Ekonomia eta enpresa fakultatea

Ekonomia gradua

2023/2024 ikasturtea

Gradu Amaierako Lana

Europako herrialdeen finantza-arriskuaren neurketa denboran zehar

Autorea: Naiara Prado Martin

Zuzendaria: Jone Ascorbebeitia Bilbatua

Aurkibidea

Grafikoak

Taulak

Abstract

In this study, we analyze the financial risk of European stock indexes, focusing on Value at Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES). We highlight the limitations of static risk measures when estimating the risk of variables that change over time. Using historical data from European indices between 2008 and 2023, we implement a moving window methodology to dynamically estimate risk, revealing significant discrepancies between static and dynamic measures. Our findings demonstrate that static models often underestimate risk during financial crises, while dynamic models provide a more accurate representation of potential losses, emphasizing the importance of adaptive risk measurement in financial management.

Lan honetan, Europako burtsa indizeen finantza-arriskua neurtzen da, Value at Risk (VaR) eta Expected Shortfall (ES) neurriak ardatz hartuta. Arrisku-neurri estatikoek denboran zehar aldatzen diren aldagaien arriskua zenbatesteko dituzten mugak nabarmentzen dira. 2008 eta 2023 arteko Europako indizeetako datu historikoak erabiliz, leiho mugikorreko metodologia bat ezartzen da arriskua modu dinamikoan zenbatesteko, neurri estatikoen eta dinamikoen arteko desberdintasun nabarmenak agerian utziz. Aurkikuntzek erakusten dute eredu estatikoek askotan gutxietsi egiten dutela finantza-krisietako arriskua, eta eredu dinamikoek, berriz, galera potentzialen irudikapen zehatzagoa ematen dutela, finantza-kudeaketan arrisku egokituaren neurketak duen garrantzia azpimarratuz.

Hitz-gakoak: Finantza-arriskua, Value at Risk (VaR), Expected Shortfall (ES), Merkatu arriskua

1. Sarrera

Bizi garen sistema ekonomiko konplexu honetan mota askotariko merkatuak barneratzen dira, non jarduera ekonomiko desberdinak aurrera eramaten diren. Merkatu hauen funtzionamendu egokia ez dago soilik arlo ekonomikoaren mende, izan ere, beraien gorabeherak arlo sozialaren zein politikoatik datoz sarritan, horietako bat finantza-merkatua dugu. Azken hamarkadetan finantza-erakundeen eta -merkatuen arteko loturen hazkundeak gogorki handitu du finantza asaldurak hedatzeko aukera. Finantza-merkatuko perturbazioak berehala zabaldu daitezke ekonomia errealera, urteetan zehar luzatu daitezkeen eragin latzak sortuz. Hori dela eta, finantza-merkatuen arriskuaren neurketa ezinbesteko jarduna da ekonomiaren funtzionamendu egokirako.

Adibide garbia dugu 2008ko krisia. Azken hau, Estatu Batuetako etxebizitzen *subprime* maileguen finantza merkatuen perturbazioarekin hasi zen eta oso denbora gutxian finantza-merkatu askotara hedatu zen, Europako hainbat finantza-erakundeen erorketa ekarriz (Brigham eta Houston, 2018). Finantza erakunde askoren erorketa etorri zen, ez zutelako kapital nahikorik merkatuaren perturbazio negatiboek sortutako galerei aurre egiteko.

Hori dela eta, bankuen beharrezko gutxiengo kapitala erregulatzeko hainbat herrialderen arteko adostasuna lortu zen helburu hura izango zuen erakunde bat sortzeko. Testuinguru horretan sortzen da Basileako Komitea, eta, horrekin batera, Basileako erregulazioa, banku-kolapso baten probabilitatea murrizteko eta horrek ekonomian dituen eraginak lausotzeko xedea duena.

Erregulazio horren lehen bertsioa 1970eko hamarkadan garatu zen, Basilea I-eko akordioekin, eta jarraitzen dute Basilea II (2004) eta Basilea III-ko (2010) ko akordioak. Dena den, bankuen beharrezko kapitala zenbatestea ez da jardun erraza eta Basilea I-ek ezarritako kapital-baldintzak txikiegiak izan ziren aktiboen azpiko arriskuari dagokionez (Tarullo, D. K., 2017). Basilearen prozesua beharrezko kapitala kalkulatzeko sailkapen sistema baten araberakoa zen. Bankuen aktiboak arriskuaren arabera sailkatzen ziren bost kreditu-arrisku kategorietan, eta ondoren, bankuak %8ko gutxieneko kapital bermea, arrisku-haztatuagatiko aktiboengatik, izan behar zuten. Hala ere, begi bistakoa zen erregulazioaren gabeziak, hala nola kreditu-arriskua soilik kontuan hartzea (Haubrich, J.

G., 2020). Aurrerago, erregulazio markoa aldatu zen kreditu-arriskuaz bestelako arriskuak kontuan hartzeko, haatik merkatu-arriskua neurtzen hasi ziren. Merkatu-arriskuaren neurketa gauzatzeko, bankuak hasi ziren barne neurketak egiten. Basileako komitetik VaR neurria sustatu zuten merkatu-arriskuagatiko beharrezko kapitala neurtzeko oinarri gisa (Bank for International Settlements, BIS 2023).

Hala ere, 2008ko krisiak erakutsi zuen moduan, neurriak ez ziren egokiak izan eta banku-sektorea finantza-krisi gogor batean sartu zen kaudimen arazo larriekin. Gainera, erregulazioaren gabeziei gobernantza eta arriskuaren kudeaketa eskasak gehitzen zaizkio. Faktore horien konbinazioak mahaigaineratu zuen arriskuaren zenbateste okerrak ekar zezakeen arazoak ekonomiarentzat (Bank for International Settlements, BIS 2023).

Beharrezko kapital neurketa akatsdunekin batera, finantza merkatuak krisiarengatik azaleratutako arazo gehiago pairatu zituen. Horietako bat ”Too Big To Fail” (TBTF) deituriko erakunde-finantzarioen gainbehera izan zen. TBTF honela defini daiteke finantza arloari dagokionez: ekonomiarentzat funtsezkotzat jotzen diren finantza-erakundeak, orokorrean bankuak, non horien porrotak diru-eskaintza nabarmen murriztea eragingo lukeen eta jarduera ekonomikoan ondorio katastrofikoak sortu ditzakete (Hetzel, L.R., 1991). Zehazki, TBTF bankuek ondorio handiak dituzte ekonomiarengan. Alde batetik, botere politiko handia dute, eta beraz, banku-erregulazioan eragiteko gaitasun handia. Bestetik, euren garrantzia dela eta, tokiko ekonomiaren funtzionamenduan, badakite porrot egitekotan gobernuak erreskatatuko dituela. Haatik, TBTF bankuek pizgarri bat dute beste edozein egoera batean hartuko lukeena baino negozio-eredu arriskutsuago bat hartzeko. Arrisku handiagoak har ditzaketenez, ondorioak kontuan hartu gabe, finantza-arazoak izateko aukerak areagotu egiten dira (Berges et al, 2023).

Guzti hori dela eta, arrisku-finantzarioaren neurketa zehatz bat gauzatzea beharrezko jarduna bilakatzen da, konplexua dena era berean. Lan honetan auzi horri helduko diogu hainbat arrisku neurketa gauzatuz eta beraien gabezia zein abantailak mahaigaineratuz. Europako hainbat burtsa indizeen errentagarritasunak aztertuko dira denboran zehar, 2008tik 2023ra arte. Erabilikoa diren herrialdeak lanerako, Frantzia, Alemania, Espainia, Suitza, Ingalaterra eta Italia dira. Azterketa gauzatzeko oso erabiliak diren Value At Risk (VaR) eta Expected Shortfall (ES) neurriak izango dira erabiliko ditugun tresnak.

Lan honen helburua finantza-aldagaien arriskuaren neurketa bat gauzatzea da hobeto ulertzeko Europako finantza-merkatuen asaldurak urteetan zehar. Lanean zehar, adierazi nahi da arriskuaren neurketak egiteak dauzkan konplexutasunak eta nolatan horiei egoki ez heltzeak ekarri ditzakeen arazoak. Horrekin batera, denboran zehar eguneratzen den arrisku neurri baten beharra mahaigaineratu nahi da, estimazio aproposak garatzeko tresna gisa.

Bigarren atalean arriskuaren azalpena eta huraren sailkapen bat emango da nagusiki merkatu-arriskuari erreparatuz. Atal horretan VaR eta ES arrisku neurrien oinarrizko teoria jorratuko da, eta era berean arrisku neurrien koherentzia-propietateei helduko zaie. Ondoren, hirugarren atalean, erabiliko diren datuak aurkeztuko dira, hauek burtsa indizeen itxiera prezioen errentagarritasun logaritmikoak direlarik. Errentagarritasunen arriskuaren neurketa jorratuko da laugarren atalean, VaR eta ES arrisku neurriak erabiliz. Bostgarren atalean, azterketa osoan zehar mahaigaineratutako ondorioak jorratuko dira. Bibliografia seigarren atalean azalduko da eta ondoren zazpigarren atalean eranskinak daude.

2. Arriskua

Arriskuaren definizio ohikoenean, arriskua gertaera bat gauzatzeko ziurgabetasuna bezala zehazten da. Dena den, finantza arloan, arriskua galera finantzarioaren ziurgabetasuna dela ulertzen da (Outreville, 1998).

Lehen aipatu dugun moduan, bankuek kapital berme bat behar dute aurreikusten ez dituzten galerei aurre egiteko. Ustekabeko galerak jakinak dira noizean behin gertatzeko, baina, hauek sortuko dituzten ondorioen tamaina jakinezina da. Hori dela eta, kapital bermeak galera horiek izatearen arriskua xurgatu beharko luke ahal den ein handienean. Jada gertatu izan den moduan, atzeraldi ekonomiko batean, litekeena da ordaindu gabeko maileguen galerak egoera arruntetan baino handiagoak izatea. Hori dela eta, egoera ekonomiko oparoetan estimatzen diren arrisku neurriek epe luzerako gutxietsi egin ditzakete arriskua (Basel Committee, 2005). Ondorioz, finantza erakundeek faktore desberdinengatik jasaten duten arrisku desberdinak kontuan izatea beharrezko jarduna da.

Finantza-merkatuen jarduerek eragin ditzaketen galerei deritzo finantza-arriskuak. Finantza-erakundeen testuinguruan, arrisku mota garrantzitsuenetariko batzuk, kreditu-arriskua, arrisku operatiboa, eta merkatu-arrisku izan ohi dira (Hull, 2018). Era berean arriskuaren kontzeptua bi kategoria nagusietan banatu daiteke: enpresa arriskua eta enpresaz kanpoko arriskua

Finantza-merkatuan gorabeherak gertatzeko probabilitateari egiten dio erreferentzia merkatu arriskuak. Arrisku mota hau, dibertsifikazioaren bidez ezabatu ezin denez, kontuan izatea garrantzitsua da inbertitzaileentzat.

Merkatu arriskuan finantza-merkatuei sistematikoki eragiten dieten faktoreak parte hartzen dute, izan, gerra, inflazioa, atzeraldiak, edota interes-tasa altuak (Brigham eta Houston, 2018).

2.1. Arrisku neurriak

Arriskuaren kuantifikazioa gauzatzeko neurri anitz daude, bakoitzak arriskuari ikuspuntu desberdin batetik heltzen diona. Lan honetan, aktibo finantzarioen arriskuari erreparatzeko “Value at Risk” (VaR) eta “Expected Shortfall” (ES) neurriak erabiliko ditugu.

2.1.1. Value At Risk

VaR neurriak aldagaiaren banaketaren kuantilei egiten dio erreferentzia. Izan bedi X aldagaia, $F(x)$ bere probabilitate banaketa eta $p \in (0,1)$ kuantila. Orduan, VaR_p neurria X-ren p-kuantila da.

$$VaR_p = x_p = inf\{x|F(x) \geq p\}$$

Ikus daitekeen bezala, VaR neurketak kuantil jakin baten zehaztapena eskatzen du, eta gero esperotako galeren estimazio puntuala ematen du. Beraz, VaR_p balioa p probabilitatearekin gerta daitekeen galera minimoa da (Olson eta Wu, 2011).

Orokorrean, VaR_p p kuantil txikietarako kalkulatzen da finantzetan, banaketaren mutur horrek suposatzen baitu arrisku egoera bat. Beraz, VaR_p neurria balio negatiboetan adierazten da, zeinua negatiboa izateak galerak adierazten dituelarik. Gero eta VaR negatiboago batek, orduan eta galera handiagoak aurreikusten ditu (Jorion, 2007).

VaR neurketak, metodo desberdinak ditu baita ere, erabiliena Basileako arauetan zehazten dena, normaltasunean oinarritutako VaR-a da (VaR^N) (Basel Committee , 2005).

VaR_p^N definitzeko, izan bedi, X aldagaia, μ aldagaiaren batazbestekoa eta σ bere desbideratze estandarra dira. eta $p \in (0,1)$ maila. Orduan, banaketa normalean oinarritutako VaR_p^N neurria X-ren p-kuantila:

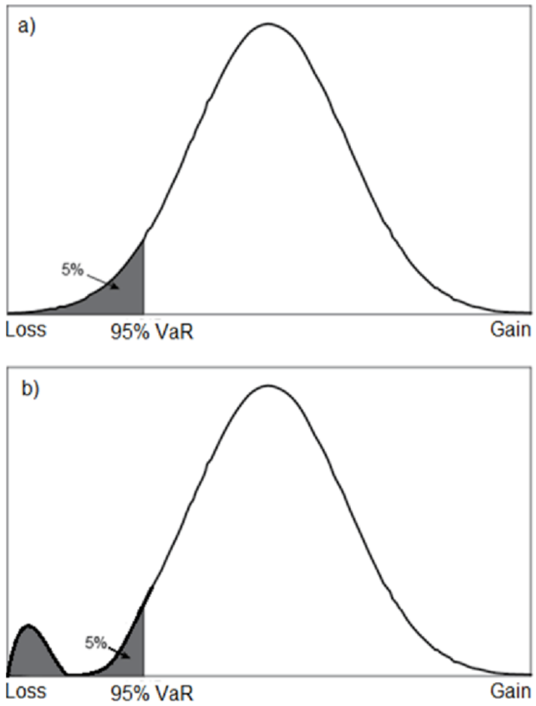
$$VaR_p^N = \mu + \Phi^{-1}(1-p) * \sigma$$

Non $\Phi(X)$-k banaketa normalaren banaketa funtzioa adierazten duen. Dena den, VaR^N-k erraztasun asko eskaini arren zenbatesteko garaian, aldagai finantzarioetan normaltasuna onartzeak hainbat eragozpen izan ditzake. Finantza-aktibo gehienen errentagarritasunen banaketak buztan pisutsuak dituzte, eta hauek bereziki kezkagarriak dira, VaR-ak galeraren arriskua banaketaren ezkerreko buztanean neurtzen duelako. Egoera horretan, banaketa normala asumitzen duen eredu batek esperotako galerak alboratu ditzake (Jorion, 2007).

Oso erabilia den beste metodo bat VaR enpirikoa da (VaR^E), VaR historiko bezala ezagutzen dena baita ere (Jorion, 2007). VaR-a kalkulatzeko modu hau banaketa enpirikoan oinarritzen da, hurrengo formula jarraitzen duena: $F(x) = \frac{1}{n}\sum I\{x_i \leq x\}$.

Metodo honek duen ezaugarri deigarrienetariko bat ez-parametrikoa dela da. Arrisku-faktoreen banaketari buruzko forma funtzional zehatzik suposatzen ez duenez, aldagaien banaketa errespetatzen du.

VaR neurriak, hala ere, hainbat gabezia ditu, gehien bat erregulazio-kapitalaren baldintzak zehazteko garaian (Basileako Komitea, 2019). Hori gertatzen da VaR-ek erreferentzia egiten diolako aldagaiaren banaketaren kuantil konkretu bati. Baino ez dio erreparatzen puntu hortik haratago egon daitezkeen galerei.



1. grafikoa. VaR eta ES bi banaketa desberdinetan. Iturria: Qi Meng eta P.Mak (2014)

Ikus dezagun adibide baten bitartez. Demagun akzioen bi zorro ditugula 1. Irudian adierazten diren banaketekin:

1. grafikoko a) zein b) irudietan, VaR-aren emaitza berbera da. Dena den, argi dago bi kasuetan, $VaR_{0.05}$ berdina erakutsi arren, ez dutela esperotako galera berdina adierazten. Izan ere, b) irudiak ezkerreko buztanean arrisku maila altua egon litekeela erakusten du. Hori dela eta, VaR-ari bakarrik erreparatuko bagenioke, ez genuke ezaugarri hori kontuan izango eta bi zorroak berdin kalifikatuko genituzke arriskuari dagokionez. Hortaz, esan dezakegu VaR neurriak galera potentzialak gutxietsi ditzakeela (Acerbi et al, 2014).

2.1.2. Arrisku neurrien koherentzia-propietatea

Arrisku-neurri koherentea propietate matematiko jakin batzuk betetzen dituen neurria da. Propietate guztiak ez betetzeak emaitza zehaztugabeak sortu ditzake. Arrisku neurri bat koherentea dela onartzeko, hurrengo propietateak bete behar ditu: Monotonotasuna, Translazioekiko aldagaitza izatea, homogeneitasuna eta batukortasuna (Artzner, et al. 1999).

Batukortasun-propietateari bereziki erreparatuko diogu. Propietate horren arabera, zorroak fusionatzeak ez du arriskua areagotu behar. Matematikoki, ideia hau hurrengo eran adierazi daiteke: Z_1 eta Z_2 bi zorro badira $arrisku(Z_1 + Z_2) \leq arrisku(Z_1) + arrisku(Z_2)$ bete beharko litzateke edozein arrisku neurrirako.

Hull (2018) eta Acerbi, et al (2001)-k erakutsi duten moduan, VaR-ek ez du baturkotasun-propietatea betetzen, eta beraz ez da koherentea (Artzner et al, 1999). Badago propietate hau betetzen duen eta VaR-aren gabezia betetzen duen beste neurri bat, ES neurria (Artzner et al, 1999).

2.1.3. Expected Shortfall

Egoera hori ekiditeko, “Expected shortfall” (ES), arrisku neurria dugu. ES_p-k zorro baten esperotako galera erakusten du %p-ko kasu txarrenetan (Acerbi, Nordio, & Sintori, 2018). Izan bedi X aldagaia, $p \in (0,1)$ konfiantza-maila, eta VaR_p, VaR-ren emaitza p-kuantilean. $ES_{\ p}$ ekuazio honek definitzen du:

$$ES_p = \left| E\left[X \middle| X \leq VaR_p\right] \right|$$

Alde batetik, VaR-a egoera desegokietan izan daitezkeen galeren magnitudea neurtzeko erabiltzen da. Bestalde, egoera desegoki horiek gertatzen direnean espero diren batez besteko galera kalkulatzen du ES-k (Hull.J, 2018).

VaR^N-en bezala, ES normalaren (ES^N) neurriak aldagaiak banaketa normala jarraitzen duela asumitzen du. Lehen aipatu den moduan, kalkulatzeko garaian erraztasun handiak eskaini arren, banaketa normala jarraitzeak arazoak sortu ditzake aldagai finantzarioekin lan egiterako garaian. Gainera, ES-k puntu zehatz bat ez ezik, VaR-ren azpiko esperotako galerak zenbatesten dituenez, arazo larriagoak sortu daitezke banaketa normala erabiltzerako garaian. Izan ere, banaketa normalaren buztanak arinagoak dira aldagai-finantzarioak duten buztanak baino, ondorioz, banaketa normala suposatzean dagoen arriskua gutxietsi daiteke.

