

# Forecasting in Electricity Markets/ Aurreikuspenak Argindar Merkatuetan

Peru Muniain Izaguirre

A thesis presented for the degree of Doctor in

**Quantitative Finance and Economics**

Supervised by: Aitor Ciarreta Antuñano and Ainhoa Zarraga Alonso

**Finantza eta Ekonomia Kuantitatiboak**

Doktoretza titulua eskuratzeko aurkeztutako tesia

Zuzendariak: Aitor Ciarreta Antuñano eta Ainhoa Zarraga Alonso



Universidad del País Vasco (UPV)/ Euskal Herriko Unibertsitatea (EHU)

Bilbao, December 2019

”Everybody wants to reach the peak, but there is no growth on the top of a mountain. It is in the valley that we slog through the lush grass and rich soil, learning and becoming what enables us to summit lifes next peak.”

---

*Andy Andrews*

”Sua amaitzean  
hautsaren epelean  
ilunaren arnasa  
entzun isilean  
ama egin zaigu  
gugandikan urrundu  
bainan oroimenean  
izango zaitugu.”

---

Jadanik gure artean ez dagoen amari eskainia.

## Acknowledgements/Eskerrak

Unibertsitatetik kanpora nire familiari eskertu nahiko nioke tesian zehar nire alboan egotea animatuz eta ahal zuten heinean lagunduz. Bereziki nire aitari, izeba Nereri eta Loreri eskertu nahiko nieke eskainitako laguntza guztia. Ez nuke ahaztu nahi tesi guztian zehar nire bidailagun eta neskalagun izan den Haizeri nire eskerrona adieraztea.

Unibertsitatean lehenik eta behin nire zuzendariei, Aitor Ciarreta eta Ainhoa Zarragari, tesian zehar eskainitako laguntza guztia eskertu nahiko nieke. Zuek biok gabe ez litzateke posible izango proiektu hau aurrera ateratzea, momentu on eta txar guztietan laguntzeko prest egon zarete eta hiruron artean tesi eder hau burutu ahal izan dugu.

También quisiera agradecer a todos los miembros del Departamento de Fundamentos de Análisis Económico II por haberme acogido en el equipo como uno más. Quisiera agradecerle en especial a Mari Paz Espinosa su ayuda al solicitar la beca del Gobierno Vasco, sin tu ayuda no hubiera podido realizar la tesis. También quisiera agradecerle a la secretaria del Departamento Inés García toda su ayuda en las gestiones que he tenido que realizar.

I would like to thank Florian Ziel from the House of Energy Markets and Finance, University of Duisburg-Essen (Germany), for all the help offered during my three months stay in Germany, and after. We have been able to publish a novel paper together and I am very grateful for that. I would like to thank Sergei Kulakov from the same university for being so nice and helpful during my stay, I have a good friend from now on. I would like to thank Rafał Weron and his team for their good comments in all my presentations in different conferences and for inviting me to a seminar at their university, Wrocław University of Technology.

Azkenik, prozesu honetan zehar nire alboan egon diren beste doktoretza ikasleei ere eskertu nahiko nieke zalantza guztiekin lagundu izana eta tesiaren prozesua eramangarriago egin izana. Unibertsitatetik kanpora deskonektatzen lagundu didaten lagun guztiei ere eskertzen diet hor egon izana.

Mila esker denoi!!!

---

Tesi hau Eusko Jaurlaritzako doktore ez diren ikertzaileak prestatzeko Doktoretza Aurreko Programaren bidez finantzatua izan da.

# Contents

<b>Contents</b>	<b>III</b>
<b>List of Tables</b>	<b>V</b>
<b>List of Figures</b>	<b>VII</b>
<b>Sarrera</b>	<b>1</b>
<b>1 Modeling and forecasting realized volatility in German-Austrian continuous intraday electricity prices</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Realized volatility and jump detection . . . . .	7
1.3 Data . . . . .	9
1.4 Realized volatility models and estimation results . . . . .	12
1.5 Forecast . . . . .	15
1.6 Conclusions . . . . .	19
1.7 Bibliography . . . . .	20
<b>2 Gauzatutako bolatilitatea eta jauzi-testak Japoniako eguneko argindar merkatuan.</b>	<b>22</b>
2.1 Sarrera . . . . .	22
2.2 Metodologia . . . . .	24
2.2.1 Salto-testak . . . . .	24
2.2.2 Gauzatutako bolatilitatea aurreikusteko ereduak . . . . .	29
2.3 Japoniako argindar merkatuaren egitura eta erregulazioa . . . . .	31
2.4 Datuak eta estatistika deskribatzaileak . . . . .	32
2.5 Estimazioa eta aurreikuspen emaitzak . . . . .	37
2.6 Ondorioak . . . . .	42
2.7 Bibliografia . . . . .	43
<b>3 Saltoak eta kosaltoak elektrizitate prezio aurreikuspenetan: Austria eta</b>	

<b>Alemaniako eguneroko merkatuan</b>	<b>45</b>
3.1 Sarrera . . . . .	45
3.2 Metodologia . . . . .	47
3.2.1 N-PIT eraldaketa . . . . .	48
3.2.2 Ereduak . . . . .	48
3.2.3 Saltoen identifikazioa . . . . .	50
3.2.4 Kosaltoen identifikazioa . . . . .	51
3.2.5 Estimazioa . . . . .	51
3.2.6 Aurreikuspenak . . . . .	53
3.3 Datuen deskribapena . . . . .	54
3.4 Emaidza enpirikoak . . . . .	57
3.5 Laburpena eta ondorioak . . . . .	64
3.6 Bibliografia . . . . .	65
<b>4 Probabilistic Forecasting in Day-Ahead Electricity Markets: Simulating Peak and Off-Peak Prices</b>	<b>67</b>
4.1 Introduction . . . . .	67
4.2 Data . . . . .	69
4.2.1 Motivation . . . . .	69
4.2.2 Description . . . . .	70
4.3 Models . . . . .	73
4.3.1 ARX type models . . . . .	73
4.3.2 ARX type models with independent jumps in the residuals . . . . .	74
4.3.3 ARX type models with bivariate jumps in the residuals . . . . .	75
4.3.4 ARX type models with bivariate jumps in the residuals with no constant mean. . . . .	75
4.3.5 ARX type models with CCC-GARCH . . . . .	76
4.3.6 ARX type models with bivariate jumps in the residuals with no constant mean and CCC-GARCH . . . . .	76
4.4 Estimation and Forecasting . . . . .	77
4.5 Evaluation criteria . . . . .	80
4.6 Results . . . . .	83
4.7 Conclusion . . . . .	92
4.8 Bibliography . . . . .	93
<b>Conclusions and further research</b>	<b>96</b>

## List of Tables

1.1	Descriptive statistics for prices per season and day of the week . . . . .	10
1.2	Descriptive statistics of RV . . . . .	11
1.3	Descriptive statistics of CV and JV . . . . .	12
1.4	HAR-RV model estimation results . . . . .	13
1.5	HAR-CV-JV model estimation results . . . . .	14
1.6	HAR-GARCH-RV and HAR-EGARCH-RV models estimation results ( $\sqrt{RV}$ ) . .	15
1.7	HAR-GARCH-CV-JV and HAR-EGARCH-CV-JV models estimation results ( $\sqrt{RV}$ ) . . . . .	16
1.8	MAE, RMSE and MAPE criteria. . . . .	17
2.1	Urtaroka prezioen estatistiko deskribatzaileak. . . . .	33
2.2	Asteko egun bakoitzeko prezioen estatistiko deskribatzaileak. . . . .	33
2.3	RV-ren estatistiko deskribatzaileak. . . . .	34
2.4	CV eta JV-ren estatistiko deskribatzaileak. . . . .	35
2.5	Testetan batera hautemandako salto egunen ehunekoa. . . . .	36
2.6	HAR ereduaren estimazio emaitzak. . . . .	37
2.7	HAR-IGARCH ereduaren estimazio emaitzak. . . . .	39
2.8	RMSE irizpidea. . . . .	40
3.1	Jatorrizko prezioetan aldagaia garrantzitsua den aldien ehunekoa. . . . .	58
3.2	Eraldatutako prezioetan aldagaia garrantzitsua den aldien ehunekoa. . . . .	58
3.3	4. orduko MAE. . . . .	59
3.4	19. orduko MAE. . . . .	59
3.5	H1 eta 4. ordurako DM estatistikoa (errore absolutu funtzioa). . . . .	59
3.6	H1 eta 19. ordurako DM estatistikoa (errore absolutu funtzioa). . . . .	60
3.7	MAE ordu guztietarako batera. . . . .	60
3.8	H1 eta ordu guztietako baterako DM estatistikoa (errore absolutu funtzioa). . . .	61
3.9	4. orduko RMSE. . . . .	61
3.10	19. orduko RMSE. . . . .	61

3.11 H1 eta 4. ordurako DM estatistikoa (errore karratu funtzioa). . . . .	62
3.12 H1 eta 19. ordurako DM estatistikoa (errore karratu funtzioa). . . . .	62
3.13 MAE ordu guztietarako batera. . . . .	63
3.14 H1 eta ordu guztietako baterako DM estatistikoa (errore karratu funtzioa). . . . .	63
4.1 Descriptive statistics of off-peak and peak prices . . . . .	70
4.2 Percentage of times variables are included in elastic net estimation. . . . .	78
4.3 Diebold-Mariano for Energy score . . . . .	89

## List of Figures

1.1	Rolling RMSE ratio ( $\log RV$ ) . . . . .	18
1.2	Rolling RMSE ratio ( $\sqrt{RV}$ ) . . . . .	18
2.1	Doitutako errentagarritasunak. . . . .	34
2.2	RMSE ratio mugikorra HAR-CV-JV ereduarentzat IGARCH berriztapenekin. . .	41
3.1	4. eta 19. orduen prezio serieak eta histogramak. . . . .	55
3.2	4. eta 19. orduen eraldatutako prezio serieak eta histogramak. . . . .	56
3.3	Azken leiho mugikorreko 4. eta 19. orduetako hondarrak hautemandako saltoekin.	56
3.4	H1-rako 4. eta 19. orduen errore absolutua. . . . .	64
4.1	off-peak and peak time series . . . . .	71
4.2	Histograms and densities of off-peak and peak time series . . . . .	72
4.3	Scatter plot of the residuals. . . . .	79
4.4	MAE criterion performance. . . . .	84
4.5	MSE criterion performance. . . . .	85
4.6	PB score performance. . . . .	86
4.7	Performance on each quantile for first horizon . . . . .	87
4.8	ED and EI performance. . . . .	88
4.9	Energy score performance. . . . .	89
4.10	Trajectories where horizon 0 is 2017-12-12. . . . .	90
4.11	Trajectories where horizon 0 is 2017-12-16. . . . .	91



# Sarrera

Duela hamarkada pare bat mundu osoan argindar merkatuak erabat araututa zeuden. Egoera horretan, zerbitzuen erregulazio kostuen arabera, prezioak urtero aldatzen ziren. Merkatu elektrikoaren liberalizazioarekin batera, merkatu lehiaren sustapena etorri zen. Ondorioz, merkatu komun bat sortu zen zeinetan, denbora tarte jakin baterako, eskariak eta eskaintzak bat egiten duten prezioak zehazten diren. Merkatuan izandako aldaketek elektrizitatearen prezioetan eragin zuten eta prezioak urtetik urtera baino epe laburragoan ezartzea beharrezkoa zela ikusi zen. Prezioen maiztasuna merkatuaren erregulazioaren arabera zehazten da, orokorrean, elektrizitatearen zatirik handienaren prezioa orduro edo ordu erdiro ezartzen da<sup>1</sup>. Merkatu hauei *eguneroko merkatuak* deitzen zaie, eguneko ordu finko batean (normalean, eguerdian) hurrengo eguneko prezio guztiak ezartzen direlako. Hala ere, argindar merkatuetan eskariak eta eskaintzak denbora errealean bat egin behar dutenez, prezioak salmenta momentutik gertuago zehazten diren *egun arteko merkatuak* daude. Azken egokitzapenak salmenta momentutik oso gertu dauden *merkatu osagarrien* bitartez egiten dira.

Merkatu guzti hauetako parte-hartzaileek, ahalik eta etekin handienak eskuratzeko, beren merkatu-estrategiak modu eraginkorrean egokitu behar dituzte. Hautatutako estrategien mozkinak handitzeko, parte-hartzaileek prezioak nolakoak izango diren adierazten duten seinale fidagarriak behar dituzte. Ildo horretatik, elektrizitate merkatuetan aurreikuspen fidagarriek parte-hartzaileen ziurgabetasuna gutxitzen dute. Ondorioz, aurreikuspenen zehaztasuna areagotzek merkatuan lehia handitzea dakar, eta oreka-prezio baxuagoak lortzen dira. Izan ere, oreka prezio baxuak beti dira hobeak kontsumitzaileentzat, argindar fakturak merkeagoak izango direlako.

Bestalde, gobernu gehienek, CO<sub>2</sub> emisioak murrizteko asmoz, ahalegin handia egin dute energia berriztagarrien ekoizpena handitzeko. Hala ere, energia berriztagarrien eguraldiarekiko menpekotasuna dela eta, ekoizpenean izandako gorakadak argindar prezioen ziurgabetasuna handitzea ekarri du, ekoizpena aldizkakoa baita. Energia berriztagarriek prezioen bolatilitatea areagotzen dute, eta iturri berriztagarri horiek prezioetan saltoak ekar ditzakete, jauzi edo saltoak iraupen oso laburra duten prezio oso altu edo baxuak dira. Hori dela eta, merkatuko parte-hartzaileek gero eta interes handiagoa dute bolatilitatearen eta prezioen aurreikuspen zehatzak izatean.

Elektrizitate merkatuetako parte-hartzaileentzat etorkizuneko deribatuak beste interesgune

---

<sup>1</sup>Adibidez, Alemaniako, Frantziako, Espainiako eta, oro har, Europako elektrizitate merkatuetan elektrizitatearen gehiengoa orduro salerosten da. Bien bitartean, Australia eta Japoniako elektrizitate merkatuan prezioak ordu erdiro salerosten dira.

bat dira. Etorkizunera begirako merkatuek garrantzia handia hartu dute azken urteotan, gero eta kantitate handiagoen salerosketa burutuz merkatuetan. Gainera, merkatuko antolatzaileek produktu berriak eskaintzen dituzte etorkizuneko merkatuak parte-hartzaileentzat erakargarriagoak izan daitezen. Jakina, etorkizuneko merkatuetan merkaturatzen diren produktuek arrisku maila baxuagoa dute, bestela, ez legoke interesatutako parte-hartzerik. Hala ere, elektrizitatearen prezioaren eta prezioen bolatilitatearen aurreikuspenak funtsezkoak dira merkatuetan posizio optimoak hartzeko. Izan ere, etorkizuneko merkatuetako parte-hartzea handitzen denean, eguneroko merkatuko parte-hartzea murrizten da. Horregatik, kontsumitzaileentzat etorkizuneko merkatuetako parte-hartzea handitzea interesgarria da.

Merkatuaren arkitekturaren eta elektrizitatearen izaeraren ondorioz, prezioak aurreikusteko ereduak proposatzerakoan aintzat hartu beharreko ezaugarri berezi batzuk daude. Zehazki, honako propietate berezi hauek:

1. Batez bestekora itzultzeko joera.
2. Urtarokotasuna.
3. Denboraren menpekoa den bolatilitatea.
4. Prezio jauziak.
5. Zeharkako efektuak (adibidez, gaueko orduak eguneko orduetan eragin handia dute, kontrakoa gertatzen ez den arren).

Tesi honetan zehar, denboraren menpekoa den bolatilitatea eta elektrizitatearen prezioetan dauden saltoak sakonki aztertzen dira. Ereduak jadanik aipatutako ezaugarri guztiak ahalik eta zehatzen kontuan hartzen dituzte. Jauzietara egokitutako ereduak kapitulu guztietan jorratzen dira, baina denboraren menpeko bolatilitatea lehen bi kapituluetan aztertzen da gehien bat. Saltoak iraupen laburreko prezio aldaketa handiak direnez, jauziak ereduetan aintzat hartzen zailak dira.

1. eta 2. kapituluetan tesiaren xedea elektrizitatearen prezioen bolatilitatea ahalik eta zehaztasun handienera aurreikustea da. Aldi berean, elektrizitatearen prezioak ahalik eta zehatzen aurreikustea da 3. eta 4. kapituluaren helburua. Beraz, tesia lau kapituluetan banatuta dago. Kapitulu bakoitzaren laburpen bat agertzen da azpian:

- **1. Kapituluak:** *Gauzatutako bolatilitatea modelizatuz eta aurreikusiz Alemania eta Austriako egun arteko merkatu jarraituan.* Kapitulu honek EPEX merkatuaren barruko maiztasun handiko egun arteko elektrizitate prezio jarraituak erabiltzen ditu. Bariazio koadratikoaren teoria erabiliz, hiru jauzi-test desberdin erabiltzen dira aldagarritasuna jauzi eta etengabeko osagaien banatzeko. Zenbait eredu autoerregresibo heterogeneo estimatzen dira ondoren, transformazio logaritmikorako eta desbiderapen estandarren transformaziorako. Bestalde, errore terminoetan baldintzatutako heterozedastizitate autorregresibo orokor (GARCH) egiturak gehitzen dira, baldintzatutako heterozedastizitatea dagoela susmatzen denean. Eredu onenaren hautaketa laginetik kanpora lan egiten duten hainbat irizpideren arabera egiten

da. Emaitzek gauzatutako bolatilitatearen (*realized volatility*) deskonposizioa oso garrantzitsua dela, eta GARCH motako berrikuntzak sartzea hautatutako transformazioaren araberakoa dela baieztatzen dute. Azkenik, desbiderapen estandarren eraldaketaren kasuan, erabilitako jauzi-testaren menpekoak dira emaitzak.

- **2. Kapituluua:** *Gauzatutako bolatilitatea eta jauzi-testak Japoniako eguneroko argindar merkatuan.* Kapitulu honetan, Japoniako eguneroko merkatuan ordu erdiko maiztasuneko prezioetatik kalkulaturako gauzatutako bolatilitatea aztertzen da, 2005eko apiriletik 2015eko abendura arte. Japonia, garatzen ari den argindar merkatua duen herrialde isolatu bat denez, prezioen jokabidea aztertzeko interesa pizten du. Literaturan eskuragarri dauden sei salto-test ezberdin aplikatzen dira gauzatutako bolatilitatea jauzietan eta aldagarritasun jarraituan deskonposatzeko. Hautemandako jauzi kopuruan salto-test batetik bestera alde handiak aurkitzen dira. Ondoren, eredu autoerregresibo heterogeneoak estimatzen dira gauzatutako bolatilitatea aurreikusteko. Bi adar nagusi daude ereduaren artean: gauzatutako bolatilitatea deskonposatzen dutenak eta gauzatutako bolatilitatea deskonposatzen ez dutenak. Emaitzek bolatilitatearen iraunkortasun luzea eta jauzi nabarmenak erakusten dituzte. Azkenik, ereduaren errendimendua eta aurreikusteko gaitasuna ebaluatzen dira, lagin kanpoko eta lagin barruko irizpideak erabiliz. Bi irizpide mota hauekin aukeratutako eredu onenak bolatilitate osoa deskonposatzen du Jiang eta Oomenek proposaturako jauzi-testaren bitartez.
- **3. Kapituluua:** *Saltoak eta kosaltoak elektrizitate prezio aurreikuspenetan: Austria eta Alemaniako eguneroko merkatua.* Kapitulu honetan, elektrizitatearen prezioen aurreikuspen ereduetan saltoak eta kosaltoak sartzearen potentziala aztertzen da. Azterketa Alemaniako eta Austriako eguneroko elektrizitate merkatuan burutzen da. Bi prezio hartzen dira kontuan: jatorrizko prezio-seriea eta banaketa normala erabiliz probabilitatearen eraldaketa integralarekin (N-PIT) transformaturako prezio-seriea. Prezio-serie bietan, eguneko ordu bakoitza banako denbora-serie gisa aztertzen da. Lehenik eta behin, ARX ereduak estimatzen da. Ondoren, estimaturako ARX ereduaren hondarrak erabiltzen dira jauziak eta kosaltoak hautemateko. Saltoak eta kosaltoak dituzten ARX ereduak dira estimatzen hurrenak. Eredu guztiak sare elastikoa estimazio metodoaren bitartez estimatzen dira. Azkenik, ereduaren aurreikuspen errendimendua ebaluatzen da. Emaitzek, oro har, transformaturako prezioen seriea erabiliz ARX ereduak dela aurreikuspen-errendimendu onena duen ereduak erakusten dute. Hala ere, hobekuntza hau prezioa baxua den orduetatik dator batez ere. Izan ere, aurreikuspenik fidagarrienak egiten dituen ereduak, gailur orduetan, jatorrizko prezioen seriea erabiliz salto eta kosaltoak barneratzen dituen ARX ereduak da. Gainera, saltoak eta kosaltoak dauzkaten ereduaren aurreikuspenak eraldaturako prezioekin onak zergatik ez diren argudiatzen da.
- **4. Kapituluua:** *Aurreikuspen probabilistikoa eguneroko merkatuetan: gailur eta bailara prezioen simulazioa.* Kapitulu honetan, argindar prezioen aurreikuspenen eta aurreikuspenen ebalazioan korrelazio-egiturak sartzen dira. Alemaniako eta Austriako eguneroko prezioen barneko, gailur eta bailara prezio-serieak aztertzen dira. Hortaz, bi aldagaietako analisia burutzen da. Lehen urratsean, bi prezio-serieen batez bestekoa

estimatzen da eta, bigarren urratsean, hondarrak estimatzen dira. Batez besteko ekuazioa karratu txikiaren arruntetako (OLS) eta sare elastikoaren estimatzaileen bitartez estimatzen da. Hondarrak, bien bitartean, egiantz handieneko (ML) estimatzailearen bitartez estimatzen dira. Gure ekarpena kapitulu honetan aldagai anitzeko jauziak kontuan hartzea da, saltoen difusioa aintzat hartzen duen batez bestekora itzultzen den prozesu baten barruan. Ereduen aurreikuspenak lau irizpide desberdin erabiliz ebaluatzen dira, horien artean denbora-serieen arteko korrelazio-egitura behar bezala egokitu den edo ez neurtzen duen energia-puntuazioa (ES). Emaitzetan, ES irizpidearen arabera, aldagai anitzeko saltoak dituzten ereduak aurreikuspen hobeak eskaintzen dituztela baieztatu daiteke. Ondorioz, menpekotasun egitura duten denbora-serieak behar bezala aurreikusteko garrantzitsua dela aldagai anitzeko saltoak erabiltzea frogatzen da.

# 1

## Modeling and forecasting realized volatility in German-Austrian continuous intraday electricity prices

### 1.1 Introduction

With the liberalisation of European electricity markets, a need for transparency in electricity price formation has arisen. Market participants rely on these prices as a signpost for making optimal consumption and production decisions. A better understanding of their dynamics is therefore crucial. Unlike other traded commodities, electricity is a non-storable good, which makes prices very volatile and leads to frequent price spikes. Electricity prices are also characterised by mean reversion, seasonality and stationarity. The need to continuously balance demand and supply complicates market architecture and has led to the development of market solutions such as intraday markets, futures and other derivatives. Drawing on the experience of financial markets, financial derivatives are useful products for sharing and controlling unwanted risks through properly designed hedging strategies.

The volatility of electricity prices plays a key roll in understanding the uncertain nature of electricity prices. With the availability of high-frequency, highly volatile data, quadratic variation theory has proved to be a useful approach for analyzing the daily realized volatility (RV) of prices Barndorff-Nielsen and Shephard (2004), Barndorff-Nielsen and Shephard (2006) and Andersen et al. (2007). It is employed to identify significant price jumps and decompose total variation into its jump and non-jump components non-parametrically, as introduced by Barndorff-Nielsen and Shephard (2004) and modified by Andersen et al. (2007) so as to prevent the process of jump detection from being downward biased. Applications to electricity markets

can be found in Chan et al. (2008), Ullrich (2012), Haugom et al. (2011) and Haugom and Ullrich (2012), among others. Additionally, other jump-robust test statistics have been developed using different types of estimators for continuous variation in price processes. Some examples are Andersen et al. (2012) and Corsi (2009). The continuous nature of the price process required means that the analysis is better suited to continuous intra-day markets such as the German-Austrian one.

RV has been treated econometrically in several ways, starting with the heterogeneous autoregressive process (HAR) introduced by Müller et al. (1990) for financial time series (subsequently improved by Corsi (2009)) and the so-called HAR-RV model, in which RV is parameterised as a function of its own lags averaged over different time horizons. Based on the HAR-RV model, Andersen et al. (2007) introduce the jump component of variation and develop the so-called HAR-RV-CJ forecasting model. Chan et al. (2008) modify the model to fit electricity price time series more closely. In general, benefits in forecasting are obtained when total variation is decomposed into jump and non-jump components.

GARCH-type models have also been employed to model the second moment of electricity prices, but they are thought to be less suited than RV models to capturing the intraday volatility of high-frequency data. In fact, Andersen et al. (2003) suggest that simple models of RV explain electricity price dynamics better than GARCH and related stochastic volatility models in out-of-sample forecasting. Chan et al. (2008) compare the HAR-CV-JV model with EGARCH in five power markets in Australia and find mixed results. Frömmel et al. (2014) compare the EGARCH model to realized GARCH-type models in the estimation of price volatility in the EPEX market and find better one-step-ahead predictions using the latter. Corsi et al. (2008) add GARCH innovations to the HAR model to account for volatility clusters and non-Gaussian distribution of RV using financial data.

The aim of this chapter is to forecast the RV obtained from the prices of continuous intraday 15-minute blocks on the German and Austrian electricity market, which are used to make almost-real-time adjustments. Although the volume traded is only 1-2% of total electricity trading, its size is growing because it enables selling and purchasing agents to optimise generation and consumption plans, respectively.

Following Andersen et al. (2007), two non linear transformations of RV are considered in the analysis: the logarithmic, whose distribution is closer to the Gaussian, and the square root, which is the standard deviation. The HAR-RV and HAR-CV-JV models by Chan et al. (2008) are estimated, in which the total RV is decomposed using three robust-to-jumps tests. Additionally to the Barndorff-Nielsen and Shephard (2004) and Barndorff-Nielsen and Shephard (2006) test, widely employed in electricity markets, the Andersen et al. (2012) and Corsi et al. (2010) jump tests are also used. The characteristics of the innovations in the models are also studied to determine whether GARCH-type structures are appropriate, as per Corsi et al. (2008) for financial markets. In this chapter, both simple GARCH and more elaborate EGARCH structures are considered. The models are compared in terms of out-of-sample forecast performance according to several criteria, thus enabling conclusions to be drawn in regard, for instance, to the importance of including jumps and the sensitivity of the results to the jump

test used.

The rest of the chapter is organised as follows: Section 1.2 explains how quadratic variation theory is used to decompose RV into its continuous and jump components. Section 1.3 describes the EPEX continuous intraday market and the data used in the analysis. Section 1.4 presents the econometric models used and the estimation results. Section 1.5 presents several out-of-sample forecast criteria used to compare the predictive power of each model estimated. Finally, Section 1.6 summarises and concludes.

## 1.2 Realized volatility and jump detection

RV is taken as a measure for the unobserved volatility of a high-frequency time series. It is estimated based on quadratic variation theory, which also enables total price variation to be decomposed non-parametrically into its continuous and jump components for sufficiently equally spaced observations.<sup>1</sup>

Assume that prices are set  $M$  times each day  $t$  and that there are  $T$  days in the sample. The RV for day  $t$  can be estimated as:

$$RV_t = \sum_{j=1}^M r_j^2, \quad (1.1)$$

where  $r_j$  is the intraday price difference for time  $j$ .<sup>2</sup>

Integrated volatility (IV), which captures the continuous, predictable component of RV, can be estimated using different methods. Although each estimator has its own properties, there is no single method which is preferred to the rest. In this chapter, three jump-robust type estimators are considered. First, Barndorff-Nielsen and Shephard (2004) and Barndorff-Nielsen and Shephard (2006), based on realized bipower variation, second Andersen et al. (2012), based on the minimum or median RV and finally Corsi et al. (2010), based on threshold bipower variation. Barndorff-Nielsen and Shephard (2004) and Barndorff-Nielsen and Shephard (2006), BNS henceforth, estimate the IV using bipower variation (BV), given by:

$$BV_t = 1.57 \frac{M}{(M-1)} \sum_{j=2}^M |r_j| |r_{j-1}|$$

Huang and Tauchen (2005) suggest the following statistic, based on the difference between RV and the jump-robust measure of variance, BV, to detect significant jumps:

<sup>1</sup>A detailed explanation can be found in Barndorff-Nielsen and Shephard (2004), Barndorff-Nielsen and Shephard (2006) and Andersen et al. (2007).

<sup>2</sup>Negative prices in the sample make it unfeasible to calculate returns as log price differences. Therefore, we use price differences as in Chan et al. (2008). Moreover, electricity is a non-storable good so price differences should not be considered as returns in a traditional sense, but we refer to them as such for the sake of notational convenience. Given the continuous nature of the electricity market, the first value of  $r$  for each day is calculated as the difference between the first price of that day and the last one of the previous day.

$$\sqrt{M} \frac{(RV_t - BV_t)/RV_t}{\sqrt{0.61 \max[1, TQ_t/BV_t^2]}} \quad (1.2)$$

The denominator represents the effect of integrated quarticity, which can be estimated using tripower quarticity,  $TQ_t = 1.74 \left( \frac{M^2}{M-2} \right) \sum_{j=3}^M (|r_j| |r_{j-1}| |r_{j-2}|)^{4/3}$ .

In finite samples the BV is upward biased in the presence of jumps and consequently the jump component is underestimated, but on the other hand the BV is affected by zero returns, thus reducing its value and consequently detecting more jumps.

Corsi et al. (2010), CPR henceforth, propose a consistent and nearly unbiased estimator of IV based on threshold bipower variation:

$$CTBPV_t = 1.57 \sum_{j=2}^M Z_1(r_j, \vartheta_j) Z_1(r_{j-1}, \vartheta_{j-1}),$$

where the function  $Z_1$  is defined as:

$$Z_1(r_j, \vartheta_j) = \begin{cases} |r_j| & \text{if } r_j^2 \leq \vartheta_j \\ 1.094 \vartheta_j^{1/2} & \text{if } r_j^2 > \vartheta_j \end{cases}$$

which depends on the returns and the value of the threshold  $\vartheta_j = c_\vartheta^2 \hat{V}_j$ . As Corsi et al. (2010) suggest, we consider  $c_\vartheta = 3$  and use a non-parametric filter to obtain the local volatility estimate  $\hat{V}_j$  based on an iterative process and the use of a Gaussian kernel. The authors show that the choice of the threshold does not affect the robustness of the IV estimator, and its impact on estimation is marginal.

The corresponding jump test statistic is:

$$\sqrt{M} \frac{(RV_t - CTBPV_t)/RV_t}{\sqrt{0.61 \max \left[ 1, \frac{CTTriPV_t}{CTBPV_t^2} \right]}}, \quad (1.3)$$

where  $CTTriPV_t = 1.74M \sum_{j=3}^M \prod_{k=1}^3 Z_{4/3}(r_{j-k+1}, \vartheta_{j-k+1})$  and  $Z_{4/3}$  is defined in the original paper. The test statistic is more powerful than those based on multipower variation, but it is also affected by zero returns.

Finally, Andersen et al. (2012) propose the MinRV and MedRV jump-robust consistent estimators of IV using the nearest neighbour truncation. These estimators provide better jump-robustness than BV in finite samples, but they have a larger asymptotic variance than the CTBPV. Moreover, the MinRV is exposed to zero returns and is less efficient than the MedRV estimator, which is why we only consider the latter, ADS test henceforth. This is based on the median on blocks of three consecutive returns:



$$MedRV_t = 1.42 \left( \frac{M}{M-2} \right) \sum_{j=2}^{M-1} med(|r_{j-1}|, |r_j|, |r_{j+1}|)^2$$

and can be used to construct the jump test statistic:

$$\sqrt{M} \frac{(RV_t - MedRV_t)/RV_t}{\sqrt{0.96 \max \left[ 1, \frac{MedRQ_t}{MedRV_t^2} \right]}}, \quad (1.4)$$

where  $MedRQ_t = 0.92 \frac{M^2}{M-2} \sum_{j=2}^{M-1} med(|r_{j-1}|, |r_j|, |r_{j+1}|)^4$  is the estimator of the integrated quarticity.

Andersen et al. (2012) argue that increasing the block length of the returns in the estimation of IV means losing efficiency as occurs in the case of higher order multipower variation measures. Therefore, we conduct all the jump tests for the IV estimators based on adjacent returns.

It can be proved that the jump test statistics obtained via the three methods (equations (1.2), (1.3) and (1.4)) converge to a normal distribution when  $M \rightarrow \infty$ . Hence, if the statistic exceeds the critical value  $\Phi_{1-\alpha}$ , day  $t$  is classified as a jump day. For a chosen significance level  $\alpha$ , the jump component of volatility at day  $t$  is obtained as:

$$JV_t = I_{Z_t > \Phi_{1-\alpha}} (RV_t - \widehat{IV}_t),$$

where  $Z_t$  is the jump test statistic and  $\widehat{IV}_t$  the corresponding estimator of IV obtained with each method, and  $I_{Z_t > \Phi_{1-\alpha}}$  is 1 if  $Z_t > \Phi_{1-\alpha}$ , and 0 otherwise.

Once total RV and jump variation (JV) are estimated, the continuous component of the total variation, CV, is given by the difference between the two,  $CV_t = RV_t - JV_t$ , and measures the variation without taking jumps into account.

### 1.3 Data

EPEX is the European Power Exchange platform for day-ahead and intraday trading of electricity on the French, German, Austrian and Swiss markets. These four countries account for approximately a third of Europe's electricity consumption. Although the volume traded on the intraday market is not as big as on the day-ahead market, it is designed to fit generation to real time demand, so there is increasing interest on the part of the different market agents in forecasting close-to-delivery electricity demand. Within the intraday continuous market, we focus on 15-minute contracts for Germany and Austria, which is the closest-to-real-time market mechanism used to balance demand and supply.<sup>3</sup>

In the intraday continuous market, 15-minute periods can be traded until 45 minutes before delivery begins. Starting at 4pm on the relevant day, all 15-minute periods in the following

<sup>3</sup>France and Switzerland are not included in the study because the former does not have an intraday continuous 15-minute contract and although the latter does have one, the data date only from June 26, 2013 and there are many missing observations which makes the analysis in the chapter very difficult.

day can be traded. The prices range from €-9999.99 to €9999.99/MWh and the minimum increment is €0.01/MWh. The sample period runs from November 18, 2012 to April 30, 2016 (EPEX, 2016). Before that time, the intraday continuous market for 15-minute contracts are not sufficiently developed at either pole and very few quarters with observations are available. Thus, overall we have 1260 days and 120,956 observations.

Table 1.1 reports the descriptive statistics for the total price series and those depending on the season of the year and the day of the week. The mean price is €33.44/MWh with a standard deviation of €20.52/MWh, but several seasonal effects are observed. Mean prices are higher in autumn and summer, probably due to the weather conditions causing lower availability of renewable power generation (especially hydroelectric), which means that fossil fuel plants must be used to meet demand<sup>4</sup>. Day of the week seasonality is observed because lower economic activity at weekends results in lower prices. Volatility decreases for summer and Saturdays. It is also demonstrated that the price series distribution of probability is skewed and presents excess kurtosis. According to the Jarque-Bera test, the price distribution of probability is not normal. Finally, seasonal behaviour is observed in the quarter-hours, since the mean price decreases with the quarter-hours for the first and last hours of the day. The behaviour of mean prices in the central hours of the day is more irregular, but in general prices are higher in peak hours.<sup>5</sup>

Table 1.1: Descriptive statistics for prices per season and day of the week

	Wtr.	Spr.	Sum.	Aut.	Mn.	Tu.	Wd.	Th.	Fr.	St.	Sn.	Total
Minimum	-135.69	-117.06	-73.06	-211.84	-170.34	-211.84	-188.91	-67.98	-84.08	-117.06	-135.69	-211.84
Maximum	212.44	240.99	236.35	250.00	203.97	211.32	174.18	250.00	240.99	136.41	140.16	250.00
Mean	32.88	30.86	34.26	35.83	34.65	37.58	38.03	36.34	36.08	28.89	22.53	33.44
Median	32.00	29.67	32.90	35.53	33.53	35.73	36.01	34.12	34.27	28.80	23.58	32.38
St. Dev.	20.12	19.63	18.54	22.96	20.76	21.35	21.06	19.66	19.05	17.44	19.21	20.52
Skewness	0.26 <sup>a</sup>	0.72 <sup>a</sup>	0.90 <sup>a</sup>	-0.66 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	-0.19 <sup>a</sup>	-0.23 <sup>a</sup>	0.96 <sup>a</sup>	1.39 <sup>a</sup>	-0.35 <sup>a</sup>	-0.75 <sup>a</sup>	0.16 <sup>a</sup>
Kurtosis (Ex.)	3.52 <sup>a</sup>	7.35 <sup>a</sup>	4.87 <sup>a</sup>	7.99 <sup>a</sup>	3.81 <sup>a</sup>	8.86 <sup>a</sup>	9.65 <sup>a</sup>	4.67 <sup>a</sup>	10.04 <sup>a</sup>	3.86 <sup>a</sup>	3.37 <sup>a</sup>	6.21 <sup>a</sup>
Jarque-Bera	18311.00 <sup>a</sup>	67912.62 <sup>a</sup>	29763.33 <sup>a</sup>	83820.35 <sup>a</sup>	10569.94 <sup>a</sup>	56600.86 <sup>a</sup>	67265.73 <sup>a</sup>	18355.67 <sup>a</sup>	78200.61 <sup>a</sup>	11079.78 <sup>a</sup>	9780.75 <sup>a</sup>	194852.25 <sup>a</sup>

Wtr., Spr., Sum. and Aut. stand for winter, spring, summer and autumn, respectively. Mn., Tu., Wd., Th., Fr., St. and Sn. are the days of the week starting from Monday. St. Dev. and Kurtosis (Ex.) denote standard deviation and excess kurtosis, respectively. *a* indicates rejection of the corresponding null hypothesis (no skewness, no excess kurtosis and normal distribution) at the 1% level.

Following Ullrich (2012), the medians of the returns are subtracted from the returns for each month of the year, day of the week and quarter-hour of the day to take into account the seasonal effects observed. The resulting adjusted returns are:

$$r_j^* = r_j - \hat{r}_{m,d,q},$$

where  $\hat{r}_{m,d,q}$  is the median of the month (*m*), day of the week (*d*) and quarter-hour (*q*). The returns are replaced by adjusted returns,  $r^*$ , in all the calculations.

In empirical applications two non-linear transformations of RV are usually considered. The

<sup>4</sup>Statistics of prices per season and year reveal that the highest mean and standard deviation correspond to autumn 2012. They also reveal that in 2014 the highest average prices were in autumn, whereas in 2013 they were in winter, and in 2015 in summer. This pattern is closely linked to weather conditions. Results are available from the authors upon request.

<sup>5</sup>To save space, descriptive statistics for the quarter-hours are not shown. They are however available from the authors upon request.

first is the square root of the volatility,  $\sqrt{RV}$ , which is the realized standard deviation and can be of interest in many applications, such as financial applications, and the second is the logarithmic realized volatility,  $\log RV$ , which is also used because its distribution is closer to the normal.<sup>6</sup> The concavity of the non-linear forms means that high values of the time series decrease more than low values, so that the time series becomes smoother and the jumps are therefore less pronounced. The logarithmic function is more concave than the square root function. Hence, the smoothest time series is the one with the logarithmic form. In this chapter, both non-linear transformations of RV are considered to analyze the robustness of the results to the type of transformation.

Table 1.2 presents the descriptive statistics of the RV, defined in equation (1.1), and the two transformations defined above. As expected, the standard deviation decreases as more concave non-linear forms are chosen. The three time series distribution of probability shows positive skewness and leptokurtosis and none of them is normal, as confirmed by the Jarque-Bera statistic.

Table 1.2: Descriptive statistics of RV

	$RV$	$\sqrt{RV}$	$\log RV$
Minimum	1496.00	38.68	7.31
Maximum	297913.72	545.81	12.60
Mean	13626.28	107.18	9.20
Median	9264.61	96.25	9.13
St. Dev.	16065.86	46.27	0.73
Skewness	7.01 <sup>a</sup>	2.38 <sup>a</sup>	0.58 <sup>a</sup>
Kurtosis (Ex.)	90.51 <sup>a</sup>	10.90 <sup>a</sup>	0.67 <sup>a</sup>
Jarque-Bera	440356.40 <sup>a</sup>	7420.86 <sup>a</sup>	94.14 <sup>a</sup>

St. Dev. and kurtosis (Ex.) denote standard deviation and excess kurtosis, respectively. *a* indicates rejection of the corresponding null hypothesis (no skewness, no excess kurtosis and normal distribution) at the 1% level.

Table 1.3 reports the descriptive statistics for each component of the total RV, for each transformation and for each jump test. Jump detection is tested at the 0.1% significance level, that is,  $\alpha = 0.001$ . The difference in the number of days classified as jump-days with each test is noteworthy. 484 of the 1260 days (38.41%) are classified as jump-days under the CPR test, but there are only 6 jump-days (0.48%) under the Med. In a moderate position, the BNS test detects jumps in 214 days (16.98%). Consequently, the largest standard deviation of the JV component corresponds to the CPR test followed by the BNS and the ADS. As expected, the mean CV under any of the jump tests is lower than the mean RV.

As mentioned in Section 1.2, both BNS and CPR tests are affected by zero returns leading to a larger number of jumps detected.<sup>7</sup> However, the BNS test is upward biased in the presence of jumps underestimating the jump component, whereas the CPR combines the estimation of the BV and a threshold and hence the number of jumps is greater than when using BNS. The ADS

<sup>6</sup>Ullrich (2012) and Chan et al. (2008) consider the standard deviation, while Corsi et al. (2008), Haugom and Ullrich (2012) and Andersen et al. (2007) use both transformations.

<sup>7</sup>There are 2.89% of zero returns in the sample.

Table 1.3: Descriptive statistics of CV and JV

	CV			JV		
	BNS	CPR	ADS	BNS	CPR	ADS
Minimum	1411.30	1397.26	1496.00	794.78	574.81	1046.39
Maximum	297913.72	297913.72	297913.72	62408.37	88202.70	4622.52
Mean	12590.42	10566.52	13611.46	6098.97	7965.49	3112.90
Median	8612.94	7766.97	9205.58	3699.52	4413.30	3650.04
St. Dev.	14791.38	12026.14	16070.91	7724.16	10546.16	1531.10
Skewness	7.71 <sup>a</sup>	12.11 <sup>a</sup>	7.01 <sup>a</sup>	4.30 <sup>a</sup>	3.87 <sup>a</sup>	-0.58
Kurtosis (Ex.)	116.85 <sup>a</sup>	262.55 <sup>a</sup>	90.41 <sup>a</sup>	23.34 <sup>a</sup>	19.64 <sup>a</sup>	-1.96
Jarque-Bera	729295.69 <sup>a</sup>	3649823.21 <sup>a</sup>	439477.03 <sup>a</sup>	5513.96 <sup>a</sup>	8986.13 <sup>a</sup>	1.30
Jump days (%)				16.98	38.41	0.48

St. Dev. and kurtosis (Ex.) denote standard deviation and excess kurtosis, respectively.

<sup>a</sup> indicates rejection of the corresponding null hypothesis (no skewness, no excess kurtosis and normal distribution) at the 1% level.

test is less influenced by zero returns but it has the disadvantage of lower efficiency than CPR in the estimation of IV. Moreover, the MedRV estimator is upward biased in the presence of jump clusters since the median of three adjacent returns containing more than one jump would be a jump. This could explain why only six jump-days are found with the ADS test. Given the difference in the results of the jump tests we conduct the rest of the analysis considering all three to check the robustness of the results to the choice of the test.

