

# UN MODELO SIMPLE DE APROXIMACION A LA VERDAD

Jesús P. ZAMORA BONILLA\*

## ABSTRACT

The process of scientific investigation is reconstructed as a process of empirical approximation to the truth. This last concept is explicated as a combination of "degree of similarity between theory A and the strongest accepted empirical law at moment t" and the "degree of depth of this empirical law". A number of methodological theorems are proved, and a vision of science closer to sophisticated falsificationism is mathematically deduced from our definitions.

## 1. EL OBJETO DE LA CIENCIA.

La finalidad de este artículo es mostrar que algunos aspectos metodológicos fundamentales de la investigación científica pueden ser reconstruidos (o, si se nos permite un neologismo tan malsonante, "modelizados") partiendo de la suposición de que dicha investigación consiste básicamente en un intento de encontrar teorías que tengan el grado más alto posible de *"aproximación aparente a la verdad"*.

Teniendo en cuenta el citado objetivo, dos son las cuestiones que hemos de responder antes de introducirnos en el desarrollo formal del modelo: primera, ¿qué entendemos por "aproximación aparente a la verdad"?; segunda, ¿es plausible la suposición de que ésta es la finalidad fundamental de la investigación científica?

Con respecto a la primera pregunta, es ya un lugar común la afirmación de que los enunciados científicos, incluso los de las teorías más firmemente aceptadas, no son descripciones exactas de la realidad, sino, como mucho, solamente "buenas aproximaciones". De hecho, desde el punto de vista de cualquier teoría aceptada en un momento histórico determinado, el camino que ha llevado hasta ella a lo largo del tiempo puede ser interpretado fácilmente como una sucesión de descripciones cada vez mejores de aquellos elementos de la realidad a los que se refiere la citada teoría. Esto es válido incluso en aquellos casos en los que las descripciones antiguas parecen discrepar de las modernas en aspectos "esenciales"; por ejemplo, la teoría ptolemaica puede considerarse una descripción primitiva del objeto actualmente llamado "sistema solar" (o inclusive del objeto llamado "universo", en cuyo caso el "grado de aproximación" de la teoría de Ptolomeo lo consideraríamos aún más reducido). Quiero decir que el hecho de que algunas teorías parezcan tan enormemente dispares entre sí en sus aspectos ontológicos, no es una objeción para que cada una de ellas pueda ser considerada como una descripción más o menos aproximada de las entidades a las que se refieren las otras<sup>1</sup>.

Teniendo esto en cuenta, resulta obvio que las teorías científicas las podemos tomar como intentos de descripción de ciertos aspectos de la realidad, y que, en algún sentido, estas descripciones podrán mostrárenos como "mejores" o "peores". Ahora bien, ¿qué hace que una teoría *nos parezca* una descripción más o menos correcta? Para el caso de teorías antiguas, ya lo hemos dicho, este grado de aproximación lo juzgaremos sobre la base de las teorías actualmente aceptadas, es decir, sobre la base de las descripciones que ahora mismo nos parecen mejores; pero, ¿y las teorías actuales mismas?, ¿qué es lo que nos hace tomarlas como "buenas descripciones de la realidad"? Nuestra hipótesis será la siguiente: una teoría *parece* una descripción más o menos correcta de los aspectos de la realidad a los que se refiere, en la medida en la que exista, *por una parte*, un alto grado de *semejanza* entre la descripción del mundo que la teoría propone y la descripción que viene dada por los hechos empíricamente establecidos (es decir, aceptados como *verdaderos*) acerca de aquellos aspectos de la realidad que estemos considerando. *Por otra parte*, el "grado aparente de aproximación a la verdad" de la teoría en cuestión será tanto mayor cuanto más alto sea el grado de *precisión* de la "descripción empírica de los hechos" sobre cuya base hayamos de juzgar el primero, es decir, cuanto "más cerca de la verdad" nos hayan dejado dichos conocimientos empíricos.

Expresando estas ideas en otros términos: en un cierto momento histórico  $t$  habrá un conjunto de "hechos" que serán aceptados sobre la base de algún tipo de constatación experimental u observacional, y que constituirán lo que podemos llamar la "descripción empírica de la realidad" aceptada en el momento  $t$  (sea, por brevedad,  $E_t$ ); esta descripción nos dice cómo "nos parece" el mundo en ese momento. Las teorías científicas, por su parte, afirman hipotéticamente que el mundo tiene tales y cuales características (sea, por ejemplo, la proposición  $A$ ).

Naturalmente, el grado de aproximación aparente a la verdad que tengan las teorías *del pasado* puede juzgarse también de la misma manera, con más propiedad que haciéndolo tan sólo sobre la base de las *teorías* aceptadas actualmente. De hecho, más que hablar de "teorías *aceptadas*" prefiero hablar de "teorías que *parecen* más próximas a la verdad empírica en un momento dado".

Reiterando lo que dijimos hace un par de párrafos, mi tesis de partida será la de que el "grado de aproximación aparente a la verdad" de una teoría  $A$  que está siendo propuesta por algún científico o grupo de científicos va a depender de dos factores: (1) el grado de semejanza entre la afirmación  $E_t$  y la afirmación  $A$ , y (2) el grado de profundidad conseguido con  $E_t$ , es decir, el grado en el que este enunciado nos haya servido para "ponerle un cerco empírico" más o menos estrecho a aquel estado de cosas que puede ser el verdadero.

El axioma básico del modelo que vamos a desarrollar a continuación dice que en la investigación científica se pretende aumentar en la medida de lo posible el "grado aparente de aproximación a la verdad" de las teorías.