3. Analisi deskribatzailea

Lan honetan, Europako hainbat burtsa indizeen itxiera-balioaren datuak erabiltzen dira. Aztertuko diren indizeak; MIB (Italia), FTSE 100 (Ingalaterra), CAC 40 (Frantzia), SMI (Suitza), DAX (Alemania) eta IBEX 35 (Espainia) dira. Lagina eguneroko behaketaz osatuta dago, 2008ko urtarrilaren 3an hasi eta, 2023ko abenduaren 30ean bukatzen delarik. Guztira 4079 behaketa daude. Lehenengo bi indizeak, Italia eta Ingalaterrakoak, *Investing*[1] webguneko datu-basetik eskuratuak dira, beste guztiak aldiz, *Yahoo Finance*[2] webguneetik lortu dira.

[1] https://es.investing.com/indices/

[2] https://es.finance.yahoo.com/world-indices/

1. taulan aipatutako Europako indizeen itxiera prezioen datu estatistiko deskribatzaileak aurkezten dira.

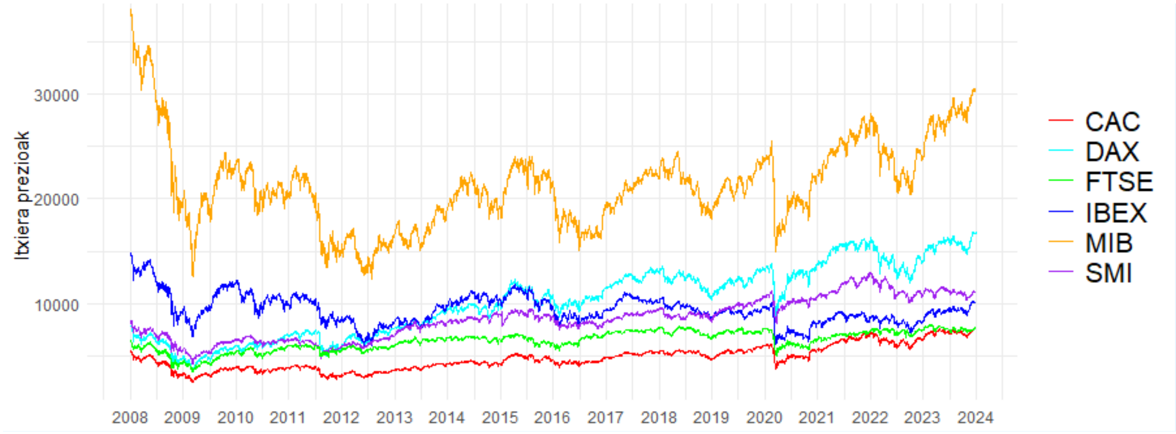
1. taula: Itxiera prezioen estatistiko deskribatzaileak

	Batazbestekoa	Desbideratze estandarra	$Q_{0.25}$	$Q_{0.75}$	Maximoa	Minimoa
CAC	4812.51	1175.78	3879.04	5483.14	7596.91	2519.29
DAX	10234.71	3370.09	7017.26	12815.49	16794.43	3666.41
IBEX	9431.22	1387.95	8523.58	10310.43	14856.50	5956.30
SMI	8540.95	1921.37	6712.19	9996.57	12970.53	4307.67
FTSE	6456.25	925.16	5830.21	7255.06	8014.31	3512.10
MIB	21349.80	4145.47	18794.20	23283.77	38063.00	12362.51

1. taulan nabarmentzen den ezaugarri bat euroguneko kide diren herrialdeko indizeen (CAC, DAX, IBEX, MIB) eta ez direnen (FTSE, SMI) arteko aldea da. Esate baterako, euroa erabiltzen duten herrialdeen indizeek desbideratzen estandar handiagoa erakusten dute burtsa indize horietan aldakortasun handiagoa adieraziz. Horrek zerikusia izan dezake eurogunean eragina duten faktore ekonomiko eta politikoekin. Hala ere, herrialde horiek batez besteko itxiera-prezio altuenak dituzte, eta horrek adierazi dezake herrialde horietako merkatuak handiagoak direla. Beraz, inbertitzaileentzat, euroguneko merkatuek aukera handiagoak eskain ditzakete, aldakortasun handiagoa dutelako, baina arrisku handiagoa ere badute.

Indize zehatzei erreparatuz, MIB indizea itxiera-prezio altuenak eta aldakortasun handiena dituen indizea delako nabarmentzen da, eta horrek merkatuaren gorabeherekiko sentsibilitate handiagoa adierazten du. Bestalde, FTSE-k egonkortasun handiena erakusten du, itxiera-prezioen aldakortasun txikienarekin. Beste indizeak tarteko ezaugarriak erakusten dituzte.

Prezioak errazago bisualizatzeko, jarraian ematen den grafikoak (2. grafikoa) indizeen bilakaera denboran zehar adierazten du.



2. grafikoa. Europako burtsa indizeen itxiera prezioen bilakaera, (2008-2023). Norberak eginda

2. grafikoari begira, bi ezaugarri mahaigaineratu daitezke. Batetik, indize desberdinen itxiera prezioen magnitude desberdinak. Izan, ere 1.Taulan ikusi den moduan, indize batzuk beste batzuek baino itxiera prezio askoz altuak erakusten dituzte. Dena den, horrek ez du esan nahi errentagarritasun handiagoa eskainiko dutenik.

Bestetik, azkeneko hamarkadetan gertatutako egoerak sorturiko asaldurak ikusten dira. Europako herrialdeetako finantza-merkatuetan eragina izan duten gertaera globalei erreparatuta, lehengo asaldurak 2008. urtean somatu daitezke itxiera-prezioen jaitsiera argi batekin. Urte honetan, lehen aipatu bezala, higiezinen merkatuaren beherakada dugu. Egoera horrek nazioarteko finantza-krisi bat sortu zuen, 2012ko zor subiranoaren krisia, eta hura arintzeko gobernuak pizgarri fiskaletaz baliatu ziren.

Pizgarri fiskal horiek zor subiranoa jaulkiz finantzatzen dira. Zor subiranoa, hainbat herrialdetako eta dibisa askotako zor-betebeharretaz osatutako sarea da. Zorraren jaulkipen hain masiboek, euroguneko zor publikoko merkatuen arteko tentsio-pilaketa bat eragin zuten. Hori dela eta, sendotze-fiskaleko neurri gogorrak bultzatu behar izan zituzten, krisiaren lehen urteetan sortutako defizit publikoa murrizteko. Horiek izan ziren hain zuzen ere 2013ko amaierara arte atzeraldi-egoera luzatu zuten faktoreak.

Horrez gain, denboraldi labur bat ikus dezakegu, non itxiera-prezioak gora egiten ari diren, 2016ra arte. Azken honetan, hainbat gertakarien ondorioz, ziurgabetasuna sortu zen globalki. Horien artean, *Brexit*-a, AEB-ko hauteskundeak eta Txinaren protagonismo gero eta handiagoa nabarmentzen dira. *Brexit*-ak Erresuma Batuak Europar Batasuna uztea ekarri zuen, eta Europako testuinguruan bereziki garrantzitsua izan bazen ere, 2017ko urtarrilean Donald Trump AEB-ko presidentetzara igotzeak ekonomia eta kanpo politikaren bira erradikala ekarri zuen, mundu mailan. Azkenik, Txinak maila globalean duen protagonismo komertzialak ere eragina du Europako merkatuetan. Faktore horiek sortutako asaldurak 2016ko itxiera prezioen jaitsieran ikusgarriak dira.

Gertakari horiek eragindako nahasmenduen ondoren, finantza-erakundeek hamarkada berriaren hasieran aurreikusten zituzten arriskuak gehienbat baxuak ziren. Izan ere, krisialdiak sorturiko eraginak gainbeheran zeuden orokorrean eta ekonomiaren gorakada sumatzen zen. Dena den, proiekzio horiek aurreikusi ez zuten gertakaria pandemia baten bat-bateko larrialdia izan zen. Covid-19rengatik sortutako pandemiak etena eragin zuen jarduera ekonomikoan.

Azkenik, 2021aren amaieran energiaren merkatuetan izandako tentsioak, eta Errusiak Ukrainarekin izandako gerraren ondorengo hasiera, inflazioaren goranzko joera gehigarri baten katalizatzaileak izan ziren. Inflazioaren esnatze horrek, pandemia gainditzeko prozesuan, eskaintzaren eta eskariaren arteko desoreketan izan zuen jatorria, eta horren eragina 2022tik aurrera ikus dezakegu, grafikoko balioak nola amiltzen diren ikusita (Berges et al, 2022).

Irudi eta taula hauekin antzeman dezakegu prezioekin lan egitea zaila bilakatu daitekeela, alderatzeko zailtasunak agertzen direlako magnitude desberdinak direla eta. Beraz, errentagarritasun logaritmoak erabiliko ditugu datuen lanketa eta alderaketa gauzatzeko.

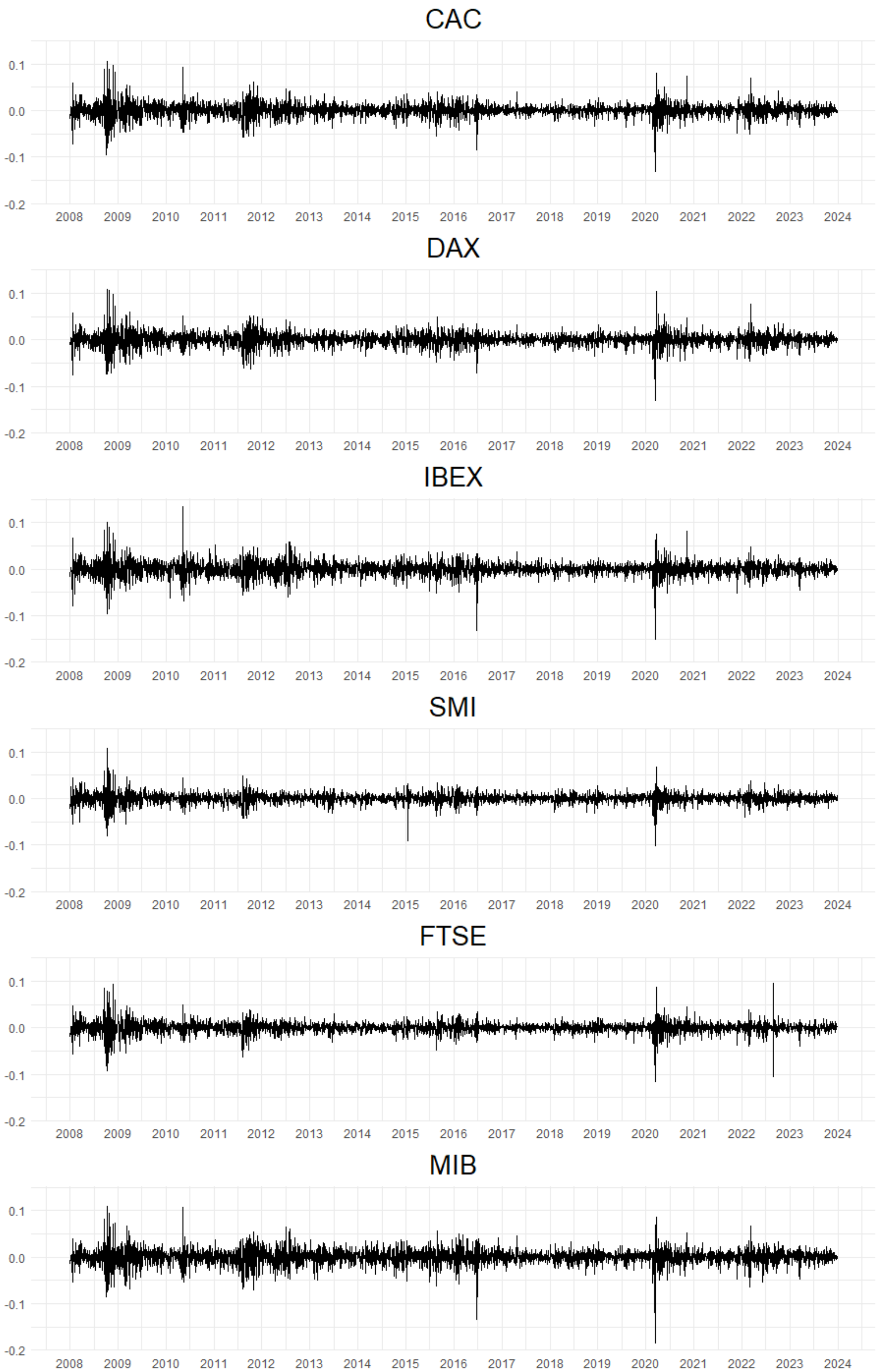
Errentagarritasuna, finantza arloari dagokionez, inbertsio batek denbora-tarte batean lortzen edo galtzen duen etekina da. Gainera, errentagarritasunak hainbat finantza-produktuen (indizeak, akzioak, opzioak…) azterketa egiteko erabiltzen dira.

Finantza eta ekonomia arloetan ohikoa den bezala, errentagarritasun logaritmikoak erabiliko ditugu lan honetan (Jorion, 2007). Errentagarritasun logaritmikoak aktibo baten balioaren aldakuntza portzentuala neurtzen dute. Errentagarritasun sinpleak ez bezala, (hauek aktibo baten aldaketa absolutua neurtzen dute) errentagarritasun logaritmikoek aldakuntza erlatiboa neurtzen dute, eta horrek abantaila asko ekartzen ditu analisi finantzarioa egiterako garaian (Saturn Cloud, 2023).

Errentagarritasun logaritmikoak hurrengo formula erabiliz kalkulatzen dira:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) ,$$

non R_t-k t unean lortutako errentagarritasuna, P_t-k aldagaiaren prezioa t unean eta P_{t-1}-ek aldagaiaren prezioa $t-1$ unean adierazten dituzten.



3.grafikoa. Europako indizeen errentagarritasun logaritmikoen bilakaera denboran zehar (2008-2023). Norberak eginda

Errentagarritasun logaritmikoekin lan egiteak datu egonkorrekin lan egitea dakar gehienetan, eta horrek tendentzia ezabatzen zaiela esan nahi du. Gure kasuan indizeen errentagarritasunek egonkortasuna erakusten dute ADF testa erabiliz konprobatu dugun bezala (1.Eranskina).

3. grafikoan hautatutako indizeen errentagarritasun logaritmikoak ikusten dira 2008tik 2023ra arte. Bertan, jada aipatu ditugun gertakizunak antzeman daitezke. Lehenengo asaldura gogorrak 2008ko urtean ikusten dira, hauek 2009 eta 2010. urteetan zehar jarraitzen dutenak. Herrialde desberdinei erreparatuta, nabarmena da nola krisiak eragin handiagoa izan zuen Eurogunean. Izan ere, Suitzak eta Ingalaterrak eragin txikiagoak pairatu zituzten beste herrialdeek baino. Zor subiranoaren krisian sartzerakoan, herrialde mediterraneoak izan ziren errentagarritasunetan aldagarritasun gehien pairatu zutenak. Izan ere, Espainia eta Italiak, historikoki arazoak izan dituzte inflazioarekin, zor-publiko eta kanbio-tasaren ezegonkortasunekin. Ondorioz, ez zuten Euroguneko beste herrialde askoren indar ekonomikoa eta krisiaren ondoren beste herriandeengatik erreskate bat behartzearen oso gertu egon ziren (Saucedo Acosta, E. J. et al, 2012).

2016-2018 urteen artean, *Brexit*-a dela eta, indizeek aldakortasun handia jasan zuten. Izan ere, Londreseko burtsa Europako finantza-gune nagusia da, baina *Brexit*-aren ondorioengatik nagusitasun hori galtzearen arriskua dago. Hain zuzen ere, Londreseko

burtsan parte hartzen duten enpresa asko Europar Batasunean kokatzen dira, eta beraz Europar Batasuneko hirietara migratzea litekeen gertakaria da.

Asaldura gutxiko urte batzuen ondoren, pandemiak ekarritako krisiak errentagarritasunen aldakortasuna areagotu zuen. Kasu honetan, herrialde guztiek eraginak pairatu arren, Euroguneko herrialdeek eragin hau denbora luzeagoan zehar islatzen dute.

2. taulak Europako burtsa-indizeen errentagarritasun logaritmikoen oinarrizko estatistikoak aurkezten ditu, batez bestekoa, desbiderapen estandarra, beheko kuartila ($Q_{0.25}$), goiko kuartila ($Q_{0.75}$), maximoa eta minimoa, hain zuzen ere. Estatistiko deskribatzaile horiek alderatzean alde esanguratsuak ikusten dira..

2. taula. Errentagarritasunen oinarrizko estatistikoak, (2008-2023).

	Batazbestekoa	Desbideratze estandarra	$Q_{0.25}$	$Q_{0.75}$	Maximoa	Minimoa
CAC	0.0001	0.0141	-0.0062	0.0068	0.1059	-0.1310
DAX	0.0002	0.0139	-0.0058	0.0069	0.1080	-0.1305
IBEX	-0.0001	0.0150	-0.0072	0.0074	0.1348	-0.1515
SMI	0.0001	0.0110	-0.0049	0.0053	0.1079	-0.1013
FTSE	0.0000	0.0119	-0.0050	0.0056	0.0949	-0.1151
MIB	-0.0001	0.0163	-0.0078	0.0084	0.1087	-0.1854

DAX, SMI eta CAC indizeek antzeko maximoak dituzte (0.1080, 0.1059 eta 0.1079, hurrenez hurren), eta ondorioz merkatu horiek etekin handiak sor ditzakete oparotasun ekonomikoko aldietan.

Bestalde, IBEX indizea nabarmentzen da maximo altuena izateagatik, eta adierazten du Espainiako merkatuak izan dituela irabazi handienak, nolanahi ere, batazbesteko negatiboak eta minimo nahiko txikia izateak hegakortasun handia iradoki dezake. MIBek ere maximo handiak aurkezten ditu, eta aldi berean, desbiderapen estandar handiena eta minimo txikiena ditu. Oro har, maximo handienak dituzten merkatuak, hala nola IBEX eta MIB, hegakorragoak izan ohi dira. FTSE indizea berriz, egonkorragoa da maximo txikiagoekin. Konparazio horrek indize desberdinek irabazi-aukera handiagoak eskaintzen dituztela nabarmentzen du, baina baita arrisku handiagoak ere.

