



Trabajo de Fin de Grado
Grado en Física

Física de colisiones de iones pesados

Plasma de quarks y gluones

Autor:
Adrián Meléndez Lorenzo
Director:
Manuel Ángel Valle Basagoiti

© 2022, Adrián Meléndez Lorenzo

Leioa, 21 de junio de 2022

Índice

1. Introducción	1
1.1. Historia y situación actual	1
1.2. Fenomenología básica de las colisiones de iones pesados	2
1.3. Razones para estudiar la física de colisiones de iones pesados	3
2. Cromodinámica Cuántica (QCD)	5
2.1. Teoría Gauge No Abelian: Yang-Mills	5
2.2. Origen del campo de color	8
2.3. Libertad asintótica	9
3. Fenomenología de las colisiones de iones pesados	11
3.1. Detalles generales	11
3.2. Los dos observables más importantes	12
3.2.1. Flujo elíptico	13
3.2.2. Supresión de jets	16
3.3. Otros observables	18
3.3.1. Escalado del número de quarks constituyentes	18
3.3.2. Aumento de la extrañeza	19
3.3.3. Producción de quarkonia	19
4. Hidrodinámica relativista aplicada a colisiones de iones pesados	20
4.1. Conceptos básicos	20
4.2. Termodinámica	21
4.3. Ecuaciones de la hidrodinámica relativista	23
4.4. Expansión hidrodinámica	26
4.5. Espectro de partículas y anisotropías	29
5. Conclusiones y líneas futuras	35
Bibliografía	36

1. Introducción

En este capítulo se presenta la idea básica de la colisión de iones pesados, sus aplicaciones y los experimentos realizados hasta el momento en este área. Además, se ofrece un breve resumen sobre la situación actual de la investigación en esta materia y se enumeran algunas ideas fundamentales que se explican en los próximos capítulos.

1.1. Historia y situación actual

La aceptación de la teoría de la Relatividad Especial combinada con la Electrodinámica Clásica y los avances que se produjeron en Mecánica Cuántica al final de la década de los 20 dio lugar al desarrollo de lo que hoy en día se conoce como Electrodinámica Cuántica (QED). Esta es la más simple de las teorías cuánticas de campos relativistas y posteriormente se desarrollaron teorías similares para explicar las interacciones nucleares.

Por un lado, se estudió la fuerza nuclear débil. El trabajo de S. Glashow, A. Salam y S. Weinberg en este área dio lugar a lo que se conoce como teoría electrodébil, que unifica las interacciones electromagnética y nuclear débil. Por sus contribuciones a esta teoría se les otorgó en 1979 el premio Nobel de Física.

Por otro lado, la fuerza nuclear fuerte planteó más dificultades hasta que se obtuvo lo que hoy en día se denomina Cromodinámica Cuántica (QCD). Esta teoría presenta una serie de similitudes con QED pero a su vez grandes diferencias que justifican conceptos como el *confinamiento del color* o la *libertad asintótica*. Actualmente, se realizan numerosos experimentos con el objetivo de estudiar la materia a alta temperatura, el diagrama de fases de QCD y la naturaleza del plasma de quarks y gluones.

Entre estos experimentos, la mayor parte se realizan en aceleradores de partículas, puesto que es necesaria una alta energía para obtener información sobre la materia a pequeña escala. Destacan los experimentos de “scattering”, que consisten en acelerar una o varias partículas para hacerlas colisionar y posteriormente analizar el resultado mediante numerosos detectores. Si en vez de acelerar partículas fundamentales, como pueden ser protones (scattering pp), se hacen colisionar iones de átomos pesados como pueden ser el Au o el Pb, lo que se obtienen son colisiones de iones pesados. Este tipo de experimentos se realizan actualmente en el Colisionador Relativista de Iones Pesados (RHIC) en Nueva York o en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) del CERN en Suiza. Las energías que se utilizan en el LHC son de mayor magnitud que las de RHIC y eso permite obtener datos a distintas escalas y compararlos entre sí [1].

1.2. Fenomenología básica de las colisiones de iones pesados

Los experimentos de colisiones de iones pesados consisten en acelerar los iones hasta velocidades cercanas a la velocidad de la luz, c , para hacerlos colisionar y posteriormente estudiar la colisión a partir de las partículas resultantes en el estado final. Este procedimiento es similar en todos los experimentos que se realizan en los grandes aceleradores y requiere una gran cantidad de sensores para obtener la mayor información posible.

Teniendo en cuenta que se alcanzan velocidades cercanas a c será necesario aplicar conceptos de relatividad especial. En primer lugar la contracción de Lorentz. En el sistema de referencia del laboratorio lo que se observan son ambos átomos contraídos en forma de discos acercándose el uno al otro. Estos discos contienen quarks y antiquarks, las partículas fundamentales que forman los protones y neutrones, y gluones, mediadores de la interacción fuerte. Por tanto, estos átomos son conjuntos de partículas muy complejos y cuya densidad dentro de los mismos puede variar de evento a evento. Cuando estos discos colisionan, la mayoría de partones; esto es, tanto quarks como gluones, interaccionan fuertemente. La energía de la interacción fuerte origina campos de color, propios de QCD, que decaen y dan lugar a la aparición de pares quark-antiquark ($q\bar{q}$) y gluones. Las nuevas partículas salen en unas direcciones determinadas que dependen de la centralidad de la colisión (separación entre los centros de cada átomo) y de las densidades iniciales de cada uno de los átomos. Estas direcciones y sus respectivas partículas se denominan *jets* y es lo que se puede estudiar en el estado final. La Figura 1.1 muestra el proceso de la colisión. Un ejemplo de los *jets* se puede ver en la Figura 1.2.

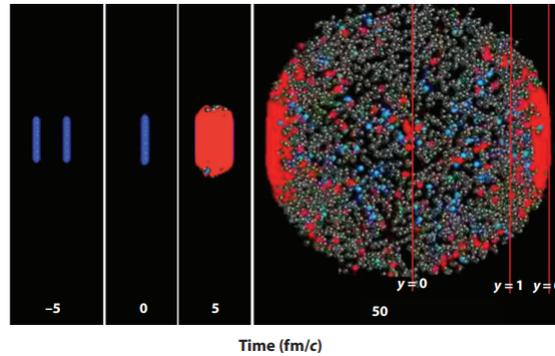


Figura 1.1: Colisión PbPb con energía en el centro de masas (CM) $\sqrt{s} = 2,76$ GeV. La variable $y = \text{arctanh}(\frac{v}{c})$ se denomina rapidez en relatividad especial [2].

Además, en este tipo de colisiones se genera una gran cantidad de entropía y los partones producidos no pueden ser descritos como una colección de partículas individuales. De hecho, en la zona de mayor densidad de energía estas partículas quedan lejos de ser independientes. Están fuertemente acopladas y forman un medio que se expande y fluye siguiendo las leyes de la hidrodinámica relativista. Este fluido presenta la relación viscosidad-entropía, $\frac{\eta}{s}$, más baja que se conoce y por eso se le suele denominar como el fluido perfecto. Esta forma de la materia se denomina plasma de quarks y gluones (QGP). Para analizar el comportamiento de este fluido y de la gran cantidad de partículas producidas serán necesarias tanto la termodinámica como la física estadística.

El proceso total se puede entender como la formación de un elemento de volumen de

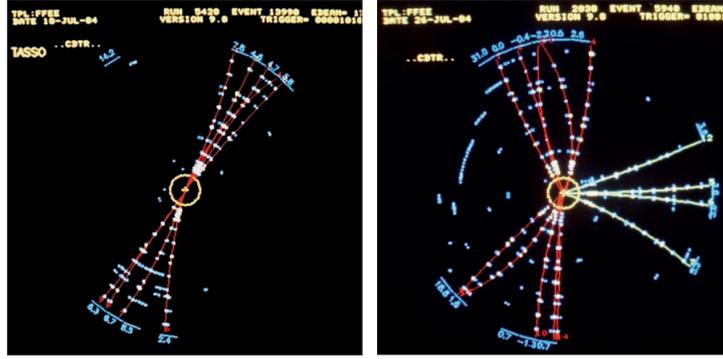


Figura 1.2: Ejemplo de un resultado final con 2 jets, a la izquierda, y 3 jets, a la derecha, de un experimento de DESY [3].

QGP en cada instante de tiempo, a medida que el solapamiento entre ambos núcleos es mayor. Después, el QGP se expande en todas direcciones como un fluido hasta que la densidad de energía en un punto de este se vuelve menor que la de un hadrón; esto es, una partícula formada por quarks, y por tanto se produce la hadronización, pasando de fluido a producción de partículas. El proceso intermedio es complejo y se suele describir mediante hidrodinámica relativista.. Además, las colisiones no siempre son centrales, sino que los centros de los átomos iniciales pueden estar separados una distancia b , parámetro de impacto, que variará entre eventos. Esto implica unas condiciones iniciales distintas para la expansión de QGP y por tanto, más dificultades.

El análisis del QGP se realiza principalmente mediante 2 factores. En primer lugar, el *flujo elíptico*, que está relacionado con la no centralidad de las colisiones y da una idea sobre las presiones iniciales que aparecen en la gota de fluido y en cómo este se expande antes del proceso de hadronización. El segundo es el denominado *supresión de jets*, el cual hace referencia a los efectos que sufren los jets de las partículas que no proceden del QGP al pasar a través de él. Esto otorga una gran información sobre las propiedades del medio y sobre QCD en un sector en el que la teoría de perturbaciones no es aplicable. Además, confirma si se ha producido o no QGP en la colisión.

1.3. Razones para estudiar la física de colisiones de iones pesados

La principal razón para seguir estudiando este tipo de experimentos es que permiten obtener un conocimiento más profundo y completo sobre la producción de partículas y por tanto, sobre QCD. Sin embargo, esto no se resume sólo en mejorar la teoría matemática sino que tiene más aplicaciones.

Por un lado, tiene una aplicación directa a la cosmología. El fluido que se forma en este tipo de experimentos, QGP, se cree que tiene mucha similitud con la materia que dio lugar al Big Bang. Por eso, muchas veces se hace referencia al QGP como “Little Bang”, en ambos casos las fluctuaciones iniciales cuánticas dan lugar a fluctuaciones y anisotropías en el estado final macroscópico. Por tanto, entender la expansión del QGP está directamente relacionado con entender la expansión del universo. De hecho, uno de los descubrimientos más importantes gracias al análisis de estos experimentos fue ver que la

materia a muy alta temperatura no se comporta como partículas independientes sino como un fluido con partículas fuertemente acopladas, lo que indica que el estado primordial del universo debió ser también así. Cuanta mas información tengamos del QGP, más detalles podremos extrapolar a la cosmología.

Por otro lado, permite estudiar y conocer el diagrama de fases de QCD. En la Figura 1.3 podemos ver una comparación entre el diagrama de fases del agua y el de QCD [4]. Aunque QCD sea más complejo, el diagrama de fases se espera que siga presentando las características principales: una curva de transición de fase de primer orden y un punto crítico a partir del cual las dos fases dejan de diferenciarse. En vez de representar las fases en función de la presión y la temperatura, en este caso se utilizan la temperatura y el potencial químico bariónico. Este potencial químico está relacionado con el número de bariones totales; estos son, las partículas formadas por 3 quarks, como los protones. Este diagrama de fases no se conoce totalmente pero se espera que sea de esta forma. Los experimentos de colisiones de iones pesados permitirían obtener mayor conocimiento sobre él. Hasta el momento los conocimientos obtenidos proceden mayoritariamente de los cálculos que se realizan en lo que se conoce como *lattice QCD*, en la que el espacio-tiempo de 4 dimensiones se separa en puntos dentro de una rejilla de separación muy pequeña y esto permite resolver ciertos problemas numéricamente.

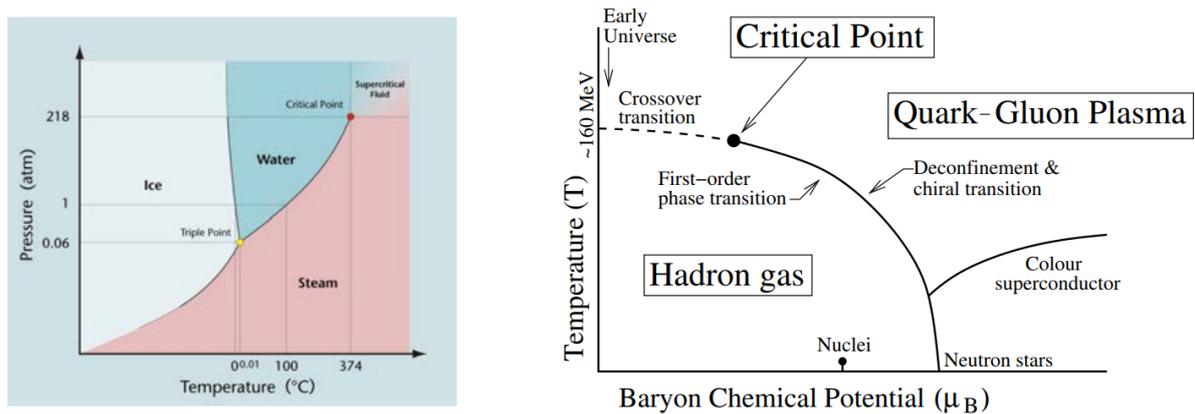


Figura 1.3: Diagrama de fases del agua, a la izquierda, y diagrama de fases de QCD, a la derecha [4].

En resumen, el análisis de los experimentos de colisiones de iones pesados, y en consecuencia de QGP, puede aportar un conocimiento más profundo tanto de QCD, las interacciones fuertes y la producción de partículas como del primer estado del universo previo al Big Bang y su posterior expansión. Además, en QCD, las partículas a altas energías interactúan débilmente debido a lo que se conoce como *libertad asintótica*, pero en el QGP se ve que cada elemento del volumen del fluido está fuertemente acoplado, de ahí su viscosidad. Por tanto, el estudio de QGP y QCD permitirá entender el comportamiento de la materia compleja a escala cuántica. Estos experimentos constituyen la mejor forma de comprobar las predicciones de QCD a alta temperatura actualmente. Así como de recrear un régimen extremo que se produjo en el pasado cosmológico.

En este trabajo, se explicarán los fundamentos de QCD como teoría de campos, la fenomenología de los experimentos de colisiones de iones pesados, incluyendo un análisis de los observables más importantes; y una breve introducción a la hidrodinámica relativista y su aplicación a este tipo de experimentos.

