este modo se distinguen los conocimientos específicamente físicos de los ofrecidos por la matemática desde su mayor nivel de abstracción. Esta reducción de la base axiomática, delimitadora de niveles de conocimiento, es además perfectamente legítima por el siguiente motivo: los supuestos interpretativos que permiten aplicar los teoremas matemáticos a la teoría física ya están implícitos en sus axiomas

empíricos. El ejemplo aquí considerado es suficientemente ilustrativo: la aplicación del teorema de la divergencia al campo eléctrico presupone que éste es un campo vectorial pero en el axioma empírico ley de Gauss ya está incluido este supuesto (junto al de que la densidad de carga es un campo escalar y al de la constancia de  $\epsilon$ ). En definitiva, los axiomas empíricos de la teorías físicas contienen los presupuestos interpretativos necesarios para poder añadirles coherentemente los teoremas matemáticos que intervienen en la deducción de las consecuencias de dichas teorías.

Debe destacarse, por otro lado, que la diferencia entre una verdad empírica y una verdad matemática presentes en una misma teoría física no consiste en que únicamente de la segunda de ellas se pueda abstraer una fórmula matemática. Por el contrario, volviendo al ejemplo que nos ocupa, la ley de Gauss diferencial pese a ser un enunciado empíricamente verdadero tiene la siguiente estructura matemática:  $\nabla \cdot \mathbf{A} = a/c$ , en la cual  $\mathbf{A}$ ,  $a$  y  $c$  designan respectivamente a un campo vectorial, un campo escalar y una constante. En consecuencia tanto el matemático teorema de la divergencia como la empírica ley de Gauss disponen en el nivel de abstracción matemático de las correspondientes estructuras:  $\int \nabla \cdot \mathbf{A} dV = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$  y  $\nabla \cdot \mathbf{A} = a/c$ . Hay, sin embargo, entre esas dos fórmulas matemáticas, diferencias significativas que repercuten directamente en los modos de verdad de los enunciados empíricos que las pueden encarnar.

(a) La fórmula  $\int \nabla \cdot \mathbf{A} dV = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$  es, como se ha señalado, un teorema matemático, una consecuencia deductiva de los axiomas del análisis, y por lo tanto un enunciado matemáticamente verdadero. Como consecuencia de ello toda interpretación empírica suya que satisfaga el requisito: "la magnitud sustituyente de  $\mathbf{A}$  es campo vectorial", es verdadera. Son en particular verdaderas las interpretaciones  $\int \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$  y  $\int \nabla \cdot \mathbf{B} dV = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ , en las cuales los campos eléctrico y magnético, ambos vectoriales, sustituyen a  $\mathbf{A}$ . Dado que las interpretaciones empíricas (estructuralmente adecuadas) de las verdades matemáticas no pueden ser falsas, sus verdades no son empíricas, dependientes de los hechos observables, sino (casos particulares de) verdades matemáticas. Esta circunstancia indica que la verdad matemática es "más potente" que la verdad empírica. Debido a ello, de los enunciados expresados en el nivel de abstracción empírico cuya estructura es matemáticamente verdadera, no tiene sentido plantearse su verdad o falsedad en el modo empírico.

(b) La fórmula  $\nabla \cdot \mathbf{A} = a/c$  es una expresión matemáticamente correcta, pero no constituye un teorema matemático. Es correcta porque identifica la divergencia de un campo vectorial con el cociente entre un campo escalar y una constante y, según el análisis matemático, cada uno de estos términos identificados tiene la estructura de campo escalar. Se trata por tanto de una

igualdad consistente, pero no de una verdad matemática, puesto que no es consecuencia deductiva del análisis matemático que cualesquiera estructuras:  $\mathbf{A}$ ,  $a$  y  $c$ , mantengan semejante relación. (La consistencia es condición necesaria, pero no suficiente, de la verdad. Una fórmula matemática inconsistente, como por ejemplo  $\nabla\mathbf{A}=\mathbf{A}/c$  que identifica un campo escalar y un campo vectorial, es necesariamente falsa, mientras que una fórmula consistente puede dar lugar tanto a la verdad como a la falsedad).