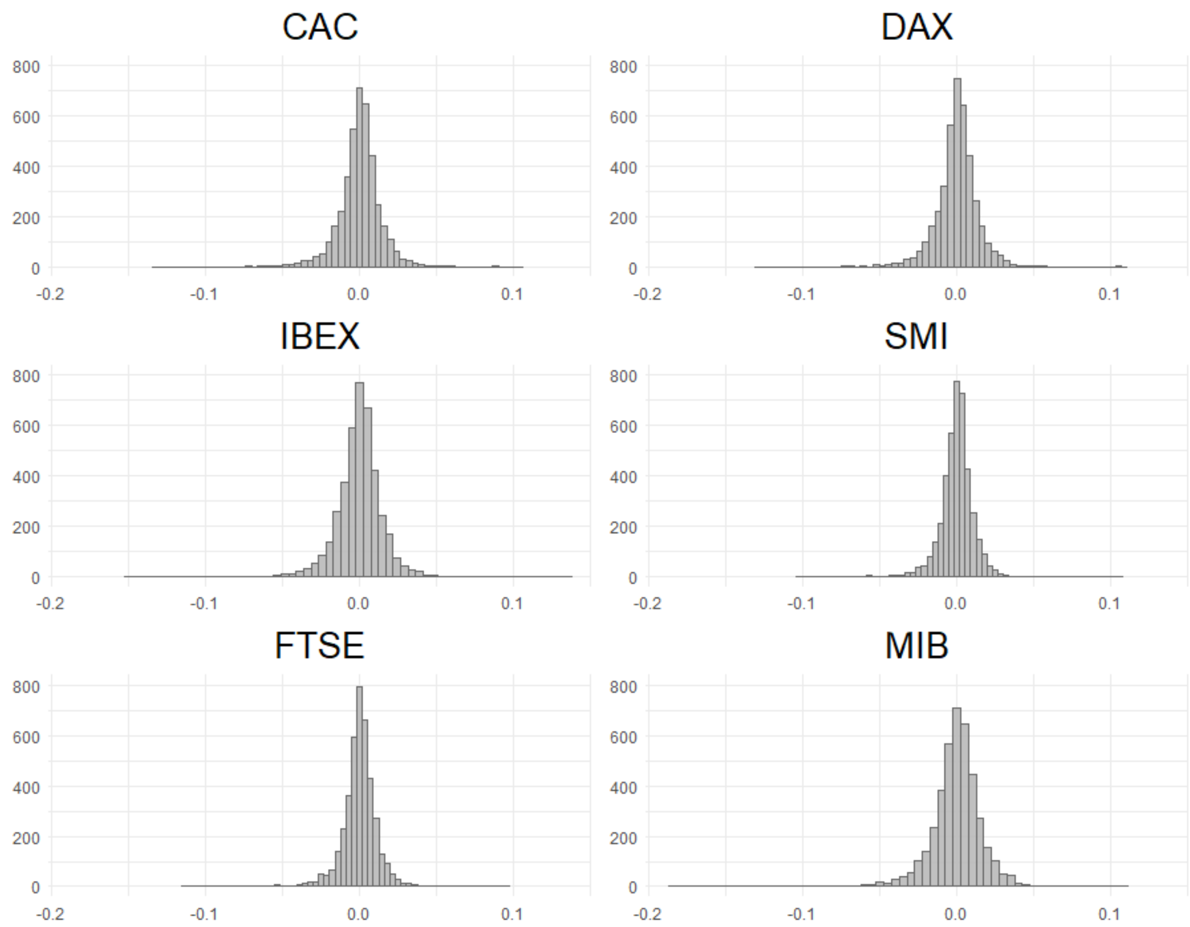
Jarraian, aztertzen ari garen 6 indizeen errentagarritasunen arteko Pearsonen-korrelazio matrizea dugu.

3. taula. Errentagarritasunen korrelazio matrizea

	CAC	DAX	IBEX	SMI	MIB	FTSE
CAC	1	0.9291	0.8858	0.8248	0.8909	0.8732
DAX		1	0.8260	0.7962	0.8501	0.8309
IBEX			1	0.7315	0.8841	0.7824
SMI				1	0.7341	0.7950
MIB					1	0.7770
FTSE						1

Korrelazio taula honek Pearsonen korrelazio-koefizienteak erakusten ditu. Pearsonen korrelazio linealak 0 eta 1 arteko balioak hartu ditzake, eta datuei begiratuz, erraz antzeman dezakegu herrialdeen finantza-merkatuen indizeen artean dagoen korrelazioa altua dela. Finantza merkatuen testuinguruan, indizeen arteko korrelazio handi batek merkatu bateko gorabeherek lotura estua dutela iradokitzen du beste merkatu bateko asaldurekin. Beraz, litekeena da merkatu horiei eragiten dieten faktore ekonomiko, politiko edo sektorial nagusiak berdinak izatea. Gainera, korrelazioak positiboak direnez, horrek aldagaien arteko lotura zuzena adierazten du, hau da, norabide berekoa. Ondorioz, merkatu bateko perturbazio negatiboak erraz zabaldu daitezke beste merkatu finantzario batean asaldura negatiboak sortuz.

Lortutako errentagarritasunen banaketa aztertzeko, histogramak sortu dira 4. grafikoan ikus daitekeenez.



4. grafikoa. EUko indizeen errentagarritasun logaritmikoen histogramak. Norberak eginda

Histogramei begira, jardun zaila bilakatzen da zein banaketari hobeto egokitzen diren jakitea, dena den, banaketa normalera doitzea izaten da ohikoena, azken honen sinpletasuna eta eskaintzen dituen abantailak direla eta.

Nola nahi ere, ikerketa askok erakutsi duten bezala, finantza-arloko aldagaiek orokorrean buztan pisutsuak erakusten dituzte. Hori dela eta, banaketa normala doitzen zaienean lortutako estimazioak alboratuta egon daitezke, eta arrisku neurriekin gertatzen dena ez da salbuespena.

Doikuntzaren gabezia horrek benetakoa den arriskuaren alborapena eragin dezake, ustekabeko galerak esperotakoak baino handiagoak izatearen arriskua hedatuz (Olson eta Wu, 2011). Fenomeno hori oso kaltegarria bihurtzen da, ustekabeko galerak handiagoak izan daitezkeenez, bankuen kapital bermea baxuegia izan daitekeelako, finantza krisi bat sortzeko aukera mahaigaineratuz (Basileako komitea, 2005).

Ondorioz, errentagarritasunak banaketa normala jarraitzen duten jakiteko Shaphiro-Wilks-en normaltasun testa erabili da (1. eranskina). Testaren emaitzetan oinarrituz, indizeen errentagarritasunek banaketa normala jarraitzen ez dutela baieztatzeko lagin ebidentzia dago.

4. Arriskuaren neurketa

Errentagarritasunen arriskuaren neurketa gauzatzeko VaR eta ES-ren arrisku neurriak erabiliko dira. Bi neurri hauen aplikazioa metodo desberdinen bidez gauzatuko da beraien arteko desberdintasunak azaleratzeko.

4.1. Neurketa estatikoa

Lagin osoa erabiliz $VaR^{E}_{p=0.05}$ eta $VaR^{N}_{p=0.05}$ kalkulatzen baditugu, denboran zehar estatikoak diren hurrengo emaitzak lortzen ditugu.

4. taula. $VaR^E_{p=0.05}$ *eta* $VaR^N_{p=0.05}$ *, EUko indizeetan*

	$VaR^E_{p=0.05}$	$VaR^N_{p=0.05}$
CAC	-0.0216	-0.0232
DAX	-0.0215	-0.0227
IBEX	-0.0233	-0.0247
SMI	-0.0167	-0.0180
FTSE	-0.0175	-0.0195
MIB	-0.0260	-0.0268

VaR^E_p -ek %p kuantileko VaR neurketa adierazten du, metodo enpirikoa kontuan izanda eta VaR^N_p-ek ordea, banaketa normala suposatuz kalkulatutako neurketa ematen du.

Lortutako datuek, arriskua kalkulatzeko orduan, desberdintasun handirik ez dagoela $VaR^E_{p=0.05}$ eta $VaR^N_{p=0.05}$ -ren artean aditzera ematen dute. Dena den, aipagarria da banaketa normalean oinarritutako VaR-ak arrisku gehiago zenbatesten du eta banaketa enpirikoan oinarritutako VaR-ak baino.

Herrialdeei erreparatuz, errentagarritasunak aztertzean mahaigaineratu den ondorioa azaleratzen da berriz ere, honek dio, Eurogunetik at kokatzen diren herrialdeak arrisku gutxiago pairatzen dutela. Izan ere, ikus daiteke Suitzak ete Erresuma Batuak indizeak VaR_p -eko balio txikiagoak adierazten dituztela, eta honek, esperotako galerak beste herrialdeekin alderatuz txikiagoak direla adierazten du.

Bestalde, Espainia eta Italiako indizeek VaR negatibodunenak adierazten dituzte, honek bat egiten du 3.grafikoari esker mahaigaineratutako ondorioekin, izan ere merkatu hauek arrisku maila handiago dute.

Jarraian, esperotako galerak aztertzeko, ES estatikoa kalkulatuko dugu. 5.taulak lagin osoarekin egindako zenbatespena ematen du %5-eko mailarako.

5. taula. ES_p^E *eta* ES_p^N *, EUko indizeetan %5 erabiliz.*

	$ES_{0.05}^E$	$ES_{0.05}^N$
CAC	-0.0347	-0.0231
DAX	-0.0339	-0.0226
IBEX	-0.0361	-0.0247
SMI	-0.0268	-0.0179
FTSE	-0.0294	-0.0195
MIB	-0.0398	-0.0267

ES_p^N-k lagin osoarekin kalkulatutako ES adierazten du banaketa normala onartuz eta %5eko kuantila kontuan hartuz kalkulatu da. ES_p^E-k, berriz, banaketa enpirikoa asumituz kalkulatutako %5eko ES adierazten du.

Indize guztietarako, ES_p^E-ren emaitza ES_p^N-rena baino negatiboagoa da. Horrek adierazten du banaketa enpirikoak muturreko galera handiagoak detektatzeko gai dela banaketa normalarekin alderatuta. Horrek iradokitzen du, merkatuaren baldintza errealetan, muturreko galerak banaketa normalak aurreikusten duena baino handiagoak direla. Gainera, aurretik adierazi den moduan, banaketa enpirikoaren eta normalaren arteko alborapena handiago da ES neurria erabiltzerakoan. Gutxi balitz, kasu honetan banaketa enpirikoan oinarritutako ES arrisku gehien zenbatesten duena da.

Indizeei dagokienez, MIBek ES negatiboena du kasu guztietan, eta horrek azaleratzen du muturreko arrisku handiena duen indizea dela, jada aipatu den moduan. Bestalde, SMI-rentzako ES-k ez du hainbesteko arriskua estimatzen beste indizeekin alderatuz, eta horrek muturreko arrisku txikiagoa iradoki dezake. Bi ondorio hauek VaR aztertu denean baita landu dira, hala eta guztiz ere, emaitza desberdinekin. Izan ere, Italiako indizeari helduz, $VaR_{p=0.05}^E$-k (-0.0260)-ko galerak estimatzen ditu %5-eko kasu txarrenetan, dena den, kasu hori emango bazen $ES_{p=0.05}^E$-k jadanik (-0.0398)-ko galera aurreikusten du batazbeste.

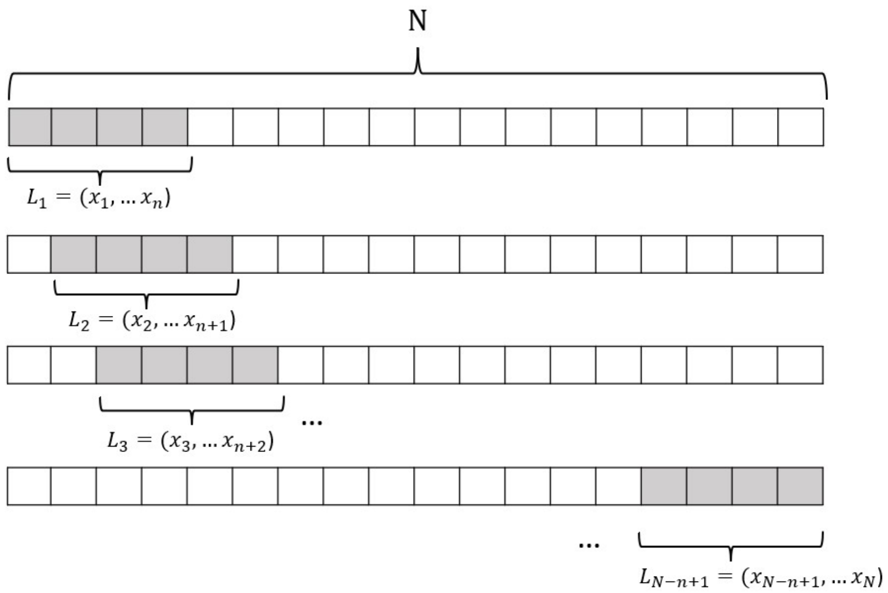
Aztertutako arrisku neurri estatiko hauek oso baliagarriak izan arren, gabeziak dituzte denborarekiko banaketa aldakorra duen aldagai baten arriskua estimatzerako garaian. Gertatzen dena da finantza aldagaiak ez dutela banaketa zehatz bat jarraitzen denbora zehar eta beraien forma merkatuaren gorabeheren arabera aldatzen dela denboran zehar.

4.2. Neurketa denboran zehar

Arrisku neurri estatikoek suposatzen dute aldagaiak jasaten duten arriskua konstantea dela denboran zehar, eta banaketak aldakorrak direnez denborarekin, haatik, arriskua aldakorra izan daitekeela pentsatu daiteke baita ere. Ondorioz, behar bat sortzen da arriskua denboran zehar kuantifikatzeko. Horretarako leiho mugikorren metodologia erabiliko dugu.

Leiho mugikorraren metodologia

Demagun, N tamainako lagin bat dugula. Hauek dira metodologia honekin denboran zehar estimazioak lortzeko urratsak:



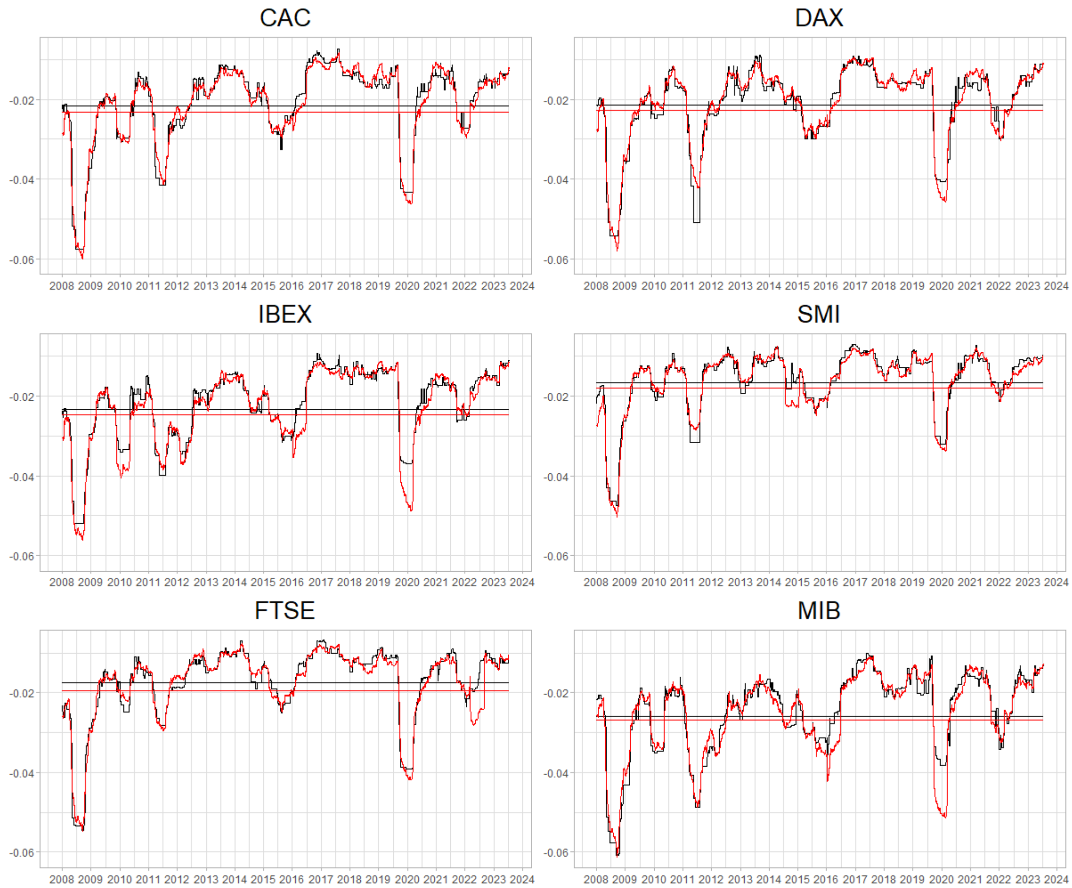
5. grafikoa. Leiho mugikorren prozesua. Norberak eginda

1. n tamainako azpi-lagin bat aukeratzen da. Horixe izango da $L_t = (x_t, \dots, x_{t+n})$ leihoen tamaina $(t = 1, 2, \dots, N)$, eta prozesu osoan zehar berdina izango da.

2. Leiho bakoitzean $VaR_p(t)$ kalkulatzen da, emaitza bektore batean gordez.
3. Ondoren leihoa behaketa bat desplazatzen da (L_{t+1}) leihoa sortuz. Diagraman ikus daiteke L_t leiho bakoitzetik hurrengorako desplazamendua nola egiten den. Leiho horrek $(x_{t+1}, \dots, x_{t+1+n})$ behaketak barneratuko ditu, eta VaR-a leiho horretarako kalkulatzean bektoreko hurrengo behaketan gordeko da emaitza.
4. Prozesua iteratzen da L_{N-n+1} leihora iritsi arte.

Leiho mugikorren metodologia aplikatuko dugu VaR eta ES arrisku neurriak denboran zehar estimatzeko. Metodologia honen bidez aldagaien arriskua modu askoz zehatzago batean estimatuko da, eta estimazio guztiak batuz denborazko serieak sortuko dira arriskuaren bilakaera denboran zehar aztertzeko.

6. grafikoan VaR neurriaren bidezko arriskuaren bilakaera erakusten da. Denborazko serieek %5eko VaR_t kalkuluari egiten diete erreferentzia, lerro zuzenek aldiz, %5eko VaR estatikoak erakusten dituzte, maila berdina erabiliz.



6. grafikoa. $VaR_{0.05}$ dinamikoa eta estatikoa EUko indizeetan (2008-2023). Norberak eginda

Lerro gorriek banaketa enpirikoan oinarritutako neurriaren estimazioak adierazten dituzte eta beltzak normaltasunean oinarritutakoenak

Irudiari helduz, argi eta garbi ikusten dira, VaR estatikoa eta dinamikoaren (VaR_t) arteko aldeak. Estatikoari dagokionez, jada 4. taulan aztertu da VaR^N-k VaR^E-k baino arrisku gehiago aurreikusten duela. Dena den, bi banaketak antzeko joerak islatzen dituzte denboran zehar.

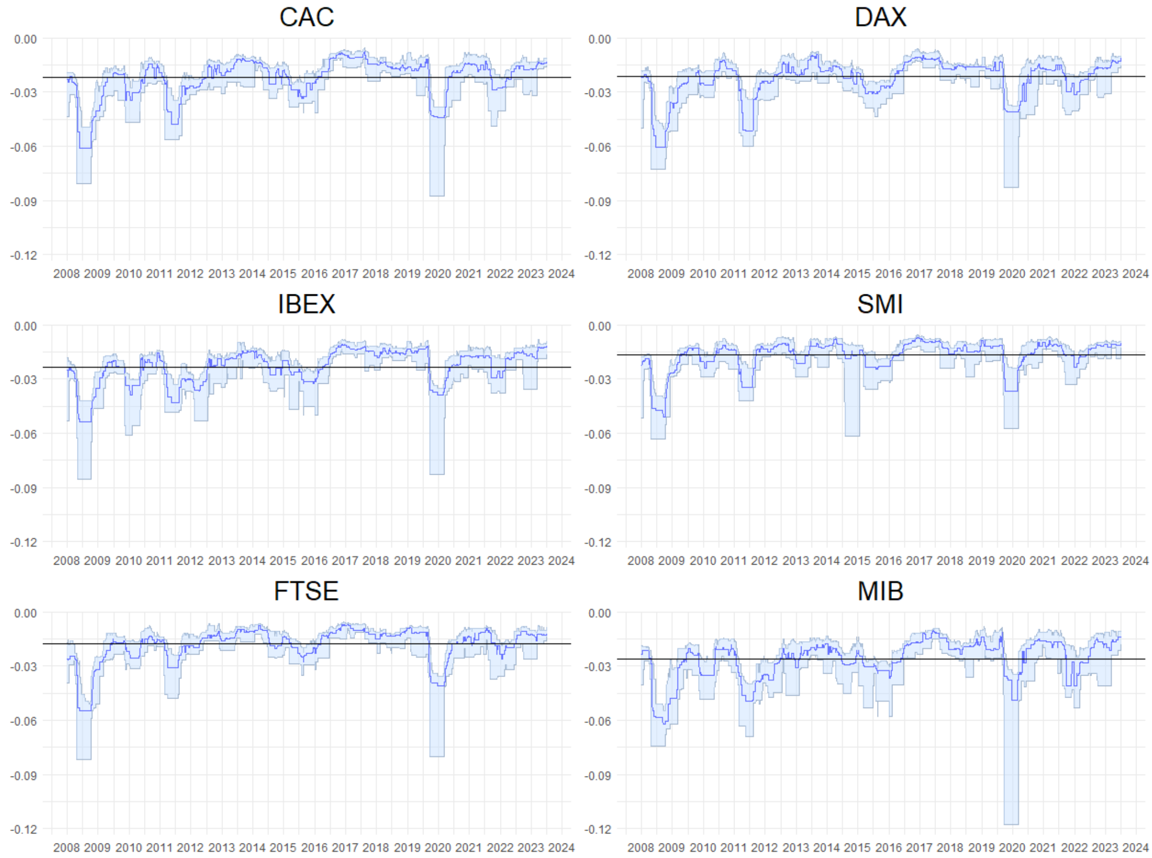
6. grafikoan argia den desberdintasuna VaR estatikoak eta VaR_t-k estimatutako arriskuaren arteko aldea da. Desberdintasun hori urte tarte jaki batzuetan dator arriskuaren gehiegizko estimazioagatik eta besteetan arriskuaren gutxiespenagatik. 2012-2015 eta 2017-2019 urte tarteetan merkatua egoera ekonomiko on batean zegoen (*Bull market trend* deritzona), ondorioz VaR_t-k ez du hainbesteko arriskua aurreikusten, eta neurri estatikoak estimatzen duena baino gutxiago espero du. Dena den, merkatuaren egoera larrian (*Bear market trend*) dagoenean neurri estatikoak ez du gaitasuna dinamikoak estimatzen duen arriskua zenbatesteko, izan ere, VaR_t-ko neurriak VaR estatikoaren kalkuluaren hirukoitza edo gehiago aurreikustera iritsi daiteke, 2008 edo 2020ko kasuetan hain zuzen ere. Gutxi balitz, krisi garaietan arriskuaren zenbatespen apropos bat egiteak berebiziko garrantzia hartzen du, izan ere, horrelako testuinguruan merkatu-arriskuaz aparte, beste arrisku batzuk azaleratzeko joera egoten delako.

Finantza aldagaien banaketa denboran zehar aldakorra denez, litekeena da arriskuren estimazioa denboran zehar aldakorra izatea baita ere. Hori aztertzeko, VaR_t-ren estimazioaren konfiantza tarte bat egingo da, ikusteko VaR estatikoa konfiantza-tarte horren puntu onargarri bat den.

Konfiantza tarte ez parametriko bat sortuko dugu, honek ez duelako asumitzen aldagaien banaketa zehatzik. Horretarako gerturapen binomialaren metodoa erabilikoa da.

Izan bedi N tamainako lagin bat eta n arrakasta kopurua q probabilitatearekin eta (1-q) huts egitearen probabilitatea, orduan $\hat{x}_i$ lortzeko probabilitatea banaketa binomial batekin $Bin(n, q)$ estimatu daiteke. Hurrengo formula erabiliz konfiantza-tartea eraikiko lizateke (Ialongo C.,2019).

$$KT_\alpha = ((N * q) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{(n * q) * (1 - q)})$$



7. grafikoa. EUko indizeen, $VaR_{0.05}^{N}$ *konfiantza tartea, %5eko mailarekin ete* $VaR_{0.05}^{N}$ *estatikoa. Norberak eginda*

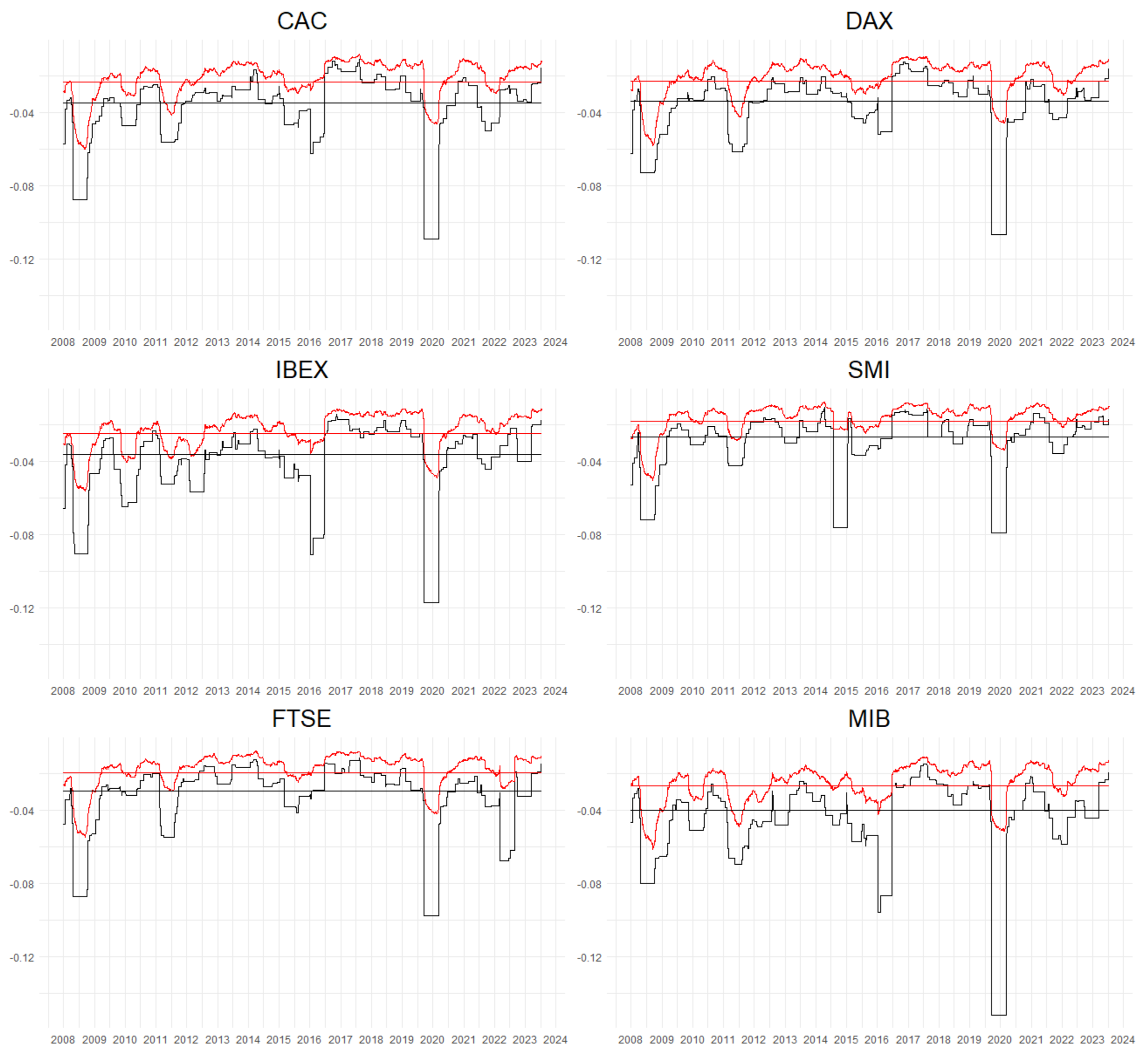
7. grafikoan urdinez %5eko VaR_t^E dinamikoa adierazten da eta urdin argiaz konfiantza tartea dugu, bestetik beltzez, $VaR_{0.05}^{E}$-ren balio estatikoa. $VaR_{p=0.05}^{E}$ estatikoa eta konfiantza-tartearen barnean sartzen denean, lagin ebidentzia dago aitortzeko biak arrisku berdina zenbatesten dutela esateko %95-ko konfantza-mailarekin. Ordea, neurri estatikoa konfiantza tartetik kanpo dagoenean arriskua denboran zehar aldakorra dela ondorioztatzen da.

7. grafikoari helduz, herrialde guztietan zehar antzeman daiteke VaR estatikoa ez dagoela momentu oro konfiantza-tartearen barnean. Horrek iradoki dezake soilik konfiantza-tartearen barnean dagoen uneetan VaR estatikoak VaR dinamikoak estimatzen duen arriskua zenbatesteko arriskua neurtzeko gaitasuna duela.

Gainera, VaR estatikoa konfiantza tartetik kanpo aurkitzen den momentu askoetan merkatua egoera latzetan aurkitzen denean da. Eta momentu horietan estatikoak lortzen duen estimazioa arriskuaren gutxiespen bat da.

Beraz, ondorioztа dezakegu, errentagarritasunak denboran zehar banaketa aldakorra duten bezala, ez dagoela arriskua konstantea dela iradokitzen duen lagin-ebidentziarik, %5eko esangura maila kontuan izanda. Hori dela eta, arriskua aldakorra dela kontuan hartzen ez duten arrisku neurriak erabiltzeak arriskua estimazioa alboratzen duten zenbatespen-arazoak eragin ditzakete.

8. grafikoan ES-ren eragina denboran zehar aztertuko dugu, estatikoarekin alderatuz indize desberdinetan.



8. grafikoa. $ES^{E}_{0.05}$ *eta* $ES^{N}_{0.05}$ *EUko indizeetan (2008-2023). Norberak eginda*

8. grafikoak sei burtsa-indizeen arriskuak izan duten bilakaera erakusten da ES-ren bitartez neurtuz. Grafiko bakoitzean, marra gorriek banaketa normala asumitzen duen %5eko ES ($ES_{0.05}^{N}$) adierazen dute. Lerro beltzek, berriz, banaketa enpirikoan oinarritutako %5eko ES-ren estimazioa adierazten dute ($ES_{0.05}^{E}$).

VaR neurria aztertu denean (6. Grafikoan) baita argia zen desberdintasun bat zegoela neurri dinamikoetan. Dena den, espero daitekeen moduan, ikusgarriagoak dira desberdintasunak ESn eurria erabiltzen denean. Gainera, VaR aztertu denean, neurri dinamikoen arteko alderaketa bat egitea zaila bilakatzen zen antzeko balioak hartzen zituztelako, dena den, ES-ri erreparatzen bazaio, errazagoa da ikustea banaketen arteko desberdintasunak arriskuaren estimazioan duen eragina.

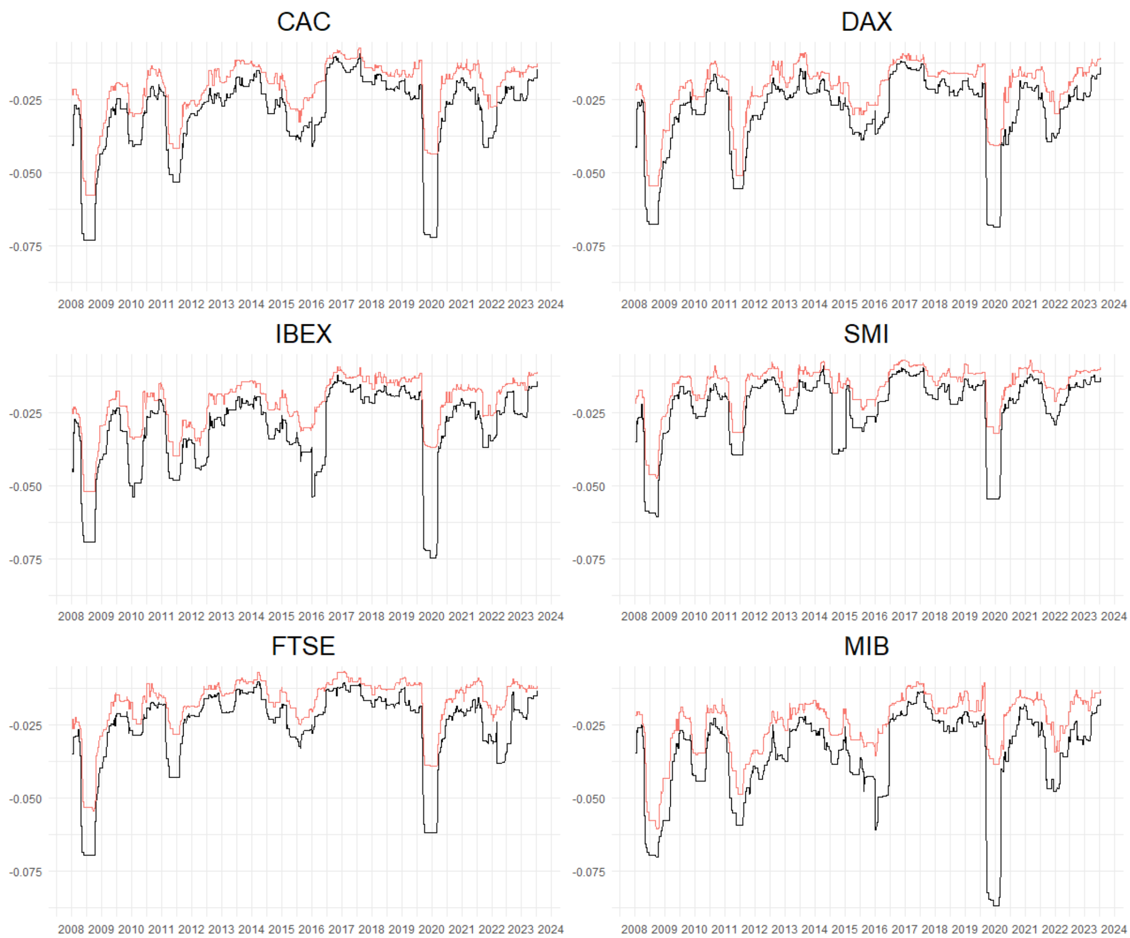
Aldagai finantzarioen kasuan, 3.eranskinean azaldu den bezala, buztan pisutsuagoak agertzen dira, muturreko asaldurak gertatzeko probabilitate handiagoa islatzen dutenak (Hull et al, 2018). Horren ondorioz, ES_{t}^{E}-ek estimatutako arriskua, ES_{t}^{N}-k estimatu duena baino altuagoa da oro har, eta era berean, $ES_{0.05}^{E}$-ek hobeto errespetatzen duenez aldagaien banaketa, arriskuaren zenbatestepen egokiago bat egiten du banaketa aldakor horiekin. Asaldurak txikiak diren egoeretan, bi banaketek ez dute hainbesteko alderik adierazten. Hortaz, merkatuaren oparotasun aldietan (*bull market trend*) banaketa normal zein enpirikoak antzeko emaitzak eskaintzen dituzte.

Dena den, krisiak bezalako asaldurak gertatzen direnean arrisku neurriak banaketa normala oinarri hartzen duenean, ez du banaketa enpirikoa oinarritzat hartuta estimatzen diren galerak kalkulatzeko gaitasuna. Hori dela eta, finantza-aldagaien arriskuaren azterketa gauzatzeko banaketa enpirikoa hartuko da oinarritzat hemendik aurrera.

VaR eta ES arrisku neurriak alderatzeko beraien artean, 9. grafikoan %5eko $\mathrm{VaR}_{t}^{\mathrm{E}}$ (gorriz) eta $\mathrm{ES}_{t}^{\mathrm{E}}$ (beltzez) grafikatu dira.

Irudiak erakusten duenez, VaR_{t}^{E}-etatik estimatutako galerak, txikiagoak dira ES_{t}^{E}-rekin estimatuta daudenak baino. Hura ondorio logiko bat da, VaR-k ez baitu galerei buruzko informaziorik ematen bere atalasetik harago. Ondorioz, VaR-ek ez du kontuan hartzen buztanak osoki bildu dezakeen arrisku potentziala.

Beraz, ES-rekin estimatutako galerak beti izango dira VAR-rekin estimatutakoak baino handiagoak. ES-ren eta VaR-ren arteko aldea, ikusgarria da batez ere krisietan, non finantza-merkatuak muturreko egoerak jasaten dituzte. Horrek ES neurria merkatu



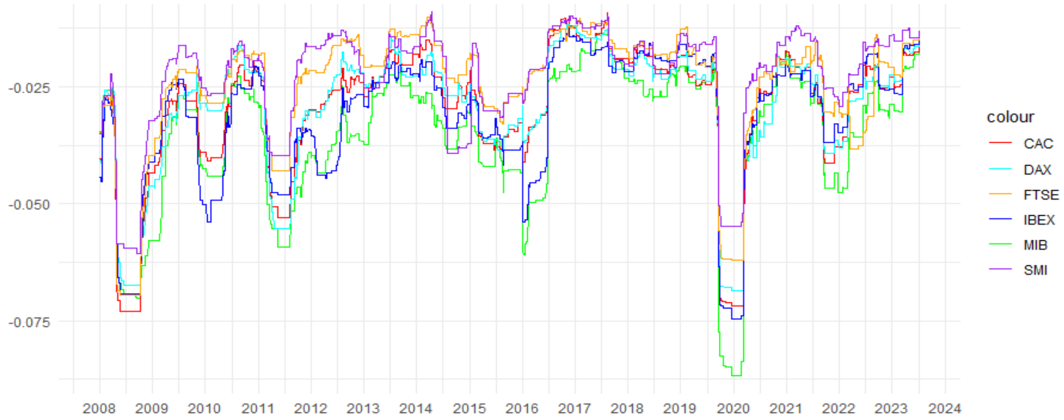
9. grafikoa EUko indizeen %5eko VaR eta ES dinamikoa, (2008-2023). Norberak eginda

egoera latzetan (*Bear market trend*) dagoenean galerak estimatzeko neurri aproposagoa bihurtzen du, VaR-etik kalkulatutako kuantila gainditzen duten galeren batez bestekoa kontuan hartzen duelako.

Indizeei dagokionez, bi neurrien artean desberdintasun handiena duten indizeak IBEX, MIB, FTSE eta CAC dira, muturreko gertaerekiko sentsibilitate handiagoa islatzen baitute. Aldiz, SMIk eta DAX indizeak, Suitzakoa eta Alemaniakoa hain zuzen ere, VaR eta ES-ren arteko alde txikiagoa erakusten dute.

Nahiko argia bihurtzen da SMI-ren aldakortasun txikia urteetan zehar eta VaR eta ES-ek eskaintzen dituzten antzeko estimazioak. Izan ere, Suitzako egonkortasun finantzarioa hainbat faktoreei dagokie. Lehenik eta behin, herrialdeak duen banku sistema indartsu eta opakoa. Izan ere, banku-sektoreak herrialdearen ekonomiaren zati handi bat hornitzen du. Jarraitzeko, esan daiteke herrialdeak historikoki izan zan duen egonkortasun politiko eta ekonomikoak berebiziko garrantzia du eta baita ere. Azkenik aipagarri da Suitzako monetak duen garrantzia, izan ere, Suitzako Frankoa mundu mailan moneta indartsuenetarikoa da. (Haciyeva, S.eta Haydarova, A., 2023).

10.grafikoan ES-aren bidez neurtutako Europako sei indizeen arriskua denboran zehar alderatzeko grafikoa dugu.



10. grafikoa. EUko indizeen $ES_{0.01}^{E}$ *(2008-2023). Norberak eginda*

10. grafikoak Europako sei indizeen %5eko ES^{E} erakusten du, eta, horren bidez, haien arteko hainbat desberdintasun ikus ditzakegu. Irudian antzeman daiteke herrialde guztiak denboran zehar momentu berdinetan pairatzen dituztela asaldurak, hala ere, ez dituzte modu berdinean pairatzen. 2008an, indize guztiek jaitsiera esanguratsua eta aldakortasun handia erakusten dute, eta horrek finantza-krisi globalaren larritasuna islatzen du.

Joera hori mantendu egiten da zor subiranoaren krisian, eta ikus dezakegu herrialde kaltetuenak Italia eta Espainia direla, esperotako galera handienak islatzen baitituzte etengabe. Italiako burtsak Londresekoarekiko menpekotasun gutxi izan arren, urte hasieratik joera txarrenena izan duena da, eta *Brexit*ak sortutako ziurgabetasunarekin ez da harritzekoa MIB-ak izan duen arriskuaren igoera. Hildo beretik doa Espainiako indizea, beste herrialdeak baino arrisku gehiago zenbatesten duena 2014-2016 urte tarteetan. Hain zuzen ere, Espainiako ekonomia desazelerazioan zegoen urte horietan, batez ere euroaren ahultzearen eta petrolioaren prezioen igoeraren ondorioz (Persola, M., 2016). Bestalde, FTSEk eta SMI indizeak arriskuaren gorakada erakusten dute 2016an *Brexit*aren iragarpenarekin. Dena den, esperotako galera handienak ez dira hain handiak bi herrialde horietan.

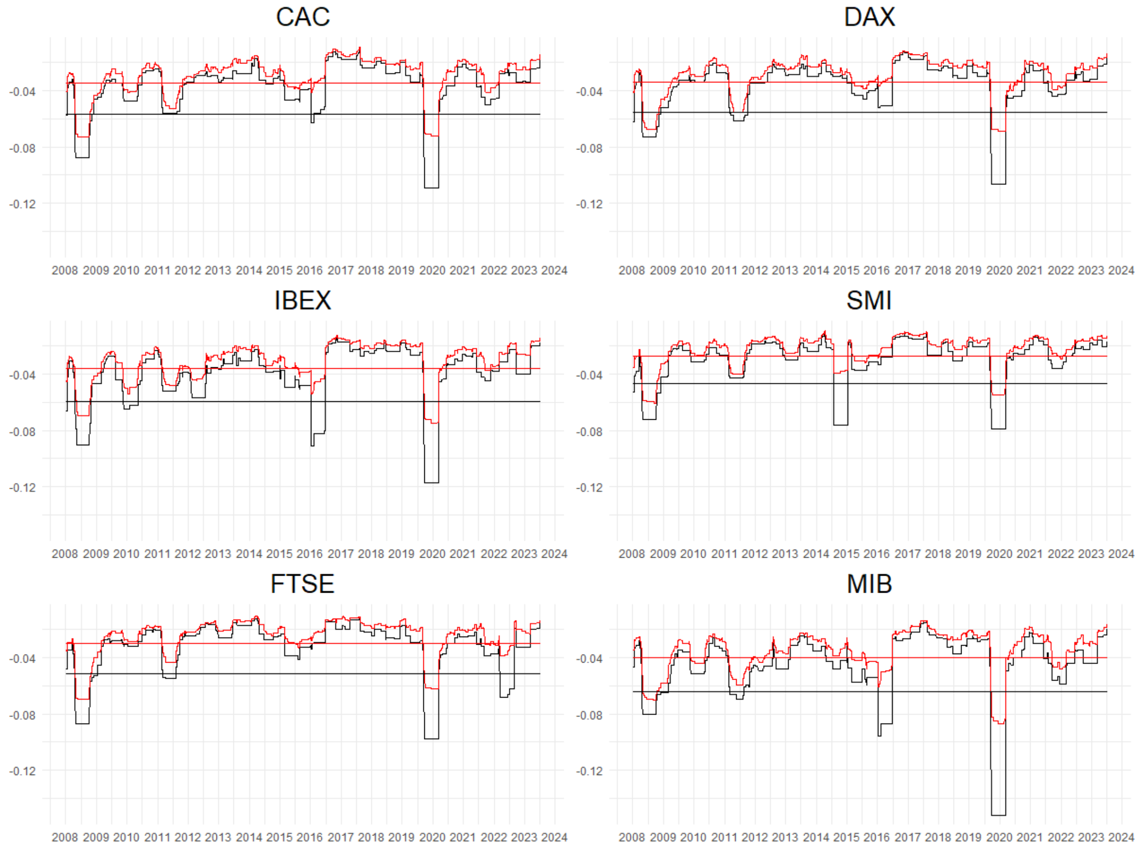
Lanean zehar sarritan mahaigaineratu den moduan, Italiako indizea arrisku gehien pairatzen duen indizea da, eta ez bakarrik krisi garaietan. Hori gertatzen da Italiako banku-sistema Europako ezegonkorrenetarikoa delako. Adibide garbia dugu EBZ-k 2015 egindako azterketa bat non frogatu zuen Italian aztertutako 15 bankuetatik zortzik ez zutela gainditu aktiboen-kalitate azterketa eta kapital berme txikiegia zutela ondorioztatu zen (Persolla, M., 2016).

CAC eta DAX indizeei helduz, ikusgarria da urteetan zehar asaldurak pairatu arren, hauek ez dituztela MIB edo IBEX bezalako perturbazio larriak jasaten. Frantzia eta Alemaniak ekonomia egonkorragoak dituzte Espainia edo Italiak baino. Gainera Europako burtsa nagusiak, Londreskoarekin batera, Frankfurtekoa eta Parisekoa dira, eta horrek herrialdeei botere finantzario handiago bat aitortzen die.

Horretaz gain, urte guztietan zehar galera txikienak iradokitzen dituen indizea Suitzakoa da, Erresuma Batukoarengandik jarraitua. Bi merkatu hauek Eurogunekoek baino arrisku gutxiago erakusten dute. Beste indizeak baino arrisku gutxiago izatearen arrazoia bi herrialdeak dibisa oso indartsuak dituztela, eta gainera, biak mundu mailan eragin handiko finantza-merkatuak dituztela izan daiteke

Arrisku neurrien erantzun alboratuen arazoa kuantilaren aukeraketaren arabera ere larriagoa bilakatu daiteke. Ohikoena arriskua %1-eko edo %5-eko probabilitatearekin kalkulatzea da. Zentzu honetan, alborapen handitu egiten da maila txikiagotarako (Jorion, 2007). Izan ere, Basileako komiteak argitaratutako bigarren erregulazioan %1-eko kuantila erabiltzen du arriskuaren neurketa gauzatzeko (Basel Committe , 2005).

Ikusteko hautatutako kuantilak duen garrantzia arrisku neurketan 11. grafikoa dugu. Grafiko honetan gorriz adierazten da %5eko ES enpirikoaren arriskuaren kalkulua, eta beltzez %1eko ES enpirikoarena. Irudiari begiratuta azaleratzen da nolatan kuantil altuago bat hautatzeak ez duen arriskuaren benetako balioa hain ondo islatzen, gutxiesten baitu.



11. grafikoa. %1 eta %5eko ES_t^E EUko indizeetan (2008-2023). Norberak eginda

Are garrantzitsuagoa da indizeak arriskuari dagokionez pairatzen duen aldakortasuna. Hain zuzen ere, badakigu arriskua aldakorra dela denboran zehar, eta merkatuaren asaldurengatik sortzen diren %5eko ES_t^E-aren gorabeherak argiak dira. Nolanahi ere, azken honek ez ditu muturreko gorabeherak %1-eko ES-ak bezain ondo islatzen. 6.grafikoan aztertu dugun moduan, merkatua momentu egonkor batean dagoenean, %1-eko zein %5-eko mailako ES-k antzeko emaitzak ematen dituzte, baino muturreko egoerak geratzen direnean, %5eko kuantila erabiltzea motz geratzen da arriskua zenbatesterako garaian.

5. Ondorioak

Lanak finantza-arriskua behar bezala neurtzearen garrantzia azpimarratzen du, bereziki interkonektatutako merkatuen eta gertaera globalen testuinguruan, hala nola 2008ko finantza-krisia eta COVID-19aren pandemia. Gertaera horiek erakutsi zuten nola sektore edo eskualde bateko asaldurak azkar zabal daitezkeen finantza-merkatu globaletan.

Neurri dinamikoak estatikoarekin alderatu direnean argi utzi dute indizeen arriskua nabarmen alda daitekeela denboran zehar, eta arriskuaren neurketan denbora-dinamika kontuan hartzearen garrantzia azpimarratzen du. Izan ere, lanean zehar azaleratu da merkatuaren egoera latzetan dagoenean finantza-krisiak bezala, neurri dinamikoen bidez kalkulatutako arriskua asko hazten dela eta neurri estatikoak ez duela gaitasunik horrelako egoerei erantzuteko. Horrek, arriskuaren estimazioaren gutxiespen handia eragiten du eta bankuen beharrezko kapitalaren gabezia sortu dezake.

Analisia bi tresna nagusitan zentratzen da: VaR eta ES, biak oso erabiliak mundu mailan eta erakunde askorengatik. VaR eta ES konparatuz, ikusten da ES-k VaR-ek baino galera larriagoak aurreikusteko joera duela, eta hori bat dator diseinuarekin, kasurik okerrenean VaR-ren atalasetik haratago arriskua atzematen duen neurria delako. Ezaugarri horrek, ES neurri baliagarriagoa egiten du muturreko kasuetan arriskua neurtzeko. Gainera, neurri koherentea da lanean zehar ikusi dugun moduan.

Aldagai finantzarioak jarraitzen duten banketari helduz, frogatu da ez dutela banaketa normala jarraitzen, eta gainera buztan pisutsuak dituztela. Beraz ezkerreko buztanean kalkulatzen diren arrisku neurriak erabiltzean banaketa normalean oinarritzen diren neurriak erabiltzeak emaitzak alboratzen ditu, kasu askoetan benetako arriskua gutxietsiz eta kaudimen arazoak izateko ahalmena sortuz.

Gainera, banaketarekin sortzen diten alborapen arazo horiek handitzen dira maila txikiagoetan. Dena den, maila txikia hautatzeak hobeto estimatzen du arriskua eta hobeto erantzuten du merkatuaren muturreko gorabeherei. Izan ere, %5eko mailarekin kalkulatutako arrisku neurriek aldakortasun gutxiago erakusten dute %1koek baino, galera gutxiago aurreikusiz hain zuzen ere.

Denboran zehar analisia egiteak bereziko garrantzia hartzen du lanean zehar aurkeztu diren grafikoak erakutsi duten moduan. Ondorioz, kasu espezifiko batzuetarako neurri estatiko batek funtzionatu dezake baino oso motz geratzen da arriskuaren estimazioan merkatuak tendentzia beherakorra duenean (*bear market trend*) ematen denean.

Lanean zehar islatzen da Basileako Komiteak ezarritako erregulazio sendoak beharrezkoak direla eta horiek finantza-krisien ondorioak arintzen nola lagun dezaketen, baina, era berean, erronka berrietara egokitzeko arrisku neurrien metodologia etengabe hobetzeko beharra nabarmentzen da. Behar hori, ez da azaleratzen orokorrean, eta garrantzi handiagoa hartzen du merkatuek asaldura gogorrak pairatzen dituztenean. Izan ere, ikusi da nola asaldura gutxiko epeetan, forma desberdinetan konputatutako neurriak antzeko estimazioak eskaini ditzaketela. Dena den, perturbazio gogorrak gertatzen direnean, neurri asko motz geratzen dira arriskua estimatzeko.

Italiaren finantza-merkatuaren egoera baita aipagarria da. Momentu oro, MIB indizeak besteek baino arrisku eta hegakortasun gehiagoa adierazi du, eta horrek, krisi momentuetan esperotako galera handiagoak izatea dakar. Dena den, baita ikusi da indize honek errentagarritasun altuenak sortzeko gaitasuna duela, horrekin sortzen du inbertitzaileentzat testuinguru arriskutsu bat, baino irabazi handiagoak izateko gaitasunarekin.

Europako herrialdeei dagokionez, banaketa handia sumatzen da Euroa erabiltzen duten herrialdeen eta ez dutenen aurrean. Erresuma Batuko eta Suitzako indizeak egonkorrenak dira besteen aurrean eta horrek iradoki dezake krisi testuinguruetan asaldura negatiboak gutxiago pairatu ditzaketela. Egonkortasun horiek hainbat arrazoiengatik sortu izan daitezke. Alde batetik, Erresuma Batuko Libra eta Suitzako Frankoa dibisa indartsuak dira. Bestetik, Londreseko Burtsa Europa mailan nagusienetarikoa da eta Suitzakoak bere garrantzia du baita ere herrialdeak mundu mailan finantza-arloaren inguruan duen lekua dela eta.

Azterketa hau aurrera eramateko Rstudio software informatikoaz baliatu naiz. Programa hau oso baliagarria da datuen analisia gauzatzeko eta estatistikaren arloan erabiltzeko. Graduan zehar programa hau ez denez erabili, proiektuarekin batera gauzatu da nire jakinduria software-aren erabilpenari dagokionez eta eskaintzan dituen baliabideak horrelako azterketak egiteko azpimarragarriak dira .

Hildo beretik, finantzarekin zerikusia duen edukia urria da ekonomiako graduan bereziki. Hori dela eta, mundu mailan hain garrantzitsua den arloa izanda, oso interesgarria izan da arlo honi buruz apur bat ikastea.

Bestalde finantza-arloko informazioari eta hiztegiari dagokionez, Euskal Herritik esfortzu bat egin beharko zen gehiago garatzeko euskarari dagokionez. Izan ere, Euskal Herriko mailan oso informazio gutxi existitzen da; eta hizkuntzaren aldetik, gabezia asko dauzka euskarak kontzeptuak definitzeko. Hizkuntza globalizatua ingelesa da, hori ikusgarria da edozein arlo akademikoan, baino erronka bat izan da lan hau aurrera eramatea euskarazko hiztegian ez direlako sartzen finantza-arloko hitz anitz.

6. Bibliografia

Acerbi, C., Nordio, C., eta Sintori, C. (2001*). Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management.* arXiv: Statistical Mechanics.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., eta Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. Mathematical finance, 9.bol (3), 203-228.

Bank for International Settlements. (2023). *History of the Basel Committee*. Bank for International Settlements. https://www.bis.org/bcbs/history.htm

Basel Committee on Banking Supervision. (2005). *An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*. Bank for International Settlements.

Basel Committee on Banking Supervision. (2019). *Minimum capital requirements for market risk*. Bank for International Settlements.

Berges, Á., Manzano, D., eta Ontiveros, E. (2023). 35 años de economía y finanzas en España 1987-2022. *35 años en la historia económico-financiera española.* Analistas Financieros Internacionales (AFI), 13-56.

Bodie, Z., Kane, A., eta Marcus, A. J. (2014). *Investments* (10). London, United Kingdom: McGraw-Hill Publishing Co.

Brigham, E. F. eta Houston, J. F. (2007). *Fundamentals of Financial Management* (11).

Ciampi, G. (2021). *Parametric and non-parametric confidence interval estimation for machine learning in 3 lines of code*. Towards Data Science. https://towardsdatascience.com/parametric-and-non-parametric-confidence-interval-estimation-for-machine-learning-in-3-lines-of-f35e49c73ef3

González Nucamendi, A., eta Solís Rosales, R. (2012). El ABC de la regulación bancaria de Basilea. *Análisis Económico*, 24. bol. (64)

Haciyeva, Salatin eta Haydarova, Aybaniz. (2023). *What Makes the Swiss Banks Special?*. International Journal of Membrane Science and Technology.

Haubrich, J. G. (2020). *A Brief History of Bank Capital Requirements in the United States*. Economic Commentary. Federal Reserve Bank of Cleveland

Hetzel, R. L. (1991). *Too Big to Fail: Origins, Consequences, and Outlook*. FRB Richmond Economic Review, vol. 77. bol. (6), 3-15.

Hull, J. C. (2015). *Risk management and financial institutions* (4). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc

Hurn, S., Martin, V., Phillips, P. C. B. eta Yu, J. (2021). *Financial Econometric Modeling*. New York, Oxford University Press

Ialongo C. (2019). *Confidence interval for quantiles and percentiles*. Biochemia medica, 29(1),

Jorion, P. (2007). *Value at Risk* (3). New York, The McGraw-Hill Companies.

Mak, P., & Meng, Q. (2014). *Value at risk and expected shortfall: A comparative analysis of performance in normal and crisis markets*.

Olson, D. L., Wu, D., eta Wub, D. (2013). *The impact of distribution on value-at-risk measures.* Mathematical and Computer Modelling, 58, 1670–1676.

Outreville, J. F. (1998). *The Meaning of Risk*. Theory and Practice of Insurance 1-12.

Persola, M. (2016). *Brexit: ecco le implicazioni macro per l'Eurozona.* Advisor Online. https://advisoronline.it/asset-manager/gestori-e-mercati-finanziari/37792-brexit-ecco-le-implicazioni-macro-per-l-eurozona

Saturn Cloud. (2023) *What Are Logarithmic Returns and How to Calculate Them in Pandas Dataframe*. Saturn Cloud. https://saturncloud.io/blog/what-are-logarithmic-returns-and-how-to-calculate-them-in-pandas-dataframe/

Saucedo Acosta, E. J., Bacaria I Colom, J., eta Fortuno Hernández, J. C. (2012). *Los PIIGS en tiempos de crisis de deuda soberana: La pertinencia de usar el euro*. Investigación Económica, 71. bol. (281), 59-82.

Tarullo, D. K. (2017). *Next Steps in the Evolution of Stress Testing*. Federal Reserve. https://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/tarullo20170404a.htm

Eranskina

1) Shaphiro-Wilks normaltasun testa:

Testak hurrengo hipotesiak kontrastatzen ditu.

$$\begin{cases} \mathrm{H}_0: X \sim N(\mu, \sigma^2) \\ \mathrm{H}_1: X \nsim N(\mu, \sigma^2) \end{cases}$$

Probaren estatistikoa kalkulatzen da hurrengo emaitzak ematen dituena: CAC (0,917), DAX (0.920), IBEX (0.923), SMI (0.908), FTSE (0.887) eta MIB (0.931).

$\alpha = 0.05$-eko esangura-maila hartuko da kontuan eta kontrastea egiteko p-balioa erabiliko da. P-balioa behatutako emaitza bezain muturrekoa lortzeko probabilitatea da, hipotesi nulua egiazkoa dela suposatuz. Beraz, α baino txikiagoa den p-balioak adierazten du lagin ebidentzia dagoela hipotesi nulua baztertzeko, eta iradokitzen du datuek ez dutela banaketa normal bat jarraitzen.

Lortutako p-balioak hurrengoak dira: CAC ($1{,}722e^{-42}$), DAX ($5{,}113e^{-42}$), IBEX ($2{,}451e^{-41}$), SMI ($3{,}479e^{-44}$), FTSE ($1{,}705e^{-40}$) eta MIB ($1{,}705e^{-47}$)

Aldagai guztietan esangura maila ($\alpha = 0.05$) baino txikiagoa denez, hipotesi nulua baztertzen dugu, eta lagin ebidentzia dago esateko aldagaiak ez dute banaketa normala jarraitzen %95eko konfiantza-mailarekin.

2) Augmented Dickey-Fuller egonkortasun testa

Aurkezten diren hipotesiak hurrengoak dira:

$$\begin{cases} \mathrm{H}_0: \text{Denbora serieak erro unitarioa du (ez da egonkorra)} \\ \mathrm{H}_1: \text{Denbora serieak ez du erro unitariorik (egonkorra da)} \end{cases}$$

ADF testatik ateratako estatistikoak hurrengoak dira: CAC (-16,179), DAX (-16,053), IBEX (-15,978), SMI (-16.909), FTSE (-16.472) eta MIB (-15.302)

$\alpha = 0.05$-eko esangura-maila hartuko da kontuan. Eta kontrastea egiteko p-balioa erabiliko da.

Indize guztietan, lortutako p balioa 10^{-2} ordenakoa da, eta hori esangura-maila ($\alpha = 0.05$) baino txikiagoa da. Horrek datu-multzo guztietarako hipotesi nulua baztertzera garamatza, denborazko serieak egonkorrak direla adieraziz.

3) Simetria ebaluatzeko testa *(skewness*)

$$\begin{cases} H_0: \text{Datuak jarraitzen duten banaketa simetrikoa da} \\ H_1: \text{Datuak jarraitzen duten banaketa ez da simetrikoa} \end{cases}$$

Simetria-estatistikoak (*skewness*) datuen banaketaren asimetria neurtzen du. Asimetria balio negatibo batek ezkerrean buztan pisutsua duen banaketa adierazten du, eta horrek esan nahi du muturreko balio gehiago daudela bataz bestekoaren alde negatiboan.

Aldagaien asimetria balioak negatiboak dira kasu honetan, eta horrek esan nahi du banaketa guztiek buztan pisutsuak dituztela ezkerrean, hau da, muturreko balioen maiztasun handiagoa dagoela banaketaren ezkerraldean.

4) Rstudioko kodea:

```r
# Analisi deskribatzailea

## Errentagarritasun logaritmikoak
ind<-ind
ind$Date <- as.Date(ind$Date)
install.packages("dplyr")

library(dplyr)

calculate_log_returns <- function(x) {
  log_returns <- c(NA, diff(log(x)))
  return(log_returns)}

library(dplyr)
logrent <- ind %>%
  mutate_at(vars(-Date), .funs = calculate_log_returns)

logrent <- na.omit(logrent)
install.packages("tseries")
library(tseries)

## Oinarrizko estatistikoak

logrent_stat <- apply(logrent[, -1], 2, function(x) {
  c(
    mean = mean(x, na.rm = TRUE),
    sd = sd(x, na.rm = TRUE),
    q0.25 = quantile(x, probs = 0.25, na.rm = TRUE),
    q0.75 = quantile(x, probs = 0.75, na.rm = TRUE),
    max = max(x, na.rm = TRUE),
    min = min(x, na.rm = TRUE)
  )
})
```

```
logrent_stat_df <- t(data.frame(logrent_stat))
colnames(logrent_stat_df) <- c("Batazbestekoa", "Desbideratze tipikoa", "Q0.25", "Q0.
75", "Maximoa", "Minimoa")
print(logrent_stat_df)
prezio_stat <- apply(ind[, -1], 2, function(x) {
  c(
    mean = mean(x, na.rm = TRUE),
    sd = sd(x, na.rm = TRUE),
    q0.25 = quantile(x, probs = 0.25, na.rm = TRUE),
    q0.75 = quantile(x, probs = 0.75, na.rm = TRUE),
    max = max(x, na.rm = TRUE),
    min = min(x, na.rm = TRUE)
  )})

prezio_stat_df <- t(data.frame(prezio_stat))
colnames(prezio_stat_df) <- c("Batazbestekoa", "Desbideratze tipikoa", "Q0.25", "Q0.7
5", "Maximoa", "Minimoa")
print(prezio_stat_df)

## Errentagarritasun logaritmikoen grafikoa

install.packages("ggplot2")
install.packages("gridExtra")
library(ggplot2)
library(gridExtra)
library(grid)
y_limits <- range(c(logrent$CAC, logrent$DAX, logrent$IBEX, logrent$SMI, logrent$FTS
E, logrent$MIB), na.rm = TRUE)

p0 <- ggplot(logrent, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = CAC), color="black") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "CAC") +
  scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
  ylim(y_limits) +  # Ajustar el mismo límite Y
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20), legend.position = "top")

p1 <- ggplot(logrent, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = DAX), color="black") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "DAX") +
  scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
  ylim(y_limits) +  # Ajustar el mismo límite Y
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20), legend.position = "top")

p2 <- ggplot(logrent, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = IBEX), color="black") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "IBEX") +
  scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
  ylim(y_limits) +  # Ajustar el mismo límite Y
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20), legend.position = "top")
```

```r
p3 <- ggplot(logrent, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = SMI), color="black") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "SMI") +
  scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
  ylim(y_limits) +  # Ajustar el mismo límite Y
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20), legend.position = "top")

p4 <- ggplot(logrent, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = FTSE), color="black") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "FTSE") +
  scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
  ylim(y_limits) +  # Ajustar el mismo límite Y
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20), legend.position = "top")

p5 <- ggplot(logrent, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = MIB), color="black") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "MIB") +
  scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
  ylim(y_limits) +  # Ajustar el mismo límite Y
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20), legend.position = "top")
grid_plots <- grid.arrange(p0, p1, p2, p3, p4, p5, ncol = 1, nrow = 6)

## Itxiera Prezioak denboran zehar grafikatzen

install.packages("ggplot2")
library(ggplot2)
ggplot() +
  geom_line(data = ind, aes(x = Date, y = CAC, color = "CAC")) +
  geom_line(data = ind, aes(x = Date, y = DAX, color = "DAX")) +
  geom_line(data = ind, aes(x = Date, y = IBEX, color = "IBEX")) +
  geom_line(data = ind, aes(x = Date, y = SMI, color = "SMI")) +
  geom_line(data = ind, aes(x = Date, y = FTSE, color = "FTSE")) +
  geom_line(data = ind, aes(x = Date, y = MIB, color = "MIB")) +
  labs(
    x = "Urteak",
    y = "Itxiera prezioak",
    title = "Indizeen bilakaera (2008-2023)"
  ) +
  scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
  scale_color_manual(values = c("CAC" = "red", "DAX" = "cyan", "IBEX" = "blue",
                                "SMI" = "purple", "FTSE" = "green", "MIB" = "orange
")) +
  theme_minimal() +
  theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20),
    legend.position = "right",
    legend.title = element_blank(),
    legend.text = element_text(size = 16)
  )
```

```r
## Histogramak

install.packages("ggplot2")
install.packages("gridExtra")
library(ggplot2)
library(gridExtra)

x_limits <- range(c(logrent$CAC, logrent$DAX, logrent$IBEX, logrent$SMI, logrent$FTS
E, logrent$MIB), na.rm = TRUE)

h1 <- ggplot(data = logrent, aes(x = CAC)) +
  geom_histogram(bins = 60, fill = "#B9B9B9", color = "#696969", alpha = 0.9) +
  labs(title = "CAC", x = NULL, y = NULL) +
  coord_cartesian(xlim = x_limits, ylim = c(0, 800)) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

h2 <- ggplot(data = logrent, aes(x = DAX)) +
  geom_histogram(bins = 60, fill = "#B9B9B9", color = "#696969", alpha = 0.9) +
  labs(title = "DAX", x = NULL, y = NULL) +
  coord_cartesian(xlim = x_limits, ylim = c(0, 800)) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

h3 <- ggplot(data = logrent, aes(x = IBEX)) +
  geom_histogram(bins = 60, fill = "#B9B9B9", color = "#696969", alpha = 0.9) +
  labs(title = "IBEX", x = NULL, y = NULL) +
  coord_cartesian(xlim = x_limits, ylim = c(0, 800)) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

h4 <- ggplot(data = logrent, aes(x = SMI)) +
  geom_histogram(bins = 60, fill = "#B9B9B9", color = "#696969", alpha = 0.9) +
  labs(title = "SMI", x = NULL, y = NULL) +
  coord_cartesian(xlim = x_limits, ylim = c(0, 800)) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

h5 <- ggplot(data = logrent, aes(x = FTSE)) +
  geom_histogram(bins = 60, fill = "#B9B9B9", color = "#696969", alpha = 0.9) +
  labs(title = "FTSE", x = NULL, y = NULL) +
  coord_cartesian(xlim = x_limits, ylim = c(0, 800)) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

h6 <- ggplot(data = logrent, aes(x = MIB)) +
  geom_histogram(bins = 60, fill = "#B9B9B9", color = "#696969", alpha = 0.9) +
  labs(title = "MIB", x = NULL, y = NULL) +
  coord_cartesian(xlim = x_limits, ylim = c(0, 800)) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

grid_plots <- grid.arrange(h1, h2, h3, h4, h5, h6, ncol = 2, nrow = 3)
```

```r
## Korrelazio koefizientea
correlation_cac_dax <- cor(logrent$CAC, logrent$DAX, use = "complete.obs")
correlation_cac_ibex <- cor(logrent$CAC, logrent$IBEX, use = "complete.obs")
correlation_cac_smi <- cor(logrent$CAC, logrent$SMI, use = "complete.obs")
correlation_cac_ftse <- cor(logrent$CAC, logrent$FTSE, use = "complete.obs")
correlation_cac_mib <- cor(logrent$CAC, logrent$MIB, use = "complete.obs")
correlation_dax_ibex <- cor(logrent$DAX, logrent$IBEX, use = "complete.obs")
correlation_dax_smi <- cor(logrent$DAX, logrent$SMI, use = "complete.obs")
correlation_dax_ftse <- cor(logrent$DAX, logrent$FTSE, use = "complete.obs")
correlation_dax_mib <- cor(logrent$DAX, logrent$MIB, use = "complete.obs")
correlation_ibex_smi <- cor(logrent$IBEX, logrent$SMI, use = "complete.obs")
correlation_ibex_ftse <- cor(logrent$IBEX, logrent$FTSE, use = "complete.obs")
correlation_ibex_mib <- cor(logrent$IBEX, logrent$MIB, use = "complete.obs")
correlation_smi_ftse <- cor(logrent$SMI, logrent$FTSE, use = "complete.obs")
correlation_smi_mib <- cor(logrent$SMI, logrent$MIB, use = "complete.obs")
correlation_ftse_mib <- cor(logrent$FTSE, logrent$MIB, use = "complete.obs")

cat("CAC y DAX:", correlation_cac_dax, "\n")
cat("CAC y IBEX:", correlation_cac_ibex, "\n")
cat("CAC y SMI:", correlation_cac_smi, "\n")
cat("CAC y FTSE:", correlation_cac_ftse, "\n")
cat("CAC y MIB:", correlation_cac_mib, "\n")
cat("DAX y IBEX:", correlation_dax_ibex, "\n")
cat("DAX y SMI:", correlation_dax_smi, "\n")
cat("DAX y FTSE:", correlation_dax_ftse, "\n")
cat("DAX y MIB:", correlation_dax_mib, "\n")
cat("IBEX y SMI:", correlation_ibex_smi, "\n")
cat("IBEX y FTSE:", correlation_ibex_ftse, "\n")
cat("IBEX y MIB:", correlation_ibex_mib, "\n")
cat("SMI y FTSE:", correlation_smi_ftse, "\n")
cat("SMI y MIB:", correlation_smi_mib, "\n")
cat("FTSE y MIB:", correlation_ftse_mib, "\n")


# Arrisku neurriak
## Banaketa enpirikoan oinarritutako VaR

vardata <- data.frame(Fecha = head(ind$Date, n = 4079 - 120 + 1))
varCAC_estat <- quantile(logrent$CAC, probs=0.05, na.rm = TRUE)
print(varCAC_estat)

varCAC <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  CAC_lehioa <- logrent$CAC[i:(i + 120 - 1)]
  varCAC[i] <- quantile(CAC_lehioa, probs=0.05, na.rm = TRUE)
}
vardata$VarCAC <- varCAC


varDAX_estat <- quantile(logrent$DAX, probs=0.05, na.rm = TRUE)
print(varDAX_estat)
varDAX <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
```

```
  DAX_lehioa <- logrent$DAX[i:(i + 120 - 1)]
  varDAX[i] <- quantile(DAX_lehioa, probs=0.05, na.rm = TRUE)
}
vardata$VarDAX <- varDAX

varIBEX_estat <- quantile(logrent$IBEX, probs=0.05, na.rm = TRUE)
print(varIBEX_estat)
varIBEX <- numeric(4079- 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  IBEX_lehioa <- logrent$IBEX[i:(i + 120 - 1)]
  varIBEX[i] <- quantile(IBEX_lehioa, probs=0.05, na.rm = TRUE)
}
vardata$VarIBEX <- varIBEX
varSMI_estat <- quantile(logrent$SMI, probs=0.05, na.rm = TRUE)
print(varSMI_estat)


varSMI <- numeric(4079- 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  SMI_lehioa <- logrent$SMI[i:(i + 120 - 1)]
  varSMI[i] <- quantile(SMI_lehioa, probs=0.05, na.rm = TRUE)
}
vardata$VarSMI <- varSMI

varFTSE_estat <- quantile(logrent$FTSE, probs=0.05, na.rm = TRUE)
print(varFTSE_estat)
varFTSE <- numeric(4079- 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  FTSE_lehioa <- logrent$FTSE[i:(i + 120 - 1)]
  varFTSE[i] <- quantile(FTSE_lehioa, probs=0.05, na.rm = TRUE)
}
vardata$VarFTSE <- varFTSE

varMIB_estat <- quantile(logrent$MIB, probs=0.05, na.rm = TRUE)
print(varMIB_estat)
varMIB <- numeric(4079- 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  MIB_lehioa <- logrent$MIB[i:(i + 120 - 1)]
  varMIB[i] <- quantile(MIB_lehioa,  probs=0.05, na.rm = TRUE)
}
vardata$VarMIB <- varMIB


## Banaketa normalean oinarritutako VaR

mean_DAX_static <- mean(logrent$DAX, na.rm = TRUE)
sd_DAX_static <- sd(logrent$DAX, na.rm = TRUE)
varNDAX_static <- qnorm(0.05, mean = mean_DAX_static, sd = sd_DAX_static)

mean_CAC_static <- mean(logrent$CAC, na.rm = TRUE)
sd_CAC_static <- sd(logrent$CAC, na.rm = TRUE)
varNCAC_static <- qnorm(0.05, mean = mean_CAC_static, sd = sd_CAC_static)

mean_IBEX_static <- mean(logrent$IBEX, na.rm = TRUE)
```

```r
sd_IBEX_static <- sd(logrent$IBEX, na.rm = TRUE)
varNIBEX_static <- qnorm(0.05, mean = mean_IBEX_static, sd = sd_IBEX_static)

mean_MIB_static <- mean(logrent$MIB, na.rm = TRUE)
sd_MIB_static <- sd(logrent$MIB, na.rm = TRUE)
varNMIB_static <- qnorm(0.05, mean = mean_MIB_static, sd = sd_MIB_static)

mean_SMI_static <- mean(logrent$SMI, na.rm = TRUE)
sd_SMI_static <- sd(logrent$SMI, na.rm = TRUE)
varNSMI_static <- qnorm(0.05, mean = mean_SMI_static, sd = sd_SMI_static)

mean_FTSE_static <- mean(logrent$FTSE, na.rm = TRUE)
sd_FTSE_static <- sd(logrent$FTSE, na.rm = TRUE)
varNFTSE_static <- qnorm(0.05, mean = mean_FTSE_static, sd = sd_FTSE_static)


VaR_static <- data.frame(
  Índice = c("DAX", "CAC", "IBEX", "MIB", "SMI", "FTSE"),
  VaR = c(varNDAX_static, varNCAC_static, varNIBEX_static, varNMIB_static, varNSMI_st
atic, varNFTSE_static)
)
print(VaR_static)


num_rows <- nrow(logrent)
window_size <- 120
varNDAX <- numeric(num_rows)
varNCAC <- numeric(num_rows)
varNIBEX <- numeric(num_rows)
varNMIB <- numeric(num_rows)
varNSMI <- numeric(num_rows)
varNFTSE <- numeric(num_rows)

for (i in 1:(num_rows - window_size + 1)) {
  DAXN_lehioa <- logrent$DAX[i:(i + window_size - 1)]
  CACN_lehioa <- logrent$CAC[i:(i + window_size - 1)]
  IBEXN_lehioa <- logrent$IBEX[i:(i + window_size - 1)]
  MIBN_lehioa <- logrent$MIB[i:(i + window_size - 1)]
  SMIN_lehioa <- logrent$SMI[i:(i + window_size - 1)]
  FTSEN_lehioa <- logrent$FTSE[i:(i + window_size - 1)]

  mean_DAX <- mean(DAXN_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_DAX <- sd(DAXN_lehioa, na.rm = TRUE)
  varNDAX[i + window_size - 1] <- qnorm(0.05, mean = mean_DAX, sd = sd_DAX)

  mean_CAC <- mean(CACN_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_CAC <- sd(CACN_lehioa, na.rm = TRUE)
  varNCAC[i + window_size - 1] <- qnorm(0.05, mean = mean_CAC, sd = sd_CAC)

  mean_IBEX <- mean(IBEXN_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_IBEX <- sd(IBEXN_lehioa, na.rm = TRUE)
  varNIBEX[i + window_size - 1] <- qnorm(0.05, mean = mean_IBEX, sd = sd_IBEX)

  mean_MIB <- mean(MIBN_lehioa, na.rm = TRUE)
```

```r
  sd_MIB <- sd(MIBN_lehioa, na.rm = TRUE)
  varNMIB[i + window_size - 1] <- qnorm(0.01, mean = mean_MIB, sd = sd_MIB)

  mean_SMI <- mean(SMIN_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_SMI <- sd(SMIN_lehioa, na.rm = TRUE)
  varNSMI[i + window_size - 1] <- qnorm(0.05, mean = mean_SMI, sd = sd_SMI)

  mean_FTSE <- mean(FTSEN_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_FTSE <- sd(FTSEN_lehioa, na.rm = TRUE)
  varNFTSE[i + window_size - 1] <- qnorm(0.05, mean = mean_FTSE, sd = sd_FTSE)
}

varNDAX[1:(window_size - 1)] <- NA
varNCAC[1:(window_size - 1)] <- NA
varNIBEX[1:(window_size - 1)] <- NA
varNMIB[1:(window_size - 1)] <- NA
varNSMI[1:(window_size - 1)] <- NA
varNFTSE[1:(window_size - 1)] <- NA

VARNNA <- data.frame(
  Fecha = logrent$Date,
  varNDAX = varNDAX,
  varNCAC = varNCAC,
  varNIBEX = varNIBEX,
  varNMIB = varNMIB,
  varNSMI = varNSMI,
  varNFTSE = varNFTSE
)


VARN <- na.omit(VARNNA)
VARN <- data.frame(Fecha = head(logrent$Date, n = 4079 - 120 + 1))

mean_CAC <- mean(logrent$CAC, na.rm = TRUE)
sd_CAC <- sd(logrent$CAC, na.rm = TRUE)
varCAC_estat_normal <- qnorm(0.05, mean = mean_CAC, sd = sd_CAC)
print(varCAC_estat_normal)
varCAC_normal <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  CAC_lehioa <- logrent$CAC[i:(i + 120 - 1)]
  mean_CAC_lehioa <- mean(CAC_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_CAC_lehioa <- sd(CAC_lehioa, na.rm = TRUE)
  varCAC_normal[i] <- qnorm(0.05, mean = mean_CAC_lehioa, sd = sd_CAC_lehioa)
}

VARN$VarCAC_Normal <- varCAC_normal
mean_DAX <- mean(logrent$DAX, na.rm = TRUE)
sd_DAX <- sd(logrent$DAX, na.rm = TRUE)
varDAX_estat_normal <- qnorm(0.05, mean = mean_DAX, sd = sd_DAX)
print(varDAX_estat_normal)

varDAX_normal <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  DAX_lehioa <- logrent$DAX[i:(i + 120 - 1)]
```

```r
  mean_DAX_lehioa <- mean(DAX_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_DAX_lehioa <- sd(DAX_lehioa, na.rm = TRUE)
  varDAX_normal[i] <- qnorm(0.05, mean = mean_DAX_lehioa, sd = sd_DAX_lehioa)
}
VARN$VarDAX_Normal <- varDAX_normal


mean_IBEX <- mean(logrent$IBEX, na.rm = TRUE)
sd_IBEX <- sd(logrent$IBEX, na.rm = TRUE)
varIBEX_estat_normal <- qnorm(0.05, mean = mean_IBEX, sd = sd_IBEX)
print(varIBEX_estat_normal)
varIBEX_normal <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  IBEX_lehioa <- logrent$IBEX[i:(i + 120 - 1)]
  mean_IBEX_lehioa <- mean(IBEX_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_IBEX_lehioa <- sd(IBEX_lehioa, na.rm = TRUE)
  varIBEX_normal[i] <- qnorm(0.05, mean = mean_IBEX_lehioa, sd = sd_IBEX_lehioa)
}
VARN$VarIBEX_Normal <- varIBEX_normal


mean_SMI <- mean(logrent$SMI, na.rm = TRUE)
sd_SMI <- sd(logrent$SMI, na.rm = TRUE)
varSMI_estat_normal <- qnorm(0.05, mean = mean_SMI, sd = sd_SMI)
print(varSMI_estat_normal)
varSMI_normal <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  SMI_lehioa <- logrent$SMI[i:(i + 120 - 1)]
  mean_SMI_lehioa <- mean(SMI_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_SMI_lehioa <- sd(SMI_lehioa, na.rm = TRUE)
  varSMI_normal[i] <- qnorm(0.05, mean = mean_SMI_lehioa, sd = sd_SMI_lehioa)
}
VARN$VarSMI_Normal <- varSMI_normal

mean_FTSE <- mean(logrent$FTSE, na.rm = TRUE)
sd_FTSE <- sd(logrent$FTSE, na.rm = TRUE)
varFTSE_estat_normal <- qnorm(0.05, mean = mean_FTSE, sd = sd_FTSE)
print(varFTSE_estat_normal)
varFTSE_normal <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  FTSE_lehioa <- logrent$FTSE[i:(i + 120 - 1)]
  mean_FTSE_lehioa <- mean(FTSE_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_FTSE_lehioa <- sd(FTSE_lehioa, na.rm = TRUE)
  varFTSE_normal[i] <- qnorm(0.05, mean = mean_FTSE_lehioa, sd = sd_FTSE_lehioa)
}
VARN$VarFTSE_Normal <- varFTSE_normal

mean_MIB <- mean(logrent$MIB, na.rm = TRUE)
sd_MIB <- sd(logrent$MIB, na.rm = TRUE)
varMIB_estat_normal <- qnorm(0.05, mean = mean_MIB, sd = sd_MIB)
print(varMIB_estat_normal)
varMIB_normal <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  MIB_lehioa <- logrent$MIB[i:(i + 120 - 1)]
```

```
  mean_MIB_lehioa <- mean(MIB_lehioa, na.rm = TRUE)
  sd_MIB_lehioa <- sd(MIB_lehioa, na.rm = TRUE)
  varMIB_normal[i] <- qnorm(0.05, mean = mean_MIB_lehioa, sd = sd_MIB_lehioa)
}
VARN$VarMIB_Normal <- varMIB_normal


#### VaR normala eta enpirikoa grafikatzen

install.packages("gridExtra")
library(ggplot2)
library(gridExtra)

y_limits <- range(
  c(vardata$VarCAC, vardata$varCAC_estat, VARN$VarCAC_Normal, VARN$varCAC_estat_norma
l,
    vardata$VarDAX, vardata$varDAX_estat, VARN$VarDAX_Normal, VARN$varDAX_estat_norma
l,
    vardata$VarIBEX, vardata$varIBEX_estat, VARN$VarIBEX_Normal, VARN$varIBEX_estat_n
ormal,
    vardata$VarSMI, vardata$varSMI_estat, VARN$VarSMI_Normal, VARN$varSMI_estat_norma
l,
    vardata$varFTSE, vardata$varFTSE_estat, VARN$VarFTSE_Normal, VARN$varFTSE_estat_n
ormal,
    vardata$VarMIB, vardata$varMIB_estat, VARN$VarMIB_Normal, VARN$varMIB_estat_norma
l
  ), na.rm = TRUE)

f1 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarCAC, color = "VarCAC")) +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = varCAC_estat, color = "varCAC_estat"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = VarCAC_Normal, color = "VarCAC_Normal"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = varCAC_estat_normal, color = "varCAC_esta
t_normal")) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "CAC", color = "Legend") +
  scale_color_manual(values = c("VarCAC" = "black", "varCAC_estat" = "black", "VarCAC
_Normal" = "red", "varCAC_estat_normal" = "red"),
                     labels = c("VaR CAC", "VaR CAC estatikoa", "VaR Normala CAC", "V
aR Normala CAC estatikoa")) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_light() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

f2 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarDAX, color = "VarDAX")) +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = varDAX_estat, color = "varDAX_estat"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = VarDAX_Normal, color = "VarDAX_Normal"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = varDAX_estat_normal, color = "varDAX_esta
t_normal")) +
```

```
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "DAX", color = "Legend") +
  scale_color_manual(values = c("VarDAX" = "black", "varDAX_estat" = "black", "VarDAX
_Normal" = "red", "varDAX_estat_normal" = "red"),
                     labels = c("VaR DAX", "VaR DAX estatikoa", "VaR Normala DAX", "V
aR Normala DAX estatikoa")) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_light() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

f3 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarIBEX, color = "VarIBEX")) +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = varIBEX_estat, color = "varIBEX_estat
")) +
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = VarIBEX_Normal, color = "VarIBEX_Normal
")) +
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = varIBEX_estat_normal, color = "varIBEX_es
tat_normal")) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "IBEX", color = "Legend") +
  scale_color_manual(values = c("VarIBEX" = "black", "varIBEX_estat" = "black", "VarI
BEX_Normal" = "red", "varIBEX_estat_normal" = "red"),
                     labels = c("VaR IBEX", "VaR IBEX estatikoa", "VaR Normala IBEX",
"VaR Normala IBEX estatikoa")) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_light() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

f4 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarSMI, color = "VarSMI")) +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = varSMI_estat, color = "varSMI_estat"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = VarSMI_Normal, color = "VarSMI_Normal"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = varSMI_estat_normal, color = "varSMI_esta
t_normal")) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "SMI", color = "Legend") +
  scale_color_manual(values = c("VarSMI" = "black", "varSMI_estat" = "black", "VarSMI
_Normal" = "red", "varSMI_estat_normal" = "red"),
                     labels = c("VaR SMI", "VaR SMI estatikoa", "VaR Normala SMI", "V
aR Normala SMI estatikoa")) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_light() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

f5 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = varFTSE, color = "varFTSE")) +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = varFTSE_estat, color = "varFTSE_estat
")) +
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = VarFTSE_Normal, color = "VarFTSE_Normal
")) +
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = varFTSE_estat_normal, color = "varFTSE_es
tat_normal")) +
```

```r
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "FTSE", color = "Legend") +
  scale_color_manual(values = c("varFTSE" = "black", "varFTSE_estat" = "black", "VarF
TSE_Normal" = "red", "varFTSE_estat_normal" = "red"),
                     labels = c("VaR FTSE", "VaR FTSE estatikoa", "VaR Normala FTSE",
"VaR Normala FTSE estatikoa")) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_light() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

f6 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarMIB, color = "VarMIB")) +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = varMIB_estat, color = "varMIB_estat"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = VarMIB_Normal, color = "VarMIB_Normal"))
+
  geom_line(data = VARN, aes(x = Fecha, y = varMIB_estat_normal, color = "varMIB_esta
t_normal")) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "MIB", color = "Legend") +
  scale_color_manual(values = c("black", "black", "red", "red"),
                     labels = c("VaR MIB", "VaR MIB estatikoa", "VaR Normala MIB", "V
aR Normala MIB estatikoa")) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_light() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

grid.arrange(f1 + theme(legend.position = "none"),
             f2 + theme(legend.position = "none"),
             f3 + theme(legend.position = "none"),
             f4 + theme(legend.position = "none"),
             f5 + theme(legend.position = "none"),
             f6 + theme(legend.position = "none"),
             ncol = 2)

### Konfiantza-Tartea VaR

quantile_tfg=function (x, probs = 0.05, na.rm = FALSE, names = TRUE,
                       type = 7, digits = 7, ...)
{
  if (is.factor(x)) {
    if (is.ordered(x)) {
      if (!any(type == c(1L, 3L)))
        stop("'type' must be 1 or 3 for ordered factors")
    }
    else stop("(unordered) factors are not allowed")
    lx <- levels(x)
    x <- as.integer(x)
  }
  else {
    if (is.null(x))
      x <- numeric()
    lx <- NULL
  }
```

```
  if (na.rm)
    x <- x[!is.na(x)]
  else if (anyNA(x))
    stop("missing values and NaN's not allowed if 'na.rm' is FALSE")
  eps <- 100 * .Machine$double.eps
  if (any((p.ok <- !is.na(probs)) & (probs < -eps | probs >
                                        1 + eps)))
    stop("'probs' outside [0,1]")
  n <- length(x)
  probs <- pmax(0, pmin(1, probs))
  np <- length(probs)
  {
    if (type == 7) {
      index <- 1 + max(n - 1, 0) * probs
      lo <- floor(index)
      hi <- ceiling(index)
      x <- sort(x, partial = if (n == 0)
        numeric()
        else unique(c(lo, hi)[p.ok]))
      qs <- x[lo]
      i <- which(!p.ok | (index > lo & x[hi] != qs))
      h <- (index - lo)[i]
      qs[i] <- (1 - h) * qs[i] + h * x[hi[i]]
    }
    else {
      if (type <= 3) {
        nppm <- if (type == 3)
          n * probs - 0.5
        else n * probs
        j <- floor(nppm)
        h <- switch(type, !p.ok | (nppm > j), ((nppm >
                                                   j) + 1)/2, !p.ok | (nppm != j) |
((j%%2L) ==

1L))
      }
      else {
        switch(type - 3, {
          a <- 0
          b <- 1
        }, a <- b <- 0.5, a <- b <- 0, a <- b <- 1, a <- b <- 1/3,
        a <- b <- 3/8)
        fuzz <- 4 * .Machine$double.eps
        nppm <- a + probs * (n + 1 - a - b)
        j <- floor(nppm + fuzz)
        h <- nppm - j
        if (any(sml <- abs(h) < fuzz, na.rm = TRUE))
          h[sml] <- 0
      }
      x <- sort(x, partial = if (n == 0)
        numeric()
        else unique(c(1, j[p.ok & j > 0L & j <= n], (j +
                                                       1)[p.ok & j > 0L & j < n],
n)))
```

```
      x <- c(x[1L], x[1L], x, x[n], x[n])
      qs <- x[j + 2L]
      qs[!is.na(h) & h == 1] <- x[j + 3L][!is.na(h) & h ==
                                                   1]
      other <- (0 < h) & (h < 1) & (x[j + 2L] != x[j +
                                                            3L])
      other[is.na(other)] <- TRUE
      if (any(other))
        qs[other] <- ((1 - h) * x[j + 2L] + h * x[j +
                                                          3L])[other]
    }
  }
  qs[!p.ok] <- probs[!p.ok]
  if (is.character(lx))
    qs <- factor(qs, levels = seq_along(lx), labels = lx,
                 ordered = TRUE)
  if (names && np > 0L) {
    stopifnot(is.numeric(digits), digits >= 1)
  }
  qs
}
quantileCI = function(x, tau=qq, level=0.95, method="binomial",
                      type=3, digits=3, ...){
  n       = length(x)
  q       = tau
  Ordered = sort(x)

  if(method=="binomial"){
    lwr     = qbinom((1-level)/2, n, tau)
    upr     = qbinom(1-(1-level)/2, n, tau)
    LWR     = Ordered[lwr]
    UPR     = Ordered[upr]
  }
  if(method=="normal"){
    p       = qnorm((1-level)/2, lower.tail=FALSE)
    lwr     =   floor(n*q - p*sqrt(n*q*(1-q)))
    upr     = ceiling(n*q + p*sqrt(n*q*(1-q)))
    LWR     = Ordered[lwr]
    UPR     = Ordered[upr]
  }
  QUANT      = quantile_tfg(Ordered, q, type=type)
  LEVEL1     = pbinom(lwr,n,tau)
  LEVEL2     = pbinom(upr,n,tau)
  ACTUAL     = LEVEL2 - LEVEL1
  return(c(signif(QUANT, digits=digits),signif(LWR, digits=digits),signif(UPR, digits
=digits)))

}
install.packages("rcompanion")
library(rcompanion)


CIENPCAC <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varCAC_1 <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
```

```
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  CAC_lehioaCIENP <- logrent$CAC[i:(i + 120 - 1)]
  varCAC_1[i] <- quantile(CAC_lehioaCIENP, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CIENPCAC[i,]<-quantileCI(CAC_lehioaCIENP, tau=0.05, level=0.95, method="binomial",t
ype=3, digits=3)
}

CINORMCAC <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varCAC_1N <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  CAC_lehioaCINORM<- logrent$CAC[i:(i + 120 - 1)]
  varCAC_1N[i] <- quantile(CAC_lehioaCINORM, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CINORMCAC[i,]<-quantileCI(CAC_lehioaCINORM, tau=0.05, level=0.95, method="normal",t
ype=3, digits=3)
}

CIENPDAX <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varDAX_1 <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  DAX_lehioaCIENP <- logrent$DAX[i:(i + 120 - 1)]
  varDAX_1[i] <- quantile(DAX_lehioaCIENP, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CIENPDAX[i,]<-quantileCI(DAX_lehioaCIENP, tau=0.05, level=0.95, method="binomial",t
ype=3, digits=3)
}

CINORMDAX <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varDAX_1N <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  DAX_lehioaCINORM <- logrent$DAX[i:(i + 120 - 1)]
  varDAX_1N[i] <- quantile(DAX_lehioaCINORM, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CINORMDAX[i,]<-quantileCI(DAX_lehioaCINORM, tau=0.05, level=0.95, method= "normal",
type=3, digits=3)
}
CIENPIBEX <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varIBEX_1 <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  IBEX_lehioaCIENP <- logrent$IBEX[i:(i + 120 - 1)]
  varIBEX_1[i] <- quantile(IBEX_lehioaCIENP, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CIENPIBEX[i,]<-quantileCI(IBEX_lehioaCIENP, tau=0.05, level=0.95, method="binomial
",type=3, digits=3)
}
CINORMIBEX <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varIBEX_1N <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  IBEX_lehioaCINORM<- logrent$IBEX[i:(i + 120 - 1)]
  varIBEX_1N[i] <- quantile(IBEX_lehioaCINORM, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CINORMIBEX[i,]<-quantileCI(IBEX_lehioaCINORM, tau=0.05, level=0.95, method="normal
",type=3, digits=3)
}
CIENPSMI <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varSMI_1 <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  SMI_lehioaCIENP <- logrent$SMI[i:(i + 120 - 1)]
  varSMI_1[i] <- quantile(SMI_lehioaCIENP, probs=0.05, na.rm = TRUE)
```

```
  CIENPSMI[i,]<-quantileCI(SMI_lehioaCIENP, tau=0.05, level=0.95, method="binomial",t
ype=3, digits=3)
}
CINORMSMI <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varSMI_1N <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  SMI_lehioaCINORM<- logrent$SMI[i:(i + 120 - 1)]
  varSMI_1N[i] <- quantile(SMI_lehioaCINORM, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CINORMSMI[i,]<-quantileCI(SMI_lehioaCINORM, tau=0.05, level=0.95, method="normal",t
ype=3, digits=3)
}
CIENPFTSE <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varFTSE_1 <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  FTSE_lehioaCIENP <- logrent$FTSE[i:(i + 120 - 1)]
  varFTSE_1[i] <- quantile(FTSE_lehioaCIENP, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CIENPFTSE[i,]<-quantileCI(FTSE_lehioaCIENP, tau=0.05, level=0.95, method="binomial
",type=3, digits=3)
}
CINORMFTSE <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varFTSE_1N <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  FTSE_lehioaCINORM<- logrent$FTSE[i:(i + 120 - 1)]
  varFTSE_1N[i] <- quantile(FTSE_lehioaCINORM, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CINORMFTSE[i,]<-quantileCI(FTSE_lehioaCINORM, tau=0.05, level=0.95, method="normal
",type=3, digits=3)
}
CIENPMIB <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varMIB_1 <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  MIB_lehioaCIENP <- logrent$MIB[i:(i + 120 - 1)]
  varMIB_1[i] <- quantile(MIB_lehioaCIENP, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CIENPMIB[i,]<-quantileCI(MIB_lehioaCIENP, tau=0.05, level=0.95, method="binomial",t
ype=3, digits=3)
}
CINORMMIB <- matrix(0, nrow=3960, ncol=3)
varMIB_1N <- matrix(0, nrow=3960, ncol=1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  MIB_lehioaCINORM<- logrent$MIB[i:(i + 120 - 1)]
  varMIB_1N[i] <- quantile(MIB_lehioaCINORM, probs=0.05, na.rm = TRUE)
  CINORMMIB[i,]<-quantileCI(MIB_lehioaCINORM, tau=0.05, level=0.95, method="normal",t
ype=3, digits=3)
}
adjusted_dates <- logrent$Date[1:nrow(CIENPCAC)]

CIENPCAC <- as.data.frame(CIENPCAC)
CIENPCAC$Date <- adjusted_dates
CIENPDAX <- as.data.frame(CIENPDAX)
CIENPDAX$Date <- adjusted_dates
CIENPIBEX <- as.data.frame(CIENPIBEX)
CIENPIBEX$Date <- adjusted_dates
CIENPSMI <- as.data.frame(CIENPSMI)
CIENPSMI$Date <- adjusted_dates
CIENPFTSE <- as.data.frame(CIENPFTSE)
```

```r
CIENPFTSE$Date <- adjusted_dates
CIENPMIB <- as.data.frame(CIENPMIB)
CIENPMIB$Date <- adjusted_dates
CINORMCAC <- as.data.frame(CINORMCAC)
CINORMCAC$Date <- adjusted_dates
CINORMDAX <- as.data.frame(CINORMDAX)
CINORMDAX$Date <- adjusted_dates
CINORMIBEX <- as.data.frame(CINORMIBEX)
CINORMIBEX$Date <- adjusted_dates
CINORMSMI <- as.data.frame(CINORMSMI)
CINORMSMI$Date <- adjusted_dates
CINORMFTSE <- as.data.frame(CINORMFTSE)
CINORMFTSE$Date <- adjusted_dates
CINORMMIB <- as.data.frame(CINORMMIB)
CINORMMIB$Date <- adjusted_dates

#### Konfiantza tarteak grafikatzen
plot_list <- list(
  ggplot(CIENPCAC, aes(x=adjusted_dates)) +
    geom_line(aes(y=V1), color="blue") +
    geom_line(aes(y=V2), color="lightsteelblue3") +
    geom_line(aes(y=V3), color="lightsteelblue3") +
    geom_ribbon(aes(ymin=V2, ymax=V3), fill="lightsteelblue1", alpha=0.5) +
    geom_hline(yintercept = varCAC_estat, color = "black") +
    scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
    ggtitle("CAC") +
    theme_minimal() +
    theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20),
          axis.title.x = element_blank(),
          axis.title.y = element_blank()),

  ggplot(CIENPDAX, aes(x=adjusted_dates)) +
    geom_line(aes(y=V1), color="blue") +
    geom_line(aes(y=V2), color="lightsteelblue3") +
    geom_line(aes(y=V3), color="lightsteelblue3") +
    geom_ribbon(aes(ymin=V2, ymax=V3), fill="lightsteelblue1", alpha=0.5) +
    geom_hline(yintercept = varDAX_estat, color = "black") +
    scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
    ggtitle("DAX") +
    theme_minimal() +
    theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20),
          axis.title.x = element_blank(),
          axis.title.y = element_blank()),

  ggplot(CIENPIBEX, aes(x=adjusted_dates)) +
    geom_line(aes(y=V1), color="blue") +
    geom_line(aes(y=V2), color="lightsteelblue3") +
    geom_line(aes(y=V3), color="lightsteelblue3") +
    geom_ribbon(aes(ymin=V2, ymax=V3), fill="lightsteelblue1", alpha=0.5) +
    geom_hline(yintercept = varIBEX_estat, color = "black") +
    scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
    ggtitle("IBEX") +
    theme_minimal() +
    theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20),
```

```
         axis.title.x = element_blank(),
         axis.title.y = element_blank()),

  ggplot(CIENPSMI, aes(x=adjusted_dates)) +
    geom_line(aes(y=V1), color="blue") +
    geom_line(aes(y=V2), color="lightsteelblue3") +
    geom_line(aes(y=V3), color="lightsteelblue3") +
    geom_ribbon(aes(ymin=V2, ymax=V3), fill="lightsteelblue1", alpha=0.5) +
    geom_hline(yintercept = varSMI_estat, color = "black") +
    scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
    ggtitle("SMI") +
    theme_minimal() +
    theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20),
          axis.title.x = element_blank(),
          axis.title.y = element_blank()),

  ggplot(CIENPFTSE, aes(x=adjusted_dates)) +
    geom_line(aes(y=V1), color="blue") +
    geom_line(aes(y=V2), color="lightsteelblue3") +
    geom_line(aes(y=V3), color="lightsteelblue3") +
    geom_ribbon(aes(ymin=V2, ymax=V3), fill="lightsteelblue1", alpha=0.5) +
    geom_hline(yintercept = varFTSE_estat, color = "black") +
    scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
    ggtitle("FTSE") +
    theme_minimal() +
    theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20),
          axis.title.x = element_blank(),
          axis.title.y = element_blank()),

  ggplot(CIENPMIB, aes(x=adjusted_dates)) +
    geom_line(aes(y=V1), color="blue") +
    geom_line(aes(y=V2), color="lightsteelblue3") +
    geom_line(aes(y=V3), color="lightsteelblue3") +
    geom_ribbon(aes(ymin=V2, ymax=V3), fill="lightsteelblue1", alpha=0.5) +
    geom_hline(yintercept = varMIB_estat, color = "black") +
    scale_x_date(date_breaks = "1 year", date_labels = "%Y") +
    ggtitle("MIB") +
    theme_minimal() +
    theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20),
          axis.title.x = element_blank(),
          axis.title.y = element_blank()) )

## Banaketa normalean oinarritutako ES

library(cvar)
media_CAC <- mean(logrent$CAC)
sd_CAC <- sd(logrent$CAC)
CACESstat_normala <-  (media_CAC + qnorm(0.05) * sd_CAC)

media_DAX <- mean(logrent$DAX)
sd_DAX <- sd(logrent$DAX)
DAXESstat_normala <-(media_DAX + qnorm(0.05) * sd_DAX)

media_IBEX <- mean(logrent$IBEX)
```

```r
sd_IBEX <- sd(logrent$IBEX)
IBEXESstat_normala <- (media_IBEX + qnorm(0.05) * sd_IBEX)

media_SMI <- mean(logrent$SMI)
sd_SMI <- sd(logrent$SMI)
SMIESstat_normala <- (media_SMI + qnorm(0.05) * sd_SMI)

media_FTSE <- mean(logrent$FTSE)
sd_FTSE <- sd(logrent$FTSE)
FTSEESstat_normala <- (media_FTSE + qnorm(0.05) * sd_FTSE)

media_MIB <- mean(logrent$MIB)
sd_MIB <- sd(logrent$MIB)
MIBESstat_normala <- (media_MIB + qnorm(0.05) * sd_MIB)

print(paste("CAC ES Normal:", CACESstat_normala))
print(paste("DAX ES Normal:", DAXESstat_normala))
print(paste("IBEX ES Normal:", IBEXESstat_normala))
print(paste("SMI ES Normal:", SMIESstat_normala))
print(paste("FTSE ES Normal:", FTSEESstat_normala))
print(paste("MIB ES Normal:", MIBESstat_normala))
ESdataN <- data.frame(Fecha = head(ind$Date, n= 4079 - 120 + 1))
ES_CACN <- numeric(4079 - 120 + 1)
ES_DAXN <- numeric(4079 - 120 + 1)
ES_IBEXN <- numeric(4079 - 120 + 1)
ES_SMIN <- numeric(4079 - 120 + 1)
ES_FTSEN <- numeric(4079 - 120 + 1)
ES_MIBN <- numeric(4079 - 120 + 1)

for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  CAC_liN <- logrent$CAC[i:(i + 120 - 1)]
  media_CACN <- mean(CAC_liN, na.rm = TRUE)
  sd_CACN <- sd(CAC_liN, na.rm = TRUE)
  ES_CACN[i] <- (media_CACN + qnorm(0.01) * sd_CACN) }

for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  DAX_liN <- logrent$DAX[i:(i + 120 - 1)]
  media_DAXN <- mean(DAX_liN, na.rm = TRUE)
  sd_DAXN <- sd(DAX_liN, na.rm = TRUE)
  ES_DAXN[i] <- (media_DAXN + qnorm(0.01) * sd_DAXN) }

for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  IBEX_liN <- logrent$IBEX[i:(i + 120 - 1)]
  media_IBEXN <- mean(IBEX_liN, na.rm = TRUE)
  sd_IBEXN <- sd(IBEX_liN, na.rm = TRUE)
  ES_IBEXN[i] <- (media_IBEXN + qnorm(0.01) * sd_IBEXN) }

for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  SMI_liN <- logrent$SMI[i:(i + 120 - 1)]
  media_SMIN <- mean(SMI_liN, na.rm = TRUE)
  sd_SMIN <- sd(SMI_liN, na.rm = TRUE)
  ES_SMIN[i] <-  (media_SMIN + qnorm(0.01) * sd_SMIN) }
```

```
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  FTSE_liN <- logrent$FTSE[i:(i + 120 - 1)]
  media_FTSEN <- mean(FTSE_liN, na.rm = TRUE)
  sd_FTSEN <- sd(FTSE_liN, na.rm = TRUE)
  ES_FTSEN[i] <- (media_FTSEN + qnorm(0.01) * sd_FTSEN) }

for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  MIB_liN <- logrent$MIB[i:(i + 120 - 1)]
  media_MIBN <- mean(MIB_liN, na.rm = TRUE)
  sd_MIBN <- sd(MIB_liN, na.rm = TRUE)
  ES_MIBN[i] <- (media_MIBN + qnorm(0.01) * sd_MIBN)}

ESdataN$ES_CACN <- ES_CACN
ESdataN$ES_DAXN <- ES_DAXN
ESdataN$ES_IBEXN <- ES_IBEXN
ESdataN$ES_SMIN <- ES_SMIN
ESdataN$ES_FTSEN <- ES_FTSEN
ESdataN$ES_MIBN <- ES_MIBN


## Banaketa enpirikoan oinarritutako ES %5 erabiliz
CACESstat5<-ES(logrent$CAC, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
DAXESstat5<-ES(logrent$DAX, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
IBEXESstat5<-ES(logrent$IBEX, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
SMIESstat5<-ES(logrent$SMI, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
FTSEESstat5<-ES(logrent$FTSE, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
MIBESstat5<- ES(logrent$MIB, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
print(CACESstat5)
print(DAXESstat5)
print(IBEXESstat5)
print(SMIESstat5)
print(FTSEESstat5)
print(MIBESstat5)

library(cvar)

ESdata5 <- data.frame(Fecha = head(ind$Date, n=4079 - 120 + 1 ))
ES_CAC5 <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  CAC_li5 <- logrent$CAC[i:(i + 120 - 1)]
  ES_CAC5[i] <- ES(CAC_li5, p = 0.05, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = T
RUE)*-1}
ESdata5$ES_CAC5 <- head(ES_CAC5, n = nrow(ESdata5))
ES_DAX5 <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  DAX_li5 <- logrent$DAX[i:(i + 120 - 1)]
  ES_DAX5[i] <- ES(DAX_li5, p = 0.05, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = T
RUE)*-1}
ESdata5$ES_DAX5 <- head(ES_DAX5, n = nrow(ESdata5))
ES_IBEX5 <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  IBEX_li5 <- logrent$IBEX[i:(i + 120 - 1)]
  ES_IBEX5[i] <- ES(IBEX_li5, p = 0.05, method = "historical", na.rm = TRUE, invert =
TRUE)*-1}
```

```
ESdata5$ES_IBEX5 <- head(ES_IBEX5, n = nrow(ESdata5))

ES_SMI5 <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  SMI_li5 <- logrent$SMI[i:(i + 120 - 1)]
  ES_SMI5[i] <- ES(SMI_li5, p = 0.05, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = T
RUE)*-1}

ESdata5$ES_SMI5 <- head(ES_SMI5, n = nrow(ESdata5))

ES_FTSE5 <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  FTSE_li5 <- logrent$FTSE[i:(i + 120 - 1)]
  ES_FTSE5[i] <- ES(FTSE_li5, p = 0.05, method = "historical", na.rm = TRUE, invert =
TRUE)*-1}
ESdata5$ES_FTSE5 <- head(ES_FTSE5, n = nrow(ESdata5))

ES_MIB5 <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  MIB_li5 <- logrent$MIB[i:(i + 120 - 1)]
  ES_MIB5[i] <- ES(MIB_li5, p = 0.05, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = T
RUE)*-1}
ESdata5$ES_MIB5 <- head(ES_MIB5, n = nrow(ESdata5))

#### ES enpirikoa %5 grafikatzen
ggplot() +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_MIB5, color = "MIB")) +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_CAC5, color = "CAC")) +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_DAX5, color = "DAX")) +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_IBEX5, color = "IBEX")) +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_FTSE5, color = "FTSE")) +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_SMI5, color = "SMI")) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL) +
  scale_color_manual(values = c("CAC" = "red", "DAX" = "cyan", "IBEX" = "blue",
                                "SMI" = "purple", "FTSE" = "orange", "MIB" = "green
"),
                     labels = c("CAC", "DAX", "FTSE","IBEX", "MIB" ,"SMI" )) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))


#### ES enpirikoa eta normala grafikatzen

y_limits <- range(
  c(ESdata$ES_CAC, ESdataN$ES_CACN, ESdata$CACESstat_normala, ESdata$CACESstat,
    ESdata$ES_DAX, ESdataN$ES_DAXN, ESdata$DAXESstat_normala, ESdata$DAXESstat,
    ESdata$ES_IBEX, ESdataN$ES_IBEXN, ESdata$IBEXESstat_normala, ESdata$IBEXESstat,
    ESdata$ES_SMI, ESdataN$ES_SMIN, ESdata$SMIESstat_normala, ESdata$SMIESstat,
    ESdata$ES_FTSE, ESdataN$ES_FTSEN, ESdata$FTSEESstat_normala, ESdata$FTSEESstat,
    ESdata$ES_MIB, ESdataN$ES_MIBN, ESdata$MIBESstat_normala, ESdata$MIBESstat),
  na.rm = TRUE
)
```

```
plot_CAC <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_CAC), color = "black") +
  geom_line(data = ESdataN, aes(x = Fecha, y = ES_CACN), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = CACESstat_normala), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = CACESstat), color = "black") +
  labs(title = "CAC", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

plot_DAX <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_DAX), color = "black") +
  geom_line(data = ESdataN, aes(x = Fecha, y = ES_DAXN), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = DAXESstat_normala), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = DAXESstat), color = "black") +
  labs(title = "DAX", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

plot_IBEX <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_IBEX), color = "black") +
  geom_line(data = ESdataN, aes(x = Fecha, y = ES_IBEXN), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = IBEXESstat_normala), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = IBEXESstat), color = "black") +
  labs(title = "IBEX", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

plot_SMI <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_SMI), color = "black") +
  geom_line(data = ESdataN, aes(x = Fecha, y = ES_SMIN), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = SMIESstat_normala), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = SMIESstat), color = "black") +
  labs(title = "SMI", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

plot_FTSE <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_FTSE), color = "black") +
  geom_line(data = ESdataN, aes(x = Fecha, y = ES_FTSEN), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = FTSEESstat_normala), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = FTSEESstat), color = "black") +
  labs(title = "FTSE", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
```

```r
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

plot_MIB <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_MIB), color = "black") +
  geom_line(data = ESdataN, aes(x = Fecha, y = ES_MIBN), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = MIBESstat_normala), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = MIBESstat), color = "black") +
  labs(title = "MIB", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)


grid.arrange(plot_CAC, plot_DAX, plot_IBEX, plot_SMI, plot_FTSE, plot_MIB, ncol = 2,
nrow = 3)

#### ES eta VaR enpirikoa %5 maila
library(grid)
ESdata <- na.omit(ESdata)
vardata <- na.omit(vardata)
y_limits <- range(
  c(ESdata$ES_CAC, vardata$varCAC,
    ESdata$ES_DAX, vardata$varDAX,
    ESdata$ES_IBEX, vardata$varIBEX,
    ESdata$ES_SMI, vardata$varSMI,
    ESdata$ES_FTSE, vardata$varFTSE,
    ESdata$ES_MIB, vardata$varMIB),
  na.rm = TRUE)
k1 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarCAC), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_CAC), color = "red") +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "CAC") +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

k2 <-ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarDAX), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_DAX), color = "red") +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "DAX") +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

k3 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarIBEX), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_IBEX), color = "red") +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "IBEX") +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_minimal() +
```

```r
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))
k4 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarSMI), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_SMI), color = "red") +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "SMI") +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

k5 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarFTSE), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_FTSE), color = "red") +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "FTSE") +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

k6 <- ggplot() +
  geom_line(data = vardata, aes(x = Fecha, y = VarMIB), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_MIB), color = "red") +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  labs(x = NULL, y = NULL, title = "MIB") +
  coord_cartesian(ylim = y_limits) +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20))

grid.arrange(k1 + theme(legend.position = "none"),
             k2 + theme(legend.position = "none"),
             k3 + theme(legend.position = "none"),
             k4 + theme(legend.position = "none"),
             k5 + theme(legend.position = "none"),
             k6 + theme(legend.position = "none"),
             ncol = 2)

## Banaketa enpirikoan oinarritutako ES %1 maila erabiliz

CACESstat<-ES(logrent$CAC, p=0.01, method="historical",invert=TRUE)*-1
DAXESstat<-ES(logrent$DAX, p=0.01, method="historical",invert=TRUE)*-1
IBEXESstat<-ES(logrent$IBEX, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
SMIESstat<-ES(logrent$SMI, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
FTSEESstat<-ES(logrent$FTSE, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
MIBESstat<- ES(logrent$MIB, p=0.05, method="historical",invert=TRUE)*-1
print(CACESstat)
print(DAXESstat)
print(IBEXESstat)
print(SMIESstat)
print(FTSEESstat)
print(MIBESstat)
ESdata <- data.frame(Fecha = head(ind$Date, n=4079 - 120 + 1 ))
ES_CAC <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  CAC_li <- logrent$CAC[i:(i + 120 - 1)]
```

```
  ES_CAC[i] <- ES(CAC_li, p = 0.01, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = TRU
E)*-1}
ESdata$ES_CAC <- head(ES_CAC, n = nrow(ESdata))

ES_DAX <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  DAX_li <- logrent$DAX[i:(i + 120 - 1)]
  ES_DAX[i] <- ES(DAX_li, p = 0.01, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = TRU
E)*-1}
ESdata$ES_DAX <- head(ES_DAX, n = nrow(ESdata))

ES_IBEX <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  IBEX_li <- logrent$IBEX[i:(i + 120 - 1)]
  ES_IBEX[i] <- ES(IBEX_li, p = 0.01, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = T
RUE)*-1}
ESdata$ES_IBEX <- head(ES_IBEX, n = nrow(ESdata))
ES_SMI <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  SMI_li <- logrent$SMI[i:(i + 120 - 1)]
  ES_SMI[i] <- ES(SMI_li, p = 0.01, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = TRU
E)*-1}
ESdata$ES_SMI <- head(ES_SMI, n = nrow(ESdata))
ES_FTSE <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  FTSE_li <- logrent$FTSE[i:(i + 120 - 1)]
  ES_FTSE[i] <- ES(FTSE_li, p = 0.01, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = T
RUE)*-1}
ESdata$ES_FTSE <- head(ES_FTSE, n = nrow(ESdata))
ES_MIB <- numeric(4079 - 120 + 1)
for (i in 1:(4079 - 120 + 1)) {
  MIB_li <- logrent$MIB[i:(i + 120 - 1)]
  ES_MIB[i] <- ES(MIB_li, p = 0.01, method = "historical", na.rm = TRUE, invert = TRU
E)*-1}
ESdata$ES_MIB <- head(ES_MIB, n = nrow(ESdata))


#### ES enpirikoa %1 eta %5 grafikatzen

y_limits <- range(
  c(ESdata$ES_CAC, ESdata5$ES_CAC5, ESdata$CACESstat5, ESdata$CACESstat,
    ESdata$ES_DAX, ESdata5$ES_DAX5, ESdata$DAXESstat5, ESdata$DAXESstat,
    ESdata$ES_IBEX, ESdata5$ES_IBEX5, ESdata$IBEXESstat5, ESdata$IBEXESstat,
    ESdata$ES_SMI, ESdata5$ES_SMI5, ESdata$SMIESstat5, ESdata$SMIESstat,
    ESdata$ES_FTSE, ESdata5$ES_FTSE5, ESdata$FTSEESstat5, ESdata$FTSEESstat,
    ESdata$ES_MIB, ESdata5$ES_MIB5, ESdata$MIBESstat5, ESdata$MIBESstat),
  na.rm = TRUE)
gCAC <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_CAC), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_CAC5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = CACESstat5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = CACESstat), color = "black") +
  labs(title = "CAC", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
```

```
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

gDAX <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_DAX), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_DAX5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = DAXESstat5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = DAXESstat), color = "black") +
  labs(title = "DAX", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

gIBEX <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_IBEX), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_IBEX5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = IBEXESstat5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = IBEXESstat), color = "black") +
  labs(title = "IBEX", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

gSMI <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_SMI), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_SMI5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = SMIESstat5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = SMIESstat), color = "black") +
  labs(title = "SMI", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

gFTSE <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_FTSE), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_FTSE5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = FTSEESstat5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = FTSEESstat), color = "black") +
  labs(title = "FTSE", x = NULL, y = NULL) +
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

gMIB <- ggplot() +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = ES_MIB), color = "black") +
  geom_line(data = ESdata5, aes(x = Fecha, y = ES_MIB5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = MIBESstat5), color = "red") +
  geom_line(data = ESdata, aes(x = Fecha, y = MIBESstat), color = "black") +
  labs(title = "MIB", x = NULL, y = NULL) +
```

```r
  scale_x_date(date_breaks = "years", date_labels = "%Y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 20)) +
  coord_cartesian(ylim = y_limits)

grid.arrange(gCAC, gDAX, gIBEX, gSMI,gFTSE, gMIB, ncol = 2, nrow = 3)

# Eranskina
## Egonkortasun testa
adf_CAC <- adf.test(na.omit(logrent$CAC))
adf_DAX <- adf.test(na.omit(logrent$DAX))
adf_IBEX <- adf.test(na.omit(logrent$IBEX))
adf_SMI <- adf.test(na.omit(logrent$SMI))
adf_MIB<- adf.test(na.omit(logrent$MIB))
adf_FTSE <- adf.test(na.omit(logrent$FTSE))

results <- data.frame(
  Variable = c("CAC", "DAX", "IBEX", "SMI", "MIB", "FTSE"),
  ADF_Statistic = c(adf_CAC$statistic, adf_DAX$statistic, adf_IBEX$statistic, adf_SMI
$statistic, adf_MIB$statistic, adf_FTSE$statistic),
  P_Value = c(adf_CAC$p.value, adf_DAX$p.value, adf_IBEX$p.value, adf_SMI$p.value, ad
f_MIB$p.value, adf_FTSE$p.value))


print(results)
## Normaltasun testa
shapiro_CAC <- shapiro.test(logrent$CAC)
shapiro_DAX <- shapiro.test(logrent$DAX)
shapiro_IBEX <- shapiro.test(logrent$IBEX)
shapiro_SMI <- shapiro.test(logrent$SMI)
shapiro_MIB <- shapiro.test(logrent$MIB)
shapiro_FTSE <- shapiro.test(logrent$FTSE)

results <- data.frame(
  Variable = c("CAC", "DAX", "IBEX", "SMI", "MIB", "FTSE"),
  Shapiro_W = c(shapiro_CAC$statistic, shapiro_DAX$statistic, shapiro_IBEX$statistic,
shapiro_SMI$statistic, shapiro_MIB$statistic, shapiro_FTSE$statistic),
  P_Value = c(shapiro_CAC$p.value, shapiro_DAX$p.value, shapiro_IBEX$p.value, shapiro
_SMI$p.value, shapiro_MIB$p.value, shapiro_FTSE$p.value)
)

print(results)

## Simetria testa
install.packages("moments")
library("moments")
skewness(na.omit(logrent$CAC))
skewness(na.omit(logrent$DAX))
skewness(na.omit(logrent$IBEX))
skewness(na.omit(logrent$SMI))
skewness(na.omit(logrent$FTSE))
skewness(na.omit(logrent$MIB))
```