## 1.4 Realized volatility models and estimation results

To start with, we estimate the HAR-RV model, proposed by Corsi (2009), for both the square root and logarithmic transformations:

$$\sqrt{RV_t} = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{RV_{t-1}} + \beta_2 \sqrt{RV_{w,t-1}} + \beta_3 \sqrt{RV_{m,t-1}} + a_t,$$

$$\log RV_t = \beta_0 + \beta_1 \log RV_{t-1} + \beta_2 \log RV_{w,t-1} + \beta_3 \log RV_{m,t-1} + a_t,$$

where average  $RV$  over the previous week,  $RV_{w,t} = \frac{1}{7} \sum_{l=1}^7 RV_{t-l}$ , and over the previous month,

$RV_{m,t} = \frac{1}{30} \sum_{l=1}^{30} RV_{t-l}$ , are considered.<sup>8</sup>

Once  $RV$  is separated into jump and continuous components using the different jump tests, the HAR-CV-JV model, introduced by Chan et al. (2008), is also considered for both transformations:

$$\begin{aligned} \sqrt{RV_t} = & \lambda_0 + \lambda_1 \sqrt{CV_{t-1}} + \lambda_2 \sqrt{CV_{w,t-1}} + \lambda_3 \sqrt{CV_{m,t-1}} \\ & + \theta_1 \sqrt{JV_{t-1}} + \theta_2 \sqrt{JV_{w,t-1}} + \theta_3 \sqrt{JV_{m,t-1}} + a_t, \end{aligned}$$

<sup>8</sup>The correlogram of  $RV$  suggests a high autocorrelation up to 30 lags and a considerable reduction for more lags.

$$\begin{aligned} \log RV_t = & \lambda_0 + \lambda_1 \log CV_{t-1} + \lambda_2 \log CV_{w,t-1} + \lambda_3 \log CV_{m,t-1} \\ & + \theta_1 \log JV_{t-1} + \theta_2 \log JV_{w,t-1} + \theta_3 \log JV_{m,t-1} + a_t, \end{aligned}$$

where  $CV_{w,t}$  and  $JV_{w,t}$  are the average  $CV$  and  $JV$ , respectively, over the previous week and  $CV_{m,t-1}$  and  $JV_{m,t-1}$  are the average  $CV$  and  $JV$ , respectively, over the previous month<sup>9</sup>.

The HAR-RV and HAR-CV-JV models are estimated using OLS, where heteroscedasticity and autocorrelation-corrected consistent standard errors are considered. Table 1.4 shows the estimation results of the HAR-RV model. All the coefficients are positive and significant at the 5% level, showing a strong degree of volatility persistence for both non-linear transformations. The estimated coefficients  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$  and  $\hat{\beta}_3$  are quite similar for both transformations and it is observed that the estimated effect of  $RV_{m,t-1}$  on  $RV$  is larger than that of  $RV_{w,t-1}$ . This is due to the presence of volatility clusters in periods longer than a week.

Table 1.4: HAR-RV model estimation results

		HAR-RV	
		$\sqrt{RV}$	$\log RV$
Intercept	$\hat{\beta}_0$	14.90 <sup>a</sup>	1.15 <sup>a</sup>
	$RV_{t-1}$	$\hat{\beta}_1$ 0.44 <sup>a</sup>	0.45 <sup>a</sup>
	$RV_{w,t-1}$	$\hat{\beta}_2$ 0.13 <sup>b</sup>	0.16 <sup>a</sup>
	$RV_{m,t-1}$	$\hat{\beta}_3$ 0.27 <sup>a</sup>	0.26 <sup>a</sup>
	adj- $R^2$	42.03%	47.27%

*a* and *b* denote significance at the 1% and 5% levels, respectively. adj- $R^2$  is the adjusted  $R^2$ .

Table 1.5 reports the HAR-CV-JV model estimation results for the three jump tests considered (BNS, CPR and ADS). The most similar estimated coefficients in terms of significance and magnitude correspond to the cases of the BNS and ADS jump tests. In general, there is high volatility persistence in the CV component, and it is slightly higher in magnitude in the logarithmic form due to the greater concavity of the transformation. Again, the estimated effect of the previous month CV on total RV is greater than that of the previous week in most cases analyzed. With regard to the jump component, persistence is much lower and the jumps which are most important in explaining RV come, in general, from the previous day. This could be due to the fact that jumps are by nature short-lived, rare occurrences.

The differences observed in the adjusted  $R^2$  values are very small, but in general models that take jumps into account explain a slightly larger proportion of RV variation both for the logarithmic and standard deviation transformations.

The HAR-type models assume identically and independently distributed Gaussian innovations. However, as Corsi et al. (2008) point out, in empirical applications the residuals of these models usually show volatility clustering and their probability distributions are characterised by skewness and excess kurtosis. If this is the case there is a loss of efficiency

<sup>9</sup>Regarding non-jump days, when the logarithmic transformation is implemented  $\log 0$  is replaced by 0 to maintain the same number of observations.

Table 1.5: HAR-CV-JV model estimation results

		HAR-CV-JV					
		$\sqrt{RV}$			$\log RV$		
		BNS	CPR	ADS	BNS	CPR	ADS
Intercept	$\hat{\lambda}_0$	18.77 <sup>a</sup>	24.26 <sup>a</sup>	14.93 <sup>a</sup>	1.45 <sup>a</sup>	1.89 <sup>a</sup>	1.11 <sup>a</sup>
	$CV_{t-1}$	$\hat{\lambda}_1$	0.43 <sup>a</sup>	0.42 <sup>a</sup>	0.44 <sup>a</sup>	0.44 <sup>a</sup>	0.43 <sup>a</sup>
	$CV_{w,t-1}$	$\hat{\lambda}_2$	0.12 <sup>b</sup>	0.07	0.13 <sup>b</sup>	0.13 <sup>a</sup>	0.12 <sup>b</sup>
	$CV_{m,t-1}$	$\hat{\lambda}_3$	0.22 <sup>a</sup>	0.12	0.27 <sup>a</sup>	0.25 <sup>a</sup>	0.06 <sup>b</sup>
	$JV_{t-1}$	$\hat{\theta}_1$	0.21 <sup>a</sup>	0.20 <sup>a</sup>	0.47 <sup>a</sup>	0.04 <sup>a</sup>	0.03 <sup>a</sup>
	$JV_{w,t-1}$	$\hat{\theta}_2$	0.02	0.06	-0.21	$4.1 \times 10^{-3}$	0.02 <sup>b</sup>
	$JV_{m,t-1}$	$\hat{\theta}_3$	0.18 <sup>c</sup>	0.11 <sup>b</sup>	0.07	0.01 <sup>c</sup>	0.09 <sup>a</sup>
	adj- $R^2$	42.13%	42.52%	41.98%	47.45%	47.27%	47.26%

*a*, *b* and *c* denote significance at the 1%, 5% and 10% levels, respectively. adj- $R^2$  is the adjusted  $R^2$ .

when estimating the models and consequently a decrease in the forecast accuracy, which could be solved by modeling the conditional variance of realized volatility with GARCH specifications.

The error terms in both HAR models,  $a_t$ , are analyzed in order to determine whether GARCH structures are appropriate for our data. Based on the Ljung-Box statistic, they are justified for the standard deviation transformation. By contrast, the logarithmic transformation of RV provides an unconditional distribution closer to the Gaussian and GARCH models are not justified for modeling the volatility of RV.<sup>10</sup> Out of the various GARCH models analyzed in the literature, two different models are specified in this chapter for the error term  $a_t = \sigma_t \epsilon_t$ , where  $\epsilon_t$  are *iid* random standard normal distributed variables. The first is the GARCH(1,1) model, which in general accounts for the volatility clusters and the main features of the distribution of the innovations. Unlike Corsi et al. (2008), GARCH(1,1) structure is considered here for the errors of both the HAR-RV and the HAR-CV-JV models. The second is Nelson (1991) EGARCH(1,1) model, where asymmetric effects are considered. This structure is widely used in the relevant literature because the incorporation of the leverage effect reduces the skewness in the distribution of the errors and the model fits the characteristics of the data. In particular, Chan et al. (2008) model daily volatility of price changes using EGARCH(1,1), but it is not included in the error terms of the HAR model.

The GARCH(1,1) is given by:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-1}^2,$$

where  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\alpha_2 \geq 0$  and  $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$  ensure that the variance is positive and the process is stationary.

The asymmetric EGARCH(1,1) is given by:

<sup>10</sup>The Ljung-Box test shows evidence of uncorrelated  $a_t$  and  $a_t^2$  series for the logarithmic transformation, while there is evidence of uncorrelated errors but correlated squared errors for the standard deviation transformation. Results are available upon request.

$$\log \sigma_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \frac{|a_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} + \delta_2 \log \sigma_{t-1}^2 + \delta_3 \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}},$$

where the coefficients are not required to be positive, since even if  $\log \sigma_t^2 < 0$ , the volatility will always be positive. The asymmetric response of the volatility due to shocks of different signs is captured by  $\delta_3$ . A positive (negative) coefficient implies an inverse (direct) leverage effect.

The resulting models are called HAR-GARCH-RV, HAR-EGARCH-RV, HAR-GARCH-CV-JV and HAR-EGARCH-CV-JV and are estimated by maximum likelihood.

Tables 1.6 and 1.7 show the estimation results for the models considering total RV and decomposition of RV for each jump test considered. The estimated coefficients of GARCH(1,1) ensure that the variance is positive and the time series is stationary. The estimated coefficients of the HAR-EGARCH models show evidence of an inverse leverage effect, meaning that positive shocks have more effect on RV than negative shocks. In general, the magnitude and significance of the coefficients estimated are similar between the models with GARCH and EGARCH innovations although some differences appear in the estimated effect of the JV component depending on the jump test. In terms of log-likelihood the HAR-EGARCH is preferred for both total RV and its decomposition. This means that the leverage effect is important in modeling the standard deviation of RV.

Table 1.6: HAR-GARCH-RV and HAR-EGARCH-RV models estimation results ( $\sqrt{RV}$ )

HAR-GARCH-RV			HAR-EGARCH-RV		
Intercept	$\hat{\beta}_0$	14.42 <sup>a</sup>	Intercept	$\hat{\beta}_0$	15.91 <sup>a</sup>
$RV_{t-1}$	$\hat{\beta}_1$	0.45 <sup>a</sup>	$RV_{t-1}$	$\hat{\beta}_1$	0.48 <sup>a</sup>
$RV_{w,t-1}$	$\hat{\beta}_2$	0.19 <sup>a</sup>	$RV_{w,t-1}$	$\hat{\beta}_2$	0.16 <sup>a</sup>
$RV_{m,t-1}$	$\hat{\beta}_3$	0.20 <sup>a</sup>	$RV_{m,t-1}$	$\hat{\beta}_3$	0.19 <sup>a</sup>
Intercept	$\hat{\alpha}_0$	41.67 <sup>a</sup>	Intercept	$\hat{\delta}_0$	0.21 <sup>a</sup>
$a_{t-1}^2$	$\hat{\alpha}_1$	0.09 <sup>a</sup>	$ a_{t-1} /\sigma_{t-1}$	$\hat{\delta}_1$	0.07 <sup>a</sup>
$\sigma_{t-1}^2$	$\hat{\alpha}_2$	0.88 <sup>a</sup>	$\log \sigma_{t-1}^2$	$\hat{\delta}_2$	0.96 <sup>a</sup>
			$a_{t-1}/\sigma_{t-1}$	$\hat{\delta}_3$	0.14 <sup>a</sup>
Log-likelihood		-5961.84	Log-likelihood		-5936.62

*a* denotes significance at the 1% level.

The standardised error terms and their squares follow a white noise process in all four models.<sup>11</sup> Therefore, the GARCH(1,1) and EGARCH(1,1) correctly fit the data working with the standardised deviation form of RV.

## 1.5 Forecast

The predictive power of the different models is measured using various out-of-sample criteria. To that end, observations from November 18, 2012 to December 31, 2015, covering 1109 days, are considered as in-sample data, while observations in 2016, covering 121 days, are considered

<sup>11</sup>The Ljung-Box test is applied to the standardised error terms and their squares. Results are available upon request.

Table 1.7: HAR-GARCH-CV-JV and HAR-EGARCH-CV-JV models estimation results ( $\sqrt{RV}$ )

HAR-GARCH-CV-JV					HAR-EGARCH-CV-JV				
		BNS	CPR	ADS		BNS	CPR	ADS	
Intercept	$\hat{\lambda}_0$	19.24 <sup>a</sup>	22.91 <sup>a</sup>	14.22 <sup>a</sup>	Intercept	$\hat{\lambda}_0$	18.13 <sup>a</sup>	19.10 <sup>a</sup>	14.55 <sup>a</sup>
$CV_{t-1}$	$\hat{\lambda}_1$	0.43 <sup>a</sup>	0.41 <sup>a</sup>	0.44 <sup>a</sup>	$CV_{t-1}$	$\hat{\lambda}_1$	0.47 <sup>a</sup>	0.48 <sup>a</sup>	0.48 <sup>a</sup>
$CV_{w,t-1}$	$\hat{\lambda}_2$	0.16 <sup>a</sup>	0.13 <sup>b</sup>	0.20 <sup>a</sup>	$CV_{w,t-1}$	$\hat{\lambda}_2$	0.13 <sup>a</sup>	0.16 <sup>a</sup>	0.15 <sup>a</sup>
$CV_{m,t-1}$	$\hat{\lambda}_3$	0.16 <sup>a</sup>	0.09	0.20 <sup>a</sup>	$CV_{m,t-1}$	$\hat{\lambda}_3$	0.19 <sup>a</sup>	0.08	0.21 <sup>a</sup>
$JV_{t-1}$	$\hat{\theta}_1$	0.20 <sup>a</sup>	0.21 <sup>a</sup>	0.47 <sup>a</sup>	$JV_{t-1}$	$\hat{\theta}_1$	0.22 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.44 <sup>b</sup>
$JV_{w,t-1}$	$\hat{\theta}_2$	0.18 <sup>a</sup>	0.14 <sup>b</sup>	-0.26	$JV_{w,t-1}$	$\hat{\theta}_2$	0.07	0.03	-0.26
$JV_{m,t-1}$	$\hat{\theta}_3$	0.07	0.19 <sup>b</sup>	0.17	$JV_{m,t-1}$	$\hat{\theta}_3$	0.08	0.22 <sup>a</sup>	0.38 <sup>b</sup>
Intercept	$\hat{\alpha}_0$	61.54 <sup>a</sup>	54.08 <sup>a</sup>	44.08 <sup>a</sup>	Intercept	$\hat{\delta}_0$	0.21 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.19 <sup>b</sup>
$a_{t-1}^2$	$\hat{\alpha}_1$	0.13 <sup>a</sup>	0.10 <sup>a</sup>	0.09 <sup>a</sup>	$ a_{t-1} /\sigma_{t-1}$	$\hat{\delta}_1$	0.08 <sup>a</sup>	0.06 <sup>a</sup>	0.05 <sup>a</sup>
$\sigma_{t-1}^2$	$\hat{\alpha}_2$	0.83 <sup>a</sup>	0.85 <sup>a</sup>	0.87 <sup>a</sup>	$\log \sigma_{t-1}^2$	$\hat{\delta}_2$	0.96 <sup>a</sup>	0.97 <sup>a</sup>	0.97 <sup>a</sup>
					$a_{t-1}/\sigma_{t-1}$	$\hat{\delta}_3$	0.13 <sup>a</sup>	0.13 <sup>a</sup>	0.14 <sup>a</sup>
Log-likelihood		-5954.98	-5956.23	-5959.46	Log-likelihood		-5934.41	-5934.07	-5933.14

*a* and *b* denote significance at the 1% and 5% levels, respectively.

as out-of-sample data. The forecasts for 2016 are obtained from a recursive estimation of the models starting with the first 1109 observations and expanding the estimation period by adding one new observation each time. Comparisons between observed and predicted values are made using MAE (mean absolute error), RMSE (root mean square error) and MAPE (mean absolute percentage error) criteria<sup>12</sup>:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |RV_t - \widehat{RV}_t|$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (RV_t - \widehat{RV}_t)^2}$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|RV_t - \widehat{RV}_t|}{RV_t},$$

where  $N$  is the number of forecast observations and  $\widehat{RV}_t$  is the predicted value of  $RV$  using the models described in Section 1.4.

Table 1.8 reports the results of the MAE, RMSE and MAPE criteria for both transformations of  $RV$  and each jump test. For both transformations, models that decompose  $RV$  into  $JV$  and  $CV$  components clearly provide better forecasts than those using total  $RV$ . For the standard deviation form, the selection of the best model depends on the jump test. Specifically, the HAR-GARCH-CV-JV model consistently outperforms the other models in terms of forecasting ability for all three criteria under the BNS jump test, followed by the HAR-CV-JV model. By contrast, GARCH structures do not improve forecasts under CPR and Med tests, which select

<sup>12</sup>The best model in terms of prediction is the one with the lowest value of any criterion implying that the forecast error is the smallest.



the HAR-CV-JV model. Contrary to the results of the in-sample forecast, there is no gain in adding EGARCH innovations in terms of out-of-sample forecast performance. In the logarithmic transformation, the use of GARCH structures is not justified, so forecasting ability is assessed in the HAR-RV and the HAR-CV-JV models. All three criteria show higher predictive power for the HAR-CV-JV model; specifically, the best results are obtained using BNS jump detection.

Table 1.8: MAE, RMSE and MAPE criteria.

$\sqrt{RV}$	MAE	RMSE	MAPE
HAR-RV	15.0767	19.5739	0.1784
HAR-CV-JV (BNS)	14.7714	19.2089	0.1752
HAR-CV-JV (CPR)	14.8110	19.4492	0.1756
HAR-CV-JV (ADS)	15.0610	19.3712	0.1785
HAR-GARCH-RV	15.0827	19.5883	0.1780
HAR-GARCH-CV-JV (BNS)	<b>14.6218</b>	<b>19.0844</b>	<b>0.1733</b>
HAR-GARCH-CV-JV (CPR)	14.8349	19.5145	0.1757
HAR-GARCH-CV-JV (ADS)	15.1113	19.4293	0.1785
HAR-EGARCH-RV	15.2375	19.8298	0.1814
HAR-EGARCH-CV-JV (BNS)	15.0213	19.5349	0.1789
HAR-EGARCH-CV-JV (CPR)	14.9806	19.4672	0.1761
HAR-EGARCH-CV-JV (ADS)	15.2884	19.6601	0.1820
$\log RV$	MAE	RMSE	MAPE
HAR-RV	0.3382	0.4189	0.0381
HAR-CV-JV (BNS)	<b>0.3330</b>	<b>0.4127</b>	<b>0.0375</b>
HAR-CV-JV (CPR)	0.3351	0.4179	0.0377
HAR-CV-JV (ADS)	0.3370	0.4159	0.0380

Numbers in bold show the lowest value for each criterion and RV transformation.

As shown, in both transformations the models obtained using the BNS jump test provide more accurate forecasts than the corresponding models using the CPR and ADS tests. This could be due to the fact that the CPR test is too greatly affected by zero returns and detects too many jumps, whereas MedRV is upward biased, so too few jumps are detected with the ADS test.

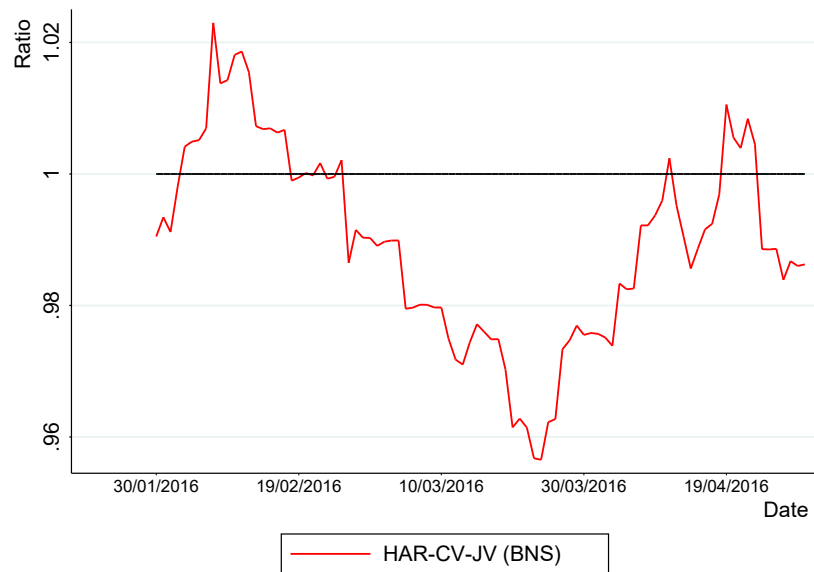
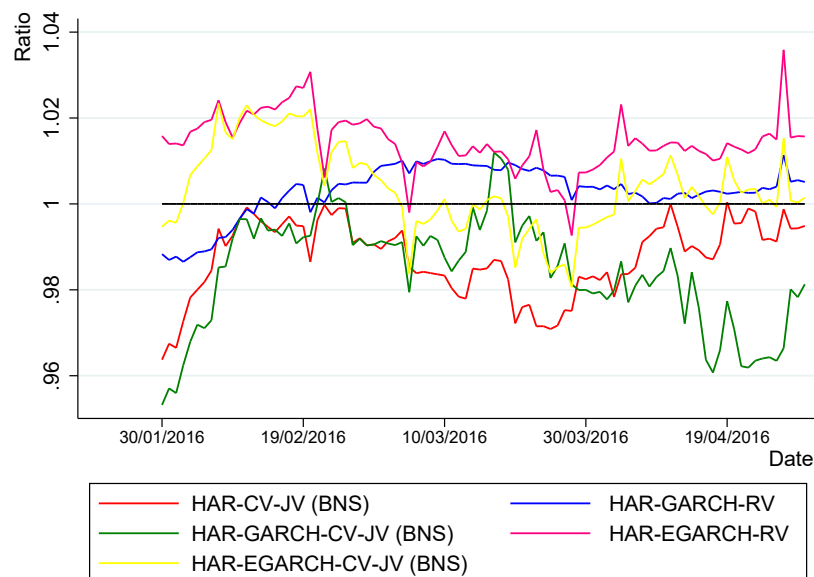
The criteria used are calculated for the forecast errors of the whole out-of-sample period, but it is also possible to assess the behaviour of errors during that period by computing a rolling ratio of any of the criteria as the ratio of the criterion value for each model and that of the benchmark (HAR-RV) for a moving window of 30 forecasts. A ratio greater than one means that the predictive power of the HAR-RV model is better than that of the other model with which it is compared.

Figures 1.1 and 1.2 show the rolling RMSE ratio for the logarithmic and square root transformations of RV, respectively, for the BNS jump test<sup>13</sup>. The former shows that, according to the RMSE criterion, the HAR-CV-JV model in its logarithmic form outperforms the HAR-RV

<sup>13</sup>Rolling ratios when using the CPR and the ADS jump tests have also been calculated. The former provides a pattern similar to that found when using the BNS test while the latter moves around the value of one due to the poor performance in the jump detection. There are no significant differences when rolling ratios for MAE and MAPE criteria are considered. Results are available upon request.

model throughout the forecast period, except in a few observations at the beginning and end of the period. In the case of the standard deviation form, the HAR-CV-JV model is preferred to the HAR-RV model throughout the forecast period. The predictive power of the HAR-GARCH-CV-JV model is higher than that of the benchmark in most of the period, especially at the beginning and end. This result is in line with the selection of the HAR-GACH-CV-JV model according to the forecast criteria (see Table 1.8). It is important to underline that the forecasting accuracy of the HAR-GARCH-RV and the HAR-EGARCH-RV models is lower than that of the HAR-RV model in the whole sample. This fact indicates that forecasts are not improved by including GARCH structures when total RV is considered.

Figure 1.1: Rolling RMSE ratio (log RV)

Figure 1.2: Rolling RMSE ratio ( $\sqrt{RV}$ )

Haugom et al. (2011) also find that the forecast accuracy is improved when jumps are considered for the Nord Pool forward electricity market and Chan et al. (2008) show a slight improvement in volatility forecasts for the NEMMCO decomposing the total RV.

The approach of Andersen et al. (2003) is also applied to compare the forecasting performance of different pairs of models. This is an out-of-sample approach based on the regression of the observed RV on the estimated value of RV for the two models to be compared. In the case of the logarithmic transformation of RV there are only two models to be compared: HAR-RV and HAR-CV-JV. For the standard deviation form six different models for each jump test are compared in pairs. However, no conclusive results are obtained<sup>14</sup>.

## 1.6 Conclusions

The formation of electricity prices has become more complex with the liberalisation of the market. Balancing markets have proved useful in managing real demand and have become more sophisticated as agents have learnt how to trade optimally in this new environment. Thus, there is growing interest in forecasting volatility in electricity prices in these close-to-real-time delivery markets.

In this chapter, we take realized volatility as a measure of the unobserved volatility process of high-frequency data such as the continuous intraday market for 15-minute contracts in Germany and Austria. The variation in electricity prices is decomposed into continuous and jump components using three different jump tests. This approach enables us to analyze and compare the forecasting performances of two different models: one for total realized volatility and the other with the aforementioned decomposition. Furthermore, GARCH structures are included in the error terms of the models whenever appropriate. The estimation and forecasting power are analyzed for the square root and logarithmic transformations of realized volatility.

Out-of-sample forecast criteria support the HAR-CV-JV model for the logarithmic transformation under all three jump tests and for the standardised RV under the CPR and ADS jump tests, while the HAR-GARCH-CV-JV model improves the accuracy of volatility forecasting under the BNS jump test and the standard deviation form. A comparison of the different jump tests reveals that models using the BNS provide the best results in terms of forecasting ability. These results highlight several conclusions: first, under both transformations the decomposition of total realized volatility is important for forecasting purposes. Second, the choice of the transformation is also important because more complex models including GARCH innovations might be selected for the standardised RV, while the distribution of the innovations in the logarithmic transformation is closer to the normal and simpler models would suffice. Moreover, although EGARCH innovations outperform GARCH innovations in terms of explanatory power in estimation, they are not selected in terms of forecast accuracy. Three, results differ with the jump test used at least in the standardised form of RV, probably due to the use of adjacent returns and the presence of zero returns which affect the properties of the estimators.

---

<sup>14</sup>Results are available from the authors upon request.

The forecast results obtained are of interest to participants in the German-Austrian continuous market as they can fit their spot positions close to delivery. Moreover, they are also of interest to participants in the futures market. Electricity markets around the world are encouraging market agents to participate in futures markets and the decision whether to do so is taken through risk evaluation. For instance, in the EPEX intraday continuous market since June 28, 2015 there have been cap-futures, which are futures bounded at 60 €/MWH. On the one hand, they allow renewable energy generators to shield themselves from losses when actual generation is less than forecast. On the other hand, thermal energy generators can sell the futures and obtain a payment as backup power without further state compensation. Hence, volatility forecasting helps agents to manage risk and decide whether or not to participate in the futures market; it also helps the market to offer adequate futures and derivatives to incentivise agents to participate in futures markets.

## 1.7 Bibliography

- Andersen, T. G., Bollerslev, T., & Diebold, F. X. (2007). Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling, and forecasting of return volatility. *The review of economics and statistics*, 89(4):701–720.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., & Labys, P. (2003). Modeling and forecasting realized volatility. *Econometrica*, 71(2):579–625.
- Andersen, T. G., Dobrev, D., & Schaumburg, E. (2012). Jump-robust volatility estimation using nearest neighbor truncation. *Journal of Econometrics*, 169(1):75–93.
- Barndorff-Nielsen, O. E. & Shephard, N. (2004). Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps. *Journal of financial econometrics*, 2(1):1–37.
- Barndorff-Nielsen, O. E. & Shephard, N. (2006). Econometrics of testing for jumps in financial economics using bipower variation. *Journal of financial Econometrics*, 4(1):1–30.
- Chan, K. F., Gray, P., & van Campen, B. (2008). A new approach to characterizing and forecasting electricity price volatility. *International Journal of Forecasting*, 24(4):728–743.
- Corsi, F. (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7(2):174–196.
- Corsi, F., Mittnik, S., Pigorsch, C., & Pigorsch, U. (2008). The volatility of realized volatility. *Econometric Reviews*, 27(1-3):46–78.
- Corsi, F., Pirino, D., & Reno, R. (2010). Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting. *Journal of Econometrics*, 159(2):276–288.
- Frömmel, M., Han, X., & Kratochvil, S. (2014). Modeling the daily electricity price volatility with realized measures. *Energy Economics*, 44:492–502.

- Haugom, E. & Ullrich, C. J. (2012). Forecasting spot price volatility using the short-term forward curve. *Energy Economics*, 34(6):1826–1833.
- Haugom, E., Westgaard, S., Solibakke, P. B., & Lien, G. (2011). Realized volatility and the influence of market measures on predictability: Analysis of Nord Pool forward electricity data. *Energy Economics*, 33(6):1206–1215.
- Huang, X. & Tauchen, G. (2005). The relative contribution of jumps to total price variance. *Journal of financial econometrics*, 3(4):456–499.
- Müller, U. A., Dacorogna, M. M., Olsen, R. B., Pictet, O. V., Schwarz, M., & Morgeneegg, C. (1990). Statistical study of foreign exchange rates, empirical evidence of a price change scaling law, and intraday analysis. *Journal of Banking & Finance*, 14(6):1189–1208.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 347–370.
- Ullrich, C. J. (2012). Realized volatility and price spikes in electricity markets: The importance of observation frequency. *Energy Economics*, 34(6):1809–1818.

# 2

## Gauzatutako bolatilitatea eta jauzi-testak Japoniako eguneko argindar merkatuan.

### 2.1 Sarrera

Duela bi hamarkada, mundu osoko argindar sektorea bertikalki integratutako industria gisa antolatuta zegoen. Bertan, prezioak zerbitzu kostuen arabera erregulatzen ziren<sup>1</sup>. Egoera horretan, prezioak urtean behin aldatzen ziren. Liberalizazioak eta lehiaren sustapenak elektrizitatearen merkatuko antolatzaileak ekoizpena (eskaintza) eta eskaria sarriago orekatzera bultzatu zituen. Prezioak aurrez finkatutako denbora tarte batean zehazten diren merkatu bateratu bat sortu zen<sup>2</sup>. Prezioak sarriago ezartzearen helburua, elektrizitatearen eskarian eta eskaintzan dauden aldaketak erakustea da, tarifa finkoetan ikusi ezin diren aldaketak (epe laburreko eraginkortasuna). Honela, inbertitzaileei seinale fidagarriak emanez, industriaren likidezia handitzea (epe luzerako eraginkortasuna) lortzen da.

Energia elektrikoa ezin da gorde (gutxienez ez eskala handian) eta eskariaren menpe eskuragarri egon behar du uneoro. Gainera, eskaria eta eskaintza etengabe aldatzen dira. Ezaugarri fisiko horiei aurre egiteko argindar merkatuaren diseinua konplexua da, eta konplexutasun horrek prezioetan arriskua dakar. Prezio arriskua merkatuaren egituraren arabera da. Adibidez, ekoizpenaren aldetik, oinarritzko kargaren (energia nuklearra,

---

Artikulu honako aldizkarian onartua: *Realized Volatility and Jump Testing the Japanese Electricity Spot Market. Empirical Economics, 2018. DOI:10.1007/s00181-018-1577-6.*

<sup>1</sup>Zerbitzu kostuen erregulazioan, erregulatzaileak, kostuak berreskuratzeko eta inbertsioaren zentzuzko irabaziak bermatzeko, diru-bilketa bidez erabilgarritasunagatik tasa bitartez jaso beharreko irabazi guztia zehazten zuen. Baliabideen urritasunaren ondorioz ez zegoen seinalerik.

<sup>2</sup>Denbora tarte bakoitzerako, merkatuko prezioa hornitzaileen salmenta eskaintzak eta erosleen eskaintzak bat datozenean zehazten da. Australian eta Japonian prezio horiek ordu erdiro ezartzen dira eta Frantzia, Alemanian, Italian eta Espainian, aldiz, orduro.

erregai fosilak eta energia hidroelektrikoa) ahalmena zenbat eta handiagoa izan, orduan eta sentiberatasun txikiagoa izango du merkatuak eskariaren aldaketekiko. Aitzitik, iturri berriztagarrietatik datorren energia zenbat eta oparagoa izan, orduan eta babesgabeago egongo da merkatua eskarian duden aldaketekiko. Nolanahi ere, eskari-eskaintzaren oreka estua dela eta, aldaketa txiekiek prezioan eragin handiak izan ditzakete. Argindar merkatuetan prezioek jasaten dituzten aldagarritasun altuek eta jauziek, parte-hartzaileak merkatuko ziurgabetasunetatik babesten dituzten finantza tresnak garatzea eragin dute. Energia hornitzaileek eta saltzaileek beren zorroak kudeatu behar dituzte ingurune ezegonkor honetan, beraz, funtsezkoa da bolatilitatea aurreikusteko gai izatea. Aurreikusteko beharrari erreparatu, argindar merkatuak liberalizatzeko prozesuekin batera, elektrizitatearen deribatuen merkatuak garatu dira (Cramton, 2017), eta Japonia ez da salbuespena izan, etorkizuneko merkatuetako parte-hartzea gero eta handiagoa baita.

Maiztasun altuko prezioen datuei esker bolatilitatea estimatzeko metodo ez-parametrikoak garatu ahal izan dira, horretarako neurri gauzatuak erabiliz. Bolatilitate gauzatu egun-arteko errentagarritasun karratuen batura gisa kalkulatu ohi da. Barndorff-Nielsen eta Shephard (2004)-ek aldagarritasun osoa nola deskonposatu ikertzen dute aldagarritasun jarraitu eta jauzietan. Artikulu honen argitalpenetik aurrera deskonposizio honen inguruko literatura azkar hazi zen, Barndorff-Nielsen eta Shephard (2006) (BNS), Andersen et al. (2007a) (ABD), Lee eta Mykland (2007) (LM), Jiang eta Oomen (2008) (JO), Corsi et al. (2010) (CPR), eta Andersen et al. (2012) (ADS) gaiaren inguruko artikulu nabarmenenak izanik. Artikulu guztietan saltoak gertakari arraro gisa kontsideratzen dira, eta jauziak ordu jakin batean edo egun jakin batean hautemateko testak proposatzen dituzte.

Jauzi-egunak hauteman ondoren, Andersen et al. (2007a)-n estimatutako bolatilitatea aurreikusten dute, eredu autoerregresibo heterogeneoen (HAR) bitartez, saltoak aldagai azaltzaile gisa txertatuz. Corsi (2009)-k HAR ereduak estimatzen ditu bolatilitatearen osagaien deskonposizioa aplikatuz, horretarako bolatilitatearen estimatzaile ezberdinak erabiliz. Argindar merkatuei lotutako aplikazio batzuk hurrengo hauek dira: Chan et al. (2008) Australiako bost merkatuetarako, Ciarreta eta Zarraga (2016) Espainiako egun-arteko merkaturako eta Qu et al. (2016) Australian Hego Gales Berriko merkaturako. Guztiek, Barndorff-Nielsen eta Shephard (2006) jauzien testa aplikatzen dute aldagarritasun osoaren deskonposizioa lortzeko, eta deskonposatutako ereduak estimazio emaitza hobek lortzen dituela ondorioztatzen dute. Ciarreta et al. (2017)-ek analisia hedatzen dute alemaniar-austriar egun arteko merkatu etengabeen Andersen et al. (2007b) eta Corsi et al. (2010) salto-testak ere erabiliz. Hala ere, Ciarreta et al. (2017)-ek Barndorff-Nielsen eta Shephard (2006) jauzi-testa erabiliz deskonposatutako bolatilitateak aurreikuspen emaitza onenak eskaintzen dituela ondorioztatzen dute. Aipatutako analisi guztiak salto egunak hautemateko testetan oinarritzen dira.

2005ean, Japoniako elektrizitate merkatuaren liberalizazio prozesua aurrera eramateko eskaria eta eskaintza prezio eta kantitateetan orekatzen zituen merkatu bateratua sortu zen. Eskari eta eskaintzaren oreka hori ordu erdiro zehazten da. Kapitulu honek merkatuko antolatzaileak argitaratutako ordu erdiko maiztasuna duten prezioen bolatilitatea aurreikustea du helburutzat. Barndorff-Nielsen eta Shephard (2006), Andersen et al. (2007b) eta Corsi et al. (2010)-ek proposatutako salto-testez gain, Jiang eta Oomen (2008)-en eta Lee eta Mykland

(2007)-en jauzi-testak ere aplikatzen dira une jakin batean salto esanguratsuak hautemateko. Jauziak aipatutako azken bi testekin identifikatu ondoren, salto-egunak definitzen ditugu, emaitzak gainontzeko testekin alderatu ahal izateko. Salto-test bakoitza erabiliz gauzatutako bolatilitatea eta bere deskonposizioarentzat hainbat HAR eredu estimatzen dira, zeinetan GARCH berrikuntzak ere eranstu diren. Azkenik, lagin-barruko eta lagin-kanpoko hainbat irizpide erabiliz eredu eta salto-testen aurreikusteko gaitasuna ebaluatzen da.

Japoniako argindar merkatuaren azterketa gero eta garrantzia handiagoa hartzen ari da, batez ere 2011. urtean liberalizazioa sustatu zenetik. Burutzen den azterketa, araututako merkatu batetik lehia-merkatu batera irekitzeak bolatilitateari nola eragiten dion neurtzeko erabilgarria da. Energia berriztagarriak gero eta sarriago erabiltzea eta oinarrizko kargen ahalmena gutxitzea faktore osagarriak izango dira gure analisisian.

Kapitulua gainontzeko atalak honela daude antolatuta. 2.2 atalak metodologia berrikusten du. 2.3 atalak Japoniako argindar merkatua deskribatzen du. 2.4 atalak datuak eta estatistika deskribatzaile nagusiak azaltzen ditu. 2.5 atalak estimazioen eta aurreikuspenen emaitzak erakusten ditu, eta azkenik, 2.6 atalak ondorio nagusiak azpimarratzen ditu.

## 2.2 Metodologia

### 2.2.1 Salto-testak

Demagun prezioaren logaritmoak  $p_t$ , saltoen difusio prozesu bat jarraitzen duela, zeinak ondorengo moduan adierazten diren osagai ez-estokastiko eta osagai estokastiko bat dituen,

$$dp_t = \mu_t dt + \sigma_t dW_t + dJ_t$$

non  $\mu_t$  joera,  $\sigma_t$  hedapen parametroa,  $W_t$  mugimendu Browniar estandarra eta  $J_t$  salto-prozesua diren. Salto-prozesuak  $J_t = \sum_{j=1}^{N_t} c_{t_j}$  betetzen du, non  $c_{t_j}$  jauziaren tamaina eta  $N_t$   $t$  unera arte hautemandako jauzi kopurua diren. Jauziak ezohiko gertaerak izatea espero da, aldagarritasun jarraituko prozesuan zehar eman daitezkeenak. Prozesuaren aldakuntza koadratikoak ( $QV_t$ ) etengabeko aldagarritasunari lotutako zati bat, bolatilitate integratua ( $IV_t$ ) deiturikoa, eta jauzien tamainen karratuen baturari dagokion beste zati bat ditu:

$$QV_t = \underbrace{\int_0^t \sigma_s^2 ds}_{IV_t} + \sum_{j=1}^{N_t} c_{t_j}^2$$

Demagun  $[0, t]$  denbora-tartea  $M$  azpi-tartetan banatzen dela, azpi-tarte bakoitzak  $\Delta = 1/M$  luzera duelarik. Orokorrean,  $T$  salerosketa une daude denbora tarte bakoitzean. Hori dela eta, Andersen eta Bollerslev (1998) jarraituz,  $t$  egunean gauzatutako bolatilitatea  $RV_t$  egun-arteko errentagarritasun karratuen batura bezala definitzen da:



$$RV_t = \sum_{j=1}^M r_j^2,$$

non  $r_j$  egun-arteko log-prezioen diferentzia den  $j$  unean,  $r_j = p_j - p_{j-1}$  (finantza merkatuetan errentagarritasun ohikoa delarik). Hori dela eta,  $RV_t$  bolatilitate ikusezinaren neurri gisa hartzen da maiztasun altuko denbora-serieetan.

$IV_t$ -k  $RV_t$ -ren osagai jarraitua eta aurreikusgarria hartzen du eta hainbat estimatzaile erabiliz kalkula daiteke. Zati ez-jarraituetan,  $M \rightarrow \infty$  betetzen denean banaketa normal estandarrera hurbiltzen dela frogatuta dauden salto-testak erabiltzen dira. Horretarako, Huang eta Tauchen (2005)-k  $Z_t$  testa (Hausman (1978) motako testa) proposatzen dute. Estatistikoak aurrez ezarritako balio kritiko bat  $\Phi_{1-\alpha}$  gainditzen badu,  $t$  eguna salto-egun gisa sailkatzen da.

Prezioetan jauziak hautemateko hainbat test formal garatu dira.  $IV_t$ -a neurtzeko era desberdinetan oinarritutako jauziekiko sendoak diren test erabilienak aztertzen dira kapituluian zehar. Zehazki aipatutako test horiek honako hauke dira: multi-ahalmeneko aldagarritasunean (*multipower variation*) oinarritutako BNS testa, gauzatutako bolatilitatearen minimoan eta medianan oinarritutako ADS testak, atalase bat duen gauzatutako bolatilitatean oinarritutako CPR testa, bolatilitate lokalean oinarritutako LM testa eta trukaketa bariantzan (*swap variance*) oinarritutako JO testa. Testen aukeraketa honek  $IV_t$  neurtzeko existitzen diren era gehienak aintzat hartzen ditu<sup>3</sup>.

BNS testa gauzatutako bi-ahalmeneko bariantzan (*bipower variation*) ( $BV_t$ ) oinarritzen da. Egileek  $IV_t$ -a zentzuz estimatu daitekeela  $BV_t$  erabiliz frogatzen dute. Honelaxe kalkulatu da  $BV_t$ :

$$BV_t = 1.57 \frac{M}{(M-1)} \sum_{j=2}^M |r_j| |r_{j-1}|$$

BNS testaren estatistikoak  $Z_t^{BNS}$ ,  $RV_t$ -ren eta saltoekiko egonkorra den bariantzaren neurriaren ( $BV_t$ ) arteko diferentzia du oinarritzat. Jauzi esanguratsuak antzemateko estatistikoa ondoko eran kalkulatu da:

$$Z_t^{BNS} = \sqrt{M} \frac{(RV_t - BV_t)/RV_t}{\sqrt{0.61 \max[1, TQ_t/BV_t^2]}},$$

non laukotasun integratuaren (*integrated quarticity*) eragina hiru-ahalmeneko laukotasuna (*tripower quarticity*) ( $TQ_t$ ) erabiliz estima daitekeen:

$$TQ_t = 1.74 \left( \frac{M^2}{M-2} \right) \sum_{j=3}^M (|r_j| |r_{j-1}| |r_{j-2}|)^{4/3}$$

Datuen hainbat ezaugarri daude  $BV_t$  alboratu dezaketenak. Lehenik eta behin, lagin

---

<sup>3</sup>Badaude beste jauzi-test batzuk ere, esaterako Ait-Sahalia et al. (2009), Andersen et al. (2007a), Andersen et al. (2010) eta Mancini (2009). Hala ere, horietako batzuk kapituluian aplikatutako testen antzera neurtzen dute  $IV_t$  a edo, oro har, une zehatz beteko jauziak hautemateko erabiltzen dira, LM testaren kasuan bezala.

finituetan bi-ahalmeneko bariantza jauziek gorantz alboratu dezakete, eta ondorioz, salto kopurua gutxiesten da (begiratu Andersen et al. (2012)). Bigarrena, zero edo zerotik gertu dauden errentagarritasunek ere eragiten dute,  $BV_t$ -ren balioa murrizten dutelako. Ondorioz, jauzi gehiegi antzematen dira.

Andersen et al. (2012)-ek  $IV_t$ -rentzat bi estimatzaile eraginkor proposatzen dituzte hurbileneko balioen muga erabiliz:  $MinRV_t$  eta  $MedRV_t$  dira proposatutako  $IV_t$ -ren estimatzaileak hain zuzen ere.

$$\begin{aligned} MinRV_t &= 2.75 \left( \frac{M}{M-2} \right) \sum_{j=2}^M \min(|r_j|, |r_{j-1}|)^2 \\ MedRV_t &= 1.42 \left( \frac{M}{M-2} \right) \sum_{j=2}^{M-1} \text{med}(|r_{j-1}|, |r_j|, |r_{j+1}|)^2 \end{aligned}$$

$MedRV_t$ -a jarraian dauden hiru errentagarritasunen mediana da eta  $MinRV_t$  estimatzaileak  $MedRV_t$  estimatzaileak baino 0 errentagarritasunen eragin handiagoa jasaten du, eta ondorioz, eraginkortasun txikiagoa du.  $IV_t$ -ren bi estimatzaile hauek honako salto-testak eraikitzeke erabil daitezke:

$$\begin{aligned} Z_t^{MIN} &= \sqrt{M} \frac{(RV_t - MinRV_t)/RV_t}{\sqrt{1.81 \max \left[ 1, \frac{MinRQ_t}{MinRV_t^2} \right]}}, \\ Z_t^{MED} &= \sqrt{M} \frac{(RV_t - MedRV_t)/RV_t}{\sqrt{0.96 \max \left[ 1, \frac{MedRQ_t}{MedRV_t^2} \right]}} \end{aligned}$$

non  $IQ_t$ -ren estimatzaileak honako hauek diren:

$$MinRQ_t = 2.21 \frac{M^2}{M-1} \sum_{j=2}^M \min(|r_j|, |r_{j-1}|)^4$$

eta

$$MedRQ_t = 0.92 \frac{M^2}{M-2} \sum_{j=2}^{M-1} \text{med}(|r_{j-1}|, |r_j|, |r_{j+1}|)^4,$$

hurrenez hurren.

