# Incertidumbre y Opciones Reales: Inversión y explotación de una pesquería (II).*

Arantza Murillas†

**Abstract**

La irreversibilidad de los costes necesarios de inversión en una pesquería así como el alto grado de incertidumbre asociado al precio del recurso pesquero hacen que la valoración de la oportunidad de invertir en una pesquería sea particularmente difícil. Los métodos tradicionales de descuento como el valor actualizado neto (VAN) proponen la siguiente regla: "Invertir en un proyecto cuando el valor presente esperado de los flujos futuros sea al menos tan grande como los costes necesarios de inversión". Sin embargo, dada la irreversibilidad de los costes y que las decisiones de inversión en una pesquería pueden posponerse la regla anterior de inversión no es correcta. Es por ello que, en este trabajo se hace uso de la Teoría de las Opciones Reales que incorpora flexibilidad de gestión en la valoración, en cuanto que se introduce la posibilidad de observar y retrasar la inversión en la pesquería en función de la información de mercado que se vaya obteniendo. Este trabajo presenta un modelo que permite determinar cuándo es óptimo invertir en una pesquería así como cuánto estaría dispuesto a pagar un agente por aquel derecho que le confiere la propiedad del recurso, esto es, el valor de la oportunidad de invertir en una pesquería. Las funciones de crecimiento así como de capturas que se adoptan en el modelo son aquéllas que corresponde al modelo de Schaefer, ampliamente utilizado en la literatura de pesquerías.

Palabras clave: Recursos Pesqueros, Opciones Reales, flexibilidad de gestión, Irreversibilidad.

---

*Deseo expresar mi agradecimiento a Jose Manuel Chamorro, Marta Escapa, así como a los participantes en seminario de la Universidad del País Vasco sus comentarios y sugerencias a este trabajo. Asimismo agradecer la financiación recibida del Ministerio de Educación y Cultura (AP96).

†Dpto. de Fundamentos del Análisis Económico, Universidad del País Vasco-EHU. Avda. Lehendakari Aguirre, 83. 48015 Bilbao, Spain. e-mail: etdmumaa@bs.ehu.es.

# Contents

## 1. Introducción.

Una de las desventajas de utilizar el valor actualizado neto (VAN) de los flujos futuros, u otros métodos de descuento, es que no capturan apropiadamente la flexibilidad de gestión de un determinado proyecto de inversión ante cambios de mercado inesperados. Estos métodos ignoran dos aspectos importantes en la inversiones (Pindyck, (1991)). Primeramente, que los costes de inversión pueden ser irreversibles y segundo que la inversión en un proyecto determinado puede posponerse. Es por ello, que la regla del VAN: "invertir en un proyecto cuando el valor actualizado neto de los flujos esperados sea al menos tan grande como los costes de inversión", es incorrecta cuando los costes de una inversión son irreversibles y la decisión de inversión pueda posponerse.

La irreversibilidad de un proyecto hace que una inversión en el mismo sea especialmente sensitiva al riesgo derivado por ejemplo, de la incertidumbre sobre los precios futuros del recurso, los costes, los tipos de interés e incluso el tiempo de inversión. Una inversión irreversible es similar a una opción de compra financiera. La opción de compra le confiere a su poseedor el derecho, por un tiempo determinado, a pagar un precio de ejercicio y recibir un activo. Ejercitar la opción es irreversible; aunque el activo puede ser vendido a otro inversor. Igualmente puede verse como un inversor tiene la opción de incurrir en unos costes de inversión (precio de ejercicio) ahora o en el futuro y, recibir un proyecto. Nuevamente, el proyecto puede venderse a otro inversor pero los costes de inversión son irreversibles. Esta opción de inversión se puede valorar similarmente a una opción de compra financiera. La Teoría de las Opciones Reales permite valorar las opciones reales de forma similar a las opciones financieras incluso aunque no se comercialicen en un mercado, ya que el interés reside en determinar cuánto valdría la opción si se comercializase.

En el caso particular de una pesquería, varios son los factores que motivan la utilización de la Teoría de las Opciones Reales: (i)los costes de inversión en una pesquería son irreversibles, en el sentido de que éstos suelen ser destinados principalemte a la construcción o compra de barcos que no pueden ser utilizados en otro tipo de actividades distintas de las pesqueras.(ii)el precio del recurso pesquero está dotado de un alto grado de incertidumbre. (iii) la decisión de inversión en una pesquería puede posponerse. En este trabajo se hace pues uso, de la Teoría de las Opciones Reales para dar respuesta a varias preguntas, de una parte cuándo es óptimo invertir en una pesquería y de otra cuánto estaría dispuesto a pagar un agente por el derecho que le confiere la propiedad del recurso[1]El inversor o agente tiene el derecho, pero no

[1]En la parte I de este trabajo se valora la oportunidad de explotar una pesquería haciendo uso de la Teoría de las Opciones Reales. En este primer trabajo, se supone que el agente ó

la obligación, de adquirir el valor de la pesquería llevando a cabo una inversión costosa irreversible (precio de ejercicio). En cada momento posible de inversión y hasta que la oportunidad de inversión desaparezca, el agente se planteará si llevar o no a cabo la inversión en la pesquería en función de si el precio del recurso pesquero (output) supera o no un determinado umbral que se llamará precio crítico. Este precio crítico constituye la regla óptima de inversión. Esta técnica de valoración introduce la opción de observar y posponer la inversión en la pesquería en caso de no cumplirse la citada regla de inversión. Luego, la decisión de posponer la inversión es reversible.

Hasta ahora, la literatura de las opciones reales se ha utilizado principalmente para valorar inversiones en recursos naturales no renovables; así, McDonald y Siegel (1985) utiliza la teoría de las opciones reales para valorar un proyecto de inversión de una empresa con una tecnología de producción simple e incorporando la opción de cierre. McDonald y Siegel (1986) muestran el problema de inversión de una empresa que se plantea construir una planta de carbón. Se analiza la importancia de valorar la opción de esperar y no invertir. Majd y Pindyck (1986) consideran la valoración de posponer una inversión que requiere de una serie de costes irreversibles. La atención del trabajo se centra en una serie de costes irreversibles que deben llevarse a cabo secuencialmente y que no deben superar una tasa máxima determinada. La inversión será productiva sólo después de que toda la secuencia de costes haya sido completada. Pindyck (1991) hace una revisión de algunos modelos básicos de inversiones irreversibles para ilustrar la similitud con las opciones financieras de las oportunidades de inversión así como, muestra cómo derivar las reglas óptimas de inversión haciendo uso de esta teoría de opciones reales. Finalmente Cortazar, Schwartz y Salinas (1998) presentan un modelo que determina cuándo es óptimo para una empresa invertir en tecnologías medioambientales. Para ello consideran el caso de una fundición de cobre sujeta a regulación de emisiones.

Los objetivos del trabajo se pueden resumir como sigue:

i) Modelar la incertidumbre inherente al precio del recurso pesquero como la principal fuente de riesgo en el modelo.

ii) Valorar la oportunidad de invertir en la pesquería a partir del valor de ésta previamente obtenido[2]. La oportunidad de inversión es equivalente a una opción financiera de compra a perpetuidad, y decidir cuándo se invertirá es equivalente a decidir cuándo se ejercitará la citada opción. Concretamente, se observará si el valor de la pesquería calculado previamente alcanza un determinado nivel crítico a partir del cual comienza a ser rentable la inversión en la actividad.

La solución de este modelo general de valoración de la oportunidad de invertir en una pesquería viene dada por un conjunto de ecuaciones diferenciales y

inversor que lleva a cabo la valoración posee el derecho que le confiere la propiedad del recurso.

[2]Véase la parte I de este trabajo.

sus respectivas condiciones de contorno. En general, no existe una solución analítica para este modelo. Es por ello que se analiza un caso particular (cuando las capturas se llevan a cabo bajo una base sostenible) en que sí es posible obtener una solución analítica, que es función del precio y del stock del recurso pesquero entre otras variables.
iii) Obtener soluciones analíticas para valorar la oportunidad de invertir en la pesquería cuando ello sea posible (caso de captura igual al crecimiento vegetativo del recurso pesquero), así como valores numéricos.
iv) Ilustrar numéricamente la naturaleza de la solución de los modelos generales propuestos tanto para valorar la oportunidad de explotar una pesquería como para valorar la oportunidad de invertir en la misma. Esta valoración numérica se realiza mediante la aplicación del método de las diferencias finitas implícitas.
v) Ilustrar numéricamente la naturaleza de la solución de los modelos presentados para el caso de desarrollo sostenible del recurso tanto para valorar la oportunidad de explotar como de invertir en una pesquería.

