

## KONTSUMITZAILEAREN TEORIAREN EKARPENAK HIZKUNTZA GUTXITUEN ERABILPENA AZTERTZEKO

Jose M. Zendoia Sainz  
Ekonomia Aplikatua I Saila  
Euskal Herriko Unibertsitatea

### AURKIBIDEA

1. SARRERA ....	171;	2. F. GRIN-EN EREDUA: AURKEZPENA ETA GARAPENA ....	172;
3. EREDUAREN APLIKAZIOAK, HASERAKO BALDINTZA DESBERDINEN ARABERA ....	175;	4. EREDUAREN ZUZENKETA, HIZKUNTZA NAGUSIAREN BIZITASUN-MAILA DOI-TUZ ....	180;
5. EREDU ZUZENDUA, HASERAKO BALDINTZA DESBERDINETARAKO ....	181;	6. AURREKO HIPOTESIEN EGOKITZAPENA EUSKARAREN KASUAN ....	183;
7. BIBLIOGRAFIA ....	185.		

### 1. Sarrera

François Grin ikerleak "Towards a threshold theory of minority languages survival" artikuluan<sup>1</sup> (Hizkuntza gutxituen iraupeneko atalase-teoria baterantz) proposatzen duen eredu mikroekonomikoaren bitartez, hizkuntza gutxitu bateko hiztunek egin beharreko aukera, hizkuntzaren erabilerari dagokionean, kontsumitzailearen teorian oinarritutako eredu batez aurkezten digu. Bertan, euskararen egoera eta bila-kaera aztertzeke oso baliagarria izan daitekeen tresna eskaintzen zaigu.

---

1. Ikus Bibliografia, artikulua amaieran.

Abiapuntu gisa, hizkuntza gutxitua ezagutzen dutenek hizkuntza nagusia ere menderatzen dutela (elebidunak direla) onartuko dugu, eta bata ala bestea erabiliko duten erabakitzen etengabeko aukera egin behar dutela bi hizkuntzen artean, biak erabil ditzaketen kasuetan. Zenbait aldagai desberdinen arabera –hizkuntza gutxitua dakitenen portzentaia, elebidunek hizkuntza gutxitua erabiltzeko joera, hizkuntzaren bizitasun-maila– hizkuntza gutxiuaren erabilpena denboran zehar aldatuko da, orekazko balio bateruntz joaz. Hizkuntza gutxiuaren iraupe-na, beraz, aldagai horiek hartzen dituzten balioen arabera izango da, hala nola gizarteak eta instituzioek aldagai horiengan eragiteko duten ahalmenaren arabera.

Lan honen lehen zatian, Grin-en artikuluan azaltzen den eredia laburki aurkeztu dugu<sup>2</sup>, eta ondoren guk ezarritako baldintza desberdinen aurrean lortzen diren emaitzak aztertu ditugu, kontsumitzailearen –kasu honetan, hiztunaren– “razionaltasuna” izanik murrizketa bakarra, hau da, adibide guztietan baliagarritasun-funtzioen ahurtasuna izan da aldatu gabeko hipotesia. Analisi honen emaitza nagusia da hizkuntza gutxiuaren ezagutza handitzeak ez duela ziurtatzen bere erabilpena areagotuko denik. Ondoren, Grin-en eredian aurkitzen dugun zalantzazko hipotesi metodologiko bat beste era batean birplanteatu dugu, honela ere ereduaren erabilgarritasuna mantentzen dela ikusteko. Bukatzeko, aztertu dugun ereduaren bi bertsioak alderatu ditugu, euskararen kasuan zeinek ematen duen egokitzapen hoberena eztabaidatuz.

## 2. F. Grin-en eredia: aurkezpena eta garapena

Demagun lurralde bateko biztanle guztiek A hizkuntza ezagutzen dutela, eta horietako batzuk B hizkuntza ere badakitela. A litzateke hizkuntza nagusia eta B, berriz, hizkuntza gutxitua.

Biztanle guztien artean, beraz, badago  $m$  proportzio bat, AB elebidunak direnak, eta biztanlegoaren gainerako  $1-m$  proportzioa A elebakarduna da. Bigarren hauek soilik A erabil dezakete, baina elebidunak A eta B erabiltzeko gai dira, hau da, elebidunek bere denboraren  $a$  proportzioan A erabiltzen dute, eta denboraren  $b$  proportzioan B erabiltzen dute, izanik  $a+b=1$ . Definituko dugu, beraz, B hizkuntzaren bizitasun-maila honako moduan:  $V=m.b$ , honek adierazten duelarik zenbatean erabiltzen den B hizkuntza gutxitua.

---

2. Azalpenerako egokia iruditu zaigun aldaketa batekin, geroago zehaztuko dugunez.

Elebidunek bere baliagarritasuna maximotuko dute, bi hizkuntzen artean aukeraketa bat eginik,  $\max U = U(A, B)$  problema ebatziz,  $A$  eta  $B$  izanik hizkuntza bakoitzean kontsumitutako produktuak eta egindako gizarte-erabilera.  $U$  funtzioak erabilgarritasuna adierazten duenez, gorakorra izango da  $A$  eta  $B$  aldagaiekiko:  $U_A > 0$  eta  $U_B > 0$ , baliagarritasun marginalak positiboak izango direlako (zenbat eta  $A$  gehiago, baliagarritasun handiagoa; gauza bera  $B$ -rekin ere), eta  $U$  ahurra izango da:  $U_{AA} < 0$ , eta  $U_{BB} < 0$ , hau da, baliagarritasun marginalak beherakorrak dira (zenbat eta  $A$  gehiago, orduan azken unitateak eransten duen baliagarritasuna geroz eta txikiagoa da; gauza bera  $B$ -rekin ere). Funtzioa ahurra izanik, ondoko erlazioa ere beteko da<sup>3</sup>:  $U_{AA}U_{BB} \geq 2U_{AB}$ .