Corsi et al. (2010)-k  $IV_t$ -ren ia alborapenik gabeko estimatzaile koherente bat proposatu zuten, atalase bat duen bi-ahalmeneko bariantzan oinarritua:

$$CTBPV_t = 1.57 \sum_{j=2}^M W_1(r_j, \vartheta_j) W_1(r_{j-1}, \vartheta_{j-1}),$$

non  $W_1$  funtzioa honako eran definitzen den:

$$W_1(r_j, \vartheta_j) = \begin{cases} |r_j| & \text{baldin eta } r_j^2 \leq \vartheta_j \\ 1.094\vartheta_j^{1/2} & \text{baldin eta } r_j^2 > \vartheta_j \end{cases}$$

non  $\vartheta_j = c_v^2 \hat{V}_j^W$  errentagarritasunaren eta atalase balioaren arabera den. Bolatilitate lokala,  $\hat{V}_j^W$ , kernel Gaussiarrak erabiliz prozesu iteratibo baten bitartez estimatzen da:

$$\hat{V}_j^W = \frac{\sum_{i=-L, i \neq -1, 0, 1}^L K\left(\frac{i}{L}\right) r_{j+i}^2 I_{\{r_{j+i}^2 \leq c_v^2 \hat{V}_j^{W-1}\}}}{\sum_{i=-L, i \neq -1, 0, 1}^L K\left(\frac{i}{L}\right) I_{\{r_{j+i}^2 \leq c_v^2 \hat{V}_j^{W-1}\}}} \text{ non } W = 1, 2, \dots$$

Atalasearen balioaren hautaketak ez dio  $IV_t$ -ren estimatzailearen sendotasunari eragiten, eta estimazioan duen eragina marjinala da. Jauzi testaren estatistikoa hortaz hauxe da:

$$Z_t^{CPR} = \sqrt{M} \frac{(RV_t - CTBPV_t)/RV_t}{\sqrt{0.61 \max\left[1, \frac{CTTriPV_t}{CTBPV_t^2}\right]}}$$

non

$$CTTriPV_t = 1.74M \sum_{j=3}^M \prod_{k=1}^3 W_{4/3}(r_{j-k+1}, \vartheta_{j-k+1})$$

eta  $W_{4/3}$  Corsi et al. (2010)-n bezalaxe definituta dagoen. Lortutako testaren estatistikoa multi-ahalmeneko aldagarritasunaren test estatistikoa baino ahaltuagoa da, baina  $Z_t^{CPR}$  estatistikoari ere zero errentagarritasunek eragiten diote. Atalasearen eraikuntza  $BV_t$ -n oinarrituta dago, zeina negatiboki alboratua dagoen zero errentagarritasunen aurrean. Beraz, atalasearen balioa ere negatiboki alboratuta egon daiteke, eta ondorioz, CPR testak jauzi gehiegi antzeman ditzake.

BNS, ADS eta CPR jauzi-testak aplikatzen direnean, bolatilitatearen salto zatia ( $JV_t$ )  $RV_t$  eta  $IV_t$ -ren estimazioaren arteko diferentzia bezala definitzen da:

$$JV_t = I_{Z_t > \Phi_{1-\alpha}} \left( RV_t - \widehat{IV}_t \right)$$

non  $I_{Z_t > \Phi_{1-\alpha}} = 1$  den baldin eta  $Z_t > \Phi_{1-\alpha}$  eta 0 bestela. Behin bolatilitatearen salto zatia eratuta dagoenean, bolatilitatearen etengabeko aldagarritasuna,  $CV_t$ , gauzatutako bolatilitatearen eta salto zatiaren arteko diferentzia bezala kalkulatzen da:  $CV_t = RV_t - JV_t$ .

Lee eta Mykland (2007)-ek proposatutako testak  $i$  jauzia zehazki zein unetan gertatzen hautematen du eta  $t$  egunean antzematen diren salto kopurua ere kalkulatzen du. Testa egun-arteko errentagarritasun estandarizatuak atalase balio batekin alderatzean datza. Errentagarritasunen aldagarritasun lokala bi-ahalmeneko aldagarritasuna,  $BV_{t,i}$ ,  $K$  tamainako leihoetan kalkulatuz estimatzen da,

$$\widehat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{K-2} \sum_{j=i-K+2}^{i-1} |r_j||r_{j-1}|.$$

Ondorioz, errentagarritasun estandarizatua  $\varsigma_i = r_i/\widehat{\sigma}_i$  da. Estatistikoa errentagarritasun estandarizatuen arteko maximoaren banaketa asintotikoaren arabera zehazten da, hau da:

$$\frac{\max(\varsigma_i) - C_N}{S_N} \xrightarrow{L} \xi$$

eta estatistikoak  $P(\xi) = \exp(-\exp(-x))$  banaketa futzioa jarraitzen du, non

$$C_N = \frac{(2 \log N)^{1/2}}{0.8} - \frac{\log \pi + \log(\log N)}{1.6 (2 \log N)^{1/2}}$$

$$S_N = \frac{1}{0.8 (2 \log N)^{1/2}}$$

eta  $N$  behaketa kopurua diren.  $K$  urteko salerosketa egun kopurua eta egun-arteko salerosketa kopurua aintzat hartuta eratzen da, hau da,  $K = \sqrt{365 \cdot M}$ . Zero errentagarritasunek testaren estatistikoari eragiten diote, baina BNS eta CPR testen estatistikoei baino maila apalagoan. Zero edo zerotik gertu dauden errentagarritasunen kasuan errentagarritasun estandarizatuak handiak izan daitezke, eta, honek saltorik ez egotearen hipotesi nulua baztertuko dezake.

LM testak egun-arteko jauziak identifikatzen ditu. Beraz, LM-k hautematen dituen jauziak beste testekin antzematen diren salto egunekin alderatzeko, Dumitru eta Urga (2012)-k proposatutako prozedurari jaramon eginez, estatistikoaren eguneko balio maximoa hartzen da aintzat. Beraz,  $\widehat{IV}$  estimazioa eratzeko  $RV_t$ -ren kalkulutik saltoa hauteman den errentagarritasunaren karratua kentzen da.

Jiang eta Oomen (2008)-ek proposatutako testak trukaketa bariantza,  $SwV_t$  deiturikoa, erabiltzen du, zeina errentagarritasun aritmetikoaren,  $R_j = (p_j - p_{j-1})/p_{j-1}$ , eta logaritmikoaren,  $r_j = \log p_j - \log p_{j-1}$ , arteko diferentzia den:

$$SwV_t = 2 \sum_{j=1}^M (R_j - r_j).$$

Saltorik ez dagoenean  $SwV_t(M)$  eta  $RV_t$ -ren arteko diferentzia 0 da,

$$\lim_{M \rightarrow \infty} (SwV_t - RV_t) = \begin{cases} 0, & \text{jauzirik ez baldin badago } [0, t] \text{ tartean} \\ 2 \int_0^t (\exp(J_u) - J_u - 1) dq_u - \int_0^t J_u^2 dq_u, & \text{jauziren bat baldin badago } [0, t] \text{ tartean} \end{cases}$$

non  $J_t$ -k saltoen prozesua adierazten duen. Hortaz, jauziak era esponentzian hautematen dira. JO testari dagokion estatistikoa honakoa da:

$$Z_t^{JO} = \frac{M \cdot BV_t}{\sqrt{\widehat{\Omega}_{SwV_t}}} \left( 1 - \frac{RV_t}{SwV_t} \right)$$

non  $\widehat{\Omega}_{SwV_t} = 3.05 \frac{M^3}{M-3} \sum_{j=0}^{M-4} \prod_{k=1}^4 |r_{j+k}|^{3/2}$  betetzen den. Azken hau, bi aldeko estatistikoa da, eta ondorioz, salto negatiboak antzeman daitezke. Estatistikoak balio handiak hartzen ditu errentagarritasun altuak edo baxuak daudenean. Zero errentagarritasunek test estatistikoari eragiten diote, batik bat  $\widehat{\Omega}_{SwV_t}$  kalkulatzean, saltorik ez egotearen hipotesi nulua maizago baztertzea eraginez. Azkenik,  $JV$ ,  $SwV$  eta  $RV$ -ren arteko diferentzia bezala kalkulaten da.

$IV_t$  era egonkor batean estimatzeko azpimarratu beharra dago bolatilitate neurriak kalkulatzeko erabiltzen diren datuen maiztasunak altua izan behar duela<sup>4</sup>. Hala ere, laginaren maiztasun oso altuek bariantza-neurriak alboratzea ekar dezakete merkatuko mikroegituraren zarata dela eta. Praktikan, hartu-eman hau 5 edo 30 minutuko datuak erabiliz maneiatzen da (begiratu Corsi et al. (2008)). Haugom et al. (2011)-ek maiztasunaren hautaketa merkatuko likidezaren arabera dela argudiatzen dute. Hortaz, maiztasun altuak likidezia altuko merkatuetan erabiltzen dira eta maiztasun baxuagoa likidezia baxuagoko merkatuetan. 5 minutuko maiztasuneko edo altuagoko datuak erabiltzen dituzten adibide batzuk Andersen et al. (2007a) eta Andersen et al. (2010) dira, non testak finantza merkatuetan aplikatzen diren. Beste ikerketa batzuek, ordea, maiztasun baxuagoko datuak darabiltzate, adibidez Andersen et al. (2003)-ek 30 minutuko errentagarritasunak erabiltzen dituzte.

Argindar merkatuetako aplikazioei erreparaturaz, Chan et al. (2008) eta Ullrich (2012)-k Australiako elektrizitate merkatuko ordu-erdiko maiztasuneko prezioak erabiltzen dituzte, eta Ullrich (2012)-k orduko maiztasuna duten datuak erabiltzen ditu Amerikako hiru elektrizitate merkatutarako. Gainera, Haugom et al. (2011)-k 30 minutuko datuak erabiltzen ditu Nord Pooleko etorkizuneko argindar merkatuan.

## 2.2.2 Gauzatutako bolatilitatea aurreikusteko ereduak

Corsi (2009)-en lanari jarraituz  $RV_t$  modelizatzeko HAR motako ereduak estimatzen dira (aurrerantzean, HAR-RV). HAR-RV ereduak patxadatsua da, estimatu beharreko parametro kopurua batez-besteko bitartez murrizten delako. Zehazki, honako erregresio lineala estimatzean datza:

$$RV_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i RV_{i,t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

non  $RV_{1,t-1} = RV_{t-1}$ ,  $RV_{2,t-1} = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 RV_{t-j}$  eta  $RV_{3,t-1} = \frac{1}{30} \sum_{j=1}^{30} RV_{t-j}$  diren.  $RV_t$  seriearen autokorrelazioaren arabera, HAR-RV ereduak  $RV_t$ -ren atzeratutako horizonte desberdinak har daitezke aintzat. Test desberdinak erabiliz  $RV_t$ -ren deskonposaketako elementu jarraitua eta jauzi elementua HAR-RV ereduari gehitu dakizkioke, Andersen et al. (2007a)-ek egin bezala HAR-RV ereduari jauziak gehituz, HAR-RV-JV ereduak eratzen da:

<sup>4</sup>Ohartu baldintza hau test guztietarako amankomuna dela.

$$RV_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i RV_{i,t-1} + \lambda_1 JV_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

Azkenik, deskonposaketako bi elementuak aintzat hartuz HAR-CV-JV eredua definitzen da:

$$RV_t = \theta_0 + \sum_{i=1}^3 \theta_i CV_{i,t-1} + \sum_{i=1}^3 \lambda_i JV_{i,t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.3)$$

non  $CV_{i,t-1}$  eta  $JV_{i,t-1}$ ,  $RV_{i,t-1}$  bezala definituta dauden. (2.1), (2.2) eta (2.3) ekuazioak karratu txikiarren arruntetako estimatzailea erabiliz estimatzen dira, heterozedastizitate eta autokorrelazioarekiko zuzenduta dauden errore estandar egonkorrekin.

HAR motako ereduak heterozedastizitate baldintzatua edukiz gero, GARCH egiturak ereduari gehituz estimazioaren eraginkortasuna eta aurreikuspenen zehaztasuna handitu daiteke (begiratu esaterako, Corsi et al. (2008) eta Ciarreta et al. (2017)). Hortaz, baldintzatutako heterozedastizitatea dagoen jakiteko eredu bakoitzaren hondarretan estandarizatutako erroreei eta hauen karratuei Ljung-Box testa aplikatu dakieke.

Baldintzatutako heterozedastizitatea dagoela frogatzen den kasuetan, errorea honela deskonposatu da:  $\varepsilon_t = \sqrt{h_t}u_t$ , non  $h_t$  baldintzatutako aldagarritasuna den eta  $u_t$  normalki banatuta dagoen ausazko aldagai bat den. GARCH familiaren barneko hiru eredu aztertzen dira kapitulu honetan. Lehenik eta behin, ohikoena den GARCH(1,1) egitura estandarra, errore terminoaren banaketaren ezaugarri nagusiak azaltzen dituena:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}, \quad (2.4)$$

non  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha \geq 0$  eta  $\beta \geq 0$  diren. Bolatilitatearen iraunkortasuna  $\alpha + \beta$ -k neurtzen du eta 1 baino txikiagoa izan behar du,  $\varepsilon_t$ -ren baldintzatu gabeko bariantza finitua dela bermatzeko. Hala ere, praktikan baldintza hori ez da beti betetzen bolatilitatearen iraunkortasun altua dela eta. Horregatik, bigarren GARCH egitura IGARCH (1,1) eredua da (GARCH eredu integratua) non  $\alpha + \beta = 1$  baldintza bermatzen den:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + (1 - \alpha)h_{t-1}, \quad (2.5)$$

non  $0 < \alpha < 1$ .

Azkenik, EGARCH (1,1) egitura asimetrikoa ere aztertzen da, RV-ak jasan ditzakeen shock positiboan eta negatiboan arteko efektu asimetrikoak ahalbidetzeko:

$$\log h_t = \delta_0 + \delta_1 \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} + \delta_2 \log h_{t-1} + \delta_3 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}, \quad (2.6)$$

non  $\delta_3$ -k, normalean, finantza-serietan dauden efektu asimetrikoak atzematen dituen. Hala ere, elektrizitate merkatuetan ere horrelako efektu asimetrikoak atzematen dira (begiratu Ciarreta eta Zarraga (2016)).

GARCH egiturak gehituz eratzten diren eredu berriak egiantza handieneko estimatzailearen bidez estimatzen dira. Aipatutako ereduak, RV-ren deskonposaketak eta erroreetan GARCH egiturak sartzeak, estimazioen eta aurreikuspenen zehaztasunean duten eraginaren inguruko ondorioak ateratzea ahalbidetzen dute.

### 2.3 Japoniako argindar merkatuaren egitura eta erregulazioa

Hasiera batean, Japoniako elektrizitate-industria tokiko 10 monopoliotan antolatuta zegoen. Tokiko monopolio horiek bertikalki integratutako energia konpainiak (EPCO) ziren, ekoizpenaz, transmisioaz eta banaketaz arduratzen zirenak. Gainera, Japoniak bi maiztasun gune ditu, 50 Hz eta 60 Hz, eta transmisio-lineen bidez lotzen dira elkarrekin. EPCOek, oraindik ere, ekoizpen ahalmenaren zatirik handiena menperatzen dute. Kontuan izan, argindarrari dagokionean, Japonia nazioarteko loturarik ez duen herrialde isolatua dela.

Aurretik bertikalki erabat erregulatutako elektrizitate enpresetatik liberalizatzeko prozesua Japonian 1995ean hasi zen, hain zuzen ere, energia ekoizle independenteen (IPP) sarrera sustatzeko Elektrizitatearen Utilitatearen Industriako Legea (EUIL) onartu zenean. EPCOen gain zeuden arloetan lehia sustatzea zen EUILen helburua. Gainera, EUILek eskaintza sistema lehiakorreko merkatu bateratu bat sortzea ahalbidetu zuen. Aldi berean, tarifa berrikusteko baremo ebaluazio metodoa jarritz, elektrizitate tasaren sistema berrikusi zen<sup>5</sup>, hautazko kontratu hornikuntzak, erregai kostuen doikuntza sistema eta kudeaketa eraginkortasunaren berrikuspenaren bidez.

Liberalizazioan urrats gehiago 2005eko apirilean eman ziren, Japoniako Energia Elektrikoaren Trukea (JEPX) abiarazi zenean. JEPXek ordu erdiko maiztasuna duen eguneroko merkatu gisa funtzionatzen du. Edozein eguneko merkatuta bezala, merkatuko eremu bakoitzerako eguneko ordu jakin batean, biharamuneko ordu erdi guztietako prezio marjinalak eta merkatuaren konpentsazio kantitateak zehazten dira<sup>6</sup>. Transmisio sarean pilaketarik egon ezean, prezioa berdina da eremu guztietan. Maiztasun berdina duten eremuen artean pilaketak gutxitan egoten diren arren, maiztasun desberdinak dituzten eremuen artean sarriago egoten dira pilaketak, prezioen arteko desberdintasunak oso handiak ez badira ere.

Enkante sistema uniforme baten bidez egiten dira prezioen eskari eta eskaintzak. Sistema horren arabera, merkatuko parte-hartzaileek prezio eta kantitatearen arteko konbinazio baten eskaria edo eskaintza egiten dute ordu erdi bakoitzeko. Salerosketa eskaintzak elkartzen diren puntuan, hau da, orekan, elektrizitate kantitatea eta prezioa erabakitzen dira. Energia-trukaketaren helburuak argindar merkatuan likidezia eta malgutasuna areagotzea dira, parte-hartzaileek beren merkatu posizioak hornidura momentutik gertuago molda ditzaten. Hala ere, sistema malgu honek bolatilitatea handitzea dakar, eta argindar merkatuentzat kaltegarria izan daitezkeen ekoizpen hutsegiteak edo eskaeran ustekabeko shockak egon daitezke. Beraz,

<sup>5</sup>Baremo araudipean, araututako utilitatearen errendimendua antzekoa den utilitate talde batekin alderatzen da (Shleifer, 1985). Horrela, utilitate bakoitzaren prezioaren mugak galerak izan ditzake. Sistema honek kostuen murrizketaren bidez eraginkortasuna sustatzea du helburu.

<sup>6</sup>Merkatu antolatzaileak ez du prezioen salerosketarik irekitzen. Merkatuko eremu bakoitzean sistemaren prezio marjinalen enkantea eta herrialde osoarentzat prezio birtuala (sarean murrizketarik eta maiztasunetan desberdintasunik ez dagoela suposatuz) irekitzen ditu.

erabat isolatutako merkatuetan bolatilitatea aztertzea garrantzi handikoa sortatzen da.

JEPX bidez negoziatzen den elektrizitate kantitatea nabarmen handitu da EUIL onartu zenetik, hala ere, baxua izaten jarraitzen du argindar kontsumo guztiari erreparatuz, %5-aren azpitik. Beraz, merkatuak txiki izaten jarraitzen du, elektrizitatearen %95-a enkantera ireki gabeko alde biko kontratuen bidez saltzen baita. IPP-ak sartu arren, EPCO-ek merkatuan oraindik ere leku nabarmena daukate. Gainera, bi maiztasun guneen arteko transmisio ahalmen mugatuak (1200 MW) prezioak bi eremuetan berdinak izatea ekiditen du, eta hori merkatu lehiarako oztopo bat izan daiteke.

2011ko martxoan Fukushima Daiichi zentral nuklearrean izandako istripuak, sisteman efektu negatiboak murrizteko lehiakortasunerako oztopoak premia zuzendu behar zirela frogatu zuen. Prezioen gorabeherak merkatuan soilik antzeman daitezke. Hori dela eta, merkatu lehia ahula eta prezioen kontrol zorrotza egoteak, prezio mekanismoek eskaria eta eskaintza epe laburrean moldatu ahal ez izatea eragiten du<sup>7</sup>.

Horren ondorioz, agintari araugileek EPCO-ek duten merkatu kontrola murriztuz argindarraren erreforma sakon bat sustatu zuten. Erreforma nagusiak honakoak dira: (1) 2016ko apirilean, xehekako salmentako arauak indargabetuz, salmenta merkatua erabat irekitzea, (2) bi maiztasun eremuen arteko konexioak areagotzea, (3) EPCO-en aktibitate bereizketa 2020rako, (4) energia berriztagarrien barneratze sakonagoa eta (5) energia nuklearraren oinarritzko karga desgitea. Erreforma guzti horiek JEPX-en bidez salerositako elektrizitate bolumena handituz, merkatuko likidezia handitzea dute helburu. Ildo horretatik, merkatuko parte-hartzaileek aldaketa hauek aurreikusten dituztenez, etorkizuneko merkatuen likidezia azkar ari da handitzen, agenteek prezioen bolatilitate altutik babestea bilatzen baitute (Ofuji eta Tatsumi, 2016).

## 2.4 Datuak eta estatistika deskribatzaileak

Erabilitako datu basea JEPX-k argitaratutako eguneroko merkatuko 30 minuturoko prezioek (48 behaketa egun bakoitzeko) osatzen dute. Datuek 2005eko apirilaren 2tik 2015eko abenduaren 31ra arteko epea estaltzen dute, eta ondorioz, 1826448 ordu erdiko behaketa daude 3926 egunetan zehar banatuta. 2.1 Taulak prezioen oinarritzko estatistikoak deskribatzen ditu urtaroka banatuta.

batez-besteko prezioa ¥11.24/kWh-koa da ¥4.50/kWh-ko desbiderapen estandarrarekin, ¥2.95/kWh-ko prezio minimoa, ¥60/kWh-ko prezio maximoarekin. Prezioen tartea nahiko zabala da, prezio altuenak batez-besteko prezioa bost aldiz izatera irits daitezkeelako. Urtaroko hainbat efektu ikusten dira. Batez-besteko prezioa eta prezio-mediana neguan altuagoak dira beste urtarotetan baino, seguruenik etxeetako berogailuak direla eta. Udararen aire girotuaren kontsumoa altua bada ere, ez da beste urtarotetan baino prezio nabarmenki handiagoetan islatzen, agian jarduera ekonomiko txikiagoa izatearekin konpentsatzen delako.

2.2 Taulak asteko egunen prezioen estatistiko deskribatzaileak erakusten ditu. Asteko urtarokotasuna batez-bestekoan, medianan eta bolatilitatean hautematen da, asteburuetan jarduera ekonomiko txikiagoa dela eta baxuagoak baitira hirurak. Kasu gehienetan, asimetria

<sup>7</sup>2011ko martxoaz geroztik, EPCO gehienek galerak izan dituzte.



Taula 2.1: Urtaroka prezioen estatistiko deskribatzaileak.

	Negua	Udaberria	Udara	Udazkena	Guztira
Minimoa	4.00	3.30	2.95	4.34	2.95
Maximoa	42.00	35.00	60.00	39.23	60.00
Batez-bestekoa	12.14	10.89	10.93	11.09	11.24
Mediana	12.00	10.22	10.10	10.24	10.60
Db. st.	4.69	4.07	5.02	4.08	4.50
Asimetria	0.99 <sup>a</sup>	0.59 <sup>a</sup>	1.68 <sup>a</sup>	0.91 <sup>a</sup>	1.16 <sup>a</sup>
Kurtosia (Ge.)	2.48 <sup>a</sup>	-0.16 <sup>a</sup>	6.98 <sup>a</sup>	1.62 <sup>a</sup>	3.78 <sup>a</sup>
J-B	18248.06 <sup>a</sup>	2866.28 <sup>a</sup>	121597.53 <sup>a</sup>	11999.31 <sup>a</sup>	154442.95 <sup>a</sup>

Db. st., desbiderapen estandarra; Kurtosia (Ge.), Gehiegizko kurtosia; J-B, normaltasun Jarque-Bera testa. *a*-k (asimetriarik eza, gehiegizko kurtosi eza eta banaketa normala) izatearen hipotesi nuluaen baztertzea %1 esanguratasun mailan adierazten du.

eta gehiegizko kurtosi koefizienteak positiboak eta esanguratsuak dira eta horrek prezioen banaketa positiboki asimetrikoa eta leptokurtikoa dela adierazten du. Jarque-Bera testak prezioen banaketa normala ez dela baieztatzen du.

Taula 2.2: Asteko egun bakoitzeko prezioen estatistiko deskribatzaileak.

	Astlehena	Asteartea	Asteazkena	Osteguna	Ostirala	Larunbata	Igandea
Minimoa	2.95	4.00	3.99	3.78	3.83	3.08	3.00
Maximoa	39.67	44.92	43.67	55.00	60.00	33.96	23.84
Batez-bestekoa	11.50	11.66	11.64	11.72	11.67	10.40	10.09
Mediana	10.91	11.00	11.00	11.00	11.00	9.88	9.47
Db. st.	4.56	4.72	4.72	4.86	4.87	3.65	3.61
Asimetria	0.89 <sup>a</sup>	1.06 <sup>a</sup>	1.09 <sup>a</sup>	1.44 <sup>a</sup>	1.41 <sup>a</sup>	0.53 <sup>a</sup>	0.42 <sup>a</sup>
Kurtosia (Ge.)	1.73 <sup>a</sup>	2.57 <sup>a</sup>	2.63 <sup>a</sup>	5.74 <sup>a</sup>	5.73 <sup>a</sup>	0.39 <sup>a</sup>	-0.86 <sup>a</sup>
J-B	6931.81 <sup>a</sup>	12458.77 <sup>a</sup>	13087.01 <sup>a</sup>	46241.05 <sup>a</sup>	45583.24 <sup>a</sup>	1426.05 <sup>a</sup>	1610.22 <sup>a</sup>

Db. st., desbiderapen estandarra; Kurtosia (Ge.), Gehiegizko kurtosia; J-B, normaltasun Jarque-Bera testa. *a*-k (asimetriarik eza, gehiegizko kurtosi eza eta banaketa normala) izatearen hipotesi nuluaen baztertzea %1 esanguratasun mailan adierazten du.

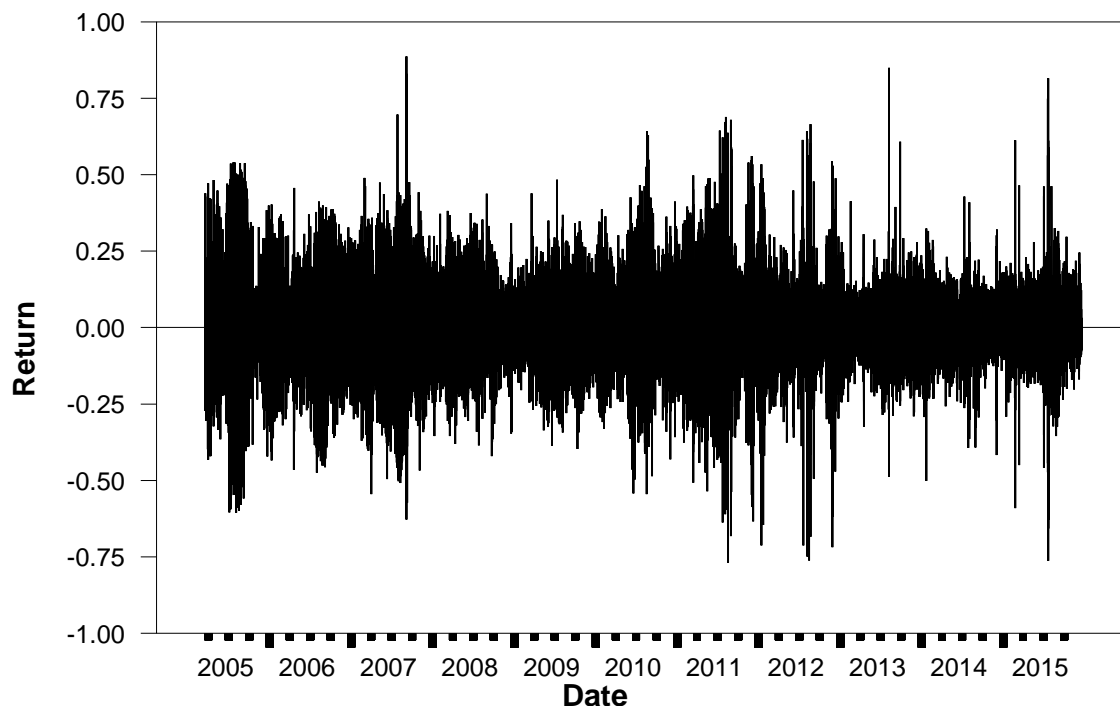
Ullrich (2012), Ciarreta eta Zarraga (2016) eta Ciarreta et al. (2017) jarraituz, errentagarritasunen urtarokotasun efektuak errentagarritasunen hilabete bakoitzeko, asteko egun bakoitzeko eta eguneko ordu erdi bakoitzeko mediana kenduta kontrolatzen dira<sup>8</sup>.

2.1 Irudiak doituako errentagarritasunak irudikatzen ditu. 0 batez-bestekoaren inguruan daude doituako errentagarritasun horiek. Doituako errentagarritasun minimoa -0.77 unitate da, maximoa 0.89 eta desbiderapen estandarra 0.06. Bolatilitatea altua da eta prezioetan saltoak (positiboak eta negatiboak) ikus daitezke. Ezaugarri hauek direla eta, interesgarria da gauzatutako bolatilitatearen propietateak aztertzea eta 2.1 Irudiak bolatilitatearen deskonposizioa ere justifikatzen du. Azpimarratu beharra dago, doituako zero errentagarritasunen ehunekoa %25.44-koa dela, eta 2.2 Atalean azaltzen den bezala, honek hautemandako jauzi kopuruan eragina izan dezake. Azkenik, 2.1 Irudian bolatilitatearen talde pilaketa ere ikus daiteke eta horrek, baldintzatutako heterozedastizitatearen presentzia

<sup>8</sup>Urtarokotasuna kentzeko, bi banda pasabide filtro desberdin ere aplikatzen dira: Baxter eta King (1999) eta Christiano eta Fitzgerald (2003). Emaitzak, ordea, ez dira errentagarritasunen mediana kentzearenak baino hobeak. Beraz, prozedura errazena aplikatzen da kapituluuan.

adierazten du.

Irudia 2.1: Doitutako errentagarritasunak.



2.3 Taulak RV-ren estatistiko deskribatzaileak erakusten ditu eta 2.4 Taulak, aldiz, RV-ren deskonposizioarenak, hau da, CV eta JV-renak. Bolatilitate osoari saltoen ekarpen erlatiboa ere ikus daiteke (JV/RV).

Taula 2.3: RV-ren estatistiko deskribatzaileak.

Minimoa	$3.1 \cdot 10^{-3}$
Maximoa	2.39
Batez-bestekoa	0.17
Mediana	0.12
Db. st.	0.18
Asimetria	$3.54^a$
Kurtosia (Ge.)	$21.39^a$
J-B	$83047.01^a$

Db. st., desbiderapen estandarra; Kurtosia (Ge.), Gehiegizko kurtosia; J-B, normaltasun Jarque-Bera testa.  $a$ -k (asimetriarik eza, gehiegizko kurtosi eza eta banaketa normala) izatearen hipotesi nulua ez bazterte %1 esanguratasun mailan adierazten du.

Jauzi-test guztietan  $\alpha = 0.01$  da jauziak hautemateko esanguratasun maila<sup>9</sup>. CPR testerako,

<sup>9</sup>Tauchen eta Zhou (2011)-ek erakusten dute  $\alpha$  jauzi kopuruaren arabera aukeratu beharko litzatekeela. Zenbat eta handiagoa izan aldagarritasun osora saltoen ekarpena, orduan eta txikiagoa izan beharko litzateke

$c_{\vartheta} = 3$ , kernel Gaussiarra eta  $L = 100$  hautatzen dira. Azkenik, LM testerako  $K = 132$  finkatzen da.

Taula 2.4: CV eta JV-ren estatistiko deskribatzaileak.

	BNS	CPR	MIN	MED	LM	JO
<b>CV</b>						
Minimoa	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	-0.03
Maximoa	2.39	1.37	2.39	2.39	2.39	2.03
Batez-bestekoa	0.12	0.11	0.16	0.17	0.13	0.14
Mediana	0.08	0.07	0.10	0.11	0.09	0.10
Db. st.	0.14	0.12	0.18	0.18	0.13	0.14
Asimetria	$4.15^a$	$3.49^a$	$3.71^a$	$3.65^a$	$4.12^a$	$3.59^a$
Kurtosia (Ge.)	$34.12^a$	$19.12^a$	$23.43^a$	$22.72^a$	$35.98^a$	$23.54^a$
J-B	$201747.35^a$	$67782.06^a$	$98761.71^a$	$93145.56^a$	$222721.94^a$	$99095.41^a$
<b>JV</b>						
Minimoa	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.18
Maximoa	1.38	1.52	1.38	1.33	1.63	0.85
batez-bestekoa	0.05	0.07	0.02	$7 \cdot 10^{-3}$	0.04	0.04
Mediana	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
Db. st.	0.11	0.13	0.08	0.05	0.11	0.07
Asimetria	$4.13^a$	$4.28^a$	$7.30^a$	$11.09^a$	$5.25^a$	$3.10^a$
Kurtosia (Ge.)	$26.29^a$	$29.07^a$	$79.97^a$	$170.22^a$	$41.66^a$	$19.25^a$
J-B	$124246.43^a$	$150210.67^a$	$1081122.71^a$	$4820201.44^a$	$301745.01^a$	$66935.15^a$
<b>JV/RV (%)</b>	31.09	65.68	9.60	3.71	24.61	20.47

Db. st., desbiderapen estandarra; Kurtosia (Ge.), Gehiegizko kurtosia; J-B, normaltasun Jarque-Bera testa.  $a$ -k (asimetriarik eza, gehiegizko kurtosi eza eta banaketa normala) izatearen hipotesi nulua baztertzea %1 esanguratasun mailan adierazten du.

RV-ren batez-bestekoak, mediana eta desbiderazio estandarra, espero zitekeen bezala, CV eta JV-renak baino handiagoak dira. RV-ren balio minimoa CV-renaren berdina edo handiagoa da. RV, CV eta JV-ren banaketek gehiegizko kurtosia eta asimetria positiboa erakusten dituzte, hau da, banaketa leptokurtikoa daukate eta batez-besteko balioak medianak baino txikiagoak dira. Ondorioz, ez dute banaketa normala jarraitzen.

CV-ren batez-bestekoa JV-rena baino handiagoa da MIN eta MED testak aplikatzean, aldagarritasun osoari JV-k egiten dion ekarpen erlatiborik txikiena (%9.60 eta %3.71, hurrenez hurren) duten testak direlako. Balioen tartea zabalagoa da CV-rentzat JV-rentzat baino, CPR testarentzat izan ezik, non JV-k RV-ri egiten dion ekarpen erlatiboa (%65.68) den. Azken hau, hain zuzen ere, ekarpen erlatibo handiena egiten dion testa da. CPR testa erabiliz CV-rentzat lortutako desbiderapen estandarra JV-rena baino txikiagoa da, baina kontrakoa gertatzen da gainerako testetan.

Lortutako emaitzak testuinguruan jarritz, Chan et al. (2008)-ek Hegoaldeko Gales Berriko merkatuan saltoak aldagarritasun osoaren %5.21 direla eta Hego Australiako merkatuan %10.85-a direla frogatzen dute. Aitzitik, Ciarreta eta Zarraga (2016)-ek Espainiako egun-arteko argindar merkatuko saio desberdinetan saltoen proportzio erlatiboa %11.53 eta %25.88-ren artean dagoela erakusten dute.

aukeratutako  $\alpha$ .

2.5 Taulak test bikote bakoitzak hautematen dituen salto-egun guztien laginetik bi testetan batera antzematen diren saltoen ehunekoak erakusten du.

Taula 2.5: Testetan batera hautemandako salto egunen ehunekoak.

	BNS	CPR	MIN	MED	LM	JO
BNS	42.15					
CPR	42.15	66.28				
MIN	7.85	8.81	8.86			
MED	2.85	2.93	2.09	2.93		
LM	15.44	21.17	4.08	1.48	26.77	
JO	29.24	44.68	6.32	2.29	18.06	64.44

2.5 Taulako elementu diagonalak egun guztien artean test bakoitzak atzemandako jauzi-egunen ehunekoak dira. Diagonalez kanpoko elementuak test bikote bakoitzak hautematen dituen salto-egun guztien laginetik bi testetan batera antzematen diren saltoen ehunekoak dira. Zero errentagarritasunen presentziak eta errentagarritasunen bolatilitate altuak (begiratu 2.1 Irudia) salto-testen emaitzak baldintzatzen dituzte. CPR eta BNS testek jauzi-egun gisa egunen %66.28-a eta %42.15-a antzematen dituzte, hurrenez hurren. Bi test hauek zero edo zerotik gertuko errentagarritasunen eragina nabaritzen dute eta beraz, alborapen horrek BV-ren balioa murrizten du jauzi gehiegi antzemanen. Azpimarratu behar da BNS-k atzemandako jauzi egun guztiak CPR-ek ere antzematen dituela, eta salto-testak eratzeko moduagatik gertatzen da hau. Biek IV-a multi-ahalmeneko aldagarritasuna erabiliz estimatzen dute, CPR testak, ordea, atalase bat ezartzen du IV-ren estimatzailearen balioa murriztuz eta, ondorioz, jauzi egun gehiago antzematen ditu. Bestalde, MIN eta MED testek zero errentagarritasunen eragin txikiagoa jasaten dute, eta hauexek dira, hain zuzen ere, jauzi-egun gutxien hautematen (%8.86-a eta %2.93-a, hurrenez hurren) dituzten testak. Gainera, orokorrean, antzemandako salto-egunak gainontzeko testek ere hautematen dituzte. JO-k egunen %64.44-a sailkatzen du salto-egun gisa. Jauzi-egun kopuru handi hori, prezio aldaketa handiak gertatzen direnean, errentagarritasun aritmetikoen eta logaritmikoen arteko aldea askotan handia delako antzematen da. Errentagarritasunen bolatilitate handia dela eta, prezio aldaketak askotan izaten dira handiak. Azkenik, LM-ek tokiko BV erabiltzen du errentagarritasunak estandarizatzeko eta horrek, tokiko bolatilitatean eragin dezake. K-ren balioak egun bateko behaketak baino gehiago erabiltzen ditu eta horrek, tokiko bolatilitatea handitzea ekar dezake, non taldeka sailkatutako bolatilitatea dela medio, jauzi-egun gutxiago detektatuko lirateke. Gainerako testekin alderatzean, JO eta LM testek hautemandako baterako salto-egunak irregularrak dira. Azkenik, kontuan izan behar da CPR eta JO direla RV-ren balio handiak (maximoa barne) salto gisa hautematen dituzten test bakarrak<sup>10</sup>.

Jauzi-testen esanguratasun maila baxua ( $\alpha = 0.01$ ) den arren, CPR eta JO testek salto-egun portzentaje handia hautematen dute. Horrek zalantzak sor ditzake jauziak ezohiko gertakariak direla baieztatzerakoan. Beraz, emaitzak kontu handiz hartu beharko lirateke test horiek alboratuta egotearen ondorioz jauzi-egun gehiegi hauteman baititzakete.

<sup>10</sup>Muturreko hornidura-kolpeek, esaterako Fukushima-Daichiiko hondamendi nuklearrak ez zuen errentagarritasunetan eragin berezirik izan, shocka ez zelako prezioen gorabehera handi gisa nabaritu. Hori dela eta, testek ez dute egun jakin horretan jauzirik antzematen.

Literaturan emaitza ezberdinak aurki daitezke. Adibidez, Qu et al. (2016)-ek jauzi-egunak egunen %34 direla aurkitzen dute Australiako Hegoaldeko Gales Berriko elektrizitate merkatuan. Haugom et al. (2011)-ek Nord Pooleko etorkizuneko argindar merkatuan %38.7-ko eta %47.3-ko salto-eguneko portzentajea dagoela baieztatzen dute hiruhileko eta urteko kontratuetan, hurrenez hurren. Hala ere, egile guztiek BNS testa bakarrik erabiltzen dute jauziak hautemateko. Azkenik, Ciarreta et al. (2017)-ek BNS, ADS (MED) eta CPR jauzi-testak aplikatzen dituzte EPEX merkatuan eta salto-egunen portzentajeak tarte zabala hartzen duela aurkitzen dute MED testarekin hautemandako %0.48-tik CPR testak hautemandako %38.41-ra.

## 2.5 Estimazioa eta aurreikuspen emaitzak

HAR ereduak  $RV_t$  aurreikusteko erabiltzen ditugu eta jauzi-test desberdinak erabiltzen ditugu deskonposizioa burutzeko. Ondoren, HAR-RV-JV eta HAR-CV-JV ereduak ere estimatzen ditugu<sup>11</sup>. Estimazio emaitzak 2.6 Taulan agertzen dira.

Taula 2.6: HAR ereduaren estimazio emaitzak.

HAR-RV		HAR-RV-JV					
		BNS	CPR	MIN	MED	LM	JO
$\widehat{\beta}_0$	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.03 <sup>a</sup>
$\widehat{\beta}_1$	0.34 <sup>a</sup>	0.37 <sup>a</sup>	0.43 <sup>a</sup>	0.33 <sup>a</sup>	0.34 <sup>a</sup>	0.35 <sup>a</sup>	0.27 <sup>a</sup>
$\widehat{\beta}_2$	0.30 <sup>a</sup>	0.30 <sup>a</sup>	0.29 <sup>a</sup>	0.31 <sup>a</sup>	0.31 <sup>a</sup>	0.30 <sup>a</sup>	0.31 <sup>a</sup>
$\widehat{\beta}_3$	0.23 <sup>a</sup>	0.24 <sup>a</sup>	0.24 <sup>a</sup>	0.23 <sup>a</sup>	0.23 <sup>a</sup>	0.24 <sup>a</sup>	0.21 <sup>a</sup>
$\widehat{\lambda}_1$	-	-0.08	-0.14 <sup>b</sup>	0.08	0.14	-0.02	0.30 <sup>a</sup>
AIC	-4034.92	-4041.35	-4061.73	-4038.88	-4042.71	-4029.96	-4068.73
		HAR-CV-JV					
		BNS	CPR	MIN	MED	LM	JO
$\widehat{\theta}_0$		0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.02 <sup>a</sup>	0.03 <sup>a</sup>
$\widehat{\theta}_1$		0.37 <sup>a</sup>	0.42 <sup>a</sup>	0.33 <sup>a</sup>	0.34 <sup>a</sup>	0.35 <sup>a</sup>	0.27 <sup>a</sup>
$\widehat{\theta}_2$		0.29 <sup>a</sup>	0.29 <sup>a</sup>	0.30 <sup>a</sup>	0.30 <sup>a</sup>	0.30 <sup>a</sup>	0.28 <sup>a</sup>
$\widehat{\theta}_3$		0.27 <sup>a</sup>	0.25 <sup>a</sup>	0.26 <sup>a</sup>	0.24 <sup>a</sup>	0.24 <sup>a</sup>	0.21 <sup>a</sup>
$\widehat{\lambda}_1$		0.29 <sup>a</sup>	0.28 <sup>a</sup>	0.42 <sup>a</sup>	0.49 <sup>a</sup>	0.33 <sup>a</sup>	0.54 <sup>a</sup>
$\widehat{\lambda}_2$		0.32 <sup>a</sup>	0.29 <sup>a</sup>	0.35 <sup>a</sup>	0.31 <sup>b</sup>	0.29 <sup>a</sup>	0.38 <sup>b</sup>
$\widehat{\lambda}_3$		0.19 <sup>b</sup>	0.23 <sup>b</sup>	0.06	0.11	0.24 <sup>b</sup>	0.20
AIC		-4038.09	-4057.84	-4037.54	-4039.46	-4025.97	-4065.59

HAR-RV (2.1) ekuazioa, HAR-RV-JV (2.2) ekuazioa eta HAR-CV-JV (2.3) ekuazioa jarraitzen duten ereduaren estimazioa, jauzi-test bakoitzerako. *a* eta *b*-k %1 eta %5 esanguratasun maila adierazten dute, hurrenez hurren.

HAR-RV ereduaren, (2.1) ekuazioan, estimatutako koefiziente guztiak positiboak eta esanguratsuak dira, bolatilitatearen iraunkortasun luzea erakutsiz.  $RV_t$ -n aurreko egunaren eraginaren tamaina nabarmenena da, eta ondoren, asteko eta hileko batez-besteko gauzatutako bolatilitatearen eragina dator. Izan ere, bolatilitate pilaketan presentzia denbora horizontea luzatu ahala gutxitzen doa. Emaitza hau, salto aldagarritasuna ereduaren sartzen denean,

<sup>11</sup>RV autokorrelazio altuko serie bat da eta autokorrelazio oso abiadura motelean murrizten da. Hilabete bat baino gehiago atzeratutako  $RV_t$ ,  $JV_t$  eta  $CV_t$ -ren horizonteak ere ereduaren aldagai azaltzaile gisa sartzea probatu da, baina esanguratsuak ez direnez, kontuan hartzen den horizonte altuena hilabetekoa da.

