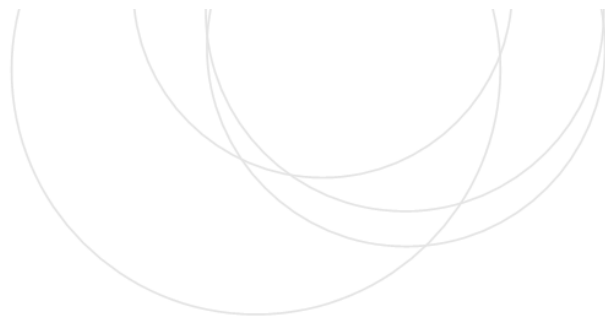




Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

ZIENTZIA  
ETA TEKNOLOGIA  
FAKULTATEA  
FACULTAD  
DE CIENCIA  
Y TECNOLOGÍA



Gradu amaierako lana / Trabajo fin de grado  
Fisikako gradua / Grado en Física

# Inflazio kosmologikoa eta Kosmologia Zikliko Konformea Big Bang beroaren arazoan konponbide gisa

Egilea/ Autor/a:  
Julen Estonba Loinaz  
Zuzendariak/Directores/as:  
Jon Urrestilla Urizabal

© 2023, Julen Estonba Loinaz

Leioa, 2023eko uztailaren 25a / Leioa, 25 de julio de 2023

# Gaien Aurkibidea

<b>1</b>	<b>Sarrera eta Helburuak</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Big Bang beroaren eredua</b>	<b>4</b>
2.1	Oinarriak . . . . .	4
2.2	FLRW metrika eta Friedmann-en ekuazioak . . . . .	6
2.3	Ereduaren mugak . . . . .	8
2.3.1	Lautasunaren arazoa . . . . .	8
2.3.2	Ortzi-mugaren arazoa . . . . .	9
2.3.3	Monopoloen arazoa . . . . .	10
2.3.4	Entropiaren arazoa . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Inflazioa</b>	<b>11</b>
3.1	Ideiaen jatorria eta arazoek konponbidea . . . . .	11
3.2	Inflazioaren mekanismoa . . . . .	14
3.3	Slow Roll inflazioa . . . . .	16
3.4	Inflazioaren amaiera: birberotzea . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Kosmologia Zikliko Konformea</b>	<b>21</b>
4.1	Oinarrizko kontzeptuak . . . . .	21
4.1.1	Geometria konformea . . . . .	21
4.1.2	Penrosen diagramak . . . . .	22
4.1.3	Weyl-en tentsorea . . . . .	23
4.2	Big Bangaren izate berezia . . . . .	23
4.2.1	Entropiaren definizioa eta termodinamikaren bigarren printzipioa . . . . .	23
4.2.2	Entropiaren arazoa . . . . .	24
4.3	CCCaren egitura . . . . .	25
4.4	CCC eta termodinamikaren bigarren printzipioa uztartzea . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Ondorioak</b>	<b>32</b>

# 1. Kapituluia

## Sarrera eta Helburuak

Gizakiak betidanik zerbait izan badu, hori jakinmina da. Lurrean bertan egunerokotasuneko prozesuak ulertzeko jakinmina, eta baita zerura begiratu eta haratago zer dagoen ulertzeko jakinmina. Jakinmin honek bultzatuta, historiak Antzinako Grezian kokatzen ditu lehen pentsalari handiak, unibertsoa deskribatzeko izaki jainkotirrak zerabiltzaten kondairak alde batera utzi eta berau ulertzen saiatzen hasi zirenak. Mendeak joan hala gizakiaren jakintza areagotzen joan da alor hauetan, eta berpizkundean metodo zientifikoak jaio ondoren, zeinak zientzia egiteko modu berri bat ekarri zuen, oraindik eta gehiago, besteak beste Kepler-en eta Newton-en legeekin. Azken hauek grabitatea eta gorputz zerrutarren jokabidea eta elkarrekintzak azaltzea ahalbidetu baitzuten.

Paradigma aldaketa garrantzitsuenetako bat XX. mendearen hasieran gertatu zen, ordu-rarte Newtonen legeek deskribatutako indar grabitatorioa ulertzeko beste teoria berri bat jaiotzearekin: Einstein-en erlatibitate orokorra. Teoria berri honekin unibertsoaren bila-kaera deskriba zitekeen, eta hainbat zientzialarik atera zituzten proposamen ezberdinak.

Testuinguru honetan kokatzen da lan hau. Bigarren kapituluan erlatibitate orokorraren baitan sortutako Big Bang beroaren ereduaz azalduko da, zeinak XX. mendean zehar behaketen bitartez babes handia lortu zuen. Hala ere, ikusiko den bezala, eredu honek baditu muga batzuk: lautasunaren arazoa, ortzi-mugaren arazoa, monopoloen arazoa eta entropiaren arazoa. Lan honen helburu nagusia Big Bang beroaren ereduak dituen arazo hauentzat irtenbidea proposatzea izango da.

Araza hauei konponbidea emateko ez dago Big Bang beroaren ereduaren baitan garatutako guztia alde batera utzi eta eredu guztiz berri bat sortu beharrik, baizik eta unibertso goiztiarrerako eta etorkizun urrunerako aldaketa batzuk izango dira proposatzen direnak. Tarteko zatia berriz, behaketek hainbeste babestu duten Big Bang beroaren ereduarekin azaltzen jarrai daiteke.

Hirugarren kapituluan unibertso inflazionarioaren ideia aurkeztuko da, zeinetan unibertso goiztiararentzat hazkuntza esponenzial bat proposatzen den. Honek Big Bang beroaren ereduaren hiru arazo nola konpontzen dituen ikusiko da, eta gainera, inflazioa bera eremu eskalar gisa ulertuz, honen dinamika deskribatu. Amaitzeko, inflazio arotik Big Bang beroko eredura itzultzeko balio duen birberotzea azalduko da.

Entropiaren arazoari aurre egiteko aldiz, ideia berri eta exotiko bat aurkeztuko da laugarren kapituluan: Kosmologia Zikliko Konformeak. Kosmologia Zikliko Konformeak behin eta berriz sortu eta amaitzen den unibertso zikliko bat proposatzen du, aldi bakoitzaren amaiera hurrengoarekin konektatuz. Kosmologia ziklikoko proposamen gehiago existitzen

---

badira ere, honen berezitasuna aldi bakoitzaren amaiera hazkuntza esponentzialekoa dela da, eta bi aldiren elkarketa azalduko den birreskalatzen konformeen bitartez gertatzen dela. Honekin, Kosmologia Zikliko Konformeak Big Bang beroaren ereduko laugarren eta azken arazoari azalpen bat ematea ahalbidetuko du, lanaren helburu nagusia betez.

Azkenik, lan honetan  $c = 1$  eta  $\hbar = 1$  balioak onartuko direla, eta erabiliko den metrikaren signatura  $(-+++)$  dela adierazi behar da.

## 2. Kapituluia

# Big Bang beroaren eredua

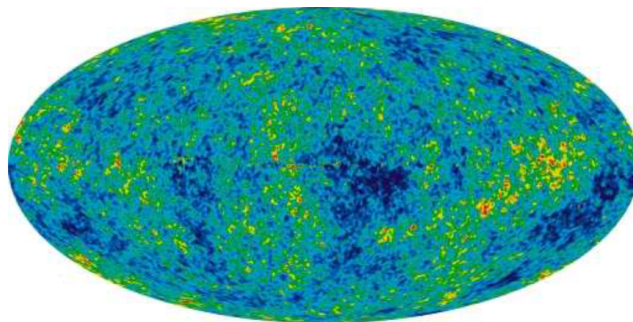
XX. mendean Einsteinen erlatibitate orokorrak ekarri zuen paradigma aldaketarekin batera, berau ardatz zuten hainbat teoria garatu ziren, zeinetan unibertsoak era desberdinetan eboluzionatzen zuela proposatzen zen. Unibertsoaren eboluzio ezberdinak aurreikusten ziztuzten eredu guzti hauen artean, behaketen babesak jasota, kapitulu honetan azalduko den Big Bang beroaren eredua izan zen nagusitu zena, egungo kosmologian errotuz. Eredu hau lehenengoz Georges Lemaître-k 1931an [1] proposatutako Big Bangaren teoriatik eratorria da, zeinak unibertsoak hasiera bat izan zuela eta honen ondoren zabaltzen joan zela zioen.

### 2.1 Oinarriak

Aztergai den eredu honen oinarri nagusia printzipio kosmologikoa da. Honen esanetara, unibertsoari, berau eskala handian aztertzean ( $10^8 - 10^9$  argi-urteko distantzietan [1]), ondoko bi ezaugarriak eslehi dakizkioke:

- Homogeneotasuna: unibertsoak ez dauka puntu berezirik, hau da, unibertsoko puntu ororen ezaugarriak berdinak dira.
- Isotropia: unibertsoak ez dauka norabide berezirik, hau da, norabide guztien propietateak berdinak dira.

Printzipio kosmologikoaren behaketa esperimental sendoenetariko bat mikrouhin-hondo kosmikoa (CMB) da (2.1), zeinak fotoiak banandu zireneko unibertsoa erakusten duen, hots, unibertsoak 350.000 urte inguru zituenean fotoiak aske bidaiatzen hasi zirenekoa. Erradiazio hau lehenengoz 1964ean Penzias eta Wilson ingeniariak neurtu zuten. CMBak 2,725K-ko batez besteko tenperaturan dagoen gorputz beltzaren espektroa azaltzen du,  $10^{-5}$ K-etako anisotropia txikiekin [2].



Irudia 2.1: WMAP sateliteak egindako CMBaren anisotropien mapa. [1]

Guzti honekin, printzipio kosmologikoa honela enuntziatzen da:

*Une bakoitzean unibertsoaren propietateak berdinak dira puntu eta norabide guztietan, irregulartasun lokalak ahaztuta [1].*

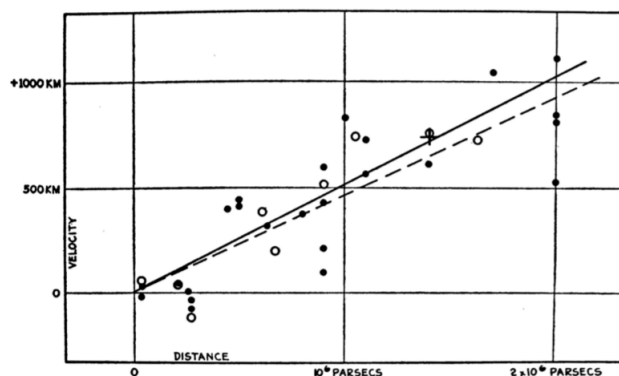
Ereduaren oinarri nagusia printzipio kosmologikoa bada ere, ez da bakarra. Honez gain, kontutan hartu beharra dago hurrengo lerroetan garatuko den Hubblen zabalkuntza ere.

Galaxiek igortzen duten erradiazioaren  $\lambda_{igorrria}$  uhin-luzera aztertuz, hau eta laborategian neurtuko den  $\lambda_{neurtua}$  ez dira berdinak izango galaxien abiadurarengatik. Hau da, galaxia horrek  $z$  *redshift* bat izango du, ondoko formulak emana,

$$z = \frac{\lambda_{neurtua} - \lambda_{igorrria}}{\lambda_{igorrria}}. \quad (2.1)$$

Redshift izena uhin-luzera horrek espektro elektromagnetikoan gorrirantz jotzen duelako da ( $z > 0$  denean).

1929an Edwin Hubble-ek hogei galaxiaren redshifta eta distantzia zituen neurtuta. Distantzia hauek neurtzeko galaxietako zefeidak kandela estandar gisa erabili zituen [1], eta redshifta galaxien mugimenduarekin erlazionatutako Doppler efektu gisa ulertu zuen. Ondorioz, behatutako galaxia oro Lurretik urruntzen ari dela ikusi zuen, eta gainera, printzipio kosmologikoaren arabera Lurraren posizioa pribilegiatua ez denez, hau galaxia guztientzat bete behar zela ondorioztatu zuen. Horrenbestez, unibertsoa hedatzen ari zen.



Irudia 2.2: Hubblen neurketa originalen grafika, non ardatz bertikalean  $cz$  dagoen (unitateak gaizki idatzita daude eta km/s izan beharko litzateke km soilaren ordean) eta ardatz horizontalean distantzia. [2]

Neurtutako redshiftak txikiak ziren, eta beraz, mekanika ez-erlatibista erabiliz ( $z = v/c$ ), Hubblen legea ondoko eran ere idatz daiteke [2]:

$$v = H_0 r, \quad (2.2)$$

non  $v$  galaxiaren abiadura erradiala den eta  $H_0$  Hubblen konstantea.  $H_0$ -ren egungo neurketak  $H_0 = 70 \pm 7 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$  balioaren inguruan daude, hainbat talderen lanen ekarpenak erabiliz [2]. Esaterako, SH0ES taldeak  $H_0 = 73, 2 \pm 1, 3 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$  balioa lortu du konstantea lokalki neurtuz, eta Planck Collaboration taldeak berriz  $H_0 = 67, 4 \pm 0, 5 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$  balioa urruneko galaxiak aztertuz [3]. Ekuazio honetan Hubblen zabal-kuntza garbi ikus daiteke, galaxiak elkarrengandik zenbat eta urrunago egon, orduan eta azkarrago urruntzen ari dira.