2. Cromodinámica Cuántica (QCD)

En este capítulo se hace una introducción a los orígenes de la Cromodinámica Cuántica. Para ello, se presenta un breve resumen de las teorías gauge no abelianas de Yang-Mills. Además, se explica la necesidad de la introducción de la carga de color y los conceptos de *libertad asintótica* y *confinamiento del color* [5]. A partir de aquí se utilizan unidades naturales.

2.1. Teoría Gauge No Abeliana: Yang-Mills

El origen de la teoría de campos que respalda QCD¹ proviene de una idea desarrollada por los físicos C.N. Yang y R. Mills [6]. La base de su idea fue mantener la simetría de los campos ante transformaciones generales dependientes del punto del espacio-tiempo, este tipo de transformaciones se denominan transformaciones *gauge* locales. Este tipo de transformaciones forma lo que se denomina un grupo de simetría, exactamente $SU(N)$. También existen transformaciones *gauge* globales, que no dependen del punto. Usualmente se utiliza el término transformación *gauge* para referirse a las locales. En teoría de grupos, $SU(N)$ es el grupo formado por matrices U de dimensiones $N \times N$ que cumplen:

- i) Son unitarias: $UU^\dagger = 1$
- ii) Tienen determinante unidad: $\det U = 1$

Sea $\varphi(x) = \{\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_N(x)\}^2$ un campo escalar complejo de N componentes, se puede ver que este campo se transforma ante los diferentes elementos del grupo $SU(N)$ de la forma $\varphi \rightarrow U\varphi$ y su correspondiente adjunto como $\varphi^\dagger \rightarrow \varphi^\dagger U^\dagger$. Esto implica que si las transformaciones no depende del punto, si son globales, las combinaciones siguientes cambian de la forma:

$$\varphi^\dagger \varphi \rightarrow \varphi^\dagger U^\dagger U \varphi = \varphi^\dagger \varphi \quad (2.2)$$

$$\partial\varphi^\dagger \partial\varphi \rightarrow \partial(\varphi^\dagger U^\dagger) \partial(U\varphi) = \partial\varphi^\dagger U^\dagger U \partial\varphi = \partial\varphi^\dagger \partial\varphi \quad (2.3)$$

En la ecuación (2.3) se ha utilizado el hecho de que las transformaciones U no dependen del punto y por tanto se pueden sacar de la derivada. Esto significa que $\varphi^\dagger \varphi$ y $\partial\varphi^\dagger \partial\varphi$ son invariantes ante transformaciones del grupo $SU(N)$. Por tanto se puede definir una densidad lagrangiana invariante ante este tipo de transformaciones de la forma:

$$\mathcal{L} = \partial\varphi^\dagger \partial\varphi - V(\varphi^\dagger \varphi) \quad (2.4)$$

para cualquier V de forma polinómica.

Es aquí dónde aparece la idea de Yang y Mills, en 1954 deciden investigar qué ocurre si este tipo de transformaciones sí dependen del punto; es decir, $U = U(x)$. Claramente

¹Las siglas en inglés de “Quantum Chromodynamics”.

²La etiqueta x se refiere a las coordenadas espacio-temporales de un punto en 4 dimensiones.

la ecuación (2.2) sigue siendo válida y $\varphi^\dagger\varphi$ sigue siendo invariante pero no se puede decir lo mismo del término $\partial\varphi^\dagger\partial\varphi$, dado que

$$\partial_\mu\varphi \longrightarrow \partial_\mu(U\varphi) = (\partial_\mu U)\varphi + U\partial_\mu\varphi = U [\partial_\mu\varphi + (U^\dagger\partial_\mu U)\varphi] \quad (2.5)$$

Aquí μ denota un índice de Lorentz³ que se refiere a las coordenadas espacio-temporales, de 0 a 3. Al permitir que la transformación dependa del punto aparece un segundo sumando que rompe la invariancia. El objetivo es mantener esta simetría así que para ello se define la *derivada covariante*, D_μ , que actúa de la forma:

$$D_\mu\varphi(x) = \partial_\mu\varphi(x) - iA_\mu(x)\varphi(x) \quad (2.6)$$

donde $A_\mu(x)$ se llama *campo gauge* y debe transformarse tal que $D_\mu\varphi(x)$ se transforme igual que lo hacía $\partial_\mu\varphi(x)$ en el primer caso; esto es, $D_\mu\varphi(x) \longrightarrow U(D_\mu\varphi(x))$. Si esto se cumple entonces $[D_\mu\varphi(x)]^\dagger D^\mu\varphi(x) \longrightarrow [D_\mu\varphi(x)]^\dagger D^\mu\varphi(x)$. Por tanto, el término $[D_\mu\varphi(x)]^\dagger D^\mu\varphi(x)$ será invariante y podrá incluirse en la densidad lagrangiana. Para mantener la invariancia, A_μ debe transformarse como

$$A_\mu \longrightarrow UA_\mu U^\dagger - i(\partial_\mu U)U^\dagger = UA_\mu U^\dagger + iU\partial_\mu U^\dagger \quad (2.7)$$

El campo A_μ se denomina campo gauge no abeliano y la ecuación (2.7) se conoce como transformación gauge no abeliana.

Los elementos del grupo $SU(N)$ se pueden definir en un entorno de la unidad como

$$U = e^{i\theta^a T^a} \quad (2.8)$$

donde T^a son matrices hermíticas, $(T^a)^\dagger = T^a$, y se denominan los generadores del grupo. El índice a se llama índice de grupo y puede valer $a = 1, \dots, \dim(\mathcal{G})$. Las matrices $\{T^a\}$ generan el álgebra de Lie del grupo. Además, se cumple que

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad (2.9)$$

donde f^{abc} se llaman constantes de estructura y caracterizan al grupo.

Ahora se puede reescribir la ecuación (2.7) aplicando la ecuación (2.8) en su forma infinitesimal; esto es, $U \approx 1 + i\theta^a T^a$ y se obtiene

$$A_\mu \longrightarrow A_\mu + i\theta^a [T^a, A_\mu] + \partial_\mu\theta^a T^a \quad (2.10)$$

Se puede descomponer también A_μ en sus componentes; es decir, $A_\mu = A_\mu^a T^a$. Habrá tantas de estas componentes como generadores del grupo; esto es, 3 en $SU(2)$, 8 en $SU(3)$ y en general, $N^2 - 1$ en $SU(N)$. Estos campos se transforman como

$$A_\mu^a \longrightarrow A_\mu^a - f^{abc}\theta^b A_\mu^c + \partial_\mu\theta^a \quad (2.11)$$

Si hay un único generador y la transformación es $U = e^{i\theta(x)}$ se tiene el grupo $U(1)$. En este grupo las expresiones se simplifican y A_μ se convierte en el campo gauge abeliano típico de la electrodinámica. Por eso, de forma general para $SU(N)$ se dice que es una teoría gauge no abeliana.

³Los índices de Lorentz se pueden subir y bajar aplicando la métrica $\eta_{\mu\nu}$ típica del espacio de Minkowski con la signatura $(+, -, -, -)$.

En general, se llama transformación gauge a una transformación U que depende de las coordenadas. Una cantidad invariante ante este tipo de transformaciones se denomina invariante gauge. Por ejemplo, la densidad lagrangiana definida por la ecuación (2.12) es invariante gauge por el desarrollo realizado anteriormente.

$$\mathcal{L} = (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) - V(\varphi^\dagger \varphi) \quad (2.12)$$

En el próximo paso, se hace analogía con la electrodinámica, el grupo $U(1)$, donde el comportamiento del campo electromagnético se incluye en el tensor electromagnético $F_{\mu\nu}$ y se añade en la densidad lagrangiana el término de Maxwell, $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$. Será necesario obtener un término similar para $SU(N)$. Esta labor la realizaron Yang y Mills mediante prueba y error, obteniendo

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - i[A_\mu, A_\nu] \quad (2.13)$$

que también se puede descomponer en sus componentes, $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a$, que cumplen

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.14)$$

A diferencia del campo A_μ , este tensor se transforma de forma homogénea:

$$F_{\mu\nu} \longrightarrow U F_{\mu\nu} U^\dagger \quad (2.15)$$

por lo que el término análogo al término de Maxwell se puede escribir directamente como

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2g^2} \text{tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.16)$$

donde g es la *constante de acoplo*, que es única y en 4 dimensiones es un número puro. El símbolo “tr” significa la traza sobre las matrices. La normalización que se suele utilizar en física es $\text{tr} T^a T^b = \frac{1}{2} \delta^{ab}$ de tal forma que

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4g^2} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.17)$$

La teoría que describe esta densidad lagrangiana se conoce como teoría pura de Yang-Mills o teoría gauge no abeliana.

Recordando la ecuación (2.14) se puede observar que la densidad lagrangiana de la ecuación (2.17) tendrá:

- Un término cuadrático $\longrightarrow (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)^2$.
- Un término cúbico $\longrightarrow f^{abc} A^{b\mu} A^{c\nu} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)$.
- Un término cuártico $\longrightarrow (f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c)^2$

En electrodinámica, donde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, sólo está presente el término cuadrático y describe la propagación del fotón. En el caso no abeliano, este término describe la propagación de un bosón vectorial sin masa con índice interno a , este se denomina bosón gauge no abeliano o bosón de Yang-Mills. Sin embargo, los otros dos términos no aparecen en electrodinámica y describen la interacción de este bosón vectorial consigo mismo; es

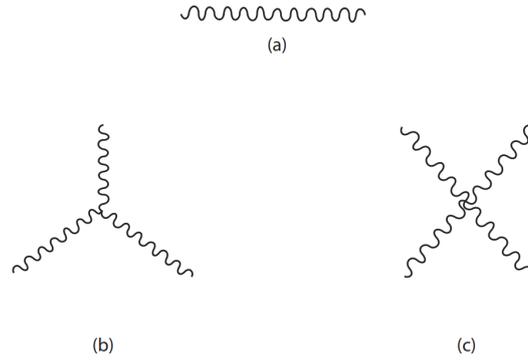


Figura 2.1: Diagramas de Feynman de a) la propagación del bosón de Yang-Mills, b) interacción entre 3 bosones y c) interacción entre 4 bosones [5].

decir, el fotón no interactúa consigo mismo pero el bosón de Yang-Mills sí. Estas interacciones se suelen representar mediante los diagramas de Feynman de la Figura 2.1. La física detrás de las interacciones propias entre bosones de Yang-Mills se puede entender de forma sencilla. En el caso de la electrodinámica, el fotón interactúa con partículas o campos con carga, pero él mismo no la tiene. La carga en este caso explica cómo se transforma el campo ante transformaciones gauge del grupo $U(1)$ de la electrodinámica. Esto significa que el análogo a la carga de un campo en una teoría gauge no abeliana es la representación a la que el campo pertenece. Los bosones de Yang-Mills interactúan con todos los campos que se transforman de manera no trivial bajo un grupo gauge, ecuación (2.7), pero como ellos mismos también se transforman de manera no trivial, entonces deben interactuar consigo mismos.

En resumen, en la teoría de Maxwell existe un único fotón que no interactúa con él mismo. En contraste, en la teoría de Yang-Mills las interacciones entre los bosones son altamente no triviales. Estas interacciones quedan totalmente descritas si se definen las constantes de estructura f^{abc} ; esto es, si se define el grupo gauge que define la simetría.

La Cromodinámica Cuántica se describe mediante un campo de Yang-Mills sobre el grupo de simetría $SU(3)$, donde los bosones gauge son los gluones. Existen 8 gluones, los cuales tienen carga de color, e interactúan entre ellos y con otros campos de color. Por tanto, así como el fotón es el bosón mediador de la interacción electromagnética, estos 8 gluones son los bosones mediadores de la interacción fuerte descrita por QCD.

2.2. Origen del campo de color

El modelo quark propone que existen quarks de 6 sabores: up, down, strange, charm, beauty y top, que se suelen denotar como u, d, s, c, b y t . De tal forma que los hadrones pueden ser descritos por combinaciones de quarks, por ejemplo, el protón está formado por 2 quarks up y uno down $\sim (uud)$ o el pión corresponde a $\sim (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$.

Sin embargo, había un conflicto entre el modelo quark y el principio de exclusión de Pauli que era necesario arreglar. Por este principio, la función de onda de 3 quarks debía ser antisimétrica ante el intercambio de 2 de ellos. La parte espacial y la parte de espín de la función de onda no eran suficiente para conseguir esto. Este problema se solventaba

añadiendo a los quarks un nuevo grado de libertad interno al que Gell-Mann denominó *color*. Un quark de un determinado sabor puede tener cualquiera de 3 colores posibles: rojo (r), verde (g) o azul (b). Con este nuevo de grado de libertad, para hacer la función de onda antisimétrica sólo será necesario hacer la parte de color antisimétrica; esto es:

$$\psi_{\text{color}} = \frac{1}{\sqrt{6}} [rgb + gbr + brg - grb - rbg - bgr] \quad (2.18)$$

Estos 3 colores dan lugar a la simetría $SU(3)$ de color en la que se basa QCD. El físico M. Gell-Mann estudió la simetría $SU(3)$ para el caso de sabor; es decir, estudió la simetría formada por los sabores de los quarks u, d y s , y obtuvo las *matrices de Gell-Mann*, una representación del grupo unitario especial $SU(3)$. Estas matrices son análogas a las matrices de Pauli de $SU(2)$. Al tener la misma simetría, estas matrices también son una representación de $SU(3)$ de color.

La principal prueba experimental de la existencia de 3 colores viene de los procesos de producción de hadrones en colisiones electrón-positrón.. Comparando las secciones eficaces de esta aniquilación a hadrones o a muones, el ratio será

$$R(E) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrones})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (2.19)$$

La dinámica de producción a partir de un fotón virtual en ambos casos es la misma, lo que da lugar a la cancelación de los factores de espacio de fase en los dos procesos, dejando únicamente el debido al color. Esto es porque el color aparece en la producción de hadrones pero no en la de muones, ya que los últimos no están formados por quarks y por tanto, no tienen color. Este factor se ha demostrado experimentalmente que se ajusta correctamente para un número de colores igual a 3 [7].

