

Ahalmen espaziala hezkuntza matematikoan

Spatial skills in mathematical education

Modesto Arrieta

Euskal Herriko Unibertsitatea

LABURPENA

Matematikaren irakaskuntzaren helburuenetako bat hezkuntza maila guztietan ikasleen ahalmen intelektualen garapena da. Ahalmen espazialaren trataera eskolan urria izan da, bereziki zenbakizko ahalmenak edota arrazonomenduzko ahalmenak izan duten trataerarekin konparatzen badugu.

Hezkuntza Matematikoan egindako berrikusketek ahalmen espazialaren azterketaren garrantzia azpimarratzen dute nahiz eta erreferentzi marko baten ezak sakabanatzen eta zailtzen dituen emaitzen lorpena, behin betikoak izateko erreplikagarriak izan behar dutela jakinik.

Ondoren proposatzen den ikerketa-lerroak ahalmen espaziala alderdi hirukoitz batetik abiatuz aztertu nahi du: egitura, garapena eta hobetze-proposamenak kontutan harturik. Hiru arlo horietan proposaturiko ereduak bermatuko dute diagnostiko zuzen bat, ikasleen ahalmen espaziala hobetuko duena.

Ezagupen arloa: 200

UNESCO-ren kodeak: 589900 - 610401

Hitz gakoak: *Ahalmen espaziala, bistaratzeta, orientazio espaziala, geometria.*

RESUMEN

Una de las finalidades de la enseñanza de la matemática en todos los niveles educativos es el desarrollo de las capacidades intelectuales de los alumnos. La capacidad espacial ha tenido un déficit de tratamiento en la escuela si lo comparamos con el tratamiento dado a la capacidad numérica o a la capacidad de razonamiento.

Las revisiones hechas desde la educación matemática revelan la importancia de su estudio aunque la falta de marcos de referencia dispersan y dificultan enormemente la obtención de resultados que para ser concluyentes han de ser replicables.

De ahí que la línea de investigación propuesta analice el problema de la capacidad espacial desde una triple vertiente: la estructura, el desarrollo y las propuestas de mejora, ya que proponiendo modelos contrastados en esas tres vertientes es la única forma de garantizar un diagnóstico correcto que posibilite pautas para mejorar la capacidad espacial de los alumnos.

Area de conocimiento: 200

Códigos de la UNESCO: 589900 - 610401

Palabras clave: *Capacidad espacial, visualización, orientación espacial, geometría.*

ABSTRACT

One of the purposes of the teaching of the Mathematics in all the educational levels is the development of the intellectual capacities of the pupils. The spatial ability has had a treatment deficit in the School if we compare it with the treatment given to the numerical ability or to the reasoning ability.

The reviews made from the Mathematics Education reveal the importance of their study though the lack of reference frameworks disperse and hinder enormously the results obtainment that to be conclusive have of be replied.

From there that the investigation line proposed analyze the problem of the spatial ability from three points of view: the structure, the development and the improvement proposals since proposing models contrasted is the only one form of guaranteeing a correct diagnosis that make possible standards to improve the spatial ability of the pupils.

Key words: *Spatial ability, visualization, spatial orientation, geometry.*

AZTERGAIAREN EGOERA

Ez dago azpimarratu beharrik gaur egungo gizartean matematikak duen garrantzia. Nahikoa da aipatzea Nazioarteko Elkartasun Matematikoak Rio de Janeiro-ko Aitorpenean aldarrikatutako eta UNESCO-k 1997.eko 29. Hitzaldi Orokorrean babestutako 2000.eko Matematikaren Munduko Urtea. Gainera matematikak beti izan du leku azpimarragarri bat eskolatzeko maila guztietan, tresna unibertsala delako eta ikasleen adimen-prestakuntzan duen indarrari esker.

Ahalmen garapenean arlo guztiek dute eragina, ulermenerako, hausnarketarako, komunikaziorako,... baina badira bi arlo, instrumentalak direnak alegia, hobetze hori era zuzenago edo esplizituago batean ahalbidetzen dutena. Badaude beste orokortasun maila txikiago duten ahalmenak, non hizkuntzari lan espezifikokoago bat egokitzen zaion, ahozko ahalmenaren garapena edo irakurmena hain zuzen. Aldiz, matematikari, zenbakizko ahalmenaren garapena, ahalmen espazialak edo arrazonamenduzkoak era espezifikokoago batean egokitzen zaizkio.

Erdi ziklorako programa berrituetan (M.E.C.,1985) zera esaten zen: Oinarrizko Heziketa Orokorreko helburuen azterketak denontzako oinarrizko matematika batean pentsatzera eramaten gaitu, sen onaren eta bizitza praktikoaren matematika, helburu hezigarria ahaztu gabe, hau da, egitura mentalen antolaketa, oinarrizko hiztegi baten lorpena eta ahalmen intelektualen, pentsamenduaren eta sormenaren garapena. Era berean, Lehen Hezkuntzan eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan (D.E.G.V.,1992a-b) matematikaren irakaskuntzak izaera bikoitza du:

Izaera hezitzailea: ahalmen intelektual desberdinen garapena hartzen da kontuan: arrazonamendu logikoa, intuizio espaziala... Ahalmen hauekin era egoki batean lana egiteak egitura mentalak, lan ohiturak eta jarrera egokiak sortzen laguntzen du, hauen erabilera matematikaren esparrura bakarrik mugatzen ez delarik.

Izaera instrumentala: tresna, teknikak eta trebetasunak hartzen dira kontutan, beste aplikazioetan erabili ahal izateko eta beste arloekin elkarlanean, guzti hau arrazonamendu inдукtiboan eta intuitiboan oinarriturik.

Batxilergoan bi helburu hauek beste hirugarren batekin osatzen dira (D.E.G.V.,1994).

Aurreko metodoak alde batera utzi gabe, pixkanaka arrazonamendu deduktiboarekin hasia proposatzen da, definizio, frogapen eta arrazonamendu logiko landuagoekin hain zuzen. Beraz, arreta ahalmenen garapenean jartzen badugu ez dago zalantzarik zenbakizko ahalmena landua eta bultzatua izan dela hezkuntza maila guztietan eta inoiz ez direla kili-kolon jarri zenbaki eta eragiketei buruzko ikasgaiak.

Era berean, arrazonamendu logikoaren ahalmenaren garapena ere ez da inoiz zalantzan jarri, batibat buruketen ebazpenean estrategiei erantsita, nahiz eta askotan era esplizitu batean agertu ez. Aldiz, ahalmen espazialak maila guztietan tratamendu urri bat erakutsi ohi du, nahiz eta ikasketa-plangintzen berritzearekin batera curriculumean inoiz galdu behar ez zuen lekua berreskuratu duen. Dena den, Oinarrizko Heziketa Orokorra ezarri zenean, 60-70 urteetan plangintza ikasketetatik

geometria eta berari eransten zaion ahalmen espaziala ia-ia desagertu ziren, desagertze honen arrazoiak matematika modernoaren bultzakada, formalizazioa eta geometriaren algebrizazioa izan zirelarik.

Nahikoa litzateke aipatzea, Brueckner eta Bond-ek 1955. urtean idatziriko liburuan (1981.eko argitalpen espainiarra, Rialp) "Diagnóstico y tratamiento de las dificultades de aprendizaje", klasiko bat, diagnostikoari eta tratamenduari dagozkien hizkuntzaren zailtasunak aipatzen ditu, irakurmena eta idazmena hain zuzen, eta matematikari dagokionez zailtasun aritmetikoak eta beraiei dagozkien buruketak besterik ez ditu proposatzen, geometriari eta ahalmen espazialari inongo aipamenik egin gabe.

Bestalde Wheatley-entzat (1977) gure gizarteak garunaren ezker-hemisferioa lantzen dituen jarduerak azpimarratzen eta saritzen ditu. Eskolan ideiak hitzen bidez adieraztea bultzatzen da garunaren eskuin-hemisferioaren garapenaren kalterako. Baita Herskowitz, Parzyz eta Van Dormolen-ek (1996) egoera hau azpimarratzen dute, ikusmenaren heziketa maiz alde batera uzten dela curriculumean esanez.

Yuste-ren (1997) IGF-Adimen orokorra eta faktorialaren eskuliburuan ere azaltzen da ahalmen espazialaren korrelazioa, geografia, informatika, hizkuntza, matematika, fisika eta latinarekin kontutan hartutako beste ahalmenen korrelazioen artean txikiena dela. Beraz, lehen lau ahalmenetatik: arrazonamendu abstraktua, ahalmen espaziala, ahozko arrazonamendua eta zenbakizko ahalmenen artean, ahalmen espaziala dela erlazio txikien duena curriculumeko arlo guztiekin, matematika barne, nahiz eta korrelazio handiena matematikari dagokion.

Honek zera adierazten du, matematika arloak erlazio txikiago bat duela ahalmen espazialarekin beste ahalmenekin baino eta horregatik ahalmen hori lantzea erabaki dugu. Gainera, dagoeneko, 1985.eko Programa Berrituekin beste ahalmenen antzeko garrantzia ematen zaio, gaur egungo ikasketa plangintzetan ematen zaion bezalaxe.

Bestalde ikasleen ahalmen espaziala hobetzen ari dela esan daiteke, telebistaren "kulturari" esker, makina elektronikoak, ordenagailuak, "tetris" motako jokoak eta kalkulagailu grafikoei esker alderdi espazialak etengabe agertzen dira nahiz eta oraindik eskola lanetan alderdi espazial-geometrikoak zenbakizkoak baino gutxiago landuak izan (Hidalgo, Maroto, Palacios, 1999)

Pentsamendu espaziala behar-beharrezkoa da pentsamendu zientifikorako eta ikaskuntza eta buruketen ebazpenean erabiltzen da, ikaskuntzan informazioa irudikatze eta manipulatzeko (Clements eta Battista, 1992). Gainera gizartean trebetasun espazial zorrotz bat baloratzen da, lanbide batzuetan beharrezkoa izanik, adibidez, eskultore, marrazkilari, ingeniari, arkitekto, topografo,... batentzat, oso zaila baita arlo hauetan aurreratzea trebetasun espazial bat garatu gabe.

TRADIZIO IKERTZAILEA

Hezkuntza matematikoari dagokio matematikaren ikas-irakaskuntzaren prozesuei buruzko azterketa oro. Bere azterketetan psikologiaren ekarpenak erabili

ohi ditu, emaitza hauek ikasleen ikas prozesuentzat proposamenak lortzeko eta bere irakaskuntzarekin kezkatuak dauden irakasleentzat ereduak proposatzeko.

Baina ez dugu ahaztu behar matematikaren ikas-irakaskuntza prozesuaren azken helburua edo egitasmoa, zenbakizko, arrazonomendu induktibo, deduktibo eta espazial ahalmenen ezagupenen hobekuntzara zuzendurik dagoela eta kurtso aurreratuagoetan ahalmen algebraikoen eta probabilitikoen hobekuntza,... eta azken finean, denak elkarbiltzen dituen ahalmenarena, buruketen ebazpenarena hain zuzen.

Ahalmen orokor hauek, matematikaren ikas-irakaskuntzaren prozesuari zuzen zuzenean loturik eta eskolatze maila konkretu bati doituak, izan behar dira hezkuntza matematikoan ikerkuntzaren ardatz nagusiak. Gainera, ahalmen horien ezagupen zehatz bat, euren garapena, euren bilakaera,... ikasleen mapa kognitiboa ezagutzera ahalbidetuko gintuzke, diagnostiko horrek ikaskuntza erraztuz.

Ikerketa talde asko daude arlo guzti hauek ikertzen, baina ahalmen horien azterketari loturiko ikerketa-lerro baten hutsunea nabaritzen da, Matematika ikasteko azken helburuetako bat, pertsonaren ahalmen instrumentala hobetzea delako. Plangintza baten eza sumatzen da, ikerketen elkarlanerako, kontrasterako eta erreplikatzeko, helburu amankomun batekin, ikasleen ahalmenak hobetu, ezagutu, garatu eta eredu koherenteak proposatu ahal izango duena.

Nahikoa da azken urteotan garatutako ikerketak aztertzea konturatzeko hezkuntza matematikoan ahalmen espazialak duen garrantzia. Emaita esanguratsuenak, Bishop-ek (1980, 1989), Clements-ek eta Battistak (1992), Clements-ek (1998,a-b) eta Gutierrez-ek (1998) egindako berrikusketetan jasotzen dira. Hala ere zera aitortu behar da, ikerketa mota honek, espazio eta geometriari dagokionak hain zuzen, atentzio txikiago bat izan ohi duela, zenbakizkoak baino. Hala ere, gaur egungo literaturak arlo horretako ikerketari etorkizun ona iragartzen dio (Bishop, 1989)

Ahalmen espazialean barneratzeak, gai eztabaidagarri eta anarkiko batean sartzea suposatzen du, gutxitan bi ikertzaile jartzen baitira ados oinarritzko kontzeptuetan: ahalmen espaziala, bistaratzea, pentsamendu espaziala, orientazio espaziala, erlazio espazialak. Kontzeptu bera izen desberdinekin eta kontzeptu desberdinak izen berberarekin oso normala izan da azken 40 urtetako mota honetako ikerketetan.

Baina seguraski, arazo larriena zera da, bi pertsonen estrategia desberdinak erabili ditzaketela test berean. Honek asko zailtzen du interpretazio baterakoi bat, ikerketa korrelazionalarena eta informazio prozesamenduarena, hain zuzen. (Lohman et al., 1987).

IKERKETA EREDUAK

Proposatzen dugun ikerketak, ahalmen espazialaren alderdi desberdinak ulertu nahi ditu, bere egitura, bere garapena, eragina beste ahalmenetan, beste ahalmenen eragina ahalmen espazialean, eta posible den neurrian, proposamen aberatsak egin, hezkuntza matematikoaren ildotik, beste ahalmenen maila berera iritsi ahal izateko.

Horretarako ahalmen espaziala berrikusi beharko dugu, adimenaren garapenaren alderdi diferentziala eta kognitiboa kontutan harturik, alderdi hauek integratzen eta ahokatzten saiatuz. Ondoren, eduki matematiko aproposena aztertu beharko da, azterketa fenomenologikoak eta metodologikoak eginez, ikaslearen diagnostikoa ahalbidetuko duen eskuartze programak eskainiz.

Hezkuntza matematiko berak egin izan ditu ekarpen esanguratsuenak, bereziki klaseko praktikarekin lotuak daudenak, metodo intuitiboen eragina, materialen erabilera, ordenagailua, entrenamenduaren garrantzia,... ahalmen hori hobetu nahian, baita akatsen azterketa, irakasleen usteak edo ikasleen aurre ezagupenak ere.

Gure helburua zera da, EHU-ko Psikodidaktika Doktorego programari egokituriko ikerketa-lerro bat irekitzea, gure ezagupen arloan, matematikaren didaktikan hain zuzen; hau da, ikerketa erraztuko duen azpiegitura bat sortzea. Arlo honetan egin dira doktore-tesi desberdinak baina estrategia baterakoi baten ezak lortutako emaitzak sakabanatzen ditu.

Lehen ereduak kontzeptu nahasketa honetan orden pixka bat ezarri nahi du, egitura bat proposatu, berme teoriko eta enpiriko baten babesaren duen egitura, hemendik aurrera ahalmen espazialaren kontzeptu eta frogaren bateratuak eta erreplikagarriekin lan egin dezagun. Faktoreez gain egitura horri prozesu kognitiboak erantsi behar zaizkio, zeregin espazialean pertsonen jarrera adieraz dezaten, baita era desberdin batean funtzionarazi dezaketen estrategiak ere.

Carroll (1983), Sternberg (1980, 1988), Lohman eta Kyllonen (1983), Lohman et al. (1987) bezalakoetan lanetan oinarritutako egitura faktorial-kognitiboa izango da lanerako eredu, marko teorikoa, enpirikoki kontrastatutako erreferentzia bat ondorengo ikerketetan erabiltzeko.

Lehen eredu hau, ikasleen ahalmen espaziala proposamen ebaluazio-diagnostiko batekin osatuko da alderdi hirukoitz hori kontuan harturik: faktorial, kognitiboa eta estrategiena. Frogaren hori eskolatzeko osorako diseinatu beharko da eta ahalmen horretan urritasun bat duten pertsonak ere kontutan harturik.

Bigarren ereduak ahalmen espazialari egokitutako kontzeptu geometrikoen garapenaren azterketan dago oinarrituta (Piaget, Inhelder, Szeminska, 1960; Piaget, Inhelder, 1967; Van Hiele, 1986). Eskolatzeko maila orotan ahalmen espazialaren garapena aztertu nahi da, garapen-eredu bat proposatu ahal izateko eta ikasle bakoitza bere adinean dagokion lekuan kokatu ahal izateko.

Hirugarren ereduak egoera didaktikoak aztertzen ditu (Chevalard, 1991; Brousseau, 1998) proposamenak egiteko marko eskainiz eta ikasleen ahalmen espaziala hobetzeko proposamen koherenteak egiteko aukera emanez.

Hiru eredu hauek gabe, erreferentzia marko hirukoitz hau gabe, ezin izango dugu aurrera egin eta ikerketa guztiek, azken mende honetako berrikusketa guztiek erakutsi ohi duten bezala, gabezia berberak erakutsiko dizkigute. Egitura faktorial-

kognitiboaren ezak, garapen-eredu baten ezak edota proposamen didaktikoen markoaren ezak, edozein aurrerapen esanguratsu eragozten du. Beraz, marko teoriko hirukoitz honetan oinarriturik urratsak ematen saiatuko gara.

AZTERGAI PARTIKULARRAK

Ahalmen Espazialaren egituran

Carroll-en (1988, 1993, 1994) ikerketek adimenaren egitura konkretu bat finkatzen dute, hiru sustraietan oinarrituta hain zuzen, non ahalmen espazialak bigarren sustraiko zazpi faktoreetako bat den. Gainera, diagnostikoa zehatzagoa izateko, neurriari zeregin espazialen aurrean subjektuak nola jokatzen duen erantsi beharko diogu. Horregatik teorikoki justifikatutako tresna bat pentsatu behar dugu eta neurtuz gain ikasle bakoitzaren ahalmen espazialaren maila diagnostikatu beharko dugu une konkretu batean.

Krutetskik (1976) arrazonamenduaren erabileran hiru era desberdin identifikatzen ditu: analogikoa (ahoz), geometrikoa (ikusmenaz) eta harmonikoa (tartekoa) eta zera esaten du, denok dugula bat ala bestearen agerpen handiago bat eta pertsonen euren arrazonamendua zeharo era desberdinetan erabiltzen dugula. Gauza bera gertatzen da irakaslearekin eta arazoa areagotzen da irakaslearen eta ikaslearen estiloak konbinatzerakoan. Hau zeregin espazialean pertsona bakoitzak erabiltzen duen estrategietan islatzen da. Beraz, beharrezkoa litzateke estrategiak sailkatzea bakoitzaren ezaugarrien arabera. Lahrizik (1984) eta Cossiok (1997) osatu dute integrazio proposamen bat, Watanawaha-ren (1977) DIPT sailkapena eta Burden eta Coulsonen (1981) proposamen kognitiboa integratuz.

Ahalmen espazialaren garapenean

Piaget, Inhelder (1967), Piaget, Inhelder, Szeminska (1960), Van Hiele (1986) egileek ekarpen ikusgarriak egin dituzte ahalmen espazialarekin erlazionaturik dauden alderdi geometrikoak nola eta noiz garatzen diren pertsonengan azalduz. Gainera emaitza hauek lagungarriak izan dira hezkuntza matematikoan irakaslearentzat, ikasleak hobeto ezagutzeko eta ikasketa planak ikasleen adinera doitzeko.

Eredu integratu bat posible izango al litzateke? eta ikerketa bat egitea adinaren arabera, bizitza-ziklo osoa osatu arte?

Nola konpentsatzen dute itsuek urritasun hau?. Millar-ek (1997) beste errekurtsio batzuk garatzen dituztela esaten du, ikusmen normala dutenek baino gehiago. Eta ikusmen normala baina ahalmen espazial urriagoa dutenek, garatzen al dituzte beste errekurtsioak urritasun hau konpentsatzeko? Zeintzuk dira errekurtsio horiek? Eskolan bultzatu eta landu al daitezke?

Ahalmen espaziala hobetzeko proposamenetan

Zer erakutsi liezagukete ahalmen espazial on bat duten pertsonen? Egindako akatsek prebentzio lan bat egiteko aukera ematen badigute, nola antolatu daitezke gako horiek ahalmen honetan pertsonen funtzionamendua hobeto ulertzeko?

Intuizioak (Fischbein, 1971), materialaren erabilerak (Bishop, 1980), ordenagailuak (Clements, 1984), entrenamenduak (Ben Chaim et al., 1988) alderdi geometrikoen lorpenen hobekuntza bultzatzen omen dute. Baina zer baldintzetan?. Nola integratzen dira guzti horiek egoera didaktikoetan? Horregatik edozer baino lehen zera planteatu beharko genuke, ze ezaugarri edo baldintzak bete beharko lituzke proposamen batek berme guztiakin proposatu ahal izateko?

ERREFERENTZIAK

- Benchaim, D.; Lappan, G.; Houang, R.T. (1988) The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25, 51-71.
- Bishop, A. (1980). Spatial abilities and Mathematics Education: A Review. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.
- Bishop, A. (1989). Review of Research on Visualization in Mathematics Education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.
- Burden, L.D.; Coulson, S.A. (1981). *Processing of spatial tasks*. M. Arg. Thesis. Melbourne: Monash University.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques”. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Carroll, J.B. (1988). *Cognitive abilities factors*. *Intelligence*, 12(2): 101-109.
- Carroll, J.B. (1993). *Human cognitive abilities*. London: Cambridge University Press.
- Carroll, J.B. (1994). Constructing a Theory from data. In D.K. Detterman (arg.). *Current Topics in Human Intelligence. Vol. 4. Theories of Intelligence*. Norwood (New Jersey) Ablex Publishing Corporation.
- Chevallard (1991). *La transposition didactique-Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Clements, D.H.; (1984). Implications of media research for the instructional application of computers with young children. *Educational Technology*, Azaroa, orri 7-16.
- Clements, D.H.; Battista, M.E. (1992). Gheometry and Spatial Reasoning. In Grouws, D.A. (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and learning*. New York: McMillan.
- Cossio, J. (1997). *Diagnosis de la habilidad de visualizar en el espacio 3D con estudiantes de Bachillerato (B.U.P.) del Bilbao metropolitano*. Leioa: Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.
- D.E.G.V. (1992-a). *Diseño Curricular Base. Educación Primaria. Matemáticas*. Gasteiz: Servicio de Publicaciones del Gobierno Vasco.
- D.E.G.V. (1992-b). *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria Obligatoria. Matemáticas*. Gasteiz: Servicio de Publicaciones del Gobierno Vasco.

- D.E.G.V. (1994) *Diseño Curricular Base. Bachillerato. Matemáticas*. Gasteiz: Servicio de Publicaciones del Gobierno Vasco.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht: Reidel.
- Gutierrez, A. (1998). *Tendencias actuales de investigación en Geometría y Visualización*. Barcelona: TIEM.
- Hershkowitz, R.; Parzysz, B.; Van Dormoloen, J. (1996). Space and shape. Bishop, Clements, Kilpatrick, Laborde.(Eds.) *International Handbook of Mathematics Education*. London: Kluwer.
- Hidalgo, S.; Maroto, A.; Palacios, A. (1999). Evolución de las destrezas básicas para el cálculo y su influencia en el rendimiento escolar en Matemáticas. *Suma*, 30, 37-45.
- Krutetski, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematics Abilities in School-Children*. Chicago: University of Virginia.
- Lahrizi, H. (1984). *Etude de l'habilité a visualiser des relations geometriques dans trois dimensions chez les élèves et les élèves professeurs au Maroc*. M. Arg. Thèse. Quebec: Université de Laval.
- Lohman, D.F.; Kyllonen, P.C. (1983). Individual Differences in Solution Strategy on Spatial Tasks. Dyllon & Schemek (Ed.). *Individual Differences in Cognition*. Vol. 1. Academic Press.
- Lohman, D.F.; Pellegrino, J.W.; Alderton, D.L. Regian, J.W. (1987). *Dimensions and Components of Individual Differences in Spatial Abilities (253-312 orri)*.
- M.E.C. (1985). *Programas Renovados de la Educación General Básica. Ciclo Medio*. Madrid: Editorial Escuela Española.
- Millar, S. (1997). *La comprensión y representación del espacio*. Madrid: ONCE.
- Piaget, J.; Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. New York: W.W. Norton & Co.
- Piaget, J.; Inhelder, B.; Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Sternberg, R.J. (1980). *Components of Human Intelligence*. New York: Yale University Press.
- Sternberg, R.J. (1988). *The thriarquic mind*. London: Penguin Books.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight*. Orlando: Academic Press.
- Watanawaha, W. (1977). *Spatial ability and sex differences in performance on spatial tasks*. M. Ed. Thesis. Monash University. Melbourne.
- Yuste, C. (1997). *Manual de IGF-Inteligencia General y Factorial. Manual (3ª edición)*. Madrid: TEA.
- Wheatley, G.H. (1977). The Right Hemisphere's Role in Problem Solving. *Arithmetic Teacher*, 25(2), 37-38.

