REGULAE ET MATHÉMATIQUES

Michel SERFATI *

ABSTRACT

L'histoire du texte des *Règles pour la Direction de l'Esprit* (*Regulae*) de Descartes est un peu singulière: non publié du vivant de Descartes, il n'a paru qu'en 1701, dans les *Opera Posthuma* d'Amsterdam. De façon plus significative, et contrairement aux autres traités cartésiens perdus, ce texte secret n'est jamais explicitement evoqué par Descartes, fût-ce au détour d'une correspondance. Par leur étroite dépendance vis à vis des mathématiques, les *Regulae* sont cependant un texte majeur, constitutives de la pensée de leur auteur dans ses années de jeunesse (1619-1628), et par là de toute la philosophie moderne. Descartes avait jugé le texte suffisamment important pour l'emmener à Stockholm, où il a été découvert àpres sa mort, dans ses papiers.

Entre les mathématiques et les *Regulae*, ce texte "éclatant et obscur" (J.P. Weber), il est ces trois types principaux de rapports croisés que nous tâcherons d'analyser: historiquement d'abord, quelles furent la formation et l'expérience mathématique du jeune Descartes, qui constituèrent, à notre sens, l'armature conceptuelle du texte. Quelles sont ensuite les voies par lesquelles, dans les *Regulae*, Descartes a pu transmuer cette expérience mathématique première à la fois en une pratique, une méthode, une théorie de la connaissance, enfin en une épistémologie assez radicalement neuve. Enfin, et prenant Descartes au sérieux nous examinerons à l'occasion cette question: quel est le sort réservé, de nos jours, à cette épistémologie cartésienne, en particulier confrontée aux mathématiques contemporaines?

Introduction

Le texte des *Regulae*, de Descartes, a suscité chez les philosophes deux attitudes bien contraires: les uns, comme J. Hyppolite[1], mettant l'accent sur l'immaturité, l'inachèvement, le caractère souvent anarchique et parfois contradictoire du texte, ont conclu à une forme de confusion première, l'état achevé de la pensée du philosophe devant être trouvé dans une différenciation ultérieure: dans les Méditations quant à la Métaphysique, ou dans la "Géométrie", quant aux mathématiques.

Mais le texte a aussi provoqué, avec une sorte de véritable enthousiasme, une thèse de vingt ans (J.P. Weber), la constitution d'un index selon les méthodes

THEORIA - Segunda Época - Vol. IX
1994, Nº 21, 61-108

modernes, des traductions neuves, récentes, selon le lexique cartésien, et avec un appareil critique détaillé, tout comme pour le Discours (J.L. Marion[2]). D'autre part, à notre sens, le texte rencontre chez les mathématiciens contemporains une sorte d'approbation immédiate, doublé d'un sentiment de familiarité et de proximité avec des méthodes mathématiques aujourd'hui en vigueur. Notons à ce sujet -le fait est si rare- l'intérêt que lui portèrent dans leurs écrits d'éminents mathématiciens, tels Lebesgue[3] et Hadamard[4].

L'histoire du texte des *Regulae* est un peu singulière: non publié du vivant de Descartes, il n'a paru qu'en 1701, dans les *Opera Posthuma* d'Amsterdam. De façon plus significative encore et contrairement aux autres traités perdus (traité d'Algèbre de 1619, ou de métaphysique de 1629), ce texte secret n'est jamais explicitement évoqué par Descartes, fût-ce au détour d' une correspondance. Il l'avait néanmoins jugé suffisamment important pour l'emmener à Stockholm, où il a été découvert après sa mort, dans ses papiers, en sorte que le manuscrit a été néanmoins diffusé entre 1650 et 1701 et connu par exemple, des auteurs de la Logique de Port-Royal[5].

Entre les mathématiques et les *Regulae*, ce texte "éclatant et obscur"[6], il est ces trois types principaux de rapports croisés que nous tâcherons d'analyser: historiquement d'abord quelles furent la formation et l'expérience mathématique du jeune Descartes qui constituèrent, à notre sens, l'armature conceptuelle du texte. Quelles sont ensuite les voies par lesquelles, dans les *Regulae*, Descartes a pu transmuer cette expérience mathématique première à la fois en une pratique, une méthode, une théorie de la connaissance, bref en une épistémologie assez radicalement neuve. Enfin, et prenant Descartes au sérieux nous examinerons à l'occasion cette question: quel est le sort réservé, de nos jours à cette épistémologie cartésienne, en particulier confrontée aux mathématiques contemporaines?

1. Bref historique et questions de datation

1.1. Il faut d'abord préalablement évoquer brièvement la question de la formation mathématique de Descartes. A la Flèche à l'époque de Descartes, et même après la réforme mise en place par Clavius (la *Ratio*), les mathématiques. n'étaient enseignées que de façon relativement annexe, et en seconde année seulement. Il apparaît que Descartes[7] a largement travaillé les Mathématiques en dehors des cours. Nous ferons l'hypothèse naturelle, confirmée par Descartes lui-même[8], qu'à La Flèche, il a lu une bonne partie des ouvrages de Clavius: *Algebra*, *Geometrica Practica*, *Arithmetica Practica*, *Prolegomaena* (aux Eléments d'Euclide), mais qu'il ne connaît ni Cardan,ni Viète.

L'Algèbre de Clavius, un épais traité, touffu, même s'il est écrit en un latin remarquablement clair, expose en une multitude d'exemples un peu trop voisins, des problèmes algébriques en notations cossiques. Il est indispensable à notre propos de relever qu'il ignore les équations du troisième degré. L'inventaire des équations cubiques et les multiples conclusions de Cardan et Ferrari dans l'*Ars Magna* dataient cependant de 1545, et l'*Algebra* de Bombelli avait paru en 1572. Clavius s'en explique, dans un passage historico-épistémologique un peu embarrassé: il se limite en fait aux équations du second degré et à celles qui s'y ramènent par changement de variable simple[9].

A sa sortie de La Flèche, Descartes passe une licence en droit, puis part pour la Hollande s'enrôler sous les ordres de Maurice de Nassau. En 1618, il est donc à Breda.

1.2. Descartes rencontre Beeckmann à Breda en Novembre 1618. Le jeune savant hollandais, de huit ans plus âgé que Descartes, était passionné de physico-mathématique, et il semble que Descartes qui trouva d'abord en Beeckmann une figure protectrice, lui fut aussi reconnaissant de lui ouvrir sur la Science Universelle un autre possible accès que les théories de Lulle.

Le 26 Mars 1619, au printemps suivant, Descartes adresse à Beeckmann[10] une lettre importante, l'un des premiers textes cartésiens scientifiques connus, et qui nous découvre des constantes de sa pensée scientifique: la première évocation des compas cartésiens (susceptibles, selon Descartes, et dès cette époque, de résoudre un grand nombre de questions mathématiques), la mise en regard sur trois niveaux d'une première comparaison entre nombres et courbes: à trois types de nombres: les rationnels, les sourds, les imaginaires Descartes associe respectivement en effet, point par point, autant de types de courbes (les géométriques, les extensions cartésiennes des géométriques selon les compas cartésiens; enfin les mécaniques). Ces points que nous retrouverons dans les textes mathématiques ultérieurs de Descartes, seront étudiés ci-dessous.

La lettre ne contient aucune preuve. Cependant, ces questions énumérées, Descartes, tout à son enthousiasme, conclut qu' "il ne lui restait presque plus rien à trouver en Géométrie" (ce jeune homme de 23 ans n'a cependant encore presque rien publié), aussi qu'il détient les éléments d'une "Science complètement neuve" (*scientia penitus nova*), enfin qu'il a trouvé "une lumière qui lui permette de dissiper les ténèbres les plus épaisses".

1.3. A l'automne de cette même année 1619, Descartes est en Souabe, près de la ville d'Ulm: "J'étais en Allemagne où l'occasion des guerres qui n'y sont pas encore finies m'avait appelé, et comme je revenais du couronnement de l'empereur vers l'armée, le commencement de l'hiver m'arrêta en un quartier (...) où je demeurais tout le jour, enfermé seul dans un poêle"[11].

Ainsi Descartes nous introduit-il à cette nuit -du 10 au 11 Novembre 1619- où il fit trois songes que le rêveur lui-même n'a cessé jusqu'à la fin de sa vie -il a quarante ans quand il publie le *Discours de la Méthode*- de déclarer décisifs pour la constitution de sa pensée, de sa Méthode et de sa philosophie. Nous reconnaîtrons donc ici, avec la plupart des commentateurs un moment de fracture et distinguerons désormais deux époques: avant et après le "poêle".

1.4. *Les Cogitationes Privatae* de 1619-1621, en provenance du Premier Registre de Descartes[12], sont un texte de jeunesse, sorte de brouillon rassemblant divers manuscrits[13], et dont la rédaction est contemporaine de la période des rêves (avant et après: 1619-1620). Ils exposent entre autres choses une partie mathématique plutôt pauvre. Rien ne laisse ici présager l'extraordinaire aisance de la Géométrie. Sur le plan du contenu, on observe:

- un traitement rudimentaire des équations du 3ème degré. Descartes, qui n'a certainement pas lu Cardan à cette époque, s'essaie par changement de variable (translation) à en faire disparaître le terme carré. Cette méthode, que tout débutant a probablement essayé, ne conduit à la résolution de l'équation que dans des cas tout à fait particuliers: Descartes s'intéresse d'abord à l'un d'eux[14], qu'il résout, après avoir vainement tenté d'y ramener un autre, au prix d'une erreur de calcul, qui sous-tend une erreur conceptuelle[15].
- le premier véritable développement des compas cartésiens à équerres glissantes, annoncés dans la lettre à Beeckmann (désormais dénommés compas cartésiens). A ces compas, qui nous paraissent une pièce maîtresse de la pensée de Descartes, nous avons consacré ailleurs une étude[16]. Cette suite d'équerres réalise en effet un ensemble de mouvements solidaires, tous rigoureusement subordonnés les uns aux autres, en sorte que le mouvement de chaque équerre, commandé par celle qui la précède, gouverne rigoureusement celle qui suit.

Précisons que Descartes ne construira évidemment jamais effectivement ses compas: depuis Platon et Nicomaque en effet, la fonction de chaque instrument mathématique (règles diverses, compas, compas cartésien, par exemple), avait seulement été d'autoriser des classes de constructions idéales, établissant donc une séparation de droit entre le champ des courbes mathématiquement accessibles par cet instrument et celui des courbes acceptables dans la seule réalité quotidienne, physique ou mécanique. A chaque instrument donc, et sans qu'il soit nécessaire de le faire effectivement opérer, était donc -mécaniquement- associée une forme d'ontologie. Ce point (constructibilité et constructivité par les compas à équerres glissantes), annoncé par Descartes dans la lettre à Beeckmann, et partiellement évoqué dans les *Cogitationes*, sera doublement repris dans la Géométrie.

Dans les *Cogitationes* cependant, et conformément au texte de la lettre à Beeckmann, Descartes se propose donc de résoudre des équations du troisième degré à l'aide de cette machine théorique que constituent les compas cartésiens. En deux temps, d'abord pour un exemple numérique: $x^3=7x+14$, ensuite pour une équation plus générique: le cube égalé au carré et au nombre[17].

Dans tous les cas, le procédé consiste, par une ouverture adéquate des branches du compas (par tâtonnements donc) à faire coïncider à la fois la branche fixe et la branche variable du compas cartésien avec les données, c'est à dire avec les deux coefficients de l'équation cubique. La valeur de la racine se lira alors sur le compas. Il importe peu que Descartes croie alors spontanément qu'il n'y a qu'une seule racine, ni que son procédé ne puisse fonctionner, par suite d'une erreur de conception de sa part, partiellement relevée par Leibniz.

Ce qui nous paraît important en effet, dans le cadre d'une interprétation épistémologique, c'est le but poursuivi et la méthode employée. Or pour résoudre un problème qui était pour lui ouvert (les équations du troisième degré, ce qui confirme qu'il n'avait pas connaissance à cette époque des méthodes de Cardan), le jeune Descartes propose de fournir une machine théorique[18], qui le conduit à mettre en acte (toujours théoriquement) une suite de mouvements qui s'enchaînent rigoureusement et sans hiatus.

D'autre part, il est tout à fait certain que le jeune Descartes à cette époque s'était intéressé aux problèmes grecs de constructibilité[19]: dans les pages suivantes des *Cogitationes*, il propose en effet pour résoudre la trisection de l'angle, un autre compas, encore d'un autre type, tout aussi théorique, et qui pourrait cependant fonctionner effectivement.

Cependant, un autre de ces problèmes célèbres, la question de la construction par la règle et le compas de deux moyennes proportionnelles, se ramène, de façon équivalente, à celui de la résolution d'une équation cubique particulière, et cette équivalence logique était connue depuis les Grecs[20]. En voici l'exposé, en termes modernes et anachroniques, avec des notations cartésiennes pour les exposants, à la Viéte pour les désignations:

> deux nombres a et b étant donnés, il s'agit d'insérer entre eux deux autres nombres, soit x et y, en sorte que "b soit à y, ce que y est à x, et aussi ce que x est à a".

De la double égalité des proportions: $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}$, on tire en effet: $x^2=a\,y$ et $y^2=bx$, soit $x^3=a^2b$, qui est bien une équation cubique particulière, susceptible donc d'un traitement par les compas cartésiens.

Cette question de l'insertion de deux moyennes proportionnelles est insistante chez Descartes. Il en parle à Beeckmann, lors de leurs retrouvailles, autour de 1628[21]. Il en enseigne la solution à Hardy et Mydorge[22]. Elle sera généralisée à un nombre quelconque de moyennes, dans la Géométrie, à nouveau par l'emploi des compas cartésiens[23]. Associée par Descartes à l'instauration d'une chaîne composite sans faille entre deux extremités, qui seront bientôt identifiées au donné et au requis, elle constituera, dès la Règle VI (384, 20 à 387, 7), une pièce maîtresse de sa pensée scientifique.

- sur la forme:

A cette époque (1619-1620), pour établir un inventaire des équations cubiques, ou bien à la fin du texte, pour résoudre algébriquement un problème de géométrie, Descartes emploie une notation cossique, archaïque, ambiguë, certainement inférieure à celle de Clavius. Désirant par exemple désigner le coefficient arbitraire de la variable, puis un autre nombre arbitraire quelconque (le "nombre absolu"), Descartes, s'autorisant implicitement du caractère arbitraire commun utilise deux fois le même symbole O! Pareille confusion (elle n'aurait pu à notre sens se trouver sous la plume de Clavius) rend cette partie du texte difficilement exploitable.

La question du cossique, qui occupa tout le terrain de l'Algèbre, au Moyen-Age et à la Renaissance européens, a longtemps fait obstacle à la compréhension des textes mathématiques médiévaux. Rappelons par exemple que Foucher de Careil, dans la première traduction française des *Cogitationes* (en 1859, sous le titre de *Pensées*[24]), ne comprenant rien aux caractères cossiques qu'il rencontre, croit lire par un exemple un 4, là où est un ʒ, et nous livre un texte mathématique plutôt surprenant... Descartes était probablement gêné par ces écritures barbares, qu'il a apprises chez ses maîtres, en particulier Clavius.

1.5. Suivant alors Baillet[25], on constate qu'après les rêves son "enthousiasme le quitta", et qu'il fit sur le champ deux projets: un voyage à Notre Dame de Lorette, et la "confection d'un traité d'algèbre". A ce traité, dont on n'a conservé aucune trace, et qui ne figurait pas à l'inventaire de Stockholm, Descartes fait cependant allusion dans une lettre à Mersenne du 25 Janvier 1638 [?][26], où il déclare disposer de sa "vieille algèbre". On a voulu généralement y voir un brouillon de la "Géométrie", que Descartes n'aurait pas éprouvé le besoin de conserver, après la publication de 1637.

1.6. Quittant son "poêle", Descartes donc, changeant de mode de vie, part alors pour "neuf années d'exercice en la Méthode", une vie à l'emploi du temps assez incertain, exception faite d'un voyage en Italie en 1623-25, et cependant, ceci est notable, sans aucune sorte de publication.

1.7. Dans ces conditions donc, l'intérêt de la datation des *Regulae* n'est pas purement historique. Adam[27] situe la rédaction de l'ensemble du texte de 1628 "environ", en ce deuxième moment d'articulation de la vie de Descartes: après la fin de la période d'errance, les neuf années "d'exercice en la méthode"[28], et la surprenante conclusion de sa rencontre avec le Cardinal de Bérulle, sorte de contrepoint de celle avec Beeckmann, enfin le départ pour la Hollande.

La thèse de J.P. Weber ('La constitution du texte des *Regulae*'[29]) qui fait apparaître des clivages et des anachronismes (Règles IV*a* et IV*b*, par exemple, où IV*a* serait postérieure) et des couches successives du texte, s'appuie sur ces incohérences pour proposer une datation partielle du texte autour de l'année 1619, parfois avant la nuit de Novembre. Sans souscrire nécessairement à l'ensemble des conclusions de ce texte, qui va jusqu'à trouver dans le texte[30] une forme de chaos, on doit constater avec lui un assez grand nombre de contradictions: il y a deux sens difficilement compatibles de *enumeratio* par exemple; d'autre part, tantôt la mémoire ne peut qu' aider l'entendement, tantôt elle peut aussi l'entraver; bref, on assiste parfois à deux exposés contradictoires juxtaposés, presque à une dialectique entre deux moments de sa pensée entre lesquels Descartes n'aurait pas tranché. Nous ne tenterons pas de réduire ces contradictions en les ramenant à la diachronie d'une succession chronologique de couches du texte, que nous tâcherons de prendre comme il est.

Dans ces conditions néanmoins, nous pensons, comme J.P. Weber, qu'il est tout à fait vraisemblable à la fois que la rédaction de la toute première partie des *Regulae* soit contemporaine de la période des rêves, et aussi qu'elles pourraient bien constituer une part du traité d'Algèbre perdu: d'abord, il est très vraisemblable que Descartes, après le choc de ce moment, ait voulu sur-le-champ consigner une part de ses prescriptions, primitivement à son propre usage[31]. Ensuite, il nous paraît plausible que le produit direct des rêves soit la Méthode elle-même, et non telle ou telle de ses particulières applications, ni même la mathématique dont elle procède. A notre sens, seul le projet cartésien d'un *Ars Inveniendi*, tel que Descartes l'imaginait à cette époque, pouvait lui paraître suffisamment exaltant pour mériter à ses yeux les commentaires de 1619-1620 sur les "fondements de la Science admirable"[32].

2. Livre I

2.1. L'objectif des Règles est annoncé au tout début, dans l'énoncé de la première Règle, qui spécifie "la fin des études". Celle-ci est de former l'esprit pour qu'il sache clairement distinguer la vérité dans les Sciences. Il a été durablement remarqué que cet exposé des motifs, en fait inscrit dans le troisième rêve de Novembre 1619, constitue un renversement de fait par rapport aux doctrines scolastiques[33] et à la métaphysique aristotélicienne: l'unité de la science et les moyens de la mettre en oeuvre ne sont plus à rechercher désormais dans l'objet de la connaissance, mais dans celle du sujet connaissant[34]. En retour, le statut et les limites de la chose (chose connue donc et non chose en soi) sont exactement celles que le sujet leur assigne: en droit, elles sont donc les mêmes pour l'objet mathématique et l'objet physique. Cependant comme c'est la construction de l'objet mathématique (cet objet pouvant être aussi une preuve) qui a servi de modèle pour appréhender les modes de connaissance, alors l'objet physique de la connaissance sera nécessairement construit à son image.

2.2. Les moyens des objectifs

Procéder de la Mathématique, abstraire, à partir d'un examen attentif de ses objets et de ses preuves, les mécanismes généraux et simples d'une pensée de droit dans les Sciences, autrement dit des Règles Utiles et Claires pour la Direction de l'Esprit, telle est, dans les *Regulae*, la démarche de Descartes, autrement dit la méthode de la Méthode.