La segunda cuestión que nos planteábamos al principio era la de si es legítimo considerar que éste es el objetivo de la ciencia. Naturalmente, son los resultados que podamos obtener a partir del anterior axioma (junto con otros postulados que introduciremos después) los que nos proporcionarán las principales razones a

favor o en contra de nuestra suposición, pero, de todas formas, un comentario sí quiero hacer para cerrar esta sección introductoria: podría pensarse que el objetivo de la ciencia no es tanto el de encontrar una *descripción* lo más aproximadamente verdadera del mundo (o de ciertos aspectos de él), como el de *explicar* por qué suceden en el mundo los hechos que encontramos empíricamente. Mi opción a favor de la primera alternativa se basa en el argumento siguiente: si lo que persiguiese la ciencia fuera sólo una explicación de los hechos empíricamente conocidos, ¿cuál sería el móvil que nos lleva a intentar descubrir hechos *desconocidos* hasta ahora? Una vez que tenemos una teoría de la cual podemos deducir el enunciado de todos aquellos hechos, es decir, una teoría que los explica completamente, podríamos darnos ya por satisfechos y dar por terminada toda investigación científica. Incluso si tenemos varias teorías así, no habría razón por la que hubiéramos de elegir entre ellas: todas serían "válidas" o "aceptables", en el sentido de que todas nos ofrecen una explicación satisfactoria de nuestro conocimiento empírico. En cambio, si en una situación así intentamos eliminar algunas teorías y descubrir nuevos hechos (y, a menudo, intentamos hacer lo primero a través de lo segundo), es porque "tener explicaciones de los hechos" no es lo *único* que perseguimos con nuestras teorías; queremos, más bien, que estas teorías sean explicaciones lo más *correctas* que resulte posible.

Es más, incluso si suponemos (como es evidente que debemos hacer) que uno de los objetivos fundamentales de la investigación científica es el de hallar explicaciones de los hechos empíricos, esta misma suposición nos llevará directamente al corolario de que una descripción correcta de la realidad debe ser asimismo un objetivo deseable, pues parece más o menos claro que, cuanto más correctamente describan la realidad nuestras teorías, tanto mejores serán las explicaciones que proporcionarán<sup>2</sup>.

## 2. EL MODELO INICIAL.

Hemos dicho que el grado aparente de aproximación a la verdad de una teoría científica  $A$  en el momento  $t$  dependía de dos factores: primero, el grado de semejanza entre  $A$  y  $E_t$  (es decir, entre la teoría y la conjunción de los enunciados aceptados empíricamente a propósito de aquel aspecto de la realidad que la teoría intenta describir); segundo, el grado de profundidad o precisión del enunciado  $E_t$ . Para reconstruir formalmente estos dos factores, propongo que se tomen, respectivamente, las siguientes definiciones formales de ambos conceptos<sup>3</sup>.

$$(1) \text{Sem}(X, Y) = \frac{p(X \& Y)}{p(X \vee Y)} = p(X \& Y / X \vee Y)$$

$$(2) \text{Prof}(X) = \frac{1}{p(X)}$$

A partir de aquí podemos dar una primera definición del *grado aparente de aproximación a la verdad* de  $A$  en función de  $E_t$ , o, en otros términos, el *grado de verosimilitud*<sup>4</sup> de  $A$  dado  $E_t$ , como:

$$(3) \text{Vs}_1(A, E_t) = \text{Sem}(A, E_t) \cdot \text{Prof}(E_t)$$

$$= \frac{p(A \& E_t)}{(p(A \vee E_t) - p(E_t))}$$

$$= \frac{p(A/E_t)}{p(A \vee E_t)}$$

También vamos a hacer dos idealizaciones relativamente razonables: las de que nuestro conocimiento empírico es *acumulativo* y *consistente*.

(4) (a) Si  $t'$  es posterior a  $t$ , entonces  $E_{t'} \vdash E_t$ .

(b) Para todo  $t$ ,  $p(E_t) > 0$ .

A partir de la definición (3) (que emplearemos, sobre todo, en la última versión de la misma que hemos ofrecido) y del doble postulado (4) acerca de la evidencia empírica, es fácil extraer las siguientes conclusiones (recuérdese también que, si  $X$  implica lógicamente  $Y$ , entonces  $p(X) \leq p(Y)$ ).

De algunos teoremas ofrecemos, asimismo, una "traducción metodológica", adicionalmente a los comentarios que haremos en la próxima sección.

(5)  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(B, E_t)$  si y sólo si

$Sem(A, E_t) \leq Sem(B, E_t)$ .

("La verosimilitud de varias teorías en un momento dado puede compararse directamente en función de su grado de semejanza a la evidencia empírica").

Prueba: Es una consecuencia inmediata de nuestra definición de  $Vs_1$ .

(6)  $Vs_1(A, Taut) = p(A)$ .

("La verosimilitud a priori de una teoría coincide con su grado de probabilidad").

Prueba:  $Vs_1(A, Taut) = \frac{p(A/Taut)}{p(A \vee Taut)} = \frac{p(A)}{1} = p(A)$ .

(7) Si  $E_t \vdash A$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) = Prof(A)$ .

("El grado de verosimilitud de una teoría verificada es igual a su grado de profundidad").

Prueba: Dado que  $E_t \vdash A$ , se cumple que  $p(A/E_t) = 1$  y que  $p(A \vee E_t) = p(A)$ .

(8)  $Vs_1(Taut, E_t) = 1$ .

Prueba: Es un corolario directo del teorema anterior, pues  $Prof(Taut) = 1$ .

(9) Si  $E_t \vdash A$ ,  $E_t \vdash B$ , y  $p(A) \leq p(B)$ , entonces  $Vs_1(B, E_t) \leq Vs_1(A, E_t)$ .

("Si dos teorías están confirmadas por la evidencia empírica y una de ellas es menos probable que la otra, entonces la primera será al menos tan verosímil como la segunda").

Prueba: Es también un corolario directo de (7), pues  $p(A) \leq p(B)$  implica  $Prof(B) \leq Prof(A)$ .

(10) Si  $E_t \vdash \neg A$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) = 0$ .

("El grado de verosimilitud de una teoría refutada es nulo").

Prueba: Si  $A$  y  $E_t$  son lógicamente incompatibles, entonces  $p(A/E_t)$  será cero.

(11)  $Vs_1(Contrad, E_t) = 0$ .

("La verosimilitud de una teoría contradictoria es igual a cero").

Prueba: Es un corolario directo de (10).

(12) Si  $E_t' = E_t \& F$ , y  $A \vdash F$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(A, E_t')$ .