2.3. Libertad asintótica

Una pieza clave de QCD se descubrió en los experimentos de scattering inelástico de electrones sobre núcleos. Se descubrió que cuando se golpean fuertemente, a alta energía, los quarks del núcleo se comportan como si apenas interaccionasen entre ellos; es decir, como si fuesen libres. Pero al mismo tiempo, los quarks nunca se ven fuera del núcleo, por lo que parecen estar fuertemente acoplados entre ellos dentro del mismo, esto se denomina *confinamiento del color*. Este comportamiento que puede parecer contradictorio se puede explicar si la interacción fuerte tiende a 0 en el límite de alta energía (ultravioleta) y a infinito en el límite de baja energía (infrarrojo). Por tanto, los físicos teóricos tuvieron que buscar teorías que cumplieran estos límites, se denominan teorías libres asintóticamente. Finalmente Gross, Wilczek y Politzer descubrieron que la teoría de Yang-Mills descrita anteriormente es de hecho una teoría asintóticamente libre. Por tanto, la densidad lagrangiana que describe QCD (Yang-Mills + campos quark) será

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4g^2} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \bar{q}(i\gamma^\mu D_\mu - m)q \quad (2.20)$$

Esto encaja con el hecho de que los quarks llevan color. La transformación gauge no abeliana transformaría un quark de un color en uno de otro color. El grupo gauge es

$SU(3)$ con el campo quark q en la representación fundamental. Por tanto, $A_\mu = A_\mu^a T^a$, donde T^a ($a = 1, \dots, 8$) son matrices hermiticas sin traza 3×3 , por ejemplo las matrices de Gell-Mann. Esto es QCD, donde los bosones gauge no abelianos se denominan gluones y existen 8 tipos.

La libertad asintótica se describe matemáticamente en la ecuación que describe la evolución de la constante de acoplamiento, $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$, en función de la energía es

$$\alpha_s(Q) = \frac{\alpha_s(\mu)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} \left(11 - \frac{2}{3}n_f\right) \ln\left(\frac{|Q|^2}{\mu^2}\right)} \quad (2.21)$$

donde n_f es el número de sabores ($n_f \leq 6$). La ecuación (2.21) muestra explícitamente que $\alpha_s(Q) \rightarrow 0$ de forma logarítmica cuando $Q \rightarrow \infty$. Dicho comportamiento se muestra en la Figura 2.2. A los físicos David J. Gross, H. David Politzer y Frank Wilczek se les otorgó el Premio Nobel en 2004 por sus aportaciones al descubrimiento de la libertad asintótica [8] [9].

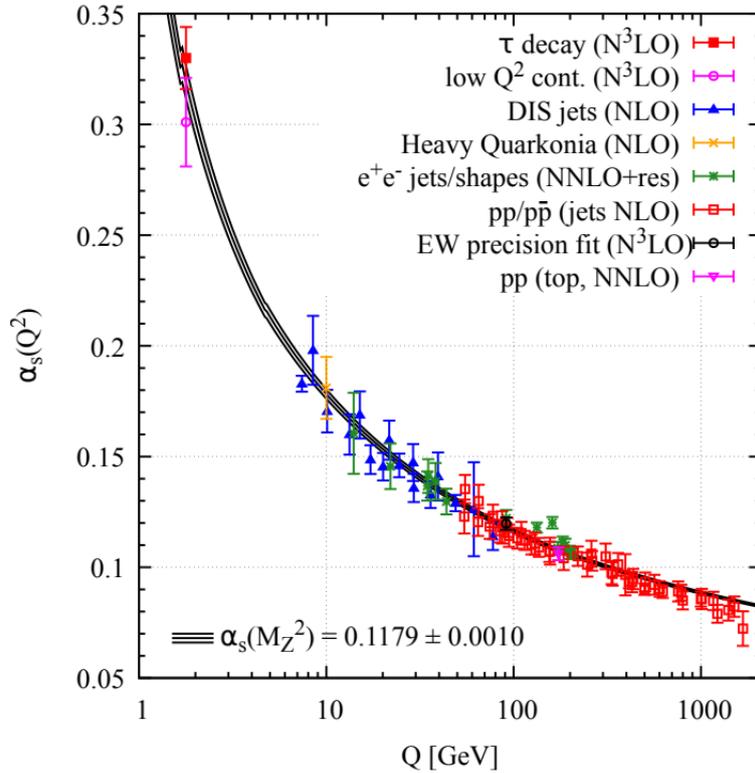


Figura 2.2: Resumen de las medidas de α_s como función de la escala de energía Q [10].

3. Fenomenología de las colisiones de iones pesados

En este capítulo se lleva a cabo una descripción detallada de los conceptos básicos de las colisiones de iones pesados. Se incluyen aspectos desde el fundamento teórico procedente de QCD hasta los observables más importantes a tener en cuenta en los experimentos [4].

3.1. Detalles generales

El principal objetivo de los experimentos de colisiones de iones pesados es crear y caracterizar un estado macroscópico de quarks y gluones desconfiados en equilibrio termodinámico local. Existen actualmente dos colisionadores en los que se han realizado estos experimentos. Estos son el *Relativistic Heavy-Ion Collider* (RHIC) en el Laboratorio Nacional de Brookhaven, colisiones AuAu, y el *Large Hadron Collider* (LHC) en el CERN, colisiones PbPb y pPb. Por un lado, el plasma de quarks y gluones (QGP) se descubrió en el RHIC, pero en el LHC es posible alcanzar energías mayores. Las energías alcanzables en los experimentos en RHIC son aproximadamente $\sqrt{s_{NN}} \approx 200$ GeV, mientras que en el LHC son $\sqrt{s_{NN}} \approx 2760$ GeV. Es esta combinación de los datos a diferentes niveles de energía la que permite obtener una mayor cantidad de información tanto del diagrama de fases de la materia fuertemente acoplada (QCD) como del comportamiento de QGP.

Una colisión relativista entre dos iones se cree que ocurre de la siguiente forma. En primer lugar, ambos núcleos acelerados sufrirán la contracción de Lorentz. Cada uno de los núcleos se puede imaginar como una nube de partones coherente; de hecho, esto se denomina un *colour-glass-condensate* (CGC). La colisión entonces se describe como una ruptura de dos CGC. La mayor parte de la energía cinética inicial se acumula en la zona central de la colisión, dando lugar a una “bola” de alta densidad de energía, esto es un estado de no equilibrio denominado *glasma*. A partir de este, tras una cantidad finita de tiempo propio (un fracción de $\frac{\text{fm}}{c}$) se produce la liberación de partones. Las numerosas colisiones entre partones dan lugar a un estado de termalización, alcanzando un equilibrio térmico local, denominado plasma de quarks y gluones (QGP). La definición formal dada por la colaboración STAR para el QGP es un estado de la materia que se encuentra localmente en equilibrio térmico en el cual los quarks y gluones se encuentran desacoplados de los hadrones por lo que se mueven en regiones mayores que las usuales. Debido a la cercanía al equilibrio térmico, la posterior evolución procede según la dinámica de fluidos relativistas imperfectos. Esto incluye expansión, enfriamiento y dilución. Finalmente, se produce la hadronización. Los hadrones producidos continúan colisionando tanto elásticamente, produciendo cambios en su energía-momento, como inelásticamente, alternando las cantidades presentes de cada tipo de hadrón. Cuando terminan los choques inelásticos, se dice que se ha alcanzado la congelación química. Cuando se detienen también los choques elásticos se dice que se ha alcanzado la congelación cinética. Tras esto, los hadrones comienzan a desacoplarse del sistema tras unos tiempos en torno a $10-15 \frac{\text{fm}}{c}$ y se

dirigen hacia los diferentes detectores. A partir de los datos recogidos por estos detectores es necesario reconstruir los procesos intermedios para saber si se ha formado QGP en la colisión o no y obtener sus características.

Actualmente existe un “modelo estándar” para estudiar las colisiones de iones pesados ultrarrelativistas y analizar los resultados experimentales. El estado inicial se construye mediante algún modelo que implemente el CGC, el más utilizado es el modelo Glauber [11]. Para el proceso de evolución intermedio se suele utilizar la teoría Müller-Israel-Stewart [12] [13] para fluidos relativistas imperfectos junto con una ecuación de estado de QCD. En la parte final de la evolución, se utiliza la ecuación de Boltzmann para cinética relativista [14]. El estado final está formado por miles de partículas cuyas características se pueden medir detalladamente para diferentes configuraciones iniciales. Se pueden variar la energía del centro de masas (CM) de la colisión, las centralidades de los núcleos, las (pseudo)rapideces o el momento transversal. Todo con el objetivo de conseguir un conocimiento cuantitativo de la termodinámica y propiedades de transporte del QGP; esto es, su ecuación de estado (EoS) y sus coeficientes de transporte: la viscosidad, la difusibilidad o la conductividad. El mayor problema en estos experimentos es la dificultad para conocer con exactitud el estado inicial en cada caso; es decir, hay numerosas fluctuaciones en las posiciones iniciales de los partones de cada núcleo de evento a evento dificultando así su análisis general.

3.2. Los dos observables más importantes

Entre los numerosas factores que se pueden medir en este tipo de experimentos destacan principalmente dos: el flujo elíptico y la supresión de jets. La observación de estos dos factores fue lo que permitió confirmar que en RHIC se había producido una gota de un fluido perfecto. Esto es porque según la definición de QGP para confirmar su existencia es necesario cumplir dos condiciones: i) los constituyentes de la materia deben ser quarks y gluones y ii) la materia debe haber alcanzado el equilibrio térmico (local). Los dos observables mencionados permiten comprobar si ambas condiciones se llegan o no a cumplir.

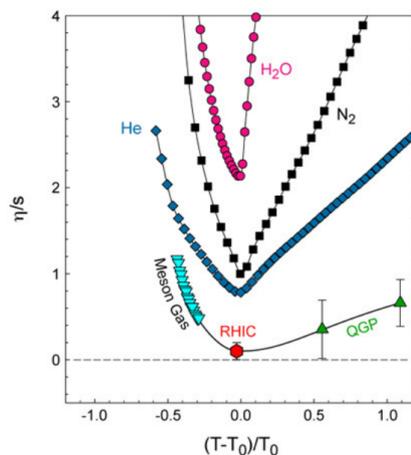


Figura 3.1: Ratio η/s para diferentes fluidos a diferentes temperaturas a presión constante. T_0 es la temperatura crítica de la transición de fase líquido-gas. La gota de fluido observada en el RHIC presenta el mínimo valor [4].

Antes de entrar en detalle sobre cada uno de los observables es necesario remarcar la característica de QGP de ser prácticamente un fluido perfecto. Cuando se comparan fluidos clásicos para ver cuál es más viscoso se utiliza la viscosidad cinética, η/ρ , donde η es la viscosidad y ρ la densidad de masa. Su análogo relativista es el ratio adimensional η/s , donde s es la densidad de entropía. La gota de fluido observada en el RHIC presenta el valor mínimo de este ratio observado hasta la fecha, comparada con otros fluidos en la Figura 3.1. Al igual que el resto de fluidos de la figura, el líquido formado en el RHIC y LHC se condensa en un gas, en este caso de hadrones.

3.2.1. Flujo elíptico

Como se ha mencionado anteriormente el flujo elíptico hace referencia a la no centralidad de las colisiones. Esto es, el centro de ambos núcleos esféricos no coincide en la colisión, véase la Figura 3.2.

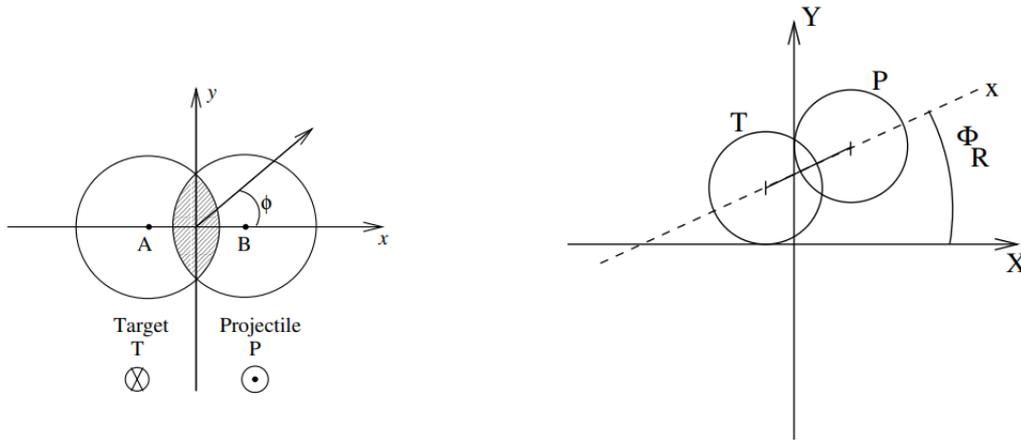


Figura 3.2: A la izquierda, colisión no central, la dirección de los núcleos es perpendicular al plano de la figura. Se denomina parámetro de impacto b a la distancia AB . Los ejes x, z definen el plano de reacción. A la derecha X, Y, Z son los ejes fijos del sistema de referencia del laboratorio, Φ_R es el ángulo del plano de reacción [4].

En los experimentos de colisiones la orientación y el valor del parámetro de impacto varía de evento a evento, produciendo fluctuaciones desconocidas. La situación inicial es claramente determinante en la distribución final de las partículas. Para explicar la física en función de unos pocos parámetros se utiliza la descomposición de Fourier de la tercera derivada de la distribución de partículas. Esto es

$$E \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{d^3 N}{p_T dp_T dy d\phi} = \frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} \frac{1}{2\pi} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos(n(\phi - \Phi_R)) \right] \quad (3.1)$$

donde p_T es el momento transversal, y la rapidez. ϕ el ángulo azimutal del momento de la partícula saliente y Φ_R el ángulo del plano de reacción. La rapidez se define como $y = \text{arctanh}(\frac{v}{c})$ y se utiliza en relatividad como una medida de la velocidad relativista. Los términos de la descomposición de Fourier de la forma $\sin(n(\phi - \Phi_R))$ desaparecen debido a la simetría de reflexión con respecto al plano de reacción, véase de nuevo la Figura 3.2. Sin embargo, el ángulo del plano de reacción Φ_R , que caracteriza la geometría inicial, no es conocido y se estima a partir de la distribución transversal final de partículas.

