DEFINITION, THEORIE DES OBJETS ET PARACONSISTANCE†

(*Definition, Objects' Theory and Paraconsistency*)

Newton C.A. DA COSTA*
Jean-Yves BÉZIAU**

Article reçu: 1996.3.21.
Version finale: 1997.11.27.

* Instituto de Estudos Avançados, Universidade de São Paulo, Av. Prof. Luciano Gualberto, trav. J, 374, 05508-900 São Paulo, SP, Brasil. Email: ncacosta@usp.br
** LNCC/CNPq (Laboratório Nacional de Computacão Científica), Avenida Getulio Vargas 333, 25651-070 Petropolis, RJ, Brasil. Email: jyb@alpha.lncc.br

BIBLID [0495-4548 (1998) 13: 32; p. 367-379]

RÉSUMÉ: Trois sortes de définitions sont présentées et discutées: les définitions nominales, les définitions contextuelles et les définitions amplificatrices. On insiste sur le fait que l'élimination des définitions n'est pas forcément un procédé automatique en particulier dans le cas de la logique paraconsistante. Finalement on s'intéresse à la théorie des objets de Meinong et l'on montre comment elle peut être considérée comme une théorie des descripteurs.

Descripteurs: définition, paraconsistance, théorie des objets, Meinong.

ABSTRACT: *Three kinds of definitions are presented and discussed: nominal definitions, contextual definitions, amplifying definitions. It is emphasized that the elimination of definitions is not necessarily straightforward in particular in the case of paraconsistent logic. Finally we have a look at Meinong's theory of objects and we show how it can be considered as a theory of descriptors.*

Keywords: *definition, paraconsistency, objects' theory, Meinong.*

SOMMAIRE

1. Introduction

Lorsque l'on construit un langage formel, on utilise des définitions inductives pour caractériser les différentes catégories linguistiques. Bien souvent les définitions ne sont pas faites par induction simple, mais par induction simultanée. C'est ce qui se passe, par exemple, lorsque le langage contient comme symboles primitifs des opérateurs formant des termes par liaison de variables, tels que le symbole ε de Hilbert.

Dans les langages que nous allons considérer, il y a deux catégories d'expressions (successions finies (d'occurrences) de symboles primitifs): les termes et les formules. Dans les termes, les variables peuvent être liées ou libres, de même une formule peut être ouverte ou fermée (énoncé).

On peut distinguer quatre types d'opérateurs lieurs de variables (OLIV):

1) Opérateurs qui engendrent des termes par liaison de variables (OLIV-T)

11) Par liaison de variables termiques (OLIV-T(T)): l'opérateur d'abstraction λ de Church.

12) Par liaison de variables formiques (OLIV-T(F)): l'opérateur ε de Hilbert, le descripteur ι, le classificateur $\{ : \}$ et le circonflexe ^ de Russell.

2) Opérateurs qui engendrent des formules par liaison de variables. OLIV-F

21) Par liaison de variables termiques (OLIV-F(T)): l'opérateur $\downarrow$ qui lorsqu'on l'applique au terme fx (qui représente la valeur de x par la fonction f) signifie que f converge (théorie de la récursion).

22) Par liaison de variables formiques (OLIV-F(F)): les quantificateurs.

Il est évident que l'on peut étendre cette classification aux opérateurs qui lient simultanément plusieurs variables du même genre et même de genres différents (ces derniers ne seront pas envisagés ici).

Par ailleurs, en utilisant le carré de Bourbaki, $\square$, on peut éliminer les variables liées. Ici nous emploierons la méthode de Bourbaki et supposerons que dans le langage objet il n'y a pas de variables liées.

La classe des symboles logiques des langages dont nous allons nous occuper contiendra toujours les symboles suivants: $\rightarrow$ (implication), $\wedge$ (conjonction), $\vee$ (disjonction), $\neg$ (négation), $\leftrightarrow$ (équivalence), $\forall$ (quantificateur universel), $\exists$ (quantificateur existentiel), $\square$ (carré bourbachique), ((parenthèse gauche),) (parenthèse droite) et une classe énumérable de symboles qui fonctionneront comme des variables libres et que nous dénoterons par des lettres: x, y, z, etc.

A l'aide de symboles supplémentaires (symboles de prédicat, symboles de fonctions, opérateurs lieurs de variables), on construit toute une classe de langages dont nous allons nous occuper ici. Les constructions d'expressions se font toujours par induction (simple ou simultanée) et déterminent les expressions qui sont des termes et celles qui sont des formules.