El documento está organizado como sigue. En la sección 2, se propone un modelo de valoración de la oportunidad de invertir en una pesquería dado el valor de ésta, previamente obtenido, esta valoración incluye la opción de retrasar temporalmente o no invertir en la pesquería. En la sección 3 se analiza un caso particular del modelo general presentado en la sección anterior: aquél en que el rendimiento de la pesquería se lleva a cabo bajo una base sostenible. En la sección 4 se especifica la forma funcional de la función de capturas, costes y crecimiento del recurso, haciendo uso del modelo de Schaefer de la literatura tradicional de pesquerías. En la sección 5 se lleva a cabo una ilustración numérica de la naturaleza de las soluciones de los modelos de valoración de la oportunidad de explotar una pesquería presentados en el documento (I); para el modelo general no existe solución analítica; es por ello, que se hace uso del método numérico de las diferencias finitas implícitas. La sección 6 recoge una ilustración numérica para los modelos de valoración de la oportunidad de invertir en una pesquería presentados en las secciones 2 y 3. Finalmente se recogen las conclusiones más importantes.

# 2. Un modelo de valoración de la oportunidad de invertir en una pesquería.

## 2.1. Notación.

$X$ : stock del recurso pesquero;
$F(X)$ : función de crecimiento instantáneo del stock del recurso;
$h(t)$ : tasa de capturas de una pesquería;
$S$ : precio del recurso pesquero (output);
$t$ : fecha actual;
$Q$ : valor de una pesquería o de la oportunidad de explotar una pesquería[3];
$F(Q)$ : valor de la oportunidad de invertir en una pesquería.

## 2.2. Supuestos.

($i$) La valoración de la inversión se lleva a cabo por inversores aversos al riesgo y bien diversificados, que necesitan ser únicamente compensados por el riesgo sistemático;
($ii$) No existen oportunidades de arbitraje;
($iii$) El intercambio de activos tiene lugar de forma continua en el tiempo;
($iv$) No hay costes de transacción ni impuestos, y todos los activos son perfectamente divisibles;
($v$)Por otra parte, se supone que el precio al contado del recurso pesquero (output), $S$ viene descrito por el siguiente proceso browniano geométrico:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dZ, \tag{2.1}$$

donde:
$\mu$ : valor esperado en el cambio del precio del recurso pesquero. Este parámetro se suele denominar "deriva" o "tendencia", que puede ser estocástica.
$\sigma$ : desviación estándar ("volatilidad") del cambio inesperado en el precio del recurso pesquero, que se supone conocida.
$dZ$ : diferencial de un proceso de Gauss-Wiener o proceso browniano. Este proceso se caracteriza por la siguiente relación:

$$dZ = \varepsilon \sqrt{dt}, \tag{2.2}$$

donde $\varepsilon$ es una variable aleatoria normal de media cero y varianza unitaria, $\varepsilon \sim N(0,1)$. El término $dZ$ puede entenderse como el "ruido" que se añade a la senda seguida por S; la magnitud de este ruido es multiplicada por $\sigma$. Este proceso se toma como dado exógenamente.

[3]Para obtener este valor $Q$ se presenta un modelo en el documento I.

$(vi)$ Los mercados son completos; existen sustitutos suficientes (supuesto de "spanning"); se supone que el precio del recurso pesquero, $S$, puede ser replicado por una cartera "gemela" de activos cuyo precio es $Y$ y cuyo rendimiento está perfectamente correlado con el de $S$. La evolución de esta cartera es:

$$\frac{dY}{Y} = \mu_y dt + \sigma_y dZ, \tag{2.3}$$

donde $\mu_y$ es el rendimiento esperado en equilibrio de esta cartera de activos, que se supone es diferente de $\mu$, $\mu_y > \mu$ ( de no ser así, nunca se llevaría a cabo la explotación pesquera ya que como se analizará más adelante $\mu_y - \mu > 0$ puede entenderse como un coste de oportunidad de retrasar la explotación de la pesquería manteniendo viva la opción de hacerlo, de manera que si dicho coste fuese cero nunca se llevaría a cabo dicha explotación);
$(vii)$ Se puede posponer temporalmente y abandonar la inversión en el proyecto sin coste alguno;
$(viii)$ La opción de invertir en la pesquería tiene una vida infinita.
$(ix)$ Nótese que cuando el valor principal del bien, en nuestro caso el recurso pesquero, es su consumo y no su valor como inversión, los poseedores de los bienes de consumo disfrutan de ciertos beneficios que no tienen los poseedores de activos derivados sobre ellos. Piénsese, por ejemplo, en la posibilidad de usar el bien en momentos de restricciones serias de oferta (escasez del recurso, paros biológicos). Estos beneficios se suelen denominar "tasa de conveniencia", y aquí se supone que puede escribirse como función del precio al contado $K = kS$ ( Brennan y Schwartz, (1985); Cortazar y Schwartz, (1993); Cortazar, Schwartz y Salinas, (1998)). En definitiva, la tasa de conveniencia refleja las expectativas que existen en el mercado sobre la disponibilidad futura del recurso pesquero. Cuanto mayores sean las expectativas de escasez, mayor será dicha tasa.

### 2.3. La ecuación diferencial que debe satisfacer el valor de la oportunidad de invertir en una pesquería, F(Q).

El valor de la oportunidad de invertir en una pesquería, $F$, va a depender del valor de ésta, $Q$.

$$F = F(Q). \tag{2.4}$$

Recuérdese, además, que:

$$Q = Q(S, X, t).$$

Luego, se puede también escribir que:

$$F = F(S, X, t).$$

Interesa conocer cómo varía el precio del activo derivado $F$ cuando el precio del activo subyacente $S$ describe el proceso definido anteriormente. Para ello se aplica el lema de Itô a la ecuación anterior y se obtiene que dicho cambio instantáneo viene dado por:

$$dF = \left\{ F_S S\mu + F_t + \frac{1}{2} F_{SS}\sigma^2 S^2 + F_X[F(X) - h] \right\} dt + F_S S\sigma dZ. \qquad (2.5)$$

A continuación, se quiere derivar la ecuación diferencial que debe satisfacer el valor de la oportunidad de invertir en una pesquería. Para ello, se toma el rendimiento obtenido por una cartera compuesta por una posición larga en el derivado (opción a invertir) y una posición corta con $\left(\frac{S\sigma F_S}{Y\sigma_y}\right)$ contratos del "gemelo". Como se observará, esta cartera carece de riesgo, debido a que la fuente de incertidumbre ha sido eliminada y, por lo tanto, su rendimiento deberá ser igual a $\rho\left(F - \left(\frac{S\sigma F_S}{Y\sigma_y}\right)Y\right)dt$.
El cambio instantáneo en el valor de la cartera es:

$$dF - \left(\frac{S\sigma F_S}{Y\sigma_y}\right) dY = \rho\left(F - \left(\frac{S\sigma F_S}{Y\sigma_y}\right)Y\right)dt; \qquad (2.6)$$

sustituyendo en la expresión anterior (2.3) y (2.5) se obtiene:

$$\begin{aligned} & \left\{ F_S S\mu + F_t + \frac{1}{2} F_{SS}\sigma^2 S^2 + F_X[F(X) - h] \right\} dt + F_S S\sigma dZ - \left(\frac{S\sigma F_S}{Y\sigma_y}\right)\left[\mu_y Y dt + \sigma_y Y dZ\right] \\ = \; & \rho\left(F - \left(\frac{S\sigma F_S}{Y\sigma_y}\right)Y\right)dt. \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} F_{SS}\sigma^2 S^2 + F_t + F_X[F(X) - h] + SF_S\left[\mu + \frac{\sigma}{\sigma_y}(\rho - \mu_y)\right] - \rho F = 0. \qquad (2.7)$$