Une parenthèse est ici nécessaire sur trois sens et fonctions du mot mathématique chez Descartes. La distinction est évoquée dès la Règle IV (377, 12-21). On distingue, par ordre de complexité croissante:

- d'abord au sens de l'Ecole, les mathématiques scolastiques, ce que nous dirions aujourd'hui des mathématiques appliquées (l'Astronomie, la Musique, l'Optique et la Mécanique,...)[35], applications que Descartes trouve peu exaltantes. Il leur aurait préféré des sciences "plus relevées"[36].
- les Mathématiques proprement dites, que Descartes dit "communes" et que nous dirions aujourd'hui pures, Arithmétique ou Géométrie, ou encore Analyse des Anciens et Algèbre des Modernes (on sait que Descartes se proposera de les entremêler par le biais de l'écriture). Leur exercice quotidien a la fonction presque hygiènique de nous familiariser avec les mécanismes intériorisés de la vérité, et de produire, en un sens cartésien,

du métamathématique. Il peut paraître ici décevant de constater que Descartes n'a nullement ici en vue l'avance de la Mathématique elle-même. Et c'est, me semble-t-il, à ce type de Mathématiques que renonce ultérieurement Descartes dans la lettre à Mersenne du 15 Avril 1630[37], comme ne lui étant plus désormais utile.

- la Mathématique Universelle (*Mathesis Universalis*), ou Méthode[38], consiste à la fois en une pratique[39] méthodologique quotidienne[40], en même temps qu'en l'exposé d'une théorie de la connaissance valable pour toutes les Sciences. Cette fondation, dans cette phase première des *Regulae*, sans doute sur ce point la plus révélatrice de la pensée authentique de Descartes à ce moment, ignore presque complètement la métaphysique[41]. C'est seulement après 1628, la rencontre avec Bérulle, et son départ pour la Hollande, que Descartes écrira le premier traité de métaphysique, aujourd'hui perdu.

Procédant de la mathématique, abstraite à partir d'elle, en une véritable réduction à l'essence, la *Mathesis* est donc la Science Universelle, tant recherchée avec Beeckmann: des autres sciences en effet, la *Mathesis* est l' "enveloppe", ou l' "habit" (*integumentum*), "plutôt que les parties"[42].

2.3. Avec quelques contradictions[43], le plan du texte est d'abord esquissé dans la Règle VIII[44], puis davantage développé à la fin de la Règle XII qui termine la première partie[45]: trois séries de Règles étaient prévues: les douze premières consacrées aux natures simples, les secondes aux questions parfaitement comprises, les dernières aux questions imparfaitement comprises. Seules vingt et une règles sont rédigées (les trois dernières ne comportant que leur énoncé).

Il nous semble que cette division en trois parties contenant le même nombre de règles est pour une part artificielle: à notre sens en effet les premières Règles, véritablement cruciales pour Descartes sur le plan épistémologique, ont été rédigées très rapidement autour de Novembre 1619 au moment des rêves et avant même que le philosophe n'ait décidé d'un plan quelconque pour l'ouvrage. L'harmonie d'ensemble requise par la Règle XII (la division en douze règles pour chaque livre) et dont on ne peut véritablement juger puisque des règles manquent, n'apparaît que plus tardivement, avec nous semble-t-il, un souci retrospectif d'équilibre et de symétrie.

Reste néanmoins la volonté de Descartes de diviser la substance de l'ouvrage en trois, partition sans doute fondée sur une analogie mathématique dont nous traiterons plus loin. Cependant, ce paradigme mathématique, ici toujours présent à des degrés divers, doit nécessairement se référer à la pratique et l'expérience mathématique alors actuelles chez Descartes. Or, il nous apparaît que sur ce plan, on trouve au moins deux périodes dans les *Regulae*, l'une autour des années 1620, l'autre aux environs de 1628. Et donc il nous semble sur ce point légitime de superposer un nouveau type de division, certes plus grossier que celui proposé par Weber: à la période 1619-1620, correspondraient à la fois les premières Règles (jusqu'à la première partie de la Règle VIII (396, 25) et l'expérience mathématique de jeunesse évoquée plus haut (Clavius, mais non pas Viète, ni

Cardan). Les Règles ultérieures, de la fin de la Règle VIII (396, 26)[46] à XXI seraient probablement datées de 1627-1628, et marqueraient à notre sens, d'abord la lecture de Viète (par la question de la désignation des données et des inconnues), puis la familiarisation de Descartes avec le mécanisme des systèmes d'équations algébriques à la suite de Cardan et Ferrari, connaissance que le Descartes de la Géométrie manifestera de façon fort précise. Nous désignerons dans la suite par Livre I et Livre II ces deux parties du texte. Quoiqu'il en soit de la pertinence de cette division, il nous semble clair, compte tenu de la relative faiblesse de la partie mathématique des *Cogitationes*, en regard de la Géométrie que Descartes a certainement beaucoup étudié les mathématiques durant la période intermédiaire (1619-1628).

A l'examen séquentiel des Règles, nous préfererons des études thématiques, à l'intérieur de chacun des deux Livres. Encore notre choix de thèmes sera-t-il limité à ce que nous estimerons en quelque manière être relié aux mathématiques.

3. Natures simples, ordre, composition des natures simples

3.1. La question des nature simples[47] est pour Descartes celle d'objets élémentaires, atomiques, indivisibles quant à la connaissance, et corollairement de la connaissance originaire que par le moyen du regard infaillible de l'esprit (*intuitus* ou intuition), l'entendement[48] (*intellectus*) en acquiert, entendement seul à pouvoir connaître, et qui ne peut faillir en tant qu'il est connaissant à ce titre. Le regard de l'esprit est ici infaillible, mais pas le jugement[49].

C'est le caractère indivisible de la nature simple qui rend son appréhension par l'entendement globale et assurée. Voici Hamelin: "On peut dire qu'une nature simple, c'est l'atome d'évidence. Toutefois, il faut se garder de donner à ce mot que nous venons de citer un sens psychologique. La nature simple est l'indivisible, dans une pensée normale,dans une pensée de droit"[50]. Indivisibilité toutefois en tant qu'objet, que chose connue, et non pas que chose en soi[51].

On saisit bien ici le fondement des critiques et des sarcasmes que cette position d'atomisme logique ont pu susciter chez les lecteurs de Descartes, parfois même bien intentionnés.

Rappelons néanmoins que cette position ne serait sans doute pas désavouée par nombre de mathématiciens contemporains: l'immédiateté de l'intuition fondatrice, le caractère d' "illumination", l'assurance de la validité du résultat, préalable à toute vérification par le calcul sont soulignés par Hadamard et Poincaré par exemple. Certes, il s'agit là d'exemples extrêmes: grands mathématiciens et théories éminentes. A notre sens cependant, ces expériences sont néanmoins fréquentes dans la recherche mathématique quotidienne, fût-ce sur des exemples bien connus et résolus par d'autres.

C'est à partir de la Règle VI (384, 20 à 387, 7 fin), sur l'exemple des moyennes proportionnelles, que nous tâcherons d'expliquer à la fois la constitution de l'ordre, sa nature et sa primauté, et aussi ces questions corrélatives: composition des natures simples, déduction et intuition, analyse et synthèse.

3.2. Partant d'un nombre (3), et se donnant par ailleurs une raison (c'est à dire un rapport: ici le nombre 2), Descartes calcule donc, à l'aide de la raison, ces produits successifs: 6, 12, 24, 48. Le nombre originaire 3 étant reconnu pour cause, les effets successifs sont donc les éléments de la chaîne intermédiaire, tous définis et solidaires (par le biais de la raison), jusqu'à un effet complexe terminal (48). L'exemple, pris dans ce sens, illustre très simplement dans le registre progrédient de la synthèse comment l'effet découle à la fois des causes et de la chaîne des inférences, et comment l'objet terminal est le produit d'un ordre contraignant: ordre est évidemment à prendre pour Descartes, dans le sens d'ordre fini et total.

Cependant, pour Descartes, la réalité des problèmes est en sens inverse: La situation commune est en vérité celle-ci: on ne connait que l'effet (48; nature simple) et la cause (3; nature simple). Comment remonter à la cause à partir de l'effet? Comment, par le mouvement de l'analyse, retrouver ce qui a été construit et caché, c'est à dire résoudre une difficulté en ses composants simples? Ici, c'est trouver d'abord la *raison* (cachée), puis les maillons intermédiaires de la chaîne qui l'ont produit. Ayant soigneusement examiné les données du problème (ici le seul nombre 3), puis sans quitter 48 des yeux (à défaut, le gardant en mémoire) l'objet complexe (48: la difficulté), il s'agit donc de reconstituer par une démarche rétroactive l'ordre structurant dans 48.

Or un moyen naturel pour le faire est de tâcher d'insérer un médium ou un moyen terme[52] entre 3 et 48, nombre intermédiaire qui les relie et les solidarise: ce sera leur moyenne proportionnelle (12), puis d'itérer l'opération en insérant entre 3 et 12 leur moyenne proportionnelle (6), enfin d'en faire de même entre 12 et 48, soit 24.

Ceci fait, on énumère, cette fois à partir de 3, et à nouveau dans le sens direct (synthétique) les éléments successifs de la chaîne trouvée: 3, 6, 12, 24, 48, et la contemplation de cette chaine et des arguments qui la soutiennent (chaque effectuation de produit par la raison) vaut pour achèvement de la résolution de la difficulté.

Cette décomposition par insertion de moyennes proportionnelles est donc le premier paradigme de la théorie de la connaissance chez Descartes (le second, le généralisant pour une part, sera la mise en équation d'un système). Directement hérité des compas cartésiens, il est aussi ancré dans la pratique mathématique du jeune Descartes (1619-1620). On pourra se gausser de la naïveté du modèle sur le plan mathématique (qui suppose par exemple un nombre pair d'étapes, ce que Descartes n'avait pas très bien vu dans le compas des *Cogitationes*), de la croyance simple en un ordre fini total structurant, armature de tout objet de connaissance. Il reste que c'est à partir de lui que la pensée de Descartes s'est formée, qu'il est l'une des origines de la philosophie et de la science moderne, de ce que "la pensée de Descartes peut avoir d'irréductible à tout antécédent historique"[53], et il nous semble qu'il demeure essentiellement actuel, même dans les Mathématiques contemporaines.

3.3. Composition des natures simples

Tous les objets de connaissance ne sont évidemment pas des natures simples. Celles-ci, immédiatement appréhendées par le regard, se sont fait, une à une, bien connaître. Il est alors d'autres objets plus complexes, dits natures composées, qui ne sont que des suites, des chaînes finies de natures simples: il faudra donc analyser à leur sujet à la fois les éléments de leur constitution (qui sont donc des natures simples) et l'ordre de leur composition. Hamelin[54]: "les natures simples, nous l'avons vu, sont saisies par l'intuition; la composition des natures simples se fait par déduction"[55]. Et certes, la déduction est un mouvement[56], donc inscrit dans le temps, tributaire de la mémoire, à qui elle emprunte sa certitude et ses défaillances: la question est sans doute ici pour Descartes qu'il est impossible de penser à deux choses en même temps[57]. Et, certes, le malin Génie ne parviendrait à rendre douteuses que les évidences composées... On peut ici résumer très simplement, et dire avec Hamelin que "toute la théorie de la connaissance de Descartes tient en ceci qu'il y a des natures simples et des liaisons entre des natures simples, qui sont elles mêmes des natures simples"[58].

De là, la faible différence chez Descartes, souvent notée, entre la vraie nature de la déduction et de l'intuition: la déduction cartésienne n'est qu'une suite d'intuitions, une mise en relation, de type synthétique, par une chaîne d'intuitions simples.

La méthode de composition des natures simples est donc génétique[59]: elle ne propose de résoudre que les problèmes que l'esprit a été en mesure de construire.

3.4. Ordre

De cette composition des natures simples découlent diverses conséquences: une première, immédiate, est la constitution de l'ordre, et la primauté de celui-ci: dans cette question de la composition des natures simples en effet, seul l'ordre est pour Descartes en question: nous sommes ici au coeur de l'épistémologie cartésienne, d'origine mathématique. Descartes nous en avertit d'ailleurs solennellement: il n' est pas d'autre secret touchant la connaissance. A notre sens, la nécessité de la mesure, ne figurant pour l'essentiel que dans le livre II, ne relève, dans le projet cartésien du moment, que d'un objectif alors secondaire: la question des sciences de la nature.

Trouver, c'est donc trouver l'ordre existant et caché. Et dans un objet dèja constitué. Et ce principe est supérieur à tous les autres. Il faut même, nous dit Descartes, tâcher de supposer de l'ordre, si nécessaire, là où il n'en est pas de naturel[60]. Sur cette position fondamentale à nouveau, nombre de mathématiciens contemporains, semble-t-il, tomberaient d'accord.

Cependant, à notre sens, il est possible que la signification profonde de l'ordre transcende la dualité progressive -régressive, incarnée dans le couple analyse-synthèse. C'est l'ordre en soi qui est important, parce qu'il est mise en relation locale, d'objets deux à deux, quel que soit le sens dans lequel il s'exerce[61]: de la cause vers l'effet ou l'inverse. Ce que Descartes veut sans doute exclure de son schéma de pensée, c'est toute synchronie par laquelle, par hypothèse, deux natures simples pourraient indépendemment, c'est à dire sans ordre qui fasse liaison, être présentées en même temps[62] au regard de l'esprit. On songe d'abord à Zermelo[63], adjurant ses lecteurs de se débarrasser de la "mystique de l'ordre cantorien": pour les besoins de sa cause (l'Axiome du Choix), il doit en effet faire comprendre que les correspondances qu'il demande qu'on lui accorde, purement fonctionnelles, n'ont rien à voir avec une quelconque hiérarchie préalable, dont l'origine serait sans doute de nature psychologique.

On pense ensuite, pour suivre ici à la fois Zermelo et Descartes, que la véritable fonction de l'ordre est sans doute d'assurer la différenciation des objets qu'il relie, et qu'à ce titre il est le seul moyen (Descartes) ou le meilleur (Zermelo).

Dès lors, il est clair pour le jeune Descartes qu'il ne peut y avoir de rupture dans l'ordre: elle entraînerait l'éventualité d'une confusion. Si un chaînon vient à manquer, mieux vaut donc s'abstenir que persévérer: l'édifice tout entier de la connaissance serait menacé. A nouveau, les limites de la connaissance et donc de l'objet de science sont ici prescrites.

3.5. Analyse et synthèse

De là aussi, la place relative de l'analyse et de la synthèse dans la science cartésienne: l'analyse est un procédé de la recherche, dont elle est le vecteur: c'est le coeur de l'*Ars Inveniendi*[64]. La synthèse est surtout un procédé d'exposition, second, mais non secondaire[65]. Lorsque les objets sont trop éloignés, elle ne permet pas de trouver[66]. En effet, faute d'un fil conducteur initial, pour trouver dans le registre progrédient de la synthèse, le chercheur, désarmé, incertain, en serait réduit à envisager une à une toutes les éventualités qu'il lui faudrait même avoir préalablement dénombrées, puis artificiellement ordonnées. Cette technique combinatoire de saturation des possibles, deuxième version de l'*enumeratio*, Descartes l'accepte dans la Règle VII[67] comme un mal nécessaire. Et en un passage célèbre, Leibniz lui-même, par ailleurs si critique des positions cartésiennes, déclarait bien hasardeuse la démarche de la pure synthèse dans le processus de la recherche: ce serait, dit-il, la mer à boire[68].

Au contraire, partant du but -de l'effet- et sans le quitter des yeux, on remonte aux données. Brunschwicg note: "C'est l'intégralité de l'analyse qui nous paraît être caractéristique et décisive"[69]. L'image insistante est ici celle du fil conducteur arrimé aux chose sûres: fil de Thésée, d'Ariane[70], qui lui permettra, parce qu'il garde le contact avec le requis, de ressortir du labyrinthe. Fil qui serait donc ici, par hypothèse, fil analytique et métaphore du labyrinthe que, pour une fois, Descartes partage avec Leibniz.

Certes, Descartes n'était pas le premier à mettre en avant le privilège de l'Analyse. Cependant, à notre sens, la *Mathesis* se confond pour une part à ce moment avec l'Analyse, et Descartes qui a défendu avec une particulière conviction la méthode analytique[71], se sent ici si particulièrement novateur qu'il éprouve le souci de s'inscrire sur ce point dans une tradition: il tente, en effet de tirer à lui du côté de l'Analyse telle qu'il la conçoit, la géométrie et la mathématique grecque[72]. Démarche quelque peu forcée[73], ce qu'il reconnaîtra ultérieurement dans les

Réponses aux Secondes Objections (cf. note 64 supra): en dépit de son nom en effet, l'Analyse des anciens procédait le plus souvent par synthèse, par construction successives progrédientes à partir des données. La méthode analytique en géométrie grecque, lorsqu'elle se rencontre, consiste à supposer le problème résolu et la figure déjà faite: elle ne peut avoir, lorsqu'on la compare à l'Algèbre, que des ramifications et des usages bien limités[74].

L'analyse faite, il faudra revenir sur le travail accompli: la synthèse repassant ici sur les pas et dans les traces même de l'analyse. Cette action terminale, qui doit se faire par un "mouvement ininterrompu de la pensée"[75], à nouveau parce qu'elle vise en fait à composer avec cette impossibilité essentielle d'envisager synchroniquement deux natures simples, conduit à notre sens, à solidariser[76] définitivement en droit les chaînons et les éléments constitutifs de l'objet[77]. Elle "achève" la science. Dans cette partie synthèse, ultime, il faut dévisager l'ensemble des maillons de la chaîne et les articulations qui l'ont permise. C'est en la phase de l'énumération (dans l'un des deux sens de l'*enumeratio* (suffisante) de la Règle VII), l'achèvement du travail. On voit bien comment elle s'origine dans le paradigme des moyennes proportionnelles. Dans la seconde partie des *Regulae*, à un moment où Descartes aura appris la technique des systèmes d'équations, il interprètera ce même mouvement synthétique, en prônant la nécessité de remonter les calculs, c'est à dire de vérifier le caractère suffisant des conditions nécessaires trouvées.

Dans la Règle VII (390, 25 à 391, 27), il est un second sens de l'*enumeratio*, ici complète ou exhaustive[78]. Elle est au contraire un moyen de trouver, combinatoire, saturant toutes les possibilités[79]. Ce n'est pas sans doute que Descartes aime beaucoup cette énumération exhaustive, mais comme elle est méthode, elle est tout de même préférable au hasard. Sur le sujet, Descartes nous fournit l'exemple de l'inventaire des permutations des lettres d'un mot, afin d'y rechercher des anagrammes[80].

Observons que depuis le XVIII^{ème} siècle et jusqu'à la mathématique contemporaine, la synthèse a de plus en plus envahi l'*exposé* des résultats, suivant ainsi la pente naturelle, inéluctable, d'une démarche qui vise à la fois à l'efficacité (permettre à d'autre d'avancer rapidement), et surtout au confort du chercheur (éliminer l'exposé intempestif d'impasses infructueuses dans la démarche analytique de recherche). Ce qu'on peut évidemment constater aujourd'hui en ouvrant tout livre de Mathématiques, Lebesgue s'en plaignait déjà, à propos d'Hermite et de son théorème sur la transcendance de e[81].

3.6. La primauté de la constitution de l'ordre implique également la destitution de deux autres principes qui auraient pu avoir prétention à gouverner la connaissance: l'autorité et la logique.

L'autorité, en particulier celle d'Aristote ou de l'Ecole, n'est en effet jamais directement invoquée dans les *Regulae*, texte d'une orthodoxie scientifique tout à fait moderne sur ce point: la constitution de l'ordre ne peut en effet être inculquée: elle ne peut que se constater ou se chercher, même si comme on le verra, les ouvrages des hommes remarquables peuvent grandement en faciliter la découverte.