Un langage une fois construit, surgit la question: comment sont introduits de nouveaux symboles afin de faciliter sa manipulation?

Ce procédé couramment utilisé, par exemple dans la théorie des ensembles -où l'on manipule une grande quantité de symboles non-logiques autres que le symbole primitif d'appartenance, e, tels que le symbole bourbachique, ø- n'est souvent pas explicité, comme s'il allait de soi. Cependant tout n'est pas si simple et pour rendre rigoureux ce procédé, une analyse assez subtile est nécessaire.

Ici nous analyserons ce processus d'introduction par l'intermédiaire d'une classification ternaire des définitions: les définitions nominales ou abréviatives, les définitions contextuelles et les définitions amplificatives ou à la Lesniewski.

Seules ces dernières procèdent par ajout de nouveaux symboles dans le langage objet, ce qui résulte de l'extension de ce dernier, dans les deux autres cas les nouveaux symboles sont des symboles métalinguistiques.

2. *Définition nominale ou abréviative*

Les définitions nominales ou abréviatives sont des conventions pour désigner une certaine combinaison de symboles du langage-objet par une autre combinaison différente dans le métalangage. Selon Russell, il ne s'agit de rien d'autre que d'une pure convention typographique.

Exemples:

(ExN1) Chez Bourbaki la séquence $\exists x(x \in y)$ abrège la séquence $\exists(\square \in y)$.

Comme le dit Bourbaki (Bourbaki 1970, p. 35), la lettre x ne figure pas dans l'assemblage *désigné* par $\exists x(x \in y)$.

(ExN2) $\varnothing =_{\mathrm{def}} \{x : x \neq x\}$

Lorsque cette définition est interprétée comme étant une définition abréviative, le symbole $=_{\mathrm{def}}$ ne fait pas partie du langage-objet mais du métalangage. Pour éviter toute ambiguité, il est préférable alors d'utiliser un autre symbole, par exemple $\equiv$, pour employer une convention similaire à celle qui consiste à utiliser le symbole $\Rightarrow$ comme symbole métalinguistique pour l'implication métalinguistique, symbole différent de celui de l'implication du langage-objet, $\rightarrow$.

Cependant même si cette définition est considérée comme une définition abréviative, il est nécessaire pour qu'elle soit rigoureuse que la manipulation de l'abstracteur soit fixée, que ce soit par une définition contextuelle ou réelle (voir les sections suivantes).

(ExN3) $(x \neq y) \equiv_{\mathrm{def}} \neg(x = y)$

Dans la définition nominale ci-dessus, de même que dans (ExN2), les deux termes de l'égalité métalinguistique font partie du métalangage, en particulier $\neq$ aussi bien que $=$ sont des symboles métalingusitiques; le métalangage contient notamment le langage-objet.

3. Définition contextuelle

C'est à Russell que l'on doit la notion de définition contextuelle (voir par exemple l'introduction des *Principia Mathematica*). Lorsque l'on définit contextuellement un symbole, on fournit déjà une méthode permettant de l'éliminer: le symbole défini n'est donc, comme l'a dit Russell, qu'une fiction symbolique, dont on peut en principe se passer. Comme il définit la notion de classe ou d'ensemble et les concepts mathématiques usuels contextuellement, la mathématique tout entière -du moins la partie non-logique de la mathématique- se réduirait selon lui à la manipulation de telles fictions, un corps théorique purement fictionel.

Toutefois cette déclaration spectaculaire n'échappe pas à une critique qui réduit sensiblement sa portée. Car si on veut que la notion de définition contextuelle fonctionne vraiment (cas où le descripteur ne désigne rien), elle ne peut pas aisément être interprétée comme une définition réelle, il s'agit alors d'un genre de définition similaire à la définition abréviative, qui s'opère au niveau du métalangage, mais alors les fictions de Russell ne sont des fictions qu'au niveau du langage-objet, abstraction faite du métalangage qui sert à sa manipulation dans laquelle ces fictions sont bien "réelles"; elles sont alors, au niveau métalinguistique introduites comme des définitions réelles par extension du métalangage.

Quoiqu'il en soit des définitions contextuelles telles que celles de l'abstracteur et du descripteur sont indispensables pour rendre compte de la façon dont on traite usuellement du langage de la théorie des ensembles ZF, contenant comme seul symbole primitif non-logique, le symbole péanien, $\in$.

