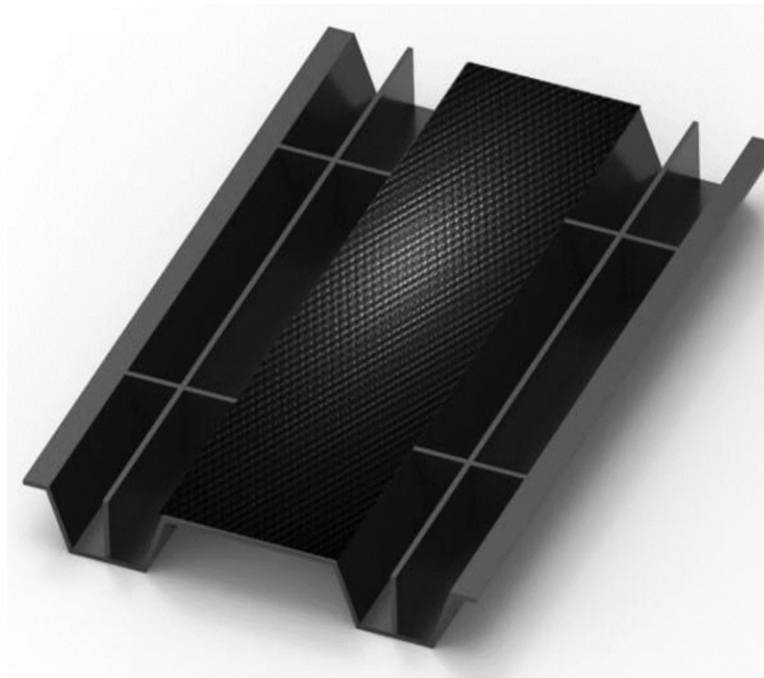


MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE MASTER

OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DE UN ELEMENTO ESTRUCTURAL PLANO DISEÑADO EN MATERIAL COMPUESTO



Estudiante: BUENO SÁENZ, Idoia

Director/Directora: GARAIGORDOBIL JIMENEZ, Alain

Curso: 2022-2023

Fecha: Bilbao, 12, Septiembre, 2023

RESUMEN TRILINGÜE

CASTELLANO:

Este trabajo desarrolla la optimización de una placa estructural diseñada en material compuesto laminado, que forma parte de un sistema estructural mayor. Esta pieza se integrará posteriormente a otras para obtener la funcionalidad deseada. El objetivo fundamental es la definición de un proceso de diseño de elementos estructurales laminados fabricados en materiales compuestos. Para ello se hace uso de herramientas existentes para la definición y análisis de los distintos casos de carga y se utiliza la optimización topológica para obtener una pieza estructural optimizada de forma que atendiendo a las características mecánicas deseadas se use el mínimo material necesario. Para realizar dicha optimización se emplea el módulo de software OptiStruct® dentro del programa de simulación HyperWorks® de Altair, basado en el Método de los Elementos Finitos. El uso de esta herramienta no exime de la necesidad de tomar ciertas decisiones en el proceso de optimización, tales como la selección de las distintas orientaciones de las diferentes capas de un laminado, las densidades de modelización a utilizar, el criterio de optimización, el guiado de la evolución iterativa del modelo durante el proceso de optimización y la elección de la densidad relativa definitiva.

EUSKERA: Lan honek material konposatu laminatuan diseinatutako egitura-plaka baten diseinuaren optimizazioa garatzen du, egitura sistema handiago baten parte dena. Geroago pieza hau beste batzuekin integratuko da nahi den funtzionaltasuna lortzeko. Oinarritzko helburua material konposatuez egindako egitura-elementu laminatueterako diseinu-prozesu bat zehaztea da. Horretarako karga-kasu desberdinak definitzeko eta aztertzeko dauden tresnak erabiliko dira eta egitura-optimizazio topologikoare bidez, nahi diren ezaugarri mekanikoak ematen dituen egitura-pieza optimizatua lortuko da, material gutxiegi erabiliz. OptiStruct® software modulua erabiltzen da, Altairren HyperWorks® simulazio programaren barruan dagoena. Honek eElementu Finituen Metodoan oinarrituta dago. Tresna hau erabiltzeak ez du salbuesten optimizazio-prozesuan zenbait erabaki hartu beharrik, hala nola laminatu baten geruza ezberdinen orientazio desberdinak, modelatze-dentsitateak eta optimizazio-irizpideak hautatzea, piezaren garapen iteratiboa gidatzea optimizazio prozesuan zehar eta azken dentsitate erlatiboa aukeratzea.

INGLÉS: This work develops the optimization of a structural plate designed in laminated composite material, which is part of a larger structural system. This piece will later be integrated with others to obtain the desired functionality. The fundamental objective is the definition of a design process for laminated structural elements made of composite materials, using existing tools for the definition and analysis of the different load cases and using structural topological optimization to obtain an optimized structural. Thus, the desired mechanical characteristics will be fulfilled using the minimum necessary material. To carry out the optimization, OptiStruct® software module is used within Altair's HyperWorks® simulation program, based on the Finite Element Method. The use of this tool does not exempt from the need to make certain decisions in the optimization process, such as the selection of the different orientations of layers of a laminate, the modelling densities to be used, the optimization criteria, the guiding of the iterative

evolution of the model during the optimization process and the choice of the final relative density.

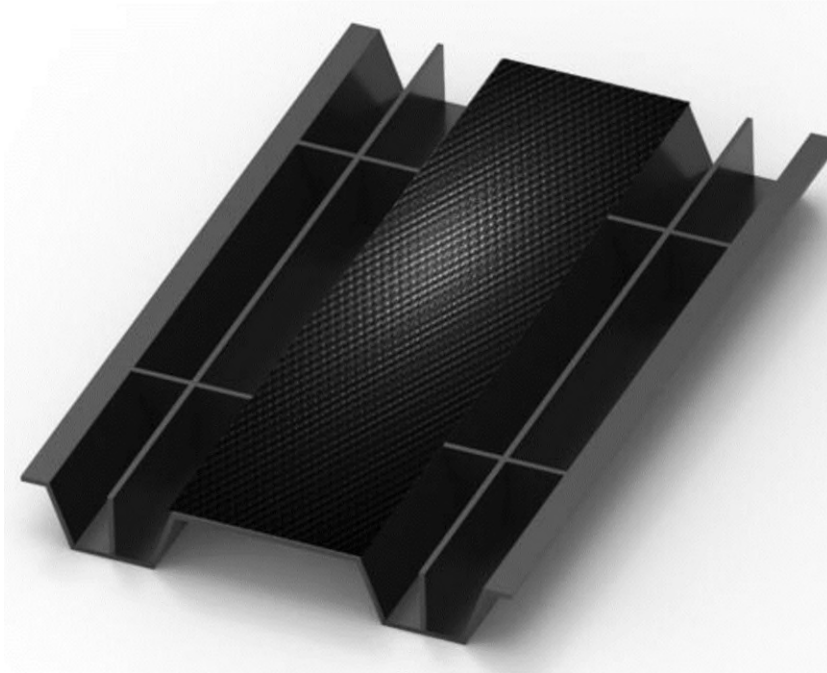


Figura 1. Sistema estructural de material compuesto en el que están incluidos elementos planos. [1]

Palabras clave: optimización estructural, optimización topológica, material compuesto, laminado.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer a mi excelente director, Alain, por su supervisión y acertados comentarios a lo largo del proceso de generación de este documento. Aportó todos los recursos necesarios para avanzar en los objetivos de este trabajo de fin de máster. Su paciencia, sugerencias y ayuda fueron esenciales.

Gracias también a mi familia que siempre me apoya.

CONTENIDO

RESUMEN TRILINGÜE	2
AGRADECIMIENTOS	4
CONTENIDO	5
LISTA DE FIGURAS	8
LISTA DE TABLAS	11
ACRÓNIMOS	12
MEMORIA	13
1 INTRODUCCIÓN	13
2 TÉCNICAS UTILIZADAS EN EL DISEÑO OPTIMIZADO DE UN ELEMENTO ESTRUCTURAL DEFINIDO EN MATERIAL COMPUESTO LAMINADO. ESTADO DEL ARTE	14
2.1 OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA ESTRUCTURAL.....	14
2.1.1 El problema de la optimización estructural.....	14
2.1.2 Tipos de optimización estructural	17
2.1.3 Concepto de optimización Topológica	20
2.1.4 Formulación y proceso de cálculo de la optimización topológica.....	27
2.1.5 Etapas del proceso de optimización topológica.....	30
2.2 MATERIALES COMPUESTOS	34
2.2.1 Introducción.....	34
2.2.2 Composición	36
2.2.3 Comportamiento y análisis mecánico de los materiales compuestos	42
2.2.3.1 <i>Micromecánica y Macromecánica</i>	42
2.2.3.2 <i>Micromecánica de una lámina</i>	42
2.2.3.3 <i>Macromecánica de una lámina</i>	43
2.2.3.4 <i>Macromecánica de un laminado</i>	47
2.2.4 Criterios de fallo de materiales compuestos.....	51
2.2.4.1 <i>Criterio de máxima tensión</i>	51
2.2.4.2 <i>Criterio de máxima deformación unitaria</i>	52

2.2.4.3	Criterio de Tsai-Hill	52
2.2.4.4	Criterio de Tsai-Wu	53
2.2.4.5	Criterio ILSS (InterLaminar Shear Stress) adicional	54
2.2.4.6	Otros criterios de fallo de materiales compuestos laminados.	54
2.2.4.7	Comparación entre el criterio de Tsai-Wu y el criterio de máxima tensión.	55
2.2.5	Guía de diseño de laminados de material compuesto	56
2.2.6	Proceso de fabricación del elemento estructural en material compuesto laminado	58
2.3	OPTIMIZACIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS	59
3	CONTEXTO.....	62
4	ALCANCE Y OBJETIVOS	64
5	BENEFICIOS TÉCNICOS, ECONÓMICOS Y MEDIOAMIENTALES	64
	METODOLOGÍA SEGUIDA EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO	66
1	INTRODUCCIÓN	66
2	OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DE ELEMENTO ESTRUCTURAL EN MATERIAL COMPUESTO LAMINADO	69
2.1	PASOS A SEGUIR	69
2.2	EJEMPLO PRELIMINAR DE PLACA METÁLICA ISÓTROP A PLANA	71
2.2.1	Diseño y mallado	71
2.2.2	Resultado de la optimización	72
2.3	EJEMPLO DE LAMINADO ORTÓTROPO CON PLIES DEL MISMO MATERIAL DISPUESTO EN CAPAS DE DIFERENTES DIRECCIONES.	74
2.3.1	Diseño y mallado	74
2.3.2	Estado de carga.....	79
2.3.3	Análisis de tensión y deformación.....	79
2.4	OPTIMIZACIÓN FREE SIZE DEL LAMINADO FORMADO POR DIFERENTES PLIES CON DIFERENTES ORIENTACIONES.	82
2.4.1	Qué es la optimización “free-size”	82
2.4.2	Proceso de optimización.....	82
2.4.3	Resultado de la optimización	85
2.5	SIZE OPTIMIZATION	89
3	PLANIFICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DEL TRABAJO. DIAGRAMA DE GANTT	94

3.1	HITOS	94
3.2	TAREAS	94
3.3	CAMINO CRÍTICO	95
3.4	DIAGRAMA DE GANTT	96
ASPECTOS ECONÓMICOS		97
1	PRESUPUESTO	97
CONCLUSIONES.....		98
BIBLIOGRAFÍA		99

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Sistema estructural de material compuesto en el que están incluidos elementos planos.	3
Figura 2. Condiciones necesarias para que exista un mínimo local en una función objetivo con restricciones de desigualdad.	16
Figura 3. Proceso de optimización topológica estructural.	18
Figura 4. Optimización de tamaño modificando las secciones transversales de las barras en una celosía. Diseño inicial y diseño final.	18
Figura 5. Optimización de forma. Puntos de control del contorno como variables de diseño. ...	19
Figura 6. Optimización de forma. El diseño final depende del número de agujeros inicial: del dominio definido inicialmente.	19
Figura 7. Optimización de topología. Dentro del dominio definido inicialmente, existe total libertad en el diseño.	20
Figura 8. Inestabilidades típicas en la optimización topológica de una biga bi-apoyada. a) Problema inicial; b) daderos en ciertas regiones; c) y d) distinta solución en función de la densidad del mayado (600 y 5400 elementos respectivamente); e) varias soluciones posibles.	23
Figura 9. Microestructura con material y con microvacíos (asimilado a un material poroso) para modelo utilizando el Método SYMP con $p=3$	25
Figura 10. Gráfica que muestra el efecto de las distintas funciones de interpolación de las propiedades del material utilizadas en optimización topológica, para $E_0 = 1$ MPa.	26
Figura 11. Ejemplo de un dominio de diseño para un problema de optimización de Topología 2D.	27
Figura 12. Efecto del valor de penalización exponencial p de las densidades en el método SIMP.	28
Figura 13. La optimización topológica estructural en el proceso global de diseño y fabricación.	31
Figura 14. Evolución del dominio material de una viga MBB con carga central, analizando la mitad de ella, a lo largo de las diferentes iteraciones de la optimización topológica estructural.	32
Figura 15. Estructura genérica de laminado de un material compuesto (Samat).	36
Figura 16. Curva característica tensión-deformación de un laminado de material compuesto (Samat).....	37
Figura 17. Casos de comportamiento de materiales compuestos (1:matriz; 2: refuerzo). Isodeformación e isotensión.	38
Figura 18. Comportamiento tensión-deformación para el caso de fallo de la matriz para una misma deformación.....	40
Figura 19. Comportamiento tensión-deformación para el caso de fallo de la matriz para una misma deformación.....	40
Figura 20. Ejes principales del material y planos de simetría para una lámina ortótropa.....	44

Figura 21. Variación de la deformación y de la tensión en las láminas de un laminado de material compuesto.....	49
Figura 22. Significado (Tensión-Deformación) de las submatrices de la matriz de rigidez de un laminado de material compuesto.	50
Figura 23. Comparación gráfica entre el criterio de Tsai-Wu y el criterio de tensión máxima.....	55
Figura 24. Proceso de optimización topológica de un elemento estructural plano diseñado en material compuesto.....	61
Figura 25. Integración del CAD, MEF y las técnicas de optimización estructural.	62
Figura 26. Metodología del Trabajo.	68
Figura 27. Proceso de análisis de los diferentes casos y diseño final.....	70
Figura 28. Mallado de la placa metálica isótropa.....	71
Figura 29. Detalle del mallado de la placa metálica isótropa en la zona del agujero central.....	72
Figura 30. Diseño optimizado de la placa metálica isótropa. Evolución del diseño durante el proceso de optimización.	73
Figura 31. Mallado de la placa de material compuesto con capas o “plies” en diferentes direcciones.....	74
Figura 32. Vector normal de cada elemento definido.	74
Figura 33. Sistema de referencia local.....	75
Figura 34. Definición de la orientación del material.	75
Figura 35. Definición del material de fibra de carbono.....	76
Figura 36. Definición de la propiedad para unir las capas o “plies”.....	76
Figura 37. Definición de las capas o “plies” con su orientación.....	77
Figura 38. Definición del orden de las capas.....	77
Figura 39. Definición del laminado PCOMPP.....	78
Figura 40. Visualización de las capas que componen el laminado.....	78
Figura 41. Visualización de las cargas y restricciones.....	79
Figura 42. Visualización de las deformaciones y del estado tensional bajo cargas unitarias.	80
Figura 43. Visualización de la deformada.....	81
Figura 44. Definición del laminado balanceado.	82
Figura 45. Definición de respuestas que se quieren visualizar en el proceso de optimización....	83
Figura 46. Definición de la función objetivo a optimizar.....	83
Figura 47. Definición de la restricción del límite máximo de la Fracción de Volumen.	84
Figura 48. Evolución del proceso de optimización (inicial e iteraciones 5 y 10) y resultado (Iteración 15), para un límite superior de fracción de volumen de 0,2 y de 0,4.....	85

Figura 49. Evolución del proceso de optimización (inicial e iteraciones 5 y 10) y resultado (Iteración 14 y 13 respectivamente), para un límite superior de fracción de volumen de 0,5 y de 0,6.	86
Figura 50. Espesor y geometría resultante en cada capa (Iteración 14 y 13 respectivamente), para un límite superior de fracción de volumen de 0,5 y de 0,6.....	87
Figura 51. Desplazamientos en la pieza optimizada mediante Free Size.....	88
Figura 52. Tensiones de Von Mises en la pieza optimizada mediante Free Size.	88
Figura 53. Ciclo de optimización. Visualización de los ply bundles.....	89
Figura 54. Ejemplo de distribución de ply bundles.	90
Figura 55. Forma de cada sublámina (espesores discretos) para cada lámina. Cada lámina con una orientación y cuatro sub-láminas.	91
Figura 56. Desplazamiento de la pieza optimizada mediante “Ply Bundle Size optimization”	92
Figura 57. Tensiones de Von Mises de la pieza optimizada mediante “Ply Bundle Size optimization”	92

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Propiedades de la fibra de carbono.....	75
Tabla 2. Comparación de desplazamientos máximos, masa de la placa y ahorro de material alcanzado.....	93

ACRÓNIMOS

AM:	Additive Manufacturing.
BESO:	Bi-directional Evolutional Structure Optimization.
CAD:	Computer Aided Design.
CNC:	Control Numérico por Computador.
CLT:	Classical Laminate Theory.
DFM:	Design for Manufacturing.
DMLS:	Direct Metal Laser Sintering.
ECSS:	European Cooperation for Space Standardization.
ESA:	European Space Agency.
ESO:	Evolutionary Structural Optimization.
FI:	Failure Index.
HW:	Hardware.
ILSS:	InterLaminar Shear Stress.
ITD:	Isolines Topology Design.
MDF:	Método de las Diferencias Finitas
MEF:	Método de los Elementos Finitos.
MMA:	Method of Mobile Asymptotes.
MoS:	Margin of Safety.
OPT:	Optimización.
SIMP:	Solid Isotropic Material with Penalization.
SR:	Stress Ratio.
SW:	Software.
RAMP:	Rational Approximation of Material Properties.
SERA:	Sequential Element Rejection and Admission.
TFM:	Trabajo fin de Máster.

MEMORIA

1 INTRODUCCIÓN

La base de este trabajo se asienta en la optimización topológica de una placa diseñada en material compuesto laminar, el cual forma parte de un sistema estructural mayor. Se comenzará con la introducción de conceptos básicos sobre la optimización topológica y del proceso de cálculo y diseño de elementos estructurales planos en material compuesto. A su vez, se detallará el proceso de fabricación a utilizar. Con el objetivo de exponer qué es la optimización topológica, además de definir el concepto y sus distintas definiciones, se aclararán las etapas que tienen lugar en dicho proceso, así como la formulación matemática inherente al mismo.

A continuación, se describirá el elemento estructural. El objeto a optimizar está diseñado en un laminado de material compuesto. No obstante, con el fin de validar el método de optimización de elementos estructurales planos, se comenzará con un ejemplo de una pieza plana de material metálico isótropo y se realizarán varios casos preliminares para familiarizarse con el proceso de la optimización. Posteriormente se continuará con la optimización topológica del elemento estructural laminado plano objeto de este estudio, pero asumiendo un material isótropo. Finalmente, se introducirán las propiedades ortótropas reales y se realizará la optimización topológica. En cuanto al diseño de la pieza, se presentarán los requisitos fundamentales y las características mecánicas y físicas alcanzadas. Estos requisitos (dominio al que se restringe el soporte, masa, etc.) se tendrán en cuenta a la hora de generar el nuevo diseño. A lo largo del trabajo se llevará a cabo la optimización de la pieza, hasta alcanzar un diseño definitivo satisfactorio.

Para completar el proyecto, se presentará el presupuesto y la planificación del proyecto mediante un diagrama Gantt así como la bibliografía relativa al trabajo.

2 TÉCNICAS UTILIZADAS EN EL DISEÑO OPTIMIZADO DE UN ELEMENTO ESTRUCTURAL DEFINIDO EN MATERIAL COMPUESTO LAMINADO. ESTADO DEL ARTE

Cuando se pretende realizar el diseño de un componente, pieza o elemento mecánico, además de tener en cuenta el cumplimiento de las exigencias mecánicas que este debe desempeñar, también se debe considerar qué técnica se empleará para su fabricación. En el caso que nos concierne, al tratarse de una pieza que será realizada mediante un proceso de fabricación por superposición de láminas de material compuesto habrán de tenerse en cuenta las limitaciones del mismo, y, en nuestro caso, el problema de llenado de fibra [3] [4]. Es por ello que el proceso de optimización debería, de alguna manera, tener en cuenta esta limitación, dando lugar a lo que se conoce como "Design for Manufacturing" o DFM.

A lo largo de este apartado se estudiarán los diferentes procesos de optimización empleados y la posibilidad de establecer un proceso de DFM.

2.1 OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA ESTRUCTURAL

2.1.1 El problema de la optimización estructural

Todo problema de optimización estructural requiere de un proceso con los siguientes elementos:

1. Unas **variables de diseño**. Son el conjunto de incógnitas que describen el problema (p.ej.: espesores, longitudes...). Aunque los valores finales son desconocidos, se iniciará en proceso asignando unos valores que irán evolucionando a lo largo del proceso iterativo de optimización hasta alcanzar un juego de valores óptimos.
2. Una **función objetivo** que defina el criterio de optimización que se minimizará o maximizará dependiendo del criterio de optimización seleccionado. Su valor representa el rendimiento de un diseño estructural concreto. Para cada diseño debe ser un escalar que dependerá de las variables de diseño y su valor numérico se debe poder obtener en cada iteración. El proceso iterativo buscará, utilizando el algoritmo adecuado, diseños que maximicen o minimicen el valor de dicha función.
3. Unas **restricciones** sobre las variables de diseño. Estas condiciones de contorno están definidas para guiar el problema de optimización, y describen las condiciones de funcionamiento reales de la estructura. Las restricciones pueden ser:
 - a. Según su naturaleza:
 - i. Explícitas: valores máximos y mínimos de variables.
 - ii. Implícitas: rigidez, tensiones, fracción volumétrica ($V_{real}/V_{dominio}$), desplazamientos, energía de deformación, ...
 - b. Según su ecuación:
 - i. De igualdad: condiciones de equilibrio, leyes de comportamiento del material, ...
 - ii. De desigualdad: tensiones, desplazamientos, ...

4. Unos **parámetros de diseño** que relacionan las restricciones con la función objetivo y, a diferencia de las variables de diseño, el valor de estos es conocido.

Estos cuatro elementos forman el núcleo de todo problema de optimización, que puede expresarse de la siguiente forma matemática:

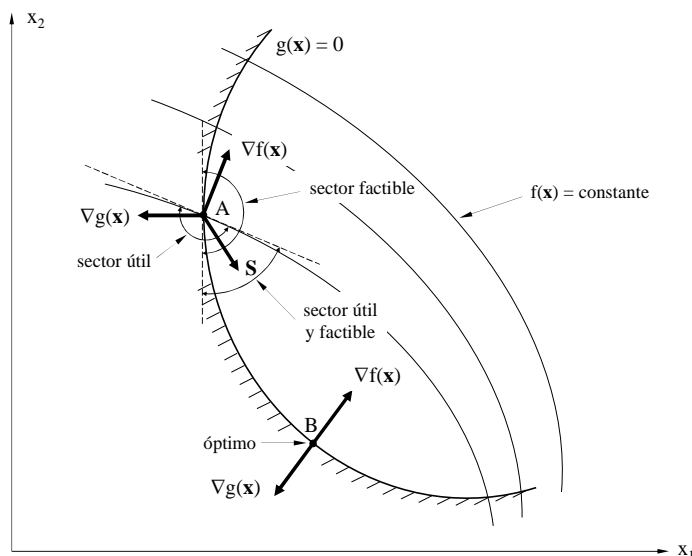
Vector de las variables de diseño en una iteración: $\mathbf{x}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)$

Función objetivo: $\max/\min: f(\mathbf{x})$ (2.1.1)

Restricciones: $g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad | \quad j=1, \dots, m$
 $h_k(\mathbf{x}) = 0 \quad | \quad k=1, \dots, m$
 $x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \quad | \quad i=1, \dots, m$

Un diseño aceptable será aquel que no viole ninguna restricción y se considera “diseño óptimo” al diseño aceptable para el cual la función objetivo $f(\mathbf{x})$ alcanza un mínimo. De este modo, un diseño aceptable será un mínimo local, mientras que el diseño óptimo será el mínimo global. A su vez, las variables de diseño tienen un rango de valores posibles, llamadas “restricciones de borde o laterales” y representan limitaciones físicas. Se designan como x_i^{\min} y x_i^{\max} , y representan los valores máximos y mínimos de las restricciones laterales.

Una de las dificultades de este tipo de problema es la complejidad a la hora de probar la unicidad de la solución. Es por esto por lo que la mayoría de los algoritmos calculan los mínimos locales. Las condiciones necesarias para que exista un mínimo local para problemas de optimización con restricciones de desigualdad fueron establecidas por Harold W. Kuhn y Albert W. Tucker [5]. Estas condiciones no tienen en cuenta las propiedades de la función objetivo, sino la geometría de las restricciones. Estas condiciones se muestran matemática y gráficamente en la Figura 2.



Dirección útil $\nabla f(\mathbf{x}) \leq 0$

Dirección factible $\nabla g(\mathbf{x}) \leq 0$

Condiciones de Kuhn-Tucker

$$\nabla f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot \nabla g_j(\mathbf{x}) = 0$$

$$\lambda_j \cdot g_j(\mathbf{x}) = 0 \quad | \quad j = 1, \dots, m$$

Figura 2. Condiciones necesarias para que exista un mínimo local en una función objetivo con restricciones de desigualdad. [2]

Al mismo tiempo, es habitual simplificar el problema original mediante la aproximación de las funciones objetivo y las restricciones. De esta forma, el problema original se reemplaza por la sucesión de problemas aproximados explícitos de estructura simple y estos se resuelven a su vez de forma secuencial, hasta alcanzar el diseño óptimo.

La aproximación más sencilla es la lineal, que da a lugar a los “Métodos de programación lineal secuencial” (SLP) y cada subproblema se genera mediante desarrollos de Taylor de Primer Orden. Mediante la resolución de cada subproblema el programa se dirige hacia el diseño óptimo. Cabe destacar que normalmente estas técnicas vienen acompañadas por del “Método de elementos móviles”, que consiste en limitar la máxima variación de las variables de diseño entre dos soluciones consecutivas, de forma que se evitan problemas de convergencia como oscilaciones indefinidas.

Por otro lado, el análisis de sensibilidad, consistente en el cálculo de derivadas, es fundamental para obtener soluciones óptimas. El procedimiento más sencillo para modelos discretos consiste en el método de las diferencias finitas o MDF.

En el proceso de la optimización, el análisis de sensibilidad supone la realización del cálculo de las variaciones de la respuesta de la estructura a las cargas aplicadas originadas por modificaciones de alguna de las variables que configuran el diseño de la estructura. El conocimiento de esas variaciones (relación entre evolución de las variables y la respuesta) permite guiar o dirigir el proceso de optimización hacia su valor extremo.

El proceso de optimización utiliza un análisis de sensibilidad basado en el cálculo del gradiente de la función objetivo calculando las derivadas parciales de la función objetivo respecto a las variables de diseño:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \dots \right) \quad (2.1.2)$$

Este gradiente define para cada iteración la dirección con mayor variabilidad, es decir, la *dirección útil* de mejora de la función objetivo o el sector en el que interesa que evolucione.

Por otra parte, en el proceso de optimización, el análisis de sensibilidad también se aplica a las restricciones para conocer la dirección de mayor variabilidad de las mismas, es decir, para conocer la *dirección factible* de acuerdo a cada una de dichas restricciones o el sector en el que debe evolucionar:

$$\nabla g(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \dots \right) \quad (2.1.3)$$

La combinación entre el sector útil de evolución que nos proporciona el gradiente de la función objetivo, y los sectores factibles de las restricciones proporciona un sector útil y factible hacia el que evolucionar las variables de diseño hacia un resultado óptimo. Por tanto, el análisis de sensibilidad guía el diseño hacia la solución óptima.

2.1.2 Tipos de optimización estructural

La Figura 3 muestra el proceso general que sigue un problema de optimización topológica estructural. A partir de la definición del volumen de diseño, del material, de las restricciones mecánicas, de las cargas, de las restricciones geométricas y de la función objetivo (rigidez, deformación, ...) incluyendo las variables de diseño, se inicia un proceso iterativo hacia el diseño óptimo en el que en cada iteración se realiza un análisis de elementos finitos, un análisis de sensibilidad, una comprobación de las restricciones, una verificación de convergencia y por último la actualización de las variables de diseño a ser utilizadas en la siguiente iteración.

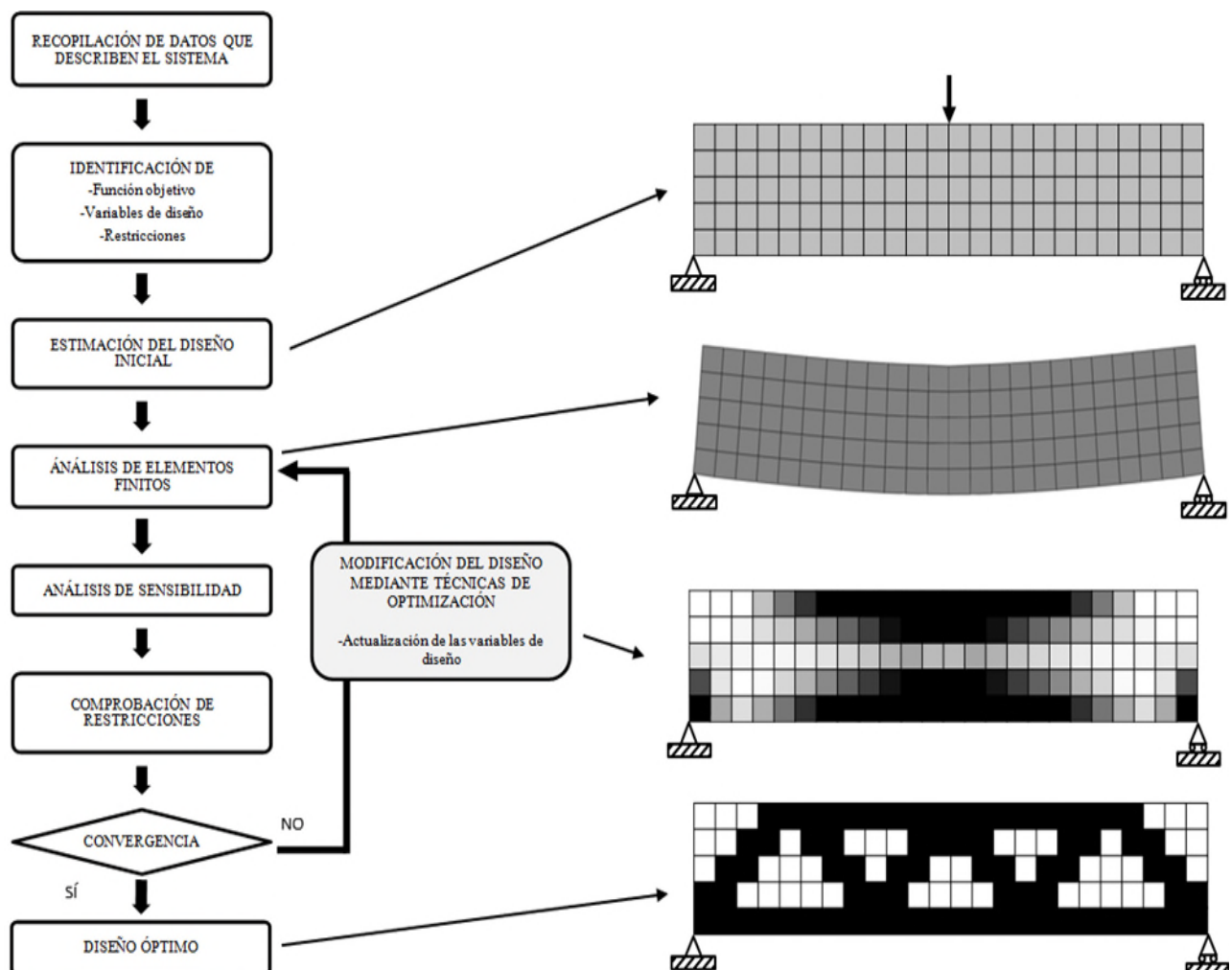


Figura 3. Proceso de optimización topológica estructural. [2]

Existen diversas maneras de abordar la optimización de una estructura, y en general, podemos diferenciar tres procedimientos diferenciados según el tipo de variables de diseño y capacidad de transformar la geometría de la pieza:

- 1- **Optimización de tamaño o dimensiones:** El objetivo es encontrar el valor óptimo de variables dimensionales (espesores, secciones, ...). En el proceso de optimización estas variables van cambiando sin cambiar la forma de la pieza ni la topología. Es decir, el diseño ya está contenido en la estructura de partida y sólo se optimizan las dimensiones de sus componentes unitarios.