(2.2) ekuazioa, ere betetzen da, aplikatutako salto-test gehienetarako. Jauzi aldagarritasuna CPR eta JO salto-testak erabiltzen direnean soilik da estatistikoki esanguratsua, hain zuzen ere, jauzi-egun gehien hautematen dituzten testak dira hauexek. Saltoen estimatutako koefizientea CPR testa erabiltzen denean negatiboa da ( $\hat{\lambda}_1 = -0.14$ ), atzeratutako jauziek  $RV_t$ -a murrizten laguntzen dutela erakutsiz. Saltoen estimatutako koefizientea, aldiz, JO testarekin positiboa da ( $\hat{\lambda}_1 = 0.30$ ), atzeratutako jauziek  $RV_t$ -a areagotzen laguntzen dutela iradokiz. Hala ere,  $RV_t$ -ren egun bakarreko atzerapenaren koefizientearen balioa CPR testarekin ( $\hat{\beta}_1 = 0.43$ ) JO testarekin ( $\hat{\beta}_1 = 0.27$ ) baino handiagoa da. Beraz, azken finean, saltoen eragina  $RV_t$ -n antzekoa da.

HAR-CV-JV ereduari ((2.3) ekuazioa) erreparatuz, CV-ren estimatutako koefizienteak ere positiboak eta esanguratsuak dira, bolatilitatearen iraunkortasun handia erakutsiz. HAR-RV ereduan bezala, atzerapena handitu ahala eragina gutxitu egiten da. JV-ren kasuan, aurreko eguneko jauzien efektua, oro har, asteroko batez-besteko efektua baino handiagoa da, eta hileko batez-besteko efektua baino askoz handiagoa (azken hau, ez da esanguratsua salto-test batzuetarako). Izan ere, jauzien epe laburreko eragina beren epe laburreko izaerarekin bat dator. AIC irizpidearen arabera, eredurik onena HAR-RV-JV da JO-ren salto deskonposizioarekin.

Bestalde, HAR motako ereduaren errore terminoek heterozedastizitate baldintzatua erakusten dute. Ljung-Box testaren arabera, GARCH motako berrikuntzen erabilera eredu guztietan dago justifikatuta. Hori dela eta, HAR-RV, HAR-RV-JV eta HAR-CV-JV ereduak berriro estimatzen dira oraingoan GARCH motako hainbat berrikuntza sartuz ((2.4), (2.5) eta (2.6) ekuazioak). 2.7 Taulan IGARCH berrikuntzen estimazio-emaitzak agertzen dira<sup>12</sup>.

IGARCH ekuazioaren estimatutako koefizienteak positiboak dira eredu guztietarako. HAR-RV eta HAR-RV-JV ereduetan  $RV_t$  oso iraunkorra da, estimatutako koefiziente guztiak esanguratsuak eta positiboak direlako. Asteko batez-besteko RV-ren eragina handiagoa da aurreko eguneko behaketarena baino eta horrek, bolatilitate pilaketak aste betekoak direla esan nahi du. Emaitza hori GARCH berrikuntzarik ez duten ereduetarako lortutakoaren aurkakoa da. Saltoen estimatutako koefizientea,  $\hat{\lambda}_1$ , esanguratsua da %5-eko esanguratasun mailarekin BNS, CPR eta JO testak erabiltzen direnean. Atzeratutako RV-ren eragina handiagoa denez, estimatutako salto koefizientearen zeinua negatiboa da BNS eta CPR testetan. Kontrakoa gertatzen da, ordea, JO testarekin.

HAR-CV-JV ereduan atzeratutako CV-ren estimatutako koefiziente guztiak esanguratsuak eta positiboak dira eta, oro har, aurreko asteko CV-ak aurreko egunekoak baino efektu handiagoa du. Salto osagaiaren estimatutako koefizientearen eragina nabarmenki positiboa da eta, CV-ren kasuan bezala, asteko batez-bestekoaren eragina handiagoa da  $RV_t$ -rentzat aurreko eguneko eragina baino.  $RV_t$ -n JV-ren hilabeteko batez-bestekoaren eragina txikia da eta ez da esanguratsua jauzi-test batzuetan.

AIC irizpideari dagokionez, IGARCH berrikuntzak sartzen direnean lortutako irabaziak argiak dira. Kasu honetan, hautatutako eredu onena HAR-CV-JV da, RV deskonposatzeko

<sup>12</sup>Gainerako GARCH berrikuntzen estimazio-emaitzak ez dira erakusten, estimatutako GARCH koefizienteek ez dutelako baldintza-gabeko bariantza finitua izateko irizpidea betetzen. Dena den, IGARCH berrikuntzak dituzten ereduak EGARCH berrikuntzak dituzten ereduak baino emaitza hobek lortzen dituzte. Salbuespen bakarra MIN testarekin gertatzen da. Kasu honetan, EGARCH berrikuntzak dituen HAR-CV-JV ereduak emaitza hobek lortzen ditu IGARCH berrikuntzak dituenak baino.

Taula 2.7: HAR-IGARCH ereduen estimazio emaitzak.

HAR-RV		HAR-RV-JV					
	BNS	CPR	MIN	MED	LM	JO	
$\widehat{\beta}_0$	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>
$\widehat{\beta}_1$	0.35 <sup>a</sup>	0.37 <sup>a</sup>	0.40 <sup>a</sup>	0.35 <sup>a</sup>	0.35 <sup>a</sup>	0.37 <sup>a</sup>	0.30 <sup>a</sup>
$\widehat{\beta}_2$	0.41 <sup>a</sup>	0.41 <sup>a</sup>	0.40 <sup>a</sup>	0.41 <sup>a</sup>	0.41 <sup>a</sup>	0.40 <sup>a</sup>	0.43 <sup>a</sup>
$\widehat{\beta}_3$	0.17 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	0.17 <sup>a</sup>	0.17 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	0.15 <sup>a</sup>
$\widehat{\lambda}_1$	-	-0.08 <sup>a</sup>	-0.11 <sup>a</sup>	-0.03	-0.01	-0.06 <sup>c</sup>	0.20 <sup>a</sup>
$\widehat{\alpha}_0$	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>
$\widehat{\alpha}$	0.18 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>
AIC	-6627.93	-6634.01	-6644.63	-6627.17	-6625.97	-6626.51	-6650.06
		HAR-CV-JV					
	BNS	CPR	MIN	MED	LM	JO	
$\widehat{\theta}_0$	0.01 <sup>a</sup>	0.007 <sup>b</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>	0.01 <sup>a</sup>
$\widehat{\theta}_1$	0.37 <sup>a</sup>	0.40 <sup>a</sup>	0.35 <sup>a</sup>	0.34 <sup>a</sup>	0.36 <sup>a</sup>	0.29 <sup>a</sup>	
$\widehat{\theta}_2$	0.39 <sup>a</sup>	0.38 <sup>a</sup>	0.40 <sup>a</sup>	0.41 <sup>a</sup>	0.41 <sup>a</sup>	0.42 <sup>a</sup>	
$\widehat{\theta}_3$	0.24 <sup>a</sup>	0.25 <sup>a</sup>	0.21 <sup>a</sup>	0.20 <sup>a</sup>	0.21 <sup>a</sup>	0.16 <sup>a</sup>	
$\widehat{\lambda}_1$	0.30 <sup>a</sup>	0.29 <sup>a</sup>	0.31 <sup>a</sup>	0.36 <sup>a</sup>	0.33 <sup>a</sup>	0.50 <sup>a</sup>	
$\widehat{\lambda}_2$	0.44 <sup>a</sup>	0.42 <sup>a</sup>	0.48 <sup>a</sup>	0.39 <sup>a</sup>	0.41 <sup>a</sup>	0.46 <sup>a</sup>	
$\widehat{\lambda}_3$	0.10 <sup>c</sup>	0.13 <sup>a</sup>	-0.01	-0.04	0.13 <sup>b</sup>	0.08	
$\widehat{\alpha}_0$	0.001 <sup>a</sup>	0.0001 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	0.0004 <sup>a</sup>	
$\widehat{\alpha}$	0.19 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.19 <sup>a</sup>	0.18 <sup>a</sup>	
AIC	-6633.60	-6643.60	-6628.17	-6627.01	-6624.61	-6646.44	

HAR-RV (2.1) ekuazioa, HAR-RV-JV (2.2) ekuazioa eta HAR-CV-JV (2.3) ekuazioa jarraitzen duten ereduen estimazioa, jauzi-test bakoitzerako. *a*, *b* eta *c*-k %1, %5 eta %10 esanguratasun maila adierazten dute, hurrenez hurren.

JO-k proposatutako testa erabiliz. RV-n unitate baten igoerak hurrengo eguneko RV-ren  $0.30 + 0.43/7 + 0.15/30 = 0.37$ -ko igoera dakar jauzirik ez dagoenean, eta 0.20 aldiz jauziaren tamaina saltoa badago.

Eredu desberdinen laginketaz kanpo aurreikusteko gaitasuna batez-besteko errore karratuaren erroaren (RMSE) bitartez neurtzen da<sup>13</sup>. Laginez kanpoko irizpideak kalkulatzeko laginetik kanpo uzten ditugu azken sei hilabeteak (2015eko uztailaren 1etik 2015eko abenduaren 31ra) eta azken hamabi hilabeteak (2015eko urtarrilaren 1etik 2015eko abenduaren 31ra). Ereduak gainerako behaketak kontuan hartuta estimatzen ditugu, modu errekurtsiboan, lagin barruko behaketen luzera duen leiho mugikor bat erabiliz. Leiho mugikor bakoitzean hurrengo eguneko bolatilitatea aurreikusten da<sup>14</sup>. RMSE irizpidearen emaitzak 2.8 Taulan daude eskuragarri.

Eredu bakoitzean laginez kanpoko aurreikuspenen zehaztasuna altuagoa da IGARCH berrikuntzak sartzean edozein jauzi-testerako. IGARCH berrikuntzak dituzten ereduen artean, sei hilabete laginetik kanpo geratzen direnean, gutxieneko RMSE balioa HAR-RV-JV ereduak

<sup>13</sup>  $RMSE = \sqrt{\frac{1}{F} \sum_{t=1}^F (RV_t - \widehat{RV}_t)^2}$ , non *F* aurreikusitako behaketa kopurua eta  $\widehat{RV}_t$  RV-ren aurreikusitako balioa diren. MAE (batez-besteko errore absolutua) eta MAPE (batez-besteko errore absolutuaren ehuneko) irizpideak ere kalkulatu dira. Emaitzak bat datoz RMSE irizpidearekin lortutako emaitzekin.

<sup>14</sup> Ereduei urrats bakoitzean behaketa berri bat gehituz ere kalkulatu da RMSE irizpidea era errekurtsiboan. Ereduen aukeraketa ez da aldatzen bide hau jarraituz.

Taula 2.8: RMSE irizpidea.

	6 hilabete	12 hilabete
HAR-RV	0.2098	0.1580
HAR-CV-JV BNS	0.2097	0.1580
HAR-CV-JV CPR	0.2099	0.1578
HAR-CV-JV MIN	0.2121	0.1602
HAR-CV-JV MED	0.2105	0.1587
HAR-CV-JV LM	0.2107	0.1589
HAR-CV-JV JO	0.2059	0.1555
HAR-RV-JV BNS	0.2090	0.1574
HAR-RV-JV CPR	0.2099	0.1580
HAR-RV-JV MIN	0.2115	0.1598
HAR-RV-JV MED	0.2103	0.1585
HAR-RV-JV LM	0.2102	0.1583
HAR-RV-JV JO	0.2056	0.1553
HAR-RV-IGARCH	0.2086	0.1572
HAR-CV-JV-IGARCH BNS	0.2077	0.1567
HAR-CV-JV-IGARCH CPR	0.2089	0.1572
HAR-CV-JV-IGARCH MIN	0.2084	0.1571
HAR-CV-JV-IGARCH MED	0.2092	0.1574
HAR-CV-JV-IGARCH LM	0.2093	0.1577
HAR-CV-JV-IGARCH JO	0.2054	<b>0.1550</b>
HAR-RV-JV-IGARCH BNS	0.2074	0.1564
HAR-RV-JV-IGARCH CPR	0.2087	0.1572
HAR-RV-JV-IGARCH MIN	0.2082	0.1569
HAR-RV-JV-IGARCH MED	0.2086	0.1571
HAR-RV-JV-IGARCH LM	0.2091	0.1574
HAR-RV-JV-IGARCH JO	<b>0.2053</b>	<b>0.1550</b>

Beltzez agertzen diren balioek emaitzarik onena duen eredu

adierazten dute.

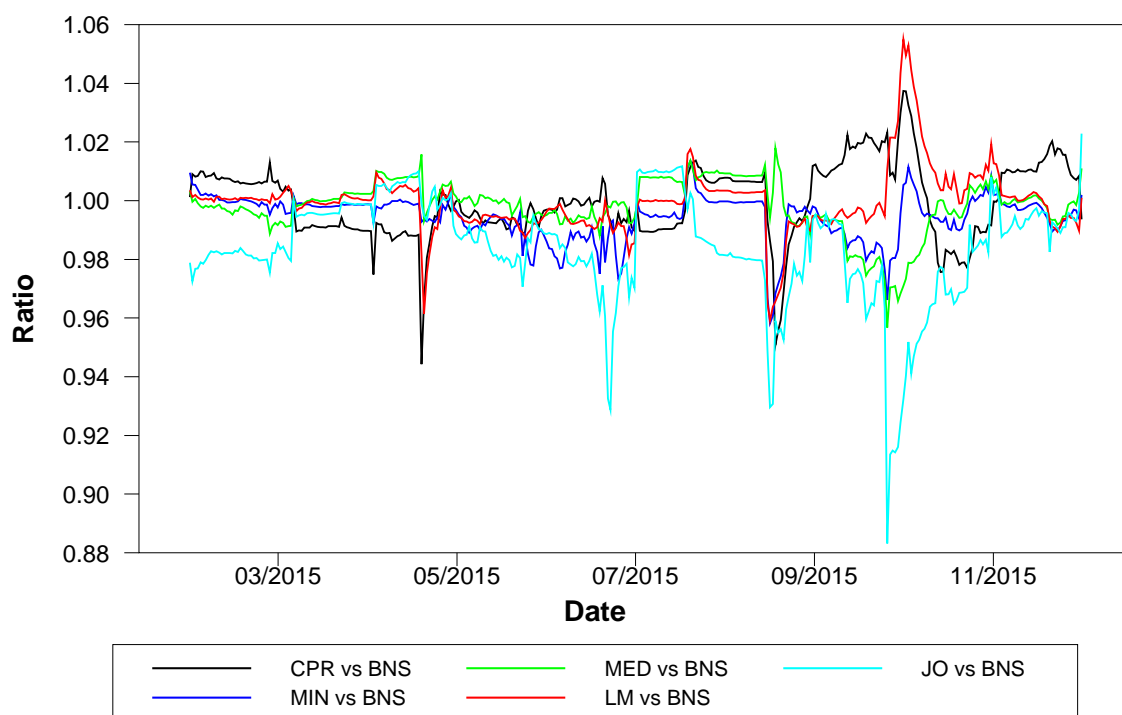
JO jauzi-testa erabiliz lortzen du. Eredu hau eta HAR-CV-JV eredu

30 behaketako leih

2.2 Irudiak IGARCH berrikuntzekin eta l



Irudia 2.2: RMSE ratio mugikorra HAR-CV-JV ereduarentzat IGARCH berriztapenekin.



Azkenik, eredu bikote desberdinen arteko laginetik kanpoko aurreikuspen zehaztasun konparatzeko Andersen et al. (2003) metodologia ere erabiltzen da. Iripide honekin, jauzi-test guztietarako laginaren azken sei hilabeteetan RV aurreikustean, HAR-RV-JV ereduaren HAR-RV ereduaren baino hobeago dela ondorioztatzen da. HAR-CV-JV ereduaren LM testa erabiliz ere RV-ren deskonposaketarik ez duen ereduaren baino hobeago da. HAR-CV-JV ereduaren aurreikuspen hobeak ere agerian geratzen dira IGARCH berrikuntzak sartzean, jauzi-test guztietarako. Azken kasu honetan, JO-k MED-ek baino aurreikuspen hobeak eskaintzen ditu.

Laginez kanpoko urtebeteko aurreikuspenetan, Andersen et al. (2003)-ren metodologiaren bitartez lortutako emaitza argi bakarra, JO deskonposizioa erabiliz HAR-CV-JV eta HAR-RV-JV ereduak HAR-RV ereduaren gainditzen dutela da. Beste espero gabeko emaitza bat, JO testa erabiliz IGARCH berrikuntzarik erabili gabe egindako RV-ren aurreikuspenak hobeak direla da. Azkenik, HAR-RV-JV ereduari eta IGARCH berrikuntzei dagokienez, JO-k MED-ek baino aurreikuspen hobeak eskaintzen ditu.

Laburbilduz, lagin barruko eta laginetik kanpoko aurreikuspenek erakusten dute garrantzitsua dela jauziak aldagai azaltzaile gisa sartzea RV-ren atzerapenekin batera, azken hau, bolatilitatearen iraunkortasuna aintzat hartzeko. IGARCH berrikuntzak ere, heterozedastizitate baldintzatua dagoenez, garrantzitsuak dira. Aurreikuspenik oneneko ereduak RV deskonposatzeko JO jauzi-testa aplikatzen dutela aintzat hartu beharko litzateke. Jauzi egun kopuru handiena hautematen duen testetako bat da JO. Beraz, emaitza honek zalantzan jartzen du salto-testak jauzi gehiago antzemateak lagin barruko eta kanpoko behaketak aurreikusteko gaitasun handiagoa izatea eragiten duen. Hala ere, galdera honi erantzuteak azterketa sakonago bat eskatzen du, etorkizunean erantzun beharreko galdera gisa uzten duguna.

## 2.6 Ondorioak

Isolamenduak Japoniako argindar merkatuko erregulatzaileei errezeloa ematen zien herrialdeko elektrizitate merkatua liberalizatzeko, gainontzeko herrialde garatuetan 90.hamarkadaren amaieran egin zen bezala. Japoniako elektrizitate merkatuaren liberalizazioa 2005ean hasi zen ordu erdiko eguneroko merkatua abiaraziz. Ondorioz, prezioen bolatilitatea eta jauziak, guztiz araututako ingurune batekin alderatuz, non denbora tarte jakin baterako prezioak erregulatzaileek zehazten zituzten, ugaritu egin ziren. Merkatuaren garrantzia 2016an eguneroko posizioa egokitzeko egun-arte merkatua martxan jarriz nabarmendu zen. Azkenik, etorkizuneko merkatuek gero eta garrantzia handiagoa dute. Hori guztia dela eta, merkatuko parte-hartzaileek aurreikuspenen bitartez prezioen bolatilitatea nolakoa izango den jakin behar dute, eguneroko merkatuetako arriskua kudeatzeko.

Japoniako argindar prezioen ezaugarriek bolatilitate ikusezinaren estimatzaile gisa gauzatutako bolatilitatea erabiltzea ahalbidetzen dute. Gauzatutako bolatilitatea erabiltzen duten ereduak, maiztasun handiko datuak eskuragarri dauden merkatuetan, bolatilitatea aurreikusteko tresna baliagarriak direla argi ikusi da literaturan. Bolatilitatearen deskonposaketak, esperotako eta espero ez den bolatilitatea etengabeko aldagarritasuna eta jauzia osagaietan bereiztea ahalbidetzen du. Gure lanean sei test estatistiko ezberdin erabiltzen ditugu gauzatutako bolatilitatean jauziak antzemateko. Hainbat test zero errentagarritasunen (%25.44) presentziarekiko sentikorrek direnez, jauzi egunen identifikazioan tarte zabala dago %2.93-aren eta %66.28-aren artean. Gauzatutako bolatilitatearen estimazio eta aurreikuspen ahalmena alderatzen ditugu eredu bakoitzerako. Gauzatutako bolatilitatearen atzerapenak, jauziak edo bolatilitatearen deskonposizioaren osagaiak aldagai azaltzaile gisa dituzten ereduak konparatzen ditugu. GARCH egituren erabilera zuzena dela frogatu ondoren, ereduaren errore terminoan sartzen ditugu. Emaitzek, bolatilitatearen osagai etengabea iraunkorra eta saltoen osagaia iraupen laburrekoa dela erakusten dute. Bai lagin barneko eta bai laginez kanpoko aurreikuspen ahalmen onena, JO jauzi-testa erabiliz RV deskonposatzen duten eta IGARCH berrikuntzak barne hartzen dituzten ereduak dute. Azken honek, heterozedastizitate baldintzatua modelizatzearen garrantzia azpimarratzen du. Lagin barneko eta kanpoko aurreikuspen onenak eskaintzen dituen ereduak HAR-RV-JV da. Gainera, HAR-CV-JV ereduak ere aurreikuspen onak eskaintzen ditu urte bete laginetik kanpo uzten denean.

Argindar merkatuaren erreformek 2016ko apirilean egindako txikizkako lehiaren erabateko liberalizazioarekin jarraitu zuten. EPCO-ak 2020rako desagertuta egongo direla aurreikusten da. Beraz, JEPX merkatuak oraindik ere protagonismo handiagoa hartuko du. Gure emaitzak garrantzitsuak izan daitezke prezioen aldagarritasunean eta honen modelizazioan interesa duten merkatuko parte-hartzaileentzat. Bolatilitatea ondo aurreikustea bereziki garrantzitsua da, merkatuan lehia handiagoa sustatzen denean azken bezeroak, bai etxeetako eta baita industriakoak ere, prezioen salto eta gehiegizko bolatilitateak babesteko.

## 2.7 Bibliografia

- Aït-Sahalia, Y., Jacod, J., et al. (2009). Testing for jumps in a discretely observed process. *The Annals of Statistics*, 37(1):184–222.
- Andersen, T. G. & Bollerslev, T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International economic review*, pages 885–905.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., & Diebold, F. X. (2007a). Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling, and forecasting of return volatility. *The review of economics and statistics*, 89(4):701–720.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., & Labys, P. (2003). Modeling and forecasting realized volatility. *Econometrica*, 71(2):579–625.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., & Dobrev, D. (2007b). No-arbitrage semi-martingale restrictions for continuous-time volatility models subject to leverage effects, jumps and iid noise: Theory and testable distributional implications. *Journal of Econometrics*, 138(1):125–180.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Frederiksen, P., & Ørregaard Nielsen, M. (2010). Continuous-time models, realized volatilities, and testable distributional implications for daily stock returns. *Journal of Applied Econometrics*, 25(2):233–261.
- Andersen, T. G., Dobrev, D., & Schaumburg, E. (2012). Jump-robust volatility estimation using nearest neighbor truncation. *Journal of Econometrics*, 169(1):75–93.
- Barndorff-Nielsen, O. E. & Shephard, N. (2004). Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps. *Journal of financial econometrics*, 2(1):1–37.
- Barndorff-Nielsen, O. E. & Shephard, N. (2006). Econometrics of testing for jumps in financial economics using bipower variation. *Journal of financial Econometrics*, 4(1):1–30.
- Baxter, M. & King, R. G. (1999). Measuring business cycles: approximate band-pass filters for economic time series. *Review of economics and statistics*, 81(4):575–593.
- Chan, K. F., Gray, P., & van Campen, B. (2008). A new approach to characterizing and forecasting electricity price volatility. *International Journal of Forecasting*, 24(4):728–743.
- Christiano, L. J. & Fitzgerald, T. J. (2003). The band pass filter. *international economic review*, 44(2):435–465.
- Ciarreta, A., Muniain, P., & Zarraga, A. (2017). Modeling and forecasting realized volatility in German–Austrian continuous intraday electricity prices. *Journal of Forecasting*, 36(6):680–690.
- Ciarreta, A. & Zarraga, A. (2016). Modeling realized volatility on the Spanish intra-day electricity market. *Energy Economics*, 58:152–163.
- Corsi, F. (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7(2):174–196.

- Corsi, F., Mittnik, S., Pigorsch, C., & Pigorsch, U. (2008). The volatility of realized volatility. *Econometric Reviews*, 27(1-3):46–78.
- Corsi, F., Pirino, D., & Reno, R. (2010). Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting. *Journal of Econometrics*, 159(2):276–288.
- Cramton, P. (2017). Electricity market design. *Oxford Review of Economic Policy*, 33(4):589–612.
- Dumitru, A.-M. & Urga, G. (2012). Identifying jumps in financial assets: a comparison between nonparametric jump tests. *Journal of Business & Economic Statistics*, 30(2):242–255.
- Haugom, E., Westgaard, S., Solibakke, P. B., & Lien, G. (2011). Realized volatility and the influence of market measures on predictability: Analysis of Nord Pool forward electricity data. *Energy Economics*, 33(6):1206–1215.
- Hausman, J. A. (1978). Specification tests in econometrics. *Econometrica: Journal of the econometric society*, pages 1251–1271.
- Huang, X. & Tauchen, G. (2005). The relative contribution of jumps to total price variance. *Journal of financial econometrics*, 3(4):456–499.
- Jiang, G. J. & Oomen, R. C. (2008). Testing for jumps when asset prices are observed with noise—a swap variance approach. *Journal of Econometrics*, 144(2):352–370.
- Lee, S. S. & Mykland, P. A. (2007). Jumps in financial markets: A new nonparametric test and jump dynamics. *The Review of Financial Studies*, 21(6):2535–2563.
- Mancini, C. (2009). Non-parametric threshold estimation for models with stochastic diffusion coefficient and jumps. *Scandinavian Journal of Statistics*, 36(2):270–296.
- Ofuji, K. & Tatsumi, N. (2016). A count model analysis of traded contracts in the JEPX forward market. *Electrical Engineering in Japan*, 194(4):10–18.
- Qu, H., Chen, W., Niu, M., & Li, X. (2016). Forecasting realized volatility in electricity markets using logistic smooth transition heterogeneous autoregressive models. *Energy Economics*, 54:68–76.
- Shleifer, A. (1985). A theory of yardstick competition. *The RAND Journal of Economics*, pages 319–327.
- Tauchen, G. & Zhou, H. (2011). Realized jumps on financial markets and predicting credit spreads. *Journal of Econometrics*, 160(1):102–118.
- Ullrich, C. J. (2012). Realized volatility and price spikes in electricity markets: The importance of observation frequency. *Energy Economics*, 34(6):1809–1818.

# 3

## Saltoak eta kosaltoak elektrizitate prezio aurreikuspenetan: Austria eta Alemaniako eguneroko merkatuan

### 3.1 Sarrera

Argindarraren merkatuen liberalizazioarekin elektrizitatearen prezioen eraketa ulertzeko beharra sortu zen. Prezioak egoki modelizatuta daudenean, eredu horiekin aurreikuspen zehatzak eskuratzen dira. Epe laburrean, merkatuko parte-hartzaileek aurreikuspen horiek kontsumo eta produkzio erabakiak optimizatzeko seinale gisa erabiltzen dituzte. Beraz, argindar prezioen dinamika hobeto ulertzea funtsezkoa da. Hala ere, elektrizitatea gorde ezin daitekeen ondasun bat denez, argindar prezioek produktu finantzarioekin alderatuta ezaugarri berezi batzuk daukate. Elektrizitatearen prezioak bolatilitate altuko eta salto ugaridun serieak dira, eta batez-bestekora itzultzeko joera, urtarokotasuna eta egonkortasuna ere nabarmentzen dira.

Elektrizitatearen prezioen modelizazioan eta aurreikuspenean prezio saltoen modelizazioa funtsezkoa da. Ikerketa artikulu ugari garatu dira saltoen inguruan elektrizitatearen prezioen bolatilitatea modelizatzeko eta aurreikusteko, adibide batzuk Chan et al. (2008) eta Ciarreta et al. (2017) dira. Bi kasuetan, ereduetan jauziak sartuz bolatilitatea modelizatzen eta aurreikusten da eta biek, jauziek bolatilitatearen modelizazio eta aurreikuspenari informazio garrantzitsua gehitzen diotela ondorioztatzen dute. Ciarreta et al. (2018)-ek hainbat test desberdin erabiltzen dituzte jauziak hautemateko, eta Lee eta Mykland (2007) (LM)-k proposatutako jauzi-testak, beste test batzuekin alderatuz, bolatilitatea nahiko ondo aurreikusten duela ondorioztatzen dute. Gainera, Dumitru eta Urga (2012)-k LM jauzi-testak finantza datuak erabiliz bolatilitatearen iragarpen onak egiten dituela frogatzen dute.

Gainera, literatura berri bat ari da garatzen, zeinetan denbora-serieen modelizazioan saltuez gain kosaltoak ere gehitzea proposatzen den. Kosaltoak denbora-serie desberdinetan aldi berean gertatzen diren jauziak dira. Kosaltoen analisiaren inguruko artikulu aitzindarietako bat Gilder et al. (2014) da, non kosaltoak aintzat hartuz stock-prezio desberdinak modelizatzen dituzten.

Argindar prezioen aurreikuspenen zehaztasuna hobetzeko prezioak eraldatu egin daitezke. Ildo horretatik, Uniejewski et al. (2018)-ek elektrizitate merkatu desberdinetan aldagarritasuna egonkortzeko hainbat eraldaketaren aurreikuspen ahalmena egiaztatzen dute. Artikuluaren ondorio nagusia, oro har, banaketa normala erabiliz probabilitatearen eraldaketa integrala (N-PIT) eraldaketa onena dela da.

Argindarraren prezioen modelizazioak eta aurreikuspenek argindar prezioen izaera ziurgabea azaldu nahi dute. Literaturan, elektrizitatearen prezioen modelizazioari dagokionez ikuspegi ugari aplikatu dira. Azken ikerketek aldagai exogenoak dituzten eredu autoerregresiboak dituzte ardatz, hain zuzen ere, ARX ereduak. Ziel eta Weron (2018) artikuluan, aldagai bakarreko eta anitzeko ereduak konparatzen dira, aldagai bakarreko prezioen seriea denbora-serie desberdinetan banatzean datza aldagai anitzeko analisia. Aurreikuspenen zehaztasunean aldagai anitzeko ereduak aplikatuz hobekuntza bat dagoela ondorioztatzen dute. Gainera, estimatzeko kostu konputazionala ere baxuagoa da aldagai anitzeko ereduentzat. ARX ereduak normalean estimatzeko parametro ugari izaten dituzte eta horrek, karratu txikiaren arruntetako estimazioa (OLS) zaildu egiten du. Ondorioz, literaturan murrizketa propietatea duten estimatzaileak aplikatzen dira. Tibshirani (1996) artikuluan esaterako, murrizketa propietatea duen Lasso estimatzailea proposatzen da, hau da, aldagai aukeraketa ahalbide duen estimazio metodoa. Aldiz, Zou eta Hastie (2005)-k sare elastikoa izeneko estimatzailea proposatzen dute. Sare elastikoa OLS estimazio metodoari zigorrak gehituz, Lasso eta Gain zigorrak deiturikoak, aldagai kopurua murrizten duen estimatzailea da. Uniejewski et al. (2016)-ek elektrizitate prezioen aurreikuspenean aldagai hautaketa propietatea duten hainbat estimazio metodo aplikatzen dituzte eta estimazio metodo onena sare elastikoa dela ondorioztatzen dute.

Azkenik, eredu desberdinen aurreikuspen errendimendua ebaluatzen da. Literaturan xede horretarako erabilitako irizpide ohikoenak batez-besteko errore absolutua (MAE) eta batez-besteko errore karratuaren erroa (RMSE) dira. Adibide batzuk Uniejewski et al. (2018) edo Uniejewski et al. (2016)-n aurki daitezke. Ereduen aurreikuspen errendimendua egiaztatu ondoren, bikoteka ereduaren arteko aldearen esanguratasuna konparatzen da Diebold eta Mariano (2002) erabiliz.

Lan honen helburua Alemaniako eta Austriako eguneroko merkatuko elektrizitate prezioak ahalik eta zehatzen aurreikustea da. Alemania eta Austrian likidezia handiena duen merkatua da eguneroko merkatua. Beraz, merkatu honetan eragile askok parte hartzen dute. Eragile horiek etekinak maximizatuko dituen salerosketa estrategiak erabakitzeko seinaleak behar dituzte. Seinale hauek hurrengo egunetarako egindako prezioen aurreikuspenak dira. Kapitulu honetan, jauziek eta kosaltoek elektrizitatearen prezioen modelizazioari eta aurreikuspenari egiten dioten ekarpena aztertzen da.

Azterketa burutzeko bi prezio-serie hartzen dira kontuan: (i) jatorrizko prezioen seriea eta (ii) N-PIT aplikatu ondorengo prezio-serie eraldatua. Jatorrizko eta eraldatutako prezio-serieak 24

denbora-serieetan bereizten dira, eguneko ordu bakoitzari dagozkionak. Beraz, aldagai anitzeko bi serie daude, jatorrizkoa eta eraldatutako prezioen seriea, eta bakoitzak 24 aldagai ditu. Jauzi eta kosaltoen informazioa gehituz, jatorrizko prezioen serieak eraldatutako prezioak bezain ondo aurreikusi dezakeen aztertzen dugu. Estimatuako erreferentzia eredu ARX motako eredu da, Ziel eta Weron (2018)-en fARX (ARX osoa) ereduaren antzekoa. Egileek fARX ereduak elektrizitate prezioen batez-bestekoa egoki estimatzen duela argudiatzen dute, hau da, fARX ereduak estimatu ondoren hondarren batez-bestekoa 0 dela. ARX erreferentzi eredu estimatu ondoren, hondarrak aztertzen dira jauziak eta kosaltoak hautemateko. Jauzi eta kosaltoen analisia hondarretan burutzen da, hondarrak urtarokotasunera egokituta daudelako. Horrela, urtarokotasuneko efektu diren saltoak jauzi esanguratsu gisa hautematea saihesten da.

Jauziak Lee eta Mykland (2007)-ek proposatzen duen moduan hautematen dira. Jauziak antzemateko LM salto-testa erabiltzen dugu, testa eguneroko maiztasuna duten datuetarako aplikagarria izan behar delako. Izan ere, literaturan aplikatutako jauzi-testik ezagunen artean LM-k bakarrik funtzionatzen du eguneroko behaketekin; ikusi adibidez, Ciarreta et al. (2018) eta Dumitru eta Urga (2012). Kosaltoak Gilder et al. (2014) jarraituz kalkulatzen dira. Dakigun neurrian, ez dago beste analisirik planteamendu honi jarraituz jauziak eta kosaltoak hautemateko. Elektrizitate merkatuetan LM jauzi-testa elektrizitate prezioen bolatilitatea aurreikusteko baino ez da aplikatu eta ez dago LM testa aplikatzen duen beste ikerketarik elektrizitatearen prezioak zuzenean aurreikusteko. Gainera, orain arte kosaltoak ez dira elektrizitate merkatuetan aztertu. Kapitulu honetan, kosaltoak egun berean ordu desberdinetan hautematen diren jauziak direnez, ordu desberdinetako jauzien arteko korrelazioa aintzat hartzen da.

Jauziak eta kosaltoak identifikatu ondoren, ARX ereduari jauzi eta kosalto aldagaiak gehitzen zaizkio, ARX-J eta ARX-J-CJ deituriko ereduak eratuz. Hiru ereduak ARX, ARX-J eta ARX-J-CJ sare elastikoaren bidez estimatzen dira. Ondoren, hurrengo zazpi egunak aurreikusten dira. Azkenik, MAE eta RMSE irizpideek aurreikuspenen errendimendua ebaluatzen dute. Ereduen aurreikuspenen arteko aldea bikoteka Diebold eta Mariano (2002) erabiliz alderatzen da.

Gainontzeko atalak honela antolatuta daude: 3.2 atalean azterketa egiteko erabilitako metodologia azaltzen da, 3.2.1 azpiatalean eraldaketa deskribatzen da eta 3.2.2 azpiatalean erabilitako ereduak azaltzen dira. 3.2.3 eta 3.2.4 azpiataletan salto eta kosaltoak nola hautematen diren azaltzen da. 3.2.5 eta 3.2.6 azpiataletan sare elastikoa estimatzailearen deskribapena eta iragarpen prozeduraren azalpena ematen dira. 3.3 atalak azterketan erabilitako datuak deskribatzen ditu. 3.4 atalak eredu eta eraldaketa guztietako aurreikuspen emaitzak erakusten dituen bitartean. Azkenik, 3.5 atalak emaitzak laburbildu eta ondorio nagusiak ateratzen ditu.

## 3.2 Metodologia

Prezioen modelizazioak hainbat pauso jarraitzen ditu. Lehen urratsean, prezioen seriea bariantza egonkortzeko eraldaketa (VST) erabiliz eraldatzen da, eraldaketa honek

aurreikuspenak hobetzeko denbora-seriea leuntzen duelarik. VST-en artean, prezio negatiboetan aplika daitezkeen eraldaketak aztertzen dira. Kapitulu honetan, Uniejewski et al. (2018)-k proposatutako N-PIT eraldaketa erabiltzen da<sup>1</sup>. Ondoren, bi serieak eguneko ordu bakoitzari dagozkion 24 prezio serietan bereizten ditugu<sup>2</sup>. Lehenik ARX ereduak estimatzen da sare elastikoa erabiliz. Hurrengo urratsa, ARX ereduaren hondarretan saltoak hautematea da. Horretarako, Lee eta Mykland (2007)-k proposatutako jauzi-testa aplikatzen da. 24 denbora-serie bakoitzeko jauzi guztiak identifikatu ondoren, kosaltoak atzematen dira Gilder et al. (2014) jarraituz. Azkenik, kapitulu honetan proposatutako bi ereduak estimatzen dira, ARX-J eta ARX-J-CJ.

Ereduak estimatu ondoren, aurreikuspenak egiten dira. MAE eta RMSE irizpideek aurreikusitako balioen zehaztasuna ebaluatzen dute eta azkenik, aurreikuspenen errendimendua bikoteka konparatzeko Diebold eta Mariano (2002) testa (DM) erabiltzen da.

### 3.2.1 N-PIT eraldaketa

Aurreikuspenen errendimendua hobetzeko VST-ek denbora-seriea leuntzen dute. Prezio negatiboak egoteak ez du horretarako ohiko eraldaketa logaritmikoa aplikatzea ahalbidetzen. Analisi honetan, N-PIT-a hartzen da aintzat. Eraldaketaren atzean dagoen ideia denbora-seriearen banaketa ezezaguna normalizatzea da. Eraldatutako prezioek banaketa normala jarraitzen dute eta beraz, eraldatutako prezioak aurreikustea errazagoa da. Eraldaketak banaketa funtzio enpirikoa erabiltzen du prezioen banaketa funtzio ezezagunaren hurbilpen gisa. Banaketa enpirikoaren funtzioa aplikatu ondoren, banaketa normalaren alderantzizkoa erabiltzen da. Beraz, prezioen eraldaketa honela kalkulatzen da:

$$y_{d,h} = \Phi^{-1}(\widehat{F}_P(p_{d,h}))$$

non  $y_{d,h}$   $d$  eguneko eta  $h$  orduko eraldatutako prezioa,  $\Phi^{-1}$  banaketa normalaren alderantzizkoa,  $\widehat{F}_P$   $P$  denbora-seriearen banaketa funtzio enpirikoa eta  $p_{d,h}$   $d$  eguneko eta  $h$  orduko behatutako prezioa diren. Argindarraren eraldatutako prezioa hurrengo egunetarako aurreikusi ondoren, eraldaketaren alderantzizkoa aplikatu behar da aurreikusitako prezioa berreskuratzeko:

$$p_{d,h} = \widehat{F}_P^{-1}(\Phi(y_{d,h})).$$

### 3.2.2 Ereduak

Ikerketaren helburua jauziek eta kosaltoek argindar prezioen aurreikuspenen zehaztasunean duten eragina aztertzea da. Horretarako, ARX motako hiru eredu desberdin estimatzen dira.

Aztertutako lehenengo ereduak ARX ereduak da, Ziel eta Weron (2018)-k proposatutako fARX ereduaren oinarrituta dagoena. Egileek fARX ereduak prezioen batez-besteko portaera nahiko

<sup>1</sup>Uniejewski et al. (2018)-n hainbat VST konparatzen dira. Egileen arabera elektrizitatearen prezioak aurreikusteko mlog, asinh eta N-PIT dira onenak. Hala ere, gure datuekin N-PIT-ak mlog eta asinh eraldaketak gainditzen ditu, beraz, N-PIT-a da aplikatutako eraldaketa.

<sup>2</sup>Transformazioa ordu bakoitzari banan-banan aplikatuko balitz, eraldatutako denbora serie guztiek 0 batez-bestekoa eta desbideratze estandar unitarioa lukete, baina zoritxarrez, ordu bakoitzarentzat eraldaketa desberdin bat aplikatuko litzateke. Ondorioz, korrelazio egitura guztiak desagertuko lirateke, eta berriak sortu.



modu egokian harrapatzen duela argudiatzen dute. Kapitulu honetan aplikatutako ARX eredua honako hau da:

$$\begin{aligned}
 p_{d,h} = & \underbrace{\beta_{h,0,0,0}}_{\text{Konstantea}} + \underbrace{\sum_{s=1}^{24} \sum_{i=1}^8 \beta_{h,s,i,0} p_{d-i,s}}_{\text{Efektu autorregresiboak}} + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \beta_{h,\min,i,0} p_{d-i,\min} + \sum_{i=1}^8 \beta_{h,\max,i,0} p_{d-i,\max}}_{\text{Efektu ez-linealak}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^7 \left[ (\beta_{h,0,0,j} + \beta_{h,h,1,j} p_{d-1,h} + \beta_{h,24,1,j} p_{d-1,24}) \text{DoW}_d^j \right]}_{\text{Asteko egunaren efektuak}} + \epsilon_{d,h} \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

non  $p_{d,\min}$  eta  $p_{d,\max}$   $d$  eguneko 24 orduen artean balio minimoa eta maximoa diren, hurrenez hurren.  $\text{DoW}_d^j$   $j$  asteko egunaren fikziozko aldagaia da,  $\epsilon_{d,h}$  errore terminoa da eta eraturako moduagatik 0 batez-besteakoa du. (3.1) ekuazioaren bigarren terminoan efektu autorregresiboak eta zeharkako efektuak hartzen dira aintzat eta prezioen tartea efektu ez-linealetan dago sartuta. Azkenik, asteko urtarokotasuna asteko efektuetan hartzen da kontuan. ARX ereduan ordu bakoitzeko guztira 230 parametro daude estimatzeko.

Bigarren ereduan jauziak (3.1) ekuazioari gehitzen zaizkio, ARX-J deituriko eredua eratuz. Jauziak ARX ereduko hondarretan hautematen dira. Horrela, urtarokotasun efektuak denbora serietik dagoeneko kenduta daude. ARX-J ereduan jauzi positiboak, negatiboak eta hauen atzerapenak daude sartuta. ARX-J eredua ondoko eran adierazten da:

$$\begin{aligned}
 p_{d,h} = & \underbrace{\beta_{h,0,0,0}}_{\text{Konstantea}} + \underbrace{\sum_{s=1}^{24} \sum_{i=1}^8 \beta_{h,s,i,0} p_{d-i,s}}_{\text{Efektu autorregresiboak}} + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \beta_{h,\min,i,0} p_{d-i,\min} + \sum_{i=1}^8 \beta_{h,\max,i,0} p_{d-i,\max}}_{\text{Efektu ez-linealak}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^7 \left[ (\beta_{h,0,0,j} + \beta_{h,h,1,j} p_{d-1,h} + \beta_{h,24,1,j} p_{d-1,24}) \text{DoW}_d^j \right]}_{\text{Asteko egunaren efektuak}} \\
 & + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \beta_{h,hpj,i,0} P J_{d-i,h}}_{\text{Salto positiboak}} + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \beta_{h,hnj,i,0} N J_{d-i,h}}_{\text{Salto negatiboak}} + \epsilon_{d,h} \tag{3.2}
 \end{aligned}$$

non  $PJ_{d,h}$  fikziozko aldagai bat den, 1 balioa hartzen duena salto esanguratsu positibo bat baldin badago  $d$  eguneko  $h$  orduan eta 0 bestela. Era berean,  $NJ_{d,h}$  fikziozko aldagaiak 1 balioa hartuko du salto esanguratsu negatibo bat baldin badago  $d$  eguneko  $h$  orduan eta 0 bestela. ARX-J ereduak banaketako isatsetan prezioen joera egokiago batzea espero da.