El plano de reacción estimado se denomina plano de evento. Los dos primeros coeficientes armónicos v_1 y v_2 se llaman flujo directo y flujo elíptico, respectivamente. Se deduce

$$v_n(p_T, y) = \langle \cos(n(\phi - \Phi_R)) \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \cos(n(\phi - \Phi_R)) \frac{d^3N}{p_T dp_T dy d\phi}}{\int_0^{2\pi} d\phi \frac{d^3N}{p_T dp_T dy d\phi}} \quad (3.2)$$

En una colisión central, la distribución azimutal de partículas será isótropa; esto es, $v_n = 0$. Sin embargo, en una colisión no central, el estado inicial tendrá una determinada anisotropía en el plano azimutal, véase la zona sombreada de la Figura 3.2. Las partículas en esta zona presentan un momento inicial mayoritariamente longitudinal, en la dirección de la colisión. También pueden presentar momento en dirección transversal, igual en todas direcciones por simetría. Por un lado, si estas partículas no interactúan entre ellas, la distribución final será por tanto isótropa. Por otro lado, si sí interactúan entre ellas, llegará un momento en el que se alcance el equilibrio térmico local. Una vez se alcanza el equilibrio, como se ha mencionado anteriormente, el sistema puede ser descrito por sus cantidades termodinámicas: temperatura, presión, etc. De esta forma, la anisotropía azimutal inicial en la zona sombreada se traduce en la existencia de gradientes de presión en el plano transversal. Por tanto, el estado final estará caracterizado por su anisotropía en la distribución azimutal de partículas; es decir, un valor de v_n no nulo. En otras palabras, una medida de v_n aporta información sobre el grado de termalización alcanzado en la materia de quarks y gluones producida en una colisión no central.

Un detalle importante sobre los coeficientes v_n es que son sensibles a la parte más temprana de la colisión. Por ejemplo, gradientes de presión más altos a lo largo del eje menor de la zona sombreada de la Figura 3.2 provocarían que la expansión disminuyera la anisotropía poco a poco, reduciendo así estos mismos gradientes. Esto significa que v_n toma valores importantes al comienzo de la colisión, cuando la anisotropía es importante, y tiende a saturarse a medida que la anisotropía disminuye. Por tanto, v_n es una señal de las presiones a tiempos tempranos.

Como es de esperar, el valor de los v_n depende por un lado de las condiciones del experimento: la energía, la masa de los núcleos, la centralidad de la colisión, etc. Pero también depende del tipo de partículas en cuestión. Además, se puede demostrar usando la simetría de la geometría inicial que $v_n(y)$ es una función par o impar de y si n es par o impar, respectivamente. Esto implica que a rapideces $y \approx 0$, denominadas *mid-rapidity*, se anula $v_1(y)$. Por esto, en el RHIC, donde se utilizan energías con estas rapideces es el flujo elíptico v_2 el valor más importante. Se puede ver una comparación de los valores obtenidos en el RHIC para el coeficiente v_2 para distintos tipos de partículas y sus predicciones termodinámicas en la Figura 3.3.

El gran éxito obtenido por los valores del modelo hidrodinámico fue lo que llevó a la declaración de la formación de un fluido perfecto en el RHIC.

La introducción de la viscosidad η/s en el modelo tiende a reducir el valor del coeficiente v_2 respecto al valor del fluido ideal. Esto se puede entender viendo que una partícula moviéndose en el plano de reacción a mayor velocidad experimenta una fuerza de fricción mayor que una partícula moviéndose fuera de dicho plano, reduciendo así la anisotropía azimutal y por tanto v_2 . Mediante esta idea, se ha estimado un límite superior para el valor de η/s del fluido formado en el RHIC. Este valor es conforme con el límite inferior de $\eta/s = 1/4\pi$ obtenido mediante cálculos teóricos [16].

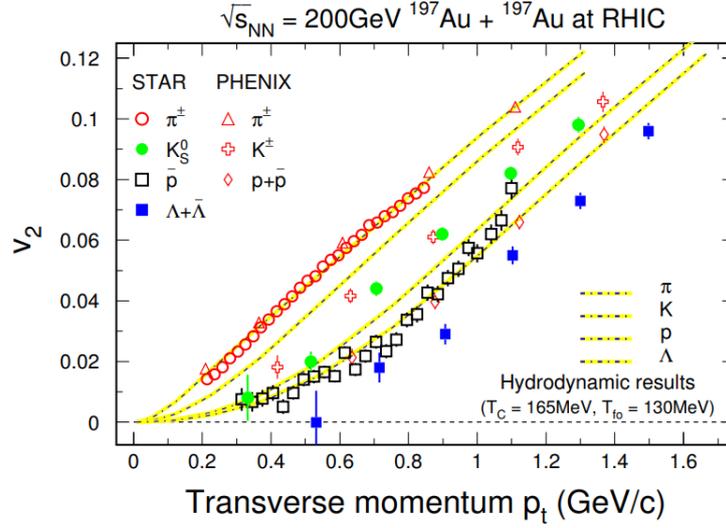


Figura 3.3: Flujo elíptico v_2 medido por las colaboraciones STAR y PHENIX en el RHIC para diferentes partículas comparado con sus predicciones del modelo hidrodinámico [15].

Fluctuaciones evento a evento

A lo mencionado anteriormente cabe añadir el hecho de que la geometría inicial no es tan sencilla. Tanto la densidad de energía $\epsilon(x, y)$ como la densidad de entropía $s(x, y)$ en la zona de superposición de la colisión son funciones complejas y no serán tan simples como se han supuesto anteriormente.

En este tipo de colisiones de iones pesados, la escala de tiempo durante la colisión es tan corta que cada uno de los núcleos ve al otro como una colección de nucleones congelados en una configuración dada. Sin embargo, en la siguiente colisión esta configuración puede ser totalmente distinta; es decir, existen fluctuaciones evento a evento en las posiciones de los nucleones (N), y por tanto en los puntos de las colisiones NN, véase la Figura 3.4.

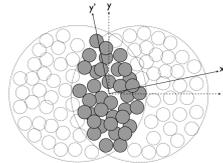


Figura 3.4: Ejemplo de las posiciones de los nucleones en un evento dado. Debido a las fluctuaciones, la zona de superposición puede estar desplazada o inclinada respecto a los ejes iniciales [17].

Estas fluctuaciones requieren la necesidad de los términos “seno” en la descomposición de Fourier. De forma general, se suele usar la misma fórmula pero sustituyendo el ángulo del plano de reacción por un ángulo propio Ψ_n para cada armónico n .

$$E \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{d^3 N}{p_T dp_T dy d\phi} = \frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} \frac{1}{2\pi} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos(n(\phi - \Psi_n)) \right] \quad (3.3)$$

En vez de promediar sobre las condiciones iniciales para obtener la distribución resultante

tras la evolución, será necesario primero realizar los cálculos hidrodinámicos para cada evento y posteriormente promediar sobre todo los resultados finales.

A partir de los resultados del flujo elíptico es fácil entender por qué el medio producido, QGP, es un líquido hidrodinámico de baja viscosidad. Si se tratase de un gas, la anisotropía dada por las posiciones aleatorias de los nucleones desaparecería rápidamente, ya que en un gas las partículas podrían moverse libremente sin apenas interacción. Esto daría lugar a una situación final completamente isótropa. Sin embargo, si la materia producida es un líquido, la asimetría inicial se traduce en gradientes de presión, produciendo un flujo anisotrópico en el fluido. Si la viscosidad fuese muy alta, estas anisotropías desaparecerían. Por tanto, el hecho de que los experimentos muestren anisotropías considerables en la distribución azimutal es una indicación de que la materia producida en las colisiones de iones pesados debe ser un fluido de baja viscosidad.

3.2.2. Supresión de jets

Para entender este concepto es útil recordar el uso de la emisión de electrones a alta energía con el objetivo de desenmascarar la estructura de la materia: los átomos, los núcleos o los protones. Se puede llevar un procedimiento similar para estudiar la estructura del QGP; sin embargo, el uso de elementos externos está completamente descartado debido a su corta vida media ($\sim 10^{-23}$ s). La idea por tanto es utilizar uno de los partones producidos internamente durante la colisión para analizar la estructura del medio. Es útil utilizar lo que se conocen como partones duros; esto es, con un alto momento transversal p_T . Este tipo de partones se producen en los tiempos tempranos de la colisión: $t \sim 1/p_T$. Estos partones, en forma de jets, interaccionan con el medio durante el resto de la colisión y pierden energía a medida que lo atraviesan, pudiendo incluso llegar a suprimirse, véase la Figura 3.5. La cantidad de energía perdida por el jet depende, entre otras cosas, de la distancia recorrida en el medio (L). La supresión de jets se analiza mediante el factor de modificación R_{AA} , definido como

$$R_{AA}(p_T) = \frac{dN^{AA}/dp_T}{\langle N_{\text{coll}} \rangle dN^{pp}/dp_T} \quad (3.4)$$

donde $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ es el número medio de colisiones nucleón-nucleón (NN) en una única colisión núcleo-núcleo (AA). Su valor se obtiene del modelo de Glauber.

Si la colisión AA fuera una simple superposición de colisiones NN, entonces el ratio $R_{AA} = 1$. No se ha visto supresión en la formación de fotones. Sin embargo, la cantidad de piones (π) o etas (η) con alto momento transversal sí se ha visto suprimida, véase la Figura 3.5.

Dicha reducción no ha sido vista en otro tipo de colisiones en las que no se espera la formación de QGP, como pueden ser deuterón-Plomo ($d\text{Pb}$) o protón-Plomo ($p\text{Pb}$). Por tanto, no es posible que esta supresión sea debida a materia nuclear fría. Estas observaciones indican que los partones duros pierden energía al atravesar el medio caliente (QGP) y la supresión es por tanto un efecto del estado final.

También se puede ver este efecto estudiando jets opuestos. En la Figura 3.6a se puede ver cómo el jet opuesto ha sido suprimido en el caso de la colisión AuAu pero no así para las colisiones $d\text{Au}$ y pp , en las que no se forma QGP. La energía de los partones que salen

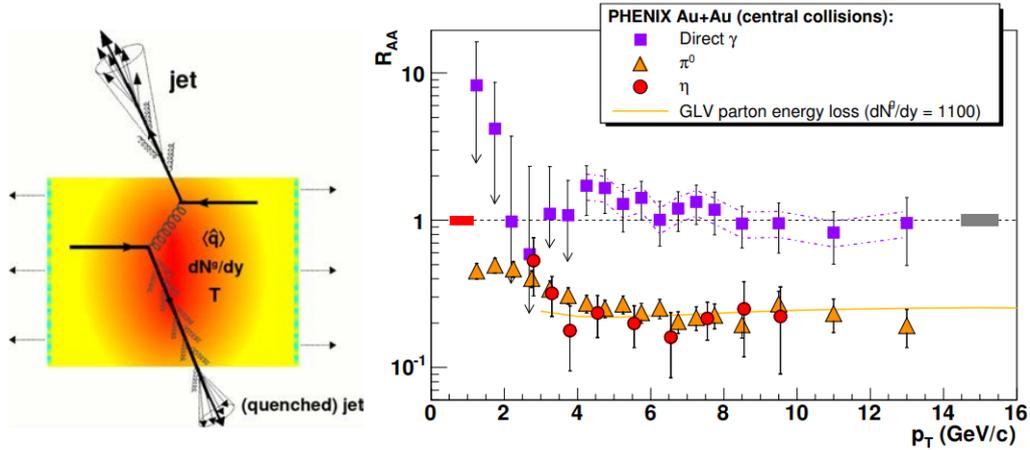
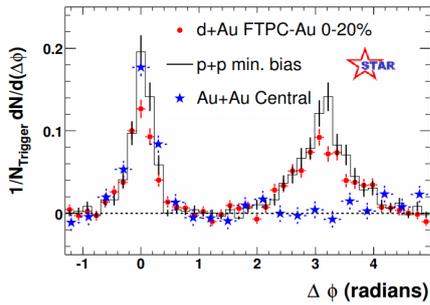
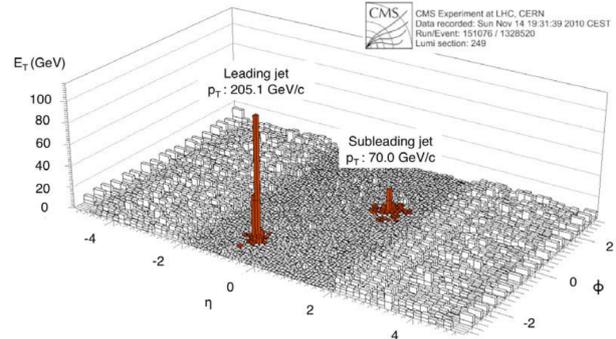


Figura 3.5: A la izquierda, explicación gráfica de la supresión de jets al atravesar el medio mediante la comparación de 2 jets opuestos: uno pierde energía al atravesar el medio (abajo) mientras que el otro no (arriba) [18]. A la derecha, valores del ratio R_{AA} en colisiones centrales AuAu como función del momento transversal p_T para una energía en el CM $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV [19].



(a) Datos de la colaboración STAR de la distribución angular de partículas emitidas en experimentos dihadrónicos en el RHIC mostrando la supresión del jet opuesto para la colisión AuAu [20].



(b) Supresión de jets en una colisión PbPb con energía en el CM $\sqrt{s} = 2,76$ TeV en el CMS. E_T es la energía transversal total y η y ϕ son la pseudo-rapidez y el ángulo azimutal, respectivamente [21].

en la dirección contraria en la colisión AuAu ha sido disipada en el medio, dando lugar así a partículas blandas o de bajo p_T .

Los jets son más abundantes y fáciles de reconstruir en el LHC que en el RHIC. En la Figura 3.6b se puede ver un ejemplo de un dijet en una colisión PbPb en el CMS (LHC).

Existen dos mecanismos principales por los cuales un partón puede perder energía al atravesar el medio. La primera es la pérdida de energía por colisiones mediante scattering elásticos, que domina a momentos bajos. El segundo es la pérdida de energía por radiación mediante scattering inelásticos, que domina a momentos altos. Cada uno de estos efectos se puede representar en un diagrama de Feynman, véase la Figura 3.7.



Figura 3.7: A la izquierda, diagrama de la pérdida de energía por colisiones. A la derecha, diagrama de la pérdida de energía por radiación [18].