Hubblen legeak auresandako zabalkuntza azaltzeko koordenatu kohigikorak erabili ohi dira, unibertsoaren hazkuntza isotropia eta homogeneotasuna mantenduz azaltzea ahalbidetzen dutenak, alegia.

Unibertso edozein bi punturen arteko distantzia neurketa egiten den  $t_0$  aldiunean  $d_{ij}(t_0) = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$  bada,  $a(t)$  eskala faktore bat definituz, unibertsoaren momentuko horretako zabal-kuntzaren adierazle dena, honela idatz daiteke edozein aldiunetan bi puntu horien arteko distantzia [2]:

$$d_{ij}(t) = a(t)d_{ij}(t_0). \quad (2.3)$$

Eta (2.3) adierazpena deribatuz, abiadura lor daiteke:

$$v_{ij} = \frac{d}{dt}[a(t)|\vec{r}_i - \vec{r}_j|] = \dot{a}(t)d_{ij}(t_0) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}d_{ij}(t_0)a(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}d_{ij}(t). \quad (2.4)$$

Hemendik Hubblen Legea berreskuratzen da,  $H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$  izanik, non puntua guztiak elkarrengandik urruntzen ari diren, eta beraz, deskribatzen den higidurak printzipio kosmologikoa errespetatzen duen. Ekuazio hauetan aldagaien gaineko puntuek denborarekiko deribatuak adierazten dituzte.

## 2.2 FLRW metrika eta Friedmann-en ekuazioak

Ereduaren oinarri teorikoak finkatuta, berau deskribatuko duten ekuazioak aurkeztu behar dira. Erlatibitate orokorraren teoria denez grabitatearen egungo teoria, Einsteinen ekuazioak izango dira lehenengoak, zeinen itxura honakoa den:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

non  $R_{\mu\nu}$  Ricci-ren tentsorea,  $T_{\mu\nu}$  energia-momentu tentsorea,  $G$  grabitazio unibertsalaren konstantea,  $R$  Ricciren eskalarra eta  $g_{\mu\nu}$  metrika ( $g = \det(g_{\mu\nu})$ ) diren. Ricciren tentsorearen definizioa Riemann-en tentsorearekin lotuta dago. Riemannen tentsorea kurbatura adierazten duen (1, 3) tentsore bat da,

$$R^\rho_{\sigma\mu\nu} \equiv \partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} + \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\sigma} \quad (2.6)$$

gisa definitzen dena [4],  $\Gamma_{bc}^a$  gaiak konexioak izanik. Honekin, Ricciren tentsorea ondoko eran definitzen da:

$$R_{\mu\nu} \equiv R^{\rho}_{\mu\rho\nu}. \quad (2.7)$$

Energia-momentu tentsoreak materiaren eta energiaren presentziak espazio-denborari nola eragiten dion adierazten du. Berdintzaren ezkerreko aldea  $G_{\mu\nu}$  Einsteinen tentsorea izenez ere ezagutzen da.

Einsteinek bere ekuazioak plazaratu eta urte batzuetara, hauek deskribatzen zuten unibertsoa berak uste bezala estatikoa ez zenez, beste gai bat gehitu zuen: konstante kosmologikoa ( $\Lambda$ ). Berau hasiera batean unibertso estatiko bat ahalbidetzeko sartu bazuen ere, gaur egun unibertsoaren zabalkuntza azeleratuaren eragile gisa ulertzen da, eta termino honekin, (2.5) ekuazioak ondoko itxura hartzen du:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

Behin Einsteinen ekuazioak lortuta, hurrengo pausua espazio-denbora deskribatzen duen metrika bilatzea da. Aurreko atalean aipatu den bezala, deskribatu nahi den unibertsoa isotropoa eta homogeneoa dela onartzen da, eta honek, metrika ahal den simetrikoea izango dela esan nahi du.

Espazio-aldagaiekin hasiz, hiru dimentsiotan simetrikotasun maximoa duen espazio bat lortzea da lehen urratsa. Hau betetzen duen adibide errazena  $\mathbb{R}^3$  espazio laua da. Bigarren aukera bat *hiru-esfera* bat izan daiteke,  $S^3$ , zeinak deskribatutako metrika koordenatu esferikoetan honakoa den:

$$ds_{S^3}^2 = d\rho^2 + \sin^2 \rho (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (2.9)$$

Beste aukera bat  $H_3$  espazio hiperbolikoa da:

$$ds_{H_3}^2 = d\rho^2 + \sinh^2 \rho (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (2.10)$$

Hiru espazio hauen Ricciren tentsorearen forma  $R_{\mu\nu} = 2kg_{\mu\nu}$  [4] da, non  $k$ -k kurbatura adierazten duen, eta  $k = 0$  kasua  $\mathbb{R}^3$ -rentzat,  $k = 1$   $S^3$ -rentzat eta  $k = -1$   $H_3$ -rentzat diren. Propietate hau betetzen duten espazioei *Einsteinen espazio* deritze, eta hirurei batera erreferentzia egiteko  $ds_3^2$  erabiliko da aurrerantzean.

Hiru dimentsiotako espazio hauek lau dimentsioko espazio-denbora deskribatzen erabili ahal izateko aurreko ataleko eskala faktorea berreskuratzen da, eta denbora-koordinatua sartu, *Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)* metrika lortuz:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)ds_3^2. \quad (2.11)$$

Einsteinen ekuazioetan isotropia eta homogeneotasuna inposatuz, eta materia eta energia jariakin perfektutzat hartuz, energia-momentu tentsorea diagonal bilakatzen da,

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$



$\rho$  dentsitatea eta  $P$  presioa izanik. Einsteinen ekuazioetan 00 eta  $ii$  osagaiak berdinduz, bi ekuazio eskuratzen dira [4]:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.13)$$

eta

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.14)$$

zeinak Friedmann-en ekuazioak gisa ezagutzen diren.

Jariakinaren egoera ekuazioa

$$p = \omega\rho \quad (2.15)$$

dela onartuz, eta (2.12)-i energia eta momentuaren kontserbazioa aplikatuz,

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0, \quad (2.16)$$

jariakin ekuazioa lortzen da,

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P). \quad (2.17)$$

Gaiera, (2.15) ekuazioan  $\omega$  konstantetzat hartuz (2.17) ekuazioa integra daiteke,

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)} \quad (2.18)$$

erlazioa lortuz.

Arestian aipatu bezala,  $\omega$  konstantea da, baina konstante horren balioa ez da berbera unibertsoko elementu guztientzako. Materia ez-erlatibistari  $\omega = 0$  balioa dagokio, eta beraz, materia ez-erlatibistaren dentsitatea  $\rho_m \propto a^{-3}$  izango da; materia erlatibista edo erradiazioari  $\omega = 1/3$  da dagokiona,  $\rho_r \propto a^{-4}$  izanik; eta konstante kosmologikoari berriz  $\omega = -1$ , bere dentsitatea eskala faktorearekiko independente izanik. Gainera, Friedmannen ekuazioetatik eskala faktoreak denboran zehar izango duen bilakaera azter daiteke kasu bakoitzerako, materiarentzat  $a \propto t^{2/3}$ , erradiazioarentzat  $a \propto t^{1/2}$  eta konstante kosmologikoarentzat  $a \propto e^{Ht}$  izanik.

## 2.3 Ereduren mugak

Oraindaino aurkeztu den ereduak unibertsoaren eboluzioaren azalpena eta iragarpenak hein handi batean era egokian egiten baditu ere, badauzka zenbait arazo zeinak azalezin zaizkion: lautasunaren arazoa, ortzi-mugaren arazoa, monopoloen arazoa eta entropiaren arazoa.

### 2.3.1 Lautasunaren arazoa

Friedmannen (2.13) ekuazioa kurbatura nulurako ebatziz dentsitate kritikoa deritzona lortzen da:

$$\rho_{kri} = \frac{3}{8\pi G}H^2. \quad (2.19)$$

Honekin osagai bakoitzari dagokion dentsitate parametroa honela defini daiteke:

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_{kri}}. \quad (2.20)$$

$\Omega_{rm\Lambda}$  deituz materia ez erlatibista, materia erlatibista eta konstante kosmologikoari dagozkien dentsitate parametroari, Friedmannen (2.13) ekuazioa berriro idatz daiteke

$$1 - \Omega_{rm\Lambda} = -\frac{k}{H^2 a^2}, \quad (2.21)$$

eran. Eta hau egungo ( $t_0$ ) balioetan ebaluatuz ( $a_0 = 1$  aukeraketarekin)

$$1 - \Omega_{rm\Lambda,0} = -\frac{k}{H_0^2} \quad (2.22)$$

lortzen da. Behaketetatik lortutako emaitzek [6]

$$|1 - \Omega_{rm\Lambda,0}| \leq 0,01 \quad (2.23)$$

balioa aurrezaten dute, hots,  $\Omega_{rm\Lambda,0}$  1-etik oso gertu dago, eta  $k$  0-tik. Honek behatzen den unibertsoa ia laua dela esan nahi du.

Gainera, (2.21) ekuazioa unibertsoaren historiako beste momentu batzuetan ebaluatuz, hala nola erradiazio eta materia berdintzan edo nukleosintesian,  $\Omega_{rm\Lambda}$  1-etik oraindik eta hurbilago dagoela ikus daiteke, eta beraz,  $k$  0-tik hurbilago [4]:

$$|1 - \Omega_{rm\Lambda,rm}| \leq 2 \times 10^{-4}, \quad (2.24)$$

$$|1 - \Omega_{rm\Lambda,nuk}| \leq 3 \times 10^{-14}. \quad (2.25)$$

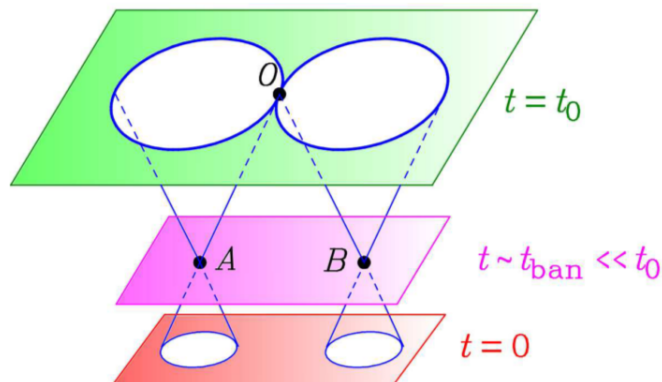
Baina, zergatik da eta zen unibertsoa hain laua? (2.21) ekuazioarentzat unitatearen inguruko balio batek ez luke aparteko azalpenik beharko.

### 2.3.2 Ortzi-mugaren arazoa

Arazo hau azaltzeko, lehenengo defini bedi partikulen horizontea. Partikulen horizontea komunikatu ahal izan diren puntuen taldeari deritzo, hau da, gehiengo abiadura argiaren abiadura denez, garai jakin batean partikula baten horizontea Big Bangetik argiaren abiaduran bidaiatu izan balu iritsi ahal izango litzatekeen puntuek osatzen dute. Honek unibertso behagarria mugatzen du, eta puntu bi kontaktuan egon diren jakiteko ere balio du. Partikulen horizontea ondoko formularen bidez kalkulatzen da:

$$d_{hor} = a(t) \int_0^t \frac{1}{a(t')} dt'. \quad (2.26)$$

Kontsidera bitez azken sakabanatzearen gainazaletik Lurrera iristen diren bi argi izpi, zeinen jatorria zeruan  $180^\circ$ -z banatuta dagoen. Bi puntu hauek elkarrengandik oso urrun daude azken sakabanatzearen gainazalean, partikulen horizonte distantzia baino urrunago, eta beraz, ez dira fisikoki lotuta egon.



Irudia 2.3: Ortzi-mugaren arazoaren eskema. [1]

Hala ere, behaketek bi puntuak tenperatura berdinean daudela adierazten dute, hots, oreka termikoan, zergatik?

### 2.3.3 Monopoloen arazoa

Partikulen fisikako batasun handiaren teoriak (GUT bezala ezagutua ingelesezko “*Grand Unified Theory*” izenagatik) monopolo magnetikoen presentzia iragartzen du, zeinak Big-Bangean sortuak lirateken. Partikula hauen existentziak, masa handikoak liratekenez, unibertsoaren dentsitate osoa kritikoa baino handiagoa izatea eragingo luke, unibertsoaren bizitza laburra bilakatuz. Monopolo magnetikoak behatu gabe diraute, eta honek bi irtenbide uzten ditu, batasun handiaren teorioak okerrak dira, edo Big Bang beroaren ereduak zerbait falta da.

### 2.3.4 Entropiaren arazoa

Arazo hau aurrerago sakonki landuko da lan honetan, baina sarrera gisa, Big Bang beroaren ereduak unibertsoaren hasierarako entropia oso baxuko egoera bat aurrezaten du, eta ausaz hau gertatzea ez da batere probablea.

