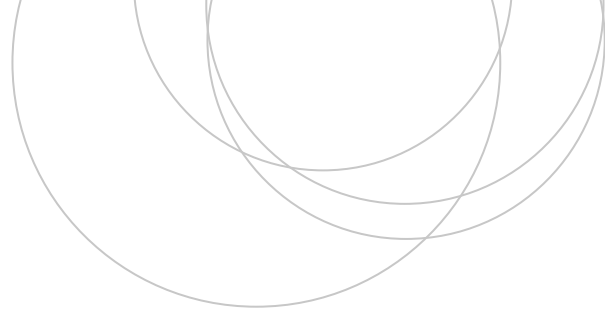




Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

ZIENTZIA
ETA TEKNOLOGIA
FAKULTATEA
FACULTAD
DE CIENCIA
Y TECNOLOGÍA



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Electrónica

Diseño e implementación de circuitos resonantes para sistemas teranósticos basados en nanopartículas magnéticas

Autor:
Daniel Bedialauneta Rodríguez

Directores:
Irati Rodrigo Arrizabalaga
José Javier Saiz Garitaonandia

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN.	1
2. ANÁLISIS TEÓRICO DE CIRCUITOS RESONANTES.	3
2.1. Fundamento teórico de circuitos de corriente alterna	3
2.1.1. Introducción a la potencia	3
2.1.2. Introducción al ajuste de impedancias	7
2.1.3. Equivalencia entre fuente de potencia y fuente de voltaje	9
2.2. Estudio de configuraciones de circuitos resonantes	10
2.2.1. Configuración LCR en serie.	13
2.2.2. Configuración LC en paralelo.	14
2.2.3. Redes L	17
2.3. Discusión sobre las configuraciones presentadas	26
3. DISEÑO DE UNA BOBINA DE INDUCTANCIA VARIABLE	29
3.1. Banco de condensadores.	29
3.2. Bobina ajustable mediante núcleo magnético	30
3.3. Permeabilidad relativa efectiva de un núcleo magnético cilíndrico	32
3.4. Dimensiones de los núcleos	34
3.5. Dimensiones de las bobinas	35
4. CONSTRUCCIÓN DEL CIRCUITO RESONANTE	38
4.1. Soporte para el banco de condensadores e interruptores	38
4.2. Soporte para las bobinas y sus núcleos.	38
4.3. Conexiones	41
4.4. Circuito completo	42
5. RESPUESTA DEL CIRCUITO	43
6. CONCLUSIONES	45
6.1. Del prototipo al magnetómetro	46
BIBLIOGRAFÍA	47

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo de fin de grado entra dentro del contexto de la investigación de nanopartículas magnéticas con uso en técnicas de diagnóstico y tratamiento contra el cáncer. Estas nanopartículas pueden usarse como agentes de contraste para realizar imagen por resonancia magnética, como portadores de fármacos o como agentes de calentamiento [1].

Concretamente, la hipertermia magnética es una terapia alternativa a los métodos tradicionales de tratamiento contra el cáncer, como quimioterapia o radioterapia, que consiste en usar estas nanopartículas magnéticas para que, una vez situadas en los tejidos tumorales, produzcan calor al aplicarles un campo magnético alterno. Cuando la temperatura de estos tejidos alcanza un cierto rango, entre 40 y 44°C, quedan dañados e incluso puede conllevar su muerte. Por otra parte, calentar estos tejidos los puede hacer más susceptibles tanto a quimioterapia como a radioterapia [2].

No obstante, a la hipertermia magnética aún le queda mucho camino que recorrer para establecerse como una terapia común contra el cáncer, y esto requiere del esfuerzo investigativo de muchos campos diferentes, como la química, ingeniería, medicina o física.

Por otro lado, en las últimas dos décadas ha surgido y se ha desarrollado una nueva técnica de imagen, imagen por partículas magnéticas (MPI por sus siglas en inglés), que es capaz de detectar directamente la posición en el espacio de unas nanopartículas superparamagnéticas. Dado que esta nueva técnica solo es capaz de detectar estas partículas, las cuales no se encuentran naturalmente en los tejidos, la imagen creada suele superponerse con la de otras técnicas, como CT (Computed Tomography), para conocer la posición de las nanopartículas respecto a la de los órganos cercanos. La técnica de MPI resulta ventajosa, entre otros motivos, porque es capaz de detectar la concentración de las partículas superparamagnéticas, y encima, hacerlo a tiempo real [3].

Naturalmente, uno de los elementos a estudiar es el rendimiento de distintos tipos de nanopartículas. Por ejemplo, para la hipertermia magnética, interesa conocer qué mecanismo gobierna el calentamiento y, así, optimizar su diseño para reducir el número de nanopartículas a inyectar. En cambio, el rendimiento de las nanopartículas en MPI suele venir caracterizado por la intensidad de su respuesta magnética, entre otros. Con este propósito, una de las técnicas más usadas para caracterizar nanopartículas es la magnetometría AC.

La magnetometría AC consiste en medir la magnetización dinámica de la muestra magnética, por lo que uno puede obtener su ciclo de histéresis conociendo el campo que se está aplicando. Por ejemplo, a partir de la superficie que delimita la curva de histéresis se

puede calcular la capacidad de calentamiento de las nanopartículas.

Dentro de la Universidad del País Vasco, existe una amplia colaboración entre diversos grupos en temas relacionados con las nanopartículas magnéticas y la hipertermia. El grupo en el que se ha desarrollado este trabajo de fin de grado, MIMASPEC, ha desarrollado varios magnetómetros propios [4], [5] que han servido, por ejemplo, para medir la respuesta idónea de las bacterias magnetotácticas como agentes de hipertermia [6].

Estos magnetómetros disponen de una bobina principal, que genera un campo magnético alterno cuando por ella circula una corriente AC, y de otro conjunto de bobinas que miden la respuesta de las nanopartículas, mediante la Ley de Inducción de Faraday. La bobina principal forma parte de un circuito resonante en configuración LCC, que es lo que permite que el equipo genere campos altos a distintas frecuencias. El último magnetómetro desarrollado es capaz de producir campos desde 90mT a 50kHz hasta 50mT a 1MHz, cuando es alimentado por un amplificador de potencia que llega a los 1000W. Resulta muy conveniente tener un instrumento que es capaz de aplicar campos magnéticos con una amplia variabilidad de amplitudes y frecuencias debido a las muy diversas respuestas magnéticas de distintos tipos de nanopartículas.

El rango de frecuencias en el que operan estos magnetómetros es al que se trabaja en hipertermia, a saber, entre 100kHz y 1MHz. No obstante, en MPI se suele trabajar alrededor de los 20kHz, ya que en este rango muchas nanopartículas dejan de tener capacidad de calentamiento [7]. Sería muy útil disponer de un mismo magnetómetro que sea capaz de producir campos altos en todo el rango de frecuencias de 20kHz a 1MHz. Con ese propósito surge este trabajo de fin de grado.

Concretamente, el objetivo de este trabajo es explorar configuraciones de circuitos resonantes que den una mejor respuesta a bajas frecuencias que la configuración LCC (en torno a 20kHz), es decir, que los picos en la corriente sean mayores para conseguir campos de mayor intensidad.

2. ANÁLISIS TEÓRICO DE CIRCUITOS RESONANTES

2.1. Fundamento teórico de circuitos de corriente alterna

2.1.1. Introducción a la potencia

La potencia es la cantidad de trabajo realizado por unidad de tiempo. Es bien sabido que la potencia P que genera o se entrega a un elemento eléctrico viene dada por

$$P = VI, \quad (2.1)$$

donde V es la caída de voltaje a lo largo del elemento e I es la corriente que circula por él. Si esta potencia la está generando o recibiendo depende del tipo de elemento. Si $P > 0$ se dice que el elemento está actuando de forma pasiva, es decir, está consumiendo energía eléctrica del circuito. Por otro lado, si $P < 0$, se dice que el elemento está actuando de forma activa, es decir, está aportando energía eléctrica al circuito.

Por ejemplo, una resistencia R (Figura 2.1) se define como la propiedad de un material que determina el ritmo al que la energía eléctrica se transforma en calor [8]. Ahora bien, una vez ha ocurrido la transformación, el calor no va a volver al material y transformarse en energía eléctrica, sino que la transformación es permanente y decimos que en una resistencia se *disipa* potencia. Por lo tanto, está claro que una resistencia es un elemento que actúa de forma pasiva en el sentido de que $P > 0$, porque solo consume energía eléctrica. Esto también se puede ver con la Ley de Ohm

$$V = RI.$$

Dado que R es siempre positivo, tanto V como I tienen siempre el mismo signo así que, de acuerdo con (2.1), la potencia P es siempre positiva.



Figura 2.1: Ilustración de cómo suele representarse un elemento resistivo.

Ahora, pongamos el ejemplo de un condensador. Un condensador es un elemento que en vez de satisfacer la Ley de Ohm, satisface la siguiente ecuación

$$i = C \frac{dv_c}{dt},$$

donde i es la corriente que ‘circula’ por el condensador y v_c es la caída de voltaje. Consideremos el circuito de la Figura 2.2, donde $V_s(t) = V \sin \omega t$.

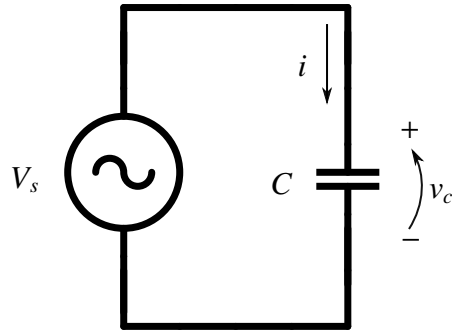


Figura 2.2: Circuito eléctrico con una fuente de voltaje y un condensador.

La solución a este circuito es

$$\begin{cases} v_c(t) = V_s(t) \\ i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_c(t) = V \sin \omega t \\ i(t) = \omega CV \cos \omega t \end{cases} \quad (2.2)$$

Nótese que las amplitudes de $i(t)$ y $v_c(t)$ están relacionadas mediante $|i| = \omega C|V|$, mientras que la corriente está desfasada $\pi/2$ respecto al voltaje.

En la Figura 2.3 representamos la caída de voltaje $v_c(t)$ y la corriente $i(t)$, así como el signo de la potencia $P = v_c i$.

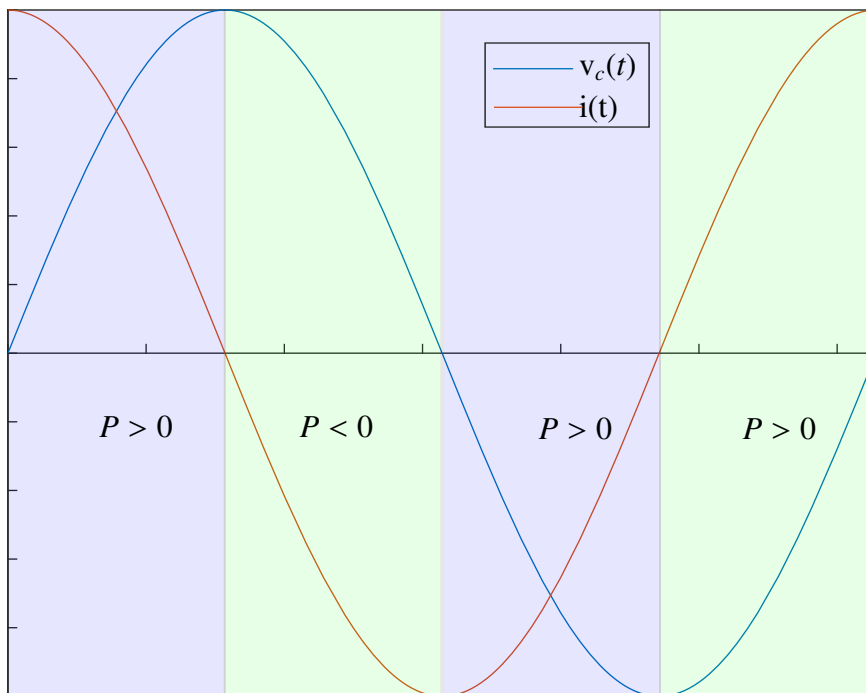


Figura 2.3: Representación de $i(t)$ y $v_c(t)$ a lo largo de un periodo (suponemos amplitudes idénticas para las dos cantidades).

Como vemos, durante dos cuartos de ciclo el condensador se comporta como un elemento pasivo, consumiendo energía eléctrica; mientras que durante los otros dos cuartos se comporta como elemento activo, generándola. Es por esta razón que se suele decir que

los condensadores almacenan energía eléctrica, ya que la energía que se les entrega la devuelven más tarde. Un condensador se clasifica como elemento *reactivo*.

Existe otro elemento reactivo, la bobina, cuya ecuación es

$$v_L = L \frac{di}{dt},$$

donde L es la inductancia de la bobina. Haciendo un razonamiento parecido al del condensador, se ve que la bobina divide su tipo funcionamiento en cuartos de ciclo y, por lo tanto, también se dice que almacena energía.

Para facilitar el análisis de circuitos por los que circula una señal sinusoidal se suele pasar al dominio de la frecuencia¹.

1. Los voltajes y las corrientes se representan por las cantidades complejas \tilde{V} y \tilde{I} . El voltaje $V(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi)$ se representa por el número complejo $\tilde{V} = V_0 e^{j\phi}$, donde $j \equiv \sqrt{-1}$.
2. Las corrientes y voltajes *reales* del circuito se obtienen multiplicando su representación compleja por $e^{j\omega t}$ y cogiendo la parte real: $V(t) = \text{Re}(\tilde{V} e^{j\omega t})$.
3. Los elementos resistivos siguen obedeciendo la Ley de Ohm pero con \tilde{I} y \tilde{V} , es decir,

$$\tilde{V} = R\tilde{I}.$$

Sin embargo, la gran utilidad del dominio de la frecuencia es que los elementos reactivos (condensador y bobina) se representan como elementos resistivos que satisfacen la Ley de Ohm, aunque con una resistencia compleja. Así pues, la ecuación de un condensador se convierte en

$$\tilde{V} = -\frac{j}{\omega C} \tilde{I},$$

mientras que la de una bobina es

$$\tilde{V} = j\omega L \tilde{I},$$

donde $\omega = 2\pi f$, con f la frecuencia de la señal.

Lo último que trataremos en esta sección es cómo se trabaja con la potencia en el dominio de la frecuencia. Consideremos el circuito de la Figura 2.4. La impedancia² la podemos escribir como $Z = |Z|e^{j\phi}$. Además, el voltaje $v(t) = V \cos \omega t$ de la fuente la representamos

¹Explicación sobre el dominio de la frecuencia cogida de [9].

²Cuando hablamos de impedancia simplemente nos referimos a una resistencia que tiene parte real y parte imaginaria, es decir, que está formada por elementos resistivos y reactivos.

por $\tilde{v} = V$ en el dominio de la frecuencia. Por lo tanto, la corriente que circula por el circuito de acuerdo con la Ley de Ohm es

$$\tilde{i} = \frac{\tilde{v}}{Z} = \frac{V}{|Z|} e^{-j\phi}.$$

Defino la potencia en el dominio complejo como

$$\tilde{P} \equiv \tilde{v}\tilde{i}^* = \frac{V^2}{|Z|} e^{j\phi}, \quad (2.3)$$

donde el asterisco de \tilde{i}^* denota el complejo conjugado de \tilde{i} .

Ahora bien, ¿cómo se relaciona esta definición con la potencia real en la impedancia? Las ecuaciones del circuito en el dominio temporal son

$$\begin{cases} v(t) = V \cos \omega t, \\ i(t) = \frac{V}{|Z|} \cos(\omega t - \phi), \end{cases}$$

donde la segunda ecuación no es más que una generalización de lo que ya vimos en (2.2).

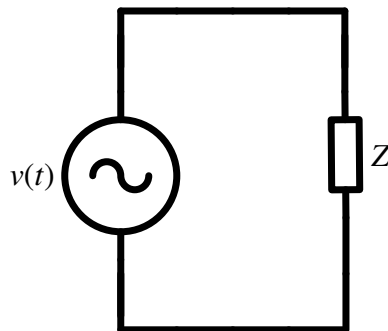


Figura 2.4: Circuito eléctrico con una fuente de voltaje y una impedancia general.

Por lo tanto, la potencia en el dominio temporal es

$$P(t) = v(t)i(t) = \frac{V^2}{|Z|} \cos(\omega t) \cos(\omega t - \phi) = \frac{V^2}{2|Z|} [\cos(2\omega t - \phi) + \cos \phi].$$

El promedio de la potencia $P(t)$ durante un periodo $T = 2\pi/\omega$ es

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T dt \frac{V^2}{2|Z|} [\cos(2\omega t - \phi) + \cos \phi].$$

Sabiendo que

$$\int_0^T dt \cos(2\omega t - \phi) = 0, \quad \int_0^T dt \cos \phi = T \cos \phi,$$

obtenemos

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \frac{V^2}{|Z|} \cos \phi = \frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{P}). \quad (2.4)$$

Aquí se ve claramente que si $\phi = \pm\pi/2$, es decir, no hay efecto resistivo, $\langle P \rangle = 0$.