Azkenik, proposatutako azken eredua jauzi eta kosaltoak dituen ARX eredua da, ARX-J-CJ eredua hain zuzen ere. ARX-J-CJ eredua ondoko moduan adierazten da:

$$\begin{aligned}
p_{d,h} = & \underbrace{\beta_{h,0,0,0}}_{\text{Konstantea}} + \underbrace{\sum_{s=1}^{24} \sum_{i=1}^8 \beta_{h,s,i,0} p_{d-i,s}}_{\text{Efektu autorregresiboak}} + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \beta_{h,\min,i,0} p_{d-i,\min} + \sum_{i=1}^8 \beta_{h,\max,i,0} p_{d-i,\max}}_{\text{Efektu ez-linealak}} \\
& + \underbrace{\sum_{j=1}^7 \left[ (\beta_{h,0,0,j} + \beta_{h,h,1,j} p_{d-1,h} + \beta_{h,24,1,j} p_{d-1,24}) \text{DoW}_d^j \right]}_{\text{Asteko egunaren efektuak}} \\
& + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \beta_{h,hpj,i,0} P J_{d-i,h}}_{\text{Salto positiboak}} + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \beta_{h,hnj,i,0} N J_{d-i,h}}_{\text{Salto negatiboak}} + \underbrace{\beta_{h,0,1,0} C J_{d-1}}_{\text{Kosaltoak}} + \epsilon_{d,h} \tag{3.3}
\end{aligned}$$

non  $CJ_d$  fikziozko aldagai bat den, bat balioa hartzen duena  $d$  egunean kosalto esanguratsu bat baldin badago eta 0 bestela. Garrantzitsua da ohartzea  $d$  eguneko ordu guztietarako  $CJ_d$  aldagai berdina dela. ARX-J-CJ ereduan kosaltoen bidez orduen arteko jauzien korrelazioa aintzat hartzen da. (3.3) ereduan egun berean ordu desberdinetan hautematen diren jauziak hartzen dira kosaltotzat. ARX-J-CJ ereduak korrelazioa ez du soilik zeharkako efektuen bidez kontuan hartzen, kosalto aldagaiaren bidez isatsetako korrelazioa ere aintzat hartzen du.

### 3.2.3 Saltoen identifikazioa

Saltoen identifikazioa LM testaren bidez egiten da. Testaren helburua egun eta ordu jakin batean salto esanguratsuak egiaztatzea da. Jauzien identifikazioa estimatutako ARX ereduaren hondarrei aplikatzen zaie urtarokotasunik ez duen denbora-serie bat izan dadin, ARX ereduak batez-besteko prezioen joera egoki estimatzen baitu. Jauzien identifikazioa prezioetan zuzenean egingo balitz, prezio oso altu edo baxu bat jauzi esanguratsu bezala antzematea gerta daiteke urtarokotasun efektu huts bat denean. Testaren atzean dagoen ideia behaketa normalizatuaren tamaina atalase batekin alderatzea da jauzi esanguratsu bat gertatu den edo ez ebaluatzeko.

LM jauzi-testa eraikitzeke lehen urratsa tokiko aldagarritasuna estimatzeko  $K$  leiho tamaina aukeratzea da. Lee eta Mykland (2007)-ek urteko behaketa kopuruaren erro karratua proposatzen dute aukera optimo gisa<sup>3</sup>. Kapitulu honetan, eguneko ordu bakoitza banan-banan aztertzen denez, maiztasuna egunerokoa da, ondorioz,  $K = 20 \approx \sqrt{365}$ .

Leiho luzera optimoa aukeratu ondoren,  $d$  eguneko eta  $h$  orduko tokiko aldagarritasuna honela kalkulatu da:

$$\widehat{\sigma}_{d,h}^2 = \frac{1}{K-2} \sum_{j=d-K+2}^{d-1} |z_{j,h}| |z_{j-1,h}|,$$

non  $z_{j,h}$  estimatutako ARX ereduaren  $j$  eguneko eta  $h$  orduko errorea den. Ondorioz,  $\epsilon_{d,h} = \frac{z_{d,h}}{\widehat{\sigma}_{d,h}}$  da normalizatutako errorea. Hondar estandarizatua Lee eta Mykland (2007)-ek proposatutako

<sup>3</sup> Lee eta Mykland (2007) jarraituz  $K$ -k, eguneroko maiztasuna izan ez gero,  $\sqrt{365}$  eta 365 artean egon behar du. Egileek minimoa hartzea gomendatzen dute.

bi konstanterekin zuzentzen da. Azkenik, zuzendutako normalizatutako hondarrak atalase balioarekin alderatzen dira. Hori dela eta,  $d$  eguneko  $h$  orduan salto esanguratsu bat hautematen da baldin eta

$$\frac{|\epsilon_{d,h}| - C_d}{S_d} > \xi \text{ betetzen bada,}$$

non

$$C_d = \frac{\sqrt{2 \log D}}{\sqrt{2/\pi}} - \frac{\log \pi + \log(\log D)}{2\sqrt{2/\pi}\sqrt{2 \log D}} \text{ eta } S_d = \frac{1}{\sqrt{2/\pi}\sqrt{2 \log D}},$$

$D$  behaketa kopurua diren eta  $\frac{|\epsilon_{d,h}| - C_d}{S_d}$  estatistikoak banaketa esponentzial bikoitza jarraitzen duen:  $P(\xi \leq x) = \exp(-\exp(-x))$ . Kapitulu honetan ezarritako saltoen esanguratasun maila %10-ekoa da. Ondorioz,  $\exp(-\exp(-x)) = 0.90$  da eta atalase balioa  $\xi = -\log(-\log(0.9)) = 2.25$ .

Normalean, saltoak hautemateko prozedura iterazio bakarrean aplikatzen da. Hala ere, kapitulu honetan jauziak hautemateko prozedura iteratiboa jarraitzen da, elkarren ondoan dauden jauziek bigarren jauziaren identifikazioan eragin dezakeelako. Hori dela eta, iterazio bakoitzean hautemandako jauziak  $K$  aurreko behaketen batez-bestekoan ezartzen dira eta jauzi-testa berriro aplikatzen da, jauzi gehiago ez hauteman arte edo bost iterazio bete arte.

### 3.2.4 Kosaltoen identifikazioa

Lan honek Gilder et al. (2014)-ek proposatutako planteamendua jarraitzen du egun bereko ordu desberdinetan zehar dauden kosaltoak hautemateko<sup>4</sup>. Beraz,  $d$  eguna kosalto-egun bezala sailkatzen da gutxienez eguneko bi ordutan saltoa hautematen bada. Hau da, baldin eta

$$\sum_{h=1}^{24} J_{d,h} \geq 2 \text{ betetzen bada,}$$

$d$  egunean kosalto esanguratsu bat dago,  $CJ_d = 1$ . Baldin eta  $d$  egunean eta  $h$  orduan salto esanguratsu bat hautematen bada  $J_{d,h} = 1$  betetzen da, bestela  $J_{d,h} = 0$ .

### 3.2.5 Estimazioa

(3.1), (3.2) eta (3.3) ereduak Zou eta Hastie (2005)-ek proposatutako sare elastikoaren estimatzailearen bidez kalkulatu dira. Sare elastikoaren estimatzailea OLS-aren antzerakoa da, baina OLS estimatzaileari zigor koadratiko eta linealak gehitzen zaizkio. OLS-k estimatzeko parametro kopurua handia denean, ez du ondo lan egiten. Beraz, murrizte propietatea duen estimatzaile bat behar da, hau da, aldagai hautaketa propietatea duen estimatzaile bat. Uniejewski et al. (2016)-ek murrizte propietatea duten hainbat estimatzaile aplikatzen dizkie elektrizitate prezioen aurreikuspen erduei eta sare elastikoa estimatzaile onena dela

<sup>4</sup>Egileek kosaltoak hautemateko bi modu desberdin proposatzen dituzte. Hala ere, bideetako baterako egun-arteak ezinbestekoak dira, beraz, ezin da eguneroko maiztasuna duten behaketetan aplikatu. Horregatik, kapitulu honetan metodo bakarra azaltzen da.

ondorioztatzen dute.

(3.1), (3.2) eta (3.3) erregresio erduetan estimazioa burutzeko  $D$  luzerako leiho mugikor bat aukeratzen da. Leiho bakoitzaren luzera prezioen propietateak egoki gordetzeko bestekoa izan behar da, baina ezin da luzeegia izan aldagai azaltzaileen efektua denboran zehar aldatu egin baitaiteke. Bektore azaldua  $\mathbb{P}_h = (p_{1,h}, \dots, p_{D,h})'$  eta erregresio matrizea  $\mathbb{X}_h = (\mathbf{X}'_{1,h}, \dots, \mathbf{X}'_{D,h})'$  dira, non  $h$ -k eguneko orduari egiten dion erreferentzia. Sare elastikoaren estimatzailea definitzeko ezinbestekoa da OLS problema eskalatua edukitzea. Horrenbestez,  $\tilde{\mathbb{P}}_h = (\tilde{p}_{1,h}, \dots, \tilde{p}_{D,h})'$  eta  $\tilde{\mathbb{X}}_h = (\tilde{\mathbf{X}}'_{1,h}, \dots, \tilde{\mathbf{X}}'_{D,h})'$  erregresio matrize eskalatua eta bektore azaldu eskalatua dira, hurrenez hurren.  $\tilde{\mathbb{P}}_h$  eta  $\tilde{\mathbb{X}}_h$  eskalatzeko aldagai bakoitzaren batez-bestekoak 0 izan behar du eta desbiderazio estandarrek 1.

Sare elastikoaren estimatzailea ondorengo optimizazio problema ebatziz estimatzen da:

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{\beta}}}_h = \arg \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^L} \left[ \sum_{d=1}^D (\tilde{p}_{d,h} - \tilde{\mathbf{X}}_{d,h} \boldsymbol{\beta})^2 + \lambda \left( \frac{1-\alpha}{2} \sum_{i=1}^L \beta_{i,h}^2 + \alpha \sum_{i=1}^L |\beta_{i,h}| \right) \right], \quad (3.4)$$

non  $\sum_{d=1}^D (\tilde{p}_{d,h} - \tilde{\mathbf{X}}_{d,h} \boldsymbol{\beta})^2$  OLS-aren estimazio terminoa eta  $L$  estimatu beharreko parametro kopurua diren. Bien bitartean,  $\lambda$  eta  $\alpha$  zigorra karakterizatzen duten doikuntza parametroak dira, zigor terminoa  $= \lambda \left( \frac{1-\alpha}{2} \sum_{i=1}^L \beta_{i,h}^2 + \alpha \sum_{i=1}^L |\beta_{i,h}| \right)$  izanik. Zigor terminoan baieztatu daitekeenez, optimizazio problemak 0 baino handiagoak diren parametroek zigortu egiten ditu eta horregatik, sare elastikoaren estimatzaileak  $\lambda$  eta  $\alpha$ -ren arabera murrizketa propietatea du. (3.4) estimazio problema ebatziz parametro guztiak estimatuta daudenean, sare elastikoaren eskalatu gabeko  $\hat{\tilde{\boldsymbol{\beta}}}_h$  estimazioak lortzeko, estimatutako  $\hat{\tilde{\boldsymbol{\beta}}}_h$  parametroak berriro eskalatu behar dira.

$\alpha = 1$  denean, sare elastikoaren estimatzailea Tibshirani (1996)-k proposatutako Lasso estimatzailearen baliokidea da,  $\alpha = 0$  denean, ordea, Hoerl eta Kennard (1970)-ek proposatutako Gain zigorraren berdina da. Lasso estimatzaileak murrizketa propietatea du. Horrek esan nahi du,  $\lambda$ -ren balioaren arabera, estimatzaileak informazio garrantzitsurik gehitzen ez duten aldagaiei 0 parametroa esleitzen diela, aldagai garrantzitsuenak soilik mantenduz. Murrizketa propietateak aldagai ugari sartzeari ahalbidetzen du. Izan ere,  $\lambda$  balioaren arabera parametro gehiago edo gutxiago sartzeari ahalbidetzen du.  $\lambda$ -ren balio handietarako, batetik gertu dauden balioetarako, erdua estimatzean oso parametro gutxi hartzen dira aintzat. Aitzitik,  $\lambda$ -ren balio txikien kasuan, zerotik gertu dauden balioak, parametro gehienak erduan sartzeari ahalbidetzen du. Sare elastikoaren metodoa Gain elementu batzuekin nahastutako Lasso murrizketa bezala ikus daiteke. Lassoren murrizketa sare elastikoa estimatzailearen zati bat denez, sare elastikoak ere murrizketa propietatea du  $\lambda > 0$  denean.

Normalean, Lassoren estimazioa egiterakoan  $\lambda$  doikuntza parametro optimoa aukeratzeko balioztapen-gurutzatua (CV) aplikatzen da. Hebiri eta Lederer (2013)-ek doikuntza parametroa hautatzerakoan behaketa kopurua, parametro kopurua, aldagarritasuna eta korrelazioa kontuan hartzen direla argudiatzen dute. Uniejewski et al. (2016)-ek elektrizitatearen prezioen testuinguruan sare elastikoa eta lasso estimatzaileak aplikatu ondoren (besteak beste), sare elastikoaren estimatzaileak prezioak lasso estimatzaileak baino hobeto aurreikusten dituela ondorioztatzen dute. Uniejewski et al. (2016)-ek iradokitzen dute  $\alpha = 0.5$  aukera ezin hobea dela

elektrizitatearen prezioen aurreikuspenetan aplikatzeko. Beraz,  $\alpha = 0.5$  balioa erabiltzen dugu.  $\lambda$ -ren balioa 10-blokeko-CV-ren bidez hautatzen da. Asteko urtarokotasunari eusteko blokeen luzera 7-koa da. Blokeko-CV-a denbora serieen analisisian oso erabilia da, Racine (2000)-en adibidez.

### 3.2.6 Aurreikuspenak

(3.1), (3.2) eta (3.3) ereduetan estimatzen diren leiho mugikor bakoitzeko hurrengo  $H$  egunetako prezioak aurreikusten dira. Ondoren, leihoa urrats bat aurreratzen da eta estimazio eta aurreikuspen prozesua berriro errepikatzen da. Guztira luzera berdineko  $N$  leiho desberdin daude.

MAE eta RMSE irizpideek aurreikuspenen errendimendua neurtzen dute. Bi irizpideek aurreikuspenen errendimendua  $N$  leiho mugikorretan zehar eta  $H$  horizontetako bakoitza bereizita ebaluatzen dute. MAE irizpidea medianaren aurreikuspenetarako da egokiena eta beraz, jauziek gutxiago eragiten diote. RMSE irizpidea aldiz, batez-bestekoaren aurreikuspenetarako da egokiena. Bi irizpideak oso erabiliak dira elektrizitate merkatuen literaturan, esaterako Uniejewski et al. (2016), Ziel eta Weron (2018), Uniejewski et al. (2018), Chan et al. (2008) eta Ciarreta et al. (2017)-n.

MAE irizpidea  $k$  horizonterako eta  $h$  ordurako honela adierazten da:

$$MAE_{h,k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |p_{i,h,k} - \hat{p}_{i,h,k}|,$$

non  $p_{i,h,k}$  eta  $\hat{p}_{i,h,k}$   $i$  egunerako,  $h$  ordurako eta  $k$  horizonterako behatutako eta aurreikusitako prezioak diren, hurrenez hurren. Ondorioz,  $k$  horizonterako eguneko ordu guztietan batera neurtutako MAE-a honela kalkulatzen da:

$$MAE_k = \frac{1}{24N} \sum_{h=1}^{24} \sum_{i=1}^N |p_{i,h,k} - \hat{p}_{i,h,k}|.$$

Bestalde,  $h$  ordurako eta  $k$  horizonterako RMSE irizpidea honela adierazten da:

$$RMSE_{h,k} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_{i,h,k} - \hat{p}_{i,h,k})^2},$$

non aurreko notazioa jarraitzen den. Analogikoki,  $k$  horizonterako eguneko ordu guztietan batera neurtutako RMSE-a honela kalkulatzen da:

$$RMSE_k = \sqrt{\frac{1}{24N} \sum_{h=1}^{24} \sum_{i=1}^N (p_{i,h,k} - \hat{p}_{i,h,k})^2}.$$

Azkenik, bikoteka ereduaren aurreikuspen-errendimenduaren arteko aldea esanguratsua den ala ez konparatzeko DM testa aplikatzen da. Horretarako, galera funtzioak definitu behar dira

eta aurretik aipatutako galera funtzioekin jarraituz errore absolutu eta karratu galera funtzioak erabiltzen dira.  $\mathbb{A}$  eta  $\mathbb{B}$  eredu desberdinen arteko galera diferentziala  $d$  egunerako,  $h$  ordurako eta  $k$  horizonterako  $\delta_{h,d,k,\mathbb{A},\mathbb{B}} = L_{h,d,k,\mathbb{A}} - L_{h,d,k,\mathbb{B}}$  bezala definitzen da. Non  $L_{h,d,k,\mathbb{A}}$   $d$  eguneko,  $h$  orduko eta  $k$  horizonteko  $\mathbb{A}$  ereduaren galera funtzioa den eta  $L_{h,d,k,\mathbb{B}}$   $d$  eguneko,  $h$  orduko eta  $k$  horizonteko  $\mathbb{B}$  ereduaren galera funtzioa den. DM testa  $h$  ordurako eta  $k$  horizonterako aplikatzeko hurrengo normalizatutako galera diferentziala kalkulatzen da:

$$\frac{\tilde{\delta}_{h,k,\mathbb{A},\mathbb{B}}}{\sigma_{\tilde{\delta}_{h,k,\mathbb{A},\mathbb{B}}}} \sim \mathcal{N}(0, 1),$$

non  $\tilde{\delta}_{\mathbb{A},\mathbb{B}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{h,i,k,\mathbb{A},\mathbb{B}}$  eta  $\sigma_{\tilde{\delta}_{\mathbb{A},\mathbb{B}}}$  errore estandarra diren. Hipotesi nulua  $H_0 : \tilde{\delta}_{\mathbb{A},\mathbb{B}} = 0$  da, hau da,  $\mathbb{A}$  eta  $\mathbb{B}$  ereduaren artean ez dagoela desberdintasun esanguratsurik. Hipotesi alternatiboa  $\mathbb{A}$  eredia  $\mathbb{B}$  eredia baino esanguratsuki hobea dela da. Eremu kritikoa  $\frac{\tilde{\delta}_{h,k,\mathbb{A},\mathbb{B}}}{\sigma_{\tilde{\delta}_{h,k,\mathbb{A},\mathbb{B}}}}$  estatistikoa balio kritikoa baino txikiagoa denean ezartzen da.

Ordu guztiak batera kontuan hartuz bi ereduaren arteko aurreikuspen errendimendua alderatzeko, galera-diferentziala  $\delta_{d,k,\mathbb{A},\mathbb{B}} = \sum_{h=1}^{24} L_{h,d,k,\mathbb{A}} - \sum_{h=1}^{24} L_{h,d,k,\mathbb{B}}$  bezala definitzen da. Testaren estatistikoa goian bezala kalkulatuta dago baina galera-diferentzial berria erabiliz<sup>5</sup>.

### 3.3 Datuen deskribapena

Kapitulu honetan erabiltzen diren datuak Alemania eta Austriako eguneroko merkatuko argindar prezioak dira. EPEX energia trukeen merkatuan likidezia handiena izan zuen merkatua Alemania eta Austriako eguneroko merkatua izan zen. Datuak 2014ko urtarrilaren 1ean hasten dira eta 2018ko irailaren 30ean amaitzen dira, guztira, 1727 egun daude. 2018ko irailaren 30a alemaniar-austriar eguneroko merkatua zabaldu zen azken eguna izan zen<sup>6</sup>.

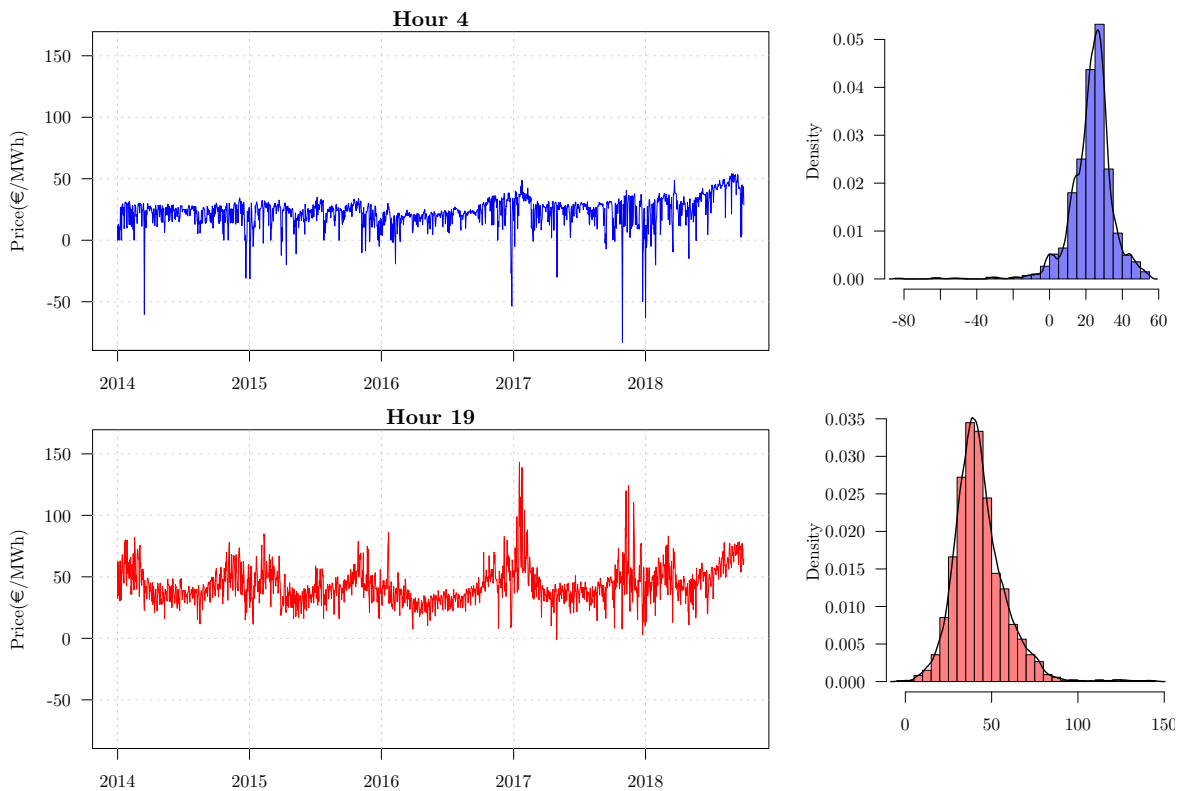
Arestian aipatu bezala, datuak eguneko ordu bakoitzari dagozkion 24 denbora-serieetan banatzen dira. Estimazio leiho bakoitzaren luzera  $D = 730$  egunekoa (2 urte) da. Lehen leiho mugikorra 2014ko urtarrilaren 1ean hasi eta 2016ko abenduaren 31n bukatzen da.  $H = 7$  egun (horizonte) aurreikusten dira leiho bakoitzean eta  $N = 997$  leiho mugikor desberdin estimatzen dira.

3.1 Irudiak eguneko 4. orduko (3:00etatik 4:00etara) eta 19. orduko (18:00etatik 19:00etara) prezioak irudikatzen ditu, hurrenez hurren. Ordu bakoitzari dagokion histograma ere eskuragarri dago. Bi ordu horietako prezioak soilik erakusteko arrazoia 4. ordua bailara ordua dela eta 19. ordua gailur ordua dela da. Lehen begiratu batean ikus daiteke 19. orduko prezioen aldagarritasuna 4. ordukoena baino handiagoa dela, eta batez-bestekoak joera berdina duela. 4. orduan batez ere jauzi negatiboak ikusi daitezke eta 19. orduan, bien bitartean, bi zeinuak dituzten jauziak egon daitezke. Histogramei dagokienez, prezioen banaketan asimetria negatibo nabaria antzeman daiteke 4. orduan eta 19. orduan, aldiz, asimetria positiboa dago prezioen

<sup>5</sup>DM aplikatzeko behar den suposizio bakarra galera-diferentzialaren kobariantza egonkorra izatea da. DM testari buruzko informazio gehiago nahi izanez gero, ikusi Diebold eta Mariano (2002) eta Diebold (2015).

<sup>6</sup>Data horren ondoren, Austriako eguneroko merkatua banatu egin zuten eta Luxenburgoko elektrizitate merkatua Alemaniako merkatura batu zen.

Irudia 3.1: 4. eta 19. orduen prezio serieak eta histogramak.

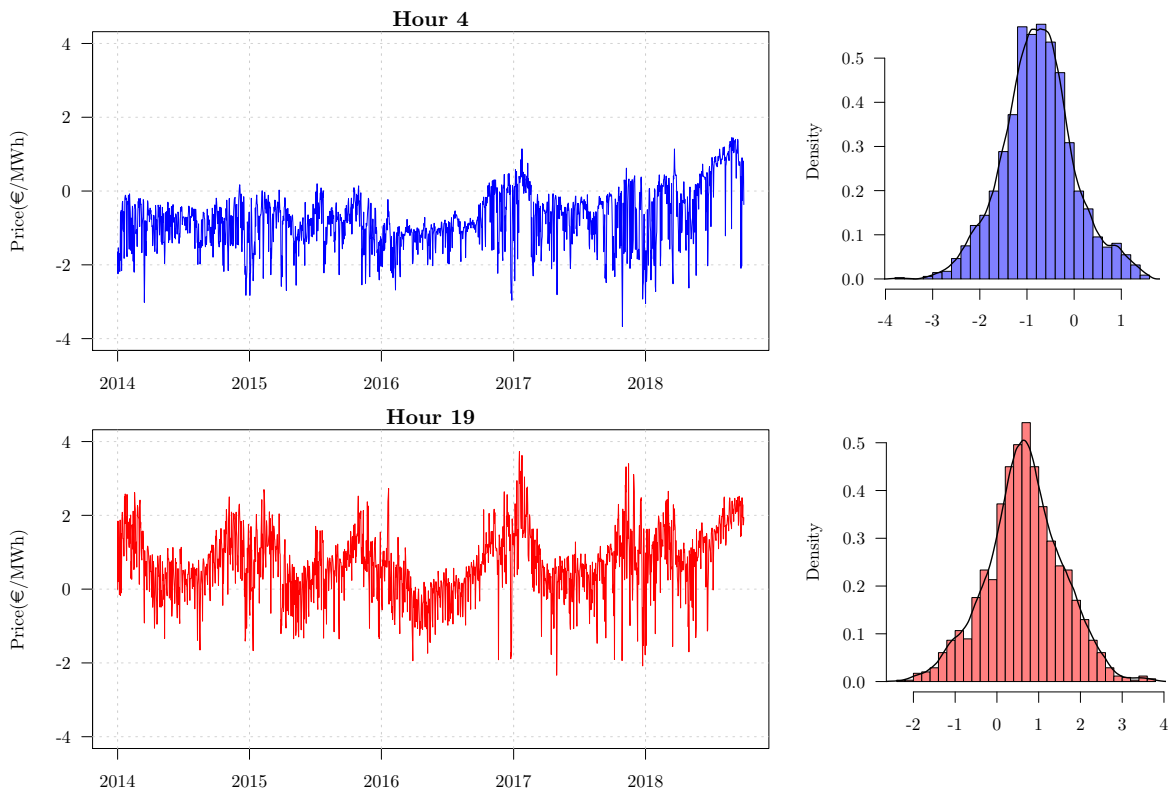


banaketan. Gainera, histogramek prezioen banaketen isatsetan egon daitezkeen saltoak islatzen dituzte.

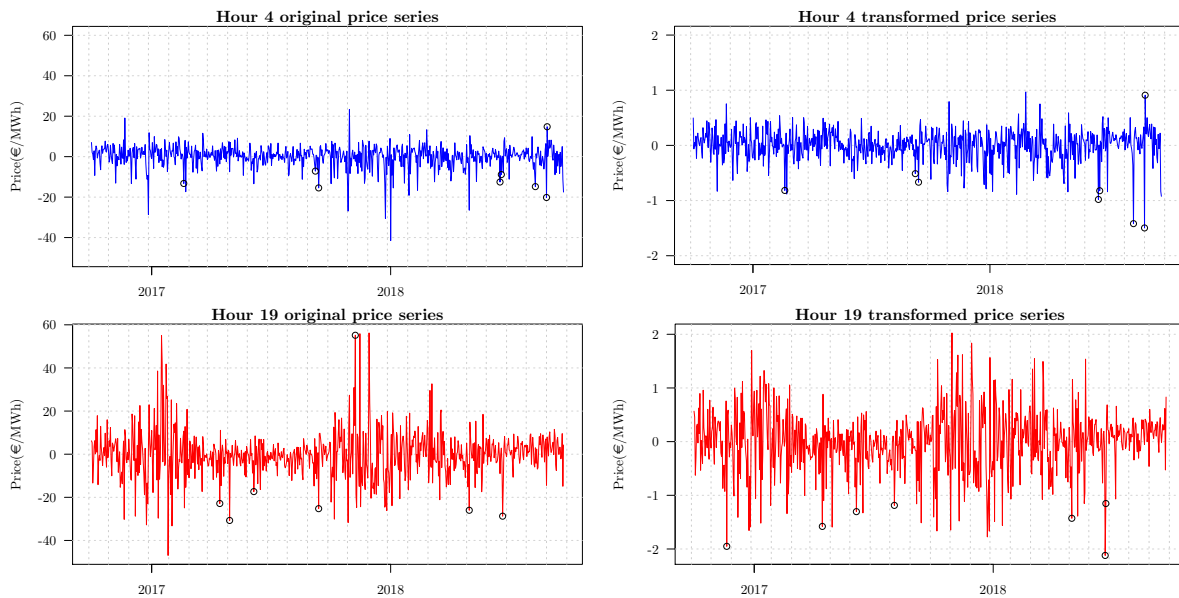
3.2 Irudian 3.1 Irudiko grafiko berdinar agertzen dira, baina prezioak N-PIT eraldaketaren bitartez transformatuta daude, 3.2.1 azpiatalean azaltzen den moduan. Eraldaketa honek jatorrizko datuak normalki banatutako datuetan bihurtzen ditu eta aurreikuspena egin ondoren, alderantzizko transformazioaren bitartez aurreikusitako prezioak berreskuratzen dira. 3.2 Irudiko histogramek erakusten dute bi orduetako serieak banaketa normaletatik gertu daudela. Eraldaketaren ondoren, orokorrean, 24 denbora-serieek dauzkate banaketa normaletik gertu dauden banaketak. Denbora-serie eraldatuetan isatsak meheagoak dira, beraz, LM testak jatorrizko prezioetan baino jauzi gutxiago antzematea espero da.

LM testaren arabera, jauzi nabarmenak daude 24 orduetan bai jatorrizko eta baita eraldatutako prezioetan ere. 3.3 Irudian 4. eta 19. orduetako estimatutako (3.1) ereduaren jatorrizko eta eraldatutako prezioen hondarrak irudikatzen dira. Adibide gisa azken leiho mugikorrek estimatutako ereduaren hondarrak agertzen dira eta LM testak atzemandako jauzi esanguratsuak zirkuluarekin markatzen dira. Orokorrean, jauzi kopurua jatorrizko prezioetatik eraldatutako prezioetara jaitsi egiten da. Hala ere, 19. orduan jauzi kopurua jatorrizko eta eraldatutako prezioetan berdina da. LM testak salto esanguratsuak antzematen ditu uneko behaketa aurreko behaketen desbideratze estandarra baino dezente handiagoa denean, eta gerta daiteke 19. orduko prezioen bolatilitate altuak jauzi esanguratsuak antzematea zailtzea. 2016 eta 2017 urteen amaieran eta 2017 eta 2018 urteen hasieran, akats terminoak nabarmen handitzen dira 19. orduan. Akats terminoen bolatilitatearen tokiko handitze honek zailtasun nabarmenak

Irudia 3.2: 4. eta 19. orduen eraldatutako prezio serieak eta histogramak.



Irudia 3.3: Azken leiho mugikorreko 4. eta 19. orduetako hondarrak hautemandako saltoekin.



gehitzen dizkio saltoen identifikazioari. Hala ere, saltoak iraunkortasun laburrekoak izan behar direnez baliteke 3.1 Irudian antzematen diren balio altu eta baxuak jauzi esanguratsuak ez izatea. Eraldatutako denbora- serieek banaketa ia normala jarraitu arren, jauziak eta kosaltoak hauteman daitezke 3.3 Irudian baieza daitekeen moduan. Ikus daiteke, orokorrean, jatorrizko eta eraldatutako prezioetan hautemandako salto esanguratsuak negatiboak direla.



### 3.4 Emaidza empirikoak

Arestian aipatu bezala, sare elastikoaren estimatzaileak murrizketa propietatea du. 3.1 eta 3.2 Taulek  $N$  leihuetan zehar ordu bakoitzeko aldagai bakoitza ARX-J-CJ ereduaren sartzen den aldien ehunekoa erakusten dute. (3.3) ereduko salto positibo, salto negatibo eta kosalto aldagaiak soilik agertzen dira, bestela aldagai kopurua handiegia izango litzateke. 3.1 Taulak jatorrizko prezioen emaitzak erakusten ditu, 3.2 Taulak aldiz, eraldatutako prezioenak. Espero zitekeen bezala, orokorrean, jauziekin erlazionatutako aldagaien garrantzia jatorrizko prezioetan eraldatutako prezioetan baino handiagoa da.

3.1 Taulan, orokorrean, salto negatiboen atzerapenak ereduaren sarriago sartzen direnez, salto negatiboen iraunkortasuna positiboena baino handiagoa dela baieztatu daiteke. Eguneko orduari dagokionez, espero bezala, jauzi positiboen garrantzia gailur orduetan (goizeko 8etatik arratsaldeko 8ak bitartean) handia da, bailarako orduetan (0:00tik 8:00ak arte eta 20:00tik 24:00ak arte), aldiz, jauzi negatiboen garrantzia da azpimarragarriena.

CJ aldagaiari dagokionez, garrantzia aldatu egiten da eguneko orduaren arabera. Ehunekoen tarteak %7.72-tik %61.61-era doa. Balio baxuenak hautemandako kosaltoetan ordu horietako saltorik ez dagoenean ematen dira. Era berean, portzentajeak aldatu egin daitezke kosaltoak hautemateko erabilitako saltoak identifikatu diren orduen arabera.

3.2 Taulan, orokorrean, jauzi negatibo eta positiboen portzentajeak prezio eraldatuetan jatorrizko prezioetan baino txikiagoak direla ikus daiteke. Eraldatutako prezioen kasuan, jauzi positiboak gutxitan dira garrantzitsuak. 19. orduan eta orokorrean gailur orduetan, bolatilitatea altua dela eta, bai jauzi positiboak eta baita negatiboak ere, HAR-J-CJ ereduaren portzentaje altuagoan sartzen direla baieztatu daiteke.

Kosalto aldagaiari dagokionez, 3.2 Taulan oro har, eraldatutako prezioetan jatorrizko prezioetan baino probabilitate handiagoarekin sartzen dela ereduaren ikus daiteke. Gainera, kosalto aldagaia ereduaren sartutako portzentajeen tarteak %17.7 eta %75.43 artean dago, jatorrizko prezioen seriean baino ehuneko handiagoak izanik.

Laburbilduz, jauzi eta kosalto aldagaiak sarritan sartzen dira ARX-J-CJ ereduaren eta horrek, aldagaiek erduei informazio garrantzitsua gehitzen dietela iradokitzen du. Hori dela eta, espero da ARX-J eta ARX-J-CJ ereduaren aurreikuspenak ARX ereduaren aurreikuspenak gainditzea.

Eredu desberdinen aurreikuspen zehaztasuna MAE eta RMSE irizpideen bidez neurtzen da. Espero zitekeen bezala, eredu bakoitzaren zehaztasuna eguneko orduaren eta horizontearen arabera aldatzen da.

3.3 eta 3.4 Taulek 4. eta 19. orduetarako MAE irizpidearekiko eredu bakoitzaren aurreikuspen-errendimendua erakusten dute, hurrenez hurren. Bi prezio serieen (jatorrizkoa eta eraldatua) eta 7 horizonteen ( $H_1, \dots, H_7$ ) emaitzak daude ikusgai. 3.3 Taulak erakusten du eraldatutako prezioak erabiliz ARX ereduak gainontzeko ereduaren eta jatorrizko prezioa erabiltzen duten ereduaren aurreikuspenen zehaztasuna gainditzeko duela. N-PIT eraldaketak ARX-J eta ARX-J-CJ ereduarekin, ordea, ez du aurreikuspen zehatzik eskaintzen. Jatorrizko prezioen seriean sakonduz, jauziak eta kosaltoak sartzeak aurreikuspen zehatzagoak

Paula 3.1: Jatorrizko prezioetan aldagaia garrantzitsua den aldien ehunekoa.

Aldagaia	1Ordua	2Ordua	3Ordua	4Ordua	5Ordua	6Ordua	7Ordua	8Ordua	9Ordua	10Ordua	11Ordua	12Ordua	13Ordua	14Ordua	15Ordua	16Ordua	17Ordua	18Ordua	19Ordua	20Ordua	21Ordua	22Ordua	23Ordua	24Ordua
$PI_{d-1,a}$	43.63	64.19	46.84	46.24	28.08	42.43	41.12	31.29	10.73	47.44	64.79	19.96	16.15	32.10	47.24	51.65	71.61	62.79	62.59	60.28	46.94	16.15	3.01	0.50
$PI_{d-2,a}$	37.41	19.06	19.26	20.96	13.74	16.45	28.28	24.87	16.95	39.02	41.12	17.75	18.25	34.80	56.67	13.14	36.31	48.24	41.83	74.52	55.17	43.43	22.87	32.90
$PI_{d-3,a}$	29.65	17.35	19.16	25.68	17.95	15.85	56.67	43.43	27.88	49.75	31.80	8.63	3.51	24.87	30.99	24.67	4.21	44.13	62.09	44.93	64.19	73.62	52.96	33.80
$PI_{d-4,a}$	50.55	49.15	13.54	22.77	12.84	33.60	31.49	4.51	17.95	2.41	19.86	12.64	21.97	29.19	33.80	16.35	13.04	25.08	15.45	24.07	10.23	2.01	25.98	2.01
$PI_{d-5,a}$	47.54	36.81	34.00	46.54	25.78	54.46	37.71	21.26	9.53	2.71	5.12	23.37	3.61	11.84	17.15	10.63	53.66	73.23	27.08	4.51	6.02	0.10	0.80	0.80
$PI_{d-6,a}$	67.40	65.80	51.05	40.42	36.01	59.18	11.53	26.98	18.66	5.12	12.94	20.26	6.52	21.16	20.66	9.13	96.69	84.95	92.68	26.18	25.18	46.14	23.97	30.59
$PI_{d-7,a}$	70.21	36.41	36.21	24.77	32.30	35.21	20.16	33.90	61.99	80.74	76.03	34.40	18.96	52.76	50.75	21.66	21.56	31.59	33.60	45.34	52.46	73.12	29.59	7.12
$PI_{d-8,a}$	52.80	35.21	47.24	56.87	37.41	58.48	12.84	59.98	83.95	62.79	52.96	16.65	17.05	48.14	56.17	69.01	52.96	40.72	70.41	50.15	45.14	87.96	45.94	15.15
$NI_{d-1,a}$	48.24	51.15	78.13	80.04	70.91	62.89	42.43	47.14	24.07	39.32	51.45	82.55	70.71	97.79	97.79	92.98	88.97	38.52	13.14	30.19	66.20	62.49	6.72	41.12
$NI_{d-2,a}$	93.08	84.85	65.70	77.23	56.07	83.15	45.34	10.83	3.71	11.84	26.28	59.08	13.84	55.07	69.31	43.13	71.72	37.91	37.11	50.75	40.92	41.12	14.14	12.94
$NI_{d-3,a}$	47.94	55.27	63.30	63.99	46.24	69.71	41.12	10.53	4.01	11.84	5.62	53.16	6.42	10.43	10.43	28.59	8.22	51.05	5.52	25.08	20.56	37.21	64.99	90.67
$NI_{d-4,a}$	59.28	89.77	42.73	52.96	28.69	60.78	39.12	11.43	3.41	33.00	7.32	47.64	6.12	15.45	31.29	20.16	8.83	4.21	1.40	7.92	59.18	68.61	67.50	79.24
$NI_{d-5,a}$	39.02	73.62	73.42	68.51	58.07	20.36	22.87	7.02	4.81	4.31	25.68	43.73	34.10	52.16	52.96	35.81	16.85	23.37	5.32	22.47	32.50	4.31	7.92	4.31
$NI_{d-6,a}$	85.36	27.78	31.19	51.15	43.03	34.60	31.09	13.64	5.82	4.31	30.89	30.89	27.28	45.94	51.55	21.97	26.38	12.84	28.08	15.25	16.75	8.12	2.01	19.96
$NI_{d-7,a}$	49.35	48.45	57.67	79.54	51.35	84.25	29.39	37.81	34.80	58.38	60.78	57.57	14.34	47.74	48.55	53.66	68.41	7.12	13.14	10.23	15.85	42.23	17.15	31.19
$NI_{d-8,a}$	53.66	33.90	54.66	64.69	41.22	56.87	44.63	3.21	6.22	0.50	5.42	20.76	4.21	9.43	21.36	6.42	12.04	2.71	11.33	16.95	55.77	26.58	53.36	35.61
$CI_{d-1}$	49.35	49.55	57.57	53.86	43.23	44.73	30.59	12.74	7.72	20.86	15.95	52.46	27.98	30.09	33.90	30.29	41.42	44.33	52.36	32.40	32.20	61.69	29.69	34.00

Taula 3.2: Eraldatutako prezioetan aldagaia garrantzitsua den aldien ehunekoa.

Aldagaia	1Ordua	2Ordua	3Ordua	4Ordua	5Ordua	6Ordua	7Ordua	8Ordua	9Ordua	10Ordua	11Ordua	12Ordua	13Ordua	14Ordua	15Ordua	16Ordua	17Ordua	18Ordua	19Ordua	20Ordua	21Ordua	22Ordua	23Ordua	24Ordua
$PI_{d-1,a}$	28.08	30.99	19.66	35.11	26.28	15.35	50.55	29.09	39.42	22.07	33.20	32.10	64.09	50.55	37.91	47.24	42.83	50.25	42.73	0.70	0.40	6.62	8.53	1.10
$PI_{d-2,a}$	17.75	8.12	11.63	26.18	8.12	2.51	58.68	70.11	47.74	41.62	25.98	28.89	29.19	10.03	17.05	11.03	7.12	25.08	32.60	38.52	45.04	28.79	24.87	19.46
$PI_{d-3,a}$	22.47	8.02	6.82	5.02	5.92	2.01	70.21	44.33	40.62	38.31	14.14	24.87	9.83	15.65	15.75	18.05	82.55	40.52	3.71	47.54	48.14	46.84	60.78	8.73
$PI_{d-4,a}$	14.74	6.72	14.94	14.74	5.72	0.90	9.13	42.13	33.80	12.84	8.73	13.24	6.82	4.11	13.34	10.23	13.54	43.73	10.73	20.36	15.65	15.85	37.71	3.21
$PI_{d-5,a}$	24.27	13.44	7.22	10.73	3.91	1.60	47.54	55.27	26.18	7.72	26.28	15.35	11.74	24.87	2.71	0.90	35.61	42.63	50.45	2.21	0.00	0.60	2.41	0.50
$PI_{d-6,a}$	19.06	28.69	52.46	30.29	27.08	2.91	34.30	21.06	28.89	1.91	15.45	11.53	17.75	44.63	41.62	16.45	45.34	74.62	50.35	10.73	50.75	56.67	20.46	0.50
$PI_{d-7,a}$	66.40	12.54	28.89	23.77	16.95	9.03	33.70	37.31	9.83	1.60	34.70	52.86	52.86	31.70	21.46	9.43	5.42	58.68	31.59	19.76	28.89	18.46	22.47	0.70
$PI_{d-8,a}$	4.51	6.32	22.57	23.37	8.32	8.63	32.40	49.55	69.71	38.31	37.51	22.07	44.23	49.95	20.66	45.54	40.92	75.83	26.98	7.82	10.23	35.11	35.21	2.01
$NI_{d-1,a}$	23.27	71.82	77.03	85.66	62.39	41.52	50.15	39.72	38.31	37.51	53.36	65.60	60.98	67.40	66.40	59.18	67.70	57.87	50.15	56.17	68.81	81.34	47.44	37.61
$NI_{d-2,a}$	15.15	60.08	34.60	54.86	54.26	52.66	61.79	54.96	39.12	30.69	32.90	35.61	25.08	26.88	61.38	41.32	74.12	45.14	54.56	44.53	46.44	68.41	42.03	20.06
$NI_{d-3,a}$	21.36	47.14	31.80	71.01	70.61	25.38	25.38	87.76	67.00	26.98	12.44	45.94	32.10	47.64	36.51	56.27	15.85	42.83	7.62	18.66	31.70	20.46	75.63	83.55
$NI_{d-4,a}$	34.40	42.23	65.80	76.63	64.89	50.85	46.64	72.02	74.92	59.58	23.87	38.62	26.48	16.95	21.06	11.84	35.21	27.38	21.97	43.93	75.13	84.75	60.78	48.14
$NI_{d-5,a}$	34.20	44.23	54.56	71.21	69.41	51.65	31.80	19.26	38.21	34.00	33.30	62.39	65.90	75.43	49.85	64.39	66.20	17.25	3.41	16.45	25.08	13.14	4.71	32.40
$NI_{d-6,a}$	36.01	33.80	28.69	55.37	46.64	35.61	60.08	37.91	53.56	23.77	29.79	49.05	31.39	46.84	28.39	20.26	29.39	14.04	53.29	19.26	36.11	31.39	8.93	40.72
$NI_{d-7,a}$	26.08	51.35	50.05	41.93	65.10	49.85	38.21	67.80	51.25	74.52	36.51	41.42	52.76	69.31	66.50	53.56	68.71	41.62	59.26	21.56	30.49	24.17	11.84	8.32
$NI_{d-8,a}$	44.53	63.89	54.86	49.85	28.18	37.41	30.79	36.31	37.81	4.71	23.17	31.29	9.33	19.26	6.92	11.03	8.73	63.89	59.98	52.86	48.45	68.51	66.80	66.70
$CI_{d-1}$	17.05	18.66	21.66	50.25	75.43	34.40	37.01	47.14	52.26	53.66	36.11	30.32	45.04	58.78	57.57	53.26	62.89	70.71	62.49	47.94	53.96	52.26	49.95	31.39

Taula 3.3: 4. orduko MAE.