Se hace uso a continuación del modelo de equilibrio general CAPM, operando igual a como se hacía para obtener la ecuación diferencial que debía satisfacer el valor de la pesquería. Se obtiene la ecuación siguiente:

$$\frac{1}{2} F_{SS}\sigma^2 S^2 + F_t + F_X[F(X) - h] + SF_S(\rho - k) - \rho F = 0.$$

Esta es la ecuación diferencial parcial que debe satisfacer el valor de la oportunidad de invertir en una pesquería.
Supóngase ahora que existe una tasa de inflación constante, $\pi$; se definen las siguientes variables deflactadas:

$$\begin{aligned} f &= Fe^{-\pi t} \\ r &= \rho - \pi, \text{ el tipo de interés real} \\ s &= Se^{-\pi t} \end{aligned} \qquad (2.8)$$

Se puede reescribir la ecuación diferencial en términos de variables deflactadas como sigue:

$$\frac{1}{2} f_{SS} \sigma^2 s^2 + f_X [F(X) - h] + f_S s (r - k) - rf = 0; \tag{2.9}$$

$f(s, X)$ debe satisfacer la ecuación diferencial anterior. Además, $f(s, X)$ también debe satisfacer las condiciones de contorno siguientes:
*i*) Si el valor de la pesquería es nulo, también lo será el valor de la oportunidad de invertir en la pesquería. El valor de la pesquería es nulo cuando el precio del recurso pesquero es cero así como cuando el nivel de stock es cero:

$$f(0, X) = 0, \tag{2.10}$$

$$f(s, 0) = 0. \tag{2.11}$$

*ii*) El valor de la inversión (evaluada en el precio crítico) en la pesquería será igual a $q^* - I$.

$$f(s^*, X) = q(s^*, X) - I, \tag{2.12}$$

donde $s^*$ es el precio crítico a partir del cual se invertirá en la pesquería.
Por su parte, $I$ engloba todos los costes necesarios para llevar a cabo la inversión en la pesquería.

*iii*) la condición denominada "smooth pasting": si $f(s, X)$ no fuese continua y suave en el valor crítico $s^*$, podría ser mejor ejercitar la opción en un valor diferente, esto es,

$$f_s(s^*, X) = q_S(s^*, X) \tag{2.13}$$

En definitiva, para encontrar $f(s, X)$ se debe resolver la ecuación diferencial (2.9) sujeta a las condiciones de contorno anteriores.

Las ecuaciones (2.9-2.13) permiten obtener el valor de la oportunidad de invertir en la pesquería, así como la regla de inversión óptima, que es el valor crítico $s*$ a partir del cual es óptimo (en el sentido de maximizar el valor de mercado de la empresa) invertir. En general, no existe solución analítica para este modelo. Por ello, tal y como se hacía para el modelo de valoración de una pesquería, se analiza a continuación un caso particular en que sí es posible obtener una solución analítica.

## 3. La inversión en una pesquería explotada de modo sostenible.

En este caso se plantea que el rendimiento se realiza sobre una base sostenible, esto es, que las capturas coinciden con el crecimiento vegetativo, $h = F(X)$. La ecuación diferencial que debe satisfacer en este caso el valor de la oportunidad de invertir es:

$$\frac{1}{2} f_{SS} \sigma^2 s^2 + f_S s\,(r-k) - rf = 0; \tag{3.1}$$

$f(s, X)$ debe también satisfacer las condiciones de contorno (2.10)-(2.13). La solución a la ecuación (3.1) y la condición de contorno (2.10) es:

$$f(s, X) = \left\{ \begin{array}{ll} c_5 s^{d_1}, & s \leq s^* \\ v(s, X) - I, & s > s^* \end{array} \right\}, \tag{3.2}$$

donde:

$$d_1 = \alpha_1 + \alpha_2;\ \alpha_1 = \frac{1}{2} - \frac{r-k}{\sigma^2};\ \alpha_2 = \sqrt{\alpha_1^2 + \frac{2(\lambda + r)}{\sigma^2}}.$$

$v(s, X)$ es el valor de la pesquería[4]. Para encontrar los valores de la constante $c_5$ y del precio crítico $s^*$, ambos desconocidos, se hace uso de las condiciones de contorno (2.12) y (2.13):

$$c_5 s^{*d_1} = c_4 s^{*d_2} + \frac{hs^*}{\lambda + k} - \frac{c(X)h}{\lambda + r} - I; \tag{3.3}$$

$$c_5 d_1 s^{*(d_1 - 1)} = d_2 c_4 s^{*(d_2 - 1)} + \frac{h}{\lambda + k}, \tag{3.4}$$

despejando la constante $c_5$ de (3.4) se tiene:

$$c_5 = \frac{d_2 c_4}{d_1} s^{*(d_2 - d_1)} + \frac{h}{d_1(\lambda + k)} s^{*(1 - d_1)}. \tag{3.5}$$

Sustituyendo este valor de $c_5$ en (3.3) se tiene:

$$\frac{c_4(d_2 - d_1)}{d_1} s^{*d_2} + \frac{h(1 - d_1)}{d_1(\lambda + k)} s^* + \frac{c(X)h}{\lambda + r} + I = 0. \tag{3.6}$$

La ecuación (3.6), que se puede resolver numéricamente, permite obtener la regla óptima de inversión.

[4] Ver el documento de trabajo: "Incertidumbre y Opciones Reales: Inversión y explotación de una pesquería (I)" para ver cómo se obtiene este valor.

# 4. Una ilustración numérica: algunos preliminares.

Hasta el momento se han incluido en el modelo la función de capturas, costes y crecimiento del recurso en términos generales; a continuación interesa, sin embargo, especificar dicha forma funcional, al objeto de poder expresar el valor de la pesquería en función de unos parámetros conocidos que permitirán posteriormente valorarla cuantitativamente.

## 4.1. El modelo de Schaefer

El punto de partida en el análisis de una pesquería consiste en determinar la curva de crecimiento de la población, o biomasa pesquera, a lo largo del tiempo. A este respecto, la hipótesis usualmente aceptada desde los trabajos de Schaefer (1957) es que la biomasa evoluciona según una función logística o curva en forma de S[5].
Dicha función de crecimiento puede escribirse de la forma siguiente:

$$F(X) = \gamma X \left(1 - \frac{X}{M}\right) \tag{4.1}$$

donde:
$\gamma$ : tasa intrínseca de crecimiento a la que se aproximará la tasa de crecimiento vegetativo cuando la población tienda a cero.
$M$ : equilibrio natural de la población, o máxima cantidad de biomasa sostenible por el medio ambiente en ausencia de pesca comercial.
Las propiedades de esta curva son:
*i*) $F(X) > 0$ cuando $0 < X < M$, es decir, el crecimiento de la biomasa es positivo siempre que el nivel de biomasa no sobrepase el correspondiente al equilibrio natural ($M$).
*ii*) $F(0) = F(M) = 0$, es decir, el crecimiento de la biomasa tanto para un stock nulo como para el correspondiente al equilibrio natural es cero.
*iii*) $\frac{\partial^2 F}{\partial X^2} \leq 0$, es decir, el crecimiento marginal de la biomasa es decreciente en el tramo relevante de la curva ($0 \leq X \leq M$).

El rendimiento de la pesquería no es otra cosa que las capturas realizadas en un cierto período de tiempo. Normalmente se conjetura en economía pesquera que el rendimiento ($h$) es una función del nivel existente de biomasa, $X$, y del esfuerzo pesquero, $E$[6]:

$$h = bEX \tag{4.2}$$

[5]En una curva de crecimiento de tipo logístico subyace la idea de que el crecimiento es lento cuando la cantidad de biomasa es pequeña. Dicho crecimiento aumenta exponencialmente cuando la cantidad de biomasa se incrementa, pero dichos aumentos van decreciendo conforme la cantidad de biomasa sigue aumentando, debido a resistencias ambientales.

[6]Esta expresión es una función de tipo potencial, en la que las elasticidades del nivel de capturas con relación al esfuerzo pesquero y al nivel de biomasa son iguales a la unidad.