Elebidun batek hizkuntza nagusian kontsumitzen duena (kultur produktuak, gizarte-harremanak, lan-denbora, eta abar), hizkuntza horri eskainitako  $a$  denborartarearen araberakoa izango da:  $A = A(a)$ , funtzio hau ere, ekoizpen-funtzioen antzera, gorakorra eta ahurra delarik  $A_a > 0$  eta  $A_{aa} < 0$ , hots, denboraren produktibitate marginala positiboa eta beherakorra da (zenbat eta denbora gehiago erabili geroz eta  $A$  gehiago lortzen da, baina geroz eta makalago).

Hizkuntza gutxituan kontsumitzen dena, antzera, berari eskainitako  $b$  denbora-tartearen araberakoa da, baina kasu honetan beste aldagai bat sartu behar dugu. Kontutan hartu behar da produktu eta zerbitzu guztiak hizkuntza nagusian lortzeko aukera dagoela, eta biztanle guztiekin hizkuntza horretan ari-tzeko aukera ere badagoela, horregatik  $A$  aldagaia soilik berari emandako  $a$  denboraren menpekoa da<sup>4</sup>. Baina hizkuntza gutxituan ezin dira produktu eta zerbitzu guztiak lortu, eta hizkuntza horretan ezin da jende guztiarekin hitz egin. Horregatik,  $B$  lortzeko erabilitako  $b$  denboraz gain, hizkuntza gutxituaren bizitasun-maila ere kontutan hartu beharko da. Ondorioz,  $B = B(b, V)$  motako funtzioa edukiko dugu, hau ere gorakorra eta ahurra, lehenago adierazitakoagatik:  $B_b > 0$ ,  $B_V > 0$ ,  $B_{bb} < 0$ ,  $B_{VV} < 0$ ,  $B_{bb}B_{VV} \geq 2B_{bV}$ , eta kasu honetarako  $B_{bV} > 0$  suposatuko dugu, hau da, hizkuntza gutxituaren bizitasuna handiagoa denean, bera erabili ahal izateko denboraren produktibitate marginala handiagoa da. Honen arrazoia zera da: hizkuntza gutxitua oso bizia bada, hizkuntza horretako produktuak lortzeak denbora gutxiago eskatzen duela, hain zuzen.

Guztira, ondoko ekuazio-sistema dugu:

3. Bi aldagaietako funtzio ahurren matrize hessianarra erdidefinitu negatiboa delako.

4. Hipotesi honen aldaketa da 4. eta 5. puntuetan aztertuko duguna.

$$\left\{ \begin{array}{l} U = U(A, B) \\ A = A(a) \\ B = B(b, V) \\ V = b \cdot m \\ a + b = 1 \end{array} \right.$$

Dagozkion ordezkapen guztiak eginda, hitzunaren baliagarritasun-funtzioa  $b$  eta  $m$  aldagaien menpekoea dela lortzen da<sup>5</sup>:

$$U = U(A(1-b), B(b, b \cdot m)) = U(b, m)$$

Hizkuntza gutxitua dakitenen  $m$  portzentaia emanda dagoela suposatuz, baliagarritasun-funtzioa maximotzen da  $U_b = -U_A \cdot A_a + U_B (B_b + B_V \cdot m) = 0$  eta  $U_{bb} < 0$  egunik, hau da, funtzioaren aldaketa-tasa gerakorra eginez ingurune ahur batean. Horrela jokatzuz, hitzunak bere baliagarritasuna maximotuko duen  $b^*$  balioa lortuko du, alegia, hizkuntza gutxituari eskainiko dion denbora proportzio hoberena. Suposatuko dugu gure hitzun elebidun hipotetikoak gizartearen batez bestekoaren jokabidea duela, alegia, berak lortzen duen  $b^*$  balioa, gizartean orohar lortutakoa dela ere.

Orain, gizarteko batez bestekoa isladatzen duen gure hitzun elebiduna  $U_b = -U_A \cdot A_a + U_B (B_b + B_V \cdot m) = 0$  egoera hoberen horretan aurkitzen delarik, hizkuntza gutxitua dakien  $m$  biztanlego-zatia aldatu ezker,  $b^*$  ere aldatuko litzateke.  $m$ -ren aldaketak  $b^*$ -rengan edukiko duen eragina ezagutzeko, azken ekuazioak mugatzen duen  $b^* = b^*(m)$  funtzio inplizitua deribatu dezakegu:

$\frac{db^*}{dm} = \frac{-U_{bm}}{U_{bb}}$ , eta  $U_{bb}$  negatiboa denez  $b^*$  maximoa delako,  $\frac{db^*}{dm}$  deribatuen zeinua  $U_{bm}$ -rena izango da, non:

$$U_{bm} = [U_{BB}(B_b + B_V \cdot m) - U_{AB} \cdot A_a] B_V \cdot b + U_B [B_{bV} \cdot b(1+m) + B_V]$$

eta orain arte mantendu dugun hipotesien arabera, lehen batugaia negatiboa izango da, eta bigarrena positiboa. Ondorioz,  $\frac{db^*}{dm}$  deribatua positiboa zein negatiboa izan

5. Grin-en jatorrizko ereduari, azken bi aldagai aske bakarrak  $b$  eta  $V$  dira, baina antzeko hipotesiak erabiliz, argiago deritzogu honela azaltzeari.

daiteke. Honek ondorio argi batera garamatza: behin hiztun elebidunek beren baliagarritasun linguistikoa maximotuko duen  $b^*$  hoberena finkatuta, hau da, hizkuntza gutxitua erabiltzeko eskainiko duten denbora-tartea erabakita, *hizkuntzaren ezagupen-maila handitzeak ez du ziurtatzen erabilera-denbora gehituko denik*.