# 3. Kapituluia

## Inflazioa

Aurreko kapituluan azaldu diren lau arazoetatik lehenengo hirurak konpontze aldera, 1981ean [7] Alan Guth-ek eta handik urtebetera Andrei Linde-k [8] eta Andreas Albrecht-ek eta Paul Steinhardt-ek [9] unibertso inflazionarioaren teoriak aurkeztu zituzten, zeinetan unibertso goiztiarrak sekulako hedapena jasan zuela zioten. Kapitulu honetan teoriak hauek aztertuko dira, eta berauek proposatutako unibertsoak lautasunaren, ortzi-mugaren eta monopoloen arazoak nola ebazten dituen ikusi, entropiaren arazoa oraingoz alde batera utziz.

Kapitulu honetan,  $c = 1$  eta  $\hbar = 1$  onartzeaz gain, Boltzmann-en konstantearentzat ere  $k_B = 1$  erabiliko da. Gainera, behaketek konstante kosmologikoarentzako  $\Lambda \approx 10^{-122}$  balioa aurreikusten dutenez [10], Friedmannen ekuazioetan termino honen ekarpenak arbuilagarritzat hartuko dira.

### 3.1 Ideiaren jatorria eta arazoaren konponbidea

Big Bang beroaren ereduak unibertso goiztiararentzat erradiazioa nagusi zeneko aro bat jasotzen du. Modelo honek singularitate bat erakusten du  $t \rightarrow 0$  eta  $T \rightarrow \infty$  limitean, eta beraz, ez dago hasierako baldintzen problema bat definitzerik. Gainera,  $T$  tenperaturaren ordena Planck-en masarena ( $M_P \equiv 1/\sqrt{G} = 1.22 \times 10^{19}$  GeV [7]) baino handiagoa denean, (2.2) atalean aurkeztutako ekuazioek zentzua galtzen dute, grabitatearen efektu kuantikoak kontutan hartu beharko bailirateke. Beraz, hasierako tenperatura gisa,  $T_h$ ,  $10^{17}$  GeV-eko ordenako tenperatura aukera daiteke, tenperatura altuagoetako arazoak ekidinez.

Egoera honetan, erradiazioak menderatutako aroa izanik,  $\omega = 1/3$  litzateke eta (2.15) ekuazioaren itxura  $P = \rho/3$ . Ondorioz, egoera ekuazioarentzat hurbilketa egokia litzateke masagabeko partikulez osatutako gas kuantiko ideal batena, non

$$N_b(T) = \sum_{i=bosoi} \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 g_i(T) \quad (3.1)$$

$T$  tenperatura batean erlatibista kontsidera daitezkeen bosoiaren askatasun egoera kopurua den ( $T$  tenperatura batean masagabe kontsidera daitezkenak) eta

$$N_f(T) = \sum_{i=fermioi} \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 g_i(T) \quad (3.2)$$

fermioiena. Funtzio hauetan,  $g_i(T)$   $i$  egoeraren askatasun graduak adierazten dituen funtzioa da. Honela, funtzio termodinamikoak idatz daitezke[13]:

$$\rho = 3P = \frac{\pi^2}{30} \mathfrak{R}(T) T^4, \quad (3.3)$$

$$s = \frac{2\pi^2}{45} \mathfrak{R}(T) T^3, \quad (3.4)$$

$$n = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \mathfrak{R}'(T) T^3, \quad (3.5)$$

non

$$\mathfrak{R}(T) = N_b(T) + \frac{7}{8} N_f(T), \quad (3.6)$$

$$\mathfrak{R}'(T) = N_b(T) + \frac{3}{4} N_f(T), \quad (3.7)$$

diren,  $s$  entropia dentsitatea,  $n$  partikula dentsitatea era  $\zeta$  Riemann-en zeta funtzioa izanik.

Entropia  $S = a^3 s$  bezala definitzen da, eta Big Bang beroaren eredian zabalkuntza adiabatikoa dela onartzen denez, entropia ez da aldatzen prozesuan zehar. Gainera, batasun handietako teoriaran ohikoa den  $\mathfrak{R} \sim 10^2$  balioa onartu daiteke unibertso goiztiarrean,  $\mathfrak{R}$  konstantetzat hartuz. Ondorioz, (3.4) erabiliz,

$$\frac{d}{dt} (a^3 s) = 0 \quad (3.8)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \left( \frac{\dot{T}}{T} \right)^2. \quad (3.9)$$

Behin aldagai termodinamikoaren funtzioak izanda, Friedmannen (2.13) ekuazioa aldagai termodinamikoekin idatz daiteke [7].

$$\left( \frac{\dot{T}}{T} \right)^2 + \epsilon(T) T^2 = \frac{4\pi^3}{45} G \mathfrak{R} T^4, \quad (3.10)$$

non

$$\epsilon(T) = \frac{k}{a^2 T^2} = k \left[ \frac{2\pi^2}{45} \frac{\mathfrak{R}}{S} \right]^{2/3} \quad (3.11)$$

den. eta  $S = a^3 s$ .

Hemendik abiatuz, lautasunaren eta ortzi-mugaren arazoak ere aldagai termodinamikoaren menpe idatz daitezke.

Lautasunaren arazorako, lehenengo hurbilketa bat egitea komeni da. Hazkuntza adiabatikoa suposatuz denez, erradiazioa nagusi zenekoa beharko lukeen aro honen entropia egungo fotoien entropia erabiliz kalkula daiteke,  $S_i > 10^{86}$  balioa lortuz [7]. Honekin, (3.11) ekuaziotik,  $|\epsilon| < 10^{-58} \mathfrak{R}^{2/3}$  lortzen da, eta ondorioz, unibertso goiztiarrerako, (3.8) ekuazioan  $\epsilon(T) T^2$  terminoa arbuilagarritzat har daiteke. Honela, (3.10) ekuazioaren soluzioa erraz lortzen da:

$$T^2 = \frac{M_P}{2t} \sqrt{\frac{45}{4\pi^3 \mathfrak{R}}} \quad (3.12)$$

Hurbilketa honekin, (2.21) ekuazioa (3.10) eta (3.11) ekuazioak erabiliz berridatzi daiteke:

$$|1 - \Omega_{rm\Lambda,h}| = \frac{45}{4\pi^3} \frac{M_P^2}{\mathfrak{R}T_h^2} |\epsilon| < 3 \times 10^{-59} \mathfrak{R}^{-1/3} (M_P/T_h)^2 \approx 10^{-55}. \quad (3.13)$$

Ekuazio honetan arestian aipatutako  $\mathfrak{R} \sim 10^2$  eta  $T_h = 10^{17} \text{ GeV}$  balioak erabili dira [7].

Ortzi-mugaren arazoa matematikoki azaldu ahal izateko, lehengo urratsa  $t$  denbora tartea igaro ostean partikulen horizontea zein den kalkulatzeko da. Horretarako, (2.26) ekuazioa erradiazioa nagusi deneko unibertso batentzat ebaluatuz:

$$d_{hor} = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = 2t. \quad (3.14)$$

Ortzi-muga hau unibertso ikusgarriaren erradioarekin ( $D$ ) erkatu behar da partikulek unibertso behargarri osoa zeharkatzeko aukera izan dutenez ikusi ahal izateko.  $t$ aldiune batean  $D(t)$  finkatu ahal izateko orainaldikoarekin alderatuz idatz daiteke,  $S$ -ren kontserbazioa erabiliz:

$$D(t) = \left( \frac{s_0}{s(t)} \right)^{1/3} D_0. \quad (3.15)$$

Berriro ere  $T_h = 10^{17} \text{ GeV}$  eta  $\mathfrak{R} \sim 10^2$ , eta gainera,  $T_0 = T_\gamma = 2,7 \text{ K}$  eta  $D_0 = 4,79 \times 10^{41} \text{ GeV}$  ( $10^{10}$  urtetarako unibertso ikusgarriaren erradioa [7]) balioak erabiliz, (3.4), (3.12), (3.14) eta (3.15) ekuazioak elkartuta ikus daiteke horizonte distantziak eta unibertso ikusgarriaren erradioak sortzen dituzten bolumenen erlazioa ondokoa dela:

$$\frac{d_{hor,h}^3}{D_h^3} < \left( \frac{45}{4\pi^3} \right)^{3/2} \mathfrak{R}^{-1/2} \left( \frac{M_P}{D_0 T_\gamma T_h} \right)^3 = 4 \times 10^{-89} \mathfrak{R}^{-1/3} (M_P/T)^3 = 10^{-83}. \quad (3.16)$$

Aldiz, entropiarentzat  $S_0 = Z^3 S_h$  suposatuz; non  $S_0$  gaur egungo entropiaren balioa den,  $S_h$  unibertsoaren hasierako entropia, eta  $Z$  faktore handi bat, aurreko bi arazoak  $Z$ -ren balio batearako konpondu daitezkeela aurkitzen da.

Lautasunaren arazoa adierazten duen (3.13) ekuazioaren ezkerreko aldeak, (3.11) ekuaziotik ikus daitekenez,  $S_i^{3/2}$ -ren menpekotasuna du, baina  $S_i$  hori kalkulatzeko  $S_0$  erabili denez, eskuineko aldea  $Z^2$  faktorearekin biderkatuta geratuko litzateke entropiarentzako egindako suposizio berri honekin. Ondorioz,  $Z > 3 \times 10^{27}$  baliorako (3.13) ekuazioan unitatearen inguruko emaitza bat lortzen da, eta beraz, unibertso goiztiarrak ez luke zertan ia laua izan, eta entropian  $Z^3$  faktoreak eragindako hazkuntzak bilakatuko luke unibertsoa laua [7].

Ortzi-mugaren arazorako berriz, antzeko argudioa erabiliz, (3.16) ekuazioaren eskuin aldea  $Z^3$ -rekin biderkatuta geratuko litzateke, eta arazoa desagertzeko  $Z > 5 \times 10^{27}$  balio behariko [7]. Honela, entropia  $Z^3$  faktoreaz handitu aurretik (2.3) atalean aipatutako bi puntuak oreka termikora iritsi ahal izan ziren, elkarren horizontearen barnean baitzeuden.

Ikusita  $Z$ -ren balio antzekorako bi arazoak konpon daitezkeela, Alan Guthek honelako entropia kantitatea sor zezaken unibertsoa aurkeztu zuen, unibertso inflazionarioa. Aro honetan, unibertsoak hazkuntza esponentzial bat jasan zuen, tenperatura izugarri hoztu bitartean, eta entropiaren aldaketa eragiten zuen  $Z$  faktorea hasierako eta amaierako tenperaturen arteko erlazioa litzateke.

Azkenik, monopolo magnetikoen arazoari ematen zaion ebazpena falta da. Monopolo magnetikoen existentzia iragartzen duen batasun handiaren teoriak berauek unibertso

goiztiarrean sortuak izan zirela dio, eredu inflazionarioek inflazioaren hasierako unetzat hartzen duten momentua baino lehenago zehazki. Beraz, kontsidera bedi inflazioa jazo aurretik  $n$  dela monopolo magnetiko dentsitatea, eta  $r \equiv n/s$  berriz monopolo magnetiko dentsitatea eta entropia erlazionatzen dituen ratioa. Inflazioaren hasieran  $r_{ih}$  bazen  $r$ -ren balioa,  $r_{ib} = Z^{-3}r_{ih} = 10^{-84}r_{ih}$  izango da inflazioaren amaierakoa, hau da, hasierako monopolo magnetiko dentsitatea izugarri handia izan beharko zen gaur egun neurgarria izan zedin [7]. Hau da, nolabait ere, monopolo magnetikoak inflazioan zehar disolbatu egin zirela esan daiteke.

Hazkuntza adierazten duen  $Z$  faktoreak eskala faktorean eragindako hazkuntza ere adierazten du,  $Z = e^N$ .  $N$  *e-fold* kopurua gisa ezagutua den eta hazkuntza ordena adierazten duen zenbaki bat da. Hazkuntza gutxienez  $10^{28}$  ordenakoa izatea nahi bada,  $N \geq 65$  izan behar da. Esponentzial bat denez,  $Z$ -k oso erraz lor ditzake balio handiak ( $\log_{10} Z \approx 28$  eta handiagoak), eta beraz, unibertsoa hazkuntza esponentzialeko egoeran sartzen bada, onargarria da ordena askoz zabaldu eta hoztea, bertan oso denbora gutxi ematen badu ere.

## 3.2 Inflazioaren mekanismoa

Lehenengo kapituluan aipatu bezala, hazkuntza esponentziala  $P = -\rho$  ( $\omega = -1$ ) egoera ekuazioko eragile batek sortua da. Horrelako eragile bat deskribatzeko eremu eskalarrak erabiltzen dira, spin gabeko partikula eskalarren jatorri direnak partikulen fisikan. Kasu honetan, inflazioa eragiten duen eremu eskalarrari inflatoia deritzo. Eremu eskalar bat  $\phi(\vec{r}, t)$  gisa adierazten da, eta bere potentziala berriz  $V(\phi)$  bezala [12].