Este tipo de optimización es adecuado para estructuras discretas como celosías, como la que se muestra en la Figura 4.

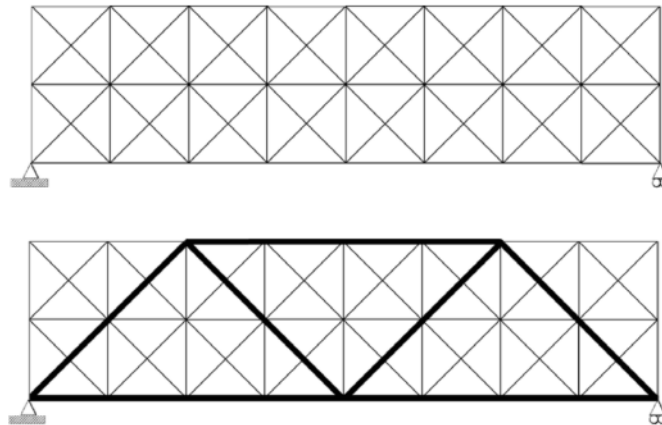


Figura 4. Optimización de tamaño modificando las secciones transversales de las barras en una celosía. Diseño inicial y diseño final. [2]

- 2- **Optimización de forma:** Las variables son los puntos de control que definen la forma del dominio material, que se actualizan en cada iteración modificando los contornos exteriores e interiores. En un modelo de elementos finitos los nudos definen la geometría de la pieza, y, por tanto, son las coordenadas de dichos nudos las variables de diseño seleccionadas.

La principal desventaja de este método es que genera un elevado número de variables en estructuras continuas. Para tratar de paliar este problema se han generado métodos que descomponen la estructura en subregiones o recintos de geometría sencilla con un número reducido de puntos de control. Las variables de diseño encargadas de los cambios de forma de estas subregiones son escalares asociados a los desplazamientos de los puntos de control en determinadas direcciones. Este proceso se muestra en la Figura 5.

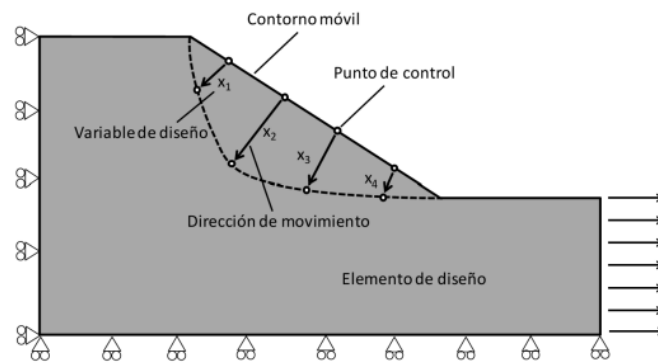


Figura 5. Optimización de forma. Puntos de control del contorno como variables de diseño. [2]

En este proceso de optimización, la topología de la estructura no cambia. Por esto, es necesario, en muchos casos, introducir agujeros internos en el dominio de partida, dado que esta optimización es incapaz de generarlos. Es decir, el resultado final es función de la topología inicial seleccionada. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 6.

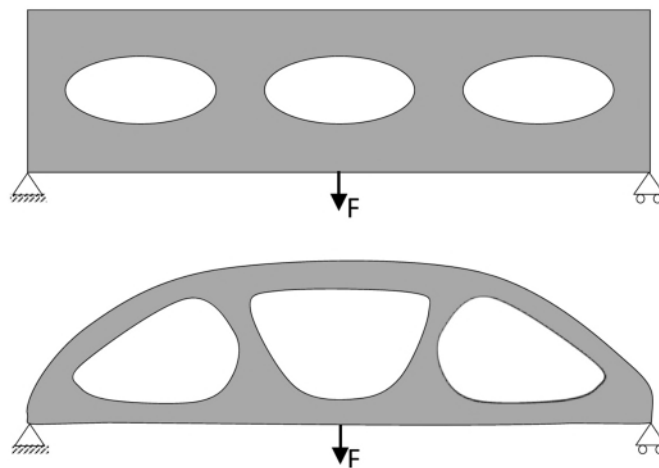


Figura 6. Optimización de forma. El diseño final depende del número de agujeros inicial: del dominio definido inicialmente. [2]

- 3- **Optimización de topología:** Busca la distribución óptima del material y su conectividad dentro del dominio definido. Este proceso de optimización elimina material en zonas donde es innecesario según la elección del criterio de optimización, es decir, distribuye agujeros a lo largo del dominio. La variable más común es la densidad de los elementos. La variación de la topología hace posible la generación de agujeros, eliminando material dentro del dominio de diseño, tal y como se muestra en la Figura 7.

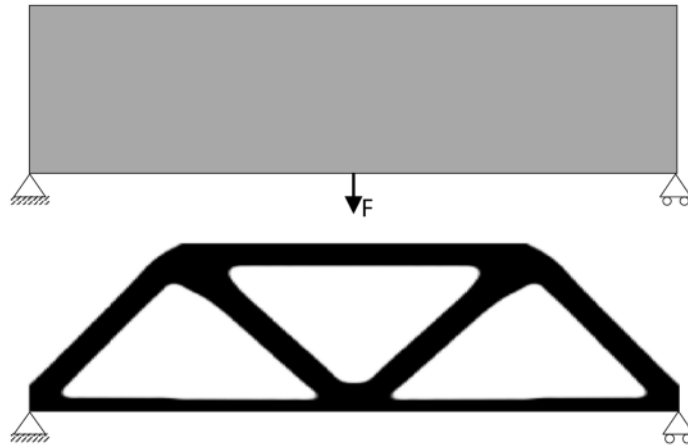


Figura 7. Optimización de topología. Dentro del dominio definido inicialmente, existe total libertad en el diseño. [2]

Así como en los métodos anteriores se exige un cierto conocimiento para predefinir la estructura a optimizar, la optimización topológica no exige dicho conocimiento, permitiendo un diseño libre. Este tipo de optimización es la que se va a utilizar en este trabajo y por ello vamos a profundizar más en ella.

2.1.3 Concepto de optimización topológica

La optimización topológica es un método matemático que tiene su base en el método de los elementos finitos. El objetivo de este trabajo es distribuir la menor cantidad de masa dentro de un volumen o dominio disponible, procurando, al mismo tiempo, la máxima rigidez posible (o la mínima flexibilidad). A su vez, es necesario que, para un determinado estado de carga (condiciones de carga) y unas restricciones (condiciones de contorno), ninguna parte de la estructura supere una tensión máxima admisible.

A pesar de que el proceso de optimización estructural topológica en sus diferentes variantes se viene desarrollando desde hace años, no ha sido hasta hace poco que se ha extendido su aplicación debido a la aparición de unas condiciones adecuadas:

- 1- El desarrollo de la potencia computacional necesaria para abordar las técnicas matemáticas utilizadas en los procesos de optimización topológica.
- 2- El desarrollo y maduración de técnicas de fabricación no sustractivas tales como la fabricación aditiva, la fabricación de materiales compuestos laminados que utilizan la superposición de cintas con distintas orientaciones de fibra preferente que después se somete a un proceso de curado, etc. Estas nuevas técnicas de fabricación eliminan las restricciones de la fabricación sustractiva clásica, permitiendo que las complejas geometrías obtenidas en los procesos de optimización topológica sean ejecutables.
- 3- El desarrollo de materiales de alta resistencia mecánica utilizables tanto en la fabricación aditiva (pulvimetalurgia) como en los procesos de fabricación de laminados de materiales compuestos (matriz y refuerzo), que permiten sustituir los tradicionales materiales estructurales de elementos mecánicos (aleaciones de aluminio, titanio, aceros inoxidables, aceros altamente aleados, ...), consiguiendo un comportamiento mecánico muy similar,

minimizando desechos, minimizando la cantidad de material utilizada y reduciendo el consumo energético y la huella de CO₂ de todo el proceso.

- 4- La necesidad de conseguir diseños más ligeros sin detrimento de sus prestaciones tanto en la industria aeronáutica como en la industria espacial y en la de automoción.
- 5- La necesidad de acortar el ciclo de vida del diseño de las piezas estructurales (desde el diseño básico al diseño final verificado por ensayos).

Las principales propuestas metodológicas para implementar la optimización topológica se centran en el concepto de distribuir la materia en aquellas zonas donde se mejoran las prestaciones mecánicas de la estructura. Para ello, se utiliza la idea de dominios estructurales compuestos por dos fases: sólido y vacío.

Los métodos básicos propuestos a partir de los cuales han surgido otras variantes son el **SIMP** [7] (Solid Isotropic Material with Penalization) y el **ESO** [9] (Evolutionary Structure Optimization). Ambos utilizan el concepto de densidad variable por zonas o por elementos durante el proceso iterativo, hasta llegar a un diseño optimizado en el que se tienen zonas con densidad relativa unitaria (parte sólida) y zonas con densidad relativa nula (parte vacía).

Estos métodos se basan en la discretización del dominio estructural según elementos, que por similitud utiliza la misma discretización que el Método de Elementos Finitos (MEF). De esta forma, el cálculo MEF se utiliza como una parte fundamental de cada iteración del proceso de optimización topológica.

Cabe señalar que la definición del problema en su forma discreta, como se muestra en la ecuación (2.1.1), está mal condicionado. El hecho de disponer material definiendo regiones sólidas y vacías (definiendo un "1" para las regiones sólidas y un "0" para las regiones vacías), es un problema mal condicionado que puede fácilmente generar inestabilidades y un comportamiento errático de los resultados proporcionados por los algoritmos de optimización.

Para resolver el condicionamiento inadecuado del problema de optimización se utiliza la combinación de varias estrategias:

- 1- Relajar el problema aplicando la *homogeneización* de las variables. Esto amplía el rango de los posibles valores de las variables. La introducción de una función de distribución de densidad relativa continua, en vez de discreta, durante el proceso de optimización evita la naturaleza binaria de la activación/desactivación. Para cada elemento, la densidad relativa asignada puede variar entre un valor mínimo ρ_{\min} y 1, que permite la asignación de densidades intermedias para los distintos elementos caracterizándolos en el proceso de optimización como elementos porosos (elementos no completamente sólidos o vacíos). Entre los métodos que utilizan esta estrategia podemos mencionar el **Método de Homogeneización** [6] o el **Método SIMP** o "*Solid Isotropic Material with Penalization*" [7]. No obstante, el hecho de materializar una estructura con densidades intermedias es algo que se ha cuestionado durante mucho tiempo. Adicionalmente, para que el problema de optimización tenga una convergencia más rápida y robusta, se suele implementar un método de penalización del material isótropo, aplicando un exponente $p > 1$ a las densidades (usualmente $p \geq 3$). Con esto se consigue que los valores de densidades intermedias sean desplazados hacia el valor mínimo en la siguiente iteración del proceso de optimización, concentrando las densidades en zonas con densidad cercana a 1 (sólidas) y en zonas con densidades cercanas a 0 (vacías).

- 2- Introducir *restricciones* sobre las variables de diseño y restringir sus posibles valores a lo largo de las iteraciones del proceso de optimización. Ejemplo de esto son las restricciones sobre la variación máxima de perímetro total entre dos iteraciones [7] evitando la aparición de un número excesivo de pequeños vacíos, las restricciones de máxima variación permitida del gradiente de la densidad para asegurar la convergencia o la introducción de un filtrado en la evolución de las variables para evitar los cambios bruscos entre iteraciones sucesivas.

Algunos métodos combinan estas estrategias de homogeneizar y de restringir variables.

Diferentes aplicaciones de optimización topológica basadas en el Método de los Elementos Finitos han demostrado que la solución del problema de optimización de topología depende del nivel de discretización del dominio. Para evitar esta dependencia hay que incluir otra serie de restricciones: restricciones de perímetro, restricciones de gradientes o técnicas de filtrado [8].

Las inestabilidades numéricas típicas a las que dan lugar este tipo de algoritmos de optimización son la generación de patrones *damero* (alternancia de elementos sólidos y elementos vacíos en ciertas regiones), la dependencia del resultado del *mallado* utilizado originalmente (un mallado o discretización más densa suele converger hacia una solución más realista pero con gran gasto computacional y, usualmente, con geometrías demasiado esbeltas para poder ser fabricadas), y la existencia de *mínimos locales* a los que pueden converger el algoritmo si el punto inicial que partimos está suficientemente cercano, sin ser esta la solución óptima.

La Figura 8 muestra estos efectos, patrones damero, dependencia del mallado, y la no existencia de una única solución, en un problema básico de optimización topológica de una viga bi-apoyada sometida a una carga puntual central.

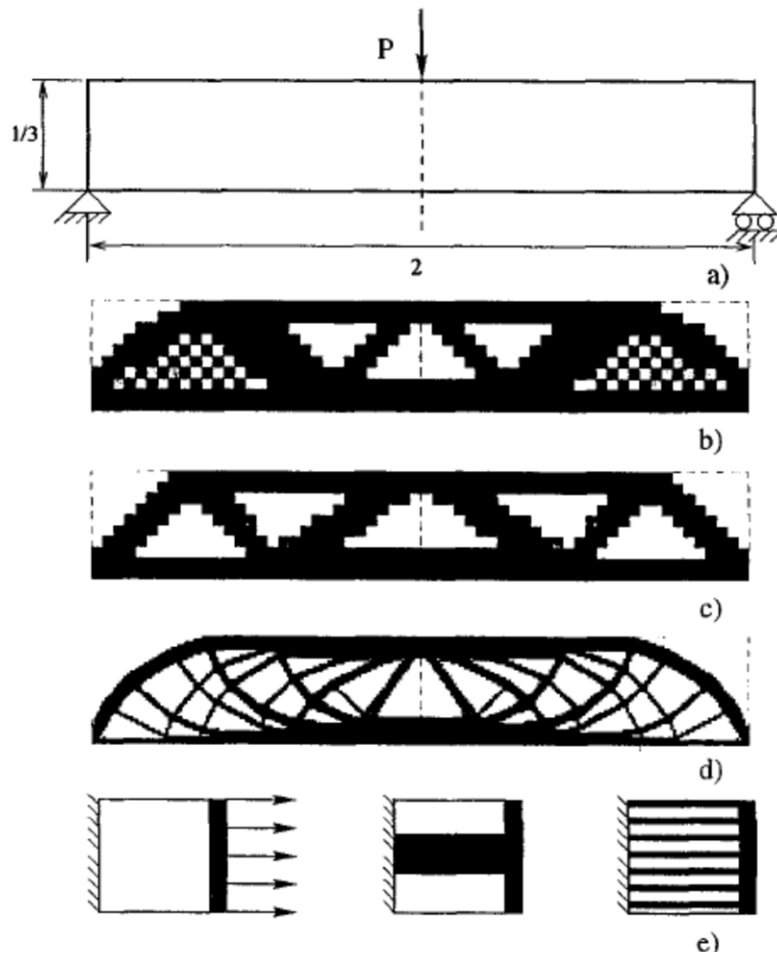


Figura 8. Inestabilidades típicas en la optimización topológica de una biga bi-apoyada. a) Problema inicial; b) dameros en ciertas regiones; c) y d) distinta solución en función de la densidad del mayado (600 y 5400 elementos respectivamente); e) varias soluciones posibles. [8]

Para evitar estas inestabilidades se han propuestos diferentes técnicas que afectan a la algoritmia del cálculo.

Las soluciones propuestas para evitar la primera de estas inestabilidades, es decir el efecto damero son variadas. Una de las primeras propuestas es la realización de un post-procesado de la solución, sustituyendo el damero de la región por partes sólidas perimetrales en la región, pero no se trata de un resultado obtenido directamente por el proceso de optimización. En segundo lugar, se ha propuesto la utilización de elementos finitos de orden superior con elementos de hasta 9 nodos, sin embargo, esto penaliza mucho el coste computacional. En tercer lugar, se propone la utilización de super-elementos en la formulación del cálculo por elementos finitos. Estos atenúan la aparición de dameros, pero no la elimina del todo. En cuarto lugar, es posible introducir un filtrado en el algoritmo de análisis (similar al que se realiza en procesado de imagen). Esto modifica la densidad de los elementos en función de su densidad y en función de la densidad de los elementos que lo rodean (ponderada según su proximidad al elemento) en cada paso de la iteración. Es un método muy eficiente, aunque utiliza métodos heurísticos que no se basan en una lógica analítica sino en una experiencia empírica. Algunos de los métodos propuestos para eliminar otras inestabilidades, como la dependencia de la densidad de discretización, también atenúan la aparición de dameros, de esta forma una mayor densidad de mallado hace desaparecer los dameros.

Por su parte, las soluciones propuestas para evitar la dependencia de la densidad de mallado o densidad de discretización son en primer lugar, la relajación de la restricción que hace que la densidad de cada elemento sea "0" o "1", utilizando técnicas de homogeneización ya comentadas, que permiten valores intermedios. En segundo lugar, se propone la modificación de las restricciones del problema, dando lugar a cuatro propuestas diferentes en función de la restricción que es modificada: control perimetral, gradientes globales, gradientes locales y filtrado del mallado. La modificación del control perimetral, que aplica tanto a límites externos del elemento como a vaciados interiores, se basa en la penalización de las densidades, utilizando algoritmos basados en gradientes y aplicando una misma densidad a elementos cercanos. Respecto a la utilización de los gradientes, se asume que las variaciones de la densidad son progresivas para valores intermedios. Esto se aplica en el método SIMP. Para el caso de gradientes locales de elementos planos, se juega con la posibilidad de que su espesor varíe. Estos métodos suponen un cálculo computacional significativamente mayor. Por último, se encuentra el incluir un filtrado en el algoritmo de cálculo, similar al propuesto para evitar la inestabilidad que ocasiona daderos en ciertas regiones.

En concreto, el filtrado modifica la sensibilidad de la densidad en un elemento en función de las sensibilidades de los elementos que lo rodean, ponderadas en función de lo alejados que estén del elemento. Este método, siendo de origen heurístico y muy fácil de implementar, proporciona resultados similares a métodos que utilizan gradientes locales, requiriendo significativamente menos costo computacional y hace que el resultado sea prácticamente independiente de la densidad de mallado o discretizado.

Los métodos de filtrado y de gradientes locales dan lugar a resultados similares mientras que la utilización de los gradientes globales, siendo el resultado similar a los anteriores, da lugar a la aparición de barras muy esbeltas muchas veces imposibles de fabricar. Mientras que la utilización de gradientes locales exige añadir un alto número de restricciones implicando un coste computacional significativamente mayor, el método de filtrado consigue efectos similares sin restricciones adicionales con una sencilla implementación en el algoritmo de cálculo.

Por último, las soluciones propuestas para evitar llegar a resultados que sean soluciones locales (y por tanto no la mejor solución) se basan en métodos de continuación, que permiten una densidad variable entre 0 y 1 y que progresivamente van introduciendo esquemas de penalización, ya mencionados, para llegar a un resultado con sólo 0 y 1 en las densidades de los elementos, como por ejemplo ir subiendo el exponente que penaliza la densidad progresivamente en las iteraciones del cálculo. También se basan en la introducción de filtrados que van reduciendo progresivamente el tamaño de la zona a filtrar, convergiendo a zonas con densidades de 0 o 1.

Entre los métodos más destacados, que incluyen algunas de las soluciones a las inestabilidades comentadas, cabe señalar el **Método de Homogeneización** que fue propuesto en 1988 por M.P. Bendsoe y N. Kikuchi [6] y desde entonces se han desarrollado muchas variantes. En la actualidad, el más utilizado es el **Método SIMP** o "Solid Isotropic Material with Penalization for intermediate densities", propuesto por M.P. Bendsoe, M. Philip y O. Sigmund [7] en 2003, también conocido como "*Power Law Approach*". En este método, las variables de diseño son las densidades elementales, las cuales se consideran constantes en cada elemento del dominio discretizado.

Además de estos métodos, existen métodos heurísticos basados en la intuición, que han demostrado su eficacia en un variado número de problemas de optimización topológica. El primero de ellos es el denominado **ESO** o "*Evolutionary Structural Optimization*", propuesto por

Y.M. Xie y G.P. Steven [10] en 1997 y se basa en la eliminación del material ineficiente, es decir, en aquellos elementos que muestran una tensión menor. Por tanto, este método tiende a uniformizar la tensión en todos los elementos restantes.

Una evolución de este es el método **BESO** (Bidirectional ESO), por medio del cual, no sólo se eliminan elementos, sino que también se añaden elementos en localizaciones próximas a otros más eficientes. El criterio de eliminación o inclusión de material se basa en un análisis de sensibilidades de los elementos, y también en el método SIMP ya mencionado. También se propuso G. Rozvany, O. Querin y J. Logo en 2004 el método **SERA** [11] “*Sequential Element Rejection and Admission*”, el cual es considerado una evolución del BESO.

Otro método, denominado **ITD** o “*Isolines Topology Design*”, propuesto por M. Victoria, P. Martí y O.M. Querin [12] en 2008, define la topología y la forma del diseño en función de un algoritmo iterativo que elimina o añade material, dependiendo de la forma y distribución de las isolíneas del comportamiento estructural.

En este trabajo utilizaremos el método SIMP, añadiendo un factor de penalización de $p = 3$ como exponente a para las densidades. Cabe destacar que, durante muchos años, se puso en duda el hecho de si la parametrización de un modelo mediante el método SIMP tenía interpretación física o no. Es decir, se cuestionó la posibilidad de encontrar materiales con densidades intermedias en sus puntos. Finalmente, fueron M.P. Bendsoe y O. Sigmund los que dieron una interpretación física al método SIMP mediante la posibilidad de fabricar piezas con microestructuras concretas que asimilan el material a un medio poroso.

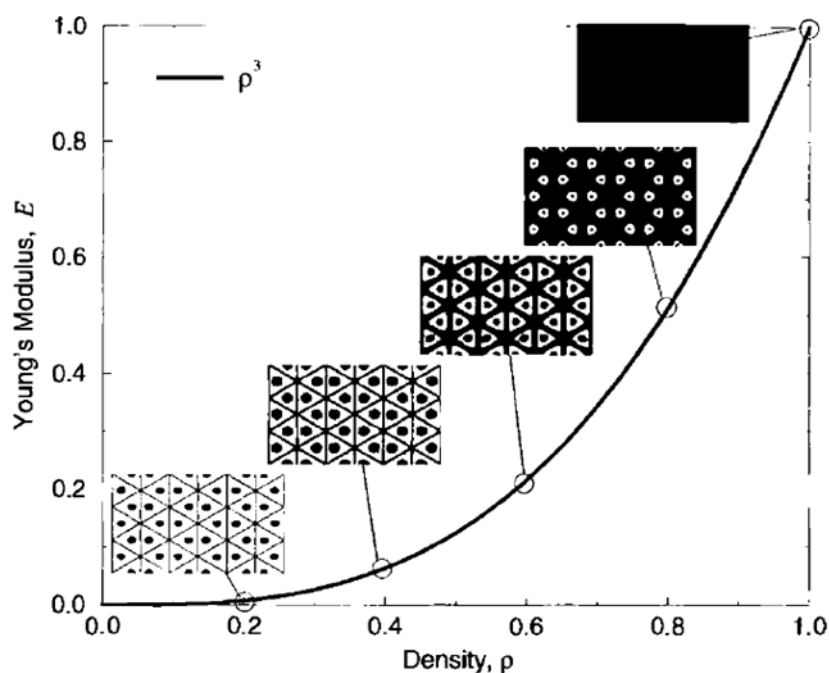


Figura 9. Microestructura con material y con microvacidados (asimilado a un material poroso) para modelo utilizando el Método SYMP con $p=3$. [7]

Estas microestructuras cumplen con el rango de valores que Hashim-Shtrikman (H-S) para las propiedades de las densidades intermedias de un material isotrópico formado por dos o más materiales elástico lineales e isotrópico dados.

En ambos casos, SIMP y H-S, las ecuaciones que interpolan las propiedades materiales vienen dadas por las ecuaciones (2.1.4) y (2.1.5) respectivamente

$$E_e(\rho_e) = E_{min} + (E_0 - E_{min}) \cdot \rho_e^p \quad (2.1.4)$$

$$E_e(\rho_e) = \frac{\rho_e \cdot E_0}{3 - 2 \cdot \rho_e} \quad (2.1.5)$$

De esta manera, siempre se cumplirá que para $p \geq 3$ la curva SIMP estará por debajo del límite superior de H-S, tal y como se ve en la Figura 10.

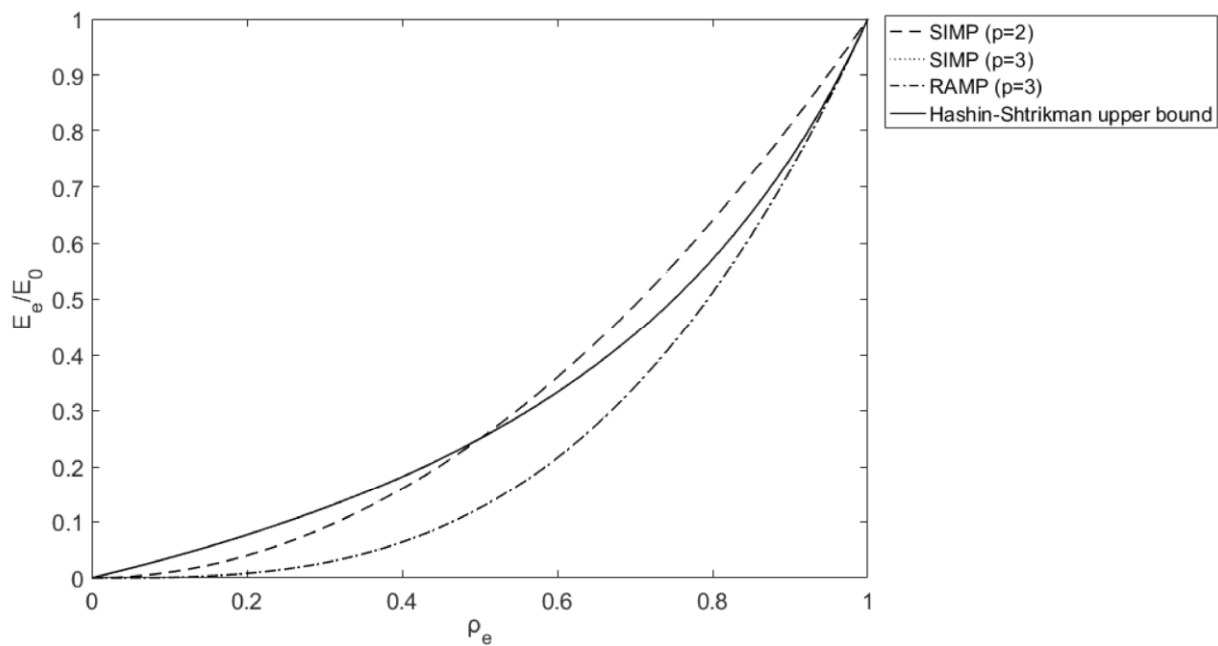


Figura 10. Gráfica que muestra el efecto de las distintas funciones de interpolación de las propiedades del material utilizadas en optimización topológica, para $E_0 = 1$ MPa. [2]

2.1.4 Formulación y proceso de cálculo de la optimización topológica

El método SIMP es el más utilizado en los módulos de software de optimización topológica de los simuladores más populares. A continuación, se describe la formulación básica utilizada [14]:

Se define un dominio Ω compuesto de dos regiones, un dominio sólido Ω_{mat} y otro vacío $\Omega_{\text{vacío}}$ (o $\Omega \setminus \Omega_{\text{mat}}$), tal y como se muestra en la Figura 11. Se definen también las restricciones: apoyos, cargas externas, tensiones admisibles, deformaciones admisibles, frecuencia propia mínima, etc. Se procede a la discretización del dominio sólido Ω , con un mallado MEF, para ser analizado en cada iteración por el Método de los Elementos Finitos.

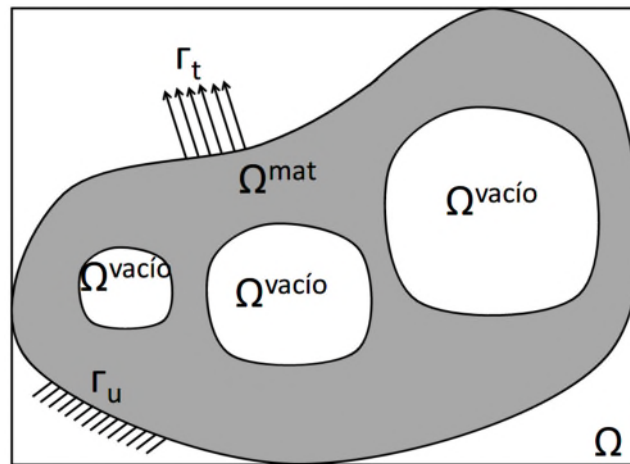


Figura 11. Ejemplo de un dominio de diseño para un problema de optimización de Topología 2D. [2]

El Método SIMP establece para cada elemento que la densidad relativa asignada puede variar entre un valor mínimo $\rho_{\text{mín}}$ y 1 durante el proceso iterativo de optimización, asimilándolo a un material poroso. Esto permite la asignación de densidades intermedias para los distintos elementos. El hecho de utilizar un valor $E_{\text{mín}}$ en vez de 0 garantiza la estabilidad numérica del análisis de elementos finitos. La penalización, antes comentada, se introduce en una función de interpolación. Esta, escala en cada iteración las propiedades del material mediante la densidad relativa del material elevada a una potencia y multiplicada por las propiedades del material sólido isótropo.

Dado que la densidad relativa del material puede variar continuamente, el módulo de elasticidad del material en cada elemento también varía. Para cada elemento e , la relación entre el factor de densidad relativa del material ρ_e y el módulo de elasticidad del modelo de material isótropo asignado E_0 se calcula mediante la ley de potencia (2.1.4) presentada anteriormente.

Valores de $p > 1$, provocan que las densidades intermedias sean ineficientes y las desplazan hacia su valor mínimo $\rho_{\text{mín}}$, castigando así el valor del módulo de elasticidad para estos elementos. De esta forma se consigue que los elementos con densidades intermedias presenten una rigidez baja comparada con su coste (su volumen) y por tanto un menor efecto sobre la rigidez global de la estructura. Es decir, un valor de p superior a la unidad hace que las densidades intermedias en el diseño óptimo no sean económicas, tal y como se muestra en la Figura 12.

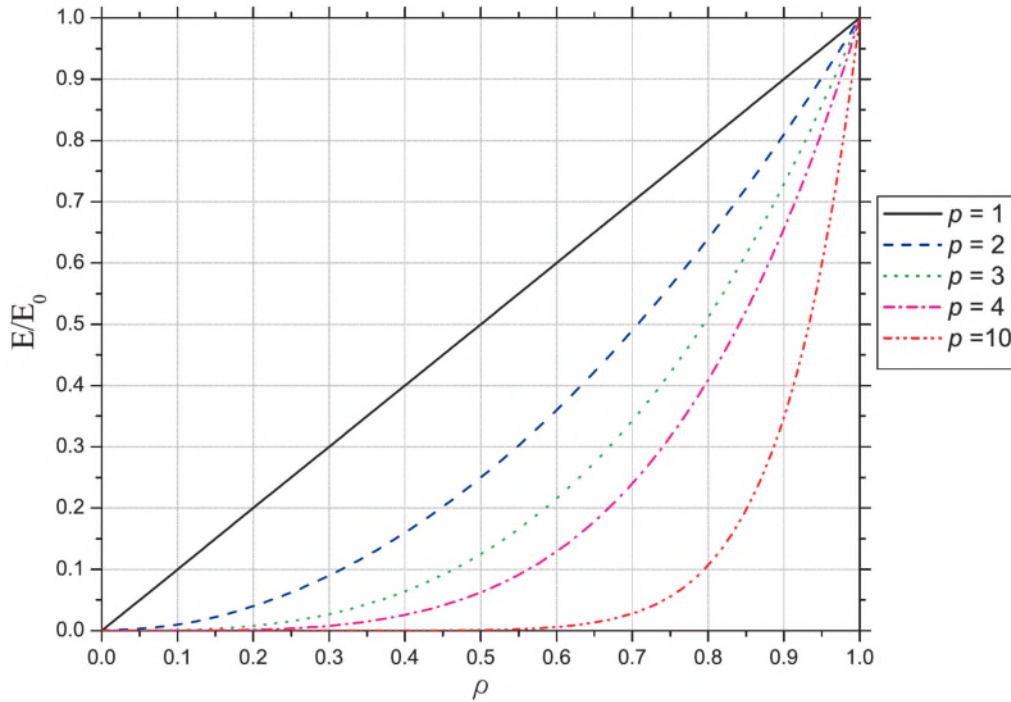


Figura 12. Efecto del valor de penalización exponencial p de las densidades en el método SIMP. [2]

En resumen, el factor de penalización p disminuye la contribución de elementos con densidades intermedias a la rigidez total, dirigiendo la solución del problema de optimización a elementos sólidos ($E_e = E_0$) o vacíos ($E_e = E_{min}$).