Il n'est donc peut-être pas inutile de rappeler ces définitions, à titre d'exemples de définitions contextuelles:

(ExC1) *Abstracteur*

$$\hat{x}\ \phi x \equiv_{\mathrm{def}} \iota y(\forall x(x \in y \leftrightarrow \phi x)$$

(ExC2) *Descripteur*

$$\phi(\iota x \psi x) \equiv_{\mathrm{def}} \exists t(\phi t \wedge \psi t \wedge \forall y(\psi y \rightarrow t = y)$$

La définition ci-dessus signifie que si dans la formule ϕ (le contexte) figure l'expression $\iota x \psi x$ (le descripteur) en tant que terme, alors les occurrences du descripteur peuvent être éliminées du contexte suivant l'expression figurant à gauche de l'égalité définitionnelle.

On dit que la description $\iota x \psi x$ décrit ou dénote l'unique objet ayant la propriété ψ si un tel objet existe, i.e. si l'on peut démontrer la formule $\exists! x \psi x$, dans la cas contraire $\iota x \psi x$ ne décrit ou ne dénote rien (mais il y a d'autres possibilités).

Dans la définition du descripteur, il n'apparaît pas clairement quelle est l'expression par rapport à laquelle se fait l'élimination, car $\iota x \psi x$ peut apparaître dans différentes sous-formules de ϕ et cette dernière est peut-être elle-même sous-formule d'autres formules. De plus, lorsque $\iota x \psi x$ a plus de deux occurrences dans ϕ, l'ordre d'élimination n'est pas déterminé. Les choses se compliquent encore lorsqu'il y a plusieurs descripteurs dans ϕ.

On peut cependant prouver (pour la logique classique et pour bien d'autres logiques telle que la logique intuitionniste) que quelle que soit la façon dont on opère l'élimination, on obtient des formules logiquement équivalentes (en logique classique et dans bien d'autres logiques, telle que la logique intutionniste). La preuve est en principe facile bien que quelque peu tortueuse.

Lorsque le descripteur ne décrit rien, les différentes façons de l'éliminer peuvent conduire à des résultats différents. Un des exemples favoris de Russell concerne la loi d'identité:

Considérons la formule $\neg(\iota x\psi x = \iota x\psi x)$. Si l'élimination simultanée des deux occurrences de $\iota x\psi x$ est opérée dans la formule toute entière, on a: $\exists t(\neg(t = t) \wedge \psi t \wedge \forall y\psi y \rightarrow y = t)$. Toutefois si on élimine simultanément les deux occurrrences de $\iota x\psi x$ de $\iota x\psi x = \iota x\psi x$ et on prend ensuite la négation, on obtient $\neg\exists t(t = t \wedge \psi t \wedge \forall y\psi y \rightarrow y = t)$.

Dans une logique paraconsistante basée sur le système $C_1^=$ (da Costa 1964a) , même lorsque le descripteur dénote, il y a plusieurs façons de l'éliminer qui ne sont pas équivalentes, au sens où elles ne conduisent pas nécessairement à des formules logiquement équivalentes. Cela résulte du fait que $\phi \leftrightarrow \psi \nvdash \neg(\gamma(\phi) \leftrightarrow \gamma(\psi))$. Il est alors utile de supposer que toutes les éliminations possibles sont équivalentes entre elles.

Dans une logique paraconsistante dans laquelle il y a une relation de congruence non triviale, comme dans l'extension C1+ de C_1 (voir Béziau 1990), on peut opter pour une solution plus naturelle en considérant que le descripteur se comporte bien, les éliminations aboutissent alors toutes au même résultat comme dans le cas classique.

Cependant quelle que soit la logique en jeu, classique ou non, on peut également rendre univoque la notion d'élimination d'une occurrence d'un description donnée, en commençant l'élimination dans la plus petite formule dans laquelle elle apparaît. Et lorsqu'il y a plusieurs descriptions, on peut fixer un ordre d'élimination entre elles, en commençant par exemple par la gauche.

L'introduction du descripteur (et d'autres opérateurs), au lieu d'être effectuée contextuellement, peut être effectuée en considérant le descripteur comme symbole primitif (voir da Costa 1964b, Rosser 1953, Leisering 1969).

En logique classique cette méthode est pratiquement équivalente à la méthode contextuelle; cependant dans certaines logiques paraconsistantes, similaires à $C_1^=$, il y a des différences (du fait que le théorème de remplacement n'y est pas valable).