*("Si una teoría explica una nueva ley empírica, entonces su grado de verosimilitud puede aumentar, pero no disminuir, respecto al momento anterior").*

Prueba: Si  $A \vdash F$ , entonces  $p(A \& E_t) = p(A \& E_t')$ ; pero como  $p(E_t') \leq p(E_t)$ , se sigue que  $p(A/E_t) \leq p(A/E_t')$ . Por otro lado,  $p(A \vee E_t') \leq p(A \vee E_t)$ .

En particular, si  $p(E_t')$  es menor que  $p(E_t)$ , entonces la verosimilitud de  $A$  aumentará en el paso de  $t$  a  $t'$ .

(13)  $\text{Prof}(A) \geq Vs_1(A, E_t) \leq \text{Prof}(E_t)$ .

*("El máximo grado de verosimilitud que puede alcanzar una teoría en el momento  $t$  es el grado de profundidad de  $E_t$  o el grado de profundidad de la propia teoría").*

Prueba: Como  $Vs_1(A, E_t)$  es  $p(A/E_t)/p(A \vee E_t)$ , es fácil ver que el numerador es siempre menor o igual a 1, y que el denominador es siempre mayor o igual a  $p(A)$  y que  $p(E_t)$ , con lo que  $Vs_1(A, E_t)$  no podrá superar a  $1/p(A)$  ni a  $1/p(E_t)$ .

(14) Si  $A \& E_t \vdash B$ , y  $B \& \neg E_t \vdash A$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(B, E_t)$ .

*("Si una teoría  $B$  está más próxima a la evidencia empírica en sentido intuitivo que otra teoría  $A$  -es decir, si  $B$  es compatible con la evidencia empírica siempre que lo es  $A$ , y ésta es incompatible con la evidencia siempre que lo es  $B$ -, entonces  $B$  será más verosímil que  $A$ "<sup>6</sup>).*

Prueba: Del primer antecedente del teorema se deduce que  $p(A/E_t) \leq p(B/E_t)$ , mientras que, a partir del segundo, tenemos que  $p(B \vee E_t) \leq p(A \vee E_t)$ .

(15) Si  $A \vdash E_t$ ,  $B \vdash E_t$ , y  $p(A) \leq p(B)$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(B, E_t)$ .

*("Si dos teorías explican la evidencia empírica disponible, entonces la que sea más débil lógicamente de las dos -es decir, la menos profunda- tendrá un grado mayor de verosimilitud").*

Prueba: En este caso,  $p(A/E_t) \leq p(B/E_t)$ , y, por otro lado,  $p(B \vee E_t) = p(A \vee E_t)$ .

(16) Si  $A \vdash B$ , y  $B \vdash E_t$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(B, E_t)$ .

Prueba: Es un corolario directo del teorema anterior, pues si ocurre que  $A \vdash B$ , entonces  $p(A) \leq p(B)$ .

(17) Si  $t'$  es posterior a  $t$ , y  $p(A/E_t) \leq p(A/E_{t'})$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(A, E_{t'})$ , aunque no suceda que  $A \vdash E_t$ .

*("Una teoría, sea o no corroborada por una nueva ley empírica, aumentará su verosimilitud si su grado de probabilidad condicionado a la nueva evidencia empírica es mayor que el que le otorgaba la evidencia empírica anterior").*

Prueba: Puesto que suponemos que  $p(A/E_t) \leq p(A/E_{t'})$ , basta con ver que  $p(A \vee E_{t'}) \leq p(A \vee E_t)$ , lo cual se sigue de nuestro supuesto (4.a).

(18) Si  $A \vdash E_t$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \geq 1$  si y sólo si  $p(A/E_t) \geq p(E_t)$ .

*("Una teoría que explica la evidencia disponible supera el grado de verosimilitud de las tautologías si y sólo si es al menos tan probable dada aquella evidencia como lo es aquella evidencia considerada a priori").*

Prueba: Supuesto que  $A \vdash E_t$ , tenemos que  $Vs_1(A, E_t) = p(A/E_t)/p(E_t) \geq 1$  si y sólo si  $p(A/E_t) \geq p(E_t)$ <sup>7</sup>.

(19) Si  $t'$  es posterior a  $t$ ,  $A \vdash E_t$ ,  $B \vdash E_{t'}$ , y  $p(A/E_t) = p(B/E_{t'})$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(B, E_{t'})$ .

*("Para teorías que explican toda la evidencia disponible en su momento, y a las que cada una de estas evidencias hace igual de probables, el aumento de profundidad en el conocimiento empírico implica un aumento en el grado de verosimilitud").*

Prueba: Dados los antecedentes, sólo hay que notar que  $p(A \vee E_t) [= p(E_t)] \leq p(B \vee E_{t'}) [= p(E_{t'})]$ .

(20) Si  $p(A/E_t) = p(B/E_t)$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_1(B, E_t)$  si y sólo si  $p(B) \leq p(A)$ .

*(Si, supuesta la evidencia empírica, dos teorías son igualmente probables, entonces la más verosímil de las dos será la más profunda).*

Prueba: Dado el antecedente, se sigue que  $p(A \& E_t) = p(B \& E_t)$ , y, en este caso, si ocurre que  $p(B) \leq p(A)$ , entonces tendremos  $p(B \vee E_t) \leq p(A \vee E_t)$ .

### 3. COMENTARIOS SOBRE EL MODELO ANTERIOR.

El modelo de investigación científica que hemos deducido a partir de la definición (3) puede calificarse de "falsacionista ingenuo", en el sentido de que solamente otorga un grado de verosimilitud positivo a aquellas teorías que no han sido refutadas por nuestro conocimiento empírico (recordar el teorema (10)). En este sentido, podemos considerarlo incluso como una "reconstrucción" del tipo de metodología propuesto por el joven Popper de *La lógica de la investigación científica*. De hecho, incluso los resultados más aparentemente antipopperianos, como son los teoremas (15) y (16), se corresponden con un resultado obtenido por el mismo Popper cuando introdujo una definición explícita del concepto de "grado de corroboración"<sup>8</sup>.