Quant à la logique,que Descartes comparera dans le *Discours de la Méthode* à l'art de Lulle[82], il la tient en bien piètre estime. Dans les *Regulae*, il consacre la règle II[83] et toute la fin de la Règle X à la disqualifier[84]. L'art de Lulle cependant et les productions rosicruciennes avaient fasciné le tout jeune Descartes, qui très tôt à la recherche d'une Science Universelle, n'avait pas encore trouvé avec Beeckmann sa voie dans la Physico-Mathématique.

La critique cartésienne de la logique est cependant davantage d'ordre épistémologique. D'abord, comme on dirait aujourd'hui, la logique éliminant les significations, ne conserve que le formel: appliquer les règles du syllogisme, c'est donc parler sans reflexion de choses qu'on ignore. Les règles du syllogisme "sont un mécanisme sans raison, et il faut les remplacer par la raison attentive et soigneusement tenue en éveil"[85]. Mais ce n'est là aux yeux de Descartes qu'une critique superficielle: son défaut capital, c'est qu'elle ne permet pas d'inventer. La logique en effet ne sert pas à trouver l'ordre, puisqu'elle nécessite la connaissance du moyen terme du syllogisme. Incapable donc de mettre un problème en équation, elle ne sert qu'à entériner ou légitimer des propositions dont le sens lui a dès le début définitivement échappé. Cette position est fréquente chez les mathématiciens professionnels contemporains.

3.7. Dès lors qu'une chose ne rencontre pas l'adéquation du précédent schéma, il faut s'abstenir d'en continuer l'étude: elle n'est pas un objet de connaissance. Les limites de l'objet sont donc celles des limites de l'esprit humain[86], c'est à dire celles des idées claires et distinctes[87] et l'incertitude sur un seul maillon menace l'édifice entier (titre de la Règle VIII). Nous trouvons ici à sa source la position de Descartes devant le monde en même temps qu'une différence majeure avec celle de Leibniz. Ainsi seront donc examinés les seuls objets de connaissance possibles en droit pour Descartes. L'Histoire des Sciences nous enseigne alors, qu'après Descartes ce schéma ne trouvera à s'appliquer avec une complète pertinence qu'aux seuls objets mathématiques constitués depuis lors, en particulier ceux développés à partir du milieu du XIX^{ème} siècle, et jusqu'à nos jours.

3.8. L'ordre originel qui a été constitué, il s'agit donc de le retrouver par l'analyse, puis de l'établir en droit par la synthèse.

On se prépare à pareille recherche par l'apprentissage. Apprentissage intérieur d'abord, au regard, à la vérité: examen attentif des natures simples, de leurs compositions simples, qui recèlent les semences de la vérité. A la question sur l'origine de l'ordre, il nous semble que sera ultérieurement proposée la place du divin: ces semences, en effet, jetées par Dieu dans l'esprit des hommes (seule occurence du divin dans le texte), chacun en dispose selon son tempérament, mais par cette thèse, "la réminiscence est transformée en innéité"[88].

Nulle part mieux qu'en Mathématiques cependant, cet apprentissage ne peut se faire. On songe, un siècle plus tard, à Lambert: "Opposées à la métaphysique les mathématiques expriment le rapport des choses même".

Apprentissage à la vérité aussi par l'examen des travaux des autres hommes (Règle X[89]). La technique de lecture de Descartes, comme on sait, répondait bien à sa méthode: feuilletant d'abord les ouvrages pour en connaître les résultats, il tâchait ensuite d'en retrouver pour son compte les cheminements à livre fermé. Dans cette pratique, qui développe l'autonomie de l'intellect et refuse tout principe d'autorité, bien des mathématiciens, semble-t-il, se reconnaissent aussi.

3.9. Il vaut mieux, dit Descartes, ne pas trouver que trouver au hasard, sans méthode. Pour lui donc, c'est l'épistémologie qui est première, ce qu'affirme très clairement la Règle IV: "Et il est bien meilleur de ne jamais penser à chercher la vérité d'aucune chose, que de le faire sans méthode"[90]. Ce que Descartes lui-même est précisément en train de faire ici, dans les *Regulae*, et à partir des mathématiques: abstraire l'essence d'une méthode mathématique, pour la transmuer en *Mathesis*.

Et cette position qui pourrait certes paraître exorbitante serait néanmoins partagée aussi aujourd'hui par nombre de mathématiciens: la solution trouvée d'un problème spécifique, il est impératif de faire en sorte qu'elle soit érigée en méthode pour toute une classe de problèmes.

On lui opposera une autre voie, que propose Leibniz, et qui consiste à chercher aveuglément, spontanément. Il "maintient les droits de la *cogitatio caeca*, rejette la notion d'instant indivisible"[91].

Ainsi se clôt la première partie des *Regulae*, environ jusqu'au milieu de la Règle VIII, probablement rédigées autour de 1619: avec pour armature exclusive le privilège des Mathématiques, lui même complètement fondé sur l'exemple de la recherche des moyennes proportionnelles, Descartes, par le moyen de ses Règles pour la direction de l'esprit, a tâché de fonder en droit les moyens et les objets de connaissance. A notre sens, nulle part mieux que dans cette première partie des *Regulae*, Descartes n'a donné d'exposition complète de sa Méthode[92].

4. Livre II

4.1. Préalablement à l'étude du Livre II des *Regulae*, une double parenthèse historico-épistémologique paraît ici complètement nécessaire relativement à deux questions mathématiques bien peu étudiées: celle des notations (en particulier pour le connu et l'inconnu) et celle de l'ancienne dualité nombres-grandeurs. Ces deux questions sont en effet au coeur des préocupations du Livre II.

A la suite du texte fondateur d'Euclide, qui expose aux livres V et VII des *Eléments* deux théories parallèles (mais non coïncidantes) sur les grandeurs d'une part et les nombres d'autre part, toute la tradition mathématique européenne du moyen âge et de la Renaissancet avait continué de perpétuer cette division conceptuelle (un des piliers du temple mathématico-physique) en même temps qu'elle s'était peu à peu trouvée contrainte d'y renoncer, à mesure que progressait l'écriture symbolique mathématique qui faisait mécaniquement s'entremêler des objets de nature différente.

Deux écoles de mathématiciens coexistèrent cependant, l'une voyant dans les solutions des équations, au nom d'un certain réalisme, des objets à construire (grandeurs), et les autres, que nous dirions idéalistes, de purs nombres à calculer (cf. sur ce point G. Milhaud[93]). De cette dualité, le cossique garda trace permanente, d'abord dans ses dénominations pour diverses catégories de nombres, qui nous paraissent aujourd'hui d'authentiques contradictions dans les termes, comme les "nombres carrés", ou les "nombres-cubes", associés en droit aux grandeurs-carrées ou des grandeurs-cubes, et aussi dans ses représentations symboliques. Par exemple, le cube et la chose, (le cube de l'inconnue, et l'inconnue elle-même) étaient représentés dans le calcul par des symboles distincts et sans rapport qui puisse se lire[94]. Il s'agissait, en effet, pour le scripteur cossique de représenter les nombres carrés et les nombres-cubes. Autrement dit, durant toute la période du Moyen-âge et de la Renaissance, ce rapport qu'aujourd'hui nous pouvons lire de façon éclatante entre l'inconnue et son cube, n'a pas été inscrit dans l'écriture, et devait être intériorisé et pensé: les conséquences épistémologiques d'un tel état de choses, aujourd'hui bien peu simple à comprendre, ont bien évidemment été importantes.

Pour prendre acte de cette dualité (et non dissoudre une contradiction) Viète proposa en 1591[95], en une sorte d'hypostase de l'homogénéïté, une double batterie d'adjectifs: pour le carré par exemple, il proposa A *quadratus* et A *planus*). La distinction de Viète, irréfutable en droit, était inapplicable en fait[96].

La seconde question de notations est celle de la désignation des objets dans le calcul, c'est à dire l'affectation dans l'écriture d'un symbole pour désigner, soit les inconnues, soit les données. Dans le cadre de sa politique sur les "questions parfaitement comprises", cette nécessité de la désignation est très précisément affirmée par Descartes lui-même: "secondairement, ce même point doit être en quelque façon désigné, car autrement nous ne serions point déterminés à trouver celui-là plutôt que n'importe quel autre qu'on voudra"[97].

Rappelons sur ce point aussi l'apport de Viète: d'abord, il avait utilisé des voyelles majuscules pour désigner les inconnues dans le calcul. Ensuite, il avait décidé d'associer des lettres (consonnes majuscules) aux grandeurs connues (pour les inconnues il y était de toutes façons tenu...). Son procédé, que Viète appelle "logistique spécieuse", traite et manipule donc des lettres censées valoir pour des choses abstraites, des "espèces", et prend sens de s'opposer à la logistique "numéreuse" qui ne veut connaître que des nombres. Ce qui autorise en même temps Viète à changer de niveau et à passer (et nous faire donc passer) d'un lot d'exemples spécifiés à un concept: celui de constante, implicitement dotée de ce statut paradoxal de grandeur fixée, mais non explicitée ni explicitable, quantité immuable mais qui ne peut être exhibée. Comme d'ordinaire en Mathématiques, on fournira du sens dans l'après-coup, par la construction presque trois siècles plus tard, d'un endroit (un ensemble: le corps des nombres réels) où "puiser" les constantes.

Il faut croire que la notation de Viète, utilisant des signes alphabétiques à un double usage, était, dans une certaine mesure, dangereuse et difficile à assumer -même si Viète prend soin de réserver deux types de lettres différents à deux usages différents-, par le risque latent de confusion et donc l'éventualité de voir se confondre[98] qu'elle pouvait impliquer entre des objets jusque là posés comme distincts et soigneusement étudiés comme tels. Un motif de plus, me semble-t-il, pour expliquer l'extraordinaire durée qui sépare les Grecs de Viéte sur le plan de l'écriture mathématique: vingt siècles.

Pour les notations, c'est donc une double nouveauté qu'avait donc apporté Viète, à la fois pour le connu et l'inconnu et pour la dualité nombre-grandeurs.

4.2. Ce que savait Descartes en Mathématiques, au moment de la rédaction du livre II.

Ce que nous appellerons la seconde partie des *Regulae* se confond à peu près avec le livre II: fin de la Règle VIII à la Règle XXI. Nous pensons qu'elles ont été rédigées plus tardivement, en 1627-1628, avant le départ de Descartes pour la Hollande[99], après une période de neuf ans consacrée à la fois à la réflexion (on ne trouve aucune publication de Descartes pour cette période), et aussi à un véritable apprentissage des Mathématiques que Descartes a sans doute jugé à ce moment nécessaire à l'achèvement de son projet méthodologique.

Selon le projet de la Règle XII, le deuxième ensemble de Règles (XIII à XXIV) devait être consacré aux questions "parfaitement comprises". Il nous semble ici, que huit ou neuf ans après le début de leur rédaction, le découpage des Règles commence à s'ancrer dans un projet d'ensemble plus authentique. Il s'agit, dit Descartes, de questions qui peuvent ou non être résolubles, mais néanmoins parfaitement appréhendées.

Il nous paraît établi que, quoiqu'il en ait dit, Descartes a lu Viète[100] entre 1620 à 1628, ou qu'il a été imprégné par ses méthodes, et qu'il en a sans doute été grandement impressionné: l'abandon du cossique, la thématisation des équations[101], la désignation symbolique des espèces (constantes et inconnues dans le calcul), telle qu'elle apparaît dans la Règle XVI avait en effet constitué en son temps, chez Viète, une révolution conceptuelle si importante et si difficile à mettre à jour qu'on peut difficilement croire que Descartes, par ailleurs bien peu formaliste et peu directement intéressé par les questions de symbolique, l'ait complètement réinventée pour son propre compte.

On peut d'autre part établir avec certitude, qu'en 1637, au moment de la rédaction de la Géométrie (livre III), Descartes avait lu Cardan et précisément l'*Ars Magna*, lui-même[102]. On ne dispose pas de preuve établissant qu' en 1627-28, lors de la rédaction du livre II des *Regulae*, Descartes avait déjà lu ce Cardan qu'il ignorait dans sa jeunesse. Nous pensons néanmoins que durant la période 1620-1628, Descartes s'était longuement mis au courant de tous les grands problèmes algébriques de son temps qui ne figuraient pas dans Clavius: à la fois l'écriture des équations en tant que telles (Viète) et à la suite de l'Ecole Italienne du XVI^{ème} siècle, la résolution des équations cubiques et des équations du 4ème degré: on sait que les méthodes de résolution, qui furent bien difficiles à mettre à jour, en sont assez radicalement différentes de celles des équations "communes" (du second degré), qui avaient constitué l'alpha et l'omega de la science des équations jusque vers les années 1530. Un élément important, moteur, du livre II est en effet la question sous-jacente de la mise en équation[103].

Au moment de la rédaction de la seconde partie des *Regulae*, Descartes était donc en possession à la fois des systèmes de notations cossiques de sa jeunesse, héritées de Clavius et aussi de celles de Viète qu'il venait sans doute de lire, chacun véhiculant son idéologie. Nous verrons que ni l'un ni l'autre ne pouvait convenir à son projet de mathématisation. De façon secondaire d'abord, il modifiera donc la notation de Viète pour les inconnues et les données[104]. D'autre part et surtout, introduisant alors (pour des raisons extra-mathématiques, *stricto sensu*) la notation moderne, exponentielle, pour les puissances[105], Descartes, mettra définitivement fin à la fois au cossique et aux notations de Viète: il est peu de notations qui, dans le développement ultérieur des Mathématiques, eurent autant de conséquences majeures[106].

Le moteur de ce livre II consiste en la possibilité pour un problème donné de sa mise en équation adéquate, achevée, quoiqu'il en soit de sa résolution effective et même de la question de l'existence des solutions. Ceci définit à l'évidence une catégorie de problèmes spécifiques.

4.3. L'objet physique

Dans ce livre II, la démarche de Descartes est analogue à celle de la première partie: l'étude et l'examen des mathématiques lui servent à constituer la *Mathesis Universalis*, que nous assimilerons à la Méthode, applicable à toutes les Sciences mais Descartes, même dans ces années 1627-28, n'est toujours pas intéressé à lui faire faire retour sur les mathématiques proprement dites.

Ce qui intéresse exclusivement Descartes dans ce livre II, c'est en effet "le physicien" (Y. Belaval), et les objets de la nature[107]: il s'agira donc pour lui, avec pour armature mathématique souterraine la technique de la mise en équation et de la résolution des systèmes d'équations (cf. ci-après l'analyse de G. Granger sur ce point), d'insérer dans un calcul à la Viète les objets du monde physique[108]. A la suite des lectures que Descartes s'est donc imposées durant la période de latence, les sytèmes d'équations joueront donc ici le rôle des moyennes proportionnelles de la première partie[109].

Sur cette question physique de l'adéquation au réel, Descartes insiste bien à nouveau sur le fait qu'il ne prétend nullement atteindre et décrire la chose en soi, mais l'objet de connaissance[110]: "Nous disons donc qu'il faut considérer chacune des choses quand elles sont ordonnées autant que si nous parlions des mêmes pour autant qu'elles existent réellement"[111]. Il s'agit donc, au sens moderne, d'une modélisation. Ce qui convient à Descartes, c'est l'adéquation du modèle à un certain nombre de modes choisis par le physicien (ou l'expérimentateur), les autres aspects étant délibérément évacués comme non significatifs (au moins localement): clairement, il s'agit ici d'une constante de la pensée physicienne moderne[112].

Par problème, Descartes n'entend donc nullement ici problème mathématique[113]. Il est cependant sans surprise que la méthode cartésienne, d'origine mathématique, soit, en retour et en premier lieu et presque contre son auteur, applicable aux mathématiques elles-mêmes et permet de trouver par exemple, lorsqu'on la joint à une analyse des développements de l'écriture symbolique, un fil conducteur épistémologique à la construction des objets mathématiques contemporains.

Guidé par le souci de décrire les objets du monde sur fond de mise en équation telle qu'il a pu l'observer chez Viète, mais aussi par les exigences du Livre I, Descartes dans ce livre II, propose une double suite de réductions que nous résumons ci-dessous sans doute bien trop vite.

4.4. La question de la réduction, et des motifs de la réduction

Comme préalable de méthode, la Règle XIII expose les nécessités générales des réductions, et aussi leur absence d'inconvénients. Dans son titre, on trouve par exemple cette légitimation de l'abandon du "superflu"[114]: "Si nous entendons parfaitement une question, nous devons l'abstraire de toute conception superflue, la réduire à une question très simple, et la diviser dans les plus petites parties qu'il se pourra sans omettre de les dénombrer"[115].

Tâchant d'énumérer les motifs qui poussent Descartes à effectuer à partir de la chose du monde une telle réduction, qui n'est plus réduction à l'essence, mais mise entre parenthèses, abandon délibéré d'attributs jugés localement inappropriés, nous nous autoriserons, eu égard au contenu de la Première partie des Règles, à distinguer ici des motifs de droit, des nécessités (questions de fait), enfin des raisons de facilité ou de pure convenance.

4.4.1. Les motifs de droit sont autant de conséquences du premier Livre: caractère immédiat de la connaissance d'une nature simple, impossibilité pour le regard de connaître synchroniquement plus d'un objet (ou plus de deux avec leur liaison). Ces exigences sont constamment rappelées dans le livre II. Par exemple: "Au reste puisque nous avons dit que parmi les innombrables dimensions qui se peuvent tracer en notre fantaisie, il n'en faut point contempler plus de deux différentes d'un seul et même regard, soit des yeux, soit de l'esprit"[116].

4.4.2. Les questions de fait, qui tiennent, par exemple, aux nécessités imposées par l'imagination et la mémoire.

La description de l'objet de la connaissance physique se voit en effet précéder ici de l'introduction des facultés préalables de l'âme. Alors qu'elles étaient tout juste évoquées dans le livre I, ainsi voit-on apparaître dans la Règle VIII[117] d'abord, puis dans la Règle XII[118], l'imagination, le sens et la mémoire, ajoutés à l'entendement. La position de Descartes semble avoir bien varié sur le sujet: d'abord il y adjoint en cours de texte, dans la Règle XII, le sens commun[119]. Surtout, après avoir considéré dans la Règle VIII, que ces trois facultés pouvaient aider ou entraver l'entendement, Descartes, dans la Règle XII, ne retient que leur seule fonction de secours: "et certes seul l'entendement est capable de percevoir la vérité, mais il doit être assisté par l'imagination, le sens et la mémoire, afin que nous n'omettions d'aventure rien, d'entre les biais que comporte notre industrie"[120]. En conséquence, il faudra donc bientôt aider la mémoire et l'imagination elles-mêmes pour qu'elles puissent aider l'entendement.

Quoi qu'il en soit, il nous paraît qu'il s'agit, chez Descartes, d'une position autre que dans les premières Règles, où conformément au modèle mathématique de la théorie de la connaissance, l'entendement et l'entendement seul était adéquat à connaître et que dans cette fonction il ne pouvait faillir. Nous ne développerons que brièvement toute cette question, et seulement dans la mesure où la question des notations mathématiques est concernée.

a) Nécessités de l'imagination

C'est dans l'imagination que se forment les figures des choses, et ces figures en sont aussi les idées[121]. Il faudra donc aider l'imagination.

Descartes évoque la nécessité de "présenter à son imagination" les corps ou objets venus du dehors[122]. A cet effet, il ne trouve, dit-il, rien de plus commode pour les présenter aux sens externes que de dessiner des figures, qui sont donc, dans le registre de la commodité, une première réduction des objets de la nature.