La escueta corrección, que no llega a constituir verdad, de una fórmula matemática tiene las siguientes consecuencias en relación a sus posibles interpretaciones: las interpretaciones empíricas de  $\nabla\mathbf{A}=\mathbf{a}/c$  que cumplen el requisito "las magnitudes sustituyentes de  $\mathbf{A}$ ,  $a$  y  $c$ , son campo vectorial, campo escalar y constante", pueden ser tanto verdaderas como falsas. En particular, la interpretación  $\nabla\mathbf{E}=\rho/\epsilon$ , cuyos sustituyentes  $\mathbf{E}$ ,  $\rho$  y  $\epsilon$  son adecuados, es la ley de Gauss, que es verdadera. Por contraste, la interpretación  $\nabla\mathbf{B}=\rho/\epsilon$ , cuyos sustituyentes  $\mathbf{B}$ ,  $\rho$  y  $\epsilon$  son igualmente adecuados, es un enunciado falso, pues una de las ecuaciones de Maxwell afirma  $\nabla\mathbf{B}=0$ . (No hay inconsistencia matemática en que un campo escalar como  $\nabla\mathbf{B}$  tome un valor constante e igual a cero en todos sus puntos). En definitiva, puesto que las interpretaciones empíricas (estructuralmente adecuadas) de las fórmulas matemáticas simplemente correctas pueden ser tanto verdaderas como falsas, dicha verdad o falsedad no se decide en el nivel de abstracción matemático, sino que es empírica, dependiente de los hechos observables. (Efectivamente, las predicciones obtenidas con  $\nabla\mathbf{E}=\rho/\epsilon$  se ven confirmadas, mientras que las resultantes de  $\nabla\mathbf{B}=\rho/\epsilon$  son refutadas).

#### 4. EL NIVEL DE ABSTRACCIÓN LÓGICO

La reflexividad de la identidad es todavía más abstracta que el teorema de la divergencia. Se refiere, en su formulación general, a todo símbolo o secuencia de símbolos con la estructura sintáctica de término  $t_i$ . Cualquier símbolo de función acompañado de los símbolos de sus argumentos u objetos de su dominio es un término (por ejemplo,  $4+5$  es un término). Como las funciones pueden aplicarse sobre ellas mismas, es posible también que en sus argumentos haya a su vez funciones (también  $4+(2+3)$  o  $(2+2)+(2+3)$  son términos). La reflexividad de la identidad afirma que para todo término  $t_i$  se cumple  $t_i=t_i$ . En el argumento de la ley de Gauss esta ley lógica interviene particularizada a la integral de volumen de la divergencia del campo eléctrico, que es identificada consigo misma. Esta aplicación es legítima porque dicha estructura es, según el análisis matemático, una función aplicada a funciones. Concretamente, la integral de volumen es una función sobre un campo escalar constituido en este caso por la divergencia de un campo vectorial; la divergen-

cia es por su parte un operador o función sobre un campo vectorial representado aquí por el campo eléctrico; el campo eléctrico vectorial es por último una función de argumento  $(x,y,z)$ , o  $(x,y,z,t)$  en el caso más general de campo no estacionario. En definitiva, el siguiente supuesto: "la sucesión de símbolos  $\int \nabla E dV$ , o, más explícitamente,  $\int \nabla E(x,y,z,t)dV$ , tiene la estructura sintáctica de término", se cumple satisfactoriamente y, debido a ello, el enunciado  $\int \nabla E dV = \int \nabla E dV$  es un caso particular de la ley lógica  $t_1 = t_1$ .

La validez de  $\int \nabla E dV = \int \nabla E dV$  es puramente lógica, producida por su estructura sintáctica o fórmula bien formada (fbf) en el lenguaje formal de la lógica de la identidad  $t_1 = t_1$ . Su verdad no depende de los fenómenos electromagnéticos, como le ocurre a la ley de Gauss  $\nabla E = \rho/\epsilon$ , ni de los axiomas del análisis matemático, como es el caso del teorema de la divergencia  $\int \nabla E dV = \oint E \cdot dS$ . Sin embargo, aunque la ley de Gauss y el teorema de la divergencia no son verdades lógicas, tiene también fórmulas bien formadas, estructuras sintácticas expresables en el lenguaje formal de la lógica. Por los comentarios anteriores relativos a la estructura de término resulta evidente que las secuencias de símbolos:  $\nabla E$ ,  $\rho/\epsilon$  e  $\oint E \cdot dS$ , pertenecen a dicha categoría, pues todas ellas son funciones aplicadas a funciones. Denominándolas  $t_j$ ,  $t_k$  y  $t_1$ , respectivamente, la fbf de la ley de Gauss es  $t_j = t_k$  y la del teorema de la divergencia resulta ser  $t_j = t_1$ . En ambos casos se trata en realidad de una misma fbf genérica, la que identifica términos diferentes, simbolizable por  $t_i = t_j$ . (Debe señalarse en este punto, aunque las definiciones se consideran específicamente más adelante, que la premisa restante de la deducción de la ley de Gauss integral, la definición de carga,  $q = \oint \rho dV$ , tiene igualmente la fbf  $t_i = t_j$ ).

Resumiendo entonces: en el nivel de abstracción lógico o de los lenguajes formales, la reflexividad de la identidad tiene la fbf  $t_1 = t_1$ , mientras que el teorema de la divergencia, la ley de Gauss y la definición de carga tienen la fbf común  $t_i = t_j$ . Estas dos fórmulas bien formadas tienen propiedades lógicas muy distintas y esa diversidad es responsable de los diferentes modos de verdad de los enunciados estructurables según ellas en los niveles de abstracción empírico y matemático.

(a) La fbf  $t_1 = t_1$  es lógicamente verdadera: su estructura es causante de la verdad de cualquier enunciado que constituya una de sus interpretaciones. El motivo de ello es la conjunción de las dos circunstancias siguientes. En primer lugar, la condición de verdad del símbolo lógico de identidad: la identidad entre dos términos es verdadera si y sólo si esos dos términos refieren al mismo objeto. Por otra parte, cualquier término utilizado más de una vez en el seno de una misma fórmula mantiene su referencia. En consecuencia, la identidad  $t_1 = t_1$  es necesariamente verdadera pues la condición de verdad de la identidad no puede dejar de cumplirse en este caso. Por lo tanto, también es verdadera toda interpretación adecuada suya. No sólo  $\int \nabla E dV = \int \nabla E dV$ , sino también

$\nabla E = \nabla E$ ,  $\oint E \cdot dS = \oint E \cdot dS$ , y cualquier otra trivialidad con esta misma estructura. Resulta entonces la siguiente conclusión relativa a los modos de verdad: como las interpretaciones empíricas y/o matemáticas de las fbf lógicamente verdaderas no pueden ser falsas, sus verdades no son empíricas ni matemáticas, sino (casos particulares de) verdades lógicas. En otras palabras, la verdad lógica es "más potente" que la verdad matemática y la verdad empírica. Como consecuencia de ello, si un enunciado expresado en el nivel de abstracción matemático o empírico tiene una fbf lógicamente verdadera, no tiene sentido plantearse su verdad o falsedad en los modos empírico o matemático.