Esta función se deriva bajo dos supuestos: a) la captura por unidad de esfuerzo ($h/E$) es

donde $b$ denota el coeficiente de capturabilidad, que se supone constante.[7]
En realidad, el esfuerzo es una especie de índice que agrega todos los insumos que se utilizan en la actividad pesquera (recursos humanos, barcos, aparejos, etc.), que mide la magnitud y la intensidad de la actividad humana para extraer pescado.
El modelo de Schaefer está basado, por lo tanto, en las ecuaciones (4.1) y(4.2). A una función de producción como ésta le corresponde una función de costes totales lineal tal como:

$$CT = aE$$

donde $a$ representa el coste por unidad de esfuerzo.

### 4.2. Datos para una pesquería hipotética.

Se procede a fijar ahora unos parámetros que permitan ilustrar la naturaleza de la solución del modelo de valoración presentado. Los datos biológicos corresponden a la pesquería del atún del Pacífico presentados por Conrad y Clark (1987). Sin embargo, se han tomado unos datos económicos hipotéticos.

| | |
|---|---|
| $\gamma$, tasa intrínseca de crecimiento | $2,6$ |
| $M$, máxima cantidad de biomasa sostenible | 250.000 |
| $b$, coeficiente de capturabilidad | $0,000038$ |

| | |
|---|---|
| $r$, tipo de interés real | 2% anual |
| $k$, tasa de conveniencia | 1% anual |
| $\sigma^2$, varianza | 6% anual |
| $\lambda$, impuesto | 5% anual |

directamente proporcional a la densidad de peces en el mar, y b) la densidad de peces es directamente proporcional a su abundancia, $X$.

[7] El coeficiente de capturabilidad en la práctica está lejos de ser una constante; las capturas de una especie determinada incluso con el mismo barco, en una zona dada y en un espacio temporal concreto, pueden variar enormemente. Esta variación naturalmente se incrementa cuando se consideran diferentes barcos, areas, especies y momentos temporales.

Los cambios en el coeficiente de capturabilidad pueden clasificarse como sigue: cambios cíclicos en el tiempo (conforme con los días, períodos, etc.), tendencias en el tiempo, cambios relativos a la abundancia del stock, cambios relativos al total de stock susceptible de capturabilidad y variaciones aleatorias.

# 5. El valor de la oportunidad de explotar una pesquería.

## 5.1. El caso general.

El modelo general de valoración presentado en el documento (I) carece de solución analítica. La alternativa para valorar dicha opción viene dada por la existencia de múltiples procedimientos numéricos. En general, existen dos tipos de técnicas numéricas de valoración: (i) aquéllas que aproximan los procesos estocásticos considerados y que son, en general, más intuitivas, y (ii) aquéllas que aproximan las ecuaciones diferenciales parciales obtenidas usando estimaciones discretas de los cambios en el valor de la opción ante cambios en la diferentes variables del modelo. La primera categoría incluye la simulación de Monte Carlo (Hull (1997))) y el método binomial (Hull (1997); Teisberg (1994)); la segunda incluye la integración numérica y los métodos de las diferencias finitas implícitas y explícitas (Hull, (1997); Cortazar, Schwartz y Löwener, (1998); Brennan y Schwartz (1978); Courtadon (1982); Schwartz (1977); Geske y Shastri (1985); Hull y White (1990); Majd y Pindyck (1987)). La técnica binomial y la simulación de Monte Carlo pierden eficiencia cuando se trata de valorar opciones americanas. Es por ello que se llevará a cabo la valoración mediante una de las técnicas en diferencias finitas, tomando las implícitas por sus mejores propiedades de estabilidad (Geske y Shastri (1985)). Se comienza con el método construyendo una malla bidimensional con las variables de estado: $s$ y $X$. Se utiliza la notación siguiente:
$s_{\max}$, máximo precio al contado;
$X_{\max} = M$, máximo nivel de stock del recurso;
$i : (0, ....n)$, índice para el precio;
$j : (0, ....m)$, índice para el stock del recurso;
$\Delta s = s_{\max}/n$,
$\Delta X = M/m$.
Las variables de estado se definen como:
$s = i\Delta s$,
$X = j\Delta X$.
El espacio para el precio del recurso ha sido dividido en un conjuto de puntos tal que $s = i\Delta s$, donde $i = 0, 1, 2, ......, 20$ y $\Delta s = 100$; en el espacio para el stock del recurso, $X = j\Delta X$, donde $j = 0, 25000, ...., 250000$ y $\Delta X = 25000$.
Se utilizan las aproximaciones siguientes para las derivadas parciales:

$$v_s = \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta s}$$

$$v_{ss} = \frac{v_{i+1,j} - 2v_{i,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta s^2}$$

$$v_X = \frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta X}$$

Reemplazando las anteriores aproximaciones en la ecuación diferencial para $v$, valor de la pesquería cuando está siendo explotada, se obtiene:

$$a_i v_{i-1,j} + b_{i,j-1} v_{i,j} + c_i v_{i+1,j} = d_{j-1} v_{i,j-1} + f_{i,j-1} \tag{5.1}$$

donde:

$$\begin{aligned}
a_i &= \frac{1}{2} i^2 \sigma^2 - \frac{i(r-k)}{2} \\
b_{i,j-1} &= -i^2 \sigma^2 - (\lambda + r) + \frac{F(X) - \overline{h}}{\Delta X} \\
c_i &= \frac{1}{2} i^2 \sigma^2 + \frac{i(r-k)}{2} \\
d_{j-1} &= \frac{F(X) - \overline{h}}{\Delta X} \\
f_{i,j-1} &= -(i\Delta s - c(j\Delta X))\overline{h}.
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Obsérvese, por otro lado, que la ecuación diferencial para $w$, valor de la pesquería cuando está cerrada, tiene solución analítica:

$$\begin{aligned}
w &= a s^{d_1} \\
d_1 &= \alpha_1 + \alpha_2 \\
\alpha_1 &= \frac{1}{2} - \frac{(r-k)}{\sigma^2} \\
\alpha_2 &= \sqrt{(\alpha_1)^2 + \frac{2(\lambda + r)}{\sigma^2}}.
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Se elimina el coeficiente $a$, haciendo uso de la ecuación (5.3) y de las condiciones de contorno de continuidad y suavidad de la función valor:

$$\begin{aligned}
a\widehat{s}^{d_1} &= v(\widehat{s}, X) \\
a d_1 \widehat{s}^{d_1 - 1} &= v_s(\widehat{s}, X).
\end{aligned} \tag{5.4}$$

A partir de estas dos ecuaciones se obtiene fácilmente:

$$v(\widehat{s}, X) = (\widehat{s}/d_1) v_s(\widehat{s}, X). \tag{5.5}$$

Este método, como se ha visto, transforma las variables continuas $w$ y $v$ en variables discretas. Las ecuaciones se resuelven algebráicamente mediante un proceso dinámico hacia atrás que incorpora las decisiones de inversión en cada punto de la malla. Ahora bien, para resolver las ecuaciones numéricamente se necesita conocer el precio crítico $\widehat{s}$ así como $X^*$, porque los valores de los coeficientes de (5.2) dependen de $\overline{h}$, para la cual el precio deberá ser superior al precio crítico y el stock del recurso superior al nivel de stock óptimo del mismo. Para valores arbitrarios del precio crítico y del nivel de stock óptimo pueden resolverse las ecuaciones. Sin embargo, se itera hasta encontrar aquel precio crítico que maximice el valor de la pesquería y, una vez obtenido este valor, se fija y se busca aquel stock óptimo que maximiza el valor de la pesquería.

A continuación, una vez que se ha determinado el método numérico a aplicar así como las funciones concretas y los valores numéricos que se utilizan para ilustrar la solución, se presenta la malla de valores[8] obtenida (valores expresados en dólares por tonelada capturada) y los resultados principales:

En la tabla siguiente puede observarse cómo el valor de la oportunidad de explotar la pesquería es mayor cuanto mayor sea el precio del recurso. Sin embargo, dicho valor no crece siempre con el nivel del stock sino que se observan dos tramos ligados a la forma de la función de crecimiento del recurso. Por una parte, el valor aumenta con el nivel de stock, en el tramo creciente de la función de crecimiento, y disminuye con el nivel de stock en el tramo decreciente de la misma.