La théorie des descriptions D_1, prolongement de $C_1^=$, munie du descripteur comme symbole primitif, a comme postulats spécifiques les postulats suivants:

$$\iota x\phi x = \iota y\phi y$$
$$\forall x(\phi x \leftrightarrow \psi x) \rightarrow \iota x\phi x = \iota x\psi x$$
$$\exists! x\phi x \rightarrow \phi(\iota x\phi x)$$

auxquelles nous pouvons ajouter encore:

$$\exists! x\phi x \rightarrow \iota x\phi x = \iota x(x \neq x)$$

Au sujet de D_1 voir (da Costa 1964b).

4. Définition amplificatrice ou à la Lesniewski

Ce sont les définitons les plus usuelles. On étend le langage par l'introduction de symboles *nouveaux*, par exemple de nouveaux termes (en particulier des constantes), prédicats, etc.

On attribue communément au célèbre logicien polonais S. Lesniewski, l'idée de telles définitions. Notre but ici n'est cependant pas de faire de l'exégèse. Nous renvoyons le lecteur intéressé à l'édition anglaise des oeuvres de Lesniewski qui contient notamment une très bonne bibliographie (Lesniewski 1992).

(ExR1) Dans la théorie de ZF, *avec le classificateur comme symbole primitif*, on ajoute le symbole ø au moyen de la définition suivante qui fonctionne comme un axiome:

$$\emptyset = \{x : x \neq x\}$$

Tous les symboles font partie du langage-objet, en particulier le symbole =.

(ExR2) $Reg(x) \leftrightarrow x \neq \emptyset \rightarrow \exists y(y \in x \wedge x \cap y = \emptyset))$

Ici *Reg* est un nouveau symbole de prédicat monadique. Alors que la définition (ExR1) était effectuée grâce au symbole d'identité, elle est ici effectuée grâce au symbole d'équivalence. En logique classique dans les deux cas ces définitions permettent de remplacer dans n'importe quelle formule le *definiens* par le *definendum*, ou vice-versa, en obtenant des formules logiques équivalentes.

(ExR3) Si dans notre langage figure déjà le symbole ε de Hilbert comme symbole primitif, on définit le descripteur comme suit:

$$\iota x \phi x = \varepsilon x(\phi x \wedge \exists ! x \phi x)$$

Dans les définitions réelles on doit prendre certaines précautions relativement aux variables. De telles définitions satisfont également à certaines conditions d'élimination et les langages étendus obtenus sont des extensions conservatrices de la logique classique du langage de départ (voir par exemple Suppes 1960). L'adjectif "ampfificatrice" doit donc être compris à sa juste mesure: on amplifie le langage mais non le pouvoir déductif.

Ces considérations sont également valables pour la logique paraconsistante moyennant des adaptations appropriées. En particulier si l'on a affaire à une logique dans laquelle le théorème de remplacement n'est pas valable, telle que $C_1^=$, on doit prendre des mesures afin de pouvoir substituer *definiens* et *definiendum.*

5. Théorie des objets de Meinong

La théorie des objets de Meinong est une des théories les plus débattues et critiquées (voir par exemple (Grossmann 1974) et (Routley 1980)).

Nous ne prétendons pas ici nous livrer à une exégèse de l'oeuvre de Meinong, mais seulement l'examiner à partir d'un point de vue particulier. Pour commencer nous résumerons ses traits principaux.

Pour Meinong un objet est tout ce de quoi on peut parler: Napoléon, le numéro 2, la montagne d'or, le cercle carré, etc. Il y a plusieurs sortes d'objets: ceux situés sans l'espace-temps (objets physiques ou réels), les objets abstraits (nombres, figures géométriques), les objets possibles (la montagne d'or, l'actuel Roi du Brésil), les objets impossibles (le cercle carré, le plus grand nombre premier). Certains objets *existent* (les objets réels et abstraits) d'autres ne font que *subsister* (la montagne d'or, la sphère cubique). De plus il y a les objets *objectifs*, objets correspondant aux faits réels, possibles ou impossibles (la chute du règime soviétique, le voyage de l'homme sur Alpha du Centaure, le fait que tous les nombres transfinis soient identiques,...).

Meinong, suivant l'interprétation standard de sa doctrine, n'était pas platonicien. De même que le mathématicien n'est nullement obligé d'accepter la doctrine platonicienne, l'adepte de la théorie des objets n'est pas forcément platonicien.