Eredua	Transf.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7
ARX	Jatorrizkoa	5.466	9.403	10.267	10.778	10.178	10.299	10.851
	N-PIT	4.680	8.160	9.118	9.284	9.574	9.866	9.737
ARX-J	Jatorrizkoa	5.436	9.358	10.090	10.311	10.616	10.632	10.865
	N-PIT	9.274	11.473	11.883	12.435	12.307	12.315	12.150
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	5.434	9.339	10.203	10.327	10.830	10.944	10.624
	N-PIT	8.724	11.131	11.941	12.139	12.394	12.442	12.702

Taula 3.4: 19. orduko MAE.

Eredua	Transf.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7
ARX	Jatorrizkoa	10.200	11.326	12.091	12.078	12.361	12.457	12.747
	N-PIT	10.010	11.318	11.336	11.979	12.015	12.778	12.242
ARX-J	Jatorrizkoa	10.222	11.052	11.835	12.215	11.782	12.914	12.907
	N-PIT	13.819	14.444	14.736	14.368	14.944	14.483	14.840
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	9.825	11.856	12.011	11.797	12.340	12.689	12.339
	N-PIT	13.800	14.313	14.770	14.249	14.726	14.368	14.629

egiten dituela ikusten da. Hala ere, jatorrizko prezioen ereduen arteko aldeak nahiko txikiak dira, gainera ARX-J eta ARX-J-CJ ereduen eta ARX ereduaren artean dagoen aurreikuspen-errendimenduaren aldea txikitu egiten da denbora-horizontea handitzen den heinean. Beherako errendimenduak jauzien luzerako efektua ARX-J eta ARX-J-CJ eredueta behar bezala biltzen ez dela adieraz dezake.

Bestalde, 3.4 Taulak erakusten du jatorrizko prezioak erabiliz hiru ereduen eta prezio transformatuak erabiliz ARX ereduaren arteko aurreikuspen-errendimenduen aldea oso txikia dela. Oro har, ikus daiteke MAE irizpidearen arabera 19. orduko erroreak 4. ordukoak baino handiagoak direla. Hori 19.orduko seriearen bolatilitatea altuagoa delako eta horrek, zehatz aurreikustea zaildu egiten duelako gerta daiteke.

Taula 3.5: H1 eta 4. ordurako DM estatistikoa (errore absolutu funtzioa).

		ARX		ARX-J		ARX-J-CJ	
		Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT
ARX	Jatorrizkoa		4.62 (>0.999)	0.20 (0.581)	-13.47 (<0.001)	0.21 (0.583)	-14.69 (<0.001)
	N-PIT	-4.62 (<0.001)		-4.34 (<0.001)	-15.47 (<0.001)	-4.39 (<0.001)	-18.07 (<0.001)
ARX-J	Jatorrizkoa	-0.20 (0.419)	4.34 (>0.999)		-13.52 (<0.001)	0.01 (0.504)	-14.53 (<0.001)
	N-PIT	13.47 (>0.999)	15.47 (>0.999)	13.52 (>0.999)		13.50 (>0.999)	2.21 (0.986)
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	-0.21 (0.417)	4.39 (>0.999)	-0.01 (0.496)	-13.50 (<0.001)		-14.63 (<0.001)
	N-PIT	14.69 (>0.999)	18.07 (>0.999)	14.53 (>0.999)	-2.21 (0.014)	14.63 (>0.999)	

Parentesi arteko balioa p-balioa da. Ezkerraldean, 3.2.6 azpiataleko notazioa jarraituz,  $\mathbb{A}$  eredua aurkitzen da eta gainean,  $\mathbb{B}$  eredua.

3.5 eta 3.6 Taulek errore absolutua galera funtziorako lehenengo horizontean (H1) 4. eta 19. orduen DM testaren emaitzak irudikatzen dituzte. 4. orduan N-PIT-rekin eraldatutako

Taula 3.6: H1 eta 19. ordurako DM estatistikoa (errore absolutu funtzioa).

		ARX		ARX-J		ARX-J-CJ	
		Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT
ARX	Jatorrizkoa		0.59 (0.721)	-0.08 (0.469)	-8.5 ( $<0.001$ )	1.34 (0.909)	-8.44 ( $<0.001$ )
	N-PIT	-0.59 (0.279)		-0.66 (0.255)	-8.51 ( $<0.001$ )	0.58 (0.719)	-8.18 ( $<0.001$ )
ARX-J	Jatorrizkoa	0.08 (0.531)	0.66 (0.745)		-8.41 ( $<0.001$ )	1.41 (0.921)	-8.17 ( $<0.001$ )
	N-PIT	8.5 ( $>0.999$ )	8.51 ( $>0.999$ )	8.41 ( $>0.999$ )		9.10 ( $>0.999$ )	0.04 (0.517)
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	-1.34 (0.091)	-0.58 (0.281)	-1.41 (0.079)	-9.10 ( $<0.001$ )		-8.79 ( $<0.001$ )
	N-PIT	8.44 ( $>0.999$ )	8.18 ( $>0.999$ )	8.17 ( $>0.999$ )	-0.04 (0.483)	8.79 ( $>0.999$ )	

Parentesi arteko balioa p-balioa da. Ezkerraldean, 3.2.6 azpiataleko notazioa jarraituz, A eredia aurkitzen da eta gainean, B eredia.

prezioak erabiliz ARX ereduak gainerako ereduak nabarmen gaintzen ditu, baita jatorrizko prezioak erabiliz hiru ereduak ere. Jatorrizko prezioen seriearekin ez da posible ereduaren arteko alde esanguratsurik nabarmentzea. Transformatutako prezioak erabiliz ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak esanguratsuki eredu okerrenak dira.

Bestalde, 3.6 Taulan ikus daitekeen bezala, 19. orduan jatorrizko prezioen serieari erreparaturik, ARX-J-CJ ereduak nabarmen gaintzen ditu %10 esanguratasun mailarako gainontzeko bi ereduaren aurreikuspenak. MAE irizpidearen arabera, jatorrizko prezioak erabiliz 19. orduko prezioen aurreikuspenak egiteko jauzi eta kosaltoek informazio garrantzitsua gehitzen dutela ondoriozta daiteke. Jatorrizko prezioa erabiliz ARX-J-CJ ereduaren eta transformatutako prezioak erabiliz ARX ereduaren artean ez dago alde esanguratsurik. 3.6 Taularen arabera, eraldatutako prezioak erabiliz ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak aurreikuspenetan maila kaskar berdintsua ematen dute.

Taula 3.7: MAE ordu guztietarako batera.

Eredua	Transf.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7
ARX	Jatorrizkoa	8.168	10.431	11.120	11.213	11.181	11.314	11.699
	N-PIT	7.691	9.822	10.232	10.782	10.718	11.192	11.011
ARX-J	Jatorrizkoa	8.126	10.228	10.959	11.341	11.199	11.778	11.703
	N-PIT	9.421	10.972	11.311	11.551	11.769	11.466	11.722
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	8.139	10.554	10.912	11.411	11.481	11.825	11.558
	N-PIT	9.142	10.782	11.281	11.298	11.390	11.543	11.599

3.7 Taulak, MAE irizpidearen arabera ordu guztien batez-bestekoa hartuz aurreikuspen-errendimendua erakusten du. 3.8 Taulan lehenengo horizontetarako 24 orduak aintzat hartuz lortutako DM estatistikoa agertzen da. Taula hauen helburua ordu guztietarako baterako emaitzak edukitzea da, eta horretarako MAE irizpidea eta DM testa aplikatzen dira, 3.2.6 azpiatalean aipatu bezala. 3.7 Taulak eraldatutako prezioak erabiltzen dituen ARX ereduak aurreikuspen zehatzenak egiten dituela erakusten du eta 3.8 Taulak emaitza hori berresten du. Jatorrizko prezioei erreparaturik, ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak lehen horizontean ARX ereduak baino zertxobait hobeto aurreikusten badute ere, zoritxarrez, DM probaren

Taula 3.8: H1 eta ordu guztietako baterako DM estatistikoa (errore absolutu funtzioa).

		ARX		ARX-J		ARX-J-CJ	
		Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT
ARX	Jatorrizkoa		3.12 (>0.999)	0.30 (0.619)	-7.75 (<0.001)	0.21 (0.584)	-6.17 (<0.001)
	N-PIT	-3.12 (<0.001)		-2.76 (0.003)	-11.25 (<0.001)	-2.93 (0.002)	-9.46 (<0.001)
ARX-J	Jatorrizkoa	-0.30 (0.381)	2.76 (0.997)		-7.65 (<0.001)	-0.10 (0.461)	-6.39 (<0.001)
	N-PIT	7.75 (>0.999)	11.25 (>0.999)	7.65 (>0.999)		7.61 (>0.999)	1.80 (0.964)
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	-0.21 (0.416)	2.93 (0.998)	0.10 (0.539)	-7.61 (<0.001)		-6.34 (<0.001)
	N-PIT	6.17 (>0.999)	9.46 (>0.999)	6.39 (>0.999)	-1.80 (0.036)	6.34 (>0.999)	

Parentesi arteko balioa p-balioa da. Ezkerraldean, 3.2.6 azpiataleko notazioa jarraituz, A eredia aurkitzen da eta gainean, B eredia.

arabera, hiru ereduaren arteko aldeak ez dira nabariak. Azken emaitza, N-PIT eraldaketa duten ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak aurreikuspenetan duten maila kaskar berdintsua da.

Taula 3.9: 4. orduko RMSE.

Model	Transf.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7
ARX	Jatorrizkoa	7.748	12.799	13.886	14.495	13.805	13.901	14.738
	N-PIT	6.957	11.974	13.102	13.155	13.740	13.983	13.685
ARX-J	Jatorrizkoa	7.595	12.736	13.609	14.142	14.354	14.512	14.643
	N-PIT	12.669	15.411	15.757	16.122	15.946	15.607	15.527
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	7.674	12.821	13.649	14.036	14.351	14.602	14.358
	N-PIT	10.364	13.751	15.094	15.290	15.536	15.562	16.077

Taula 3.10: 19. orduko RMSE.

Model	Transf.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7
ARX	Jatorrizkoa	13.514	15.389	16.197	16.085	16.549	16.925	17.163
	N-PIT	14.513	16.332	16.090	16.858	17.109	18.024	17.130
ARX-J	Jatorrizkoa	13.792	14.825	15.847	16.545	15.927	17.159	17.152
	N-PIT	18.913	20.367	20.114	19.736	20.686	19.559	20.462
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	13.379	15.908	16.214	16.097	16.686	16.978	16.659
	N-PIT	19.237	19.434	20.480	20.141	20.472	19.858	20.077

3.9 eta 3.10 Taulek 4. eta 19. orduetako RMSE irizpidearekiko aurreikuspenen emaitzak erakusten dituzte, hurrenez hurren. Orokorrean, 4. orduan emaitzak MAE irizpidearekin lortutakoen antzekoak dira. Eraldatutako prezioak erabiliz ARX ereduak egiten ditu aurreikuspenik onenak eta jatorrizko prezioak erabiliz ereduaren artean ez dago aurreikuspen-errendimenduan alde handirik. 19. Orduan, aldiz, eraldatutako prezioak erabiliz ARX ereduaren aurreikuspen-errendimendua jatorrizko prezioak erabiltzen dituen ereduaren batek gainditzen du horizonte guztietan. Eraldatutako prezio seriea erabiliz ARX ereduaren errendimendu jaitsiera erlatiboa RMSE irizpideak jauzien eragin handiagoa jasaten duelako eman daiteke. RMSE irizpideari jaramon eginez, eta jatorrizko prezioen serieetan sakonduz, eredurik onena ARX-J-CJ da, baina alde txikiak daude hiru ereduaren artean. Azkenik, MAE

irizpidean bezala, N-PIT eraldaketak ARX-J eta ARX-J-CJ ereduakin nahiko emaitza kaskarrak lortzen ditu. Beste behin, errorea askoz handiagoa da 19. orduan 4. orduan baino.

Taula 3.11: H1 eta 4. ordurako DM estatistikoa (errore karratu funtzioa).

		ARX		ARX-J		ARX-J-CJ	
		Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT
ARX	Jatorrizkoa		1.74 (0.959)	0.86 (0.806)	-3.55 ( $<0.001$ )	0.41 (0.660)	-5.41 ( $<0.001$ )
	N-PIT	-1.74 (0.041)		-1.48 (0.069)	-3.67 ( $<0.001$ )	-1.70 (0.045)	-6.60 ( $<0.001$ )
ARX-J	Jatorrizkoa	-0.86 (0.194)	1.48 (0.931)		-3.59 ( $<0.001$ )	-0.45 (0.328)	-6.03 ( $<0.001$ )
	N-PIT	3.55 ( $>0.999$ )	3.67 ( $>0.999$ )	3.59 ( $>0.999$ )		3.55 ( $>0.999$ )	1.81 (0.965)
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	-0.41 (0.340)	1.70 (0.955)	0.45 (0.672)	-3.55 ( $<0.001$ )		-5.84 ( $<0.001$ )
	N-PIT	5.41 ( $>0.999$ )	6.60 ( $>0.999$ )	6.03 ( $>0.999$ )	-1.81 (0.035)	5.84 ( $>0.999$ )	

Parentesi arteko balioa p-balioa da. Ezkerraldean, 3.2.6 azpiataleko notazioa jarraituz, A eredu aurkitzen da eta gainean, B eredu.

Taula 3.12: H1 eta 19. ordurako DM estatistikoa (errore karratu funtzioa).

		ARX		ARX-J		ARX-J-CJ	
		Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT
ARX	Jatorrizkoa		-1.84 (0.033)	-0.75 (0.226)	-7.41 ( $<0.001$ )	0.4 (0.656)	-6.98 ( $<0.001$ )
	N-PIT	1.84 (0.967)		1.23 (0.890)	-5.64 ( $<0.001$ )	2.07 (0.981)	-5.42 ( $<0.001$ )
ARX-J	Jatorrizkoa	0.75 (0.774)	-1.23 (0.110)		-7.20 ( $<0.001$ )	1.05 (0.854)	-6.63 ( $<0.001$ )
	N-PIT	7.41 ( $>0.999$ )	5.64 ( $>0.999$ )	7.20 ( $>0.999$ )		7.21 ( $>0.999$ )	-0.41 (0.341)
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	-0.4 (0.344)	-2.07 (0.019)	-1.05 (0.146)	-7.21 ( $<0.001$ )		-6.75 ( $<0.001$ )
	N-PIT	6.98 ( $>0.999$ )	5.42 ( $>0.999$ )	6.63 ( $>0.999$ )	0.41 (0.659)	6.75 ( $>0.999$ )	

Parentesi arteko balioa p-balioa da. Ezkerraldean, 3.2.6 azpiataleko notazioa jarraituz, A eredu aurkitzen da eta gainean, B eredu.

3.11 eta 3.12 Taulek H1-n 4. eta 19. orduen DM testaren emaitzak irudikatzen dituzte, hurrenez hurren, errore karratua galera funtziorako. 3.11 Taulan eraldatutako prezioak erabiltzen dituen ARX ereduak, nabarmen gaintzen dituela gainerako ereduak jatorrizko eta eraldatutako prezioak erabiliz baieztatu daiteke. Hala ere, kasu honetan, esanguratasun maila %1-aren orde %5-ekoa da. MAE irizpidean bezala, ezin dira jatorrizko prezioak erabiliz hiru ereduak bereizi.

Bestalde, 3.12 Taulan, harrigarria bada ere, jatorrizko prezioak erabiliz hiru ereduak esanguratsuki gaintzen dute eraldatutako prezioak erabiliz ARX eredu. Jatorrizko prezioen seriea erabiltzen duten ereduaren artean DM testa ez da bereizteko gai. RMSE irizpideari erreparatu ere, N-PIT eraldaketak ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak emaitza kaskarrak lortzen ditu.

3.13 Taulak ordu guztien batez-bestekoa hartuz aurreikuspen-errendimendua erakusten du RMSE irizpidearen arabera. 3.14 Taulan lehenengo horizonterako 24 orduak aintzat hartuz

Taula 3.13: MAE ordu guztietarako batera.

Model	Transf.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7
ARX	Jatorrizkoa	11.491	14.365	15.374	15.439	15.379	15.524	15.98
	N-PIT	11.496	14.397	14.783	15.345	15.605	16.140	15.848
ARX-J	Jatorrizkoa	11.628	14.019	15.060	15.604	15.352	16.152	16.118
	N-PIT	13.862	15.876	16.205	16.346	16.918	16.122	16.69
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	11.486	14.462	14.923	15.680	15.633	15.974	15.883
	N-PIT	13.055	15.041	15.863	16.008	16.104	16.297	16.358

Taula 3.14: H1 eta ordu guztietako baterako DM estatistikoa (errore karratu funtzioa).

		ARX		ARX-J		ARX-J-CJ	
		Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT	Jatorrizkoa	N-PIT
ARX	Jatorrizkoa		-0.02 (0.493)	-0.73 (0.232)	-6.11 ( $<0.001$ )	0.03 (0.512)	-5.26 ( $<0.001$ )
	N-PIT	0.02 (0.507)		-0.40 (0.344)	-5.87 ( $<0.001$ )	0.04 (0.515)	-4.77 ( $<0.001$ )
ARX-J	Jatorrizkoa	0.73 (0.768)	0.40 (0.656)		-5.60 ( $<0.001$ )	0.72 (0.766)	-4.58 ( $<0.001$ )
	N-PIT	6.11 ( $>0.999$ )	5.87 ( $>0.999$ )	5.60 ( $>0.999$ )		5.97 ( $>0.999$ )	2.13 (0.984)
ARX-J-CJ	Jatorrizkoa	-0.03 (0.488)	-0.04 (0.485)	-0.72 (0.234)	-5.97 ( $<0.001$ )		-5.17 ( $<0.001$ )
	N-PIT	5.26 ( $>0.999$ )	4.77 ( $>0.999$ )	4.58 ( $>0.999$ )	-2.13 (0.016)	5.17 ( $>0.999$ )	

Parentesi arteko balioa p-balioa da. Ezkerraldean, 3.2.6 azpiataleko notazioa jarraituz, A eredia aurkitzen da eta gainean, B eredia.

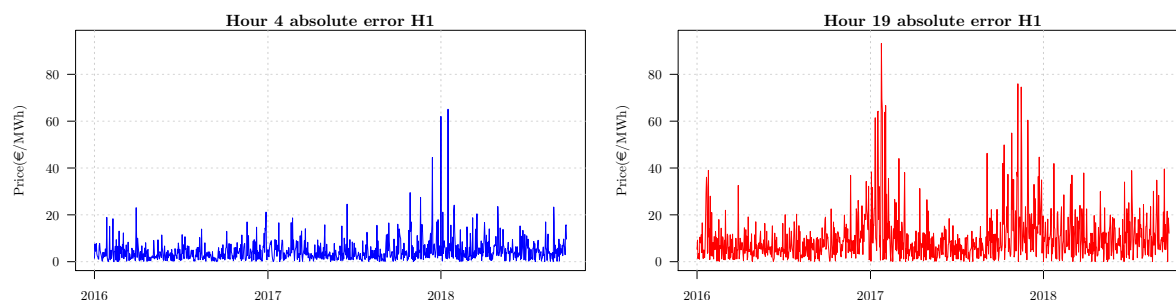
DM estatistikoa agertzen da, errore karratu galera funtziorako. 3.13 Taulan ikus dezakegu aurreikuspen-errendimendua nahiko antzekoa dela jatorrizko prezioak erabiliz hiru ereduaren artean eta transformatutako prezioak erabiliz ARX ereduaren artean. Izan ere, 3.14 Taulak baieztatzen du desberdintasun nabaririk ez dagoela. Hala ere, aldea esanguratsua ez izan arren, H1 aurreikusteko eredu onena jatorrizko prezioen seriea erabiliz ARX-J-CJ eredia da. Kontuan izan eredurik onena aldatu egiten dela horizonteekin (H1-en eta H7-ren artean). MAE irizpidearekin gertatzen den bezala, N-PIT eraldaketak ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak ez du aurreikuspen onik egiten.

Orokorrean, aurreikuspenak egiteko eredu onena eraldatutako prezioak erabiliz ARX eredia dela baieztatu da. Hala ere, gailur orduetan jatorrizko prezioak erabiliz ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak antzeko aurreikuspen-errendimendua du. Bestalde, N-PIT eraldaketak ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak ez du aurreikuspen zehatzik eskaintzen eta bi irizpideak bat datozen ondorio bat da. Eraldatutako prezioak erabiliz eredu horien errendimendu eskasa alderantzizko transformazio efektua dela eta gerta liteke, hau da, baliteke jauzien tamaina ondo ez kontabilizatzea transformazioaren alderantzizkoa aplikatzen denean.

Eraldatutako prezioak erabiliz ARX ereduaren 4. eta 19. orduetako aurreikuspenen errendimendua alderatzen dira 3.4 Irudian. Eraldatutako prezioak erabiliz ARX ereduaren erroreak irudikatu ditugu, orokorrean, aurreikusteko eredurik onena delako. 3.4 Irudian H1-ean  $N$  leiho mugikor desberdinen errore absolutua irudikatzen da<sup>7</sup>. 19. ordua bolatilitate altuagoko

<sup>7</sup>Errore karratua errore absolutuaren karratua besterik ez da. Beraz, errore karratuaren emaitzak ez dira erakusten.

Irudia 3.4: H1-rako 4. eta 19. orduen errore absolutua.



seriea denez, eta ondorioz aurreikusten zailagoa, 19. orduko errore absolutuak handiagoak dira 4. ordukoak baino. Errore aipagarrienak urteen hasieran eta amaieran agertzen dira. Erroreen joera hau urtarokotasun efektuaren bat erduetan behar bezala aintzat hartu ez delako gerta liteke. Gainera, errore termino nahiko handiak ikus daitezke 3.4 Irudian, batez ere 19. orduan. Errore termino handi hauek MAE eta RMSE irizpideek literaturako beste artikuluetan baino balio handiagoak lortzea eragiten dute, Ziel eta Weron (2018)-n adibidez.

### 3.5 Laburpena eta ondorioak

Argindarraren merkatuen liberalizaziotik prezioen modelizazioa gero eta zailagoa bihurtu da, are gehiago, energia berriztagarrien ekoizpenaren igoerarekin. Elektrizitatearen prezioek modelizazioan kontuan hartu beharreko ezaugarri bereziak dauzkate. Ezaugarri horietako bat saltoen presentzia da. Kapitulu honetan, prezioak ordu bakoitzeko jauziak aintzat hartuz eta eguneko orduen arteko kosaltoak ere kontuan hartuz modelizatzen dira. Helburua eguneroko merkatuko elektrizitatearen prezioak ahalik eta zehatzen aurreikustea da.

Kapitulu honetan, Alemaniako eta Austriako eguneroko merkatuko elektrizitate prezioak aztertzen dira. Jatorrizko prezioen seriea eta N-PIT eraldatutako seriea aurreikusten dira, eguneko ordu bakoitza denbora-serie bereizitza tratatuta. Lehenengo pausua ARX erreferentzia eredu estimatzea da sare elastikoa estimatzailearekin. Ondoren, estimatutako ARX ereduaren hondarretan, LM testaren bidez, jauzi esanguratsuak hautematen dira eta kosaltoen existentzia egiaztatzen da. Behin salto eta kosaltoak identifikatuta, ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak ere sare elastikoaren bidez estimatzen dira. Estimazio prozesua behin eta berriz errepikatzen da leiho mugikorak erabiliz. Azken urratsean, eredu desberdinen aurreikuspen-errendimendua bi irizpide desberdin eta DM testaren bidez aztertzen da.

Emaitzek, oro har, argindar prezioak aurreikusteko eredurik onena prezio eraldatuak erabiliz ARX eredu dela erakusten dute. Hala ere, emaitzak ordu batetik bestera eta horizontetik horizontera aldatu egiten dira. Alde batetik, gailur orduetan, MAE eta RMSE irizpideetarako, prezio eraldatuak erabiliz ARX eredu eta jatorrizko prezioak erabiliz ARX-J eta ARX-J-CJ ereduaren aurreikuspen-errendimendua antzekoa da. Gainera, gailurreko orduetan jauzien egitura erduetan sartzea komenigarria da. Izan ere, jatorrizko prezioen seriea erabilia ARX-J-CJ eredu da aurreikuspenik zehatzenak eskaintzen dituen eredu. Denbora horizontea handitu ahala, jatorrizko prezioen ARX-J eta ARX-J-CJ ereduaren aurreikuspenak erlatiboki ahultzen



doaz. Horizonte altuetako aurreikuspen-errendimendu eskasak, eredu horiek jauzi eta kosaltoen epe luzerako efektua behar bezala ez dutela gordetzen adierazten du.

Aitzitik, bailara orduetan jauzien garrantzia txikiagoa dela dirudi eraldatutako prezioak erabiltzen dituen ARX ereduak gainontzeko ereduak gainditzen baititu. ARX-J eta ARX-J-CJ ereduak eraldatutako prezioen serieak erabiliz oso aurreikuspen emaitza kaskarrak lortzen dituzte aztertutako kasu guztietan. Edozein eraldaketari gerta dakioken moduan, aurreikusitako eraldatutako balioak prezioen banaketaren isatsetan elkarrengandik gertu egon arren, balioen arteko diferentzia asko hazi daiteke eraldaketaren alderantzizko funtzioa aplikatzen denean.

Lortutako emaitzak Alemaniako eta Austriako eguneroko merkatuko parte-hartzaileentzat interesgarriak dira, beraien salerosketa posizioak aukeratzeko aurreikusitako prezioak erabil baititzakete. Gainera, aurreikuspenak egiteko bailara orduetan eraldatutako prezioa erabiliz ARX ereduak erabiltzea eta gailur orduetan, berriz, jatorrizko prezioen seriearekin ARX-J-CJ ereduak aplikatzea gomendatzen dugu.

Gainera, aurreikuspenak etorkizuneko merkatuetan parte-hartzen dutenentzat ere interesgarriak dira. Mundu osoko elektrizitate merkatuetako antolatzaileak partaideak etorkizun merkatuetan parte-hartzera bultzatzen ari dira. Errentagarritasun azterketa baten ondoren hartzen dute agenteek parte-hartzeari buruzko erabakia. Esate baterako, EPEX merkatuan, Phelix etorkizunak eskaintzen dira. Phelix etorkizunetan oinarri eta gailur prezioak salerosi daitezke, eguneko ordu guztien batez-bestekoa eta gailur orduen batez-bestekoa izanik, hurrenez hurren. Hori dela eta, eguneroko prezioen aurreikuspenek partaideei hurrengo egunetarako lizitazio estrategia optimizatzen laguntzen die etorkizuneko merkatuan parte-hartzeari buruzko erabakia hartzeko.

Etorkizunean egingo diren ikerketetan, aurreikuspen probabilitikoa aplikatu daiteke elektrizitatearen prezioak aurreikusteko, batez ere gailur orduetan, parte-hartzaileek honela aurreikuspenen irudi orokorra izango lukete. Aurreikuspen probabilitikoa aurreikusitako horizontearen banaketa osoa aurreikustean datza, eta ez soilik batez-bestekoa aurreikustean. Horrela, merkatuko agenteek aurrean duten ziurgabetasuna jakinda hartu ahal izango lituzkete erabaki zuzenenak.

Gainera, errore terminoetan ereduak urtarokotasun efektu bat ez dutela egoki jasotzen ikusten da, urteen hasieran eta amaieran batik bat, akats nabarmenak egiten baitira. Etorkizuneko ikerketetan, ereduak urteko urtarokotasuna harrapatu beharko lukete lortutako erroreak murrizteko. Azkenik, punta orduen eta bailara orduen joera guztiz desberdinak direla eta, etorkizuneko ikerketan egunaren ordu bakoitzerako eredu desberdin bat aukeratzeko ahalbidetuko da eta honela, erroreak nabarmen murriztea espero da.

## 3.6 Bibliografia

- Chan, K. F., Gray, P., & van Campen, B. (2008). A new approach to characterizing and forecasting electricity price volatility. *International Journal of Forecasting*, 24(4):728–743.
- Ciarreta, A., Muniain, P., & Zarraga, A. (2017). Modeling and forecasting realized volatility

- in German–Austrian continuous intraday electricity prices. *Journal of Forecasting*, 36(6):680–690.
- Ciarreta, A., Muniain, P., & Zarraga, A. (2018). Realized volatility and jump testing in the Japanese electricity spot market. *Empirical Economics*, pages 1–24.
- Diebold, F. X. (2015). Comparing predictive accuracy, twenty years later: A personal perspective on the use and abuse of Diebold–Mariano tests. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33(1):1–1.
- Diebold, F. X. & Mariano, R. S. (2002). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(1):134–144.
- Dumitru, A.-M. & Urga, G. (2012). Identifying jumps in financial assets: a comparison between nonparametric jump tests. *Journal of Business & Economic Statistics*, 30(2):242–255.
- Gilder, D., Shackleton, M. B., & Taylor, S. J. (2014). Cojumps in stock prices: Empirical evidence. *Journal of Banking & Finance*, 40:443–459.
- Hebiri, M. & Lederer, J. (2013). How correlations influence lasso prediction. *IEEE Transactions on Information Theory*, 59(3):1846–1854.
- Hoerl, A. E. & Kennard, R. W. (1970). Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12(1):55–67.
- Lee, S. S. & Mykland, P. A. (2007). Jumps in financial markets: A new nonparametric test and jump dynamics. *The Review of Financial Studies*, 21(6):2535–2563.
- Racine, J. (2000). Consistent cross-validators model-selection for dependent data: hv-block cross-validation. *Journal of econometrics*, 99(1):39–61.
- Tibshirani, R. (1996). Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 267–288.
- Uniejewski, B., Nowotarski, J., & Weron, R. (2016). Automated variable selection and shrinkage for day-ahead electricity price forecasting. *Energies*, 9(8):621.
- Uniejewski, B., Weron, R., & Ziel, F. (2018). Variance stabilizing transformations for electricity spot price forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(2):2219–2229.
- Ziel, F. & Weron, R. (2018). Day-ahead electricity price forecasting with high-dimensional structures: Univariate vs. multivariate modeling frameworks. *Energy Economics*, 70:396–420.
- Zou, H. & Hastie, T. (2005). Regularization and variable selection via the elastic net. *Journal of the royal statistical society: series B (statistical methodology)*, 67(2):301–320.

# 4

## Probabilistic Forecasting in Day-Ahead Electricity Markets: Simulating Peak and Off-Peak Prices

Authors: *Peru Muniain* and *Florian Ziel*

### 4.1 Introduction

In the last few decades since the deregulation of electricity markets it has become increasingly important to capture uncommon features of electricity prices such as nonstorability, which makes electricity prices really volatile ( see Weron (2014)). In this paper we use different time series models to forecast electricity by simulation and then evaluate those forecasts using various criteria with different properties. We believe it is crucial to take into account the dependency structures in order to properly forecast multivariate time series. The innovation in this paper is that we include dependency structures in some of the multivariate forecasting models and in one of the forecast evaluation criteria to show that the incorporation of the dependency structures substantially improves electricity price forecasts. The electricity prices we model and forecast in this paper are the peak and off-peak price series based on the German-Austrian day-ahead price. These time series are important for derivatives trading.

As mentioned above, electricity prices show special characteristics which are usually classified in the relevant literature ( see Weron (2014) and Ziel (2016)). Specifically, these properties are i) mean reverting behavior; ii) seasonal behavior; iii) time dependent volatility; iv) price spikes; and v) cross-period effects (e.g. night hours influence day-time

hours even though they take place on the same day). All these aspects are known in the literature, but there is no electricity price forecasting model which incorporates all of them. For instance, Karakatsani and Bunn (2008) cover all the above effects except interaction effects, Ziel et al. (2015) consider all effects except price spike effects. We propose electricity price models which incorporate all the said effects into a probabilistic electricity price forecasting framework.

A two-step approach is used to forecast prices. In the first step the conditional mean model is estimated: the mean must be properly estimated so that the residuals have a zero mean. Therefore, in the mean equation all the seasonal properties must be included. Accordingly, Uniejewski et al. (2016) and Ziel and Weron (2018) propose mean equations with autoregressive, non-linear effects and seasonal effects. Once the conditional mean model is properly estimated we proceed to estimate the residuals, which must have a zero mean so the models differ in the structures of the standard deviation. We consider mean reverting jump diffusion models (MRJD) such as the model included by Seifert and Uhrig-Homburg (2007) and Ioannou et al. (2018) applied to electricity prices. The MRJD model is an OrnsteinUhlenbeck (OU) process proposed by Uhlenbeck and Ornstein (1930). Unlike Weron (2008) and Cartea and Figueroa (2005), where the jump component is first estimated and then an OU process is assumed in the continuous part; we first estimate the mean model and then we assume a MRJD structure in the residuals. Weron (2014) offers a good review of MRJD models applied to electricity price forecasting. As mentioned above, our interest is the dependency structure between different time series, which we include by assuming correlated jump occurrence processes, a procedure we believe has never been used before. To obtain a correlated jump we focus on the bivariate Bernoulli process, proposed by Dai et al. (2013).

Once the models are estimated electricity prices are simulated and forecast, then those forecasts and their paths are evaluated using different criteria. In this article we use four different criteria: mean absolute error (MAE), mean square error (MSE), pinball score (PB, also known as quantile loss) and energy score (ES). The first two are the most widely used in the literature of forecasting evaluation; for instance, Keles et al. (2012) apply MSE to evaluate the electricity price forecasts from a model including spikes and other structures such as ARIMA and GARCH. Voronin et al. (2014) use the MSE and MAE criteria to evaluate the performance of different electricity price forecasts in the NORDPOOL market. In this paper we focus more on the PB and ES as we are interested in the performance capturing the whole distribution and how the different models capture dependency structures. The PB has been applied by Maciejowska and Nowotarski (2016), Dudek (2016), and Juban et al. (2016), all involving an electricity price forecasting competition with the PB used to check performance, as the objective was to approximate the forecast distribution. The ES has not been applied to electricity price forecasts so far. However, it has been applied a few times in the energy forecasting context, e.g. in Pinson and Girard (2012) for wind power forecasting. The ES is built up as per Gneiting and Raftery (2007) and then applied to our time series. We pay more

attention to this score because it takes into account dependency structures. As mentioned above, our contribution is to include correlation structures in the models as well as in the evaluation. Then, to check whether the differences between the forecasting performances of the models in pairs are significant or not, the Diebold-Mariano (DM) test is applied. The DM test was introduced by Diebold and Mariano (2002).

The rest of the paper is organized as follows: Section 4.2 explains the data and highlights the relationships to the derivative markets, Section 4.3 introduces the models, Section 4.4 explains the estimation methods and how the forecasts are generated, Section 4.5 describes the evaluation criteria, Section 4.6 discusses the results, and Section 4.7 summarizes our results, and outlines the most important facts.

## 4.2 Data

### 4.2.1 Motivation

As mentioned in the introduction, we focus on off-peak and peak price series from the EPEX market because they are relevant for derivative trading, especially future products. On the European Energy Exchange (EEX) different future products for electricity with cash settlement for the German/Austrian delivery zone are traded. They are base, off-peak and peak price products (also known as Phelix) traded at EEX. The underlying of these products are based on the hourly German/Austrian EPEX day-ahead electricity prices. The Phelix base product is simply calculated as the mean of all hourly EPEX prices in the delivery period. For example, the underlying of Phelix base week future contracts are calculated as the mean of the 168 hourly prices from Monday 0:00-1:00 to Sunday 23:00-24:00. For Phelix peak products the underlying is the mean of the day-ahead price from the 9<sup>th</sup> hour of the day to the 20<sup>th</sup> (12 hours in total) on Monday to Friday. Thus, for Phelix peak week futures contracts the underlying are computed as a mean of the  $5 \times 12 = 60$  hourly mean prices for the peak hours from Monday to Friday. The remaining  $168 - 60 = 108$  hours would be the underlying for Phelix off-peak week future products. However, Phelix off-peak products are only available for longer delivery periods (month, quarter and annual) and are rather illiquid. Therefore, the primarily focus for traders is on the Phelix base and peak products.

As traders focus on base and peak products it makes sense to concentrate on forecasting the corresponding underlyings. However, the fact that definition of the Phelix peak products depends on the day of the week makes the modeling a bit cumbersome. Intuitively, it makes sense to model and forecast the daily base price (the mean of the 24 hourly prices) and the daily peak price (the mean of the 12 prices 8:00-9:00 to 19:00-20:00). Of course, for trading Phelix peak products a forecast for Saturday and Sunday peak prices is not relevant. Nonetheless, it is more convenient to model the peak price in the above mentioned manner to preserve the time series structure. However, the base and peak time series are partially based on the same prices, in fact the peak prices. But, from

the modeling perspective it is more convenient to have less correlated data. This linear dependency can be reduced easily by modeling the daily peak and off-peak prices as they are computed based on completely different hourly prices. If we are interested in a base price, we may obtain it directly by averaging the daily off-peak and peak prices. Hence, it is completely sufficient to model the base and peak prices for trading purposes. Thus, we proceed to analyze the above mentioned time series henceforth.

Finally, we would like to mention that it would be more informative to have a model for the 24 hourly electricity prices than just a model for the peak and off-peak prices. The problem with these models in the considered probabilistic forecasting setup are the computational burden, as there would be too many variables to estimate and we would not be able to optimize the models. However, these forecasts would not add any information regarding derivatives markets because hourly prices are not traded in these markets.

## 4.2.2 Description

The considered electricity price data starts on 1 st January 2014 and ends on 31 st December 2017. It is measured in EUR/MWh. To calculate the higher moments and the dependencies, use the following notation;

$$m_{i,j} = \mathbb{E} \left[ \left( \frac{Y_{d,1} - \mu_{Y_{d,1}}}{\sigma_{Y_{d,1}}} \right)^i \left( \frac{Y_{d,2} - \mu_{Y_{d,2}}}{\sigma_{Y_{d,2}}} \right)^j \right],$$

where  $Y_{d,1}$  and  $Y_{d,2}$  refer to off-peak and peak time series with their means  $\mu_{Y_{d,1}}$  and  $\mu_{Y_{d,2}}$  and standard deviations  $\sigma_{Y_{d,1}}$  and  $\sigma_{Y_{d,2}}$ . We show below the sample statistics (of the input data), but these may not be good estimators for the corresponding statistical counter-parts. However, under some mixing assumptions (e.g. weakly periodically stationary) the sample mean/variance/skewness/kurtosis/etc converge to the corresponding counterpart. Additionally, we would like to point out the fact that if the time series are bounded, and this is our case, then all moments exist. The sample descriptive statistics for both time series are shown below:

Table 4.1: Descriptive statistics of off-peak and peak prices

	mean	sd	median	min	max	cor	skew	coskew
off-peak	28.30	8.74	29.36	-56.38	73.66	0.80	-1.61	-0.59
peak	35.48	13.79	35.09	-45.27	130.18	0.80	0.48	0.01

The number of days is 1461, and sd is standard deviation. For the higher moments and dependencies, cor refers to correlation, which is an estimator of  $m_{1,1}$  (same for both time series), skew to skewness with our notation estimated value of  $m_{3,0}$  and  $m_{0,3}$  for off-peak and peak, respectively. Similarly, coskew references to coskewness which gives estimations of  $m_{2,1}$  and  $m_{1,2}$ .

As expected, Table 4.1 shows that the mean and the standard deviation are higher in the peak time series. As the volatility is higher the range for the peak series is higher than that of the off-peak time series. The correlation shows quite a high positive linear

relationship between the two time series. The skewness shows that the off-peak series is clearly asymmetric and that the peak series is slightly asymmetric. The coskewness coefficients show how the variance of one time series and the mean of the other are related. As observed in Table 4.1, the relationship between the off-peak central variance and the peak central mean is stronger than the other way round; in the case of  $m_{2,1} = -0.59$ , this means that the higher the value of the peak series the lower the variance of the off-peak series. In view of these results it can be concluded that none of the time series follows a normal distribution pattern.

Figure 4.1: off-peak and peak time series

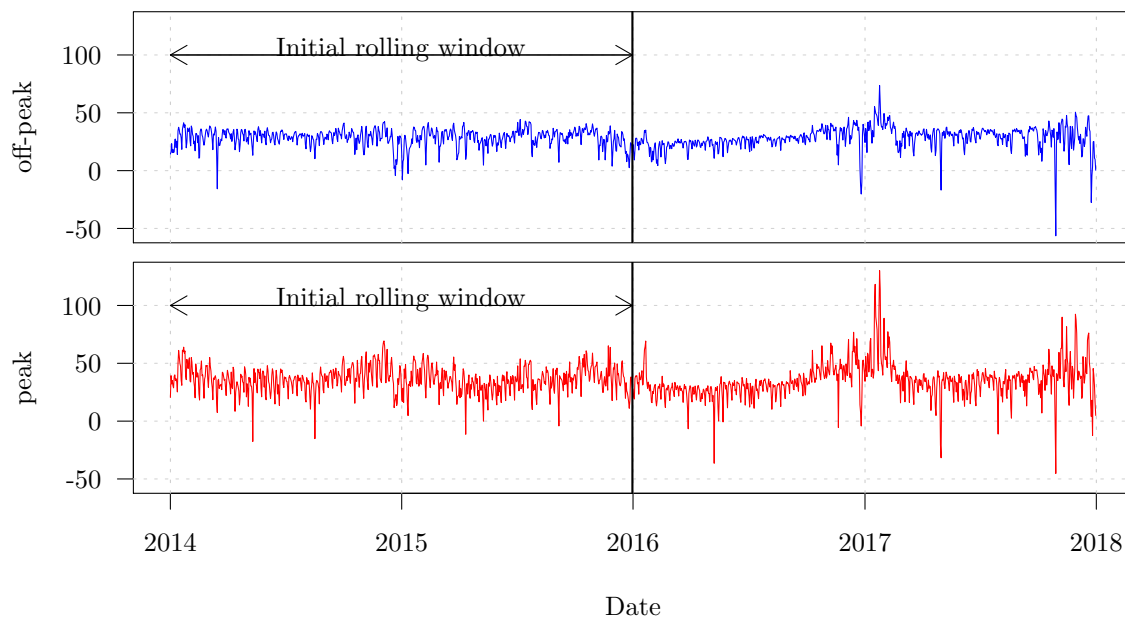
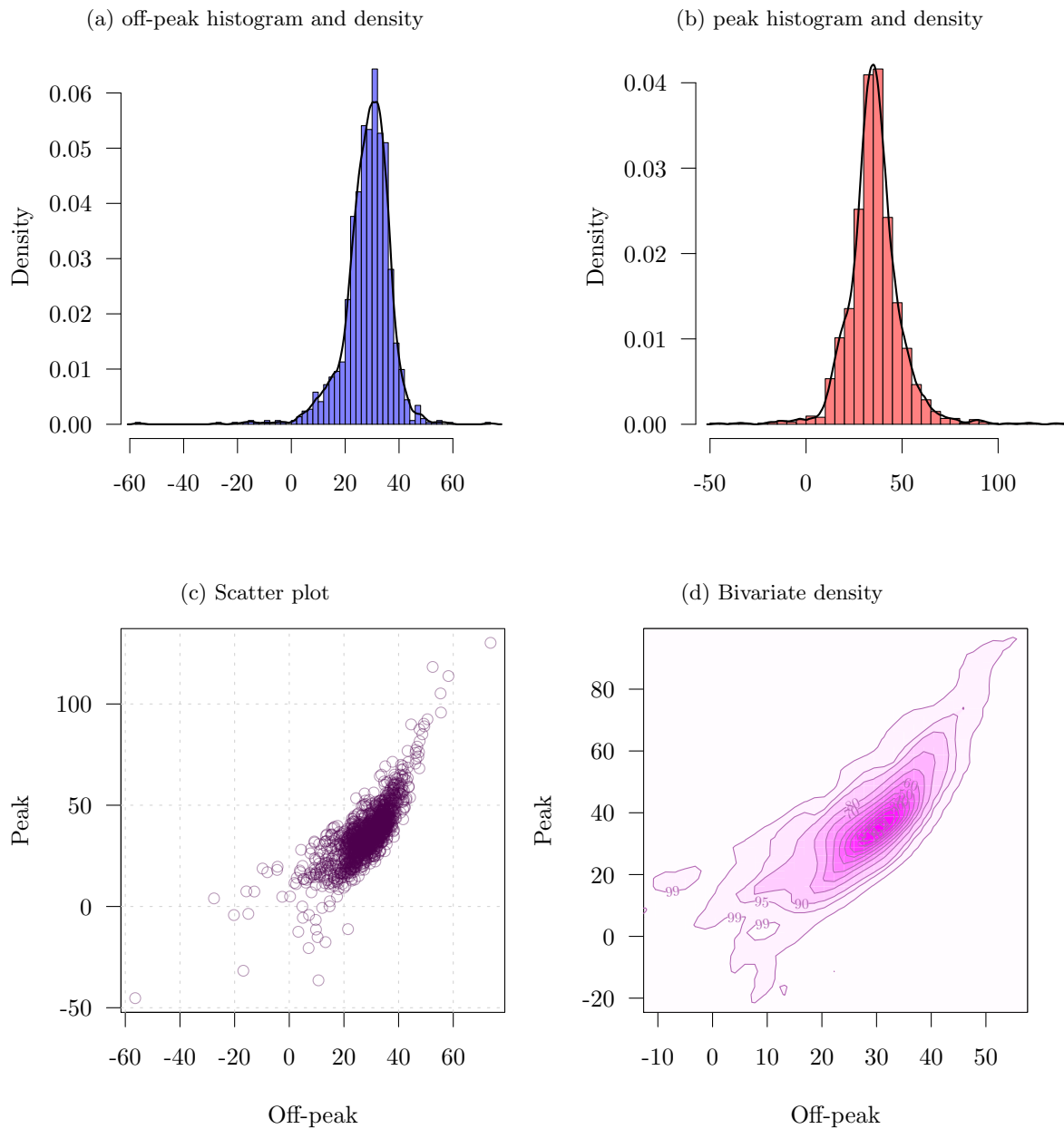


Figure 4.1 shows the off-peak and peak time series through our sample. The first two years are used only for estimation purposes and the last two years are first predicted and then used as observations of the following rolling windows. How the rolling windows are developed is explained in Section 4.4. Figure 4.1 is divided in two to emphasize this aspect. It is observed in Figure 4.1 that the volatility was higher at the beginning of 2017 and also at the end of the year. As can be observed in Table 4.1 and in Figure 4.1, the volatility is higher, and so is the mean in the peak series compared to the off-peak figures. However, generally the trend in the graphs is quite similar, as shown by the correlation coefficient. In both cases there is evidence of volatility clustering and spikes.