Naturalmente, ni el "falsacionismo sofisticado" de Lakatos, ni los desarrollos del propio Popper más allá de los primeros años 60, se corresponden con el modelo "Vs<sub>1</sub>"; baste recordar que el propio concepto de verosimilitud fue introducido por Popper en su sistema con el fin de poder afirmar "sin mala conciencia" que, de dos teorías *refutadas*, una de ellas podía ser tomada como *una mejor descripción de la verdad* que la otra, y esto no lo permite el modelo desarrollado en el apartado anterior<sup>9</sup>.

Las reglas básicas del falsacionismo "ingenuo" (aparte de la que se refleja en el teorema (10)) están expresadas sobre todo en los teoremas (12), (13), y, en parte, el (19) y el (20). El primero de ellos afirma que *el que una teoría resista un intento de falsación incrementa su grado de verosimilitud*. Los otros tres nos fuerzan a *buscar leyes empíricas y teorías cada vez más profundas, para que el grado de verosimilitud de estas teorías pueda ser cada vez mayor*.

Por otro lado, los teoremas (6), (7), (8) y (11) creo que representan con notable exactitud el *valor*, o, en terminología económica, la "*utilidad epistemológica*", que, en la práctica, es concedido por los científicos a aquellas teorías que, respectivamente: (a) son consideradas previamente a la evidencia empírica por medio de la cual se las va a juzgar, (b) a las que han sido confirmadas por la experiencia, (c) a las tautologías y (d) a las teorías contradictorias. En estos

## UN MODELO SIMPLE DE APROXIMACION A LA VERDAD

dos últimos casos, parece lógico que ambos tipos de teorías tengan un grado de verosimilitud muy bajo e independiente de cuál sea nuestro conocimiento empírico, pero también que el de las tautologías sea un poco más alto que el de las contradicciones<sup>10</sup>.

Se ve también que nuestro modelo otorga un grado de verosimilitud muy bajo a aquellas teorías que son "demasiado" profundas, es decir, muy improbables, inclusive cuando estas teorías explican las leyes empíricas conocidas. Que esto no es implausible se puede mostrar pensando en cualquier acontecimiento que ocurra en nuestra vida diaria; para explicar dicho acontecimiento podremos aventurar muchas hipótesis, pero aquellas que son muy poco probables por sí mismas, incluso cuando hemos supuesto que el acontecimiento a explicar ya ha ocurrido, las consideraremos muy "inverosímiles" (al menos mientras no ocurran nuevos hechos que sean explicados también por tal hipótesis, pues en ese caso su verosimilitud aumentará por el teorema (15)).

Esta circunstancia ya la hemos mencionado respecto a los teoremas (15) y (16), pero es algo que queda reflejado también en el teorema (18): para que una teoría que explica la evidencia empírica merezca ser tenida en cuenta (es decir, para que su grado de verosimilitud sea al menos más alto que el de cualquier teoría trivial), su grado de probabilidad una vez que aceptamos la evidencia empírica debe superar por lo menos el grado de probabilidad que esta evidencia tiene a priori<sup>11</sup>.

Otro aspecto de la investigación científica directamente relacionado con éste lo podemos deducir con la ayuda de un nuevo postulado:

(21) Supóngase que el grado de probabilidad a priori que los científicos otorgan a cualquier hipótesis teórica expresada mediante un enunciado simple es siempre el mismo, e independiente de la verdad o no del resto de las hipótesis.

La consecuencia que podemos extraer de este postulado, en unión con el teorema (16), es la de que, de dos teorías que expliquen totalmente la evidencia empírica  $E_t$ , será más verosímil la que contenga menos hipótesis. Esto se debe a que, si aceptamos el postulado (21) y suponemos que  $k$  es el grado de probabilidad que tiene una hipótesis teórica simple cualquiera ( $0 < k < 1$ ), si la teoría  $A$  contiene  $n$  hipótesis  $A_1, A_2, \dots, A_n$  y la teoría  $B$  contiene  $m$ ,  $B_1, B_2, \dots, B_m$ , siendo  $n \leq m$ , entonces ocurrirá:

$$(22) \quad \forall s_1(A, E_t) = k^n / p(E_t)^2 > k^m / p(E_t)^2 = \forall s_1(B, E_t),$$

pues las probabilidades a priori de  $A$  &  $E_t$  y de  $B$  &  $E_t$  serán, respectivamente,  $p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot \dots \cdot p(A_n) = p(A_1)^n = k^n$ , y  $p(B_1) \cdot p(B_2) \cdot \dots \cdot p(B_m) = p(B_1)^m = k^m$ , ya que hemos supuesto que cada hipótesis es independiente de las demás<sup>12</sup>.

Dicho en otros términos, una teoría que explique la evidencia empírica a costa de complicarse incorporando muchas hipótesis, será menos verosímil que otra que lo haga con un número menor de hipótesis. De esta forma, gracias al postulado (21), nuestro modelo, a pesar de su sencillez, nos permite afirmar incluso un principio metodológico tan aparentemente subjetivo como el de que los "refinamientos ad hoc" de una teoría pueden disminuir su grado de verosimilitud.

Para terminar este apartado de comentarios al modelo basado en la función " $\forall s_1$ ", y antes de pasar a proponer un modelo ligeramente más sofisticado, conviene

que reflexionemos sobre dos aspectos de los que no hemos dicho nada hasta ahora: las funciones de probabilidad subyacentes al modelo, y la distinción entre hipótesis teóricas y enunciados empíricos. Con respecto a lo primero, debe tenerse en cuenta que el objetivo del modelo que he presentado no es el de hacer posible *una medida exacta* del valor epistémico de las teorías científicas; tal cosa sólo se podría hacer si las funciones de probabilidad supuestas en la definición (3) fueran verdaderamente medibles, y ésta no es una suposición que el autor de este artículo está dispuesto a hacer. Pero de ello no se sigue que la propia definición (3), ni, sobre todo, los teoremas que a partir de ella hemos derivado, dejen de tener sentido; en la mayor parte de estos teoremas, lo único que se da por supuesto es que los científicos pueden llevar a cabo *comparaciones* de probabilidad, es decir, que a ellos mismos algunos enunciados *les parecen más o menos probables* que otros, dadas ciertas circunstancias empíricas o no, y que tales comparaciones están dispuestos a *expresarlas en términos numéricos* (tan arbitrarios como se quiera). Si se nos admite este supuesto, el resultado es que los científicos también podrán hacer al menos aquellas *comparaciones* de verosimilitud que vienen expresadas en nuestros teoremas (5)-(20)<sup>13</sup>.