Lehenengo eta behin, kontsidera bedi  $T_h$  temperaturaren azpitik ematen den fase trantsizio bat. Potentzialak zero puntuan minimo bat izango du, eta fase trantsizioa lehen ordenakoa bada, bigarren bat izango du  $\phi \neq 0$  puntu batean. Zero puntuko minimo hori sasi-huts metaegonkor bat izango da, hau da, ez da benetako hutsa izango, hau bigarren minimoa izango baita [11]. Sasi-huts horren energia dentsitatea  $\rho_i \simeq V(\phi = 0)$  izango da, eta hutsarena berriz  $\rho_{huts} = 0$ . Gainera, sasi-hutsaren energia dentsitatea konstante kosmologiko eraginkor batekin erlaziona daiteke:

$$\Lambda_i = 8\pi G\rho_i. \quad (3.17)$$

Inflatoiaren energia dentsitatea kontutan hartuz, eredu estandarrean (3.3) ekuazioak adierazita legokeen energia dentsitatearen ekuazioa aldatu egiten da [7]:

$$\rho(T) = \frac{\pi^2}{30}\mathfrak{R}(T)T^4 + \rho_i. \quad (3.18)$$

Honela, (3.18) ekuazioa erabiliz, (3.10) ekuazioak ondorengo itxura hartzen du:

$$\left(\frac{\dot{T}}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^3}{45}G\mathfrak{R}(T)T^4 - \epsilon(T)T^2 + \frac{8\pi}{3}\rho_i. \quad (3.19)$$

Eta azken ekuazio honek bi soluzio mota ditu parametroen arabera.

$$\varepsilon_i = \frac{8\pi^2\sqrt{30}}{45}G\sqrt{\mathfrak{R}\rho_i}, \quad (3.20)$$

definituz,  $\varepsilon > \varepsilon_i$  bada, hazkuntza  $T_{min}$  bateraino iritsiko litzateke eta ondoren unibertsoa berriro uzkurtuko. Interesekoa den kasua ordea bestea da, hots,  $0 < \varepsilon < \varepsilon_i$ . Behin tenperatura behar bezain txikia denean (3.19) ekuazioa  $\rho_i$  gaiak domina dezan [7],

$$T(t) \approx Ae^{-\chi t}, \quad (3.21)$$

ekuazioa lortzen da denboran zehar tenperaturaren jokamoldea deskribatzeko, non  $A$  konstante bat den eta  $\chi$  berriz,

$$\chi^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho_i. \quad (3.22)$$

Temperaturaren jaitsiera esponentzial hau “supercooling” gisa ere ezagutzen da. Gainera,  $aT = kte$  denez, eskala faktorearentzat

$$a(t)_i = Be^{\chi t} \quad (3.23)$$

ekuazioa lortzen da ( $B$  konstante bat izanik), hots, eskala faktorea de Sitterren metrikari deskribatua da.

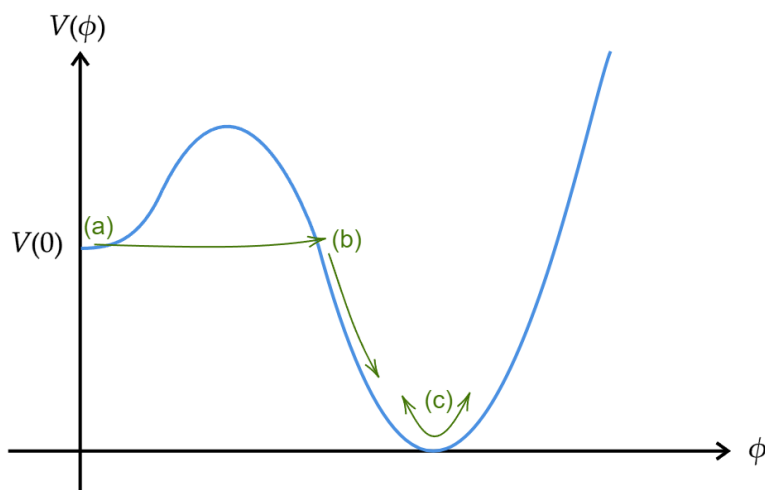
De Sitter metrika erradiazioaren eta materiaren ekarpenak guztiz arbuilagarriak diren eta kontutan hartu beharreko ekarpen bakarra konstante kosmologikoari dagokiona den unibertso batean definitutako metrika da. De Sitter espazioan,  $k = 0$  kasurako, unibertsoa hazkuntza esponentzial bat jasaten ari da.

Une honetan Hubble konstantearen balioa

$$H_i = \frac{\dot{a}_i}{a_i} = \chi \quad (3.24)$$

da.

Alan Guthen proposatutako lehen eredu inflazionarioan (2.3) atalean azaldutako lehen hiru arazoei soluzio bat ematen bazitzaie ere, sasi-huts metaegonkorretik benetako hutsarako trantsizioa burbuila nukleazioak sortutako tunel efektu bidez gertatzen zen, eta inflazioa potentzialaren lehen minimoan ematen zen. Eredu honek arazo batzuk aurkezten zituen tunel efektua emateko probabilitate baxuen ondorioz, eta posiblea zen hau sekula ez gertatu eta betirako inflazio bat ematea.



Irudia 3.1: Alan Guthen inflazio ereduaren adierazpen grafikoa. a) Hasiera batean potentziala zero puntuko sasi-huts metaegonkorrean dago. Bertan inflazioa gertatzen da, burbuila nukleazioaren bidez potentziala zeharkatzea lortu arte. b) Behin potentziala zeharkatuta, benetako hutsara doa. c) Inflazioaren amaiera, benetako husta.



### 3.3 Slow Roll inflazioa

Andrei Lindek alde batetik eta Andreas Albrechtek eta Paul Steinhardtek bestetik, 1982an, inflazioaren eredu berri bat aurkeztu zuten, zeinari “inflazio berria” edo “*Slow Roll*” inflazioa deritzon. Eredu honetan sasi-hutsaren eta benetako hutsaren arteko trantsizioa ez da tunel efektu bidez gertatzen, eta horri esker, Guthen ereduaren arazoak saihesten dira. Gainera, eredu honetan inflazioa ez da ematen potentzialaren zero puntuko sasi-hutsean, baizik eta honen ondorengo fasean.

Trantsizio hau nola ematen den ikusteko,  $\dot{\phi}$ -ren higidura ekuazioak atera behar dira. Eredu eskalar baten Lagrangean dentsitatea [11]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - V(\phi) = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (3.25)$$

da, eta energia-momentu tentsorea berriz, [11]

$$T^{\mu\nu} = \partial^\mu\phi\partial^\nu\phi - \mathcal{L}g^{\mu\nu}. \quad (3.26)$$

Onartuz  $\phi$  espazialki homogenea dela, (2.12) ekuazioan gertatu bezala, energia-momentu tentsorea diagonal bihurtzen da, eta bertatik presioaren eta dentsitatearen adierazpenak atera daitezke:

$$P_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (3.27)$$

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi). \quad (3.28)$$

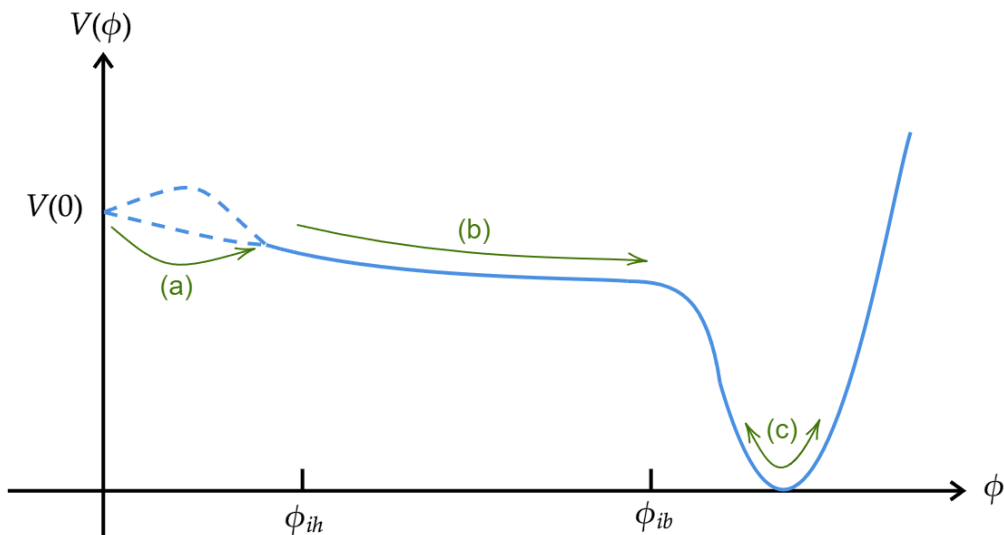
Presioaren eta dentsitatearen adierazpenak izanik, jariakin ekuazioa (2.17) erabil daiteke  $\phi$ -ren higidura ekuazioa lortzeko:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \right] = -3H \left( \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \right) \quad (3.29)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0. \quad (3.30)$$

Higidura ekuazio hau maldan behera doan pilota batenaren berdina da, lehenengo terminoa azelerazioarena, bigarrena Hubblen marruskadura eta azkenik potentzialaren gradiendea  $\left( V'(\phi) = \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \right)$  izanik. Hubblenen konstantearen adierazpena berriz, onartuz unibertsoa laua dela, (2.13) ekuazioan (3.28) sartuz lor daiteke:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[ \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right]. \quad (3.31)$$



Irudia 3.2: “*Slow Roll*” ereduaren adierazpen grafikoa. Hasiera batean potentziala zero puntuko sasi-huts metaegonkorrean dago. Hemendik irtetzeko eta “*Slow Roll*” fasean sartzeko, kosmologiari batzuk tunel efektua proposatzen dute, eta beste batzuk berriz bien tartean legokeen potentzial langa tenperatura batetik behera desagertu egiten dela. Beraz, a) atalak inflazioaren hasierako unea errepresentatzen du, sasi-huts metaegonkorretik atera eta “*Slow Roll*” fasean sartzen den unea hain zuzen ere. b) Atalak benetako hutserantza egindako trantsizioa adierazten du, zeina klasikoki pilota batek maldan behera egingo lukeena bezalakoa den eta horregatik “*Slow Roll*” deitzen den. Fase honetan gertatzen da inflazioa. c) Atalak berriz inflazioaren amaiera adierazten du, inflatoia benetako hutsaren inguruan oszilatzen dabil, eta hurrengo atalean xehetasun gehiagoz azalduko den birberotzea gertatzen da. ([11]-n oinarritua)

Goiko irudian ikus daitekenez, eredu honek benetako hutserantzako trantsizioa klasikoki egiten du, “*Slow Roll*” fasean. Fase honetan, bi hurbilketa egiten dira:

- Marruskadura terminoa nagusi da (3.30) ekuazioan, abiadura konstantea da, abiadura terminala, eta beraz,  $\dot{\phi}$  arbuilagarria da. Ondorioz,

$$3H\dot{\phi} \simeq -V'(\phi). \quad (3.32)$$

- Inflatoi eremua denboran zehar astiro mugitzen ari bada,  $\dot{\phi}^2 \ll 2V(\phi)$  izango da. Ondorioz, (3.28) ekuazioko dentsitatea potentzialaren berdina izango da, hau da, inflatioaren potentziala izango da unibertsoko dentsitatearen gai gainartzailea. Honela, aurreko atalean azalduetako mekanismoaren bidez hazkuntza esponentziala gertatzen da. Hurbilketa honen ondorioz, (3.31) ekuazioak ondoko itxura hartzen du:

$$H^2 \simeq \frac{8\pi G}{3}V(\phi). \quad (3.33)$$

Ekuazio hau, (3.23), (3.24) eta (3.32) baliatuz,  $N$  *e-fold* kopurua potentzialaren menpe idatzi daiteke [11]:

$$N = \ln\left(\frac{a_{ib}}{a_{ih}}\right) = \int_{t_{ih}}^{t_{ib}} H dt = -8\pi G \int_{\phi_{ih}}^{\phi_{ib}} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi. \quad (3.34)$$

Bi hurbilketa hauek eginda, “*Slow Roll*” ereduaren baitan sortutako ereduaren arteko alde bakarra potentzialaren itxuraenez, “*Slow Roll*” parametroak definitzea komeni da. Parametro hauek inflaziorako beharrezkoak diren baldintzak soilik potentzialaren menpe idaztea ahalbidetzen baitute [12]:

$$\varepsilon(\phi) \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{M_P^2}{16\pi} \left( \frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right)^2, \quad (3.35)$$

eta

$$\eta(\phi) \equiv \varepsilon - \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} = \frac{M_P^2}{8\pi} \frac{V''(\phi)}{V(\phi)}. \quad (3.36)$$

$\varepsilon$  positiboa da definizioz, baina  $\eta$ -k aldiz, zeinua alda dezake. Bi parametro hauek txikiak direnean, (3.32) eta (3.33) hurbilketak zuzenak izango dira, eta ondorioz, inflazioa gertatuko da. Beraz, inflazioa gertatuko da  $V(\phi)$  potentzialak  $\phi_{ih}$ -tik  $\phi_{ib}$ rako tarte batean ondoko baldintzak betetzen baditu [12]:

$$\varepsilon(\phi) \ll 1, \quad (3.37)$$

eta

$$|\eta(\phi)| \ll 1. \quad (3.38)$$

## 3.4 Inflazioaren amaiera: birberotzea

Inflazio aroa (3.37) edo (3.38) baldintzetako bat haustean amaitzen da, hau da, (3.2) irudiko potentzian  $\phi_{ib}$  pasa eta azkar batean benetako hutsera erortzean. Minimo honetako higidura aztertzeke, (3.32) eta (3.33) hurbilketak dagoeneko ez dira erabilgarriak, eta “*Slow Roll*”-a alde batera utziz oszilazio koherenteak hasten dira.