The histograms and density functions in Figure 4.2 show the distribution of the two time series. It may be observed that both series have heavy tails and the asymmetry is more pronounced in the off-peak series. In both cases there is evidence of spikes, which are rare events where the price is extremely low or high. Regarding the scatter plot, a strong and complex correlation between the two is confirmed, which leads us to include correlation structures in our models. In the models we propose, the correlation is not included only in the continuous part of the variation but also in the jump occurrence

Figure 4.2: Histograms and densities of off-peak and peak time series



process, as the depicted graphs show. From the scatter plot it is also possible to observe the bivariate density, which shows how the scatter plot is distributed. In Figure 4.2d, the darker colors show the higher quantiles of the distribution. The bivariate distribution confirms the intuition of the scatter plot, where the darker areas are those where there are more points. In both graphs - the scatter plot and the bivariate distribution - one may observe that the spread is higher in lower values than in higher values.. The correlation coefficient for the values when the off-peak price is lower than 30 is 0.65, while when the off-peak price is higher than 30 the correlation coefficient is 0.84. This is an example of the complicated dependency structure.



### 4.3 Models

The models that we analyze in this paper are two step models. In the first step we estimate the mean equation and in the second we study the residuals from the previous step.

For the sake of simplification we define  $\mathbf{Y}_d = (Y_{d,1}, Y_{d,2})'$  as the bivariate vector of the off-peak and peak prices, so index 1 corresponds to the off-peak price and index 2 to the peak price.

#### 4.3.1 ARX type models

In this subsection we introduce the conditional mean model that we assume. The mean equation is based on the mean models proposed in Uniejewski et al. (2016) and Ziel and Weron (2018). To calculate the mean equation we assume a model with autoregressive structure with exogenous variables (ARX) for the peak and off-peak series. The ARX model was shown to perform really well in forecasting electricity prices in Uniejewski et al. (2016) and Ziel and Weron (2018). We consider the mean model for the two time series as:

$$Y_{d,i} = \beta_{i,0} + \sum_{k=1}^8 (\beta_{i,k,1} Y_{d-k,1} + \beta_{i,k,2} Y_{d-k,2}) + \sum_{k=1}^7 [(\beta_{i,k,3} + \beta_{i,k,4} Y_{d-1,1} + \beta_{i,k,5} Y_{d-1,2}) \text{DoW}_d^k] + \epsilon_{d,i} \quad (4.1)$$

where  $i = 1, 2$  and  $\text{DoW}_d^j$  is a day of the week dummy of day  $j$  at day  $d$  such that e.g.  $\text{DoW}_d^1$  is 1 if  $d$  falls on a Monday,  $\text{DoW}_d^2 = 1$  if  $d$  is on Tuesday etc. The residuals are  $\epsilon_{d,1}$  and  $\epsilon_{d,2}$ , and by construction the mean of the two terms must be 0. The model has in total  $p = 1 + 2 \times 8 + 3 \times 7 = 38$  parameters with corresponding parameter vector  $\boldsymbol{\beta}$ . Obviously, model (4.1) is a linear model that can be written as

$$Y_{d,i} = \mathbf{X}'_{d,i} \boldsymbol{\beta}_i + \epsilon_{d,i} \quad (4.2)$$

where  $\mathbf{X}_{d,i}$  and  $\boldsymbol{\beta}_i$  are  $p$ -dimensional.

The error terms are considered to be distributed as:

$$\boldsymbol{\epsilon}_d \sim \mathcal{N}_2(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (4.3)$$

where  $\boldsymbol{\epsilon}_d = (\epsilon_{d,1}, \epsilon_{d,2})'$ ,  $\mathbf{0} = (0, 0)'$  and  $\boldsymbol{\Sigma}$  is the covariance matrix of  $\boldsymbol{\epsilon}_d$ .

Model (4.1) covers the major characteristics of electricity prices, especially mean reverting properties, seasonal structure, and cross-period effects. Only volatility and price

spikes are not captured by the structure assumed. Hence, for all the remaining models we consider the same mean equation, but modify the error model (4.3) to capture the missing effects.

### 4.3.2 ARX type models with independent jumps in the residuals

In this subsection we explain the ARX-IJ model. We consider MRJD in each residual independently. This is the standard OU process applied in electricity price forecasting, and has been applied several times, e.g. in Keles et al. (2012) and widely discussed in Weron (2014). Jump diffusion models are accurate for capturing price spikes as observed in the tails of Figures 4.2a and 4.2b.

After Euler discretization the model is written as follows:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\epsilon}_d &= \boldsymbol{\epsilon}_{d,cont} + \mathbf{B}_d \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump} \\ \boldsymbol{\epsilon}_{d,cont} &\sim \mathcal{N}_2(-\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \\ \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump} &\sim \mathcal{N}_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Gamma})\end{aligned}$$

where  $\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$ ,  $\boldsymbol{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$

$$\mathbf{B}_d = \begin{pmatrix} b_{d,1} & 0 \\ 0 & b_{d,2} \end{pmatrix} \text{ with } b_{d,i} \sim \text{Ber}(\lambda_i) \text{ for } i = 1, 2, \text{ and } \boldsymbol{\Gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_1^2 & 0 \\ 0 & \gamma_2^2 \end{pmatrix},$$

where  $\boldsymbol{\epsilon}_{d,cont}$  is the continuous part of the error term and  $\boldsymbol{\epsilon}_{d,jump}$  is the jump component.  $\lambda_i$  is the probability of jumps,  $\text{Ber}$  is the Bernoulli distribution,  $\mu_i$  is the mean size of the jump,  $\gamma_i$  is the standard deviation of the jump and  $\sigma_i$  is the standard deviation of the continuous part all of them defined for  $i = 1, 2$ . We need the terms  $-\lambda_1\mu_1$  and  $-\lambda_2\mu_2$  in the continuous term in order to ensure that the mean of  $\epsilon_{d,1}$  and  $\epsilon_{d,2}$  is 0, as it must be by construction. In this model we assume that the Bernoulli random variables  $b_{d,1}$  and  $b_{d,2}$  are independent. The conditional error term  $\boldsymbol{\epsilon}_d | \mathbf{B}_d = \boldsymbol{\epsilon}_{d,cont} + \mathbf{B}_d \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump} | \mathbf{B}_d$  is distributed as follows:

$$\boldsymbol{\epsilon}_d | \mathbf{B}_d \sim \mathcal{N}_2(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{B}_d \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{B}_d'). \quad (4.4)$$

For the unconditional distribution of  $\boldsymbol{\epsilon}_d$  first note that with  $\text{Var}[XY] = \mathbb{E}[X]^2 \text{Var}[Y] + \text{Var}[X] \mathbb{E}[Y]^2 + \text{Var}[X] \text{Var}[Y]$  the following holds:

$$\begin{aligned}\text{Var}[b_i \epsilon_{d,jump,i}] &= \mathbb{E}[b_i]^2 \text{Var}[\epsilon_{d,jump,i}] + \text{Var}[b_i] \mathbb{E}[\epsilon_{d,jump,i}]^2 + \text{Var}[b_i] \text{Var}[\epsilon_{d,jump,i}] \\ &= \lambda_i^2 \gamma_i^2 + \lambda_i(1 - \lambda_i) \mu_i^2 + \lambda_i(1 - \lambda_i) \gamma_i^2 = \lambda_i((1 - \lambda_i) \mu_i^2 + \gamma_i^2).\end{aligned} \quad (4.5)$$

Thus, as a result of the independence of all occurring random variables, it holds that

$$\text{Var}[\boldsymbol{\epsilon}_d] = \boldsymbol{\Sigma} + \text{Var}[\mathbf{B}_d \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump}] = \boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\Lambda}((\mathbf{I} - \boldsymbol{\Lambda}) \text{Diag}(\boldsymbol{\mu})^2 + \text{Diag}(\boldsymbol{\Gamma})) \quad (4.6)$$

$$\text{as } \text{Cov}[b_{d,1} \epsilon_{d,jump,1}, b_{d,2} \epsilon_{d,jump,2}] = 0.$$

However, it is clear that  $\epsilon_d$  does not follow a bivariate normal distribution pattern.

### 4.3.3 ARX type models with bivariate jumps in the residuals

The next model that we introduce, the ARX-BiJ model, is related to the previous one as it is based on an MRJD structure, but in this case the jump component is assumed to be bivariate (more precisely bivariate Bernoulli). This dependency structure in the jump is one of our contributions to the literature. We further assume that the jump sizes can be correlated. We write the model as

$$\begin{aligned} \epsilon_d &= \epsilon_{d,cont} + \mathbf{B}_d \epsilon_{d,jump} \quad \text{with} \quad \epsilon_{d,cont} \sim \mathcal{N}_2(-\mathbf{\Lambda}\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \text{and} \quad \epsilon_{d,jump} \sim \mathcal{N}_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Gamma}), \\ \text{where } \boldsymbol{\mu} &= \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_1^2 & \varrho\gamma_1\gamma_2 \\ \varrho\gamma_1\gamma_2 & \gamma_2^2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{B}_d &= \begin{pmatrix} b_{d,1} & 0 \\ 0 & b_{d,2} \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad \text{diag}(\mathbf{B}_d) \sim \mathbf{Ber}_2(\mathbf{P}) \\ \text{with probabilities } \mathbf{P} &= \begin{pmatrix} p_{0,0} & p_{1,0} \\ p_{0,1} & p_{1,1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{1,0} + p_{1,1} \\ p_{0,1} + p_{1,1} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

As mentioned above, we now assume that the arrivals of the jumps are bivariate  $\mathbf{Ber}_2(\mathbf{P})$  distributed with probabilities  $\mathbf{P}$ . In this case,  $p_{0,0}$  is the probability of no jump,  $p_{1,0}$  is the probability of a jump occurring only in the off-peak component,  $p_{1,1}$  is the probability of there being a jump in both components at the same time, and  $p_{0,1}$  is the probability of a jump occurring only in the peak component. Therefore,  $\lambda_2 = p_{0,1} + p_{1,1}$  is the total probability of jumps in the peak component, and  $\lambda_1 = p_{1,0} + p_{1,1}$  is the equivalent probability in the off-peak series. The condition  $p_{1,0} + p_{1,1} + p_{0,1} + p_{0,0} = 1$  must hold. Unlike the previous model, in this case  $b_{d,1}$  and  $b_{d,2}$  are not independent: they must coincide in no jump with probability  $p_{0,0}$  and in jump with probability  $p_{1,1}$ . For the bivariate Bernoulli setting we follow Dai et al. (2013). Assuming a bivariate jump process. we capture dependency structure in the continuous component as well as in the jump component.

### 4.3.4 ARX type models with bivariate jumps in the residuals with no constant mean.

This subsection presents the ARX-BiJ- $\mu_d$  model. This model is very similar to the previous one, but in this case the mean of the jump is assumed to depend on the price observed previously. In order not to make things too tedious for the reader we only note

those points that differ from the previous model, i.e.:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_d &= \boldsymbol{\mu}_0 + \boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{Y}_{d-1} \text{ and } \boldsymbol{\epsilon}_d = \boldsymbol{\epsilon}_{d,cont} + \mathbf{B}_d \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump} \\ \text{with } \boldsymbol{\epsilon}_{d,cont} &\sim \mathcal{N}_2(-\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\mu}_d, \boldsymbol{\Sigma}), \text{diag}(\mathbf{B}_d) \sim \mathbf{Ber}_2(\mathbf{P}) \text{ and } \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump} \sim \mathcal{N}_2(\boldsymbol{\mu}_d, \boldsymbol{\Gamma}), \end{aligned} \quad (4.7)$$

In this model we seek to capture the effect of the previous price on the mean of the jump component.

#### 4.3.5 ARX type models with CCC-GARCH

The next model (ARX-GARCH) considers bivariate constant conditional correlation GARCH (CCC-GARCH) structures, as first introduced by Bollerslev (1990). We follow Silvennoinen and Teräsvirta (2009) in their implementation:

$$\begin{aligned} \epsilon_{d,i} &= \sigma_{d,i} z_{d,i} \\ \sigma_{d,i}^2 &= \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i} \epsilon_{d-1,i}^2 + \alpha_{2,i} \sigma_{d-1,i}^2 \text{ for } i = 1, 2, \\ \boldsymbol{\epsilon}_d &\sim \mathcal{N}_2(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_d) \text{ where } \boldsymbol{\Sigma}_d = \begin{pmatrix} \sigma_{d,1}^2 & \rho \sigma_{d,1} \sigma_{d,2} \\ \rho \sigma_{d,1} \sigma_{d,2} & \sigma_{d,2}^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

where  $z_{d,1}$  and  $z_{d,2}$  are independent white noises with a standard deviation of 1. The parameters of the GARCH structure must fulfill  $\alpha_{0,i}, \alpha_{1,i}, \alpha_{2,i} > 0$  and  $\alpha_{1,i} + \alpha_{2,i} < 1$  conditions in order for the time series to be stationary. In this model we assume that the correlation between the two time series is constant and there are no cross-dependencies between the volatility series. Structures of this type are often used in the literature to forecast multivariate time series, for instance Zanotti et al. (2010) and Higgs (2009) apply CCC-GARCH models in electricity markets.

#### 4.3.6 ARX type models with bivariate jumps in the residuals with no constant mean and CCC-GARCH

Our last model (ARX-BiJ- $\mu_d$ -GARCH) includes CCC-GARCH structures in the continuous component of the model described in Equation (4.7). This is our most complex model, and it is a combination of the ARX-BiJ- $\mu_d$  and ARX-GARCH models:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_d &= \boldsymbol{\mu}_0 + \boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{Y}_{d-1} \text{ and } \boldsymbol{\epsilon}_d = \boldsymbol{\epsilon}_{d,cont} + \mathbf{B}_d \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump} \\ \text{with } \boldsymbol{\epsilon}_{d,cont} &\sim \mathcal{N}_2(-\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\mu}_d, \boldsymbol{\Sigma}_d), \text{diag}(\mathbf{B}_d) \sim \mathbf{Ber}_2(\mathbf{P}) \text{ and } \boldsymbol{\epsilon}_{d,jump} \sim \mathcal{N}_2(\boldsymbol{\mu}_d, \boldsymbol{\Gamma}), \\ \sigma_{d,i}^2 &= \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i} \epsilon_{d-1,i}^2 + \alpha_{2,i} \sigma_{d-1,i}^2 \text{ for } i = 1, 2, \\ \text{where } \boldsymbol{\Sigma}_d &= \begin{pmatrix} \sigma_{d,1}^2 & \rho \sigma_{d,1} \sigma_{d,2} \\ \rho \sigma_{d,1} \sigma_{d,2} & \sigma_{d,2}^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

where all the components are assumed to be distributed as in the previous subsections. As it is the most complex model, it has the largest number of parameters to estimate. The model is able to capture all the aspects mentioned above.

## 4.4 Estimation and Forecasting

For the estimation we assume that there are  $D$  observations available. We denote the resulting price vectors and regression matrix by  $\mathbb{Y}_i = (Y_{1,i}, \dots, Y_{D,i})'$  and  $\mathbb{X}_i = (\mathbf{X}'_{1,i}, \dots, \mathbf{X}'_{D,i})'$ , corresponding to regression equation (4.2).

To estimate the ARX model (Equation (4.2)) we apply two different estimation methods: OLS<sup>1</sup> and elastic net. This gives us two different estimations and therefore two different forecasts, which we note as ARX-OLS and as ARX-enet, respectively.

Using the OLS estimator the estimated values are:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^{\text{OLS}} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p} [\|\mathbb{Y}_i - \mathbb{X}'_i \boldsymbol{\beta}\|_2^2],$$

The second estimation method applied to estimate Equation (4.1) is the elastic net, introduced by Zou and Hastie (2005), which is very similar to OLS but has quadratic and linear penalties. However, in defining the elastic net estimator it is crucial to consider the corresponding scaled OLS problem. Hence, we introduce  $\widetilde{\mathbb{Y}}_i$  and  $\widetilde{\mathbb{X}}_i$  as a scaled response vector and scaled regression matrix. We require them to be scaled in such a way that any column has a zero mean and standard deviation of 1.

Given the scaled OLS problem, the scaled elastic net estimator is given by the optimization problem

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^{\text{enet}} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p} \left[ \|\widetilde{\mathbb{Y}}_i - \widetilde{\mathbb{X}}'_i \boldsymbol{\beta}\|_2^2 + \lambda \left( \frac{1-\alpha}{2} \|\boldsymbol{\beta}\|_2^2 + \alpha \|\boldsymbol{\beta}\|_1 \right) \right],$$

where  $\lambda$  and  $\alpha$  are tuning parameters that characterize the penalty term  $\lambda \left( \frac{1-\alpha}{2} \|\boldsymbol{\beta}\|_2^2 + \alpha \|\boldsymbol{\beta}\|_1 \right)$ . We receive the (unscaled) elastic net estimator  $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^{\text{enet}}$  simply by rescaling  $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^{\text{enet}}$ . If  $\alpha = 1$  the estimation method is equivalent to the lasso penalty developed by Tibshirani (1996), and when  $\alpha = 0$  it is equivalent to the ridge penalty first introduced by Hoerl and Kennard (1970). The lasso estimator has the property of sparsity, which means that for certain values of  $\lambda$  the resulting solution sets irrelevant parameters to zero while keeping relevant parameters at non-zero. The lasso estimation enjoys some popularity in electricity price forecasting: see Ziel et al. (2015), Ziel (2016), Gaillard et al. (2016) and Ziel and Steinert (2016), amongst others.

The elastic net can be seen as an augmented data lasso shrinkage with some ridge

---

<sup>1</sup>In order to avoid perfect collinearity in the OLS estimation we drop the interaction between Wednesday and the previous observations for both time series.

elements. Like the lasso, the elastic net has automatic sparsity property for  $\lambda > 0$ . In the lasso estimation we apply cross validation (CV) to select the tuning parameter  $\lambda$ . It takes into account the number of observations, the number of parameters, the variance and the correlation, according to Hebiri and Lederer (2013). However, Uniejewski et al. (2016) conclude that better forecasts are achieved when the elastic net method is considered, thus we incorporate a ridge penalty to the lasso estimation method. Uniejewski et al. (2016) apply elastic net and lasso estimation methods (amongst others) in the electricity price forecasting context. Their findings suggest that  $\alpha = 0.5$  is a good choice for applications, so we apply it in this paper as well. We choose  $\lambda$  by 10-fold block-CV. In order to control weekly seasonal dependency structure we consider block-CV, the block length is 7 so that weekly seasonality is taken into account. This estimation method is often used in time series analysis, see. e.g. Racine (2000).

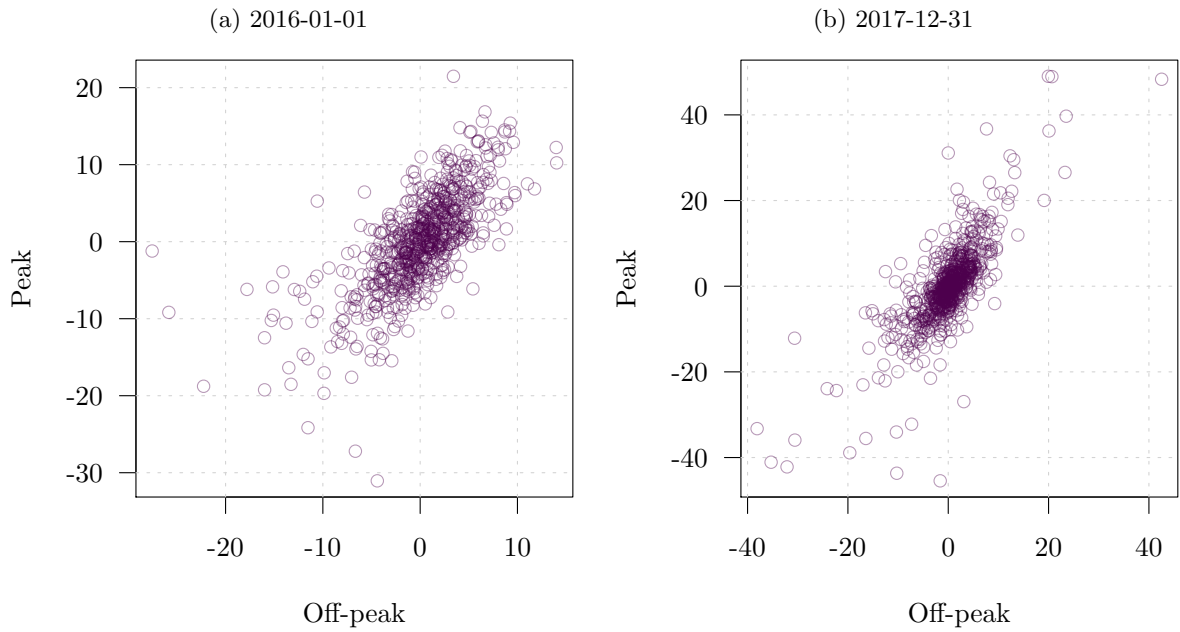
Table 4.2: Percentage of times variables are included in elastic net estimation.

Parameter	Name	off-peak	peak	Parameter	Name	off-peak	peak
$\beta_{i,0}$	cons	1	1	$\beta_{i,3,3}$	Wed	0.27	0.03
$\beta_{i,1,1}$	AR <sub>1,1</sub>	1	1	$\beta_{i,4,3}$	Thu	0.14	0.56
$\beta_{i,2,1}$	AR <sub>2,1</sub>	0.36	0.61	$\beta_{i,5,3}$	Fri	0.06	0.5
$\beta_{i,3,1}$	AR <sub>3,1</sub>	0.11	0.56	$\beta_{i,6,3}$	Sat	1	0.85
$\beta_{i,4,1}$	AR <sub>4,1</sub>	0.46	0.72	$\beta_{i,7,3}$	Sun	1	1
$\beta_{i,5,1}$	AR <sub>5,1</sub>	0.93	0.7	$\beta_{i,1,4}$	Mon AR <sub>1,1</sub>	0.52	0.85
$\beta_{i,6,1}$	AR <sub>6,1</sub>	0.04	0.78	$\beta_{i,2,4}$	Tue AR <sub>1,1</sub>	0.33	0.53
$\beta_{i,7,1}$	AR <sub>7,1</sub>	0.23	0.57	$\beta_{i,3,4}$	Wed AR <sub>1,1</sub>	0.45	0.44
$\beta_{i,8,1}$	AR <sub>8,1</sub>	0.95	0.11	$\beta_{i,4,4}$	Thu AR <sub>1,1</sub>	0.05	0.05
$\beta_{i,1,2}$	AR <sub>1,2</sub>	1	1	$\beta_{i,5,4}$	Fri AR <sub>1,1</sub>	0	0.04
$\beta_{i,2,2}$	AR <sub>2,2</sub>	1	0.67	$\beta_{i,6,4}$	Sat AR <sub>1,1</sub>	0.43	0.66
$\beta_{i,3,2}$	AR <sub>3,2</sub>	0.53	1	$\beta_{i,7,4}$	Sun AR <sub>1,1</sub>	0.6	0.38
$\beta_{i,4,2}$	AR <sub>4,2</sub>	0.85	0.68	$\beta_{i,1,5}$	Mon AR <sub>1,2</sub>	0.4	0.67
$\beta_{i,5,2}$	AR <sub>5,2</sub>	0.15	0.69	$\beta_{i,2,5}$	Tue AR <sub>1,2</sub>	0.49	0.48
$\beta_{i,6,2}$	AR <sub>6,2</sub>	0.92	1	$\beta_{i,3,5}$	Wed AR <sub>1,2</sub>	0.03	0.69
$\beta_{i,7,2}$	AR <sub>7,2</sub>	0.89	1	$\beta_{i,4,5}$	Thu AR <sub>1,2</sub>	0.48	0.53
$\beta_{i,8,2}$	AR <sub>8,2</sub>	0.12	0.95	$\beta_{i,5,5}$	Fri AR <sub>1,2</sub>	0.35	0.57
$\beta_{i,1,3}$	Mon	0.75	0.76	$\beta_{i,6,5}$	Sat AR <sub>1,2</sub>	0.3	0.54
$\beta_{i,2,3}$	Tue	0.2	0.58	$\beta_{i,7,5}$	Sun AR <sub>1,2</sub>	0.45	0.57

In Table 4.2 we show the percentage of times each one of the estimated parameters in Equation (4.1) is not equal to 0, i.e. the percentage of times parameters are included in the model. As can be observed, the autoregressive components are relevant either for the peak series or for the off-peak series. The day of the week dummies (mainly weekend effects) are relevant as well. Regarding the iteration between the day of the week and previous observation, the number of times estimated parameters are included in the models decreases.

We compare the results for the two estimation techniques. The elastic net provides better forecasting results, so in estimating the second step the residuals are calculated via the elastic net.

Figure 4.3: Scatter plot of the residuals.



In Figure 4.3, the scatter plot of the residuals for two different days are shown, these are the residuals from the first of the rolling windows and the last one. We would like to point out firstly that the two scatter plots are very much alike which means that the ARX model performs similarly in both cases. Furthermore, the complex correlation structure is also observed, and is similar to the one in Figure 4.2. The density of the scatter plot may be observed since the darker the color, the greater the number of points clustered.

In the second step residuals are estimated by maximum likelihood<sup>2</sup> using the Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) algorithm. This algorithm is a quasi-Newton method for non-linear optimization. In order to apply the maximum likelihood estimation we need a log-likelihood function which changes depending on the structure of the residuals assumed. That log-likelihood function is based on the assumed distribution for each of the different models explained in Section 4.3. The maximum likelihood estimation is initialized as follows:

- In the ARX-IJ model, as both residuals series are independently estimated, the starting values are taken as  $\sigma, \gamma =$  standard deviation of the time series,  $\mu = 1$  and  $\lambda = 0.01$  for each one of the time series.
- In the ARX-biJ model, the parameters  $\sigma_1, \sigma_2, \mu_1, \mu_2, \gamma_1$  and  $\gamma_2$  are started in the estimated values of the model ARX-IJ. Additionally,  $p_{1,0} = 0.01, p_{0,1} = 0.01, p_{1,1} = 0.001, \rho = 0.01$  and  $\varrho = 0.01$ .
- In the ARX-biJ- $\mu_d$  model, the initial values are set to  $\mu_{1,1}, \mu_{1,2} = 0.01$  and the other values are taken from the estimated parameters of the ARX-biJ model.

<sup>2</sup>In the ARX-IJ model,  $\rho$  is estimated in a third stage as  $\rho = \text{Cor}(\epsilon_{d,1}, \epsilon_{d,2})$ .

- In the ARX-GARCH model, parameters are initialized at values  $\rho, \alpha_{1,1}, \alpha_{2,1}, \alpha_{1,2}, \alpha_{2,2} = 0.01$  and  $\alpha_{0,1}, \alpha_{0,2}$  are the standard deviations of the respective residuals series.
- Finally, in the ARX-biJ- $\mu_d$ -GARCH model, the parameters  $\alpha_{1,1}, \alpha_{2,1}, \alpha_{1,2}, \alpha_{2,2}$  are again set to 0.01, and the other initial values are taken from the model ARX-biJ- $\mu_d$ .

The above procedure to calculate the initial values ensures that whenever we include a new component, if the estimated parameters of this component are not zero, then the component improves the log likelihood function performance.

Once all the parameters are estimated, off-peak and peak time series are simulated. In our case we predict  $H = 7$  horizons and for each of horizon  $M = 16000$  paths are simulated. All the simulations (sometimes called ensemble) can be seen as multivariate probabilistic forecasts as they approximate well the underlying distribution of the forecasts. All relevant properties can be derived from these paths. It is possible to analyze only the marginal properties of each predicted horizon. The estimation and simulation process is repeated  $N = 731$  times, as mentioned in Section 4.2, via a rolling window. The first estimation is made using the first two years of the data, then the next  $H = 7$  days are predicted with  $M$  paths in each horizon. Then, the estimation sample is shifted one day forward and the process is repeated.

## 4.5 Evaluation criteria

In this section we introduce the evaluation criteria used to assess probabilistic forecasting. In total we use four different criteria: MAE, MSE, PB, and ES. We first explain the scores that we use, then briefly introduce the DM test used to test whether differences in forecasting performance are significant or not, taking the models in pairs. To compute the DM test it is necessary to define a loss function. We therefore introduce each criterion with the corresponding loss function. As mentioned in Section 4.4 we forecast seven horizons, and all the four criteria are independently evaluated for each of the horizons.

For evaluating the point forecasts, we consider the popular MAE and MSE measures. The MAE is a strictly proper forecasting criterion for the median and the MSE a strictly proper evaluation criterion for the mean, with "strictly proper" here meaning that only the perfect model minimizes the corresponding criterion. Therefore we define  $\widehat{Y}_{d,i}^{\text{med}}$  as a median forecast and  $\widehat{Y}_{d,i}$  mean for day  $d$  and volatility series  $i$  derived from the sample counterparts of the  $M$  simulated paths. The MAE and MSE are defined using the absolute error (AE) and the squared error (SE). Thus, with

$$\text{AE}_{d,i} = |Y_{d,i} - \widehat{Y}_{d,i}^{\text{med}}| \quad (4.8)$$

$$\text{SE}_{d,i} = \left( Y_{d,i} - \widehat{Y}_{d,i} \right)^2 \quad (4.9)$$



equation (4.8) is often used in the literature for mean forecasts but it is not proper from a statistical point of view. It is proper when we have symmetry in the sample as in this case median is equal to mean. We define,

$$\text{MAE}_i = \frac{1}{N} \sum_{d=1}^N \text{AE}_{d,i} \quad (4.10)$$

$$\text{MSE}_i = \frac{1}{N} \sum_{d=1}^N \text{SE}_{d,i} \quad (4.11)$$

for  $i = 1, 2$ . Hence, we can evaluate the point forecasts for the off-peak and peak price separately.

The two criteria introduced above are the most widely used in the literature, but we are more interested in the marginal properties of the models, and so we use the PB.

The PB measures the distance for each quantile. Therefore, as for the median and mean forecasts, we define  $\hat{Y}_{d,q,i}$  as a forecast for the  $q$ -quantile day  $d$  and time series  $i$ . We get these quantile forecasts by taking the sample quantile of our  $M$  simulated paths. The pinball loss function is computed as follows,

$$PB_{d,q,i} = \begin{cases} (1-q)(\hat{Y}_{d,q,i} - Y_{d,i}), & \text{if } \hat{Y}_{d,q,i} \geq Y_{d,i} \\ q(Y_{d,i} - \hat{Y}_{d,q,i}), & \text{if } \hat{Y}_{d,q,i} < Y_{d,i} \end{cases} \quad \text{for } i = 1, 2, \quad (4.12)$$

where  $q \in \mathbf{Q}$  is a quantile, in our case  $\mathbf{Q} = \{Q_q\}_{q \in \{1, \dots, K\}} = \{0.01, 0.02, \dots, 0.99\}$  with  $K = 99$ .  $\hat{Y}_{d,q,i}$  stands for the estimated price of quantile  $q$  on day  $d$  and in time series  $i$  and  $Y_{d,i}$  is the observed value at day  $d$  and time series  $i$ . To calculate the PB of quantile  $q$ , series  $i$  and  $N$  days, we proceed as follows:

$$PB_{q,i} = \frac{1}{N} \sum_{d=1}^N PB_{d,q,i} \quad \text{for } i = 1, 2 \quad \text{and } q \in \mathbf{Q},$$

Thus, the PB for  $N$  days is computed by averaging across the  $\mathbf{Q}$  quantiles,

$$PB_i = \frac{1}{K} \sum_{q=1}^K PB_{Q_q,i} \quad \text{for } i = 1, 2 \quad \text{and } q \in \mathbf{Q},$$

where  $K$  is the number of quantiles. Note that if the distance in the quantile grid  $\mathbf{Q}$  converges to 0 then the PB converges to the probabilistic forecasting evaluation measure CRPS (continuous ranked probability score), which is strictly proper with respect to the (marginal) distribution of  $Y_i$ . For further information on the PB score, see Steinwart et al. (2011).

When applying PB we may observe all the marginal properties of the forecasts, given that we may observe the forecasting performance of the different models in each quantile.

Therefore, the first criterion introduced in this section is merely a special case of PB when  $q = 0.5$ . With this score we can compare how the different models capture spikes, as we can analyze the behavior in the tails.

The last criterion that we use is the ES, which is a generalization of the CRPS. The ES is the only score that takes into account the dependency structures. This score is applied to all the variables at the same time in order to take in the correlation. In both cases, in the modeling and evaluating we pay close attention to the dependency structure as this is the main contribution of our paper. The loss function of the ES is computed as follows:

$$\begin{aligned} \text{ES}_d &= \text{ED}_d - \frac{1}{2}\text{EI}_d & (4.13) \\ \text{ED}_d &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\| \mathbf{Y}_d^{[m]} - \mathbf{Y}_d \right\|_2 \\ \text{EI}_d &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\| \mathbf{Y}_d^{[m]} - \mathbf{Y}_d^{[m+1]} \right\|_2 \quad \text{where } \mathbf{Y}_d^{[M+1]} = \mathbf{Y}_d^{[1]} \end{aligned}$$

$\mathbf{Y}_d^{[m]}$  for  $m = 1, \dots, M$  is the predicted  $m^{\text{th}}$  path of the multivariate data for day  $d$ . Our estimator for the ES is based on Gneiting and Raftery (2007) and is divided in two parts: the ED and EI. The ED measures the mean Euclidean distance from each one of the paths to the observed value, so this part is measuring marginal properties. On the other hand, the EI measures within the path dependencies, i.e. how well the path are aligned with each other. The EI appears with a negative sign which means we are interested in spread amongst trajectories. Equation (4.13) is the ES for day  $d$ , thus the ES for N days is calculated as,

$$\text{ES} = \frac{1}{N} \sum_{d=1}^N \text{ES}_d.$$

The next step is to check whether or not the differences between the forecasting performances with each criterion are significantly different from zero. For the significance test we use the DM test, which compares models in pairs. As mentioned above, we need a loss function such as the ones written above to apply the DM test. Let  $L_d$  denote the loss function of a certain model; the loss differential between models  $\mathbb{A}$  and  $\mathbb{B}$  is defined as  $\delta_{d,\mathbb{A},\mathbb{B}} = L_{d,\mathbb{A}} - L_{d,\mathbb{B}}$ . The only required assumption is for the loss differential to be covariance stationary. To apply the DM test we compute

$$\frac{\tilde{\delta}_{\mathbb{A},\mathbb{B}}}{\sigma_{\tilde{\delta}_{\mathbb{A},\mathbb{B}}}} \sim \mathcal{N}_1(0, 1)$$

where  $\tilde{\delta}_{\mathbb{A},\mathbb{B}} = \frac{1}{N} \sum_{d=1}^N \delta_{d,\mathbb{A},\mathbb{B}}$  and  $\sigma_{\tilde{\delta}_{\mathbb{A},\mathbb{B}}}$  is the standard error which we estimate by the

corresponding sample counterpart. For further information on the DM test, see Diebold and Mariano (2002) and Diebold (2015).

## 4.6 Results

In this section we assess the forecasting performance of each model, using the criteria introduced in Section 4.5. Then, the DM test is applied to check whether the differences between the models in pairs are significant or not<sup>3</sup> for each criterion. The forecasting horizon ( $H$ ) is 7, which means that for each rolling window we get the forecasts for the following 7 days. We denote the models explained in Section 4.3 by  $M1, \dots, M7$  which correspond to ARX-OLS, ARX-enet, ARX-IJ, ARX-BiJ, ARX-BiJ- $\mu_d$ , ARX-GARCH and ARX-BiJ- $\mu_d$ -GARCH, respectively. In order to show what the different trajectories look like, we present trajectories for the ARX-enet and ARX-BiJ- $\mu_d$  models at the end of the Section.

In the following graphs we show how each one of the models performs using all the four criteria from Section 4.5. According to all the evaluation criteria the optimal scores zero, so the lower the scored value the better the forecasting performance. In all four criteria, the relative performances compared to the ARX-OLS model are shown, i.e. the performance of each one of the models is divided by the ARX-OLS values for each one of the horizons  $\text{Score}(\text{model})/\text{Score}(\text{ARX-OLS})$ .

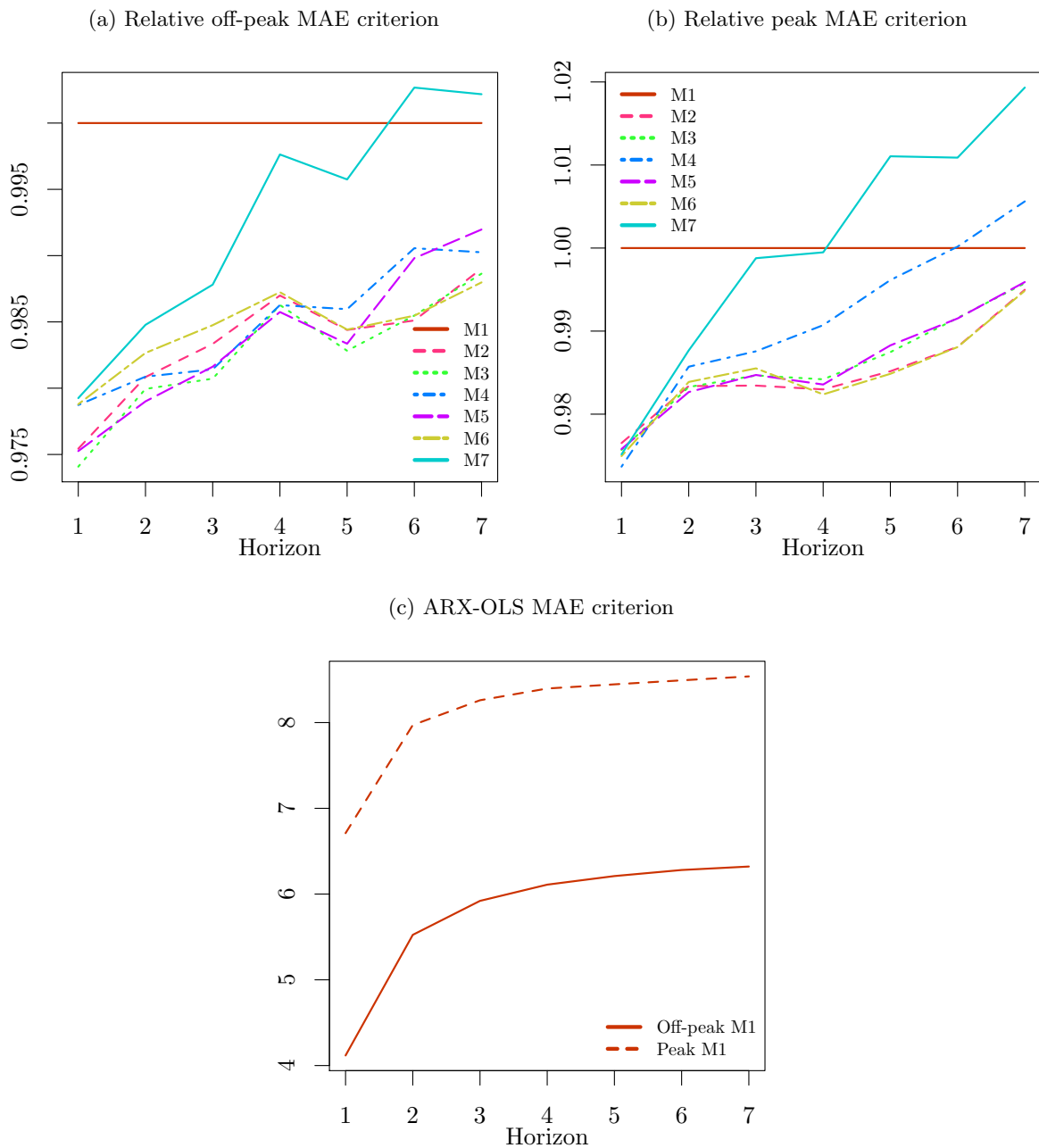
Figure 4.4 shows the results for the MAE criterion for the two time series. As explained above, the MAE criterion is a special case of the PB that compares performance on the median. As observed in Figure 4.4, the differences between the models are not too big: the only clear result is that the performance of the ARX-OLS model is significantly poorer. Overall, results for the ARX-GARCH and ARX-IJ can be said to be slightly better but, the forecasts are not significantly better according to the DM test. It is important to underline that a comparison between the OLS and elastic net estimation methods reveals that the latter gives significantly better forecasting results.

Figure 4.5 shows the forecasting performance at the mean. A look at Figure 4.5 and the DM test suggests that bivariate jump structures are not effective in capturing mean behavior, as the forecasting performance is poor according to the MSE criterion. At the same time, the Figure shows that the forecasts of the ARX-IJ are better than other models and the DM test confirms that the differences are significant, with the exception of the first horizon, where the difference between ARX-IJ and ARX-enet is not significant for either of the time series. The latter means that for the mean forecast, it is important to introduce jump structures; but dependency structures are not highly relevant. The superiority of the ARX-IJ forecasting performance becomes greater when the horizons are increased. According to this criterion, elastic net forecasts are significantly better than the OLS forecasts when a simple ARX model is simulated.