Nótese que, a lo largo del tramo creciente, cuanto mayor es el stock, mayor es el crecimiento del recurso y menores los costes, con lo cual los términos $v_X(F(X) - h)$ y $(s - c(X))h$ de la ecuación diferencial parcial que debe satisfacer el valor de la pesquería toman un valor mayor. Sin embargo, en el tramo decreciente, incluso aunque el término económico $((s - c(X))h)$ sigue incrementándose como consecuencia de la reducción en los costes, el término biológico $(v_X(F(X) - h))$ se hace cada vez menor y, además, toma un mayor peso en la valoración de la pesquería, ya que el valor de la misma en este tramo disminuye al aumentar el nivel de stock. Por otra partese ha comprobado que, el valor de la pesquería en el tramo decreciente disminuye más rápidamente, alcanzando niveles también menores, cuanto más agresiva sea la política de capturas establecida. Piénsese que se está obteniendo un valor para la opción de explotar a perpetuidad mientras que, aquella situación que implica la adopción de una política de capturas como la establecida se espera que sea transitoria, hasta la recuperación del nivel de stock.

[8] La solución ha sido igualmente obtenida para una política de capturas menos agresiva $h = 53.000$. La malla correspondiente a esta tasa de capturas no se introduce en este documento pero se podría proporcionar en caso de solicitud.

Valor de una pesquería para una política de capturas $h \in \{0, 158.000\}\, t$.

| precio ($\$/tn$) | $X$ =100.000 | $X$ =125.000 | $X$ =150.000 | $X$ =175.000 | $X$ =200.000 | $X$ =22 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2000 | 11708,913 | 29146,099 | 20358,259 | 2999,193 | 1191,285 | 429,2 |
| 1900 | 10623,377 | 26443,958 | 19045,147 | 2817,146 | 1120,550 | 404,0 |
| 1800 | 9587,901 | 23866,426 | 17759,629 | 2635,049 | 1049,816 | 378,9 |
| 1700 | 8602,764 | 21414,201 | 16460,764 | 2452,976 | 979,082 | 353,8 |
| 1600 | 7668,266 | 19088,026 | 15164,898 | 2270,901 | 908,348 | 328,6 |
| 1500 | 6784,723 | 16888,691 | 13870,603 | 2088,818 | 837,614 | 303,5 |
| 1400 | 5952,477 | 14817,044 | 12574,301 | 1906,742 | 766,880 | 278,4 |
| 1300 | 5171,894 | 12874,000 | 11279,025 | 1724,663 | 696,145 | 253,2 |
| 1200 | 4443,372 | 11060,546 | 9983,509 | 1542,585 | 625,411 | 228,1 |
| 1100 | 3767,343 | 9377,758 | 8687,944 | 1360,506 | 554,677 | 203,0 |
| 1000 | 3144,280 | 7826,816 | 7442,135 | 1178,428 | 483,943 | 177,8 |
| 900 | 2574,709 | 6409,027 | 6094,028 | 996,349 | 413,208 | 152,7 |
| 800 | 2059,215 | 5125,848 | 4873,917 | 814,271 | 342,474 | 127,5 |
| 700 | 1598,462 | 3978,930 | 3783,369 | 632,176 | 271,739 | 102,4 |
| 600 | 1193,211 | 2970,169 | 2824,188 | 471,903 | 201,104 | 77,3 |
| 500 | 844,356 | 2101,792 | 1998,491 | 333,935 | 142,308 | 54,7 |
| 400 | 552,976 | 1376,481 | 1308,828 | 218,696 | 93,199 | 35,8 |
| 300 | 320,421 | 797,601 | 758,4008 | 126,723 | 54,004 | 20,7 |
| 200 | 148,494 | 369,636 | 351,469 | 58,728 | 25,027 | 9,62 |
| 100 | 39,876 | 99,261 | 94,382 | 15,770 | 6,720 | 2,58 |
| precio crítico,$\widehat{s}$ | 1069,740562 | 1044,716618 | 885,7159547 | 798,8186473 | 601,402756 | 604,664 |
| costes,$c(X)$ | 657,894 | 526,315 | 438,596 | 375,939 | 328,947 | 292,3 |
| ratio $\widehat{s}/c(X)$ | 1,6260075 | 1,9849646 | 2,0194346 | 2,1248624 | 1,8282664 | 2,0679 |

### 5.2. El caso en que se captura el crecimiento vegetativo.

En este apartado se aplican las fórmulas cerradas obtenidas en el documento (I) para obtener los valores de la pesquería cerrada temporalmente y abierta, respectivamente. Se calcula numéricamente el valor de la oportunidad de explotar la pesquería a lo largo de la curva de rendimientos sostenibles. Al igual que en la aplicación anterior, se hace uso del modelo de Schaefer, ecuaciónes (4.1) y(4.2), utilizando para ilustrar la solución los datos económicos y biológicos de la pesquería hipotética presentada.

Se considera, además, que el desarrollo se lleva a cabo bajo una base sostenible; las capturas se realizarán según una base sostenible cuando ambas ecuaciones se igualen. Es decir, el equilibrio biológico de la pesquería exige que se satisfaga la siguiente ecuación:

$$\gamma X\left(1-\frac{X}{M}\right)-bEX=0.$$

Despejando el nivel de biomasa en función del esfuerzo pesquero, se obtiene:

$$X=\frac{M(\gamma-bE)}{\gamma}. \tag{5.6}$$

Se muestran a continuación los valores que adopta la tasa de capturas bajo un desarrollo sostenible.

Tabla: Nivel de stock, tasa de capturas, coste medio y precio crítico

| $X$ | $h$ | $c(X)$ | $\widehat{s}$ |
|---|---|---|---|
| 100.000 | 156.000 | 657,894 | 1391,492 |
| 125.000 | 162.500 | 526,315 | 1113,194 |
| 150.000 | 156.000 | 438,596 | 927,661 |
| 175.000 | 136500 | 375,939 | 795,138 |
| 200.000 | 104.000 | 328,947 | 695,746 |
| 225.000 | 58.500 | 292,397 | 618,441 |

Tabla. Valor de la pesquería a lo largo de la curva de rendimientos sostenibles: : $h = F(X)$

Valores expresados en dólares por tonelada capturada.

| precio($\$/tn$) | $X = 100.000$ | $X = 125.000$ | $X = 150.000$ | $X = 175000$ | $X = 200.000$ | $X =$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 600 | 2.604,368 | 3.181,353 | 3.746,468 | 4.301,899 | 4.849,174 | 5. |
| 700 | 3.488,891 | 4.261,837 | 5.018,883 | 5.762,956 | 6.495,873 | 7. |
| 800 | 4.494,557 | 5.490,303 | 6.465,565 | 7.423,854 | 8.233,969 | 8. |
| 900 | 5.619,702 | 6.864,718 | 8.084,122 | 9.163,210 | 9.954,604 | 10 |
| 1000 | 6.862,879 | 8.383,3147 | 9.823,434 | 10.886,551 | 11.663,349 | 12 |
| 1100 | 8.222,809 | 10.044,530 | 11.553,998 | 12.598,527 | 13.363,655 | 13 |
| 1200 | 9.698,348 | 11.788,120 | 13.272,806 | 14.302,166 | 15.057,772 | 15 |
| 1300 | 11.288,460 | 13.519,778 | 14.982,751 | 15.999,520 | 16.747,223 | 17 |
| 1400 | 12.991,746 | 15.241,171 | 16.685,860 | 17.692,028 | 18.433,076 | 19 |
| 1500 | 14.735,151 | 16.954,492 | 18.383,594 | 19.380,724 | 20.116,099 | 20 |
| 1600 | 16.467,939 | 18.661,358 | 20.077,030 | 21.066,373 | 21.796,858 | 22 |
| 1700 | 18.192,113 | 20.362,987 | 21.766,978 | 22.749,548 | 23.475,782 | 24 |
| 1800 | 19.909,209 | 22.060,313 | 23.454,061 | 24.430,692 | 25.153,197 | 25 |
| 1900 | 21.620,422 | 23.754,063 | 25.138,763 | 26.110,146 | 26.829,358 | 27 |
| 2000 | 23.326,698 | 25.444,810 | 26.821,465 | 27.788,184 | 28.504,467 | 29 |
| precio crítico, $\widehat{s}$ | 1391,492 | 1113,194 | 927,661 | 795,138 | 695,746 | 6 |
| $F(X)$ | 156.000 | 162.500 | 156.000 | 136.500 | 104.000 | |
| costes, $c(X)$ | 657,894 | 526,315 | 438,596 | 375,939 | 328,947 | 2 |
| ratio, $\widehat{s}/c(X)$ | 2,115070 | 2,115070 | 2,115070 | 2,115070 | 2,115070 | 2 |

Como se esperaba, el valor de la oportunidad de explotar la pesquería es mayor cuanto mayor es el precio del recurso (ver también resultados de Brennan y Schwartz, (1985); Cortazar y Schwartz (1993); Morck, Schwartz y Stangeland (1989)).