Oszilazio koherente hauek

$$\omega^2 = V''(\sigma) \quad (3.39)$$

maiztasunekoak dira,  $\sigma$  potentzialaren minimoan  $\phi$ -ren balioa izanik [11].

Oszilazio aro berri hau denbora askoan zehar luzatu daiteke ez bada inflatoi partikulen desintegrazio gertatzen, edo desintegrazio denbora Hubblen denbora (unibertsoaren adina) baino handiagoa bada. Honelako egoera bat eremu eskalarraren denboran zeharreko batez bestekoa erabiliz deskriba daiteke, zeina minimoaren inguruan osziladore harmoniko batera hurbildu daitekeen eta honela  $\dot{\rho}_\phi = \langle \dot{\phi}^2 \rangle_t$  batez besteko dentsitateak hurrengo ekuazioa beteko du [12]:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H\rho_\phi = 0. \quad (3.40)$$

Behin Hubblen denbora inflatoi partikulen desintegrazio denboraren pare iristean, partikula hauen desintegrazioa adierazten duen terminoa,  $\Gamma_\phi \dot{\phi}$ , sartu behar da (3.40) ekuazioan, non  $\Gamma_\phi$  inflatoi partikulen desintegrazio denboraren alderantzizkoa den. Hala ere, hau lehenengo (3.30) ekuazioan sartu beharko litzateke, eta gero ekuazio hau  $\dot{\phi}$ -rekin biderkatuz lortu (3.40)-ren parekoa dena. Gainera, termino hau ez dago oszilazio fasetik aplikatzerik. Honekin, (3.40) ekuazioak ondoko itxura hartzen du:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H\rho_\phi + \Gamma_\phi\rho_\phi = 0. \quad (3.41)$$

Onartuz inflatoi partikularen desintegraziotik sortutako partikulak oso arinak direla inflatoriarekin alderatuz, partikula hauek erlatibistatzen har daitezke, eta beraz,

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = \Gamma_\phi\rho_\phi \quad (3.42)$$

eta

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_\phi + \rho_r) \quad (3.43)$$

ekuazioak ere erabiltzen dira birberotzea deskribatzeko [11], garai horretako unibertsoaren edukiaren ekarpen garrantzitsuenak  $\rho_\phi$  eta  $\rho_r$  baitira. Ekuazio hauetan  $\rho_r$  desintegrazioen ondorioz sortutako partikula erlatibisten energia dentsitatea da.

Ekuazio hauek deskribatutako unibertsoa materiak dominatutako unibertso bat da, beraz,  $t_{osz}$  bada oszilazio aldi hau hasten den unea,  $t = t_{osz} \simeq H^{-1}$ -etik  $t \simeq \Gamma_\phi^{-1}$ -era  $\phi$  partikula ez erlatibisten ekarpena izango da nagusia dentsitatean, eta beraz,  $a(t) \propto t^{2/3}$  izango da.

Aurreko fasean unibertsoak jasandako hozte handiaren ondorioz,  $t = t_{osz}$  denean  $\rho_r = 0$  da. Ondoren,  $\phi$ -k dominatzen duen fasean zehar,  $\rho_r$ -rentzat hurrengo hurbilketa onartzen da [11]:

$$\rho_r \simeq \frac{(6/\pi)^{1/2}}{10} M_P \Gamma_\phi M^2 \left( \frac{a}{a_{osz}} \right)^{-3/2} \left[ 1 - \left( \frac{a}{a_{osz}} \right)^{-5/2} \right], \quad (3.44)$$

non  $M^4$  oszilazioen hasieran eremu eskalarraren hutseko energia den. Beraz,  $\rho_r$  hasiera batean azkar handituko bada ere, gero  $a^{-3/2}$ -rekiko proportzionala izango da. Entropia-arentzat berriz [11],

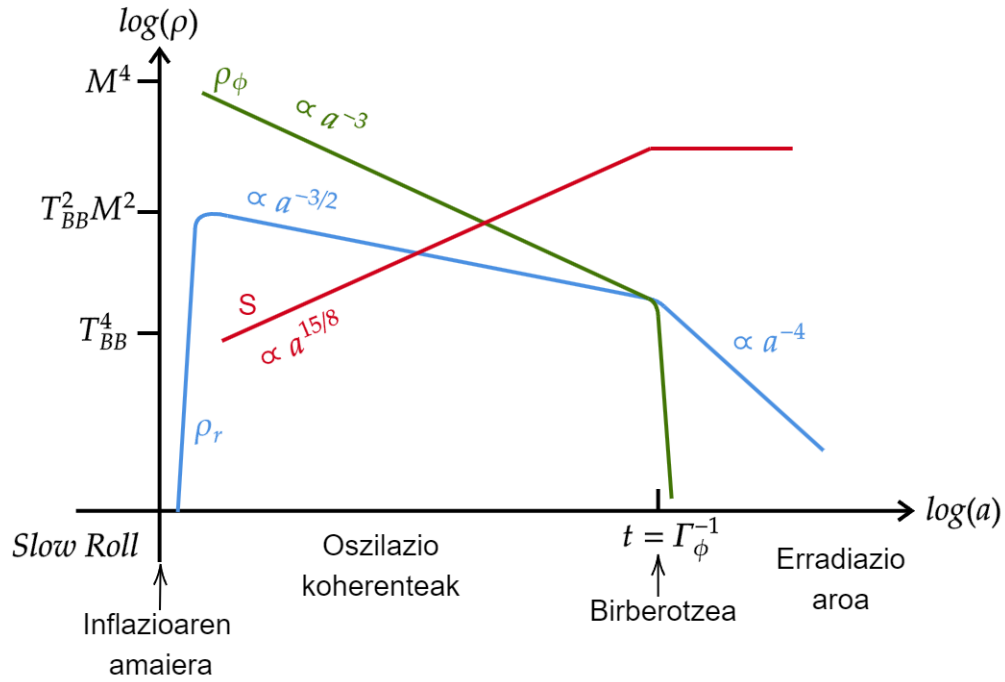
$$S \propto a^3 \rho_r^{3/4} \propto a^{15/8}. \quad (3.45)$$

Behin  $t \simeq \Gamma_\phi^{-1}$  denean,  $\phi$  partikulak azkar desintegratzen hasiko dira, eta unibertsoa Big Bang beroaren ereduak unibertso goiztiararentzat auresaten zuen erradiazioa nagusi deneko aroan sartzen da.

Prozesu guzti honetan unibertsoa berriro berotzen da, eta horretxegatik deitzen zaio birberotzea. Birberotzean lortutako tenperatura hau beraz, erradiazio garaiaren hasierako tenperatura da. Tenperatura honen balioa

$$T_{BB} \equiv T(t = \Gamma_\phi^{-1}) \simeq 0.55 \mathfrak{R}^{-1/4} (M_P \Gamma_\phi)^{1/2} \quad (3.46)$$

da [11]. (3.46) ekuazioan ikusten denez, birberotzean lortutako tenperatura soilik inflatoi partikulen desintegrazio denboraren araberakoa da. Tenperatura hau inflazioaren hasierako tenperaturaren ordena antzekokoa bada ere, birberotzea ez da %100eko eraginkortasuna duen prozesu bat, oszilazio koherenteak gertatu bitartean sortu daitezken partikula batzuk disolbatu egiten baitira entropia askatzean. Honen ondorioz, inflazioaren amaieran lor litekeen tenperatura maximoa  $T_{BB}$  baino handiagoa da.



Irudia 3.3: Inflazioaren amaierako inflatoi partikulen dentsitatearen ( $\rho_\phi$ ), materia erlatibistaren dentsitatearen ( $\rho_r$ ) eta entropiaren ( $S$ ) bilakaera eskala faktorearen menpe. ([11]-n oinarritua)

## 4. Kapituluia

# Kosmologia Zikliko Konformea

Big Bang beroaren lehen hiru arazoak unibertso goiztiarrarentzat inflazio aro bat onartuz konpon daitezke. Baina inflazioak ez dio erantzunik ematen unibertsoaren hasieran Big Bang beroak aurretan duen entropia oso baxuko egoerari.

Kapitulu honetan arazo hau landuko da, eta baita berari erantzun bat eman nahian Roger Penrose-ek 2010ean [14] plazaratutako teoria ere, Kosmologia Zikliko Konformea (CCC ingelesezko “*Conformal Cyclic Cosmology*” izenagatik).

### 4.1 Oinarrizko kontzeptuak

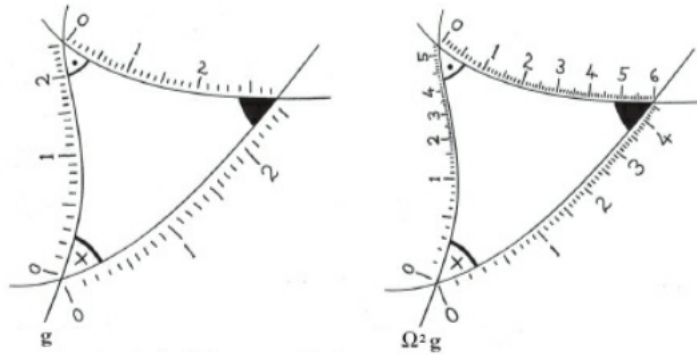
Entropiaren arazoa eta berau konpontzeko proposatutako CCC teoria aztertu aurretik, erabilgarriak izango diren hainbat kontzeptu landu behar dira.

#### 4.1.1 Geometria konformea

Einsteinen (2.8) ekuazioetan ageri den  $g_{\mu\nu}$  metrika tentsoreak unibertsoaren geometria azaltzen du. Geometria konformea da Penrosen CCC teoria ulertzeko beharrezkoa den geometria. Geometria mota honek bi kurben arteko angelua fikatzen du, eta beraz, neurrien arteko arazoia ere bai, baina ez du neurria edo distantzia bera zehazten. Ondorioz, neurriak gorantz edo berantz birreskalatu daitezke egituran inolako eraginik izan gabe, metrika erabiliz [14]

$$g_{\mu\nu} \rightarrow \hat{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu} \quad (4.1)$$

gisa adieraz daitekena. Ekuazio honetan  $\Omega$  eskala aldaketa faktorea da, faktore konforme bezala ere ezagutua. Horrela,  $g_{\mu\nu}$  eta  $\hat{g}_{\mu\nu}$  metrikek egitura konforme berdina ematen dute, baina egitura metriko ezberdina.



Irudia 4.1: Neurriak birreskalatu arren egitura konformeak berdin darrai [14].

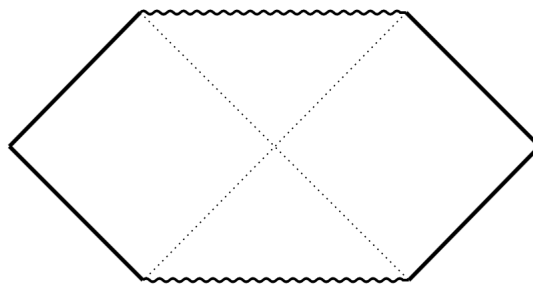
### 4.1.2 Penrosen diagramak

Penrosen diagramak, Penrose-Carter diagramak eta diagrama konformeak izenez ere ezagutuak, espazio-denbora eredu osoak (batez ere simetria esferikoa dutenak) errepresentatzeko balio dute, eta oso erabilgarriak dira zulo beltzetan ere.

Diagrama hauek infinituak errepresentatzen dituzten marra batzuez mugatuak adierazten dira, eta hauen barruan dagoena espazio-denbora osoa da. Lerro etenek berriz, bertikalak badira simetria ardatzak adierazten dituzte, eta  $45^\circ$ -ko inklinazioa badute singularitate baten gertakarien horizontea. Azkenik, lerro hautsiek singularitateak adierazten dituzte [14].

Ardatz bertikalean denbora eta horizontalean espazioa ezartzen dira. Diagrama hauetan  $c = 1$  da beti, argi izpiak  $45^\circ$ -ko malda duten lerroak izanik, eta beraz, edozein partikularen iragana eta etorkizuna bere posiziotik ateratzen diren  $\pm 45^\circ$  maldako bi lerrok mugatua dago. Bi lerro hauen artean dagoen edozein kurba denbora motako kurba gisa ezagutzen da, eta hauetatik at dagoen edozein kurba berriz, espazio motako kurba bat izango da, partikula batek sekula zeharkatu ahal ezingo duen kurba mota bat, alegia.

Hau guztia ulertzeko ikus bedi Schwarzschild-en zulo beltzen Penrosen diagrama (4.2), zeinak errotaziorik eta kargarik gabeko zulo beltz esferikoak diren.



Irudia 4.2: Schwarzschild-en zulo beltzen Penrosen diagrama. Zulo beltza goiko singularitateak adierazten du, eta espazio-denbora eskuineko erronboak. Ezkerreko erronboa eta beheko singularitatea simetriagatik adierazten dira.