---

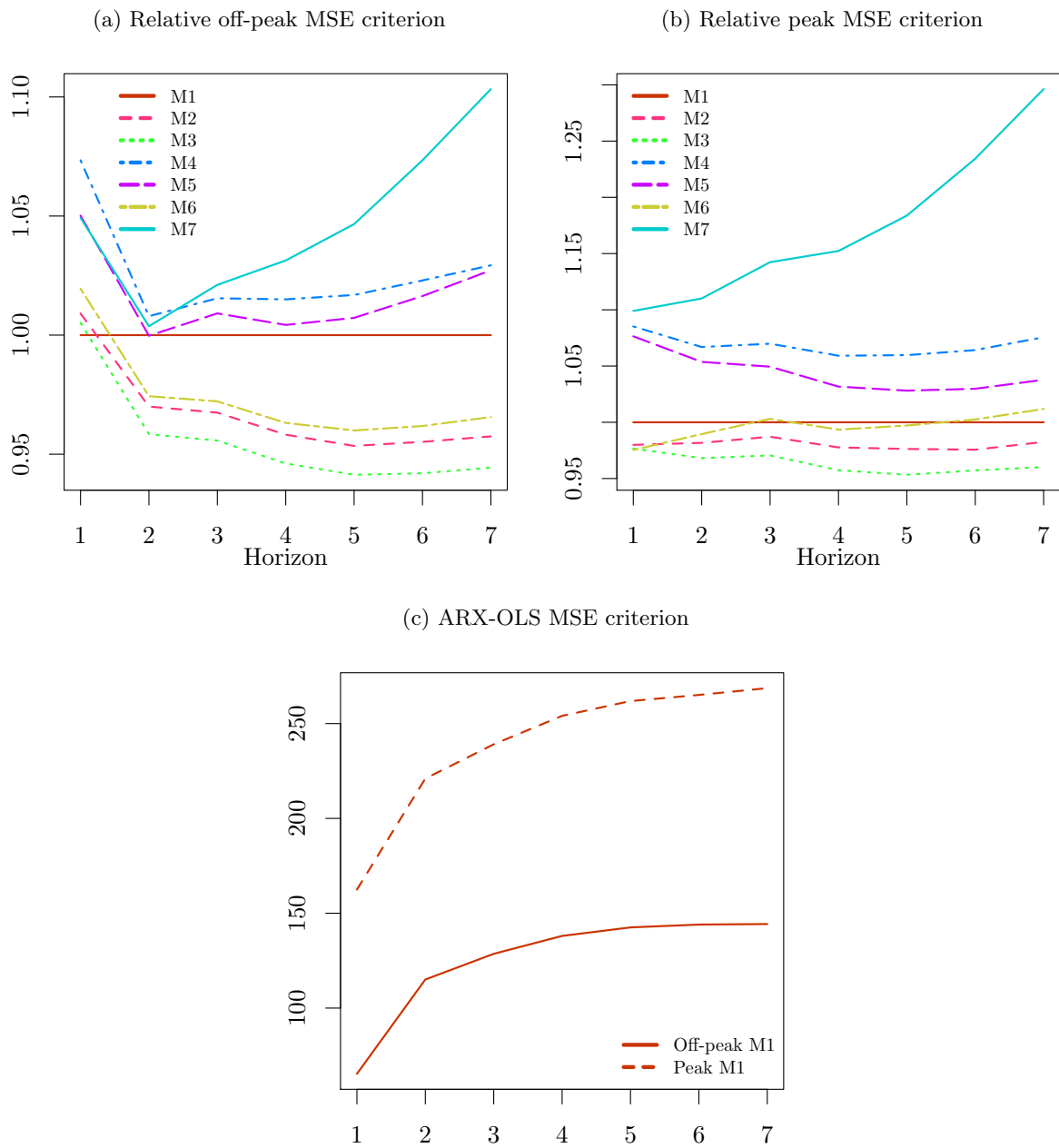
<sup>3</sup>DM test results for all criteria and all horizons are available upon request.

Figure 4.4: MAE criterion performance.



As shown in the previous section, the PB takes into account the whole distribution of the forecast paths quantile by quantile. As shown in Figure 4.6, in the case of the peak time series the ARX-BiJ- $\mu_d$  models forecast outperforms the other models except in one case ( in H2 the PB of the ARX-BiJ model is lower). On the other hand, in the off-peak series for the first horizons, the ARX-BiJ forecasts are seen to be the best, but after the 6<sup>th</sup> horizon the ARX-enet has the best forecasting performance. This is curious because the ARX-enet does not take into account heavy tails and a model with jumps would be expected to capture tail behavior more efficiently. However, it must be underlined that the differences between these models are not significant according to the DM test. The DM test only concludes that in both time series the forecasting performance

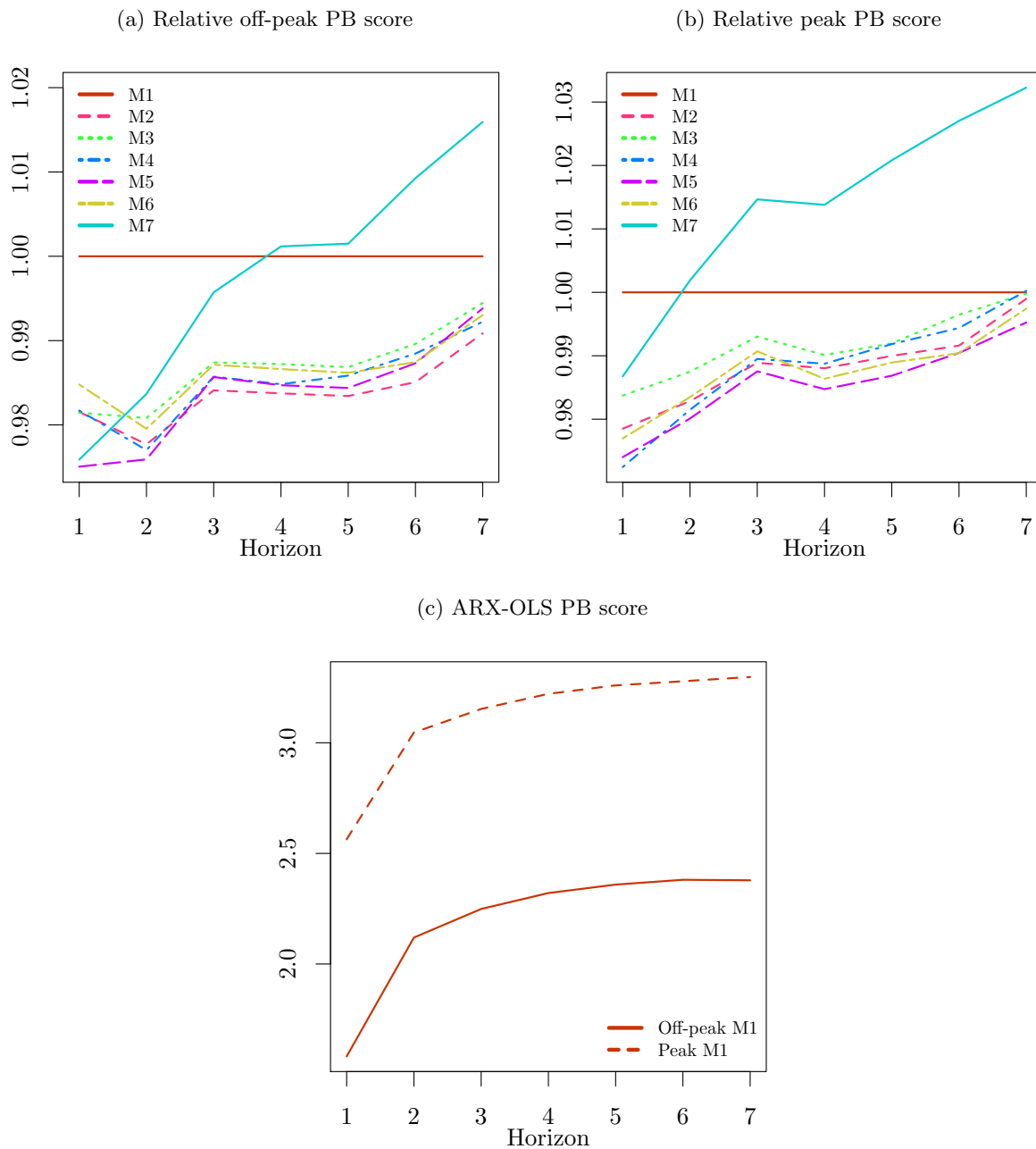
Figure 4.5: MSE criterion performance.



is significantly poorer for the ARX-OLS and the ARX-BiJ- $\mu_d$ -GARCH models. As with the MAE and MSE criteria, with the PB score the elastic net estimation method provides better forecasts than the OLS .

Figure 4.7 shows  $PB(model) - PB(OLS)$  for the first forecast horizon quantile by quantile, that is all the models are compared to the ARX-OLS. Focusing on the model ARX-BiJ- $\mu_d$ -GARCH, which is the most complex model, it may be observed that it is the best model in the first and the last quantiles, but in the middle quantiles it has the worst forecasting performance. This is even more pronounced for the peak time series. The behavior of the forecasts with ARX-BiJ- $\mu_d$  and ARX-BiJ models is similar in both time

Figure 4.6: PB score performance.



series. In the off-peak time series, we observe that in the middle quantiles the forecasting performance is the best for the ARX-enet and the ARX-GARCH. Furthermore, it is surprising that the ARX-IJ performs so poorly in the highest and lowest quantiles because unlike ARX-OLS, ARX-enet and ARX-GARCH models, the ARX-IJ model considers spikes which captures behavior on the tails.

So far we have distinguished between the two time series because dependencies are not taken into account in the criteria mentioned above. It may be observed for the three previous criteria that the off-peak time series has a lower error term, which means that forecasts are more accurate according to all three criteria. This fact is expected as the

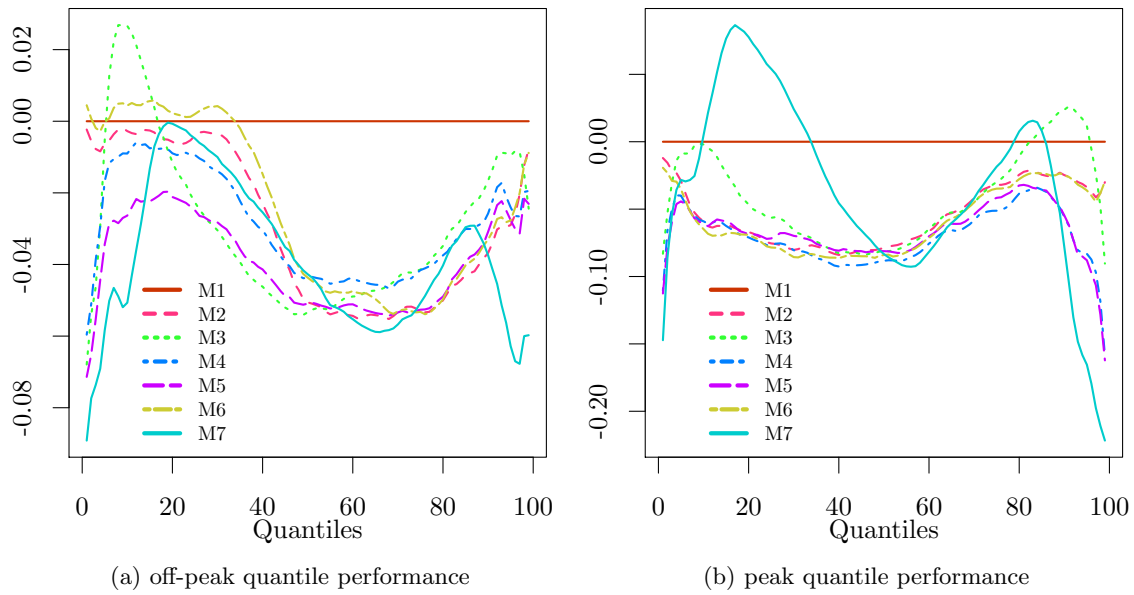


Figure 4.7: Performance on each quantile for first horizon

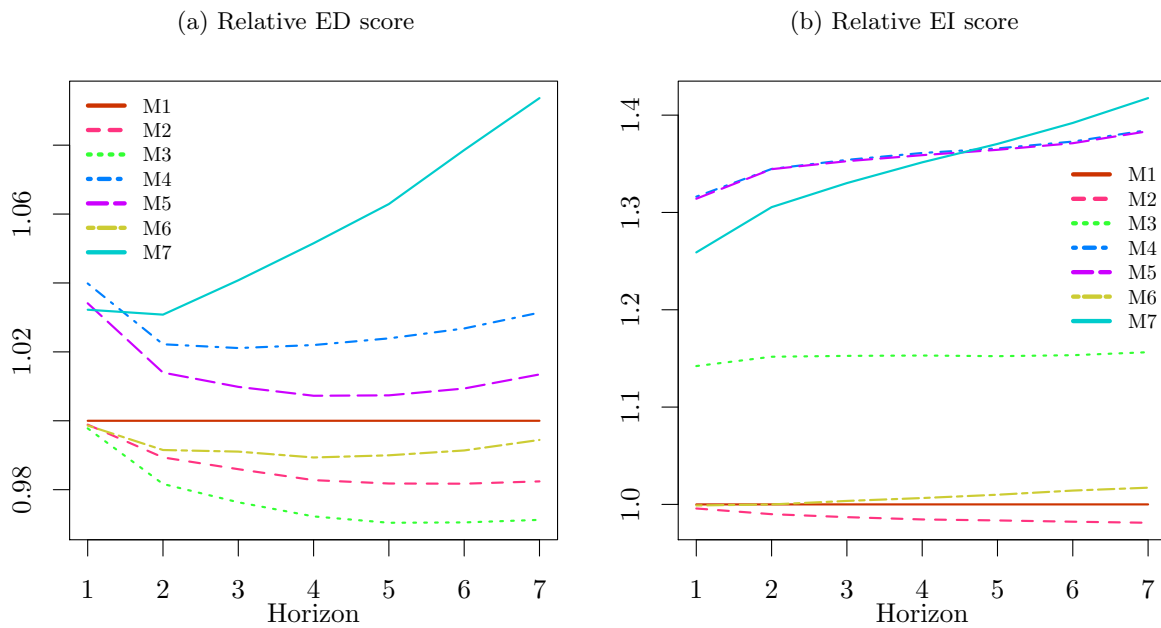
off-peak time series is less volatile and therefore easier to predict. The ES takes into account dependency structures, which are the key feature of this paper.

We start analyzing the ES performance by showing the two parts defined on Equation (4.13). The ED measures the euclidean distance, and only takes into account marginal properties. This measure is similar to the MSE measure but taking the two time series at the same time. Thus, as in Figure 4.5 there are no big differences between the two times series performance, we are expecting a similar performance with the ED measure. The EI measures within the path dependency, i.e. how well the trajectories are aligned with each other.

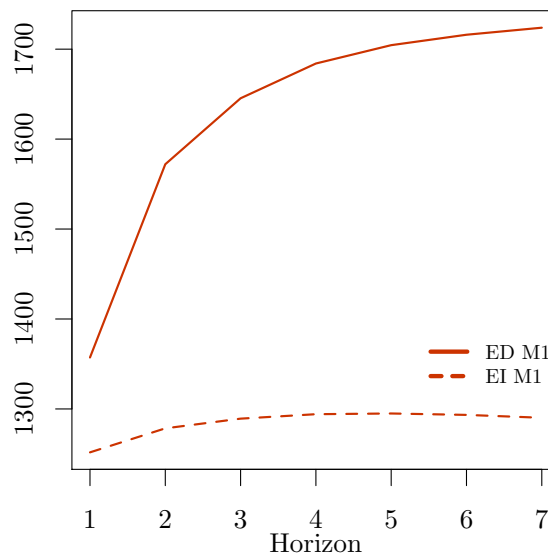
Figure 4.8 shows the forecasting performance for the two parts of the ES. According to the ES criterion a model has a better forecasting performance when the estimated value of the score is lower. Thus, on the ED lower values are needed while on the EI higher ones are better. Focusing on the ED, poorer performance of the models with bivariate jumps is observed (similar to the MSE criterion), and the ARX-IJ model performs the best. Regarding the EI, it is shown that including spikes in the models increases the spread of the trajectories considerably, thus increasing the estimated value of the EI. Moreover, incorporating bivariate jumps increases the spread even more. The differences on the ED are lower than the differences on the EI, and even if the EI value is multiplied by 0.5 the difference is still bigger. Consequently, models containing bivariate jumps perform better on the ES.

Figure 4.9 shows the ES for our seven models and our seven horizons. In Figure 4.9a the relative performance against the ARX-OLS model is shown and in Figure 4.9b the shape of the ARX-OLS model is depicted. It is observed that the best forecasts are made by the ARX-BiJ- $\mu_d$ , which makes sense given that it incorporates a complex dependency

Figure 4.8: ED and EI performance.



(c) ARX-OLS ED and EI scores

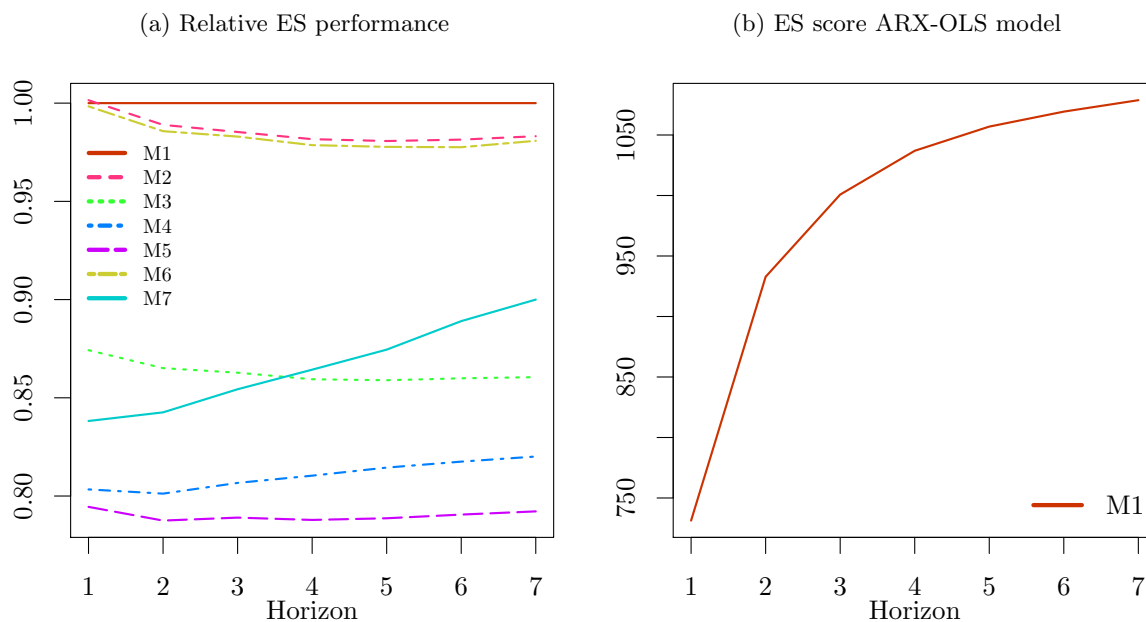


structure. One would expect the ARX-BiJ- $\mu_d$ -GARCH to capture all features of the time series better, but it may be the case that there are too many parameters to estimate: with our starting values we have hit a local maximum<sup>4</sup>. Another reason might be structural breaks in the dataset, leading to poor forecasting performance. As already mentioned in the previous paragraph, in Figure 4.9 is shown that that the models with bivariate jumps generally provide better forecasts with this criterion, which means that the dependency structures are properly included by considering bivariate jumps. This is an important

<sup>4</sup>We have tried different starting values but the ones used in the estimation have the best results. Other starting values could be used but this would greatly increase a lot the computation time. As 731 estimations are made in total, increasing the number of starting values would make estimation unfeasible.



Figure 4.9: Energy score performance.



result as our objective is to efficiently capture the complex correlation structure between our price series.

Table 4.3: Diebold-Mariano for Energy score

Models	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1		-0.3 (0.381)	23.48 (>0.999)	32.87 (>0.999)	36.87 (>0.999)	0.29 (0.615)	24.01 (>0.999)
M2	0.3 (0.619)		52.6 (>0.999)	65.94 (>0.999)	71.15 (>0.999)	2.11 (0.983)	36.17 (>0.999)
M3	-23.48 (<0.001)	-52.6 (<0.001)		36.5 (>0.999)	40.64 (>0.999)	-49.06 (<0.001)	9.07 (>0.999)
M4	-32.87 (<0.001)	-65.94 (<0.001)	-36.5 (<0.001)		5.97 (>0.999)	-71.21 (<0.001)	-9.42 (<0.001)
M5	-36.87 (<0.001)	-71.15 (<0.001)	-40.64 (<0.001)	-5.97 (<0.001)		-64.69 (<0.001)	-12.14 (<0.001)
M6	-0.29 (0.385)	-2.11 (0.017)	49.06 (>0.999)	71.21 (>0.999)	64.69 (>0.999)		36.1 (>0.999)
M7	-24.01 (<0.001)	-36.17 (<0.001)	-9.07 (<0.001)	9.42 (>0.999)	12.14 (>0.999)	-36.1 (<0.001)	

Diebold Mariano test for the energy score and the first horizon. The main number is the t-statistic value, with the corresponding p-value in brackets. Models 1 to 7 are ARX-OLS, ARX-enet, ARX-IJ, ARX-BiJ, ARX-BiJ- $\mu_d$ , ARX-GARCH and ARX-BiJ- $\mu_d$ -GARCH, respectively.

As may be observed in Table 4.3, with ES it is not possible to distinguish between the OLS and enet estimation methods, while with the other three criteria the elastic net estimation method procures significantly better forecasting performance. This happens due to the fact that the performance with the ED is better with the ARX-enet model while the opposite occurs with the EI. Besides, it is shown that the ARX-BiJ- $\mu_d$  model

provides significantly better forecasts, followed by the ARX-BiJ model. As already noted, according to the ES criterion models with bivariate jumps offer significantly better results, which means that our adjustment on the jump diffusion models helps to catch the dependencies efficiently. It is clear that according to this score the assumption of no constant mean of the jump helps with forecasting accuracy. The improvement in incorporating no constant mean to the ARX-BiJ model was not significant when applying the other three criteria. The forecasting performance of the ARX-GARCH model is weaker than expected. This could be because CCC-GARCH structures are more focused on symmetric effects.

Figure 4.10: Trajectories where horizon 0 is 2017-12-12.

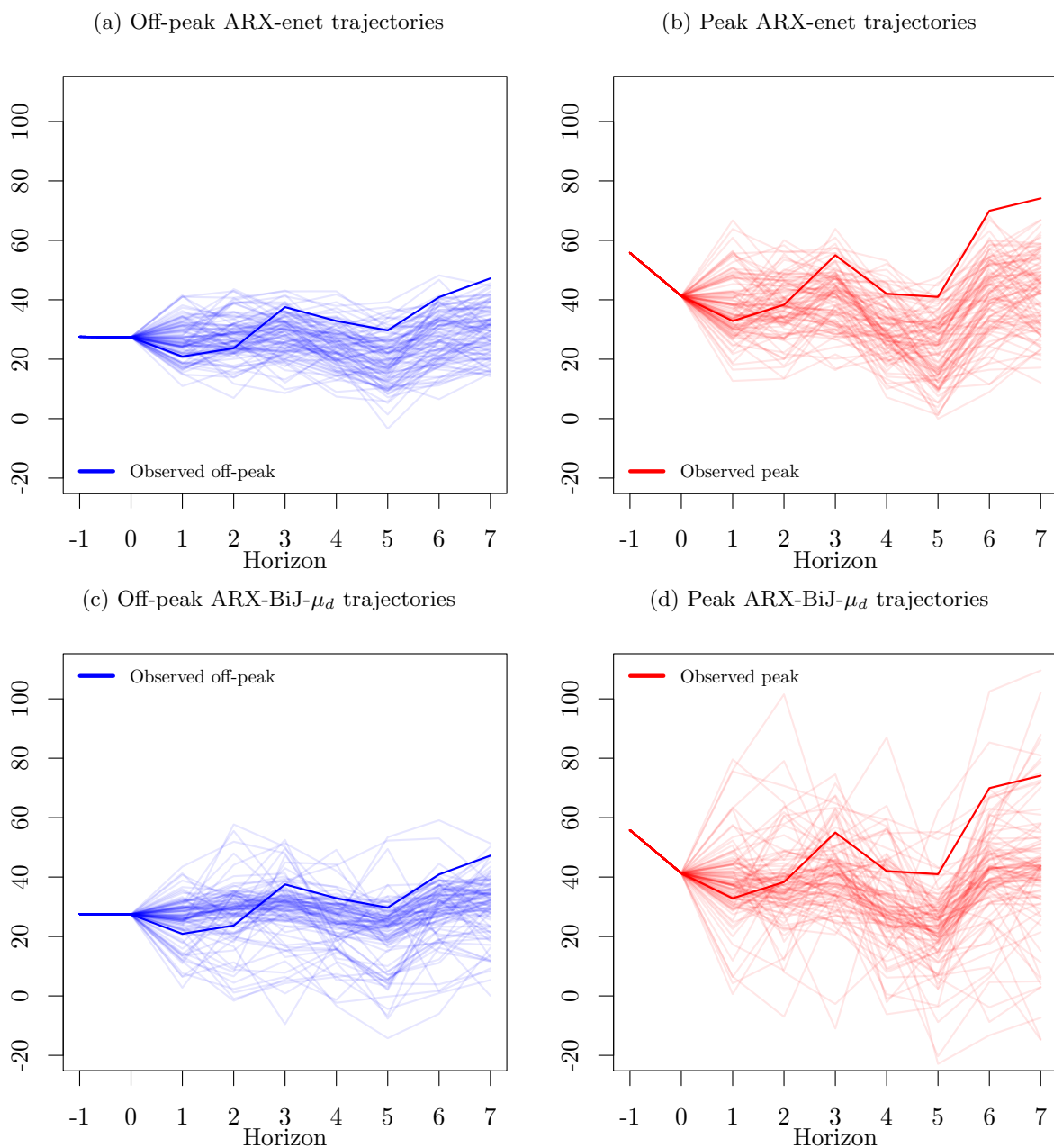
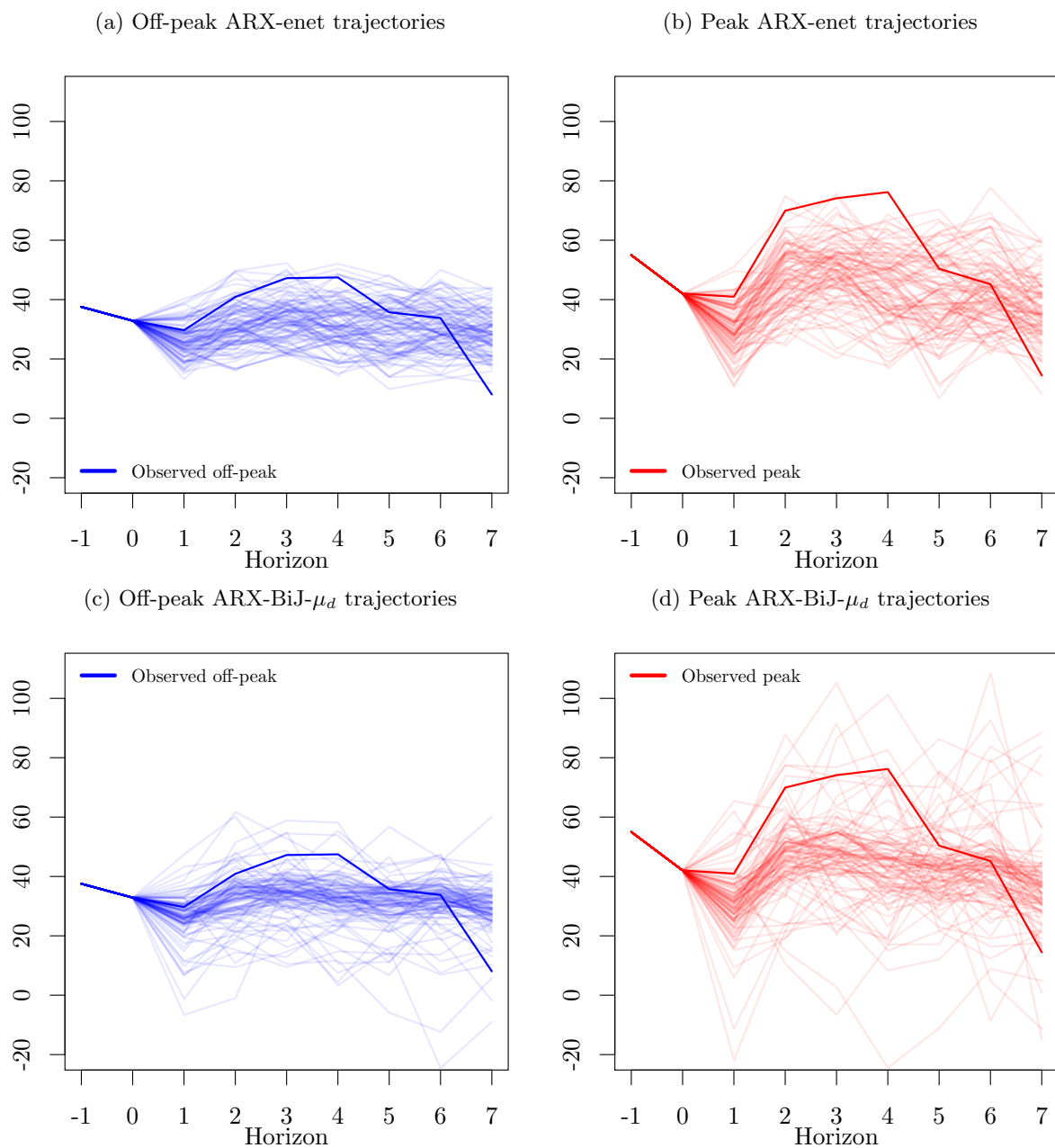


Figure 4.11: Trajectories where horizon 0 is 2017-12-16.



In figures 4.10 and 4.11 we show the first 100 trajectories<sup>5</sup> for days 2017-12-12 and 2017-12-16; these days refer to the horizon 0, i.e. when the models are run and the following 7 days are predicted. Only paths for the ARX-enet and ARX-BiJ- $\mu_d$  models are depicted<sup>6</sup>. It may be observed that the trajectories are random and that the observed trajectory or true trajectory is located between the paths most of the times. The shape of the trajectories with the ARX-enet model is more compacted and extreme events are not well captured, some real values are out of the 100 trajectories. On the other hand, it may be observed that the with the ARX-BiJ- $\mu_d$  model the spread of the trajectories

<sup>5</sup>It is not possible to see all the 16000 different trajectories at the same time.

<sup>6</sup>It would be tedious for the reader to show paths for all the seven models.

is bigger while the trajectories in the middle are more dense. Remember some of the observed values are out of the range of 100 bivariate trajectories of the ARX-enet model, e.g. Figure 4.10. It may be observed in both figures that the correlation between peak and off-peak time series is high as both moves in the same direction. However, in practice it might be highly relevant if price spikes occur at peak and off-peak prices together or not. The ES is the only considered criterion that takes into account the full distribution of the bivariate data. Thus, it is the only criterion which can discriminate for the performance of such a double spike event. It can analyze the whole distribution and it is possible to have a full picture of the predictions. According to the ES, the ARX-BiJ- $\mu_d$  outperforms the ARX-enet model.

The relevance of the ES can be highlighted from the practitioners point of view as well. Imagine there is a trader who manages a portfolio with two assets, peak and off-peak futures contracts. If the portfolio manager is interested in the mean of the portfolio, then the portfolio manager could focus on the MSE criterion. However, the mean behavior is also included in the ES criterion as full distribution is taken into account. On the other hand, portfolio managers are often interested in the value at risk (VaR) with respect to a certain probability of the portfolio. Then, only the ES is suitable for such an evaluation purpose, as the portfolio return is a weighted sum of two dependent random variables which depends on the full bivariate distribution. Note that if the peak and off-peak prices would be independent from each other then the resulting distribution could be derived by convolution, and the evaluation by the pinball score on a dense grid would be sufficient. Unfortunately, the prices are highly dependent. Therefore, practitioners should focus on the ES to make decisions regarding the VaR of the portfolio.

We would like to underline that none of the models used in this research is perfect. The ARX-BiJ- $\mu_d$  model that we claim to be the best one according to the ES criterion is not perfect as the model can be improved with respect MSE results. If one of the models would be superior to the other ones should be the best model according to all the criteria.

## 4.7 Conclusion

Proper modeling and forecasting in electricity markets is crucial for all participants. In this paper we focus on off-peak and peak time series. These time series are important for trading in derivatives markets, hence in this paper we try to improve already existing models to achieve accurate forecasts. Participants in derivatives markets can adjust their trading positions and evaluate trading strategies properly when there are accurate forecasts available.

The objective of this paper is to properly incorporate and evaluate the complex dependency structure in bivariate analysis. We believe that it is highly relevant for the forecasts to preserve the correlation structure from the original time series. In the literature, so far, MRJD models have been applied to time series, assuming independence

between them. Our approach is to include bivariate jump occurrences in the MRJD model. We then need to assess whether these correlation structures have been properly included or not. To that end, we need a criterion which takes dependencies into account. In our case we use the energy score, but this is not the only criterion we apply: we also use the MAE, MSE, and the pinball score. Additionally, we apply the DM test to compare the models in pairs for each horizon.

It may be observed that models with bivariate jumps do not forecast better according to the MAE and MSE criteria. However, with the pinball score criterion, where the distribution of the forecasts is assessed, the performance is slightly better when a bivariate jump structure is considered in the model. Focusing on the ES score it is shown that models containing correlated jumps perform significantly better compared to those models without them. Nonetheless, the most complex model, which features bivariate jumps, no constant jump size, and CCC-GARCH structure, does not outperform the forecasts of the same model without CCC-GARCH. The way we have chosen the initial values for the ARX-BiJ- $\mu_d$ -GARCH model ensures that the in-sample performance is better when CCC-GARCH structures are incorporated. However, the out-of-sample performance is poorer than expected.

For further research it might be interesting to develop dependency structure models considering hourly data and conduct a multivariate analysis with 24 variables. The problem with 24 variables is that the number of parameters to be estimated increases substantially. Here, vine copulas might help to tackle the above mentioned problem.

## 4.8 Bibliography

- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model. *The review of economics and statistics*, pages 498–505.
- Cartea, A. & Figueroa, M. G. (2005). Pricing in electricity markets: a mean reverting jump diffusion model with seasonality. *Applied Mathematical Finance*, 12(4):313–335.
- Dai, B., Ding, S., Wahba, G., et al. (2013). Multivariate bernoulli distribution. *Bernoulli*, 19(4):1465–1483.
- Diebold, F. X. (2015). Comparing predictive accuracy, twenty years later: A personal perspective on the use and abuse of Diebold–Mariano tests. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33(1):1–1.
- Diebold, F. X. & Mariano, R. S. (2002). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & economic statistics*, 20(1):134–144.
- Dudek, G. (2016). Multilayer perceptron for GEFCom2014 probabilistic electricity price forecasting. *International Journal of Forecasting*, 32(3):1057–1060.

- Gaillard, P., Goude, Y., & Nedellec, R. (2016). Additive models and robust aggregation for GEFCom2014 probabilistic electric load and electricity price forecasting. *International Journal of forecasting*, 32(3):1038–1050.
- Gneiting, T. & Raftery, A. E. (2007). Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 102(477):359–378.
- Hebiri, M. & Lederer, J. (2013). How correlations influence lasso prediction. *IEEE Transactions on Information Theory*, 59(3):1846–1854.
- Higgs, H. (2009). Modelling price and volatility inter-relationships in the Australian wholesale spot electricity markets. *Energy Economics*, 31(5):748–756.
- Hoerl, A. E. & Kennard, R. W. (1970). Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12(1):55–67.
- Ioannou, A., Angus, A., & Brennan, F. (2018). Effect of electricity market price uncertainty modelling on the profitability assessment of offshore wind energy through an integrated lifecycle techno-economic model. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1102, page 012027. IOP Publishing.
- Juban, R., Ohlsson, H., Maasoumy, M., Poirier, L., & Kolter, J. Z. (2016). A multiple quantile regression approach to the wind, solar, and price tracks of GEFCom2014. *International Journal of Forecasting*, 32(3):1094–1102.
- Karakatsani, N. V. & Bunn, D. W. (2008). Forecasting electricity prices: The impact of fundamentals and time-varying coefficients. *International Journal of Forecasting*, 24(4):764–785.
- Keles, D., Genoese, M., Möst, D., & Fichtner, W. (2012). Comparison of extended mean-reversion and time series models for electricity spot price simulation considering negative prices. *Energy Economics*, 34(4):1012–1032.
- Maciejowska, K. & Nowotarski, J. (2016). A hybrid model for GEFCom2014 probabilistic electricity price forecasting. *International Journal of Forecasting*, 32(3):1051–1056.
- Pinson, P. & Girard, R. (2012). Evaluating the quality of scenarios of short-term wind power generation. *Applied Energy*, 96:12–20.
- Racine, J. (2000). Consistent cross-validators model-selection for dependent data: hv-block cross-validation. *Journal of econometrics*, 99(1):39–61.
- Seifert, J. & Uhrig-Homburg, M. (2007). Modelling jumps in electricity prices: theory and empirical evidence. *Review of Derivatives Research*, 10(1):59–85.
- Silvennoinen, A. & Teräsvirta, T. (2009). Multivariate GARCH models. In *Handbook of financial time series*, pages 201–229. Springer.

- Steinwart, I., Christmann, A., et al. (2011). Estimating conditional quantiles with the help of the pinball loss. *Bernoulli*, 17(1):211–225.
- Tibshirani, R. (1996). Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 267–288.
- Uhlenbeck, G. E. & Ornstein, L. S. (1930). On the theory of the Brownian motion. *Physical review*, 36(5):823.
- Uniejewski, B., Nowotarski, J., & Weron, R. (2016). Automated variable selection and shrinkage for day-ahead electricity price forecasting. *Energies*, 9(8):621.
- Voronin, S., Partanen, J., & Kauranne, T. (2014). A hybrid electricity price forecasting model for the Nordic electricity spot market. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 24(5):736–760.
- Weron, R. (2008). Market price of risk implied by Asian-style electricity options and futures. *Energy Economics*, 30(3):1098–1115.
- Weron, R. (2014). Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future. *International journal of forecasting*, 30(4):1030–1081.
- Zanotti, G., Gabbi, G., & Geranio, M. (2010). Hedging with futures: Efficacy of GARCH correlation models to European electricity markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 20(2):135–148.
- Ziel, F. (2016). Forecasting electricity spot prices using lasso: On capturing the autoregressive intraday structure. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(6):4977–4987.
- Ziel, F. & Steinert, R. (2016). Electricity price forecasting using sale and purchase curves: The X-Model. *Energy Economics*, 59:435–454.
- Ziel, F., Steinert, R., & Husmann, S. (2015). Efficient modeling and forecasting of electricity spot prices. *Energy Economics*, 47:98–111.
- Ziel, F. & Weron, R. (2018). Day-ahead electricity price forecasting with high-dimensional structures: Univariate vs. multivariate modeling frameworks. *Energy Economics*, 70:396–420.
- Zou, H. & Hastie, T. (2005). Regularization and variable selection via the elastic net. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 67(2):301–320.

## Conclusions and further research

In this thesis, different approaches to electricity price forecasting are analyzed. The main goal in all the chapters is to forecast electricity prices or electricity price volatility as accurate as possible. The predicted values are useful to participants in the market as a signal in order to be able to take advantage of optimal trading positions that maximizes their profits.

In Chapters 1 and 2, electricity price volatility is predicted in two different electricity markets: the German-Austrian intraday continuous market and the Japanese day-ahead market. In Chapter 1, the objective is to assess the uncertainty participants are facing in close to delivery electricity markets. The data used in Chapter 1 is high-frequency data, as the continuous intraday market is analyzed and, more precisely, the 15 minutes blocks; in this market, prices are negotiable up to 45 minutes before delivery. Therefore, participants make decisions close to delivery. The main characteristic of electricity markets is high volatility, which means high uncertainty for market participants. This uncertainty is predicted in the Chapter. The main conclusion is that to forecast the volatility of the continuous intraday market, it is crucial to separate the variation into the continuous and jumps components. Chapter 2 analyses the volatility or uncertainty in a developing electricity market such as the Japanese electricity market. Chapter 2 delves into approaches to separate the jumps component from volatility. As the liberalization of the Japanese electricity market is more recent than deregulation in European countries, participants would like to understand what characteristics drive the electricity prices. Thus, the uncertainty in the market must be modeled in the first place to enable the facilitation of optimal bidding strategies.

Chapters 3 and 4 are focused on forecasting electricity prices. Chapter 3 analyses the effect of jumps and cojumps on electricity price forecasting. The objective of the Chapter is to predict the prices of the following days in the German-Austrian day-ahead electricity prices. A multivariate approach is applied to account for the correlation in the tails of the price distribution. This research is useful to the participants in the market with the more abundant liquidity in the EPEX. Participants in the German-Austrian day-ahead market may use the forecasts developed in Chapter 3 to bid and maximize their profits optimally. Chapter 4 goes one step further and analyses the underlying distributions of peak and off-peak prices based on the German-Austrian day-ahead price. The predictions of these two-time series are useful to the participants in the Phelix futures inside the



EPEX market. Market operators encourage agents to participate in futures markets as this a way of increasing competitiveness in the market. The strength of Chapter 4 is that the dependency structures between the two series are taken into account in the modeling and forecasting.

Chapter 1 applies three different jump tests to separate the price volatility into its continuous variation and jumps component. Then, HAR-type models are estimated with and without GARCH components. The results change with the jump test applied. Generally, the BNS jump test outperforms the other tests. It is also shown that GARCH structures add relevant information to out of sample forecasting when the use of GARCH structures is justified. Overall, the main result is that separating the volatility increases the forecasting accuracy, and that results change with the jump test applied.

Following the conclusions from Chapter 1, more jump tests are applied in Chapter 2. The idea behind it is to compare the forecasting performance of different jump tests and conclude which jump test is the best to detect jumps in electricity price volatility. The results are in line with the results from Chapter 1, and the BNS jump test performs better than the other two jump tests applied in Chapter 1. However, the results also show that the LM and JO jump tests outperform the BNS jump test. Therefore, in electricity price volatility forecasting, the most accurate jump tests are the LM and JO jump tests.

The idea behind Chapter 3 is to apply jump tests to electricity price forecasting models instead of using them to forecast volatility models. This innovative approach allows checking whether the jumps information is relevant to electricity price forecasting models or not. The jump test applied in the research is the LM jump test as it works with daily observations, and it has been proved to work in electricity markets in Chapter 2. Not only jumps are taken into account in this study, but also cojumps. Overall, results show that the model without jumps and cojumps using the N-PIT transformation is the best performing model. However, as each one of the hours is treated as a separate time series, it is possible to check the performance hour by hour. It can then be observed that in peak hours the model including jumps and cojumps outperforms the model without these components, so the improvement for the later model comes from off-peak hours.

Chapter 4 analyses the distribution that peak and off-peak electricity prices follow. The critical innovation of Chapter 4 is that the correlation structure is included in the modeling of the prices and forecasting result assessment. Unlike the first three chapters in Chapter 4, probabilistic forecasting is carried out. The difference compared to previous chapters is that instead of point forecasting, the distribution of the following days is predicted. This approach allows the partitioner to optimally choose the market position with the whole picture in front of him/her. The ES assesses the dependency structure; there are no other criteria to evaluate the full multivariate structure of the model. According to the ES, the best model is the ARX-BiJ- $\mu_d$ , a model that is proposed in Chapter 4, and that includes bivariate jumps, that is, jumps occurring in both time series at the same time.

An improvement in electricity price volatility forecasting could be more complex models. Chapters 1 and 2 both use regression models that explanatory variables are means of previous observations of volatility and the mean of the preceding observations of the two components of volatility, the continuous part and jump component. HAR-type models take the mean of the previous observations to make the model parsimonious. However, estimation methods that have variable selection property could make the model parsimonious as well, and it might not be necessary to take the mean of the previous observations. The performance of the model might improve significantly in this way. Further research might focus on finding the optimal jump detection test in electricity markets. One approach might be to collect data from a significant number of electricity markets and find a jump test that is superior to all the data sets. If the optimal is not found amongst the jump tests from the literature, a further jump test for electricity markets might be proposed.

There is room for improvement in Chapters 3, as well. Regarding the jump test, other tests might be applied so that in the original price series, the ARX-J and ARX-J-CJ models are always superior to the ARX model. Another exciting piece of research would be to include a yearly seasonality so that the models capture the end of the year effect; the improvement is more relevant for peak prices. The cojumps capture the correlation in the tails, but the criteria used in Chapter 3 do not take into account how the dependency structures are included in the forecasts.

Further research in Chapter 4 is abundant. The main extension in Chapter 4 is to develop multivariate models for every hour in the day-ahead prices. However, as it is modeled, it is not possible to extend it to 24 hours multivariate model because the number of parameters to estimate is too large. The prices might be modeled by applying other distributions that are closer to the real distribution of electricity prices. Another improvement is the use of copulas in the error terms to capture the behavior for full price distribution and the dependency structure among the hours. The use of copulas might improve the models' forecasting performance significantly.

All in all, it is a very empirical thesis that offers useful information for practitioners. The first two chapters are focused on electricity volatility forecasting models, while the following two sections are focused on electricity price forecasting. The models are deeply analyzed, and a complete empirical analysis is carried out. The conclusions of the thesis may be directly applied in the markets, and used by all the agents participating in the market.