3.3. Otros observables

El flujo elíptico y la supresión de jets vistos hasta ahora hacen referencia a los regímenes de alto p_T ($p_T \gg 5 \text{ GeV}/c$) y bajo p_T ($0 \lesssim p_T \lesssim 1,5 \text{ GeV}/c$), respectivamente. Sin embargo, el régimen medio de $1,5 \lesssim p_T \lesssim 5 \text{ GeV}/c$ es también interesante. En este régimen se incluyen fenómenos como el escalado del número de quarks constituyentes, el aumento de la extrañeza o factores que alteran la producción de quarkonia. En esta sección se describen estos tres pero existen muchos otros factores importantes que no se incluyen aquí.

3.3.1. Escalado del número de quarks constituyentes

En el régimen a alto p_T , la hadronización se produce por fragmentación; mientras que en el régimen de medio p_T , la hadronización se modela por recombinación entre quarks. En la Figura 3.8, el panel de la izquierda muestra dos curvas distintas del flujo elíptico v_2 en función de la energía cinética transversal. Al escalar estos valores por el número de quarks constituyentes de cada rama, $n_q = 3$ para bariones y $n_q = 2$ para mesones, ambas curvas se juntan en una única. Esto indica que el flujo elíptico se desarrolla a nivel quark y el flujo de cada hadrón vendrá determinado por el de los quarks que se recombinan para formarlo. Esta es la prueba más clara de que se produce desconfinamiento de los quarks hasta el momento.

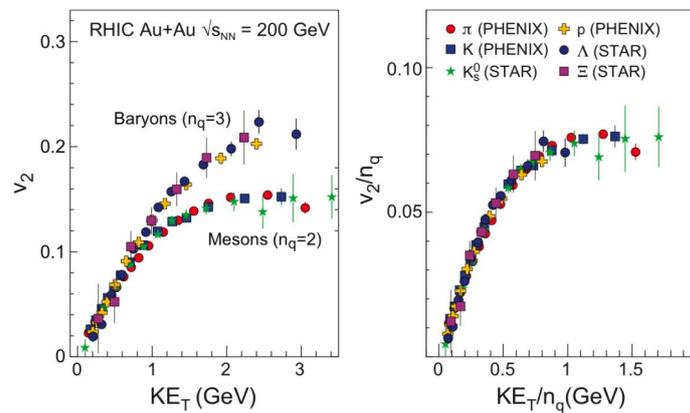


Figura 3.8: A la izquierda, flujo elíptico respecto a la energía cinética transversal para diferentes bariones y mesones. A la derecha, ambos ejes escalados por el número de quarks constituyentes, resultando una misma curva [22].

3.3.2. Aumento de la extrañeza

Se espera un aumento en la producción de partículas con extrañeza (quarks s y \bar{s}) en las colisiones de iones pesados respecto a las producidas en las colisiones pp . Existen 3 razones principales: 1) Los quarks s y \bar{s} deben ser abundantes en un QGP con una temperatura $T > m_s$. 2) Una alta densidad de gluones en el QGP resultará en una alta producción de quarks extraños mediante la fusión de gluones: $gg \rightarrow s\bar{s}$. 3) La energía necesaria para la producción de quarks extraños en QGP es mucho menor que en un gas hadrónico puro. La abundancia de quarks extraños se espera que resulte en la abundancia de hadrones extraños y multi-extraños. De hecho, los resultados experimentales del RHIC confirman estas expectativas.

3.3.3. Producción de quarkonia

El análisis de la producción de quarkonia ($Q\bar{Q}$) en las colisiones de iones pesados respecto a la dada en las colisiones pp es de gran utilidad para entender las propiedades del medio. Se pueden ver dos casos muy distintos.

Mesones $\Upsilon(b\bar{b})$

El primero es la producción de un par $Q\bar{Q}$ pesado en los primeros instantes de la colisión, por ejemplo, un par $b\bar{b}$. Este hecho es poco probable y la mayoría de veces sólo habrá un par o ninguno. Este par inmerso dentro del QGP verá la fuerza de unión entre los quarks reducida por apantallamiento de Debye. El tamaño del mesón dependerá del estado en el que se encuentre el par, consideremos $\Upsilon(1S)$ ó $\Upsilon(3S)$. Para el caso del $\Upsilon(1S)$, su tamaño es comparable a la longitud de Debye del QGP, por lo que el par será capaz de mantenerse unido mientras está inmerso. Sin embargo, el estado más grande, $\Upsilon(3S)$, se verá afectado por el apantallamiento provocando que los quarks b y \bar{b} se acaben separando uno del otro. Por tanto, los estados Υ tendrán diferentes probabilidades de sobrevivir en el QGP en función de su tamaño y fuerza de enlace.

Mesones $J/\Psi(c\bar{c})$

Otro caso muy distinto es el de la producción de mesones más ligeros. Por ejemplo, la producción de mesones J/Ψ en el LHC, donde las energías son suficientes como para producir 30 pares $c\bar{c}$ en cada colisión. Esto es equivalente a N_{coll} colisiones pp , donde el mismo número de pares $c\bar{c}$ serán producidos. Se llama N_{coll} al número de colisiones NN; es decir, se ve la colisión AA como un conjunto de N_{coll} colisiones NN. Sin embargo, por el razonamiento anterior, la mayoría de estos pares $c\bar{c}$ se separarán al atravesar el QGP. La diferencia ahora es que los quarks c y \bar{c} pueden viajar a través del QGP hasta encontrar otros quarks procedentes de otras colisiones iniciales que también fueron separados de su respectivo par. Finalmente, se pueden recombinar en el momento de la hadronización. Este método de producción de J/Ψ acaba dando lugar a más mesones incluso que los formados de la forma estándar en las N_{coll} colisiones pp . Esto es una confirmación de que los quarks c y \bar{c} producidos en las colisiones de iones pesados son independientes uno del otro; es decir, los quarks en el QGP no están confinados en hadrones.

4. Hidrodinámica relativista aplicada a colisiones de iones pesados

En este capítulo se introducen los conceptos básicos de la hidrodinámica relativista, así como su directa aplicación a las colisiones de iones pesados. La hidrodinámica relativista contiene la información sobre la dinámica macroscópica del sistema y también sobre su termodinámica a través de la ecuación de estado. Su validez requiere que se alcance el equilibrio termodinámico localmente [23].

4.1. Conceptos básicos

Uno de los objetivos de los experimentos de colisiones de iones pesados es estudiar y analizar las predicciones de QCD en un sistema de alta densidad, temperatura y fuertemente acoplado como es QGP, el cual se puede describir de forma eficaz como un fluido ultrarrelativista. En este caso, QCD predice una transición de fase de hadrones a quarks y gluones desconfiados a partir de un valor crítico de la densidad de energía.

En este tipo de experimentos, las energías son suficientemente altas como para considerar ambos iones como ultrarrelativistas. Por tanto, ambos núcleos sufrirán la contracción de Lorentz dando lugar a una colisión entre dos “discos” en vez de dos esferas en el sistema de referencia del laboratorio. Estos discos, con una velocidad $\beta = v/c \simeq 0,9999$, apenas alteran su trayectoria al colisionar. Esto significa que durante la colisión los núcleos pasan uno a través del otro produciendo dos regiones de fragmentación que contienen el número bariónico neto del sistema (un tercio de la diferencia del número de quarks y el número de antiquarks). Además, la zona situada entre estos dos discos se denomina zona de rapidez central y presenta un número bariónico muy pequeño, $n \approx 0$, y una densidad de energía suficiente para presentar desconfinamiento de los quarks y gluones. Este esquema está representado en la Figura 4.1.

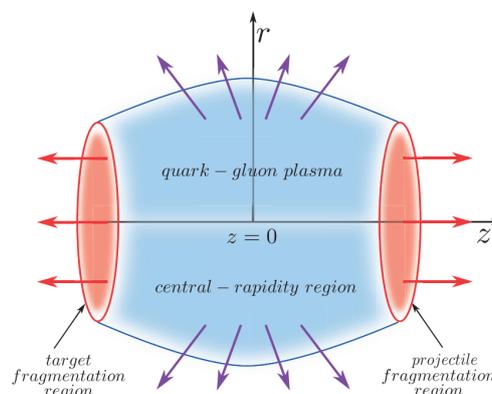


Figura 4.1: Esquema desde el sistema de referencia del centro de masas de la colisión de dos iones relativistas contraídos moviéndose en la dirección del eje z [24].

Además del diagrama espacial mostrado arriba, se puede dibujar un diagrama espacio-temporal como el de la Figura 4.2. En dicha figura se muestran las diferentes fases de la

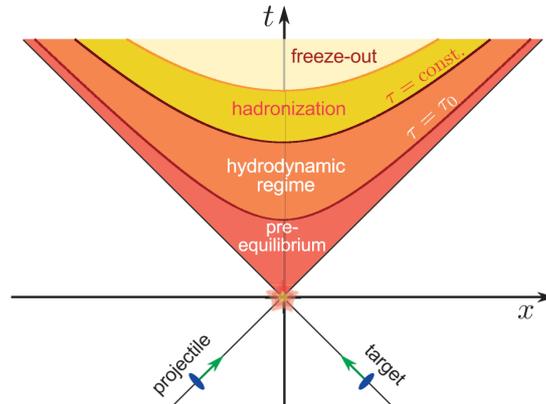


Figura 4.2: Diagrama espacio-temporal de la colisión de dos núcleos moviéndose a velocidades ultrarrelativistas en la dirección del eje z . La colisión se da en $z = 0$ y $t = 0$ [24].

colisión. El tiempo propio que experimentan las partículas es

$$\tau = (t^2 - z^2)^{1/2} \quad (4.1)$$

dando lugar a las hipérbolas de $\tau = \text{cte.}$ de la figura.

Para valores de τ muy pequeños después de la colisión, el sistema se encuentra en la zona de pre-equilibrio. Posteriormente, para un valor $\tau = \tau_0 \sim 1 \text{ fm}/c$, las interacciones comienzan a ser lo suficientemente fuertes como para alcanzar el equilibrio termodinámico local; esta es la región en la que la hidrodinámica es aplicable. Para ello, es necesario que el recorrido libre medio de las partículas, λ , sea mucho menor que la dimensión característica del sistema, en este caso el radio del átomo R . Si se cumple que $\lambda \ll R$, entonces el número de colisiones será muy alto, lo cual permite alcanzar el equilibrio termodinámico local y abre la posibilidad de describir su evolución mediante un flujo hidrodinámico. En la etapa final el sistema se enfría, produciéndose la hadronización y finalmente la congelación cinética y química.

En el régimen hidrodinámico, es posible describir la evolución del QGP formado en la zona de rapidez central. Se considerará un fluido perfecto y obedecerá las leyes de la hidrodinámica relativista. Se despreciarán por tanto los efectos de la viscosidad y de la conductividad térmica. El modelo más simple para analizar la evolución del fluido es el modelo de Bjorken [25].

4.2. Termodinámica

Identidades generales

En primer lugar, será necesario recordar las identidades más importantes de la termodinámica. Por un lado, la diferencial de la energía interna viene dada por

$$dU = -PdV + TdS + \mu dN \quad (4.2)$$

de la que se puede obtener

$$U = -PV + TS + \mu N \quad (4.3)$$

y la relación de Gibbs-Duhem

$$V dP = S dT + N d\mu \quad (4.4)$$

donde P es la presión, V es el volumen, S la entropía, T la temperatura y μ el potencial químico. En sistemas no relativistas, N es el número de partículas, que se conserva. Sin embargo, en sistemas relativistas la correspondiente cantidad conservada es el número bariónico. Por tanto, μ pasa a ser el potencial químico bariónico. Además, en sistemas relativistas la energía interna U incluye el término energético mc^2 .

En hidrodinámica, las cantidades útiles no son la energía, entropía o número bariónico totales, sino sus densidades por unidad de volumen, $s = S/V$, $\epsilon = U/V$ y $n = N/V$. De las ecuaciones (4.3) y (4.4) se obtienen

$$\epsilon = -P + Ts + \mu n \quad (4.5)$$

$$dP = s dT + n d\mu \quad (4.6)$$

Y a partir de estas últimas

$$d\epsilon = T ds + \mu dn \quad (4.7)$$

Estas identidades serán necesarias más adelante.

Observando las ecuaciones anteriores se puede ver que si el fluido presenta una densidad bariónica nula, $n = 0$, desaparecen los mismos términos de las ecuaciones que si el potencial químico se anula, $\mu = 0$. Esto implica que al hacer la densidad bariónica nula se va a describir un fluido sin número bariónico conservado. Es importante recordar que el número bariónico en la zona de rapidez central se puede considerar $n \approx 0$.

Gas ideal ultrarrelativista

Se puede considerar el fluido como un gas ideal de fotones. En un gas ideal las partículas son independientes y no interactúan entre ellas. Por simplicidad se considerarán idénticas y sin spin. El sistema de unidades a utilizar es el que presenta $\hbar = k_B = c = 1$.

El número medio de partículas con momento \vec{p} viene dado por la distribución de Bose-Einstein ($\beta = 1/T$):

$$\frac{1}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1} \quad (4.8)$$

La energía de partículas ultrarrelativistas será $\epsilon = \sqrt{p^2 + m^2} \approx p$. Los valores medios para $\mu = 0$ en el colectivo macrocanónico son

$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{-\beta p} - 1} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \quad (4.9)$$

$$\epsilon = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p}{e^{-\beta p} - 1} = \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (4.10)$$

$$P = -\frac{1}{\beta} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \log(1 - e^{-\beta p}) = \frac{\pi^2}{90} T^4 \quad (4.11)$$

donde $\zeta(x)$ es la función zeta de Riemann y $\zeta(3) \approx 1,202$.

Se puede comprobar que se satisface:

$$P = \frac{1}{3}\epsilon \quad (4.12)$$

Por tanto, recordando la ecuación (4.3) para $\mu = 0$, esto es $\epsilon + P = Ts$, se obtiene

$$\frac{s}{n} = 3,60 \quad (4.13)$$

donde n denota ahora la densidad de partículas en vez de la densidad bariónica. Este resultado da una estimación de la entropía por partícula en el plasma de quarks y gluones.

4.3. Ecuaciones de la hidrodinámica relativista

La termodinámica clásica estudia sistemas en equilibrio termodinámico global. Sin embargo, en esta sección, los sistemas a estudiar presentan presión y temperatura que varían en el espacio y el tiempo. A pesar de ello, será necesario que el sistema se encuentre en equilibrio termodinámico *local*; es decir, que estas variaciones sean lentas, de forma que en la vecindad de cada punto se pueda asumir equilibrio termodinámico. Además, es necesario que el recorrido libre medio de las partículas entre dos colisiones consecutivas sea mucho menor que las dimensiones características del sistema. Las ecuaciones derivadas bajo estas condiciones se suelen denominar como ecuaciones del fluido ideal o no viscoso.