2.1.2. Introducción al ajuste de impedancias

Consideremos el circuito de la Figura 2.5, donde V_s es la amplitud de la señal $v_s(t) = V_s \cos \omega t$, Z_s es la impedancia de salida de la fuente y Z_L la impedancia o carga que queremos alimentar. La corriente \tilde{I} que circula por el circuito en el dominio de la frecuencia

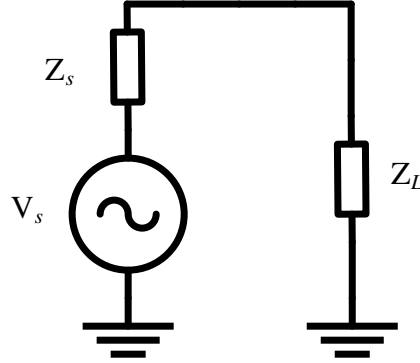


Figura 2.5: Circuito general fuente-carga.

y la caída de voltaje \tilde{V}_L en la impedancia Z_L es

$$\tilde{I} = \frac{V_s}{Z_s + Z_L}, \quad \tilde{V}_L = Z_L \tilde{I} = \frac{V_s Z_L}{Z_s + Z_L}. \quad (2.5)$$

Por lo tanto, la potencia compleja en la impedancia Z_L viene dada por

$$\tilde{P}_L = \tilde{V}_L \tilde{I}^* = Z_L |\tilde{I}|^2 = \frac{V_s^2 Z_L}{|Z_s + Z_L|^2}.$$

y el promedio de la potencia real en la carga Z_L , de acuerdo con (2.4), es

$$\langle P_L \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\tilde{P}) = \frac{1}{2} \frac{V_s^2 \cdot Z_L}{|Z_s + Z_L|^2} = \frac{1}{2} \frac{V_s^2 R_L}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}, \quad (2.6)$$

donde R_L, R_s son la parte real de Z_L, Z_s y X_L, X_s las partes imaginarias. El concepto de ajuste de impedancias se refiere a qué condiciones debemos imponer sobre Z_L para que el promedio de la potencia $\langle P_L \rangle$ en la carga Z_L sea máxima. Se puede demostrar mediante un sencillo problema de optimización que los valores de X_L y $R_L > 0$ que maximizan $\langle P_L \rangle$ son

$$R_L = R_s, \quad X_L = -X_s,$$

es decir,

$$\boxed{Z_L = Z_s^*}. \quad (2.7)$$

A lo largo de este trabajo nos referiremos a esta condición como la de máxima transferencia de potencia. Además, sustituyendo en (2.6), se tiene que esta potencia máxima es

$$\langle P_L \rangle_{\max} = \frac{V_s^2}{8R_s}. \quad (2.8)$$

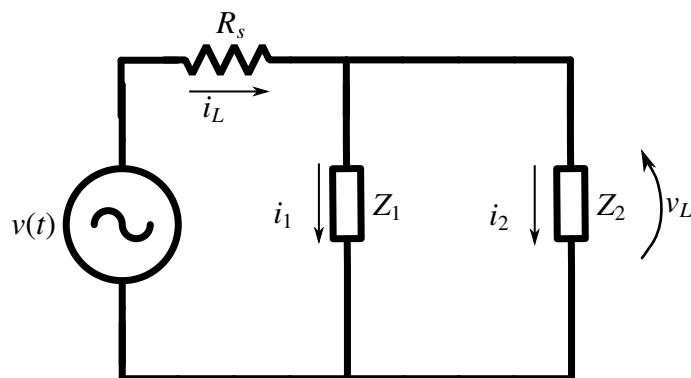


Figura 2.6: Circuito típico que encontraremos a lo largo del trabajo.

Por último, vamos a introducir una situación que encontraremos frecuentemente a lo largo de este trabajo. Consideremos el circuito de la Figura 2.6, donde R_s es la resistencia de salida de la fuente, V_s es la amplitud de la fuente de voltaje $v(t) = V_s \cos \omega t$ y Z_1 y Z_2 son dos impedancias. Definimos Z_L como la impedancia equivalente de Z_1 y Z_2

$$Z_L \equiv \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}.$$

Estamos interesados en ver cuándo la amplitud de la corriente $i_2(t)$ que circula por la segunda impedancia es máxima. Aunque este es un problema analíticamente complicado, usando software como Mathematica puede resolverse el problema de optimización respecto a varios parámetros.

Concretamente en el caso en que la impedancia Z_1 solo tiene parte imaginaria, esto es, $Z_1 = jX_1$, se cumple que la máxima amplitud de corriente $|i_2(t)|$ se obtiene cuando la transferencia de potencia es máxima, es decir, cuando se cumple la condición (2.7)

$$Z_L = R_s.$$

Para dar una idea de por qué sucede esto debemos tener en cuenta lo siguiente. En primer lugar, las corrientes representadas en el circuito satisfacen

$$i_L(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

y la caída de voltaje en la carga Z_L , es decir, v_L , es la misma que en Z_1 y en Z_2 . Por lo tanto,

$$P_L(t) = v_L(t)i_L(t) = v_L(t)i_1(t) + v_L(t)i_2(t) = P_1(t) + P_2(t) \quad \Rightarrow \quad \langle P_L \rangle = \langle P_1 \rangle + \langle P_2 \rangle,$$

la potencia media en la carga Z_L es la suma de las potencias medias en las cargas individuales Z_1 y Z_2 . Sabemos por (2.3) que cuando una carga es puramente imaginaria, la potencia media es cero. Así pues si Z_1 es puramente imaginaria, $\langle P_1 \rangle = 0$ y entonces

$$\langle P_L \rangle = \langle P_2 \rangle.$$

Por último, por (2.7) sabemos que la potencia media en la carga Z_L es máxima cuando se cumple $Z_L = R_s$. Por lo tanto, se transfiere máxima potencia a la segunda rama cuando en la primera rama no se disipa ninguna potencia y cuando se cumple la transferencia máxima de potencia a la carga

$$\langle P_2 \rangle_{\text{máx}} = \langle P_L \rangle_{\text{máx}} \quad (2.9)$$

2.1.3. Equivalencia entre fuente de potencia y fuente de voltaje

El magnetómetro real que se usa en el laboratorio está alimentado por el amplificador de potencia 1140LA de Electronics & Innovation, el cual amplifica la señal que proviene de un generador de ondas incorporado en el osciloscopio DSOX3024T de Keysight Technologies. En esta sección, vamos a deducir qué fuente de voltaje se comporta de forma equivalente a este sistema de alimentación para simplificar los cálculos que haremos en el futuro.

En la Figura 2.7 representamos el sistema de alimentación completo. Dado que en la hoja de características del amplificador los datos están dados para cuando las impedancias están ajustadas, conectamos el sistema de alimentación a una carga R_s . En el labo-

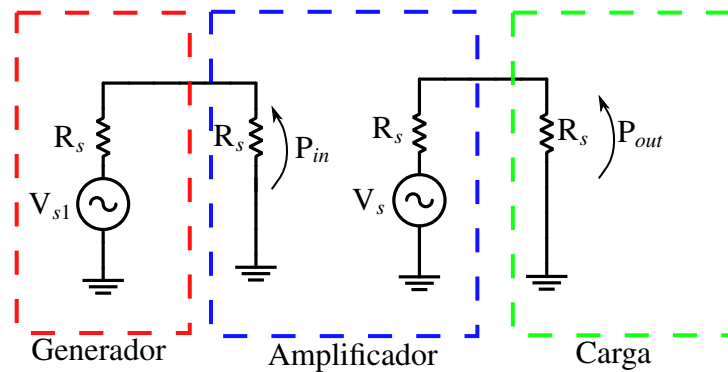


Figura 2.7: Sistema de alimentación completo. Los datos están dados para impedancias ajustadas, de ahí que la carga sea R_s .

ratorio, el generador produce una señal de voltaje cuya amplitud es $V_{s1} = 1,4V$. Usando las ecuaciones (2.3), (2.4) y que $R_s = 50\Omega$, la potencia de entrada al amplificador es $P_{in} \equiv \langle P \rangle = 5mW$. Según la hoja de características del amplificador, la potencia media P_{out} que se entrega a una carga R_s ante una potencia de entrada de 5mW es $P_{out} = 1000W$. Se quiere averiguar cuál es la amplitud V_s que produce esa misma potencia media en la carga.

Por la Ecuación (2.4), sabemos que

$$P_{out} = \frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{P}_{out}) = \frac{1}{2} \tilde{V}_{out} \tilde{I}_{out}^* = \frac{1}{2} \frac{V_s R_s}{2R_s} \frac{V_s}{2R_s} = \frac{V_s^2}{8R_s}$$

Por lo tanto, usando $R_s = 50\Omega$, la amplitud de la señal de voltaje que entrega la misma potencia a la carga es

$$V_s = \sqrt{8PR_s} = 632,46V.$$

A partir de ahora, la fuente de potencia, que es el sistema contenido en los rectángulos rojo y azul de la Figura 2.7, la representaremos mediante el elemento de la Figura 2.8 inspirado en el que usa el software de diseño electrónico Advanced Design System (ADS). Además, podremos interpretar este elemento simplemente como una fuente de voltaje de amplitud $V_s = \sqrt{8PR_s} = 632,46V$ y resistencia de salida R_s .

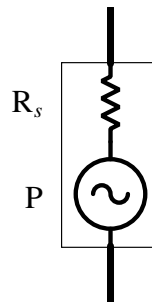


Figura 2.8

2.2. Estudio de configuraciones de circuitos resonantes

A partir de ahora, vamos a trabajar siempre en el dominio de la frecuencia, así que vamos a prescindir de la tilde en las cantidades \tilde{I} y \tilde{V} por comodidad.

El problema a resolver es el de entregar grandes corrientes AC a la bobina que se muestra en la Figura 2.9 en un amplio rango de frecuencias, concretamente, [20kHz, 1MHz]. La bobina de inductancia L_p la llamamos *bobina principal*, ya que es la que se usa para excitar nanopartículas magnéticas valiéndose del campo magnético AC que se genera en su seno. Tanto su inductancia como su resistencia parásita R_p son parámetros fijos, ya que la geometría de la bobina se ha diseñado independientemente para producir un campo magnético lo más intenso y uniforme posible, y del tamaño suficiente para que quepa la muestra de nanopartículas. Por otra parte, la señal de la fuente $V_s = \sqrt{8PR_s}$ y la resistencia de salida $R_s = 50\Omega$ son otros parámetros fijos asociados al sistema de alimentación.

El objetivo de hacer circular grandes corrientes por la bobina no es más que para producir grandes campos magnéticos. Dadas las características de la bobina y las necesidades de la magnitud del campo, interesa obtener corrientes por encima de los 140A, alcanzando los 200A a ser posible.

Conectar directamente la fuente a la bobina principal produce una corriente máxima de 12,6A, como veremos más tarde, por lo que es necesario añadir una etapa intermedia que,

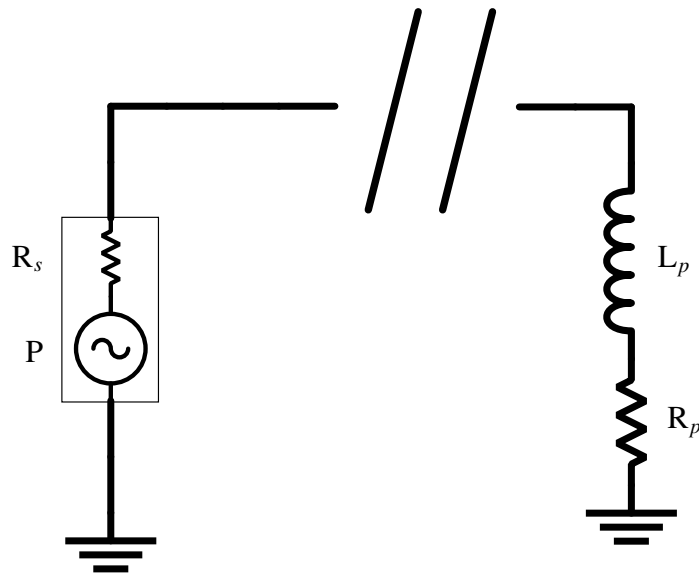


Figura 2.9: Fuente de alimentación y bobina principal.

de alguna manera, genere corrientes mucho mayores.

El grupo de investigación al que pertenece este proyecto introdujo dos condensadores de tal forma que la carga resultante es un circuito resonante en configuración LCC [4], [5], como se ve en la Figura 2.10. Idealmente, los condensadores son elementos puramente reactivos, por lo que, como ya vimos en la Sección 2.1.2, la potencia media en la rama de la bobina principal es máxima bajo la condición $Z_L = R_s$, donde Z_L vendría dado por

$$Z_L = (jX_1) // (R_p + j(X_2 + X_p)),$$

con $X_1 = -\frac{1}{\omega C_1}$, $X_2 = -\frac{1}{\omega C_2}$ y $X_p = \omega L_p$. Así pues, la condición de máxima transferencia

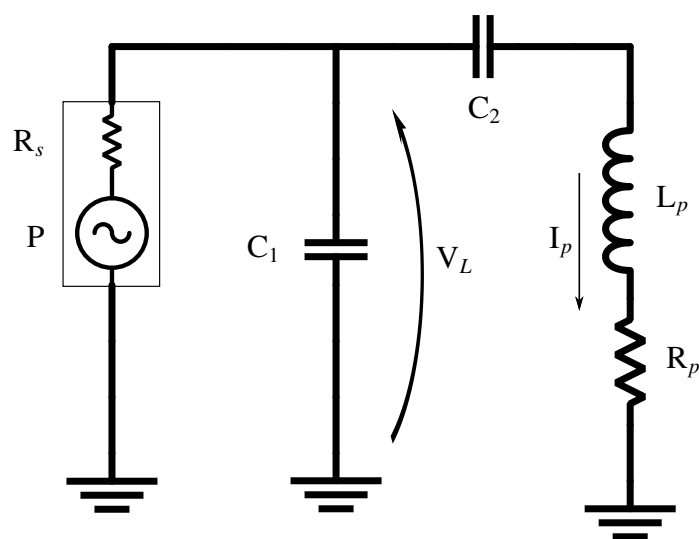


Figura 2.10: Circuito resonante LCC.

de potencia $Z_L = R_s$, se puede escribir de la siguiente forma

$$\begin{cases} R_s = \text{Re}(Z_L) = \text{Re}\left(\frac{jX_1}{R_p + j(X_2 + X_p)}\right), \\ 0 = \text{Im}(Z_L) = \text{Im}\left(\frac{jX_1}{R_p + j(X_2 + X_p)}\right). \end{cases} \quad (2.10)$$

Aunque lo estudiaremos detalladamente en la siguiente sección, la solución a este sistema de ecuaciones (2.10) es

$$C_1 = \frac{1}{\omega} \frac{1}{R_s} \sqrt{\frac{R_s - R_p}{R_p}}, \quad C_2 = \frac{1}{\omega} \frac{1}{\omega L_p - \sqrt{R_p(R_s - R_p)}}.$$

Por lo tanto, esta solución nos proporciona las capacidades C_1 y C_2 de los condensadores que habría que introducir para tener máxima corriente en la rama de la bobina principal. Sin embargo, nótese que estas capacidades dependen de la frecuencia de la señal a través de $\omega = 2\pi f$. En otras palabras, cada frecuencia f tiene asociada una pareja de valores (C_1, C_2) para los que se cumple la máxima transferencia de potencia.

Esto dificulta el querer trabajar en un amplio rango de frecuencias, ya que cada vez que se quiere cambiar la frecuencia de operación, se deben cambiar las capacidades. Para mitigar esta inconveniencia el grupo de investigación usa un *banco de condensadores*, el cual consiste en un conjunto de condensadores que al conectarlos o desconectarlos entre ellos en serie o en paralelo mediante interruptores mecánicos se consiguen distintas capacidades equivalentes.

Como se estudiará más adelante, la configuración de la Figura 2.10 presenta el problema de que por debajo de los 100kHz, las corrientes máximas se reducen rápidamente por debajo de los 140A anteriormente mencionados. La motivación de este trabajo de fin de grado es estudiar e implementar alguna configuración alternativa que siga permitiendo grandes corrientes a bajas frecuencias.

Antes de proceder con las distintas configuraciones, voy a exponer cuál es el equipo con el que se trabaja en el laboratorio. Los valores de los parámetros fijos son

$$R_s = 50\Omega, \quad L_p = 1,25 \mu\text{H}, \quad R_p = (0,0412 + 8,89 \cdot 10^{-8} \cdot f) \Omega. \quad (2.11)$$

La resistencia parásita de la bobina depende de la frecuencia debido a los llamados ‘skin effect’[10] y ‘proximity effect’[11]. En realidad, la propia inductancia también varía con la frecuencia, aunque no tanto. Además, más tarde veremos que incluso cambios en la inductancia más grandes que los que se observan en la realidad no influyen demasiado en la configuración que vamos a diseñar.

Por último, como ya mencionamos en la sección anterior, el instrumento funciona alimentado por el amplificador de potencia 1140LA de Electronics & Innovation. El generador de señal que se usa antes de la etapa amplificadora es el osciloscopio DSOX3024T de Keysight Technologies.