Por otra parte, cuanto mayor es el nivel del stock y menor, por lo tanto, los costes unitarios, mayor es el valor de la pesquería. Nótese que no sólo se incrementa el valor de la oportunidad de explotar la pesquería sino que, además, las oportunidades de explotar son mayores debido a que una reducción de los costes lleva asociada la determinación de un precio crítico menor.

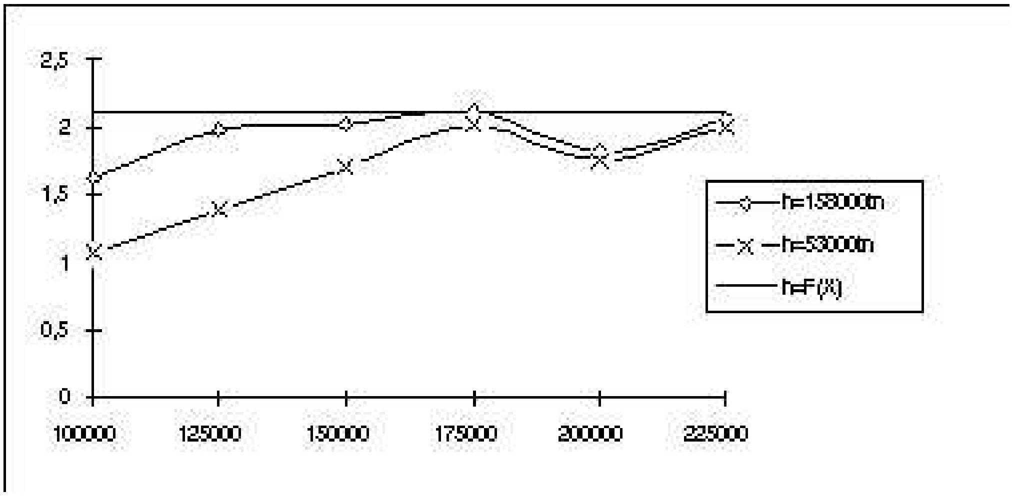
Un resultado esperado es que el valor de la pesquería está ligado con la forma de la función de crecimiento adoptada en el modelo, ya que el comportamiento del valor de la pesquería con el nivel de stock es diferente en el tramo creciente y decreciente de la misma. Obsérvese que cada tasa de capturas puede conseguirse de manera sostenible con dos niveles distintos de biomasa pesquera, un nivel inestable de población y otro estable (Romero, 1994). Ahora bien, el valor de la pesquería es mayor en el nivel estable de población del recurso que en el inestable.

Comparando los resultados obtenidos con los derivados del modelo general se observa que el valor de explotar la pesquería, tanto en el caso de desarrollo sostenible como en el caso general, es mayor cuanto mayor sea el nivel de stock a lo largo del tramo creciente de la función de crecimiento. Sin embargo, en el tramo decreciente, la situación biológica del stock del recurso incide de manera diferente en el valor de la pesquería para ambos casos. Por una parte, en el caso de desarrollo sostenible, aunque la pesquería se encuentre en el tramo decreciente, los niveles de stock son estables y sostenibles por construcción y están asociados a bajos costes unitarios, luego cuanto mayor sea el stock mayor será el valor de la pesquería (tal y como sucede en el tramo creciente). Sin embargo, en el caso general este resultado no se mantiene, sino que surge un nuevo término, $V_X[F(X) - h]$ (dependiente de la función de crecimiento) que minora el valor de la pesquería en el tramo decreciente a medida que aumenta el nivel del stock. En cuanto al precio del recurso, en ambos casos, unos mayores precios llevan asociados un mayor valor de la pesquería.

Por otra parte, en el gráfico siguiente se ilustra el ratio ($\hat{s}$ / $c(X)$) para el caso de desarrollo sostenible y para el caso de políticas de captura transitorias $\{0, 53000\}$ y $\{0, 158.000\}$.

Obsérvese que, para el caso particular de desarrollo sostenible, el ratio es constante para diferentes niveles del stock y toma el mayor valor respecto a las políticas de captura transitorias. Para estas últimas el ratio va a depender del valor que vaya tomando la pesquería hasta que se alcanza el stock correspondiente al estado estacionario. Para unos niveles de stock de 200.000 y 225.000 el valor de la pesquería toma valores muy bajos con respectos a los otros niveles de stock determinándose los precios críticos más bajos. En el caso

Figure 5.1: Evolución del ratio $\widehat{s}/c(X)$ con el nivel de stock.




del stock de 225.000 el ratio muestra una tendencia ascendente porque si bien el precio crítico es bajo los costes $c(X)$ también se hacen muy pequeños.

### 5.2.1. Análisis de sensibilidad.

A continuación se lleva a cabo un análisis de sensibilidad con respecto a los parámetros inicialmente fijados para un stock $X = 175.000$[9].

Tabla: Valor de la explotación y cambios en el impuesto

| precio ($/tn) | $\lambda = 0.02$ ($\widehat{s}$=1078,389) | $\lambda = 0.05$ (caso base) ($\widehat{s} = 795,138$) | $\lambda = 0.07$ ($\widehat{s}$=718,585) |
|---|---|---|---|
| 600 | 9.979,354 | 4.301,899 | 3.079,252 |
| 700 | 12.643,812 | 5.762,956 | 4.254,455 |
| 800 | 15.520,523 | 7.423,854 | 5.556,662 |
| 900 | 18.596,656 | 9.163,210 | 6.847,943 |
| 1000 | 21.861,554 | 10.886,551 | 8.129,416 |
| 1100 | 25.301,492 | 12.598,527 | 9.404,075 |
| 1200 | 28.777,972 | 14.302,166 | 10.673,832 |
| 1300 | 32.233,769 | 15.999,520 | 11.939,959 |
| 1400 | 35.673,140 | 17.692,028 | 13.203,330 |
| 1500 | 39.099,243 | 19.380,724 | 14.464,566 |

[9] El análisis de sensibilidad se ha realizado para otros niveles del stock del recurso tanto en el tramo creciente como en el decreciente de la función de crecimiento observándose los mismos resultados. En particular se han tomado los siguientes stocks: $X = 75.000$; $X = 100.000$; $X = 150.000$.

A medida que el cánon exigido a los propietarios es mayor, el valor de la explotación pesquera es menor, consecuencia de la disminución en los beneficios netos de impuestos. Sin embargo, aunque el valor de la oportunidad de explotación es menor, más numerosas serán dichas oportunidades, puesto que el precio crítico es menor a medida que aumenta el cánon.