Sistema de referencia comóvil con el fluido

El sistema de referencia (SR) comóvil o en reposo de un elemento de fluido es aquel en el que su momento se anula, $p = 0$. Las cantidades termodinámicas (ϵ, P, n) están definidas en dicho sistema de referencia. Por tanto, son escalares, invariantes de Lorentz por construcción. Para el estudio de los fluidos ideales, se asume que el equilibrio termodinámico local implica que las propiedades de un elemento del fluido sean isótropas.

Velocidad del fluido

Se define la 4-velocidad u^μ ¹ como

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \vec{v}^2}} \quad ; \quad \vec{u} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - \vec{v}^2}} \quad (4.14)$$

donde \vec{v} es la velocidad del sistema de referencia en reposo del fluido respecto del sistema del laboratorio ($c = 1$). Esta 4-velocidad se transforma de la forma usual ante transformaciones de Lorentz. Su norma será un escalar y valdrá

$$u^\mu u_\mu = (u^0)^2 - \vec{u}^2 = 1 \quad (4.15)$$

en cualquier sistema de referencia inercial. Se ha utilizado el convenio de sumación de índices de Einstein y la métrica llana $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$. En el SR comóvil se cumple $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$.

¹Los índices griegos son índices de Lorentz que corren de 0 a 3 en el sistema de coordenadas $\{t, x, y, x\}$.

Conservación del número bariónico

En similitud con la ecuación de conservación de la masa o la carga, se puede escribir la ecuación de conservación del número bariónico de la forma

$$\partial_\mu(nu^\mu) = \frac{\partial}{\partial t}(nu^0) + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{u}) = 0 \quad (4.16)$$

donde nu^0 es la densidad bariónica y $n\vec{u}$ es el flujo bariónico.

En el caso no relativista, el SR comóvil es por definición aquel en el que el flujo bariónico se anula, coincide con el SR en el que se anula el momento. Sin embargo, en el caso relativista es posible que el flujo bariónico sea distinto de 0 en el SR comóvil: el momento de los bariones puede ser compensado por el momento de partículas no bariónicas. Pero, como se ha mencionado anteriormente, el equilibrio termodinámico local implica isotropía. Si existiese una corriente no nula, esta definiría una dirección concreta del espacio y se perdería la isotropía. Por tanto, en fluidos ideales el flujo bariónico se anula.

Conservación de la energía y el momento

La conservación de la energía y el momento se pueden escribir de forma análoga a la conservación del número bariónico. Para ello se utiliza el tensor $T^{\mu\nu}$, cuyas componentes son:

- T^{00} es la densidad de energía.
- T^{0j} es la densidad de la componente j del momento ($j = 1, 2, 3$).
- T^{i0} es el flujo de energía a lo largo del eje i .
- T^{ij} es el flujo a lo largo del eje i de la componente j del momento. Se conoce como tensor de presiones.

En el SR en reposo, el equilibrio termodinámico local restringe las componentes del tensor. Por isotropía, las componentes T^{i0} y T^{0j} se anulan. Además, el tensor de presiones debe ser proporcional a la matriz identidad. El tensor en el SR comóvil (COM) será entonces

$$T_{(COM)} = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Para obtener el correspondiente tensor en otro SR hay que aplicar las transformaciones de Lorentz. A primer orden en \vec{v} estas transformaciones vienen dadas por la matriz

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & v_x & v_y & v_z \\ v_x & 1 & 0 & 0 \\ v_y & 0 & 1 & 0 \\ v_z & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

El tensor energía-momento en otro SR será entonces

$$T^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\alpha \Lambda^\nu_\beta T^{\alpha\beta}_{(SRR)} \quad (4.19)$$

o en forma matricial

$$T = \Lambda T_{(COM)} \Lambda^\top \quad (4.20)$$

De nuevo manteniendo términos de primer orden se obtiene

$$T = \begin{pmatrix} \epsilon & (\epsilon + P)v_x & (\epsilon + P)v_y & (\epsilon + P)v_z \\ (\epsilon + P)v_x & P & 0 & 0 \\ (\epsilon + P)v_y & 0 & P & 0 \\ (\epsilon + P)v_z & 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Se pueden observar 2 consecuencias relativistas:

- $T^{\mu\nu}$ es simétrico; es decir, la densidad de momento T^{0i} y el flujo de energía T^{i0} son iguales. Esto no ocurre en el caso no relativista.
- La densidad de momento es $(\epsilon + P)\vec{v}$. En el caso no relativista es $\rho\vec{v}$. Lo que reemplaza a la densidad de masa ρ no es únicamente ϵ , como se podría esperar, sino $\epsilon + P$, la presión también contribuye a la inercia de un fluido relativista.

De forma general, para una velocidad arbitraria se puede escribir

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P)u^\mu u^\nu - P\eta^{\mu\nu} \quad (4.22)$$

donde $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ es la métrica de Minkowski. Se puede ver que se obtiene el resultado (4.17) para el caso del SR comóvil. Además, al tratarse de una ecuación escrita en forma covariante, si es válida en un SR es válida en todos, ya que ambos lados de la ecuación se transformarán de igual manera.

Las ecuaciones de conservación se pueden escribir a partir del tensor energía-momento de la forma

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (4.23)$$

Los resultados (4.16), (4.22) y (4.23) constituyen las ecuaciones de la hidrodinámica relativista no viscosa o ideal. Si se añade una ecuación de estado del fluido que relacione ϵ , P y n se obtiene un sistema de ecuaciones cerrado.

Velocidad de propagación de las ondas

Si se escriben la densidad de energía y la presión como pequeñas perturbaciones a partir de una distribución uniforme de la forma

$$\epsilon(t, x, y, z) = \epsilon_0 + \delta\epsilon(t, x, y, z) \quad (4.24)$$

$$P(t, x, y, z) = P_0 + \delta P(t, x, y, z) \quad (4.25)$$

se puede estudiar la evolución de estas perturbaciones. Se puede demostrar que a primer orden en la velocidad se obtiene la ecuación

$$\frac{\partial^2(\delta\epsilon)}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta(\delta\epsilon) = 0 \quad (4.26)$$

que es una ecuación de ondas con velocidad de propagación c_s . Se ha definido c_s como

$$c_s = \left(\frac{\partial P}{\partial \epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.27)$$

4.4. Expansión hidrodinámica

Durante la colisión se producen miles de partículas en un volumen muy pequeño. Estas partículas interactúan entre ellas y si esta interacción es lo suficientemente fuerte se alcanzará el equilibrio termodinámico local. En esta sección se considerará entonces que el sistema alcanza el equilibrio termodinámico local en algún momento y que su posterior evolución viene descrita por las leyes de la hidrodinámica ideal. Debido a que son ecuaciones diferenciales de primer orden su solución está determinada una vez se especifiquen las condiciones iniciales (y la ecuación de estado).

Condiciones iniciales

Se escoge el eje z como el eje de la colisión, y el origen se elige tal que la colisión empiece en $z = t = 0$. Para el caso de RHIC, los dos núcleos se atraviesan en un tiempo $t_{\text{coll}} \sim 0,15 \text{ fm}/c$.

Un conjunto completo de condiciones iniciales a un tiempo t_0 incluye las 3 componentes de la velocidad del fluido, la densidad de energía y la densidad bariónica en cada punto del espacio. Si t_0 es suficientemente pequeño, las componentes transversales v_x y v_y se pueden considerar nulas. Esto se debe a que las colisiones entre partones producen partículas distribuidas de forma isótropa en el plano transversal (por la geometría de la colisión). La isotropía implica que no existe ninguna dirección preferida y por tanto el valor del momento transversal medio se anula. Esta parte de las condiciones iniciales es en la que más de acuerdo están los investigadores. Si los datos del experimento muestran que inicialmente no existe movimiento transversal pero en el estado final sí, esto significa que en ese proceso de evolución ha intervenido la hidrodinámica.

Por otro lado, hay que dar un valor inicial a la velocidad longitudinal v_z . La receta estándar es razonar que las únicas escalas espaciales y temporales que presenta el sistema son z y t , respectivamente. Por tanto, para obtener una escala de velocidad, por dimensionalidad, la única opción es que la velocidad inicial de las partículas sea $v_z(t_0) = z/t_0$. Por tanto, se deduce que su evolución temporal es $v_z = z/t$. La ventaja de dar este valor a la velocidad es que es invariante ante transformaciones de Lorentz puras (*boosts*). Esta idea fue propuesta por Bjorken en 1983 y define lo que se conoce como flujo de Bjorken [25].

Evolución longitudinal - Flujo de Bjorken

La idea de Bjorken parte de asumir que la producción de partículas es prácticamente constante en la zona de rapidez central; es decir, la mayoría de partículas producidas tienen una velocidad baja. De esta forma, se puede partir de un SR en el que se ve la colisión de ambos núcleos a velocidades cercanas a la de la luz y se pasa a otro sistema de referencia mediante un *boost* de Lorentz modesto (factor de Lorentz $\gamma \sim 3$). En el nuevo SR se siguen viendo ambos núcleos con velocidades cercanas a la de la luz y la producción de partículas, que sólo se produce a velocidades bajas, será similar. Esto significa que las condiciones iniciales son iguales en ambos SR; es decir, son invariantes ante transformaciones de Lorentz. Por tanto, también la posterior evolución tendrá dicha

simetría.

En este ámbito, en lugar de utilizar las variables z y t es más útil utilizar las variables

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{t+z}{t-z} \quad (4.28)$$

$$\tau = (t^2 - z^2)^{1/2} \quad (4.29)$$

donde y es la rapidez y τ el tiempo propio, ambos definidos anteriormente. Se puede describir la evolución del sistema mediante el modelo hidrodinámico de Landau; esto es, mediante una densidad de energía $\epsilon(\tau, y)$, una presión $P(\tau, y)$, una temperatura $T(\tau, y)$ y la 4-velocidad $u^\mu(\tau, y) = (u^0(\tau, y), 0, 0, u^z(\tau, y))$, todas dependientes de (τ, y) . Sin embargo, la invariancia ante *boosts* de Lorentz implica que estas variables no pueden depender del ángulo de la transformación; es decir, no pueden depender de y . Se puede escribir

$$\epsilon = \epsilon(\tau) \quad ; \quad P = P(\tau) \quad ; \quad T = T(\tau) \quad (4.30)$$

Como se ha razonado en el apartado anterior, la velocidad en este modelo es $v = z/t$, por lo que se puede escribir la 4-velocidad $u^\mu = \gamma(1, \vec{v})$, donde $\gamma = t/\tau$ es el factor de Lorentz. Se obtiene

$$u^\mu = \frac{1}{\tau}(t, 0, 0, z) \quad ; \quad u_\mu = \eta_{\mu\nu}u^\nu = \frac{1}{\tau}(t, 0, 0, -z) \quad (4.31)$$

Conviene definir el 4-vector \tilde{x}^μ de la forma

$$\tilde{x}^\mu = (t, 0, 0, z) \quad ; \quad \tilde{x}_\mu = (t, 0, 0, -z) \quad (4.32)$$

tal que $u^\mu = \frac{\tilde{x}^\mu}{\tau}$. Además, se obtienen las siguientes expresiones

$$\frac{\partial \tau}{\partial x^\mu} = \frac{\tilde{x}_\mu}{\tau} = u_\mu \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial u_\mu}{\partial x^\nu} = \frac{1}{\tau} \tilde{\eta}_{\mu\nu} - \frac{\tilde{x}_\mu \tilde{x}_\nu}{\tau^3} = \frac{1}{\tau} (\tilde{\eta}_{\mu\nu} - u_\mu u_\nu) \quad (4.34)$$

donde $\tilde{\eta}_{\mu\nu} = \text{diag}(1, 0, 0, -1)$. Se sigue que

$$\frac{\partial u_\mu}{\partial x^\mu} = \partial_\mu u^\mu = \frac{1}{\tau}(2 - 1) = \frac{1}{\tau} \quad (4.35)$$

$$u^\mu \partial_\mu u^\nu = u^\mu (\tilde{\delta}_\mu^\nu - u_\mu u^\nu) = u^\nu - u^\nu = 0 \quad (4.36)$$

donde $\tilde{\delta}_\mu^\nu = 1$ si $\mu = \nu = 0$ ó 3 , pero como u^μ sólo tiene componentes 0 y 3 actúa del mismo modo que la δ_μ^ν usual.

Estos resultados permiten reescribir la ecuación (4.23) de la forma

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \partial_\mu [(\epsilon + P)u^\mu u^\nu - P\eta^{\mu\nu}] = \left(\frac{d\epsilon}{d\tau} + \frac{\epsilon + P}{\tau} \right) u^\nu = 0 \quad (4.37)$$

Por tanto, se tiene que para el modelo de Bjorken la divergencia del tensor energía-momento implica

$$\frac{d\epsilon}{d\tau} + \frac{\epsilon + P}{\tau} = 0 \quad (4.38)$$

para cualquier ecuación de estado $p(\epsilon)$. Utilizando la ecuación termodinámica (4.7) para $\mu = 0$ se puede obtener una ecuación para la entropía

$$\frac{ds}{d\tau} + \frac{s}{\tau} = 0 \quad (4.39)$$

donde la densidad de entropía en el SR del fluido en reposo es $s = \beta(\epsilon + P)$. De hecho esta ecuación se deduce también de la conservación de la 4-entropía $s^\mu = su^\mu$, que se escribe como

$$\partial_\mu s^\mu = \frac{\partial s^\mu}{\partial x^\mu} = 0 \quad (4.40)$$

Las ecuaciones (4.38) y (4.39) pueden ser integradas dándose unas condiciones iniciales y una ecuación de estado, obteniendo

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{1+c_s^2} = \epsilon_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{4/3} \quad ; \quad s = s_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right) \quad (4.41)$$

donde $c_s^2 = 1/3$ se deduce de las ecuaciones (4.12) y (4.27). Este es el caso de un gas ideal relativista, $P = \epsilon/3$. La dependencia con el tiempo propio de la energía y la presión es de la forma $\sim \tau^{-4/3}$. Además, de la ecuación (4.10), $\epsilon \propto T^4$, por lo que la temperatura decae como $\sim \tau^{-1/3}$.