Por otra parte, para resolver el problema de optimización tendremos que tener en cuenta el cumplimiento de la ecuación de equilibrio (2.1.6)

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} \quad (2.1.6)$$

Donde \mathbf{F} y \mathbf{U} son los vectores globales de fuerzas y de desplazamientos, y \mathbf{K} es la matriz de rigidez global.

Según el método SIMP, la rigidez de cada elemento se define en cada iteración como:

$$k_e = (E_{min} + (E_0 - E_{min}) \cdot \rho_e^p) \cdot k_0 \quad (2.1.7)$$

Donde k_e es la matriz de rigidez de cada elemento, E_{min} es el valor mínimo del módulo de Young, E_0 es el módulo de Young del material y k_0 es la matriz de rigidez de un elemento con $E=1$. La matriz de rigidez global se obtiene por ensamblaje.

Con esto, la función objetivo queda definida como:

$$\min c = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N \mathbf{u}_e^T \cdot \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{u}_e = \sum_{e=1}^N (E_{min} + (E_0 - E_{min}) \cdot \rho_e^p) \cdot \mathbf{u}_e^T \cdot \mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{u}_e \quad (2.1.8)$$

Esta función es una medida equivalente a la energía elástica de deformación, donde \mathbf{u}_e es el vector de desplazamiento nodal del elemento "e".

Asimismo, al problema se añadirá una serie de restricciones que habrán de cumplirse. En nuestro caso particular, con el objetivo de conseguir una óptima relación rigidez/ peso, se planteará una restricción sobre la fracción de volumen del componente, tal y como se muestra en la ecuación (2.1.9).

$$g(l) = \frac{V}{V_0 \cdot f} - 1 \leq 0 \quad (2.1.9)$$

En esta ecuación V_0 es el volumen del dominio, f es la fracción de volumen objetivo, V es el volumen final.

Finalmente, para guiar el problema hacia el punto de diseño óptimo, se plantea el análisis de sensibilidades, evaluando el impacto de la variación de las densidades del material sobre la función objetivo. El objetivo es maximizar la rigidez, promoviendo la eliminación de aquel material con menor efecto en la función objetivo. La sensibilidad se evalúa como la derivada de la función objetivo con respecto a las densidades del material como se muestra en la ecuación (2.1.10). Para el cálculo de dicha derivada se utiliza el método adjunto.

$$\frac{dc}{d\rho_e} = -p \cdot E_e(\rho_e) \cdot (\rho_e)^{p-1} \cdot \mathbf{u}_e^T \cdot \mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{u}_e \quad (2.1.10)$$

Este análisis de sensibilidad hace que los elementos con un impacto más positivo terminen perdiendo su importancia estructural y se eliminen durante las diferentes iteraciones, mientras que aquellos con un impacto más negativo se hagan sólidos.

Como queremos disminuir la función objetivo f_{obj} :

- Si $\frac{dc}{d\rho_e} > 0 \rightarrow \rho_e \uparrow \rightarrow f_{obj} \uparrow$
- Si $\frac{dc}{d\rho_e} < 0 \rightarrow \rho_e \downarrow \rightarrow f_{obj} \downarrow$

El hecho de que el cálculo de sensibilidad de cada elemento se realice de forma independiente, sin tener en cuenta la conectividad entre los elementos, puede provocar la discontinuidad del material y su desconexión de los volúmenes de la geometría principal. Esto se conoce como efecto de tablero de ajedrez o damero. Para reducir el efecto de damero se aplica un método de filtrado. Este filtro puede aplicarse sobre las sensibilidades o sobre las variables de diseño.

Este filtrado aplica un radio de influencia del elemento r_{min} y sitúa la media de las sensibilidades de cada elemento dentro de su región de influencia. La formulación del filtro es como se indica a continuación para un elemento i .

$$\rho_i \frac{\partial c}{\partial \rho_i} = \frac{1}{\sum_{j=1}^N \hat{H}_j} \sum_{j=1}^N \hat{H}_j \rho_j \frac{\partial c}{\partial \rho_j} \quad \text{siendo} \quad \hat{H}_i = r_{min} - dist(i, j) \quad (2.1.11)$$

$$\{j \in N \mid dist(i, j) \leq r_{min}\}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Donde \hat{H}_i es un factor de peso que da una mayor ponderación a los elementos más cerca del elemento i .

El operador $dist(i, j)$ se define como la distancia entre el centro el elemento i y el centro del elemento j , y el valor de r_{min} determina el radio de influencia. Se obtienen mejores optimizaciones son valores de r_{min} iguales o mayores a 3. Por ello, valores de 3 o de 3,5 son los más utilizados.

2.1.5 Etapas del proceso de optimización topológica

El proceso de diseño utilizando optimización topológica estructural requiere las siguientes etapas [14]:

- 1- Definir un dominio, es decir un volumen espacial que definirá el gálibo de la pieza. En ese dominio se establecerán también las zonas donde se requiere que no exista material, tal como accesos para distintas funcionalidades, montaje de elementos de fijación y uso de herramientas de apriete (p.ej.: llaves de par).
- 2- Definir dentro de ese dominio las zonas en las que sí se requiere de existencia de material por distintos motivos, p.ej.: bridas de montaje con espesores mínimos, e incluso, según el caso definir espesores mínimos, así como las zonas donde no se quiere que exista material (vacíos) por necesidades de acceso o montaje (p.ej.: instalación de tornillos y espacio para el cabezal de la llave de par).
- 3- Definir el material a utilizar y sus características.
- 4- Definir planos de simetría.
- 5- Generar el mallado del dominio definido.
- 6- Definir los puntos de anclaje o sujeciones.
- 7- Definir los puntos de actuación de las cargas externas, definiendo dichas cargas.
- 8- Definir el objetivo de la optimización, p.ej. maximización de la rigidez específica, es decir, por unidad de masa. Esto se suele realizar minimizando la flexibilidad específica, es decir, por unidad de masa, en todo el modelo, por suma de la energía de deformación de todos los elementos del mismo. Otros objetivos de optimización pueden ser la minimización de un desplazamiento (con una redistribución del material de la pieza), o también el valor de la masa manteniendo un desplazamiento máximo permitido.
- 9- Realizar la optimización del dominio en función del criterio de optimización seleccionado. Esto se realiza con un proceso iterativo en el que se alterna una fase de análisis y otra de optimización en cada iteración.

En la fase de análisis se resuelve la ecuación de equilibrio, se calculan los desplazamientos y se calcula la energía elástica para la distribución de material de cada iteración, mediante el método de los elementos finitos (MEF).

En la fase de optimización se realiza un análisis de sensibilidad que define la influencia de cada variable de diseño sobre la función objetivo, teniendo en cuenta las restricciones. Estas sensibilidades se introducen en el algoritmo de optimización para actualizar dichas variables para la siguiente iteración, como, por ejemplo, el método de las asíntotas móviles (MMA) [4].

- 10- La etapa 9 se repite hasta cumplir los requisitos de convergencia predefinidos, normalmente basados en que la diferencia entre el valor de la función objetivo entre dos iteraciones sucesivas sea menor que un valor.
- 11- Sobre el diseño optimizado realizar algunas modificaciones al modelo para no tener elementos no deseados (p.ej.: para hacer la pieza más manipulable), como subestructuras con celosías muy finas o esbeltas, paredes de espesor muy pequeño, vigas muy esbeltas,

etc. Posteriormente hay que realizar una adaptación del modelo para hacerlo entendible por un sistema CAD y que se pueda fabricar.

12- Por último, se realizan los análisis de validación tensiones y de frecuencias propias.

La parte del problema de optimización topológica estructural del proceso global de diseño y fabricación se muestra en la Figura 13 que incluye un diagrama de flujo de un problema de optimización de topología estructural.

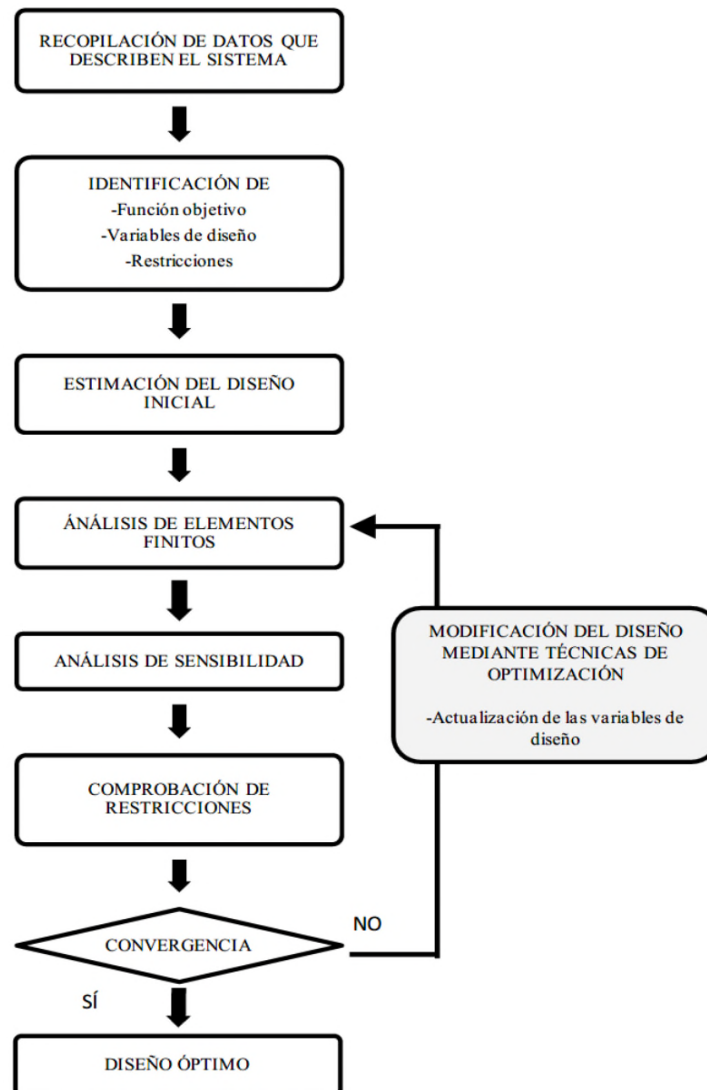


Figura 13. La optimización topológica estructural en el proceso global de diseño y fabricación

La Figura 14 un ejemplo de la evolución del diseño a lo largo de las distintas iteraciones del proceso de optimización topológica para el caso del diseño de una viga con una carga central, conocida como viga MBB (Messerschmitt-Bolkow-Blohm), en la que se ha analizado solo la mitad por simetría.

Se parte de un dominio semisólido, que va progresando a través de diseños con zonas con material sólido (densidad relativa 1), zonas con vaciados (densidad relativa 0) y zonas con densidades relativas intermedias, y evoluciona hasta converger en una distribución material sólida del diseño optimizado final.

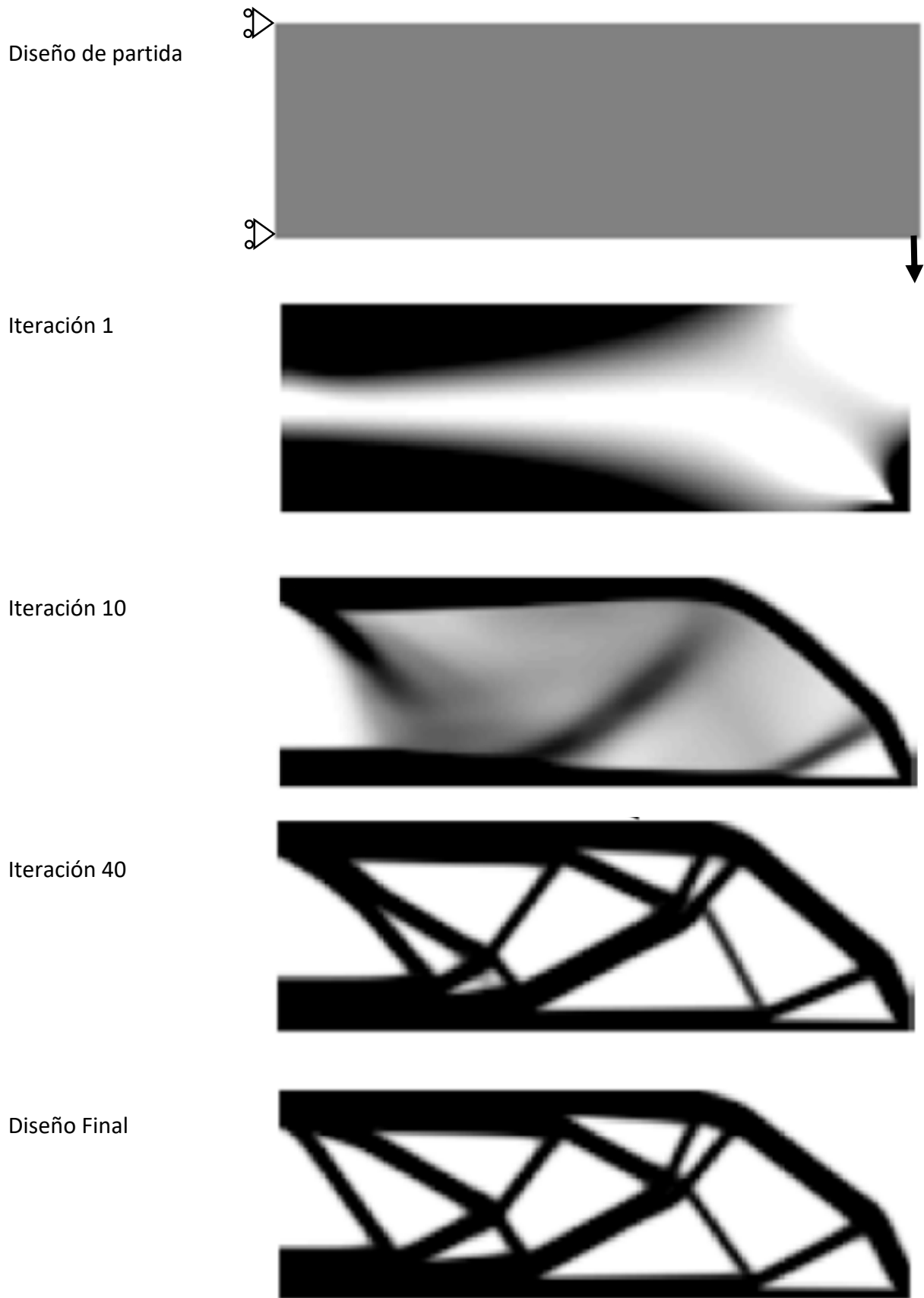


Figura 14. Evolución del dominio material de una viga MBB con carga central, analizando la mitad de ella, a lo largo de las diferentes iteraciones de la optimización topológica estructural. [2]

Tal y como se ha introducido en el paso (11), la optimización topológica da lugar a formas orgánicas que para ser representadas y fabricadas requieran de una adaptación para convertirlas en formas representables en un programa CAD y que se pueden fabricar mediante procesos actuales de fabricación sustractiva y/o aditiva. Para ello es necesario:

- I- Interpretar y comprender los resultados de la geometría resultante de la optimización:
 - i. Observar similitudes.
 - ii. Identificar caminos de carga primarios y secundarios.
 - iii. Definir la geometría de las secciones transversales según el comportamiento estructural global.
 - iv. Incluir el material necesario que ayude a las actividades de montaje manual de la estructura (p.ej.: en interfaces con otras estructuras).
- II- Comprender y aplicar los principios de diseño adaptado al proceso de fabricación a utilizar:
 - i. Orientación de las distintas capas de material.
 - ii. Consideración del ángulo de voladizo.
 - iii. Disipación de calor y concentración de tensiones.

2.2 MATERIALES COMPUESTOS

2.2.1 Introducción

Los materiales compuestos se definen como la combinación de dos o más materiales distintos para dar lugar a un material con propiedades mejoradas. De esta forma, al introducir fibras resistentes, rígidas, frágiles y ligeras en una matriz más blanda y dúctil, se consigue incrementar la resistencia, la carga de rotura, la rigidez y la relación resistencia /peso. Además, representan un ahorro en la cantidad de material y energía para fabricarlos, aportando un valor añadido allí donde el peso es un factor a minimizar por los costes de operación de los sistemas.

Estos materiales, sus componentes y la forma de analizarlos está ampliamente estudiado y definido en la bibliografía [3][4][15][16], incluyendo, para una amplia variedad de posibles combinaciones, datos empíricos obtenidos en ensayos de cada una de las combinaciones más comúnmente utilizadas.

La clasificación de los materiales compuestos se puede realizar según diferentes criterios, algunos de los más relevantes se muestran a continuación [3][4][15][16].

Según la dependencia de las propiedades mecánicas con la dirección, los materiales se pueden clasificar en:

- Anisótropos: Sus propiedades varían con la dirección, sin existir planos de simetría.
- Ortótropos: Sus propiedades varían con la orientación, pero simétricamente respecto a tres planos perpendiculares entre sí. Esta consideración es adecuada para cada lámina con fibras unidireccionales de un laminado de material compuesto.
- Isótropos: Sus propiedades son las mismas en cualquier dirección. Este es el comportamiento más común en materiales metálicos.

Según la dependencia de las propiedades mecánicas con la posición, los materiales se pueden clasificar en:

- Heterogéneos: Sus propiedades varían con la posición. Se trata normalmente de materiales con inclusiones.
- Homogéneos: Sus propiedades no varían con la posición. Común para materiales metálicos.

Las principales ventajas de los materiales compuestos son:

- Proporcionan alta rigidez y alta resistencia a bajo peso.
- Sus propiedades se pueden adecuar a las necesidades concretas con una elección adecuada de la matriz y de la fibra, y de su orientación en cada una de las capas del laminado.
- Proporcionan buena resistencia a la corrosión y una buena resistencia a fatiga.
- Proporcionan una buena estabilidad térmica.
- Permiten el uso únicamente del material necesario, de forma que se permite ahorrar material.

Las principales desventajas de los materiales compuestos son:

- Son más caros que los materiales homogéneos convencionales.
- Su diseño es complejo.
- Proporcionan baja resistencia y tenacidad en ciertas direcciones.
- Muchos de los materiales de las matrices son inadecuados para altas temperaturas.
- Dada su porosidad absorben humedad, afectando a su estabilidad dimensional.
- Es necesario controlar la calidad durante el proceso de fabricación para evitar: poros, burbujas, grietas, delaminaciones ...
- El diseño de las uniones es más complejo.

Entre las aplicaciones más destacadas de estos materiales de altas prestaciones, podemos señalar:

- Espacial: Los materiales compuestos son utilizados ampliamente en la estructura principal y secundaria de los satélites y en los mástiles. Una de las combinaciones más utilizadas es la fibra de carbono con resina epoxi.
- Aeronáutico: Se ha extendido su utilización por su ahorro en peso y por tanto por conseguir un mayor rendimiento económico de su explotación. Son comunes en componentes del fuselaje realizado en fibra de carbono y epoxi y también en combinaciones más económicas, pero con menores prestaciones como la fibra de vidrio con poliéster.
- Automoción: Los materiales compuestos se utilizan cada vez más en partes de la carrocería o del chasis, utilizando combinaciones de materiales muy variadas, predominando la fibra de vidrio y la fibra de carbono.
- Eólico: La mayoría de las palas de los aerogeneradores se fabrican con poliéster o epoxy reforzado con fibra de vidrio, aunque también se utiliza fibra de carbono o aramidas (Kevlar) como material de refuerzo. Combinaciones innovadoras basadas en compuestos de madera, tales como madera-epoxy o madera-fibra-epoxy para alcanzar mejores prestaciones específicas respecto a su masa están actualmente bajo investigación y análisis.
- Construcción: La utilización de materiales compuestos en elementos estructurales de la construcción tales como vigas, cables, barras o forjados están sustituyendo a materiales más tradicionales, aportando mejoras sustanciales respecto a ligereza, resistencia a la corrosión, prestaciones mecánicas, versatilidad, transparencia electromagnética..., proporcionando montajes más sencillos, rápidos y sostenibles.

2.2.2 Composición

Los materiales compuestos son en general materiales sintéticos mezclados de forma heterogénea. Están formados por moléculas de elementos variados. Todo material compuesto contiene dos tipos de componentes, la matriz y el refuerzo.

La matriz, o elemento de cohesión, está compuesta por resinas como polyester, epoxi, fenoles ..., pero también pueden ser de matriz metálica (MMC: Metal Matrix Composites), y de matriz cerámica (CMC: Ceramic Matrix Composites). Las resinas pueden ser termoestables (epoxídicas, fenólicas, ureicas, de poliéster, de melamina) aportando dureza, rigidez y durabilidad, o termoplásticos (polipropileno, poliamidas, peek, polieter-imida ...) aportando flexibilidad y deformabilidad a altas temperaturas (son fundibles y reciclables).

La matriz, dentro del conjunto del material compuesto, transfiere las cargas a los elementos de refuerzo, proporcionando al material resistencia frente a cargas de compresión y de pandeo.

Además, la matriz da cohesión al conjunto permitiendo extender la vida útil del material cuando algún elemento de refuerzo falla, protege a los elementos de refuerzo de la abrasión, desgaste y condiciones ambientales adversas y define las propiedades del material a altas temperaturas.

Por su parte, los elementos de refuerzo pueden ser partículas, fibras cortas, fibras continuas o fibras dispuestas por capas en diferentes direcciones formando un laminado. Su origen puede ser orgánico (aramida), inorgánico (fibra de vidrio) o cerámico (carbono, boro).

Los elementos de refuerzo colaboran mecánicamente llevándose la mayor parte de las cargas.

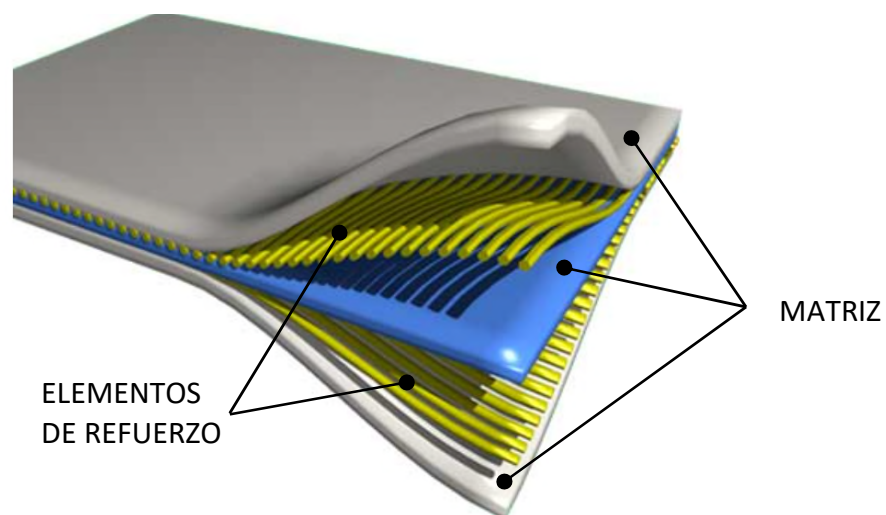


Figura 15. Estructura genérica de laminado de un material compuesto (Samat).

La Figura 15 muestra una disposición genérica de un laminado de material compuesto. Como es posible observar, los elementos de refuerzo están embutidos en la matriz y suele ser muy común distribuirlos en capas con distintas orientaciones para obtener una respuesta mecánica más adaptada a las cargas externas del elemento estructural. Los componentes de cohesión envuelven y unen los componentes de refuerzo manteniendo la rigidez y la posición de estos. Los componentes de refuerzo dotan al conjunto con unas propiedades físicas que mejoran la

cohesión y la rigidez. Esta combinación de materiales confiere al compuesto unas propiedades mecánicas diferentes a las de las materias primas de las que procede, ya que, gracias a su configuración, las piezas están más adaptadas a sollicitaciones externas concretas. Con una combinación correcta de matriz y refuerzos adecuadamente orientados se puede conseguir, en función de la combinación de materiales empleados y su disposición, propiedades personalizadas o adaptadas al uso particular del componente que se esté diseñando. De esta manera, es posible crear estructuras muy resistentes, rígidas y livianas. Por este motivo, no es sorprendente que su utilización esté creciendo en los sectores punteros de la industria desde mediados del siglo XX en los más variados campos.

La Figura 16 muestra la curva genérica tensión-deformación resultante de un material compuesto laminado.

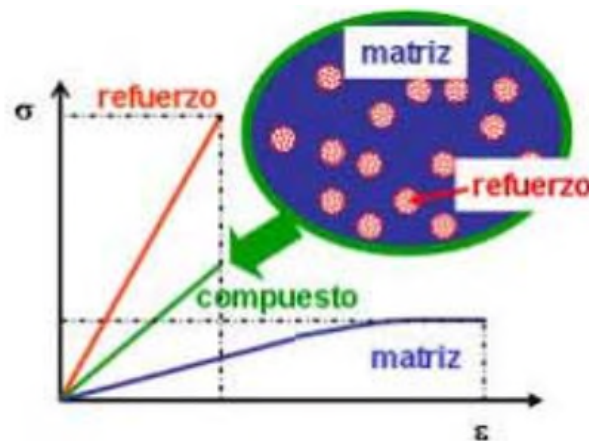


Figura 16. Curva característica tensión-deformación de un laminado de material compuesto (Samat).

Según el tipo de refuerzo, los composites se pueden clasificar del siguiente modo:

- Reforzado con partículas
 - Orientadas aleatoriamente
 - Dispuestas con una orientación preferente
- Reforzado con fibras
 - De capa simple
 - Con fibra continua
 - Unidireccional
 - Bidireccional
 - Con fibra discontinua
 - Orientadas aleatoriamente
 - Dispuestas con una orientación preferente
 - Multicapa
 - Laminados
 - Híbridos

En nuestro caso, vamos a utilizar materiales compuestos laminados multicapa con fibra continua. Dado que en este trabajo utilizamos los materiales compuestos laminados multicapa con fibra continua, además de los dos componentes (fibra y matriz), debemos tener en cuenta la fracción de volumen de refuerzo en el conjunto (fibras en general) de forma que, desde el punto de vista resistente, las características serán mayores a mayor fracción de volumen de refuerzo. Dado que el material de refuerzo posee mejores prestaciones mecánicas, a mayor cantidad de refuerzo (fibra) mejores prestaciones mecánicas.

Para determinar el papel que juega este valor, vamos a comenzar por ver cómo afecta al comportamiento mecánico del conjunto.

La matriz y el refuerzo colaboran en el reparto de cargas externas. La ley de mezclas propuesta por Timoshenko en 1949, fue el primer modelo propuesto para predecir las propiedades elásticas de material compuesto. Se pueden considerar dos casos extremos. Uno en el que ambos elementos (matriz y refuerzo) son sometidos a la misma deformación (asume una cohesión perfecta entre refuerzo y matriz), es decir, caso de isodeformación ($\varepsilon_C = \varepsilon_F = \varepsilon_M$). El otro, en el que los dos materiales están sometidos a la misma tensión, caso de isotensión ($\sigma_C = \sigma_F = \sigma_M$). La Figura 17 muestra los dos casos.

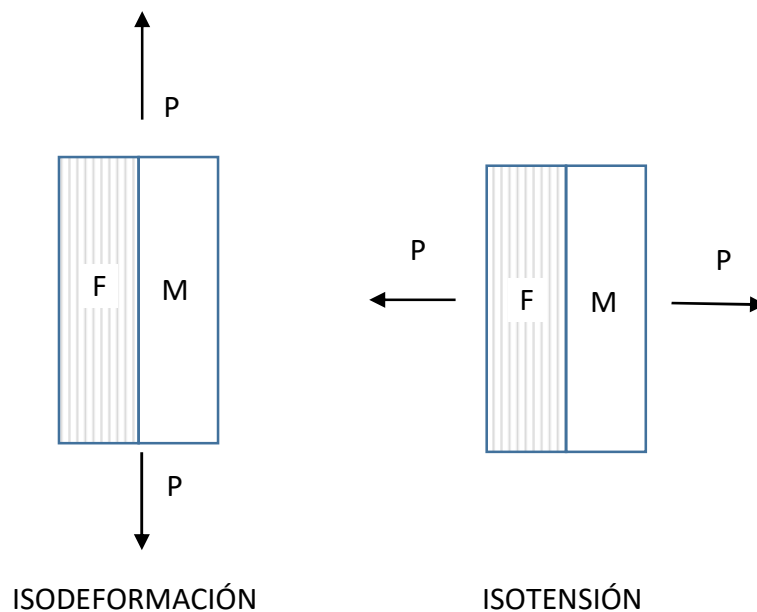


Figura 17. Casos de comportamiento de materiales compuestos (1: matriz; 2: refuerzo). Isodeformación e isotensión.

Asumiendo que en nuestro caso la cohesión entre matriz y fibra va a ser perfecta (sin fallo de adherencia entre fibra y matriz), estudiamos el caso de isodeformación. Las ecuaciones que rigen el comportamiento mecánico de los materiales compuestos en una lámina en esa situación son las siguientes [17] [18]:

- Deformaciones unitarias (C: compuesto; F: fibra refuerzo; M: matriz)

$$\varepsilon_C = \varepsilon_F = \varepsilon_M \quad (2.2.1)$$

- Equilibrio de esfuerzo (la regla de las mezclas predice el comportamiento del material compuesto):

$$F_C = F_F + F_M \Rightarrow A_C \cdot \sigma_C = \sigma_F \cdot A_F + \sigma_M \cdot A_M \quad (2.2.2)$$

- Utilizando el concepto de fracción de volumen de fibra f :

$$f = \frac{A_F}{A_C} \quad \text{y} \quad 1 - f = \frac{A_M}{A_C} \quad (2.2.3)$$

- La expresión queda:

$$\sigma_C = \sigma_F \cdot f + \sigma_M \cdot (1 - f) \quad (2.2.4)$$

Donde σ_F y σ_M son las tensiones de la fibra de refuerzo y de la matriz respectivamente.

Las propiedades mecánicas de los materiales compuestos se pueden interpretar mediante la teoría de homogeneización. Es decir, a nivel macroscópico el comportamiento de un componente fabricado en material compuesto se puede analizar por medio de propiedades globales del mismo, que derivan de las propiedades de los distintos materiales que lo componen. Aunque posteriormente habrá que analizar el estado de cada uno de estos últimos.

En función de los materiales empleados, habrá que diferenciar dos casos particulares de la ecuación (2.2.4), donde se considera un comportamiento elástico lineal.

En cuanto a la resistencia axial, se considera que tanto las fibras como la matriz tienen un comportamiento elástico lineal hasta rotura. Existen varios casos posibles. El primero asumiendo que la matriz falla antes que el refuerzo, y el segundo en el que falla el refuerzo antes que la matriz.

En el primer caso la deformación de rotura de la matriz es menor que la deformación a rotura de las fibras ($\varepsilon_{Mu} < \varepsilon_{Fu}$) y por tanto la matriz falla en primer lugar (este caso no es muy común).

- Si $\varepsilon_C < \varepsilon_{Mu}$ se cumple la ley de mezclas para el módulo, o lo que es lo mismo, la ecuación (2.2.4)
- Si $\varepsilon_C > \varepsilon_{Mu}$ se asume que la matriz no soporta carga y por lo tanto:

$$\sigma_C = \sigma_{Fu} \cdot f \quad (2.2.5)$$

En esta situación, conviene aumentar el contenido de fibras de refuerzo para mejorar las características mecánicas. La Figura 19 muestra en una gráfica la de tensión-deformación.