Tabla: Valor de la explotación y cambios en la tasa de conveniencia

| precio | $k = 0.005$ | $k = 0.01$(caso base) | $k = 0.015$ |
|---|---|---|---|
| (\$/tn) | ($\widehat{s}$ =847,132) | ($\widehat{s}$=795,138) | ($\widehat{s}$=751,879) |
| 600 | 4.938,350 | 4.301,899 | 3.780 |
| 700 | 6.515,414 | 5.762,956 | 5.145 |
| 800 | 8.283,287 | 7.423,854 | 6.694,421 |
| 900 | 10.206,707 | 9.163,210 | 8.264,043 |
| 1000 | 12.125,389 | 10.886,551 | 9.826,973 |
| 1100 | 14.023,373 | 12.598,527 | 11.385,121 |
| 1200 | 15.906,272 | 14.302,166 | 12.939,740 |
| 1300 | 17.777,868 | 15.999,520 | 14.491,685 |
| 1400 | 19.640,793 | 17.692,028 | 16.041,555 |
| 1500 | 21.496,933 | 19.380,724 | 17.589,787 |

A medida que aumenta la tasa de conveniencia, menor es el valor de la oportunidad de explotar de la pesquería así como el precio crítico. Este resultado es consecuencia de que, al ser mayor la tasa de conveniencia, la tasa esperada de crecimiento del precio del recurso es menor y, por lo tanto, menor será la apreciación esperada en el valor de la oportunidad de explotación pesquera. En el límite, cuando $k \to \infty$ el valor de la explotación tiende a cero, $v \to 0$, y el precio crítico tiende a los costes, $\widehat{s} \to c(X)$.
Nótese que un aumento en la tasa de conveniencia se correspondería con unas expectativas de escasez del recurso mayores, y ya se ha visto que el valor de la explotación se reduce al disminuir el nivel de stock. Este resultado se observa también en otro tipo de explotaciones (Cortazar, Schwartz y Löwener (1998)).

Tabla: Valor de la explotación y cambios en el tipo de interés real

| precio ($/tn) | $r=0,015$ ($\widehat{s}$=773,144) | $r=0,02$(caso base) ($\widehat{s}$=795,138) | $r=0,025$ ($\widehat{s}$=817,815) |
|---|---|---|---|
| 600 | 4.148,516 | 4.301,899 | 4.449,604 |
| 700 | 5.600,184 | 5.762,956 | 5.918,684 |
| 800 | 7.254,454 | 7.423,854 | 7.578,017 |
| 900 | 8.957,393 | 9.163,210 | 9.350,943 |
| 1000 | 10.652,712 | 10.886,551 | 11.102,048 |
| 1100 | 12.342,557 | 12.598,527 | 12.835,407 |
| 1200 | 14.028,340 | 14.302,166 | 14.555,899 |
| 1300 | 15.711,030 | 15.999,520 | 16.266,793 |
| 1400 | 17.391,312 | 17.692,028 | 17.970,356 |
| 1500 | 19.069,683 | 19.380,724 | 19.668,207 |

Aumentos en el tipo de interés libre de riesgo conllevan incrementos en el valor de la oportunidad de explotación (veasé, también, Cortazar y Schwartz (1993)) de la pesquería e incrementos en el precio crítico. Esto implica que, si bien el valor de las opciones de explotación pesquera se incrementan, dichas opciones se reducen, esto es, menores son las oportunidades de explotación pesquera.

Al objeto de comprender mejor el resultado anterior, piénsese que el valor presente de los costes necesarios para acomenter la explotación pesquera es $c(X)e^{-rt}$, mientras que el valor presente de la oportunidad de la inversión es $ve^{-kt}$, (recuérdese que $k=\mu_y-\mu$; McDonald y Siegel, (1984), Lund y $\phi$ksendal (1991)); por tanto, siendo $k$ fija, un incremento en el tipo de interés real reduce los costes pero no los pagos, lo que implica incrementos en el valor de explotación.

Además, nótese que un mayor tipo de interés real también lleva asociado una tasa esperada de crecimiento del precio del recurso mayor y, con ella, una mayor apreciación esperada en el valor de la oportunidad de explotación.

Para los tres parámetros analizados, mayores valores de la oportunidad de explotación de la pesquería van asociados con menores oportunidades de explotación, al ser el precio crítico también mayor.

Tabla:Valor de la explotación y cambios en la varianza

| precio ($/tn) | $\sigma^2 = 0.04$ ($\widehat{s}$=706,448) | $\sigma^2 = 0.06$(caso base) ($\widehat{s}$=795,138) | $\sigma^2 = 0.08$ ($\widehat{s}$=877,192) |
|---|---|---|---|
| 600 | 4.159,145 | 4.301,899 | 4.465,327 |
| 700 | 5.782,292 | 5.762.956 | 5.848,037 |
| 800 | 7.549,315 | 7.423,854 | 7.387,475 |
| 900 | 9.288,504 | 9.136,210 | 9.074,259 |
| 1000 | 11.009,194 | 10.886,551 | 10.796,443 |
| 1100 | 12.717,317 | 12.598,527 | 12.508,532 |
| 1200 | 14.416,578 | 14.302,166 | 14.213,052 |
| 1300 | 16.109,391 | 15.999,520 | 15.911,747 |
| 1400 | 17.797,394 | 17.692,028 | 17.605,868 |
| 1500 | 19.481,726 | 19.380,724 | 19.296,327 |

Finalmente, se observa que, cuando la pesquería permanece cerrada, a mayor incertidumbre mayor es el valor de explotar la pesquería, aunque menos numerosas las posibilidades de explotarla, ya que el precio crítico es mayor. Sin embargo, una vez que se inicia la actividad pesquera, mayor incertidumbre implica que el valor de la pesquería es ahora menor, ya que el valor de la opción de cierre es menor cuanta mayor incertidumbre introducida.

# 6. El valor de la oportunidad de invertir en una pesquería.

Se ilustra a continuación la naturaleza de la solución del modelo de valoración de la oportunidad de invertir en una pesquería. Para ello, se toman los datos de la pesquería "Pacific Yellowfin Tuna" presentada anteriormente, y se sigue adoptando el modelo de Schaefer. Además de los parámetros ya especificados, se necesita conocer el valor de $I$, que recoge la inversión total en la pesquería (valor de la flota). Para determinar este parámetro se toma el valor de la flota que opera en el caladero de "South Pacific Yellowfin Tuna",.(Wesney, Waugh (1989)). El número de barcos que componen la flota es de 28 con un valor de mercado de 1.000.000 \$ por barco, así, pues, el valor de la inversión $I$ = 28.000.000 \$. Dada la evidencia empírica de que esta flota captura 135.000 toneladas, se ilustran dos posibles situaciones; de una parte, aquélla que corresponde al caso de desarrollo sostenible y, de otra, aquélla en la que se lleva a cabo una política de capturas de 135.000 toneladas hasta que el stock alcance el nivel correspondiente al estado estacionario.

### 6.1. El caso general.

Al igual que se procede en la ilustración numérica de la valoración de la oportunidad de explotar una pesquería, dado que el modelo general no tiene una solución analítica, se hace uso del método numérico de las diferencias finitas. Supóngase que el nivel de stock es de 200.000 toneladas, los valores expresados en dólares por tonelada capturada son los siguientes:

| precio($\$/tn$) | $X = 200.000$ |
|---|---|
| 600 | 98,863 |
| 700 | 132,441 |
| 800 | 331,125 |
| 900 | 442,875 |
| 1000 | 554,625 |
| 1100 | 666,376 |
| 1200 | 778,128 |
| 1300 | 889,880 |
| 1400 | 1001,633 |
| 1500 | 1113,386 |
| precio crítico, $s^*$ | 724,415 |
| $F(X)$ | 104.000 |
| costes, $c(X)$ | 375,939 |
| ratio, $\widehat{s}/c(X)$ | 1.9269498 |

Nótese que los valores obtenidos son incluso menores que los precios debido a que la política de capturas que se está llevando a cabo en este marco es muy agresiva. Piénsese que el stock del recurso se encuentra en el tramo decreciente de la función de crecimiento, donde éste es inferior a la política propuesta y la valoración se está realizando de forma infinita, sin tener en cuenta que se trata de una situación transitoria hasta que el stock alcance el nivel correspondiente al óptimo.