### 4.1.3 Weyl-en tentsorea

Weylen kurbadura tentsorea  $n$  dimentsiotan (2.6) ekuazioan definitu den Riemannen tentsorearen bitartez definitzen da [4]:

$$C_{\rho\sigma\mu\nu} = R_{\rho\sigma\mu\nu} - \frac{2}{(n-2)}(g_{\rho[\mu}R_{\nu]\sigma} - g_{\sigma[\mu}R_{\nu]\rho}) + \frac{2R}{(n-1)(n-2)}(g_{\rho[\mu}g_{\nu]\sigma}). \quad (4.2)$$

Lau dimentsiotan Riemannen tentsoreak hogeita osagai independente ditu [1]. Osagai independente horietako hamar Ricciren tentsorearen osagaien baliokideak dira, eta beste hamar berriz Weylen tentsorearen osagaien baliokideak.

Weylen tentsoreak hainbat simetria ditu [4],

$$C_{\rho\sigma\mu\nu} = C_{[\rho\sigma][\mu\nu]}, \quad (4.3)$$

$$C_{\rho\sigma\mu\nu} = C_{\mu\nu\rho\sigma}, \quad (4.4)$$

$$C_{\rho[\sigma\mu\nu]} = 0, \quad (4.5)$$

baina lan honetarako benetan garrantzitsua den propietatea aurrerago aztertuko den transformazio konformeen menpe duen jokaera da. Weylen tentsoreari Weylen tentsore konformea ere baderitzo.

## 4.2 Big Bangaren izate berezia

Lehenago aipatu den bezala, kapitulu honen helburu nagusia entropiaren arazoarentzat konponbide bat proposatzea da. Horretarako, atal honetan, entropiaren definizioa eta jokabidea aztertuko dira, baita entropiaren arazoa bera eta azalpen ezberdinak ere.

### 4.2.1 Entropiaren definizioa eta termodinamikaren bigarren printzipioa

Fisika estatistikoan, entropia Boltzmann-en formula erabiliz definitzen da [14]:

$$S = k_B \ln V. \quad (4.6)$$

Ekuazio honetan,  $k_B$  Boltzmannen konstantea da,  $1,380649 \times 10^{-23} \text{J/K}$  baliokoa. Aztertu beharreko beste magnitudea  $V$  da.  $V$  honek makroegoera baterako dagoen mikroegoera kopurua adierazten du, beste era batera esanda,  $V$ -k aztertzen den sistemaren fase-espazioaren bolumena adierazten du, eta hau, zenbat eta askatasun gradu gehiago izan, orduan eta handiagoa izango da, entropia areagotuz.

Behin entropia definituta, termodinamikaren bigarren printzipioak duen esanahia uler daiteke. Termodinamikaren bigarren printzipioak prozesu baten ondoren unibertsoaren entropia berdina edo handiagoa izango dela dio, baina sekula ez txikiagoa. Lege hau berezia da, ez baita beste lege gehienak bezala berdintza batean oinarritzen, baina ezinbestekoa da unibertsoa ulertzeko.



### 4.2.2 Entropiaren arazoa

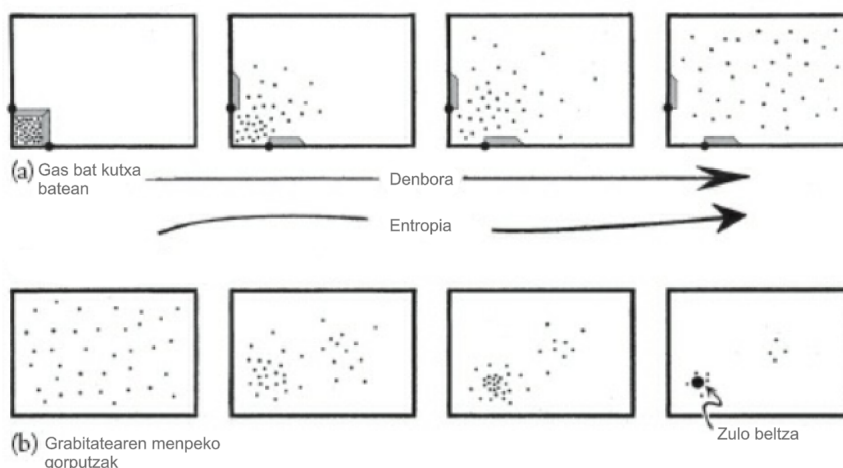
Entropiaren jokaera azaldu nahian, Big Bang beroaren eredian Big Bangarentzat oso entropia baxuko une bat onartu ohi da, *iraganeko hipotesia* gisa ezagutzen dena. Unibertsoaren hasierarako entropia hain baxua onartu soilik egin ordez azaldu nahian, Penrosek hurrengo lerroetan azalduko den ideia proposatu zuen.

Entropiaren arazoa hobeto ulertzeko, erlatibitate orokorra grabitatearen teoria bat dela gogoratu behar da, eta termodinamikaren bigarren legea honen baitan ulertu. Kutxa batean dagoen gas batentzat entropia maximoko egoera bolumen osoa hartzen duen distribuzio uniforme bat bada ere, unibertsoaren kasuan gasaren molekulen analogoak liratekenak izarrak dira, eta kontuan hartu behar da euren arteko ekintza grabitatorioa.

Lehenengo kapituluan azaldu den bezala, CMBa oreka termikoan dago, oso anisotropia txiki batzuk salbuespen izanik. Honek CMBa entropia maximoko egoera batean legokeela esan nahiko luke, askatasun gradu grabitatorioak kontutan hartuko ez balira. Beraz, CMBak Big Bangarentzat esperotakoaren aurkakoa erakutsiko luke [14].

Gainera, bigarren kapituluan azaldu bezala, unibertsoaren hazkuntza era adiabatiko batean gertatzen da inflazio arotik at, beraz, CMBak erakusten duen entropia maximoko egoera horretan jarraituko luke unibertsoak.

Hala ere, kutxa batean dagoen gasaren eta izarren analogiara itzuliz, askatasun gradu grabitatorioak kontuan hartuz gero, hasiera batean izar hauek unibertso osoan uniformeki barreiatuak baleude ere, elkarrekintza grabitatorioaren ondorioz elkartzen joatea litzateke joera naturala, eta abiadura azkartzen. Orain entropia handieneko egoera ez da gasaren kasuan zena, baizik eta zulo beltz bat.



Irudia 4.3: Entropia handitzean sistemaren bilakaeraren ezberdintasuna gas baten eta izarren artean [14].

Honen ondorioz, (3.1) atalean aipatutako fotoien (CMBaren) entropia ez da gaur egungo entropiaren kalkulu ona, entropiaren ekarpen handiena zulo beltzak baitira. Beraz, fotoien banantzeaz geroztik entropia asko hazi da grabitatearen ondorioz.

Hortaz, CMBak bere kabuz grabitatearen ekarpenik gabe lor zezakeen entropia maximoa da erakusten duena, hau da, printzipio kosmologikorekin bat datorren uniformetasuna erakusten du. Ondorioz, entropiaren hazkuntza grabitatearen ekarpenetik letorke, uni-

bertso goiztiarrantzat askatasun gradu grabitatorioak desaktibatuta egonik. Honela, uniformetasun espaziala litzateke hasierako entropia hain baxuaren jatorria.

Baina zer esan nahi du askatasun grabitatorioak desaktibatuta egoteak? Hau ulertu ahal izateko beharrezkoa da askatasun gradu grabitatorio horiek matematikoki adieraztea.

Entropia grabitazionalaren guztiz onartutako definiziorik ez badago ere, Penrosen ideia, *Weyl Kurbaduraren Hipotesia* (WCH ingelesezko “*Weyl Curvature Hypothesis*” izenagatik) deritzona, entropia grabitazional baxua Weylen tentsore txikiaren parekoa dela da.

Idea honen muina Big Bangean Weylen tentsorea deuseztatu egiten dela da, eta beraz, Big Bangean entropia grabitazionala minimoa litzateke. Arazoak hasierako singularitatean Riemannen tentsorearen osagaiak kalkulatzek dakartza, baina honi aurre egiteko birreskalatze konformea erabil daiteke [15].

Hori dela eta, unibertsoaren hasierako entropia hain baxuaren jatorria Weylen tentsorean egon zitekela oinarritzat hartuz, Penrosek hurrengo ataletan garatuko den unibertsoaren ikuspuntu guztiz berri bat garatu zuen: Kosmologia Zikliko Konformea.

### 4.3 CCCaren egitura

Kosmologia Zikliko Konformea ulertzeko, lehenengo eta behin fotoiak eta berauek deskribatzen dituen eremu elektromagnetikoak aztetuko dira. Fotoiek, partikula masagabeak izateagatik, ez dute espazio-denbora deskribatzen duen metrikaren itxurarekin erlaziorik, eta euren egitura konformea errespetatzen dute. Honen adierazlea erlatibitate orokorrean eremu elektromagnetikoa deskribatzen duen  $F_{\mu\nu}$  tentsorea da. Metrikan (4.1) bezalako birreskalatze konforme baten aurrean, eremu elektromagnetikoaren  $F_{\mu\nu}$  eta iturriaren  $J^\mu$  birreskalatzeak ondorengoak dira:

$$F_{\mu\nu} \rightarrow \hat{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}, \quad (4.7)$$

$$J^\mu \rightarrow \hat{J}^\mu = \Omega^{-4} J^\mu. \quad (4.8)$$

Maxwellen ekuazioak

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} = 4\pi J^\nu \quad (4.9)$$

eran idatz daitezke [14], non  $\nabla_\nu$  metrikak definituriko eragile diferentzial multzo bat den. Metrika birreskalatzean,  $\nabla_\nu$   $\hat{\nabla}_\nu$ -rengatik ordezkatu behar da, (4.9) ekuazioa

$$\hat{\nabla}_\mu \hat{F}^{\mu\nu} = 4\pi \hat{J}^\nu \quad (4.10)$$

bezala idatziz. Adierazpen hau aurrekoaren berdina denez baina txapelekin, eta beraz, Maxwellen ekuazioak konformeki aldaezinak dira. Ondorioz, fotoi batentzat unibertsoa ez da aldatzen birreskalatze konforme baten aurrean. Bereziki, iturririk gabeko kasuan,  $J^\mu = 0$ , Maxwellen ekuazio askeak lortzen dira:

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} = 0, \quad (4.11)$$

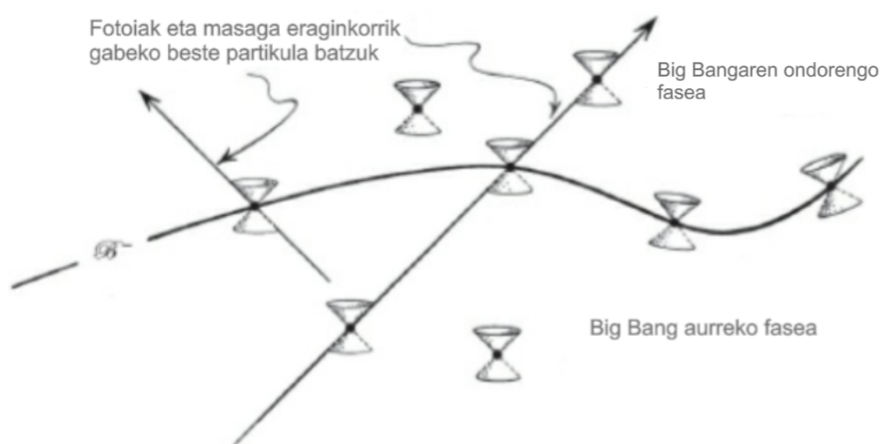
eta

$$\hat{\nabla}_\mu \hat{F}^{\mu\nu} = 0 \quad (4.12)$$

birreskalatzearen ondoren. Azken ekuazio hauetatik uhin elektromagnetikoen hedapena deskribatzen da.

Elkarrekintza bortitz eta ahuletan berriz, partikula bitartekariak masadunak dira. Honen ondorioz, teoria hauek ere konformeki aldaezinak izan daitezten, tenperatura oso altuak behar dira, partikula bitartekariak erlatibista eta masagabe kontsideratu ahal izateko, eta beraiek ere birreskalatze konforme baten aurrean unibertsoan aldaketarik nabari ez dezaten.

Honela, unibertso goiztiarrean, tenperatura  $10^{16}$ K-raino jaitsi artean [14], fisikaren legeak (4.1) ekuazioko  $\Omega$  eskala faktorearekiko independenteak zirela onartu daiteke. Beraz, geometria konformea prozesu fisikoak deskribatzeko egitura egokia da une horretan. Unibertso goiztiarraren irudi konforme honekin, Big Banga 3 dimentsiotako gainazal espazial leun gisa kontsidera daiteke ( $\mathcal{B}^-$ ), matematikoki Big Bangaren aurreko garai bateraino denboran atzera koherenteki hedatuz, hots, unibertsoaren hasiera baino lehenagoko garai batera.