La ecuación (4.38) se puede reescribir de la forma

$$d(\epsilon t) = -P dt \quad (4.42)$$

que muestra cómo la energía comóvil disminuye, ya que el volumen de un elemento de fluido comóvil crece como t . Esto se debe al trabajo de las fuerzas de presión, $dW = -PdV$.

Expansión transversal

Aunque la velocidad transversal inicial del fluido es 0, la aceleración no tiene por qué anularse. De hecho viene dada por la ecuación

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon + P} \frac{\partial P}{\partial x} = -c_s^2 \frac{\partial \ln s}{\partial x} \quad (4.43)$$

en el eje x y una similar en el eje y .

A diferencia de la evolución longitudinal, la expansión transversal es un proceso suave. En los primeros instantes, la presión es muy alta y por tanto, también serán grandes los gradientes de presión. De esta forma, la fuerza $-\nabla P$ que actúa en el sistema es muy grande. Sin embargo, esta fuerza se compensa con la gran inercia $\epsilon + P$ del sistema, dando lugar a un incremento lineal en la velocidad transversal del fluido.

La forma “almendrada” de la zona sombreada en la Figura 3.2 muestra una dimensión transversal más pequeña que la otra. Como el gradiente de presión es mayor, la expansión transversal será mayor a lo largo de la dirección de anchura más pequeña. Es decir, se emiten más partículas en las direcciones $\phi = 0$ y $\phi = \pi$, paralelas al eje x , que en las direcciones $\phi = \pm\pi/2$, paralelas al eje y . Este efecto da lugar a la aparición de un término $\cos 2\phi$ en la descomposición de Fourier de la distribución azimutal:

$$\frac{dN}{d\phi} \propto 1 + 2v_2 \cos 2\phi \quad (4.44)$$

donde v_2 es un coeficiente positivo y es el flujo elíptico visto en capítulos anteriores.

En el apartado anterior, la ecuación se ha obtenido sin tener en cuenta la expansión transversal. Si no hubiese expansión transversal el sistema se enfriaría constantemente hasta que no quedase energía. Por tanto, se suele considerar que la ecuación es válida hasta $t \simeq R/c_S$ y que la energía se mantiene constante para $t > R/c_S$, donde R es la dimensión característica del sistema. En este sentido, la expansión transversal actúa como un bloqueo del enfriamiento longitudinal.

Como es lógico, $t \simeq R/c_S$ es también el tiempo característico de la formación del flujo elíptico. Esto explica por qué el flujo elíptico es considerado procedente de las presiones a tiempos bajos. El valor del flujo elíptico es una clara muestra de cómo la elección de las condiciones iniciales afecta a los resultados.

En un primer momento, se realizaron cálculos hidrodinámicos que predecían valores de v_2 cercanos a los obtenidos en RHIC. Esta fue la principal razón del éxito de la hidrodinámica no viscosa. Sin embargo, se ha visto posteriormente que el acuerdo entre los resultados quizá se deba al uso de condiciones iniciales no realistas. En conclusión, la situación actual es que nuestro conocimiento sobre las densidades iniciales es mucho menos acertado de lo que se creía en un primer momento.

4.5. Espectro de partículas y anisotropías

La transición de fluido a partículas libres no puede ser descrita únicamente mediante la hidrodinámica. Sin embargo, si la mayor parte de la expansión se rige por la hidrodinámica ideal, se puede asumir que la parte final de la expansión no altera de forma significativa las distribuciones de momento. Es decir, la distribución de las partículas salientes es igual que la distribución de momento de las partículas del fluido en la parte final de la expansión. Esta asunción constituye la base del modelo de congelación (*freeze-out*) Cooper-Frye [26]. Además, se asume un fluido no bariónico y distribuciones de momentos dadas por la estadística de Boltzmann:

$$\frac{dN}{d^3x d^3p} = \frac{2S + 1}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left(-\frac{E^*}{T}\right) \quad (4.45)$$

donde $2S + 1$ es la multiplicidad de spin, E^* la energía de la partícula en el SR del fluido en reposo y T es la temperatura de congelación.

Partículas comóviles y partículas rápidas

El factor de Boltzmann de la ecuación (4.45) es máximo cuando E^* es mínimo. Esto ocurre cuando la partícula está en reposo en el SR del fluido en reposo, en ese caso $E^* = m$. Esto significa que la velocidad de dicha partícula en el SR del laboratorio es igual que la velocidad del fluido, se dice que la partícula es comóvil con el fluido y su momento es $p^\mu = mu^\mu$.

Por otro lado, se llaman partículas rápidas a las que se mueven más rápido que el fluido. Las partículas rápidas presentan $E^* > m$. Para un momento dado \vec{p} de una partícula, el mínimo de E^* se da para una velocidad del fluido paralela a dicho \vec{p} . Por tanto, las

partículas rápidas tienen mayor probabilidad de ser emitidas desde las regiones en las que la velocidad del fluido y de las partículas son paralelas; es decir, el fluido y la partícula tienen el mismo ángulo azimutal ϕ y la misma rapidez y .

La energía de una partícula en el SR del fluido en reposo se puede escribir como $E^* = p^\mu u_\mu$ en el SR del laboratorio. Esto se debe a 2 razones:

- 1) $p^\mu u_\mu$ es un escalar o invariante Lorentz, independiente del SR.
- 2) $p^\mu u_\mu = p^0$ si la velocidad del fluido es 0, que es efectivamente la energía de la partícula por definición.

Considerando una velocidad del fluido paralela a la velocidad de la partícula y $p_z = 0$ se obtiene

$$E^* = p^\mu u_\mu = m_t u^0 - p_t u \quad (4.46)$$

donde $u^0 = \sqrt{1 + u^2}$, p_t es el momento transversal de la partícula y $m_t = \sqrt{p_t^2 + m^2}$ se denomina “masa transversal” y es igual a la energía de la partícula ($p^0 = E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$) cuando $p_z = 0$.

Flujo radial

En las colisiones centrales la simetría rotacional permite escribir $dp_x dp_y = 2\pi p_t dp_t$, que junto con las ecuaciones (4.45) y (4.46) dan

$$\frac{dN}{2\pi p_t dp_t dp_z} \propto \exp\left(\frac{-m_t u_0 + p_t u}{T}\right) \quad (4.47)$$

Si el fluido está en reposo, $u = 0$ y $u^0 = 1$, entonces la distribución es exponencial en m_t , con la misma pendiente $1/T$ para todas las partículas, véase la ecuación (4.47). Esto es exactamente lo que se ve en las colisiones pp . La Figura 4.3 muestra las distribuciones de momento de varios hadrones en escala logarítmica en función de m_t . N es el número de partículas por evento. Todos los hadrones están en rectas paralelas. Los protones se encuentran un poco por encima de los antiprotones, esto indica que el número neto de bariones no es estrictamente 0 y que el modelo de fluido no bariónico es sólo una aproximación. Por otro lado, si se extrapola la recta de los piones a mayor m_t se puede ver que la línea de protones y antiprotones se encuentra 2 veces por encima. Esto se debe al factor $2S + 1$ de la ecuación (4.45), $S = \frac{1}{2}$ para protones y $S = 0$ para piones y kaones. Además, la línea de los kaones se encuentra por debajo de la de los piones. Este efecto se denomina “supresión de extrañeza”: se producen menos partículas extrañas de las que se esperan estadísticamente.

Aunque estos modelos termodinámicos ofrezcan una descripción de los espectros de las partículas salientes en las colisiones pp , esto no significa que en dichas colisiones se alcance el equilibrio térmico. De hecho, no se espera termalización en sistemas tan simples. Se cree que dicho comportamiento termodinámico proviene del proceso de hadronización, que es un proceso estadístico.

Sin embargo, en sistemas más complejos es necesario tener en cuenta el flujo colectivo del fluido. Esta velocidad del fluido v se añade al movimiento térmico de todas las partículas, aportando a cada una energía igual a $\frac{1}{2}mv^2$ en el caso no relativista. Esto implica

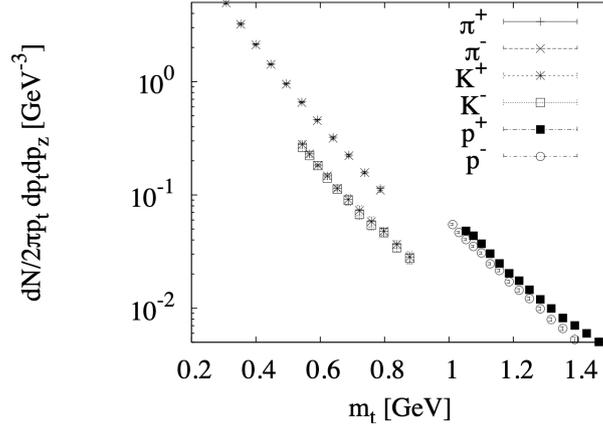


Figura 4.3: Espectro de la distribución de hadrones producidos en las colisiones pp cerca de $p_z = 0$ en función de m_t [23].

que las partículas más masivas tendrán mayor energía si el fluido se mueve. Teniendo en cuenta que $p_t^2 = m_t^2 - m^2$ y por tanto que $dp_t/dm_t = m_t/p_t$ se puede calcular la siguiente derivada:

$$\frac{d}{dm_t} \log \left(\frac{dN}{2\pi p_t dp_t dp_z} \right) = \frac{-u_0 + u m_t/p_t}{T} \quad (4.48)$$

donde, recordando que para una m_t dada las partículas más pesadas tienen p_t más bajas, si $u > 0$ se obtiene una pendiente más baja y por tanto un espectro respecto de m_t más plano. Esto es lo que ocurre en colisiones Au-Au centrales, representadas en la Figura 4.4. El espectro de los protones y los kaones es más plano que el de los piones. Es importante remarcar que la ecuación (4.48) sólo es válida para partículas rápidas, para las cuales $p_t > mu$ y $m_t > mu_0$, por lo que la pendiente será siempre negativa.

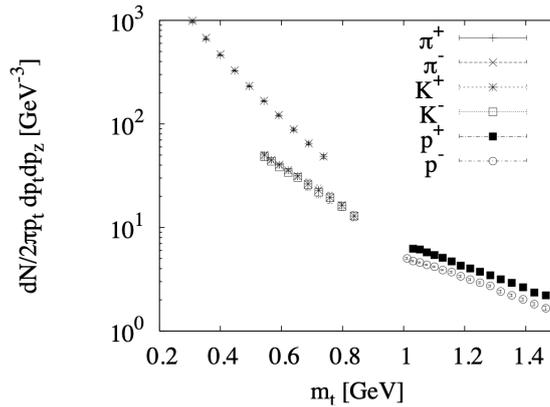


Figura 4.4: Espectro de la distribución de hadrones producidos en colisiones Au-Au centrales cerca de $p_z = 0$ en función de m_t . El número de partículas detectadas está normalizado a cada evento, de ahí la diferencia en la escala del eje vertical respecto a las colisiones pp [23]

Esta es la principal prueba de lo que se denomina flujo transversal. En el caso de colisiones centrales, donde existe simetría rotacional en el plano (x, y) , el flujo transversal se suele llamar “flujo radial”.

Congelación cinética y química

Observando las Figuras 4.3 y 4.4 se aprecia que las cantidades relativas entre las diferentes partículas, sus ratios, no son muy diferentes en las colisiones pp que en las colisiones AuAu. La principal diferencia entre ambos es la redistribución de las masas transversales de las partículas de mayor masa.

Recordando la ecuación (4.45) se observa que para calcular el número de partículas emitidas por un elemento de volumen de fluido es necesario integrar en el espacio de momentos. Por tanto, los ratios entre partículas sólo dependen de la temperatura. Como los ratios en colisiones pp y AuAu son similares, se deduce que la temperatura debe ser similar. Esta temperatura se denomina “temperatura de congelación química” y su valor es $T_c \simeq 170$ MeV en el RHIC [27].

Este valor de la temperatura explica los ratios entre partículas y el espectro en función de m_t en las colisiones pp . Sin embargo, este valor de la temperatura en la ecuación (4.48) daría lugar a un espectro más plano del que se ve en realidad. Es decir, la idea del flujo transversal (o radial) es capaz de explicar el aplanamiento del espectro, pero es necesaria una temperatura más baja de la que se da en las colisiones pp . Esta temperatura se denomina “temperatura de congelación cinética”, y su valor típico en el RHIC es $T_f \simeq 100$ MeV.

Estas temperaturas se suelen entender de la siguiente forma: las colisiones inelásticas, que mantienen el equilibrio químico, desaparecen a temperaturas $T < T_c$. A partir de este límite las cantidades de partículas se mantienen constantes, pero siguen existiendo colisiones elásticas que dan lugar a la distribución de Boltzmann de momentos, esta región es el equilibrio cinético. Este equilibrio cinético se rompe a temperaturas $T < T_f$.

Flujo elíptico

En el caso de las colisiones no centrales, definiendo los ejes x e y como hasta ahora, véase la Figura 3.2, se reescribe la ecuación (4.45) usando ahora $dp_x dp_y = p_t dp_t d\phi$ y teniendo en cuenta que ahora la velocidad puede depender de ϕ

$$\frac{dN}{p_t dp_t dp_z d\phi} \propto \exp\left(\frac{-m_t u_0(\phi) + p_t u(\phi)}{T}\right) \quad (4.49)$$

Este fenómeno es el ya explicado flujo elíptico. Se puede parametrizar como

$$u(\phi) = u + 2\alpha \cos 2\phi \quad (4.50)$$

donde α es un coeficiente positivo que caracteriza la magnitud del flujo elíptico y u es la media sobre ϕ de la 4-velocidad máxima del fluido. Se puede usar $u^0 = \sqrt{1 + u^2}$ obteniendo a primer orden en α

$$u^0(\phi) = u^0 + 2v\alpha \cos 2\phi \quad (4.51)$$

donde $v \equiv u/u_0$ es la media de la velocidad máxima del fluido. Si se introducen las ecuaciones (4.50) y (4.51) en (4.49) y se compara con (4.44) a primer orden en α se obtiene el valor para el flujo elíptico

$$v_2 = \frac{\alpha}{T}(p_t - vm_t) \quad (4.52)$$

Esta ecuación explica las características principales del flujo elíptico. Para partículas ligeras como los piones, para las cuales $m_t \simeq p_t$, el flujo elíptico v_2 es lineal con p_t . Para partículas más pesadas, m_t es mayor para un mismo valor de p_t , dando lugar a un v_2 más pequeño. De nuevo, la ecuación (4.52) sólo se aplica a partículas rápidas, $p_t > mu$ y $m_t > mu_0$, por lo que $v_2 > 0$ siempre. Este ordenamiento en función de las masas es acorde con los resultados experimentales de la Figura 3.3. Este efecto es visible sólo para velocidades v significantes. Los datos experimentales del RHIC muestran la aparición de flujos relativistas, con una velocidad máxima del fluido de hasta 0,7 veces la velocidad de la luz.