Esta estrategia, que tal vez pueda parecer extraña a primera vista, es la que se ha seguido con gran éxito en las últimas décadas en la teoría microeconómica, donde la mera suposición de que los consumidores pueden manifestar sus preferencias *en términos comparativos* (junto con alguna que otra restricción razonable) es suficiente para el empleo de profundas *técnicas analíticas cuantitativas*<sup>14</sup>.

Por otro lado, existe un estudio bastante completo sobre los juicios comparativos de probabilidad, llevado a cabo por el Prof. Juan Carlos García-Bermejo<sup>15</sup>, que podría ser utilizado como fundamento más firme y sistemático en vistas a la consecución de nuevos teoremas como los que se han ofrecido en el apartado anterior.

Nuestro modelo, por lo tanto, no ofrece un método para *medir* el grado de verosimilitud de las teorías científicas (excepto si los grados de probabilidad son ya medibles por algún otro método), sino un conjunto de *criterios para garantizar* que ciertos juicios (sobre todo comparativos) acerca de la verosimilitud de esas teorías, tienen validez. Algunos de estos juicios serán válidos para cualquier científico que acepte las relaciones deductivas entre las teorías y la evidencia empírica; otros juicios, en cambio, dependerán de las creencias más o menos subjetivas que tengan los científicos acerca de la probabilidad de las teorías y la evidencia empírica: los teoremas (5), (15), (17), (18), (19) y (20) sólo pueden ser aplicados cuando suponemos que los científicos tienen unas ideas determinadas acerca de la probabilidad de los enunciados correspondientes, y si otros científicos pertenecientes a otro "paradigma" (por así decir) consideran que tales ideas son erróneas, sus juicios sobre la verosimilitud de las teorías serán también distintos.

Lo podemos ver claramente a propósito del teorema (15): para los miembros de un paradigma es posible que la teoría *A* tenga una probabilidad *a priori* mucho más alta que la teoría *B* (aunque ambas expliquen todos los hechos empíricos conocidos), porque la primera está expresada en el marco conceptual del propio

paradigma, mientras que la segunda no; desde otro paradigma, en cambio, sucederá tal vez justo lo contrario; en este caso, a los miembros del primer paradigma la teoría A les parecerá más verosímil que la otra, y a los miembros del segundo, al revés. Esta situación, de todas formas, no debe ser considerada como un argumento en favor del *relativismo*, pues es perfectamente posible que el aumento de los conocimientos empíricos decida inequívocamente el mayor grado de verosimilitud hacia el lado de *una sola* de aquellas teorías (por ejemplo, dentro del marco de nuestro primer modelo, porque la otra resulte refutada; otra posibilidad sería la de pedir a los representantes de cada paradigma que establecieran algunos experimentos cuyo resultado fuese *a priori* tan improbable que, en el caso de que tuvieran un resultado positivo para la teoría rival y negativo para la propia teoría, aquélla alcanzase un grado de verosimilitud mayor que el de esta).

En cuanto a la naturaleza de los enunciados que hasta ahora hemos llamado simplemente "hipótesis teóricas" y "evidencias empíricas", debo aclarar que en ningún momento he supuesto que las segundas estuvieran expresadas necesariamente en algún tipo de "lenguaje *observacional*" transcendido por las primeras. El modelo de investigación científica que estamos desarrollando asume tan sólo que los investigadores tienen a su alcance dos cosas: en primer lugar, un conjunto de proposiciones cuya verdad no se pone en duda durante el curso de la investigación: puede tratarse de la descripción de unas "técnicas de laboratorio" que, si se aplican de acuerdo con las normas establecidas por la comunidad científica, producen enunciados que "deben" aceptarse; o bien puede tratarse "hipótesis teóricas" procedentes de uno o varios campos de investigación vecinos, las cuales, a su vez, han alcanzado en esos campos un grado de verosimilitud lo suficientemente elevado<sup>16</sup>.

En segundo lugar, los investigadores poseen un conjunto de ideas o "técnicas conceptuales" (entre las que seguramente podremos encontrar otras teorías sobre el mundo) que les permiten elaborar respuestas a la siguiente "pregunta teórica fundamental":

*¿cómo puede estar constituida la realidad para que nuestros "datos" sean justo los que son?*

A cada una de estas posibles respuestas es a lo que hemos dado el nombre de "hipótesis teórica". Conviene advertir, también, que aquellas "técnicas conceptuales" pueden ser de tal modo que impidan que el enunciado de un "dato" sea una respuesta aceptable a la pregunta teórica fundamental. Por otro lado, el *valor cognoscitivo* de cada una de las respuestas que demos a dicha pregunta será, precisamente, *su grado de verosimilitud*, y esto implica que, de acuerdo con nuestro primer modelo (y veremos que también de acuerdo con el segundo), aquel valor sólo podrá ser incrementado, muchas veces, mediante la consecución de nuevos "datos".

Antes de pasar al último apartado, me gustaría indicar que el modelo que estamos desarrollando no sólo me parece una reconstrucción apropiada de la metodología de la investigación científica, sino también de casi cualquier otra actividad encaminada hacia la obtención de conocimientos a partir de unos "datos", desde la investigación policial hasta la determinación de las causas de una avería mecánica, por ejemplo.