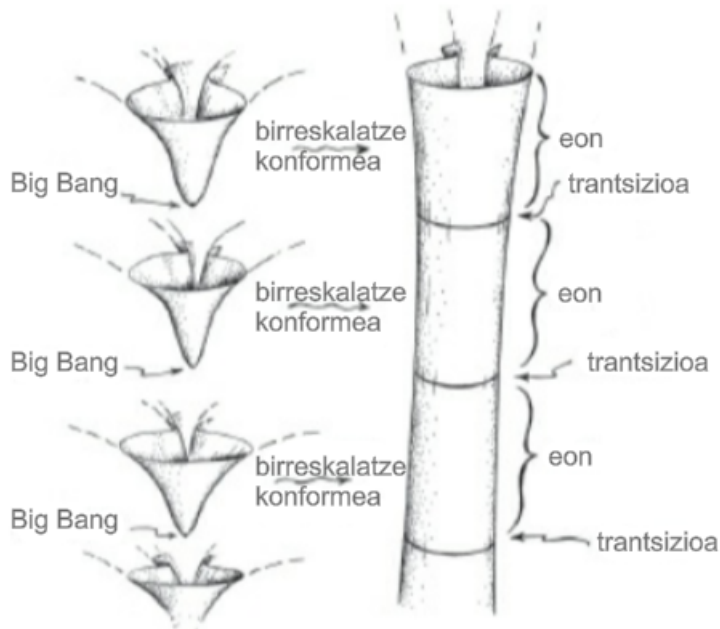
Irudia 4.4: Big Banga adierazten duen  $\mathcal{B}^-$  gainazal leuna, zeina zeharkatuz partikula masagabeek Big Bangaren aurreko aro batetik honen ondorengo aro batera bidaia dezaket. [14]

Baina Big Bangaren aurreko garai hipotetiko honek, ba al du inolako zentzu fisikorik? Eta hala bada, nolakoa da? Honi erantzuteko, unibertsoaren etorkizun urruna aztertuko da.

Friedmannen ekuazioak  $\Lambda$  positibo baterako ebatziz, unibertsoarentzat betirako hazkuntza bat lortzen da, zeinaren azken fasean  $\Lambda$ -ren ekarpena den nagusi eta (3) atalean deskribatutakoa bezlakoa den hazkuntza esponentzial bat gertatzen den. Etorkizunean, elkarrekintza grabitatorioaren eraginez, materia guztia zulo beltzetan elkartzen joango litzateke. Zulo beltzek Hawkingen erradiazioaren bitartez masa galera bat ere badute, eta denbora asko igaro ondoren ( $\sim 10^{100}$  urte inguru [14]), zulo beltz oro desagertu egingo litzateke. Gainera, zulo beltzez gain legokeenaren gehiengoa fotoiak lirateke, eta partikula masagabeek, argiaren abiaduran doazenez, ez dute denboraren nozioa igartzen. Beraz, unibertsoa, behin zulo beltz guztiak desagertu ondoren, hazten, hozten eta husten joango litzateke, gertakari esanguratsurik gabe. Honela, denboraren eta distantzien neurketak egiteko gaitasuna galdu egingo litzateke, eta etorkizun urrun hau geometria konformea erabiliz deskribatu ahalko litzateke, non  $\mathcal{F}^+$  muga konforme leun bat legokeen.

Ikusten denez, Big Bangeko  $\mathcal{B}^-$  eta etorkizun urruneko  $\mathcal{F}^+$  gainazalek elkarren antz handia dute. Hemen sortzen den ideia ondorengoa da: baliteke  $\mathcal{B}^-$  unibertsoaren aurreko aro baten etorkizun urruna izatea, eta  $\mathcal{F}^+$  berriz unibertsoaren aro berri baten Big Banga.

Hau da Kosmologia Zikliko Konformearen ideia nagisa. Honela,  $\mathcal{B}^-$ -en hasi eta  $\mathcal{F}^+$ -en bukatzen den unibertsoaren aroari *eon* deritzo, eta unibertsoaren historia bata bestearen ondoren hasten diren eon ezberdinek osatuko lukete, eon bakoitzaren amaierako  $\mathcal{F}^+$  hurrengo eonaren hasierako  $\mathcal{B}^-$ -arekin birreskalatze konforme baten bitartez elkartuz.



Irudia 4.5: Kosmologia zikliko konformearen irudi eskematikoa. [14]

Big Bangerako onartzen diren dentsitate eta tenperatura infinituak etorkizun urrunerako onartzen diren dentsitate eta tenperatura nuluekin nola uztartu daitezkeen ikusteko, eon bakoitzaren hasieran eta amaieran gertatzen diren birreskalatze konformeak aztertu behar dira.  $\mathcal{B}^-$ -en zabalketa konforme bat gertatzen da, tenperatura eta dentsitate infinituak balio finituetara eramanez.  $\mathcal{F}^+$ -en aldiz, konpresio konforme bat gertatzen da, dentsitate eta tenperatura nulua infinitu bilakatzea ahalbidetzen duena.

Birreskalatze hauek matematikoki azaldu ahal izateko, grabitatearen kasuan  $\nabla_\mu F^{\mu\nu} = 0$  ekuazioaren analogoa aurkeztu behar da, zeinak uhin grabitatorioen hedapena deskribatzen duen. Hau lau dimentsiotako eremu aske masagabe baten ekuazioa litzateke, notazioa arintzearen

$$\nabla_\mu K_{\mu\nu\rho\sigma} = 0 \quad (4.13)$$

bezala adieraziko dena. Hemen aldaketa bat dago,  $g_{\mu\nu}$  metrikan

$$K_{\mu\nu\rho\sigma} = C_{\mu\nu\rho\sigma} \quad (4.14)$$

baita, baina birreskalatzearen eraginez Weylen tentsoreak kurbadura konformea eta  $K_{\mu\nu\rho\sigma}$ -k uhin grabitatorioen hedapena deskribatzen jarrai dezaten, birreskalatzea ezberdina baita bi tentsoreentzat [14]:

$$C_{\mu\nu\rho\sigma} \rightarrow \hat{C}_{\mu\nu\rho\sigma} = \Omega^2 C_{\mu\nu\rho\sigma}, \quad (4.15)$$

$$K_{\mu\nu\rho\sigma} \rightarrow \hat{K}_{\mu\nu\rho\sigma} = \Omega K_{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (4.16)$$

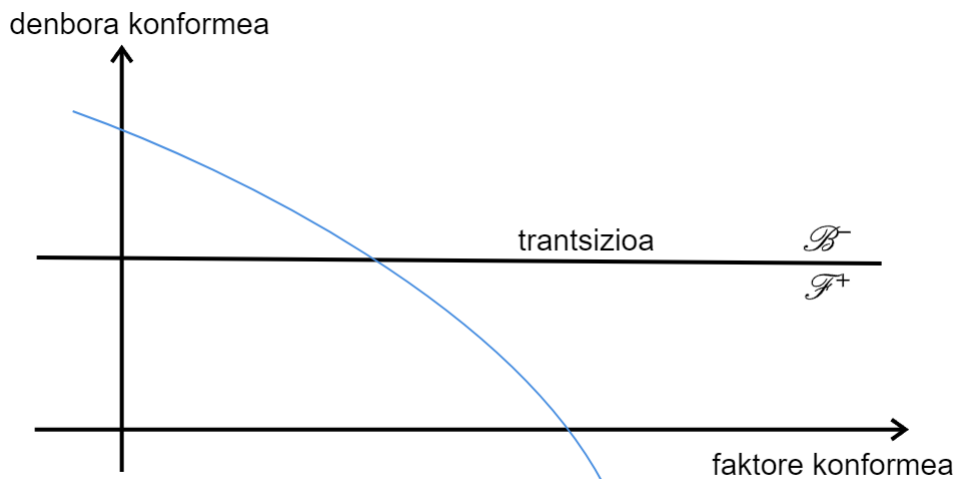
Ondorioz,

$$\hat{K}_{\mu\nu\rho\sigma} = \Omega^{-1} \hat{C}_{\mu\nu\rho\sigma} \quad (4.17)$$

da birreskalatzearen ondorengo bi tentsoreen arteko erlazioa, eta

$$\hat{\nabla}_\mu \hat{K}_{\mu\nu\rho\sigma} = 0. \quad (4.18)$$

Eon baten etorkizun urruneko  $\mathcal{F}^+$  limitea aztertuz,  $\Omega$  zerorantz doan faktore bat behar da. Gainera,  $\nabla_\mu K_{\mu\nu\rho\sigma}$  konformeki aldaezina denez,  $K_{\mu\nu\rho\sigma}$ -ren balioak beti izango dira finituak. Ondorioz,  $\Omega$ -ren balioa  $\mathcal{F}^+$  limitean zerora iristen denean, Weylen kurbadura tentsorea ere nulua izango da, WCH betez.



Irudia 4.6:  $\mathcal{F}^+$ -eko birreskalatzeko eskala faktore konformea trantsizioan. Denbora konformea Penrosen diagrama bateko ardatz bertikalari egiten dio erreferentzia. ([14]-en oinarritua)

Beste aldean, hots, hurrengo eonaren  $\mathcal{B}^-$ -en jarraian,  $\Omega$  infinitu egiten da, baina era jakin batean  $\Omega^{-1}$  leunki porta dadin  $\mathcal{B}^-$ -en. Honela,  $\mathcal{B}^-$ -en  $\Omega$ -k duen jokabidea  $\mathcal{F}^+$ -en duenaren alderantzizkoa litzateke. Horregatik, trantsizioan  $\Omega \rightarrow \Omega^{-1}$  aldaketa egite komeni da. Jokaera hau hobeto deskribatu ahal izateko,  $\Omega$ -ren informazio guztia kodifikatua duen  $\Pi$  tentsorea definitzen da [14]:

$$\Pi = \frac{d\Omega}{\Omega^2 - 1}. \quad (4.19)$$

CCCn  $\Pi$ -ri trantsizioan leunki aldatzen den kantitate bat izatea eskatzen zaio.  $\Pi$  erabiliz, ez dago inolako arazorik trantsizioan  $\Omega \rightarrow \Omega^{-1}$  aldaketa gerta dadin,  $\Pi$ -k ez baititu  $\Omega$  eta  $\Omega^{-1}$  bereizten eta trantsizioan deribagarri mantentzen da.

## 4.4 CCC eta termodinamikaren bigarren printzipioa uztartzea

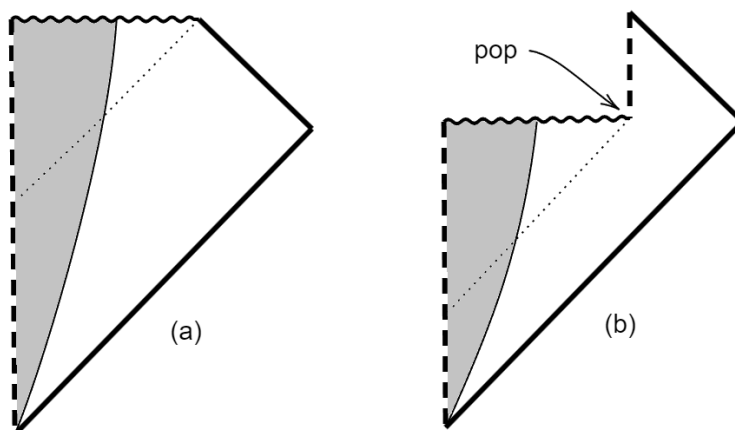
Kapitulu honen hasieran aipatu den bezala, Kosmologia Zikliko Konformea proposatzearen arrazoi nagusia entropiaren arazoarentzako eskaintzen duen soluzioa da, eta WCH nola betetzen duen frogatu bada ere, hau entropiaren bigarren legearekin nola uztartzen den azalduko da atal honetan.

Boltzmannen entropiaren (4.6) definizioan ageri den  $V$  fase-espazioko bolumena konformeki aldaezina da, beraz, etorkizun urruneko entropia handiaren eta Big Bangeko entropia txikiaren arteko harremana beste nonbaitetik etorri behar da, ez birreskalatze konformetik.

Unibertsoaren entropiaren ekarpen handiena zulo beltzetatik dator, Bekenstein-Hawking formularen arabera,  $M$  masako zulo beltz baten entropia

$$S_{BH} \sim 10^{90} \left( \frac{M}{10^6 M_\odot} \right)^2 \quad (4.20)$$

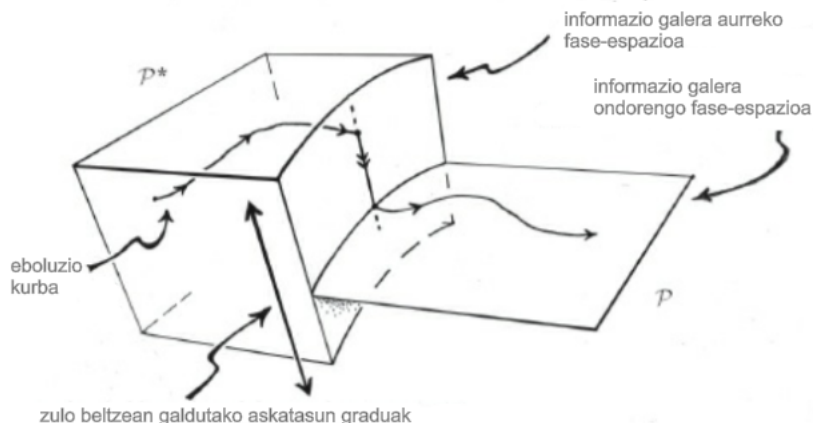
izanik [4], non  $M_\odot$  Eguzkiaren masa den. (4.3) atalean adierazienez, zulo beltzek Hawkingen erradiazioa izeneko prozesu baten bidez energia (eta ondorioz masa) galtzen dute,  $\sim 2 \times 10^{67} (M/M_\odot)^3$  urte igaro ondoren zulo beltza desagerraraziz [14]. Honek CCC eta termodinamikaren bigarren legea uztartzeko duen garrantzia ikusteko ez dago Hawkingen erradiazioa sakokinki ulertu beharrik. Nahikoa da honen ondorioz zulo beltzaren masa ñimiñoa (Plancken masaren ordenakoa) izan arte txikiagozen denean hau “pop” batekin desagertzen dela onartzea. Prozesu honi Hawkingen eaporazioa deitzen zaio. Pop hau gertatzen den unea aztertzeko grabitate kuantikoa bezalako teoria berriak beharko lirateke, baina CCCaren eta termodinamikaren bigarren printzipioren ikuspuntutik onargarria denez, gertatzen delako hipotesia onartuko da.