C'est cependant, par la mémoire qu'on pourra disposer de ces figures ou idées des objets[123], et opérer sur elles. Et en effet la mémoire peut aider l'entendement: la visée du regard de l'esprit ne peut saisir en même temps plus d'une nature simple, ou d'une liaison entre deux natures simples[124], qui est, comme on l'a dit, la constatation d'une différence et d'une mise en rapport. Il est donc nécessaire de trouver un moyen par lequel ces différences qui ne sont pas à un moment donné actualisées dans l'entendement, et donc non immédiatement disponibles, soient néanmoins rapidement mobilisables. Telle est la fonction de la mémoire dans son rôle positif et adjuvant.

Descartes, cependant, se méfie de la mémoire, ce mal nécessaire avec laquelle il lui faut composer et dont il ne cesse d'évoquer les défaillances possibles[125]. Le risque d'entrave que la mémoire pourrait apporter à l'entendement se résume sans doute à la possibilité qu'elle autorise de provoquer, par suite d'associations inadéquates et par le biais de la reviviscence d'un souvenir superflu[126], importun, une erreur toujours possible, puisque tout comme pour l'imagination, il ne s'agit plus ici au premier chef de l'immédiateté et de l'infaillibilité de l'entendement.

b) Commodité simple[127]

Cet ensemble de raisons (droit, fait, convenance), s'articulant donc en un jeu complexe autour de l'imagination et la mémoire, conduit à une double réduction.

4.5. Double réduction (nature des choses et représentations)[128]:

4.5.1. Réduction quant à la nature des choses (Règle XIV principalement): de la grandeur à la ligne.

Les corps, qui sont corps étendus, sont d'abord abstraits en des grandeurs[129], puis ces grandeurs en leur étendue[130] (elle en est un attribut particulier), puis de celle-ci à nouveau en un ensemble de trois de leurs attributs[131]: dimension, unité, figure[132].

Descartes montre d'abord qu'au delà de la diversité et de l'infinitude des grandeurs, il est en elles un possible invariant: en certaines grandeurs en effet, on peut reconnaître une même disposition fondamentale, que Descartes appelle la dimension[133] et qui caractérise un mode sous lequel elle peut être mesurée: ainsi en est-il de la longueur (qui est une dimension), de la largeur, de la profondeur, mais aussi de la pesanteur, etc.

L'unité est ensuite introduite à la Règle XIV[134]: aune commune auxquelles à notre sens et en ce premier temps ne peuvent se rapporter que les grandeurs d'un même type donné. Il y a donc ici pour le moment encore *des* unités, une par type de grandeur. Ensuite, à la dimension, à la figure et à l'unité, seront ultimement associés la ligne[135] ou le rectangle[136].

4.5.2. Quant à la question des représentations (exposée aux Règles XV et XVI), Descartes, partant de la figure qui est pour lui l'idée du corps, en vient à la nécessaire description de celle-ci sur le papier[137], au signe donc et enfin au signe mathématique[138], c'est à dire aux "chiffres" les plus courts qu'il lui sera possible. C'est le texte même de la Règle XVI: "Quant aux choses qui ne requièrent point l'attention d'un esprit qui y soit présent, même si elles sont nécessaires pour la conclusion mieux vaut les distinguer par des chiffres très brefs que par des figures complètes: car ainsi la mémoire ne pourra être trompée, cependant que la pensée ne se distraira point à les retenir, lorsqu'elle s'adonnera à en déduire d'autres"[139].

Cette brièveté souhaitée, que l'on retrouvera dans le *Discours de la Méthode*[140], est une constante de la pensée de Descartes en matière de signes, et la seule exigence qu'il mette ici en avant.

Le signe mathématique apparaîtra donc ici à la fin, dans cette suite de réductions, comme le terme d'une chaîne allant des corps aux figures, qui en sont les idées, puis à des signes purement distinctifs et désignatifs, mais sans fonction opératoire (comme pour le cas des couleurs dans la Règle XII[141]), enfin à des des signes opératoires mathématiques insérés dans des lois (les règles du calcul).

4.6. Au confluent de ces diverses études physico-mathématiques, point central de la dernière partie du texte, on trouve la Règle XVI. Les points essentiels y sont à mon sens les suivants: réduction ultime de la grandeur à la ligne ou au rectangle, introduction corrélative de la notation exponentielle pour les puissances.

4.6.1. Après de nouvelles considérations sur la mémoire, le texte s'ouvre sur un paragraphe consacré à la nécessité de l'écriture, puis du signe mathématique incarné d'abord, dans le registre du couple connu-inconnu, puis dans celui des puissances, c'est à dire précisément les deux questions dont Viète s'était occupé:

> *Tout ce qu'on devra envisager comme un pour résoudre une difficulté nous le désignerons par un seul chiffre, qu'on pourra forger à discrétion. Mais pour plus de facilité, nous utiliserons les caractères a, b, c etc. pour exprimer les grandeurs déjà connues et A, B, C etc. les inconnues et souvent nous placerons devant elles les chiffres 2, 3, 4, etc. pour expliquer leur multiplicité, et nous leur en adjoindrons encore pour le nombre de relations qu'il y faudra entendre: comme si j'écris* $2a^3$*, ce sera tout de même que si je disais le double de la grandeur a, qui contient trois relations* [142].

Et le bulletin de naissance de toute la notation moderne, cartésienne, pour les puissances, se trouve donc dans cette Règle XVI. Et il est appliqué aux grandeurs: la notation cartésienne $2a^3$ désigne donc ici primitivement un cube (grandeur), et la notation a^2 un carré (grandeur). On constate à nouveau que c'est le rapport à une certaine unité qui a été mis en exposant, inscrivant enfin dans l'écriture et le système usuels (indo-arabique) un chiffre en haut à droite: l'exposant cartésien. A notre connaissance, le terme même d'exposant était pour la première fois apparu chez Clavius[143].

4.6.2. Réduction à la "ligne"

L'écriture précédente cependant aurait été purement formelle et de peu d'intérêt pour Descartes, s'il ne l'avait fait accompagner de l'autre réduction: celle des grandeurs à la ligne.

Or, cette opération, d'une autre nature, était bien plus délicate: la mesure des grandeurs, comme on l'a vu, s'effectuait selon une certaine dimension de leur étendue. L'opération consistait donc à établir directement une comparaison d'une grandeur avec une grandeur de même nature, dont il existait un représentant privilégié: l'unité dans la catégorie de ce type de grandeur. Il y avait par exemple une unité de grandeur cube et une de grandeur ligne. Ceci était la position grecque, celle aussi du cossique orthodoxe, et donc la position première de Descartes.

D'un autre côté, dans la catégorie même des grandeurs, on peut dire, par exemple que le cube est au carré ce que le carré est à la ligne. Excipant donc également de ce rapport, Descartes dira qu'il est aussi une unité dans la catégorie des grandeurs, qui est la ligne. Par un glissement dialectique sur le terme d'unité, Descartes en vient alors à considérer l'unité de ligne, et dans une mesure moins claire, l'unité de rectangle, comme unité dans la catégorie des grandeurs.

Y-a-t-il en définitive des unités, une par type de grandeur, ou bien une unité absolue, unité des unités, mesurant toute chose? La question n'est pas secondaire, et pourrait marquer au contraire l'origine d'un point de clivage, né en ces premières années du XVII^{ème} siècle: de la réponse qui lui est apportée, se constituent désormais en effet, à notre sens, deux positions devant le monde, qu'on pourrait brièvement caractériser comme associées à la pensée mathématique et à la pensée physique modernes.

Or, à cette question, la réponse apportée par Descartes lui-même est ambiguë, même contradictoire[144]. Certes, Descartes embarrassé déclare bien qu'il y a des types d'unités (position du "physicien"), mais lorsqu'il s'agira d'en donner une représentation mathématique, l'emploi de la notation exponentielle pour les puissances qu'il préconise, impliquera en fait, dans la pratique quotidienne du calcul, l'existence d'une unité absolue, l'unité de ligne qui mesure toute grandeur, le nombre réel 1 pour nos modernes yeux.

L'embarras de Descartes, qui tient tout en sa position constructiviste, est ici cependant patent, ce que souligne le choix de ses termes: "J'avoue que ces noms m'ont moi-même trompé pendant longtemps: en effet, rien ne me semblait pouvoir être plus clairement proposé à mon imagination, après la ligne et le carré que le cube et d'autres figures forgées à leur ressemblance; et certes je n'ai pas peu résolu de difficultés par leur secours. Mais enfin, après de nombreuses expériences [...]; et qu'il fallait entièrement rejeter les noms de ce genre, de crainte qu'ils ne troublent notre conception, parce que la même grandeur, bien qu'on l'appelle cube ou bicarrée ne doit jamais être proposée à l'imagination autrement que comme une ligne ou un rectangle..."[145].

Cet embarras de Descartes est cependant à porter à son crédit: en un moment en effet où dans l'écriture mathématique, il est en situation de détruire en fait la distinction nombres-grandeurs, un des piliers du temple physico-mathématique à cette époque, et ce sans disposer des moyens véritables d'établir en droit une nouvelle théorie, il se rend sans doute confusément compte de la relative faiblesse théorique de ses raisons. Cette opération de "présenter à l'imagination des grandeurs comme des lignes" apparaît en effet, même aujourd'hui, comme bien délicate. De nos jours, elle ne se conçoit de façon à peu près convaincante que dans le cadre unificateur numérique ultérieur du corps des nombres réels, cadre strictement mathématique donc, et dont le bulletin de naissance date de 1872. Sans évidemment rechercher pareille construction formelle chez Descartes, remarquons qu'une définition extensive du nombre, même non formalisée, telle par exemple que la propose Leibniz[146] dans les Nouveaux Essais aurait certainement contribué à clarifier ici les choses. Or, dans ce texte, Descartes se refuse même à toute théorie du nombre qui soit abstrait de la chose nombrée[147], ce qui rend précisément tout à fait impossible une telle unification.

Faute donc de construire une théorie du nombre et en particulier du nombre irrationnel, ce que Leibniz lui reprochera à si juste titre, tout se réduira donc pour Descartes, terme ultime de la réduction, à la mise en rapport des grandeurs quelconques (par exemple les grandeurs carrées et cubes de la tradition cossique), avec des lignes qui sont naturellement mesurables. La mesure de la grandeur est alors celle de la ligne à laquelle elle est associée.

4.6.3. Dans la Règle XVIII, ultérieure, Descartes, pour assurer dans les deux sens une transparence entre deux types de grandeurs, s'efforce de démontrer ce nouveau point: l'équivalence entre lignes et surfaces (rectangles). Et Descartes de donner des exemples de portions du plan limitées par des rectangles, transformées en des segments[148]. Et réciproquement d'associer à des segments des portions du plan. Cependant, pour en assurer la preuve dans ce dernier sens, Descartes est alors tenu de faire intervenir dans son schéma l'unité, et qui est ici une unité de ligne[149].

Ces questions de transparence nous semblent désormais à la fois imposées par l'objectif final de Descartes et conduites par les nécessités ultérieures du calcul, impératives dans cette partie terminale des *Regulae*: faire s'interpénétrer dans un même calcul des signes représentant des quantités de nature différente, ici des carrés et des nombres.

Et Descartes, qui a retrouvé ici entre Mathématiques et Physique, les mêmes difficultés que Viète, s'en tirera finalement comme lui: par une écriture de l'homogénéïté, qui sera complètement érigée en principe dans la 'Géométrie'[150]. Ecriture théorique, de droit, valable sans doute en premier lieu pour Descartes lui-même. Lorsqu'il s'agira en effet de construire les solutions de ses équations, Descartes, très attaché à ce qu'il regarde sans doute comme la manifestation d'un certain réalisme, finira toujours par considérer qu'il s'agit en fait de grandeurs.

Cependant cet argument de droit, lui aussi intériorisé, sera vite effacé en fait, par l'usage social de la notation mathématique. Quel lecteur mathématicien de sa Géométrie voudra se souvenir, au milieu d'une équation qu'il y faut rétablir les unités d'emprunt pour assurer l'homogéneïté d'un calcul physique sous-jacent? Nécessité ultérieurement très vite disparue en Mathématiques, noyée dans un calcul algébrique, non "spécieux", à la fois littéral et purement numérique.

4.7. Les conséquences de cette double réduction sont nombreuses, à la fois en mathématiques et en physique.

4.7.1. Dans les premières Règles, l'Etre de l'objet coïncidait avec l'ordre, situation caractéristique du paysage mathématique premier dont Descartes avait semblé se satisfaire lors de ses premières rédactions. Ensuite, cependant, apparaissent les questions de physique. C'est en effet dans le but de décrire la nature que Descartes s'est livré, depuis l'objet dans la nature jusqu'au signe dans une équation, à une telle suite d'opérations à caractère réductionniste. Et dans le livre II, Descartes, ajoutant désormais la mesure[151], considère donc l'ordre et la mesure comme constitutifs de l'objet physique[152]. Or pareille élaboration se fait évidemment avec perte, et Leibniz, développant l'Analysis Situs, aura beau jeu d'ironiser sur les laissés-pour-compte de la géométrisation cartésienne, en particulier l'exclusivité apportée par Descartes aux questions métriques, et sa méconnaissance des questions non numériques, comme celles de position.

4.7.2. Dans l'écriture mathématique, la dualité: nombres-grandeurs sera peu à peu définitivement abandonnée, au profit du nombre, au prix cependant d'un hypothèse centrale forte: celle de l'unité absolue, qui mesure toute chose.

La notation cartésienne pour les puissances inscrit désormais dans l'écriture mathématique un rapport entre le cube et la chose, par exemple. Encore une fois, la méthode a donc emprunté son analogie à l'exemple des moyennes proportionnelles[153]. Historiquement ceci met définitivement fin à des siècles de notations cossiques, ainsi qu'à celles de Viète. On doit ensuite souligner ces évidences: contrairement aux tentatives contemporaines diverses (Stevin, Hume, Hérigone par exemple), la classification des inconnues se fait désormais après Descartes, suivant l'ordre naturel de l'ensemble des nombres entiers d'où, en germe désormais, et ceci est bien connu, une rassurante classification d'équations et de courbes selon leur degré, -instaurant enfin, là où c'était magma, l'ordre dans la nature et la maison-, à terme aussi le concept de polynôme, en place d'un lot d'exemples spécifiés, concept qui se clive à son tour par le jeu d'une nouvelle différenciation: la distinction entre fonction et polynôme, etc., toutes choses qui étaient tout simplement impossibles en fait, sinon en droit, tant que le rapport de la grandeur à l'ensemble des entiers n'avait pas été écrit.

Descartes cependant n'était guère un formaliste, et l'introduction qu'il propose de nouveaux systèmes de signes, loin de représenter pour lui, comme chez Leibniz, la manifestation éclatante d'une pensée opératoire, il l'a seulement perçue comme le moyen commode de mettre en acte sa démarche épistémologique de mise en équation du réel: c'est donc en une certaine façon malgré lui[154] que de toute sa mathématique, c'est son système de signes qui lui a le plus durablement survécu, et qu'il est aujourd'hui à juste titre considéré comme l'un des fondateurs de l'Algèbre.

4.7.3. Après les *Regulae*, le texte mathématique moderne est en germe. La comparaison est éclairante pour nous entre l'*Ars Magna*, le plus grand traité d'Algèbre du XVI^{ème}, texte pour nous archaïque, et la Géométrie, de facture pré-contemporaine, qui, prolongeant les *Regulae* également sur cet aspect, apporte de nouvelles et décisives notations, entre autres un signe spécifique pour l'égalité, qui, en détruisant la structure prédicative de la phrase mathématique médiévale (elle même dérivée de la phrase grecque), instaure à sa place une structure relationnelle[155], et donc le premier des calculs mathématiques modernes, littéraux. Comme l'écrit Costabel, le texte a du provoquer un "choc", sur les lecteurs du temps[156]. La Géométrie est bien le premier texte de Mathématiques directement lisible par nous-mêmes et nos étudiants[157]. C'est l'aube des temps modernes sur le plan de l'écriture symbolique[158]. Concluons ici brièvement sur l'avènement du calcul: il est donc en cette première moitié du XVII^{ème} siècle, un saut épistémologique majeur permis aux Mathématiques par la constitution d'une langue spécifique.

Pour un mathématicien moderne, la notation mathématique pour les puissances et la corrélative numérisation de la nature font aujourd'hui si intimement partie du cadre épistémologique intériorisé qu'on a quelque peine à imaginer qu'elles aient pu ne pas être, ni qu'il ait fallu si longtemps pour y parvenir. Rappelons cependant pour terminer que c'est donc, à notre sens, pour des motifs d'origine physique que Descartes a été conduit à proposer sa nouvelle notation en mathématiques.

Equations et calculs littéraux d'une part, en contrepoint réductions successives de l'objet physique à un objet figuré, puis mesurable, dont le symbole finit par se couler en une équation: voilà, nous semble-t-il, les éléments essentiels de cette partie du livre II où les règles demeurent développées (RXII à XVIII), et dont le paysage est donc assez sensiblement différent de celui de la première.

4.8. Les dernières Règles

Les dernières Règles sont de plus en plus tirées par leur objectif mathématique.

4.8.1. La Règle XVII commence, à notre sens, à introduire la notion de *stratégie* de calcul algébrique, qualifiée de "parcours vrai": "Il faut parcourir la difficulté proposée, en faisant abstraction de ce que certains de ses termes sont connus, d'autres inconnus, et en regardant par des parcours vrais, comment ils dépendent mutuellement chacun les uns des autres"[159].

La Règle suivante (XVIII), très mathématique, fait directement intervenir les quatre opérations de l'Algèbre[160].

4.8.2. C'est dans les trois dernières Règles, dont nous ne connaissons que le titre, qu'on trouve à la fois le principe méthodologique mathématique actif dans cette seconde partie des *Regulae*, en même temps que ses limites chez Descartes. En voici les énoncés:

Règle XIX: "Par cette méthode de raisonnement, on doit chercher des grandeurs exprimées en deux manières différentes en même nombre que nous supposons connus de termes inconnus pour parcourir directement la difficulté: car ainsi nous aurons autant de comparaison entre deux termes égaux"[161].

Règle XX: "Une fois trouvées les équations, il faut achever les opérations, que nous avons omises, en ne faisant jamais usage de multiplication, chaque fois qu'il y aura lieu de diviser"[162].

Règle XXI: "S'il se trouve plusieurs équations de cette sorte, il faut toutes les réduire à une autre unique, savoir celle dont les termes occuperont les moindres degrés dans la suite des grandeurs en proportion continue, selon laquelle il faut disposer ces termes en ordre"[163].

Ces trois Règles, reprises presque mot pour mot dans la Géométrie[164], constituent en fait et en droit la paraphrase en langue commune des instructions nécessaires à la mise en équation d'un problème et à l'examen de sa solution. Démarche insolite, sans autre exemple en Philosophie à notre connaissance: c'est en effet une technique mathématique, ici exposée sous forme rhétorique (et non symbolique) qui vient clore un texte philosophique: des Règles pour la Direction de l'esprit.

Déclarer d'abord en effet qu'il faut considérer l'inconnu comme le connu, c'est, à la suite de Viète et des Règles XVI et XVII, affecter des symboles alphabétiques tant aux données qu'aux inconnues, ici donc traitées sur un même plan.

Ensuite (Règle XXI), il convient de faire s'interpénétrer ces symboles, tant connus qu'inconnus dans des équations, qui expriment de façon complète, soit dans le registre progrédient (synthétique, à partir des données), soit dans le registre analytique inverse (à partir du requis), les relations diverses entre éléments du problème, et qui sont autant d'états de fait, tout ceci se faisant nécessairement, conformément à la première partie, après un examen attentif.

Ainsi donc (Règle XIX), par deux mouvements, en sens inverse, est-il un moment, où une conséquence du connu (dans le registre de la synthèse), en vient à s'égaler à une conséquence du requis: ce moment de la mise en regard est celui de l'équation. Ceci clôt les phases de l'examen des données et la mise en équation[165].