#### 4. EL MODELO "FALSACIONISTA SOFISTICADO".

Hemos visto que el principal defecto del modelo desarrollado en el apartado segundo era que, de acuerdo con ese modelo, cualquier teoría *refutada* tenía un grado de verosimilitud igual a cero. Este hecho está en contradicción con una de las suposiciones básicas que hacíamos en el apartado introductorio, a saber, que el progreso de la ciencia puede entenderse como una serie de descripciones cada vez más correctas de aquellos aspectos de la realidad a los que se refieren las teorías aceptadas en el momento histórico desde el cual consideremos dicho progreso, y esto es válido aunque aceptemos que las teorías pretéritas han sido refutadas por los conocimientos empíricos obtenidos posteriormente.

Por fortuna, es mucho lo que puede salvarse del modelo inicial. La intuición básica de aquel modelo era que el grado de verosimilitud de una hipótesis teórica dependía de dos factores: el grado de semejanza entre la hipótesis y la evidencia empírica, y el grado de profundidad de esta. Ahora bien, algo que *casí* no hemos tenido en cuenta en el desarrollo del modelo es el hecho de que la evidencia empírica no suele ser un enunciado sencillo, sino más bien la *conjunción* de varios enunciados, de varias "leyes empíricas" o "datos". Así, podemos escribir:

$$(23) \text{ (a) } E_t = \bigwedge_{i \in n(t)} E_i,$$

$$\text{(b) } \mathfrak{E}_t = \left\{ \bigwedge_{i \in n(t)} E_i \mid I(t) \subseteq \{1, \dots, n(t)\} \right\},$$

siendo  $n(t)$  el *número* de datos relevantes conocidos en el momento  $t$ .

Haciendo una idealización considerable, podemos considerar que el descubrimiento de cada uno de estos datos ha sido independiente del de los demás. Bajo dicho supuesto, el grado de verosimilitud de una hipótesis teórica lo podríamos interpretar, entonces, en función del grado aparente de semejanza que tuviera la hipótesis con aquel conjunto de datos más favorable para la misma, si éstos datos hubieran sido los únicos descubiertos en el momento que estemos considerando.

La definición resultante de verosimilitud sería, pues, la siguiente (aunque más adelante consideraremos todavía otra):

$$(24) \text{ Vs}_2(A, E_t) = \max_{E' \in \mathfrak{E}_t} \text{Vs}_1(A, E').$$

A partir de esta definición podemos obtener bastantes de los teoremas deducidos con ayuda de la anterior. En concreto, los únicos teoremas que no podemos deducir ahora son los números (5), (10), (14) y (20). Que no se siga el teorema (10) es precisamente lo que deseábamos, pues de acuerdo con él, la verosimilitud de cualquier teoría refutada era igual a cero; con la definición (24), en cambio, esto puede no suceder: supongamos que las leyes empíricas conocidas son  $E$  y  $F$ , consistentes entre sí, y tales que  $A \vdash E$  pero  $F \vdash \neg A$ ; en este caso tendremos que  $\text{Vs}_1(A, E) = \text{Vs}_2(A, E) = \text{Vs}_2(A, E \& F) = p(A)/p(E)^2$ , mientras que  $\text{Vs}_1(A, E \& F) = 0$ .

Con respecto a los teoremas (5), (14) y (20), que nos proporcionaban sendos métodos más o menos directos para llevar a cabo la comparación de verosimilitud entre varias teorías, ahora no son válidos por la razón siguiente: es posible que exista alguna conjunción  $E'$  de leyes aceptadas en el momento  $t$ , tal que  $Vs_1(A, E_t) \leq Vs_2(B, E')$ , siendo  $A$  más verosímil que  $B$  en el sentido de  $Vs_1$  (en los tres casos puede demostrarse esto tomando  $E' = E_t \vee B$ , y suponiendo que  $p(A)$  es muy baja).

El resto de los teoremas (6), (7), (8), (9), (11), (12), (13) y (15), (16), (17), (18) y (19) son fáciles de demostrar para el caso de  $Vs_2(A, E_t)$ , pues basta con ver que son válidos para cada  $E' \in \mathcal{E}_t$  que está en las condiciones establecidas por cada teorema; conviene recordar también el teorema (13), y tener en cuenta asimismo los teoremas que vamos a ver a continuación.

(25) Si  $A \vdash E_t$ , entonces  $Vs_1(A, E_t) = Vs_2(A, E_t)$ .

Prueba:  $Vs_1(A, E_t)$  es igual a  $p(A)/p(E_t)^2$ , si  $E_t$  se sigue de  $A$ . Como cualquier  $E'$  será consecuencia a su vez de  $E_t$ ,  $Vs_1(A, E')$  será  $p(A)/p(E')^2$ , menor que  $Vs_1(A, E_t)$ . Luego esta es la máxima verosimilitud que  $A$  puede recibir.

(26)  $Vs_2(A, E_t) = Vs_1(A, E_t)$  si y sólo si

$$p(E_t/E') - p(A \vee E_t/E') \leq p(E_t/A) \text{ para todo } E' \in \mathcal{E}_t.$$

Prueba: El consecuente del teorema es válido para un  $E'$  dentro de  $\mathcal{E}_t$  si y sólo si  $p(E_t) - p(A \vee E_t)/p(E')^2 \leq p(A \& E_t)/p(A)$ , condición equivalente a que  $p(A)/p(E')^2 \leq p(A \& E_t)/p(E_t) - p(A \vee E_t)$ . Pero el primer término de esta inecuación es siempre mayor o igual que  $Vs_1(A, E')$  (por el teorema (5)), mientras que el segundo es igual a  $Vs_1(A, E_t)$ , de forma que esta última cantidad será mayor que  $Vs_1(A, E')$  justo en aquellos casos en los que se cumpla el consecuente del teorema para todo  $E' \in \mathcal{E}_t$ .

(27) Si  $p(A/E_t) \geq p(A \vee E_t/E')$ , entonces  $Vs_2(A, E_t) = Vs_1(A, E_t)$ .

Prueba: Es un corolario directo del teorema anterior: puesto que  $p(E_t/E') \leq p(A \vee E_t/E')$ , tendremos como consecuencia que  $p(E_t/E') \cdot p(A \vee E_t/E') \leq p(A \vee E_t/E')^2 \leq p(E_t/A)$ .

(28)  $Vs_2(A, E_t) = 0$  si y sólo si  $p(A/E') = 0$  para todo  $E' \in \mathcal{E}_t$ .