On peut faire les observations suivantes:

1) Dès lors que des objets comme le cercle carré possèdent des propriétés contradictoires, comme l'a bien noté Meinong, et donc transgressent le principe de contradiction (aspect de la théorie sévérement critiquée par Russell), une logique appropriée pour la théorie des objets doit être paraconsistante (ce qui n'exclut toutefois pas la possibilité du traitement de la théorie en logique classique, laquelle cependant rejette l'existence d'une *dénotation* des descriptions des objets contradictoires).

2) De la même façon que l'on peut dire qu'il y a différentes logiques possibles, nous pouvons dire qu'il y a différentes théories des objets leur correspondant.

3) Meinong défend la thèse suivant laquelle tout objet possède les propriétés qui le déterminent (principe d'application): si α est un objet donné par la propriété ϕ, alors ϕ s'applique à α. L'analogie avec le schéma d'abstraction est flagrante et de même que du fait de certains paradoxes ce schéma doit être amputé, le principe d'application doit être restreint.

Nous proposons donc que la théorie des objets soit transformée en une théorie des descripteurs, ainsi les objets seront fournis par l'opérateur de desciption ι de Russell.

Nous allons maintenant montrer que le principe d'applicabilité ne peut être employé sans limitations, qui dépendent de la logique employée, de même qu'avec le schéma d'abstraction de la théorie des ensembles. En effet, considérons le descripteur:

$$\iota x(x = x \rightarrow \phi)$$

où ϕ est une formule quelconque. Si dans notre théorie nous avons:

$$\iota x(x = x \rightarrow \phi) = \iota x(x = x \rightarrow \phi)$$

des lois et règles de logiques très simples nous conduisent à prouver ϕ.

De même des descriptions telles que $\iota x(x \neq x)$ et $\iota x(x \neq^* x)$ causent des problèmes, respectivement en logique classique et en logique paraconsistante avec une négation forte $\neg^*$ (cf. da Costa 1964b).

Par conséquent il est nécessaire d'apporter certaines restrictions au principe d'application.

Comme nous l'avons vu, en théorie des ensembles, (ExC1), on peut définir le classificateur à partir du descripteur.

Pour avoir $\exists \iota x \forall t(t \in x \leftrightarrow \psi t)$ (i.e. $\exists\{x : \psi x\}$), on doit additionner des postulats appropriés.

La théorie des objets apparaît comme une généralisation de la théorie des ensembles si l'on considère que les ensembles sont des objets abstraits.

Etant donné la discussion précédente, nous allons esquisser une théorie générale des objets (ou des descriptions).

La question fondamentale est de savoir quand est-ce qu'une description dénote ou décrit (un objet).

Le langage que nous utiliserons contiendra, outre les symboles logiques usuels et d'éventuels symboles non logiques, le descripteur ι et le prédicat de dénotation D. $D(\iota x\phi x)$ signifie que la description dénote ou décrit. Certains postulats appropriés nous garantissent que certaines descriptions décrivent, par exemple le schéma d'abstraction nous fournit des descriptions qui dénotent des ensembles. Les postulats gouvernant ι et D sont les suivants:

1. $\iota x\phi x = \iota y\phi y$
2. $\forall x(\psi x \leftrightarrow \psi x) \rightarrow \iota x\phi x = \iota x\psi x$
3. $D(\iota x\phi x) \rightarrow \phi(\iota x\phi x)$
4. $\exists! x\phi x \rightarrow D(\iota x\phi x)$

Dans cette théorie nous avons introduit le descripteur comme symbole primitif. Rien n'empêche qu'on l'introduise contextuellement, mettant en évidence la nature *fictive* de la théorie des objets.

Au moyen de postulats convenables, on obtient une théorie des ensembles.

Remarquons finalement qu'à la place du descripteur, la théorie des objets peut être développée à partir du symbole ε de Hilbert, c'est-à-dire avec des descriptions indéfinies (cf. da Costa, Doria, Papavero 1991).

6. Remarques mêlées

a) Les définitions dites inductives ou récursives qui apparaissent, par exemple, en arithmétique, et en théorie des ensembles, peuvent êtres réduites à des définitions abréviatives, dès lors que le langage dans lequel on travaille est suffisamment puissant (cf. Church 1956).

b) La même chose se produit avec les définitions par postulat. Ainsi, pour donner un exemple, la notion de groupe se ramène à une définition nominale de l'espèce de structures de groupe (au sens de Bourbaki 1970).

c) Similairement, les définitions par abstraction sont réductibles à des définitions nominales, comme dans le cas des définitions des nombres naturels suivant Frege-Russell.

d) En général, les définitions nominales peuvent être transformées en définitions réelles et vice-versa.

e) Lorsqu'une théorie est étendue au moyen de définitions réelles, le mieux est de la considérer comme la classe de toutes ses extensions par définition. Ainsi, par exemple, il y aurait une seule théorie hilbertienne de la géométrie euclidienne. Dans une deuxième étape, on pourrait considérer la géométrie en question comme la totalité des extensions de ces classes; à variation de langage près, il n'y aurait qu'une seule géométrie euclidienne.

f) En réalité, les disciplines formelles (logique et mathématique) peuvent être englobées dans une théorie générale de la définition, comme on peut aisément le constater.

7. Conclusion

Comme on le voit la théorie de la définition est du plus grand intérêt tant d'un point de vue philosophique que d'un point de vue logico-mathématique. Cependant son apparente évidence l'a pour le moins marginalisée et par exemple les travaux de Krasner (Krasner 1957, 1958) où cette notion apparaît centrale sont restés méconnus non seulement du fait de "l'hermétisme total de la symbolique krasnérienne" (Poizat 1986) mais surtout par l'incapacité à saisir l'intérêt d'une approche définitioniste de la mathématique. Le développement de certaines logiques, comme la logique paraconsistance nous permet toutefois de jeter un nouveau regard sur la théorie de la définition, mettant en évidence certaines subtilités propices à faire renaître l'intérêt pour cette théorie.

Remerciments

Les auteurs tiennent à remercier les rapporteurs anonymes pour leurs pertinentes remarques.

Notes

† Travail réalisé grâce à une bourse du Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique et de l'Académie Suisse des Sciences Techniques.

BIBLIOGRAPHIE

Béziau, J.-Y.: 1990, 'Logiques construites suivants les méthodes de da Costa', *Logique et Analyse* 131-132, 259-272.
Bourbaki, N.: 1970, *Théorie des ensembles*, Paris, Hermann.
Church, A.: 1951, *The calculi of lambda-conversion*, Princeton, PUP.
Church, A.: 1956, *Introduction to mathematical logic*, Princeton, PUP.
da Costa, N.C.A.: 1964a, 'Calculs des prédicats pour les systèmes formels inconsistants', *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* 258, 1111-1113.

da Costa, N.C.A.: 1964b, 'Calculs de descriptions pour les systèmes formels inconsistants', *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* 258, 1366-1368.

da Costa, N.C.A., Doria, F.A. et Papavero, N.: 1991, 'Meinong's theory of object and Hilbert's ϵ-symbol', *Reports on Mathematical Logic* 25, 119-132.

Grossman, R.: 1974, *Meinong*, Londres, Routledge & Kegan Paul.

Krasner, M.: 1957-1958, 'Théorie de la définition I, II', *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, vol. 36, 323-357; vol. 37, 55-101.

Leisering, A.C.: 1969, *Mathematical logic and Hilbert's ε–symbol*, Londres, MacDonald.

Lesniewski, S.: 1992, *Collected works*, S. Surma et al. (eds.), Dordrecht, Kluwer.

Poizat, B.: 1986, 'A l'Ouest d'éden', *Journal of Symbolic Logic* 51, 795-816.

Rosser, J.B.: 1953, *Logic for mathematicians*, New-York, MacGraw-Hill.

Routley, R.: 1980, *Exploring Meinong's jungle and beyond*, Canberra, Australian National University.

Suppes, P.: 1960, *Introduction to logic*, van Nostrand.

Suppes, P.: 1960, *Axiomatic set theory*, van Nostrand.

Whitehead, A.N. et Russell, B.: 1927, *Principia Mathematica*, second edition, Cambridge, CUP.

Newton C.A. da Costa is considered as the founder of Paraconsistent Logic, but his forty years of researches include also algebraic logic, model theory, foundations of physics, philosophy of sciences. He has published more than two hundreds papers and four books (see e.g. *Logiques classiques et non classiques*, Paris, Masson, 1997).

Jean-Yves Béziau is PhD in Mathematical Logic (University of Paris 7) and PhD in Philosophy (University of São Paulo). He was a fellow researcher at the University of Wroclaw (Poland) and at UCLA. He his mainly working in Universal Logic (see e.g. 'Universal Logic', in T.Childers and O.Majer (eds.): 1994, *Logica'94*, Prague, 73-93).