L'analyse et la synthèse sont certes toutes deux des mouvements nécessaires, mais constatons à nouveau que le mouvement algébrique privilégie mécaniquement l'analyse: pour "supposer la chose déjà faite" (prologue presque obligé de chaque démonstration dans la "Géométrie"), le plus simple est en effet d'affecter des symboles aux grandeurs inconnues, puis de calculer à partir d'eux pour en tirer des relations comme si elles étaient connues.

Il s'agira ensuite, dans un autre mouvement analytique, de résoudre les équations ainsi obtenues, c'est à dire étymologiquement de les décomposer: à ce problème purement mathématique, tâchera de répondre le livre III de la Géométrie. (Cette question ne fait cependant pas partie du livre II des *Regulae*). Dans la Règle XIX, Descartes indique seulement quelques éléments selon lui nécessaires à la résolution: il faut qu'il y ait autant d'équations que d'inconnues. On voit ici comment la question d'un lieu géométrique plan (une équation; deux inconnues) lui est encore étrangère à ce moment.

5. Inachèvement des *Regulae*

Pourquoi Descartes n'a-t-il pas continué dans la même veine la paraphrase des équations, comme autant de Règles pour la Direction de l'Esprit? A notre sens, autant par des limitations qui tenaient au savoir mathématique même de Descartes à ce moment, qu'à sa répugnance à établir à cette époque des théories nouvelles en mathématiques proprement dites: la théorie des systèmes de n équations (non linéaires) à p inconnues, dont on pourrait naturellement penser qu'elle est ici en germe, ne l'intéresse pas. Il la laisserait sans doute à des "calculateurs". Pas davantage ne trouve-t-on ici une théorie du nombre, et donc dans le registre physique, une véritable numérisation de la nature, qui est ici à proprement parler mesurable, et non numérisée. Seul intéresse Descartes à ce moment en mathématiques ce dont il pense qu'il pourra avoir des interprétations et des conséquences sur son projet de description de la nature.

D'autre part, il est dans les mathématiques elles-mêmes des difficultés intrinsèques: la complexité du schéma de résolution avançant, est-on sûr d'en trouver dans la langue commune une description isomorphe, en forme de paraphrase, qui en soit une prescription ou des règles? Dans cette mesure, on peut dire en effet avec Hamelin qu'une partie des Règles manquantes se trouve dans la Géométrie, à condition d'ajouter aussitôt qu'il y manquera définitivement la transcription de ce que Descartes aurait pu en faire en retour sous forme de Règles nouvelles. Cette poursuite de la dialectique cartésienne des *Regulae*, entre mathématiques et réalité (presque un isomorphisme), Descartes n'a pas voulu, ou n'a pas pu la poursuivre, en partie par le fait de la complexité de l'écriture mathématique naissante qu'il est précisément pour une part en train de créer. On se prend cependant ici à imaginer, dans le droit-fil de la position de Descartes, une possible rédaction d'une Règle XXII, paraphrasant la résolution du Problème de Pappus par exemple, et qui fournirait en retour une nouvelle Règle pour la Direction de l'Esprit.

Plus simplement, on peut aussi penser que Descartes s'est ici interrompu, pensant qu'il n'était pas opportun de progresser dans la rédaction des *Regulae*, sans avoir préalablement tenté une mise en pratique effective, sur des exemples physiques concrets, de la démarche de modélisation de la nature inscrite dans son projet. Il la mettra en oeuvre, avec l'insuccès qu'on connaît, dans la Dioptrique et les Météores, les deux Essais non mathématiques.

6. Les *Regulae* et la Géométrie

6.1. On a dit plus haut que, si les *Regulae* restent inachevées, c'est, entre autres choses, parce que Descartes ne voyait pas encore très bien lui-même à cette époque les développements de sa mathématique.

En 1627-1628 en effet, Descartes sans doute considère-il par exemple comme imparfaitement comprise le cas d'une question qui fournit naturellement plus d'inconnues que d'équations, donc justiciable du (virtuel!) livre III des *Regulae.* Dans la 'Géométrie'[166] de 1637, Descartes mettra cependant à jour ce que nous appelons l'équation d'un lieu géométrique, régi par une équation entre deux inconnues. Cependant, cette importante structure de type relationnel, Descartes ne la thématise pas. Et on demeure toujours surpris de ne trouver, chez ce grand théoricien et expert des méthodes qu'était Descartes, aucune objectivation de celle-ci. Toujours dans un souci existentiel de constructibilité, il s'attache au contraire, à dissocier les inconnues pour construire les grandeurs: c'est la source de la classification cartésienne des courbes en *genres*, aujourd'hui abandonnée[167]. Il lui faudra donc choisir entre les deux coordonnées celle qu'il va fixer, pour pouvoir construire l'autre.

6.2. Dans le problème de Pappus, coeur de la "Géométrie", l'affectation de symboles aux constantes, c'est à dire aux "lignes" données, fait appel à la fois aux premières Règles sur l'examen des vérités et aussi à l'économie générale de la Méthode: après examen attentif en effet, le nombre de symboles doit être juste ce qu'il faut (ici les distances connues; inutile par exemple d'y injecter les écarts angulaires), et aussi les règles sur la figuration et la représentation numérique de la seconde partie, puisque Descartes fait s'interpénétrer dans un calcul des grandeurs représentées par des symboles.

La constitution de deux inconnues (et deux seulement), l'affectation de symboles univoques aux inconnues (les distances du point courant cherché à deux droites fixes) est un fait essentiel, mais ici subreptice. Nulle part les mots d'abscisse et d'ordonnée ne figurent dans un texte où l'invention de la géométrie analytique n'est à aucun moment thématisée. Outre la référence aux questions de figuration et de numérisation déjà évoquée pour les constantes, c'est cependant ici que s'inaugure effectivement la méthode analytique (regressive). Répétons le: affecter des écritures symboliques, *opératoires*, aux objets inconnus, c'est en effet nécessairement inscrire que la "chose est déjà faite", et calculer à partir d'elles, par une suite de conditions que nous dirions suffisantes, mettant en quelque sorte entre parenthèses la question existentielle.

7. Limites du texte des *Regulae*

7.1. Les *Regulae* sont un texte scientifique moderne, profane, où bien rares sont les références historiques, mais aussi métaphysiques, même si Descartes ne pourra ultérieurement contourner les questions métaphysiques qu'il a lui-même soulevées. Rien ne vient ici annoncer les thèmes centraux des Méditations: dualité de l'âme et du corps ou preuves de l'existence de Dieu.

7.2. Absence aussi dans le texte, sans doute corrélative, de toute véritable référence à l'infini, mathématique ou métaphysique, et aussi mathématiquement parlant, de tout processus infinitiste comme procédé de preuve, telle la méthode grecque d'exhaustion.

La doctrine cartésienne des *Regulae*, étroitement attachée à un ordre total, ne peut en aucune façon supporter l'infini. Rien dans les *Regulae*, ni dans la

Géométrie, ne vient évoquer, même de loin, la distinction, célèbre dans la troisième Méditation, entre l'infini et l'indéfini. Constatons ironiquement cependant que le produit mathématique historique le plus direct de cette entreprise cartésienne des *Regulae*, dérivé de la numérisation de la nature, sera la création ultérieure du corps des nombres réels, avec ce qu'il récèle d'infini non dénombrable. Cela ne saurait être confondu avec la finitude primordiale et nécessaire de la Méthode.

En Mathématiques, le champ d'application de la Méthode cartésienne sera donc naturellement la résolution d'une question déjà donnée (une "difficulté"), c'est à dire à un objet pour une part énigmatique et déjà constitué, qu'il s'agit d'élucider (le problème de Pappus pour Descartes; le théorème d'Hermite sur la transcendance de *e* pour prendre un exemple contemporain). D'un tout autre type, une conséquence ultérieure, importante, sera l'avènement de toute une classe de problèmes nouveaux, relatifs à des objets mathématiques, et qui s'origineront dans leur seule écriture. A ces questions d'origine symbolique, complètement inconcevables pour Descartes, et ceci marque des limites à l'entreprise cartésienne, c'est Leibniz qui donnera la première grande impulsion historique.

8. Croisement de discours

8.1. Remarque préalable: le projet cartésien algébrique initial des *Regulae* se proposait, par l'emploi de symboles, de "faire sur les nombres ce que les Anciens faisaient sur les figures". L'idée est prolongée et affinée dans le texte de la Géométrie: le "supposons la chose déjà faite" qu'on y trouve constamment au début de l'analyse d'une question ne signifie pas ici seulement qu'à la manière des Anciens, une figure est faite où le problème se trouverait résolu, mais surtout qu'en Algèbre est supposée exister une grandeur inconnue, incarnée dans un signe alphabétique, sur laquelle seront effectuées des manipulations successives, qui mettent en acte le fait que si l'inconnue existe, alors elle vérifie nécessairement telle propriété, donc telle autre,etc.

Cependant, dans le développement naturel ultérieur des Mathématiques, la réserve précédente ("supposons..."), sera elle aussi vite oubliée. Et durant toute la période historique antérieure à la question des fondements des mathématiques (jusqu'au début de notre siècle, donc), par un glissement ontologique partout constaté, l'écriture d'un objet mathématique supposé vaudra parfois pour son existence, chaque géomètre faisant son profit particulier de la leçon de méthode léguée par Cardan et Bombelli et leur introduction des nombres imaginaires[168]. Et donc, de Tartaglia à Lebesgue, passant par Leibniz, Condillac, Hamilton, Cauchy, Argand, avec chaque fois nuances et facettes spécifiques, la position de chaque mathématicien devant la question des imaginaires n'a pas manqué de révéler aussitôt ce qu'il était effectivement prêt à accepter comme existant, découvrant ainsi authentiquement l'étendue et la richesse de sa propre ontologie.

Et si le paradigme des nombres imaginaires sera bientôt à l'oeuvre dans la création des infinitésimales[169], Descartes lui-même, tout à sa position réaliste en mathématiques, la rejette évidemment tout à fait pour son compte. Il se refuse même à envisager des racines imaginaires aux équations et ne prend que des exemples à racines réelles distinctes. S'il veut bien accepter que les équations "expliquent" de telles racines[170], c'est à dire les contiennent, il ne veut pas les désigner, c'est à dire les écrire[171]. Un siècle plus tard, Condillac explicitait encore la même différence entre des expressions qu'on peut "indiquer", mais non "prononcer"[172].

8.2. Les *Regulae*, en leurs livres I et II, nous proposent donc deux paysages bien distincts:

- le Premier livre, composé en 1619-1620, s'attache à décrire à partir des compas et des moyennes proportionnelles, les fondements d'une théorie de la connaissance tels que Descartes les abstrait de la Mathématique commune.
- le livre II, composé vers 1627-1628, sur fond d'équations, de systèmes, et de notations alphabétiques, se propose au prix de réductions avec perte, de réduire l'objet physique à un objet mesurable.

Les *Regulae*, véritable miroir du calcul, organisent donc un croisement de discours entre:

- une épistémologie en train de se créer chez Descartes et qui délimite la place du sujet (cartésien) de la connaissance scientifique.
- la calcul littéral algébrique ("spécieux"), également en train de se créer, et notamment chez Descartes.

Entre ces deux démarches, on doit se poser la question de l'antériorité. Il est clair que, pour notre part, nous avons conclu, dans les *Regulae*, à l'antériorité de la pensée mathématique sur la pensée philosophique. Sur cette question, nous rencontrons ici G. Granger[173]: "On n'aurait guère de peine à montrer que les Règles de la Méthode cartésienne et l'appareil de l' "ordre des raisons" ont eu, sinon leur source, du moins leur caution et leur modèle dans la mise en forme d'une solution d'un système d'équations algébriques. Ce n'est pas assurément qu'une maturation commune et une fécondation réciproque ne puisse s'instituer par après, au cours desquelles les concepts des mathématiques recevraient le reflet des interprétations du philosophe, mais c'est d'abord ici sous forme mathématique que s'engendre l'idée de la Méthode..."[174].

Conclusions

Conclusion 1: méthode analytique en mathématique

Les *Regulae* peuvent être lues en retour, comme un *Ars Inveniendi* en Mathématiques (ce qui n'était certes pas le souci de Descartes), et le cas n'est pas si fréquent de proposer, en Mathématiques, un traité d'apprentissage des Méthodes. C'est même le livre qui manque... Et cet apprentissage se fonde sur la méthode analytique, régressive, qui partant des effets, c'est à dire d'un problème ou d'une question à démontrer, s'efforce de remonter vers les causes, c'est à dire les données.

Il nous apparaît que cette méthode, inaugurée par Descartes sur l'exemple support des systèmes d'équations de la Géométrie analytique, met en évidence quatre phases essentielles: l'examen des données, la mise en équation, la manipulation des systèmes d'équations, enfin l'interprétation des résultats obtenus. D'une part, elle était assez complètement neuve à l'époque de Descartes; d'autre part, elle a largement dépassé son objet initial, et constitue en effet, le coeur de démonstrations contemporaines, dans des domaines bien différents des mathématiques, comme l'Analyse et la Topologie. A notre sens, dans cette dernière perspective, c'est le signe mathématique moderne qui vient ici en place de la nature simple cartésienne, équivalence certes féconde, mais évidemment porteuse d'ambiguités.

De la même façon, la procédure analytique est à notre sens à l'oeuvre, en tant qu'essence de méthode, dans la plupart des recherches de preuves modernes ou contemporaines en Mathématiques. Certes la synthèse et l'analyse sont toutes deux nécessaires[175]. Mais, comme on a tenté de le monter chez Descartes, le vecteur de la recherche mathématique est l'analyse qui part de l'objet requis et ne le perd pas des yeux, pour reprendre des métaphores cartésiennes. La synthèse intervenant pour consolider localement des acquis de l'analyse. Cependant après-coup, la présentation publique de l'ensemble de la preuve se fera le plus souvent sur le mode synthétique, linéaire, progressif, évacuant donc, a parte post, dans la nécessité pédagogique progrédiente, ce qu'il en a été de la recherche d'une preuve. Certaines démonstrations néanmoins, en particulier en Algèbre ou en Topologie gardent encore plus que d'autres, la trace de leur origine analytique.

Conclusion 2: la place des *Regulae* chez Descartes

On pourrait ainsi un peu abruptement résumer ces questions de datation pour les *Regulae*: tout se passe, sur une période de dix ans, entre deux rencontres avec Beeckmann. La carrière scientifique de Descartes s'est ouverte, comme nous l'avons vu par la lettre du 26 Mars 1619. En suivant ici complètement l'analyse de Weber[176], nous dirons qu'on peut clore la "période des *Regulae*", en examinant le journal de Beeckmann du 6 Octobre 1628[177].

Dans ce texte, où Beeckmann recopie mot à mot les paroles de Descartes qu'il vient de retrouver après dix ans d'absence, celui-ci lui fait part de la constitution d'un traité d'Algèbre. Le projet était certes déjà annoncé depuis 1619, immédiatement après les rêves. Cette fois cependant, il s'agit d'une Algèbre "générale", qui lui permet d'accéder "à la science parfaite de la Géométrie". Le même journal de Beeckmann fixe en fait la date de rédaction de ce traité d'Algèbre: Descartes y déclare qu'il avait médité et qu'il n'avait donc rien écrit jusqu'à sa 33$^{\text{ème}}$ année, soit 1629. Mais le manuscrit a été raturé et le 33 surcharge un 24[178], soit en 1619-1620. Nous suivrons donc J.P. Weber[179] en affirmant à la fois que ce traité d'Algèbre n'est autre que les *Regulae*, et aussi que les deux dates correspondent aux deux rédactions, si notablement différentes, du livre I et du livre II[180], en sorte que pour nous, les *Regulae* sont avant tout "filles du poêle". Et certes, le contenu de la première partie des *Regulae*, est, à nos yeux, seul susceptible de justifier l'enthousiasme et l'émerveillement du jeune Descartes.

On peut cependant être ici surpris que, d'un texte qui aurait été important pour lui, Descartes n'ait jamais fait mention, fût-ce dans une correspondance. Nous voudrions risquer ici l'hypothèse du masque: comme on sait, Descartes est masqué, depuis les *Cogitationes*, mais les Sciences le sont aussi -ceci est moins connu[181]- et malheur sans doute à l'imprudent qui les dévoilerait sans précautions. Il y a chez Descartes une stratégie du secret, représentée à notre sens, par le masque. A notre sens aussi, les *Regulae* joueraient donc pour le premier Descartes, le rôle d'un texte-source qu'il aurait sans cesse consulté et annoté, mais qu'il aurait donc masqué: d'abord peut-être, parce que trop évident pour lui, il aurait pu craindre qu'il ne le devienne aussitôt pour d'autres (de cette même crainte, il avait fait part, avant la publication de la "Géométrie", et ceci peut expliquer la relative obscurité de ce texte). Aussi parce que leur auteur, devant l'éventualité d'une publication des *Regulae*, se serait sans doute aussitôt rendu compte des faiblesses d'un texte certes fondateur, mais parfois contradictoire.

Sincère quant à l'exposition de sa Méthode dans les *Regulae* qu'il n'a pas publiées, Descartes, à notre sens, et pour des motifs stratégiques, le serait moins dans ses Essais publics. Ce qu'il reconnait dans une lettre à Vatier, relative à ces mêmes Essais: "Je n'ai pu aussi montrer l'usage de cette méthode dans les trois traités que j'ai donnés, à cause qu'elle prescrit un ordre pour chercher les choses qui est assez différent de celui dont j'ai cru devoir user pour les expliquer"[182].

* Institut de Recherche et d'Enseignement
des Mathématiques (I.R.E.M.)
Université Paris 7

Remerciements

Je tiens à remercier ici Mr. Jacques Bouveresse pour les critiques et suggestions qu'il m'a apportées dans cette recherche épistémologique, Mr. Ernest Coumet qui m'a permis de la mettre en discussion devant les auditeurs de son séminaire, ainsi que Mme. Geneviève Rodis-Lewis dont la connaissance de Descartes m'a été d'une aide irremplaçable.

Notes

1 'Du sens de la géométrie de Descartes dans son oeuvre', in *Descartes, Cahiers de Royaumont*, N° II, Editions de Minuit, 1957.

2 *Règles utiles et claires pour la Direction de l'Esprit et la Recherche de la Vérité*, traduction selon le lexique cartésien et annotation conceptuelle par Jean-Luc Marion. Avec des notes mathématiques de Pierre Costabel. Martinus Nijhoff, La Haye, 1977. C'est cette traduction que nous suivrons ici.

3 "Les conceptions de Viète n'ont guère été remarquées, encore que le 'mouvement continu' de pensées dont parle Descartes dans ses *Regulae*, qui permet d'embrasser l'ensemble d'une question soit fort voisin de la zéthèse" (Lebesgue cite la Règle XI) . Lebesgue, H.: 1958, *Commentaires sur l'oeuvre mathématique de F.Viète. Arithmétique. Analyse. Algèbre*, Notices d'Histoire des Mathématiques. L'Enseignement Mathématique, Genève, p. 11.

4 "Dans les *Regulae ad Directionem Ingenii*, qui, dans leur deuxième moitié, à partir de la 14ème Règle, traitent de l'imagination dans les Sciences, Descartes semble avoir conçu l'idée de processus similaires à ceux dont nous parlons". Hadamard, J.: 1975, *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, Paris, Gauthier Villars, p.85.

5 Des extraits sont traduits dans les *Oeuvres de Descartes*, édition Adam-Tannery, tome X, pp. 470-475, op. cit. Cette édition sera ainsi référencée dans la suite: (A.T., X, 470-475).