Viscosidad y termalización

Tipos de flujo

Los tipos de flujo se caracterizan mediante tres parámetros adimensionales:

- El número de Knudsen, $Kn \equiv \lambda/R$, es el cociente entre el recorrido libre medio λ de una partícula y la dimensión característica del sistema R . Para aplicar la hidrodinámica es necesario $Kn < 1$.
- El número de Mach, $Ma \equiv v/c_s$, es el cociente entre la velocidad del flujo v y la velocidad de las ondas sonoras c_s .
- El número de Reynolds es $Re \equiv Rv/(\eta/\rho)$, donde η es la viscosidad y ρ la densidad de masa. En el caso relativista se sustituye ρ por $\epsilon + P$. Si $Re \gg 1$, el flujo se puede considerar no viscoso.

Existe una relación entre estos tres números

$$Re \times Kn \sim Ma \quad (4.53)$$

Correcciones de viscosidad

El número de Knudsen se puede utilizar para desarrollar los observables en potencias del mismo.

- El orden más bajo, el límite $Kn \rightarrow 0$, corresponde a hidrodinámica no viscosa.
- A primer orden, lineal en Kn , se tiene la hidrodinámica viscosa, cuyas ecuaciones son las de Navier-Stokes.
- A órdenes mayores las correcciones vienen descritas por ecuaciones más complejas.

El valor del número de Knudsen en los experimentos del RHIC se puede estimar. Aunque no se conoce el valor real de la viscosidad en QCD a alta temperatura, existen cálculos realizados mediante *lattice QCD*. Se ha obtenido un límite mínimo para la viscosidad

$$\frac{\eta}{s} > \frac{\hbar}{4\pi} \quad (4.54)$$

Este límite inferior en la viscosidad se puede transformar a un límite superior para el número Re que a su vez se puede transformar en un límite inferior para el número Kn . Para las colisiones centrales Au-Au del RHIC, este mínimo del número de Knudsen es $Kn \sim 0,1$. Esto significa que existen correcciones viscosas de al menos el 10 %.

La hidrodinámica no viscosa o ideal ofrece explicación a varias características de los datos obtenidos en RHIC. Sin embargo, no todos los datos son reproducibles debido a estas correcciones viscosas. El objetivo es ser capaces de estimar tanto la ecuación de estado como la viscosidad de QCD a alta temperatura a partir de los experimentos de colisiones de iones pesados. Para ello, existen numerosos estudios actuales, pero hasta el momento, la hidrodinámica ha sido de vital importancia para entender este tipo de colisiones.

5. Conclusiones y líneas futuras

En este trabajo se ha llevado a cabo un análisis detallado de la física en las colisiones de iones pesados. Desde una breve introducción a la teoría de QCD, hasta las bases de la hidrodinámica relativista que es capaz de explicar la evolución de QGP una vez que el sistema alcanza el equilibrio termodinámico local. Además, se ha analizado la fenomenología de dichos experimentos, su análisis y los observables más importantes y representativos a tener en cuenta, como el flujo elíptico y la supresión de jets.

Los avances en estos experimentos permitirán entender en mayor profundidad el funcionamiento de las interacciones fuertes en condiciones de alta temperatura y densidad, dando así lugar a avances en QCD y su diagrama de fases. Estos conocimientos pueden además aportar avances en el campo de la cosmología. A pesar de que en cada uno de los casos rigen fuerzas distintas, gravedad en la expansión del universo y QCD en las colisiones de iones pesados, ambos pueden ser descritos mediante la dinámica de fluidos relativista. Por tanto, conocer en profundidad la evolución de QGP puede aportar información sobre alguna de las primeras épocas del universo, donde la materia también estaba dominada por quarks y gluones [28].

De cara al futuro, los experimentos de colisiones de iones ultrarrelativistas se encuentran entre las principales tareas de los aceleradores de partículas. Por ejemplo, el LHC comenzará su *Run 3* en 2023 y este tipo de experimentos tienen una fecha dedicada en esta nueva puesta en funcionamiento. Además, los cuatro grandes detectores han sido mejorados durante este tiempo para poder realizar medidas con mayor luminosidad. Gracias a estas mejoras, se podrán llevar a cabo experimentos con una mayor precisión en la detección de partículas, incluyendo las que presentan extrañeza. También se podrán hacer medidas de las correlaciones y fluctuaciones de los coeficientes de flujo, aportando información adicional a lo que ya se conoce de los v_n [29].

En resumen, el programa dedicado a las colisiones de iones pesados en las *Runs 3* y *4* del LHC ofrecerá nuevos datos para estudiar QCD en estas condiciones tan extremas. Aún así, habrá todavía preguntas que los investigadores serán incapaces de resolver hasta que se produzcan nuevos avances tecnológicos en los detectores. Por esta razón, ya está planificada la *Run 5* para los años 2035-2038. En particular, el famoso experimento ALICE del LHC plantea construir un experimento dedicado a las colisiones de iones pesados, ALICE 3. Algunos de los objetivos de esta planificación en torno a estos experimentos son la detección de radiación electromagnética procedente de QGP o de hadrones pesados que extiendan el modelo estándar hacia la búsqueda de axiones. Sea como sea, puede estar uno seguro que los resultados de estos experimentos aportarán una visión sin precedentes sobre los constituyentes y fuerzas de la naturaleza.

Teniendo en cuenta las áreas que más atención han recibido en los últimos años, los avances futuros más probables vendrán dados en: determinar la relación temperatura-viscosidad, analizar la pérdida de energía de los jets, caracterizar el tiempo de formación de quarks pesados y clarificar la importancia del flujo hidrodinámico en las colisiones pp para diferenciar el flujo inicial del generado más tarde en las colisiones de iones pesados [1].

Bibliografía

- [1] F. Gelis, «Some aspects of the theory of heavy ion collisions,» *Reports on Progress in Physics*, vol. 84, n.º 5, abr. de 2021. DOI: [10.1088/1361-6633/abec2e](https://doi.org/10.1088/1361-6633/abec2e). dirección: <https://doi.org/10.1088%2F1361-6633%2Fabec2e>.
- [2] W. Busza, K. Rajagopal y W. Schee, «Heavy Ion Collisions: The Big Picture, and the Big Questions,» *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, vol. 68, feb. de 2018. DOI: [10.1146/annurev-nucl-101917-020852](https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-101917-020852).
- [3] H. Fritzsche, *The history of QCD*, sep. de 2021. dirección: <https://cerncourier.com/a/the-history-of-qcd/>, último acceso: 03/06/22.
- [4] R. S. Bhalerao, *Relativistic heavy-ion collisions*, 2014. arXiv: [1404.3294 \[nucl-th\]](https://arxiv.org/abs/1404.3294).
- [5] A. Zee, *Quantum field theory in a nutshell*, second edition. Princeton University Press, 2010.
- [6] C. N. Yang y R. L. Mills, «Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance,» *Phys. Rev.*, vol. 96, págs. 191-195, 1 oct. de 1954. DOI: [10.1103/PhysRev.96.191](https://doi.org/10.1103/PhysRev.96.191). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.96.191>.
- [7] D. J. Griffiths, *Introduction to elementary particles; 2nd rev. version*, ép. Physics textbook. New York, NY: Wiley, 2008. dirección: <https://cds.cern.ch/record/111880>.
- [8] D. J. Gross y F. Wilczek, «Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories,» *Physical Review Letters*, vol. 30, n.º 26, págs. 1343-1346, jun. de 1973. DOI: [10.1103/PhysRevLett.30.1343](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.30.1343).
- [9] H. D. Politzer, «Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?» *Physical Review Letters*, vol. 30, n.º 26, págs. 1346-1349, jun. de 1973. DOI: [10.1103/PhysRevLett.30.1346](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.30.1346).
- [10] P. D. Group, P. A. Zyla, R. M. Barnett y col., «Review of Particle Physics,» *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, vol. 2020, n.º 8, ago. de 2020, 083C01, ISSN: 2050-3911. DOI: [10.1093/ptep/ptaa104](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104). eprint: <https://academic.oup.com/ptep/article-pdf/2020/8/083C01/34673722/ptaa104.pdf>.
- [11] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders y P. Steinberg, «Glauber Modeling in High-Energy Nuclear Collisions,» *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, vol. 57, n.º 1, págs. 205-243, nov. de 2007, ISSN: 1545-4134. DOI: [10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020](https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020). dirección: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020>.
- [12] I. Müller, «Zum Paradoxon der Wärmeleitungstheorie,» *Zeitschrift für Physik*, vol. 198, n.º 4, págs. 329-344, 1967. DOI: [10.1007/BF01326412](https://doi.org/10.1007/BF01326412). dirección: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-34250501801&doi=10.1007%2fBF01326412&partnerID=40&md5=6bdb6de36aa41e9d4d241b7e87a363ce>.

- [13] W. Israel y J. Stewart, «Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory,» *Annals of Physics*, vol. 118, n.º 2, págs. 341-372, 1979, ISSN: 0003-4916. DOI: [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(79\)90130-1](https://doi.org/10.1016/0003-4916(79)90130-1). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491679901301>.
- [14] P. Huovinen y P. Petreczky, «QCD equation of state and hadron resonance gas,» *Nuclear Physics A*, vol. 837, n.º 1-2, págs. 26-53, jun. de 2010, ISSN: 0375-9474. DOI: [10.1016/j.nuclphysa.2010.02.015](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2010.02.015). dirección: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2010.02.015>.
- [15] M. D. Oldenburg y S. Collaboration, «Scaling of anisotropic flow in the picture of quark coalescence,» *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, vol. 31, n.º 4, S437-S442, mar. de 2005. DOI: [10.1088/0954-3899/31/4/054](https://doi.org/10.1088/0954-3899/31/4/054). dirección: <https://doi.org/10.1088/0954-3899/31/4/054>.
- [16] H. Song, «QGP viscosity at RHIC and the LHC – a 2012 status report,» *Nuclear Physics A*, vol. 904-905, págs. 114c-121c, mayo de 2013. DOI: [10.1016/j.nuclphysa.2013.01.052](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2013.01.052). dirección: <https://doi.org/10.1016%2Fj.nuclphysa.2013.01.052>.
- [17] B. Alver, B. B. Back, M. D. Baker y col., «Importance of correlations and fluctuations on the initial source eccentricity in high-energy nucleus-nucleus collisions,» *Phys. Rev. C*, vol. 77, pág. 014906, 1 ene. de 2008. DOI: [10.1103/PhysRevC.77.014906](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.77.014906). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.77.014906>.
- [18] D. d'Enterria, «6.4 Jet quenching,» en *Relativistic Heavy Ion Physics*, Springer Berlin Heidelberg, 2010, págs. 471-520. DOI: [10.1007/978-3-642-01539-7_16](https://doi.org/10.1007/978-3-642-01539-7_16).
- [19] S. S. Adler, S. Afanasiev, C. Aidala y col., «High transverse momentum η meson production in $p + p$, $d + Au$, and $Au + Au$ collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV,» *Phys. Rev. C*, vol. 75, pág. 024909, 2 feb. de 2007. DOI: [10.1103/PhysRevC.75.024909](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.75.024909). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.75.024909>.
- [20] J. Adams, C. Adler, M. M. Aggarwal y col., «Evidence from $d + Au$ Measurements for Final-State Suppression of High- p_T Hadrons in $Au + Au$ Collisions at RHIC,» *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, pág. 072304, 7 ago. de 2003. DOI: [10.1103/PhysRevLett.91.072304](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.072304). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.072304>.
- [21] S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. M. Sirunyan y col., «Observation and studies of jet quenching in PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV,» *Phys. Rev. C*, vol. 84, pág. 024906, 2 ago. de 2011. DOI: [10.1103/PhysRevC.84.024906](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.84.024906). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.84.024906>.
- [22] B. Müller, «From Quark-Gluon Plasma to the Perfect Liquid,» 2007. DOI: [10.48550/ARXIV.0710.3366](https://doi.org/10.48550/ARXIV.0710.3366). dirección: <https://arxiv.org/abs/0710.3366>.
- [23] J.-Y. Ollitrault, «Relativistic hydrodynamics for heavy-ion collisions,» *European Journal of Physics*, vol. 29, n.º 2, págs. 275-302, ene. de 2008. DOI: [10.1088/0143-0807/29/2/010](https://doi.org/10.1088/0143-0807/29/2/010).
- [24] L. Rezzolla y O. Zanotti, *Relativistic Hydrodynamics*, ép. EBSCO ebook academic collection. OUP Oxford, 2013, ISBN: 9780198528906. dirección: <https://books.google.es/books?id=KU2oAAAAQBAJ>.

- [25] J. D. Bjorken, «Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region,» *Phys. Rev. D*, vol. 27, págs. 140-151, 1 ene. de 1983. DOI: [10.1103/PhysRevD.27.140](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.27.140). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.27.140>.
- [26] F. Cooper y G. Frye, «Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production,» *Phys. Rev. D*, vol. 10, págs. 186-189, 1 jul. de 1974. DOI: [10.1103/PhysRevD.10.186](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.10.186).
- [27] P. Braun-Munzinger, D. Magestro, K. Redlich y J. Stachel, «Hadron production in Au–Au collisions at RHIC,» *Physics Letters B*, vol. 518, n.º 1-2, págs. 41-46, oct. de 2001. DOI: [10.1016/s0370-2693\(01\)01069-3](https://doi.org/10.1016/s0370-2693(01)01069-3).
- [28] S. Floerchinger, «Heavy ion collisions and cosmology,» *Nuclear Physics A*, vol. 956, págs. 91-98, dic. de 2016. DOI: [10.1016/j.nuclphysa.2016.02.006](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2016.02.006). dirección: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2016.02.006>.
- [29] A. Ohlson, *Heavy-ion physics: past, present and future*, mayo de 2022. dirección: <https://cerncourier.com/a/heavy-ion-physics-past-present-and-future/>, último acceso: 03/06/22.