Prueba: Se sigue directamente de la definición (24) y el teorema (10).

Para terminar este artículo, quiero presentar todavía una última definición de verosimilitud, combinación de las dos anteriores, y que creo que puede ser la que sirva mejor para representar la "función de utilidad epistémica" perseguida por los científicos en sus investigaciones, e incluso por cualquier sujeto involucrado en una *búsqueda empírica de conocimientos*. Sería la siguiente:

(29)  $Vs_3(A, E_t) = \alpha Vs_1(A, E_t) + (1 - \alpha) Vs_2(A, E_t)$ . [ $0 \leq \alpha \leq 1$ ].

En esta definición,  $\alpha$  es un factor que indica aproximadamente el grado de "inverosimilitud" que el investigador otorga a las teorías que han sido *refutadas*: cuanto mayor sea  $\alpha$ , menos verosímiles le parecerán tales teorías. Una hipótesis metacientífica bastante razonable, que me atrevo a proponer como cierre de mi artículo, sería la de que las comunidades de investigación con intereses más pragmáticos (o, digamos, tecnológicos), podrían ser caracterizadas con un valor muy bajo del parámetro  $\alpha$  en una reconstrucción historiográfica de tipo

internalista, mientras que el valor que correspondería a las comunidades de investigación con intereses más teóricos lo serían a través de un valor de  $\alpha$  mucho más alto.

También podríamos suponer que las comunidades científicas más "simpatizantes" del falsacionismo podrían ser caracterizadas por un valor muy alto de  $\alpha$ , mientras un valor muy bajo representaría más bien a aquellas comunidades más próximas a la descripción kuhniana de "ciencia normal".

En conclusión, creo que nuestros modelos describen de forma bastante correcta los métodos que deben o pueden ser utilizados en la búsqueda empírica de conocimientos acerca de algún aspecto de la realidad. Naturalmente, estos modelos pueden ser desarrollados con mayor sofisticación, introduciendo suposiciones adicionales acerca de la estructura lógica de las teorías, e incluso acerca de la estructura socioeconómica de la comunidad investigadora. Pero todo esto queda para trabajos posteriores.

\* Dpto. de Lingüística, Lógica, e Historia y Filosofía de la Ciencia  
Facultad de Filosofía y Letras  
Universidad Autónoma de Madrid  
Campus de Cantoblanco  
28049 Madrid

## NOTAS

<sup>1</sup> Me gustaría ir todavía un paso más allá: no creo que haya razón alguna para negar la posibilidad de comparar varias teorías "aparentemente inconmensurables" porque cada una de ellas suponga una estructura ontológica diferente, es decir, porque "no tengan la misma referencia". Mis argumentos contra quienes defienden esta tesis son, básicamente, estos dos: primero, el que las estructuras ontológicas sean *distintas* no implica que sean *incomparables*, ni que una serie de estas estructuras (que, en el fondo, son construcciones intelectuales de nuestra cosecha) no pueda interpretarse como una serie de "descripciones cada vez mejores de la realidad". Segundo, incluso en el caso de la "incomensurabilidad" más drástica, no veo ningún motivo para negar que todas las teorías *tienen exactamente la misma "referencia"*, a saber, el propio MUNDO.

<sup>2</sup> Esta última afirmación no debe ser tomada, de todas formas, más que como una idea intuitiva, "de sentido común", que necesitaría un análisis más riguroso, y que no voy a llevar a cabo ahora.

Por otra parte, un análisis de las principales dificultades enfrentadas por la idea de "aproximación a la verdad" como objetivo de la ciencia puede verse en Zamora Bonilla (1992), artículo en el que también se expone un modelo de verosimilitud emparentado con el que ofrezco a continuación.

<sup>3</sup> Usualmente, el grado de semejanza entre dos enunciados  $X$  e  $Y$  suele definirse como función inversa de su "diferencia simétrica" (esto es, el enunciado  $(X \& \neg Y) \vee (\neg X \& Y)$ ; v., p. ej., Kuipers (1992), p. 304); pero esto lleva al desagradable resultado siguiente: dos enunciados incompatibles pueden incrementar su grado de semejanza si uno de ellos se *refuerza* mediante conjunción con otro enunciado; es decir, si  $X$  e  $Y$  son mutuamente contradictorios y el enunciado  $Z$ , entonces  $Y \& Z$  será más semejante a  $X$  que el propio  $Y$ . Hallar un enunciado más semejante a  $X$  que  $Y$  sería, por lo tanto, un "juego de niños" (la expresión y la crítica son de Oddie (1981)): basta con añadirle mediante conjunción cualquier otro enunciado que no se siga de él.

Otra consecuencia desafortunada del uso de la diferencia simétrica como *explicans* del concepto de "desemejanza" entre dos proposiciones es que otorga el mismo grado de similitud a los enunciados  $(X \& \neg Y)$  y  $(\neg X \& Y)$  que a los enunciados  $X$  e  $Y$ , cuando parece evidente que aquellos enunciados son mucho menos similares entre sí que los otros dos.

Por otra parte, el grado de profundidad de un enunciado  $X$  suele definirse como  $1 - p(X)$  ( $= p(\neg X)$ ), pero esto se debe únicamente al deseo de que dicho grado de profundidad tome valores entre 0 y 1 (según nuestra definición, puede variar entre 0 e infinito). Otra posible definición es  $-\log(p(A))$ . Todas estas definiciones son aceptables, al menos en principio, en la medida en que recogen la intuición fundamental de que el grado de contenido de un enunciado es función inversa de su grado de probabilidad.

- 4 Anteriormente ha solido usarse el término "verosimilitud" para referirse al concepto *lógico* de "grado objetivo de semejanza respecto a la verdad". En este trabajo, en cambio, propongo que el vocablo vuelva a utilizarse para designar un concepto *epistemológico* del tipo de la "plausibilidad de una teoría en función de la evidencia empírica disponible" (a no confundir con  $p(A/E_t)$ , función que siempre toma un valor *máximo* cuando  $E_t \vdash A$ ). Pienso que este significado de los términos "verosimilitud" y "verosímil" está mucho más cerca del que tienen en su uso habitual.