Sur ce sujet, O. Hamelin dans *Le système de Descartes*, Paris, Félix Alcan, 1921: "Les auteurs de la *Logique* de Port-Royal (...) indiquent que la majeure partie de ce qu'ils disent des 'questions' a été tiré d'un manuscrit de Descartes, prêté par Clerselier, et qu'on voit aisément en rapprochant la *Logique* du texte des *Posthuma*, qu'il s'agit des *Regulae* et que même le manuscrit employé par Port-Royal était un peu moins incomplet que la copie imprimée..." (p. 45).

6 J.P. Weber: 1972, 'La méthode de Descartes,d'après les *Regulae*', in *Archives de Philosophie*, 35-1, Paris, p. 52.

7 Cf. sur ce point, G. Rodis-Lewis: 1987, 'Descartes et les Mathématiques au collège. Sur une lecture possible de J.P. Camus'. Suivi de Clavius, extraits des 'Prolègomènes aux disciplines mathématiques' (traduits par Michèle Beyssade) in *Le Discours et sa Méthode*, op. cit., pp. 187-212.

8 Cf. à Mersenne du 13 Novembre 1629 (A.T, I, 71), où Descartes évoque les "Eléments d'Euclide commentés par Clavius".

9 Comme $ax^6+bx^3+c=0$. C. Clavius: *Algebra*, op. cit p. 26. Edition de 1611. Dans ce paragraphe, Clavius cite Tartaglia, Cardan, Viète et Bombelli, avant de déclarer que les équations cubiques sont d' un "usage rare", et qu'il ne les traitera pas.

10 (A.T., X, 154-160).

11 *Discours de la Méthode*, in (A.T., VI, 11).

12 cf. G. Rodis-Lewis: 1991, 'Le premier registre de Descartes (II)', *Archives de Philosophie* 54 , N° 4, 639- 657.

13 *Democritica*, *Experimenta*, *Praeambula*, *Olympica*.

14 $x^3=-3x^2-3x+26$. (A.T., X, 237).

15 $x^3=6x^2-6x+56$. (A.T., X, 236).

16 'Les compas cartésiens', *Archives de Philosophie* 56, 1993, pp. 197-230.

17 $x^3=ax^2+b$. (A.T., X, 238).

18 Au sujet de l'attrait de Descartes pour les machines, G. Rodis-Lewis note: "L'imagination de Descartes est plus "mécanique" (au sens large) que strictement géométrique" (Le premier Registre de Descartes, op.cit. (II), p. 645).

19 Ils étaient quatre principaux: duplication du cube, trisection de l'angle, quadrature du cercle, problème des deux moyennes proportionnelles.

20 T. Heath: "Hippocrate de Chios (environ 450 à 430 av. J.C) a été le premier à découvrir que le problème de la duplication du cube est réductible à celui de trouver deux moyennes proportionnelles entre deux lignes" (*A History of Greek Mathematics*, Dover-New-York, 1921, Ed. 1981, Vol. I,.p. 183).

21 (A.T., X, pp. 342-343). La méthode de Descartes est adroite et neuve. Pour résoudre en effet:

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{x}=\frac{b}{y} \qquad y = ax^2 \quad bx = y^2$$

et, là où Menechme utilisait donc l'intersection de deux paraboles, Descartes, introduisant la somme des deux équations: $ay+bx=x^2+y^2$, est naturellement conduit à l'intersection d'une parabole et d'un cercle. Cette dernière intersection qu'il affectionne, il l'utilisera à nouveau dans la Géométrie pour la construction des solutions des équations du troisième degré.

22 A. Mersenne. 4 Novembre 1630 (A.T., I, p. 175).

23 Voir à ce sujet P.Costabel: 1982, 'La solution par Descartes du problème des moyennes proportionnelles', in *L'actualité Scientifique au temps des* Regulae, in *Démarches originales de Descartes savant*, Paris, Vrin Reprise, p. 50.

Dans une lettre plus tardive à Mersenne (Juin 1632, A.T., I, p. 256), Descartes donne quelques précisions supplémentaires.

24 *Oeuvres Inédites* de Descartes, précédées d'une introduction sur la Méthode. Paris, Auguste Durand, 1859, p. 51 par exemple.

25 *Vie de Descartes*, Paris, Horthemels, 1691 (I, p. 86).

26 "Je ne ferais nulle difficulté de lui envoyer (sq. à Mydorge) ma vieille Algèbre, sinon que c'est un écrit qui ne semble pas mériter d'être vu; et pour ce qu'il n'y a personne qui en ait de copie, je serai bien aise qu'il ne sorte plus d'entre mes mains; mais s'il veut prendre la peine d'examiner le troisième livre ma Géométrie, j'espère qu'il le trouvera assez aisé, et qu'il viendra bien après à bout du second" (A.T., I, pp. 501-502).

27 (A.T., X, p. 488).

28 cf G.Rodis-Lewis: 1971, *L'Oeuvre de Descartes*, Paris, Vrin, I, Chapitre II, p. 57.

29 J.P Weber: 1964, *La constitution du texte des* Regulae, Paris, Sedes.

30 J.P Weber: "Plusieurs morceaux qui font corps aujourd'hui dans le texte, sont en réalité des Appendices qu'il convient de rejeter à la fin de l'ouvrage, et de n'utiliser qu'avec précautions. Ailleurs des références précises renvoient à faux. Les titres de plusieurs Règles ne correspondent que de loin au contenu des chapitres qu'ils annoncent. Le plan du texte a été remanié à plusieurs reprises sans que les textes aient toujours été ajustés à leur contexte nouveau" (*La méthode à partir des* Regulae, op.cit, p 52).

31 J.P. Weber: "puisqu'hésitations et élans mystiques ne sont pas feints, mais réellement éprouvés (...), c'est donc à l'époque même où ces idées éclosent, luttent, triomphent, bref au moment où se découvre progressivement la Méthode que se place la composition des quatre Règles du début. Et puisque (...) cette découverte eut lieu en Novembre 1619...". Weber en conclut qu'une partie des Règles "durent être écrites, comme ces derniers fragments, dans le "poêle" du philosophe, pendant l'hiver 1619-1620" (*La constitution du texte des* Regulae, op. cit., p. 41).

32 (A.T., X, p. 179).

33 Y. Belaval: "Descartes réagit contre la scolastique. Il en inverse l'ordre, en allant du connaître à l'être. Il en rejette l'abstraction et le vitalisme des forces". Belaval, Y.: 1960, *Leibniz, critique de Descartes*, Paris, Gallimard, p. 231.

34 G. Rodis-Lewis note le: "retour sur le sujet connaissant, dont l'intellect assure l'unité du savoir et vise une connaissance" certaine et évidente" (*L'Oeuvre de Descartes*, op. cit., p. 91).

35 Règle IV (377, 13-15). J.L. Marion note (*Règles...*, op. cit, p. 156, note 30(b)) que la division scolastique usuelle y ajoute la Perspective.

36 *praestantius.* (*Discours de la Méthode*, A.T., VI, p. 7).

37 "Pour des problèmes, je vous en enverrai un million pour proposer aux autres, mais je suis si las des mathématiques que je ne saurais plus prendre la peine de les soudre moi-même" (A.T., I, p. 39).

38 Règle IV: "et en suite il doit y avoir une certaine science générale, qui explique tout ce qu'on peut chercher touchant l'ordre et la mesure, qui n'est liée à aucune matière spéciale, et qu'elle se nomme, non pas d'un nom emprunté, mais déjà ancien et d'usage reçu, *Mathesis Universalis*, puisqu'elle contient tout ce pour quoi les autres sciences sont appelées parties de la mathématique" (378, 5-10).

39 Dans une lettre à Mersenne de Mars 1637, Descartes écrit, commentant les objections de Mersenne titre du *Discours*, que, pour sa méthode, il n'a pas "le dessein de l'enseigner, mais seulement d'en parler" (A.T., I, p. 349).

40 Hamelin: "sa méthode n'est pas pour lui une étude spéculative sur les pouvoirs de l'esprit. C'est un ensemble de préceptes pour arriver au vrai" (*Le Système de Descartes*, op. cit. p. 69).Sur ce point, voici la Règle IV: "Or, par méthode, j'entends des règles certaines et aisées, grâce auxquelles tous ceux qui les auront exactement observées n'admettront jamais rien de faux pour vrai, et sans se fatiguer l'esprit en efforts inutiles, mais en augmentant toujours, comme par degrés leur science, parviendront à la connaissance vraie de toutes les choses dont leur esprit sera capable" (371, 25-372, 4).

41 Hamelin: "ce qu'il (sq. Descartes) avait à découvrir en 1619, c'était, avec le principe de la 'Géométrie', si l'on veut, la généralité de la méthode" (*Le Système de Descartes*, op. cit., p. 43).

42 Règle IV: "Et bien que j'aie dessein de dire maintes choses des figures et des nombres, puisqu'on ne peut demander à aucunes autres sciences des exemples aussi évidents et aussi certains, pourtant tous ceux qui considèreront attentivement mon sentiment, apercevront aisément que je pense ici à rien moins qu'à la Mathématique commune, mais que j'explique certaine autre discipline, dont ils sont l'habit, plutôt que les parties" (374, 1-7).

43 Weber: "C'est une genèse toute contingente, qui se fait au hasard des inspirations et des repentirs" (*La constitution du texte des* Regulae, p. 101).

44 Règle VIII: "Toutes choses qui seront exposées plus au long dans la douzième proposition, où on démontrera qu'il ne peut se trouver aucune fausseté, sinon dans les dernières natures que compose l'entendement; aussi nous les distinguons encore entre celles, qu'on déduit des natures très simples et connues par soi, dont nous traiterons dans tout le Livre suivant; et celles qui en présupposent encore quelques autres, que nous expérimentons être de la part de la chose (même) composées, à l'exposition desquelles nous destinons le troisième tout entier" (399, 13-21).

45 Règle XII: "pour les propositions simples, nous n'apportons pas d'autres préceptes (...) ce que nous estimons aussi avoir fait voir tout ce que nous jugeons pouvoir en quelque façon rendre plus aisé l'usage de la raison. Mais parmi les questions, nous en entendons parfaitement certaines, même si nous ignorons leur solution, dont nous traiterons seulement dans les douze règles qui suivent immédiatement; enfin nous n'en entendons point parfaitement d'autres, que nous réservons pour les douze dernières règles" (428, 23 à 429, 8).

46 Cette seconde partie de la Règle VIII contient en effet une évocation de la Règle XII et aussi de la structure générale projetée de l'ouvrage. Or ceci qui est ancré dans un plan final de l'ouvrage, nous paraît être une élaboration seconde. De même, l'évocation de l'imagination, de la mémoire et des sens nous semble devoir être rattachée à la seconde partie, là seulement où apparaît leur importance spécifique.

47 Hamelin: "Quel est maintenant l'objet de la connaissance? Il consiste en certaines données élémentaires peu nombreuses, que saisit l'intuition, et certains assemblages de ces éléments. Ce sont ce que Descartes appelle des natures simples" (*Le système de Descartes*, op. cit., p. 65).

Aussi la Règle VI, où intervient pour la première fois dans le texte la notion de *degré*, qui est degré de complexité et de composition des natures composées: "Il faut remarquer deuxièmement qu'il n'y a que bien peu de natures simples (...) et nous disons qu'il faut soigneusement les observer: car ce sont les mêmes, dans n'importe quelle série que nous appelons les plus simples. Nous ne pouvons au contraire percevoir toutes les autres, qu'en les déduisant de celles-ci (...) dont il faut remarquer aussi le nombre, pour reconnaître si elles sont éloignées par plus ou moins de degrés de la première et plus simple proposition" (383, 11-22).

48 Règle III: "Par regard, je n'entends, ni le témoignage changeant des sens, ni le jugement trompeur de l'imagination qui compose mal, mais la conception d'un esprit pur et attentif si aisée et si distincte, qu'il ne reste plus aucun doute sur ce que nous entendons; ou bien, ce qui est le même, la conception indubitable d'un esprit pur et attentif, qui naît de la seule lumière de la raison, et est plus certaine que la déduction

elle-même, parce que plus simple, laquelle nous avons pourtant noté plus haut ne pouvoir être mal faite par l'homme" (361, 12-21).

49 Hamelin: "Il la (sq. l'intuition) distingue du jugement; car il a bien senti (...) qu'il y a de quelque façon (...) une distinction à faire entre l'acte de voir intellectuellement une chose et celui de rapporter un attribut à un sujet" (*Le Système de Descartes*, op. cit., p. 83).

50 id., p. 86.

51 Ainsi dans la Règle XII, où l'on trouve aussi une des rares listes (jamais exhaustives) de natures simples présentes dans le texte: "C'est pourquoi, comme nous ne traitons ici des choses, que pour autant que nous les connaissons par l'entendement, nous n'appelons simples que celles seulement, dont la connaissance est si transparente et si distincte,.que l'esprit ne pourrait les diviser en plusieurs autres qui lui seraient connues plus distinctement, tels sont la figure, l'étendue, le mouvement, etc." (418, 12-17).

52 Dès les *Cogitationes* (A.T., X, 229, I 16-21), Descartes avait fait part de l'importance pour lui de cette question générale du moyen terme (sur des exemples, entre le cercle et la parabole, ou entre la droite et la courbe). Sur ce point, G. Rodis-Lewis: "Il faut un instrument intermédiaire. A la continuité idéale entre le 'medium' et les extrêmes se substituent ici des moyens surmontant la diversité initiale en créant artificiellement des correspondances" (*Le Premier registre de Descartes*, op. cit., p. 11).

53 E. Durkheim, dans la préface (p. 7) du *Système de Descartes*, d'O. Hamelin.

54 idem, pp. 69-70.

55 Voici ce qu'en dit la Règle XII: "Nous disons, septièmement, que cette composition peut se faire de trois façons, savoir par impulsion, par conjecture ou par déduction" (424, 1-3). Et plus loin: "Il ne nous reste que la déduction seule, par laquelle nous puissions tellement composer les choses que nous soyions certains de leur vérité" (424, 19-20).

56 Ainsi s'exprime sur le sujet la Règle III: "C'est pourquoi nous distinguons ici le regard de l'esprit d'avec la déduction certaine en ce que nous concevons celle-ci comme un mouvement ou quelque succession, mais rien de tel en celui-là; et ensuite parce que l'évidence présente n'y est point nécessaire comme au regard, mais qu'elle emprunte plutôt d'une certaine façon sa certitude à la mémoire" (370, 5-9).

57 Ceci est une question majeure pour le Descartes des *Regulae*. Le seul lieu temporel de l'erreur possible est celui qui sépare deux visions du regard de l'esprit. Pour se prémunir contre ceci, Descartes développera dans la seconde partie les nécessités de l'écriture, puis celle des "chiffres" les plus courts possibles.

Le second Descartes dira avoir fait son affaire de cette crainte: "1°) Que l'esprit ne puisse concevoir qu'une seule chose à la fois, ce n'est pas vrai (voyez Dioptrique,VI-163, ligne14): il ne peut certes pas en concevoir beaucoup à la fois, mais il peut cependant en concevoir plus d'une, par exemple maintenant je conçois et je pense à la fois, que je parle et que je mange. D'autre part, 2°) Qu'une pensée se fasse en un instant, cela est faux, puisque chacune de mes actions se fait par nature dans le temps, et l'on peut affirmer que je continue et persévère dans la même pensée un certain temps" (*Entretien avec Burman.* Sur la Méditation I, A.T.-V-148).

58 Cette liaison peut être elle-même nécessaire ou contingente (Règle XII; 421,3 à 422,6). A notre sens, cette distinction peut être pertinente, soit entre deux types de liaisons mathématiques, soit entre une liaison de type mathématique (nécessaire) et une de type physique (contingente).

Sur ce point, J.P. Weber: "Ces 'compositions' (sq. de natures simples) sont d'abord *relatives* aux expériences données -alors que [...] étaient 'nécessaires', et par là absolues [...]. Elles sont ensuite *provisoires et conjecturales*: en effet, on aura beau s'efforcer de 'déduire' "quel mélange de natures simples est *nécessaire* pour produire tous les effets qu'on a reconnu par expérience" (427, 21-23), rien ne prouve que cette 'déduction' doive ou puisse être suffisante; et donc la composition à laquelle on aboutira ne sera jamais que l'un des 'mélanges' possibles capables de produire 'tous les effets' reconnus dans l'expérience" (*La constitution du texte des* Regulae, op. cit., p. 126).

59 J. Vuillemin: "Quant à l'ordre algébrique lui-même, tel que le conçoit Descartes, il est fondé sur la toute puissance de la méthode génétique..Suivant ce postulat, on doit savoir résoudre les problèmes qu'on sait former" (J. Vuillemin: 1960, *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, Paris, PUF, p. 141).

60 La Règle X (404) donne un exemple de ce cas de figure, associé au cas de l'anagramme et du dénombrement exhaustif.

61 G. Rodis-Lewis: "A la différence du syllogisme, qui part d'une réalité ainsi 'classée' et qui ne peut ensuite qu'extraire,par l'intermédiaire d'un troisième terme, une conclusion déjà contenue dans les prémisses, la méthode cartésienne ouvre des séries indéfinies,.grâce à la fécondité d'une mise en relation des termes deux à deux..." (*L'Oeuvre de Descartes*, p. 173).

62 C'est un des thèmes récurrents dans toutes les *Regulae*, qu'on retrouve par exemple dans la Règle XIV (452, 10): "Car l'art veut que si nous en avons à comparer entre elles plus de deux différentes, nous les parcourrions successivement, et nous donnions notre attention uniquement à deux ensemble".

63 Dans son article de 1904 sur l'axiome du choix. Zermelo, E. : 1908, 'Beweis dass jede Menge Wohlgeordnet kann', *Mathematische Annalen* 65, 107-128, traduit dans Cassinet, J. et Guillemot, M.: 1983, *L'axiome du choix dans les Mathématiques de Cauchy (1821) à Gödel (1940)*, Toulouse, Thèse d'Etat, 2 vol.

Voir à ce sujet, notre article (p. 380): Serfati, M: 1989, 'A propos de l'axiome du choix', in *Actes du Colloque d'Epistémologie et d'Histoire des Mathématiques*, Besançon.

64 "L'analyse montre la vraie voie par laquelle une chose a été méthodiquement inventée et fait voir comment les effets dépendent des causes; en sorte que si le lecteur la veut suivre, et jeter les yeux soigneusement sur tout ce qu'elle contient, il n'en entendra pas moins parfaitement la chose ainsi démontrée, et ne la rendra pas moins sienne, que si lui même l'avait inventée" (Réponses aux secondes Objections, in *Oeuvres et lettres* de Descartes, Textes présentés par A. Bridoux. Edition de la Pleïade, Paris, Gallimard, 1953, p. 387).

65 "La synthèse, au contraire, par une voie toute autre (...) arrache le consentement du lecteur.(...) Les anciens géomètres avaient coutume de se servir seulement de cette synthèse dans leurs écrits, non qu'ils ignorassent entièrement l'analyse, mais, à mon avis, parce qu'ils en faisaient tant d'état qu'ils la servaient pour eux seuls, comme un secret d'importance" (Réponses aux secondes Objections, in *Oeuvres et lettres* de Descartes, op. cit., p. 388).

66 C'est Hamelin qui nous semble ici très pertinent: "Elle (sq. l'Analyse) est une méthode d'invention (...) Il ne s'agit pas d'arriver on ne sait comment (...) Si au contraire, il fallait partir, ainsi que le ferait la synthèse livrée à elle-même, d'une proposition établie sans savoir par où s'acheminer de là à la proposition qu'on veut prouver, on ne saurait quelle conséquence choisir à chaque degré, et suivant le mot de Leibniz, ce serait la mer à boire" (*Le Système de Descartes*, p. 57).

Ou encore: "Si la synthèse paraissait s'avancer sûrement, bien que soit-disant livrée à elle-même, c'est que tout l'ordre de ses propositions serait secrètement arrangé" (idem, p. 57).

Enfin: "Descartes a d'ailleurs comparé tout au long l'analyse et la synthèse et fait ressortir la valeur exclusive de la première comme méthode d'invention ('Reponses aux Secondes Objections', in *Oeuvres et lettres* de Descartes, Editions de la Pleïade, op. cit., pp. 387-388), mais il faut bien reconnaître qu'il n'a pas signalé la difficulté qui arrête la synthèse avec la même netteté que Leibniz" (ibidem, p. 58).

67 (391, 12-27).

68 "et souvent, ce serait la mer à boire que de vouloir faire toutes les combinaisons requises, quoiqu'on puisse souvent s'y aider par la méthode des exclusions, qui

retranche une bonne partie des combinaisons inutiles, et souvent la Nature n'admet point d'autre Méthode. Mais on n'a pas toujours les moyens de bien suivre celle-ci. C'est donc à l'Analyse de nous donner un fil dans ce labyrinthe, lorsque cela se peut, car il est des cas où la nature même de la question exige qu'on aille tâtonner partout, les abrégés n'étant pas toujours possibles" (*Nouveaux Essais*, IV, II, 2-7, p. 350).

69 Brunschwicg, L.: 1981, *Les grandes étapes de la Philosophie Mathématique*, Paris, Librairie scientifique et technique A.Blanchard, p. 118.

70 Voici, après son titre, les premières lignes de la Règle V: "Ceci (sq. disposer en ordre les choses) seul renferme la somme de toute l'industrie humaine, aussi ne faut-il pas moins se tenir à cette règle pour qui veut s'attaquer à la connaissance des choses qu'il ne fallait tenir le fil de Thésée pour qui voulait pénétrer au Labyrinthe" (379, 22 à 380, 2).

71 Ce point n'apparaît pas aussi clairement dans le *Discours*.

72 Voici la Règle IV: "Mais je me persuade que certaines premières semences de vérité que la nature a mis en l' esprit des hommes et, chaque jour tant d'erreurs que nous lisons et entendons dire, éteignent en nous, gardaient assez de forces dans l'âge fruste et pur des Anciens pour que la même lumière de l'esprit, qui leur avait fait voir qu'il faut préférer la vertu au plaisir et l'honnête à l'utile, bien qu'ils ignorassent pourquoi il en est ainsi, leur ait fait aussi connaître les vraies idées de la Philosophie et de la *Mathesis*, quoiqu'ils n'aient pu atteindre à ces sciences mêmes. Et même certaines traces de cette vraie *Mathesis* me semblent paraître déjà dans Pappus et Diophante, qui, encore qu'ils ne remontassent point aux premiers âges [...]. Il se trouva enfin quelques hommes d'un très grand esprit, qui entreprirent en notre siècle de la relever [sq. la *Mathesis*]: car cet art qu'ils appellent du nom arabe 'Algèbre', ne me semble être rien d'autre, si seulement on pouvait le débarrasser de la multiplicité des nombres et des figures inexplicables qui le ruinent, afin qu'il ne lui manque plus cette grande facilité et transparence, que nous supposons devoir être dans la vraie *Mathesis*" (376, 11 à 377, 9).

73 Gilson: "C'est cette impossibilité d 'inventer par voie synthétique qui a conduit Descartes et Viète à supposer que les anciens géomètres se sont servi de l'analyse pour découvrir leurs théorèmes, mais l'ont volontairement dissimulée en exposant synthétiquement des résultats qu'ils n'avaient pu découvrir par cette voie" (*Discours de la Méthode*, texte et commentaire d'Etienne Gilson, Paris, Vrin, 1962, p. 195).

74 Hamelin croit cependant avoir trouvé une véritable mise en place de l'Analyse dans la géométrie grecque: "De l'Analyse comme procédé de raisonnement utilisé par les Géomètres grecs, nous avons deux définitions d'ailleurs identiques au fond: l'une dans l'appendice du XIIIème livre d'Euclide, l'autre au VIIème livre de Pappus. Selon Euclide, l'analyse prend pour admise la chose même sur quoi porte la recherche et part de là pour aller par voie de conséquence à une chose qui était déjà établie. Pappus ajoute que le dernier terme de l'Analyse fournit son point de départ à la synthèse qui refait en sens inverse le même chemin.

Il faut donc pour avoir une pensée rigoureuse faire repasser la synthèse sur les pas de l'Analyse en réciproquant les propositions" (*Le Système de Descartes*, op. cit.,p. 56).

Hamelin, confondant égalités et implications, se trompe par ailleurs (idem, p. 57) en écrivant que, dans l'écriture mathématique algébrique, le double mouvement analyse-synthèse est automatique, puisque les égalités sont symétriques et donc réciproquables.

75 Titre de la Règle VII.

76 Ce que dit la Règle VII: "Ainsi je les parcourrai quelquefois d'un certain mouvement continu de la pensée,.qui regarde chaque chose et tout ensemble passe aux autres, jusqu'à ce que j'aie appris à passer si vite de l'un à l'autre que, en n'abandonnant presque aucune partie à la mémoire, il me semble que je vois la chose entière tout ensemble d'un seul regard" (388, 3-7).

77 O. Hamelin: "Quand nous sommes assez exercés, la perfection même de la mémoire supprime pour ainsi dire la mémoire et tout se passe comme si nous suivions la chaîne d'une seule vue, comme si nous rattachions directement le dernier anneau au premier" (*Le Système de Descartes*, p. 81).

78 J.P. Weber la qualifie d'inquisitive (l'autre étant vérificative). (*La constitution du texte des* Regulae, op. cit., p. 90).

79 Règle X: "tout de même que si nous voulons lire une écriture dissimulée par l'emploi de caractères inconnus, aucun ordre certes n'y apparaît, mais nous en forgerons un pourtant, tant pour faire l'examen de tous les jugements qu'on peut faire par avance [...] qu'aussi pour les disposer en telle sorte, que nous apprenions par leur dénombrement tout ce qu'on peut déduire. Et il faut avant tout se garder, de passer son temps à deviner par hasard et sans aucun art des questions semblables: car même si on peut les trouver sans art, et parfois les plus heureux peut-être plus rapidement que la méthode, elles offusqueraient cependant la lumière de l'esprit..." (404, 25 à 405, 7).

80 (391, 19).

81 cf. sur ce point Serfati, M.: 1992, *Quadrature du cercle. Fractions continues et autres contes*, Paris, A.P.M.E.P, p. 152-153.

82 A.T., VI, 17.

83 "les machineries des syllogismes probables si bien faites pour disputer qu'on enseigne dans les écoles", Règle II (363, 23-24).

84 (405, 21 à 407, 1).

85 *Le Système de Descartes*, op. cit., p. 88.

86 Hamelin: "La Règle VIII, à celui qui ayant employé les procédés indiqués précédemment, ne réussit pas, prescrit de s'arrêter; car il se trouve en présence de quelque chose qui dépasse les forces de l'esprit humain" (*Le Système de Descartes*, p. 73-74).

87 J. Vuillemin: "Tel est le rôle de la critique chez Descartes: connaître clairement et distinctement où s'arrêtent les idées claires et distinctes" (*Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, op. cit., p. 97).

88 G. Rodis-Lewis: *L'Oeuvre de Descartes*, op. cit., p. 93.

89 Hamelin: "La Règle IX et la Règle X prescrivent de petits exercices pour augmenter la perspicacité (...). Dans le premier cas, il faut considérer avec insistance des exemples aisés et familiers de natures simples; dans le second, il faut s' habituer à suivre l'ordre dans la pratique de certains métiers" (*Le Système de Descartes*, p. 74).

90 (371, 15-16).

91 Y. Belaval, dans: *Leibniz, critique de Descartes* (op. cit., p. 259), qui note un peu plus loin: "Leibniz associe constamment la solution qu'il se propose d'apporter au problème du continu à la solution qu'il apporte au problème de la liberté" (idem, p. 261).

92 Hamelin: "Descartes n'a donné nulle part une exposition complète de sa méthode; encore moins en avait-il publié une de son vivant (...). Mais d'autres, mis en possession des *Regulae*, auraient continué à demander autre chose: tels Gassendi et Lipstorpius" (*Le Système de Descartes*, p. 261).

Et plus loin: "Gassendi croyait que la vraie méthode de Descartes, c'était les Méditations". Et Hamelin de citer Baillet (*Vie de Descartes*, op. cit., I, 282): "D'autres ont estimé que la vraie Logique de Mr. Descartes, c'est proprement le traité qu'il donna après le Discours de la Méthode, sous le titre de Méditations Métaphysiques". Hamelin encore, plus loin: "Quant à Lipstorpius il y a encore plus de vérité dans sa thèse. Il pensait en effet que la Logique de Descartes, c'est sa 'Géométrie' or, la 'Géométrie' correspond, comme nous le disions, à une partie inachevée des *Regulae*" (*Le Système de Descartes*, p. 61-62).

93 Milhaud, G.: 1921, *Descartes savant*, Paris, Félix Alcan, p. 45.

94 Les symboles les plus usuels, étaient, à la suite de Rudolff: ℭ pour le cube, ꝛ pour la chose, et ʒ pour le carré.

95 Viète, F.: 1630, *Isagoge en l'Art Analytic.* Traduction de J.L de Vau-Lézard, Paris, Jacquin. Réédition Corpus des Oeuvres de Philosophie en langue française, Paris, Fayard, 1986, p. 47 (Chapitre V: *Des loix du Zététique*, §5).

96 Voir notre article Serfati, M: 1987, 'La question de la chose. Mathématiques et écriture symbolique', in *Actes du Colloque d'Histoire et d'Epistémologie*, Strasbourg, Publication de l'IREM de Strasbourg, 309-335.

97 Règle XIII (430, 20), où Descartes anticipe sur la constitution des équations algébriques.

98 Pour préserver néanmoins une forme de distinction, Viète utilise les voyelles pour les inconnues et les consonnes pour les quantités connues.

99 Hypothèse soutenue par J.P. Weber (*La constitution du texte des* Regulae, 204-206).

100 Descartes a cependant toujours affirmé n'avoir lu Viète qu'à l'âge de 33 ans, après son installation en Hollande. Sur ce point de ses rapports avec Viète, on pourra consulter A. Mersenne: fin décembre 1637 (AT, I, 470) et 20/02/39 (II, 324). Aussi dans la correspondance: (I, 245), (II, 82), (III, 167), (IV, 228 et 554), (V, 503; 506; 508; 512). Sans mettre en doute sa bonne foi, nous risquerons ici l'hypothèse que Descartes ait entrouvert un ouvrage de Viète, fugitivement pris connaissance de tout un nouveau système de signes, puis ait rapidement refermé l'ouvrage pour oublier aussitôt l'incident.

101 P. Boutroux: "Nous trouvons chez Viète une conception très nette de la méthode analytique qui, dit-il, doit permettre de résoudre tous les problèmes (...) Il enseigne ensuite à résoudre l'équation du 1^er^ degré au moyen de l'*Antithesis*, opération consistant à faire passer un terme d'une équation d'un membre dans l'autre. Ensuite, il donne une série de Règles permettant de ramener une équation nouvelle (...) élévation ou abaissement du degré (hypobibasisme ou parabolisme) et changement de variable (*alteratio radicis*)". P Boutroux: *L'imagination et les Mathématiques selon Descartes*, Paris, Université de Paris, Bibliothèque de la faculté des Lettres, X, Félix Alcan, 1900, p. 38.

102 La référence historique de Descartes dans la Géométrie (Livre III, A.T., VI, 472) au véritable auteur de la règle, Scipion del Ferro, reproduit en effet presque textuellement le texte de Cardan lui-même dans l'*Ars Magna* (début du Chapitre XI).

103 Si Descartes ne propose dans les *Regulae* aucune résolution explicite de systèmes d'équations, il fera plus tardivement part de son intérêt sur ce point, dans une lettre à Golius de Janvier 1632 (AT, I, 232), consécutive à la première résolution par Descartes du problème de Pappus que Golius lui avait proposé.

104 Dans les *Regulae*, Descartes utilise des minuscules a, b, c pour les grandeurs connues et des majuscules A, B, C pour les inconnues (R XVI, 455, 10). Là où Viéte avait utilisé le registre alphabétique, Descartes instaure donc ici la séparation dans le registre typographique. Définitivement modifiée dans la Géométrie, ce sera la notation moderne pour les inconnues (x, y, z).

105 Règle XVI (455, 15).

106 "Peut-être n'y a-t-il pas de symbolisme de l'algèbre ordinaire qui été aussi bien choisi et aussi élastique que les exposants cartésiens". F. Cajori: 1928, *History of Mathematical Notations*, The Open Court, La Salle, Illinois (I, p. 360).

107 Evidemment construits sur le mode mathématique, comme l'expose la Règle XIV: "Mais de crainte de nous attarder trop longtemps à faire revue de ces erreurs, il sera plus court que nous exposions, comment nous supposons qu'il faut concevoir notre objet, pour démontrer à son propos, tout ce qu'il est de vérité dans les matières d'Arithmétique et de Géométrie, le plus aisément qu'il se peut" (446, 26 à 447, 3).

108 de sorte qu'au bout du compte: "La physique est délivrée des spéculations sur la nature de la pesanteur ou la vitesse. Elle les mesure" (G. Rodis-Lewis, *L'Oeuvre de Descartes*, op. cit., p. 181).

109 Commentant une démarche analogue de Descartes, cette fois exposée dans le *Discours*, Röd conclut à la vanité de principe d'une telle opération: "On arguera que la méthode esquissée dans la deuxième partie du Discours, puisque réglée sur la démarche mathématique, ne peut valoir comme méthode des sciences du réel auxquels nous renvoie la sixième partie". W. Röd: 'L'explication rationnelle, entre méthode et métaphysique', in *Le Discours et sa Méthode*, op. cit., pp. 89-108.

110 J.P. Weber: "Ainsi un corps étendu et figuré est-il, du côté de la réalité, quelque chose de différent par rapport à notre entendement (418, 3-10, Règle XII). Il s'ensuit donc que l'on ne peut conclure immédiatement de nos idées à la réalité, que notre entendement n'est pas embrayé sur l'être" (*La constitution du texte des* Regulae, op. cit., p. 122).

111 Règle XII (418, 27).

112 J.P. Weber: "Descartes pense, il est vrai, que la plupart des questions physiques ne sont pas susceptibles d'une solution définitive; il n'avance en physique que des preuves, non des démonstrations, et ces preuves ne produisent que la persuasion, non la certitude" (*La méthode à partir des* Regulae, op. cit.,p. 59). Et aussi: "De même, on a souvent l'impression que le Monde de Descartes n'est qu'une physique par provision" (idem, p. 59).

113 Belaval: "pourtant sa géométrie (sq. de Descartes) est bornée [...] on ne doit pas perdre de vue que Descartes ne s'intéresse pas aux mathématiques pour elles-mêmes, mais d'une part pour y trouver un modèle de certitude, clef d'une méthode, d'autre part pour les appliquer à la connaissance du monde étendu. Son projet est le physicien" (*Leibniz, critique de Descartes*,op. cit., p. 286).

114 J.P. Weber: "Il s'agit de 'réduire' la question à une forme telle que nous n'ayons plus la pensée occupée de tel sujet en particulier, mais seulement occupée en général à comparer certaines grandeurs entre elles" (*La constitution du texte des* Regulae, op. cit., p. 152) (cf Règle XIII, 431, 20-23).

Ou encore ce voeu pieux: "il faut mettre entre parenthèses, non pas le particulier au profit du général, mais toutes les données ou considérations extérieures à l'énoncé, au profit exclusif de celui-ci" (idem, p. 152).

115 (430, 6-11).

116 Règle XVI (454, 16-19).

117 (398, 27-28).

118 (410, 18-19): titre.

119 (414, 16-24).

120 Règle XII (411, 7-10).

121 Règle XII: "Troisièmement, il faut concevoir que le sens commun [...] pour former [...] ces mêmes figures ou idées qui viennent pures et incorporelles des sens externes" (414, 16-21).

122 Règle XII: "et pour l'obtenir plus commodément, il faudra faire voir aux sens extérieurs la chose même que cette idée représentera" (417, 3-4). Et aussi le titre de la Règle XV: "il est utile, la plupart du temps de décrire ces figures et de les faire voir aux sens externes afin que par cette raison nous gardions plus aisément notre pensée attentive" (454, 1-3).

123 Hamelin: "la déduction emprunte sa certitude à la mémoire" (*Le Système de Descartes*, op. cit., p. 80).

124 La Règle XVI (454, 16 à 455, 1) est très claire: "Au reste, parce que nous avons dit que parmi les innombrables dimensions qui peuvent se tracer en notre fantaisie, il n'en faut point contempler plus de deux différentes d'un seul et même regard, soit des yeux, soit de l'esprit: il vaut la peine de retenir tellement toutes les autres,

qu'elles se présentent aisément chaque fois que la Nature l'exigera; et c'est à cette fin que la mémoire semble être instituée de la Nature. Mais parce qu'elle est sujette à faillir souvent, et afin de n'être pas contraints de consacrer une partie de notre attention à la renouveler, l'art a encore fort proprement trouvé l'usage de l'écriture".

125 Règle XII: "Il ne faudra plus mettre autant devant les sens externes les choses mêmes, mais plutôt certaines figures abrégées de celles-ci, lesquelles, pourvu qu'elles suffisent à nous garder d'une défaillance de la mémoire, se révèleront exister d'autant plus commodément qu'elles seront plus brèves" (417, 12).

126 Ce qu'affirme la Règle XVI: "Mais il faut observer généralement, qu'il ne faut jamais rien confier à la mémoire parmi les choses qui ne requièrent pas une attention continue, si nous pouvons les coucher sur le papier, à savoir de crainte qu'un souvenir superflu ne soustraie une partie de notre esprit à la connaissance d'un objet présent" (458, 9-13).

127 Par exemple, Règle XIV: "Pour tout ce qui touche aux figures, on a montré plus haut comment c'est par elles seules qu'on peut forger les idées de toutes les choses, et il reste à cet endroit à avertir, que parmi le nombre fini de leurs diverses espèces, nous n'allons user que de celles seulement, qui expriment le plus aisément toutes les différences entre les façons ou les proportions" (450, 10-14).

128 Hamelin ne distingue ici qu'une seule réduction: "Descartes simplifie l'analyse en la détachant graduellement des figures, remplaçant celles-ci par des lignes, et finalement par des chiffres. Enfin [...] notation par exposants (*Le Système de Descartes*, op.cit., p. 54).

129 Règle XIV: "en sorte qu' après avoir suivant la règle précédente abstrait les termes de la dificulté de tout sujet, nous entendons ne plus nous préoccupper désormais que des grandeurs en général" (440, 26).

130 Règle XIV: "Il faut remarquer enfin qu'on ne dit rien des grandeurs en général qu'on ne puisse pas aussi rapporter spécialement à n'importe laquelle. D'où on conclut aisément que nous n'aurons pas peu de profit, si nous transportons ce que nous entendons pouvoir être dit des grandeurs en général, à cette espèce de grandeur, qui sera la plus facilement et la plus distinctement dépeinte dans notre imagination: et que ce soit l'étendue réelle du corps abstraite de toute autre chose, sauf de ce qu'elle est figurée..." (441, 4-10).

131 Règle XIV: "et ensuite, il suffit à notre dessein de considérer dans l'étendue même toutes les choses qui peuvent aider à exposer les différences de proportions, lesquelles se présentent au nombre seulement de trois, savoir la dimension, l'unité et la figure" (447, 17-21).

132 Ce que nous désignons ici par 'réductions' successives, Brunschwicg le dénomme 'élaboration': "Cette méthode définitive se fonde sur l'espace en tant que l'espace est adéquat à la réalité des choses. Or cette adéquation sera obtenue effectivement à la condition que l'espace ait subi une élaboration qui en simplifie et en généralise la notion" (*Les grandes étapes de la philosophie mathématique*, op. cit., p. 110).

133 Règle XIV (447, 22-448, 9).

134 Règle XIV: "L'unité est cette nature commune que nous avions dit plus haut pouvoir être également participée par toutes les choses qui se comparent entre elles.[...] nous pouvons prendre à sa place soit une grandeur d 'entre celles déjà données, soit n'importe quelle autre, et elle sera mesure commune de toutes les autres [...] et nous la concevrons soit simplement comme quelque chose d'étendu..." (449, 27 à 450, 9).

135 La promotion de la ligne avait été faite par avance à la Règle XII, 446, 24: "sans remarquer (sq. le géométre) que la ligne, dont il conçoit que la course produit la surface, est un vrai corps".

136 Règle XVI: "la même grandeur, bien qu'on l'appelle cube ou bicarrée, ne doit jamais pourtant être proposée à l'imagination autrement que comme une ligne ou une surface" (456, 28-457, 1).

137 Règle XV: "Il est aussi utile la plupart du temps de décrire ces figures et de les faire voir aux sens externes afin que par cette raison nous gardions plus aisément notre pensée attentive" (453, 1-7).

138 La question de l'Algèbre et des chiffres algébriques avait cependant déjà été évoquée par la Règle IV, du livre I: "Et de nos jours, fleurit un certain genre d'Arithmétique, qu'on nomme Algèbre, qui accomplit, touchant les nombres, ce que les Anciens faisaient touchant les figures" (373, 15-17).

Plus loin, toujours dans la Règle IV: "car cet Art, qu'ils appellent d'un nom arabe, 'Algèbre', ne me semble être rien d'autre, si seulement on pouvait le débarrasser de la multiplicité des nombres et des figures inexplicables qui le ruinent, afin qu'il ne lui manque plus cette grande facilité et transparence, que nous supposons devoir être dans la vraie *Mathesis*" (377, 4-9).

139 (454, 10-15).

140 "quelques chiffres, les plus courts qu'il me sera possible" *Discours de la Méthode*, 2ème partie, (A.T., VI, 20).

141 (413, 10-20).

142 (455, 8-18).

143 *Algebra*, op. cit. Edition de 1611, cf. pp. 25-26, où l'on trouve une typologie des équations.

144 Cf. notre analyse détaillée sur ce point dans Serfati, M.: 1987, 'La question de la Chose. Mathématiques et écriture symbolique', in *Actes du Colloque d'Histoire et d'Epistémologie des Mathématiques*, Publication de l'IREM de Strasbourg, Université Louis Pasteur, pp. 309-335.

145 (456, 16-29).

146 *Du Nombre.* Nouveaux Essais, II, XVI, §4.

147 Règle XIV (445, 27 à 446, 4).

148 "un rectangle après avoir été produit par la multiplication de deux lignes doit peu après être conçu comme une ligne, pour faire une autre opération" (467, 24-468, 2).

149 "pourvu que par lignes, chaque fois que nous les comparons avec quelques □, comme en ce lieu, nous concevons toujours des □, dont un côté est cette longueur que nous avions prise pour unité" (468, 10-13).

150 Aussi dans le *Discours de la Méthode*, 2ème partie (A.T., VI, 20,15-17), où demeure seule la ligne: le rectangle et la surface, traces des hésitations conceptuelles du jeune Descartes sur ce point, auront disparu comme étalons des grandeurs.

151 La question de la mesure est cependant évoquée une première fois, dès la Règle IV (379, 6), mais sans donner lieu à ce moment à une quelconque utilisation.

152 Y. Belaval: "Descartes ne saurait rêver, comme Leibniz, par exemple, d'un *Analysis Situs*, qui ne considèrerait plus que l'ordre, sans la mesure". Belaval, Y.: *Leibniz, critique de Descartes*, op. cit., p. 221).

153 Règle XVI: "à cette unité, la première proportionnelle se rapporte immédiatement et par une relation unique, mais la seconde, par l'entremise de la première et pour cela par deux relations, la troisième par l'entremise de la première et la seconde et par trois relations. Nous appelerons donc désormais première proportionnelle, celle qu'en Algèbre, on nomme racine; seconde proportionnelle, celle qu'on nomme □, et ainsi des restantes" (457, 5-12).

154 Leibniz va jusqu'à regretter l'aveuglement de Descartes sur ce point: selon lui, "par son prestige, et son insuffisance, Descartes retarde les progrès de l'Algèbre" (MVII, p. 158; cf. *Leibniz, critique de Descartes*, op. cit., p. 292, note 4).

155 Belaval: "Sa gloire (sq. de Descartes), serait selon Brunschwicg, d'avoir compris l'autonomie du raisonnement mathématique en renonçant à la logique prédicative de l'Ecole, pour s'élever à la logique de relation " (*Leibniz, critique de Descartes*, op. cit.).

156 P. Costabel: 1987, 'Les Essais de la Méthode et la réforme mathématique', in *Le Discours et sa Méthode*, (Colloque pour le 350ème anniversaire du Discours de la Méthode, publié sous la direction de N. Grimaldi et J.L. Marion, Paris, P.U.F), pp 213-228, 218.

157 P. Costabel: "que la mathématique soit la science d'un 'chiffre', Descartes avait toutes les raisons d'en être persuadé, mais il aurait été imprudent de le proclamer trop bruyamment. Mieux valait montrer comment on peut se servir d'un tel moyen.

Ainsi, on peut mieux comprendre [...] pourquoi la 'Géométrie' ne livre au lecteur la réforme considérable dont elle est le fruit que comme mode d'emploi" (op. cit., p. 220).

158 Ibidem, p. 217: "Moins de dix ans plus tard, le jeune Christian Huygens, élevé par son père dans la connaissance de la 'Géométrie', déclarera ingénument prendre plaisir à calculer 'par lettres', mais dans sa tête, et n'avoir pas besoin de coucher sur le papier que pour communiquer à autrui" (Chr. Huygens, A Mersenne, 23/12/1646, CMXIV, pp. 696-697).

159 (459, 7).

160 "Pour cela on ne demande que quatre opérations, l'addition, la soustraction, la multiplication et la division; parmi lesquelles souvent les deux dernièrs n'ont pas à être faites, tant pour ne rien emmêler imprudemment que parce qu'on pourra ensuite plus aisément les achever" (461, 11-15).

161 (468, 21-469, 1).

162 (469, 5-8).

163 (469, 9-13).

164 Règle XIX, dans (A.T., VI, 372-22-373, 2).
Règle XXI, dans (A.T., VI, 373-2-374, 5).

165 Ceci, explicite dans les dernières Règles, est déjà annoncé par la Règle XIV (447, 13-15): "mais que nous voulons seulement réduire les proportions si emmêlées qu'elles soient au point, de trouver ce qui est inconnu, en égalité avec quelqu'autre connu".

166 En fait, la 'Géométrie' apparaît bien plus étroitement dépendante des *Regulae* que du *Discours.*

Sur ce point, P. Costabel: "Le moins que l'on puisse dire (sq. de la 'Géométrie'), est qu'il n'y a pas d'évidence de la dépendance de ce texte par rapport à la Méthode. *Les Essais de la Méthode et la réforme mathématique*, op. cit., p. 216.

167 cf. H.J.M. Bos: 1981, 'On the representation of Curves in Descartes' Geometrie', *Archive for History of Exact Sciences* 24, N° 4.

168 Huygens par exemple manifeste un pur émerveillement, dépouillé de toute critique existentielle. Ce que note Leibniz, à propos de l' égalité $\sqrt{1+\sqrt{-3}} + \sqrt{1-\sqrt{-3}} = \sqrt{6}$, exemple que Huygens trouva si 'admirable' qu'il répondit à Leibniz qu'il y a "là-dedans quelque chose de caché qui nous est incompréhensible" (Lettre à Huygens. *Leibnizens mathematische Schriften*, op. cit., tome II, p. 11; la réponse de Huygens est en page 15).

169 Pour Leibniz, une règle accpetable est l'utilité quoiqu'il en soit de l'existence: "Si de telles quantités (sq. les imaginaires) n'étaient pas données dans le calcul il serait impossible d'instituer des calculs généraux c'est à dire de trouver des valeurs communes aux possibles et aux impossibles, qui ne différent que par l'explication des lettres" (*Leibnizens mathematische Schriften*, VII, pp. 74-75; cf sur ce point *Leibniz, critique de Descartes*, op. cit., p. 263).

Et aussi: "Les infinitésimales se distinguent également des quantités réelles et sont tout à fait comparables aux imaginaires" (Y. Bélaval, op. cit., p. 264).

170 P. Costabel: "Il me paraît donc que si Descartes a fini par concevoir que $x^2+1=0$ 'explique' x aussi bien que que $x = \sqrt{-1}$, il n'en a pas pour autant accepté cette figure. Il est resté dans la ligne de Stevin, sans adopter la position d'Albert Girard". P.

Costabel: 1982, 'L'actualité scientifique au temps des *Regulae*', in *Démarches originales de Descartes savant*, Paris, Vrin Reprise, p. 44.

171 (A.T., III, 658): "toutes celles (sq. les grandeurs inexplicables) qui sont comprises dans les équations s'expliquent par quelques signes puisque l'équation même qui les contient est une façon de les exprimer. Mais outre celles là, il y en a une infinité d'autres qui ne peuvent être comprises en aucune équation, et entre celles qui sont comprises dans les équations, il y en a qui ne peuvent être expliquées par les signes √ ou √c, hors de l'équation. Comme si j'ai un cube égal à trois racines, plus 3, je ne saurais exprimer la valeur de cette racine par les signes de racine carrée ou racine cubique et toutefois, elle n'est pas incommensurable avec celles qui s'y expliquent". Cf. P. Costabel: 'L'actualité scientifique au temps des *Regulae*', op. cit., p. 42.

172 "Des expressions comme √-2 ne réfèrent pas,comme on le croit, à des quantités imaginaires, ce sont des expressions imaginaires, "parce que, dans le vrai, elles ne signifient rien" (Condillac: *Logique* 6, II, XIV), in Condillac: 1981, *La langue des Calculs*, édition critique par Sylvain Auroux et Anne-Marie Chouillet, Presses Universitaires de Lille, p. XXII.

173 Granger, G.:1981, 'Philosophie et mathématique leibniziennes', *Revue de Métaphysique et de Morale* N° 1, pp. 1-2.

174 Et Granger de poursuivre: "Or, il en va tout autrement chez Leibniz qui nous présente, semble-t-il l'un des très rares exemples d'une création mathématique qui, authentiquement novatrice sur bien des points, est associée, dès son origine, et tout au long de son histoire, à des vues logiques et métaphysiques où elle trouve son orientation initiale et l'orientation de son mouvement".

175 Pour Lebesgue, elles sont pareillement indispensables: "Il faut donc prendre en considération à la fois données et inconnues, tout et parties: la synthèse pure, l'analyse pure ne seraient que l'exploitation de la chance. Il n'y a donc pas à opposer analyse et synthèse: tout raisonnement est constitué par une analyse et une synthèse en marche constante l'une vers l'autre". Lebesgue, H.: *Commentaires sur l'oeuvre de F.Viète. Arithmétique-Algèbre-Géométrie*, op. cit., p. 11.

176 Descartes affirme cependant à Beeckmann qu'il est indispensable de 'limer' son Algèbre.

177 (A.T., X, 331-332).

178 (A.T., I, 332, note h.).

179 J.P. Weber, idem, p. 142-143.

180 Le commentaire de 1670 du père Poisson (A.T., X,4 76), attestant l'existence d'un autre texte des *Regulae*, qui serait un manuscrit de jeunesse, va dans le même sens: "J'y ai rencontré un Manuscrit qu'il avait commencé dès les premières années qu'il s'appliqua sérieusement à l'étude, que pour venir à bout de toutes difficultés qu'on propose, il faut..." (suivent cinq préceptes qui semblent avoir été directement lus par Poisson sur un texte original).

181 (A.T., X, 215): "Les Sciences sont masquées; qu'on ôte leurs masques, elles apparaîtront très belles".

182 A. Vatier, 22-02-1638 (A.T., I, 559).

BIBLIOGRAPHIE

Baillet, A.: 1691, *Vie de Descartes*, (2 vol.), Paris, Horthemels.

Belaval, Y: 1960, *Leibniz, critique de Descartes*, Paris, Gallimard.

Bos, H.J.M.: 1988, *The structure of Descartes' Geometrie*, University of Utrecht, Preprint N° 506.

Bos, H.J.M.: 1981, 'On the representation of Curves in Descartes' Geometrie', *Archive for History of Exact Sciences* 24, N° 4.

Bos, H.J.M.: 1984, 'Arguments on Motivation in the Rise and Decline of a Mathematical Theory: the 'Construction of Equations', 1637-ca 1750, *Archive for History of Exact Sciences* 30.

Boutroux, P. : 1900, *L'imagination et les Mathématiques selon Descartes*, Paris, Université de Paris, Bibliothèque de la faculté des Lettres, X, Félix Alcan.

Brunschwicg, L.: 1981, *Les grandes étapes de la Philosophie Mathématique*, Paris, Librairie scientifique et technique, A. Blanchard.

Cajori, F.: 1928, *History of Mathematical Notations*, (Vol I), The Open Court, La Salle.Illinois.

Clavius, C.: 1611-1612, *Algebra*, Opera Mathematica, Tomus Secundus, Moguntiae, Eltz.

Clavius, C.: 1611-1612, *Arthmetica Practica*, Opera Mathematica, Tomus Secundus, Moguntiae, Eltz.

Clavius, C.: 1611-1612, *Geometrica Practica*, Opera Mathematica, Tomus Secundus, Moguntiae, Eltz.

Clavius, C.: 1589, *In Euclidis Elementa Prolegomena*, Rome.

Costabel, P.: 1987, 'Les Essais de la Méthode et la réforme mathématique', in *Le Discours et sa Méthode* (Colloque pour le 350ème anniversaire du Discours de la Méthode, publié sous la direction de N. Grimaldi et J.L. Marion, Paris, P.U.F.), pp. 213-228.

Costabel,P.: 1982, *Démarches originales de Descartes savant*, Paris, Vrin Reprise.

Costabel, P.: 1983, 'L'initiation mathématique du jeune Descartes', *Archives de Philosophie* 46, 4, pp. 637-646.

Costabel, P.: 1968, 'En relisant les 'Principes Mathématiques de la Philosphie Naturelle'', *Revue de métaphysique et de Morale*.73, N° 4, pp. 480-491.

Coulhon, T.: 1984-1985, *Mathématiques cartésiennes et mathématiques pascaliennes*, Mémoire de D.E.A., Université Paris I.

Descartes, R.: *Règles utiles et claires pour la Direction de l'Esprit et la Recherche de la Vérité*, traduction selon le lexique cartésien et annotation conceptuelle par Jean-Luc Marion, avec de notes mathématiques de Pierre Costabel, La Haye, Martinus Nijhoff, 1977.

Descartes, R.: *Oeuvres et lettres*, textes présentés par A. Bridoux, Edition de la Pleïade, Paris, Gallimard, 1953.

Descartes, R.: *L'entretien avec Burman*, édition, traduction et annotation par J.M. Beyssade, suivi d'une étude sur RSP ou Le monogramme de Descartes, Paris, PUF, 1981.

Descartes, R.: *Oeuvres*, édition Adam-Tannery, Paris, Vrin.

Descartes, R.: *Discours de la Méthode*, texte et commentaire par E. Gilson, Paris, Vrin, 1962.

Foucher de Careil: 1859, *Oeuvres Inédites* de Descartes, précédées d'une introduction sur la Méthode, Paris, Auguste Durand.

Granger, G.: 1981, 'Philosophie et mathématique leibniziennes', *Revue de Métaphysique et de Morale* N° 1, pp. 1-37.

Hadamard, J.: 1945, *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, Paris, Gauthier Villars, éd 1975.

Hamelin, O.:1 921, *Le système de Descartes*, Paris, Félix Alcan.

Heath, T.: 1956, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, 3 Vol., Second Edition Unabriged, New York, Dover.

Heath, T.: 1921, *A History of Greek Mathematics*, 2 vol. New York, Dover, éd. 1981.

Lebesgue, H.: 1958, *Commentaires sur l'oeuvre mathématique de F. Viète. Arithmétique. Analyse. Algèbre, Genève*, Monographies sur l'enseignement mathématique.

Lebesgue, H.: 1950, *Leçons sur les Constructions Géométriques*, Paris, Gauthier Villars, réédition Paris, Gabay, 1987.

Leibniz, G. W.: 1850-1863, *Leibnizens mathematische Schriften*, édition Gerhardt, Londres-Berlin-Halle, réédition Olms, Hildesheim, New York, 1966-1971.

Marion, J.-L.: 1975, 'Heidegger et la situation métaphysique de Descartes', *Archives de Philosophie* 38, 253-265.

Marion, J.-L.: 1981, *Sur l'ontologie grise de Descartes*, Paris, Vrin.

Milhaud, G.: 1921, *Descartes savant*, Paris, Félix Alcan.

Ritter, F.: 1895, 'François Viète, inventeur de l'Algèbre moderne, 1540-1603. Essai sur sa vie et son oeuvre', *Revue Occidentale Philosophique, sociale et politique*, 2nd ser., 10, 234-274, 354-415.

Röd, W.: 1987, 'L'explication rationnelle, entre méthode et métaphysique', in *Le Discours et sa Méthode* (Colloque pour le 350ème anniversaire du Discours de la Méthode, publié sous la direction de N. Grimaldi et J.L. Marion, Paris, P.U.F.), pp 89-108.

Rodis-Lewis, G.: 1971, *L'Oeuvre de Descartes*, 2 Vol, Paris, Vrin.

Rodis-Lewis, G.: 1987, 'Descartes et les Mathématiques au collège. Sur une lecture possible de J.P. Camus', Suivi de Clavius, extraits des *Prolègomènes aux disciplines mathématiques* (traduits par Michèle Beyssade), in *Le Discours et sa Méthode* (Colloque pour le 350ème anniversaire du Discours de la Méthode, publié sous la direction de N. Grimaldi et J.L. Marion, Paris, P.U.F.), pp. 187-212.

Rodis-Lewis, G.: 1991, 'Le premier registre de Descartes (II)', *Archives de Philosophie* 54, N° 4, 639-657.

Serfati, M.: 1987, 'La question de la Chose. Mathématiques et écriture symbolique', in *Actes du colloque d'Histoire et d'Epistémologie des Mathématiques*, Publication de l'IREM de Strasbourg, Université Louis Pasteur, 309-335.

Serfati, M.: 1993, 'Les Compas cartésiens', *Archives de Philosophie* 56, 197-230.

Serfati, M.: 1992, *Quadrature du cercle, Fractions continues et autres contes*, Paris, Association des Professeurs de Mathématiques.

Serfati, M.: 1989, 'Autour de l'axiome du Choix', in *Actes du colloque Epistémologie et Histoire des Mathématiques*, Besançon, Publication de l'IREM de Lyon, 377-386.

Viète, F.: 1630, *Isagoge en l'Art Analytic*, traduction de J.L. de Vau-Lézard, Paris, Jacquin, réédition Corpus des Oeuvres de Philosophie en langue française, Paris, Fayard, 1986.

Viète, F.: *Oeuvres Mathématiques*, Première Partie, traduction complète du latin en français (souvent pour la première fois), avec un avertissement et des notes, par J. Peyroux, A.Blanchard, Paris, 1991.

Vuillemin, J.: 1960, *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, Paris, PUF.

Weber, J.P.: 1964, *La constitution du texte des* Regulae, Paris, SEDES.

Weber, J.P.: 1972, 'La méthode de Descartes,d'après les *Regulae*', *Archives de Philosophie* 35-1, 51-60.