(b) La fbf  $t_i = t_j$  no es lógicamente verdadera (como ocurre con  $t_i = t_i$ , verdadera en toda interpretación) y tampoco es lógicamente falsa o contradictoria (como es el caso de  $\neg t_i = t_i$ , falsa en toda interpretación). Es simplemente una fórmula consistente, es decir, una estructura que admite por igual interpretaciones que la hacen verdadera e interpretaciones que la hacen falsa. Teniendo en cuenta el significado lógico de la identidad (la identidad es verdadera si y sólo si los términos identificados tienen la misma referencia), es fácil comprender por qué se produce esta doble posibilidad: dos términos diferentes,  $t_i$  y  $t_j$ , pueden referir a un mismo objeto, produciendo entonces identidades verdaderas (como  $4 + 5 = 6 + 3$ ), o pueden tener distinta referencia, dando lugar a identidades falsas (como  $4 + 5 = 7 + 3$ ). En definitiva, las sustituciones en la fbf  $t_i = t_j$  de  $t_i$  y  $t_j$  por términos empíricos o matemáticos, dan lugar tanto a enunciados verdaderos.  $\int \nabla E dV = \rho/\epsilon$  y  $\nabla E = \oint E \cdot dS$ . Puesto que la consistencia sintáctica de una fbf no garantiza la verdad de los enunciados matemáticos o empíricos que la puedan encarnar, la verdad o falsedad de estos enunciados se decide en el nivel matemático o empírico en que sean formulados.

## 5. LAS DEFINICIONES

Los análisis del teorema de la divergencia y la reflexividad de la identidad, utilizados en la argumentación empírica que conduce a la ley de Gauss integral, han puesto de manifiesto que sus formulaciones adecuadas, aquéllas que las expresan con toda generalidad y respecto a las cuales se decide su validez, pertenecen a contextos más abstractos que el empírico: matemático y lógico respectivamente. La ley de Gauss y la definición de carga, por su parte, se encuentran formuladas adecuadamente en el ámbito empírico del electromagnetismo. En definitiva, los cuatro tipos de verdad se distribuyen en tres niveles de abstracción. Además, cada uno de estos tres niveles está íntimamente asociado con el tipo de verdad y de teoría cuya denominación comparten. Las verdades empíricas (ley de Gauss), matemáticas (teorema de la

divergencia) y lógicas (reflexividad de la identidad) pertenecen a teorías empíricas (electromagnetismo), matemáticas (análisis) y lógicas (lógica de la identidad), y se resuelven en los niveles de abstracción correspondientes. El cuarto tipo de verdad, la definición, es desde este punto de vista muy diferente: ni se construye en una clase distintiva de teorías, ni tiene un nivel de abstracción específico. Pese a ello mantiene fuertes relaciones con las teorías (de cualquiera de sus clases) y, a través de ellas, con los niveles de abstracción y con los restantes tipos de verdad.

La definición es un procedimiento de introducción de nuevos conceptos mediante combinaciones de conceptos previos que se realiza necesariamente en el seno de teorías. Es precisa una teoría cuyos axiomas proporcionen cierto número de conceptos primitivos (no definidos) para poder definir nuevos conceptos a partir de ellos. Dicha teoría puede ser de cualquier clase: empírica, matemática o lógica. Esta variedad explica que las definiciones tengan presencia plena en cualquiera de los niveles de abstracción correspondientes. Hay definiciones de conceptos empíricos, como la definición de carga eléctrica:  $q = \oint \rho dV$ , cuya expresión adecuada pertenece al ámbito de argumentación empírico correspondiente a la teoría electromagnética. Hay definiciones de conceptos matemáticos, como la definición de subconjunto:  $x \subseteq y \stackrel{\text{df}}{\iff} \forall z (z \in x \rightarrow z \in y)$ , que se formula con propiedad en el contexto matemático de la teoría de conjuntos. Hay, por último, definiciones de símbolos lógicos, como la definición del cuantificador particular:  $\exists x \tau(x) \stackrel{\text{df}}{\iff} \neg \forall x \neg \tau(x)$ , que pertenece de modo pleno al lenguaje formal en el que se expresa la lógica de cuantificadores. Las definiciones no son, en consecuencia, un tipo de verdad asociado a un único nivel de abstracción. Por el contrario, lo característico de ellas es que su modo de verdad, la verdad por definición, es siempre el mismo, independientemente del nivel de abstracción en que son formuladas. La verdad de las definiciones de los conceptos carga eléctrica, subconjunto y cuantificador particular tiene la misma raíz: la decisión de introducirlos como una determinada combinación de otros conceptos de su misma teoría. Esta causa común es indiferente a la circunstancia de que cada una de esas definiciones se relacione con leyes respectivamente empíricas, matemáticas o lógicas. Y es además netamente distinguible de los motivos por los cuales cada una de esas clases de leyes es verdadera. La definición constituye, en suma, un cuarto tipo de verdad que traspasa los niveles de abstracción.

Tanto desde el punto de vista de la potencia, como desde el punto de vista del grado de abstracción, hay una ordenación evidente entre tres de los cuatro tipos de verdad considerados:

Verdad lógica > Verdad matemática > Verdad empírica.

La verdad por definición tiene también un lugar preciso en esta serie: desde los dos puntos de vista mencionados las definiciones se sitúan entre la

verdad lógica y la verdad matemática. Como esta característica de las definiciones no es evidente de modo directo, se argumenta a continuación.

(a) Desde la perspectiva de la abstracción y debido a sus funciones estructurales en las teorías científicas, las verdades lógicas y las definiciones poseen similitudes que conducen a considerarlas más abstractas que, o presupuestas por, los dos tipos restantes de verdad. Las teorías científicas son conjuntos de conceptos ordenados por definición. Los enunciados de las teorías se clasifican en premisas y teoremas desde el punto de vista de sus relaciones deductivas, que son expresadas por leyes lógicas de forma condicional (La verdad lógica sustitutividad de los idénticos:  $(\tau(t_i) \wedge t_i = t_j) \rightarrow \tau(t_j)$ , expresa la siguiente relación deductiva: De  $(\tau(t_i)$  y  $t_i = t_j$  se deduce  $\tau(t_j)$ ). Los conceptos de las teorías, por su parte, se clasifican en primitivos y definidos desde el punto de vista de sus relaciones definicionales, que son expresadas con verdades por definición. (La definición de carga, perteneciente a la teoría electromagnética, sitúa a  $q$  y a  $\rho$  como conceptos respectivamente definido y primitivo de dicha teoría). Los enunciados empíricamente verdaderos y matemáticamente verdaderos, que constituyen las leyes características de las teorías empíricas y matemáticas, pueden ser considerados como los contenidos de dichas teorías, respecto de los cuales las definiciones y leyes lógicas constituyen sus armazones sistematizadores.

Por otra parte, entre las verdades lógicas y por definición, las primeras son estructuralmente más básicas y, en consecuencia, más abstractas. El motivo principal es un aspecto esencial de las definiciones: su eliminabilidad. Toda teoría formulada axiomáticamente como una estructura deductiva con axiomas y definiciones (y por tanto con primitivos y definidos) de los que se deducen los teoremas, puede ser reformulada en principio sin definiciones (ni por tanto conceptos definidos). En otras palabras, para todo teorema deducido de axiomas y definiciones existe una expresión equivalente que se deduce únicamente de los axiomas. (En el ejemplo del teorema de la teoría electromagnética denominado ley de Gauss integral,  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q/\epsilon$ , se cumple esto de modo evidente: hay una formulación equivalente de este teorema,  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 1/\epsilon \int p dV$ , cuya deducción no requiere definición alguna). La posibilidad de teorías depuradas de definiciones indica que éstas son recursos auxiliares de las estructuras deductivas, las cuales son reguladas de modo esencial por leyes lógicas.

(b) Desde el punto de vista de la potencia hay también entre las verdades lógicas y las definiciones aspectos comunes, etiquetados tradicionalmente como necesidad o analiticidad, respecto a los cuales las verdades matemáticas y empíricas resultan contingentes o sintéticas y, en definitiva, más débiles. Las leyes lógicas son necesariamente verdaderas debido a la estructura de sus fbfs, la cual no admite ninguna interpretación que las haga falsas. (la fbf  $t_i = t_i$  de  $\int \nabla \mathbf{E} dV = \int \nabla \mathbf{E} dV$  garantiza por sí sola la necesaria verdad de esa y de

cualquier otra interpretación suya). Las definiciones son necesariamente verdaderas por otro motivo, por la decisión de introducir un nuevo concepto con el significado que para él determinan sus conceptos definidores, con los que se encuentra ligado mediante los símbolos  $\stackrel{\text{df}}{\iff}$  o  $\stackrel{\text{df}}{=}$ . (La definición de carga  $q \stackrel{\text{df}}{=} \int \rho dV$ , tiene una fbf consistente  $t_i = t_j$ , que no garantiza verdad. Pero la estructura definicional completa es  $t_i \stackrel{\text{df}}{\iff} t_j$  en la cual df situado debajo de = significa lo siguiente: " $t_i$  es introducido aquí por vez primera y tiene el mismo significado que  $t_j$ ". Pero la sinonimia entre términos implica entre otras cosas la referencia de esos términos al mismo objeto. En consecuencia, la identidad entre ellos es necesariamente verdadera. Similares consideraciones pueden hacerse sobre pares de enunciados  $\tau_i$  y  $\tau_j$  sobre los que se decreta sinonimia por definición y a los que se liga bicondicionalmente:  $\tau_i \stackrel{\text{df}}{\iff} \tau_j$ ). En contraste con estos enunciados, cuya necesaria verdad se revela por el análisis de sus estructuras sintácticas (las leyes lógicas) o por el análisis de los significados de sus conceptos (las definiciones), las verdades matemáticas y empíricas son contingentes: dependen de contextos que las exceden (deducción en el seno de teorías matemáticas presuntamente consistentes) o de factores externos a las teorías (contrastación de sus consecuencias predictivas con fenómenos observables).

Entre la necesidad de las verdades lógicas y las definiciones existe, por último, una gradación: la primera es más fuerte que la segunda. La razón fundamental es la supeditación de las definiciones a la presencia previa de axiomas que proporcionen los conceptos necesarios mínimos para comenzar a definir. Sin leyes empíricas, matemáticas o lógicas que actúen como axiomas, no pueden definirse conceptos empíricos, matemáticos o lógicos en el seno de las correspondientes teorías. (La verdad de la definición de carga no depende de la verdad de axiomas empíricos como la ley de Gauss diferencial, pero la posibilidad de efectuar dicha definición depende de que en la teoría haya axiomas empíricos conteniendo al primitivo  $\rho$  con la estructura de campo escalar, aunque no importe el contenido exacto de estos). Las verdades lógicas, al no tener dependencias de este tipo, son más autónomas y plenas.

Junto a este motivo general hay también una circunstancia particular que pone en evidencia la mayor potencia de la verdad lógica respecto a la verdad por definición. Hay unos pocos enunciados muy especiales en los que pueden estar presentes estos dos tipos de verdad, y en esos casos la verdad lógica es dominante. Estos enunciados son las definiciones de símbolos lógicos en función de otros símbolos lógicos, que se pueden realizar en el seno de teorías lógicas. Los ocho símbolos lógicos clásicos: negación  $\neg$ , conjunción  $\wedge$ , disyunción incluyente  $\vee$ , condicional  $\rightarrow$ , bicondicional  $\iff$ , cuantificador universal  $\forall$ , cuantificador particular  $\exists$  e identidad  $=$ , pueden tomarse todos como primitivos, o bien pueden seleccionarse como tales a un subconjunto de