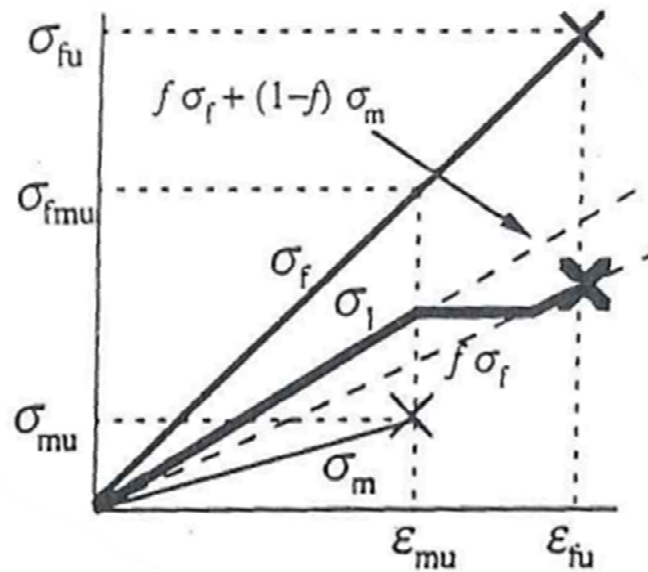


Figura 18. Comportamiento tensión-deformación para el caso de fallo de la matriz para una misma deformación.

En el segundo caso, la deformación a rotura de las fibras es menor que la deformación a rotura de la matriz ($\epsilon_{Fu} < \epsilon_{Mu}$). En este caso serán las fibras las primeras en romper.

- Si $\epsilon_C < \epsilon_{Fu}$ se cumple la ley de mezclas para el módulo, o lo que es lo mismo, la ecuación 2.2.4
- Si $\epsilon_C > \epsilon_{Fu}$ se asume que las fibras rotas no soportan cargas y así:

$$\sigma_C = \sigma_{Mu} \cdot (1 - f) \quad (2.2.6)$$

Este segundo caso se muestra en una gráfica de tensión-deformación en la Figura 19.

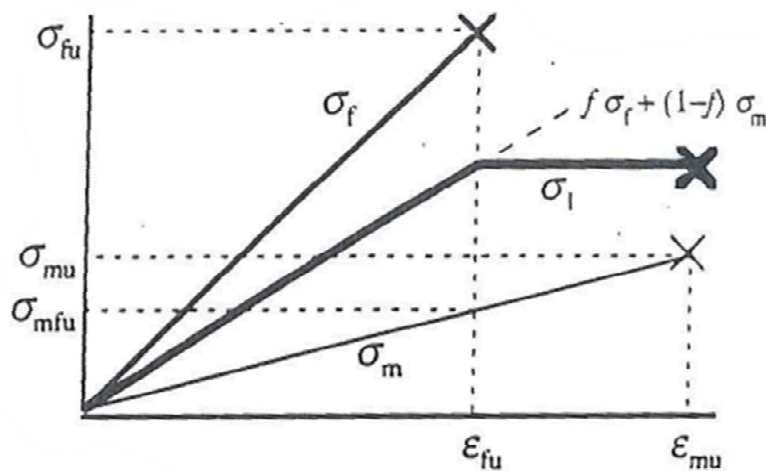


Figura 19. Comportamiento tensión-deformación para el caso de fallo de la matriz para una misma deformación.

De esta manera queda de manifiesto el papel de la fracción de volumen de fibra. Una mayor fracción de volumen de fibra mejora las prestaciones mecánicas.

La fracción de volumen de fibra crítica " f_c " define la transición de un modo de fallo en la matriz a un modo de fallo en la fibra. Para composites de altas prestaciones dicho valor no excede del 10%.

$$f_c = \frac{\sigma_{Mu} - \sigma_M}{\sigma_{Fu} - \sigma_M} \quad (2.2.7)$$

Según la regla de las mezclas, la tensión última que se puede aplicar a un material compuesto está determinada por la expresión:

$$\sigma_{Cu} = \sigma_{Fu} \cdot f + \sigma_{Mu} \cdot (1 - f) \quad (2.2.8)$$

No obstante, no siempre un valor más alto es mejor. Lo más adecuado es ajustar el diseño del material compuesto a la aplicación concreta según la función que se vaya a desempeñar, siendo necesario a veces potenciar las propiedades que otorga la matriz.

La fracción de volumen de fibra (o refuerzo) f que se consigue con los actuales procesos de fabricación varían entre un 0,5 (50%) y un 0,7 (70%) dependiendo de los materiales utilizados en la matriz y en los refuerzos y del proceso de fabricación específico.

2.2.3 Comportamiento y análisis mecánico de los materiales compuestos

2.2.3.1 Micromecánica y Macromecánica

El análisis de los materiales compuestos es conocido y referenciado en la bibliografía [3][4][15][16], y las ecuaciones y relaciones fundamentales se muestran a continuación.

El análisis de los materiales compuestos se realiza a dos escalas diferentes:

- **Micromecánica:** Se realiza un análisis a nivel de los constituyentes individuales, matriz y refuerzo, a nivel de cada lámina del apilado, obteniendo la rigidez y la resistencia de cada una de las láminas.
- **Macromecánica:** Se realiza un análisis considerando propiedades medias de cada lámina dentro del laminado completo, obteniendo la rigidez y la resistencia del laminado completo (apilado de todas las láminas).

2.2.3.2 Micromecánica de una lámina

Partiendo de las propiedades mecánicas de los componentes de los materiales compuestos (módulo de elasticidad, módulo de Poisson y fracción de volumen de fibra): E_F , ν_F , f , E_M , ν_M se trata de buscar los módulos de elasticidad en dirección longitudinal y transversal E_1 y E_2 , el coeficiente de Poisson ν_{12} , y los módulos de cortante G_{12} y G_{32} , para la lámina de material compuesto.

Aplicaremos las siguientes hipótesis:

- Los materiales del compuesto son isótropos (aunque no es cierto en el caso de la fibra).
- Las fibras en la lámina son uniformes, paralelas y continuas.
- La unión entre la superficie de la fibra y la matriz es perfecta. Esto supone isodeformación:

$$\varepsilon_C = \varepsilon_F = \varepsilon_M,$$

Para calcular el módulo de elasticidad longitudinal E_1 realizamos es siguiente proceso.

Tal y como se ha definido anteriormente la tensión en un composite viene definida por:

$$\sigma_C = \sigma_F \cdot f + \sigma_M \cdot (1 - f) \quad (2.2.9)$$

Asumiendo un comportamiento elástico, $\sigma = \varepsilon \cdot E$, queda:

$$E_C \cdot \varepsilon_C = E_F \cdot \varepsilon_F \cdot f + E_M \cdot \varepsilon_M \cdot (1 - f) \quad (2.2.10)$$

Considerando una unión perfecta entre matriz y refuerzo, $\varepsilon_C = \varepsilon_F = \varepsilon_M$, queda según la regla de las mezclas:

$$E_1 = E_C = E_F \cdot f + E_M \cdot (1 - f) \quad (2.2.11)$$

Resultados de ensayos muestran buena correlación con el módulo de elasticidad longitudinal.

Del mismo modo se obtiene E_2 , ν_{12} y G_{12} .

El módulo de elasticidad transversal, asumiendo isotensión transversal es:

$$E_2 = \frac{1}{\frac{f}{E_F} + \frac{(1-f)}{E_M}} \quad (2.2.12)$$

El coeficiente de Poisson es:

$$v_{12} = v_F \cdot f + v_M \cdot (1 - f) \quad (2.2.13)$$

El módulo de cortante es:

$$G_{12} = \frac{1}{\left(\frac{f}{G_F} + \frac{(1-f)}{G_M}\right)} \quad (2.2.14)$$

Los resultados de ensayos de estos tres parámetros sólo muestran una moderada correlación con los resultados obtenidos por análisis. Es por eso que a veces se suelen utilizar fórmulas empíricas.

Para el módulo de cortante transversal, una buena aproximación es: $G_{32} = G_M$.

Para calcular la resistencia de la lámina debemos conocer las tensiones últimas longitudinales de tracción X (fallo de la fibra) y compresión X' (fallo de fibra+ matriz), las tensiones últimas transversales de tracción Y (fallo de la matriz) y compresión Y' (fallo de la matriz) y la tensión cortante última en el plano S (fallo de la matriz+ fibra). Normalmente estos valores se obtienen de información disponible en bibliografía y en bases de datos especializadas (datos basados en ensayos de distintos tipos de laminado). No obstante, es posible utilizar las siguientes aproximaciones para cada una de ellas. La tensión última a tracción del compuesto será:

$$X = \sigma_{Fu} \cdot f + \sigma_M \cdot (1 - f) \quad (2.2.15)$$

La tensión última a compresión X' se suele obtener por ensayo de rotura o por datos empíricos de bases de datos.

La tensión última transversal de tracción Y se suele aproximar a la tensión última de la matriz ($Y \approx \sigma_{Mu}$), pero suele ser algo menor.

Por último, la tensión última transversal a compresión Y' se suele aproximar a la tensión última a compresión del conjunto ($Y' \approx X'$), pero suele ser algo menor.

2.2.3.3 Macromecánica de una lámina

En el caso de materiales anisótropos, homogéneos, la relación de tensión-deformación asumiendo comportamiento elástico lineal está definida por la ley de Hook:

$$\{\sigma\} = [Q] \cdot \{\varepsilon\} \quad (2.2.16)$$

Siendo $\{\sigma\}$ y $\{\varepsilon\}$ las matrices de 6 componentes (tensiones normales y cortantes y deformaciones lineales y angulares) que definen el estado de tensiones y de deformaciones, y $[Q]$ la matriz de rigidez de 6x6 términos, con 21 términos independientes.

La inversa de la matriz de rigidez es la matriz de conformidad $[S]$, mediante la cual podemos escribir:

$$\{\varepsilon\} = [S] \cdot \{\sigma\} \quad (2.2.17)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

█ Normal
█ Cortante
█ Acoplamiento normal-normal
█ Acoplamiento cortante-normal
█ Acoplamiento cortante-cortante

Si bien hemos mencionado que para definir un material anisótropo es necesario determinar 21 términos independientes, esta cantidad se reduce cuando el material posee ciertas propiedades de simetría. En el caso de materiales ortótropos las propiedades pueden variar con la dirección, pero cuentan con 2 o 3 planos de simetría perpendiculares entre sí, que definen los ejes principales del material tal y como muestra la Figura 20:

- El primer eje: en el plano de la lámina en la dirección de las fibras.
- El segundo eje: en el plano de la lámina perpendicular a la dirección de las fibras.
- El tercer eje: en dirección perpendicular a la lámina.

Esto supone que no hay interacción entre deformaciones normales y tensiones de cortante, ni entre deformaciones cortantes y tensiones normales, ni entre deformaciones cortantes y tensiones de cortante en diferentes planos.

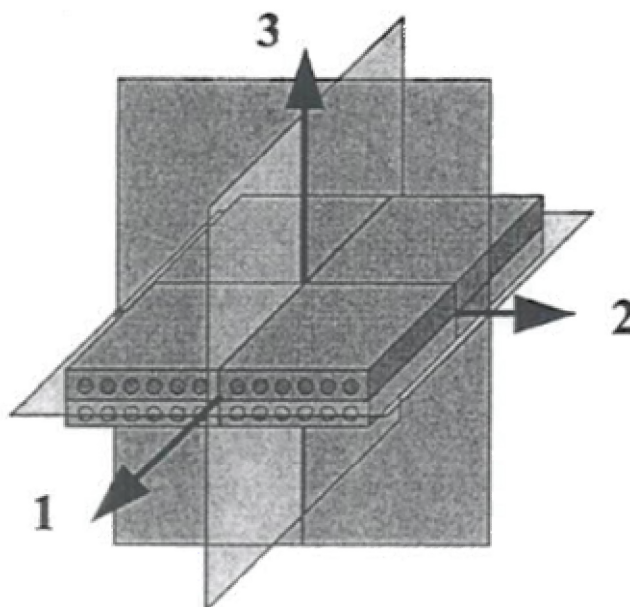


Figura 20. Ejes principales del material y planos de simetría para una lámina ortótropa.

Por tanto, la ecuación anterior quedaría:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.2.18)$$

Los términos de esta matriz de conformidad [S] son:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.2.19)$$

Donde E_1 , E_2 y E_3 son los módulos de elasticidad en cada una de las tres direcciones principales de la lámina ν_{12} , ν_{23} y ν_{31} son los coeficientes de Poisson que relacionan las deformaciones transversales y longitudinales cuando se aplica una carga en la dirección longitudinal, y G_{12} , G_{23} y G_{31} son los módulos de cortante que relaciona la tensión en el plano "ij" con la deformación a cortante en el mismo plano.

Como podemos observar, se trata de una matriz simétrica por lo que $\nu_{ij}/E_i = \nu_{ji}/E_j$. Por tanto, esta matriz está definida por 9 constantes independientes del material: E_1 , E_2 , E_3 , ν_{12} , ν_{23} , ν_{31} , G_{12} , G_{23} , G_{31} . Además, en cuanto a la dispersión de los términos podemos ver que la diagonal principal, que incluye todos los términos, relaciona deformaciones originadas por tensiones aplicadas en la misma dirección o el mismo plano, mientras que fuera de la diagonal principal solo unos pocos términos aparecen representados, relacionando deformaciones originadas por tensiones aplicadas en otras direcciones.

Cuando se analiza estados de tensión plana, se pueden realizar simplificaciones adicionales, sabiendo que para estos casos $\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$ y $\gamma_{23} = \gamma_{31} = 0$, pero $\varepsilon_3 \neq 0$. En este caso desaparecen algunas columnas y filas de la ecuación quedando:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.2.20)$$

Por tanto, en estados de tensión plana, la matriz de conformidad está definida por 4 constantes independientes del material: E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12} .

Si se quiere conocer la deformación normal al plano de la lámina se necesitan conocer dos constantes independientes adicionales ν_{12} y ν_{23} , que en el caso que el material sea transversalmente isotrópico se reducirá a una dado que para ese caso $\nu_{12} = \nu_{23}$.

En el caso de tratarse de un material isotrópico las propiedades mecánicas del material no varían con la dirección, por tanto solo hace falta conocer dos constantes independientes del material, el módulo de elasticidad E y el módulo de Poisson ν . El módulo de cortante está relacionado con ambos por medio de la siguiente relación:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (2.2.21)$$

La matriz de conformidad [S] queda:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix} \quad (2.2.22)$$

2.2.3.4 Macromecánica de un laminado

La teoría que se aplica en el cálculo y análisis de un material laminado es conocido como “Classical Laminate Theory” o CLT es conocida en los años 60 del siglo pasado. Al aplicarla para analizar un laminado, esta teoría parte del supuesto de que cada capa tiene dispuestas las fibras de forma unidireccional o de forma aleatoria homogénea, y que el laminado se compone de dos o más capas adheridas entre sí que actúan como un solo elemento estructural. Se consideran unas propiedades mecánicas medias sin atender a la interacción de los constituyentes.

Para el análisis se asume, además:

- Comportamiento elástico y que las capas están perfectamente unidas entre sí.
- Estado de “tensión plana”.
- Las cargas perpendiculares a la superficie media del laminado permanecen así durante el proceso de deformación.

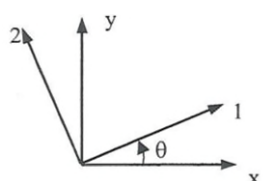
El proceso es el siguiente:

- 1- Se define la rigidez de cada lámina (macromecánica de cada lámina) para cualquier ángulo.
- 2- Se ensamblan las matrices de rigidez de todas las láminas que componen el laminado (macromecánica del laminado).
- 3- Se aplican los esfuerzos externos por unidad de longitud [$N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}$].
- 4- Se calculan las deformaciones (y curvaturas) en la superficie media del laminado [$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0, k_x, k_y, k_{xy}$].
- 5- Se calculan las deformaciones de translación y rotación en cada lámina [$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$].
- 6- Se calculan tensiones en los ejes principales del material [$\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$].
- 7- Finalmente se aplica el criterio de fallo en cada lámina que compone el laminado.

En tensión plana la ley de Hooke y su expresión inversa, ya mencionadas con anterioridad son:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.2.23)$$

En un laminado cada lámina está orientada según un ángulo θ , y la tensión en las direcciones X e Y del plano de la lámina están definidos por la siguiente matriz de transformación respecto a las tensiones en las direcciones principales 1 y 2 del material:



$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.2.24)$$

Por tanto, las tensiones según esos ejes X e Y, están definidos por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2.25)$$

Siendo su ecuación inversa:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{\eta_{x,xy}}{G_{xy}} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{\eta_{y,xy}}{G_{xy}} \\ \frac{\eta_{xy,x}}{E_x} & \frac{\eta_{xy,y}}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2.26)$$

Como se aprecia, fuera de los ejes principales del material existe un acoplamiento entre la deformación y la tensión a cortante y viceversa. Este acoplamiento está definido por los coeficientes de mutua influencia η . Fuera de los ejes principales del material las constantes del material varían de forma que ν_{xy} puede ser mayor que ν_{12} y ν_{21} , E_x puede ser menor que E_1 y E_2 , y η puede cambiar de signo.

Por otra parte, las deformaciones en cualquier punto del laminado se pueden definir como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2.27)$$

Siendo ε_x^0 , ε_y^0 y γ_{xy}^0 las deformaciones en la superficie media del laminado (variaciones en el plano de los desplazamientos en la superficie media con respecto a los ejes X e Y), k_x , k_y y k_{xy} las curvaturas de la superficie media del laminado (variaciones de las pendientes de los desplazamientos fuera del plano con respecto a los ejes X e Y).

Por tanto, en la k-ésima lámina las relaciones de tensión-deformación serán:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = [\bar{Q}]_k \left[\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \right] \quad (2.2.28)$$

La primera de las ecuaciones anteriores muestra la variación lineal de la deformación a lo largo del espesor del laminado, pero las tensiones de cada capa varían con la rigidez de cada capa tal y como se muestra en la Figura 21.

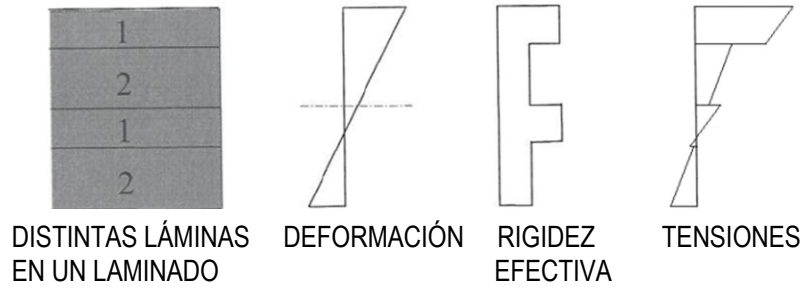


Figura 21. Variación de la deformación y de la tensión en las láminas de un laminado de material compuesto.

La integración de las tensiones a lo largo del espesor del laminado (a lo largo del espesor de las N láminas) proporcionan las fuerzas y momentos resultantes en el plano medio del laminado que se tienen que equilibrar con las cargas externas aplicadas.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (2.2.29)$$

Sustituyendo en cada lámina las tensiones por la relación de tensión-deformación se obtiene:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z_k dz + \right\} \longrightarrow \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2.30)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} z_k dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z_k^2 dz + \right\} \longrightarrow \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + [D] \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2.31)$$

Siendo:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.2.32)$$

La matriz resultante contendrá las siguientes submatrices:

- [A] o matriz de rigidez extensional (comportamiento de membrana), relaciona las fuerzas en la superficie media del laminado y las deformaciones en la misma superficie media, definiendo el estado tensional del laminado.
- [B] o matriz de rigidez de acoplamiento, relaciona las fuerzas en la superficie media del laminado y las curvaturas en la misma superficie media, y relaciona también los

momentos flectores en la superficie media con las deformaciones en la misma superficie media del laminado.

- [D] o matriz de rigidez a flexión, relaciona los momentos flectores en la superficie media de laminado con las curvaturas en la misma superficie media, definiendo el comportamiento a flexión del laminado.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2.33)$$

En la Figura 22 se muestran los efectos generados por algunas de las submatrices.

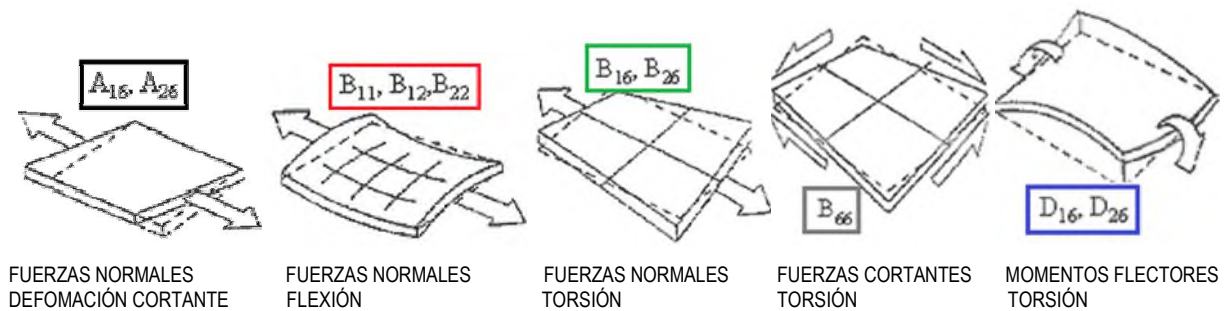


Figura 22. Significado (Tensión-Deformación) de las submatrices de la matriz de rigidez de un laminado de material compuesto.

Finalmente, en esta matriz se puede simplificar con un diseño adecuado del laminado:

- Si se diseña un *laminado simétrico* respecto a la superficie media del laminado, la submatriz [B] se elimina puesto que una lámina se compensa con otra: [B]=[0]. De este modo se consigue desacoplar en comportamiento en el plano del comportamiento a flexión.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2.34)$$

- Si se diseña un laminado balanceado, es decir, si para cualquier lámina definida con un ángulo existe otra lámina dispuesta con un ángulo $-q$, los términos A_{16} y A_{26} de la matriz se anulan: $A_{16}=0$ y $A_{26}=0$.
- Si se diseña un laminado antisimétrico, los términos D_{16} y D_{26} de la matriz se anulan: $D_{16}=0$ y $D_{26}=0$.

2.2.4 Criterios de fallo de materiales compuestos

Los materiales heterogéneos anisótropos no fallan de la misma forma que los materiales homogéneos isótropos. En el caso de los últimos, se considera que se ha alcanzado el fallo si se llega a la tensión de fallo, rotura para los frágiles y fluencia para los dúctiles. Aunque existen diversos criterios.

En el caso de los materiales heterogéneos anisótropos, se utilizan criterios de fallo diferentes, basados en el fallo de cada una de las capas de la fibra en las diferentes direcciones. Los más conocidos y usados en la actualidad son el criterio de máxima tensión/deformación, el criterio de Tsai-Hill, también llamado criterio de Hill, el criterio de Tsai-Wu y el criterio ILSS o “Interlaminar Shear Stress” adicional añadido a los criterios de Hill y de Tsai-WU

Para expresar matemáticamente estos criterios se considera la siguiente notación:

- TX (ó Xt): Máxima tensión de Tracción admisible en la dirección de las fibras.
- CX (ó Xc): Máxima tensión de Compresión admisible en la dirección de las fibras.
- TY (ó Yt): Máxima tensión de Tracción admisible en la dirección perpendicular a las fibras.
- CY (ó Yc): Máxima tensión de Compresión admisible en la dirección perpendicular a las fibras.
- SXY (ó S12): Máxima tensión Cortante admisible en el plano XY.
- SYZ (ó S23): Máxima tensión Cortante admisible en el plano YZ (adhesión interlaminar).
- SXZ (ó S13): Máxima tensión Cortante admisible en el plano XZ (adhesión interlaminar).
- FXY (o F12): Factor de interacción de Tsai-Wu.

Los posibles modos de fallo en una capa unidireccional (una lámina del laminado) son la rotura de la fibra por tensión de tracción longitudinal (σ_x), el pandeo de la fibra por tensión de compresión longitudinal ($-\sigma_x$), la rotura en la matriz por tensión de tracción transversal (σ_y), la rotura en la matriz por tensión de compresión transversal ($-\sigma_y$) y la pérdida de adhesión entre la matriz y la fibra por tensión de cortadura en el plano ($abs(\tau_{xy})$).

Además, hay que considerar un modo de fallo adicional por pérdida de adherencia interlaminar o pérdida de adhesión entre láminas contiguas por tensión de cortadura fuera de plano ($abs(\tau_{yx})$; $abs(\tau_{xz})$).

En todos los criterios se calcula el FI (Failure Index). Con él se define el factor SR (Stress Ratio) que indica cuánto habría que escalar la carga externa para tener un FI de 1, es decir, para alcanzar el fallo. Con este, se define el Margen de Seguridad (MoS: Margin of Safety) que debe ser mayor que “0” para que no exista fallo (cuando MoS=0 está al límite).

2.2.4.1 Criterio de máxima tensión

Este criterio considera que el material compuesto falla cuando en el material principal se alcanza la tensión máxima admisible, tracción T, compresión C o cortante S, o su deformación máxima admisible. No considera interacciones entre los diferentes componentes de la matriz de tensiones o de deformaciones.

Según el criterio de tensión máxima, la zona segura sin fallo se puede definir como:

$$\begin{aligned}
 -\sigma_{1c}^u &< \sigma_1 < \sigma_{1t}^u \\
 -\sigma_{2c}^u &< \sigma_2 < \sigma_{2t}^u \\
 -\tau_{12}^u &< \tau_{12} < \tau_{12}^u
 \end{aligned}
 \tag{2.2.35}$$

El criterio de máxima tensión se suele expresar matemáticamente del siguiente modo:

$$FI = \max \left[\frac{\sigma_x}{TX}, \frac{-\sigma_x}{CX}, \frac{\sigma_y}{TY}, \frac{-\sigma_y}{CY}, \frac{abs(\tau_{xy})}{SXY}, \frac{abs(\tau_{yz})}{SYZ}, \frac{abs(\tau_{xz})}{SXZ} \right]
 \tag{2.2.36}$$

A continuación, se calcula el “stress ratio” SR:

$$SR = 1/FI
 \tag{2.2.37}$$

Finalmente se calcula el margen de seguridad

$$MoS = SR - 1
 \tag{2.2.38}$$

Esto se repite para cada capa o lámina unidireccional del laminado.

2.2.4.2 Criterio de máxima deformación unitaria

Según el criterio de deformación unitaria máxima, la zona segura sin fallo se puede definir como:

$$\begin{aligned}
 -\varepsilon_{1c}^u &< \varepsilon_1 < \varepsilon_{1t}^u \\
 -\varepsilon_{2c}^u &< \varepsilon_2 < \varepsilon_{2t}^u \\
 -\gamma_{12}^u &< \gamma_{12} < \gamma_{12}^u
 \end{aligned}
 \tag{2.2.39}$$

Es decir, se considera que existe fallo si las deformaciones unitarias salen de dichos rangos.

2.2.4.3 Criterio de Tsai-Hill

También conocido como el criterio de Hill, el criterio Tsai-Hill si tiene en cuenta la interacción entre los diferentes modos de fallo en los distintos ejes, pero no tiene en cuenta de manera conjunta la diferencia entre tensión máxima compresión y a tracción. Este criterio define FI como:

$$FI = F_{11} \cdot \sigma_x^2 + F_{22} \cdot \sigma_y^2 + 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y + F_{66} \cdot \tau_{xy}^2
 \tag{2.2.40}$$

Donde,

$$\begin{aligned}
 F_{11} &= \frac{1}{TX^2} \text{ para } \sigma_x \geq 0 \quad \text{o} \quad F_{11} = \frac{1}{CX^2} \text{ para } \sigma_x < 0 \\
 F_{22} &= \frac{1}{TY^2} \text{ para } \sigma_y \geq 0 \quad \text{o} \quad F_{22} = \frac{1}{CY^2} \text{ para } \sigma_y < 0 \\
 F_{12} &= \frac{-1}{(2 \cdot TX^2)} \text{ para } \sigma_x \cdot \sigma_y \geq 0 \quad \text{o} \quad F_{12} = \frac{-1}{(2 \cdot TY^2)} \text{ para } \sigma_x \cdot \sigma_y < 0 \\
 F_{66} &= \frac{1}{SXY^2}
 \end{aligned} \tag{2.2.41}$$

A continuación, se calcula el “stress ratio” SR:

$$SR = 1/\sqrt{FI} \tag{2.2.42}$$

Finalmente se calcula el margen de seguridad

$$MoS = SR - 1 \tag{2.2.43}$$

Esto se repite para cada capa o lámina unidireccional del laminado.

2.2.4.4 Criterio de Tsai-Wu

Este criterio si tiene en cuenta la interacción entre los diferentes modos de fallo, utilizando un valor de interacción de -0.5 como recomendado. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera

$$FI = F_1 \cdot \sigma_x + F_2 \cdot \sigma_y + F_{11} \cdot \sigma_x^2 + F_{22} \cdot \sigma_y^2 + 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y + F_{66} \cdot \tau_{xy}^2 \tag{2.2.44}$$

Donde,

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{1}{TX} - \frac{1}{CX} \quad ; \quad F_2 = \frac{1}{TY} - \frac{1}{CY} \quad ; \quad F_{11} = \frac{1}{(TX \cdot CX)} \quad ; \quad F_{22} = \frac{1}{(TY \cdot CY)} \\
 F_{12} &= \frac{IXY}{\sqrt{TX \cdot CX \cdot TY \cdot CY}} \quad ; \quad F_{66} = \frac{1}{SXY^2}
 \end{aligned} \tag{2.2.45}$$

El valor de coeficiente de interacción recomendado es $IXY = -0,5$, y tiene relevancia en el caso de carga multiaxial.

$$FI = \max \left[\frac{\sigma_x}{TX}, \frac{-\sigma_x}{CX}, \frac{\sigma_y}{TY}, \frac{-\sigma_y}{CY}, \frac{abs(\tau_{xy})}{SXY}, \frac{abs(\tau_{yz})}{SYZ}, \frac{abs(\tau_{xz})}{SXZ} \right] \tag{2.2.46}$$

A continuación, se calcula el “stress ratio” SR:

$$SR = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4 \cdot a}}{2 \cdot a} \quad (2.2.47)$$

Donde,

$$\begin{aligned} a &= F_{11} \cdot \sigma_x^2 + F_{22} \cdot \sigma_y^2 + 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y + F_{66} \cdot \tau_{xy}^2 \\ b &= F_1 \cdot \sigma_x + F_2 \cdot \sigma_y \end{aligned} \quad (2.2.48)$$

Finalmente se calcula el margen de seguridad

$$MoS = SR - 1 \quad (2.2.49)$$

Esto se repite para cada capa o lámina unidireccional del laminado.

2.2.4.5 Criterio ILSS (InterLaminar Shear Stress) adicional

El criterio ILSS (InterLaminar Shear Stress) es un criterio adicional añadido a los criterios de Hill y de Tsai-Wu para verificar la integridad de la adherencia interlaminar, para la matriz m . Matemáticamente se expresa del siguiente modo:

$$FI_m = \max \left[\frac{abs(\tau_{yz})}{SYZ}, \frac{abs(\tau_{xz})}{SXZ} \right] \quad (2.2.50)$$

A continuación, se calcula el "stress ratio" SR:

$$SR_m = 1/\sqrt{FI_m} \quad (2.2.51)$$

Finalmente se calcula el margen de seguridad

$$MoS_m = SR_m - 1 \quad (2.2.52)$$

Esto se repite para cada superficie de contacto entre capas o láminas unidireccionales del laminado.

2.2.4.6 Otros criterios de fallo de materiales compuestos laminados.

Existen otros criterios de fallo, pero solo se diferencian en el valor que se le da al término F_{12} .

- Método de Hoffman: En él, $F_{12} = -0.5/(TX \cdot CX)$
- Método de Hankinson: En él, $F_{12} = 0.5/(1/(TX+CY)+1/(TY+CX)-1/SXY^2)$
- Método de Cowin: En él, $F_{12} = 1/\sqrt{TX \cdot CX \cdot TY \cdot CY} - 0.5/SXY^2$

2.2.4.7 Comparación entre el criterio de Tsai-Wu y el criterio de máxima tensión.

La Figura 23 muestra gráficamente una comparación entre el criterio de Tsai-Wu (forma elíptica) y el de tensión máxima (forma rectangular).

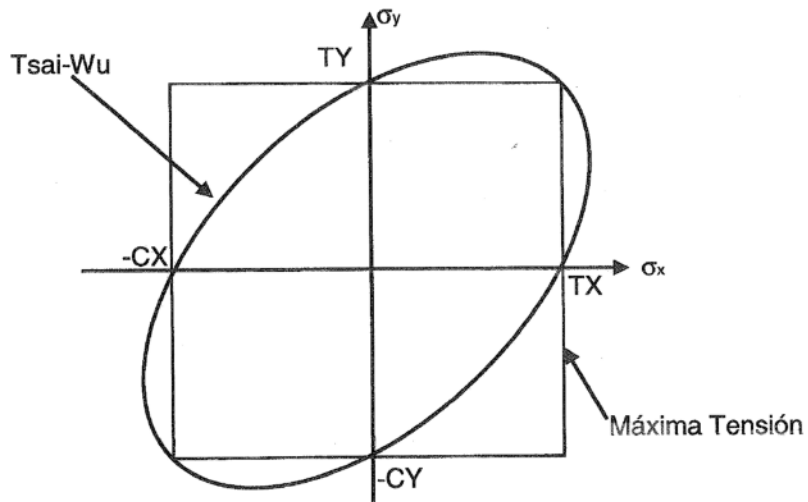


Figura 23. Comparación gráfica entre el criterio de Tsai-Wu y el criterio de tensión máxima.

2.2.5 Guía de diseño de laminados de material compuesto

El diseño de laminados más utilizados son *laminados simétricos balanceados* ($[B]=[0]$; $A_{16}=A_{26}=0$). Un ejemplo es el siguiente: $[0/45/90/-45/-45/90/45/0]$. En ellos se limita la flexión y la torsión colocando láminas dispuestas en ángulo θ tan cerca como sea posible de otra lámina dispuesta con un ángulo $-\theta$.

Una forma de eliminar todos los acoplamientos ($[B]=[0]$; $A_{16}=A_{26}=0$; $D_{16}=D_{26}=0$) es la utilización de un laminado antisimétrico compuesto por dos sublaminados simétricos balanceados. Un ejemplo es el siguiente: $[0/90/45/-45/-45/45/90/0||0/90/-45/45/45/-45/90/0]$.

Las reglas y recomendaciones fundamentales que pueden ser utilizadas a modo de guía de diseño de laminados de material compuesto son las siguientes:

- Incluir láminas a 0° para reaccionar a las solicitaciones de tracción-compresión longitudinales.
- Incluir láminas a 90° para reaccionar a las solicitaciones de tracción-compresión transversales.
- Incluir láminas a $\pm 45^\circ$ para reaccionar a las solicitaciones de cortante
- Incluir láminas a $\pm 45^\circ$ en la superficie (caras externas) para evitar el fallo a flexión y a pandeo.
- Incluir laminados balanceados con láminas en cada dirección, $0/+45/-45/90$, para aportar resistencia a cargas localizadas (puntos con uniones atornilladas).
- Se recomienda la utilización de laminados simétricos con un mínimo de tres ángulos diferentes para minimizar las tensiones en la matriz.
- No incluir más de tres laminados en la misma dirección contiguos (y siempre menor de 0.5 mm) para evitar la propagación de grietas a través del espesor del laminado.
- Colocar contiguos laminados a $\pm 45^\circ$ para reducir los cortantes entre las láminas.
- Evitar cambios de más de 45° entre láminas contiguas para minimizar las tensiones interlaminares.
- Los materiales compuestos de fibra de carbono son térmicamente isótropos cuando sólo se utilizan laminas con orientaciones de 0° y 90° .
- Los materiales compuestos de fibra de carbono son térmicamente y elásticamente isótropos cuando sólo se utilizan laminas con orientaciones de 0° y $\pm 60^\circ$.

En los laminados cuasi-isótropos la rigidez en el plano es igual en todas las direcciones. Algunos ejemplos son los siguientes:

- $[0/\pm 45/90/90/\pm 45/0]$. Estas 8 láminas o capas proporcionan un comportamiento tensional en el plano bastante isotrópico. Se suele utilizar en las pieles de las estructuras tipo "sandwich".

- $[0/\pm 60/\pm 60/0]$. Estas 6 láminas o capas proporcionan la misma resistencia a 0° y a 90° , pero no a 45° .

Para obtener la mejor calidad en estructuras tubulares de material compuesto laminado es común utilizar el proceso de “filament winding” para su fabricación. Se trata de bobinar la fibra en capas con distintos ángulos proporcionando distintas capas de fibra con distintas orientaciones. Cuando se diseña un laminado para estructuras tubulares es necesario tener en cuenta que:

- Van a estar sometidas a cargas axiales (a 0°).
- Se busca una alta resistencia axial y una alta rigidez y estabilidad axial.
- Se deberá tener especial cuidado con el pandeo local: las capas a 90° , o cerca de ella ($\pm 10^\circ$, $\pm 15^\circ$) proporcionan mayor rigidez circunferencial, mientras que las capas a 45° incrementan la rigidez a torsión.

Adicionalmente, se deben tener en cuenta las restricciones propias del proceso de fabricación seleccionado, tales como:

- Máximo y mínimo espesor total del laminado.
- Máximo y mínimo espesor de cada lámina individual.
- Máximo y mínimo porcentaje de cada ángulo para cada lámina.
- Mínimo espesor de lámina fabricable.
- Espesor constante de cada lámina individual.
- Exigir que el laminado sea balanceado.
- Exigir construcción por encintado.

2.2.6 Proceso de fabricación del elemento estructural en material compuesto laminado

El proceso de fabricación seleccionado [1] consiste en usar durante el moldeo del elemento estructural cinta de materiales compuestos de infinidad de fibras micrométricas, embebidas en una matriz termoplástica, que le dan al material una vez aplicado y curado una alta rigidez y una alta resistencia específica, utilizando únicamente el material necesario para la fabricación de la pieza.

Este es un proceso ideal para la producción automatizada de series grandes de productos complejos. Estas cintas unidireccionales se pueden colocar y orientar de manera automatizada de tal forma que los refuerzos actúen en las zonas críticas con la orientación en la que maximicen la capacidad mecánica. La fabricación adaptada a los esfuerzos esperados, colocando refuerzos allí donde se necesitan, minimiza los recortes y los desperdicios, proporcionando un proceso de fabricación muy respetuoso con el medio ambiente.

El proceso aporta la ventaja de la ligereza, un metro de cinta apenas pesa 3 gramos, pudiendo ser utilizado tanto como moldeo localizado, como en construcción de láminas en procesos de moldeo de laminados o incluso en sobremoldeo.

Es cierto que las actuales cintas unidireccionales de altas prestaciones formadas por refuerzos de fibra de carbono embebidos en termoplásticos de altas prestaciones térmicas y mecánicas no son económicas, pero permite su utilización en aquellos casos donde la criticidad de su función estructural lo compensa.

El encintado permite un conformado cómodo y fácil, obteniendo recortes o desperdicios mucho menores que en procesos de laminados reforzados convencionales.

Conviene tener en cuenta que la utilización de estas cintas dificulta la impregnación del refuerzo y la consolidación del material compuesto debido a su alta viscosidad y al bajo índice de fluidez de los polímeros termoplásticos que las componen. Es por esto, que este proceso no es adecuado para productos que requieren una alta productividad.

Este proceso de fabricación se utiliza mucho en la construcción industrial de medios de transporte.

2.3 OPTIMIZACIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS

Al igual que en el caso de estructuras definidas con materiales isotrópicos homogéneos, la optimización de las estructuras definidas con materiales compuestos laminados se basa en la búsqueda de un valor de una función objetivo basada en la respuesta de dicha estructura a la carga aplicada bajo las condiciones de contorno definidas, modificando su geometría y/o propiedades. Generalmente dicha optimización se basa en el cálculo del gradiente en cada una de las iteraciones a la vista de la evolución de la geometría y las propiedades en función de las cargas aplicadas y las condiciones de contorno existentes.

En el caso de materiales compuestos laminados, los factores que afectan el proceso de optimización son:

- La geometría de la pieza estructural.
- La geometría de cada lámina.
- Los datos físicos de cada material utilizado.
- El mallado utilizado.
- La alineación de las láminas o materiales no isotrópicos.
- La secuencia de orientación de las láminas que componen el laminado.
- La posición de cada lámina respecto a la superficie media del laminado.
- La posición desplazada de la superficie media del laminado respecto a la superficie del mallado.

La optimización de una estructura de material compuesto propuesta es similar a la que se puede realizar en un material isotrópico. Para ello, una vez definida la geometría básica del componente estructural, los casos de carga que le afectan, de acuerdo a esos casos de carga y determinados los diferentes laminados, se procede a fijar un material de comportamiento mecánico no isotrópico equivalente. Una vez que el elemento estructural está definido con estas propiedades mecánicas equivalentes se puede proceder a la optimización topológica del mismo modo que se realiza en un elemento estructural con material isotrópico.

No obstante, existen varias formas de realizar una optimización de un elemento estructural plano de material compuesto. La primera y más sencilla es en la que, partiendo de un material no isotrópico equivalente que represente el comportamiento global de todas las capas, se realiza una optimización topológica donde, en cada elemento, el laminado completo existe o no existe. Este método implementa la misma forma en todas y cada una de las capas. La segunda en modelizar cada capa o "plie" por medio de varias capas de elementos, cada una con el espesor mínimo fabricable, de forma que la optimización topológica permita, en cada capa, colocar el espesor necesario que haga la pieza compatible con el caso de carga con el mínimo material. Esto da lugar a que cada capa o "plie" tenga distinta forma en función de las necesidades mecánicas, e incluso aplicar más o menos espesor a las distintas partes de dicha capa. Este método también se puede realizar utilizando un solo elemento del espesor por capa realizando una "free size optimization". En este método se agrupan capas con la misma orientación en una super-capa en la que el espesor de cada elemento de cada super-capa es considerado como una variable de diseño, de forma que en vez de aplicar un "1" o un "0" a cada elemento (existe o no existe), permite un

espesor diferente a cada elemento de cada capa con las restricciones propias del espesor mínimo que requiere su fabricabilidad y de tensión máxima permitida. El resultado es similar, pero requiere menor gasto computacional dado que no hace falta modelizar cada capa de la pieza con tantos elementos. La “free size optimization” es adecuada para elementos estructurales de dos dimensiones, y es fácil imaginar que si la carga predominante es la flexión el resultado será muy similar al obtenido por optimización topológica dado que la rigidez a flexión es función de la tercera potencia del espesor y por tanto se favorece un espesor completo allí donde se necesite material. En cualquier caso, siempre hay que verificar que el caso de pandeo local no es crítico en el diseño resultante de la pieza.

La utilización de “free size optimization” proporciona un resultado en el que las capas del laminado tienen una variación continua del espesor a lo largo de la pieza. Dado que la fabricabilidad exige espesores discretos múltiplo del espesor mínimo ejecutable, el siguiente paso es incrementar discretamente el espesor de cada elemento hasta el valor discreto inmediatamente superior.

Por último, una vez obtenida la geometría optimizada del elemento estructural, se procede a calcular las deformaciones globales, los estados tensionales y márgenes de cada capa.

En el diagrama de la Figura 24 se muestra el proceso de optimización topológica de un elemento estructural plano diseñado en material compuesto.

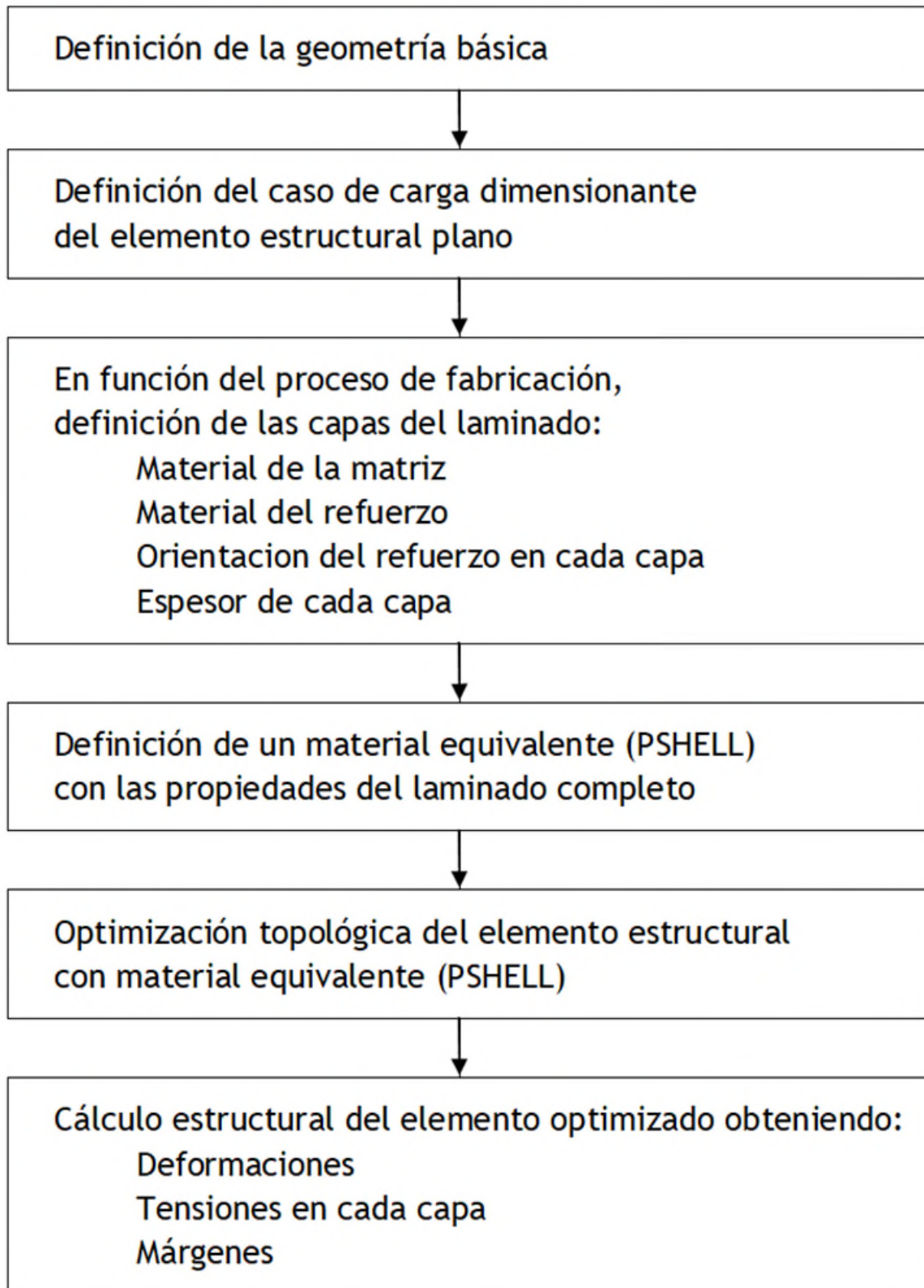


Figura 24. Proceso de optimización topológica de un elemento estructural plano diseñado en material compuesto.

3 CONTEXTO

En sus orígenes, el proceso de diseño estructural se basaba en gran medida en el conocimiento, la experiencia y la intuición del ingeniero en un tipo concreto de estructuras. En general, se partía de diseños similares a otros diseños previos y se adaptaban a las condiciones de carga y condiciones de contorno específicas. El proceso de diseño se centraba principalmente, en la integridad estructural y se prestaba poca atención a la masa resultante de dicho proceso.

El criterio utilizado a la hora de diseñar se basaba en la rigidez o en las tensiones de la estructura, es decir, el objetivo era obtener una deformación menor que una magnitud dada o únicamente mostrar un estado tensional con una tensión menor que la admisible para un material y unas condiciones dadas. No obstante, esta forma de diseñar estructuras está cambiando debido a la importancia que ha tomado el campo de la optimización estructural en el diseño. Mediante su aplicación se logra reducir costos, materiales y tiempo en los procesos de diseño realizados por los ingenieros.

La evolución de los ordenadores y la alta velocidad de procesamiento alcanzada permiten abordar procesos iterativos de alto costo computacional. Esto, junto al desarrollo del Método de los Elementos Finitos (MEF) y de la fabricación aditiva, ha permitido abordar el diseño estructural como un proceso iterativo de optimización estructural en 3D.

Gracias a estos progresos, la optimización estructural se puede tratar como un problema matemático con una función objetivo a maximizar o minimizar, unas variables a definir, unos parámetros conocidos y unas restricciones a cumplir por todos los elementos de la estructura. La integración del Diseño Asistido por ordenador (Computer Aided Design: CAD), del análisis estructural utilizando el Método de los elementos Finitos (MEF) y de las técnicas de optimización estructural (OPT) han supuesto un gran avance para obtener diseños adaptados a las necesidades específicas, utilizando el mínimo material y acortando el ciclo de diseño, tal como se muestra en el esquema incluido en la Figura 25.

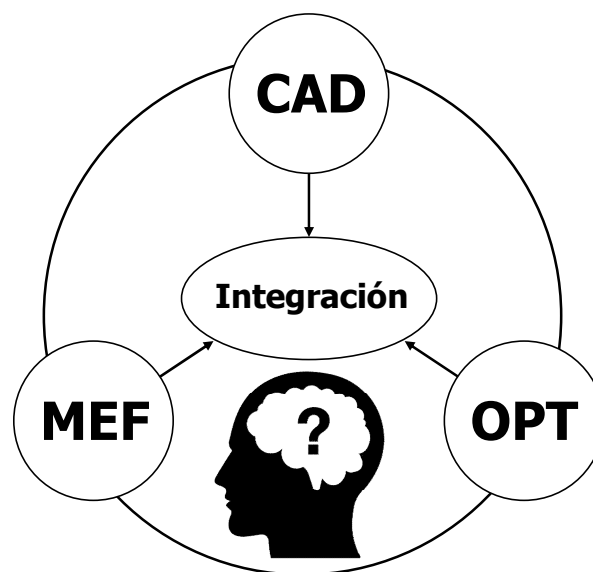


Figura 25. Integración del CAD, MEF y las técnicas de optimización estructural.

Una de las ventajas principales de esta forma de diseño es la posibilidad de minimizar la masa en las estructuras, lo cual es un factor decisivo en industrias como la aeroespacial y automoción. Al mismo tiempo, permite reducir el ciclo de vida de las piezas estructurales, incluso aplicándolo a la fabricación de elementos estructurales de materiales compuestos laminados.

Es por todo esto que en los últimos años ha tenido lugar, tal y como identifican distintos autores [19], un gran desarrollo de distintas metodologías de optimización, dando lugar a un nuevo término definido como “Diseño óptimo asistido por ordenador”. Así, la optimización topológica es un método matemático basado, tal y como se identifica en la bibliografía [2][7][9][10][13][19][20][21][22][23], en la distribución de la cantidad mínima de masa material dentro de un volumen disponible (dominio). Al mismo tiempo se procura obtener la máxima rigidez posible (o mínima flexibilidad), sin superar en ninguna parte de la estructura una tensión máxima admisible, para un determinado estado de carga (condiciones de carga) y restricciones (condiciones de contorno).

Para llevar esto a cabo, es necesaria una comprensión inicial del problema y hay que definir en qué dirección conviene realizar las modificaciones que garanticen una mejora. A su vez, es importante tener en cuenta que algunos factores son difíciles de reflejar en las herramientas matemáticas, como pueden ser el proceso de fabricación, el coste de desarrollo o la estética. Por último, es necesario escoger la mejor solución de aquellas que cumplen las especificaciones requeridas.

4 ALCANCE Y OBJETIVOS

Durante este proyecto se diseñará un elemento estructural plano a fabricar en material compuesto laminar utilizando un proceso de optimización topológica para que solo proporcione material allí donde se necesite para aguantar el caso de carga definido, que proporcione iguales o mejores prestaciones mecánicas que el elemento estructural sin optimizar, con una cantidad mínima de material.

5 BENEFICIOS TÉCNICOS, ECONÓMICOS Y MEDIOAMIENTALES

En este apartado se exponen los beneficios que presenta la utilización del proceso de optimización topológica en el diseño de elementos estructurales planos diseñados en material compuesto laminar.

Estos beneficios son de diversa naturaleza, cubriendo aspectos tanto económicos y técnicos como medio ambientales.

Las ventajas que presentan la utilización de la optimización topológica de estructuras se pueden resumir en los siguientes puntos:

1- Beneficios debidos a la optimización estructural:

a. Beneficios técnicos

- I. Se consiguen piezas más ligeras con características mecánicas optimizadas.
- II. Permite crear formas complejas fácilmente reproducibles mediante fabricación aditiva.
- III. Permite una mayor rigidez y mayores frecuencias propias.
- IV. Permite una menor tensión máxima dada la mayor uniformización y reparto de las tensiones.

b. Beneficios económicos

- I. Utiliza menor cantidad de material, dado que solo se utiliza lo estrictamente necesario dado que el diseño de la estructura se optimiza normalmente para la mínima cantidad de masa.

2- Beneficios debido a la utilización de materiales compuestos laminares

a. Beneficios técnicos

- I. Se consiguen piezas más ligeras que con los materiales tradicionales (metales). Esta fue si principal ventaja para abrirse paso en la industria aeronáutica y aeroespacial, extendiéndose posteriormente a la industria de la automoción y náutica.
- II. Se consigue una adaptación del diseño a las condiciones concretas de carga.
- III. Se consiguen unas propiedades estructurales mejoradas.
- IV. Se pueden realizar diseños complejos sin mayor esfuerzo por su maleabilidad frente a los materiales utilizados en la fabricación sustractiva.

- V. Se puede unir a otros elementos estructurales con procesos de moldeo adicionales sin necesidad de elementos metálicos de unión (tornillos y/o remaches).
 - VI. Alta resistencia a corrosión y a la intemperie.
 - VII. No es un buen conductor térmico.
- b. Beneficios económicos
 - I. Permite reducir las pérdidas de material ya que no son necesarios procesos de mecanizado.
 - II. El proceso de optimización topológica puede reducir drásticamente el tiempo necesario para la producción de una pieza concreta, es decir reduce el ciclo de vida del diseño de la estructura. Esto se traduce en una reducción de costes.
 - c. Beneficios medioambientales
 - I. Al utilizar métodos de fabricación no sustractivos, no existe desperdicio de material que luego requeriría un proceso de reciclaje. Esto supone una mejora desde el punto de vista medioambiental ya que utiliza los recursos mínimos necesarios.
 - II. Por el mismo motivo no genera residuos dado que no requiere sistemas de lubricación durante el proceso de fabricación. Por ello supone un beneficio medioambiental adicional al no tener que reciclar esos residuos, reduciendo su huella de carbono.

Aunque las ventajas son evidentes, también podemos identificar algunas desventajas:

- No parece adecuada para la fabricación de grandes series dado que la fabricación de materiales compuestos por moldeo requiere más tiempo que la utilización de procesos de fabricación sustractivos convencionales optimizados para altas producciones.
- No se recurre al concepto de modularización que, en tipologías estructurales de baja complejidad, puede proporcionar algunas ventajas.

Para concluir, se puede decir que la utilización de la optimización topológica en el diseño de elementos estructurales de material compuesto laminar permite obtener una solución estructural más respetuosa con el medio ambiente, con una menor huella de carbono con mejores prestaciones y reduciendo el coste del proceso ya que se puede realizar en un plazo más reducido de tiempo.

METODOLOGÍA SEGUIDA EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO

1 INTRODUCCIÓN

Definido el alcance del proyecto, así como los objetivos, queda por definir cómo se va a materializar. La metodología que se va a seguir, y que va a hacer posible la consecución de los objetivos y el alcance propuestos, se define a través de una serie de actividades o etapas que consolidarán la capacidad para llevarlo a cabo. Estas etapas se definen a continuación:

- 1- Profundizar en las bases matemáticas utilizadas en el proceso de optimización topológica, materiales compuestos y proceso de fabricación.

Se revisará en bases de datos bibliográficas, libros y artículos relacionados con el proceso de optimización topológica, utilizando palabras clave seleccionadas.

- 2- Familiarizarse con las guías de diseño de materiales compuestos laminares y los módulos de software a utilizar siguiendo tutoriales específicos.

Se analizará la definición adecuada del laminado del material compuesto, se estudiará la forma de trabajo del software específico y se seguirán tutoriales para familiarizarse con su utilización y con sus peculiaridades. Se prestará especial atención a la toma de decisiones que es necesaria a la hora de realizar un ejercicio de optimización sobre una pieza real.

- 3- Acometer el proceso de optimización definido sobre el elemento estructural en material compuesto laminado elegido. Los pasos son los siguientes:

- a. Definición del elemento estructural plano:

- i. Dominio utilizado: gálibo
- ii. Composición de las distintas capas del laminado incluyendo su espesor y orientación.
- iii. Condiciones de contorno: interfaces geométricas y mecánicas.
- iv. Condiciones de carga: casos de carga.
- v. Características mecánicas y físicas alcanzadas sin realizar la optimización: material, masa, tensión máxima alcanzada, ...

- b. Generación de un diseño optimizado del elemento estructural laminado utilizando el mismo dominio, mismas condiciones de contorno y mismas condiciones de carga para la definición del diseño optimizado, definiendo las características de las distintas capas del material y utilizando las etapas de iteración topológica necesarias.

Para esto se utilizan softwares comerciales de optimización topológica: OptiStruct® dentro del programa de simulación HyperWorks® de Altair®. Mediante OptiStruct® se identifica el “espacio libre disponible” y se aplican los casos de carga a los que estaría sometido el elemento estructural. OptiStruct® sugiere las topologías más eficientes desde el punto de vista del material utilizado.

- c. Adaptación del diseño optimizado obtenido a una geometría compatible con el método de fabricación de moldeo de material compuesto por capas de cinta unidireccional.

- d. Validación del diseño alcanzado, realizando análisis tensional frente a los casos de carga definido. Es importante destacar que los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas deben ser posteriormente interpretados y validados.
- 4- Identificar las mejoras obtenidas en la pieza optimizada.
Se compararán las características del elemento estructural obtenido comparándolos con las características del elemento estructural sin optimizar.
- 5- Escribir y editar el proyecto, incluyendo la preparación de la planificación seguida y del presupuesto.
Se preparará el documento del TFM, así como la presentación asociada.

En el diagrama de la Figura 26 se muestra gráficamente la metodología seguida.

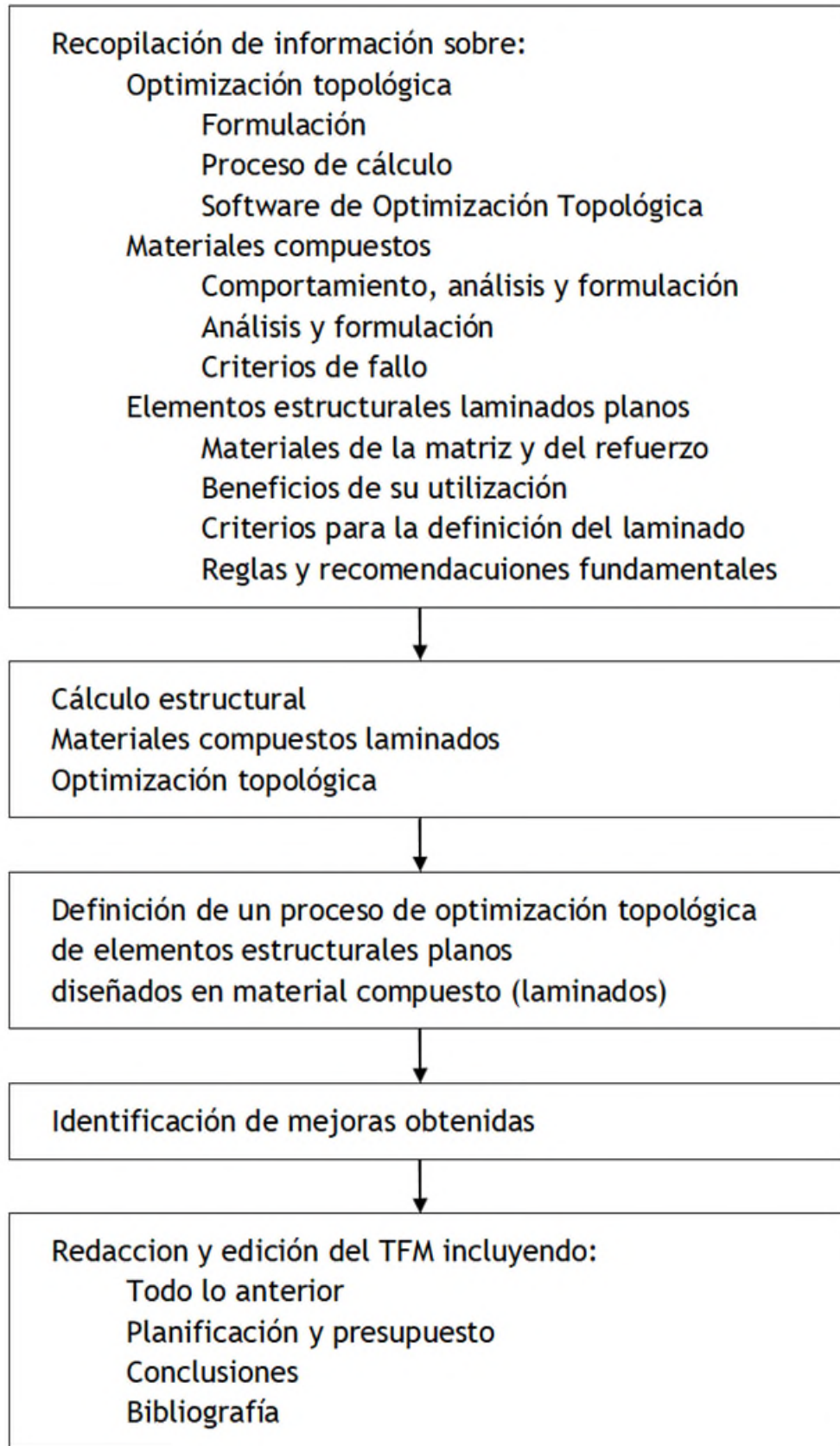


Figura 26. Metodología del Trabajo.

2 OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DE ELEMENTO ESTRUCTURAL EN MATERIAL COMPUESTO LAMINADO

2.1 PASOS A SEGUIR

En este apartado se describe el proceso de optimización de la pieza, así como los pasos previos realizados con el fin de comprender y realizar de forma correcta el análisis de placas planas de materiales compuestos.

Para comenzar, y con el objetivo de familiarizarnos con el trabajo con placas, se analiza el caso de una placa de material isotrópico, en este caso de acero.

Una vez hecho esto, se procede a diseñar un laminado ortótropo, para lo cual se insertarán varios “plies” (capas) de un único material y en diferentes direcciones. Una vez modelizado, se analizan las tensiones y deformaciones del diseño.

Partiendo de este diseño, formado por un laminado simétrico con capas orientadas en diferentes direcciones, se procede a realizar la optimización de la pieza mediante el método Free Size.

En esta optimización, el objetivo será maximizar la rigidez (o lo que es lo mismo, disminuir la “compliance”, término de origen anglosajón que se utiliza para hacer referencia a la inversa de la rigidez). Para conseguir esto de forma óptima será necesario definir un valor límite superior de la fracción de volumen de la pieza, que no deberá ser sobrepasado. Esta optimización sirve para obtener unos conceptos de diseño, atendiendo a los requisitos y restricciones definidas.

Por último, con el fin de que la pieza final se pueda fabricar, se hace uso del Ply Bundle Size Optimization, que permite mediante la discretización de los espesores, obtener un resultado viable.

Estos pasos se identifican en el diagrama de a Figura 27.

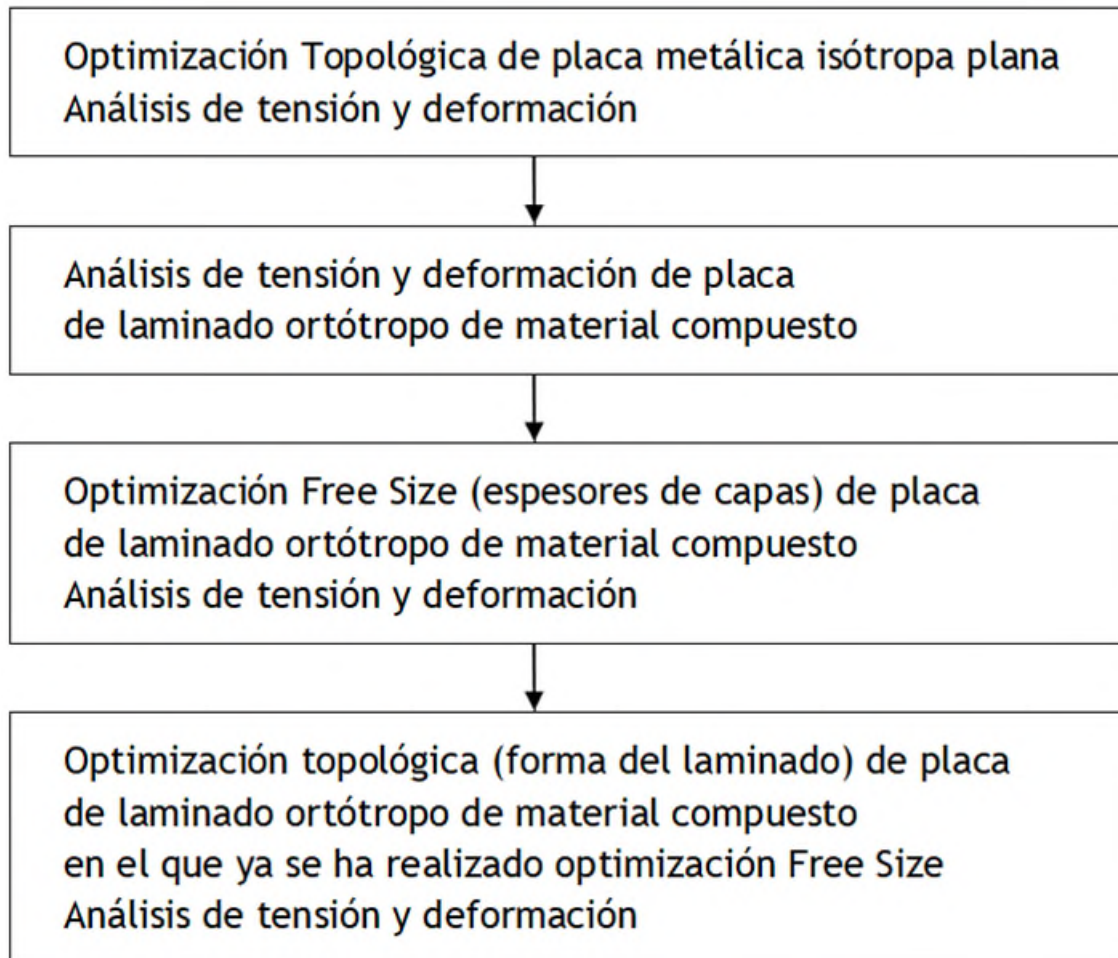


Figura 27. Proceso de análisis de los diferentes casos y diseño final.

2.2 EJEMPLO PRELIMINAR DE PLACA METÁLICA ISÓTROPA PLANA

En el siguiente apartado se describe un ejemplo de placa metálica de material isótropo, el cual ha sido realizado para garantizar la validez del método de análisis de OPTISTRUCT para piezas planas.

2.2.1 Diseño y mallado

La pieza en cuestión es una placa con un orificio central.

El lado izquierdo del modelo está restringido en sus 6 grados de Libertad a lo largo de toda la arista. A su vez, el lado derecho está libre y las cargas están aplicadas en el punto medio del mismo.

En cuanto a la geometría de a pieza, las medidas son las siguientes:

- $L=457.2$ mm
- $b=152.4$ mm
- Espesor=2 mm
- Diámetro del agujero=12.7 mm
- Fuerza = -10 N, en la dirección Z

Las cargas aplicadas son las siguientes:

- Fuerza=-10N, en la dirección Z
- Momento=-250 Nmm en la dirección X

Por último, el material de dicha pieza es acero.

Como paso previo a la optimización de dicha placa, se malla la pieza y se introducen las cargas y las condiciones de contorno.

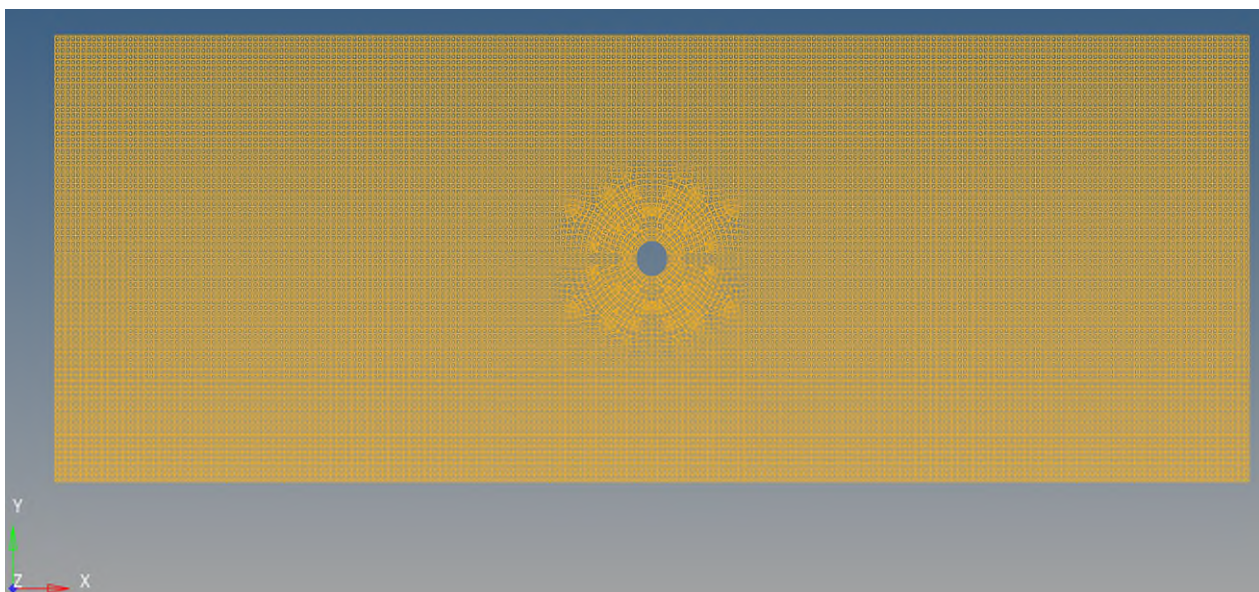


Figura 28. Mallado de la placa metálica isótropa.

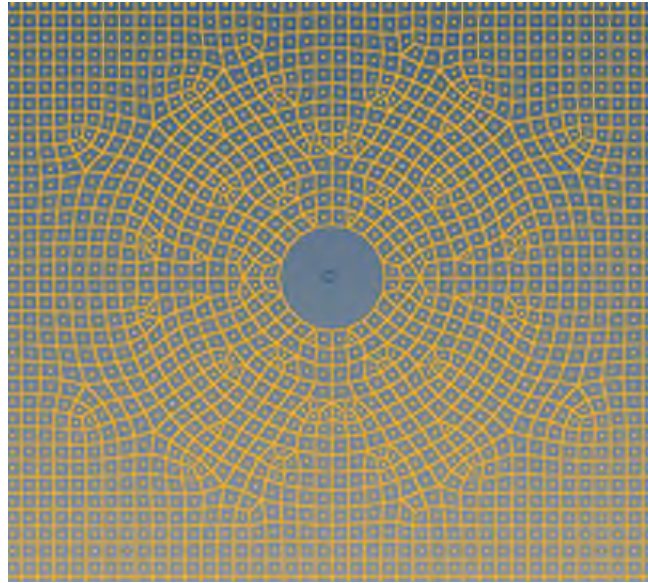


Figura 29. Detalle del mallado de la placa metálica isótropa en la zona del agujero central.

2.2.2 Resultado de la optimización

Una vez definido el problema, se procede a optimizar la pieza. Para ello se define la respuesta “Fracción de volumen” y se establece su límite superior en 0,3. A continuación se define como objetivo minimizar dicha fracción de volumen.

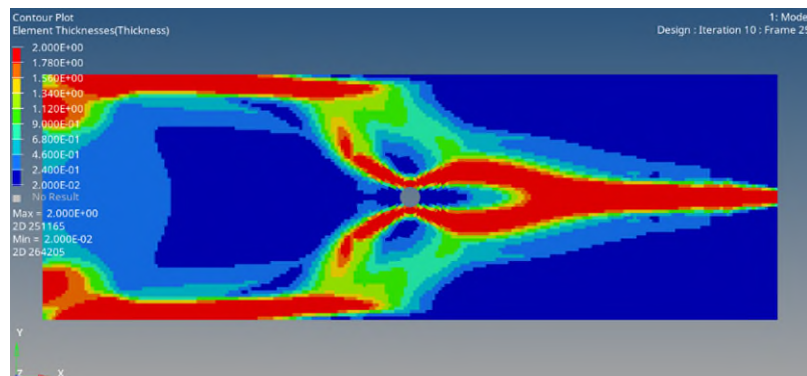
Tras varias iteraciones, el software muestra la solución optimizada de dicha placa para las condiciones y características establecidas.

En la Figura 2.2.3 se puede ver cómo evoluciona la optimización del diseño para el material, las restricciones y las cargas definidas.

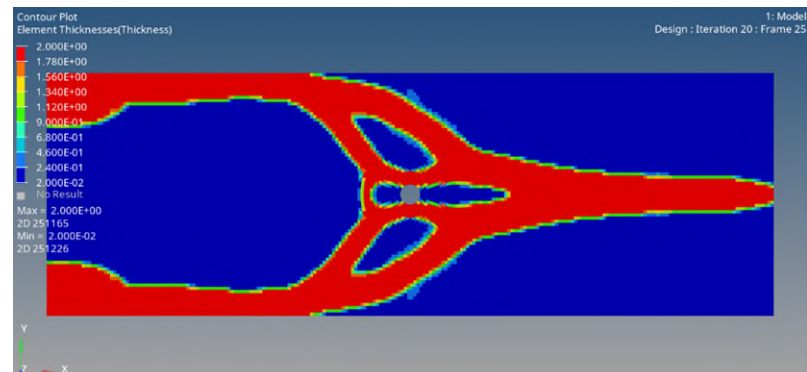
- Iteración 0



- Iteración 10



- Iteración 20



- Iteración 24

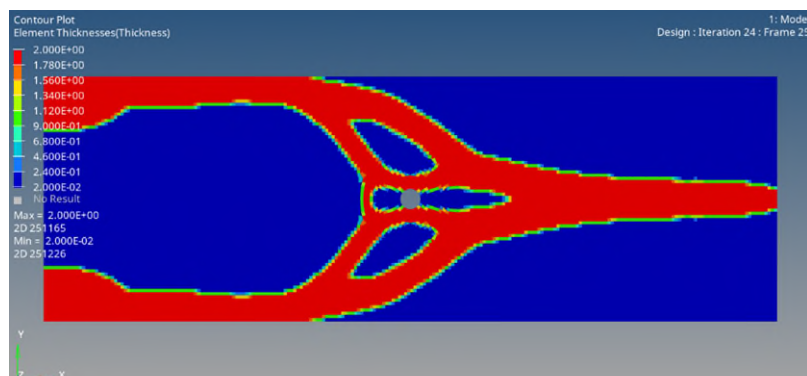


Figura 30. Diseño optimizado de la placa metálica isótropa. Evolución del diseño durante el proceso de optimización.

2.3 EJEMPLO DE LAMINADO ORTÓTROPO CON PLIES DEL MISMO MATERIAL DISPUESTO EN CAPAS DE DIFERENTES DIRECCIONES.

A continuación, se describe el segundo ejemplo realizado, cuyo objetivo es familiarizarse con los materiales ortótropos en Hypermesh y el uso de “plies” en diferentes direcciones. Se trata de una placa con dos extremos restringidos en sus 6 grados de libertad y dos cargas puntuales de valor - 1 N en los otros dos extremos.

2.3.1 Diseño y mallado

Para comenzar se ha decidido trabajar con una placa de geometría sencilla, tal y como se ve en la imagen. Las dimensiones de la placa son 300 x 90 mm, y el espesor del composite se define inicialmente como 4mm.

Una vez definida la geometría en cuestión, se malla la pieza con el comando Automesh.

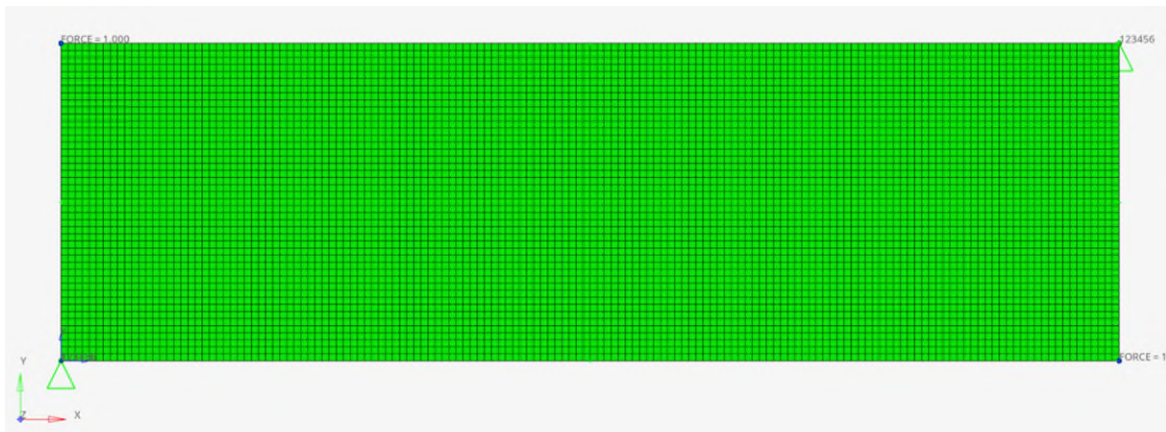


Figura 31. Mallado de la placa de material compuesto con capas o “plies” en diferentes direcciones.

Una vez mallada la pieza, es necesario comprobar la dirección normal de todos los elementos, ya que esta afecta directamente a la construcción de los “plies” del laminado. Esto se hace mediante el comando “normals”, que se puede encontrar en el apartado tools.

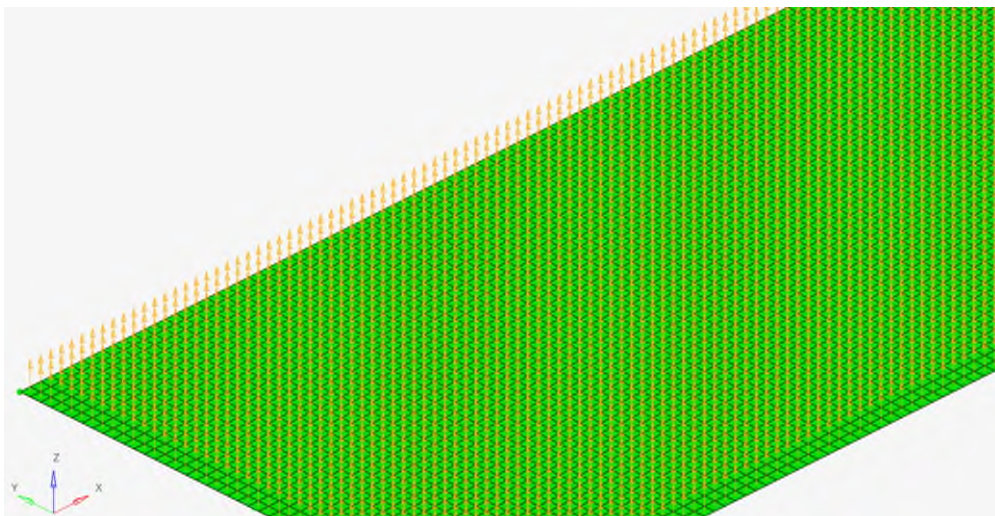


Figura 32. Vector normal de cada elemento definido.

Tras comprobar que todos los elementos tienen su normal en la misma dirección, se procede a generar un nuevo sistema de coordenadas, que servirá para definir la orientación del material. Aunque ya hay un sistema global creado, el sistema local ayudará a asignar de forma correcta las direcciones de los materiales, sobre todo en los casos en los que la geometría es compleja.

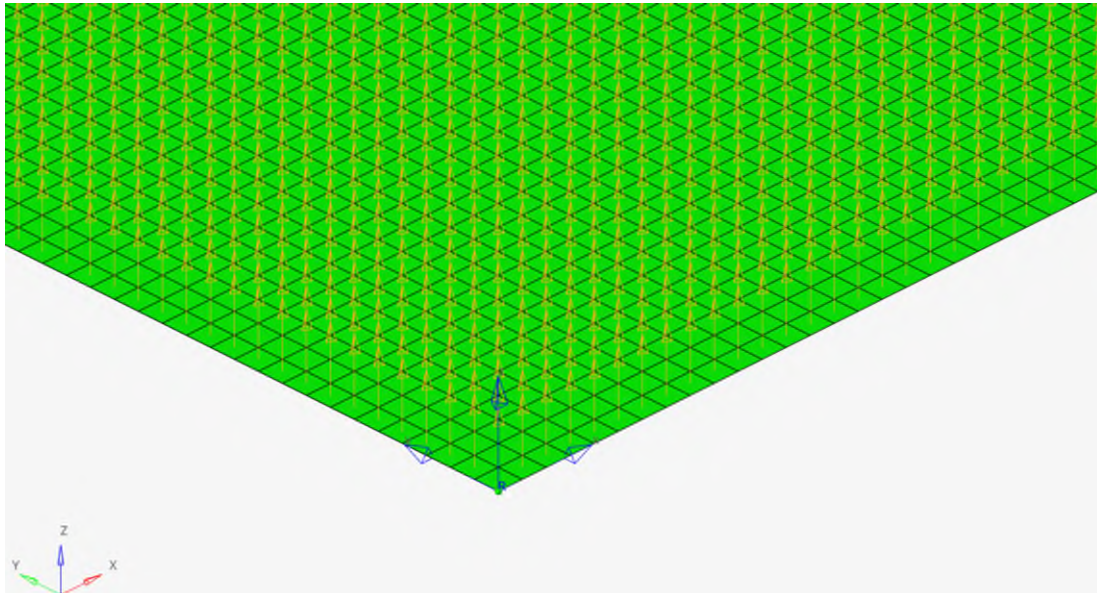


Figura 33. Sistema de referencia local.

Para asignar la orientación del material se utiliza el comando “systems”, en la pestaña de análisis. Seleccionamos todos los elementos del modelo y el sistema nuevo generado. El material será orientado en la dirección X por defecto.

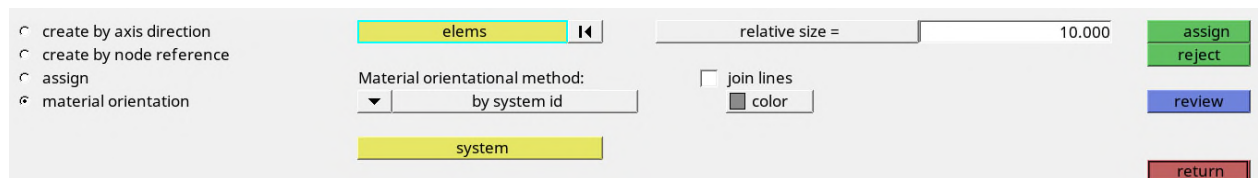


Figura 34. Definición de la orientación del material.

A continuación, se procede a definir los dos materiales que compondrán el laminado: Fibra de Carbono. A dicho material se le asignará propiedades ortotrópicas, así como “Card Image PCOMPP”, que ayudarán a unir el composite con el componente en consideración.

La naturaleza ortotrópica del material se introduce seleccionando “Card Image: MAT8”

Las propiedades de la Fibra de Carbono son las siguientes:

E1	69,4 GPa
E2	3,5 GPa
NU12	0,02068
G12	1,9 GPa
RHO	1300 kg/m ³

Tabla 1. Propiedades de la fibra de carbono.


Solver Keyword	MAT8
Name	CCF_PA
ID	1
Color	
Include	[Master Model]
Defined	<input checked="" type="checkbox"/>
Card Image	MAT8
User Comments	Do Not Export
E1	69400.0
E2	3500.0
NU12	0.02068
G12	1900.0
G1Z	
G2Z	
RHO	1.3e-09

Figura 35. Definición del material de fibra de carbono.

Atendiendo a estos datos, la masa inicial de la placa es de 0,14 kg.

A continuación, se crea una nueva propiedad. Para definir la estructura laminar se utiliza “Card Image: PCOMPP”, tal y como se muestra a continuación:


Solver Keyword	PCOMPP
Name	property1
ID	1
Color	
Include	[Master Model]
Defined	<input checked="" type="checkbox"/>
Card Image	PCOMPP
Material	<Unspecified>
User Comments	Hide In Menu/Export
Z0 OPTIONS	REAL
Z0	0.0

Figura 36. Definición de la propiedad para unir las capas o “plies”.

Una vez definidos los materiales y la propiedad, se procede a definir las diferentes capas o “plies” y sus orientaciones. El laminado está compuesto por 4 capas, con una definición y orientaciones tal y como se muestra en la Figura 37.

PLY	ORIENTACIÓN
Ply 1	0
Ply 2	45
Ply 3	-45
Ply 4	90

<ul style="list-style-type: none"> • Ply 1 <p>Name: ply1 ID: 1 Color: ■ Include: [Master Model] Card Image: PLY Thickness: 1.0 Orientation: 0.0 Result request: <input checked="" type="checkbox"/> Material: (1) CCF_PA Drape: <Unspecified> Shape: 1 Sets Ply system: <Unspecified></p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ply 3 <p>Name: ply3 ID: 3 Color: ■ Include: [Master Model] Card Image: PLY Thickness: 1.0 Orientation: -45.0 Result request: <input checked="" type="checkbox"/> Material: (1) CCF_PA Drape: <Unspecified> Shape: 1 Sets Ply system: <Unspecified></p>
<ul style="list-style-type: none"> • Ply 2 <p>Name: ply2 ID: 2 Color: ■ Include: [Master Model] Card Image: PLY Thickness: 1.0 Orientation: 45.0 Result request: <input checked="" type="checkbox"/> Material: (1) CCF_PA Drape: <Unspecified> Shape: 1 Sets Ply system: <Unspecified></p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ply 4 <p>Name: ply4 ID: 4 Color: ■ Include: [Master Model] Card Image: PLY Thickness: 1.0 Orientation: 90.0 Result request: <input checked="" type="checkbox"/> Material: (1) CCF_PA Drape: <Unspecified> Shape: 1 Sets Ply system: <Unspecified></p>

Figura 37. Definición de las capas o “plies” con su orientación.

Para proseguir, se crea el laminado, seleccionando las capas en el orden correcto, como muestra la Figura 38.

Edit Laminate

Type: Ply laminate
Name: laminate1
 Same as: laminate1
Card image: STACK
 Update color: ■
Laminate option: Smear

Define laminate:

Name	Id	Color	Material	Thickness	Orientation	IP	Result
ply1	1	■	CCF_PA	1.00000	0.0	3	yes
ply2	2	■	CCF_PA	1.00000	45.0	3	yes
ply3	3	■	CCF_PA	1.00000	-45.0	3	yes
ply4	4	■	CCF_PA	1.00000	90.0	3	yes

Figura 38. Definición del orden de las capas..

Para unir el laminado al componente placa hay que asignar la propiedad PCOMPP, creada anteriormente, como se ve en la Figura 39.



Figura 39. Definición del laminado PCOMPP.

A continuación, se muestra la visualización de las diferentes capas que conforman el laminado, así como sus orientaciones como se muestra en la Figura 40.

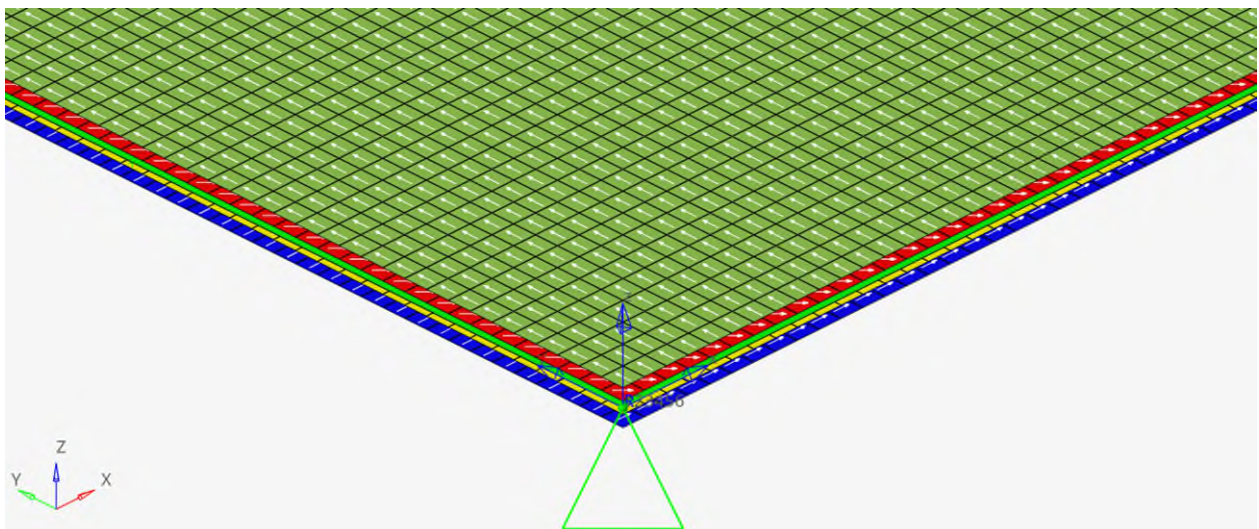


Figura 40. Visualización de las capas que componen el laminado.

2.3.2 Estado de carga

La Figura 41 define y muestra tanto las restricciones como el estado de carga. Se trata de una placa empotrada en las esquinas opuestas de una diagonal de la placa y cargada en las esquinas de la otra diagonal con cargas de la misma magnitud y orientación.

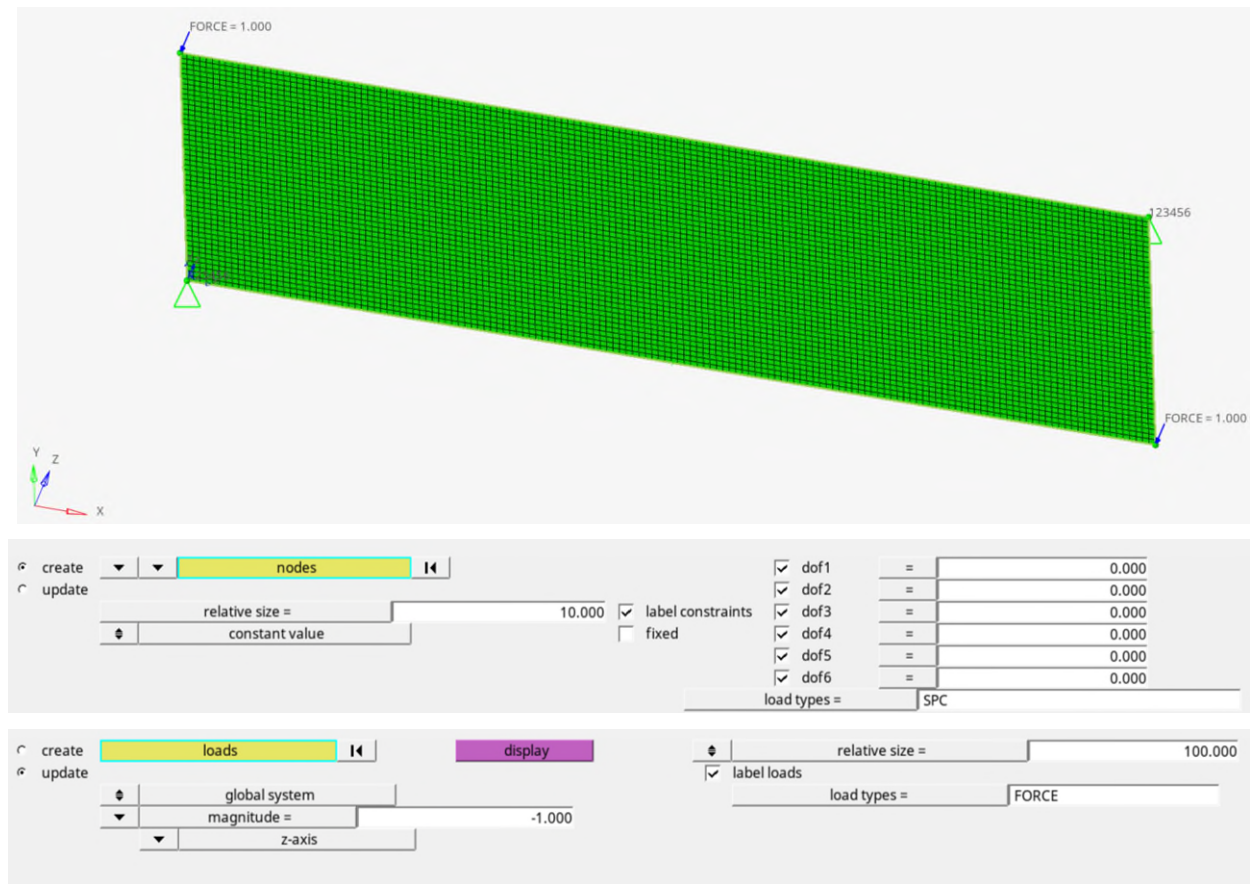


Figura 41. Visualización de las cargas y restricciones.

2.3.3 Análisis de tensión y deformación

Una vez aplicada la carga en la pieza y definidas las restricciones en ella, se procede a analizar el estado tensional de la misma.

En la siguiente figura se muestra la distribución de tensiones (VM) de la pieza ante una carga de valor unidad en sentido opuesto al eje z.

La Figura 42 muestra la deformada (en escala de colores) y el estado tensional de la pieza.

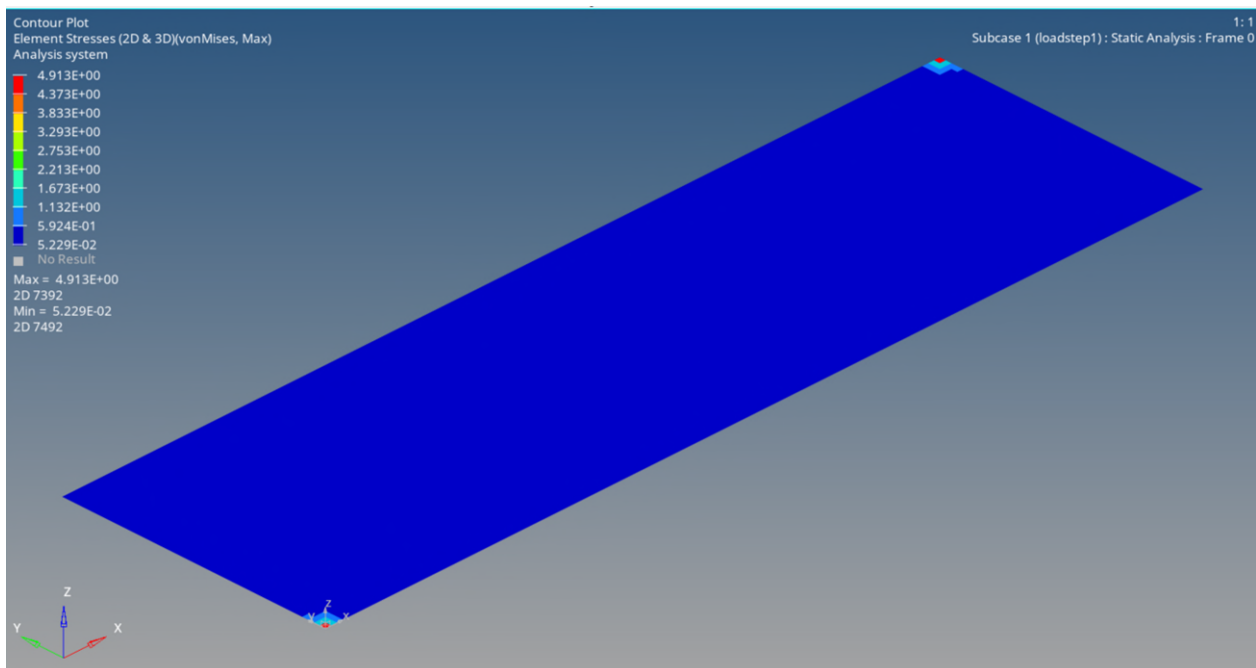
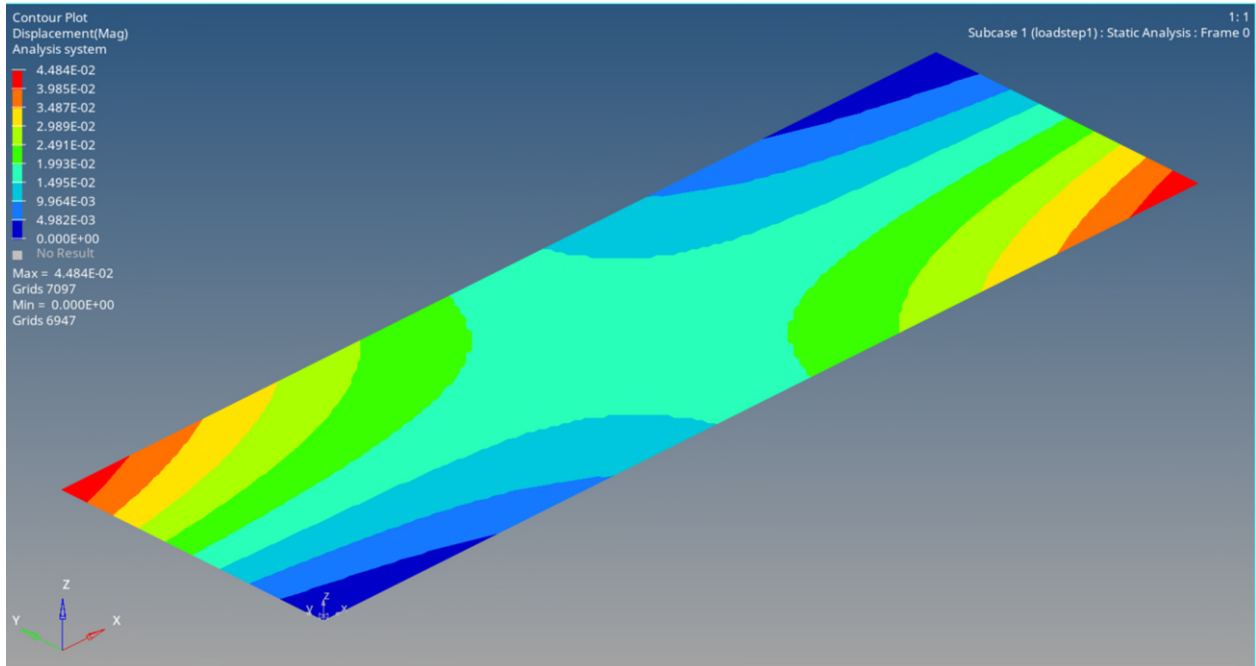


Figura 42. Visualización de las deformaciones y del estado tensional bajo cargas unitarias.

Tal y como se ha detallado anteriormente, el Módulo de Young en la dirección longitudinal de la pieza es de 69,4 GPa, mientras que el módulo de Young en la dirección transversal es de 3,5 GPa. Atendiendo al estado de cargas de la pieza, la deformada es la mostrada en la Figure 43, superpuesta a la escala de colores mostrada anteriormente.

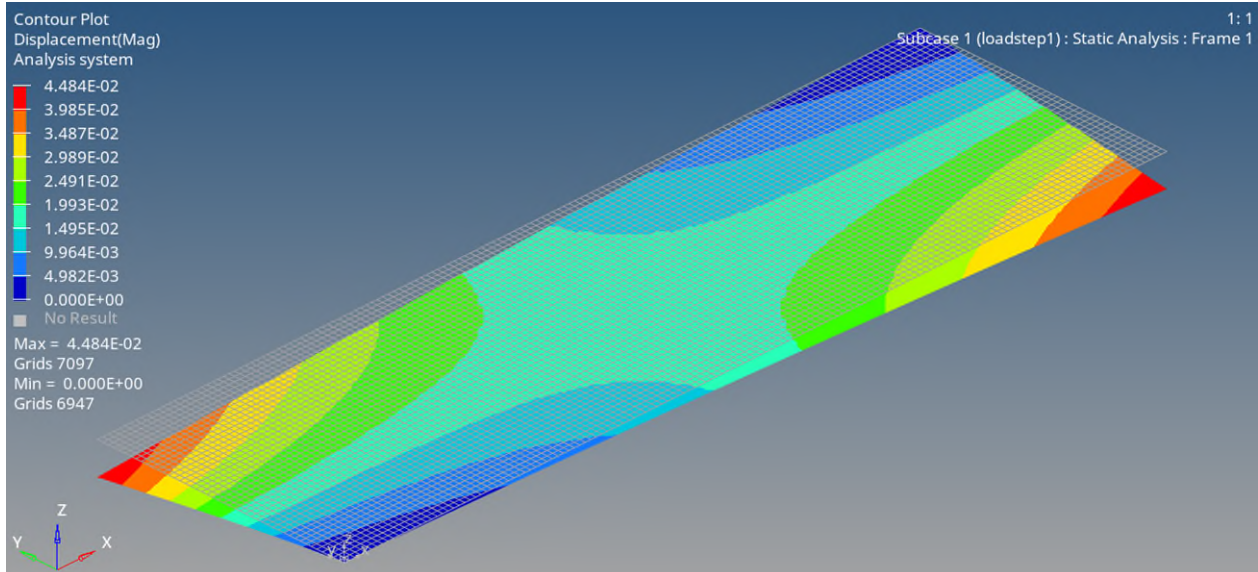


Figura 43. Visualización de la deformada.

En la Figura 43 se aprecia la deformada, y se muestra que, debido a la rigidez superior de la pieza en la dirección longitudinal, la deformación de la pieza es en forma de "U".

2.4 OPTIMIZACIÓN FREE SIZE DEL LAMINADO FORMADO POR DIFERENTES PLIES CON DIFERENTES ORIENTACIONES.

2.4.1 Qué es la optimización “free-size”

La optimización “free-size” ayuda a encontrar el grosor óptimo, las formas de capa óptimas y la secuencia de apilamiento óptima para los compuestos laminados. Previamente se deben establecer las restricciones de fabricación, como la cantidad de orientaciones de fibra, el grosor máximo de cada orientación y el grosor total del laminado, todo ello para que la pieza resultante sea fabricable, y luego generar rápidamente un diseño conceptual ideal.

La optimización “free-size” en piezas de material compuesto laminado, utiliza el concepto de supercapas para definir una distribución continua de espesor para cada orientación de fibra que cumpla con los requisitos de rendimiento de la pieza. Posteriormente, se puede ajustar los diseños mediante la optimización del tamaño o “*size optimization*” del paquete de capas. Cada paquete representa múltiples capas de la misma orientación y forma mientras considera restricciones de comportamiento detalladas, incluida la falla de la capa.

2.4.2 Proceso de optimización

Para comenzar, se define la variable de diseño “free size” y se detallan las características. Se fija el tipo a “STACK” (Pila en castellano) y se establecen las restricciones de fabricación relacionadas con el espesor del laminado. En este caso se elige como límite superior del espesor 4mm. A su vez, ya que se trata de un laminado simétrico, se selecciona el comando balance y se selecciona el plano de simetría del laminado, tal y como se muestra en la Figura 44.

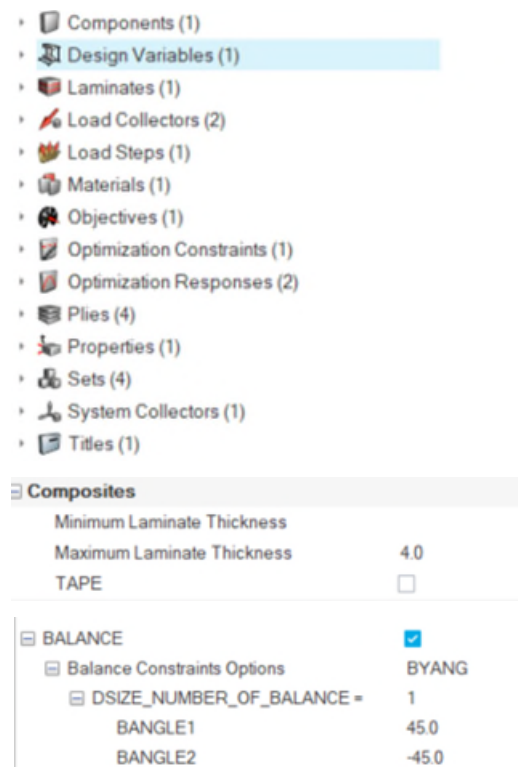


Figura 44. Definición del laminado balanceado.

Una vez definida la variable de diseño se procede a definir las respuestas de la optimización, que serán las dos siguientes:

1. Compliance (La inversa de la rigidez)
2. Fracción de volumen

Esto se muestra en la Figura 45.

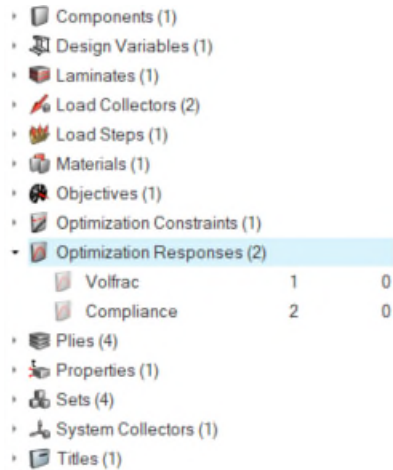


Figura 45. Definición de respuestas que se quieren visualizar en el proceso de optimización.

El objetivo de la optimización será aumentar lo máximo posible la rigidez, o lo que es lo mismo, minimizar la compliance. Esto se plasma en el árbol del programa de la forma que muestra la Figura 46.

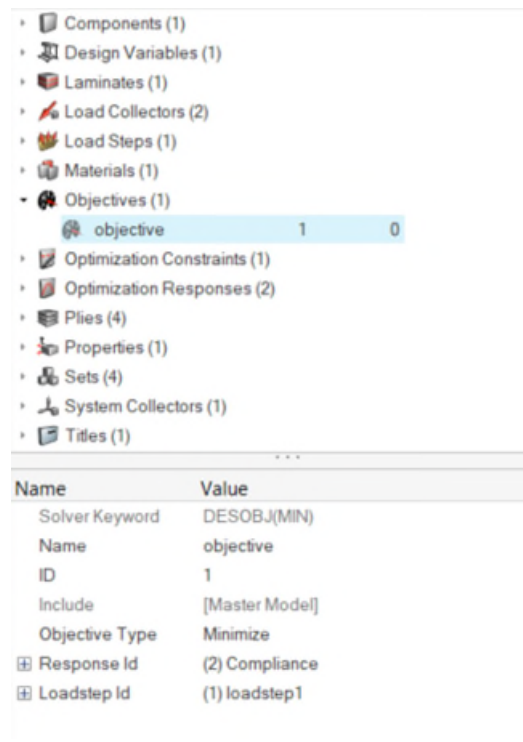
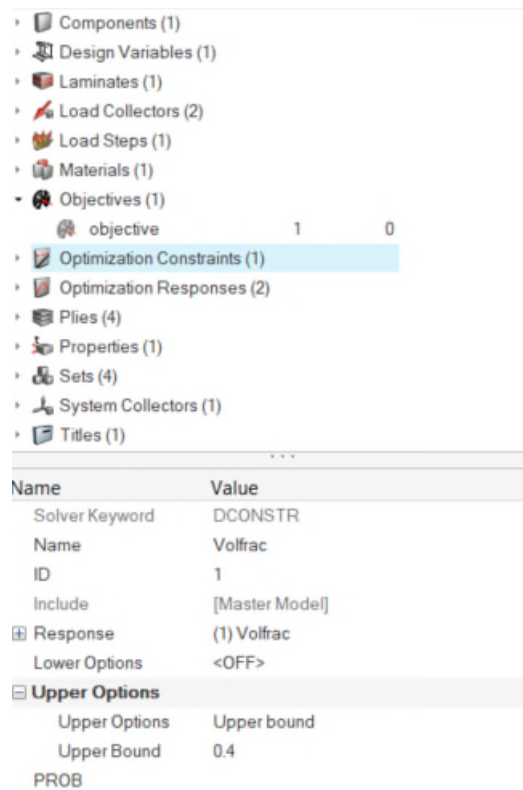


Figura 46. Definición de la función objetivo a optimizar.

Antes de llevar a cabo la optimización, es necesario definir una restricción de optimización. En este caso se han realizado análisis con distintos límites superiores para la fracción de volumen entre 0.2 y 0.6.

La figura 47 muestra los datos de entrada para un análisis con la restricción de un límite superior de la fracción de volumen de valor 0.4.



Name	Value
Solver Keyword	DCONSTR
Name	Volfrac
ID	1
Include	[Master Model]
Response	(1) Volfrac
Lower Options	<OFF>
Upper Options	
Upper Options	Upper bound
Upper Bound	0.4
PROB	

Figura 47. Definición de la restricción del límite máximo de la Fracción de Volumen.

2.4.3 Resultado de la optimización

Las Figuras 48 y 49 muestran los resultados, así como la evolución de las iteraciones para un límite superior de fracción de volumen de 0,2, 0,4, 0,5 y 0,6

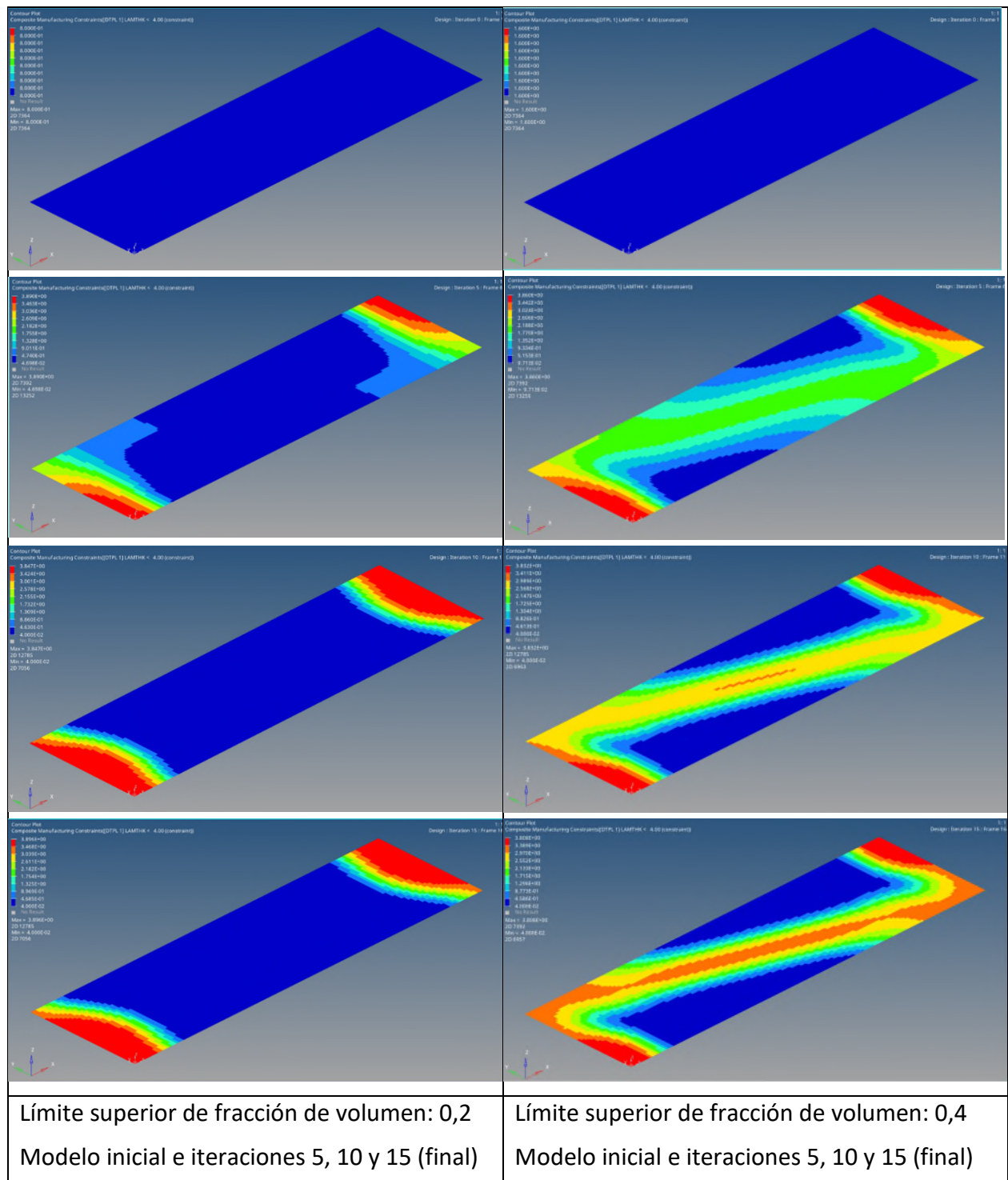


Figura 48. Evolución del proceso de optimización (inicial e iteraciones 5 y 10) y resultado (Iteración 15), para un límite superior de fracción de volumen de 0,2 y de 0,4.

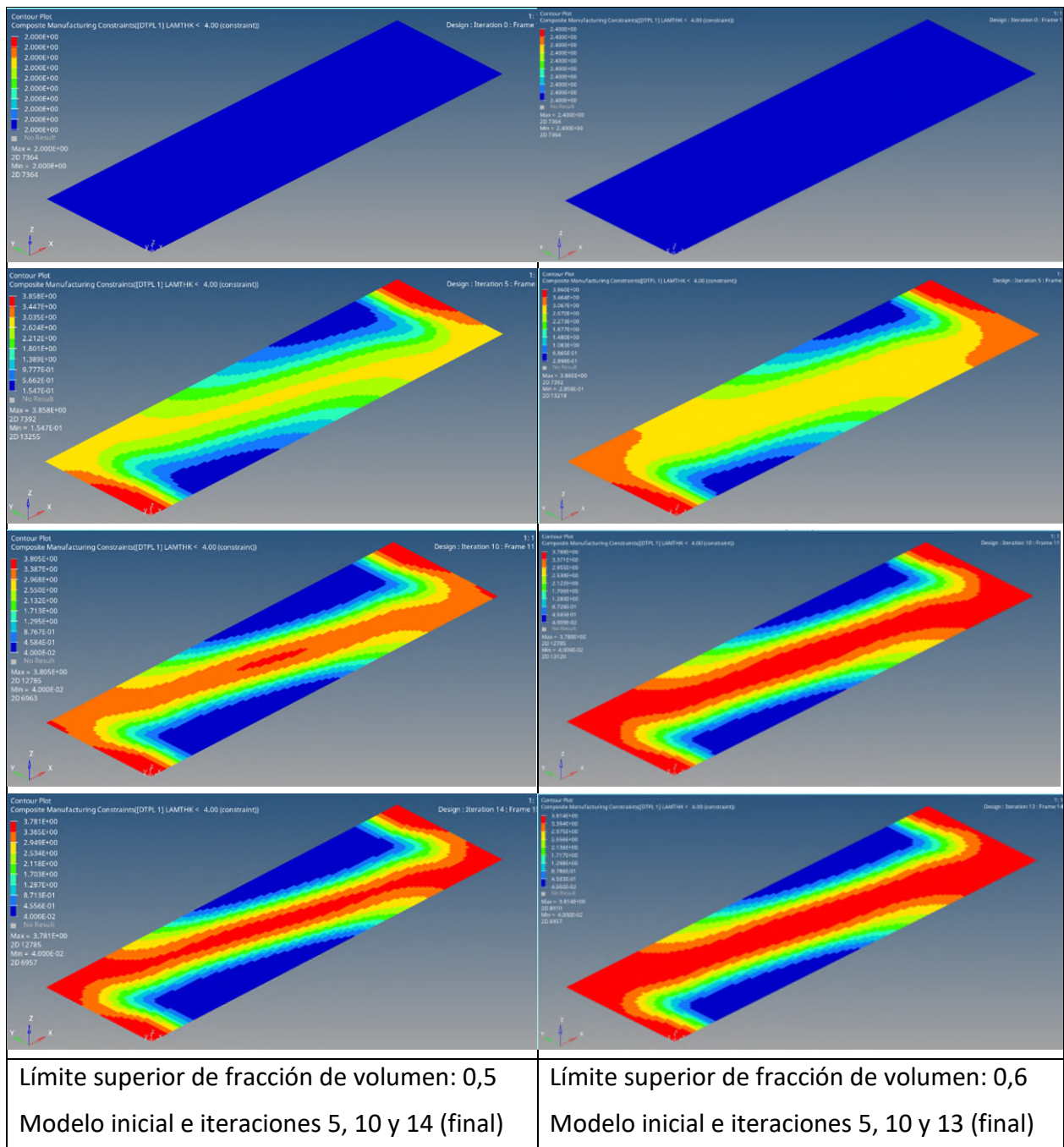


Figura 49. Evolución del proceso de optimización (inicial e iteraciones 5 y 10) y resultado (Iteración 14 y 13 respectivamente), para un límite superior de fracción de volumen de 0,5 y de 0,6.

A la vista de los resultados se ha considerado que una restricción de límite superior de fracción de volumen entre 0.5 y 0.6 es más adecuada. A su vez, y para estos últimos resultados, se muestra en la Figura 50 como varía en cada capa el espesor en función del elemento.

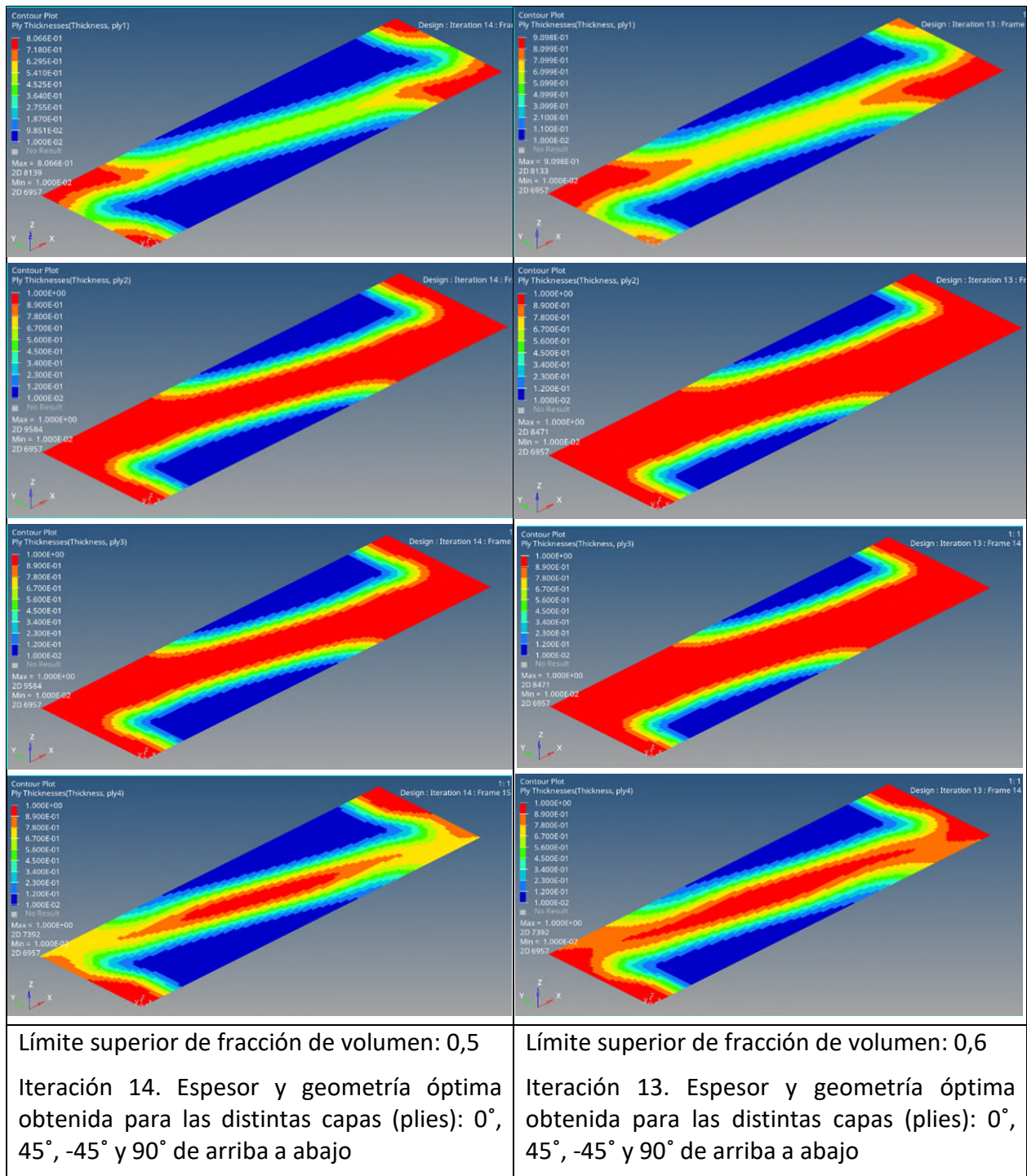


Figura 50. Espesor y geometría resultante en cada capa (Iteración 14 y 13 respectivamente), para un límite superior de fracción de volumen de 0,5 y de 0,6

Tal y como se muestra en los gráficos anteriores los espesores en la capa de 45° y -45° varían de la misma forma, esto se debe a la simetría del laminado.

Los resultados de deformación y tensión de la pieza optimizada se muestran en las siguientes figuras. En la Figura 51 se muestra las deformaciones.

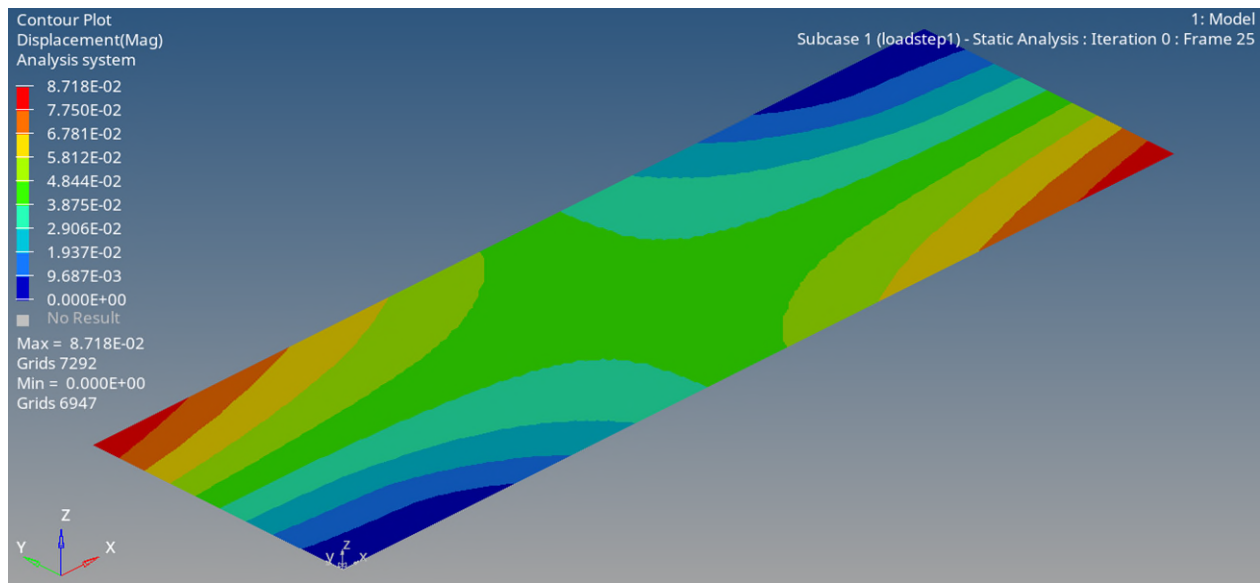


Figura 51. Desplazamientos en la pieza optimizada mediante Free Size.

Se puede observar cómo los desplazamientos son ligeramente más elevados debido a la menor cantidad de material que tiene la pieza tras la optimización. En cuanto a las tensiones, la distribución según el criterio de Von Mises se muestra en la Figura 52.

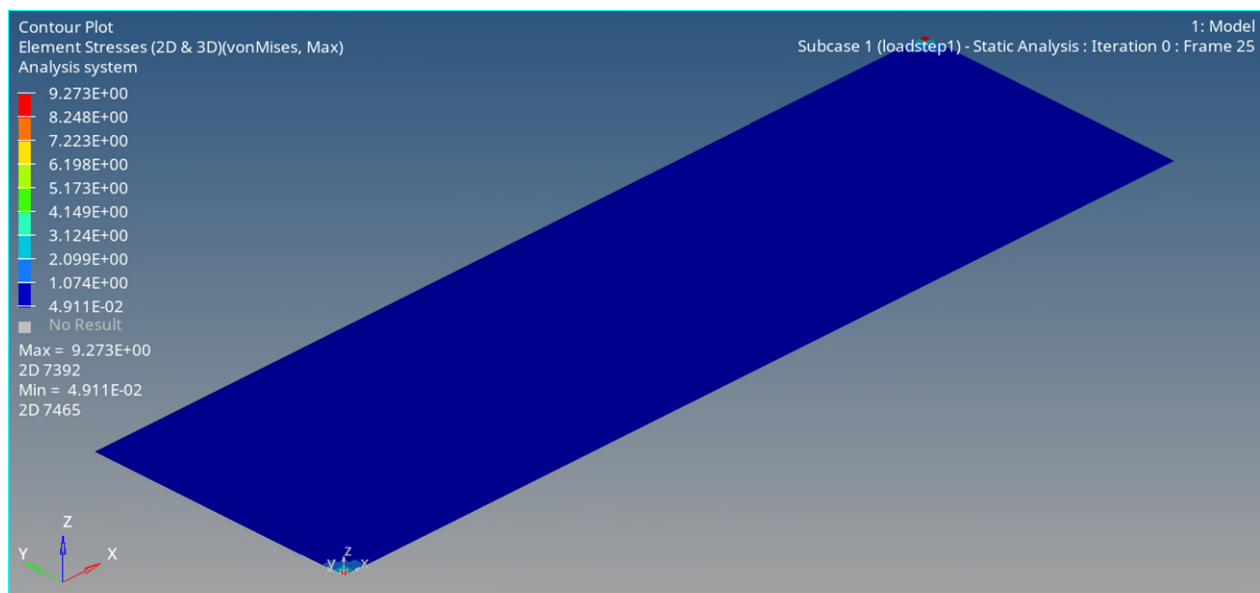


Figura 52. Tensiones de Von Mises en la pieza optimizada mediante Free Size.

Por otro lado, tras haber conseguido la forma óptima de las distintas capas de cada ply de la placa se obtiene una masa de 0,07 kg, lo que supone un 50% menos de material.

2.5 PLY BUNDLE SIZE OPTIMIZATION

Este último paso tiene como objetivo refinar el resultado obtenido anteriormente. Esto se consigue mediante el llamado “Ply Bundle Size optimization”. Las plies obtenidas del Free Size Optimization no son fabricables, es por eso, que se pueden organizar diferentes plies de la misma disposición en los llamados “ply bundles”. De esta forma, el espesor de estos ply bundles se ajustará de forma discreta.

En la Figura 53 se observa cual es el proceso que se sigue desde el Free Size Optimization hasta el resultado final.

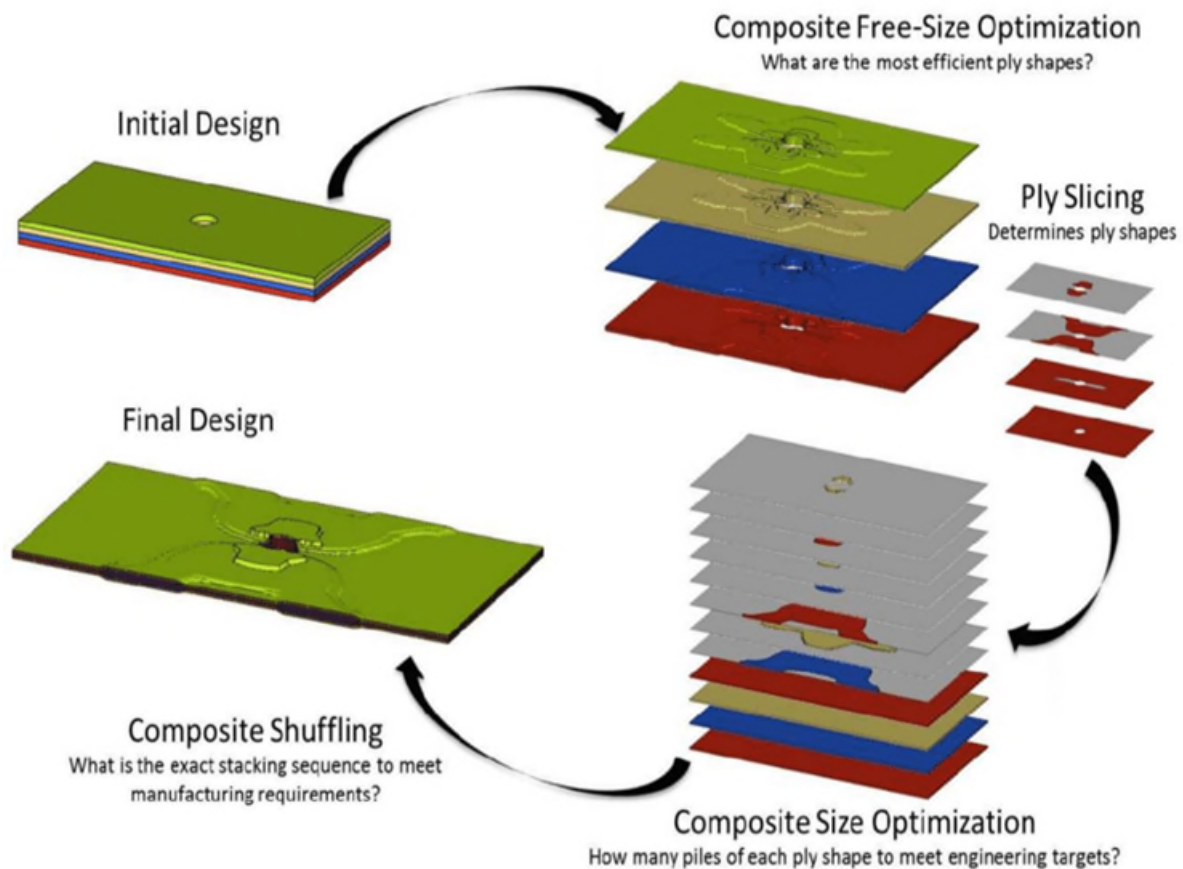


Figura 53. Ciclo de optimización. Visualización de los ply bundles (Altair).

Otro ejemplo de “ply bundles” es el que se muestra en la Figura 54. En esta etapa, cada lámina del composite es dividida por el programa automáticamente en 4 capas. Estas capas, que son ahora de espesor constante, tendrán una forma concreta, de forma que la composición final del composite se asemeje a la obtenida tras la optimización Free Size.

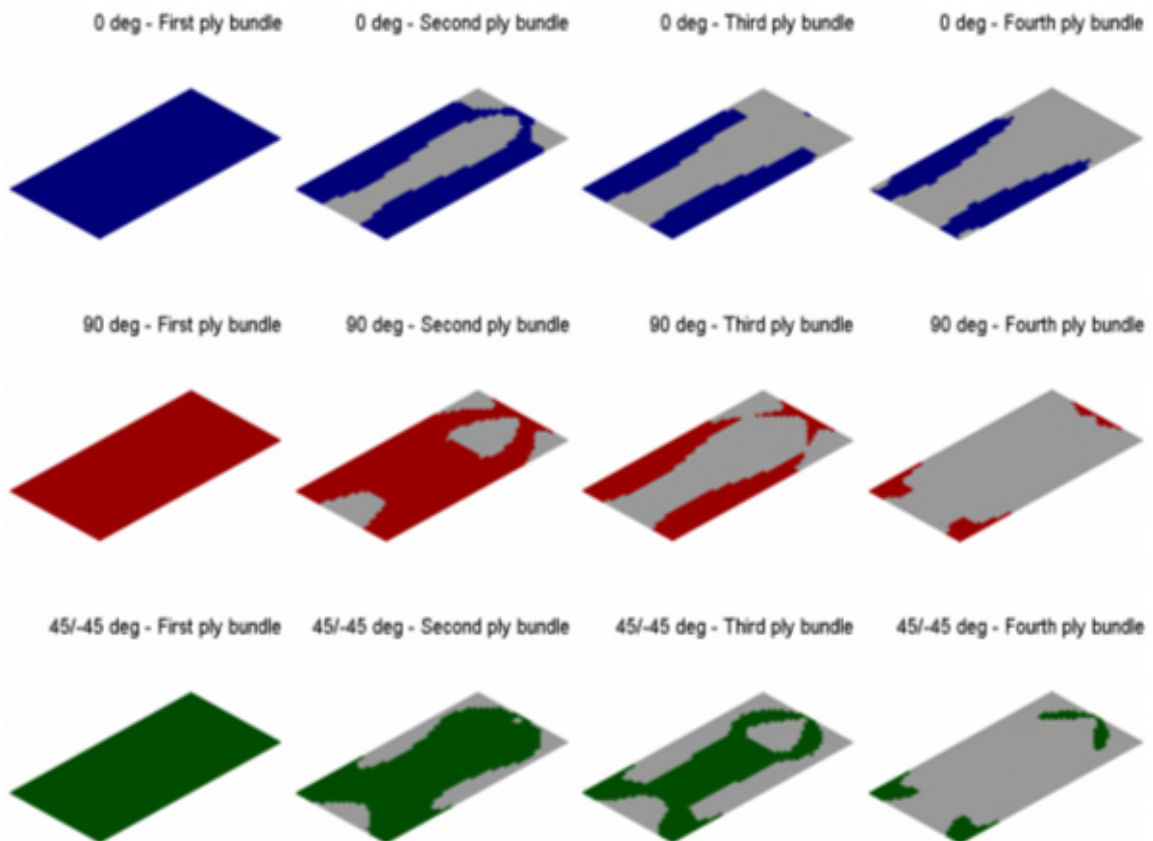


Figura 54. Ejemplo de distribución de ply bundles.

En esta etapa del diseño, se establece como restricción que la masa de la pieza sea ligeramente inferior a la obtenida tras la optimización Free Size. En este caso, se ha establecido como límite superior de la masa 0,05 kg, lo que supone un 64% de ahorro de material.

Para el caso concreto de la placa en cuestión, cada lamina en una orientación se divide en 4 sublaminas, como las presentadas en el ejemplo de la Figura 54, de forma que cada una de ellas tendrá un espesor de 0,25 mm. Mediante la superposición de dichas sublaminas, las cuales son de espesores discretos y formas diversas, se consigue obtener la placa optimizada y fabricable.

A continuación, se muestra cómo varía la forma de cada sublamina de espesor 0,25 mm en cada una de las orientaciones tras el "Ply Bundle Size optimization".

En la Figura 55 se muestra lo comentado anteriormente. Cada lámina está formada por 4 sublaminas, cada una de espesor 0,25 mm, la superposición de las 16 sublaminas que componen la pieza, ordenándolas adecuadamente, dará como resultado una placa de material compuesto optimizada y fabricable. La relación entre los colores y los espesores de cada lámina es la siguiente:

Azul	0,25 mm
Verde	0,5 mm
Amarillo	0,75 mm
Rojo	1 mm

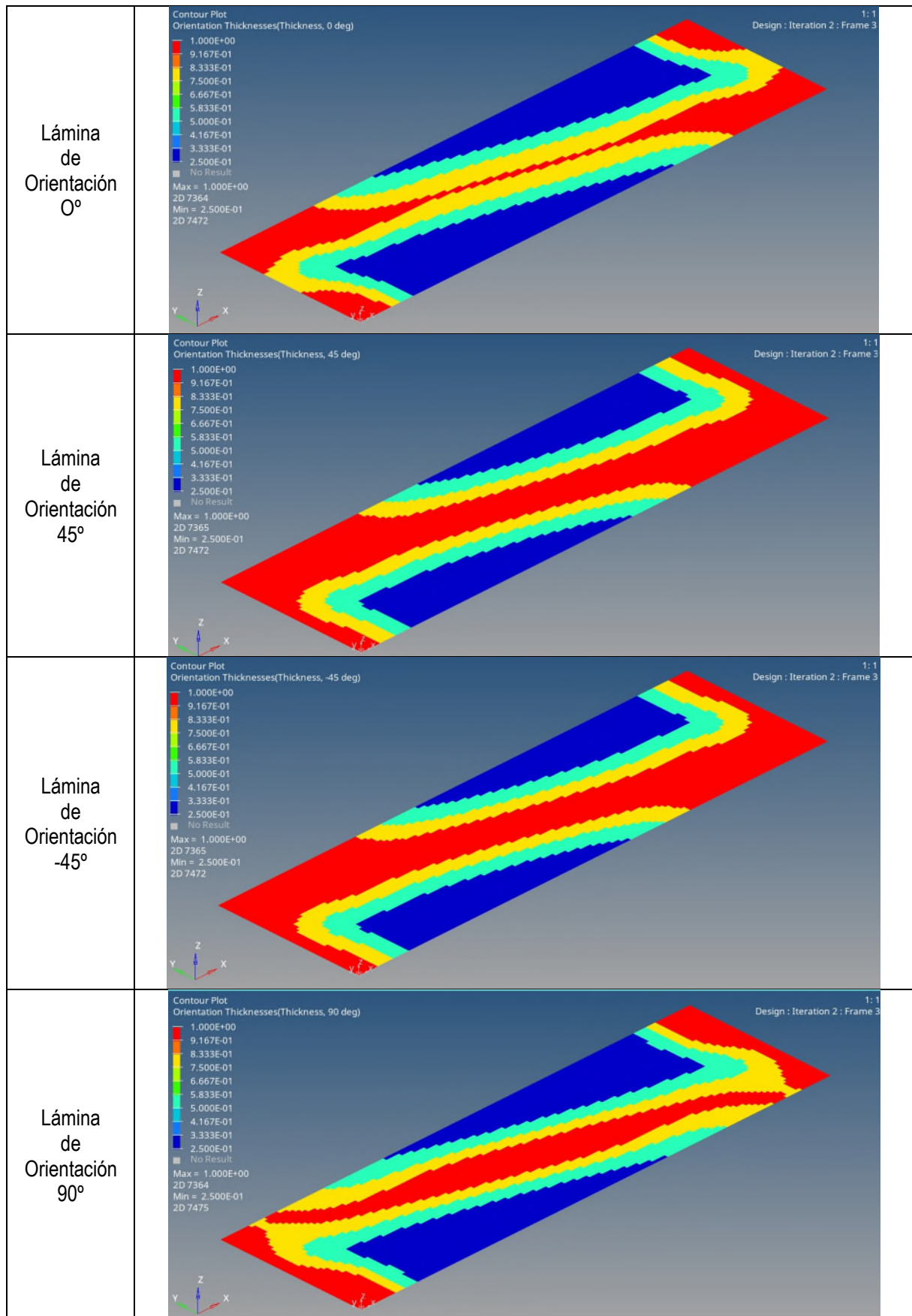


Figura 55. Forma de cada sublámina (espesores discretos) para cada lámina. Cada lámina con una orientación y cuatro sub-láminas.

Por último, se puede visualizar en las Figuras 57 y 58 los desplazamientos y tensiones de la pieza tras la "Ply Bundle Size Optimization".

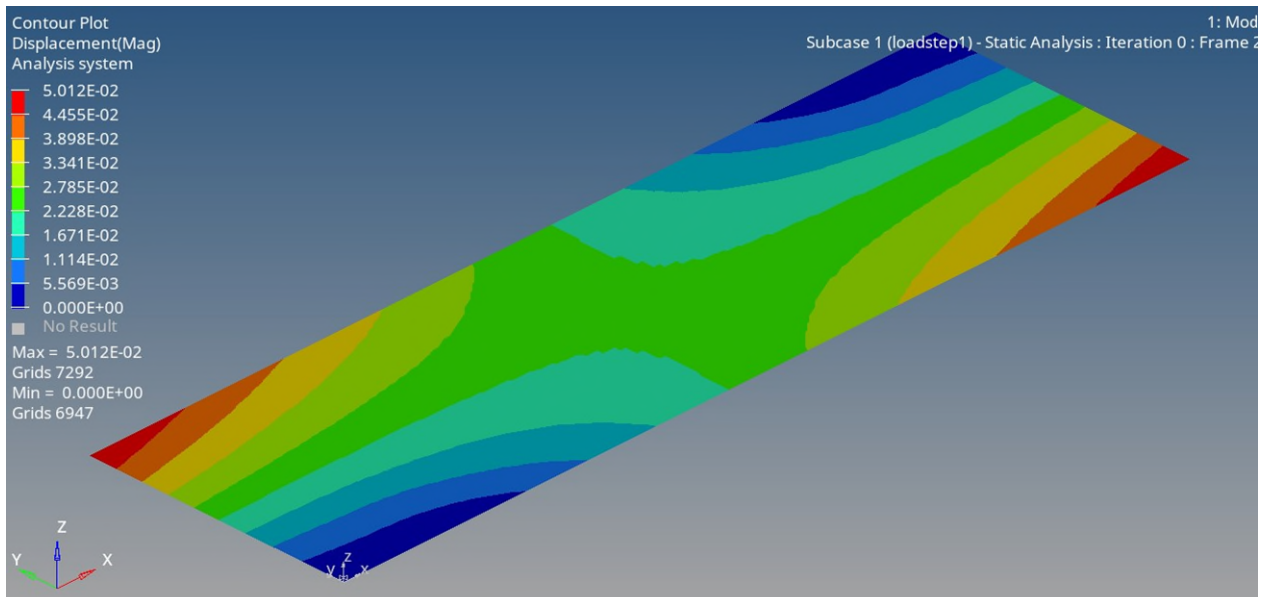


Figura 56. Desplazamiento de la pieza optimizada mediante "Ply Bundle Size optimization"

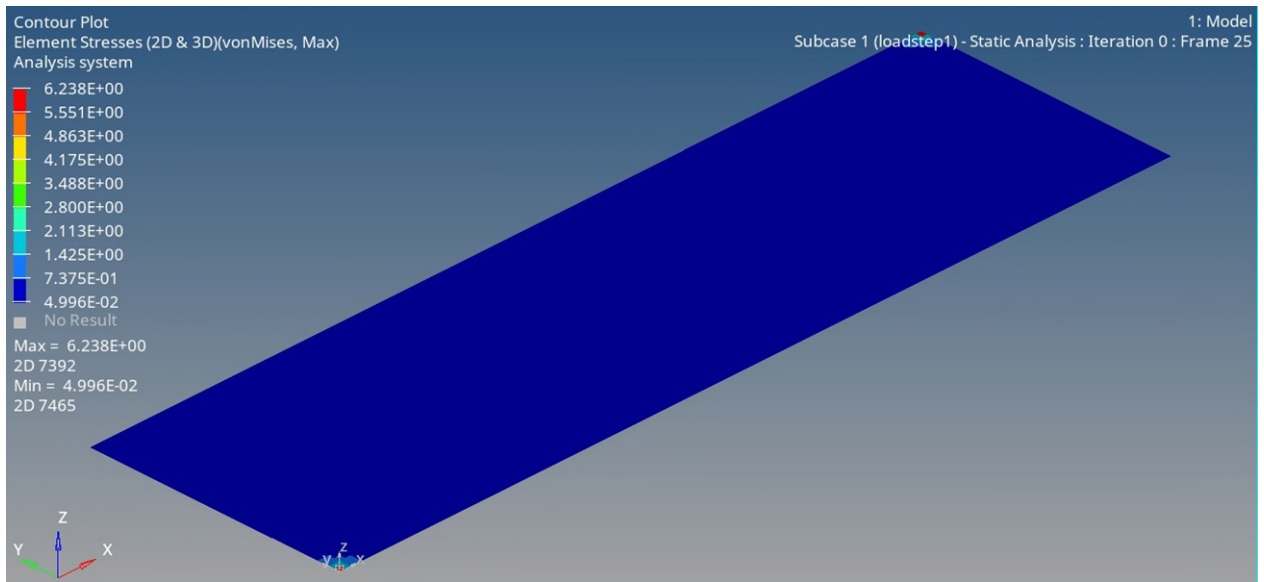


Figura 57. Tensiones de Von Mises de la pieza optimizada mediante "Ply Bundle Size optimization"

Se puede ver cómo estos resultados son similares a los obtenidos en la etapa anterior.

En la Figura 59 se muestra la comparación de desplazamientos máximos y masa de la pieza para cada paso del proceso de optimización.

Estado del proceso de optimización	Desplazamiento máximo	Masa	Ahorro
Placa Inicial sin optimizar	0,044 mm	0,14 kg	--
Placa tras Free Size Optimization	0,087 mm	0,07 kg	50%
Placa tras Ply Bundle Size Optimization	0,050 mm	0,05 kg	64%

Tabla 2. Comparación de desplazamientos máximos, masa de la placa y ahorro de material alcanzado.

Finalmente, antes de su fabricación por encintado de 0,25 mm, habrá que ordenar la pila completa de sublaminas teniendo en cuenta la simetría, de forma que se distribuyan desde el centro hacia el exterior, de mayor a menor tamaño para que se pueda fabricar.

3 PLANIFICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DEL TRABAJO. DIAGRAMA DE GANTT

3.1 HITOS

Para la realización de las actividades necesarias para la redacción, entrega y defensa del TFM se realizó una planificación que incluía los siguientes hitos:

- H.1 Primera reunión con tutor: Definición de Alcance.
- H.2 Segunda reunión con tutor: Estructura a Optimizar.
- H.3 Tercera reunión con tutor: Presentación Resultados Optimización.
- H.4 Reunión de revisión del trabajo TFM con tutor.
- H.5 Edición del TFM.
- H.6 Matrícula del TFM.
- H.7 Solicitud de Defensa del TFM.
- H.8 Entrega del TGF.
- H.9 Defensa del TFM.
- H.10 Evaluación de TFM y Máster.

3.2 TAREAS

Las actividades necesarias para la redacción, entrega y defensa del TFM se relacionaron con los hitos definidos en el apartado anterior, y se organizaron en tareas que se incluyeron en la planificación. Dichas tareas básicas, algunas agrupadas en otras que las engloban, son:

- T.1 Recopilación y organización de la información (geometría, materiales,).
- T.2.1 Optimización Topológica Estructural
- T.2.2 Materiales compuestos laminares
- T.2.3 Modulo de software de optimización
- T.2.4 Definición de laminados
- T.3.1 Definición de condiciones de contorno y restricciones.
- T.3.2 Generación de modelos: isótropo y anisótropo.
- T.3.3 Fase de Optimización (Optistruct®) con depuración del modelo.
- T.3.4 Análisis MEF
- T.4.1 Redacción de contexto, alcance y objetivos.
- T.4.2 Redacción del estado del arte: Optimización Topológica.
- T.4.3 Redacción del estado del arte: Materiales compuestos laminares.
- T.4.4 Redacción de la metodología y planificación.

- T.5.1 Redacción del informe del diseño y análisis del elemento optimizado.
- T.5.2 Redacción de la comparación con el diseño no optimizado.
- T.5.3 Introducción en el texto de la bibliografía y las referencias
- T.5.4 Preparación del presupuesto
- T.6.1 Implementación de correcciones.
- T.6.2 Revisión de las referencias en el texto.
- T.6.3 Implementación de formato.
- T.6.4 Implementación de últimos retoques.
- T.7.1 Preparación de la presentación del TFM.
- T.7.2 Preparación de la defensa oral del TFM.

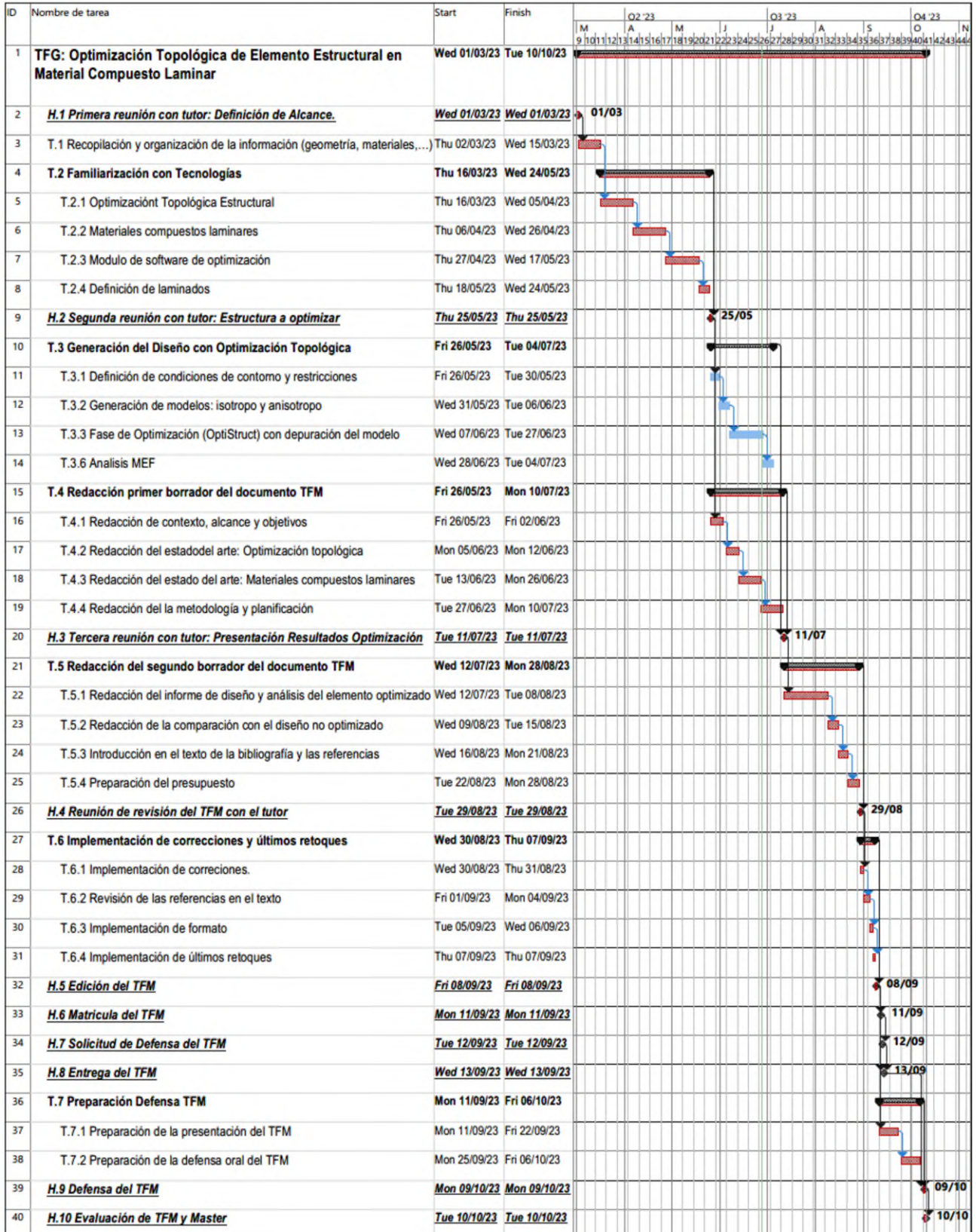
3.3 CAMINO CRÍTICO

Una de las principales finalidades de la realización de planificaciones es la identificación de las tareas críticas. Las tareas críticas son aquellas cuyo retraso implica un retraso en el proyecto completo. En este caso, atendiendo al diagrama Gantt presentado a continuación, las tareas críticas son las siguientes:

- T.2.2 Materiales compuestos laminares
- T.2.3 Modulo de software de optimización
- T.2.4 Definición de laminados
- T.4.1 Redacción de contexto, alcance y objetivos.
- T.4.2 Redacción del estado del arte: Optimización Topológica.
- T.4.3 Redacción del estado del arte: Materiales compuestos laminares.
- T.4.4 Redacción de la metodología y planificación.
- T.5.1 Redacción del informe del diseño y análisis del elemento optimizado.
- T.5.2 Redacción de la comparación con el diseño no optimizado.
- T.5.3 Introducción en el texto de la bibliografía y las referencias
- T.5.4 Preparación del presupuesto
- T.6.1 Implementación de correcciones.
- T.6.2 Revisión de las referencias en el texto.
- T.6.3 Implementación de formato.
- T.6.4 Implementación de últimos retoques.
- T.7.1 Preparación de la presentación del TFM.
- T.7.2 Preparación de la defensa oral del TFM.

3.4 DIAGRAMA DE GANTT

El siguiente diagrama de Gantt muestra la planificación de las actividades realizadas en el Trabajo Fin de Master (TFM), incluyendo los hitos y las tareas identificadas en los apartados anteriores.



ASPECTOS ECONÓMICOS

1 PRESUPUESTO

CONCEPTO	Coste Unitario [€/h]	Vida [h]	Nº Unidades	Coste Total [€]	TOTAL PARTIDA [€]
HORAS PERSONAL					21.800,00
Ingeniero	40 €/h		440 h	17.600,00	
Tutor de TFM	70 €/h		60h	4.200,00	
AMORTIZACIONES					263,69
H/W: Ordenador portátil	900 €	6.000 h	420 h	63,00	
SW: Windows 7®	135 €	6.000 h	420 h	9,45	
SW: Microsoft Office 2019®	149 €	6.000 h	210 h	5,22	
SW: Adobe Acrobat®	189 €	2.000 h	32 h	3,02	
SW: Solid Edge®	900 €	1.800 h	60 h	30,00	
SW: Optistruct® (HyperWorks®)	2.295 €	1.800 h	120 h	153,00	
GASTOS					143,00
Bases de datos especializadas	10 €/h		1 h	10,00	
Fabricación aditiva piezas 3D	4 €/h		16 h	64,00	
Impresión	0,25 €/hoja		220 hojas	55,00	
Papel	4 €/paquete		1 paquete	4,00	
Consumibles (material oficina)	10 €/juego		1 juego	10,00	
SUBCONTRATACIONES					0,00
No hay					

SUBTOTAL 1. COSTES DIRECTOS	22.206,69
Costes indirectos (10%)	2.220,67
SUBTOTAL 2. COSTES TOTALES	24.427,36
Imprevistos (5%)	1.221,27
TOTAL, PROYECTO TFM (IVA no incluido)	25.648,73

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha mostrado una metodología de utilización de la optimización topológica para diseñar elementos estructurales fabricados en material compuesto laminado. Los diseños obtenidos son estructuras mecánicamente, físicamente y desde el punto de vista medioambiental más eficientes, dado que utiliza el material mínimo, colocando material solamente allí donde se necesita. Se ha explicado también cómo para obtener un diseño optimizado es necesaria la colaboración entre el saber hacer de los ingenieros y la potencia de cálculo de los ordenadores. La optimización topológica comienza con la definición de un espacio de diseño o un volumen. A partir de este, el algoritmo utilizado en la optimización elimina las partes de este volumen que no son necesarias hasta que la fracción volumétrica sea la óptima. El volumen se elimina en base a las cargas aplicadas y las condiciones o restricciones a cumplir.

Estas técnicas de diseño han ido evolucionando durante las últimas décadas. No obstante, no ha sido hasta que se han desarrollado las técnicas de fabricación no sustractivas cuando han empezado a adquirir importancia. Esto se debe a que debido a la geometría compleja que se obtiene tras la optimización, la materialización de esta sólo es posible mediante métodos aditivos.

En conclusión, se ha definido un proceso de optimización topológica para elementos estructurales de material compuesto laminado fabricados con técnicas de moldeo con cintas unidireccionales. El diseño resultante proporciona las siguientes características:

- 1- Se obtienen elementos estructurales más ligeros.
- 2- Se obtienen componentes estructurales adaptados a las necesidades específicas de la utilización que se defina.
- 3- Se alcanzan una rigidez y características mecánicas más altas que en elementos estructurales diseñados para ser fabricados por procesos sustractivos.
- 4- Se obtienen menos recortes y desperdicios de material, aportándolo, solamente allí donde se necesita.
- 5- El proceso de diseño en combinación con el proceso de fabricación definido es más respetuoso con el medio ambiente, generando una huella de CO2 menor.
- 6- Se reduce el ciclo de diseño normal de una pieza de estas características, abaratándolo sustancialmente.

El proceso descrito en este trabajo tiene un futuro prometedor para la definición de elementos estructurales donde se requieran una prestaciones mecánicas adaptadas al caso de carga para la que se dimensionan (los materiales compuestos laminados son especialmente adecuados para tal objetivo) utilizando el mínimo material necesario, con el mínimo residuo posible, es decir, donde se requiera el mínimo peso posible y mantenimiento (en la industria aeronáutica, industria aeroespacial, industria de automoción, ...). Supone, por tanto, una innovación importante, aportando además un mayor respeto con el medio ambiente dado que minimiza el material necesario, los residuos y reduce la huella de carbono originada en el proceso.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ELKARTEK (2022). *Memoria Técnica del Proyecto: Procesos de fabricación sostenibles e inteligentes de composites termoplásticos de nueva generación*. ZE-KONP; Proyectos de investigación Fundamental Colaborativa.
- [2] Garaigordobil, A. (2018) *Desarrollo de un procedimiento integrado de optimización de topología con restricciones de "overhang" para fabricación aditiva*. Tesis Doctoral.
- [3] Niu, M.C.Y. (1995). *Composite airframe structures. Practical design information and data*. Conmilit press Ltd, Textbook.
- [4] Matthews, F.L., Rawlings, R.D., (1999). *Composite materials: Engineering and Science*. Woodhead publishing limited, Textbook.
- [5] Kuhn, H.W., Tucker, A.W. (1951). *Nonlinear programming*. Proceedings of 2nd Berkeley Symposium. Berkeley: University of California Press.
- [6] Bendsoe, M.P., Kikuchi, N. (1988). *Topology and generalized layout optimization of elastic structures*. In: Bendsoe, M.P., Mota Soares, C.A. (eds) *Topology design of structures*, pp. 159-205. Dordrecht: Kluwer.
- [7] Bendsoe, M.P., Philip, M., Sigmund, O. (2003). *Topology Optimization. Theory, Methods, and Applications*. Springer.
- [8] Sigmund, O., Oetersson, J. (1998). Numérical instabilities in ntopology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. *Structural Optimization* 16, pg 68-75. Springer-Verlag.
- [9] Querin, O.M., Steven, G.P., Xie, Y.M. (1998). *Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm*. Engineering Computations.
- [10] Xie, Y.M., Steven, G.P. (1997). *Evolutionary Structural Optimization*. Springer-Verlag.
- [11] Rozvany, G., Querin, O., Logo, J. (2004). *Sequential Element Rejection and Admission (SERA) Method: Application to Multiconstraint Problems*. 10th AIAA7ISSMA Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference.
- [12] Victoria, M., Martí, P., Querin O.M. (2008). *Topology design of two-dimensional continuum structures using isolines*. Computers & Structures.
- [13] Stolpe, M., Svanberg, K. (2001). *An alternative interpolation scheme for minimum compliance optimization*. Structural and Multidisciplinary Optimization.
- [14] Quintela, A. (2018). *Prueba la optimización topológica siguiendo estos pasos*. Tutoriales Simulación; Easyworks.
- [15] Requirements & Standard Division, (2011). *ECSS-E-HB-32-20 Structural materials handbook*. ECSS Secretariat, ESA-ESTEC.
- [16] Altair, (2021). *Introduction to Práctical Aspects of Composites with Altair OptiStruct™*. Altair engineering Inc.
- [17] Agarwal, B.D., Broutman, L.J., Chandrashekhar, K.,(2006), *Analysis and performance of fiber composites*, Third edition, John Wiley & Sons, Inc.

- [18] Hull, D., Clyne, T.W., (1996), *An introduction to composite materials*, Cambridge University Press.
- [19] Liu, J., Gayno, A.T., Chen, S., Kang, Z., Suresh, K., Takezawa, A., Li, L., Kato, J., Tang, J., Wang, C.C.L., Cheng, L., Liang, X., To, A.C., (2018). *Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing*. Structural and Multidisciplinary Optimization.
- [20] Sigmund, O. (2001). *Topology Optimization. State-of-the-art and Future Perspectives*. DTU Mekanik, Institute for Mekanisk Teknologi.
- [21] Leon, JX.; Cárdenas, L.J. (2017). *Optimización topológica estructural aplicada en ingeniería mecánica*. II Congreso Internacional y V Nacional de Ingeniería Electromecánica.
- [22] Koga, J.; Koga, J.; Homma, S. (2013). *Checkerboard Problem to Topology Optimization of Continuum Structure*. Computational Engineering, Finance, and Science.
- [23] Bendsoe, M.P.; Kikuchi, N. (1998). *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.