2.2.1. Configuración LCR en serie

Como vemos en la Figura 2.11, la impedancia de la carga vista desde la fuente es

$$Z_L = \beta + R_p + j(X_C + X_p),$$

donde $X_C = -\frac{1}{\omega C}$ y $X_p = \omega L_p$. Por lo tanto, para conseguir una máxima transferencia de potencia, los valores de C y β deben cumplir el sistema de ecuaciones (2.7), que en este caso es

$$\begin{cases} R_s = \beta + R_p, \\ 0 = X_C + X_p. \end{cases} \quad (2.12)$$

Así pues, $\beta = R_s - R_p$ y $X_C = -X_p$. Sustituyendo X_p y X_C para dejar la solución en

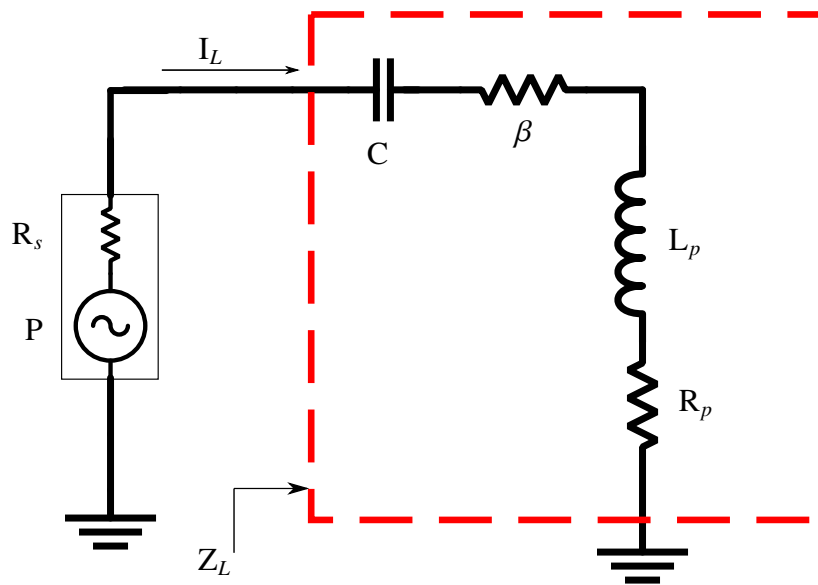


Figura 2.11: Configuración LCR en serie

función de C y L_p obtenemos

$$\beta = R_s - R_p, \quad C = \frac{1}{4\pi^2 L_p f^2}.$$

Por otro lado, de la Ecuación (2.5) sabemos que la amplitud de la corriente en la carga vendrá dada por

$$|I_L|^2 = \frac{V_s^2}{|R_s + Z_L|^2} = \frac{V_s^2}{(R_s + \beta + R_p)^2 + (X_C + X_p)^2}.$$

De acuerdo con esta fórmula, vemos que la condición de que la corriente sea máxima es $X_C = -X_p$ y $\beta = 0$, que no es la misma que la de máxima transferencia de potencia (2.12). Por lo tanto, una transferencia máxima de potencia no siempre implica que la corriente que circula por la bobina sea máxima. Aunque ya lo mencionamos en la anterior sección, introducir elementos resistivos adicionales solo va a disminuir la potencia que llega a la bobina y, por lo tanto, su corriente.

Sustituyendo $\beta = 0$ y $X_C = -X_p$ para conseguir máxima corriente obtenemos la siguiente amplitud

$$|I_L|_{\max} = \frac{V_s}{R_s + R_p} \approx 12,6A,$$

donde $P = 1000W$ y para R_p hemos usado su valor en $f = 1MHz$, aunque cogiendo cualquier otra frecuencia menor apenas varía el resultado. Esta corriente no se acerca a los 140A que necesitamos, por lo que la configuración LC en serie no nos sirve.

2.2.2. Configuración LC en paralelo

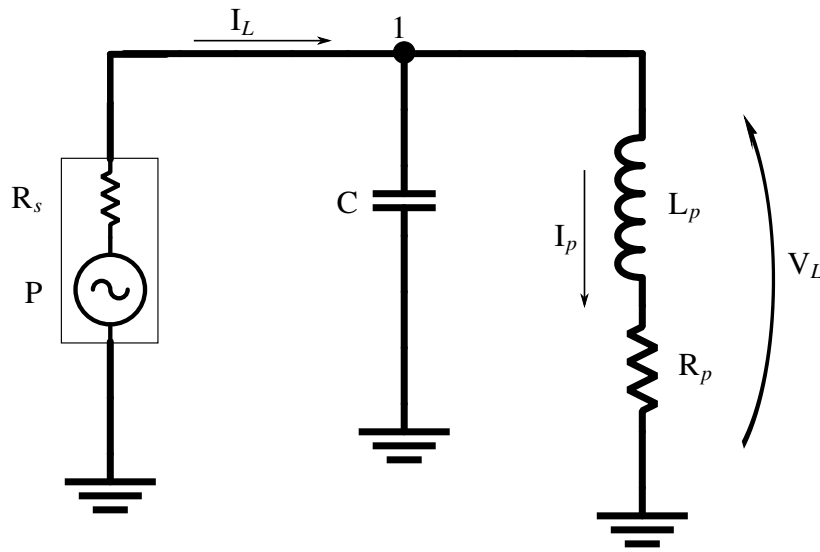


Figura 2.12: Configuración LC en paralelo.

En la configuración de la Figura 2.12 la impedancia de la carga es

$$Z_L = \frac{R_p X_C^2}{R_p^2 + (X_p + X_C)^2} + j \frac{X_C (R_p^2 + X_p^2) + X_p X_C^2}{R_p^2 + (X_C + X_p)^2}, \quad (2.13)$$

y sabiendo que la caída de voltaje en la rama de la bobina principal es

$$V_L = \frac{V_s Z_L}{R_s + Z_L},$$

la amplitud de la corriente viene dada por

$$|I_p| = \frac{V_s |Z_L|}{|R_p + jX_p| |R_s + Z_L|}. \quad (2.14)$$

No obstante, en esta configuración solo hemos introducido un término externo, el condensador de capacidad C , así que solo podemos satisfacer una de las condiciones de máxima transferencia de potencia. Usando Mathematica se ve que la amplitud de corriente $|I_p|$ es máxima cuando imponemos la condición $\text{Im}(Z_L) = 0$, que es la parte imaginaria de la

condición de máxima transferencia de potencia $Z_L = R_s$. Esto se puede comprobar también mediante software de diseño electrónico, por ejemplo, Advanced Design System.

Por lo tanto, imponiendo esta condición sobre la Ecuación (2.13) se obtiene una solución para la capacidad C

$$0 = \text{Im}(Z_L) \Rightarrow X_C = -\frac{1}{X_p}(R_p^2 + X_p^2). \quad (2.15)$$

Si sustituimos este valor de la reactancia del condensador en la impedancia de la carga (2.13) obtenemos

$$Z_L = R_L = \frac{1}{R_p}(R_p^2 + X_p^2).$$

Entonces, de acuerdo con la Ecuación (2.14), la amplitud de corriente máxima en la bobina vendrá dada por

$$|I_p|_{\text{máx}} = \frac{V_s \sqrt{R_p^2 + X_p^2}}{R_p^2 + R_p R_s + X_p^2}. \quad (2.16)$$

Antes de ver cómo se comporta esta amplitud de corriente respecto a la frecuencia, es interesante ver el caso en el que tuviésemos una bobina principal ideal $R_p \rightarrow 0$. Es fácil ver que

$$\lim_{R_p \rightarrow 0} |I_p|_{\text{máx}} = \frac{|V_s|}{|X_p|} = \frac{\sqrt{8PR_s}}{2\pi L_p} \frac{1}{f} \approx \frac{8 \cdot 10^7 \frac{\text{A}}{\text{s}}}{f}. \quad (2.17)$$

Esto significa que la corriente es inversamente proporcional a la frecuencia. La razón de este comportamiento es que cuando $R_p = 0$, la Ecuación (2.15) implica $X_C = -X_p$. En este caso, la impedancia de la carga $Z_L = \frac{jX_C X_p}{X_C + X_p}$ tiende a infinito y, por lo tanto, la corriente $|I_L|$ se hace nula. Sin embargo, la caída de tensión en la carga se mantiene con un valor finito $|V_L| = |V_s| = \sqrt{8PR_s}$. El resultado es, simplemente, que la rama de la bobina principal está alimentada por un voltaje fijo $\sqrt{8PR_s}$.

Las corrientes que resultan de esta idealización $R_p \rightarrow 0$ son muy grandes pero, ¿cómo de irreal es suponer $R_p \rightarrow 0$? Mirando más detalladamente la Ecuación (2.16) vemos que para poder despreciar el término $R_p^2 + R_p R_s$ frente a X_p^2 en el denominador es necesario que $R_p R_s \ll X_p^2$, o que $R_p \ll X_p^2/R_s$.³ El problema es que aunque R_p dependa de la frecuencia, no puede llegar a ser nunca cero porque como mínimo es 0.0412Ω (Ecuación (2.11)), mientras que X_p es directamente proporcional a la frecuencia y sí que puede llegar a anularse a bajas frecuencias. Por lo tanto, a frecuencias suficientemente bajas esta aproximación dejará de ser válida, mientras que a altas frecuencias será muy buena aproximación (el lado derecho crece cuadráticamente con la frecuencia y el izquierdo linealmente). Para ilustrar cómo esta aproximación deja de ser válida a bajas frecuencias representamos las Ecuaciones (2.16) y (2.17) en la Figura 2.13 Así pues, vemos que el circuito con $R_p \neq 0$ presenta una resonancia máxima de 184A a 182,5kHz.

³Si estamos hablando de un R_p pequeño, en concreto pequeño frente a R_s , el término R_p^2 es muy despreciable frente a $R_p R_s$ y no lo tenemos en cuenta.

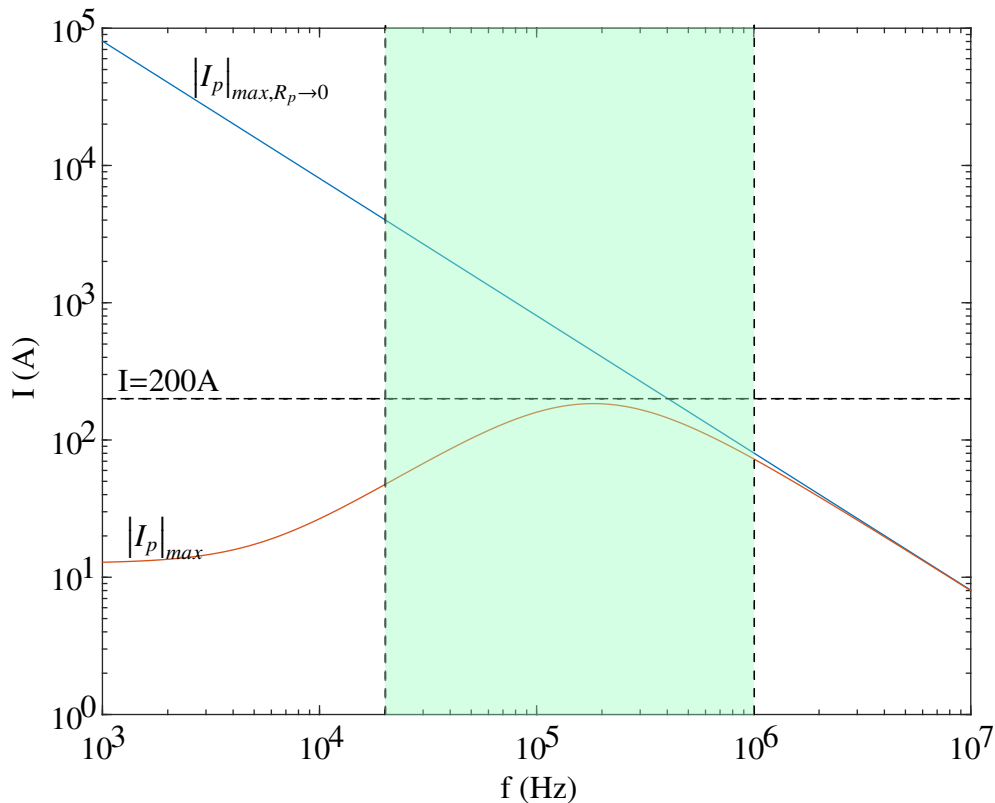


Figura 2.13: Comparación entre las expresiones de las Ecuaciones (2.16) y (2.17). El rectángulo verde representa la región de frecuencias de interés [20kHz, 1MHz].

Ya que no se volverá a incidir mucho sobre ello, conviene recordar que la curva correspondiente a $|I_p|_{\max}$ de la Figura 2.13 es la curva de todas las resonancias, dado que asume que, en todas las frecuencias, el valor de la capacidad C del condensador viene dada por la Ecuación (2.15). Esto significa que estamos usando un condensador cuya capacidad C varía con la frecuencia de manera muy conveniente. Como ya se comentó, en la práctica tal condensador no existe, y lo que se hace es usar un banco de condensadores cuya capacidad equivalente puedes ir variando dependiendo de la frecuencia a la que quieres trabajar en ese momento.

Por poner un ejemplo, consideremos la frecuencia $f = 50\text{kHz}$. La reactancia X_C dada por (2.15) es $X_C = -0,398\Omega$ que se traduce en una capacidad $C = 7997,6\text{nF}$. Para esta capacidad fija, la curva de la corriente respecto a la frecuencia viene dada por (2.14). Obviamente, esta curva tendrá un pico de corriente en la frecuencia de resonancia $f = 50\text{kHz}$. En la Figura 2.14 representamos esta curva en comparación con la de corriente máxima en todas las frecuencias de la Ecuación (2.16).

De acuerdo con la condición $R_p \ll X_p^2/R_s$, una manera de conseguir más corriente (a las frecuencias a las que esta aproximación deja de valer) podría ser aumentar la inductancia L_p de la bobina principal. Sin embargo, también habría que tener en cuenta que

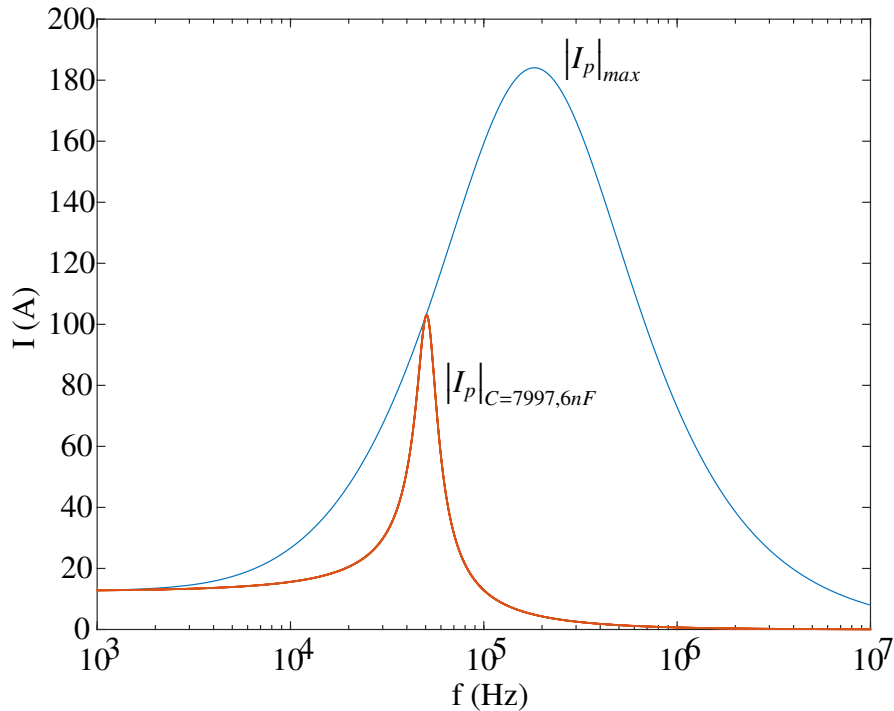


Figura 2.14: Corriente en la bobina principal para una capacidad de $C = 7997,6\text{nF}$ frente a la frecuencia comparada con la curva de corriente máxima.

cuando cambias la geometría de una bobina para aumentar su inductancia, normalmente también aumenta la resistencia R_p (dado que aumenta la longitud de cable). Además, el aumento de corriente no sería tan grande como cabría esperar dado que, de acuerdo con la Ecuación (2.17), la corriente ideal es inversamente proporcional a L_p . Aun así, es probable que la corriente aumentase respecto a la de la Figura 2.13.

Pero no hay que olvidar que la geometría de la bobina principal es la que es por otros motivos independientes, que tienen que ver con la intensidad del campo que puede generar dada una cierta corriente y la uniformidad del mismo. El objetivo de este trabajo no es cambiar esa bobina principal, sino encontrar el circuito resonante que mejor se adecue a ella, por lo que más discusión sobre este tema queda como posibles mejoras a futuro pero que no se contemplarán en este trabajo.

2.2.3. Redes L

En esta sección vamos a estudiar las redes L, llamadas así por su apariencia. Simplemente, consisten en introducir dos elementos reactivos (uno en serie y otro en paralelo) junto a la carga. En realidad, también hay redes L que en vez de tener el elemento X en la rama de la bobina principal, lo tienen en la rama de la resistencia R_s . No obstante, existe un criterio sencillo para descartarlas: si $R_s > R_p$ deben usarse las redes L del tipo de la Figura 2.15, mientras que si $R_s < R_p$ deben usarse las que tienen el elemento X en la rama

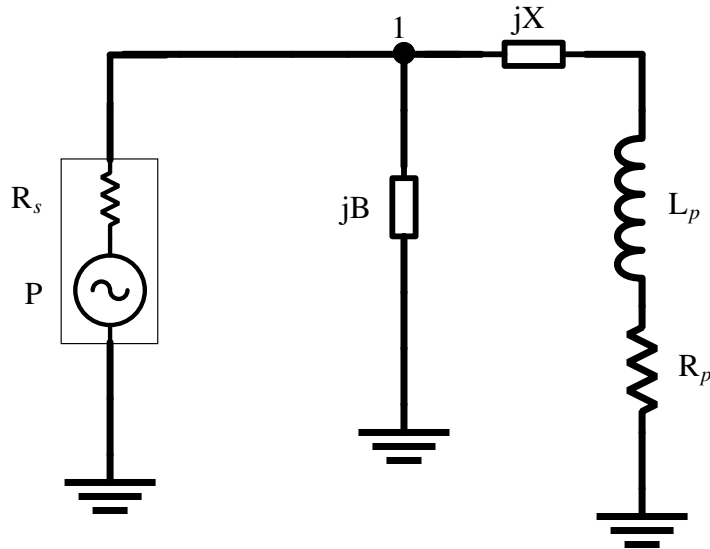


Figura 2.15: Red L general.

de la resistencia R_s [12].