ellos. En este segundo caso los restantes símbolos lógicos se introducen por definición. En una base primitiva que incluyese a  $\forall$  y a  $\neg$  pero no a  $\exists$ , éste se definiría así:  $\exists x\tau(x) \stackrel{\text{df}}{\Leftrightarrow} \neg\forall x\neg\tau(x)$ . Pero esta definición tiene la especial característica de que su fbf:  $\exists x\tau(x) \Leftrightarrow \neg\forall x\neg\tau(x)$ , es de por sí una verdad lógica. Un bicondicional lógicamente verdadero se denomina también equivalencia lógica, designada por  $\equiv$ . O sea, se cumple:  $\exists x\tau(x) \equiv \neg\forall x\neg\tau(x)$ . En resumen, las definiciones de las teorías lógicas son también lógicamente verdaderas: sus bicondicionales son, simultáneamente,  $\Leftrightarrow$  y  $\equiv$ . Ahora bien, como las teorías lógicas pueden generarse sin premisas y por tanto sin axiomas ni definiciones, esas fbfs no son definiciones que ocasionalmente pueden considerarse verdades lógicas, sino que son verdades lógicas que pueden, pero no necesitan, constituir simultáneamente definiciones. En consecuencia, la verdad lógica predomina en estos casos sobre la verdad por definición.

## 5. CONCLUSIÓN

La controversia sobre la verdad en el conocimiento científico se ha centrado predominantemente en una caracterización bastante discutible de esta idea. Según ella la verdad, supuesto objetivo de la ciencia, sería entendida como la construcción paulatina de una descripción única y completa del mundo. De acuerdo con esto, un enunciado es verdadero si y solo si es un componente de la descripción única y completa del mundo. Es claro que el conocimiento científico no evoluciona en esta dirección y en consecuencia las abundantes críticas a esta idea de verdad son en general bastante asumibles. En otras palabras, la idea descriptivista-absolutista de verdad es una concepción metafísica que no se manifiesta en la ciencia. Pero esto no implica que la verdad sea inaplicable al conocimiento científico pues lo que en este se entiende por verdad no tiene nada que ver con esa caracterización metafísica.

Ninguno de los ejemplos de verdad científica mencionados en el presente escrito tiene la menor pretensión de pertenecer a la descripción única y completa del mundo. Estos ejemplos revelan, ante todo, que la ciencia no hace uso de uno sino de cuatro tipos diferentes de verdad. Tres de ellos además, el lógico, el definicional y el matemático, son completamente ajenos a la idea de representación del mundo. Puede responderse a ello matizando que la concepción metafísica de verdad pretende caracterizar exclusivamente a la idea de verdad empírica. Pero tampoco la verdad empírica, tal como se entiende en el conocimiento científico, es recogida adecuadamente por dicha concepción. La ciencia no es simple recopilación de evidencias observables descriptivas. Las verdades empíricas que centran la actividad científica son leyes generales como la ley de Gauss. Estos enunciados corresponden muy indirectamente con los

## LOS CUATRO TIPOS DE VERDAD CIENTÍFICA

hechos, a través de predicciones de evidencias observables, que en física suelen ser resultados de medidas. Y son, por otra parte, tan sumamente abstractos que resulta absurdo considerarlos descriptivos. La función de estas leyes es, por el contrario, explicativa. En suma, las leyes empíricas no pertenecen a descripciones únicas y completas del mundo. Ni tampoco pertenecen a descripciones plurales y parciales. Sencillamente, no describen en absoluto, sino que pertenecen a contextos teóricos con pretensiones explicativas respecto al mundo.

En definitiva, las argumentaciones que rechazan la idea de verdad en ciencia entendida como descripción única y completa del mundo no están erradas. Pero constituyen un ejercicio bastante inútil pues la verdad científica no responde a esa concepción.

\* Universidad de Granada