### 6.2. El caso en que se captura el crecimiento vegetativo.

Los valores que se muestran en la tabla siguiente se obtienen como resultado de aplicar la formula de valoración (3.2), teniendo en cuenta (3.5). Por otra parte, la regla óptima de inversión $s*$ se deriva resolviendo numéricamente la ecuación no lineal (3.6). Los valores se expresan en dólares por tonelada capturada.

| precio($\$/tn$) | $X = 175000$ |
|---|---|
| 600 | 4.184,758 |
| 700 | 5.606,030 |
| 800 | 7.221,956 |
| 900 | 8.958.081 |
| 1000 | 10.681,422 |
| 1100 | 12.393,398 |
| 1200 | 14.097,037 |
| 1300 | 15.794,391 |
| 1400 | 17.486,899 |
| 1500 | 19.175,5957 |
| precio crítico, $s^*$ | 817,38 |
| $F(X)$ | 136.500 |
| costes, $c(X)$ | 375,939 |
| ratio, $\widehat{s}/c(X)$ | 2,1742357 |

De la ilustración numérica se desprende que, para el caso particular de desarrollo sostenible, el valor de la oportunidad de invertir en una pesquería es siempre menor que el valor de la misma (compárese con la tabla obtenida para la misma). Nótese que de suceder lo contrario, el coste de oportunidad de invertir sería mayor que el valor de la propia inversión lo cual reduciría las oportunidades de inversión. Por otro lado, el precio crítico que determina la regla óptima de inversión, $s^*$ es mayor que el precio crítico de la regla óptima de explotación, $\widehat{s}$; lo cual es coherente con la inclusión ahora de los costes de inversión necesarios $I$, de manera que para que se lleve a cabo la inversión en una pesquería, el precio deberá cubrir no sólo los costes medios de explotación sino también los de inversión. Para el caso general, puede comprobarse que estos resultados se mantienen.

## 7. Conclusiones.

En este trabajo se ha extendido la Teoría de las Opciones Reales a la valoración de la oportunidad de invertir en un recurso natural renovable: una pesquería. La utilización de esta Teoría se prefiere a los métodos tradicionales de descuento, puesto que se trata de un activo cuyos flujos de caja dependen de una variable altamente volátil, el precio del recurso pesquero y además, los costes necesarios de inversión en una pesquería son irreversibles; los inversores/gestores pueden reaccionar ante las condiciones adversas que puedan producirse retrasando temporal o definitivamente la inversión en una pesquería. En el análisis desarrollado se ha visto la necesidad de combinar la teoría de las Opciones Reales con un modelo de equilibrio general en el mercado, pero también se podría llevar a cabo la valoración adoptando el supuesto de que existe un mercado de futuros sobre el activo subyacente.

La solución del modelo general de valoración de la oportunidad de invertir en una pesquería viene dada por un conjunto de ecuaciones diferenciales y sus respectivas condiciones de contorno. En general, no existe una solución analítica para este modelo. Es por ello que se analiza un caso particular (cuando las capturas se llevan a cabo bajo una base sostenible) en que sí es posible obtener una solución analítica, que es función del precio y del stock del recurso pesquero entre otras variables.

Además, no sólo se lleva a cabo dicha valoración, sino también se determina las política óptima de inversión en la pesquería. En particular, para el caso de desarrollo sostenible es posible encontrar una expresión para la política óptima de inversión (precio crítico de inversión).

Los principales resultados que se desprenden del ejemplo numérico analizado en el trabajo muestran que, el valor de explotar la pesquería, tanto en el caso de desarrollo sostenible como en el caso general, es mayor cuanto mayor sea el nivel de stock a lo largo del tramo creciente de la función de crecimiento. Sin embargo, en el tramo decreciente la situación biológica del stock del recurso incide de manera diferente en el valor de la pesquería para ambos casos. Por una parte, en el caso de desarrollo sostenible, aunque la pesquería se encuentre en el tramo decreciente, los niveles de stock son estables y sostenibles por construcción y están asociados a bajos costes unitarios, luego cuanto mayor sea el stock mayor será el valor de la pesquería (tal y como sucede en el tramo creciente). Sin embargo, en el caso general este resultado no se mantiene, sino que surge un nuevo término (dependiente de la función de crecimiento) que minora el valor de la pesquería en el tramo decreciente a medida que aumenta el nivel del stock. En cuanto al precio del recurso, en ambos casos, unos mayores precios llevan asociados un mayor valor de la pesquería. Del análisis de sensibilidad en el caso de desarrollo sostenible se desprende que el valor de la pesquería será mayor cuanto menores sean el impuesto sobre dicho valor y la tasa de conveniencia de poseer físicamente el recurso, así como cuanto mayor sea el tipo de interés real. Cuando la pesquería permanece cerrada, cuanto mayor sea la varianza mayor será el valor; sin embargo, una vez iniciada la actividad, a mayor varianza menor valor de la pesquería.

Finalmente, cabe señalar que el valor de la oportunidad de invertir en la pesquería es menor que el valor de explotarla, así como que el precio crítico que determina la regla óptima de inversión es mayor que el precio crítico de la regla óptima de explotación, lo cual es resultado de introducir en el modelo los costes fijos de inversión necesarios.

## References


[1] Brennan, M.J., Schwartz, E.S.: "Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis". Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. XIII, No. 3, September 1978.

[2] Brennan, M.J., Schwartz, E.S.:"Evaluating Natural Resource Investments". Journal of Business. Vol. 58, No. 2. 1985.

[3] Conrad, J.M., Clark, C.V.: "Natural Resource Economics". Cambridge University Press, 1987

[4] Cortazar, G., Schwartz, E.S.: "A Compound Option Model of Production and Intermediate Inventories". Journal of Business. Vol. 66, No.4. 1993.

[5] Cortazar, G., Schwartz, E.S., Salinas, M.: "Evaluating Environmental Investments: A Real Options Approach". Management Science.Vol. 44, No. 8, August 1998.

[6] Cortazar, G., Schwartz, E.S., Löwener, A.: "Optimal Investment and Production Decisions and The Value Of The Firm". Mimeo, presentado en el French Finance Association Annual Meeting 1998.

[7] Courtadon, G.: "A More Accurate Finite Difference Approximation for the Valuation of Options". Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. XVII, No.5, December 1982.

[8] Geske, R., Shastri, K.: "Valuation by Approximation: A Comparison of Alternative Option Valuation Techniques". Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 20, No. 1, March 1985.

[9] Hull, J., White, A.: " Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method". Journal of Financial and Quantitative Analysis, 25. March 1990.

[10] Hull, J.: "Options, Futures and Other Derivative Securities". Prentice-Hall, Inc. Third edition. 1997.

[11] Lund, D., ∅Ksendal, B.: "Stochastic Models and Option Values. Applications to Resources, Environment and Investment Problems". North-Holland. 1991.

[12] Majd, S., Pindyck, R.S.: "Time to Build, Option Value, and Investment Decisions". Journal of Financial Economics 18, 1987.

[13] McDonald, R.L., Siegel, D.R.: "Option Pricing When the Underlying Asset Earns a Below-Equilibrium Rate of Return: A Note". The Journal of Finance. Vol.XXXIX, No. 1, March 1984.

[14] McDonald, R.L., Siegel, D.R.: "Investment and the Valuation of Firms when there is an Option to Shut Down". International Economic Review. Vol. 26, No. 2, June 1985.

[15] McDonald, R.L., Siegel, D.R.: "The Value of Waiting to Invest". The Quarterly Journal of Economics. Vol. CI, No. 4. November 1986.

[16] Morck, R., Schwartz, E., Stangeland, D.: "The Valuation of Forestry Resources under Stochastic Prices and Inventories". Journal of Financial and Quantitative Analysis.Vol. 24, No. 4. December 1989.

[17] Pindyck, R. S.: "Irreversibility, Uncertainty, and Investment". Journal of Economic Literature. Vol XXIX, September 1991.

[18] Romero, C.: "Economía de los recursos ambientales y naturales". Alianza Economía. 1994.

[19] Schaefer, M.B.: "Some Considerations of Population Dynamics and Economics in Relation to the Management of Marine Fisheries". Journal of Fisheries Research Board of Canada. Vol. 14, No. 5. 1957.

[20] Schwartz, E.S.: "The Valuation of Warrants: Implementing A New Approach". Journal of Financial Economics 4.1977.

[21] Teisberg, E.O.: "An Option Valuation Analysis of Investment Choices by a Regulated Firm". Management Science. Vol. 40, No. 4, April 1994.

[22] Waugh, Geoffrey.: "Development, Economics and Fishing Rights in the South Pacific Tuna Fishery". P.A. Neher et al. (eds.), Rights Based Fishing, 153-181. 1989 by Kluwer Academic Publishers.

[23] Wesney, D.: " Applied Fisheries Management Plans: Individual Transferable Quotas and Input Controls". P.A. Neher et al. (eds.), Rights Based Fishing, 323-348. 1989 by Kluwer Academic Publishers.