### 3. Ereduaren aplikazioak, haserako baldintza desberdinen arabera

Ikus dezagun nola gauzatzen den aurreko teoria baldintza desberdinetan. Lehen adibiderako aukeratu ditugun ondoko funtzioek egiaztatzen dituzte gorago erabilitako funtzio hipotetikoek eskatzen dituzten baldintza guztiak:

$$\begin{cases} U = U(A, B) = \sqrt{A \cdot B} \\ A = A(a) = \sqrt{a} \\ B = B(b, V) = \sqrt{b \cdot V} \end{cases}$$

Funtzio guzti hauetan lehen mailako deribatuak positiboak dira, eta funtzio ahurrak dira aldi berean: gorakorrek dira aldagai askeekiko, baina gorakortasun-tasak gutxitzen doaz aldagai askeak handitu ahala (teoria mikroekonomikoaren eredu-eran erabilitako baliagarritasun- eta ekoizpen-funtzio arruntak dira). Funtzioak alboratu genitzake hizkuntza batera edo bestera, konstante egokiak ezarri, baina funtsean, ondorioak antzekoak lirateke. Funtzio-sistema horri gehituko dizkiogu beste bi erlazio hauek:

$$\begin{cases} V = b \cdot m \\ a + b = 1 \end{cases}$$

Ordezkapenak egin ondoren, baliagarritasun-funtzioa honelakoa da:

$$U = U(b, m) = \sqrt[4]{m(b^2 - b^3)}$$

$m$  jakin baterako, aurreko funtzioa maximotuko da ondoko ekuazioa egiaztatzean:

$$U_b = \frac{(2 - 3b) \cdot b \cdot m}{4 \cdot \sqrt[4]{m^3(b^2 - b^3)^3}} = 0$$

eta  $b$  hoberena  $b^*=2/3$  da edozein  $m$ -rentzat (beste bi kasu baliagarriak  $b=0$  eta  $m=0$  dira, baina hauetarako baliagarritasuna 0 da, minimoa). Adibide honetan, hiztun elebidunek egoera hoberena topatzen dute bere denboraren bi herenak hizkuntza gutxi-

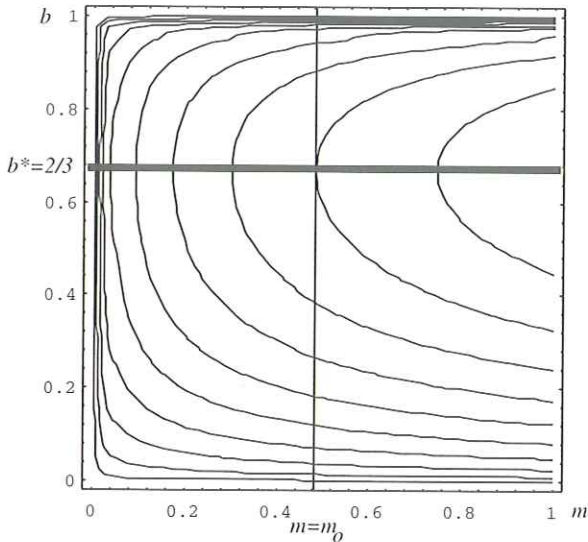
tuko eskaintza bilatzen dutenean, beste herena hizkuntza nagusiarentzat utzirik, eta hau, hizkuntzaren ezagutza-tasa gizaratean edozein izanik (adibideko funtzioetan konstante desberdinak erantsi izan bagenitu, beste  $b^*$  iritsiko genuke, baina beti ere konstantea  $m$ -rekiko).

Aurrekoa froga daiteke  $U_b = \frac{(2-3b) \cdot b \cdot m}{4 \cdot \sqrt{m^3(b^2-b^3)^3}} = 0$  ekuazioan implizituki deribatu

ondoren,  $\frac{db}{dm} = \frac{(2-3b) \cdot b \cdot (b-1)}{(4-4b+3b^2) \cdot m}$  emaitzan:  $b=2/3$  izanik,  $\frac{db}{dm} = 0$  baita.

Kasu arrunt honetan, behin  $b^*$  lortu ezker,  $m$ -ren aldaketek ez lukete eraginik edukiko erabilera-tasan, eta hizkuntza gutxituaren ezagutza zabalteak ez luke ekarriko erabilpen zabalagorik (ezta urriagorik ere).

Orain artekoa ikus dezakegu  $U$  funtzioaren isobaliagarritasun-kurbak marraztuz:

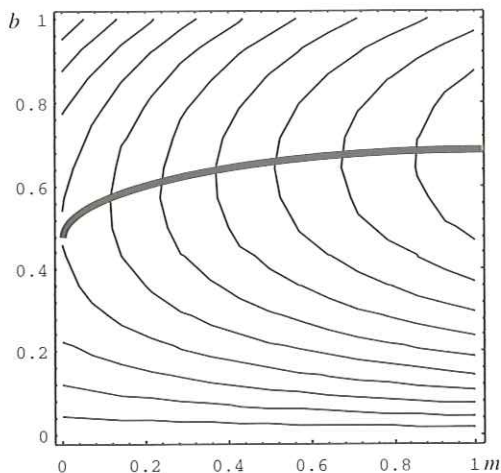


$m=m_0$  denean, baliorik handieneko maila-kurba topatzen da  $b^*=2/3$  denean, eta emaitza bera lortzen da  $m$ -ren edozein baliorako.  $m$  bakoitzari dagokion  $b$  hoberena konstantea da, eta marra lodiz adierazitako puntu-multzoak adierazten du.

Baina erabiltzen ari garen funtzioak bestelakoak balira (logaritmikoak adibidez, gorakortasun eta ahurtasun baldintza egokiak betetzen dituztenak), honelako indiferentzia-mapak lortu daitezke. Adibidez, ondoko funtzio-multzoarentzat,

$$\begin{cases} U = U(A, B) = \text{Ln}((A + 1) \cdot (B + 1)) \\ A = A(a) = \text{Ln}(a + 1) \\ B = B(b, V) = \text{Ln}((b + 1) \cdot (V + 1)) \\ V = m \cdot b \\ a + b = 1 \end{cases}$$

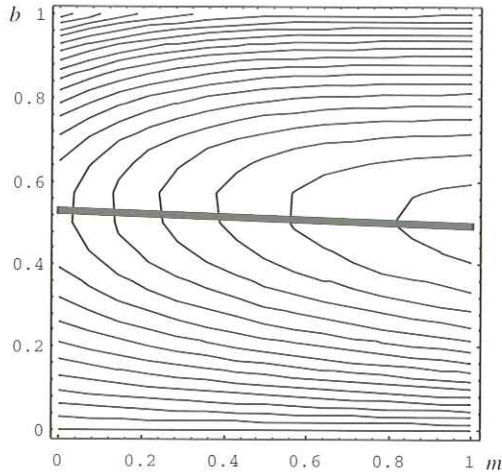
dagozkion ordezkapenak egin ondoren,  $U = U(b, m)$  baliagarritasun-funtzioaren maila-kurbak honelakoak dira (funtzioak egokituak izan dira  $b$  eta  $m$  aldagaiek 0 eta 1 arteko balioak har ditzaten):



Kasu honetan,  $m$  bakoitzari dagokion  $b$  hoberena marra lodiz adierazitako kurbaren aurkitzen da. Honelako egoeran,  $m$ -ren gehikuntzak  $b$ -ren gehikuntza ere ekarriko luke, hots, ezagutza-tasaren igoerak erabilpen-tasan goranzko joera eragingo luke.

Ondoko kasuan, beste funtzio ahur hauek aukeratu ezker, emaitzak bestelakoak dira. Honetan ere funtzio ahurak hartu izan ditugu, bai baliagarritasunarentzat, bai hizkuntz eskuragarritasunarentzat (hemen ere funtzioak egokituak izan dira  $b$  eta  $m$ -ren balioak 0 eta 1 artekoak direnentzat):

$$\begin{cases} U = U(A, B) = 1 - \frac{(A-1)^2}{2} - \frac{(B-1)^2}{2} \\ A = A(a) = 1 - \frac{(a-1)^2}{2} \\ B = B(b, V) = 1 - \frac{(b-1)^2}{2} - \frac{(V-1)^2}{2} \end{cases}$$



Beste kasu honetan aurkakoa gertatzen da: egoera hobereen kurba ikusita,  $m$ -ren gehikuntza positiboak  $b$ -ren aldaketa negatiboa dakar. Grafikoan argiegi ikusten ez bada ere,  $U_b=0$  eginda  $m=0$  izanik,  $b^*=0.5256$  da, eta  $m=1$  izanik,  $b^*=0.5$  ematen du. Hau litzateke hizkuntza gutxituarentzat egoerarik kaskarrena, gizartean hizkuntzaren ezagutza handitzearen *ondorioz*, hizkuntzaren erabilpena murriztuko bailitzateke.

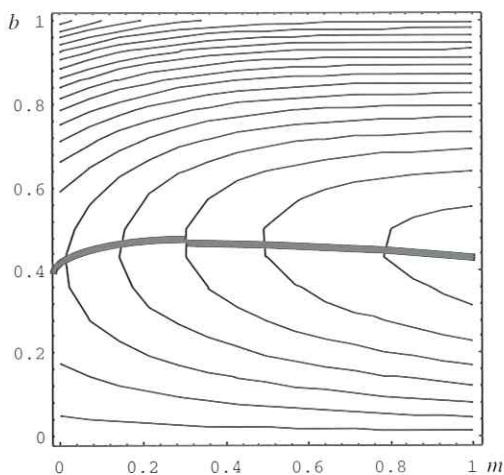
Azkenik, pentsatzekoa da aurreko egoeren konbinazioak egon daitezkeela, jarri ditugun kontsumo eta ekoizpen funtzio hipotetikoetan aldagai bat edo beste indartuz, honako adibidean bezala:

$$\begin{cases} U = U(A, B) = 1 - \frac{(A-1)^2}{2} - \frac{(B-1)^2}{2} \\ A = A(a, W) = 1 - \frac{(a-1)^2}{2} \\ B = B(b, V) = 1 - \frac{(b-1)^2}{5} - \frac{(V-1)^2}{2} \end{cases}$$

emandako ezagutza-tasa desberdinetarako,  $m$ -ren gehikuntzak zeinu desberdineko aldaketak sortuko lituzke, azken grafikoak adierazitako adibidea kasu. Bertan, ikus-



ten da  $m$ -ren balio txikietarako, aldagai hau handitzean  $b^*$  ere handituko dela, baina hitun elebidunak asko direnean, hauen ugaltzeak erabilpen-maila gutxituko luke.



Orain artekoa kontutan hartuz, zera ondoriozta daiteke:  $m$  eta  $b$  aldagaien joera desberdina izan daitekeenez, hizkuntzaren bizitasun-maila ( $V=bm$ ) mantendu eta are gutxitu daiteke, nahiz eta  $m$  handitu ere. Horregatik, hizkuntzaren biziraupena ez du ziurtatzen ez pertsona gehiagok hizkuntza ezagutzeak, ezta dakitenek gehiago erabiltzeak, baizik eta bi gertaera horiek batera gertatzeak.

Aztertu dugun eredu estatiko hau ez da Grin-ek aurkezten duena. Egokitu izan dugu, zenbait arazo ikusten baikenizkion jatorrizkoari. Hain zuzen, Grin-ek sistema osoa hizkuntzaren erabilpena eta bizitasunaren arabera uzten ditu, suposatuz bizitasun-maila exogenoa dela. Horretarako  $V_t = m_t \cdot b^*_{t-1}(V_{t-1})$  hartzen du, hau da,  $t$ . aldian hizkuntzak duen bizitasuna, aldi horretako hizkuntz ezagupenaren arabera da, hala nola aurreko aldian finkatu zen erabilpen-tasaren arabera. Beste hitzetan,  $(t-1)$ . aldiaren bizitasun-mailarekin,  $b^*$  balio bat finkatu zen, eta horrek mugatzen du  $t$ . aldiko bizitasun-maila. Guretzat horrela jokatzeari ez da oso zuzena:  $V$  aldagaia  $b$ -ren menpekora izanik, Grin-en planteamenduak errekurrentzia arazoak sortzen ditu<sup>6</sup>.

Argiagoa deritzogu guk azaldutako ereduari, bi azken aldagai askeak  $m$  eta  $b$  izanik, nahiz eta deribaziorako konplexuagoa izan. Azken eredu honen ahultasun

6. Horregatik artikulua 2. puntuan azaldu dugun erabakia.

nabariena zera da:  $V=b \cdot m$  funtzioa ahurra ez denez, gerta daiteke  $U$  ahurra ez izatea, hain zuzen,  $U$ -ren bigarren mailako deribatu partziala  $b$ -rekin bi aldiz, ondokoa da:

$$U_{BB} = U_{AA} \cdot A_a^2 - 2U_{AB} \cdot A_a(B_b + B_v m) + U_{AA} A_{AA} + U_{BB}(2B_b B_v m + B_v^2 m^2 + B_b^2) + \\ + U_B(B_{bb} + B_{vv} m^2) + 2U_B B_{bv} m$$

eta bere batugaien zeinua aztertuz, lehen bost batugaiak negatiboak dira, eta azkena bakarrik da positiboa. Aurrekoak esan nahi du  $U$ -ren ahurtasuna ia ziurtatuta dagoela ( $U_{BB}$  negatiboa izatea, alegia), eta hala gertatzen da aztertu ditugun adibide guztietan. Edozein kasutan ere, bi ereduaren ondorioa antzekoa da: ezin da ziurtatu hizkuntza gutxituaren erabilpena handituko dela bere bizitasuna (Grin-en aurkezpenean) edo ezagupen-maila (guk proposatutako ereduaren) handitzen direnean.

#### 4. Ereduaren zuzenketa, hizkuntza nagusiaren bizitasun-maila doitzuz

Orain arte ikusi dugun ereduaren, zenbait hipotesi hartu ditugu abiapuntutzat: lehena, hiztun elebidunak baliagarritasun linguistikoaren funtzio bat duela, hizkuntza nagusian eta gutxituan kontsumitzen dituen  $A$  eta  $B$  kopuruen arabera, hurrenez hurren.  $A$  (edo  $B$ ) aldagaiak hartzen duen balioarekin zera adierazi nahi dugu: hizkuntza nagusian (edo gutxituan) egindako kultur kontsumoa –antzerki, zinema, kantaldi eta antzekoen kontsumoa–, komunikabideen kontsumoa –irradi, telebista, egunkari eta aldizkariena–, familia, lagunarte eta antzekoetan egindako erabilera, eta azkenik, beste gizarte-harremanetan –dendetan, administrazioan eta abarretan– egindakoa.

Esan dugu ere,  $A$  eta  $B$  kontsumoak hizkuntza bakoitzari eskainitako  $a$  eta  $b$ -ren denboraren arabera zirela,  $a+b=1$  izanik. Grin-ek aipatzen du  $a+b$  dela aisialdirako denbora, hau da, lan-orduetako hizkuntza-dedikazioa ez dugula kontutan hartzen. Honen arrazoia litzateke pertsona askok ezin duela aukeratu zein hizkuntza erabili bere lanean, hau da,  $a/b$  erlazioa emanda datorrela norberaren lanpostuan. Hau egia izanik ere, egia da ere langile batek gustorago egingo duela lan berak nahi duen hizkuntzan, hau da, nahiz eta exogenoki emandako datu bat izan, hiztunaren baliagarritasunean eragina du. Dena den, ez gara honetan sartuko, bai aukera bat zein bestea hartuta ere, ondorioak ulertzeko orduan egindako aukera kontutan edukitzea nahikoa baita, zein motako denboraz ari garen jakiteko, bestelako ondorio teorikorik ez duelarik.

Gure hipotesien artean ere, Grin-en ekarpenarekin bat etorriz, hizkuntza gutxituan zerbitzu eta harreman guztiak ezin direla bideratu gogoratu dugu. Elebidunen portzentaia  $m$  bada, eta elebidunek batez beste  $b$  denbora eskaintzen badiote hizkuntza gutxituari, orduan batez beste  $m \cdot b$  proportzioan erabiltzen da eta

erabil daiteke  $B$  hizkuntza, proportzio hori  $B$  hizkuntzaren  $V$  bizitasun-mailaz adierazi dugularik. Baina orain arte suposatu dugu  $A$  hizkuntza erabat garatua dagoela, jende guztiak ezagutzen baitu eta hizkuntza horretan mota guztietako produktu eta zerbitzuak jaso baitaitezke, beraz, suposatu dugu hizkuntza nagusiaren bizitasun-maila 1 dela, eta horregatik hartu dugu  $A=A(a,1)=A(a)$  motako funtzioa, non aldagai aske bakarra  $a$  den.

Errealitatearekin bat al dator hipotesi hau? Ikus dezagun zer-nolako ondorioak lortzen diren bera zalantzan jartzen badugu. Berez, pentsa dezakegu erabiltzen ari garen ereduak akats bat badagoela: hitzun elebidunek hizkuntza gutxituari eskainitako denbora dela eta,  $B$  hizkuntza  $m \cdot b$  proportzioan erabilia da gizarte horretan, beraz,  $A$  hizkuntza  $1 - m \cdot b$  proportzioan erabiltzen da. Honek esan nahi du gizarte elebidun horretan hizkuntza nagusiaren maila 1 baino txikiagoa dela, ez baita beti erabiltzen, eta ondorioz, erlazio hau gure ereduak sartu beharko dugu.

Hots, hizkuntza nagusiaren bizitasun-maila ( $W$  moduan adieraziko duguna), sartu beharko dugu gure funtzioen aldagai gisa, eta  $A=A(a,W)$  erlazioa edukiko dugu, noski, gorakortasun eta ahurtasun baldintza egokiak betez. Esan dugunez, hizkuntza nagusiaren bizitasun-maila, hizkuntza gutxituaren bizitasun-mailarekiko osagarria da, alegia,  $W=1-m \cdot b$ ; eta ondorio bera lortzen dugu honela kalkulatu: hitzun elebarrak ( $1-m$ ), hizkuntza nagusia erabiltzen dute beti (1), besterik ez dakitelako, eta hitzun elebidunek ( $m$ ),  $A$  hizkuntzari eskaintzen dioten denbora  $a$  da, beraz:

$$W = (1 - m) \cdot 1 + m \cdot a, \text{ eta } a+b = 1 \text{ izanik,}$$

$$W = (1 - m) \cdot 1 + m \cdot (1 - B) = 1 - m \cdot b, \text{ lehenago ere aipatu dugunez.}$$

## 5. Eredu zuzendua, haserako baldintza desberdinetarako

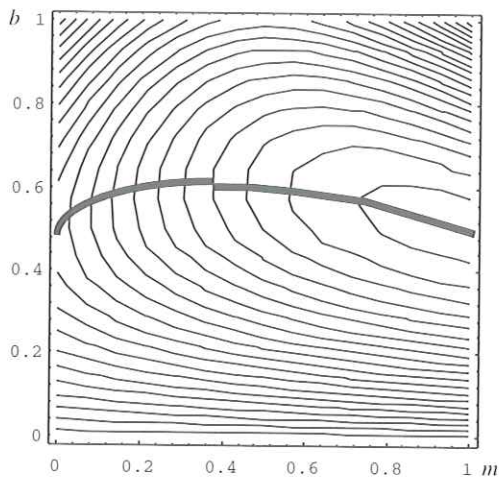
Har ditzagun lehenagoko adibide guztiak, azken paragrafoko zuzenketa ezarritz. Sistema bakoitzarentzat, baliagarritasun-funtzioaren maila-kurbak ondokoak dira.

Lehen kasurako, aldagai berriak sartu ondoren, honako sistema edukiko genuke:

$$\begin{cases} U = U(A, B) = \sqrt{A \cdot B} \\ A = A(a, W) = \sqrt{a \cdot W} \\ B = B(b, V) = \sqrt{b \cdot V} \end{cases}$$

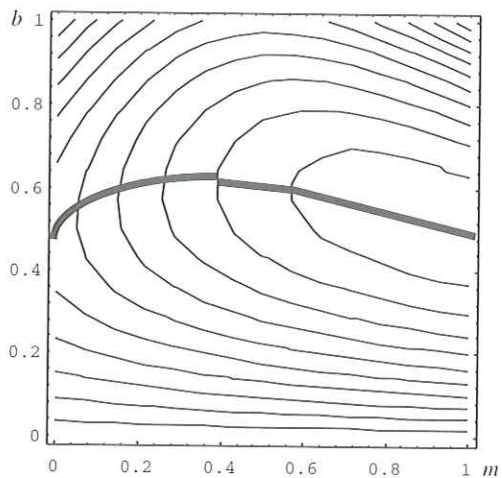
non, gorago esan dugunez:

$$\begin{cases} a + b = 1, & \text{beraz: } a = 1 - b \\ V = mb, & \text{beraz: } W = 1 - mb \end{cases}$$



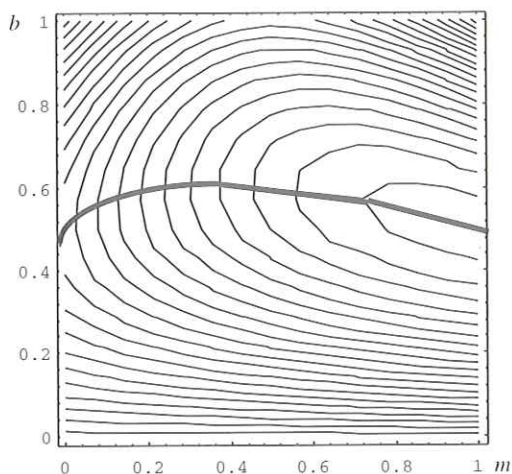
Bigarren kasurako, berriz, funtzio-sistema hau da:

$$\begin{cases} U = U(A, B) = \text{Ln}((A+1)(B+1)) \\ A = A(a, W) = \text{Ln}((a+1)(W+1)) \\ B = B(b, V) = \text{Ln}((b+1)(V+1)) \end{cases}$$



Hirugarren kasurako, ondoko funtzioak edukiko genituzke, eta hauei dago-  
kien isokurben mapa:

$$\begin{cases} U = U(A, B) = 1 - \frac{(A-1)^2}{2} - \frac{(B-1)^2}{2} \\ A = A(a, W) = 1 - \frac{(a-1)^2}{2} - \frac{(W-1)^2}{2} \\ B = B(b, V) = 1 - \frac{(b-1)^2}{2} - \frac{(V-1)^2}{2} \end{cases}$$



Kasu guztietan nabaritzen da hizkuntz gutxituaren ezagupen-maila baliorik  
gorenerantz hurbiltzen denean, erabilera gutxitzen doala  $b^*=1/2$  balioan estabilizatu  
arte. Hizkuntza gutxitua ezagutzen dutenak gutxi direnean, hauek asko erabili behar  
dute hizkuntzaren ahultasuna estaltzeko, baina hitun elebidunen kopurua handitu  
ahala, bi hizkuntzen arteko aukera erdibideruntz doa. Honen interpretazioa honakoa  
litzateke:  $m=1$  denean, biztanle guztiak elebidunak dira, denek menderatzen dute  
maila egoki batean  $A$  eta  $B$  hizkuntzak, eta bietan eskaintzen den kultur ekoizpena,  
informazioa, eta abar, parekatuta daude. Hori horrela izanik, esan daiteke ez dagoela  
hizkuntza gutxiturik. Egoera horretan, logikoa da hitunek hizkuntza bakoitzaren arte-  
an erabilpena erdibitzea, bietan eskaintzen zaienaren artean erdi eta erdi aukeratuz.

## 6. Aurreko hipotesien egokitzapena euskararen kasuan

Hizkuntza gutxituen erabilpena aztertzeke aurkeztu dugun ereduaren bi ber-  
tsioen arteko diferentzia azalduko dugu. Lehen bertsioan suposatzen genuen  $A$  hiz-

kuntza nagusiaren bizitasun maila 1 dela,  $B$  hizkuntzarena  $m \cdot b$  izanik, eta bigarren bertsioan berriz, komunitatearen bizitasun-maila linguistikoa guztira 1 dela, beraz, hizkuntza gutxituaren bizitasuna bada, hizkuntza nagusiarena  $1 - m \cdot b$  izango da.

Bigarren hipotesi honek, eredu neutro batean, zuzenagoa ematen du. Azken finean, erabilerari buruz ari bagara, erabilpen totalaren (%100aren) artean,  $A$  eta  $B$  hizkuntzen erabilpena  $W=1-m \cdot b$  eta  $V=m \cdot b$  proportziotan banatuko da, hurrenez hurren. Era berean, hipotesi honetan, hiztun guztiak  $B$  ezagutzen dutenak,  $m=1$  denean alegia, hizkuntza gutxiturik ez dago,  $A$  eta  $B$  maila berean jartzen direlarik.

Dena den, iruditzen zaigu haserako hipotesiak errealtateari lotuagoa dagoela. Azken finean,  $m=1$  iristea posible balitz ere,  $A$  hizkuntzak esparru zabalagoa badu, beti ere bere bizitasun-maila handiagoa izango da. Grin-ek bere eredu aurkezterakoan,  $A$  hizkuntza ingelesa eta  $B$  galesera izan daitezkeela aipatzen du, Galesko hitzunik osatutako komunitatean, eta guk, eredu hori birfindu dugunean, Euskal Herriko gaztelera/euskara edo frantsesa/euskara kasuak genituen buruan. Bada, egoera hauetan, Galesen zein Euskal Herrian, hizkuntza nagusiek (ingelesa eta gaztelera edo frantsesa), askoz ere esparru zabalagoetan hedatzen dira. Ez da beharrezkoa aipatzea ingelesaren, gaztelararen eta frantsearen hizkuntz komunitateen garrantzia eta dinamismoa.

Noizbait euskal hiritar guztiok euskara menderatuko bagenu (gaztelera/frantsesa ezagutzeaz gain) edo galestar guztiak galesera eta ingelesa jakingo balituzte, hala ere, bai Euskal Herrian zein Galesen, bertako hizkuntzaren estatusa apalagoa litzateke: gaztelaraz, frantsesez edo ingelesez egiten den mundumailako ekoizpen kulturalak bakarrik, betirako edukiko du mehatxupear euskararen eta galeseraren biziraupena.

Aurrekoagatik, hizkuntza gutxituaren kontsumoa bi aldagaien menpekoea den bitartean,  $B = B(b, V)$ , egokiagoa iruditzen zaigu hizkuntza nagusiaren kontsumoa  $a$ -ren menpe soilik uztea, hizkuntza nagusiaren bizitasuna edozein modutan ere (behintzat, hiztun elebidunak gehiengo osoa izatetik urrun daudenean) maila gorenean dagoela hartuz, edo formalki, honela adierazita:  $A = A(a, W)$ , non  $W=1$ , hau zelarik ereduaren lehen bertsioko bariante desberdinetan geneukan hipotesia.

$W=1$  dela onartzen badugu, inplizituki beste suposizio bat onartzen ari gara ere, hain zuzen ere,  $A$  eta  $B$  hizkuntzak ezagutzen diren eskualdean, bizitasun-maila linguistikoa 1 baino handiagoa dela. Berez, *in mente* ditugun kasuetan (Euskal Herria edo Gales), hau onartzeak sinesgarria dirudi. Komunitate elebakar batean, demagun Espainiako Gaztelan, adibidez, bizitasun linguistikoa totala 1 dela hartuta, esan daiteke Euskal Herrian hizkuntz bizitasuna 1 baino handiagoa dela: gaztelera Gaztelan bertan bezain osasuntsu dago, eta bi herrialdeen arteko baldintza demografiko zein ekonomikoak kontutan hartuz, onargarria da esatea Euskal Herrian,

Gaztelan bezainbat egunkari-irradi-telebista, argitarapen, etabar daudela gaztelera, horietaz gain euskarazko ekoizpen osoa dagoelarik.

Euskal herritar guztiok euskara jakingo bagenu ere, Euskal Herrian gaztelera (edo frantsesa) pribilegiozko egoera batean legoke euskararekiko, gutxienez Euskal Herritik kanpoko komunitate gaztelera (edo frantsesak) duen indarragatik. Beste modura esanda,  $A$  izanik gaztelera eta  $B$  euskara, Gaztelako bizitasun-maila linguistikoa  $W=1$  da, eta Euskal Herrikoa berriz  $W+V$  da, hots,  $1+m \cdot b$ . Gehienera ere,  $m$  aldagaia letik oso gertu balego, hau da, hiritar ia denak elebidunak balira, agian hizkuntza nagusiaren  $W$  bizitasuna doitu beharko genuke,  $1$  baino balio txikiagoak onartuz, baina beti ere  $1-V=1-m \cdot b$  baino balio handiagoa izango dela kontutan hartuz.

Ondorioz, aurkeztu dugun ereduaren lehen bertsioa errealitatetik hurbilago dagoela onartuz, bera hobesten dugu. Bertsio horretan oinarrituz agertu ditugun adibideetan ikusten genuen hizkuntza gutxituaren ezagupen-maila handitzen denean, bere erabilera-tasa iraunkor gera daitekeela, hala nola handitu, zein gutxitu ere, edozein modutan hiztun elebidunen jarrera razionala izatea baldintzatzen hartuz.

Bigarren bertsioan berriz –nahiz eta kasu orokorra aurkeztu ez, aurreko adibideak egokitu izan ditugu ezarritako hipotesi berrira– emaitza ondokoa zen: hiztun guztiak elebidunak direnean, bi hizkuntzen egoera parekaturik legoke, bien arteko erabilpen-tasa ehuneko berrogeita hamarrekoa izanik. Dena dela, gure argudioaren harira bueltatuz, eta edozein modutan ere, ondorio nagusia honakoa da (lehen bertsioan ikusi duguna eta bigarrean indartu besterik egin ez dena): hizkuntza gutxitu bat beste hizkuntza nagusi eta boteretsu batekin elkarbizi denean, hiztun elebidunen kopurua gehitzeak ez du ziurtatzen hauek denbora gehiagoz erabiliko dutela hizkuntza gutxitua.

## 7. Bibliografia

Hizkuntza gutxituen zenbait azterketa, teoria ekonomikoaren ikuspegitik, ondoko artikuluetan eskura daiteke:

BRETON, A. eta MIESZKOWSKI, P.: "The Economics of Bilingualism", *The Political Economy of Fiscal Federalism* (W. Oates, ed.), 261-273 orr., Lexington, 1977.

COLOMER, J.M.: "The Utility of Bilingualism. A Contribution to a Rational Choice Model of Language", *Rationality and Society*, 2, 25-42 orr., 1984.

EUROPAKO BATZORDEA: *Euromosaic*. Luxemburg, 1996.

- GRENIER, G.: "Une analyse microéconomique des déterminants des transferts linguistiques des minorités hors-Québec", *L'actualité économique*, 62, 149-163 orr., 1984.
- GRIN, F.: "The Economics of Language: Match or Mismatch?", *International Political Science Review*, 15, 25-42 orr., 1994.
- GRIN, F.: "The Economic Approach to Minority Languages", *Journal of Multilingual and Multicultural Development*, 11, 153-174 orr., 1990.
- GRIN, F.: "Towards a threshold theory of minority language survival", *Kyklos*, 45. bol. (1), 69-97 orr., 1992.
- HOCEVAR, T.: "Equilibria in Linguistic Minority Markets", *Kyklos*, 28, 337-357 orr., 1975.
- LEVY, D.M.: "Adam Smith's rational choice linguistic", *Economic Inquiry*, 35. zkia. (3), 672-678 orr., 1997.
- MARSHACK, J.: "Economics of Language", *Behavioral Science*, 10, 135-140 orr., 1965.
- SABOURIN, C.: "La théorie des environnements linguistiques", *Economie et Langue* (F. Villancourt, de.). Montréal: Editeur Officiel du Québec, 1985.
- SPROULL, A.: "The Economics of Gaelic Language Development". Caledonian University, Glasgow, 1993.
- THORBURN, T.: "Cost-Benefit Analysis in Language Planning", *Can Language be Planned?* (B. Jernudd and J. Rubbins eds.), 253-262 orr., The University Press of Hawaii, Honolulu, 1971.
- VILLANCOURT, F.: "Les écrits en économie de la langue", *Economie et Langue* (F. Villancourt, de.). Montréal: Editeur Officiel du Québec, 1985.