Irudia 4.7: a) Diagraman zulo beltz baterantz doan Oppenheimer-Snyder kolapso grabitatorioa ageri da. b) Diagramak kolapsoa eta jarraian Hawkingen eaporazioa adierazten du. ([14]-en oinarritua)

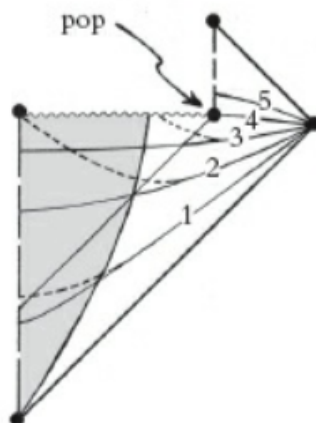
Bestalde, zulo beltzak irentsitako informazioarekin zer gertatzen den aztertu behar da. Informazio honekin gertatzen denak sortutako eztabaidek auzi hau “zulo beltzen informazioaren paradoxa” izandatu izana ekarri dute. Zulo beltzaren singularitatean ere fisika berrien beharra legoke ikertu ahal izateko, baina bertara sartutako materia betirako galtzen da unibertsoarentzat. Honenbestez, materiarekin batera materia honek zeraman informazioa ere singularitatean galtzen dela onartuko da.

Informazio galera hau askatasun graduen galera gisa deskriba daiteke, zeinak fase-espazioa zehazten zuten parametroen gutxitzea dakarren, fase-espazioa bera txikiagotuz. Honela, (4.6) ekuazioko  $V$  txikiagotu egiten da informazioa galtzean.



Irudia 4.8: Fase-espazioaren bilakaera zulo beltz batean informazioa galdu ondoren. [14]

Informazio galera hau zulo beltzaren historia osoan zehar gerta daiteke, baina baita soilik zulo beltza desagertzen den unean ere. Hala ere, (4.4) irudian ikus daitekeenez, informazio galera era batera edo bestera eman eboluzioa berdina da.



Irudia 4.9: Zulo beltz baterantz doan kolapsoa eta Hawkingen ebaporazioa. Askatasun graduen galera  $popean$  gerta daiteke, lerro jarraituek adierazten duten bezala, edo zulo beltzaren historia osoan zehar, lerro etenek adierazten duten bezala. [14]

Askatasun graduen galera hau noiz gertatzen den kontutan izan gabe, termodinamikaren bigarren printzipioak aurrera darrai, entropia handiagotuz. Hala ere, entropiak askatasun gradu guztiak hartzen ditu kontutan, baita zulo beltzek irentsitakoak ere. Zulo beltzetan eroritako askatasun gradu hauek momentu batean singularitatera jauziko dira, eta zulo beltza desagertzen denean, askatasun gradu hauek berarekin batera desagertuko dira. Ondorioz, fase-espazioko bolumenak txikiagotu egingo dira, eta honen eragina (4.6) ekuazioko logaritmoarengatik, entropiari konstante handi bat kentzearena litzateke.

Prozesu guzti hau termodinamikaren bigarren printzipioa bortxatu gabe nola gertatzen den ulertzeko, imagina bedi isolatutako zulo beltz bakarra, entropiari fase-espazioaren bolumen gisa  $W$  ekarpen bat egiten diona, eta unibertsoa zulo beltz honetatik at, honen

fase-espazioaren bolumena  $V$  izanik. Entropia osoa (4.6) ekuazioa erabiliz,

$$S = k_B \ln(W \cdot V) = k_B \ln W + k_B \ln V \quad (4.21)$$

izango litzateke. Zulo beltzaren eraginpetik kanpo dagoen unibertso osoa aztertuz esperimentu bat eginez gero, zulo beltzaren entropia arbuilatzeak ez du inolako eraginik, eta esperimentua  $S = k_B \ln V$  balioarekin egin daiteke. Honela, zulo beltza Hawkingen ebaporazioaren bitartez desagertzen denean, bertan galdutako entropia kantitateak ez du unibertsoan egiten den esperimentu baten entropiarengan inolako eraginik, eta beraz, prozesu honek ez dakar bigarren printzioaren benetako bortxatzerik.

Hala ere, *pop* hauen ondoren galdutako informazioaren ondorioz fase-espazioko bolumenak txikiagotzeak entropia ere txikiagotzea dakar, eta beraz, zulo beltz guztiak  $\sim 10^{100}$  urte ingurutan desagertzen badira, eurekin batera desagertuko dira irentsitako materia guztiaren askatasun graduak, unibertsoaren entropia izugarri txikiagotuz. Honela, eon baten amaieran hurrengoaren hasierak eskatzen duen entropia baxuko egoera bat lortzen da, aurreko atalean deskribatutako trantsizioko Weylen tentsorearen deuseztatzearekin bat etorritz.



## 5. Kapituluia

### Ondorioak

Lehen kapituluan XX. mendean zehar erlatibitate orokorraren baitan garatu zen Big Bang beroaren eredia azaldu da. Honen ospea behaketek emandako babesa zela medio handiagotu zen, gertakari kosmologikoak aurreratzeko eta unibertsoaren historia ikertzeko tresna egokia bilakatuz. Hala ere, eredu honek muga batzuk dituela ikusi da, eta unibertso gertakari guztiak azaldu ahal izateko eredia aldatu beharra zegoela.

Ereduaren mugak lau zirela erakutsi da, eta lehenengo hirurak Big Bang beroaren eredian unibertso goiztiarrean aldaketa bat eginda konpon daitezkeela ere bai. Unibertso goiztiarreko aldaketa hori inflazio aroa izan da, zeinaren bitartez hazkuntza esponentzial bat jasan zuen unibertsoak. Ikusienez, lautasunaren eta ortzi-mugaren arazoak konpontzeko  $N$  *e-fold* kopuru minimoa 65 da, eskala faktorean  $10^{28}$  ordenako hazkuntza bat eragiten duena.

Inflazioaren mekanismoa aztertzeko inflatoi eremu eskalarra aurkeztu da, eta honen potentzialak konstante kosmologiko eraginkor gisa funtzionatzen duela argudiatu. Honela, inflazio aroa  $\Lambda > 0$  deneko Friedmannen ekuazioen soluzioaren azken aroaren parekoa litzateke,  $\Lambda_i \gg \Lambda$  bada ere, biek deskribatzen baitute de Sitterren espazio bat. Honekin, inflatoiaren eremuak eskala kosmologikoan eragina duela ikusi da, eremu kuantikoek fisika klasikoan izan dezaketen garrantzia azpimarratuz.

Behin inflazioaren mekanismoaren funtzionamendua ulertuta, *Slow Roll* inflazio eredia aurkeztu da, zeinetan inflazioa (3.37) eta (3.38) baldintzak betetzen diren tartean ematen den. Tarte honetan eremu eskalarraren higadura ekuazioak maldan bera doan pilota batenak bezalakoak direla ikusi da, eredu honi bere izena emanez.

Inflazioaren amaieran birberotzea kokatu da, zeinetan unibertsoak aro inflazionarioa alde batera utzi eta Big Bang beroarekin bat datorren erradiazio garaiari hasiera ematen dion. Honetarako, inflatoi eremuaren energia dentsitatearen bilakaera aztertu da, hau jaistean materia erlatibistaren energia dentsitatea nola igotzen den azalduz.

Inflazioaren berrikusketa hau era orokor batean egin da, eredu zehatzak landu gabe, lan honetan inflazioaren helburua Big Bang beroaren akatsak nola konpontzen zituen ikustea baitzen.

Azken atalean Big Bang beroak dakarren entropiaren arazoa jorratu da. Honi azalpen bat eman nahian, Weyl kurbaduraren hipotesia aurkeztu da, eta honetan oinarriturik, unibertsoaren ikuspuntu guztiz berri bat ere bai: Kosmologia Zikliko Konformea.

CCCaK eon baten amaiera eta hurrengoaren hasiera birreskalatze konforme baten bidez

nola lotzen dituen ikusi da, eta baita honek entropiaren arazoa nola konpontzen duen ere. Ikusi denez, CCCak funtziona dezan beharrezkoa da konstante kosmologikoa positiboa izatea, eta unibertsoaren azken aroa hau nagusi deneko de Sitter espazio bat. CCCak funtziona dezan onartu beharreko beste hipotesi bat zulo beltzek irentsitako informazioa betirako galtzen dela izan da. Gainera, CCCak Big Bangarentzat singularitate leun bat aurreikusten duela ikusi da, eta ez zulo beltzetako bezalako singularitate bat non erlatibitate orokorreko matematikak erabilgaitzak diren.

Inflazioarekin bezala, CCCaren kasuan ere atal batzuk jorratu gabe gelditu dira, birreskalatze konformeen matematika zehatzak eta trantsizio ekuazioak besteak beste, CCCaren helburua lan honetan entropiaren arazoarentzako ikuspuntu berri bat ematea baitzen.

Big Bang beroaren arazoak konpontzea helburu zuten bi teoria hauek bateragarriak izan daitezke, CCCaren baitan, inflazio aroa aurreko eonean  $\mathcal{F}^+$ -era iristen den de Sitter aroarekin erlaziona baitaiteke. Ikuspuntu honetan beraz, inflazioa Big Bangaren aurreko gertakari bat izango litzateke, aurreko eonean gertatua, eta eon honen amaieran gertatuko litzateke hurrengo eonaren inflazioa.

Hala ere, bai inflazioa eta bai CCCa behaketek frogatu gabeko teoriak dira, eta Big Bang beroaren ereduaren arazoak konpontzeko balio badute ere, ez dira komunitate zientifiko guztiaren gustukoak. Gainera, CCCa teoria berria da, eta oraindik ez dauka jarraitzaile gehiegirik, teoria oso espekulatibo bat izatearen ondorio.

Hau guztia dela medio, etorkizunerako arlo hauetan ikerkuntzak zabalik darrai, unibertsoaren benetako izaera ulertu nahian.

# Bibliografia

- [1] Aguirregabiria, J. M. (2020). *Grabitazioa eta Kosmologia (8. edizioa)*. EHU-UPV. <http://tp.lc.ehu.es/jma/GK/GK.pdf>
- [2] Ryden, B. (2016). *Introduction to Cosmology (2nd ed.)*. Cambridge University Press.
- [3] Shah, P., Lemos, P. & Lahav, O. (2021). *A buyer's guide to the Hubble constant*. *Astron Astrophys Rev* 29, 9 Introduction to Cosmology. <https://doi.org/10.1007/s00159-021-00137-4>
- [4] Carroll, S.M. (2004). *Spacetime and Geometry, An Introduction to General Relativity*. Addison Wesley.
- [5] Misner, C.W., Thorne, K.S. & Wheeler, J.A. (1973). *Gravitation*. W. H. Freeman and Company.
- [6] Collaboration, P., Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., et al. (2020). *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*. *Astronomy and Astrophysics*, 641 A6-A6. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>
- [7] Guth, Alan H. (1981). *Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems*. *Phys. Rev. D*, 23, 2, 347-356. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.23.347>
- [8] Linde, A.D. (1982). *A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems*. *Physics Letters B*, 108, 6, 389-393. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)91219-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)91219-9)
- [9] Albrecht, A. & Steinhardt, P. J. (1982). *Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking*. *Phys. Rev. Lett.*, 48, 17, 1220-1223. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.48.1220>
- [10] Barrow, John D. & Shaw, Douglas (2011). *The value of the cosmological constant*. *International Journal of Modern Physics D*, 20, 14, 2875-2880. <https://doi.org/10.1142/S0218271811020755>
- [11] Kolb, E. W. & Turner, M. S. (1994). *The Early Universe*. CRC Press, Taylor & Francis Group.
- [12] Liddle, A. R. & Lyth, D. H. (2000). *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*. Cambridge University Press.

- [13] Baumann, D. (2022). *Cosmology*. Cambridge University Press.
- [14] Penrose, R. (2010). *Cycles of Time: An Extraordinary New View of the Universe*. Bodley Head, London.
- [15] Paul Tod (2010). *Penrose's Weyl curvature hypothesis and conformally-cyclic cosmology*. J. Phys.: Conf. Ser. 229 012013. <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/229/1/012013>