El procedimiento a seguir para diseñar estas redes y cumplir la máxima transferencia de potencia es, primero de todo, anular la reactancia $X_p = \omega L_p$ de la bobina principal, de tal forma que en esa rama solo nos quede el elemento resistivo R_p . Esto lo hacemos introduciendo un condensador cuya reactancia sea $X_1 = -X_p$, como vemos en la Figura 2.16. De esta forma, solo queda implementar otros dos elementos reactivos, B y X_2 , de manera

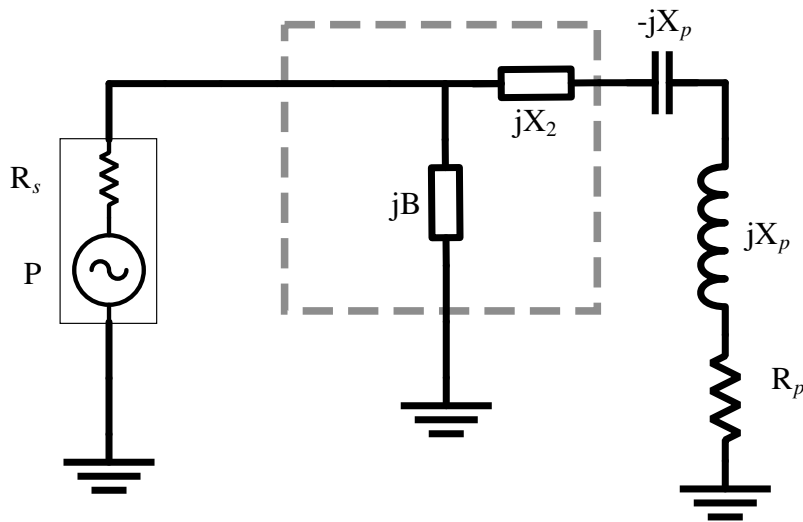


Figura 2.16: Circuito después de introducir un condensador para anular la reactancia de la bobina principal.

que la fuente de potencia vea una resistencia R_s . Para ello, simplemente resolvemos la ecuación

$$jB // (R_p + jX_2) = R_s.$$

La solución a este sistema de ecuaciones es [8]⁴

$$B = \mp R_s \sqrt{\frac{R_p}{R_s - R_p}}, \quad X_2 = \pm \sqrt{R_p(R_s - R_p)}.$$

Así pues, simplemente definiendo $X = X_1 + X_2$, obtenemos los valores de X y B de la Figura 2.15 que nos consiguen una máxima transferencia de potencia:

$$B = \mp R_s \sqrt{\frac{R_p}{R_s - R_p}}, \quad X = -X_p \pm \sqrt{R_p(R_s - R_p)}, \quad (2.18)$$

donde tenemos dos soluciones, una para cada elección de signo (signo de arriba o de abajo). Para el elemento de reactancia B , el tipo de elemento que es viene completamente determinado por el signo de la solución que elijamos. Si cogemos el negativo será un condensador, y si elegimos el positivo, una bobina.

El razonamiento no es tan directo con el elemento de reactancia X , daod que el signo global de X depende tanto del signo de la solución que elijamos como de si X_p es mayor o menor que $\sqrt{R_p(R_s - R_p)}$, lo cual depende de la frecuencia.

Por ejemplo, si elegimos el signo de abajo, tendremos una bobina con reactancia B y un condensador con reactancia X , ya que $X < 0$ para todas las frecuencias. En cambio, si elegimos el signo de arriba, tendremos un condensador de reactancia B y una bobina o un condensador de reactancia X dependiendo de la frecuencia.

Por otra parte, en realidad no es necesario implementar la reactancia X con un único elemento. Al igual que hicimos en el análisis del circuito, la reactancia X la podríamos implementar con un condensador de reactancia $-X_p$ y una bobina o condensador de reactancia $\pm \sqrt{R_p(R_s - R_p)}$, que sí dependería directamente del signo de la solución escogido.

Configuración LCC

La configuración LCC se corresponde con una red L donde tanto B como X se sustituyen por un condensador, Figura 2.10. Dado que la reactancia de un condensador de capacidad C viene dada por $-\frac{1}{\omega C}$ y esta es negativa, de entre las dos soluciones (2.18) debemos escoger la de B negativo, esto es

$$B = -R_s \sqrt{\frac{R_p}{R_s - R_p}}, \quad X = -X_p + \sqrt{R_p(R_s - R_p)}. \quad (2.19)$$

⁴Resulta interesante cómo las reactancias B y X_2 tienen que ser opuestas. Esto se debe a que al resolver $jB/(R_p + jX_2) = R_s$ hay que imponer que la parte imaginaria de Z_L , la cual viene dada por $\frac{B(R_p^2 + X_2^2) + X_2 B^2}{R_p^2 + (B + X_2^2)}$, sea nula. El numerador solo se puede anular si los dos sumandos se restan, y para ello B y X_2 deben ser opuestos.

Del mismo modo, la reactancia X también debe ser negativa, lo cual implica que debe satisfacerse la condición $X_p > \sqrt{R_p(R_s - R_p)}$, lo cual impone restricciones sobre la frecuencia. En concreto, usando el valor de R_p dado en (2.11), podemos resolver esta desigualdad y obtener

$$f > 222,13\text{kHz}.$$

Esta es la condición que hay que imponer sobre la frecuencia a la que se trabaja para poder cumplir la condición de máxima transferencia de potencia. Esto no significa, sin embargo, que no puedas trabajar a frecuencias menores con esta configuración, simplemente que la transferencia de potencia no será la óptima.

La caída de voltaje V_L en la carga Z_L (Figura 2.10) es

$$V_L = \frac{V_s Z_L}{R_s + Z_L},$$

y sustituyendo $Z_L = R_s$ para máxima transferencia de potencia y $V_s = \sqrt{8PR_s}$ se obtiene

$$V_L = \frac{V_s}{2} = \sqrt{2PR_s}.$$

La corriente que circula por la bobina principal es

$$I_p = \frac{V_L}{R_p + j(X + X_p)} \Rightarrow |I_p| = \frac{|V_L|}{\sqrt{R_p^2 + (X + X_p)^2}},$$

y si sustituimos $|V_L| = \sqrt{2PR_s}$ y $X + X_p = \sqrt{R_p(R_s - R_p)}$ (Ecuación (2.19)) para el caso de transferencia máxima de potencia obtenemos

$$|I_p| = \sqrt{\frac{2P}{R_p}}. \quad (2.20)$$

Es interesante fijarse en que, a medida que la frecuencia disminuye y se acerca a los 222.13kHz, la reactancia X tiende a cero, es decir, la configuración LCC con máxima transferencia de potencia tiende a la configuración LC a bajas frecuencias. De hecho, si uno sustituye $X_p^2 = R_p(R_s - R_p)$ (que quiere decir que $X=0$) en la Ecuación (2.16), se obtiene la misma corriente que en la Ecuación (2.20), con lo cual la transición entre la configuración LCC y la LC es continua. Por lo tanto, si quisiéramos implementar la configuración LCC y obtener las máximas corrientes posibles, lo ideal sería usar dos condensadores cuyas capacidades vienen dadas por la Ecuación (2.19) a frecuencias $f > 222,13\text{kHz}$ y para frecuencias menores usar un único condensador cuya capacidad viene dada por (2.15).

Para ilustrar esto, represento las corrientes correspondientes en la Figura 2.17. A la vista de la Figura 2.17, concluimos que es ventajoso usar la configuración LCC frente a la LC para frecuencias mayores que 222.13kHz, porque obtenemos mayor corriente. Esto se debe a que la potencia que se está entregando a la resistencia R_p es la máxima, a diferencia de lo que ocurría en la configuración LC. Como la resistencia R_p es pequeña, esto resulta

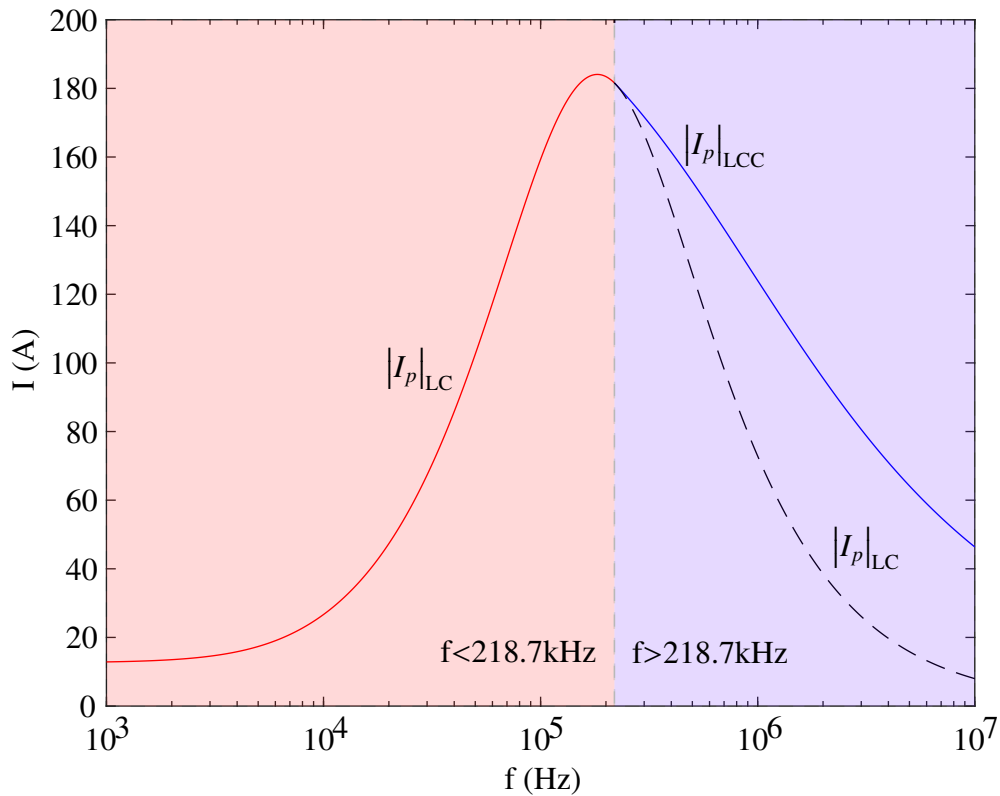


Figura 2.17: Representación de la corriente en la bobina principal en una configuración LCC óptima. Más concretamente, la curva roja y la negra de líneas discontinuas se corresponde con la corriente que circula por la bobina principal en una configuración LC imponiendo $\text{Im}(Z_L) = 0$, es decir, la Ecuación (2.16). Por otra parte, la curva azul representa la corriente que circula por la bobina principal en una configuración LCC imponiendo transferencia máxima de potencia, $Z_L = R_s$, es decir, la Ecuación (2.20).

en una gran corriente.

Como hemos visto, para frecuencias $f < 222,13\text{kHz}$, la X que cumple la máxima transferencia de potencia se hace positiva, mientras que nosotros mantenemos el condensador de reactancia negativa, es decir, hemos abandonado el régimen de máxima transferencia de potencia. Lo más que uno puede hacer para acercarse a ese régimen con una $X \leq 0$ es haciendo $X = 0$, de ahí que una vez fuera de la configuración LCC óptima, la siguiente mejor es la configuración LC. El problema es que, a medida que disminuye más la frecuencia, nos alejamos más y más de la máxima transferencia de potencia, y perdemos mucha corriente.

Una configuración parecida a la LCC y que nos aportaría máxima transferencia de potencia a todas las frecuencias es la LLCC. Esta consistiría en implementar la reactancia $X = X_1 + X_2$ a través de un condensador de reactancia $X_1 = -X_p$ y una bobina de reactancia $X_2 = \sqrt{R_p(R_s - R_p)}$, y mantener la reactancia B en forma de condensador. En ese caso, la corriente que circularía por la bobina principal a cualquier frecuencia sería la que nos da la Ecuación (2.20). La representación de esta corriente a todas las frecuencias la dejamos para la siguiente sección, en la que analizaremos la configuración LLC.

Configuración LLC

La configuración LLC que vamos a estudiar en esta sección es la que vemos en la Figura 2.18. Dado que la reactancia $B = \omega L$ de una bobina es positiva, debemos escoger

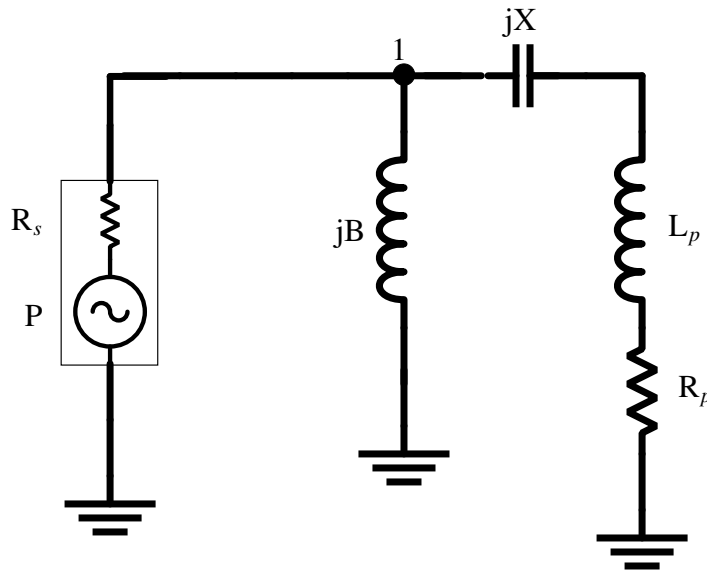


Figura 2.18: Configuración LLC.

la solución

$$B = +R_s \sqrt{\frac{R_p}{R_s - R_p}}, \quad X = -X_p - \sqrt{R_p(R_s - R_p)}. \quad (2.21)$$

Como la solución para X es siempre negativa y en esta configuración LLC la X representa un condensador, vemos que la solución no impone ninguna restricción sobre la frecuencia y podemos cumplir la máxima transferencia de potencia para cualquier f . Esta es la principal ventaja de esta configuración frente a la LCC.

Como consecuencia, la corriente que circulará por la bobina principal a cualquier frecuencia viene dada por la Ecuación (2.20). En la Figura 2.19 representamos esta corriente, que en el rango $f > 222,13\text{kHz}$ coincide con la de la Figura 2.17, pero para frecuencias menores satura. En el límite en el que $f \rightarrow 0$

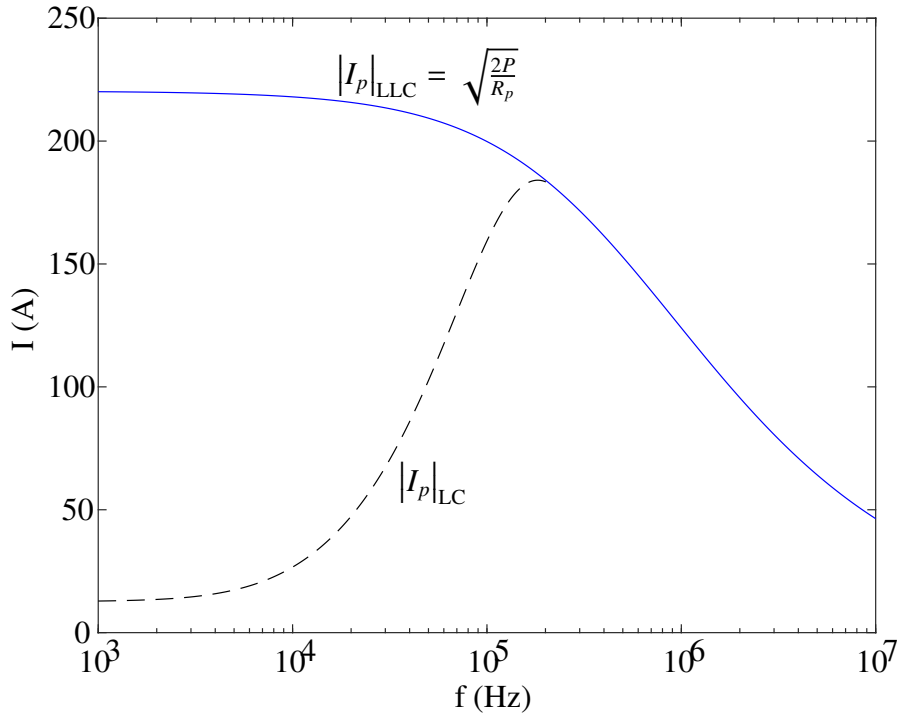


Figura 2.19: Representación de la corriente que circula a través de la bobina principal en una configuración LLC que cumple la máxima transferencia de potencia. En líneas discontinuas negras representamos la corriente máxima que obteníamos tanto en la configuración LC como en la configuración LCC a frecuencias menores que 222.13kHz .

$$\lim_{f \rightarrow 0} B = R_s \sqrt{\frac{R_p(0)}{R_s - R_p(0)}}, \quad \lim_{f \rightarrow 0} X = -\sqrt{R_p(0)(R_s - R_p(0))},$$

llegamos a que las reactancias de los elementos que hemos introducido son valores finitos y no nulos. No obstante, dado que $B = \omega L$, para que B se mantenga no nulo a medida que $\omega \rightarrow 0$, tenemos que hacer tender L a infinito. Lo mismo ocurre con el condensador, dado que $X = -\frac{1}{\omega C}$, para que X se mantenga finito a medida que $\omega \rightarrow 0$, la capacidad C tiene que tender a infinito.

Por lo tanto, aunque la Figura 2.19 resulte muy prometedora a primera vista, hay que

tener en cuenta que estos valores de inductancia y capacidad podrían llegar a ser demasiado altos como para obtenerlos en la práctica si se quiere llegar a frecuencias muy bajas, y aún más complicados de obtener si necesitamos que los elementos soporten grandes magnitudes de corriente.

Ahora bien, existe un problema que no hemos tenido en cuenta. Al igual que estamos considerando que la bobina principal introduce una cierta resistencia parásita R_p , en la práctica, la bobina de reactancia B también introducirá una resistencia R_B , Figura 2.20. Una manera de estimar esta resistencia es tomando

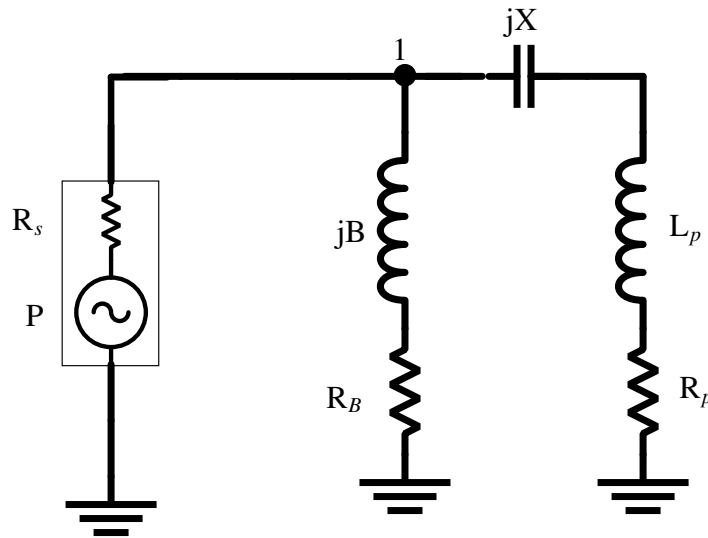


Figura 2.20: Configuración LLC incluyendo la resistencia parásita de la bobina de reactancia B .

$$R_B = \frac{L_B}{L_p} R_p, \quad (2.22)$$

donde $B = \omega L_B$, es decir, sería como si pusiésemos bobinas con la geometría y material de la bobina principal en serie hasta obtener la inductancia L_B . Con esta definición, también replicamos la dependencia de la resistencia R_p con la frecuencia.

Esta resistencia supone un problema por varios motivos. Primero, hace los cálculos más complicados. De hecho, no los voy a hacer y voy a usar Mathematica para representar los resultados. Segundo, aunque se cumpla la máxima transferencia de potencia desde la fuente, parte de esta potencia se disipa en R_B y no llega a la bobina principal. Además, esta resistencia puede ser mayor que R_p si L_B es mayor que L_p , y como hemos visto, la L_B tiende a aumentar a medida que disminuye la frecuencia, así que la resistencia R_B puede llegar a ser bastante más grande que R_p a frecuencias bajas. Esto inevitablemente se traduce en una reducción de la corriente en la bobina principal (sobre todo a bajas frecuencias como vemos en la Figura 2.21 en la curva verde). Por último, como hemos introducido elementos resistivos en el camino de la fuente a la bobina principal, ya no tiene por qué cumplirse que la corriente máxima en la bobina principal se obtiene cuando se cumple

la máxima transferencia de potencia, como vimos en (2.9). Aun así, aunque Z_L no sea $R_s = 50\Omega$ exactamente, veremos que sí que es bastante cercano.

Por otro lado, es posible que la expresión (2.22) sea una sobreestimación de la resistencia parásita de L_B . Principalmente porque, mientras que la bobina principal tiene una geometría fija, la geometría de la bobina B podría optimizarse un poco para dar valores más bajos de resistencia.

La ecuación para la amplitud de la corriente es

$$|I_p| = \frac{|V_L|}{|R_p + j(X + X_p)|} = \frac{|V_s||Z_L|}{|R_s + Z_L| |R_p + j(X + X_p)|}, \quad (2.23)$$

donde Z_L viene dado por

$$Z_L = (R_B + jB)/(R_p + j(X + X_p)).$$

Dada una cierta frecuencia, con Mathematica podemos calcular la combinación de $B > 0$ y $X < 0$ que nos da una corriente máxima en $|I_p|$. En la Figura 2.21 representamos estas corrientes máximas frente a su frecuencia para distintas expresiones de la resistencia de la bobina de inductancia B :

$$R_B = \frac{L_B}{L_p} R_p, \quad R_{B1} = R_p, \quad R_{B2} = \frac{1}{10} R_p.$$

Obsérvese que los valores numéricos de R_{B1} y R_{B2} no dependen de la inductancia. Por el

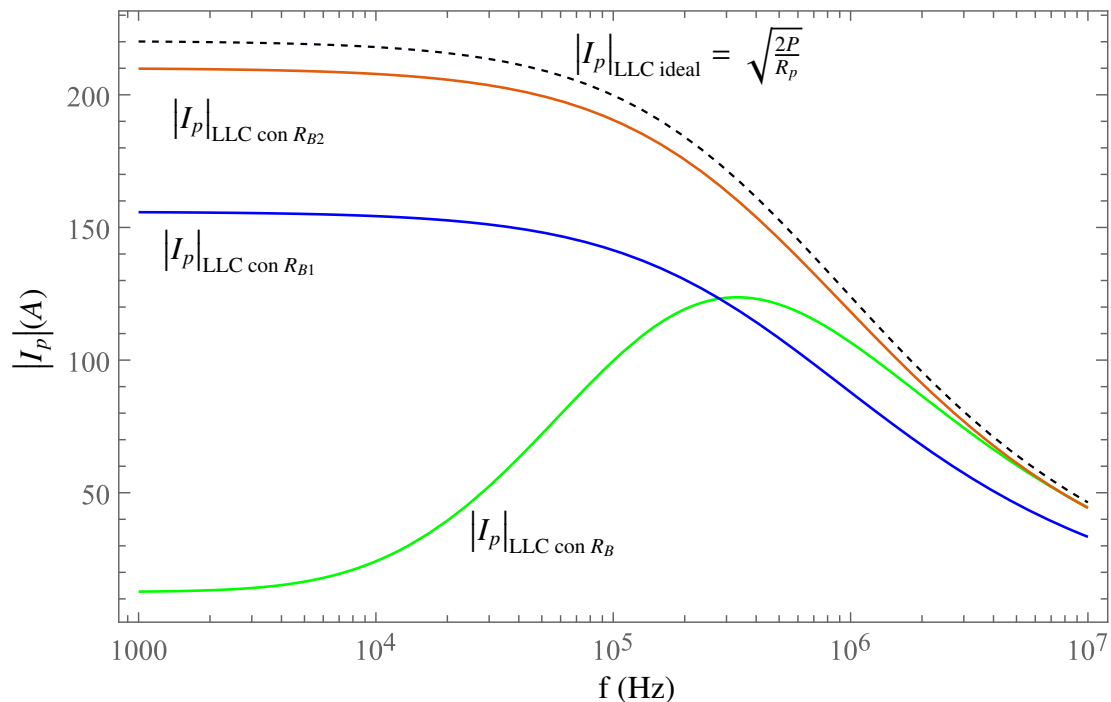


Figura 2.21: Corrientes máximas posibles en cada frecuencia estimando la resistencia parásita de la bobina de inductancia L_B con las diferentes expresiones de R_B .

momento, basta con saber que esto puede conseguirse con una bobina cuya inductancia se varía moviendo un núcleo magnético en su seno. Así pues, ignorando las pérdidas que se producen en el material magnético, la resistencia parásita de esta bobina no depende de la inductancia total que se alcanza con el núcleo magnético, sino solamente de la geometría y material de la bobina, lo cual está relacionado a su vez con la inductancia de la bobina en ausencia de núcleo.

Por lo tanto, el hecho de que la inductancia L_B aumente a medida que disminuye la frecuencia no influye en las resistencias R_{B1} y R_{B2} , a diferencia de en la resistencia R_B y, por lo tanto, no vemos esa atenuación de la corriente a bajas frecuencias que vemos con R_B .

2.3. Discusión sobre las configuraciones presentadas

A la vista de todas las configuraciones presentadas, la que más corriente entrega a la bobina principal en el rango de frecuencias más amplio posible es la LLC⁵, pero con ciertos matices.

1. La configuración LLC da la que más corriente a frecuencias $f < 222,13\text{kHz}$. Como vemos en la Figura 2.21, incluso tomando $R_{B1} \sim 0,04\Omega$, la reducción en la corriente es notable, sobre todo a bajas frecuencias. En cambio, si consiguiésemos una resistencia aproximadamente 10 veces menor que la de la bobina principal, $R_{B2} = R_p/10$, nos encontraríamos en una situación bastante próxima a la ideal. En cualquier caso, es importante que la resistencia parásita de la bobina a usar no aumente con la inductancia porque, en ese caso, la reducción en la corriente sería demasiada a bajas frecuencias, como ocurre cuando usamos $R_B = (L_B/L_p)R_p$ en la Figura 2.21.
2. Aunque la configuración LCC genera corrientes por debajo de los 140A cuando $f < 100\text{kHz}$, sí que funciona bien a mayores frecuencias (Figura 2.17), incluso mejor que la configuración LLC. Esto se debe a que las resistencias parásitas que introduce un condensador suelen ser más bajas que las introducidas por una bobina, y no se pierde tanta potencia por el camino. Por lo tanto, a altas frecuencias las máximas corrientes se obtienen con la configuración LCC.

Dado que la configuración LCC es menos problemática que la LLC en el rango de frecuencias en el que funciona, podría resultar interesante el extender de alguna manera su rango a más bajas frecuencias. Recordamos que la restricción en la frecuencia para la configuración LCC viene de que llega un punto en el que para cumplir la máxima transferencia de potencia la reactancia X tiene que ser mayor que 0. La expresión matemática

⁵La configuración LLCC también entrega las mismas corrientes, pero como los valores de las inductancias para conseguir la máxima transferencia de potencia en ambas configuraciones son muy parecidos, los matices que hago sobre la configuración LLC también se aplican a la LLCC. Por otro lado, a la hora de elegir qué configuración implementar, elegiremos la LLC, ya que necesita de menos elementos y se comporta de forma similar.

de X que cumple la máxima transferencia de potencia es (Ecuación (2.19))

$$X = -X_p + \sqrt{R_p(R_s - R_p)}.$$

Se ve que cuanto mayor sea X_p comparado con el segundo término, la frecuencia a la que X se hace nula disminuye. Sin modificar la bobina principal, esto se puede conseguir disminuyendo R_s . Por ejemplo, si $R_s = 1\Omega$ la reactancia X se anula en $f = 25,974\text{kHz}$, y la gráfica de corrientes máximas en la bobina principal en función de la frecuencia queda como en la Figura 2.22. A la frecuencia $f = 25,974\text{kHz}$, $X = 0$ y $B = -0,21\Omega$ por lo que

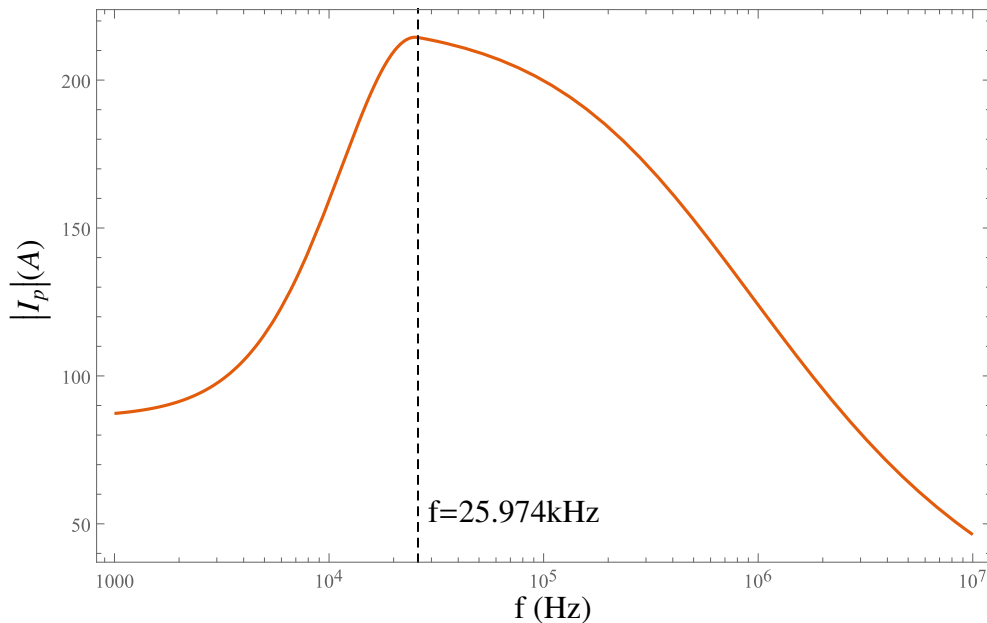


Figura 2.22: Corrientes máximas posibles en cada frecuencia en la configuración LCC con $R_s = 1\Omega$. La raya vertical indica la frecuencia $f = 25,974\text{kHz}$.

$C_B \approx 30\mu\text{F}$. Este valor para la capacidad no es descabellado. Por ejemplo, seis condensadores en paralelo de $5\mu\text{F}$ cada uno del Modelo CSP 305A de Celest Power Capacitors (que aguantan corrientes y voltajes grandes) servirían. Por otra parte, como ejemplo de un amplificador de potencia cuya impedancia de salida sea del orden de 1Ω tenemos el Model 350AH1 de AR RF/Microwave Instrumentation, aunque solo llega a los 350W.

En la Tabla 2.1 se dan las capacidades necesarias para cumplir la máxima transferencia de potencia en distintas frecuencias. Estos valores de las capacidades son los que habría que obtener usando el banco de condensadores.

Por otro lado, la configuración LLC permite trabajar con amplificadores de potencia estándar con $R_s = 50\Omega$ y sigue aportando corrientes grandes a bajas frecuencias si la resistencia R_B no es muy grande. Con la solución obtenida en la Ecuación (2.21), recogemos en la Tabla 2.2 los valores de la inductancia L_B y la capacidad C_X necesarios para conseguir máximas corrientes en la bobina principal en el caso ideal $R_B = 0$.

Tabla 2.1: Combinaciones de C_B y C_X que entregan máxima corriente a la bobina principal en distintas frecuencias para la configuración LCC con distinta R_s . La impedancia de carga resultante en todos los casos es $Z_L = 50\Omega$.

LCC	$R_s = 50\Omega$		$R_s = 1\Omega$	
f (kHz)	C_B (nF)	C_X (nF)	C_B (nF)	C_X (nF)
20	47132.2	$X = 0$	47132.2	$X = 0$
50	7997.6	$X = 0$	14554.9	17300.9
100	2018.2	$X = 0$	6930.8	2805.6
250	357.3	3463.1	2446.3	370.2
500	153.7	171.2	1040.0	87.3
1000	62.3	30.0	411.5	21.2

Tabla 2.2: Combinaciones de L_B y C_X que entregan máxima corriente a la bobina principal en distintas frecuencias para la configuración LLC.

LLC	$R_B = 0\Omega$	
f (kHz)	L_B (μ H)	C_X (nF)
20	11.67	4905.0
50	4.81	1672.9
100	2.52	672.3
250	1.13	170.0
500	0.66	53.1
1000	0.41	15.3

Las capacidades e inductancias necesarias para cubrir todo el rango [20kHz, 1MHz] abarcan dos órdenes de magnitud, aproximadamente. La implementación de todo el rango de capacidades se podría hacer con un banco de condensadores, como para la configuración LCC. En cuanto a la implementación de todas las inductancias, se podría hacer con un banco de bobinas que introduzcan muy poca resistencia, es decir, que tengan un alto factor de calidad Q , o con una bobina cuya inductancia se varía al variar la posición de un núcleo magnético en su seno, intentando a su vez que la geometría de la bobina introduzca poca resistencia.

Dado que la configuración LCC ya se ha usado en el grupo de investigación y que la configuración LLC es ventajosa a bajas frecuencias, escogemos implementar esta última. Los siguientes capítulos tratan sobre cómo implementarla.

3. DISEÑO DE UNA BOBINA DE INDUCTANCIA VARIABLE

3.1. Banco de condensadores

Para este trabajo de fin de grado solo disponemos de 5 condensadores, tres de ellos de capacidad nominal $C = 50\text{nF}$ y dos de capacidad nominal $C = 2400\text{nF}$. Estos los podemos conectar de diferentes maneras para conseguir múltiples capacidades equivalentes. Lo que se pretende hacer en esta sección es obtener una tabla similar a la Tabla 2.2 pero en las que figuren las capacidades que podemos obtener experimentalmente. La Figura 3.1 ejemplifica un par de configuraciones que pueden realizarse con este conjunto de condensadores.

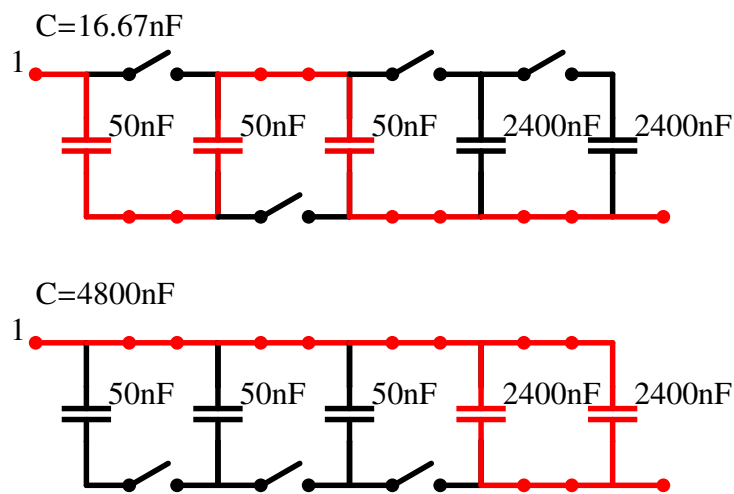


Figura 3.1: La configuración de arriba son tres condensadores de 50nF en serie, por lo que su capacidad equivalente es $C_X = 50/3 = 16,67\text{nF}$. La segunda configuración son dos condensadores de 2400nF en paralelo, por lo que su capacidad equivalente es $C_X = 2 \cdot 2400 = 4800\text{nF}$.

Sin embargo, para ser más precisos, debemos medir experimentalmente la capacidad equivalente de estas configuraciones, y esto lo hacemos con un multímetro que puede medir capacitancias. Por ejemplo, la capacidad equivalente medida experimentalmente de la segunda configuración es $C_X = 4758\text{nF}$.

Siguiendo el ejemplo, a partir de la Ecuación (2.21) podemos obtener la frecuencia f a la que la capacidad $C_X = 4758\text{nF}$ es solución, y es $f = 20,6\text{kHz}$. Con esta frecuencia, podemos calcular sustituyendo de nuevo en (2.21) la inductancia L_B de la bobina, y es $L_B = 11,36\mu\text{H}$.

Siguiendo este mismo proceso para el resto de configuraciones posibles, obtenemos la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Conjunto de capacidades C_X que pueden ser obtenidas experimentalmente y las inductancias L_B y frecuencias de resonancia f asociadas.

LLC	$R_B = 0\Omega$		
f (kHz)	L_B (μ H)	C_X (nF)	$ I_p $ (A)
20.6	11.36	4758	215.6
66.1	3.70	1173	206.1
269.8	1.07	150.3	175.2
346.1	0.87	99.6	166.7
514.3	0.65	50.52	151.7
764.2	0.49	24.92	135.4
954.2	0.41	16.69	126.0

3.2. Bobina ajustable mediante núcleo magnético

Para implementar la configuración LLC y poder operar con ella a varias frecuencias en el rango [20kHz, 1MHz], necesitamos inductancias en el rango [$0.41\mu\text{H}$, $11.36\mu\text{H}$] aproximadamente (ver Tabla 3.1). Una idea muy atractiva es la de construir una bobina de $0.41\mu\text{H}$ cuya inductancia podemos ir aumentando a medida que introducimos un núcleo magnético. La idea es interesante por varios motivos

1. La resistencia que inevitablemente introduce el embobinado no varía al aumentar la inductancia, es decir, al introducir el núcleo magnético.
2. Solo se necesita una única bobina, a diferencia de las múltiples que se necesitarían con un banco de bobinas. Esto nos ahorra dinero, y también tiempo a la hora de tener que cambiar las conexiones en el banco de bobinas.
3. Podemos generar todo un continuo de inductancias, lo cual es conveniente ya que las inductancias que uno obtiene experimentalmente nunca cuadran exactamente con las del diseño teórico.
4. Como punto negativo podríamos mencionar el tener que diseñar un sistema de posicionamiento del núcleo magnético, así como las pérdidas de potencia asociadas a estar excitando un material magnético con un campo AC y posibles problemas de saturación del material.

Antes de nada, esta bobina debe soportar corrientes del orden de los 200A, al igual que la bobina principal. El grupo de investigación usa una bobina principal hecha de tubo de cobre de 3mm de diámetro externo, y por cuyo interior fluye agua a baja temperatura para evitar sobrecalentamientos. Por lo tanto, nosotros usaremos también tubo de cobre para la bobina variable (ver Figura 3.2).

Teniendo en cuenta que uno de los principales inconvenientes de la configuración LLC es



Figura 3.2: Bobina hecha de tubo de cobre de 4mm de diámetro exterior.

la resistencia parásita que introduce la bobina, a primera vista no parece inteligente usar tubo de cobre para el embobinado en vez de cable sólido, ya que el tubo al ser hueco tiene menos sección conductora y, por lo tanto, más resistencia en DC.

Sin embargo, en este caso el ‘skin effect’ juega parcialmente a nuestro favor. Como ya hemos mencionado anteriormente, el ‘skin effect’ es un fenómeno por el cual, a medida que aumenta la frecuencia, la corriente fluye cada vez más pegada a la superficie del conductor. Dado que la sección de superficie por la que fluye la corriente disminuye, la resistencia aumenta. La distancia hasta la que penetra la corriente dentro del cable a una determinada frecuencia suele venir caracterizada por el parámetro δ (denominado ‘skin depth’)

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}},$$

donde σ y μ son la conductividad y la permeabilidad del medio, mientras que f es la frecuencia. Así pues, dado que la corriente fluirá cerca de la superficie a frecuencias relativamente altas sea el cable hueco o no, es preferible que sea hueco para poder refrigerarlo.

A la hora de construir bobinas, es frecuente el uso de hilo de Litz [13], [14]. El hilo de Litz es un tipo de cable que elimina el ‘skin effect’ en un cierto rango de frecuencias. La razón es que el cable está compuesto de multitud de hilillos cuyos radios son inferiores al ‘skin depth’, δ , a una cierta frecuencia. Por lo tanto, el ‘skin effect’ no ocurre dentro de estos hilillos y, por extensión, tampoco ocurre en el cable total.

Aunque lo más habitual es que los hilos de Litz no tengan agujero para refrigerar, uno podría construir un tubo de hilo de Litz, de tal forma que por el interior circule la refrigeración y la superficie esté compuesta de estos hilillos que eliminan el ‘skin effect’. No obstante, un pedido tan personalizado a cualquier fabricante, especialmente en época de coronavirus, podría llevar meses.

Por último, el problema de la refrigeración podría mitigarse si nos limitásemos a trabajar con un equipo que funciona por pulsos muy cortos, pero para ello necesitaríamos un amplificador de potencia y un generador especiales.

3.3. Permeabilidad relativa efectiva de un núcleo magnético cilíndrico

El campo magnético B que crea un solenoide muy largo en su interior es [15]

$$B = \mu_0 \frac{NI}{b}, \quad (3.1)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, N es el número de vueltas del emboinado, I es la corriente que circula por el solenoide y b es la longitud del solenoide. La autoinductancia o inductancia L del solenoide se define como [16]

$$L \equiv \frac{\Phi(I)}{I},$$

donde $\Phi(I)$ es el flujo de campo magnético que atraviesa el solenoide entero, y que depende de la corriente. En nuestro caso, el flujo es $\Phi(I) = NBS$, donde S es la sección transversal del solenoide. Por lo tanto,

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{b}. \quad (3.2)$$

No obstante, es frecuente que la bobina que se usa en la práctica no sea lo suficientemente larga como para que esta aproximación sea buena. En 1928, Wheeler dedujo una fórmula empírica [17] para la inductancia de una bobina de longitud finita

$$L = 39,37 \cdot 10^{-6} \frac{N^2 a^2}{9a + 10b}, \quad (3.3)$$

donde N es el número de vueltas de la bobina, a es el radio desde el eje principal de la bobina al centro del cable y b la longitud de la bobina, como se indica en la Figura 3.3. Esta fórmula encuentra su mayor exactitud cuando $b > 0,8a$

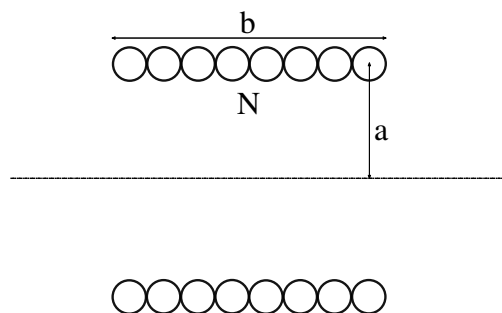


Figura 3.3: Perfil de una bobina con los parámetros de la Fórmula de Wheeler.

La Ecuación (3.1) del campo B es para el vacío. Si en vez de vacío tuviésemos un cilindro de material magnético⁶ de longitud infinita y de permeabilidad $\mu = \mu_0 \mu_r$ (con μ_r la permeabilidad relativa) que ocupase todo el interior de la bobina, para que las Ecuaciones (3.1) y (3.2) siguiesen siendo válidas habría que multiplicar su lado derecho por μ_r . No

⁶El cuerpo magnético que atraviesa el interior de la bobina se denomina *núcleo magnético*.

obstante, no sería válido multiplicar el lado derecho de la Ecuación (3.3) por μ_r , y esto tiene que ver con el hecho de considerar un núcleo magnético abierto. Se puede demostrar [18] que la cantidad por la que habría que multiplicarlo es una permeabilidad relativa efectiva $\mu_{r,rod}$, donde $\mu_{rod} = \mu_0\mu_{r,rod}$ y donde μ_{rod} viene dado por

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{rod}} - N,$$

si $\mu \gg 1$. El parámetro N es el llamado *factor desimanador*, que es positivo y depende de μ , de la geometría del núcleo y de sus proporciones. En el caso de un núcleo cilíndrico, estas proporciones vienen en forma del ratio longitud/diámetro, y a medida que este aumenta, el factor desimanador disminuye, de forma que $\mu_{rod} \rightarrow \mu$. En la Figura 3.4 representamos cómo varía $\mu_{r,rod}$ en función del ratio longitud/diámetro del núcleo con la permeabilidad μ_r del material como parámetro.

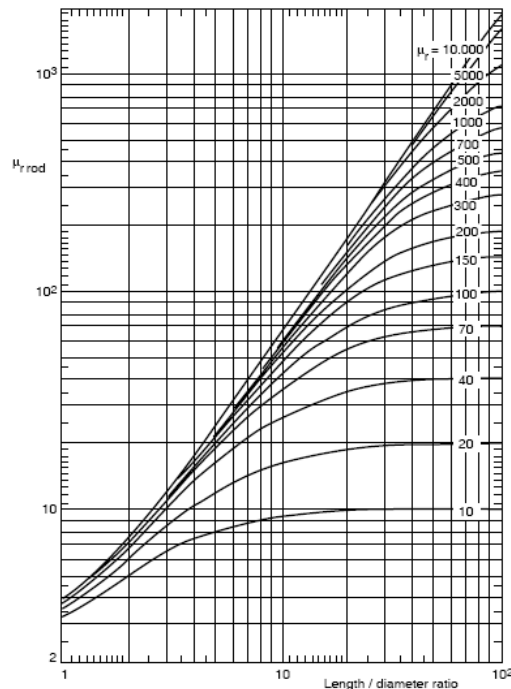


Figura 3.4: Permeabilidad relativa efectiva $\mu_{r,rod}$ en función del ratio longitud/diámetro del núcleo y con la permeabilidad relativa intrínseca del material magnético como parámetro.

Todo esto no es más que para decir que, de acuerdo con la Figura 3.4, independientemente de si el núcleo magnético tiene una permeabilidad relativa intrínseca $\mu_r = 40$ o $\mu_r = 10000$, la permeabilidad relativa efectiva va a ser aproximadamente $\mu_{r,rod} = 10$ si el ratio longitud/diámetro = 3, por ejemplo.

En otras palabras, la inductancia en ausencia de núcleo solo la lograremos amplificar en un factor de 10 al introducir el núcleo completamente, si nos restringimos a los ratios longitud/diámetro del orden de 3, que son más manejables. Y, en realidad, quizá ni siquiera consigamos tanta amplificación, dado que para poder mover el núcleo, el embobinado

no puede estar enrollado sobre él, sino que hay que dejar un poco de espacio libre, lo cual disminuye la permeabilidad efectiva. Sin embargo, de acuerdo con la Tabla 3.1 necesitamos cubrir dos órdenes de magnitud de inductancias. Por lo tanto, dividiremos el rango completo en dos, $[0.41\mu\text{H}, 1.07\mu\text{H}]$ y $[3.7\mu\text{H}, 11.36\mu\text{H}]$, y diseñaremos dos bobinas de inductancias $0.41\mu\text{H}$ y $3.7\mu\text{H}$, aproximadamente.

3.4. Dimensiones de los núcleos

En la Ecuación (3.3) usamos los parámetros (N, a, b) para especificar la geometría de la bobina pero, a partir de ahora, usaremos los parámetros $(N, r_{\text{coil}}, d_{\text{wire}})$, donde $a = r_{\text{coil}} + d_{\text{wire}}/2$ y $b = Nd_{\text{wire}}$, como se indica en la Figura 3.5.

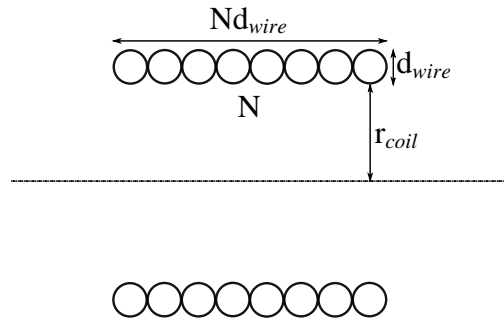


Figura 3.5: Bobina que especifican los parámetros $(N, r_{\text{coil}}, d_{\text{wire}})$.

Para el embobinado usaremos un tubo de cobre de $d_{\text{wire}} = 4\text{mm}$ de diámetro exterior y $d_{\text{wire, in}} = 2,66\text{mm}$ de diámetro interior. Esto nos permitirá refrigerarlo por dentro a la vez que disminuir su resistencia DC respecto a la bobina principal, que es de 3mm de diámetro exterior.

El radio de la bobina r_{coil} no se puede hacer tan pequeño como uno quiera sin que el tubo de cobre se deforme. En [19] se recomienda que el radio de la bobina sea, por lo menos, el doble que el diámetro exterior del tubo. Por lo tanto, imponemos que $r_{\text{coil}} > 2d_{\text{wire}} = 8\text{mm}$.

Teniendo en cuenta estas restricciones, vamos a dar una estimación de las geometrías de las bobinas de $0,41\mu\text{H}$ y $3,7\mu\text{H}$ que minimicen su resistencia DC, usando la Fórmula de Wheeler (3.3) y la ecuación para la resistencia R de un conductor

$$R = \rho \frac{l}{A},$$

donde ρ es la resistividad del cobre, $l = N2\pi(r_{\text{coil}} + d_{\text{wire}}/2)$ es la longitud del embobinado y $A = \pi\left(\left(\frac{d_{\text{wire}}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{\text{wire, in}}}{2}\right)^2\right)$ es la sección conductora del tubo de cobre.

Como resultado del problema de optimización usando Mathematica, en la Tabla 3.2 se recogen las geometrías de las dos bobinas.

Tabla 3.2: Estimación de las geometrías de las bobinas necesarias. Para la conductividad del cobre se ha usado $\sigma = 59,98 \cdot 10^6$ S/m.

	Bobina pequeña	Bobina grande
N	3	9
r_{coil} (mm)	16	24
d_{wire} (mm)	4	4
L (μH)	0.41	3.63
R (Ω)	0.0008	0.004

Debe tenerse en cuenta que pueden existir otras geometrías algo diferentes pero que dan resultados parecidos en inductancia y resistencia. Por ejemplo, en el caso de la bobina grande, si en vez de $r_{\text{coil}} = 24\text{mm}$ y $N = 9$ usáramos $r_{\text{coil}} = 18\text{mm}$ y $N = 13$, la resistencia sería $R = 0,004\Omega$ y la inductancia $L = 3,8\mu\text{H}$. La razón por la que escogemos la geometría de la Tabla 3.2 es que permite introducir un núcleo más grande dentro de la bobina y, por lo tanto, hay menos riesgo de saturación del material.

Sin embargo, ambas bobinas resultantes son demasiado grandes comparadas con el tamaño de los núcleos de ferrita cilíndricos que suelen encontrarse a la venta. Idealmente, querríamos que el radio de los núcleos fuese 5mm menor que r_{coil} , para dejar el mínimo espacio indispensable para el soporte sobre el que se enrolla el embobinado (de unos 3mm de grosor) y para mover cómodamente el núcleo en su interior. Es decir, querríamos un núcleo de 11mm y otro de 19mm de radio. No obstante, el radio máximo del núcleo que suele ofertarse es de 5mm. Esto es un problema por dos motivos. El primero es que, cuanto más pequeño el núcleo, menos capacidad de amplificación de la inductancia. El segundo es que cuanto menor sea el volumen del núcleo, antes llega a la saturación magnética. Esto es especialmente problemático en nuestro caso, ya que los campos magnéticos que se generan son muy intensos debido a las grandes corrientes que circulan por la bobina.

Fabricar núcleos de ferrita cilíndricos de tales dimensiones no es tan sencillo, y un pedido personalizado podría haber llevado meses. Afortunadamente, se pudo adquirir un núcleo cilíndrico de ferrita de 8mm de radio y 50mm de longitud (ROD16/50-3F3 de Ferroxcube) que sobraba, y un núcleo de ferrita con forma de ortoedro de dimensiones 25,4mm×25,4mm×101,6mm (I100/25/25-3C94 de Ferroxcube), que son más fáciles de fabricar en este rango de tamaños.

3.5. Dimensiones de las bobinas

Una vez conocidas las dimensiones de los dos núcleos magnéticos con los que vamos a trabajar, los cuales eran el principal factor limitante, podemos recurrir a software de

modelización matemática, como COMSOL Multiphysics, para mejorar el diseño inicial de las bobinas.

Como ya se ha comentado anteriormente, vamos a imponer que el radio r_{coil} sea el mínimo posible, para aprovechar la amplificación de inductancia del núcleo al máximo, pero dejando un poco de espacio libre entre núcleo y embobinado para el soporte de este y para mover el núcleo. Los radios que usaremos para las bobinas son

$$r_{\text{coil}} = 13\text{mm}, \quad r_{\text{coil}} = 24\text{mm}.$$

Por lo tanto, dado que $d_{\text{wire}} = 4\text{mm}$, solo nos queda determinar el número de vueltas N . Los diseños resultantes son los presentados en la Figura 3.6, y su geometría, inductancias y resistencias se recogen en la Tabla 3.3.

Como se puede observar en la Figura 3.6, las vueltas contiguas del embobinado no están

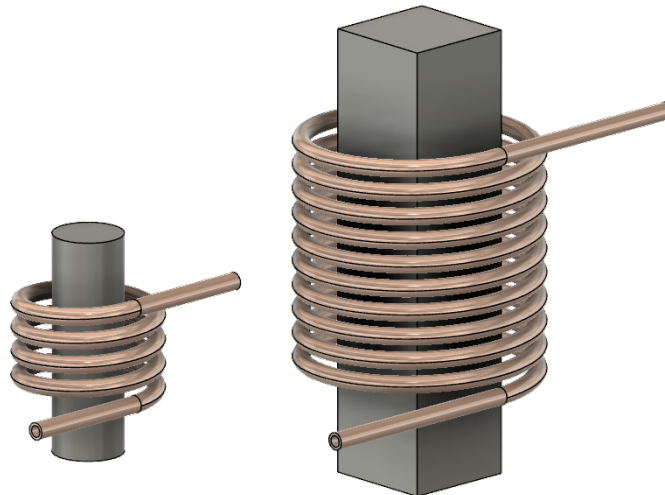


Figura 3.6: Ilustración de las dos bobinas diseñadas junto con sus respectivos núcleos magnéticos de ferrita.

tocándose, ya que entonces se produciría un cortocircuito, sino que hay cierta separación. En concreto, esta separación es de 1,5mm en ambos casos. El valor de este parámetro se ha escogido en base a un cable de silicona de 1mm de diámetro que colocaremos más tarde entre cada vuelta para evitar completamente cualquier contacto eléctrico.

En la Tabla 3.3 vemos que la inductancia para la bobina pequeña en ausencia de núcleo es $L_{\text{aire}} = 0,56\mu\text{H}$, que queda un poco por encima de los $0,4\mu\text{H}$ que pretendíamos. Si hubiésemos elegido un número de vueltas $N=3$, habríamos conseguido una inductancia $L_{\text{aire}} = 0,37\mu\text{H}$ y, además, la inductancia con el núcleo introducido en el centro habría sido $L_{\text{core}} = 1,04\mu\text{H}$. Por miedo a que tres vueltas fuesen demasiado pocas y pudieran resultar en una inductancia experimental poco estable y que difiriera mucho del diseño teórico, se optó por la primera opción. Este fue el primer error en el diseño de las bobinas.

Tabla 3.3: Geometrías y resultados de las simulaciones en 3D para las dos bobinas. El parámetro r_{core} indica el radio del núcleo cilíndrico y para el núcleo ortoédrico indica el lado de la base cuadrada. A su vez, el parámetro h_{core} indica la longitud de este. El parámetro I indica la corriente que hemos hecho pasar a través de la bobina para la simulación. El valor de la corriente repercute principalmente en la curva B-H del núcleo. El material magnético usado para el núcleo es el ‘Alloy Powder Core Ferrite F’ de 3000 de permeabilidad magnética relativa intrínseca. Como ya comentamos, no es esta permeabilidad relativa la que influye principalmente, sino la efectiva $\mu_{r,\text{rod}}$.

	Bobina pequeña	Bobina grande
N	4	10
r_{coil} (mm)	13	24
d_{wire} (mm)	4	4
$d_{\text{wire, in}}$ (mm)	2.66	2.66
h_{core} (mm)	50	101.6
r_{core} (mm)	8	25.4
I (A)	1	1
R_{DC} (Ω)	0.0014	0.0044
$R_{1\text{MHz}}$ (Ω)	0.01	0.04
L_{aire} (μH)	0.56	3.42
$L_{\text{núcleo}}$ (μH)	1.55	13.43

Por otro lado, vemos que el rango de inductancias que podemos cubrir con la bobina grande es $[3.42\mu\text{H}, 13.43\mu\text{H}]$, y este contiene el rango que teníamos como objetivo.

Por último, debe observarse que los valores de la inductancia obtenidos son cuando por la bobina circula una corriente de 1A. Si por la bobina grande hacemos circular 220A, por ejemplo, la simulación de COMSOL devuelve un valor de $11.59\mu\text{H}$ para la inductancia, menor que los $13.43\mu\text{H}$ con 1A. Esto se debe a la saturación del material usado en la simulación. No obstante, la saturación de ese material no tiene por qué ser la misma que la de la ferrita que se usa en la realidad. En este trabajo no tendremos en cuenta el efecto de la saturación ya que en las medidas experimentales no usaremos el amplificador de potencia de 1000W, sino un simple generador de señal que resultará en corrientes mucho menores que las consideradas en el Capítulo 2. Aun así, la saturación del núcleo es, sin duda, un parámetro muy importante a tener en cuenta si el circuito que se construye en este trabajo no fuese simplemente un prototipo.

4. CONSTRUCCIÓN DEL CIRCUITO RESONANTE

Debido a las grandes corrientes que circulan por el circuito, sus componentes son de gran tamaño y no pueden conectarse a una protoboard típica. Por lo tanto, debemos construir una serie de soportes para mantener fijos los elementos, que no se deformen y que sea más sencillo hacer las conexiones. Nos valdremos de equipo disponible en la universidad para conseguirlo, como una impresora 3D de resina, sierras abrasivas o taladros de pie.

4.1. Soporte para el banco de condensadores e interruptores

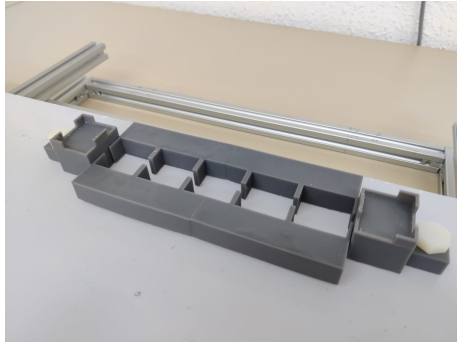
El banco de condensadores lo vemos en la Figura 4.1. Los condensadores en sí son los 5 bloques de color cobre, cuyo modelo es el CSP 150/400 de Celem Power Capacitors. Si nos fijamos en la Figura 4.1c y la comparamos con la Figura 3.1 vemos que está en la configuración de dos condensadores de 2400nF en paralelo. Un interruptor lo mostramos en la Figura 4.1d. Como se puede apreciar, los condensadores tienen agujeros M6 donde introducir tornillos y mecánicamente apretar los interruptores de aluminio contra el cobre y hacer contacto eléctrico. Cada interruptor se ha obtenido cortando una barra de aluminio mediante una sierra de corte abrasivo, y sus agujeros se han conseguido usando un taladro de pie.

En la Figura 4.1a vemos el soporte sobre el que se colocan los condensadores para que queden bien fijados. Este soporte se diseñó con el software de CAD Fusion 360 y se construyó con la impresora 3D Formlabs Form3. El soporte se imprimió por partes dado que no cabía entero en la impresora, y estas se pegaron entre sí con Loctite. A su vez, este soporte se sujeta mediante dos tornillos blancos en los extremos a la placa de color gris claro inferior.

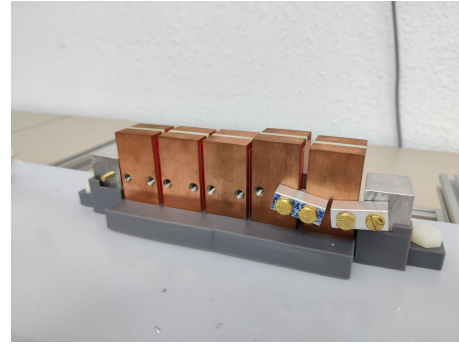
Por último, los dos bloques de los extremos del soporte en la Figura 4.1a sujetan los bloques de aluminio que se aprecian en la Figura 4.1b. Estos bloques hacen de nodos eléctricos, pues a ellos también se conectarán las bobinas.

4.2. Soporte para las bobinas y sus núcleos

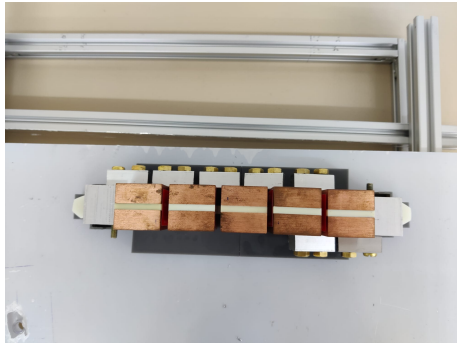
El primer paso para montar un buen soporte para el conjunto de las bobinas y los núcleos consiste en construir un soporte cilíndrico alrededor del cual hacer el embobinado para que este quede fijo. En las Figuras 4.2a y 4.2c, vemos que los soportes consisten en cilindros en los que se trazan canales en forma de espiral, donde más tarde se enrollará el tubo de cobre. La profundidad de estos canales se ha hecho de 2mm, la mitad del diáme-



(a) Soporte del banco de condensadores.



(b) Banco montado sobre el soporte.



(c) Banco visto desde arriba.



(d) Interruptores y tornillos usados.

Figura 4.1: Todos los elementos del banco de condensadores.

tro del tubo. Para enrollar el tubo de cobre es necesario estar aplicando mucha fuerza de forma constante para que quede bien apretado y sujeto.

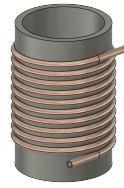
Una vez disponemos de las bobinas, debemos encontrar alguna manera de introducir los núcleos y que su posición quede fija respecto a la de las bobinas. En nuestro caso, se ha optado por introducir una base en el interior de la bobina (Figuras 4.3b y 4.3d) y sobre la que se deposita el núcleo. A su vez, tenemos que construir una sujeción (Figuras 4.3a y 4.3c) que deje fija la base respecto al embobinado y que se pueda atornillar a la placa que vimos en la Figura 4.1. El resultado total para ambas bobinas se recoge en las Figuras 4.3e y 4.3f.

Desgranando un poco más la Figura 4.3a, el punto 2 hace referencia a dos pequeños soportes semicirculares sobre los que depositaremos el embobinado grande (Figura 4.2b). El punto 1 hace referencia a las dos pequeñas plataformas sobre las que se pega la base de la Figura 4.3b, sobre la cual depositaremos el núcleo. El punto 3 indica el agujero dentro del cual introduciremos un tornillo que se atornillará a la placa. De esta forma toda la sujeción quedará bien fija. El resultado, incluyendo el núcleo, se muestra en la Figura 4.3e.

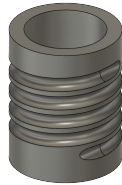
En el caso del embobinado pequeño, la estructura es similar, con la única diferencia de que la base para el núcleo (Figura 4.3d) debe adaptarse a su forma cilíndrica.



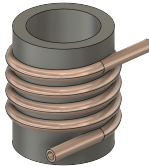
(a) Soporte del embobinado grande.



(b) Embobinado grande.

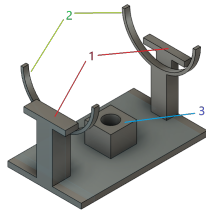


(c) Soporte del embobinado pequeño.

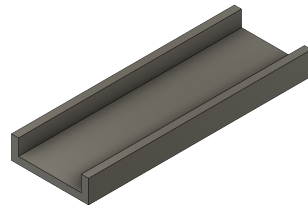


(d) Embobinado pequeño.

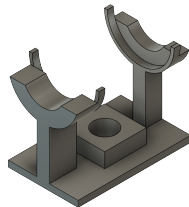
Figura 4.2: Bobinas resultantes.



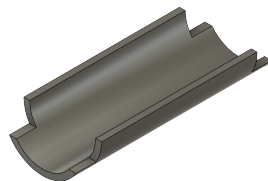
(a) Sujeción para la bobina grande.



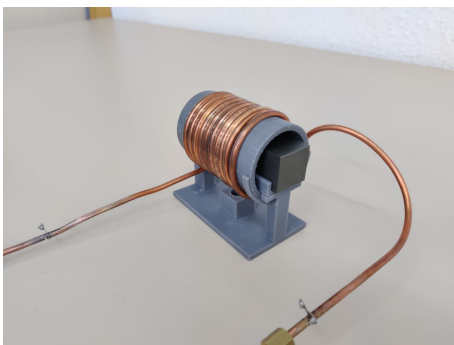
(b) Base del núcleo grande.



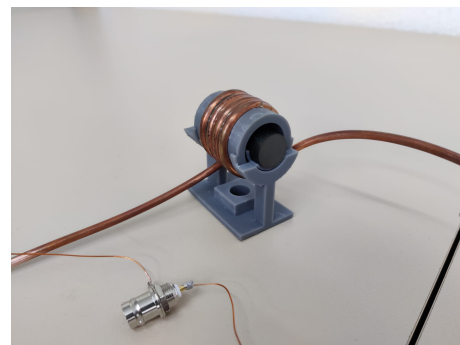
(c) Sujeción para la bobina pequeña.



(d) Base del núcleo pequeño.

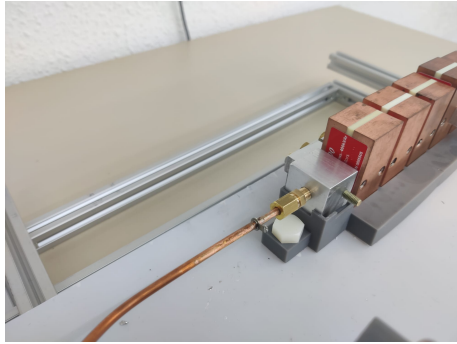


(e) Bobina grande resultante.



(f) Bobina pequeña resultante.

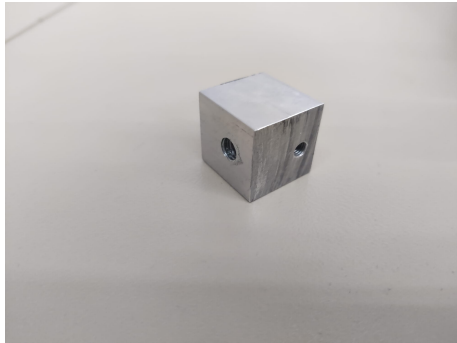
Figura 4.3: Soportes de los núcleos y bobinas resultantes.



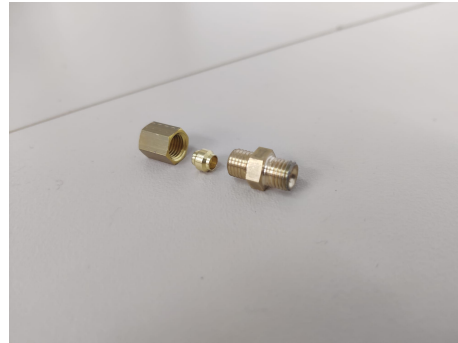
(a) Conexión al nodo 1.



(b) Conexión al nodo 1: planta.



(c) Nodo eléctrico.



(d) Acoplador de compresión.

Figura 4.4: Conexiones al nodo 1.

4.3. Conexiones

Lo único que queda es encontrar una manera de conectar las bobinas y los condensadores entre ellos. En la Figura 4.4 se ve cómo hacemos la conexión entre condensador y bobina en el nodo 1 de la Figura 2.20.

En primer lugar, como nodo eléctrico usamos el bloque de aluminio de la Figura 4.4c. Igual que los interruptores, este bloque se ha conseguido cortando una barra de aluminio con una sierra de abrasión. Los agujeros se han hecho con un taladro de pie para, posteriormente, hacer el roscado con un macho de roscar. El agujero grande se corresponde con un M8 mientras que el pequeño es un M5.

En segundo lugar, a través de un interruptor como el de la Figura 4.1d, se conectan eléctricamente el condensador y el nodo. Para que el contacto sea bueno, los tornillos deben apretar fuertemente el interruptor contra las superficies del nodo y el condensador.

Por último, usamos un acoplador de compresión para conectar el tubo de cobre de la bobina al nodo. Las tres piezas de la Figura 4.4d se introducen en el tubo de cobre. Enroscando fuertemente la primera pieza sobre la tercera con la segunda en medio, se consigue que esta última se apriete contra el tubo. Todo el conjunto queda conectado eléctricamente al tubo de cobre. Posteriormente, se introduce y se enrosca en el nodo.

4.4. Circuito completo

En la Figura 4.5 mostramos el circuito resonante LLC entero, usando la bobina grande (a la izquierda) y la configuración de dos condensadores de 2400nF en paralelo. La bobina de la derecha es la bobina principal. Cabe apuntar, sin embargo, que esta bobina principal no es la misma que la que nos ha ido apareciendo a lo largo de todo el estudio teórico, que estaba hecha con tubo de cobre de 3mm de diámetro exterior. Dado que los acopladores de compresión eran para tubos de 4mm, surgió la necesidad de que la bobina principal estuviese hecha también de este tamaño de tubo, para poder conectar todo el circuito y probarlo.

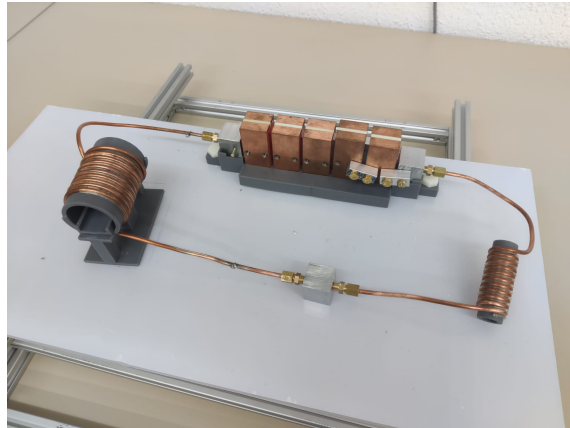


Figura 4.5: Circuito completo conectado.

Aunque realizar una bobina principal de $1.25\mu\text{H}$ habría sido posible, debido a una equivocación, la bobina principal que se construyó tiene una inductancia teórica de $0.78\mu\text{H}$. Este fue el segundo error que se cometió en el diseño de las bobinas. En la Tabla 4.1 dejamos su diseño teórico y los resultados de inductancia y resistencia realizados con COMSOL.

Tabla 4.1: Diseño de la bobina principal.

	Bobina principal
N	10
r_{coil} (mm)	8.5
d_{wire} (mm)	4
$d_{\text{wire, in}}$ (mm)	2.66
h_{core} (mm)	-
r_{core} (mm)	-
I (A)	1
R_{DC} (Ω)	0.002
$R_{1\text{MHz}}$ (Ω)	0.02
L_{aire} (μH)	0.78
$L_{\text{núcleo}}$ (μH)	-

5. RESPUESTA DEL CIRCUITO

Para caracterizar las inductancias de las tres bobinas usamos el analizador de impedancias E4990A de Keysight Technologies. En la Figura 5.1 representamos las reactancias de las bobinas en dos situaciones: en ausencia de núcleo y con el núcleo en el centro. Dado que estas dos situaciones se corresponden con la mínima y máxima inductancia alcanzable, se obtienen los rangos de inductancias posibles. Con la bobina pequeña abarcamos un rango de inductancias desde $0.68\mu\text{H}$ hasta $1.58\mu\text{H}$, mientras que con la bobina grande el rango es desde $3.64\mu\text{H}$ hasta $14.19\mu\text{H}$. La bobina principal tiene una inductancia de $0.78\mu\text{H}$. Los valores teóricos de inductancia que se obtuvieron con COMSOL difieren, como máximo, en un 6 % de estos valores experimentales, con la única excepción de los $0,68\mu\text{H}$ de la bobina pequeña en ausencia de núcleo.

A diferencia de las reactancias, las resistencias no son tan fáciles de medir, principalmente debido a su magnitud. Mientras que las reactancias son mayor que 1Ω en, prácticamente, todo el rango de frecuencias, las resistencias son del orden de las unidades o decenas de $\text{m}\Omega$ en buena parte de este, según COMSOL. Teniendo en cuenta que el analizador de impedancias tiene un rango de medida de los $25\text{m}\Omega$ a los $40\text{M}\Omega$, y que se usan un par de cables intermedios para poder conectar el instrumento a nuestro circuito, los cuales contribuirán a la resistencia, las medidas que se obtienen no son fiables.

Midiendo la impedancia equivalente Z_L del circuito con el analizador de impedancias se encontraron 3 resonancias a 50Ω , Figura 5.2. El proceso consistía en, fijando una configuración del banco de condensadores, ir cambiando la posición del núcleo hasta que el pico observado fuese de 50Ω . Posteriormente, dejando fijo el núcleo, se medía la reactancia de la bobina y se deducía el valor de su inductancia. Los valores obtenidos se presentan en la Tabla 5.1.

Finalmente, para medir la intensidad que circula por la bobina principal en estas con-

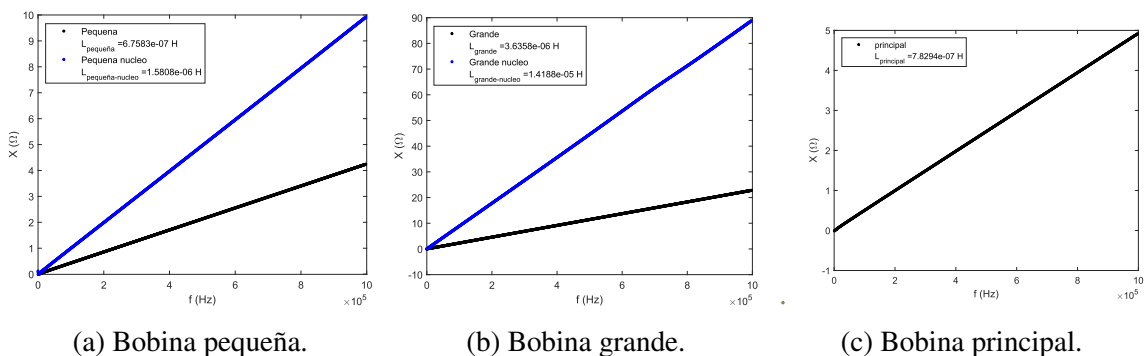
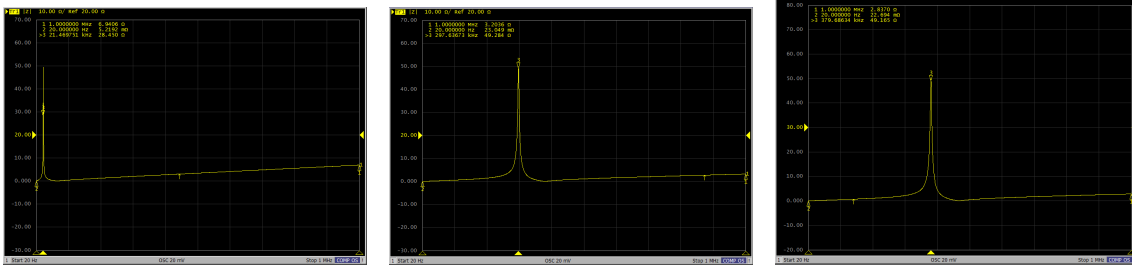


Figura 5.1: Reactancias de las tres bobinas construidas.



(a) Bobina grande.

(b) Bobina pequeña.

(c) Bobina pequeña.

Figura 5.2: Impedancia equivalente $|Z_L|$ de las distintas configuraciones frente a la frecuencia.

Tabla 5.1: Valores experimentales para los que se encuentra una resonancia en la impedancia equivalente $Z_L = 50\Omega$ correspondientes a la Figura 5.2.

	f (kHz)	L_B (μH)	C_X (nF)	V_p (mV)	I_p (A)
Bobina grande	21.47	9.84	4758	35	0.33
Bobina pequeña	296.2	0.89	150.3	453	0.31
	379.7	0.75	99.6	540	0.29

figuraciones, alimentamos el circuito con una señal de $V_s = 1\text{V}$ de amplitud usando el generador de señales de potencia TSG-4102A E1 de Tektronix y medimos la caída de tensión V_p en la bobina principal con el osciloscopio MDO3014 de Tektronix. Sabiendo que la inductancia de la bobina principal es $L_p = 0,78\mu\text{H}$, podemos calcular la corriente I_p que circula. Los datos medidos se presentan también en la Tabla 5.1. Dado que la corriente I_p es directamente proporcional a la amplitud de la señal de voltaje con la que se está alimentando (ver Ecuación 2.23), si en vez de $V_s = 1\text{V}$ hubiésemos usado una fuente de $V_s = \sqrt{8PR_s} = 632,46\text{V}$, podemos suponer que las corrientes serían 208.7A, 196.1 y 183.4A. Estos valores de la corriente eran los que podíamos esperar a partir de la Figura 2.21, a pesar de no conocer exactamente las resistencias parásitas involucradas.

Son dos las razones por las que solo obtenemos 3 configuraciones con un pico en $Z_L = 50\Omega$ en lugar de las 7 configuraciones que enseñamos en la Tabla 3.1. Por un lado, los rangos de inductancia de las bobinas grande y pequeña se diseñaron a partir de una bobina principal de $1,25\mu\text{H}$ mientras que, debido a un error, la bobina principal real ha acabado siendo de $0,78\mu\text{H}$. Los rangos de inductancia que serían apropiados para esta nueva bobina principal no cuadran completamente con los del diseño, y algunas configuraciones dejan de ser posibles de obtener. No obstante, gracias a que disponemos de todo un rango continuo de inductancias con las que trabajar, aún podemos encontrar configuraciones que tengan un pico de $Z_L = 50\Omega$ exactamente. Por otro lado, aunque teóricamente nos hubiera gustado que la mínima inductancia alcanzable por la bobina pequeña fuese $0,41\mu\text{H}$, la que ha resultado ser es $0,68\mu\text{H}$. Esto elimina la posibilidad de obtener varias configuraciones de un plumazo.

6. CONCLUSIONES

El objetivo principal de este trabajo de fin de grado era explorar distintas configuraciones de circuitos resonantes en los que basar un magnetómetro AC, para aumentar su rango de operación comparado con el de una configuración LCC. El punto de operación de un magnetómetro viene dado por la amplitud del campo que produce y su frecuencia. Fijando una geometría para la bobina principal que crea el campo, podíamos limitarnos al estudio de la respuesta en corriente y frecuencia del circuito resonante. En consecuencia, se buscaba el circuito resonante que resultase en las mayores corrientes en el más amplio rango de frecuencias.

Después de presentar el criterio de la máxima transferencia de potencia, a través del cual se determinaban los parámetros óptimos de los elementos del circuito para conseguir máxima corriente, se estudiaron cuatro circuitos resonantes. Desde el principio se pudo observar que, para obtener las máximas corrientes, debíamos satisfacer dicho criterio pero sin introducir resistencias adicionales. Mientras que la configuración LCC funcionaba muy bien a altas frecuencias, cuando se atravesaba un cierto umbral dejaba de ser posible satisfacer la máxima transferencia de potencia. Vimos que esto no ocurría en la configuración LLC, que producía mayores corrientes en ese mismo rango donde la configuración LCC fallaba. Debido a esta ventaja teórica, se resolvió implementar una configuración LLC.

Para lograr la respuesta óptima del circuito en el rango de frecuencias [20kHz, 1MHz], era necesario ser capaces de generar un cierto rango de capacitancias e inductancias. En relación al primero, y cogiendo la idea de los magnetómetros ya construidos en la Universidad, se optó por usar un banco de condensadores. En cuanto al segundo, para limitar el número de bobinas a construir y aprovechar el potencial del continuo, se decidió diseñar dos bobinas cuya inductancia puede variarse cambiando la posición de un núcleo magnético interno.

Una vez completado el diseño, se compraron, imprimieron y manufacturaron todos los materiales y elementos necesarios para construir el circuito. Tanto el soporte para el banco de condensadores como las conexiones entre los elementos usando acopladores de compresión se inspiraron en los ya desarrollados magnetómetros. En vez de usar la geometría de bobina principal que se había fijado desde el principio, por conveniencia a la hora de hacer las conexiones, se optó por construir una bobina principal propia que presentase la misma inductancia, a saber, $1,25\mu\text{H}$. No obstante, debido a una equivocación, la bobina resultó ser de $0,78\mu\text{H}$.

Por último, se midieron las inductancias de las bobinas diseñadas y la respuesta del cir-

cuito completo experimentalmente. Dado que la inductancia base de una de las bobinas variables no resultó ser la que se tenía como objetivo y, como hemos dicho, se cometió un fallo de diseño con la bobina principal, solo se consiguieron 3 resonancias óptimas de las 7 que se habían planteado. Sin embargo, en estas 3 que sí conseguimos implementar, las corrientes que se obtuvieron cuadran con las predicciones teóricas.

6.1. Del prototipo al magnetómetro

El circuito que se ha implementado no es más que un prototipo para lo que podría ser la base de un futuro magnetómetro LLC. A continuación se exponen qué otros estudios deberían llevarse a cabo para construirlo.

Aunque somos capaces de variar la inductancia de forma continua, esto lo hacemos a mano, ya que no hemos desarrollado ningún sistema que permita posicionar el núcleo magnético de forma precisa. Un magnetómetro real debería incorporar tal sistema para obtener una curva de calibración que relacione la posición del núcleo con la inductancia que presenta la bobina.

Naturalmente, en un magnetómetro real deberían corregirse los fallos de diseño que se han producido. En nuestro caso, no hemos podido caracterizar el circuito más allá de los 400kHz, y es que es en las frecuencias altas donde la resistencia parásita que introduce la bobina variable se puede volver más notable, debido al 'skin effect'. Además, deberían adquirirse acopladores de compresión compatibles con tubo de cobre de 3mm, para poder usar la bobina principal que se diseñó independientemente.

Asimismo, debería realizarse una caracterización similar pero para el régimen de altas potencias, usando el amplificador de 1000W e implementando un circuito de refrigeración. Esto es fundamental para estudiar la saturación del núcleo magnético y las posibles pérdidas de potencia, lo cual podría traducirse en una reducción de la corriente o del rango de operación del magnetómetro.

Por último, sería interesante estudiar las posibilidades de hacer un condensador de capacidad variable, al igual que hemos hecho con las bobinas, o también usar un amplificador de potencia de resistencia de salida de 1Ω , para extender el rango de operación de un magnetómetro LCC.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] E. A. Périgo y col., “Fundamentals and advances in magnetic hyperthermia,” *Applied Physics Reviews*, vol. 2, n.º 4, pág. 041 302, 2015.
- [2] D. Ortega y Q. A. Pankhurst, “Magnetic hyperthermia,” en *Nanoscience: Volume 1: Nanostructures through Chemistry*, vol. 1, The Royal Society of Chemistry, 2013, págs. 60-88.
- [3] N. Panagiotopoulos y col., “Magnetic particle imaging: Current developments and future directions,” *International Journal of Nanomedicine*, vol. 10, pág. 3097, abr. de 2015.
- [4] I. R. Arrizabalaga, “High field, high frequency and temperature adjustable AC magnetometer for magnetic hyperthermia characterization,” Tesis doct., Universidad del País Vasco, 2020.
- [5] E. Garaio, J. Collantes, F. Plazaola, J. A. Garcia e I. Castellanos-Rubio, “A multi-frequency electromagnetic applicator with an integrated AC magnetometer for magnetic hyperthermia experiments,” *Measurement Science and Technology*, vol. 25, nov. de 2014.
- [6] D. Gandía y col., “Unlocking the Potential of Magnetotactic Bacteria as Magnetic Hyperthermia Agents,” *Small*, vol. 15, n.º 41, pág. 1 902 626, 2019.
- [7] P. Chandrasekharan y col., “Using magnetic particle imaging systems to localize and guide magnetic hyperthermia treatment: Tracers, hardware, and future medical applications,” *Theranostics*, vol. 10, págs. 2965-2981, feb. de 2020.
- [8] C. Bowick, *RF Circuit Design*, ép. RF Bundle, RF Circuit Design Series. Elsevier Science, 2011.
- [9] P. Horowitz y W. Hill, *The Art of Electronics*. Cambridge University Press, 2015.
- [10] W. H. Hayt y J. A. Buck, *Engineering Electromechanics*, ép. Mcgraw-Hill Series In Electrical Engineering. Electromagnetics. New York: Mcgraw-hill College, 1989.
- [11] F. E. Terman, *Radio Engineer's Handbook*, First edition. Mcgraw-hill Book Company, 1943.
- [12] D. Pozar, *Microwave Engineering*, ép. Addison-Wesley series in electrical and computer engineering. Addison-Wesley, 1990.
- [13] V. Connord, B. Mehdaoui, R. P. Tan, J. Carrey y M. Respaud, “An air-cooled Litz wire coil for measuring the high frequency hysteresis loops of magnetic samples—A useful setup for magnetic hyperthermia applications,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 85, n.º 9, pág. 093 904, 2014.

- [14] P. Lenox, L. K. Plummer, P. Paul, J. E. Hutchison, A. Jander y P. Dhagat, “High-Frequency and High-Field Hysteresis Loop Tracer for Magnetic Nanoparticle Characterization,” *IEEE Magnetics Letters*, vol. 9, págs. 1-5, 2018.
- [15] D. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*. Pearson Education, 2014.
- [16] E. Purcell y D. Morin, *Electricity and Magnetism*, ép. Electricity and Magnetism. Cambridge University Press, 2013.
- [17] H. Wheeler, “Simple Inductance Formulas for Radio Coils,” *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 16, n.º 10, págs. 1398-1400, 1928.
- [18] E. Snelling, *Soft Ferrites: Properties and Applications*, ép. International scientific series. Iliffe, 1969.
- [19] WintonMachine, *Tube Bending & Coax Fabrication Machines*, Consultada por última vez el 15 de junio de 2021. dirección: <https://www.wintonmachine.com/tips-for-bending-small-diameter-copper-tubing/>.