Sobre el concepto de verosimilitud como "grado lógico de aproximación a la verdad" pueden verse varias obras sistemáticas, como son Oddie (1986), Niiniluoto (1987), Kuipers (1987) y Zamora Bonilla (1993) (se trata de la tesis doctoral del autor, inédita por el momento).

- 5 Téngase en cuenta que el valor 1 representa un grado de verosimilitud *muy bajo*, dado que  $Vs_1$  puede tomar cualesquiera valores reales entre cero e infinito. Esta es una diferencia fundamental entre la función  $Vs_1$  y la función  $p$  de probabilidad: las tautologías son los enunciados más probables, pero, en cambio, son de los menos verosímiles (el hecho de que  $p(Taut/E_t) = Vs(Taut/E_t) = 1$  no debe incitar a confusión sobre esto, pues 1 es el límite superior máximo para la función  $p$ ).
- 6 La condición expresada en el antecedente de este teorema equivale a la definición "ingenua" de verosimilitud ofrecida por Kuipers en términos semánticos ( $A$  es más similar a  $X$  que  $B$  si y sólo si  $Mod(A)\Delta Mod(X) \subseteq Mod(B)\Delta Mod(X)$ , donde " $\Delta$ " es el operador "diferencia simétrica" y " $Mod(Z)$ " designa el conjunto de modelos del enunciado  $Z$ ; cf. nota 3 y nuevamente Kuipers (1992), p. 304).

Nuestro teorema (14) significa, por tanto, que la definición de Kuipers puede emplearse como *criterio* de verosimilitud (esto es, como una condición *suficiente*) más que como una *definición* propiamente dicha de este concepto (es decir, no como una condición suficiente y *necesaria*).

- 7 Este teorema es consecuencia directa de otro más general, de acuerdo con el cual sucede que  $Vs_1(A, E_t) \geq 1$  si y sólo si  $p(A/E_t) \geq p(A \vee E_t)$ .
- 8 Cf. Popper (1934), p. 373 (apéndice \*IX, *desideratum* VIII).
- 9 Cf. Popper (1963), cap. 10. Para los conceptos de "falsacionismo ingenuo" y "falsacionismo sofisticado", v. Lakatos (1978), pp. 46 y ss.
- 10 Estos resultados no son idénticos a los que se obtendrían si definiéramos  $Prof(A)$  como  $p(\neg A)$  (es decir,  $1 - p(A)$ ) o como  $-\ln(p(A))$ , que son otras dos alternativas razonables *a priori*. Puede mostrarse que, optando por la primera de esas definiciones, tendríamos que  $Vs(Taut, E_t) = Vs(Contrad, E_t) = Vs(A, Taut) = Vs(A, Contrad) = 0$ .

Además, el uso ambas definiciones implicaría la existencia de un grado de probabilidad determinado para la evidencia empírica, que haría máximo el grado de verosimilitud de cualquier teoría verificada por aquélla: si optamos por la primera definición, ese grado de probabilidad será 0,5, y si lo hacemos por la segunda, será  $1/e$ .

Dejo para el lector la prueba de todos estos resultados.

- 11 Sería sumamente interesante llevar a cabo una contrastación empírica de este resultado metodológico, intentando averiguar cuál es el valor que otorgan los científicos a esa clase de teorías, y ver si coincide con el que se deduce de nuestro modelo.
- 12 Recuérdese que, si varios sucesos son independientes entre sí, entonces la probabilidad de su conjunción es igual al producto de la probabilidad de cada uno de ellos por separado.
- 13 Algunos de estos teoremas no expresan *comparaciones* (los números (6), (7), (8), y, en parte, (10), (11) y (13)), pero creo que también resulta bastante lógico aceptarlos como juicios que los científicos pueden hacer razonablemente.
- 14 Cf., p. ej., en Varian (1987), caps. 4 y 7, o en cualquier otro manual moderno de microeconomía.
- 15 García-Bermejo (1990). Los contenidos de esa obra han sido desarrollados recientemente hacia versiones más intuitivas en escritos posteriores del mismo autor.
- 16 Una sofisticación razonable de nuestro modelo inicial es la de sustituir el factor "Prof( $E_T$ )" -en la definición de " $V_{S_1}(A, E_T)$ "- por el factor " $V_{S_1}(E_T, X_T)$ ", donde  $X_T$  sería la "evidencia" sobre cuya base es juzgada la verosimilitud de las leyes "empíricas" contenidas en  $E_T$ . Esto daría lugar a una interesante definición recursiva de verosimilitud que no vamos a desarrollar en este artículo.

## REFERENCIAS

- García-Bermejo Ochoa, J. C., 1990, *Aproximación, probabilidad y relaciones de confianza*, Alianza, Madrid.
- Kuipers, T. A. F., 1987, *What is Closer-to-the-Truth?*, Rodopi, Amsterdam.
- Kuipers, T. A. F., 1992, "Naive and Refined Truth Approximation", en *Synthese*, 93, pp. 299-341.
- Lakatos, I., 1978, *La metodología de los programas de investigación científica*, Alianza, Madrid.
- Niiniluoto, I., 1987, *Truthlikeness*, Kluwer, Dordrecht.
- Oddie, G., 1981, "Verisimilitude Reviewed", en *British Journal for the Philosophy of Science*, 32, pp. 237- 265.
- Oddie, G., 1986, *Likeness to Truth*, D. Reidel, Dordrecht.
- Popper, K. R., 1934, *La lógica de la investigación científica*, Tecnos, Madrid.
- Popper, K. R., 1963, *El desarrollo del conocimiento científico. Conjeturas y refutaciones*. Paidós. Barcelona.
- Varian, H., *Microeconomía intermedia*. Antoni Bosch. Madrid.
- Zamora Bonilla, J. P., 1992, "Truthlikeness without Truth: A Methodological Approach", en *Synthese*, 93, pp. 343-372.
- Zamora Bonilla, J. P., 1993, *La verosimilitud de las teorías científicas*, tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid.