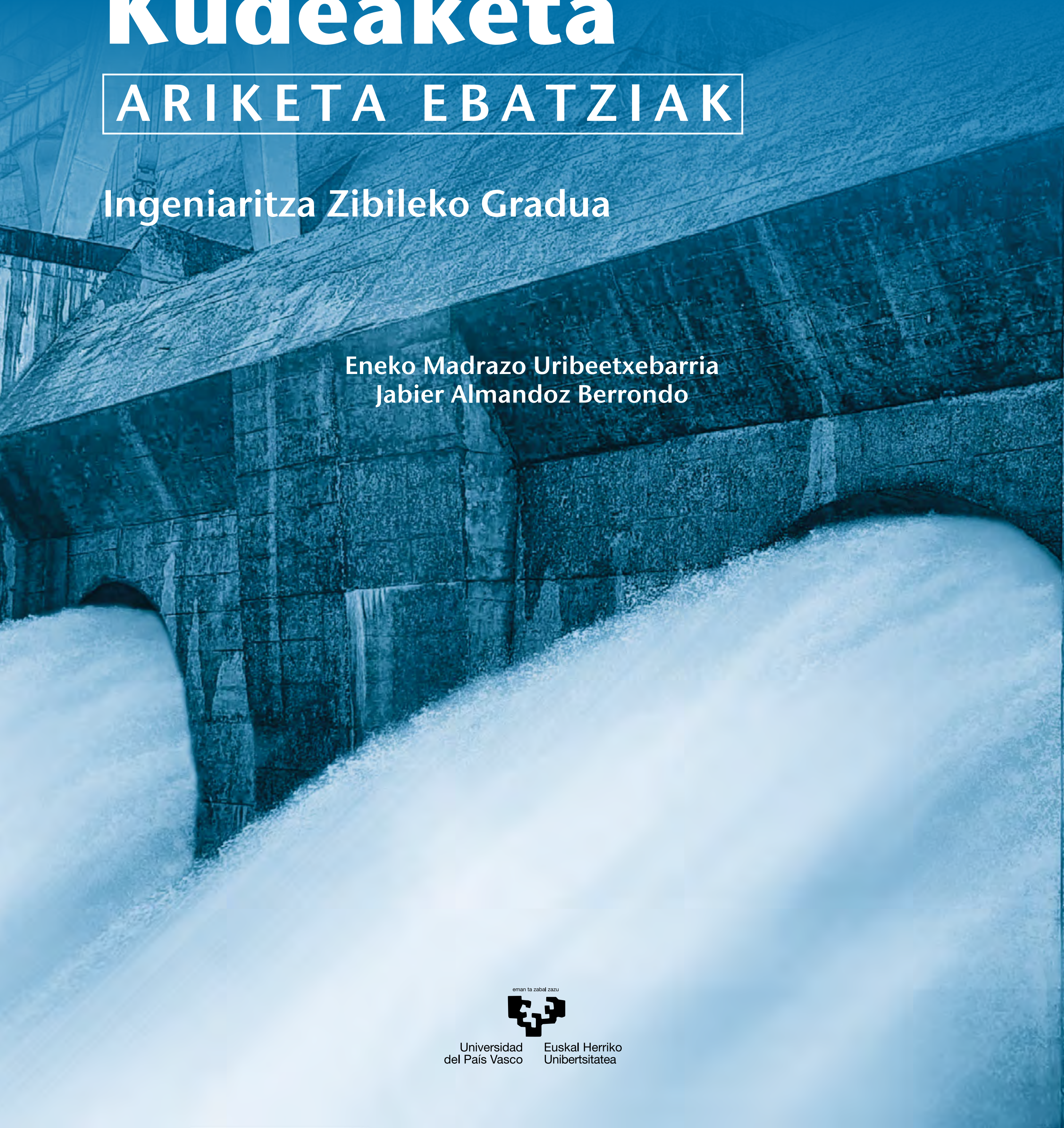
Baliabide eta Instalazio Hidraulikoen Kudeaketa

ARIKETA EBATZIAK

Ingeniaritza Zibileko Gradua



Eneko Madrazo Uribeetxebarria
Jabier Almandoz Berrondo

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Baliabide eta Instalazio Hidraulikoen Kudeaketa

ARIKETA EBATZIAK

Eneko Madrazo Uribeetxebarria
Jabier Almandoz Berrondo

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

CIP. Unibertsitateko Biblioteka

Madrazo Uribeetxebarria, Eneko

Baliabide eta instalazio hidraulikoen kudeaketa [Recurso electrónico]: ariketa ebatziak /Eneko Madrazo Uribeetxebarria, Jabier Almandoz Berrondo. - Datos. – Bilbao : Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea, Argitalpen Zerbitzua = Servicio Editorial, [2020]. – 1 recurso en línea : PDF (120 p.)
Modo de acceso: World Wide Web
ISBN: 978-84-1319-130-0.

1. Recursos en agua – Explotación. 2. Obras hidráulicas – Problemas y ejercicios. 3. Centrales hidroeléctricas. I. Almandoz Berrondo, Francisco Javier, coautor.

(0.034)627(076.39

UPV/EHUko Euskara Zerbitzuak sustatua eta zuzendua, Euskarazko ikasmaterialgintza sustatzeko deialdiaren bitartez.

ISBN: 978-84-1319-130-0

Laburpena

Liburu hau *Baliabide eta Instalazio Hidraulikoen Kudeaketa* ikasgaiko ariketa ebatzien bilduma da, hain zuzen ere, Bilboko Ingeniaritza Eskolan ematen den *Ingeniaritza Zibileko Gradua*ren hirugarren mailan irakasten den ikasgaikoa. Liburuan ez da soilik proposatutako ariketak nola ebazten diren azaltzen, baizik eta horiek ulertzeko beharrezko diren oinarrizko kontzeptu batzuk ere azaltzen dira. Ikasgaiko gaiak kontuan hartuta, ariketa sorta sei kapitulutan dago banatua. Lehen bi kapituluek uraren edo baliabidearen ezagutzarekin dute lotura, ekaitzek sortutako uraldiak eta horien iragatea baitituzte oinarri. Hurrengo hiru kapituluek obra hidraulikoak lantzen dituzte, baliabidea kudeatzeko ezinbestekoak. Azken kapituluak zentral hidroelektrikoekin lotura duten kontzeptuak jorratzen ditu.

Resumen

La presente obra es una colección de problemas de examen resueltos, correspondiente a la asignatura de *Gestión de Recursos e Instalaciones Hidráulicas*, impartido en el *Grado de Ingeniería Civil* de la Escuela de Ingeniería de Bilbao. El libro no solo recoge las resoluciones de los problemas propuestos, sino que también se introducen algunos conceptos básicos para entenderlos. En base al temario de la asignatura, la colección se ha dividido en seis capítulos. Los dos primeros están relacionados con el agua o el conocimiento del recurso, pues se basan en las avenidas generadas por las tormentas y su tránsito. Los tres siguientes desarrollan las obras hidráulicas necesarias para gestionar el recurso. El último desarrolla conceptos relativos a las centrales hidroeléctricas.

Abstract

The present work is a collection of solved exam problems, corresponding to the subject of *Management of Resources and Hydraulic Facilities*, taught in the *Civil Engineering Grade* of the Bilbao Engineering Faculty. The book not only includes the resolutions of the proposed problems, but also introduces some basic concepts to understand them. Based on the discipline topics, the collection has been divided into six chapters. The first two are related to the understanding of water or resource, since they are based on the floods generated by storms and their routing. The next three develop the hydraulic works needed to manage the resource. The latter develops concepts relating to hydropower plants.

Gaien aurkibidea

Hitzaurrea

Gizakion bizitzan ezinbesteko elementua da ura, eta ez kontsumorako soilik, agerikoak ez diren beste erabilera ugaritan ere garrantzi handia baitu; esaterako, elektrizitatea sortzeko. Oinarrizko elementua izanik ere, sarri ahazten zaigu —batez ere, gizarte aurreratuenetan— haren eskuragarritasuna ez dagoela bermatua: ura ez da baliabide amaigabea.

Hori dela eta, azpiegitura ugari behar da ur-eskaria bermatzeko, dela edateko edo dela argindarra sortzeko. Horrela, bada, azpiegitura horiei *obra hidrauliko* deritzegu . Horietan esanguratsuenak dira ura gordetzekoak eta ura garraiatzekoak; biak ala biak dira behar-beharrezkoak plangintza hidrologikoan.

Gainera, zentral hidroelektrikoak ezinbestekoak dira uraren energiari etekina atera eta sare elektrikoa behar bezala hornitzeko. Azpiegitura horiek ere garrantzi handikoak dira uraren kudeaketan, baliabidearen beste erabilerak baldintza ditzakete eta. Dena den, ezingo genuke inolako azpiegiturarik behar bezala diseinatu ongi ulertu gabe ura nola mugitzen den gure lurraldean.

Horrenbestez, eskuartean duzun dokumentu honek uraren kudeaketa, obra hidraulikoak eta zentral hidroelektrikoak ulertzeko baliagarri diren kontzeptuak lantzea du helburu, horretarako diseinatuak izan diren ariketa ebatzien bidez. Horietan, ariketaren soluzio xehea ez ezik, zenbait kontzeptu teoriko ere azaltzen dira, irakurleak arazorik gabe jarrai ditzan.

Ariketak, hain zuzen ere, Bilboko Ingeniaritza Eskolan ematen den *Ingeniaritza Zibil*eko hirugarren mailan irakasten den *Baliabide eta Instalakuntza Hidraulikoen Kudeaketa* ikasgaiko azterketa-ariketak dira. Hala, ikasgaiko gaiak kontuan hartuta, ariketa sorta sei kapitulutan dago banatua. Lehen bi kapituluek uraren edo baliabidearen ezagutzarekin dute lotura, ekaitzek sortutako uraldiak eta horien iragatea aztertzen baitituzte. Hurrengo hiru kapituluek obra hidraulikoak lantzen dituzte. Azken kapituluak, zentral hidroelektrikoen kontzeptuak jorratzen ditu.

1. kapitulua

Euria-isurketa modelizazioa

Arestian aipatu diren obra hidraulikoak —presa, ubide eta zentralak, batez ere—, ibilgu jakin batetik hurbil txertatu ohi dira. Euri asko egiten duenean, ezohiko emariak sortzen dira ibilgu horietan, ur-mailaren aparteko gorakada eraginez. Horrek kaltetu egin ditzake obra hidraulikoak, behar bezala diseinatu ezean. Horrenbestez, ezinbestekoa da aurreikustea nolakoak izango diren ibilguetan sor daitezkeen ohiz kanpoko uraldiak.

Aurreikuspen horiek, baina, ez dira errazak, faktore ugari baitira euria-isurketa transformazio-prozesuan eragina dutenak. Nolanahi ere, eredu ugari daude eraldaketa hori irudikatzeko gai direnak, horretarako sinplifikatuz errealitatean gertatu ohi diren prozesuak. Edonola ere, gehienak oinarritzen dira sarrerako ekaitz edo euri batean, eta hartatik ondorioztatzen dute arroa bateko irteera-puntuan izango den emaria edo hidrograma.

Hain zuzen ere, hori da kapitulu honetan landuko dena: nola lortu arroa baten irteeran edo kontrol-puntuan diseinu-uraldiaren hidrograma, obra hidrauliko jakinaren dimentsionamendurako oinarrizkoa, aurretik izan diren ekaitzetako prezipitazio-datuetan oinarriturik (inguruko plubiometroek emango dizkigute datu horiek).

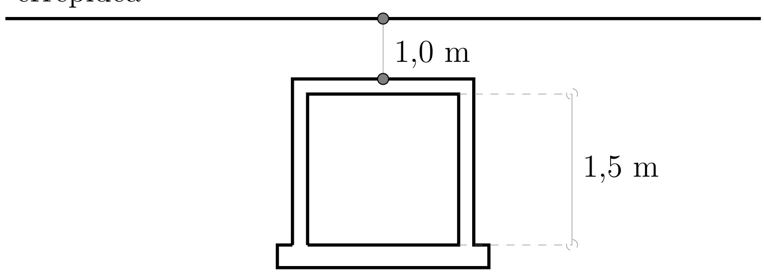
Horrela, bada, lehen ariketan ereduetan sinpleena aplikatzen da, hots, metodo arrazionala. Hori da, hain zuzen ere, errepideetako azaleko drainatzearen araudian erabiltzen dena Espainiako estatuan. Era berean, *hidrograma unitarioa* da erabiltzen den beste metodo bat arroa bateko irteeran hidrograma kalkulatzeko, erraz aplika baitakieke ekaitz ezberdinei. Hori dela eta, beste hiru ariketa daude kontzeptu hori lantzen dutenak: bata dekonboluzioaren bidez, bestea hidrograma unitario baten denbora-aldaketa eginez, eta, azkena, Clark hidrograma unitarioa kalkulatuz.

1.1. Arrazionala (Ohikoa 2017/18)

Durangotik gertu egin nahi den errepide batean, betelan txiki bat diseinatu da ibar bat gurutzatu ahal izateko. Ibarrak ibilgu bat du, libre utzi behar dena, eta sekzio errektangularreko kaxoia aurreikusi da hura libre uzteko (1.1. irudia).

Etendako arroak 28 km^2 ditu, ibilgu nagusia 13,7 km luze da, eta batez besteko malda 0,0233 m/m da. Arroaren hasierako isurketa-mugaren balioa (P_{0i}), lurrak eta landaretzak dituzten ezaugarriak kontuan hartuta, 18 mm da.

Kontuan izanik ibilgu-hondoaren zein errepide-sestraren proiektu-kotak, baita Foru Aldundiak eskatzen duen gutxieneko babesa ere (1,0 m errepide azpitik), drainatze-obraren sekzioak ezin du 1,5 metroko altuera gainditu.



1.1. irudia. Kaxoiaren eta errepidearen eskema.

(a) Azpiko pasabidea 100 urteko birgertatze aldirako diseinatuko den zeharkako obra dela joz, eta epe horri dagokion eguneko prezipitazio maximoa 158 mm dela kontuan izanik, zehaztu kaxoiaren zabalera minimoa segurtasunez hustu ahal izateko etendako arroak isurtzen duen emaria.

Zabalera zehazteko, izan kontuan kaxoiaren gaitasunak 1.1. taulakoak direla. Gainera, demagun obra inguruko plubiografoetatik lortutako F_b faktoreak 3,0 balio duela.

1.1. taula. Kaxoiaren zabaleren araberako emari-gaitasunak.

Zabalera	m	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Q	$\frac{m^3}{s}$	65	118	178	242	310	379

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Ariketa ebazteko Espainiako azaleko drainatzearen errepide instrukzioak, 5.2-IC delakoak, emandako irizpideak jarraituko dira. Instrukzioak metodo arrazionala erabiltzen du, (1.11) ekuazioaren arabera. Hori aplikatzeko, hiru datu behar dira: arroaren azalera (enuntziatuan emana), isurketa-koefizientea (1.9), eta euri-intentsitatea (1.6). Azkena, intentsitatea, kalkulatuko dugu lehendabizi.

Horretarako, baina, arroaren *kontzentrazio-denbora* (1.1) behar dugu, haren arabera finkatuko baitugu ekaitzaren iraupena. Horren arrazoia da, batetik, kontzentrazio-denboraren definizioa kontuan hartuz, ekaitz-iraupen txikiagoekin emarian ez duela arroa osoaren isurketak egingo ekarpena, eta, bestetik, IDF kurbaren izaera aintzat hartuz, ekaitz-iraupen handiagoei intentsitate txikiagoa dagokiela. Beraz, arroaren kontzentrazio-denbora kalkulatuko dugu araudiak jasotzen duen (1.1) adierazpenaren arabera; izanik, L/km ibilgu nagusiaren luzera, $J/\mathrm{m\,m^{-1}}$ haren batez besteko malda, eta t_c/h arroaren kontzentrazio-denbora.

$$t_c = 0,3 \cdot \left(\frac{L}{J^{0,25}}\right)^{0,76} = 0,3 \cdot \left(\frac{13,7}{0,023^{0,25}}\right)^{0,76} = 4{,}49\,\mathrm{h} \tag{1.1}$$

Baina metodo arrazionalaren hipotesiak ez dira baliagarri 1 km^2 baino handiagoak diren arroetan. Hala, gure arroan *azalera-uniformetasun koefiziente murriztailea* (1.2) aplikatu behar zaio prezipitazioari, euriaren espazio-uniformetasun eza zuzentzeko; izanik, A/km^2 arroaren azalera. Hura kalkulatu ondoren, *eguneko intentsitate zuzendua* (1.3) adierazpenak emandakoa izango da; izanik, P_d/mm egunik edo 24 ordurik euritsuena(k) 100 urteko birgertatze-aldirako.

$$K_A = 1 - \frac{\log_{10} \cdot A}{15} = 1 - \frac{\log_{10} \cdot 28}{15} = 0,90 \tag{1.2}$$

$$I_d = \frac{P_d \cdot K_A}{24} = \frac{158\,\mathrm{mm} \cdot 0,90}{24\,\mathrm{h}} = 5{,}92\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{h}} \tag{1.3}$$

Eguneko intentsitate horri, gainera, *uhertasun-koefiziente* (1.5) bat aplikatu behar zaio, aztertzen ari garen eremuko euriaren uhertasuna kontuan hartzeko. Koefiziente hori bi koefizienteren arteko maximoa izango da, F_a eta F_b. Bigarrena inguruko plubiografoen IDF kurbatik lortzen da, baina enuntziatuak ematen du gure kasuan ($F_b = 3$).

Bestea kalkulatzeko, F_a, arroaren kontzentrazio-denbora ez ezik, arroako bi balioen arteko erlazioa behar dugu: ordubeteko intentsitate maximoa (I_1) eta 24 orduko intentsitate maximoa (I_d). Aipatutako intentsitateen arteko faktore hori araudiak berak emandako mapa batetik lortzen da; Durangon $I_1/I_d = 9$. Horrenbestez, F_a faktorearen balioa (1.4) adierazpenak emandakoa da, euriaren iraupena kontzentrazio-denbora bera denean ($t = t_c$).

$$F_a = \frac{I_1}{I_d}^{3{,}5287-2{,}5287\cdot t_c^{0,1}} = 9^{3{,}5287-2{,}5287\cdot 4{,}49^{0,1}} = 3,66 \tag{1.4}$$

Hala, eguneko prezipitazio maximoaren intentsitateari aplikatu beharreko faktorea zehaztuta (1.5), kalkula dezakegu intentsitatea (1.6) euri-iraupen jakinerako ($t = t_c$) eta birgertatze-aldi baterako (T=100 urte), biderkatuz aipatutako faktore zuzentzailea eta lehenago kalkulatu dugun eguneko intentsitate maximoa.

$$F_{int} = max(F_a; F_b) = max(3,66; 3) = 3,66 \tag{1.5}$$

$$I(T,t) = I_d \cdot F_{int} = 5{,}92\,\frac{\text{mm}}{\text{h}} \cdot 3,66 = 21{,}7\,\frac{\text{mm}}{\text{h}} \tag{1.6}$$

Arestian aipatu moduan, (1.11) adierazpenean erabili beharreko *isurketa-koefizientea* kalkulatuko dugu jarraian. Koefiziente horrek esango digu, lurrak dituen ezaugarrien arabera, prezipitazioaren zer portzentaje bilakatzen den isurketa zuzen. Baina, horretarako, *isurketa-muga* (1.8) behar dugu, edo azaleko isurketa hasi dadin behar den gutxieneko prezipitazioa. Hasierako-isurketa muga lur-ezaugarrien araberakoa da; gure kasuan datua da, 18 mm balio ditu.

Bestalde, hasierako isurketa-muga horri faktore zuzentzaile bat aplikatu behar zaio, (1.7) ekuazioak emandakoa. Durango 13. eremuan dagoenez (araudian jasotako maparen arabera), zeharkako drainatze bat kalkulatzen ari garenez eta birgertatze-aldia 100 urtekoa denez, araudiak emandako taulak erabiliz: $\beta_m = 0,60$ da, $\Delta_{50} = 0,15$ eta $F_T = 1,34$. Bada, kalkulatutako balio horrekin, $\beta = 0,60$, zuzendu dezakegu hasierako isurketa-muga, (1.8) adierazpenaren arabera.

$$\beta = \beta^{DT} = (\beta_m - \Delta_{50}) \cdot F_T = (0,6 - 0,15) \cdot 1,34 = 0,60 \tag{1.7}$$

$$P_0 = P_0^i \cdot \beta = 18\,\text{mm} \cdot 0,60 = 10{,}9\,\text{mm} \tag{1.8}$$

Jarraian, isurketa-koefizientea kalkulatuko dugu. Araudiak bi aukera ematen ditu koefiziente hori kalkulatzeko, $P_d \cdot K_A$ eta P_0 aldagai arteko erlazioaren arabera. Guk (1.9) adierazpena erabiliko dugu, $P_d \cdot K_A = 142{,}2\,\text{mm} > 10{,}9\,\text{mm} = P_0$ baita.

Baldintza hori betetzeak esan nahi du ekaitzak euri nahiko isurtzen duela hasierako abstrakzioak gainditzeko, eta, beraz, isurketa zuzena eragiteko. Aipatutako baldintza beteko ez balitz, $C = 0$ izango litzateke. Kontuan hartu honako balio hau aplikatzen dela isurketa zuzenaren kalkuluan: $P_d \cdot K_A / P_0 = 158 \cdot 0,90/10,9 = 13,0$.

$$C = \frac{\left(\dfrac{P_d \cdot K_A}{P_0} - 1\right) \cdot \left(\dfrac{P_d \cdot K_A}{P_0} + 23\right)}{\left(\dfrac{P_d \cdot K_A}{P_0} + 11\right)^2} \tag{1.9}$$

$$= \frac{(13,0 - 1) \cdot (13,0 + 23)}{(13,0 + 11)^2} = 0,75$$

Halaber, gogoan izan behar da, baita ere, prezipitazioaren denbora-banaketa ez dela uniformea ekaitzak irauten duen bitartean; hots, ekaitzek ez dute intentsitate konstantea izaten. Hori dela eta, *uniformetasun-koefiziente* (1.10) bat ere kalkulatzen da; izanik t_c/h arroaren kontzentrazio denbora.

$$K_t = 1 + \frac{t_c^{1,25}}{t_c^{1,25} + 14} = 1 + \frac{4,49^{1,25}}{4,49^{1,25} + 14} = 1,32 \tag{1.10}$$

Horrela, aipatutako balio guztiak —(1.6), (1.9), (1.10) eta azalera— formula arrazionalean aplikatzen dira (1.11). Hala, kaxoia dagoen puntuan emari maximoa lortuko dugu, eta zehaztu dezakegu, 1.1. taularen arabera, 2 metro zabal izan beharko duela kaxoiak emari horrek arazorik sor ez dezan azterketa-puntuan.

$$Q_T = \frac{I(T, t_c) \cdot C \cdot A}{3,6} \cdot K_t = \frac{21,79 \cdot 0,75 \cdot 28}{3,6} \cdot 1,32 = 168,3\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \tag{1.11}$$

1.2. Dekonboluzioa (Ezohikoa 2015/16)

Arroa jakin batean, badakigu bertako isurketa-muga zuzendua 2 mm dela, prezipitazio gordinak neurtu dira (1.2. taula).

1.2. taula. Arroan jasotako prezipitazio gordinen hietograma.

t	h	0,5	1,0	1,5
$P_{gordina}$	mm	10	4	2,5

Gainera, hidrograma bat ere neurtu da aipatutako arroari dagozkion emariak neurtzen dituen aforalekuan (1.3. taula); prezipitazio horiek eragiten duten isurketa zuzenari dagokiona, hain zuzen ere.

1.3. taula. Arroan neurtu den isurketa zuzeneko hidrograma.

t	h	0	0,5	1,0	1,5	2	2,5	3,0	3,5
Q	$\frac{m^3}{s}$	0	2	5	14	22	17	8	1

(a) Kalkulatu eta irudikatu arroaren hidrograma unitarioa (emandako hietogramari eta hidrogramari dagozkienak).

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Ariketa honetan *dekonboluzio* deiturikoa aplikatu behar da. Dekonboluzioa hidrograma unitarioa aplikatzen duen konboluzio-prozesuaren kontrakoa da, hots, eremu batean eroritako eurian eta hark eragindako isurketa zuzeneko hidrograman oinarriturik, eremu edo arroa horretako hidrograma unitarioa definitzen du.

Lehenik eta behin, hietogramari dagokion prezipitazio garbia kalkulatu behar dugu; hori izango da aforalekuan neurtu dugun isurketa zuzena sortuko duena (abstrakzioek ez dute eraginik). Hori egiteko (1.12) adierazpena erabil dezakegu, enuntziatuak emandako isurketa-muga zuzendua erabilita.

$$\Sigma P_n = \frac{(\Sigma P - P_0)^2}{\Sigma P + 4 \cdot P_0} \tag{1.12}$$

Horrela lortutako emaitzak 1.4. taulan emandakoak dira. Lehen zutabeak, t/h, prezipitazio gordinak jaso diren denbora-tarteen bukaerak adierazten ditu. Bigarren zutabea, P/mm, prezipitazio gordinak dira (10 mm jaso dira lehen ordu erdian). Hirugarrena, ΣP/mm, denbora-tarte bakoitzaren amaieraraino metatu den euri gordina da (azken ilarak adierazten du guztira 16,5 mm jaso direla). Adibidez, lehen orduaren bukaeran metatu den euri garbia:

$$[\Sigma P]_{t=1} = [\Sigma P]_{t=0{,}5} + P_{t=1} = 10 + 4 = 14\,\mathrm{mm}$$

Laugarrena, ΣP_n/mm, euri garbi metatua da, 1.12 adierazpenarekin kalkulatua, eta tarte bakoitzaren bukaeraraino jaso den euri garbi metatua adierazten du (azken ilarak adierazten du ekaitzetik 8,6 mm direla bakarrik isurketa zuzena eragin dutenak). Kalkulua, adibidez, $t = 1$ h denean:

$$[\Sigma P_n]_{t=1} = \frac{\left([\Sigma P]_{t=1} - P_0\right)^2}{[\Sigma P]_{t=1} + 4 \cdot P_0} = \frac{(14-2)^2}{14 + 4 \cdot 2} = 6{,}6\,\mathrm{mm}$$

Azken zutabeak, P_n/mm, ordu-tarte bakoitzari dagokion euri garbia adierazten du, eta aurreko zutabeko balioekin kalkulatzen da, aztertzen ari garen uneko prezipitazio garbi totalaren eta aurreko uneko prezipitazio garbi totalaren arteko balioen diferentzia eginez. Adibidez, $t = 1$ h denean:

$$[P_n]_{t=1} = [\Sigma P_n]_{t=1} - [\Sigma P_n]_{t=0{,}5} = 6,6 - 3,6 = 3{,}0\,\mathrm{mm}$$

1.4. taula. Prezipitazio garbiaren (P_n) kalkulua

t h	P mm	ΣP mm	ΣP_n mm	P_n mm
0,5	10	10	3,6	3,6
1	4	14	6,6	3,0
1,5	2,5	16,5	8,6	2,0

Bada, lortutako P_n horiek dira zuzeneko isurketa eragiten dutenak eta, ondorioz, hidrograma unitarioa kalkulatzeko erabiliko ditugunak. Horretarako, konboluzio diskretuaren adierazpena (1.13) aplikatuko dugu.

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m \cdot U_{n-m+1} \tag{1.13}$$

Hala, azken adierazpen hori baliatuz, idatz ditzakegu konboluzio diskretuaren ekuazioak (1.14) gure datuentzako. Kontuan badugu prezipitazio garbiaren 3 pultsu eta isurketa zuzenaren 7 pultsu ditugula, $m = 3$ eta $n = 7$ izango dira; beraz, ondoriozta dezakegu hidrogama unitarioak 5 pultsu ($n - m + 1 = 7 - 3 + 1 = 5$) izango dituela. Beraz, aipatutako ekuazio sistema izangoa dugu, 7 ekuaziorekin eta 5 ezezagunekin.

$$\begin{aligned}
Q_1 &= P_1 \cdot U_1 \\
Q_2 &= P_1 \cdot U_2 + P_2 \cdot U_1 \\
Q_3 &= P_1 \cdot U_3 + P_2 \cdot U_2 + P_3 \cdot U_1 \\
Q_4 &= P_1 \cdot U_4 + P_2 \cdot U_3 + P_3 \cdot U_2 \\
Q_5 &= P_1 \cdot U_5 + P_2 \cdot U_4 + P_3 \cdot U_3 \\
Q_6 &= P_2 \cdot U_5 + P_3 \cdot U_4 \\
Q_7 &= P_3 \cdot U_5
\end{aligned} \tag{1.14}$$

Baina ebatzi beharreko aldagaiak direnez hidrograma unitarioaren pultsuak (U_i) eta horien kopurua txikiagoa denez ekuazio kopurua baino, soluzioa anitza da. Adibidez, ekuazioa goitik behera ebatziko bagenu, (1.15) ekuazio-sistema lortuko genuke, eta bertatik ebatziko genituzke hidrograma unitarioaren pultsuak. Soluzio horri *A soluzio* deituko diogu.

$$\begin{aligned}
U_1 &= Q_1/P_{n1} \\
U_2 &= (Q_2 - P_{n2} \cdot U_1)/P_{n1} \\
U_3 &= (Q_3 - P_{n2} \cdot U_2 - P_{n3} \cdot U_1)/P_{n1} \\
U_4 &= (Q_4 - P_{n2} \cdot U_3 + P_{n3} \cdot U_2)/P_{n1} \\
U_5 &= (Q_5 - P_{n2} \cdot U_4 + P_{n3} \cdot U_3)/P_{n1}
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Beraz, horrela lortutako hidrograma edo A soluzioa 1.5. taulan jasotakoa da. Lehen bi balioak, adibidez, honela kalkulatuko lirateke:

$$U_1 = Q_1/P_{n1} = \frac{2\ m^3/s}{3,6\ mm} = 0,563\ \frac{m^3/s}{mm}$$

$$U_2 = \frac{(Q_2 - P_{n2} \cdot U_1)}{P_{n1}} = \frac{(5\ m^3/s - 3,0\ mm \cdot 0,563\ \frac{m^3/s}{mm})}{3,6\ mm} = 0,933\ \frac{m^3/s}{mm}$$

1.5. taula. Hidrograma unitarioa, A soluzioa.

t	h	0	0,5	1,0	1,5	2	2,5
U_i	$\frac{m^3/s}{mm}$	0	0,563	0,933	2,831	3,273	0,408

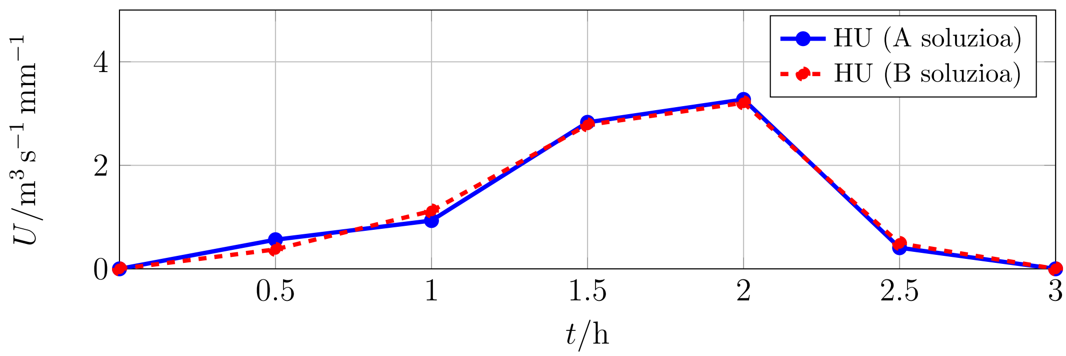
Bestalde, (1.14) ekuazio-sistema behetik gora ebatziko bagenu, ez genuke aurrekoaren soluzio bera lortuko. Horrela ebatzitako sistema (1.16) litzateke, eta lortutako hidrogramari *B soluzio* deituko diogu, izanik haren balioak 1.6. taulan jasotako hidrograma unitarioarenak.

$$\begin{aligned} U_5 &= Q_7/P_{n3} \\ U_4 &= (Q_6 - P_{n2} \cdot U_5)/P_{n3} \\ U_3 &= (Q_5 - P_{n1} \cdot U_5 - P_{n2} \cdot U_4)/P_{n3} \\ U_2 &= (Q_4 - P_{n1} \cdot U_4 - P_{n2} \cdot U_3)/P_{n3} \\ U_1 &= (Q_3 - P_{n1} \cdot U_3 - P_{n2} \cdot U_2)/P_{n3} \end{aligned} \tag{1.16}$$

1.6. taula. Hidrograma unitarioa, B soluzioa.

t	h	0	0,5	1,0	1,5	2	2,5
U_i	$\frac{m^3/s}{mm}$	0	0,376	1,119	2,781	3,208	0,491

Bi hidrogramak (1.5. eta 1.6. tauletan emandakoak) ipiniko bagenitu grafiko batean (1.2. irudia), ikus daiteke ez dagoela alde handirik soluzio bien artean.



1.2. irudia. Arroaren hidrograma unitarioak (HU).

1.3. HU denbora-aldaketa (Ohikoa 2017/18)

Kokaleku jakin batean presa bat eraiki nahi da eta, haren segurtasun hidrologiko-hidraulikoa aztertzeko eta dagokion kalkuluak egiteko, beharrezkoa da 500 urteko birgeratze-aldiari dagokion proiektu-hidrograma kalkulatzea. Zorionez, aztertutako eremuan bada beste azterlan bat arroa isurtzailearen 3 orduko hidrograma unitarioa (HU) jada kalkulatu duena (ikus 1.7. taula).

1.7. taula. 3 orduko HU.

t	h	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_i	$\frac{m^3/s}{mm}$	0,0	0,1	0,4	0,8	1,0	0,9	0,6	0,3	0,1	0,0

Gainera, aurretik egindako beste azterlan bat ere topatu da (inguruko plubiografoetako datuekin lortua), beharrezko azterketa egiteko diseinu-ekaitz egokia kalkulatua duena jada. Haren arabera, 500 urteko birgertatze-aldia duen ekaitzari honako prezipitazio garbia dagokio (ekaitzaren iraupena 6 ordukoa da): 10 mm lehen bi orduetan, 20 mm ondorengo bi orduetan, eta 10 mm azken bi orduetan.

Honako hau eskatzen da:

(a) Zehaztu arroaren 2 orduko hidrograma unitarioa, eta irudikatu prozesua grafiko batean.

(b) Kalkulatu presaren proiektu-hidrograma 500 urteko birgertatze aldirako, eta marraztu grafiko batean.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). *Hidrograma unitario* (HU) deritzo arro batean iraupen jakineko euri unitarioak sortzen duen hidrogramari edo euri horrek eragiten dituen emariei. Hori dela eta, ekaitz bateko prezipitazio-pultsuei aplikatu nahi badiegu hidrograma unitario bat, euri-pultsuen iraupenak bat etorri beharko luke hidrograma-unitarioa sortzen duen euriaren iraupenarekin.

Gure kasuan dugun hidrograma 3 orduko iraupena duen euriak sortua da (1.7. taula), baina 2 orduko pultsuak dituen ekaitzari aplikatu behar diogu (6 ordukoa da, baina 2 orduko pultsuekin). Hori dela eta, hidrograma unitarioa sortzen duen euri-iraupena egokitu beharra dago lehenik eta behin, hurrengo ataleko (b) ekaitzari aplikatu nahi badiogu proiektu-hidrograma kalkulatzeko.

Hori egiteko *S hidrograma* (SH) erabiliko dugu. S hidrograma, unitarioa bezala, euri unitarioak sortua da, baina, HUn ez bezala, euriak ez du iraupen jakinik, mugagabea baita. Iraupen mugagabe horren ondorioz, hidrogramak goi-lautada bat du, eta horrek eragiten dion formagatik deritzo horrela.

S hidrograma erabiltzen duen prozesua, 1.9. taulan jasoa eta 1.3. irudiko grafikoan irudikatua, honela laburbil daiteke: (a) SH kalkulatzen da daukagun HUrekin; ondoren, (b) desplazatu egiten da hidrograma hori bilatzen ari garen denbora adina; gero, (c) azken bien arteko kenketa egin eta *SH diferentzia* deituriko hidrograma kalkulatu behar da; eta, azkenik, (d) *SH diferentzia* hidrogramaren balioak faktore batekin biderkatzen dira.

Hortaz, S hidrograma kalkulatzean datza aipatu dugun lehen pausoa; kalkulu horren balioak 1.8. taulan emandakoak dira. Lehen ilara (t) eta bigarrena (U_i) enuntziatuak ematen dituen hidrograma unitarioaren pultsuak dira. Hirugarren ilara (P_{ni}) euri unitario jarraitua da, hots, S hidrograma sortuko lukeena. Euri hori, baina, 3 orduko pultsuetan dago emana, ezaguna baita pultsu horietako bakoitzak sortzen duen hidrograma (enuntziatuko HU da).

Hala, hurrengo ilaretan pultsu bakoitzak sortzen duen hidrograma unitarioa adierazten da ($HU_i[P_{ni}]$). Bada, lehen hiru orduetako (t=1, 2, 3) euriak eragiten duen hidrograma unitarioa laugarren ilaran dago (HU_1 [P_{n1}]); hurrengo hiru orduetako (t=4, 5, 6) euriak sortutakoa bosgarren ilaran (HU_2 [P_{n2}]), eta abar. Horrenbestez, azken ilaran ematen da S hidrograma (SH), aurreko HU guztien batura (ΣP_{ni}) izango dena. Ikusten den bezala, hidrograma horrek balio maximoa du, seigarren ordutik aurrera konstantea.

1.8. taula. S-hidrogramaren kalkulua.

t	h	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U_i	$\frac{m^3/s}{mm}$	0	0,1	0,4	0,8	1,0	0,9	0,6	0,3	0,1	0	-
P_{ni}	mm	-	1			1			1			…
$HU_1[P_{n1}]$	⋮	0	0,1	0,4	0,8	1,0	0,9	0,6	0,3	0,1	0	-
$HU_2[P_{n2}]$	⋮	-	-	-	0	0,1	0,4	0,8	1,0	0,9	0,6	0,3
$HU_3[P_{n3}]$	$\frac{m^3/s}{mm}$	-	-	-	-	-	-	0	0,1	0,4	0,8	1,0
$HU_4[P_{n4}]$	⋮	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0,1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
SH	$\frac{m^3/s}{mm}$	0	0,1	0,4	0,8	1,1	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	…

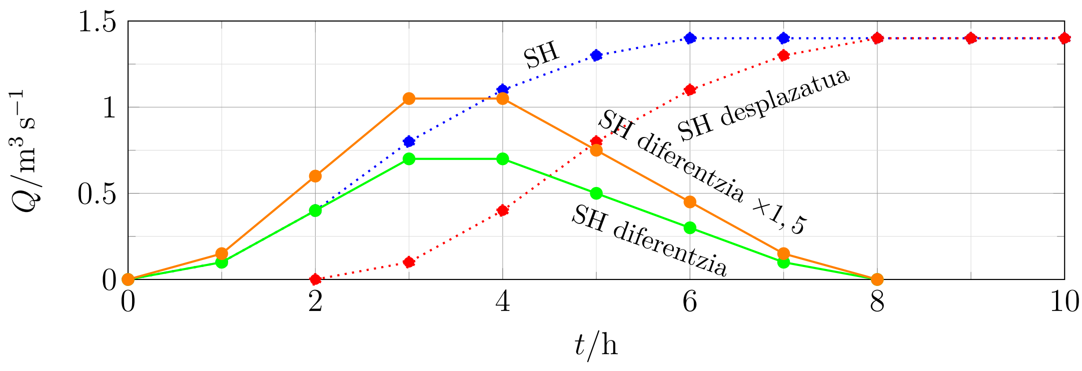
Beraz, SH kalkulatu ondoren, aplika ditzakegu aipatu ditugun pausoak HUren iraupen-aldaketa kalkulatzeko (1.9. taula). Lehenik, atzeratu egin behar da SHren hasiera bilatzen ari garen iraupena adina, hau da, bi ordu. Hidrograma berri horri *SH desplazatu* deritzogu, eta haren datuak hirugarren ilaran daude.

Ondoren, SH bien arteko diferentzia kalkulatu behar da. Diferentzia horri *SH diferentzia* deritzogu, eta haren datuak laugarren ilarakoak dira (aurreko bi ilaren arteko kenketa izango da). Bada, *SH* zein *SH desplazatua* euri mugagabeek sortuak direnez, eta bigarrena eragiten duen euria lehena baino 2 ordu beranduago hasten denez, diferentzia eginez lortutako hidrograma (*SH diferentzia*) lehen bi orduetan eroritako euri unitarioak sortua izango da.

Azkenik, faktore zuzentzaile bat aplikatu behar zaio *SH diferentzia* hidrogramari, kontuan hartzeko euri-intentsitateen arteko aldea bi hauen artean: hasierako HU (3 orduko HU) eta bilatzen ari garen HU (2 orduko HU). Lehenengoaren intentsitatea 0,67 mm/h da (1 mm 3 ordutan), eta bigarrenarena 0,5 mm/h (1 mm 2 ordutan). Beraz, aipatutako faktore hori $\Delta t_{zaharra}/\Delta t_{berria} = 3/2 = 1,5$ izango da. Horrenbestez, azken ilarako hidrograma horixe izango da, *SH difer.*x 1,5 deitu duguna, bilatzen ari garen 2 orduko HU.

1.9. taula. Hidrograma unitarioaren kalkulua.

t	h	1	2	3	4	5	6	7	8	9
SH	$\frac{m^3/s}{mm}$	0,1	0,4	0,8	1,1	1,3	1,4	1,4	1,4	...
SH desplazatua		-	-	0,1	0,4	0,8	1,1	1,3	1,4	...
SH diferentzia		0,1	0,4	0,7	0,7	0,5	0,3	0,1	0	...
SH difer. $\times 1,5$		0,15	0,6	1,05	1,05	0,75	0,45	0,15	0	...



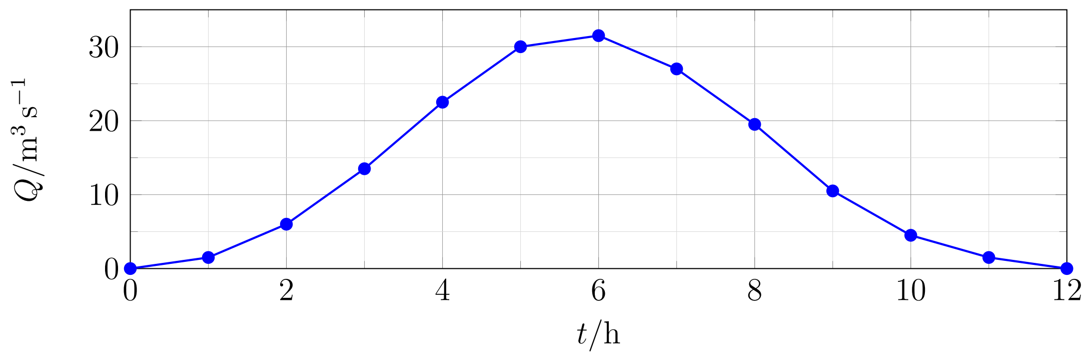
1.3. irudia. Hidrograma unitarioaren kalkulurako hidrogramak.

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Orain, badugunez jada 2 orduko HU, aplika diezaiokegu 2 orduko euri-pultsuak dituen ekaitz bati. Gure kasuan, 500 urteko birgertatze-aldiari dagokion euria dugunez, hari aplikatuko diogu. Bada, aplikazioa edo HUren erabilera 1.10. taulan jasoa dago, eta emaitzak grafikoki ere irudikatu dira (1.4. irudia). Taulako lehen eta bigarren ilaretan aurreko atalean kalkulatu dugun 2 orduko HU ematen da (haren pultsuak orduka dira), eta hirugarren ilara (P_{ni}) diseinu-euria da, bi orduko hiru pultsuekin.

Hurrengo hiru ilaretan ekaitzeko euri garbiaren pultsu bakoitzak (P_{ni}) sortzen duen hidrograma ematen da ($H_i[P_{ni}]$). Hala, lehen euri-pultsuak (P_{n1}) bi orduko iraupena du, prezipitazio horrekiko proportzionala den hidrograma sortuko du (H_1), lehen orduan hasiko dena; beste horrenbeste hurrengo bi euri-pultsuekin. Azken ilaran (PH) hiru pultsuek sortutako hidrogramen batura ematen da, eta bilatzen ari garen hidrograma da, hain zuzen ere.

1.10. taula. Proiektuko hidrogramaren kalkulua.

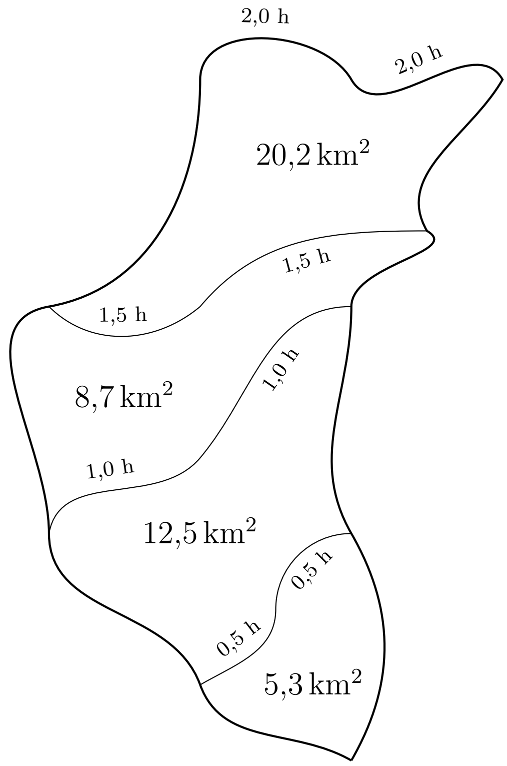
t	h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
U_i	$\frac{m^3}{s \cdot mm}$	0,15	0,60	1,05	1,05	0,75	0,45	0,15	0	-	-	-
P_{ni}	mm	10		20		10		-	-	-	-	...
H_1		1,5	6,0	10,5	10,5	7,5	4,5	1,5	0	-	-	-
H_2	$\frac{m^3/s}{mm}$	-	-	3,0	12,0	21,0	21,0	15,0	9,0	3,0	0	-
H_3	$\vdots$	-	-	-	-	1,5	6,0	10,5	10,5	7,5	4,5	1,5
PH	$\frac{m^3}{s \cdot mm}$	1,5	6,0	13,5	22,5	30,0	31,5	27,0	19,5	10,5	4,5	1,5



1.4. irudia. Proiektuko hidrograma.

1.4. Clark HU (Ezohikoa 2016/17)

Arroa batean ordu erdiko isokronak definitu dira, baita horien arteko azalerak ere (ikus 1.5. irudia).

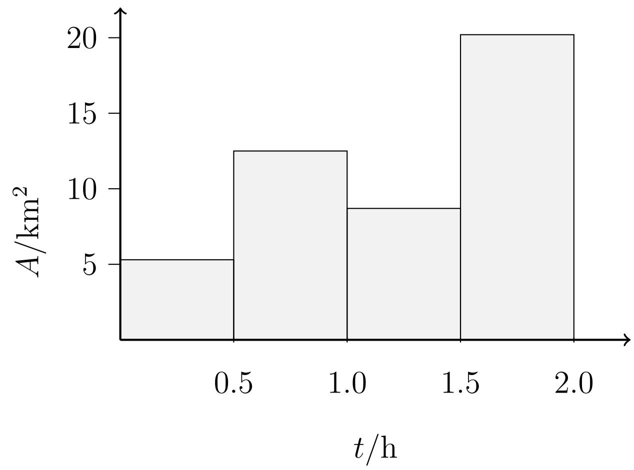


1.5. irudia. Arroaren isokronak.

(a) Kalkulatu eta irudikatu arroaren istanteko hidrograma unitarioa (1 *mm*), atzerapenik ez dagoenean.

(b) Kalkulatu eta irudikatu arroaren 0,5 orduko hidrograma unitarioa, atzerapena dagoenean (Clark hidrograma unitarioa); izanik R=0,4 h.

ARIKETAREN EBAZPENA (a) *Istanteko Hidrograma Unitario* (IHU) deritzo bat-batean erortzen den unitateko prezipitazioak sortzen duen hidrogramari. Hidrograma horrek HUren izaera bera du, baina, hark ez bezala, infinitesimala da hura eragiten duen euri unitarioaren iraupena. Bestalde, *azalera/denbora kurba* deritzo arroa bateko isokronen arteko azalerak adierazten dituen grafikoari; gure arroarena 1.6. irudian emandakoa litzateke.



1.6. irudia. Arroaren azalera/denbora kurba.

Bada, arroan atzerapenik ez badago eta bertan euri jakina eroriko balitz, isokronek (1.5. irudiko datuak edo 1.6. irudiko azalera/denbora kurba) adieraziko digute nola irtengo den arroara eroritako euria. Hala, arroan erortzen bada 1 mm-ko sakonera duen bat-bateko euria, IHU izango da arroaren irteeran jasoko dugun hidrograma. 1.11. taulan daude jasoak kalkulu horiek.

Taularen lehen zutabea emandako isokronak dira, ordu erdikoak. Bigarren zutabean (A) isokrona arteko azalerak ematen dira, dagokion unearen eta aurrekoaren artekoak. Adibidez, $t = 1$ denean adierazten den azalera ($12{,}5\,\mathrm{km}^2$) da une horri dagokion isokronaren eta aurrekoari ($t = 0,5$) dagokionaren artekoa.

Hirugarren zutabea (V) azalera bakoitzean jasotako ur-bolumena da, 1 mm-ko sakonera duen euria erortzean, eta (1.17) adierazpenaren arabera kalkulatua dago. Kontuan izan behar da, taulari dagokionez, bolumenaren zutabeko balioak (eta ondorioz emariarenak) ez dagozkiola une bakarrari, baizik eta denbora-tarte bati. Adibidez, $t = 1$ uneari dagokion bolumena ez da irtengo arroatik une horretan, baizik eta $t = 0,5$ denean hasiko da irteten eta $t = 1$ denera arte ariko da irteten, isokronek adierazi moduan.

$$V/\mathrm{m}^3 = P/\mathrm{m} \cdot A/\mathrm{m}^2 \tag{1.17}$$

Adibidez, t=1 denean, honela kalkulatuko da:

$$\left[V/\mathrm{m}^3\right]_{t=1} = 1\,\mathrm{mm}\frac{1\,\mathrm{m}}{1000\,\mathrm{mm}} \cdot 12{,}5\,\mathrm{km}^2\frac{1\,000\,000\,\mathrm{m}^2}{1\,\mathrm{km}^2} = 12\,500\,\mathrm{m}^3$$

Hala, azken zutabeak zehazten du aurreko zutabeko bolumenak sortuko duen emaria arroa-irteeran. Emari hori (1.18) adierazpenaren arabera kalkulatu da, baina ekuazio horrek soilik egiten duena da bolumena zatitu isokrona arteko denbora-tarteagatik, hori izango baita azalera bakoitzean erortzen den euriak irteteko beharko duen denbora.

$$Q/\mathrm{m^3\,s^{-1}} = \frac{V/\mathrm{m^3}}{\Delta t/\mathrm{s}} \tag{1.18}$$

Adibidez, $t = 1$ uneari dagokion irteerako emaria kalkulatzeko:

$$\left[Q/\mathrm{m^3\,s^{-1}}\right]_{t=1} = \frac{12\,500\,\mathrm{m^3}}{0{,}5\,\mathrm{h}\dfrac{3600\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{h}}} = 6{,}94\,\mathrm{m^3/s}$$

Horrela, bada, isokronei dagokien lau denbora-tarteetan guztietan berdin jokatuz gero, arroaren irteeran atzerapenik gabeko hidrograma lortuko dugu. Hidrograma hori, 1.11. taulan ez ezik, 1.7. irudian ere jasoa dago, geroago ere erabiliko baita.

1.11. taula. Irteerako hidrogama.

Isokrona h	A km^2	V m^3	Q m^3/s
0,5	5,3	5 300	2,94
1	12,5	12 500	6,94
1,5	8,7	8 700	4,83
2	20,2	20 200	11,22

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Esan bezala, aurreko atalean kalkulatutako hidrogramak ez du kontuan atzerapenik; hau da, eroritako prezipitazio garbia zuzenean isurtzen da. Hala ere, prezipitazio horrek atzerapen bat izaten du Clark metodoaren arabera. Hori da atal honetan kontuan izango duguna.

Clark HU kalkulatzeko, honako prozedura hau jarraituko dugu (1.12. taulan jasoa): lehenik, (a) atzerapenik gabeko IHU kalkulatuko dugu (aurreko atalean kalkulatu dugu jada); ondoren, (b) IHU kalkulatuko dugu atzerapenarekin; jarraian,

(c) desplazatu egingo dugu aurrerantz IHU hori, eta, azkenik, (d) azken bien batezbestekoa kalkulatuz finkatuko dugu bilatzen ari garen HU.

Esan bezala, lehen pausoa egina dugu, eta, orain, Clark HU kalkulatzeko, atzerapenik gabeko IHU hori izango da gure hasierako datua. Hala, taulako lehen bi zutabeak dira isokronak eta aurreko atalean kalkulatu dugun IHU. Bigarrenari I deritzogu, sarrerako datua (*Input*) bailitzan erabiliko baitugu.

Hirugarren zutabea kalkulatzeko, (IHU atzerapenarekin), arroa biltegi lineala dela joko dugu, izanik R haren *biltegiratze-koefizientea*. Une bakoitzeko irteera-emaria (1.19) adierazpenarekin kalkulatuko dugu; izanik Q irteerako emaria, I sarrerako emaria eta c koefiziente bat, arroaren atzerapena kontuan duena. Koefiziente hori kalkulatzeko aldagaiak, hain zuzen ere, arroaren atzerapen-koefizientea (R) eta sarrerako hidrogramaren denbora-tartea (Δt) dira.

$$Q_i = \frac{I_{i-1} + I_i}{2} \cdot c + Q_{i-1} \cdot (1 - c) \tag{1.19}$$

izanik,

$$c = \frac{2 \cdot \Delta t}{2 \cdot R + \Delta t} = \frac{2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{h}}{2 \cdot 0{,}4\,\mathrm{h} + 0{,}5\,\mathrm{h}} = 0,769$$

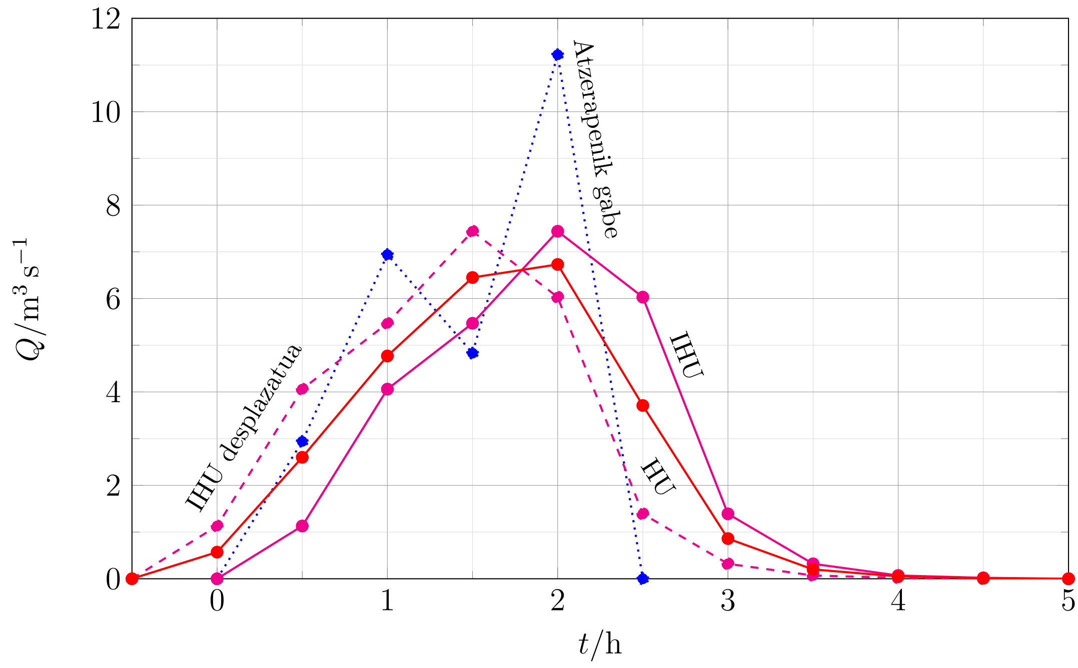
Horrela lortutako balioak taulako hirugarren zutabean jasotakoak dira. Hori, definizioz, Istanteko Hidrograma Unitarioa edo IHU litzateke, atzerapena kontuan duena. Adibidez, $t = 2$ denean, hirugarren zutabeko Q balioa:

$$\begin{aligned} Q_{\,t=2} &= \frac{I_{\,t=1.5} + I_{\,t=2}}{2} \cdot c + Q_{\,t=1.5} \cdot (1 - c) \\ &= \frac{4,83 + 11,22}{2} \cdot 0,769 + 5,47 \cdot (1 - 0,769) = 7,44\,\frac{\mathrm{m^3/s}}{\mathrm{mm}} \end{aligned}$$

Baina, bolumenaren kalkuluak aipatu bezala, kalkuluak egiteko erabili dugun sarrerako emaria (I) ez da arroatik irtengo taularen denborak adierazten duen unean bertan (ikusi isokronak), baizik eta une horren eta aurrekoaren artean joango da ateratzen apurka. Hori dela eta, kalkulatu dugun IHU hori (hirugarren zutabea), aurreratu egingo dugu Δt tarte bat (laugarren zutabea) eta azken bi horien batezbestekoa egingo dugu (bosgarren zutabea). Azken hori izango da, hortaz, bilatzen ari garen arroaren hidrograma unitarioa. Lortutako datuak, azkenak zein partzialak, 1.7. irudiko grafikoan ere jaso dira.

1.12. taula. Hidrograma Unitarioaren pausoak.

t	I	IHU	IHU desplazatua	HU
h	$\frac{m^3/s}{mm}$	$\frac{m^3/s}{mm}$	$\frac{m^3/s}{mm}$	$\frac{m^3/s}{mm}$
0	0	0.00	1.13	0.57
0.5	2.94	1.13	4.06	2.60
1.0	6.94	4.06	5.47	4.77
1.5	4.83	5.47	7.44	6.45
2.0	11.22	7.44	6.03	6.73
2.5		6.03	1.39	3.71
3.0		1.39	0.32	0.86
3.5		0.32	0.07	0.20
4.0		0.07	0.02	0.05
4.5		0.02	0.00	0.01
5.0		0.00	0.00	0.00



1.7. irudia. Hidrograma unitarioaren kalkulua.

2. kapitulua

Hidrograma-iragatea

Aurreko kapituluan uraldien sorrera aztertu dugu, hots, nolakoa den arroa baten irteeran sor daitekeen uraldia euri jakin baten ondorioz. Uraldi horiek hidrograma baten bidez bereizi ohi dira, horrek adieraziko baitu nola aldatzen den emaria denboraren arabera, baita puntako emaria zer unetan izango den ere.

Edonola ere, uraldi horiek arroaren puntu batean kalkulatzen dira. Ondoren, ibilguan aurrera egiten dute, eta beheranzko ibilbide hori ez da oztoporik gabea izaten: urtegiak, lakuak, estuguneak, eta abar topa ditzakete itsasora bidean.

Hidrogramek, besteak beste, beste ur-masa batzuekin egin dezakete topo, hala nola lakuak edo urtegiak. Horrelakoetan, ur-masa horrek transformatu egingo du uraldiaren hidrograma, txikituz haren puntako emaria. Hidrogramaren punta txikitzeaz gain, atzeratu ere egiten da, eta fenomeno horri deritzo *hidrograma-iragatea*.

Haatik, hidrograma ez da soilik transformatzen ur-masa batekin topo egitean. Ibilguan aurrera egite hutsagatik ere uraldiaren punta arindu eta atzeratu egiten da; hor ere gauzatzen da hidrogramaren iragate-prozesua; kasu horretan, ibilguko ertz zein ondoaren eraginez.

Hori da, hain zuzen ere, kapitulu honetan aztertuko duguna: hidrograma-iragatea urtegi batean zein ibilguan. Lehen ariketan urtegi batek uraldian duen eragina aztertuko dugu, hau da, nola transformatzen den hidrograma bat urtegi bat iragatean. Aldiz, bigarren ariketan ibilguaren eraginak hidrograma nola eraldatzen duen aztertuko dugu.

2.1. Puls (Ohikoa 2015/16)

Duela urte batzuk, drainatze obra bat eraiki zen ibar txiki bat zeharkatzen zuen errepide baterako. Aipatutako drainatze-obrak, oraindik ere, ibarrari dagokion arroaren isurketa bideratzen du errepide azpitik. Obra, baina, ez zen behar bezala diseinatu, diseinu-emaria ez baitzen modu egokian kalkulatu. Beraz, tarteka, arroako uraldiek arazoak sortzen dituzte, errepidearen zati bat urpetzen baitute. Arazoak eragiten dituen ur-maila sortzen da, baldin eta emariak $30\,\mathrm{m^3/s}$ gainditzen baditu.

Administrazioa, gaur egun, urtegi berri baten diseinuan ari da lanean, aipatutako obratik ur-gora kokatuko dena. Diseinatu berri den urtegia 218 kotaraino iristen den arren, gainezkabideak 215 kotatik gora isurtzen du ura, honako lege honen arabera: $Q = 2,1 \cdot L \cdot h^{3/2}$, non $Q/\mathrm{m^3\,s^{-1}}$ isuritako emaria baita, h/m gainezkabidearen gainetik ur-gainazalak duen altuera, eta L/m gainezkabidearen luzera. Egindako diseinuaren arabera, gainezkabidea 8 metrokoa izango da. Uraren gainazalak azken metroetan izango lituzkeen ur-azalerak, presatik ur-gora, 2.1. taulan jasotakoak dira.

2.1. taula. Uraren gainazalak duen azalera sestra-kurba bakoitzean.

Sestra-kurba	m	214	215	216	217	218
Azalera	$\mathrm{m^2}$	15 000	21 000	52 500	136 500	327 600

Aipatutako urtegia dimentsionatzeko erabili den hidrograma 2.2. taulakoa da.

2.2. taula. Diseinu-hidrograma.

t	min	0	30	60	90	120	150
Emaria	$\mathrm{m^3/s}$	0	20	40	30	20	5

(a) Frogatu urtegiak eragindako laminazioa nahikoa ote den arazoak sortzen dituen emaria ($30\,\mathrm{m^3/s}$) saihesteko aipatutako puntuan. Demagun urtegiko ur-maila horizontala dela prozesuan zehar, eta uraren kota 215 dela hidrograma urtegira iristean. Kontuan hartu, baita ere, urtegitik irteten den emari bera dela aipatutako obraraino iritsiko dena.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Ariketa Puls metodoaren bidez ebatz daiteke, uraren gainazala horizontala dela suposatuz. Metodo hori erabiltzen da irteerako hidrograma kalkulatzeko urtegi batean, *jarraitutasun-ekuazio* moldatua (2.1) eta *biltegiratze funtzioa* erabiliz (2.3. taula edo 2.1. irudia).

Lehen adierazpena da Puls metodoak ebazten duena, bigarrenaren laguntzaz (Q eta $\frac{2 \cdot S}{\Delta t} + Q$ erlazionatzen ditu); beraz, biltegiratze-funtzioa kalkulatuko dugu lehenik, beharrezkoa baita jarraitutasun-ekuazioa erabiltzeko. Horretarako, 2.3. taulan jaso diren kalkuluak erabili dira.

Taulako lehen zutabea kota da. Bigarren zutabea ere datua da, kota bakoitzean ur-gainazalaren azalera adierazten baitu. Hirugarren zutabea (h) da gainezkabidetik gora urak hartzen duen altuera edo karga, horren araberakoa baita isurtzen den emaria. Gainezkabidea 215 metrora dagoenez, kota hori izango da kargaren jatorria ($h = 0$ da kota horretan).

Laugarren zutabea (Q) karga edo h bakoitzean gainezkabideak isurtzen duen emaria da, enuntziatuak emandako adierazpenarekin kalkulatua. Argi ibili, aipatutako kotatik gorakoak bakarrik izan baitira kontuan (hortik beherakoekin gainezkabideak ez du isurtzen), hurrengo beste bi zutabeetan bezala. Adibidez, urtegiaren ur-maila 217 denean ($h = 2$ izango da):

$$Q_{\,h=217} = 2,1 \cdot L \cdot h^{3/2} = 2,1 \cdot 8 \cdot (217 - 215)^{3/2} = 47{,}5\,\mathrm{m^3/s}$$

Bosgarren zutabea (S) gainezkabidearen gainetik urtegian dagoen ur-bolumena da (*Storage*) karga bakoitzerako. Adibidez, ur-maila 217 denean, gainezkabidearen ezpainetik gora bildutako ura:

$$\begin{aligned} V_{217} &= V_{216} + \frac{S_{217} + S_{216}}{2} \cdot h \\ &= 36\,750\,\mathrm{m^3} + \frac{136\,500\,\mathrm{m^2} + 52\,500\,\mathrm{m^2}}{2} \cdot 1\,\mathrm{m} = 131\,250\,\mathrm{m^3} \end{aligned}$$

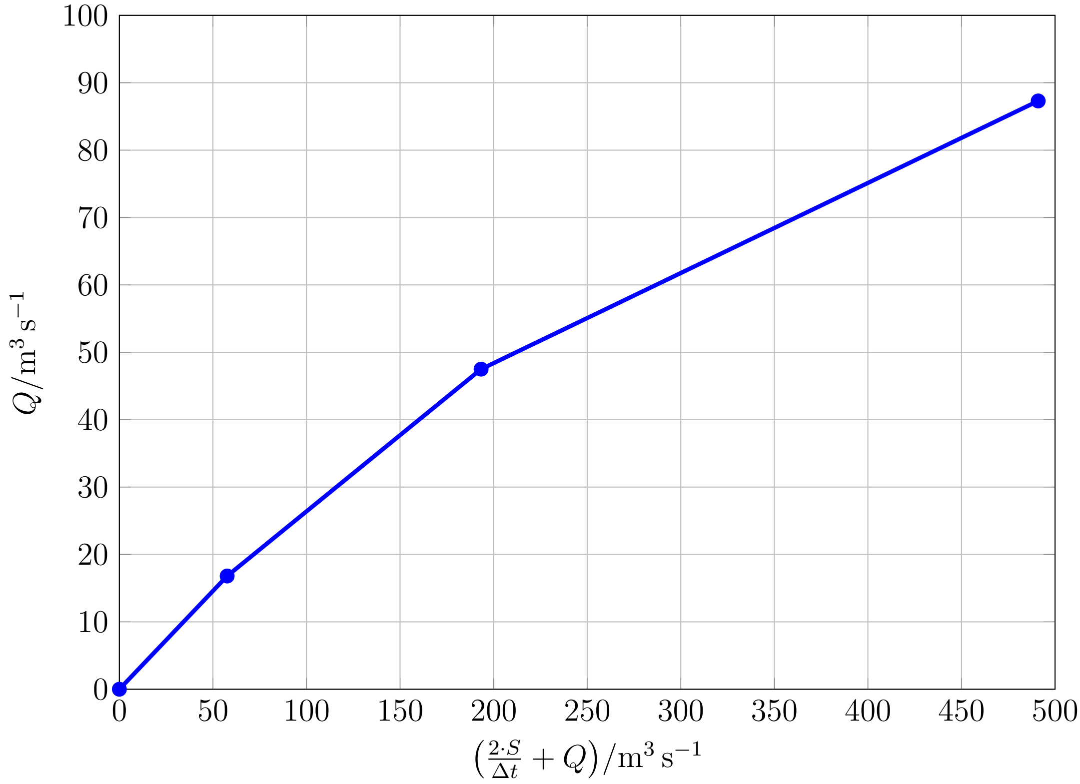
Azken zutabea $\left(\frac{2 \cdot S}{\Delta t} + Q\right)$ aurreko zutabeetan lortu diren balioekin kalkulatzen da (Q eta S), kontuan izanik erabilitako denbora-tartea dela sarrerako hidrogramari dagokiona, hots, Δt=0,5 h=1800 s. Adibidez, 217 kotan:

$$\left[\frac{2 \cdot S}{\Delta t} + Q\right]_{217} = \frac{2 \cdot 131\,250\,\mathrm{m^3}}{0{,}5\,\mathrm{h}\dfrac{3600\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{h}}} + 47{,}5\,\mathrm{m^3/s} = 193{,}3\,\mathrm{m^3/s}$$

Hala, taulako laugarren eta seigarren zutabeen arteko erlazioa izango da biltegiratze-funtzioa. Datu horiek ere grafiko batean ipin daitezke (2.1. Irudia). Edonola ere, (2.1) ekuazioa aplikatzeko, taula zein grafikoa erabil dezakegu.

2.3. taula. Biltegiratze-funtzioaren kalkulua.

Kota m	Azalera m^2	h m	Q m^3/s	S m^3	$\frac{2 \cdot S}{\Delta t} + Q$ m^3/s
214	15 000	-	-	-	-
215	21 000	0,0	0	0	0
216	52 500	1,0	16,8	36 750	57,6
217	136 500	2,0	47,5	131 250	193,3
218	327 600	3,0	87,3	363 300	491,0



2.1. irudia. Biltegiratze-funtzioa.

Esan bezala, (2.1) ekuazioa da —jarraitutasun-ekuazioa moldatuz irits daiteke ekuazio horretara— urtegian denbora-tarte bakoitzean gertatzen dena kalkulatzeko erabiliko duguna, biltegiratze-funtzioaren laguntzaz. Kalkulu horiek 2.4. taulan jasotakoak dira.

$$\left(\frac{2 \cdot S_i}{\Delta t} + Q_i\right) = \left(I_i + I_{i-1}\right) + \left(\frac{2 \cdot S_{i-1}}{\Delta t} - Q_{i-1}\right) \tag{2.1}$$

Ekuazioa unean-unean gertatzen dena ebatziz erabiliko dugu, hau da, taulako ilarak banaka ebatziz. Adi ibili behar da, ekuazioaren ezkerraldean dauden aldagaiak, i azpiindizea dutenak, kalkulatzen ari garen uneari dagozkio eta. Aitzitik, eskuinean dauden aldagaiak, sarrerako hidrogramari dagozkionak alde batera utzita, $i-1$ uneari dagozkio, hots, jada kalkulatua dugun uneari.

Taulako lehen zutabea (i) kontuan izaten ari garen unea adierazteko indize bat besterik ez da. Hurrengo bi zutabeak, (t) eta (I), sarrerako hidrograma dira. Laugarren zutabea ($I_i + I_{i-1}$) kontuan izaten ari garen unean sarrerako hidrogramak balio duenaren eta aurreko unean balio zuenaren batura da, eta bat dator jarraitutasun-ekuazioan eskuinean dagoen lehen gaiarekin. Esaterako, $i = 3$ denean:

$$I_i + I_{i-1} = I_3 + I_2 = 30\,\mathrm{m^3/s} + 40\,\mathrm{m^3/s} = 70\,\mathrm{m^3/s}$$

Bosgarren zutabea $\left(\frac{2 \cdot S}{\Delta t} + Q\right)$ jarraitutasun-ekuazioaren (2.1) ezkerrera dagoen gaiarekin dator bat. Ekuazioaren eskuineko aldagaiak ezagunak direnez, unean-unean erraz kalkula daiteke haren balioa. Kalkulua egiteko azken zutabeko balioa behar dugu, baina aurreko uneari dagokiona, jada kalkulatua; aurrerago ikusiko dugu nola kalkulatu. Adibidez, $i = 3$ unerako:

$$\left(\frac{2 \cdot S_i}{\Delta t} + Q_i\right) = \left(I_i + I_{i-1}\right) + \left(\frac{2 \cdot S_{i-1}}{\Delta t} - Q_{i-1}\right)$$

$$\left(\frac{2 \cdot S_3}{\Delta t} + Q_3\right) = \left(I_3 + I_2\right) + \left(\frac{2 \cdot S_2}{\Delta t} - Q_2\right)$$

$$\left(\frac{2 \cdot S_3}{\Delta t} + Q_3\right) = \left(70\ m^3/s\right) + \left(29,9\ m^3/s\right) = 99,9\ m^3/s$$

Orain, seigarren zutabearen balioa kalkulatzeko, lehen kalkulatu dugun biltegiratze-funtzioa erabiliko dugu. Horretarako, aurreko zutabearen balioa erabiliz, biltegiratzefuntzioan sartu (2.1. irudia edo 2.3. taula) eta irteerako emariaren balioa kalkula daiteke interpolatuz. Adibidez, $i = 3$ unerako:

$$Q_{\,i=3} = 16,8 + \frac{47,5 - 16,5}{193,9 - 57,6} \cdot (99,9 - 57,6) = 26{,}4\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

Bestalde, aurrerago aipatu bezala, azken zutabea kalkulatzeko $\left(\frac{2\cdot S}{\Delta t} - Q\right)$ unean uneko datuak erabiliko ditugu, nahiz eta hurrengo uneari dagokion jarraitutasun-ekuazioan erabiliko dugun balio hori. Zutabe horretako balioak kalkulatzeko, (2.2) adierazpena erabiliko dugu. Adierazpen horretako aldagaiak $A - B = A + B - 2B$ berdintasuna besterik ez dira.

$$\left(\frac{2\cdot S}{\Delta t} - Q\right) = \left(\frac{2\cdot S}{\Delta t} + Q\right) - 2\cdot Q \tag{2.2}$$

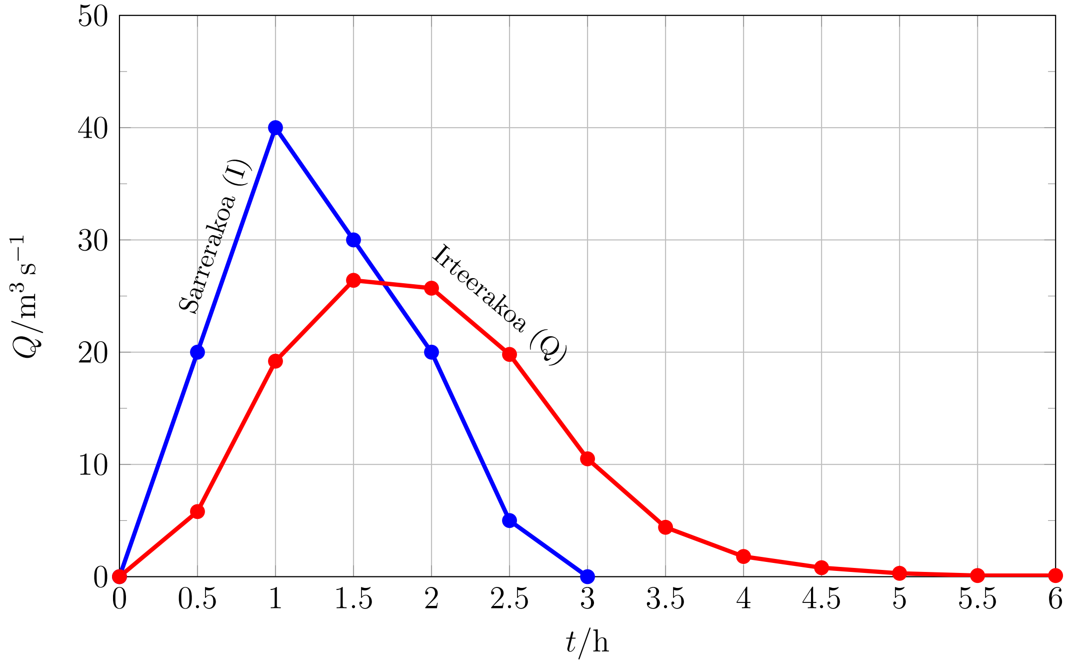
Adibidez, azken zutabearen balioa $i = 3$ unerako:

$$\left(\frac{2\cdot S}{\Delta t} - Q\right) = \left(99{,}9\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}\right) - 2\cdot 26{,}4\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} = 47{,}2\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

Horrenbestez, aipatutako pausoak uneoro aplikatuz, 2.4. taulako datuak lortuko ditugu. Horiek ere ipin ditzakegu grafiko batean (ikus 2.2. Irudia). Lortutako emaitzetan ikus daitekeenez, emari maximoa bigarren orduari dagokio ($i = 3$), eta haren balioa aipatutako muga baino txikiagoa da. Beraz, kontuan izanik urtegitik irteten diren emari horiek direla aipatutako puntura iristen direnak, uraldiak ez du arazorik sortu aztertzen ari garen puntuan.

2.4. taula. Jarraitutasun-ekuazioaren soluzioa une bakoitzean.

i	t h	I m^3/s	$I_i + I_{i-1}$ m^3/s	$\frac{2 \cdot S}{\Delta t} + Q$ m^3	Q m^3/s	$\frac{2 \cdot S}{\Delta t} - Q$ m^3/s
0	0	0	-	0	0	0
1	0,5	20	20	20,0	5,8	8,3
2	1	40	60	68,3	19,2	29,9
3	1,5	30	70	99,9	26,4	47,2
4	2	20	50	97,2	25,7	45,7
5	2,5	5	25	70,7	19,8	31,2
6	3	0	5	36,2	10,5	15,1
7	3,5	0	0	15,1	4,4	6,3
8	4	0	0	6,3	1,8	2,6
9	4,5	0	0	2,6	0,8	1,1
10	5	0	0	1,1	0,3	0,5
11	5.5	0	0	0,5	0,1	0,2
12	6,0	0	0	0,2	0,1	0,1



2.2. irudia. Sarrerako (I) zein irteerako (Q) hidrogramak.

2.2. Muskingum (Ohikoa 2016/17)

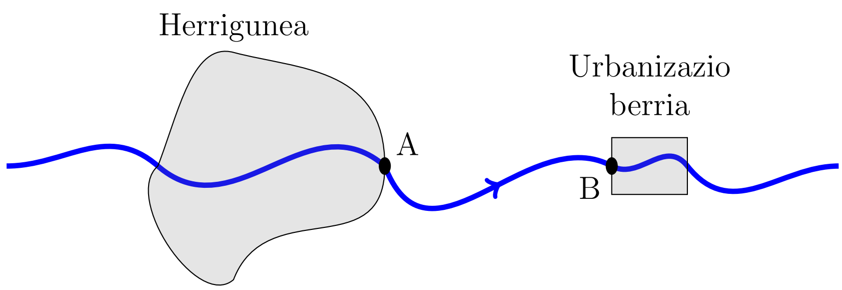
Erreka jakin batek zeharkatzen duen herrigunetik hurbil, urbanizazio berri bat proiektatu da. Aipatutako errekaren ibilguak eremu berria ere zeharkatzen du, herrigunetik ur-behera. Urbanizazio berria ibaiaren alboan dagoenez, baliteke hura kaltetzea ur-goraldietan urpean geratuz gero. Kalkuluen arabera, urbanizazioaren sarreran (B puntua) 43 m^3/s gainditzen duten emariek kaltetuko lituzkete urbanizazioko etxebizitza berriak. Egoeraren eskema 2.3. irudikoa da.

Edonola ere, herrigunean eginak dira azterlan batzuk aldez aurretik; horietan urpetze-azaleren frogaketak egin dira, 500 urteko birgertatze-aldirako. Izango genuke, beraz, uraldiari dagokion hidrograma herrigunearen irteeran (A puntua), oinarrizko isuria barne, aipatutako birgertatze-aldirako (2.5. taula).

2.5. taula. Herriguneko irteeran hidrograma, irudiko A puntuan.

t	h	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Q_{500}	m^3/s	8,00	13,68	30,44	41,96	45,63	25,12	15,65	9,55	8,00

Urbanizazio berrian, baina, ez dugu birgertatze-aldi horri dagokion hidrograma ezagutzen, bai ordea $\overline{AB}$ tarteari dagozkion K eta X parametroak. Horien balioak, hurrenez hurren, 2 h eta $0,3$ dira.



2.3. irudia. Ibilgu-tartearen eskema.

(a) Frogatu, hidrograma-iragatea kontuan izanik, 500 urteko birgertatzeari dagokion uraldiak urbanizazio berria kaltetuko ote duen ala ez. Horretarako, kalkulatu urbanizazioaren sarreran (B puntua) izango dugun emari maximoa. Demagun ibilguaren oinarrizko isuria 8 m^3/s dela. Irudikatu, baita ere, $\overline{AB}$ ibai-tartean sartzen eta irteten diren hidrogramak.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Aurrerago aipatu bezala, uraldi baten hidrogramaren punta txikitu egiten da ibilgu-tarte batetik pasatzean, baita atzeratu ere. Horri deitzen diogu *hidrograma-iragatea*. Ibilgu-tarte bateko iragateak uraldian duen eragina aztertzeko, Muskingum metodoa erabil daiteke. Gure kasuan, $\overline{AB}$ artean aplikatu behar da iragatea, ezagunak baitira sarrerako hidrograma eta tartea bereizten duten X eta K parametroak.

Hala, 500 urteko birgertatze-aldiari dagokion hidrogramak aipatutako urbanizazioari kalte egingo ote dion zehazteko, ibilgu-tartearen hasieran (A puntuan) dugun hidrogramak urbanizaziora iristean zer-nolako emaria eragingo duen zehaztu beharko dugu. Horretarako, uneoro aplikatuko dugun adierazpena (2.3) da, izanik I sarrerako hidrogramaren emaria, Q irteerako hidrogramaren emaria, K eta X ibilgu-tartea bereizten duten parametroak, eta Δt hidrograma-neurketen arteko denbora-tartea. Aztertzen ari garen uneari dagokion azpiindizea da i.

$$Q_i = \frac{K \cdot X + \frac{\Delta t}{2}}{K \cdot (1-X) + \frac{\Delta t}{2}} \cdot I_{i-1} + \qquad (2.3)$$

$$+ \frac{-K \cdot X + \frac{\Delta t}{2}}{K \cdot (1-X) + \frac{\Delta t}{2}} \cdot I_i + \frac{K \cdot (1-X) - \frac{\Delta t}{2}}{K \cdot (1-X) + \frac{\Delta t}{2}} \cdot Q_{i-1}$$

Ekuazio bera, sinplifikaturik:

$$Q_i = C_1 \cdot I_{i-1} + C_2 \cdot I_i + C_3 \cdot Q_{i-1} \qquad (2.4)$$

Hortaz, aplikatu beharreko C_i koefizienteak honako hauek izango dira:

$$C_1 = \frac{K \cdot X + \frac{\Delta t}{2}}{K \cdot (1-X) + \frac{\Delta t}{2}} = \frac{2\,\mathrm{h} \cdot 0,3 + \frac{2\,\mathrm{h}}{2}}{2\,\mathrm{h} \cdot (1-0,3) + \frac{2\,\mathrm{h}}{2}} = 0,6667$$

$$C_2 = \frac{-K \cdot X + \frac{\Delta t}{2}}{K \cdot (1-X) + \frac{\Delta t}{2}} = 0,1667$$

$$C_3 = \frac{K \cdot (1-X) - \frac{\Delta t}{2}}{K \cdot (1-X) + \frac{\Delta t}{2}} = 0,1667$$

Gainera, goiko adierazpena uneoro aplikatzeko, kontuan izan behar da ibaiaren oinarrizko isurketa. Uraldia iritsi baino lehen ibaiaren emaria konstantea dela joko dugu, baita ondoren ere; emari horren balioa $8\,\mathrm{m^3/s}$ da.

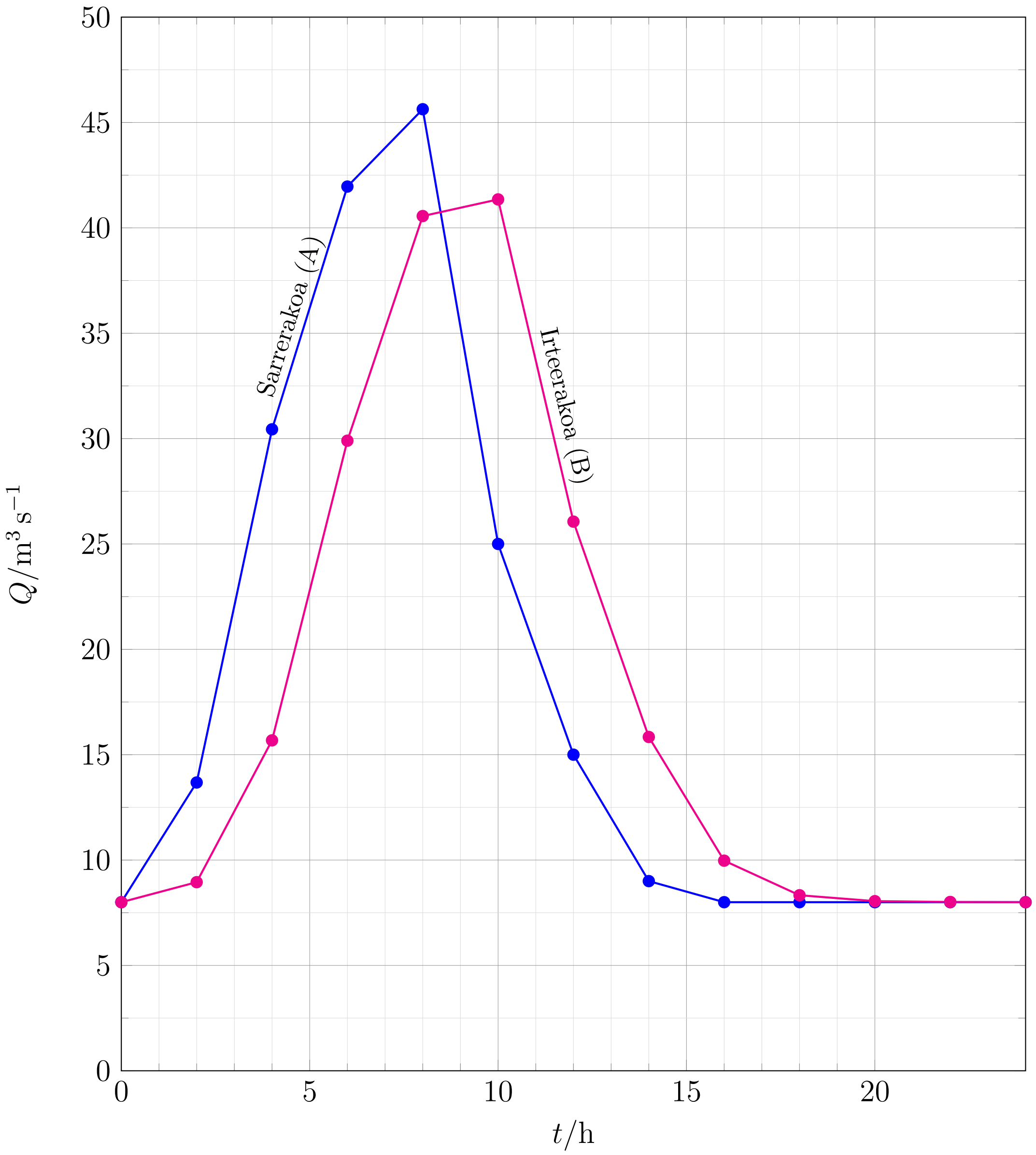
Horrela, irteerako emariaren kalkulua 2.6. taulan dago jasoa. Gainera, 2.4. irudiko grafikoan adierazi dira sarrera zein irteerako hidrogramak ere. Taularen lehen bi zutabeak (t eta I) sarrerako hidrogramaren datuak dira. Hirugarren zutabea (Q), bestalde, irteerako emaria da, (2.4) ekuazioarekin kalkulatua. Adibidez, $t = 2$ denean, honela kalkulatuko litzateke:

$$\begin{aligned} Q_2 &= C_1 \cdot I_1 + C_2 \cdot I_2 + C_3 \cdot Q_1 \\ &= 0,6667 \cdot 13,68 + 0,1667 \cdot 30,44 + 0,1667 \cdot 8,95 = 15{,}69\,\mathrm{m^3/s} \end{aligned}$$

Beraz, emaitzak aztertuta baiezta daiteke aipatutako hidrogramak ez duela gainditzen arazoak sortuko lituzkeen mugako balioa ($43\,\mathrm{m^3/s}$), haren emaririk handiena mugako balio hori baino txikiagoa baita (balio hori t=10 h denean erdiesten du).

2.6. taula. Sarrerako (I) eta irteerako (Q) hidrogramak.

t h	I $\mathrm{m^3/s}$	Q $\mathrm{m^3/s}$
0	8,00	8,00
2	13,68	8,95
4	30,44	15,69
6	41,96	29,90
8	45,63	40,57
10	25,00	41,35
12	15,00	26,06
14	9,00	15,85
16	8,00	9,98
18	8,00	8,33
20	8,00	8,06
22	8,00	8,01
24	8,00	8,00



2.4. irudia. Ibilgu-tartean sarrerako (A) eta irteerako (B) hidrogramak.

3. kapitulua

Erregulazioa

Lurralde bateko ur-baliabidearen jatorri nagusia euria da, eta euria ez da konstantea urtean zehar; badira euri asko egiten duen garaiak, baita euri gutxiago egiten duen sasoiak ere. Eskaera, aldiz, nahiko konstantea izan ohi da, hornitze-eremu bat osotasunean aztertuz gero bederen.

Ondorioz, baliteke eremu bateko ur-bolumena nahiko izatea eskaera asetzeko, baina baliabide horien denbora-banaketa ez bat etortzea lurraldeko eskaerekin. Horrela, bada, beharrezkoa da euria egiten duen garaian gorde eta behar denean erabiltzea. Prozesu horri *erregulazio* deritzogu. Erregulazio-obra nagusiak eta ezagunenak presak dira; ura gordetzen dute, dela ur-sarea hornitzeko euririk egiten ez duenean, dela argindarra sortzeko elektrizitate-sareak exijitzen badu.

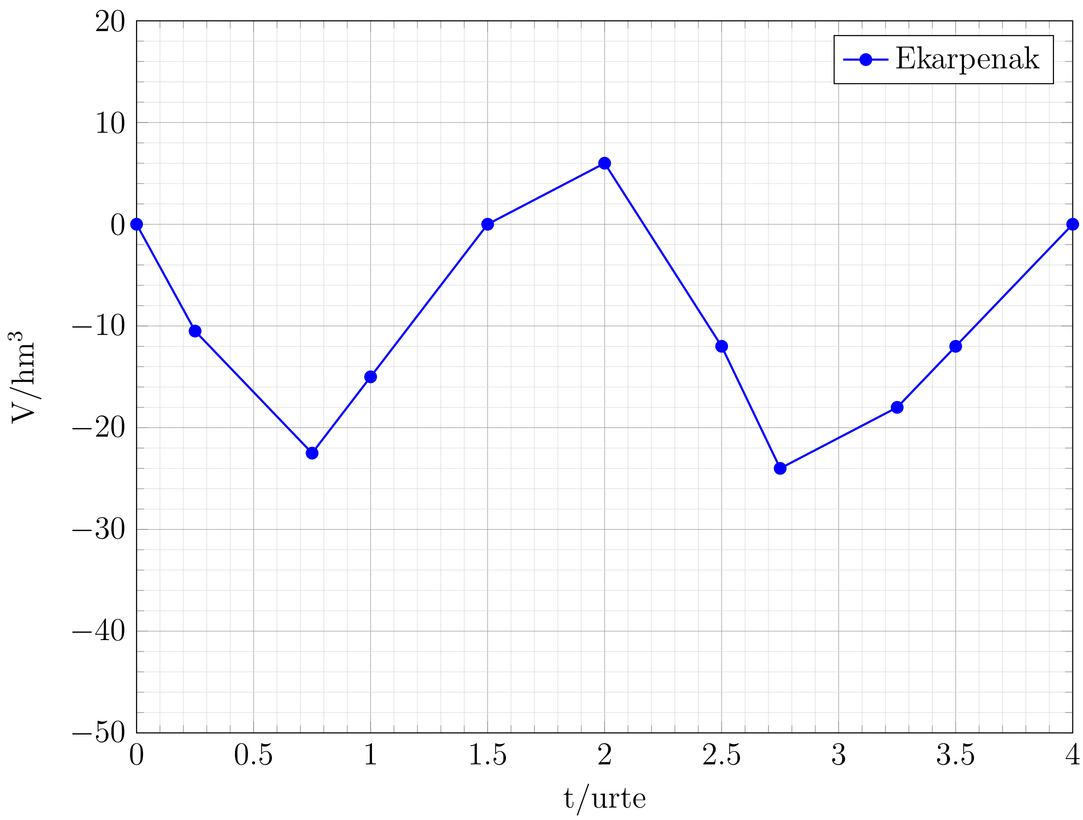
Erregulazio-obra horiek dimentsionatzeko, ezinbestekoa da alderatzea arroaren ekarpena eta ase beharreko eskaera; horien arteko diferentziak adieraziko baitu eraiki beharreko urtegiaren bolumenak edo gaitasunak zer-nolakoa behar duen. Horretarako erabiltzen den metodo grafiko bat da Emari Diferentzia Metatuen Kurba (EDMK). Beharko dugun urtegiaren gaitasuna zehazteko ez ezik, urtegi baten funtzionamendua edo ustiaketa nolakoa izango den zehazteko ere baliagarria da EDMK, baita ubide baten gaitasuna zehazteko ere.

Kapitulu honetan erregulazioari dagozkion atalak aztertuko ditugu, betiere emari-diferentzia metatuen metodoa baliatuz. Metodo horren aplikazio ezberdinak aztertuko ditugu, hala nola: eskaera eta ekarpenak alderatu (lehen ariketa), urtegiaren gaitasuna zehaztu (bigarren, hirugarren, laugarren eta bosgarren ariketak), urtegiaren funtzionamendua simulatu (lehen, bigarren, laugarren eta bosgarren ariketak), eta ubide baten gaitasuna zehaztu (hirugarren, laugarren eta bosgarren ariketak).

3.1. Eskaera irregularra (Ohikoa 2017/18)

Arroa jakin batean, haren batezbesteko ekarpena $5\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil}$ da, eskaera jakina asetzeko behar den urtegia kalkulatu da. Edonola ere, behar baino urtegi txikiagoa eraikiko da, $10\,\mathrm{hm}^3$ hain zuzen ere.

Arroaren ekarpenak 3.15. irudiko grafikoan jaso dira, 4 urteko segida adierazgarri batean. Zerbitzatu nahi den eskaera $4\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil}$ da, baina ez da uniformea: urtearen lehen erdian bolumen osoaren %20 zerbitzatzen da, eta beste guztia urtearen bigarren erdian.



3.1. irudia. Arroaren ekarpenak.

(a) Kalkulatu eta irudikatu eskaera, eta adierazi ekarpenaren bolumen gehigarria (eskaerarekiko) segidaren bukaeran.

(b) Zehaztu eraikiko den urtegiari dagozkion defizit eta isurketa osoak, hasieran hutsik dagoela suposatuz. Adierazi, baita ere, urteko bermea zein bolumen-bermea.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Ariketan, Emari Diferentzia Metatuen Kurba (EMDK) darabilten besteetan bezala, ekarpenak eta eskaerak alderatzean datza gakoa. Ekarpenak jada irudikatuak daudenez, eskaerak irudikatzea falta da. Horretarako, lehenik, grafikoan erabili den erreferentziazko emaria behar dugu, Q_{erf}. Ekarpenen hasiera eta bukaera elkartzen dituen lerroa denez bi une horien arteko batezbestekoa, eta lerro hori horizontala denez, hori izango da erreferentziazko emaria (3.1).

$$A_{btb} = 5\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} \equiv Q_{erf} \tag{3.1}$$

Orain, eskaerak irudikatzeko, haren maldak zehaztu behar ditugu. Urteko batez besteko ekarpenak datua diren arren (3.2), ekarpenak ez dira jarraituak, ezberdinak dira urtearen lehen erdian (E_{1-6}) eta urtearen bigarren erdian (E_{7-12}). Horiek kalkulatzeko, kontuan izan behar da sei hilabeteetan bolumen osoaren %20 hornitu behar dela (3.3). Adi ibili, ezin da eskaeraren %20 kalkulatu besterik gabe, hori izango litzateke eta bolumen bera 12 hilabetean hornitzea. Modu berean kalkulatuko dugu bigarren seihilekoaren eskaera (3.4).

$$E_{btb} = 4\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} = 48\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte} \tag{3.2}$$

$$E_{1-6} = \%20 \cdot 48\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte} = 9,6 \cdot \frac{\mathrm{hm}^3}{6\,\mathrm{hil}} = 1{,}6\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} \tag{3.3}$$

$$E_{7-12} = \%80 \cdot 48\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte} = 38,4 \cdot \frac{\mathrm{hm}^3}{6\,\mathrm{hil}} = 6{,}4\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} \tag{3.4}$$

Hala, eskaerak zenbatekoak diren jakinik, horien maldak behar ditugu emari-diferentzia metatuen kurban irudikatu ahal izateko. Horretarako, $Q = m - Q_{erf}$ erlazioa erabiliko dugu. Lehen sei hilabeteko eskaeraren malda m_{1-6} izango da (3.5), eta m_{7-12} bigarrenarena (3.6). Hirugarren balioa, m_{btb}, batez besteko eskaeraren malda izango litzateke (3.7).

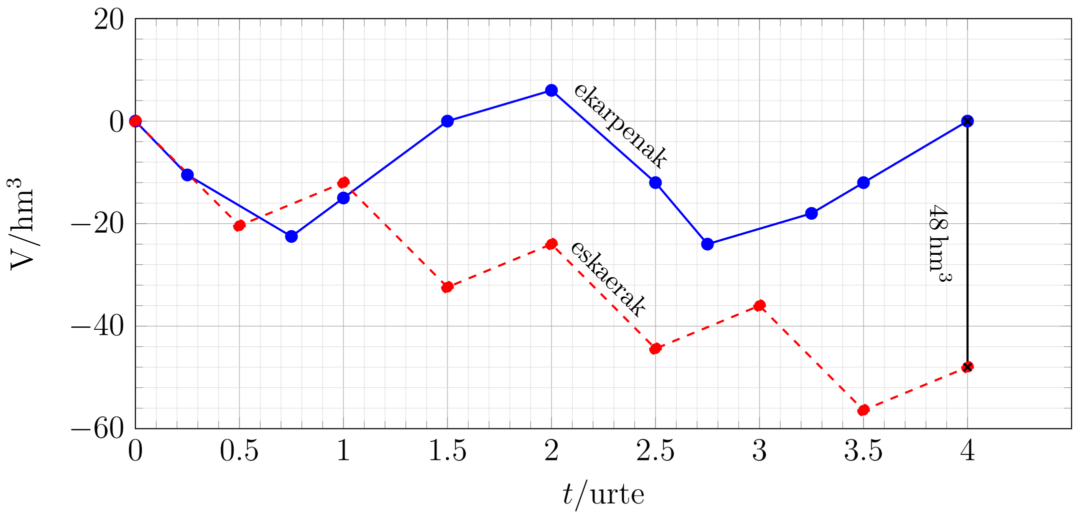
$$m_{1-6} = Q_{1-6} - Q_{erf} = 1,6 - 5 = -3{,}4\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} \tag{3.5}$$

$$m_{7-12} = Q_{7-12} - Q_{erf} = 6,4 - 5 = 1{,}4\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} \tag{3.6}$$

$$m_{btb} = E_{btb} - Q_{erf} = 4 - 5 = 1\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} \tag{3.7}$$

Horrenbestez, 3.2. irudiko grafikoan marraz dezakegu eskaera. Eskaera hori aldakorra izango da urte erdiro; m_{1-6} malda izango du urtearen lehen erdian, eta

m_{7-12} urtearen bigarren erdian. Hala, lau urteko segidaren eskaera marraztuta, ekarpenen eta eskaeren bolumen metatuak aldera ditzakegu segida horren bukaeran. Hortaz, ekarpenen eta eskaeren arteko bolumen-diferentzia zehaztu daiteke, grafikoan irakurketa zuzena eginez. Lau urteko segidaren bukaeran, 48 hm^3 izango da ekarpenen eta eskaeren arteko bolumen-diferentzia.



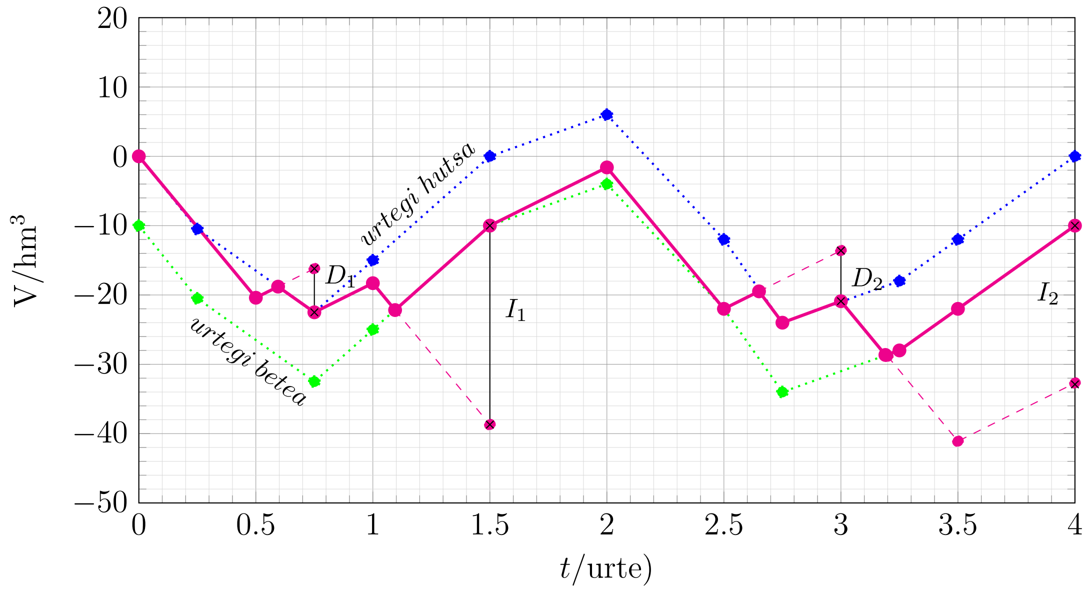
3.2. irudia. Ekarpenen eta eskaeren alderaketa zuzena.

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Oraingoan, defizitak zein isurketak zehazteko, beharrezkoa da urtegiaren bolumena kontuan izango duen *huste- edo ustiapen-kurba* marraztea (3.3. irudia). Ustiapen-kurba horrek esango digu, ekarpenak eta eskaerak alderatuz, urtegiaren betetze maila zenbatekoa den unean-unean; ondorioz, baita defizit- eta isurketa-garaiak eta horien bolumenak ere.

Hori aztertzeko, ekarpenen paraleloa marraztuko dugu urtegiaren bolumenari dagokion distantziara. Goikoari *urtegi huts* deituko diogu, eta behekoari *urtegi bete*. Paralelo horiek zuzen lagungarriak dira, emari-segidak alderatzeko baliagarri; horiek adieraziko dute noiz urruntzen diren ekarpena edo eskaera elkarrengandik urtegiaren bolumena adina (noiz husten edo betetzen den adieraziko digu horrek).

Ustiapen-kurba marrazteko, kontuan izan behar da hasierako unean urtegia hutsik dagoela. Hortik aurrera, ekarpenak (urtegi hutsa) eta eskaera alderatuz joango gara. Hala, ikus daiteke urtegia hutsik egongo dela hasieran, ekarpena eta eskaera berdinak baitira (ez da urtegia betetzeko adina ur sartzen). Ondoren, lehen urte erdira arte, zertxobait beteko da (eskaera zerbait txikiagoa baita ekarpena baino). Hori dela eta, ustiapen-kurba gerturatuz joango da urtegi beterantz.

Urte erditik aurrera, hala ere, husten hasiko da berriz ere, eskaera handiago baita ekarpena baino. Bestalde, une batean urtegia hustu egingo da (ustiapen-kurbak urtegi hutsa mozten duenean), eta denbora batean hutsik egongo da; gainera, ura faltako da eskaera asetzeko, hau da, defizit bat egongo da. Horrela, pixkanaka, ustiapen-kurba osoa marraztuz, zehaztu daitezke bi defizit-garai ($D_1 \approx 6\,\mathrm{hm}^3$ eta $D_2 \approx 8\,\mathrm{hm}^3$) eta bi isurketa-aldi ($I_1 = 29\,\mathrm{hm}^3$ eta $I_2 = 23\,\mathrm{hm}^3$) daudela.



3.3. irudia. Urtegiaren ustiapen-kurba.

Gainera, defizita aztertuz gero, ikus daiteke eskaerak huts egiten duela lehen eta bigarren urtean; hau da, bi hutsegite-urte daude. Ondorioz, urteko bermea (3.8) ekuazioak emandakoa izango da. Aitzitik, aztertuz gero hornitu gabeko eskaeraren bolumena, D_1 eta D_2 defizitak dira lau urte horietan hornitu ez den bolumen totala. Hortaz, (3.9) adierazpenak emandakoa da bolumen-bermea.

$$B_{urtekoa} = 1 - \frac{2}{4} = 0,5 = \%50 \tag{3.8}$$

$$B_{bolumena} = 1 - \frac{14}{4\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{hil} \cdot (4\,\mathrm{urte} \cdot 12\,\mathrm{hil/urte})} = 0,927 = \%92,7 \tag{3.9}$$

3.2. Tunelerako urmaela (Ohikoa 2015/16)

Tunel baten eraikuntza dago aurreikusia esleitu berri den abiadura handiko trenaren tarte batean. Tunelaren eraikuntzarako aurreikusi den ur-eskaera $240\,\mathrm{m}^3/\mathrm{egun}$ da, baina 3.1. taularen arabera dago banatua egunean zehar.

3.1. taula. Eguneko eskaeraren ordu-banaketa.

Orduak hh : mm	Q m^3/h
00:00-08:00	0
08:00-13:00	24
13:00-14:00	0
14:00-19:00	24
19:00-24:00	0

Bada, obraren eremuan ez dago ekarpen erabilgarririk (erreka txiki bat badago, baina ez da kontuan hartu haren erabilpena). Aitzitik, ekarpen handiak dira alboko arroan, eta badago, gainera, ubide zahar bat ura garraiatzen duena obraraino bertaraino. Ubide horrek, jatorrian, zentral txiki batera zeraman ura ondoko arroatik, eta haren gaitasuna $10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h}$ da. Ondorioz, ubideko ekarpenak nahikoa ez direnez eskaera asetzeko, obra-teknikariak hiru aukera ari dira aztertzen:

1. Egungo ubidea erabili eta ur-biltegi bat eraiki tunel ondoan.
2. Egungo ubidearen gaitasuna handitu. Gaitasun berria $24\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h}$ litzateke, eta 1 km ubide berritu beharko litzateke horretarako.
3. Eskatutako ura zisterna-kamioian garraiatu.

Ur-biltegia eraikitzearen kostua 800 €/m^3 da, ubidea berritzearena 50 €/m, eta eskaera asetzeko ura garraiatzearena 5 €/m^3. Obra bukatzeko 10 hilabete beharko dira, eta astean 7 egunez lan egingo da. Demagun hilabeteak 4 astekoak direla (28 egun).

(a) Zein aukera da hiruretatik merkeena?

(b) $80\,\mathrm{m}^3$ dituen ur-biltegia eraikiko balitz, zer-nolako defizitak eta isurketak sortuko lirateke egunero?

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Enuntziatuan eskatzen diren aukeren kostua aztertzeko falta zaigun datua biltegiaren bolumena da, enuntziatuak ematen ditu eta gainontzeko aldagaiak.

Hortaz, biltegiaren bolumena kalkulatzeko, alderatu egin beharko dira obrako eskaera, taulan jasoa, eta ekarpena. Azkena, ekarpena, egungo ubidetik deribatutako emaria izango litzateke, biltegira iritsiko litzatekeena. Dena den, emari-diferentzia metatuen kurba (EDMK) eraikiko dugu eskaera eta ekarpenak alderatu ahal izateko, eta, horretarako, erreferentziazko emari bat behar dugu (Q_{erf}). Hemen, batez besteko emaria erabiliko dugu (3.10).

$$Q_{erf} = \frac{240\,\mathrm{m}^3/\mathrm{eg}}{24\,\mathrm{h}/\mathrm{eg}} = 10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h} \tag{3.10}$$

Horrela, kalkula daitezke eskaera-kurba irudikatzeko datuak (3.2. taula). Lehen bi zutabeak enuntziatuko datuak dira. Hirugarren zutabean, ES_i, eskaeraren bolumen osoa kalkulatzen da ordu-tarte bakoitzean, tarteen iraupenak ez baitira homogeneoak. Adibidez, (3.11) adierazpenean jaso da 08:00-13:00 tarteko kalkulua.

$$ES_{8-13} = 24\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h} \cdot 5\,\mathrm{h} = 120\,\mathrm{m}^3 \tag{3.11}$$

Laugarren zutabean, $ES_i - t \cdot Q_{erf}$, aurreko zutabeari kentzen zaio erreferentziazko emariak metatutako bolumena denbora-tarte horretan. Adibidez, 08:00-13:00 tarteko kalkulua (3.12) adierazpenean jaso da. Azken zutabea soilik dira aurrekoaren balio metatuak; horiek dira 3.4. irudiko grafikoan erabili direnak.

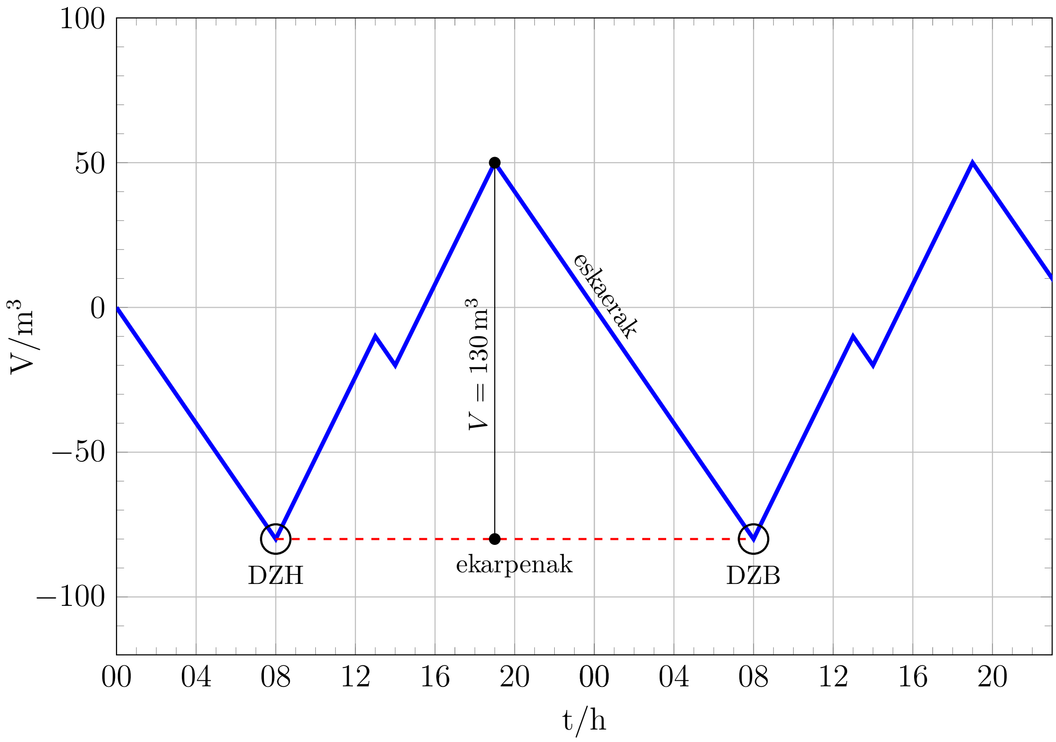
$$ES_{8-13} - t_{8-13} \cdot Q_{erf} = 120\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h} - 5\,\mathrm{h} \cdot 10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h} = 70\,\mathrm{m}^3 \tag{3.12}$$

3.2. taula. Emari-diferentzia metatuen kurbaren kalkulua.

Orduak hh : mm	Q m^3/h	ES_i m^3	$ES_i - t \cdot Q_{erf}$ m^3	$\sum(ES_i - t \cdot Q_{erf})$ m^3
00:00-08:00	0	0	-80	-80
08:00-13:00	24	120	70	-10
13:00-14:00	0	0	-10	-20
14:00-19:00	24	120	70	50
19:00-24:00	0	0	50	0

Orain, irudikatuak ditugu jada eskaerak grafikoan, ekarpenak behar ditugu biak alderatu ahal izateko. Bada, ekarpena marra horizontal batekin irudikatzen da, erreferentziazko emariaren berdina baita, hots, $10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h}$.

Jarraian, urtegiaren bolumena finkatzeko, lehenik zehaztu behar da eskaera/ekarpen horiekin sortuko den defizit-zikloa. Hala, *defizit-zikloaren hasiera* (DZH) obrako ur-eskaerak ekarpenak baino handiagoak direnean hasten da, eta bukatuko da biek metatutako bolumena berdintzen dutenean (DZB). Beraz, defizit-ziklo hori da egun bateko 8:00etatik hurrengo eguneko 8:00etara doana. Bada, zikloa saihesteko behar den urtegi-bolumena da bi kurben arteko diferentziarik handiena, hau da, $130\,\mathrm{m}^3$.



3.4. irudia. Beharrezko urtegi-bolumenaren kalkulua.

Hala, bolumenarekin, kalkula daiteke aukera bakoitzaren kostua. Edonola ere, lehenik zehaztu behar da eskaera totala (ES_T) obrak iraun bitartean, 3.13 adierazpenaren arabera, zehazteko gero ura zisterna-kamioian garraiatzearen kostua.

$$ES_T = 6\,\mathrm{eg/aste} \cdot 4\,\mathrm{aste/hil} \cdot 10\,\mathrm{hil} \cdot 240\,\mathrm{m}^3/\mathrm{egun} = 57\,600\,\mathrm{m}^3 \tag{3.13}$$

Horrenbestez, 3.3. taulan jaso da hiru aukerak alderatzen dituen laburpena. Garbi ikus daiteke hiruretan merkeena ubidearen eraikuntza dela, urmaelaren aukera bikoitza kostatzen baita, eta ura garraiatzearena sei bider gehiago.

3.3. taula. Hiru aukeren kostua.

Aukera	Prezioa	Neurketa	Kostua
Ur-biltegia	800 €/m^3	130 m^3	104 000 €
Ubidea	50 €/m	1000 m	50 000 €
Garraioa	5 €/m^3	57 600 m^3	288 000 €

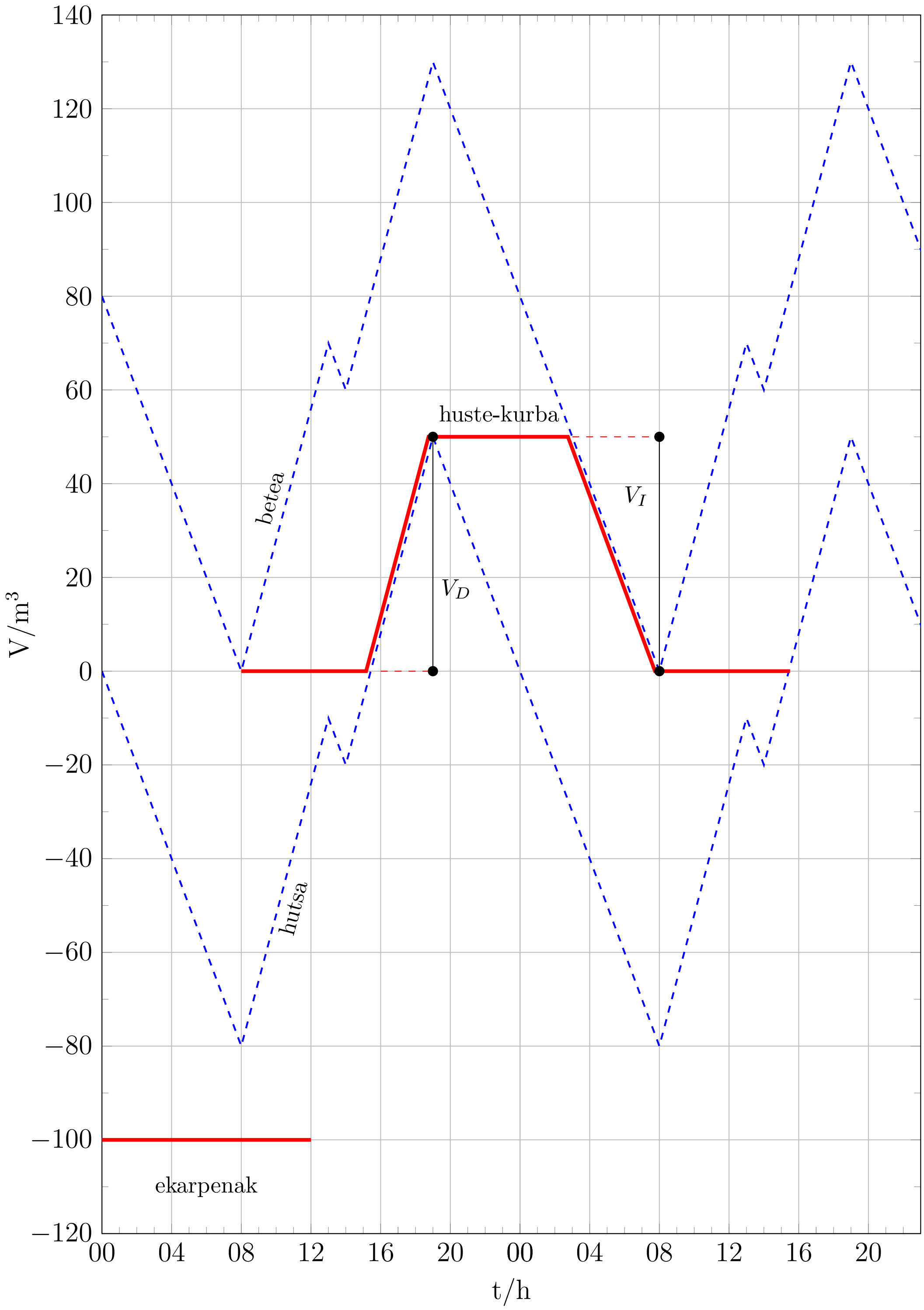
ARIKETAREN EBAZPENA (b). Urtegian gertatzen dena aztertzeko, urtegiaren *ustiapen-kurba* marraztu daiteke, hark esango digu eta zenbat ur dagoen urtegian uneoro, baita defizitak eta isurketak zenbatekoak diren ere.

Horretarako, eskaeren paraleloa marrazten da aurreikusitako urtegi-bolumenaren baliokidea den distantziara (80 m^3). Goiko lerroak *urtegi betea* irudikatuko du, eta behekoak *urtegi hutsa*. Kontuan hartu hori ez datorrela bat 3.1. ariketaren (b) atalean egindakoarekin; besteak beste, oraingoan eskaeren paraleloa ari garelako egiten, eta ez ekarpenena.

Edonola ere, urtegiaren huste-kurba ez da hasieratik marraztu, beterik zein hutsik hasita ere, 8:00etan betea egongo baita. Horrela, husten joango da urtegia une horretatik aurrera, eta erabat hustu 16:00ak baino lehen. Huste-kurba marrazten jarraituko bagenu irizpide berarekin, ikus daiteke urtegiak hutsik jarraituko duela 19:00ak arte, une horretan baitira eskaerak baino handiagoak ekarpenak, eta, orduan, betetzen hasiko da.

Bada, hutsik egon den denboran alderatuz gero eskaerak eta ekarpenak, lortuko dugu defizit-bolumena (V_D). Gauza bera eginez gero urtegia beterik dagoen epean, isurketa kalkula daiteke (V_I). Bataren zein bestearen bolumena 50 m^3 da. Grafikoan ikus daiteke defizita lanorduetako azken orduei dagokiena dela, eta isurketa, aldiz, gauez gauzatzen dela.

Hala, gauean isuritako bolumena egunean zehar falta zaiguna izango litzateke, eta lehen atalean kalkulatu dugun 130 m^3 dituen ur-biltegia izango litzateke hemen beharko genukeena aipatutako defizitak saihesteko (50 m^3).



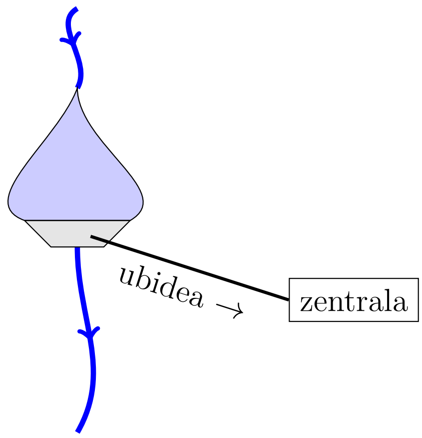
3.5. irudia. Ustiapen-kurba $80\,\mathrm{m}^3$ dituen biltegian.

3.3. Urtegia eta ubidea (Ezohikoa 2016/17)

Zentral hidroelektriko bat diseinatu nahi da arroa jakin batean, haren ibilgu nagusiko ura turbinatzeko. Horretarako, urtegi bat eraikiko da bertan, diseinatu ere egin beharko dena. Arroaren ekarpenak, bost urteko segida baterako, 3.4. taulan emandakoak dira. Gainera, ubide berria eraikiko da ura zentraleraino garraiatzeko. 3.6. irudian jasotakoa da adierazitakoaren eskema orokorra.

3.4. taula. Urtegia eraikiko den arroaren ekarpenak.

Urtea		1	2	3	4	5
EK_i	hm^3	180	60	120	180	60



3.6. irudia. Urtegiaren, ubidearen eta zentralaren eskema.

(a) Kalkulatu, grafikoki, eraiki beharko litzatekeen urtegiaren bolumena erregulatzeko ekarpenen %90.

(b) Zehaztu, (a) ataleko urtegiarekin, isurketa-bolumen osoa eta urtegiak izango duen betetze-maila hirugarren urtearen bukaeran. Urtegia hutsik dagoela joko da segidaren hasieran.

(c) Demagun ezin izan dela eraiki aurreikusitako urtegia, eta azkenean egindakoak $30\,\mathrm{hm}^3$ dituela. Egoera horretan, kalkulatu eraiki beharko litzatekeen ubidearen gaitasuna garraiatzeko emari erregulatua zentralera. Kontuan izan urtegian $20\,\mathrm{hm}^3$ daudela segidaren hasieran zein bukaeran.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Eskatzen zaigun urtegiaren bolumena kalkulatzeko, ekarpenak eta eskariak alderatu beharko ditugu, defizit-zikloak identifikatuz eta behar den urtegi-bolumena kalkulatuz defizit-ziklo horiek saihesteko. Analisia grafikoki egingo dugu, Emari Diferentzia Metatuen Kurba (EDMK) erabilita. Hasteko, erreferentziazko emari bat definitu behar dugu EMDK finkatzeko. Ekarpenen batezbestekoa baliatuko dugu gure kasuan (3.14).

$$Q_{btb} = \frac{\Sigma EK_i}{n} = \frac{600\,\mathrm{hm}^3}{5\,\mathrm{urte}} = 120\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte} \equiv Q_{erf} \tag{3.14}$$

Ondoren, ekarpenak irudikatu beharko ditugu, erreferentziazko emaria baliatuta. 3.5. taulan jaso dira kalkulu horiek. Azken ilara da, hain zuzen ere, 3.7. irudiko grafikoan adierazten diren ekarpenak.

3.5. taula. Grafikoko ekarpen-datuen kalkulua.

		1	2	3	4	5
EK_i	$\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte}$	180	60	120	180	60
$EK_i - Q_{erf}$	$\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte}$	60	-60	0	60	-60
$\Sigma(EK_i - Q_{erf})$	$\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte}$	60	0	0	60	0

Bada, eskaerak ekarpenekin alderatu beharko ditugu bolumena zehazteko. Ekarpenen %90 erregulatuko dugunez, (3.15) adierazpenak emango dizkigu eskaerak edo emari erregulatua, Q_{erg}, eta (3.16) adierazpenak emari horien malda, m_{erg}.

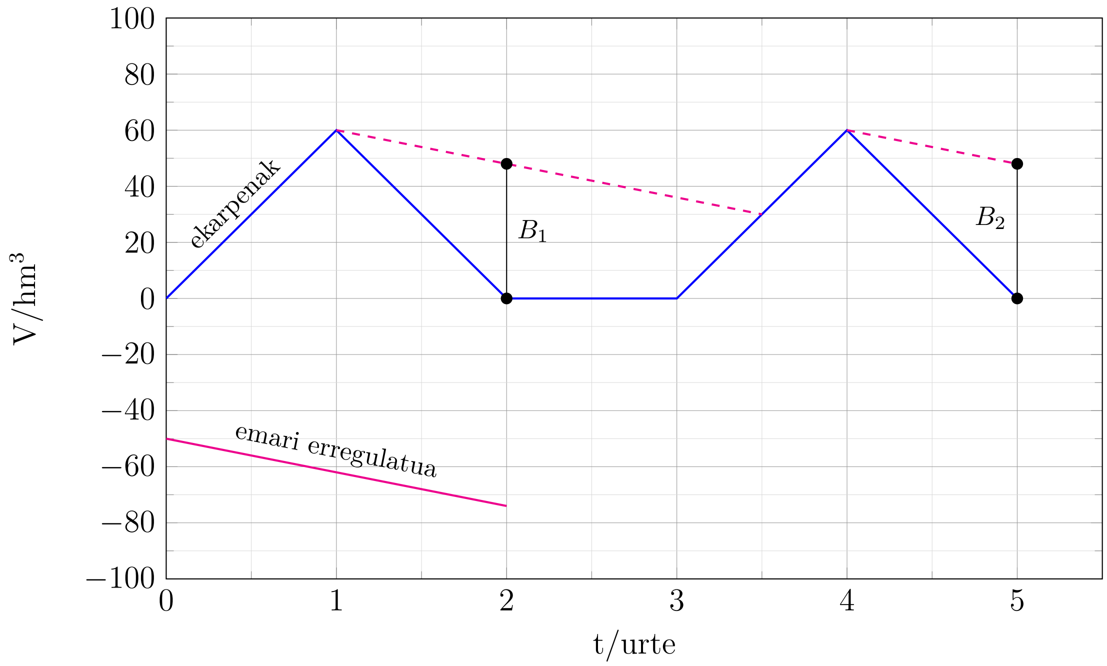
$$Q_{erg} = \%90 \cdot 120\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte} = 108\,\mathrm{hm}^3/\mathrm{urte} \tag{3.15}$$

$$m_{erg} = Q_{erg} - Q_{erf} = 108\,\frac{hm^3}{urte} - 120\,\frac{hm^3}{urte} = -12\,\frac{hm^3}{urte} \tag{3.16}$$

Nahikoa dira bi datu horiek, ekarpenak eta eskaera, urtegiaren bolumena kalkulatzeko. Horretarako *defizit-zikloak* identifikatu beharko ditugu, hasiko direnak eskaera denean ekarpena baino handiagoa, eta bukatu bien bolumen metatuak berdintzean. Gure kasuan, bi defizit-ziklo izango ditugu (3.7. irudia).

Lehena, bigarren urtearen hasieratik laugarren urtearen erdira arte luzatuko da. Beraz, epe horretako defizita saihesteko behar den bolumena $B_1 = 48\,\mathrm{hm}^3$ da. Bigarren defizit-zikloa azken urtearen hasieratik segida bukaeraraino luzatuko da;

defizit-bolumena aurrekoaren berdina izango da, epe horretako eskaera eta ekarpena berdinak baitira. Beharko dugun urtegiak, beraz, 48 hm^3 izan beharko ditu, bi zikloak asetzeko adina.



3.7. irudia. Urtegi-bolumenaren kalkulua.

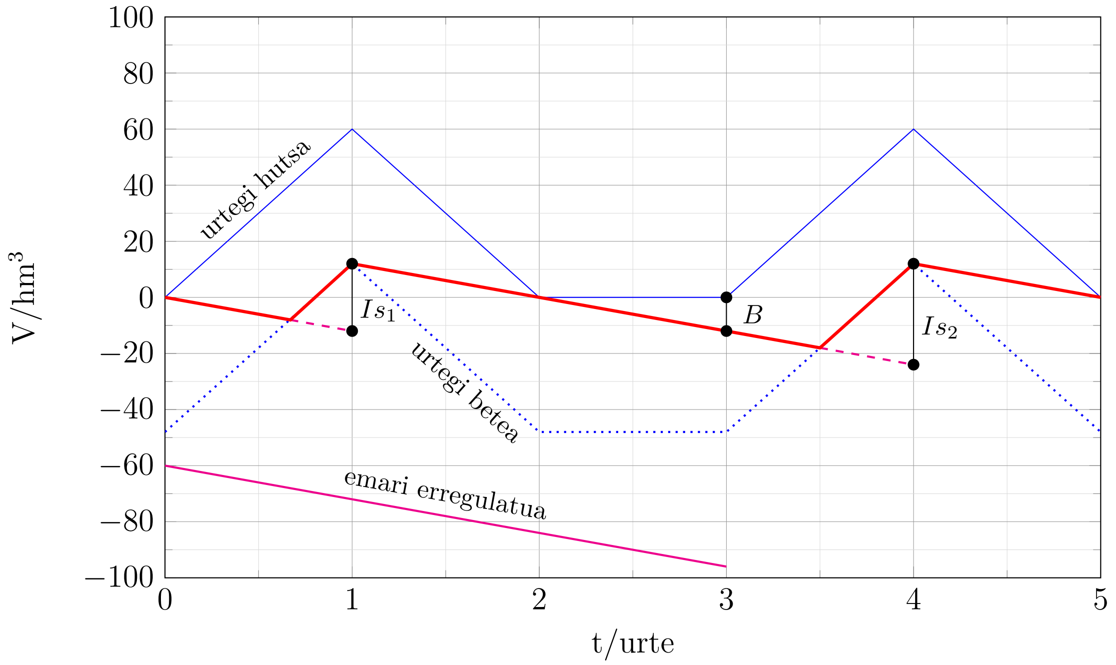
ARIKETAREN EBAZPENA (b). Urtegiaren egoera zein den zehazteko *huste-kurba* marraztuko dugu, horrek lagunduko digu eta zehazten urtegiaren egoera zein den hirugarren urtearen bukaeran (3.8. irudiko grafikoa). Huste-kurba marrazteko, baina, *urtegi hutsa* eta *urtegi betea* kurbak behar ditugu.

Horretarako, toki gehiago dugunez behealdean, han egingo dugu ekarpenen paraleloa, eta hura izango da urtegi betea; ondorioz, ekarpenen kurba bera izango da urtegi hutsaren kurba. Huste-kurba marrazteko urtegi hutsetik hasiko gara, hori baita enuntziatuak emandako baldintza.

Horrela, huste-kurba definiturik, ikus daiteke ez dagoela defizit-egoerarik; izan ere, horretarako diseinatu dugu urtegia lehen atalean. Aldiz, ekarpen guztiak erregulatzen ez ditugunez, ura sobera izango dugu, eta egongo da isurketa.

Isurpena kalkulatzeko, nahikoa litzateke kontuan izatea isuritako emaria ekarpen osoaren %10 dela; hau da, erregulatzen ez dugun emaria (60 hm^3). Edonola ere, grafikoki ere kalkula daiteke; han ikus daiteke bi isuri-epe ditugula. Bata, lehen urtean, eta, bestea, laugarren urtean. Lehen tartean $Is_1 = 24\,\mathrm{hm}^3$ isurtzen dira, eta, bigarrenean $Is_2 = 36\,\mathrm{hm}^3$. Guztira isuritakoa, aipatu bezala, $60\,\mathrm{hm}^3$ izango dira.

Huste-kurbak ere esango digu urtegiaren egoera zein den irudikatutako segidaren edozein unetan. Horrela, badakigu hirugarren urtearen amaieran $B = 12\,\mathrm{hm}^3$ dituela urtegiak, huste-kurbatik urtegi hutserainoko distantzia, hain zuzen ere.



3.8. irudia. Urtegiaren huste-kurba.

ARIKETAREN EBAZPENA (c). Oraingoan, egoeraren simulazioa $30\,\mathrm{hm}^3$ dituen urtegiarekin egingo dugu, 3.9. irudiko grafikoan ageri den moduan. Simulazioa egiteko, urtegi hutsa eta urtegi betea kurbak marraztuko ditugu, lehen bezala. Gero, *hari tenkatuaren metodoa* erabiliko dugu urtegitik irtengo diren emariak finkatzeko; horrela zehaztuko ditugu urtegitik irteten diren emaririk erregularrenak edo erreferentziazkotik gertuen direnak (zenbat eta erregularragoak izan, are eta ubide-gaitasun txikiagoa beharko dugu bolumen berdina garraiatzeko).

Ondoren, horrela lortutako emariak izango dira ubidetik garraiatuko ditugunak. Hala ere, kontuan izan behar da hari tenkatuak emandako emariek ekarpen guztiak erregulatzen dituztela; ez dira, beraz, ubideak eramango dituenak; ubidetik soilik eraman behar da ekarpen guztien %90, hori baita zentralera bideratu nahi dena.

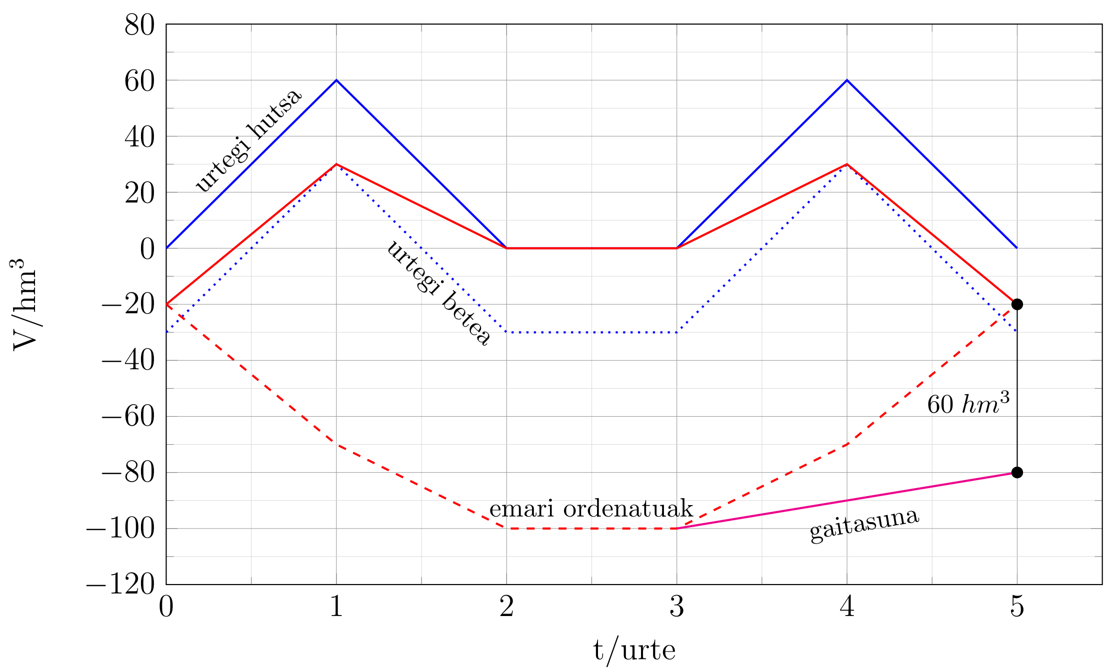
Bada, ekarpenen segidarekin alderatuz, zenbat gutxiago behar dugun kalkula dezakegu, (3.17) adierazpenarekin, eta bolumen horri dagokion puntua izango dugu segidaren bukaeran.

$$V_{erf} - V_{90} = 120\,\mathrm{hm^3/urte} \cdot 5\,\mathrm{urte} - 540\,\mathrm{hm^3} = -60\,\mathrm{hm^3} \tag{3.17}$$

Hortaz, ubidearen gaitasuna finkatzeko, erregulatutako emariak ordenatuko ditugu txikienetik handienera, eta kurba horrekiko ukitzailea marraztuko dugu garraiatu behar duen bolumena adierazten duen puntutik ($540\,\mathrm{hm^3}$). Zuzen horrek emango digu ubidearen gaitasuna; izan ere, tangentzia-puntutik ezkerrera geratzen diren emariak osorik garraiatuko ditu, eta, eskuinera daudenak, partzialki (gaitasunaren berdina den emaria garraiatuko du). Beraz, grafikotik lortuko dugu gaitasunaren malda (3.18), eta harekin gaitasunari dagokion emaria (3.19).

$$m_{gait} = \frac{20\,\mathrm{hm^3}}{2\,\mathrm{urte}} = 10\,\mathrm{hm^3/urte} \tag{3.18}$$

$$Q_{gait} = m_{gait} + Q_{erf} = 10\,\mathrm{hm^3/urte} + 120\,\mathrm{hm^3/urte} = 130\,\mathrm{hm^3/urte} \tag{3.19}$$

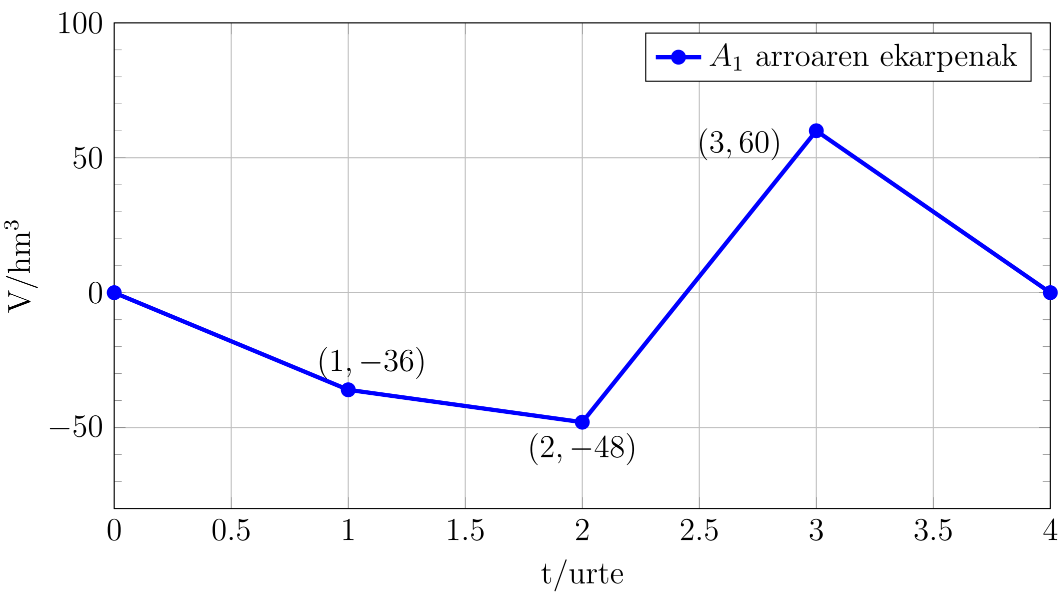


3.9. irudia. Ubidearen dimentsionamendua (hari tenkatua).

3.4. Ubidea eta urtegia (Ezohikoa 2015/16)

A_1 arroa jakin bateko ekarpenak ustiatzeko zentral hidroelektriko jariakor txiki bat eraikiko da. Arroa horren ondoan beste arroa bat dago, B_2, baina bigarrenaren ekarpenak ez dira nahikoa zentrala han eraikitzeko, nahiz eta baldintzak askoz ere hobeak izan, bertara iristeko bideak bereziki. Zentrala, beraz, B_2 arroan egingo da, eta ubide bat eraikiko da A_1 arroako ekarpenak hara garraiatzeko.

Gainera, ureztatze-eremu bat dago B_2 arroan; hango laborantza-eskaria $2\,\mathrm{m^3/s}$ da. Edonola ere, B_2 arroako ekarpenak urriak direnez, A_1 arroako ekarpenak baliatuko dira laborantzarako. Horretarako, ura erregulazio-urtegi batean jasoko da zentralean turbinatu ondoren, eta ureztatze-eremura bideratu gero. A_1 arroaren ekarpenak 3.10. irudiko grafikoan emandakoak dira (epe horretan batez besteko emaria $6\,\mathrm{hm^3/hil}$ da).



3.10. irudia. A_1 arroaren ekarpenak.

(a) Kalkulatu beharrezko ubidearen gaitasuna A_1 arroako ekarpenen %80 deribatzeko B_2 arroara.

(b) Kalkulatu B_2 arroan behar den urtegiaren bolumena, arroa horretako ureztatze-eskaria asetzeko, baldin eta ekarpenak aurreko ataleko ubidetik deribatutakoak badira (baztertu B_2 arroako ekarpenak).

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Ubidearen gaitasuna kalkulatzea optimizazio kontua da; asko dira eskatutako bolumena garraiatzeko gai diren ubide-gaitasunak, baina hori emaririk txikienarekin egin dezakeen hura nahi dugu. Hala, arroaren ekarpenak txikiak direnean, ubidea ez da beterik joango baina ekarpenak osorik garraiatuko ditu; aldiz, soilik garraiatuko du ekarpenen zati bat handiak direnean ubidera iristen diren ekarpenak, beterik joan arren horrelakoetan.

Beraz, gaitasuna finkatzeko, lehendabizi ubideak garraiatu behar duen bolumena zehaztu behar da, eta grafikoan irudikatu. Arroaren ekarpen osoa (EK_T) datua da (3.20), eta, ondorioz, baita ubideak deribatutako bolumena (V_{80}) ere, aurrekoaren %80 baita (3.21). Hala, zehaztu daiteke deribatutako bolumen hori adierazten duen segidak zer alde duen ekarpenen segidarekin lau urte ondoren (ΔV), (3.22) adierazpena aplikatuz.

$$EK_T = Q_{erf} \cdot 48\,\text{hil} = 6\,\text{hm}^3/\text{hil} \cdot 48\,\text{hil} = 288\,\text{hm}^3 \tag{3.20}$$

$$V_{80} = \%80\ EK_T = 0,8 \cdot 288\,\text{hm}^3 = 230{,}4\,\text{hm}^3 \tag{3.21}$$

$$\Delta V = V_{80} - V_{erf} = 230{,}4\,\text{hm}^3 - 6\,\text{hm}^3/\text{hil} \cdot 48\,\text{hil} = -57{,}6\,\text{hm}^3 \tag{3.22}$$

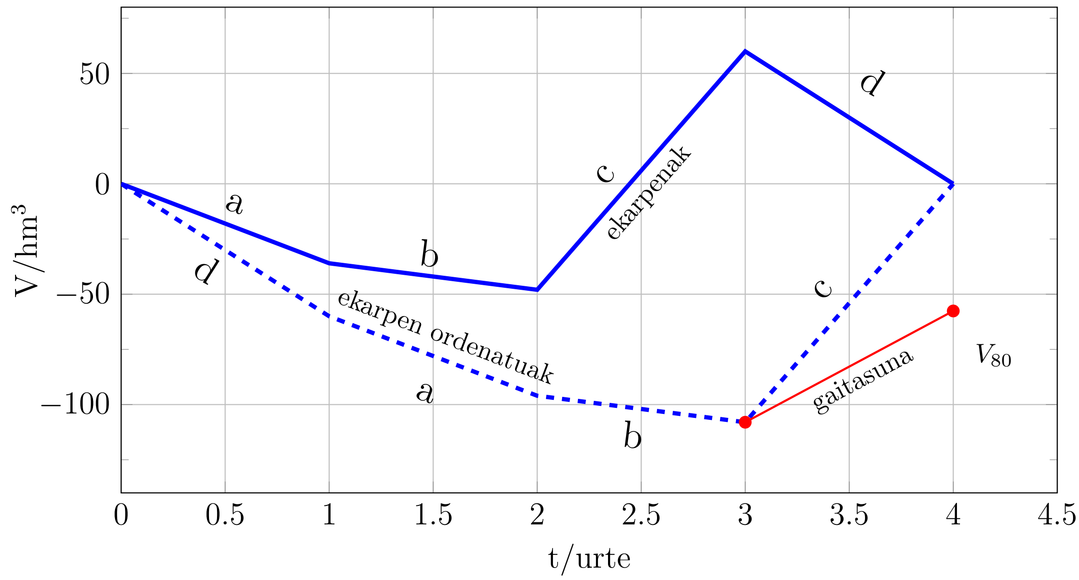
Gainera, gaitasuna kalkulatzeko, ekarpenak beste modu batera irudikatuko ditugu: txikienetik handienera ordenatuak (d-a-b-c). Hori ez ezik, kontuan hartu behar da, baita ere, badugula ubidetik deribatu nahi den bolumena lau urteko segidaren ondoren (V_{80}), eta badakigula puntu horretan bukatu behar duela ubidetik bideratuko den emari-segidak.

Hala, V_{80} puntutik ukitzailea marraztuko dugu ekarpen ordenatuen kurbara. Ukitzaile hori izango da, hain zuzen ere, bilatzen ari garen ubidearen gaitasuna. Besteak beste, tangentzia-puntutik eskuinera dauden ekarpenak gaitasuna baino handiagoak izango dira, eta txikiagoak ezkerrera daudenak (3.11. irudia). Horrela, d-a-b ekarpenak ditugunean, guztia deribatuko da ubidetik; aldiz, c ekarpenarekin, ubideak gaitasunak uzten diona beste deribatuko du, eta soberan dagoenak ibilguan behera jarraituko du.

Gaitasuna zehaztu dugunez, haren malda kalkula dezakegu (3.23), baita malda horri dagokion ubidearen diseinu-emari minimoa ere (3.24); hots, hori baino emari handiagoetarako diseina genezake ubidea, baina ez txikiagoetarako.

$$m_g = \frac{-57{,}6\,\text{hm}^3 - (-108\,\text{hm}^3)}{1\ \text{urte}} = \frac{50{,}4\,\text{hm}^3}{1\,\text{urte}} = 4,2\ \frac{\text{hm}^3}{\text{hil}} \tag{3.23}$$

$$Q_g = m_g + Q_{erf} = 4,2\,\frac{\mathrm{hm}^3}{\mathrm{hil}} + 6\,\frac{\mathrm{hm}^3}{\mathrm{hil}} = 10,2\,\frac{\mathrm{hm}^3}{\mathrm{hil}} \tag{3.24}$$

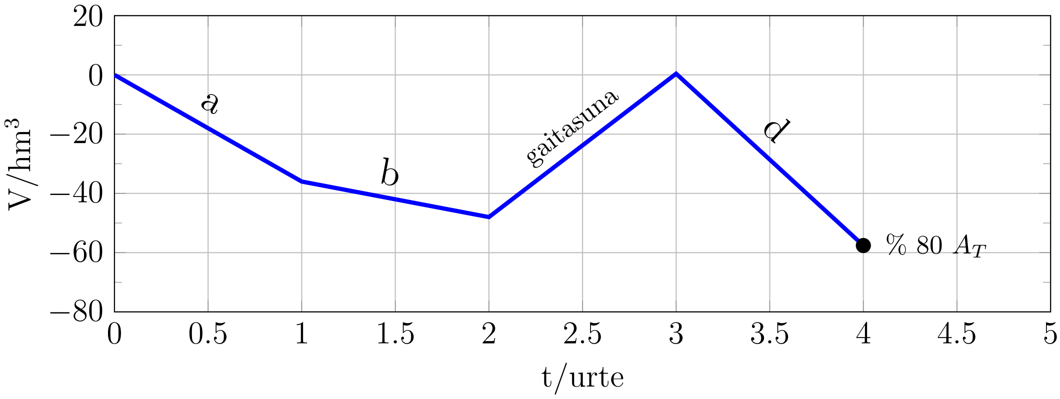


3.11. irudia. Ubide-gaitasunaren kalkulua.

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Oraingoan urtegi baten gaitasuna zehaztu behar da, baina erabiliko diren ekarpenak ez dira ibilgutik datozenak, baizik eta ubidetik bideratu direnak B_2 arroara. Horrek esan nahi du, lehen esan bezala, ubidetik osorik joango direla d-a-b ekarpenak, eta, ubidearen gaitasuna mugatua denez, ekarpena c denean gaitasuna adina ur eramango du ubideak. Hala, ekarpen berriak, urtegia kalkulatzeko erabiliko ditugunak, 3.12. irudikoak izango dira.

Ekarpen berriekin, baina, baliteke unean uneko eskaera asetzeko emari nahikorik ez izatea. Hori zehazteko, eskaerak irudikatu beharko ditugu lehenik, haren malda ubidetik datozen ekarpen berriekin alderatu ahal izateko. Eskaera $2\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ denez, haren malda (3.25) adierazpenean emandakoa izango da.

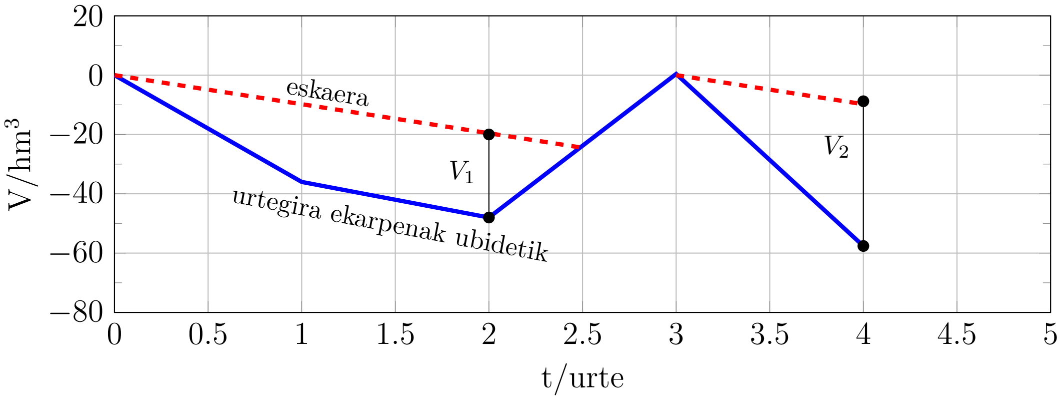
$$\begin{aligned} m_{esk} &= Q_{esk} - Q_{erf} \\ &= 2\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\mathrm{hm}^3}{10^6\mathrm{m}^3} \cdot \frac{30 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{hil}} - 6\,\frac{\mathrm{hm}^3}{\mathrm{hil}} = 0,816\,\frac{\mathrm{hm}^3}{\mathrm{hil}} \end{aligned} \tag{3.25}$$



3.12. irudia. Ubideak B_2 urtegiari eginiko ekarpenak.

Horrela, bada, eskaera eta ubideko ekarpen berriak alderatuz, ikus daiteke urtegia behar dela, ekarpenak ez baitira eskaera asetzeko gai urte denetan (3.13. irudia). Esaterako: a, b eta d tarteetan handiagoa da eskaeraren malda ekarpenena baino.

Horrenbestez, urtegiaren bolumena kalkulatzeko, defizit-zikloen hasierak eta bukaerak identifikatu behar dira; grafikoan bi ziklo daude. Lehenengoan, hasiera-hasieratik izango dugu defizita, eskaerak handiagoak baitira ekarpenak baino. Defizit-zikloa hirugarren urtearen erdialdera bukatuko da, eta tarte horretan eskaeren eta ekarpenen arteko diferentziarik handiena bolumen metatuan V_1 izango da. Gauza bera eginez gero bigarren defizit-zikloarekin, urtegiaren bolumena bietan handiena izango da, hots, $V_2 = 48\,\mathrm{hm}^3$.



3.13. irudia. B_2 urtegi-bolumenaren kalkulua.

3.5. Bi urtegi (Ohikoa 2016/17)

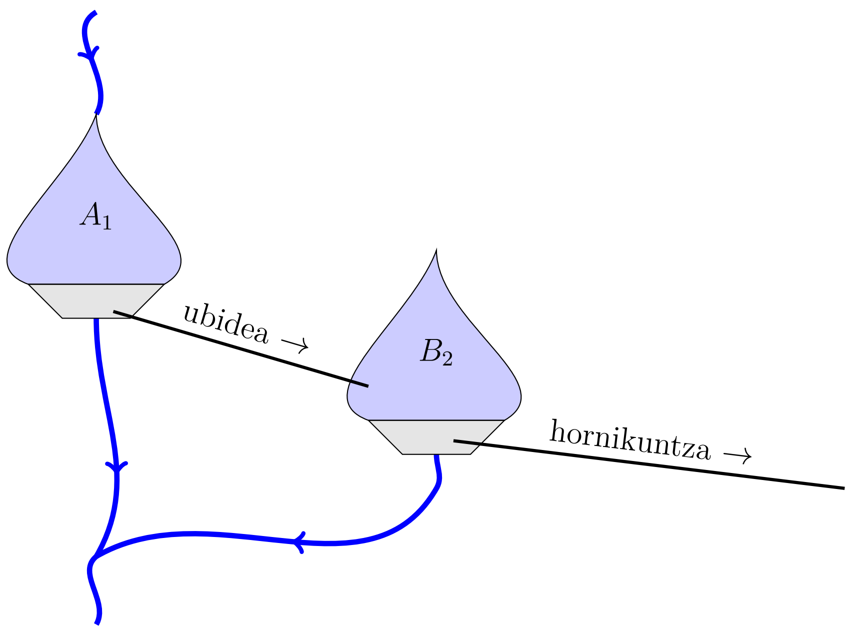
Ustiapen-sistema jakin batek laborantza- zein hiri-eskaerak ditu. Nekazaritza-eremuak 20.000 *ha* ditu, eta azalera horri dagozkion dotazioak 3.6. taulan jasotakoak dira. Bestalde, ustiapen-sistema horren hiri-eskaria konstantea da: 20 hm^3/hil.

3.6. taula. Ustiapen-sistemako laborantza-eremuaren ur-eskaera.

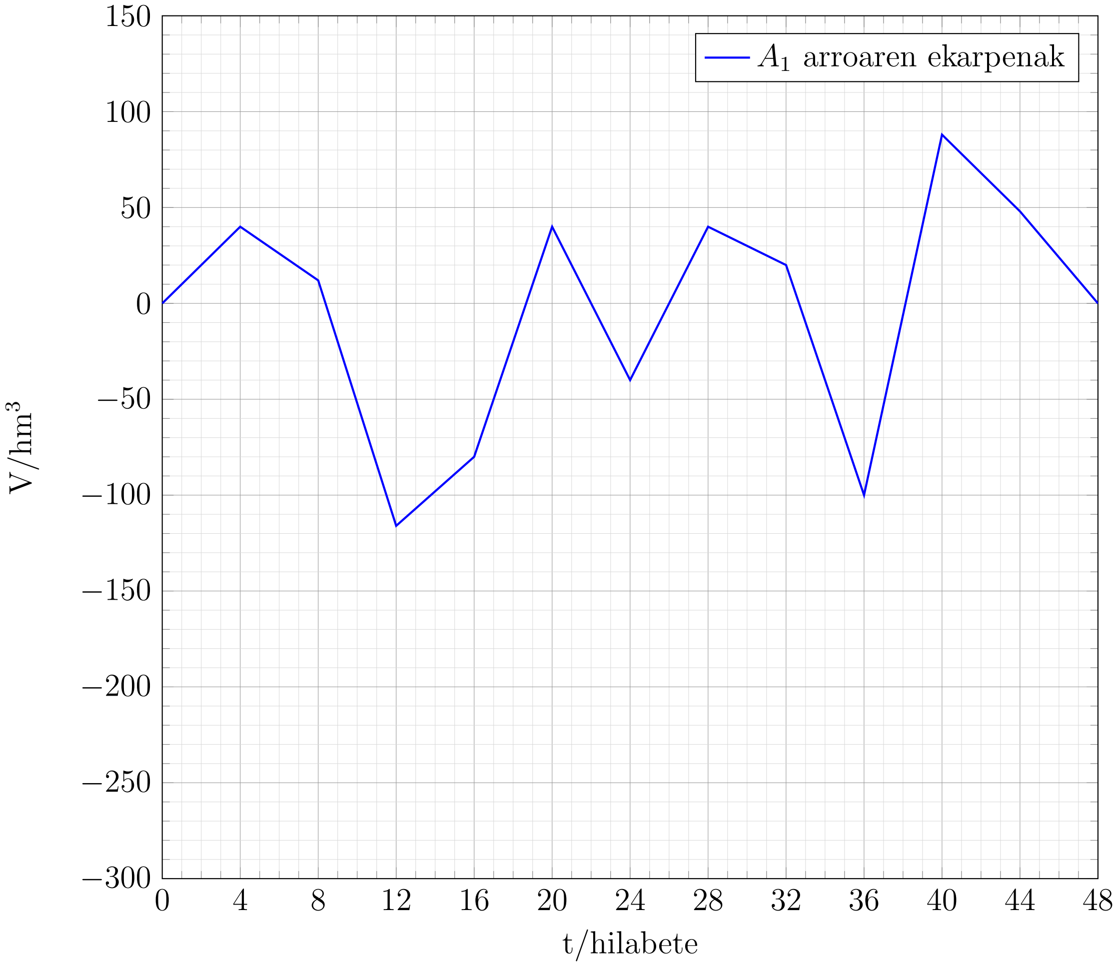
Epea	urr-urt	ots-mai	eka-ira
Dotazioa (m^{3}ha^{-1}hil^{-1})	100	750	1100

Esan bezala, aipatutako ustiapen-sistemak ibai bakarretik hartzen du ura gaur egun (haren gainean dago A_1 urtegia). Ibai horri dagokion ekarpenen kurba 3.15. irudiko emari-diferentzia metatuen grafikoan dator emana, 4 urteko segidarako. Epe horri dagokion batez besteko ekarpena 420 hm^3/urte da.

Egungo egoeran, ustiapen-sistemak urtegi bakarra du (A_1 urtegia), eta bertatik bideratzen du hornikuntza zuzenean. Urtegi horren gaitasun erabilgarria 50 hm^3 da. Bestalde, etorkizunean B_2 urtegia eraiki nahi da ekarpenik gabeko arroa batean (etorkizuneko egoera hori 3.14. irudiko eskeman jaso da).



3.14. irudia. Ustiapen-sistemaren eskema etorkizuneko egoeran.



3.15. irudia. A_1 arroako ekarpenen emari-diferentzia metatuen kurba.

(a) Kalkulatu, egungo egoeran (A_1 urtegia dago bakarrik eta handik hornitzen da eskaera zuzenean ubiderik gabe), zein diren defizit- eta isurketa-bolumen maximoak. Suposatu, horretarako, urtegia hutsik dagoela segidaren hasieran. Kalkulatu baita ere, egoera horretan, hornikuntzaren bolumen-bermea.

(b) Sistemaren gaitasuna handitu nahi da etorkizuneko egoeran (3.14. irudia). Hori lortzeko aukeratu den soluzioak ubide bat eraikiko du ekarpenik ez duen alboko ibilgura, eta han, eskaerak hornitzeko, urtegia eraikiko du (B_2 urtegia). Zehaztu ubidearen gaitasuna sistemaren eskaerak hornitzeko (suposatu A_1 urtegia hutsik dagoela epearen hasieran zein bukaeran).

(c) Zehaztu B_2 urtegiaren bolumena, eskaerak guztiz asetzeko.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Egungo egoeran dagoen urtegian zer gertatzen den aztertu nahi badugu, ondoren defizitak eta isurketak zehaztu ahal izateko, ekarpenek eta eskaerek A_1 urtegian duten eragina aztertu beharko da. Hori egiteko *uste-* edo *ustiapen-kurba* delakoa erabiliko dugu; baina horretarako, lehenik, eskaerak finkatu beharko ditugu, grafikoan irudikatu ahal izateko.

Edonola ere, grafikoan lan egiteko, Emari Diferentzia Metatuen Kurbaren (EDMK) erreferentziazko emaria (Q_{erf}) behar dugu. Gure grafikoan horizontala denez ekarpen-segidaren batezbestekoa, horixe bera izango da erreferentziazkoa (3.26).

$$Q_{erf} = Q_{btb} = 420\frac{\text{hm}^3}{\text{urte}} = 35\frac{\text{hm}^3}{\text{hil}} \tag{3.26}$$

Horrela, 3.7. taulan jaso dira eskaera eta haren maldaren kalkuluak. Laborantzaren dotazioarekin (1. ilara) eta azalerarekin (20 000 ha) nekazaritzari dagokion eskaera kalkula dezakegu (2. ilara). Eskaera horri 3. ilarako hiri-eskaera finkoa gehituz gero (20 hm^3/hil), urteko hiru epeetako bakoitzari dagokion eskaera osoa lortuko dugu (4. ilara). Azken horri erreferentziazkoa kenduta ($m = Q - Q_{erf}$), grafikoan eskaera hori irudikatzeko malda lortuko dugu (5. ilara). Hala, maldarekin, urte bati dagokion eskaera marraztu da 3.16. irudiko grafikoan.

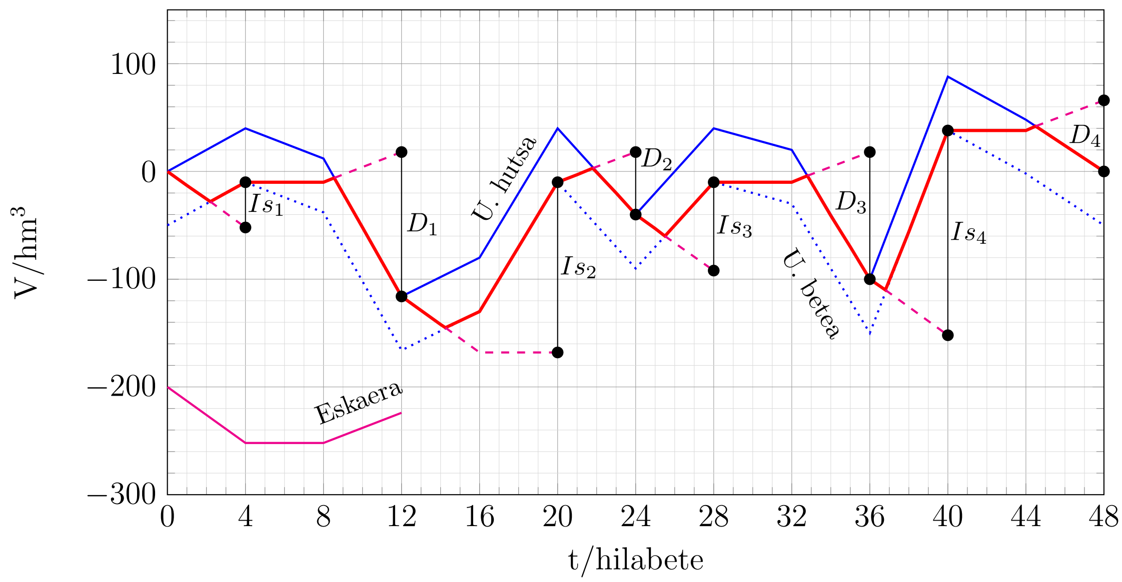
3.7. taula. Eskaeren kalkuluak.

		urr-urt	ots-mai	eka-ira
Laborantza-dotazioa	hm^3/(hil ha)	100	750	1100
Laborantza-eskaera	hm^3/hil	2	15	22
Hiri-eskaera	hm^3/hil	20	20	20
Eskaera osoa	hm^3/hil	22	35	42
Malda	hm^3/hil	-13	0	7

Orain, ekarpenekin alderatu beharko ditugu eskaera horiek. Horretarako, ekarpenen kurba eta haren paraleloa den beste kurba bat baliatuko ditugu, *urtegi hutsa* eta *urtegi betea* izenekoak (3.16. irudia). Ekarpenekiko paralelo den bigarren kurba hori, *urtegi betea*, lehenengoa baino 50 hm^3 beherago marraztuko dugu, aztertu nahi dugun urtegiaren bolumena hain zuzen ere. Kontuan izan paralelo berria ere egin daitekeela goian, baina orduan ere beheko kurba litzateke *urtegi betea*.

Aipaturiko kurba bi horiekin simula dezakegu zer gertatuko den urtegian, definituz *ustiapen-kurba* deritzona. Azken horrek emango digu noiz gertatzen diren defizitak eta isurketak (3.16. irudia). Horrela, kurba marrazteko, urtegi hutsetik abiatu eta, epe bakoitzean, dagokion eskaeraren paraleloa marraztuko dugu. Kurbak *urtegi betea* mozten duenean, horrek esan nahi du urtegia bete egin dela, eta hala mantenduko da husten hasi arte (eskaerak ekarpenak baino handiagoak diren arte). Ondorioz, betea dagoen epe horretan isurketak izango ditugu, ekarpenak baitira eskaerak baino handiagoak. Defizit-garaietan gauza bera gertatuko da, baina urtegia hutsik egongo da eta eskaerak handiagoak izango dira ekarpenak baino.

Bestalde, *ustiapen-kurba* ere baliagarri da defizit- eta isurketa-epeei dagozkien ur-bolumenak zehazteko (3.16. irudiko D_i eta Is_i). Isurketen bolumena lortuko dugu, hain zuzen ere, epe horretan ekarpenenen eta eskaeren kurbak alderatuz, horien bolumen metatuen diferentzia zehaztuz. Modu berean jokatuko dugu defizit-bolumenak zehazteko. Adibidez, laugarren urtean ematen da isurketarik handiena, eta haren balioa $Is_4 = 190\,\mathrm{hm}^3$ da. Aldiz, defizitik handiena lehen urtean ematen da, eta bere balioa $D_1 = 134\,\mathrm{hm}^3$ da. Bi balio horiek, nola ez, bat datoz ekarpenik handienak eta txikienak dauden garaiarekin.



3.16. irudia. Egungo egoeraren huste-kurba, defizitak eta isurketak.

Horrenbestez, epe horretako bolumen-bermea kalkulatzeko, kontuan izan behar da epe horretako eskaera osoa eta eskaera horretatik zer bolumen asetzeko ez garen gai izan. Lehena, 48 hilabeteetako eskaera totala, laborantza-eskaeren (3.27) eta hiri-eskaeren (3.28) batura izango da, hau da, $E_T = E_{lab} + E_{hir} = 1584\,\mathrm{hm}^3$.

$$E_{lab} = \frac{100 + 750 + 1100}{3} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{hil ha}} \cdot 20\,000\,\text{ha} \cdot 48\,\text{hil} = 624\,\text{hm}^3 \tag{3.27}$$

$$E_{hir} = 20 \cdot \frac{\text{hm}^3}{\text{hil}} \cdot 48\,\text{hil} = 960\,\text{hm}^3 \tag{3.28}$$

Bigarrena, asetzeko gai izan ez garen bolumena, defizit totalak emango digu, eta grafikoki lortutako defizit-bolumen guztien batura da: $D_T = \sum D_i \approx 380\,\text{hm}^3$. Ondorioz, lau urte horietako bolumen-bermea (3.29) ekuazioak emandakoa izango da, hau da, bolumen osoaren hiru laurden baino gehiago.

$$B_V = 1 - \frac{D_T}{E_T} = 1 - \frac{380\,\text{hm}^3}{1584\,\text{hm}^3} = \%76 \tag{3.29}$$

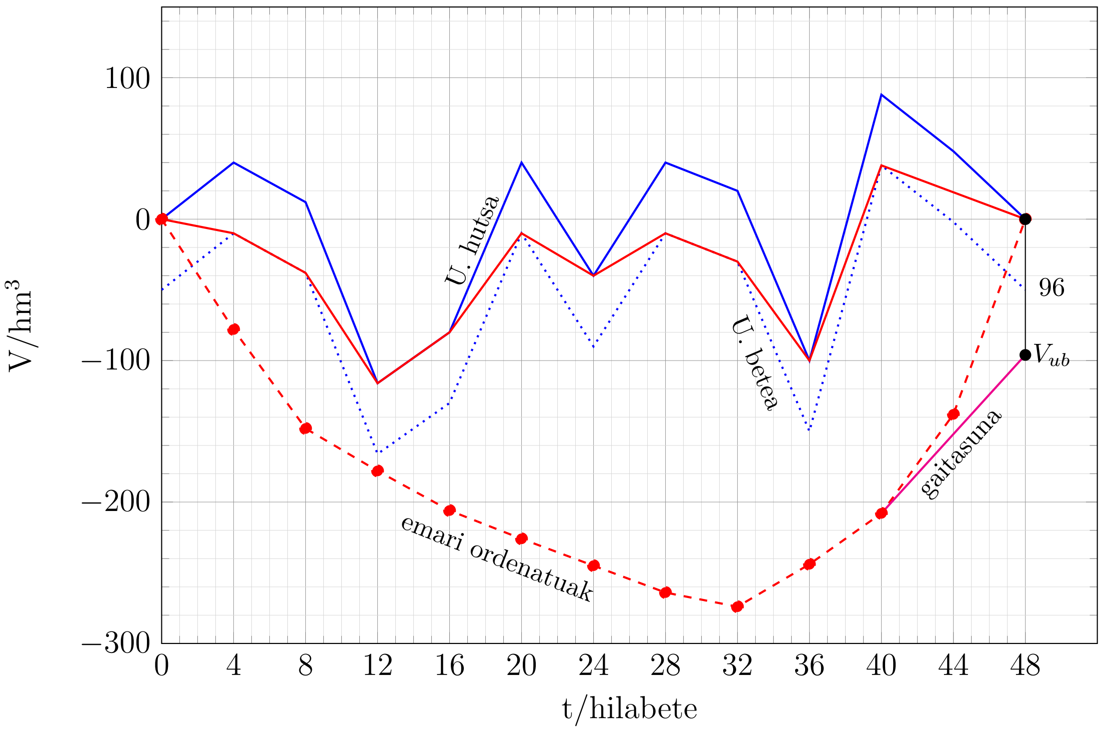
ARIKETAREN EBAZPENA (b). Ubide erregulatu baten gaitasuna zehazteko etorkizuneko egoeran, urtegitik irtengo liratekeen emariak zehaztu beharko dira lehenik. Emari horiekin, ondoren, ubidetik garraiatu nahi den ur-bolumena finkatu eta bolumen hori oso-osorik garraiatzeko beharko genukeen gaitasun minimoa zehaztu beharko da.

Beraz, lehenik, A_1 urtegitik ustia daitezkeen emariak zehaztu beharko dira, haren *ustiapen-kurba*ren arabera. Horretarako, *hari tenkatua*ren metodoa erabiliko dugu, metodo horrek emango dizkigu eta urtegitik atera daitezkeen emaririk konstanteenak (batezbestekotik gertuen daudenak) defizit- eta isurketa-garairik gabe.

Baina hari tenkatuaren metodoa aplikatzeko, *urtegi hutsa* eta *urtegi betea* kurbak behar ditugu (horiekiko tangentea izango da hari tenkatuak definitutako ustiapen-kurba), aurreko atalean bezalaxe definituak. Horrela, hari tenkatua aplikatzeko, finkatuko ditugu, lehenik, hasiera eta bukaerako puntuak; gure kasuan, puntu horiek urtegi hutsa kurban daude, urtegia horrela baitago hasieran zein bukaeran. Ustiapen-kurbaren gainontzeko emariak aipaturiko bi kurbekiko tangentea den hari tenkatu moduan definitzen dira, 3.17. irudian jaso bezala.

Horrenbestez, A_1 urtegitik irteten diren emari horiek izango dira jarraian datorren ubidearen gaitasuna kalkulatzeko erabiliko ditugunak. Baina, definitu berri dugun ustiapen-kurba ekarpen guztiei dagokie, eta ubidetik soilik eskaerak garraiatu nahi ditugu. Hori horrela, eskaera osoa garraiatzeko gai izango den ubidearen gaitasun txikiena diseinatu beharko dugu aukera ezberdinen artean.

Horretarako, lehenik, lau urteko segidan ubideak garraiatu behar duen bolumen osoa zehaztu behar dugu. Kontuan hartuta segidaren eskaerak jada kalkulatu di-



3.17. irudia. Urtegiko hari tenkatua eta ubidearen gaitasun-kalkulua.

tugula ($E_T = E_{lab} + E_{hir} = 1584\,\text{hm}^3$), eta batez besteko ekarpenak datu direla ($420\,\text{hm}^3$/urte), kalkula dezakegu bolumen-diferentzia lau urteko segidaren ondoren ekarpenen eta eskaeren artean (3.30), baita definitu ere ubideak garraiatu behar duen emari-segidaren bukaera-puntua ere, V_{ub} (3.17. irudiko 48. hilabetean).

$$V_{ekarpenak} - V_{eskaerak} = 420\,\text{hm}^3/\text{urte} \cdot 4\,\text{urte} - 1584\,\text{hm}^3/\text{hil} = 96\,\text{hm}^3 \qquad (3.30)$$

Bada, gaitasun hori finkatzeko, urtegitik irteten diren emariak ordenatuko ditugu txikienetik handienera (3.17. irudiko emari ordenatuak). Hori egin ondoren, eta badakigunez segida berria V_{ub} puntuan bukatuko dela, bolumen horretara iristeko ubidearen gaitasuna finkatuko dugu, emari ordenatuen kurbarekiko ukitzailea marraztuz (3.17. irudia).

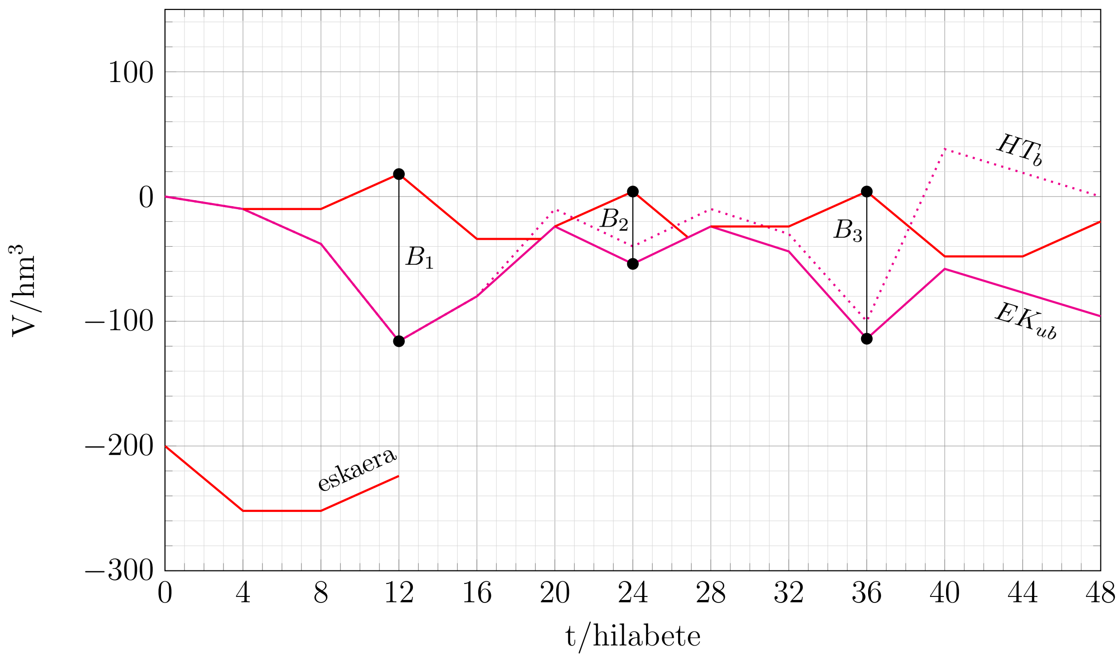
Horrenbestez, zuzen horrek emango digu ubidearen gaitasuna; tangentzia-puntutik ezkerrera geratzen diren emariak osorik garraiatuko baititu; aldiz, eskuinera geratzen direnak partzialki garraiatuko ditu, hots, gaitasunaren berdina den emaria garraiatuko du ubideak. Grafikotik ebatz dezakegu gaitasun horri dagokion malda (3.31), eta ondoren kalkulatu emaria (3.32).

$$m_{gait} = \frac{-96\,\text{hm}^3 - (-208\,\text{hm}^3)}{8\,\text{hil}} = 14\,\text{hm}^3/\text{hil} \tag{3.31}$$

$$Q_{gait} = m_{gait} + Q_{erf} = 14\,\text{hm}^3/\text{hil} + 35\,\text{hm}^3/\text{hil} = 49\,\text{hm}^3/\text{hil} \tag{3.32}$$

ARIKETAREN EBAZPENA (c). Eskatzen den B_2 urtegiaren gaitasuna finkatzeko, urtegi horretara iristen diren ekarpenak izan beharko ditugu kontuan, hau da, aurreko atalaren arabera ubideak ekarriko dituen emariak (EK_{ub}). Ez dira, baina, hari tenkatuak eman dizkigun emariak (HT_b), kontuan hartu behar baita segidako emaririk handienetan (16-20 eta 36-40 hilabete artekoak) ubideak gehienez ere garraiatzen duela gaitasunak uzten diona.

EK_{ub} segida hori izango da, hain zuzen ere, eskariekin alderatuko duguna, defizit-zikloak identifikatuz. Defizit-ziklo horietako bakoitza hasten da eskaerak handiagoak direnean ekarpenak baino. Puntu horretatik aurrera ekarpenak eskaerekin alderatuko ditugu, bolumen metatuan zehaztuz diferentziarik handiena. Hala, segida horretan hiru defizit-ziklo identifika ditzakegu, eta bakoitzari urtegi-bolumen bat dagokio eskaerekin alderatuz gero (B_i). Hiru urtegietan handiena izango da guk behar duguna, hots, $B_1 = 134\,\text{hm}^3$.



3.18. irudia. B_2 urtegiaren gaitasuna.

4. kapitulua

Presak

Aurreko kapituluan aztertu ditugu presak, baina batez ere kudeaketa-ikuspegia landu dugu; atal honetan, presen diseinua aztertuko dugu. Hala, alderdi ugari aztertu behar dira presa baten diseinuan haren segurtasuna bermatzeko, hala nola: bulkaden oreka, zimenduaren trinkotasuna, materialen erresistentzia, eta abar. Mundu mailan, edonola ere, aparteko uraldiak dira segurtasun-arazorik edo hutsegiterik gehien eragiten dituzten egoerak.

Ezohiko uraldi bat presa batera iristen denean, haren ur-mailak gora egiten du eta, presa beterik badago bederen, ura isurtzen du gainezkabidetik. Baina isurtzeemari hori mugatua da, presa-gainezkabideak isuri dezakeen emaria bera ere mugatua baita. Horren ondorioz, ezberdinak dira urtegira sartzen den uraldiaren hidrograma eta handik irteten direna.

Sarrera- eta irteera-hidrogramen artean dagoen diferentzia hori eragiten duen prozesua da hidrograma-iragatea (bigarren kapituluan aipatu dugu), *laminazio* bezala ere ezaguna presetan gauzatzen bada. Esan bezala, presara sartzen den hidrogramaren punta atzeratu eta leundu egiten da laminazio horren ondorioz.

Alabaina, laminazioaren eraginez gainezkabidetik irteten den ura abiadura handiarekin iristen da presa-oinera, eta horrek arazoak sor ditzake presa-oinean bertan eta ibilguan, horretarako neurriak hartzen ez badira bederen. Hortaz, uraren energia xahutzeko modu bat, ibilgura isuri aurretik, goratze hidrauliko kontrolatua eragitean datza, *sakonune indargetzaile* baten bidez.

Kapitulu honetan, beraz, segurtasun hidrologiko-hidraulikoan eragina duten alderdiak aztertu nahi dira, hala nola, laminazioa eta lehengoratzea. Lehen bi ariketetan laminazioa lantzen da, presak uraldian duen eragina aztertuz. Hirugarren ariketan, berriz, ura lehengoratzeko erabiltzen diren sakonuneak aztertzen dira.

4.1. Undurraga, laminazioa (Ezohikoa 2015/16)

Undurragako urtegiaren antzeko tamaina duen urtegi batean, 4.1. taulako azalerak erabili dira kurba karakteristikoaren goialdea definitzeko.

4.1. taula. Urtegiko ontziari dagozkion azalerak.

Kota	m	209	210	211	212	213	214	215
S	m^2	121 074	127 350	139 490	154 630	159 546	164 680	182 200

Bestalde, analisi hidrologiko bat egin da birgertatze-aldi ezberdinetan ezagutzeko punta-emariak urtegiaren ekarpen-arroan; 4.2. taulan jaso dira datuak.

4.2. taula. Puntako emariak, birgertatze-aldi ezberdinetarako-

T	urte	10	50	100	500	1000
Q	m^3/s	60	80	90	120	150

Gainera, ezaguna da presaren diseinu-hidrograma; 4.3. taulan emandakoa da.

4.3. taula. Proiektuan erabili den diseinu-hidrograma.

t	h	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Q	m^3/s	0	40	80	120	135	120	80	40	0

Presan ipiniko den gainezkabideak ezpain finkoa du, 210 kotan kokatua, eta haren huste-koefizientea 2,1 da. Gainera, sakoneko bi hustubide diseinatu dira presan, izanik bakoitzaren gaitasuna $20\,m^3/s$. Demagun hustubide horiek guztiz zabaltzen direla uraldiaren hasieran, eta horien emaria konstantea dela gainezkabidearen ur-karga ezberdinetarako (emari hori gaitasuna bera izango da).

(a) Kalkulatu gainezkabidearen luzera erabilgarria. Demagun diseinu-uraldiak isuriko duen emaria, gehienez ere, 50 urteko birgertatze-aldiari dagokiona dela.

(b) Zehaztu gainezkabidearen luzera osoa, erdian 2 metroko zutabea dagoela suposatuz. Demagun $K_p = 0,04$ dela eta $K_e = 0,20$.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Urtegi bateko presa urarentzako oztopo denez, ur-mailak gora egingo du uraldi bat jasotzean, eta isurtzen hasiko da gainezkabidearen ezpainera iristean (210 m, gure kasuan). Gainera, gainezkabidearen luzerak urtegitik irteten den emaria mugatzen duenez (irteten dena ez da sartzen dena), luzera hori da finkatu beharko duguna presatik isurtzen den emariak gainditu ez dezan zehaztu dugun balioa ($Q_{max}^{50\,urte}$). Balio hori $80\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ izango da gure kasuan, hori baita 50 urteko birgertatze-aldiari dagokion emaria.

Luzera kalkulatzeko, finka daiteke haren balioa eta frogatu gainditzen ote den ala ez diseinu-uraldiarekin isuri nahi den emari maximoa, aztertuz urtegiaren laminazioa. Dena den, hurbilketa-grafikoa balia dezakegu luzera horren lehen balio bat erdiesteko. Hori da, hain zuzen ere, guk egingo duguna (4.1. irudia).

Horretarako, lehenik, urtegira sartzen diren emari anitzek ur-bolumenean duten eragina aztertzeko (eta, ondorioz, ur-mailan), urtegiaren *kurba karakteristikoa* edo *kota-bolumen kurba* ezagutu behar dugu; hark emango digu eta urtegiaren ur-maila ur-bolumen jakina metatzen duenean. Datu horiek 4.4. taulan kalkulatu dira, betiere 210 kota edo isurtze-kota erreferentzia hartuta.

Taularen lehen bi zutabeak enuntziatuan emandako datuak dira (4.1. taula). Hirugarren zutabean ($V_{partziala}$), kota horren eta aurrekoaren artean urtegian metaturiko ur-bolumena kalkulatzen da. Adibidez, 211 kotaren eta aurrekoaren arteko bolumen partzialak, $V_{partziala}^{211}$, urtegian metatutako ura adierazten du 211 eta 210 koten artean (4.1). Jabetu taulan kalkulatzen den lehen balioa 211 kotari dagokiona dela; izan ere, 210 kotan hasten da urtegia isurtzen, eta hortik gora metatutako bolumenak interesatzen zaizkigu soilik.

$$V_{partziala}^{211} = \left(\frac{S_{210} + S_{211}}{2}\ \mathrm{m}^2 \right) \cdot 1\ \mathrm{m} \tag{4.1}$$

$$= \frac{127\,350 + 139\,490}{2} \cdot 1 = 133\,420\,\mathrm{m}^3$$

Bestalde, azken zutabeak (V_{osoa}) aurrekoen balio metatuak kalkulatzen ditu, betiere 210 kota izanik erreferentziazkoa. Adibidez, 212 kotako bolumen osoa (4.2) adierazpenaren bidez kalkulatu da. 4.2. irudiko kurba karakteristikoan marraztu dira bolumen oso horiek eta kotak erlazionatzen dituzten datuak.

$$V_{osoa}^{212} = V_{osoa}^{211} + V_{partziala}^{212} \tag{4.2}$$

$$= 133\,420\,\mathrm{m}^3 + 147\,060\,\mathrm{m}^3 = 280\,480\,\mathrm{m}^3$$

4.4. taula. Kurba karakteristikoaren kalkulua.

Kota m	S m^2	$V_{partziala}$ m^3	V_{osoa} m^3
209	121 075	-	-
210	127 350	-	0
211	139 490	133 420	133 420
212	154 630	147 060	280 480
213	159 545	157 088	437 568
214	164 680	162 113	599 681
215	182 200	173 440	773 121

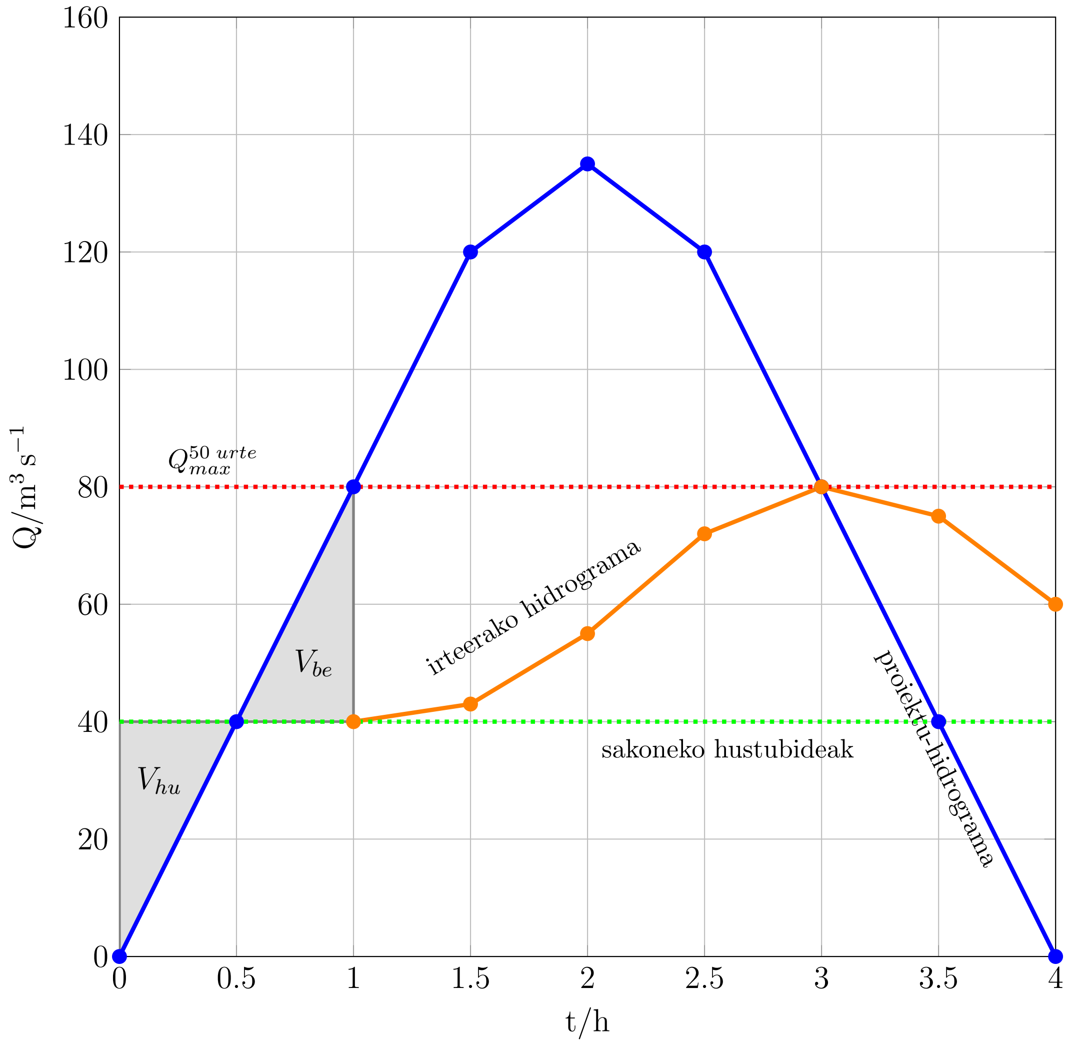
Datu horiekin —diseinu-hidrograma (4.3. taula), emari maximoa ($Q_{max}^{50\,urte}$) eta sakoneko hustubideen emaria ($2 \cdot 20\,m^3/s$)—, hidrogramak urtegian sortzen duen ur-mailaren gorakadarik handiena finkatzea izango da helburua, eta harekin zehaztuko dugu, isurketa handiena den unearekin baitator, zer luzerako gainezkabidea ipini behar den emari maximoa ez gainditzeko, (4.4) adierazpenaren bidez.

Beraz, azter dezagun, grafikoki, zer gertatzen den uraldia iristen denean urtegira (4.1. irudia). Sakoneko hustubideak hidrogramaren hasieran irekitzen direnez, ur-mailaren beherakada arina gertatuko da lehen ordu erdian; ondoren, irteera eta sarrerako emariak berdintzen diren unetik aurrera, urtegia berriro hasiko da betetzen, isurketa-kotaraino. Ur-maila zer unetan iristen den isurtze-puntura zehaztu beharko genuke, ordura arteko bolumenek ez dute eta isurketarik eragiten.

Urtegiko ur-mailaren beherakadari eta gorakadari dagozkien bolumenei V_{hu} (hustebolumena) eta V_{be} (betetze-bolumena) deituko diegu. Gure kasuan, ez dago une bakoitza noiz den kalkulatu beharrik, hustean eta betetzean sarrerako hidrogramaren aldaketa lineala baita. Beraz, grafikoan ikus daiteke lehen ordu erdiko bolumen galera hurrengo ordu erdian errekuperatuko dela.

Orain, badakigunez noiz errekuperatzen duen urtegiak galdutako bolumena, hau da, lehen orduan, marraztu dezakegu irteerako hidrograma, jakin bai baitakigu S forma duela, lehen orduan hasiko dela, eta gaina hirugarren orduan duela, une horretan mozten baitu diseinu-hidrogramak emari maximoa. Irteerako hidrograma hori, noski, hurbilketa hutsa izango da, baina nahikoa gainezkabidearen lehen balio bat finkatzeko.

Irteera-hidrograma marraztu ondoren, urtegian metatu den ur-bolumena kalkulatu beharko dugu t=1 h eta t=3 h artean, hirugarren ordu horretan izango baitu urtegiak ur metaturik gehien, eta ondorioz, ur-mailarik handiena (Proiektuko Uraldiaren Maila edo PUM deritzoguna). Kalkulu horiek 4.5. taulan jaso dira.



4.1. irudia. Urtegiaren laminazio-prozesua.

Lehen bi zutabeak 4.3. taulako diseinu-hidrograma dira. Hirugarren zutabea, $Q_{irteera}$, grafikoan hurbilketa bidez marraztu dugun irteerako hidrogramaren balioak dira, grafikotik lortuak. Laugarren zutabea, $Q_s - Q_i$, aurreko bien diferentzia da. Bosgarren zutabea, $V^i_{partziala}$, une jakinaren eta aurrekoaren artean metatu den ur-bolumena da, hau da, sartu eta irteten diren ur-bolumenen arteko diferentzia denbora-tarte batean (gure kasuan, ordu erdia), eta betiere 210 edo isurtze-kotaren gainetik. Adibidez, t=1,5 h uneari dagokion kalkulua (4.3) ekuaziokoa da.

$$V^{210}_{partziala}(\mathrm{t} = 1{,}5\,\mathrm{h}) = \left(\frac{[Q_s - Q_i]_{\mathrm{t}=1\,h} + [Q_s - Q_i]_{\mathrm{t}=1{,}5\,h}}{2}\right) \cdot \Delta t \tag{4.3}$$

$$= \left(\frac{40 + 77}{2}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}\right) \cdot \left(0{,}5\,\mathrm{h} \cdot \frac{3600\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{h}}\right) = 105\,300\,\mathrm{m}^3$$

Azken ilaran, V^i_{totala}, une jakinean guztira metatu diren ur-bolumenak kalkulatu dira, hots, bolumen partzialen balio metatuak dira. Zutabe horren azken balioak esaten digu lehen eta hirugarren orduaren artean $405\,000\,\mathrm{m}^3$ pilatu direla urtegian. Hortaz, eta kurba karakteristikoari esker (4.2. irudia), badakigu uraldiaren eraginez 212,80 metroraino iritsiko dela ur-maila (PUM). Ondorioz, goratzea 2,80 metrokoa izango da Maila Maximo Normaletik (MMN) edo ezpainetik gora, hori dela joko baita urtegiaren ur-maila uraldia iristean.

4.5. taula. Urtegian metatutako ur-bolumenaren kalkulua.

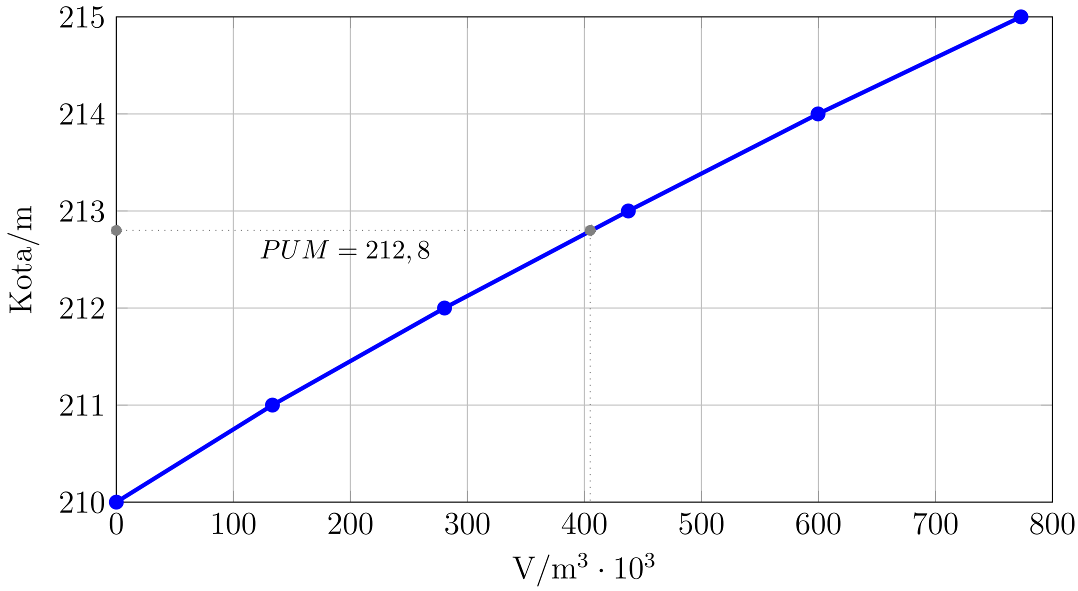
t h	$Q_{sarrera}$ m^3/s	$Q_{irteera}$ m^3/s	$Q_s - Q_i$ m^3/s	$V^{210}_{partziala}$ m^3	V^{210}_{totala} m^3
1	80	40	40	0	0
1,5	120	43	77	105 300	105 300
2	135	55	80	141 300	246 600
2,5	120	72	48	115 200	361 800
3	80	80	0	43 200	405 000

Horrenbestez, kontuan hartuta gainezkabidearen isurtze-ekuazioa $Q = 2,1 \cdot L_u \cdot h^{3/2}$ dela eta isurtze maximoa PUM mailan gertatzen dela (orduan baita h maximoa), gainezkabidearen luzera erabilgarria zehaztu dezakegu une horretan inposatutako emari maximoa gainditu ez dadin, (4.4) adierazpenaren arabera.

Emari maximo hori 50 urteko birgertatze-aldiari dagokiona den arren, kontuan hartu behar da ibilgura ere isurtzen dela ura sakoneko hustubideetatik; beraz, gainezkabidetik isuritako emari maximoa balio hori baino txikiagoa izango da ($80 - 2 \cdot 20\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{s}$).

$$Q_{max} \geq 2,1 \cdot L_u \cdot h^{3/2} \tag{4.4}$$

$$L_u \leq \frac{Q^{50\;urte}_{max} - Q_{hustubideak}}{2.1 \cdot h^{1,5}} = \frac{80 - 2 \cdot 20}{2.1 \cdot 2.8^{1,5}} = 2{,}81\,\mathrm{m}$$



4.2. irudia. Urtegiaren kurba karakteristikoa

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Kontuan izan behar da presetako gainezkabideetan zutabeak eta estribuak izan ohi direla, gainezkabidea ez baita librea. Horiek eragina dute isurketan; izan ere, ur-laminaren isurtze-zabalera eraginkorra txikiagoa da estribuen eta zutabeen artean dagoen distantzia erreala baino. Fenomeno horri *kontrakzio* deritzo.

Hala, aurreko atalean zehaztutako luzera gainezkabidearen luzera erabilgarria da, laminaren kontrakzioa kontuan duena, eta luzera gordinarekin (4.5) adierazpenaren bidez erlaziona dezakegu. Azken hori da gainezkabideak izan beharko duen luzera erreala edo gordina, adierazitako emari maximoa ez gainditzeko. Kontuan hartu behar da gainezkabidea bi baorekin diseinatuko dela, eta ondorioz zutabe bakarra izango duela erdian ($n = 1$). Benetako luzera, noski, luzera erabilgarria baino handiagoa izango da.

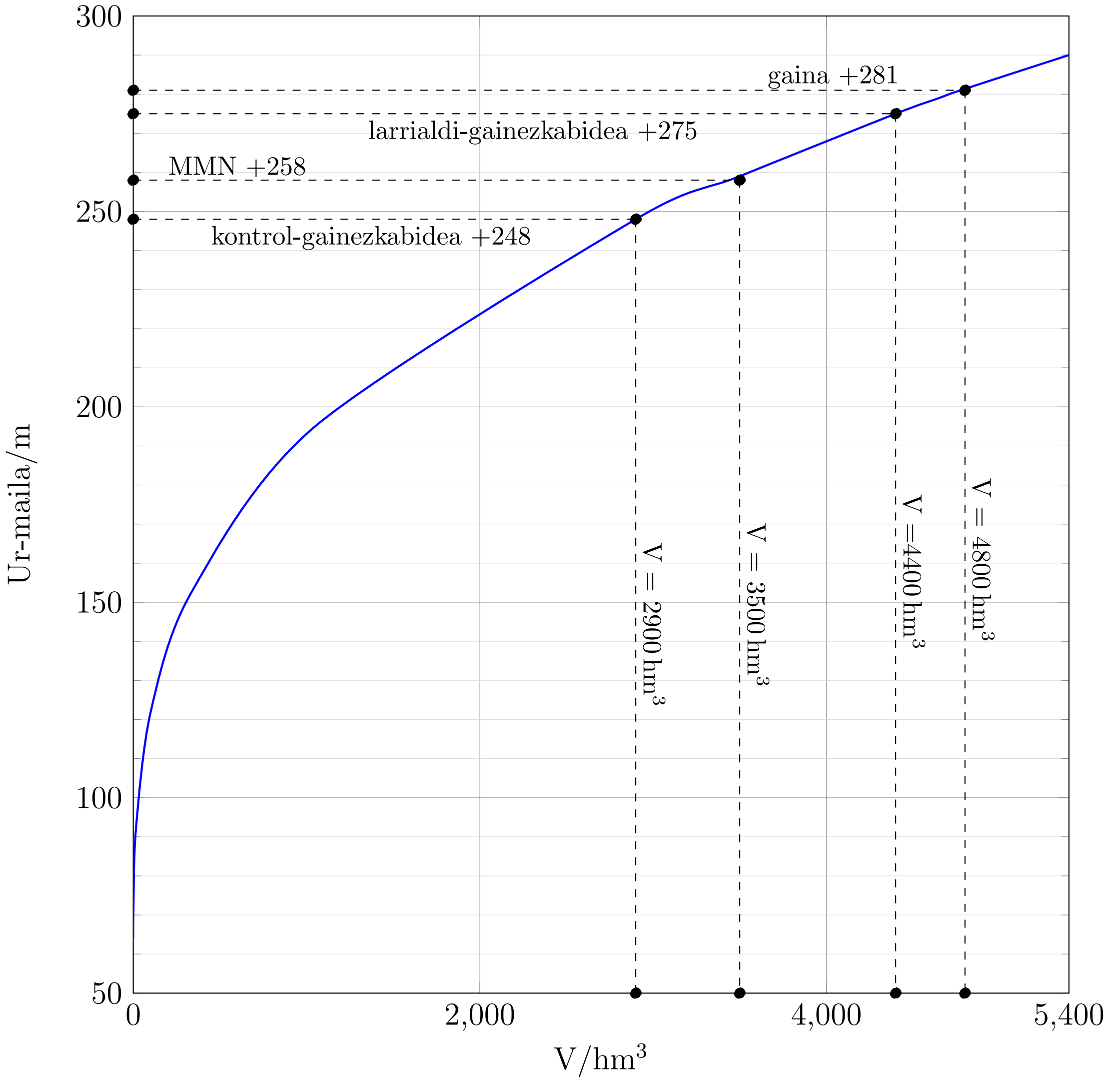
$$L_u = L - 2 \cdot (n \cdot K_p + K_e) \cdot h \tag{4.5}$$

$$\Longrightarrow \quad L = L_u + 2 \cdot (n \cdot K_p + K_e) \cdot h$$

$$= 2,81 + 2 \cdot (1 \cdot 0,04 + 0,20) \cdot 2,80 = 4{,}15\,\mathrm{m}$$

4.2. Oroville, laminazioa (Ezohikoa 2016/17)

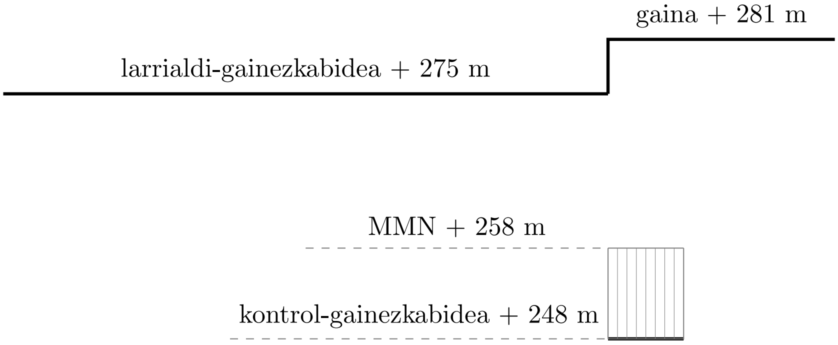
Oroville presa 1968. urtean eraiki zen, Kaliforniako Feather ibaiaren ibilguan. Material askeko presa da, mota horretako garaiena Amerikako Estatu Batuetan 235 metrorekin. Urtegiaren kurba karakteristikoa jaso da 4.3. irudiko grafikoan, eta kurba horretan adierazi dira urtegiaren goialdeko maila eta bolumen esanguratsu batzuk. Esaterako, urtegiaren gaitasuna, Maila Maximo Normalean (MMN) dagoenean, 3500 hm^3 dela ikus daiteke.



4.3. irudia. Oroville urtegiaren kurba-karakteristikoa.

Uraldiei aurre egiteko, presak kontrol-gainezkabide bat ($4200\,m^3/s$) eta larrialdi-gainezkabide bat ditu; gainera, uraldietan lagun dezaketen sakoneko bi hustubide ere baditu (bien gaitasuna $150\,m^3/s$ da). Goialdeko hustubideen eskema 4.4. irudiko aurrebistan jaso da. Kontrol-gainezkabidea 50 metro luze da, eta haren ezpain isurtzailea +248 kotan dago kokatua; gainezkabide horrek 8 uhate ditu, eta bakoitzaren altuera 10 metrokoa da. Uhateak zabalik daudenean, zulo batek bezala funtzionatzen du kontrol-gainezkabideak.

Bestalde, presak larrialdi-gainezkabide librea du (uhaterik gabea) gaina baino beheraxeago, ezpain finkoa +275 kotan du; haren deskarga-koefizienteak 2,0 balio du (konstante dela jo daiteke), eta luzera 500 metrokoa da.



4.4. irudia. Orovilleko presaren aurrebista.

Presaren diseinu-uraldia 4.6. taulan emandakoa da. Ibilguan behera ontzat ematen den emari maximoa $8000\,m^3/s$ da.

4.6. taula. Diseinu-uraldia.

t	h	0	20	40	50	60	90	100	120	150
Q	m^3/s	0	1500	7500	20 000	18 000	8000	6000	4000	0

(a) Frogatu, erantzuna justifikatuz, aurreikusitako babesa (2,0 m) nahikoa ote den segurtasuna bermatzeko honako ustiapen-hipotesi honetan: argindar sarean etena dago uraldiaren hasieran, eta ezin dira zabaldu ez uhateak ezta sakoneko hustubideak ere (prozesu guztian itxiak daudela suposatuko da). Urtegiaren ur-maila, uraldiaren hasieran, +248 dela joko dugu. Babesaren bi metroei dagokien ur-bolumena, +279 eta +281 koten artean, $150\,hm^3$ da.

(b) Zer kotara egon beharko luke gainak eta zer luzera izan beharko luke larrialdi-gainezkabideak babesa bermatzeko egoera horretan? (emari maximoa berbera dela joko da).

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Uraldia iristean, kontrol-gainezkabidean dago ur-maila (+248 m), eta igotzen hasiko da iritsi arte larrialdi-gainezkabidearen kotaraino (+275); denbora-tarte horretan urtegiak ez du urik isuriko. Une horretatik aurrera larrialdi-gainezkabidea isurtzen hasiko da, ur-mailak igotzen jarraituko badu ere. Gakoa da ur-mailaren gorakadak gaindituko ote duen ala ez gainak aurreikusia duen babesa, aipatutako baldintzetan. Hori guztia grafikoki aztertuko dugu (4.5. irudia).

Lehenik, zehaztu beharko dugu +248 eta +275 koten artean zenbat ur meta daitekeen, uraldiak dakarren bolumen horrek urtegia bete besterik ez baitu egingo. Datu hori kurba karakteristikoak emango digu; hots, 1500 hm^3 da (+275 kotara dauden 4400 hm^3 eta +248 kotara dauden 2900 hm^3 arteko diferentzia). Gainera, beharrezkoa da jakitea sarrera-hidrogramak zenbat denbora behar duen adierazitako bolumena ekartzen (1500 hm^3), ordura arte ez baita isurtzen hasiko.

4.7. taulan jaso dira kalkulu horiek. Taularen lehen bi zutabeak (t eta Q) diseinuko uraldia dira. Hirugarren zutabea (*Bolumena*) une horren eta aurrekoaren artean urtegian sartzen den bolumena da. Adibidez, hirugarren ilaran kalkulatu da 20 eta 40 orduen artean urtegiak jasotzen duen ur-bolumena (4.6).

$$V_{20-40} = \frac{Q_{20} + Q_{40}}{2} \cdot (t_{40} - t_{20}) = \tag{4.6}$$

$$= \frac{1500 + 7500}{2}\ \mathrm{m^3/s} \cdot (40 - 20)\ \mathrm{h} \cdot \frac{3600\ \mathrm{s/h}}{10^6\ \mathrm{m^3/hm^3}} = 324\ \mathrm{hm^3}$$

Azken zutabea (*Bolumen metatua*) aurrekoaren balio metatuak dira, hots, une jakinera arte uraldiak urtegira eraman duen bolumen totala. Horrela, azken zutabeko datu horien arabera, badakigu larrialdi-gainezkabidean ez dela isuririk egongo 60. ordura arte; une horretara arte ez baitira urtegian jasoko 1500 hm^3 (ur-maila +275 kotaraino igotzeko behar direnak). Egiaz, egindako kalkuluen arabera, 60. ordua baino zertxobait lehenago erdietsiko genuke bolumen hori, baina ez dugu kontuan izango, bolumen-diferentzia txikia baita (%4).

Horrenbestez, larrialdi-gainezkabidea 60. orduan hasiko da isurtzen, eta hurbilketa-grafikoa erabiliko dugu isurtze-kurba marrazteko (4.5. irudia). Kurba horrek S forma du, hasieran horizontalarekiko tangentziala izango da, eta gehien isuri behar duen unean (8000 m^3/s) diseinu-uraldia ebakiko du (horiek baitira isurtze-kurba guztiek bete ohi dituzten baldintzak).

Horrela, urtegira sartzen eta irteten diren hidrogramak ezagututa, urtegian 60. ordutik 90. ordura arte zenbat ur metatu den kalkula dezakegu, kurba bien arteko

4.7. taula. Diseinu-uraldiaren ekarpenen kalkulua.

t h	Q m^3/s	Bolumena hm^3	Bolumen metatua hm^3
0	0	0	0
20	1500	54	54
40	7500	324	378
50	20 000	495	873
60	18 000	684	1557

aldea neurtuta, 4.8. taularen arabera. Une bi horien arteko daturik ez dugunez, sinplifikatu egingo dugu, 60. eta 90. orduen artean isuria lineala dela joz.

Taulako lehen bi zutabeak (t eta S) diseinuko uraldiaren datuak dira. Hirugarren zutabea (I), aldiz, egin dugun irteerako hidrogramaren hurbilketa grafikoaren datuak dira, sinplifikatuak esan bezala. Laugarrena, *Bolumena*, dagokion unearen eta aurrekoaren artean urtegian metatu den ur-bolumena da. Adibidez, 60. eta 90. orduen artekoa (4.7) ekuazioaren arabera kalkulatu da. Azken zutabea, bolumen metatua, dagokion unera arte metatutako ur-bolumena besterik ez da.

$$Bolumena_{60-90} = \frac{(Q^S_{60} - Q^I_{60}) + (Q^S_{90} - Q^I_{90})}{2} \cdot (t_{90} - t_{60}) = \tag{4.7}$$

$$= \frac{(18\,000 - 0) + (8000 - 8000)}{2} \text{ m}^3/\text{s} \cdot (90 - 60) \text{ h}$$

$$= 9000\,\text{m}^3/\text{s} \cdot 30\,\text{h} \cdot \frac{3600\,\text{s/h}}{10^6\ \text{m}^3/\text{hm}^3} = 972\,\text{hm}^3$$

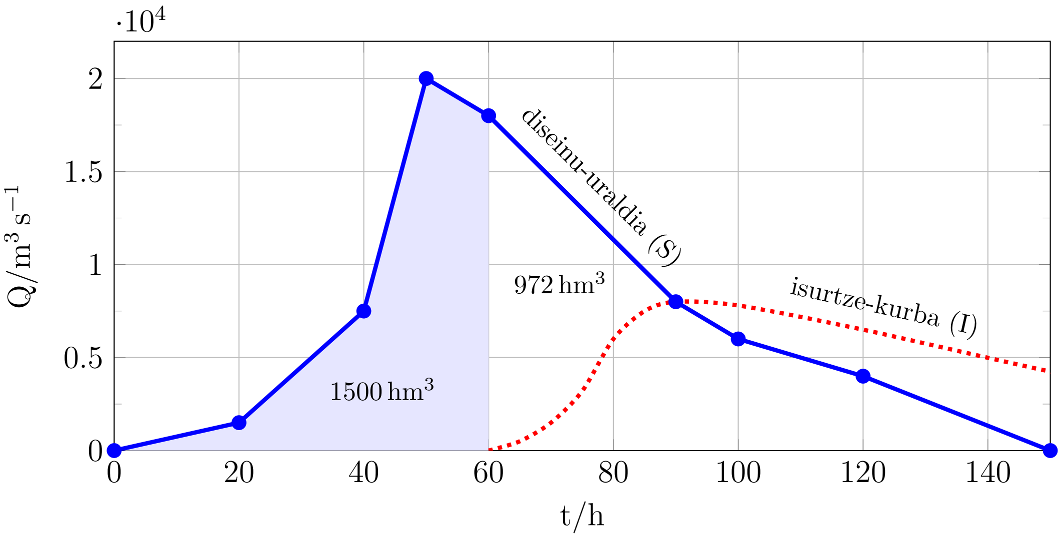
4.8. taula. Urtegian metatutako uraren kalkulua.

t h	Sarrerakoa (S) m^3/s	Irteerakoa (I) m^3/s	Bolumena hm^3	Bol. metatua hm^3
60	18 000	0	-	-
90	8000	8000	972	972

Datu horrekin jakin dezakegu uraldiak urtegian eragiten duen gehieneko ur-maila edo PUM (Proiektuko Uraldiaren Maila). Horrela, 60. eta 90. orduen artean

972 hm^3 metatu baldin badira urtegian, eta 60. orduan bolumena 4400 hm^3 baldin bazen (+275 kotari dagokiona), 90. orduan ur-maila +290 dela adierazten du kurba karakteristikoak (5400 hm^3 izango ditu eta).

Ur-maila horrek, noski, gainditu egiten du urtegiaren gaina, nabarmen gainera. Beraz, enuntziatuak aipatutako ustiapen-hipotesian presaren gainetik isuriko litzateke ura, presaren egitura bera arriskuan ipinita.



4.5. irudia. Diseinuko hidrogramaren iragatea urtegian.

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Aurreko atalean adierazitako egoeran, badakigu +290 kotaraino igotzen dela ur-maila. Isurtzen hastean +275 kotan zegoenez, 15 metroko ur-goratzea dagokio handik gora. Beraz, ur-maila horrek gaina ez gainditzeko, babes berdinarekin, 17 metro igo beharko litzateke urtegiaren gaina, hau da, +292 kotan egon beharko luke.

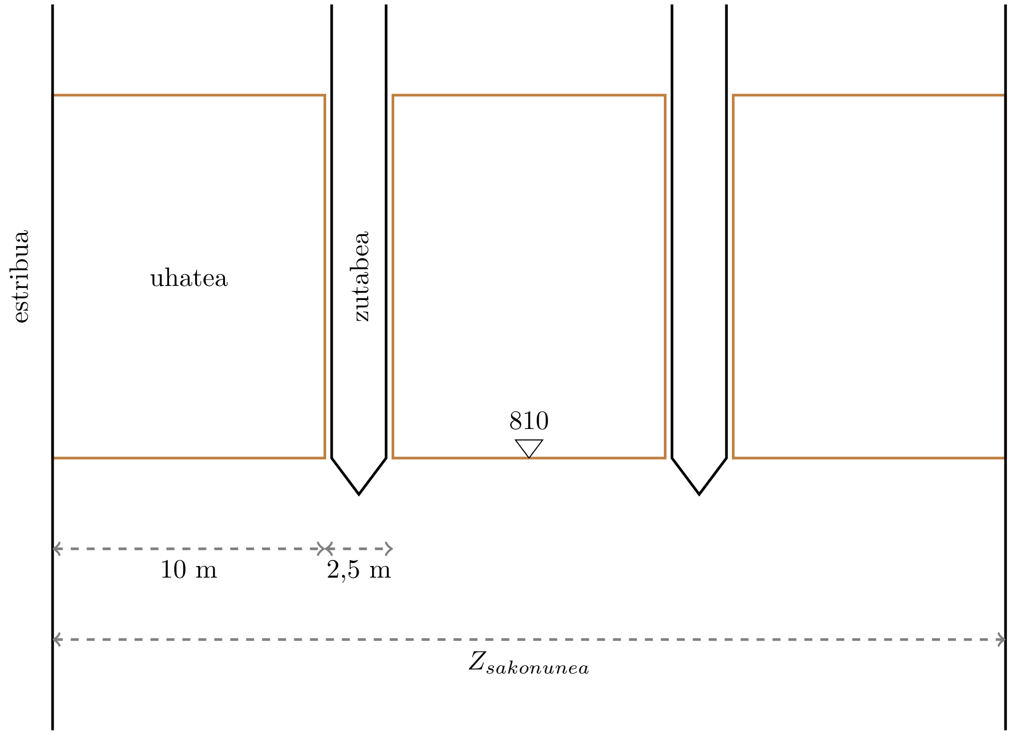
Bestalde, ibilguan lehengo emari maximoa ez gainditzeko beharko genukeen gainezkabide luzera (4.8) adierazpenaren arabera kalkula genezake, hots, dagoena baino askoz ere txikiagoa.

$$Q = C \cdot L \cdot h^{3/2} \quad \Longrightarrow \quad L = \frac{Q}{C \cdot h^{1,5}} = \frac{8000}{2,0 \cdot 15^{1,5}} = 68{,}9\,\mathrm{m} \tag{4.8}$$

4.3. Sakonunea (Ohikoa 2015/16)

Kokaleku jakin batean, grabitatezko presa bat eraiki behar da. Presaren proiektualdiari dagokion puntako emaria 150 m^3/s da, baina laminazioak murriztu egiten du gainezkabidetik isurtzen den emaria, 120 m^3/s izateraino. Puntako emaria isurtzean 3 metrokoa da ezpainarekiko ur-mailaren goratzea. Aipatutako azken emariari ibilguan dagokion sarkura, ur-behera, 2 metrokoa da.

Gainezkabideak hiru bao ditu, 10 m ditu bakoitzak, eta horien artean 2,5 m duten zutabeak daude. Ezpain finkoaren kota 810 m da, eta ibilguarena 790 m.

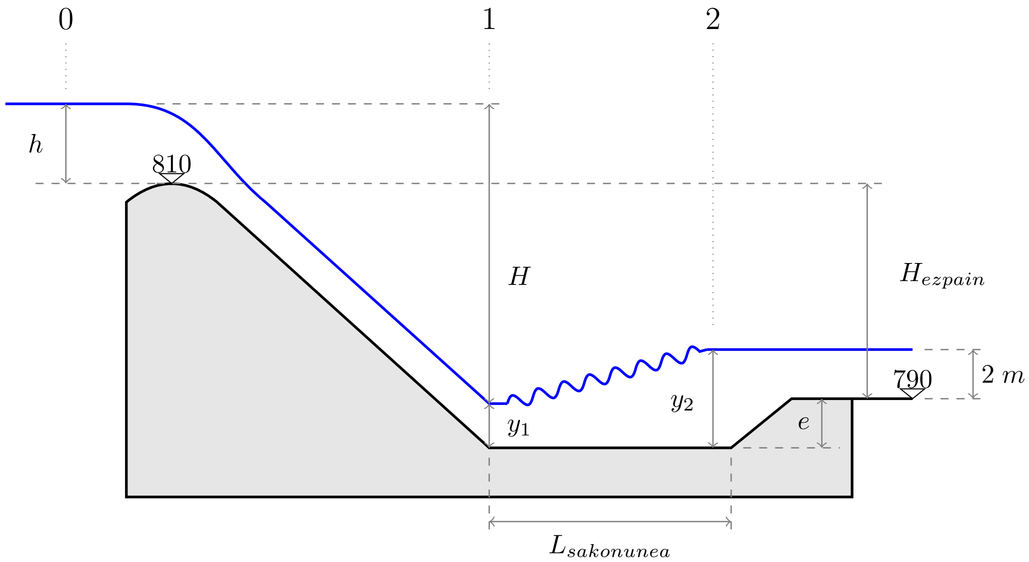


4.6. irudia. Uhate eta zutabe/estribuen aurrebistaren eskema.

Marruskaduraren eta emultsioaren energia galeren ondorioz, deskarga-ubidean, energia zinetikoa %30 murrizten da.

(a) Zehaztu presa-oineko sakonune indargetzailearen sakonera eta luzera, egonkorra izan dadin jauzi hidraulikoa proiektuko uraldian.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Sakonunearen ezaugarriak zehazteko, luzera ($L_{sakonunea}$) eta sakonera (e), sakonunean gauzatzen den goratze hidraulikoa eta haren ezaugarriak izan beharko dira kontuan, hori baita sakonunearen funtzio nagusia, presa goitik datorren uraren energia arindu goratzearekin, sakonunean gauzatuko dela ziurtatuz. 4.7. irudian jaso da presa eta sakonunearen sekzio-eskema.



4.7. irudia. Presaren eta sakonunearen eskema.

Hortaz, goratzea egonkorra izan dadin, honako baldintza hauek bete beharko dira batera: sakonunearen hasierako abiadura (4.9), jarraitutasun-ekuazioa (4.10), Froude zenbakia laukizuzen formako sekzioan (4.11), jauziaren bukaerako ur-tirantea (4.12), eta jauzi bukaeraren eta ibilguko ur-tiranteen bategitea (4.13).

$$v_1 = (1-k) \cdot \sqrt{2g \cdot (H_{ezp} + h + e - y_1)} \tag{4.9}$$

$$y_1 = Q/(Z_{sakonunea} \cdot v_1) \tag{4.10}$$

$$F_1 = v_1/\sqrt{g \cdot y_1} \tag{4.11}$$

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \cdot \left(\sqrt{1 + 8 \cdot F_1^2} - 1\right) \tag{4.12}$$

$$y_2 = e + d \tag{4.13}$$

Lehenik, lehen ekuazioaren (4.9) jatorria azalduko dugu. Hala, urak izango duen abiadura sakonunearen hasieran, eskemako 0 (urtegia) eta 1 (sakonune-hasiera) sekzioen arteko energia-oreka aplikatuz ondoriozta daiteke, (4.14) ekuazioaren bidez (ez gara galerarik kontuan hartzen ari). Adierazpen horretan 0 eta 1 sekzioetako balioak ordezkatuz gero, kontuan izanik erreferentzia-kota ibilguaren hondoa dela, (4.15) ekuazioa geratuko zaigu.

Azken horretan v_1 ebatziz gero, (4.16) adierazpenak emandakoa izango da sakonune hasieran urak duen abiadura teorikoa (galerarik gabea). H deitu diogu $H_{ezp} + h + e - y_1$ aldagai multzoari, hau da, gainezkabideko ur-laminaren eta sakonuneko hasieran ur-laminaren artean dagoen kota-diferentziari.

Aipatu moduan, aurreko adierazpenak ez ditu kontuan deskarga-ubidean ematen diren karga galerak. Horiek adierazteko modu bat da (4.17) ekuazioko k koefizientea erabiltzea. Koefiziente horrek abiaduraren murrizpena zenbatekoa den adierazten du, teorikoa erreferentziazko bezala erabiliz.

$$z_0 + p_0/\gamma + v_0^2/2g = z_1 + y_1 + v_1^2/2g \tag{4.14}$$

$$H_{ezp} + h = -e + y_1 + v_1^2/2g \tag{4.15}$$

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot (H_{ezp} + h + e - y_1)} \equiv \sqrt{2g \cdot H} \tag{4.16}$$

$$v_1 = (1 - k) \cdot \sqrt{2g \cdot H} = 0,7 \cdot \sqrt{2g \cdot H} \tag{4.17}$$

Gainera, bi aldagairen balioa zehaztu dezakegu aipaturiko bost ekuazioetan daukagun datuak baliatuta (d eta $Z_{sakonunea}$). Lehena zehazteko, 4.13 ekuazioan erabilia, kontuan izan behar da sakonunearen y_2 ur-tiranteak eta ibilgukoak bat etorri behar dutela jauzi hidraulikoa egonkorra izan dadin; beraz, $d = 2\,\mathrm{m}$ izango da.

Bigarrena zehazteko, 4.10 ekuazioan erabilia, kontuan izan behar da sakonunearen zabalera izango dela deskarga-ubideak duen zabalera bera. Hala, 4.6. irudiko eskema kontuan hartuta, gainezkabidearen luzera eta zutabeena gehituz gero, (4.18) adierazpenak emandakoa izango da zabalera hori.

$$Z_{sakonunea} = Z_{gainezkabidea} + Z_{zutabeak} = 3 \cdot 10\,\mathrm{m} + 2 \cdot 2{,}5\,\mathrm{m} = 35\,\mathrm{m} \equiv Z_{sak} \tag{4.18}$$

Horrenbestez, lehen aipatu dugun bost ekuazio dituen sistema hori ebatzi behar da sakonunearen altuera (e) finkatzeko. Enuntziatuak emandako datuak kontuan hartuta, bost dira dauzkagun ezezagunak (v_1, y_1, F_1, y_2 eta e). Zuzenean ebaztea xamurra ez denez, hurbilketa bidez ebatziko dugu, honako prozesu iteratibo hau erabilita:

i) $(e - y_1) <<< (H_{ezp} + h)$ suposatuz, v_1 kalkulatzen da (4.9).

ii) (4.10), (4.11), (4.12) eta (4.13) aplikatuz, beste ezezagunak kalkulatzen dira.

iii) v_1' berri bat kalkulatzen da lortutako y_1 eta e balioekin.

iv) v_1' eta v_1 alderatu eta, antzeko balioak lortu ezean, berriz ere iteratzen da.

Jarraian, aipatutako prozesua aplikatuko dugu, behar adina hurbilketa eginez. Aldagaiei i goi-indizea aplikatu diegu (x^i), zer hurbilketatan kalkulatutako balioak diren zehazteko. Hasierako datuek, beraz, 0 goi-indizea izango dute.

1. hurbilketa. H^1 balioa kalkulatuko dugu, esandako hipotesiarekin:

$$H^1 = H_{ezp} + h + e^0 - y_1^0 \approx H_{ezp} + h = (810 - 790) + 3 = 23\,\mathrm{m}$$

Eta aipatutako ekuazioekin:

1. $v_1^1 = (1-k) \cdot \sqrt{2g \cdot (H^1)} = 0,7 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 23} = 14{,}87\,\mathrm{m/s}$
2. $y_1^1 = \dfrac{Q}{Z_{sak} \cdot v_1^1} = \dfrac{120}{35 \cdot 14,87} = 0{,}23\,\mathrm{m}$
3. $F_1^1 = \dfrac{v_1^1}{\sqrt{g \cdot y_1^1}} = \dfrac{14,87}{\sqrt{9,81 \cdot 0,23}} = 9,90$
4. $y_2^1 = \dfrac{y_1^1}{2} \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot (F_1^1)^2} - 1) = \dfrac{0,23}{2} \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot 9,90^2} - 1) = 3{,}11\,\mathrm{m}$
5. $e^1 = y_2^1 - d = 3,11 - 2 = 1{,}11\,\mathrm{m}$

2. hurbilketa. Kalkulatu ditugun balioekin kalkulatuko dugu H berria, H^2, eta dagokion v_1^2. Lehen hurbilketan lortu dugun v_1^1 balioa eta v_1^2 balio berria alderatuko ditugu, eta, diferentzia behar adina txikia bada, ontzat emango ditugu lehen hurbilketan kalkulatu ditugun e^1 eta $y_!^1$ balioak.

$$H^2 = H_{ezp} + h + e^1 - y_1^1 = 20 + 3 + 1,11 - 0,23 = 23{,}88\,\mathrm{m}$$

1. $v_1^2 = (1-k) \cdot \sqrt{2g \cdot (H^2)} = 0,7 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 23,88} = 15{,}15\,\mathrm{m/s}$

Beraz, lehen hurbilketa ez dugu ontzat emango, $v_1^1 \neq v_1^2$ baita, aldea txikia den arren (%2). Ondorioz, jarraitu egin dugu 2. hurbilketarekin.

2. $y_1^2 = \dfrac{Q}{Z_{sak} \cdot v_1^2} = \dfrac{120}{35 \cdot 15,15} = 0{,}23\,\mathrm{m}$

3. $F_1^2 = \dfrac{v_1^2}{\sqrt{g \cdot y_1^2}} = \dfrac{15,15}{\sqrt{9,81 \cdot 0,23}} = 10,09$

4. $y_2^2 = \dfrac{y_1^2}{2} \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot (F_1^2)^2} - 1) = \dfrac{0,23}{2} \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot 10,09^2} - 1) = 3{,}17\,\mathrm{m}$

5. $e^2 = y_2^2 - d = 3,17 - 2 = 1{,}17\,\mathrm{m}$

3. hurbilketa.

$$H^3 = H_{ezp} + h + e^2 - y_1^2 \approx 20 + 3 + 1,17 - 0,23 = 23{,}94\,\mathrm{m}$$

1. $v_1^3 = (1-k) \cdot \sqrt{2g \cdot (H^3)} = 0,7 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 23,94} = 15{,}17\,\mathrm{m/s}$

Ikus daitekeen moduan, antzekoak dira abiaduraren balioak, $v_1^3 \approx v_1^2$; ontzat eman ditzakegu beraz 2. hurbilketan lortu ditugun emaitzak, eta, ondorioz, baita sakonunearen altuera ere ($e = 1{,}17\,\mathrm{m}$).

Sakonunearen luzera. Sakonunearen luzera kalkulatzeko (4.19) adierazpena erabiliko dugu, $4 < F < 10$ balioentzako egokia. Gure kasuan, $F > 10$ izanik ere, adierazpena ontzat emango dugu, oso gertu baitago goi-mugatik.

$$L_{sakonunea} \approx 6 \cdot y_2 = 6 \cdot 3,17 = 19,02\ m \tag{4.19}$$

5. kapitulua

Ubideak

Aurreko kapituluetan ura gordetzeko eraikitzen diren obra hidraulikoak aipatu dira batez ere. Horiek kudeaketaren ikuspuntutik garatu dira, erregulazioan duten funtzioa aztertuz, baina baita diseinuaren ikuspuntutik ere, uraldiei nola aurre egiten dieten zehaztuz. Dena dela, ez da nahikoa ura gordetzea euria egiten duenean; ur hori jasotzen den eremutik kontsumo-guneetara garraiatu behar da, dela potabilizazio-guneetara edo dela zentral hidroelektrikoetara.

Hortaz, obra hidrauliko jakinak behar dira ura garraiatzeko jasotzen den eremutik tratamendu-plantara, edo zentral hidroelektrikora. Garraiorako eraikitzen diren elementuak anitzak diren arren, gehienetan lamina librekoa izan ohi da jarioa, eta jario mota horrek baditu ezaugarri ugari presio-jarioak ez dituenak, goratze hidraulikoa edo ur-kurbak esaterako.

Aipatutako obra hidrauliko horietan *ubideak* dira nagusi, hots, erregimen libreko jarioa duten obra hidrauliko linealak. Ubide horiek malda txikia izan ohi dute; beraz, topografiaren gorabeheretara moldatzeko, elementu bereziren bat ere tartekatu behar da noizbehinka.

Elementu berezi horietako batzuk dira *akueduktuak* eta *sifoi alderantzikatuak*. Lehenak, akueduktuak, bailara bat gainditzeko balio duten zubi motako eraikuntzak dira, betiere urak kotarik galdu gabe. Bigarrenak, aldiz, bailara gainditzeko edo elementu natural baten azpitik pasatzeko erabiltzen dira, ibaiak adibidez, ura presiopean dagoen tarte bat ezarriz.

Kapitulu honetan, hain zuzen ere, garraiorako diren obra hidraulikoak landuko dira. Lehen ariketan, garraiorako obra hidraulikoetan berezia den obra zehatz bat lantzen da; sifoi alderantzikatua, hain zuzen ere. Bigarren ariketan, berriz, lamina libreko jarioa lantzen da, ubide bateko oztopoaren eragina aztertuz.

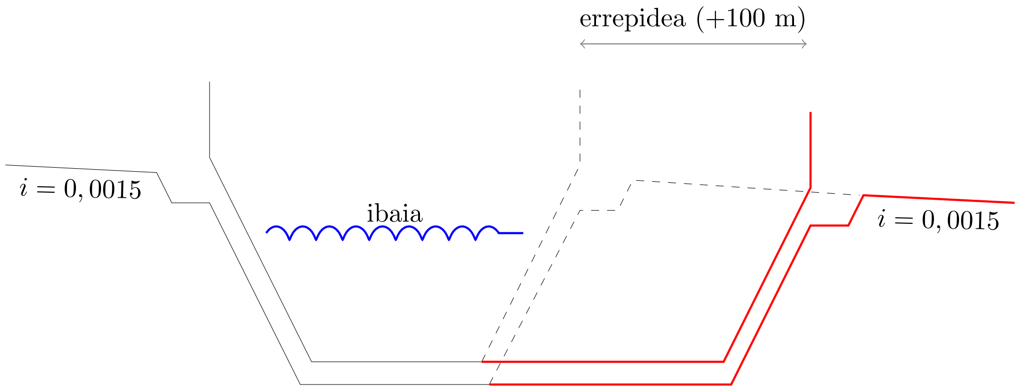
5.1. Sifoi alderantzikatua (Ohikoa 2016/17)

Sifoi alderantzikatu bat, ureztatze-eremu batera ura garraiatzen duen ubidean eraikia, ibaia gurutzatzeko diseinatu zen. Sifoia diametro bera duten bi hodi zirkularrekin eraiki zen; hodi horiek 50 metroko luzera dute, horien diametroa 2,0 metrokoa da, eta zimurtasun-koefizientearen balioa 0,012 da.

Ubideak denera $10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ garraiatzen ditu, eta haren malda 0,0015 da. Gainera, honako galera hauek izan ziren kontuan ubidea diseinatu zen garaian: abiadura ($k = 1$), ukondoak ($k = 0,2$) eta sekzio-aldaketak ($k = 0,3$).

Etorkizunean, aipaturiko sifoia luzatu egin beharko da ezinbestean; izan ere, errepide bat eraikiko baita aipaturiko ibaiaren alboan. Horregatik, sifoiaren irteera atzeratu egin beharko da 100 metro, errepidearen azpitik ere igaro dadin. 5.1. irudian dago emana egoeraren eskema orokorra.

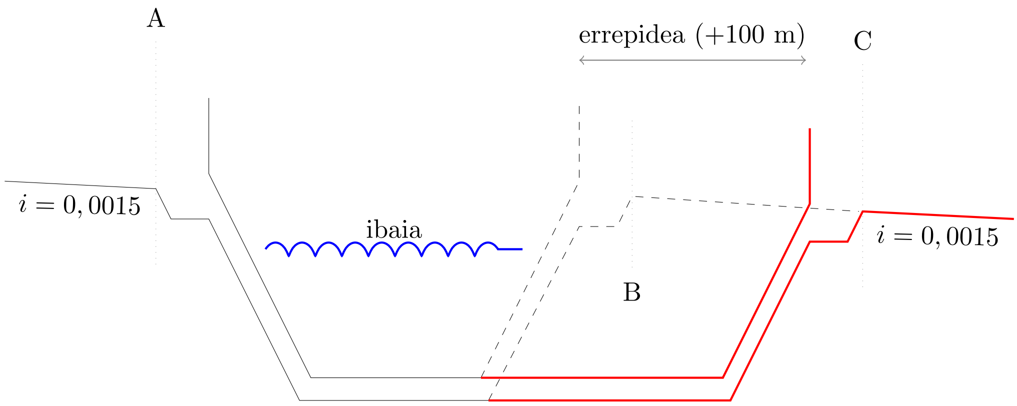
Alabaina, sifoia eraiki zenean ez zen kutxatilarik ipini ibilguan, eta ezin dira beheko aldean metatzen diren sedimentuak erraz atera. Hori dela eta, ubidearen mantenua egiten duten teknikariek kutxatila bat eraikitzeko ere eskatu dute. Kutxatila berri horren galerei dagokien koefizientea $k = 0,1$ da.



5.1. irudia. Sifoi alderantzikatuaren eskema etorkizuneko egoeran.

(a) Frogatu, emandako datuekin eta aipatutako baldintzetan, sifoia luzatzea posible ote den. Izan kontuan ubidearen sekzioa eta sarkura berdinak direla sifoiaren aurretik zein ondoren.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Sifoi baten funtzionamendua egokia ote den jakiteko, irteera- eta sarrera-puntuen arten dagoen energia-diferentzia alderatu behar dugu. Gure kasuan, gainera, bi egoera izan behar dira kontuan: aldaketa aurrekoa (*egungoa*) eta aldaketa ondorengoa (*berria*). Bi egoera horiek aztertzeko, izan ditzagun kontuan egoera horien sarrera- eta irteera-puntuak (A-B-C), 5.2. irudiko eskemaren arabera.



5.2. irudia. Sifoiaren eskema, A-B-C erreferentzia-puntuekin.

Egoera berrian sifoi alderantzikatua posible ote den jakiteko, (5.1) ekuazioak adierazitako baldintza bete beharko da; hots, sifoi berriaren sarrerako energiak izan beharko du irteerakoa baino handiagoa, tartean ematen diren galerak kontuan izanik. Gainera, kontuan baldin badugu sarrera zein irteeran ubideko sarkurak eta sekzioak berdinak direla ($y_A = y_C$ eta $v_A = v_C$), bete beharreko baldintza (5.2) ekuazioak emandakoa izango da; hau da, sifoiko galerek ezin dute gainditu sarrera eta irteerako puntuen arteko kota galera.

$$E_A - \Delta H_{AC} \geq E_C \tag{5.1}$$

$$z_A + y_A + v_A^2/2g - \Delta H_{AC} \geq z_C + y_C + v_C^2/2g$$

$$z_A - \Delta H_{AC} \geq z_C$$

$$\Delta z_{AC} \geq \Delta H_{AC} \tag{5.2}$$

Alabaina, baldintza hori frogatzeko beharrezkoak dira AC tarteko karga galerak, batetik, eta kota-diferentzia, bestetik. Karga galerak (ΔH_{AC}) kalkulatzeko behar diren datuak ezagunak dira, horiek galera jarraituen zein puntualen batura izango baitira ($\Delta H = \Delta h_{jarraituak} + \Delta h_{puntualak}$). Lehenak kalkulatzeko, kontuan izango dugu galera jarraituen adierazpena (5.3); izanik Δh_j karga galera jarraitua, S_f energiaren malda, eta L galerak gauzatzen diren hodiaren luzera.

$$\Delta h_{jarraituak} \equiv \Delta h_j = S_f \cdot L \tag{5.3}$$

Aipatutako galeren energia-malda Manning adierazpena erabiliz kalkula dezakegu (5.4); izanik, $Q/\mathrm{m^3 s^{-1}}$ emaria, n Manning koefizientea, $A/\mathrm{m^2}$ azalera hidraulikoa, R/m erradio hidraulikoa eta $S_f/\mathrm{m\,m^{-1}}$ energiaren malda.

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{2/3} \cdot S_f^{1/2} \quad \Longrightarrow \quad S_f = \frac{Q^2 \cdot n^2}{A^2 \cdot R^{4/3}} \tag{5.4}$$

Horrenbestez, aurreko biak kontuan hartuta, sifoi berriaren galera jarraituak (5.5) adierazpenean emandakoak izango dira. Kontuan izan sifoi berriaren luzeran baztertu egin dugula irteeraren kota-beherakadak eragindako luzera-murrizketa (kota-beherakada hori 15 cm da, oso txikia luzerarekin alderatuz gero).

$$\Delta h_j^{AC} = \frac{Q^2 \cdot n^2}{A^2 \cdot R^{4/3}} \cdot L_{AC} = \frac{5^2 \cdot 0,012^2}{(\pi)^2 \cdot (0,5)^{4/3}} \cdot 150 = 0{,}14\,\mathrm{m} \tag{5.5}$$

Aitzitik, sifoi berriko galera puntualak (5.6) adierazpenekoak izango dira ($\Delta h^{AC}_{puntualak} \equiv \Delta h_p^{AC}$). Galera horiek sifoi zaharreko galeren berdinak dira, baina gehitu beharko zaizkio eraikiko den kutxatila berriaren galerak ($k = 0,1$).

$$\begin{aligned} \Delta h_p^{AC} &= 1 \cdot \frac{v^2}{2g} + 0,2 \cdot \frac{v^2}{2g} + 0,3 \cdot \frac{v^2}{2g} + 0,1 \cdot \frac{v^2}{2g} = 1,6 \cdot \frac{v^2}{2g} = \\ &= 1,6 \cdot \frac{Q^2}{(\pi \cdot (\phi/2)^2)^2 \cdot 2g} = 1,6 \cdot \frac{5^2}{\pi^2 \cdot 2 \cdot 9,81} = 0{,}21\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{5.6}$$

Hortaz, (5.7) ekuazioan emandakoak dira egoera berrian izango genituzkeen karga galera totalak.

$$\Delta H_{AC} = \Delta h_j^{AC} + \Delta h_p^{AC} = 0,14 + 0,21 = 0{,}35\,\mathrm{m} \tag{5.7}$$

Edonola ere, egoera berrian sifoia erabilgarria ote den jakiteko, beharrezkoa dugu sifoiaren bi aldeen artean egongo den desnibela jakitea, karga galerekin alderatu ahal izateko (5.2). Desnibel hori AB eta BC tarteetako desnibelen batura izango da ($\Delta z_{AC} = \Delta z_{AB} + \Delta z_{BC}$).

Desnibeletan lehena kalkulatzeko, Δz_{AB}, energia-oreka plantea daiteke (5.8). Hala, kontuan hartuz sarrerako eta irteerako tiranteak zein sekzioak berdinak direla ($y_A = y_B$ eta $v_A = v_B$), bat etorriko dira AB tarteko desnibela eta galerak.

$$E_A + \Delta H_{AB} = E_B \quad \Longrightarrow \quad \Delta z_{AB} = \Delta H_{AB} \tag{5.8}$$

Egoera zaharrean, AB, kalkula daitezke karga galerak, jarraituen eta puntualen batura izango dira eta, (5.9) eta (5.10) adierazpenen arabera.

$$\Delta h_j^{AB} = S_f \cdot L_{AB} = \frac{Q^2 \cdot n^2}{A^2 \cdot R^{4/3}} \cdot L_{AB} = \frac{5^2 \cdot 0,012^2}{(\pi)^2 \cdot (0,5)^{4/3}} \cdot 50 = 0{,}05\,\mathrm{m} \tag{5.9}$$

$$\Delta h_p^{AB} = 1,5 \cdot \frac{Q^2}{(\pi \cdot (\phi/2)^2)^2 \cdot 2g} = 1,5 \cdot \frac{5^2}{\pi^2 \cdot 2 \cdot 9,81} = 0{,}19\,\mathrm{m} \tag{5.10}$$

Horrenbestez, badakigu sifoiaren sarreraren eta irteeraren artean gaur egun dagoen desnibela zein den, (5.8) ekuazioa aplikatuz:

$$\Delta z_{AB} = \Delta H_{AB} = \Delta h_j^{AB} + \Delta h_p^{AB} = 0,05 + 0,19 = 0{,}24\,\mathrm{m}$$

Bestalde, BC tarteko desnibela kalkulatzeko, kontuan izango dugu ubidearen irteera berria (C) zaharretik (B) urrundu egiten dela, eta ubideak BC tartean behera egiten duela, aldeko desnibela sortuz. Hala, sifoiaren irteera berria 100 metro atzeratzen denez, BC tarteko desnibela (5.11) adierazpenekoa izango da.

$$\Delta z_{BC} = L_{BC} \cdot i = 100\,\mathrm{m} \cdot 0{,}0015 = 0{,}15\,\mathrm{m} \tag{5.11}$$

Hortaz, azken bi desnibelekin, egoera berrian izango dugun desnibela (5.12) ekuazioak emandakoa izango da.

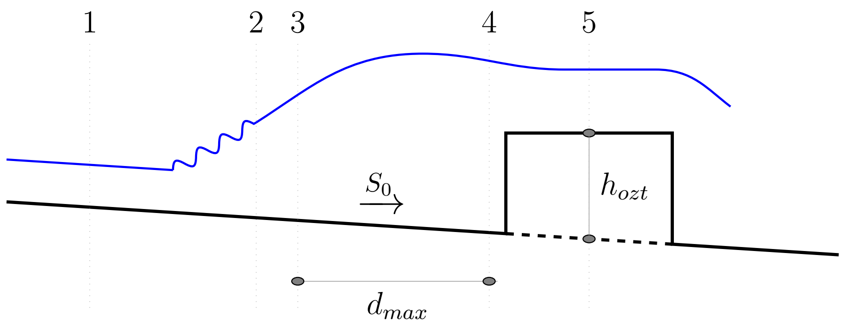
$$\Delta z_{AC} = \Delta z_{AB} + \Delta z_{BC} = 0,24 + 0,15 = 0{,}39\,\mathrm{m} \tag{5.12}$$

Azkenik, aldera ditzakegu egoera berriari dagozkion galerak eta desnibel berria (5.13), hasieran zehaztu dugun baldintza betetzen ote den frogatzeko. Bien arteko aldea zein den ikusita, baiezta dezakegu sifoi berriak kota nahikoa izango duela behar bezala funtzionatzeko.

$$\Delta z_{AC} = 0{,}39\,\mathrm{m} \geq 0{,}35\,\mathrm{m} = \Delta H_{AC} \tag{5.13}$$

5.2. Oztopoa ubidean (Ohikoa 2017/18)

Ur biziko ubide baten proiektuan zera aztertu nahi da: oztopo jakinek jarioan duten eragina. Eredu matematikoa egin aurretik, frogaketa batzuk egin nahi dira; besteak beste, frogatu nahi da sakonera minimoa izango dela 0,50 m, kirolarien segurtasuna bermatzeko. Horretarako, aztertu diren egoeretako bat da 5.3. irudiko eskeman jasotzen den oztopoaren eragina, ur-laminaren gorakada eta erregimen-aldaketa eragiten dituen oztopoa, hain zuzen ere.



5.3. irudia. Ubidean aztertu nahi den oztopoaren eskema.

Ubideak sekzio erréktangularra du, 8 m zabal da, eta malda ezberdina duten hiru tarteetan diseinatu da; hain zuzen ere, %1, %1,5 eta %2,5. Ubideak garraiatuko dituen emari minimoa eta maximoa 3 m^3/s eta 12 m^3/s izango dira.

Ubidearen hondoa ez denez horizontala, tirante konjugatuen sakonera erlazionatzeko (5.14) adierazpena erabiliko da (Chow, 1959), ubidearen malda %2,5 denean bakarrik erabilgarri dena.

$$\frac{y_2}{y_1} \approx \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot (1,08 \cdot F_1)^2} - 1) \tag{5.14}$$

(a) Aukeratu baldintzarik okerrenak 1 sekzioan, emaria eta malda, gutxieneko sakoneraren frogaketa egiteko (0,5 m), behar bezala arrazoituz.

(b) Kalkula itzazu ubidearen tirante normala eta kritikoa, hurrengo ataleko baldintzetan.

(c) Kalkulatu, malda %2,5 denean eta emaria 12 m^3/s, beste oztopo bat zein distantziatara ipin daitekeen (d_{max}) ur-gora, enuntziatuak aipatzen duen gutxieneko sarkura lortzeko 3 sekzioan. Ubidearen zimurtasun-koefizientea 0,015 da, eta oztopoaren altuera (h_{ozt}) 0,70 m. Baztertu ubide-hondoaren malda-aldaketa oztopoaren zabalera osoan, baita oztopoak eragindako galera puntualak ere.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Ubidean zenbat eta emari txikiagoa izan, orduan eta txikiagoa izango da tirantea. Aldiz, zenbat eta malda handiagoa, are eta txikiagoa izango da tirantea. Beraz, emari txikienaren ($Q = 3\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$) eta malda handienaren ($m = \%2,5$) konbinazioa izango dira gehien baldintzatuko dutenak arraunlarien segurtasuna, sakoneraren ikuspuntutik.

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Lehendabizi, ubidearen ezaugarri geometriko orokorren adierazpenak lortuko ditugu, honako kalkulu hauetan beharko ditugu eta. Hauek dira: azalera hidraulikoa (5.15), perimetro bustia (5.16), ispilua (5.17) eta erradio hidraulikoa (5.18).

$$A = b \cdot y \tag{5.15}$$

$$P = b + 2 \cdot y \tag{5.16}$$

$$T = b \tag{5.17}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{b \cdot y}{b + 2 \cdot y} \tag{5.18}$$

Tirante normala (y_n) kalkulatzeko erabiliko dugun adierazpena erregimen uniformeari dagokiona da (5.19), hura betetzen duen tirantea izango baita erregimen uniformean garatuko dena. Adierazpen hori landuz gero, beste bat lor dezakegu (5.20), eta handik y_n ebatzi hurbilketa bidez.

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \tag{5.19}$$

$$\frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}}$$

$$\frac{12 \cdot 0,015}{0,025^{1/2}} = \frac{(b \cdot y)^{5/3}}{(b + 2 \cdot y)^{2/3}}$$

$$1,0625 = \frac{(8 \cdot y)^{5/3}}{(8 + 2 \cdot y)^{2/3}} \quad \Rightarrow \quad y_n = 0{,}32\,\mathrm{m} \tag{5.20}$$

Bestalde, tirante kritikoa kalkulatzeko erregimen kritikoaren baldintza erabiliko dugu, hots, $F = 1$. Froude zenbakiaren adierazpena (5.21) izango da, ubidearen sekzioa errektangeluarra baita. Ekuazio hori garatuz gero, (5.22) adierazpena lortuko dugu, baita tirante kritikoaren balioa ere.

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y}} = \frac{Q}{A \cdot \sqrt{g \cdot y}} \tag{5.21}$$

$$F^2 = \frac{Q^2}{A^2 \cdot g \cdot y} = \frac{Q^2}{(b \cdot y)^2 \cdot g \cdot y} = \frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot y^3}$$

$$y = \left(\frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot F^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{12^2}{9,81 \cdot 8^2 \cdot 1^2}\right)^{1/3} \quad \Rightarrow \quad y_c = 0{,}61\,\mathrm{m} \tag{5.22}$$

Bi tiranteen balioekin ikus daiteke, normala denez kritikoa baino txikiagoa, jario superkritikoa izango dugula erregimen uniformean, ubidearen malda handi xamarra delako besteak beste.

ARIKETAREN EBAZPENA (c). Segurtasuna bermatzeko gutxieneko tirantea, bistan denez, ez dago goratzearen hasieran (y_1), tirante normalaren balioa txikiago baita, eta hori da ubideak hasieran izango duen tirantea (aurretik singulartasunik ez dagoela ari gara suposatzen). Aitzitik, baliteke goratze bukaerako tiranteak (y_2) betetzea baldintza hori; frogatu egin beharko litzateke baina. Hala balitz, $y_2 > 0{,}50\,\mathrm{m}$, goratzearen bukaera izango da sakonera seguruko puntua, eta handik oztopora dagoen distantzia izango da eskatzen den distantzia minimoa. Lehenik, baina, Froude zenbakia kalkulatuko dugu goratzea baino lehen (5.23).

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{g \cdot y_1}} = \frac{Q}{(b \cdot y_1) \cdot \sqrt{g \cdot y_1}} = \frac{12}{(8 \cdot 0,32) \cdot \sqrt{9,81 \cdot 0,32}} = 2,65 \tag{5.23}$$

Orain, goratzearen bukaerako tirantea kalkula dezakegu (y_2), enuntziatuko erlazioa erabilita (5.24), betiere kontuan izanik tirante konjugatu txikia ubideko ur-tirante normala izango dela, hots, $y_1 = y_n = 0{,}32\,\mathrm{m}$.

$$\frac{y_2}{y_1} \approx \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot (1,08 \cdot F_1)^2} - 1) \tag{5.24}$$

$$y_2 \approx \frac{0,32}{2} \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot (1,08 \cdot 2,65)^2} - 1) = 1{,}15\,\mathrm{m}$$

Hortaz, ziurtatua dugu sakonera nahikoa segurtasuna bermatzeko goratzearen bukaeran ($y_2 > 0{,}5\,\mathrm{m}$); beraz, bilatzen ari garen 3 sekzioa irudiko 2 sekzioa izango da. Edonola ere, kalkulatu beharra dugu goratzearen bukaera zer distantziatara dagoen gainezkabidetik. Distantzia kalkulatzeko aplika dezakegu energia-oreka goratze bukaeraren (E_2) eta oztopo aurreko puntuaren (E_4) artean.

Horretarako, lehenik y_4 behar dugu, eta hori 4 eta 5 sekzioen artean energia-oreka aplikatuz lortuko dugu (5.25). Kontuan hartuz 4 eta 5 puntuen arteko energia galerak baztergarriak direla ($\Delta h_{4-5} \approx 0$), eta sekzio horietako hondoaren kota-aldaketa ere baztergarria dela ($z_5 - z_4 = h_{ozt}$), (5.26) adierazpena geratuko zaigu.

Gainera, kontuan baldin badugu $y_5 = y_c$ dela, eta $v = Q/A$ dela, (5.27) ekuazioa lor dezakegu, eta, harekin, y_4 aldagaiaren balioak eskuratu. Hori hurbilketa bidez egin daiteke, baina argi ibili behar da, ekuazioak hiru soluzio baititu. Horietatik bi bakarrik dira posibleak, baina bietan handiena izango da esanahi fisiko egokia duena ($y_4 = 1{,}57\,\mathrm{m}$), 4 sekzioan dugun jarioa geldoa baita.

$$y_4 + \frac{v_4^2}{2g} + z_4 = y_5 + \frac{v_5^2}{2g} + z_5 + \Delta h_{4-5} \tag{5.25}$$

$$y_4 + \frac{v_4^2}{2g} = y_5 + \frac{v_5^2}{2g} + h_{ozt} \tag{5.26}$$

$$\begin{aligned} y_4 + \frac{Q^2}{(b \cdot y_4)^2 \cdot 2g} &= y_5 + \frac{Q^2}{(b \cdot y_5)^2 \cdot 2g} + h_{ozt} \\ y_4 + \frac{12^2}{8^2 \cdot y_4^2 \cdot 2 \cdot 9.81} &= 0,61 + \frac{12^2}{8^2 \cdot 0,61^2 \cdot 2 \cdot 9,81} + 0,70 \\ y_4 + \frac{0,115}{y_4^2} &= 1,62 \quad \Rightarrow \quad y_4 = \{-0,25\ ;\ 0,29\ ;\ 1,57\}\ \mathrm{m} \end{aligned} \tag{5.27}$$

Orain, y_2 eta y_4 tiranteak badakizkigunez, kalkula dezakegu sekzio horien arteko distantzia, antzeko prozedura erabiliz; hots, puntu horien arteko energia-oreka planteatuz (5.32), eta handik ebatziz distantzia. Energia-orekan honako hauek izango ditugu kontuan: kota-aldaketa (5.28), galera jarraituak (5.29), batez besteko abiadura (5.30), eta batez besteko erradio hidraulikoa (5.31). Horiek kontuan izanda (5.33), adierazpenaren forma hartuko du energia-ekuazioak.

$$z_2 - z_4 = S_0 \cdot d_{max} \tag{5.28}$$

$$\Delta h_{2-4} = S_f \cdot d_{max} = \left(\frac{v_{btb}^2 \cdot n^2}{R_{btb}^{4/3}} \right) \cdot d_{max} \tag{5.29}$$

$$v_{btb} = \frac{v_2 + v_4}{2} \tag{5.30}$$

$$R_{btb} = \frac{R_2 + R_4}{2} \tag{5.31}$$

Aipatutako batez besteko erradio hidraulikoa honela kalkulatu dugu:

$$R_{btb} = \frac{R_2 + R_4}{2} = \frac{0,89 + 1,13}{2} = 1{,}01\,\mathrm{m}$$

$$R_2 = \frac{A_2}{P_2} = \frac{b \cdot y_2}{b + 2 \cdot y_2} = \frac{8 \cdot 1,15}{8 + 2 \cdot 1,15} = 0{,}89\,\mathrm{m}$$

$$R_4 = \frac{A_4}{P_4} = \frac{b \cdot y_4}{b + 2 \cdot y_4} = \frac{8 \cdot 1,57}{8 + 2 \cdot 1,57} = 1{,}13\,\mathrm{m}$$

Eta batez besteko abiadura honela:

$$v_{btb} = \frac{v_2 + v_4}{2} = 1{,}13\,\mathrm{m/s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{b \cdot y_2} = \frac{12}{8 \cdot 1,15} = 1{,}30\,\mathrm{m/s}$$

$$v_4 = \frac{Q}{A_4} = \frac{Q}{b \cdot y_4} = \frac{12}{8 \cdot 1,57} = 0{,}96\,\mathrm{m/s}$$

Aldiz, energiaren malda honela:

$$S_f = \frac{v_{btb}^2 \cdot n^2}{R_{btb}^{4/3}} = \frac{1,13^2 \cdot 0,015^2}{1,01^{4/3}} = 0{,}000\,283\,5$$

Horrenbestez, aurrerago aipatu bezala, energiaren oreka planteatuz (5.32), esandako distantzia maximo hori kalkula dezakegu (5.34).

$$y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = y_4 + \frac{v_4^2}{2g} + z_4 + \Delta h_{2-4} \tag{5.32}$$

$$y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + S_0 \cdot d_{max} = y_4 + \frac{v_4^2}{2g} + S_f \cdot d_{max} \tag{5.33}$$

$$d_{max} = \frac{(y_4 - y_2) + \left(\frac{v_4^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right)}{S_0 - S_f}$$

$$d_{max} = \frac{(1,57 - 1,15) + \left(\frac{0,96^2}{2 \cdot 9,81} - \frac{1,30^2}{2 \cdot 9,81}\right)}{0,025 - 0,0002835} = 15{,}41\,\mathrm{m} \tag{5.34}$$

Kalkulatu dugun distantzia horrek esan nahi du ur-gorako oztopo berria, gehienez ere, 15,41 metro gorago ipin dezakegula ur-beherako oztopoa baino. Urrunago ipiniko bagenu, oztopo berriak eragindako aldaketak kontuan hartu gabe, ur-maila mugako baliotik behera jaitsiko litzateke, eta arraunlarien segurtasuna ez legoke bermatua.

6. kapitulua

Zentral hidroelektrikoak

Euri-urak badu, kota jakinera erortze hutsagatik, nolabaiteko energia potentziala. Alabaina, energia potentzial hori xahutu egingo da pixkanaka, urak aurrera egin ahala itsasorantz, eta energia galera horiek ibilguaren higadura eragingo dute. Bada, ustia daiteke ibilguan xahutzen den energia, partzialki bada ere, eta energia elektrikoa sortu. Hori da, hain zuzen ere, zentral hidroelektrikoen helburua.

Zentral hidroelektrikoen sailkapen ugari egin daitezke; esaterako, zentralak ura kudeatzeko duten modua aztertuz. Sailkapen horren arabera, euri-ura gordetzeko gaitasuna dutenak —beharra dagoenean turbinatzeko— *erregulazio-zentralak* dira, eta horretarako urtegi bat dute. Bestalde, *zentral jariakorrak* dira unean-unean ibilguan dabilen ura turbinatzen dutenak; horrelakoek ez dute, beraz, ura erregulatzeko gaitasunik.

Edonola ere, zentral mota ezberdinek sortzen duten elektrizitatea ezin da gorde: argindar-eskaintza moldatu egin behar da argindar-eskaerara. Dena den, posible litzateke argindarra gordetzea, *zentral itzulgarri* deritzenen bidez. Horrelakoak gai dira aprobetxatzeko sobera dagoen sareko argindarra, behe-urtegi batetik goi-urtegi batera ponpatuz ura. Ondoren, goi-urtegiko urak duen energia potentziala aprobetxatuz, ur hori berriz ere turbinatu egiten dute argindarra sortu eta sarea hornitzeko.

Kapitulu honetan, horrenbestez, aipatutako hiru zentral mota horien funtzionamendu orokorra lantzen da. Lehen ariketan erregulazio zentral baten funtzionamendua aztertzen da. Bigarrenean, bestalde, zentral jariakorra lantzen da. Hirugarren ariketak, aldiz, zentral itzulgarriak sare elektrikoan jokatzen duen funtzioa lantzen du, eta laugarren ariketak, berriz, zentral itzulgarria bera.

6.1. Erregulazio-zentrala (Ohikoa 2015/16)

Erregulazio-zentral hidroelektriko batek presio-galeria, oreka tximinia eta karga-putzua ditu; azken hori hiru adarretan banatzen da, ezaugarri berdinak dituzten beste horrenbeste multzo hornitzeko. Zentraleko garraio-hodiaren eta tresneriaren ezaugarriak honako hauek dira:

- Galeria: ϕ=5 m eta L=500 m
- Presio-putzua: ϕ=4 m eta L=100 m
- Adarrak: ϕ=2,5 m eta L=50 m
- Turbinak: η_T=0,92
- Alternadoreak: η_G=0,96

Urtegiaren maila maximo normala 320 metrora dago, eta deskargaren kota minimoa 100 metrora. Urtegiaren eta lehengoratzearen batez besteko kotak ohiko ustiapen urte batean, hurrenez hurren, 300 m eta 105 m dira.

Zentralak urtean turbinatzen duen ekarpena 720 hm^3 da, honako hau izanik funtzionamendu-erregimena: 1000 orduz 120 m^3/s hiru multzotan berdin banaturik, 800 orduz 80 m^3/s bi multzorekin turbinatuz eta, gainerakoan, 30 m^3/s multzo bakarretik turbinatuz. Emari maximoa turbinatzean, galeriako galerak 2,17 m dira, putzukoak 1,13 m eta adarkatzekoak 0,97 m.

(a) Kalkulatu zentralaren potentzia maximoa.

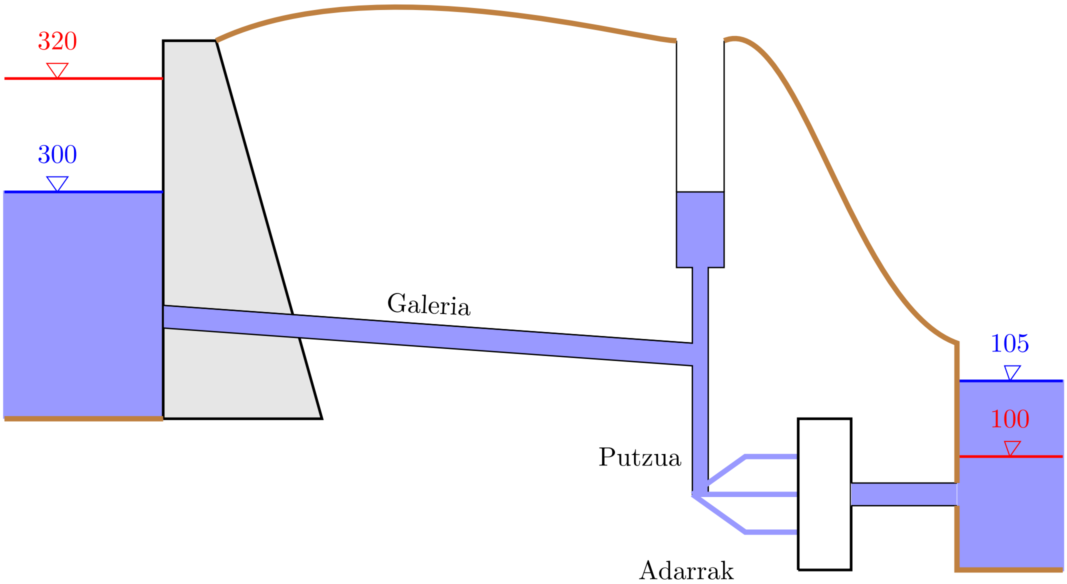
(b) Kalkulatu zentralaren produktibitatea.

(c) Kalkulatu zentralaren erabilera-orduak.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Lehenik eta behin, zentralaren egitura argi izateko, hura eta haren elementuen eskema marraztuko ditugu (6.1. irudia), garbi adieraziz aipatutako ur-mailak urtegian zein deskargan.

Jarraian, zentralaren potentzia maximoa (6.3) adierazpenaren bitartez kalkulatuko dugu. Horretarako, baina, potentziaren adierazpenean erabiltzen diren aldagaiak kalkulatu beharko dira: emaria eta jauzi garbia.

Lehenari dagokionez, emaria (Q), zentralaren potentzia maximoa erdietsiko da hiru turbinek diseinu-emaria batera turbinatzen dutenean, hau da, guztira 120 m^3/s turbinatzean (40 m^3/s turbina bakoitzetik).



6.1. irudia. Zentralaren eskema.

Bigarrenari dagokionez, jauzi garbia (H_N), potentziarik handiena lortuko da jauzi gordinik (H_G) handienarekin. Hala, potentzia maximoa kalkulatzeko, kontuan hartu beharko dira jauzi gordin maximoa eragiten duten ur-mailak (6.1): ur-maila maximoa urtegian eta maila minimoa deskargan.

$$H_G = 320\,\mathrm{m} - 100\,\mathrm{m} = 220\,\mathrm{m} \tag{6.1}$$

Gainera, kontuan izan behar dira turbina-sarreraraino gauzatzen diren karga galerak jauzi garbia kalkulatzeko, horiek irudikatzen baitute urak galdutako energia turbinara iritsi aurretik. Gure kasuan, karga galera horiek datu dira (6.2) adierazpenaren arabera.

$$H_N = H_G - \sum \Delta h_i = 220 - 2,17 - 1,13 - 0,97 = 215{,}73\,\mathrm{m} \tag{6.2}$$

Horrenbestez, kalkula daiteke jauziaren potentzia maximoa, (6.3) adierazpenaren arabera.

$$P/\text{kW} = 9,81 \cdot Q/\text{m}^3\,\text{s}^{-1} \cdot H_N/\text{m} \cdot \eta_T \cdot \eta_A \tag{6.3}$$

$$P/\text{kW} = 9,81 \cdot 120 \cdot 215,73 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 224\,295\,\text{kW} = 224{,}3\,\text{MW}$$

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Produktibitatea (P_R) da zentralak urte osoan zehar sortzen duen energia. Beraz, produktibitatea kalkulatzeko, kontuan izan behar dira egoera anitzak, hau da, erregimen bakoitzari dagokion potentzia eta haren iraupena, (6.4) adierazpenaren arabera.

$$P_R/\text{kWh} = \sum P_i/\text{kW} \cdot t_i/\text{h} \tag{6.4}$$

Oraingoan, aurreko atalean bezalaxe, erregimen bakoitzari dagokion jauzi garbia kalkulatu beharko dugu. Dena den, ez ditugu kontuan hartuko jauzi gordin maximoari dagozkion ur-mailak; izan ere, urte osoa ari gara aztertzen, eta ez egoera zehatz bat aurreko atalean egin bezala. Ondorioz, ur-mailen batezbestekoa erabiliko dugu (6.5), hori izango baita funtzionamendu-erregimenarekin ekoitz daitekeen energia hoberen adierazten duena.

$$H_G = 300\,\text{m} - 105\,\text{m} = 195\,\text{m} \tag{6.5}$$

Edonola ere, ez dauzkagu funtzionamendu-erregimen guztien iraupenak, zeren eta $30\,\text{m}^3/\text{s}$ emari turbinatuari dagokion erabilera denbora falta baitzaigu (6.1. taulako t_3). Hura kalkulatzeko erabil daiteke (6.6) ekuazioa, ezaguna baita erregimen ezberdinekin guztira turbinatu den bolumenaren zenbatekoa ($720\,\text{hm}^3$).

6.1. taula. Zentralaren funtzionamendu-erregimenak.

Q	m^3/s	120	80	30
t	h	1000	800	t_3

$$A_u/\text{hm}^3 = \sum t_i/\text{h} \cdot Q_i/\text{m}^3\,\text{s}^{-1} \tag{6.6}$$

$$A_u\ \text{hm}^3 \cdot \frac{10^6\ \text{m}^3}{1\,\text{hm}^3} = \sum \left(t_i/\text{h} \cdot \frac{3600\,\text{s}}{1\,\text{h}} \right) \cdot Q_i/\text{m}^3\,\text{s}^{-1}$$

$$t_3/\mathrm{h} = \frac{720 \cdot 10^6 - (1000 \cdot 120 + 800 \cdot 80) \cdot 3600}{30 \cdot 3600} = 533{,}33\,\mathrm{h}$$

Esan bezala, erregimen bakoitzaren potentzia kalkulatu behar da produktibitatea zehazteko, erregimen bakoitzean turbinatzen den emaria ezberdina baita, eta, ondorioz, baita galerak ere (horrek potentzia aldatuko du). Hori da, hain zuzen ere, jarraian egingo dena, erregimen bakoitzari dagokion potentzia kalkulatu.

Q= $120\,\mathrm{m^3/s}$: funtzionamendu-erregimen honetan karga galerak enuntziatuan emandakoak dira, emari maximoari dagozkionak (6.7). Potentzia, beraz, (6.8) ekuazioak emandakoa da.

$$H_N = H_G - \sum \Delta h_i = 195 - 4,27 = 190{,}73\,\mathrm{m} \tag{6.7}$$

$$P_{120}/\mathrm{kW} = 9,81 \cdot 120 \cdot 190,73 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 198\,303\,\mathrm{kW} = 198{,}3\,\mathrm{MW} \tag{6.8}$$

Q=$80\,\mathrm{m^3/s}$: karga galerak, oraingoan, kalkulatu egin behar dira. Edonola ere, galerak kalkulatzeko enuntziatuak ez dizkigu ematen garraio-hodien zimurtasun-koefizienteak. Bada, bi modutara lor daitezke galerak: K zimurtasun-koefizientea ebatzita, edo aipatutako K ebatzi gabe (emariaren araberako proportzionaltasuna kontuan izanik). Bi modutara kalkulatuko ditugu galerak hemen.

Lehen modura ebazteko, K koefizientea ebatzita, Strickler formula erabiliko dugu karga galera jarraituen energiaren malda (S) zehazteko (6.9). Hala, garraio-hodiko galera jarraituak kontuan hartuta (Δh), Strickler koefizientea (K) ebatz daiteke (6.10).

$$Q = A \cdot K \cdot R_h^{2/3} \cdot S^{1/2} \quad \Rightarrow \quad S = \left(\frac{Q}{A \cdot K \cdot R_h^{2/3}} \right)^2 \tag{6.9}$$

$$\Delta h = S \cdot L = \left(\frac{Q}{A \cdot K \cdot R_h^{2/3}} \right)^2 \cdot L \quad \Rightarrow \quad K = \frac{Q \cdot L^{1/2}}{A \cdot \Delta h^{1/2} \cdot R_h^{2/3}} \tag{6.10}$$

Horrenbestez, kontuan izanik ezaugarri ezberdinak dituzten hiru tarte ezberdin daudela, hots, galeria (G), putzua (P) eta adarkatzeak (A), kalkula daitezke galeriaren koefizientea (6.11), presio-putzuarena (6.12) eta adarkatzeena (6.13).

$$K_G = \frac{Q \cdot L^{1/2}}{A \cdot \Delta h^{1/2} \cdot R_h^{2/3}} = \frac{120 \cdot 500^{1/2}}{(\pi \cdot 2,5^2) \cdot 2,17^{1/2} \cdot \left(\frac{2,5}{2}\right)^{2/3}} = 79,9 \approx 80 \tag{6.11}$$

$$K_P = \frac{Q \cdot L^{1/2}}{A \cdot \Delta h^{1/2} \cdot R_h^{2/3}} = \frac{120 \cdot 100^{1/2}}{(\pi \cdot 2^2) \cdot 1,13^{1/2} \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^{2/3}} = 89,8 \approx 90 \tag{6.12}$$

$$K_A = \frac{Q \cdot L^{1/2}}{A \cdot \Delta h^{1/2} \cdot R_h^{2/3}} = \frac{40 \cdot 50^{1/2}}{(\pi \cdot 1,25^2) \cdot 0,97^{1/2} \cdot \left(\frac{1,25}{2}\right)^{2/3}} = 80 \tag{6.13}$$

Bestalde, bigarren aukera aplikatuko bagenu, hots, K ebatzi gabe kalkulatuko bagenitu galerak, lehen aipatu dugun galeren adierazpenean oinarrituko gara (6.10). Oraingoan, baina, kontuan hartuko dugu adierazpen horretako aldagaiak ez direla aldatzen garraio-hodi tarte berdinean (L, K, R_h eta A); bai, ordea, Q. Hori dela eta, galerak soilik egongo dira emari-koadroaren menpe (6.14).

$$\Delta h = S \cdot L = \left(\frac{Q}{A \cdot K \cdot R_h^{2/3}}\right)^2 \cdot L$$

$$\Delta h = ktea \cdot Q^2 \tag{6.14}$$

Beraz, Q emariarekin kalkulatutako galerak balira Δh, eta Q' beste emari batekin kalkulatutakoak $\Delta h'$, baldin eta bien arteko zatiketa egiten badugu (6.15), konstante multzoak balio bera izango du bietan. Hortaz, (6.16) ekuazioa lortuko dugu, eta ezagunak badira emari bat (Q) eta hari lotutako karga galerak (Δh), kalkula ditzakegu beste emari batekin (Q') lortuko liratekeen galerak ($\Delta h'$).

$$\frac{\Delta h'}{\Delta h} = \frac{ktea \cdot Q'^2}{ktea \cdot Q^2} \tag{6.15}$$

$$\Delta h' = \Delta h \cdot \frac{Q'^2}{Q^2} = \Delta h \cdot \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 \tag{6.16}$$

Horrenbestez, kontuan izanik ezaugarri ezberdinak dituzten hiru tarteak, hots, galeria (G), putzua (P) eta adarkatzeak (A), eta tarte bakoitzean dabilen emaria, hurrenez hurren, $80\,\mathrm{m^3/s}$, $80\,\mathrm{m^3/s}$ eta $40\,\mathrm{m^3/s}$; kalkula daitezke galeriaren (6.17), putzuaren (6.18) eta adarkatzeen (6.19) karga galera berriak.

$$\Delta h'_G = \Delta h \cdot \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = 2,17 \cdot \left(\frac{80}{120}\right)^2 = 0{,}96\,\mathrm{m} \tag{6.17}$$

$$\Delta h'_P = \Delta h \cdot \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = 1,13 \cdot \left(\frac{80}{120}\right)^2 = 0{,}50\,\mathrm{m} \tag{6.18}$$

$$\Delta h'_A = \Delta h \cdot \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = 0,97 \cdot \left(\frac{40}{40}\right)^2 = 0{,}97\,\mathrm{m} \tag{6.19}$$

Horrela, zentralean $80\,\mathrm{m^3/s}$ dabiltzanean kalkula daiteke emari horri dagozkion jauzi garbia (6.20), baita potentzia ere (6.21).

$$H_N = H_G - \sum \Delta h_i = 195 - 0,96 - 0,50 - 0,97 = 192{,}57\,\mathrm{m} \tag{6.20}$$

$$P_{80}/\mathrm{kW} = 9,81 \cdot 80 \cdot 192,57 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 133\,477\,\mathrm{kW} = 133{,}5\,\mathrm{MW} \tag{6.21}$$

Q=$30\,\mathrm{m^3/s}$: aurrekoan bezala kalkulatuko ditugu galerak. Beraz, kontuan hartuta emari maximoarekin tarte bakoitzean zebilen emaria eta emari horiek sortutako karga galerak, kalkula daitezke galeriaren (6.22), putzuaren (6.23), eta adarkatzeen (6.24) karga galerak.

$$\Delta h'_G = \Delta h \cdot \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = 2,17 \cdot \left(\frac{30}{120}\right)^2 = 0{,}14\,\mathrm{m} \tag{6.22}$$

$$\Delta h'_P = \Delta h \cdot \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = 1,13 \cdot \left(\frac{30}{120}\right)^2 = 0{,}07\,\mathrm{m} \tag{6.23}$$

$$\Delta h'_A = \Delta h \cdot \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = 0,97 \cdot \left(\frac{30}{40}\right)^2 = 0{,}55\,\mathrm{m} \tag{6.24}$$

Hala, kalkula daitezke emari horri dagozkion jauzi garbia (6.25) eta potentzia (6.26).

$$H_N = H_G - \sum \Delta h_i = 195 - 0,14 - 0,07 - 0,55 = 194{,}24\,\mathrm{m} \tag{6.25}$$

$$P_{30}/\mathrm{kW} = 9,81 \cdot 30 \cdot 194,24 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 50\,488\,\mathrm{kW} = 50{,}5\,\mathrm{MW} \tag{6.26}$$

Horrenbestez, zentralak urte osoan funtzionamendu-erregimen horrekin sortuko duen energia izango da produktibitatea (6.27).

$$\begin{aligned} P_R/\mathrm{kWh} &= \sum P_i/\mathrm{kW} \cdot t_i/\mathrm{h} \qquad (6.27)\\ &= 198\,303 \cdot 1000 + 133\,477 \cdot 800 + 50\,488 \cdot 533 \\ &= 331\,994\,704\,\mathrm{kWh} = 332{,}0\,\mathrm{GWh} \end{aligned}$$

ARIKETAREN EBAZPENA (c). Zentralaren erabilera-orduek esango digute zentralak zenbat orduz egin behar duen lan produktibitatearen energia bera sortzeko potentzia maximoarekin lanean. Hori kalkula daiteke (6.28) adierazpenaren arabera, zatituz zentralak urtean ekoitzitako energia, edo produktibitatea, eta potentzia maximoa.

$$H/\mathrm{h} = \frac{E/\mathrm{kWh}}{P_{max}/\mathrm{kW}} = \frac{331\,994\,704\,\mathrm{kWh}}{224\,295\,\mathrm{kW}} = 1480\,\mathrm{h} \tag{6.28}$$

6.2. Zentral jariakorra (Ezohikoa 2016/17)

Zentral hidroelektriko jariakor batek deribazio-presa bat du hartunean. Hartunearen ondoren, ubidea, karga-ganbera eta hodi behartu bat daude zentral-sarreraraino. Han, zentralaren barnean jada, hodi behartua bitan banatzen da zentraleko bi multzoak hornitzeko.

Ibaiaren urteko ekarpena $126\,\mathrm{hm}^3$ da deribazio-presa eraiki den puntuan, baina zentralean ibilguko ekarpen osoaren %60 turbinatzen da, honako ustiapen-erregimenarekin: $8 \cdot a$ orduz $10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$, $10 \cdot a$ orduz $7\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ (bi turbinekin), eta $12 \cdot a$ orduz $5\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ (turbina bakarrarekin). Zentralaren diseinu-emaria $10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ da.

Hartunea +1300 kotara dago kokatua. Ubideak 3000 metroko luzera du, eta haren kota galera 1,20 metrokoa da. Hodi behartuak 400 metro ditu, eta haren diametroa 3 metrokoa da. Turbinak hornitzen dituzten bi hodiek 50 metro dituzte, eta horien diametroa 1,0 metrokoa da. Deskarga +800 kotan dago.

Hodietako Manning koefizientea 0,013 da. Karga galera jarraituak ez ezik, galera puntualak ere badira: ibilguko hartunean (0,60 m), karga ganberan (0,50 m), eta hodi behartuaren bukaeran, zentralaren sarreran. Azken horretako karga galerak bereizten dituen koefizientea $k = 0,8$ da.

Turbinaren zein alternadorearen errendimenduak 0,92 eta 0,96 dira, hurrenez hurren. Errendimendu horiek konstanteak direla joko dugu.

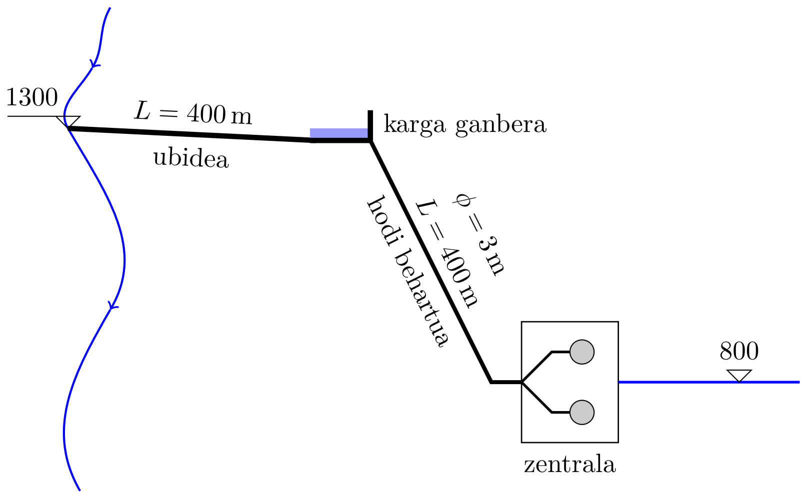
(a) Zehaztu zentralaren potentzia maximoa.

(b) Zehaztu zentralaren produktibitatea.

(c) Zehaztu zentralaren erabilera-orduak.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Lehenik eta behin, zentralaren eskema orokorra irudikatuko dugu (6.2. irudia). Ondoren, eskatzen den zentralaren potentzia maximoa zehazteko (6.38) ekuazioaren arabera, jauzi garbia (H_N) kalkulatu behar da. Horretarako, lehendabizi zer galera gauzatzen diren zehaztu behar da hartunetik turbinetara, handik turbinatzen denean emari maximoa ($10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$).

Bada, kontuan hartu beharko ditugu galera jarraituak, baita puntualak ere. Lehenak (jarraituak), ubidean, hodi behartuan eta hartune-hodietan gauzatuko dira. Ubidekoei dagokienez, erregimen uniformean dagoela suposatuko dugu; hots, galerak konstanteak dira turbinatzen diren erregimen ezberdinetan, eta berdinak ubideko karga galera (ΔH_{ubidea}) eta kota galera (6.29).



6.2. irudia. Zentral jariakorraren eskema.

$$\Delta H_{ubidea} = 1{,}20\,\mathrm{m} \tag{6.29}$$

Edonola ere, dei diezaiokegu *jauzi gordin erabilgarri* (H_{GE}) presio-hodietan gauzatzen diren karga galerak kontuan ez dituenari; hots, emariak baldintzatzen ez dituen horri (6.30).

$$\begin{aligned} H_{GE} &= H_G - \Delta H_{ibilguko\ hartunea} - \Delta H_{ubidea} - \Delta H_{karga-ganbera} \\ &= (1300 - 800) - 0,60 - 1,20 - 0,50 = 497{,}70\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{6.30}$$

Bestalde, garraio-hodietako galera jarraituak kalkulatzeko, $\Delta H = i \cdot L$ adierazpena); izanik ΔH karga galera jarraitua, i energiaren malda, eta L galerak gauzatzen diren hodiaren luzera. Bada, energiaren malda kalkulatzeko erabil dezakegu Manning formula (6.31); izanik, $Q/\mathrm{m^3\,s^{-1}}$ emaria, n Manning koefizientea, $A/\mathrm{m^2}$ azalera hidraulikoa, R/m erradio hidraulikoa eta $i/\mathrm{m\,m^{-1}}$ energiaren malda. Horrela, (6.32) adierazpenaren bidez kalkula ditzakegu hodietako karga galerak.

$$Q = \frac{A \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2}}{n} \quad \Longrightarrow \quad i = \frac{Q^2 \cdot n^2}{A^2 \cdot R^{4/3}} \tag{6.31}$$

$$\Delta H = i \cdot L = \frac{Q^2 \cdot n^2 \cdot L}{A^2 \cdot R^{4/3}} = \frac{Q^2 \cdot n^2 \cdot L}{(\pi \cdot (\phi/2)^2)^2 \cdot (\phi/4)^{4/3}} \tag{6.32}$$

Beraz, hodi behartuko (HB) eta turbina-hartuneko (TH) galera jarraituak (6.33) eta (6.34) adierazpenak emandakoak izango dira, hurrenez hurren. Kontuan izan $Q_{HB} = 10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ dela eta $Q_{TH} = 5\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$.

$$\Delta H_{HB} = \frac{Q_{HB}^2 \cdot 0,013^2 \cdot 400}{(\pi \cdot (1,5)^2)^2 \cdot (0,75)^{4/3}} = 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{HB}^2 = 0{,}20\,\mathrm{m} \tag{6.33}$$

$$\Delta H_{TH} = \frac{Q_{TH}^2 \cdot 0,013^2 \cdot 50}{(\pi \cdot (0,5)^2)^2 \cdot (0,25)^{4/3}} = 87,0 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{TH}^2 = 2{,}17\,\mathrm{m} \tag{6.34}$$

Aldiz, hodi behartuaren bukaeran ematen diren karga galera puntualak kalkulatzeko, (6.35) adierazpena erabiliko dugu.

$$\begin{aligned}\Delta h = k \cdot \frac{v^2}{2g} &= \frac{k \cdot Q_{HB}^2}{(\pi \cdot (\phi/2)^2)^2 \cdot 2g} = \\ &= \frac{0,8 \cdot Q_{HB}^2}{(\pi \cdot (1/2)^2)^2 \cdot 2 \cdot 9,81} = 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{HB}^2 = 0{,}08\,\mathrm{m}\end{aligned} \tag{6.35}$$

Karga galerak ezagunak badira, kalkula dezakegu turbinak aprobetxatuko duen jauzi garbia (H_N). Bada, hodietako karga galera osoa (ΔH_T) jarraitu eta puntualen batura izango da (6.36), eta zentralaren jauzi garbia (6.37) adierazpenak emandakoa.

$$\Delta H_T = \Sigma H_i = 0,20 + 0,08 + 2,17 = 2{,}45\,\mathrm{m} \tag{6.36}$$

$$H_N = \Delta H_{GE} - \Delta H_T = 497,70 - 2,45 = 495{,}25\,\mathrm{m} \tag{6.37}$$

Beraz, esan bezala, zentralaren potentzia maximoa bi turbina dabiltzanean lortuko da, eta haren balioa (6.39) ekuazioak emandakoa da.

$$P_{10} \equiv P_{max} = 9,81 \cdot Q \cdot H_N \cdot \eta_T \cdot \eta_A \tag{6.38}$$

$$P_{max} = 9,81 \cdot 10 \cdot 495,25 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 42\,865\,\mathrm{kW} \tag{6.39}$$

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Zentralaren produktibitatea da zentralak urtebetean sortutako energia, eta (6.49) ekuazioaren bidez kalkula daiteke. Horretarako, kontuan izan behar dugu zentralaren erregimen bakoitzean sortutako energia; hau da, erregimen bakoitzari dagokion potentzia eta erregimen horri dagokion iraupena.

Alabaina, zentralaren erregimena zehaztu behar da lehenik, ez baita ezaguna. Emariak ezagunak dira, baita turbinatutako ur-bolumen osoa ere (A_T). Bolumen hori ekarpen osoaren %60 da (6.40).

$$A_T = \%60 \cdot 126\,\mathrm{hm}^3 = 75{,}6\,\mathrm{hm}^3 \tag{6.40}$$

Horrela, (6.41) adierazpenaren bidez ebatz daiteke a aldagaiaren balioa (6.42), zehazteko erregimen bakoitzari dagokion denbora. Denbora horiek 6.2. taulan laburbildu dira.

$$A_T = \Sigma(Q_i \cdot t_i) = 10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} \cdot 8 \cdot a + 7\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} \cdot 10 \cdot a + 5\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} \cdot 12 \cdot a \tag{6.41}$$

$$\Longrightarrow \quad a = \frac{75{,}6\,\mathrm{hm}^3}{210\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}} \cdot \frac{10^6\ \mathrm{m}^3/\mathrm{hm}^3}{3600\,\mathrm{h/s}} \quad \Rightarrow \quad a = 100 \tag{6.42}$$

6.2. taula. Zentralaren funtzionamendu-erregimenak.

Q	m^3/s	10	7	5
t	h	$8 \cdot a$	$10 \cdot a$	$12 \cdot a$
t	h	800	1000	1200

Bada, zentraleko erregimena ezagututa, erregimen-tarte bakoitzean sortutako energia kalkula daiteke, baina horretarako tarte bakoitzari dagokion potentzia behar dugu. Lehen kasuan, emari maximoarekin, ez daukagu kalkulatu beharrik, kalkulatu baitugu jada potentzia (6.39) ekuazioan.

Aldiz, kalkulatu egin behar da beste bi kasuetan. Horretarako, baina, jauzi garbiak behar ditugu, eta horiek kalkulatzeko aldez aurretik kalkulatu ditugun galeren adierazpenak izango ditugu kontuan: (6.33), (6.34) eta (6.35). Hala, emaria $7\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ denean, karga galerak eta jauzi garbia (6.43) eta (6.44) ekuazioetan emandakoak dira.

$$\Delta H_T = (2,8 \cdot 7^2 + 87,0 \cdot 3,5^2) \cdot 10^{-3} = 1{,}20\,\mathrm{m} \tag{6.43}$$

$$H_N = H_{GE} - \Delta H_T = 497,70 - 1,20 = 496{,}50\,\mathrm{m} \tag{6.44}$$

Horrela, kalkula daiteke balio horiekin erregimen-egoera horri dagokion potentzia (6.45) adierazpenaren arabera.

$$P_7 = 9,81 \cdot Q \cdot H_N \cdot \eta_T \cdot \eta_A$$

$$P_7 = 9,81 \cdot 7 \cdot 496,50 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 30\,112\,\mathrm{kW} \tag{6.45}$$

Bestalde, $5\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ turbinatzen baldin badira turbina bakarretik, karga galerak eta jauzi garbia (6.46) eta (6.47) adierazpenetakoak dira.

$$\Delta H_T = (2,8 + 87,0) \cdot 5^2 \cdot 10^{-3} = 2{,}24\,\mathrm{m} \tag{6.46}$$

$$H_N = H_{GE} - \Delta H_T = 497,70 - 2,24 = 495{,}46\,\mathrm{m} \tag{6.47}$$

Ondorioz, erregimen horri dagokion potentzia (6.48) ekuazioak jasotakoa da.

$$P_5 = 9,81 \cdot Q \cdot H_N \cdot \eta_T \cdot \eta_A$$

$$P_5 = 9,81 \cdot 5 \cdot 495,46 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 21\,464\,\mathrm{kW} \tag{6.48}$$

Azkenik, kalkula daiteke zentralaren produktibitatea, (6.49) adierazpenarekin.

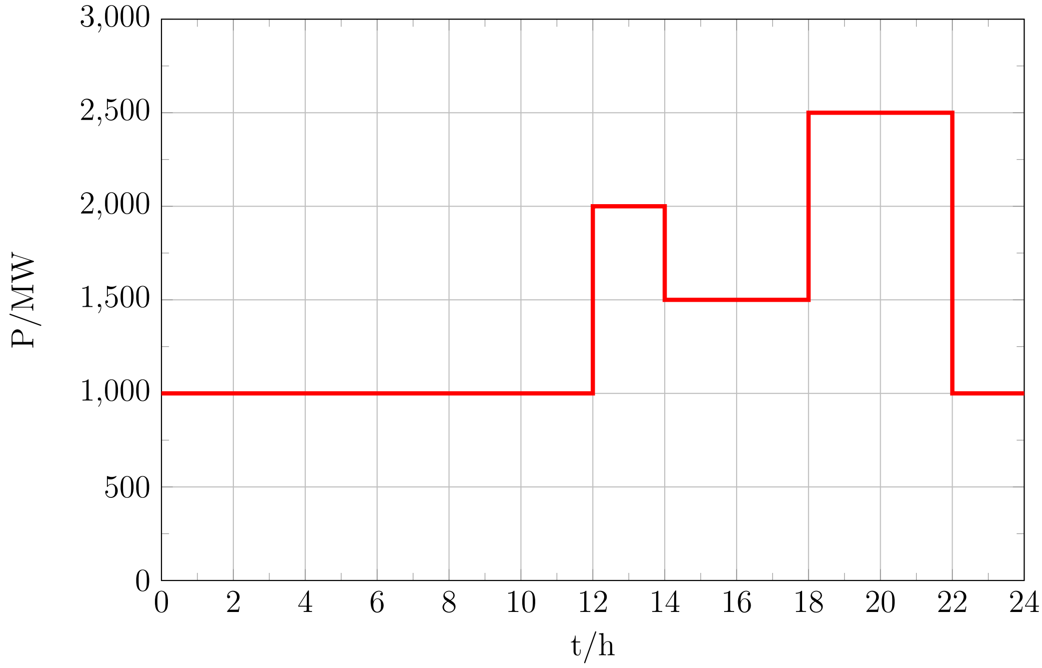
$$\begin{aligned} P_R = \Sigma(P_i \cdot t_i) &= 42\,865\,\mathrm{kW} \cdot 800\,\mathrm{h} + 30\,112\,\mathrm{kW} \cdot 1000\,\mathrm{h} + \\ &+ 21\,464\,\mathrm{kW} \cdot 1200\,\mathrm{h} = 90\,160\,769\,\mathrm{kWh} = 90{,}2\,\mathrm{GWh} \end{aligned} \tag{6.49}$$

ARIKETAREN EBAZPENA (c). Zentralaren erabilera-orduek esango digute zentralak zenbat orduz egin behar duen lan produktibitatearen energia bera sortzeko potentzia maximoarekin lanean. Hori kalkula daiteke (6.50) adierazpenaren arabera, zatituz zentralak urtean ekoitzitako energia, edo produktibitatea, eta potentzia maximoa.

$$H = \frac{P_R}{P_{max}} = \frac{90\,160\,769\,\mathrm{kWh}}{42\,865\,\mathrm{kW}} = 2103\,\mathrm{h} \tag{6.50}$$

6.3. Itzulgarria sarean (Ezohikoa 2015/16)

Okutataragi (Japonia) zentrala da munduko zentral itzulgarrietan handienetakoa; haren gaitasun instalatua 2000 MW da. Demagun zentralak asetzen duen sistema elektrikoa 6.3. irudian jasotako eguneko karga-kurbak bereizten duela, eta, sistema elektriko hori, aipaturiko zentral itzulgarriak ez ezik, beste zentral termiko batzuk ere hornitzen dutela. Sistema elektrikoa osatzen duten zentral termiko guztien potentzia 1500 MW da.



6.3. irudia. Sistema elektrikoaren eguneko karga-kurba.

(a) Zehaztu zentralak gai ote diren sistema elektrikoa asetzeko. Kontuan izan zentral itzulgarriaren honako errendimendu orokor hauek: turbinatzean 0,88 eta ponpatzean 0,75.

(b) Kalkulatu zentral itzulgarriaren erabilera-orduak. Demagun zentral itzulgarriak behar beste energia hornitzen duela.

(c) Demagun zentral termikoen potentzia handitu egiten dela, 1600 MW izateraino. Hipotesi horretan, posible al litzateke sistema elektrikoa asetzea erabili gabe eguneko azken orduan (23:00-24:00) zentral termikoek produzitzen duten energia?

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Zentralak eskaera jakin bat asetzeko gai ote diren aztertzeko bi alderdi izan behar dira kontuan: unean-unean asetzeko gai direna (potentzia), eta egunean zehar asetzeko gai direna (energia). Beraz, bietara egin behar da azterketa. Gainera, kontuan hartu behar da zentral konbentzionalak (termikoak) eta itzulgarriak ditugula eskaera asetzeko, eta itzulgarriak gai direla sobera dagoena gordetzeko eta behar denean erabiltzeko.

Gure kasuan, potentzia aldetik aztertuz gero, kontuan badugu zentral termikoen potentzia 1500 MW dela eta itzulgarriarena 2000 MW, zentralak badira gai eskaera asetzeko, puntako eskaera 2500 MW baita kurbaren arabera. Edonola ere, energia aldetik ere aztertu behar da funtzionamendua, eta, horretarako, kontuan hartu beharko dira itzulgarriaren errendimenduak, energia galerak egongo dira-eta termikoetan sobera dagoena gordetzean eta hura turbinatzean.

Sistema elektrikoa zentral termikoek asetzen badute, eta horien potentzia konstantea dela jotzen baldin badugu (abiatzea/gelditzea kosta egiten zaie), soberakina egongo da termikoek eskaera baino gehiago produzitzean (00:00-12:00 eta 22:00-24:00 artean), eta energia faltako da zentral termikoak eskaera asetzeko gai ez direnean (12:00-14:00 eta 18:00-22:00 bitartean). Horrela, 6.4. irudiko grafikoaren arabera, energia soberakina S_1 eta S_2 azalerek irudikatzen dute, eta (6.51) eta (6.52) adierazpenetan kalkulatzen da horien balioa, izanik denera 7000 MWh.

$$S_1 = (1500 - 1000)\ \mathrm{MW} \cdot (12 - 0)\ \mathrm{h} = 6000\,\mathrm{MWh} \tag{6.51}$$

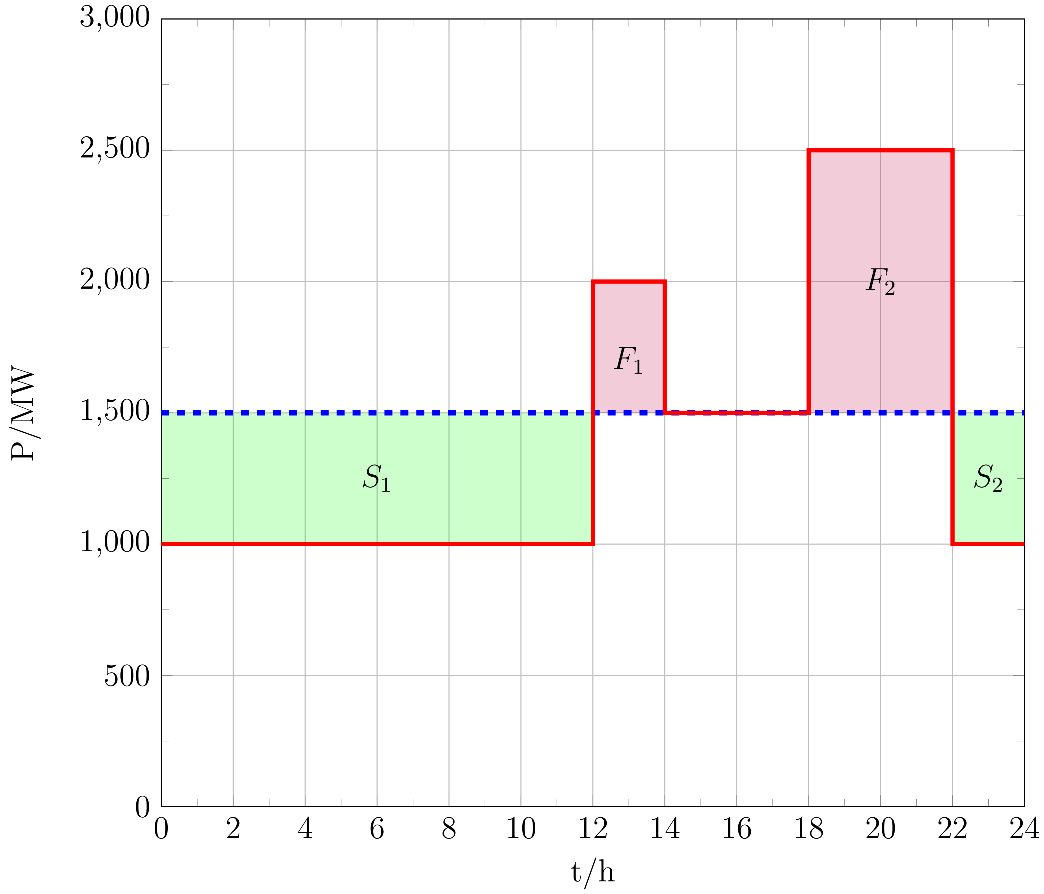
$$S_2 = (1500 - 1000)\ \mathrm{MW} \cdot (24 - 22)\ \mathrm{h} = 1000\,\mathrm{MWh} \tag{6.52}$$

Bestalde, eskaera denean zentral termikoek horni dezaketena baino handiagoa, zentral itzulgarriak hornitu beharko luke eskaera hori, sobera dagoenean metatutakoarekin. Egoera horietan energia-eskaera gehigarria zenbatekoa den F_1 eta F_2 azalerek irudikatzen dute grafikoan. Horien kalkulua (6.53) eta (6.54) adierazpenek ematen dute, eta guztira 5000 MWh dira.

$$F_1 = (2000 - 1500)\ \mathrm{MW} \cdot (14 - 12)\ \mathrm{h} = 1000\,\mathrm{MWh} \tag{6.53}$$

$$F_2 = (2500 - 1500)\ \mathrm{MW} \cdot (22 - 18)\ \mathrm{h} = 4000\,\mathrm{MWh} \tag{6.54}$$

Balio horien arabera, energia nahikoa dagoela esango genuke eskaera gehigarria asetzeko. Edonola ere, eta energia-soberakina 7000 MWh izan arren, energia galerak izango ditugu ura ponpatzean eta turbinatzean. Hala, zentralaren errendimendu orokorrak adierazten du galera horien zenbatekoa. Beraz, (6.55) adierazpenaren arabera, 4620 MWh izango ditugu benetan erabilgarri.



6.4. irudia. Eguneko karga-kurba eta energiak (a) atalean.

$$E_{erabilgarria} = 7000\,\mathrm{MWh} \cdot 0,75 \cdot 0,88 = 4620\,\mathrm{MWh} \tag{6.55}$$

Horrenbestez, errendimenduak kontuan dituen energia erabilgarria ez denez nahikoa beharrak asetzeko, zentral itzulgarriak eta aipatutako termikoek ezin dute hornitu sistema elektrikoa.

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Zentralaren erabilera-orduek (H) esango digute zentralak zenbat orduz egin behar duen lan urteko produkzio bera (E) sortzeko potentzia maximoarekin (P_{ins}) lanean. Hori kalkula daiteke (6.56) adierazpenaren arabera, zentralak urtean ekoitzitako energia eta potentzia maximoa zatituz. Bada, aztertzen ari garen egoeran, egun batean produzitu dezakeen energia ezagutzen dugu, eta hori joko dugu urte osoan errepikatzen den produktibitatea balitz bezala.

$$
\begin{aligned}
H/\text{h} &= \frac{E}{P_{ins}} \frac{\text{kWh/urte}}{\text{kW}} \qquad (6.56)\\
&= \frac{4\,620\,000 \frac{\text{kWh}}{\text{egun}} \cdot \frac{1\,\text{egun}}{24\,\text{h}} \cdot \frac{8760\,\text{h}}{1\,\text{urte}}}{2\,000\,000\,\text{kW}} = 843{,}15\,\text{h}
\end{aligned}
$$

ARIKETAREN EBAZPENA (c). Oraingoan ere, errepikatu egin beharko da lehen ataleko analisia, baina baldintza ezberdinetan. Makinak geldirik badaude 23 eta 24 h artean, zentral itzulgarriak hornitu beharko du eskaera osorik denbora-tarte horretan (6.5. irudia).

Grafikoan ikus daitekeen moduan, energia soberakina S_1', S_2' eta S_3' azalerek emandakoa izango da, eta horien balioa (6.57), (6.58) eta (6.59) ekuazioena. Horien guztien batura 8200 MWh da.

$$S_1' = (1.600 - 1.000)\ \text{MW} \cdot (12 - 0)\ \text{h} = 7200\,\text{MWh} \qquad (6.57)$$

$$S_2' = (1.600 - 1.500)\ \text{MW} \cdot (18 - 14)\ \text{h} = 400\,\text{MWh} \qquad (6.58)$$

$$S_3' = (1.600 - 1.000)\ \text{MW} \cdot (23 - 22)\ \text{h} = 600\,\text{MWh} \qquad (6.59)$$

Bestalde, egun batean beharko den energia gehigarria F_1', F_2' eta F_3' azalerek adierazitakoa da, eta horien balioa (6.60), (6.61) eta (6.62) ekuazioek emandakoa. Beraz, zentral itzulgarriak hornitu beharko duen energia gehigarria 5400 MWh dira.

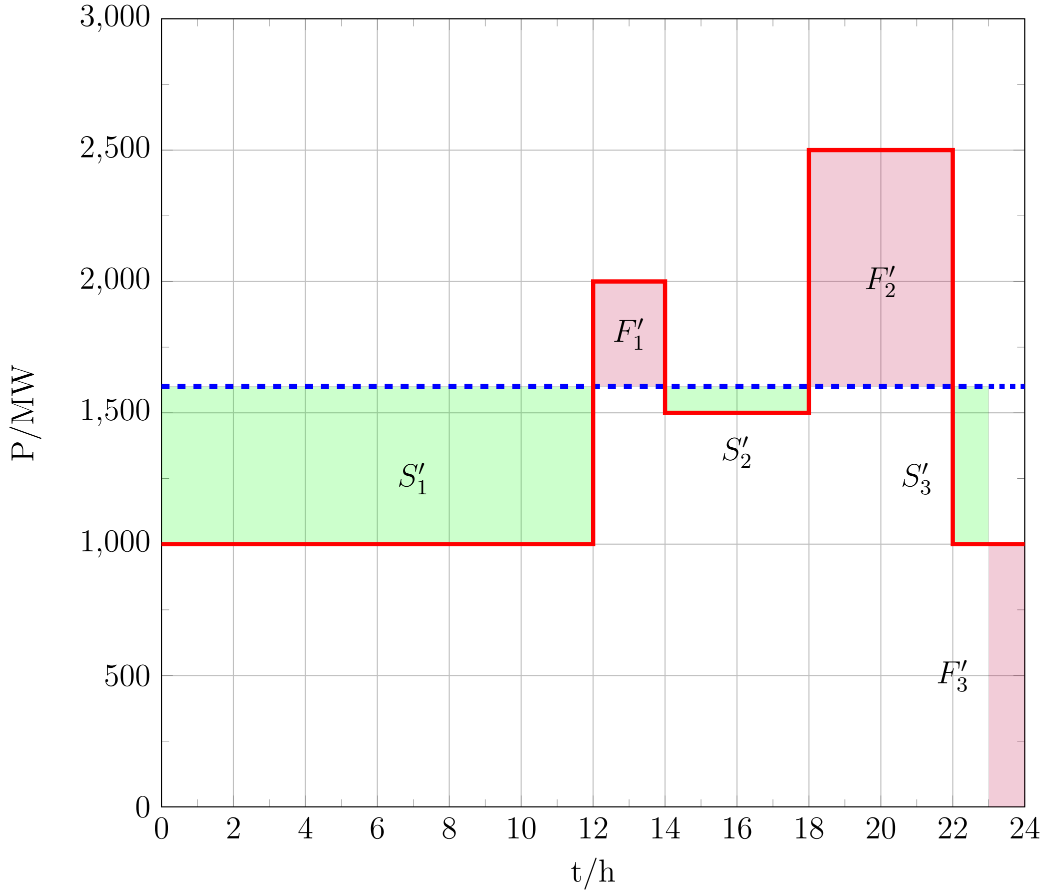
$$F_1' = (2000 - 1600)\ \text{MW} \cdot (14 - 12)\ \text{h} = 800\,\text{MWh} \qquad (6.60)$$

$$F_2' = (2500 - 1600)\ \text{MW} \cdot (22 - 18)\ \text{h} = 3600\,\text{MWh} \qquad (6.61)$$

$$F_3' = 1000\,\text{MW} \cdot (23 - 22)\ \text{h} = 1000\,\text{MWh} \qquad (6.62)$$

Zentral termikoetan sobera dagoen energia horrek, 8200 MWh, ez ditu kontuan ponpatzearen eta turbinatzearen ondorioz sortutako energia galerak. Horrenbestez, 5412 MWh lirateke erabilgarri egongo litzatekeen energia (6.63).

$$E'_{erabilgarria} = (S_1' + S_2' + S_3') \cdot 0,75 \cdot 0,88 = 5412\,\text{MWh} \qquad (6.63)$$



6.5. irudia. Eguneko karga-kurba eta energiak (c) atalean.

Horrenbestez, esan dezakegu erabilgarri dagoena behar dena baino handiagoa dela, eta, ondorioz, itzal dezakegula termikoa aipatutako orduan.

6.4. Itzulgarria, bi biltegi (Ohikoa 2016/17)

Zentral hidroelektriko itzulgarri bat bi urtegik hornitzen dute: lehenengoan (A urtegia), uraren kota 505 metrora dago; bigarrenean (B urtegia), ur-kota 504 metrokoa da. Zentraleko deskargaren ur-maila 300 metrokoa da.

Aipatutako urtegi bakoitzetik galeria bat irteten da zentralerantz (B galeria 200 metro luze da, eta haren diametroa 5 m). Bi galeriak oreka-tximinian elkartzen dira, eta, han, garraio-hodia bitan banatzen da, hornitzeko zentralean dauden bi multzoak. Oreka-tximiniatik turbinetara doazen bi hodi-behartuek 160 metro dituzte, eta horien diametroa zehazteke dago.

Zentralaren diseinu-emaria $100\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ da. Emari hori A galeriatik izango bagenu, galeria horretan izango genituzkeen karga galera jarraituak 1,81 metrokoak lirateke. Strickler koefizienteak 80 balio du galerietan, eta 90 hodi behartuetan.

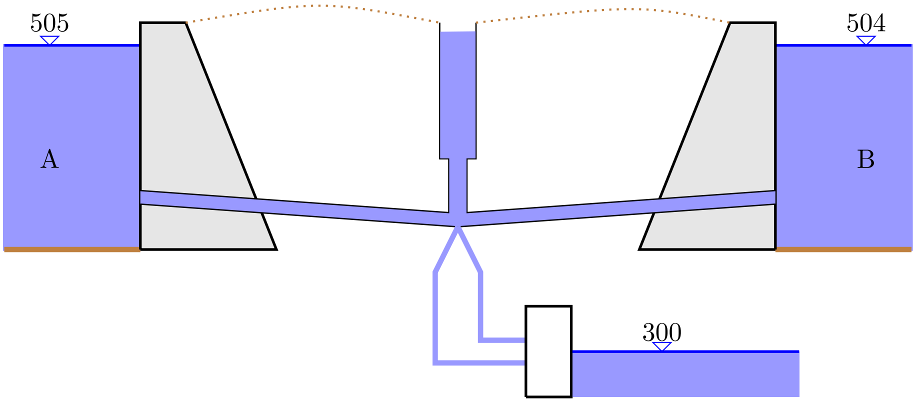
Bada, turbinaren zein alternadorearen errendimenduak 0,92 eta 0,96 dira, hurrenez hurren. Bestalde, zentrala erabiltzen denean energia metatzeko (ura ponpatuz), ponparen errendimendua 0,85 da, eta motorrarena 0,90. Errendimendu horiek konstanteak direla joko dugu.

(a) Zehaztu hodi behartuen diametro minimoa, bertako galera jarraituek gainditu ez ditzaten 5,00 metro, zentralaren emaria maximoa denean. Diametroa hautatzeko, hauetako bat aukeratu: ϕ=1 m, ϕ=2 m, ϕ=3 m, ϕ=4 m, ϕ=5 m, ϕ=6 m, eta abar.

(b) Zehaztu zentralaren potentzia, denera $60\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ turbinatzen direnean bi multzorekin. Balioa kW unitatetan eman.

(c) Zehaztu zentralak xurgatutako potentzia, denera $25\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ ponpatzen direnean multzo bakarrarekin, kW unitatetan.

ARIKETAREN EBAZPENA (a). Lehenik eta behin, zentralaren eskema orokorra irudikatuko dugu (6.6. irudia). Ondoren, diametroa zehazteko, ziurtatu beharko dugu galera jarraituek betetzen dutela enuntziatuak emandako baldintza, hots, ez dezatela aipatutako balioa gainditu (6.64). Horretarako, kontuan izan beharko da galera jarraituak direla galera unitarioa (S) eta hodi-luzeraren (L) biderkadura (6.65). Gainera, kontuan badugu Strickler formula ($Q = A \cdot K \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2}$) galera unitarioak kalkulatzeko, (6.66) adierazpenak emandakoa izango da aipatutako baldintza.



6.6. irudia. Zentral itzulgarriaren eskema.

$$5\,\mathrm{m} \geq \Delta H_{HB}^{jarraituak} \tag{6.64}$$

$$5\,\mathrm{m} \geq S \cdot L \tag{6.65}$$

$$5\,\mathrm{m} \geq \frac{Q^2}{A^2 \cdot K^2 \cdot R^{4/3}} \cdot L \tag{6.66}$$

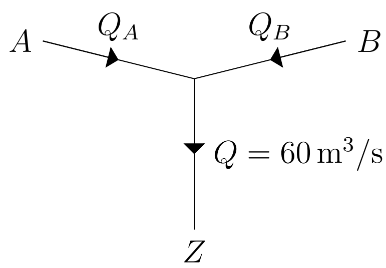
Hala, kontuan badugu sekzio zirkularrean $A = \pi \cdot (\phi/2)^2$ dela eta $R = \phi/4$, eta aurreko ekuazioan aplikatzen badugu, (6.67) ekuazio lortuko dugu, hau da, diametroak bete beharreko baldintza. Balio guztiak ezagunak dira ekuazio horretan; ondorioz, gutxieneko diametroa 2,38 m da, baina emandakoetarik bat aukeratu behar denez, $\phi = 3\,\mathrm{m}$ izango da diametro minimoa.

$$\phi_{HB} \geq \left(\frac{Q^2 \cdot L \cdot 4^{10/3}}{5 \cdot \pi^2 \cdot K^2}\right)^{3/16} \tag{6.67}$$

$$\phi_{HB} \geq \left(\frac{50^2 \cdot 160 \cdot 4^{10/3}}{5 \cdot \pi^2 \cdot 90^2}\right)^{3/16} = 2{,}38\,\mathrm{m}$$

ARIKETAREN EBAZPENA (b). Zentralaren potentzia (6.78) zehazteko, jauzi garbia zehaztu behar da lehenik (turbinek ustia dezaketen jauzia da hori); hau da, $60\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ turbinatzen direnean, hartunetik zentralera zer galera dauden kalkulatu behar da. Kalkulu hori egiteko baina, galeria bakoitzean dabilen emaria zehaztu beharko dugu. Edonola ere, ez dakigu beherago dagoen urtegira sartu edo irten egiten ote den ura, zentrala bi urtegik hornitzen baitute.

Hori zehazteko, A eta B urtegien arteko energia-oreka planteatuko dugu (6.70). Hala ere, oreka hori planteatzeko, ezinbestekoa da B urtegian ura sartu edo irten egiten den finkatzea. Aldez aurretik hori jakin ezin dugunez, hipotesi bat planteatu eta balioztatu egingo dugu kalkuluen emaitzekin. Lehen hipotesi gisa, A eta B urtegietatik ura irten egiten dela joko dugu, 6.7. irudiko eskemaren arabera.



6.7. irudia. Lehen hipotesiaren eskema.

Edonola ere, A eta B galerietako galerak behar ditugu aurrera egiteko. A galeriako galerak kalkulatzeko ez ditugu haren ezaugarriak behar; diseinu-emariarekin kalkulatutako galerak soilik izango ditugu kontuan (6.68). Horretarako, kontuan hartu beharko dugu $\Delta H' = (Q'/Q)^2 \cdot \Delta H$ erlazioa betetzen dela Q emari batekin kalkulatutako ΔH karga galeren eta Q' beste emari batekin kalkulatutako $\Delta H'$ galera berrien artean, hodiaren beste ezaugarriak aldatzen ez direnean (azalpen gehiago nahi izanez gero, jo 6.1. ariketara). Besteak, B galeriakoak, Strickler formula erabiliz (6.69) kalkula ditzakegu.

$$\Delta H'_A = \left(\frac{Q_A}{100}\right)^2 \cdot 1,81 = 18,06 \cdot 10^{-5} \cdot Q_A^2 \tag{6.68}$$

$$\Delta H_B = i \cdot L = \frac{Q_B^2 \cdot L}{A^2 \cdot K^2 \cdot R^{4/3}} \tag{6.69}$$

$$= \frac{Q_B^2 \cdot 200}{(\pi \cdot 2,5^2)^2 \cdot 80^2 \cdot (1,25)^{4/3}} = 6,02 \cdot 10^{-5} \cdot Q_B^2$$

Orain, garatu dezakegu urtegien arteko energia-oreka (6.70). Bi urtegien gainazalen arteko energia-diferentzia soilik izango da kotak emandakoa, urtegiko ura geldirik baitago eta presioa bera baita bietan (atmosferikoa). Adierazpen horrek emango digu emariak zehazteko lehen ekuazioa.

$$E_A = E_B + \Delta H_A - \Delta H_B \tag{6.70}$$

$$505 = 504 + \Delta H_A - \Delta H_B$$

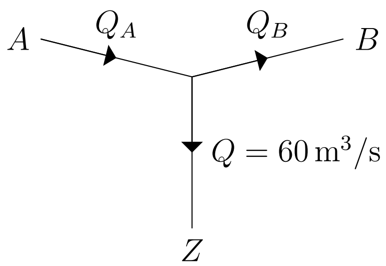
$$10^5 = 18,06 \cdot Q_A^2 - 6,02 \cdot Q_B^2 \tag{6.71}$$

Behar dugun beste ekuazioa lortzeko, kontuan hartu behar da emarien arteko oreka (6.72). Horrela, lehen eman dugun energia-kontserbazioaren ekuazioarekin eta oraingo emari-orekarenarekin bi ekuazio eta bi ezezaguneko sistema izango dugu; galerietako emariak zehazteko baliagarri izango dena.

$$60 = Q_A + Q_B \tag{6.72}$$

Aipatutako sistema horrek, (6.71) eta (6.72), bi emaitza izango ditu: bata, $Q_A = -134{,}9\,\mathrm{m^3/s}$ eta $Q_B = 195{,}9\,\mathrm{m^3/s}$; bestea, $Q_A = 74{,}9\,\mathrm{m^3/s}$ eta $Q_B = -14{,}9\,\mathrm{m^3/s}$. Emaitza horietako bat ere ez da zuzena, egindako hipotesiarekin ez datoz bat eta.

Beraz, hipotesia ez ezik, ekuazioak ere birplanteatu egin behar dira; izan ere, aldatu egingo dira ekuazio-sistemako adierazpenak. Oraingoan, demagun B urtegitik ez dela emaririk irteten, sartu baizik, 6.8. irudiko eskeman adierazi moduan.



6.8. irudia. Bigarren hipotesiaren eskema.

Hala, birplanteatu egin beharko dugu energiaren ekuazioa. Lehen hipotesian ez bezala, kontuan izan beharko genuke karga galera puntuala emaria B urtegira sartzen denean, hura irteten denean gauzatzen dena baino dezente handiagoa dela jotzen baita, eta ez da baztergarria (6.73).

$$E_A = E_B + \Delta H_A + \Delta H_B + v_B^2/2g \tag{6.73}$$

$$505 = 504 + 18,06 \cdot 10^{-5} \cdot Q_A^2 + 6,02 \cdot 10^{-5} \cdot Q_B^2 + 13,23 \cdot 10^{-5} \cdot Q_B^2$$

$$10^5 = 18,06 \cdot Q_A^2 + 19,25 \cdot Q_B^2 \tag{6.74}$$

Lehen egin dugun moduan, egin dugun hipotesian ere emari-oreka bete beharko da, 6.8. irudiko eskemaren arabera (6.75).

$$60 = Q_A - Q_B \tag{6.75}$$

Hala, bi ekuazio eta bi ezezaguneko sistema izango dugu oraingoan ere, (6.74) eta (6.75), Q_A eta Q_B aldagaiak ebazteko erabiliko duguna; erantzuna ere bikoitza izanen dugu. Lehena, $Q_A = 73{,}2\,\mathrm{m^3/s}$ eta $Q_B = 13{,}2\,\mathrm{m^3/s}$ litzateke; bigarrena, $Q_A = -11{,}2\,\mathrm{m^3/s}$ eta $Q_B = -71{,}2\,\mathrm{m^3/s}$ litzateke. Noski, hipotesi honetan lehena da zuzena. Emarien datuekin, kalkula ditzakegu hodi behartuko (HB) galerak (6.76).

$$\begin{aligned}\Delta H_{HB} &= \frac{Q_{HB}^2 \cdot L_{HB}}{A^2 \cdot K^2 \cdot R^{4/3}} \\ &= \frac{Q_{HB}^2 \cdot 160}{(\pi \cdot 1,5^2)^2 \cdot 90^2 \cdot (0,75)^{4/3}} = 58,02 \cdot 10^{-5} \cdot Q_{HB}^2\end{aligned} \tag{6.76}$$

Jada, emariak ezagunak direnez, kalkula dezakegu zentralak aprobetxatzen duen jauzi garbia (H_N), (6.77) adierazpenaren arabera. B galeriako galerak eta kota ez ditugu kontuan izango, oreka-tximinian gehitzen den emaria dela joko dugu eta; horrenbestez, A galeriako kotak izango du potentzian eragina.

$$H_N = H_G - \Delta H_A - \Delta H_{HB} \tag{6.77}$$

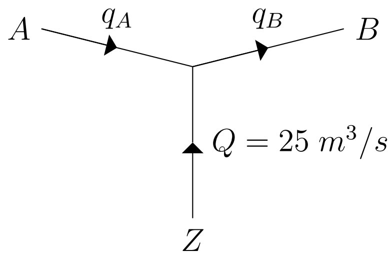
$$H_N = (505 - 300) - 18,06 \cdot 10^{-5} \cdot 73,2^2 - 58,02 \cdot 10^{-5} \cdot 30^2 = 203{,}51\,\mathrm{m}$$

Honela, kalkula dezakegu zentraleko turbina eta alternadoreen potentzia (6.78).

$$P_{60} = 9,81 \cdot Q \cdot H_N \cdot \eta_T \cdot \eta_A \tag{6.78}$$

$$P_{60} = 9,81 \cdot 60 \cdot 203,51 \cdot 0,92 \cdot 0,96 = 105{,}796\,\mathrm{kW} = 105{,}8\,\mathrm{MW}$$

ARIKETAREN EBAZPENA (c). Oraingoan, egoera aurreko atalekoaren antzekoa da, baina ura ponpatu egiten da. Beraz, aurreko atalean egindako gauza bera egin beharko dugu; hau da, galeria bakoitzean dabilen emaria zehazteko hipotesia egin (6.9. irudia) eta dagozkion ekuazioak ebatzi.



6.9. irudia. Ponpatze-emarientzako hipotesiaren eskema.

Hala, ekuazio-sistemako lehen ekuazioa lortzeko, baliagarri izango da lehenago erabili dugun (6.74) ekuazioa, A eta B urtegien arteko oreka-ekuazioa ez baita aldatzen. Bigarrena lortzeko, aldiz, 6.9. irudiak emandako (6.79) ekuazioa erabiliko dugu. Horrela, ondoriozta dezakegu bi ezezagun dituen ekuazio-sistema ebatziz, A urtegitik $Q_A = 37{,}3\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ irteten direla, eta B urtegian $Q_B = 62{,}3\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ sartzen direla.

$$
\begin{aligned}
10^5 &= 18,06 \cdot q_A^2 + 19,25 \cdot Q_B^2 \\
25 &= Q_B - Q_A
\end{aligned}
\tag{6.79}
$$

Hala ere, ponpatzean energia xurgatu egiten dute motorrek. Horiek gainditu beharreko altuera manometrikoa (H_m) jauzi gordinari galerak gehituz lortuko dugu (6.80). Oraingoan, beherago dagoen B urtegira ponpatu beharko da ura.

$$
H_m = H_G + \Delta H_{HB} + \Delta H_B + v_B^2/2g \tag{6.80}
$$

$$
H_m = (504 - 300) + 58,02 \cdot 10^{-5} \cdot 25^2 + 19,25 \cdot 10^{-5} \cdot 62,3^2 = 205{,}11\,\mathrm{m}
$$

Ondorioz, altuera manometrikoa eta errendimenduak kontuan hartuz gero (kontuan izan zentralak energia xurgatzen duenez, errendimenduek handitu egiten dutela beharreko potentzia), (6.81) adierazpenak emandakoa izango da zentralaren potentzia ponpaketan.

$$P_{25} = \frac{9,81 \cdot Q \cdot H_m}{\eta_T \cdot \eta_A} \tag{6.81}$$

$$P_{25} = \frac{9,81 \cdot 25 \cdot 205,11}{0,85 \cdot 0,90} = 65\,756\,\mathrm{kW} = 65{,}8\,\mathrm{MW}$$

UNIBERTSITATEKO ESKULIBURUAK
MANUALES UNIVERSITARIOS

INFORMAZIOA ETA ESKARIAK • INFORMACIÓN Y PEDIDOS

UPV/EHUko Argitalpen Zerbitzua • Servicio Editorial de la UPV/EHU
argitaletxea@ehu.eus • editorial@ehu.eus
1397 Posta Kutxatila - 48080 Bilbo • Apartado 1397 - 48080 Bilbao
Tfn.: 94 601 2227 • www.ehu.eus/argitalpenak

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea