

## GRADUA: ENPRESA ETA ADMINISTRAZIO ZUZENDARITZA

2013/2014 Ikasturtea

### POLITIKA EKONOMIKOA ETA BELAUNALDIEN BIZI-MAILEN ARTEAN HAUTATU BEHARRA

Egilea: Mikel Marquínez Martín

Zuzendariak: Ilaski Barañano eta Marta San Martín

Data eta sinadura: Bilbo, 2014ko ekainaren 12a

O.E.: ZUZENDARIAK

O.E.: EGILEA



# AURKIBIDEA

LABURPENA .....	1
1. Sarrera.....	2
2. Solow-ren Eredu Ekonomikoa.....	4
2.1 Ondasunen eskaintza .....	4
2.2 Ondasunen eskaria .....	6
2.3 Kapitalaren hazkuntza eta oreka egonkorra .....	6
2.3.1 Oreka egonkorreko kapitalaren adibidea .....	9
2.4 Aurrezki tasaren eragina ekonomian.....	10
2.5 Urrezko Erregela .....	12
2.5.1 Egoera egonkorrean Urrezko Erregela lortzea : Zenbakizko adibidea .....	15
2.6 Trantsizioa: Urrezko Erregelaren oreka egonkorrera.....	18
2.6.1 Kapital askorekin hastea .....	18
2.6.2 Kapital gutxirekin hastea.....	20
3. Zergak eta gastu publikoa Solow-ren eremuan.....	21
3.1 Errentaren gaineko zerga proportzionala.....	22
3.1.1 Urrezko Erregela.....	24
- 3.1.1.1 Urrezko Erregelaren konparaketa sektore publikorik gabeko ereduarekin .....	25
3.2 Kontsumoaren gaineko zerga.....	26
3.2.1 Urrezko Erregela.....	28
- 3.2.1.1 Urrezko Erregelaren konparaketa zergarik gabeko ereduarekin .....	29
4. Ondorioak .....	31
5. Bibliografia .....	32

## **LABURPENA**

Lan honetan Solow eredua orokortu egin da sektore publikoa barneratuz. Kasu honetan kontsumo eta errentaren gaineko zergak aztertu egin dira eta oreka egonkorreko balioak kalkulatzeko gain, Urrezko Erregelaren aurrezki tasak zehaztu egin dira. Urrezko Erregela gizabanakoen ongizatea maximizatzen denean lortzen dugu. Bestetik, aldagai guztiak langile efektibo bakoitzeko definitu egin dira. Guzti hau kontuan hartuz, sektore publikoa daukan ekonomia eta sektore publikorik gabeko ekonomiaren arteko konparaketa bideratu egin da eta lan honen xedea Urrezko Erregelan gizabanakoei ongizate gehien ematen dien egoera aztertzea izango da.

Lan honetatik ondoriozta daitekeenez, ekonomia oreka egonkorrean dagoenean, kapitalak produkzioan duen partaidetza eta zerga tasa batzuetarako gizabanakoek sektore publikoa daukan ekonomian bizitzea nahiago izango dute eta aldagai hauen bestelako balioetarako sektore publikorik gabeko ekonomian bizitzea nahiago izango dute.

Hala ere, ekonomiak Urrezko Erregelaren maila lortzen duenean, gizabanakoentzat indiferente izango da sektore publikoa izan edo ez izan, bi egoeratan gizabanakoek ongizate maila berdina lortzen dutelako.

**Hitz klabeak:** Hazkunde Ekonomikoa; Zergak; Urrezko Araua

### 1. Sarrera

Hazkunde ekonomikoa ekonomia baten ondasun eta zerbitzuen produkzioa, eta beraz, ekonomia horren errenta, denbora jakin batetan hazten den erritmoa izango da. Epe hori laburra izan daiteke (hiruhileko edo urte bat), baina hazkunde ekonomikoaren teoria epe luzean zentratu egiten da. Teoria hau ekonomia baten epe luzeko hazkuntza azaltzen duten faktoreak analizatzeaz arduratu egiten da. Munduan zehar badaude herrialdeak beste batzuk baino azkarrago hazi egiten direnak eta desberdintasun horretan faktoreen produktibitateak zeresan handia dauka.

Produktibitatea handiagotzen duen aldagairik nagusia aurrerapen teknologikoa izango da; izan ere, makina hobetoak izanez gero, lana errazagoa izango da burutzeko eta beraz, azkenean langileak produktiboagoak izango dira kapital berdinarekin gehiago produzituz. Kasu honetan teknologikoki aurreratuagoak dauden herrialdeak, hala nola, Japon eta Estatu Batuak, denboran zehar hazkunde tasa handiak mantentzeko gai dira eta herrialde hauetan gaur eguneko krisi ekonomikoaren efektua txikiagoa da beste herrialdeekin konparatuz gero, hala nola, Espainiarekin. Espainiak azkeneko urteetan bere ekonomia batik bat eraikuntzan oinarritu duenez, krisiaren ondorioz eraikuntzak eztanda egin duenean, ekonomiak izugarritzko atzeraldia izan du eta hori dela eta, gaur eguneko egoera nahiko larria da. Guzti hau kontuan hartuz, esan beharra dago epe luzean hazkunde ekonomikoa mantentzeko I+G sailetan inbertsioak burutzea aukera ona dela teknologia berriak aurkitzearen eta horrek azkenean herrialdeen oparotasuna hobetzean lagundu dezake.

Aurreko guztia era simple batean azaltzen duen teoriaren artean Solow eredu makroekonomikoa dugu eta hau analizatzea izango da lan honen helburua.

Bestalde, lan honen bidez, gizabanakoen ongizate maximoa bermatzeko zein aurrezki tasa finkatu behar den aztertuko da. Aurrezki tasak ekonomia batetan kontsumitu eta inbertitzen den kantitatea determinatu egiten du eta beraz, eredu honen aldagairik nagusia izango da. Aurrezki tasa hori lortzeko, ekonomia baten Urrezko Erregela zehaztu egingo da eta egoera hori lortzeko bete behar diren baldintzak aurkeztuko dira.

Horretaz gain, eredu hau kontuan hartuz, sektore publikorik gabeko ekonomia eta sektore publikoa daukan ekonomiaren arteko konparaketa egingo da eta helburu nagusia bi ekonomietatik gizabanakoei gehiago komeni zaiena aztertzea izango da; hau da, zein egoeratan gizabanakoen ongizatea Urrezko Erregelaren handiagoa den.

Ekonomia bat Urrezko Erregelaren mailan ez dagoenean, agintari ekonomikoak erabaki behar dute zer egin: egoera horretan mantendu edota beste oreka egonkor batera pasatu. Urrezko Erregelaren baina kapital gutxiago izanez gero, momentu honetan belaunaldien arteko eztabaida sortzen da, gaurko egoera aldatuz gero, oraingo belaunaldiak etorkizuneko belaunaldiak baino kaltetuagoak aterako direlako; kasu honetan Urrezko Erregelak esaten duena aplikatu egingo da, hau da, belaunaldi guztiei pisu berbera emango zaie.

Hori dela eta, gobernuaren helburua hori balitz, Urrezko Erregelara heltzeko baliabide guztiak bideratu beharko lituzkete. Horren ondorioz, etorkizuneko belaunaldiek kontsumo handiagoa eta ekonomia oparoagoa izatea lortuko dute; beraz, etorkizunean gaur egun baino egoera hobetoagoa izateko Solow-ren eredu abiapuntutzat har daiteke eta teoria honek gizabanakoen bizi maila hobetzea bilatzen duenez, interesgarria iruditu zait gai honetan gehiago sakontzea.

Egiturari dagokionez, lehenik eta behin, Solow-ren eredu sinplifikatua azaldu egingo da; hau da, sektore publikorik zein kanpo sektorerik gabeko ekonomia aztertuko da. Hasiera batean ereduaren aldagai guztiak definituko dira eta ondoren, ekonomia baten oreka egonkorreko balioak kalkulatu dira. Oreka egonkorra epe luzean aldagai nagusiak (hala nola, kapitala, kontsumoa eta produkzioa) ez

## **Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra**

direnean gehiago aldatzen (konstante mantentzen dira) lortu egiten da. Azalpen teorikoez gain, kasu praktiko bat aurkeztuko dugu; horren ostean, ekonomia batek hasierako kapital maila batetik oreka egonkorreko kapitala izatera jarraitzen duen eboluzioa ikusiko dugu.

Hau egin eta gero, ekonomia baten Urrezko Erregela analizatuko dugu eta gizabanakoei kontsumo gehien ematen dien aurrezki tasa kalkulatu dugu. Bestetik, ekonomia bat oreka egonkor batetik Urrezko Erregelara lekualdatzean, aldagai nagusiek duten eboluzioa aztertuko da eta ekonomiak daukan kapital maila kontuan hartuz (Urrezko Erregelaren baino kapital gehiago edo gutxiago), egoera bakoitzerako agintari ekonomikoek Urrezko Erregela lortzeko aurrezki tasa igo edo jaitsi beharko luketen aztertuko da.

Honen ostean, Solow ereduari sektore publikoa barneratuko zaio eta kasu honetan errentaren zein kontsumoaren gaineko zergak aztertuko dira. Ereduan zergak barneratzerakoan kontsumitu eta aurreztu daitekeen errenta erabilgarria gutxitu egingo da; horrek ereduko aldagaiak aldatzea ekarriko du. Gainera, kasu honetan zergak oso-osorik ondasun publikoen produkzioa finantzatzeko erabiliko dira. Ikus daitekeenez zergen eragina nahiko nabarmena izan daiteke eredian eta horren ondorioz, bi zergentzako eredia proposatu egin dut. Lehenik eta behin, bi zergentzako aldagai guztiak berriz ere definituko dira. Aldagaiak definituta dauzkagunean, oreka egonkorreko balioak kalkulatu dira eta sektore publikorik gabeko egoerarekin konparatu ditugu. Horretaz gain, bi zergentzako Urrezko Erregelaren aurrezki tasa kalkulatu dugu eta kasu bakoitza berriz ere sektore publikorik gabeko ekonomiaren Urrezko Erregelarekin konparatu da.

Azkenik, lan honetatik ateratako ondorioak azalduko dira. Ondorioei dagokionez, esan beharra dago sektore publikoa barneratzean, Urrezko Erregelaren aurrezki tasak desberdinak diren bitartean, azkenean Urrezko Erregelaren lorturiko ongizatea berdina dela sektore publikorik gabeko ekonomian eta sektore publikoa duen ekonomian.

## 2. Solow-ren Eredu Ekonomikoa


Lan honetan, Robert E. Solow ekonomialariak 1956an "A Contribution to the Theory of Economic Growth" (*Quartely Journal Of Economics*) artikuluan planteatutako eredu ekonomikoa azalduko da.

Solow-ren hazkunde ereduak errenta per kapitaren epe luzeko bilakaera aztertzeaz gain, herrialdeen artean sortarazten diren desberdintasunak hobeto ulertzeko hainbat arrazoi ematen ditu. Horrez gain, teoria honek erakusten du nola eragiten duten kapital gehikuntzak, aurrerapen teknologikoak eta populazioaren hazkuntzak nazio baten ondasun eta zerbitzuen produkzio totalaren hazkunderan.

Solow ereduaren analisiarekin hasteko, lehenik eta behin, ondasunen eskaintza eta eskaria aztertu egingo dira.

### 2.1 Ondasunen eskaintza

Ondasunen eskaintza produkzio funtzioan oinarritzen da, ekoizpena kapital, lan eta teknologiaren menpe dagoelarik.



$Y = F(K, L, A)$

Y: Produkzioa  
K: Kapitala  
L: Lana  
A: Teknologiaren egoera

Kapitalari dagokionez, 3 kapital mota aurki ditzakegu:

- Giza kapitala: Enpresetako langile guztiak osatzen dute.
- Kapital fisikoa: Multzo honetan enpresetako makineria zein ondasun higiezinak sartzen dira.
- Finantza kapitala: Enpresa bat osatu eta bere aktibitatea mantentzeko beharrezkoa den dirua da.

Eredu honetarako, kapital fisikoa kontuan hartuko dugu soilik.

Lana, berriz, ekoizpen prozesuan eskaintzen diren lan-ordu guztiak dira eta hau langileen jardura izango da. Eredu honetan, populazio guztiak lan egiten duela planteatuko da.

Teknologiaren egoerak, ordea, momentu zehatz batetan, kapital eta lan kantitate jakin batzuetarako zenbateko produkzioa lortzen den esaten du. Kasu honetan teknologia gero eta aurreratuago egon, orduan eta gehiago produzituko da; izan ere, suposatzen da aurrerapen teknologikoak momentu oro produkzioa handitzen duela kapital eta lan kantitate jakin batzuetarako.

Eredua hausnartzerakoan, ekoizpen funtzio sinplifikatuago bat erabiliko dugu, ondorengo hain zuzen ere:  $Y = F(K, AL)$ . Ekuazio honek ezartzen du, ekoizpena kapital eta lanaren menpe dagoela, azken hau teknologiaren egoeraren aldagaiak biderkatu egiten delarik. Teknologiaren egoera era honetan aurkeztea aurrerapen teknologikoak ekoizpen, kapital eta lan aldagaietan duen eragina analizatzea errazten du.

- Aurrerapen teknologikoak ekoizpen kantitate zehatz bat lortzeko beharrezkoak diren langile kantitatea murriztea eragiten du. Teknologiaren egoera, A, bikoizten bada, hasierako langile kopuruaren erdiarekin produkzio kantitate berdina egingo da.
- Aurrerapen teknologikoak era berean langile jakin batzuekin lor daitekeen produkzioa handitu egiten du. Kasu honetan AL aldagaia ekonomian dagoen lan efektibo kantitate gisa defini dezakegu. A bikoizten bada, orain langile batek 2 langileen funtzioa egiten duela suposatuko

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

du. Beraz, imajina dezakegu produkzioa 2 faktoreren menpe dagoela: kapitala,  $K$  eta lan efektiboa,  $AL$ .

Bestetik, ekoizpen funtzio agregatu gisa Cobb-Douglas funtzioa erabiliko dugu; hau da:  $Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$  non  $\alpha$  kapitalak produkzioan duen parte-hartzea den ( $\alpha$  0 eta 1 balioen artean dago) eta  $1-\alpha$  lanak produkzioan duena.

Horretaz aparte, Solow-ren ereduak suposatzen du produkzio funtzioak *eskalako etekin konstanteak* dituela; beraz, kapitala eta lan efektiboa proportzio berean handituko balira, ekoizpena ere zehatz mehats proportzio horretan handituko litzateke. Adibidez, kapitala eta lan efektiboa bikoiztuko balira, ekoizpena ere bikoiztuko litzateke.

Eskalako etekin konstanteak izateak ekonomia baten kantitate guztiak langile efektibo bakoitzeko kalkulatzeko aukera ematen digu; hori dela eta, produkzio funtzioko aldagaiak lan efektibo aldagaiat zatituko ditugu:  $\frac{Y}{AL} = \frac{K^\alpha (AL)^{1-\alpha}}{AL}$ .

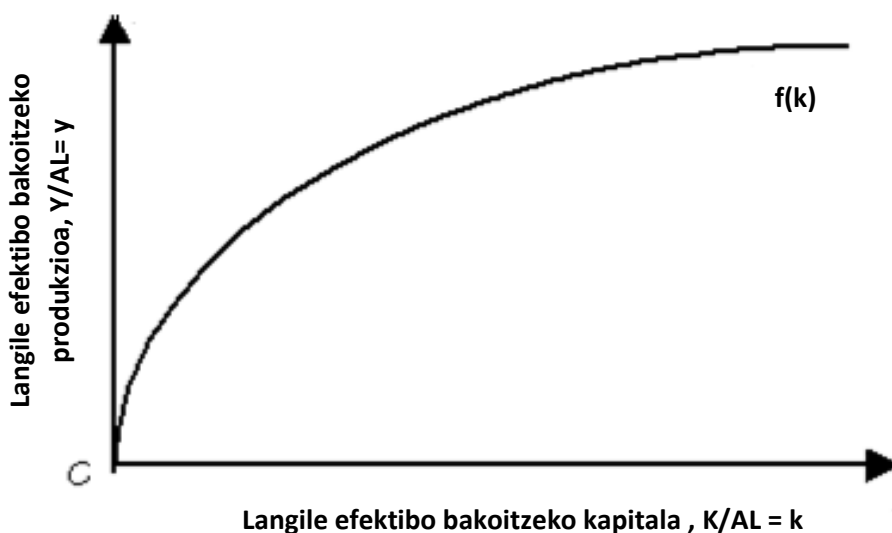
Azkenean, ekoizpen funtzioa era honetan geratuko da:  $\frac{Y}{AL} = \frac{K^\alpha}{(AL)^\alpha}$  non  $Y/(AL)$  langile efektibo bakoitzeko produkzioa den eta  $K^\alpha / (AL)^\alpha$  langile efektibo bakoitzeko kapitala.

Langile efektibo bakoitzeko aldagaiak erabiltzen ari garenez, letra minuskulak erabiliko ditugu aldagai hauek izendatzeko eta horrela geratuko lirateke:

- Langile efektibo bakoitzeko produkzioa  $y$  letrarekin izendatuko da:  $y = Y/AL$
- Langile efektibo bakoitzeko kapitala, berriz,  $k$  letrarekin izendatuko da:  $k = K/(AL)$

Beraz, produkzio funtzioa honakoa izango da:  $y = k^\alpha = f(k)$  (1)

Produkzio funtzio honen maldak kapitalaren produktu marjinala (MPK) erakusten du; hau da, langile efektibo batek zenbat gehiago ekoizten duen, kapital unitate bat gehiago duenean. Matematikoki honela izendatuko dugu:  $MPK = f(k + 1) - f(k) = f'(k)$



Grafiko 1 : Produkzio funtzioa

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Grafiko 1-ean ikusi ahal den moduan, produkzio funtzioak produktu marjinal beherakorrak dauzka; hau da, langile efektibo bakoitzak zenbat eta kapital gehiago izanda, kapital unitate batek eragindako efektua gero eta txikiagoa izango da.

### 2.2 Ondasunen eskaria

Ondasunen eskariarentzako eredu sinplifikatu bat formulatuko dugu, ekonomia itxia dela suposatuz; hori dela eta, esportazioak eta inportazioak 0 izango dira gure kasuan. Gainera, oraindik ez dugu sektore publikoa kontuan hartuko eta beraz, ondasunen eskaria (Z) kontsumo (C) eta inbertsioan (I) oinarrituko da:  $Z = C + I$ . Gainera, oreka egoeran eskaria eta produkzioa berdindu egiten direnez ( $Z=Y$ ), ondoriozta daiteke produkzioa kontsumo eta inbertsioaren menpe dagoela:  $Y = C + I$ .

Bestetik, Solow ereduaren arabera, urte bakoitzean jendeak bere errentaren  $s$  proportzio bat aurreztu eta  $(1 - s)$  proportziora kontsumitu egiten du. Hori dela eta, ondorengo kontsumo eta aurrezki (S) funtzioak izango ditugu:

$$\left. \begin{array}{l} C = (1 - s) Y \\ S = s Y \end{array} \right\}$$

Aurrezki tasa (0 eta 1 balioen artean dagoena) exogenoa dela suposatzeaz gain, urtetik urtera konstante mantentzen dela adierazten du ereduak. Bestetik, ekonomia honetan sektore publikoak parte hartzen ez duenez eta kanpoko sektorerik ez dagoenez, gizabanakoen aurrezki inbertsio ondasunak erosteko erabili egiten da oso-osorik. Beraz, aurrezki beti inbertsioaren berdina izango da:  $I = S = s Y$ .

Horretaz gain, aurreko funtzioak produkzioaren menpe daudenez eta ekoizpena langile efektibo bakoitzeko zehaztu dugunez, hemendik aurrera funtzio hauek langile efektibo bakoitzeko terminoetan izendatzeko letra minuskulak erabiliko ditugu; hala nola, inbertsioa modu honetan izendatuko dugu:  $i = sy$  (2)

Aurrez definitutako (1) eta (2) funtzioak konbinatzen baditugu, langile efektibo bakoitzeko inbertsioa langile efektibo bakoitzeko kapital funtzio gisa izenda dezakegu:  $i = s f(k) = sk^\alpha$ . (3)

### 2.3 Kapitalaren hazkuntza eta oreka egonkorra

Kapital kantitatea urtetik urtera aldatu egiten da eta aldakuntza horretan 4 indarrek eragiten dute: inbertsioa, depreziazioa, aurrerapen teknologikoa eta populazioaren hazkuntza.

a. **Inbertsioa** urte batetik bestera erosten den kapital berriari dagokio eta kapital kantitatea handitzea eragiten du.

b. **Depreziazioak** kapitala zaharkitu eta bere errendimendua txikitzea eragiten du. Horren ondorioz, hurrengo denboraldian, kapitala txikitu egingo da. Solow ereduaren arabera, urte bakoitzean kapitalaren  $\delta$  proportzio konstantea depreziatu egiten da:  $\delta k$ .

c. **Populazioari** dagokionez, urtetik urtera tasa berdinean handitzen dela suposatuko dugu ( $n$  tasan, hain zuzen). Hori dela eta, langile gehiago egongo dira urte bakoitzean eta langile hauei bere lana burutu ahal izateko, kapitala eman behar zaie. Kasu honetan kapitalik eman ezean, hurrengo denboraldian kapital galera bat izango dugu langileko.

d. **Aurrerapen teknologikoak** momentu zehatz bateko teknologia obsoletoa geratzea eragiten du eta beraz, kapital maila mantentzeko kapitala berritu beharko da. Kasu honetan aldagai hau exogenoa dela suposatuko dugu eta urtetik urtera tasa konstante batean handitu egiten da ( $g$  tasan, hain zuzen).



## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Azken aldagai honetan ere, kapitala ez bada berritzen, hurrengo denboraldian kapital galera bat izango dugu langileko.

Bestetik, aurrez aipatutako 4 indarrek kapital kantitatean eragiten duten aldakuntza honako funtzioa erabiliz defini daiteke:

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{Kapitalaren aldakuntza} &= \text{Inbertsioa} - \text{Mantentze-inbertsioa} \\ &= \text{Inbertsioa} - (\text{Depreziazioa} + \text{Biztanleriaren hazkuntza} \\ &\quad + \text{Aurrerapen teknologikoa}) \end{aligned}$$

$$\Delta k = s f(k) - (\delta + n + g)k$$

Funtzio honi dagokionez, esan beharra dago kapital kantitate zehatz batean ( $k^*$ ) inbertsioak mantentze inbertsioaren balioa berdindu egiten duela. Ondorioz, kapital kantitatean emandako aldakuntza 0 izango da ( $\Delta k=0$ ).

Kapital zehatz hau **oreka egonkorreko kapital** gisa izendatzen da eta ekonomia baten epe luzeko oreka izango da.

Ekonomia bat oreka egonkorrera ailegatzen denean, bertan mantenduko da momentu oro eta jadanik ez da langile efektibo bakoitzeko kapitala gehiago aldatuko (konstante mantenduko da).

Oreka egonkorreko kapitalaren balioa  $\Delta k = 0$  -ra berdinduz lortuko dugu:

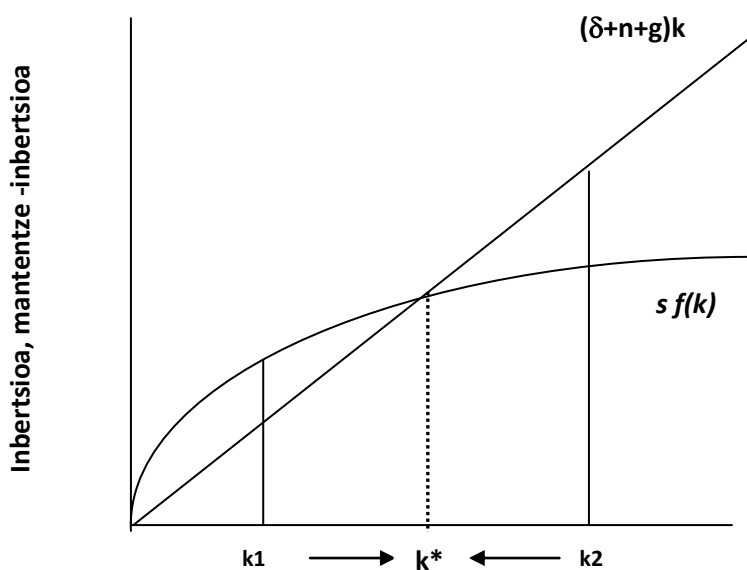
$$\frac{k}{f(k)} = \frac{s}{n+\delta+g} \rightarrow \frac{k}{k^\alpha} = \frac{s}{n+\delta+g} \rightarrow k^{1-\alpha} = \frac{s}{n+\delta+g} \rightarrow k^* = \left( \frac{s}{n+\delta+g} \right)^{1/1-\alpha} \quad (4)$$

Bestetik,  $y = f(k)$  denez gero, oreka egonkorrean langile efektibo bakoitzeko produkzioa ere konstante mantenduko da.

Hala ere, oreka egonkorrean produkzioa eta kapitala langile efektibo bakoitzeko analizatu beharrez, per kapita analizatuz gero, ikus dezakegu, tasa konstante batean hazi egiten direla, hau da, ez direla konstante mantentzen.

- ✓ Jadanik badakigu, oreka egonkorrean  $y$  konstante mantentzen dela eta aurrerapen teknologikoa  $g$  tasan hazten ari dela; beraz, oreka egonkorrean langile bakoitzeko produkzioa ( $Y/L = y \times A$ )  $g$  tasan hazi egingo da. Aurrez aipatu bezala,  $y = f(k)$  dela eta, langile bakoitzeko kapitala ere  $g$  tasan haziko da.
- ✓ Halaber, ekonomiaren ekoizpen totala honela izenda daiteke:  $Y = y \times (A \times L)$ . Kasu honetan oreka egonkorrean  $y$  konstante mantentzen denez eta aurrerapen teknologikoa zein biztanleria  $g$  eta  $n$  tasetan hazten ari direnez, hurrenez hurren, produkzio totala oreka egonkorrean  $n + g$  tasan hazten ari dela ondoriozta daiteke.

Beraz, Solow ereduaren arabera, aurrerapen teknologikoa da, bizi mailetan jarraiki ematen diren hazkundeak azaldu dezakeen aldagai bakarra.



Langile efektibo bakoitzeko kapitala

Grafiko 2 : Oreka egonkorreko kapitala

Grafiko 2-an ikus daitekeenez, badago puntu bat non inbertsioa eta mantentze-inbertsioa berdindu egiten diren eta aurretik aipatu bezala, puntu hori oreka egonkorreko kapitala ( $k^*$ ) da.

Epe luzean ekonomia puntu horretara ailegatu behar da nahitaez eta hasiera batean ekonomia oreka egonkor horretan ez badago, 2 egoera desberdin izan ditzakegu:

- ❖ Ekonomiak oreka egonkorrean baino kapital gutxiago badauka ( $k_1$ ), puntu horretan inbertsioa mantentze-inbertsio maila baino handiagoa izango da eta beraz, kapital kantitatea urtetik urtera handituko da  $k^*$  lortu arte.
- ❖ Ekonomiak oreka egonkorrean baino kapital handiago badauka ( $k_2$ ), puntu horretan mantentze-inbertsio maila inbertsioa baino handiagoa izango da eta beraz, kapital kantitatea txikituz joango da  $k^*$  lortu arte.

Bestetik, oreka egonkorreko gainerako aldagaiak kalkulatzeko, oreka egonkorreko kapitala aldagai hauetan ordezkatzeko dugu eta oreka egonkorreko langile efektibo bakoitzeko ekoizpen, kontsumo eta inbertsio funtzioak lortuko ditugu:

$$y^* = k^\alpha = \left( \frac{s}{n + \delta + g} \right)^{\alpha / (1 - \alpha)}$$

$$c^* = (1 - s) y^* = (1 - s) \left( \frac{s}{n + \delta + g} \right)^{\alpha / (1 - \alpha)}$$

$$i^* = s y^* = s \left( \frac{s}{n + \delta + g} \right)^{\alpha / (1 - \alpha)}$$

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

### 2.3.1 Oreka egonkorreko kapitalaren adibidea

Oreka egonkorreko kapital maila kalkulatzeko, adibide bat aurkeztuko da. Adibide honetan ondorengo ezaugarriak dituen ekonomia bat daukagu:

- ❖ Produkzio funtzioa:  $Y = K^{\frac{1}{2}} * (AL)^{\frac{1}{2}}$
- ❖ Aurrezki tasa:  $s = 0,3$
- ❖ Depreziazio tasa:  $\delta = 0,1$
- ❖ Populazioaren hazkunde tasa:  $n = 0,01$
- ❖ Aurrerapen teknologikoaren hazkunde tasa:  $g = 0,02$
- ❖ Hasierako kapitala ( $k_0 = 4$ )

Lehenik eta behin, produkzio funtzioa era sinplifikatu batean jarri behar da. Horretarako, funtzioaren 2 aldeak lan efektibo aldagaiak zatitu egin behar dira :

$$\frac{Y}{AL} = \frac{K^{1/2} (AL)^{1/2}}{AL} = \frac{K^{1/2}}{A^{1/2} L^{1/2}}$$

Bestetik, hasieran egin bezala, aldagaiak langile efektibo bakoitzeko izendatu ahal direnez, letra minuskulak erabiliko ditugu funtzioa sinplifikatzeko:  $y = k^{1/2}$

Badakigu, oreka egonkorrean  $\Delta k = 0$  dela, eta kapitalean emandako aldakuntzaren ekuazioa erabiliz

( $\Delta k = s f(k^*) - (\delta + n + g)k^*$ ), oreka egonkorreko kapital maila hemendik lor dezakegu:  $\frac{k^*}{f(k^*)} = \frac{s}{n + \delta + g}$

Datuak ordezkaturik, ondorengoa lortuko dugu:  $\frac{k^*}{\sqrt{k^*}} = \frac{0.3}{0.1 + 0.01 + 0.02}$

Beraz, badakigu  **$k^* = 5,325443787$**  dela  $\sqrt{k^*} = 2.307692308$  baita.

- Adibide gisa, hasierako egoeran  $k=4$  dela suposatuz, taula honek ekonomiaren bilakaera erakusten du.

Urtea	K	y	C	I	$(\delta + n + g)k$	$\Delta k$
1	4	2	1,4	0,6	0,52	0,08
2	4,08	2,01990099	1,41393069	0,6059703	0,5304	0,0755703
...	...	...	...	...	...	...
100	5,323603888	2,30729363	1,61510554	0,69218809	0,692068505	0,00011958
...	...	...	...	...	...	...
400	5,325443787	2,30769231	1,61538462	0,69230769	0,692307692	2,095E-13
...	...	...	...	...	...	...
483	5,325443787	2,30769231	1,61538462	0,69230769	0,692307692	0
484	5,325443787	2,30769231	1,61538462	0,69230769	0,692307692	0
485	5,325443787	2,30769231	1,61538462	0,69230769	0,692307692	0

Taula 1: Oreka egonkorreko kapitalaren kalkulua

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Adibide gisa urte bat hartuko dugu (gure kasuan **2.urtea**) eta urte horretako emaitzak kalkulatzeko, ondorengo urratsak jarraituko dira:

- ❖ Kapital berria honakoa izango da: Aurreko urteko kapitala + urte batetik bestera kapitalean emandako aldakuntza =  $4 + 0.08 = 4.08$
- ❖ Langile efektibo bakoitzeko produkzioa, produkzio funtzioan kapital berria ordezkatzuz lortzen da:  $y = \sqrt{k} \rightarrow y = \sqrt{4.08} = 2.01990099$
- ❖ Errentaren %30 aurreztu eta inbertitzen denez, langile efektibo bakoitzeko inbertsioa urte horretako produkzioarekin kalkulatu da:  $i = 0.3 * y \rightarrow i = 0.3 \times 2.01990099 = 0.605970$
- ❖ Errentatik inbertitzen ez den kantitatea, kontsumorako erabiltzen da eta beraz, langile efektibo bakoitzeko kontsumoa honela kalkulatu da:  $c = (1-0.3)y \rightarrow c = 0.7 \times 2.01990099 = 1.41393069$
- ❖ Mantentze-inbertsioaren kantitatea kalkulatzeko deprezazioaren, populazioaren eta aurrerapen teknologikoaren hazkunde tasak urte horretako kapital kantitateaz biderkatu behar dira:  $(\delta + n + g)k = (0.1+0.01+0.02) \times 4.08 = 0.5304$
- ❖ Kapitalean emandako aldakuntza, inbertsio eta mantentze inbertsioaren artean emandako diferentzia izango da:  $\Delta k = i - (\delta + n + g) k \rightarrow \Delta k = 0.6059703 - 0.5304 = 0.0755703$

Bestetik, ikus daiteke ekonomiak oreka egonkorra lortzearekin batera ( $k^*=5.325443787$ ), kapital maila berdina izaten jarraitzen duela.

Gainera, adibide honek aurrez azaldutako egoera bat aurkeztu du, hasierako momentuan ekonomiak oreka egonkorreko kapital maila baino gutxiago daukan egoera, hain zuzen ere; beraz, urteak aurrera pasa ahala kapitalaren kantitatea handitzen doa kapitalean emandako aldakuntza 0 izan arte.

Egoera hau produkzio funtzioak produktu marjinal beherakorrak izatearen ondorio ematen da; hori dela eta, kapitala oreka egonkorrera ailegatu arte hazten doa baina gero eta gehikuntza txikiagoak ematen dira.

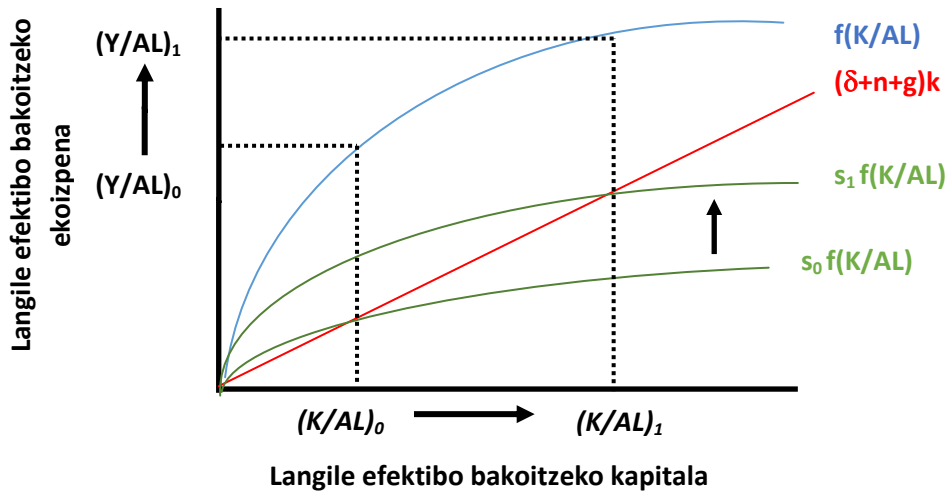
### **2.4 Aurrezki tasaren eragina ekonomian**

Solow ereduak erakusten duenez, aurrezki tasa oreka egonkorreko kapitalaren determinante nagusia da. Aurrezki tasaren balioa handia bada, ekonomiak oreka egonkorrean ekoizpen eta kapital maila altuak izango ditu. Aurrezki tasaren balioa txikia bada, ordea, ekonomiak oreka egonkorrean ekoizpen eta kapital maila baxuak izango ditu.

Bestetik, esan beharra dago aurrezki tasaren aldakuntza positibo batek ekonomia batean hazkundera eragiten duela, baina hazkuntza hori ez da betirako mantentzen, aldi baterako baizik, ekonomiak oreka egonkor berria lortzen duen arte.

Aurrez esan moduan, oreka egonkorrean ekoizpen totala jarraiki hazi egiten da soilik aurrerapen teknologiko eta biztanleriaren hazkunde tasen bitartez.

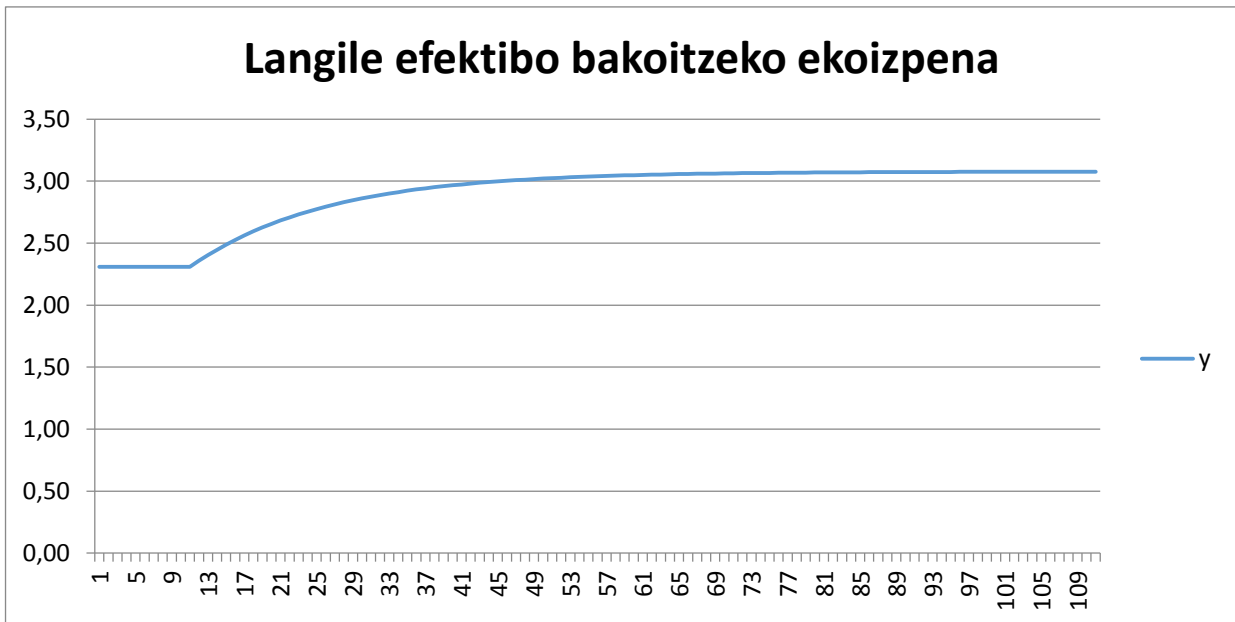
Aurrezki tasaren aldakuntzak ez du oreka egonkorreko hazkunde tasetan inolako eraginik; hala ere, oreka egonkorra lortu arte langile efektibo bakoitzeko ekoizpen eta kapital mailak aldatzen ditu.



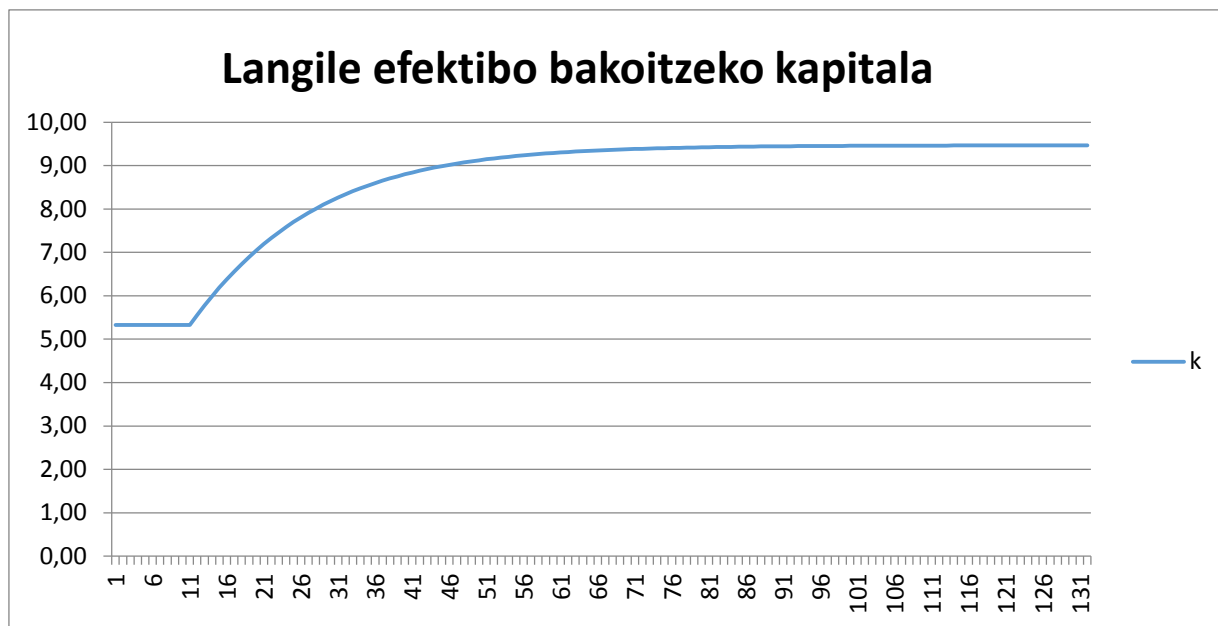
Grafiko 3: Aurrezki tasan igoera bat ematea

Grafiko 3-an aurrezki tasa handitzen denean,  $s_0$ -tik  $s_1$ -era, ekonomia batean gertatutako efektua argi eta garbi ikusten da. Aurrezki tasa handituz gero, inbertsio funtzioaren kurba gorantz desplazatu egingo da.

Beraz, oreka egonkor berrian langile efektibo bakoitzeko kapital maila  $(K/AL)_0$  -tik  $(K/AL)_1$  -era eta langile efektibo bakoitzeko produkzio maila  $(Y/AL)_0$  -tik  $(Y/AL)_1$  -era handituko dira.



Grafiko 4: Langile efektibo bakoitzeko ekoizpenaren eboluzioa (aurrezki tasa handitzean)



**Grafiko 5: Langile efektibo bakoitzeko kapitalaren eboluzioa (aurrezki tasa handitzean)**

Grafiko 4 eta Grafiko 5-ek, berriz, aurrezki tasa aldatzean, trantsizio horretan langile efektibo bakoitzeko kapitalak eta langile efektibo bakoitzeko ekoizpenak izandako eboluzioa erakusten dute. Grafiko hauetarako aurreko adibideko datuak erabili dira; hala ere, kasu honetan, hasierako momentuan, oreka egonkorra da (aurrezki tasa 0,3 denean).

Bi grafikoetan ikus daitekeenez, langile efektibo bakoitzeko kapitala eta langile efektibo bakoitzeko ekoizpena oreka egonkorrean daudenean konstante mantentzen dira, baina  $t=10$  urtean aurrezki tasa handitzen denean (0,3 izatetik 0,4 izatera pasatuz), bi aldagai hauek hazi egiten dira. Denborarekin hazkuntza gero eta txikiagoa izango da (ekoizpen produkzioak produktu marjinal beherakorrak dituelako) eta beraz, badago puntu bat non, bi aldagai hauek ez diren gehiago hazten, konstante mantentzen baitira. Puntu honetara ailegatzean ekonomiak oreka egonkor berria lortu duela esaten da.

Trantsizioan bi aldagai hauek hazi egin direnez, oreka egonkor berrian aldagai hauek ere kantitate handiagoak dituzte. Langile efektibo bakoitzeko ekoizpenaren kasuan, aurreko oreka egonkorrean 2,31 izatetik oreka egonkor berrian 3,08 izatera igaroko da.

Langile efektibo bakoitzeko kapitalaren kasuan, ordea, aurreko oreka egonkorrean 5,33 izatetik oreka egonkor berrian 9,47 izatera pasatzen da.

### 2.5 Urrezko Erregela

Gobernu batek ekonomia baten aurrezki tasa ezartzen duenean, ekonomia horren oreka egonkorra zehazten du. Oreka egonkor bat aukeratzean, agintari ekonomikoen helburua gizabanakoen ongizatea maximizatzea izango da. Gizabanakoentzako, ez da garrantzitsua, ekonomia batek zenbateko kapital maila daukan edota zenbat produzitzen den. Benetan kezkatzen duena, kontsumitu dezaketen ondasun eta zerbitzuen kantitatea da. Beraz, gobernu batek kontsumo maila handiena ematen duen oreka egonkorra aukeratuko luke.

Kontsumoa maximizatzen duen oreka egonkorreko kapital maila ( $k$ ) **Urrezko Erregelaren kapital** bezala definitzen da eta  $k^*_{URREZKO}$  moduan adieraziko dugu termino horretaz hitz egiten ari garenean.

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Ekonomia Urrezko Erregelaren mailan dagoen ala ez jakiteko, lehenik eta behin, oreka egonkorrean langile efektibo bakoitzeko kontsumoa zehaztu egin behar da. Ondoren, kontsumo gehien ematen duen oreka egonkorra ikus dezakegu.

Langile efektibo bakoitzeko kontsumoa errenta erabilgarri (kasu honetan errentaren berdina da zergak ez daudelako) eta aurrezkiaren arteko diferentzia izango da. Bestetik, badakigunez orekan inbertsioa eta aurrezki berdinak direla, ondorengo kontsumo funtzioa izango dugu:  $c = y - i$ .

Oreka egonkorreko kontsumoa lortu nahi dugunez, oreka egonkorreko balioak ordezkaturiko ditugu ekoizpen eta inbertsio aldagaietan.

- $y=f(k)$  denez gero, oreka egonkorreko langile efektibo bakoitzeko ekoizpena,  $f(k^*)$  moduan defini dezakegu. Gainera, oreka egonkorrean langile efektibo bakoitzeko kapital maila aldatzen ez dela dakigunez, inbertsioa ( $i$ ) mantentze inbertsioaren  $(\delta + n + g)k^*$  balio berdina izango du; beraz, langile efektibo bakoitzeko kontsumoa oreka egonkorrean honela idatz dezakegu:

$$c^* = f(k^*) - (\delta + n + g)k^*$$

Gure helburua kontsumoa maximizatzen duen kapital maila lortzea denez, kontsumo funtzioa maximizatu egin behar dugu:

$$\text{Max}_{k^*} c^* = f(k^*) - (\delta + n + g)k^*.$$

Gogoan izan behar dugu  $f(k) = k^\alpha$  dela. Horretarako, kapitalarekiko funtzio horren deribatua kalkulatu dugu.

- Lehenik eta behin, 1.deribatua egingo dugu,  $\partial c^*/\partial k^* = 0$  eginez eta kapitala bakantzean, ondorengoa lortuko dugu:

$$\alpha k^{\alpha-1} = \delta + n + g \quad (5)$$

Baldintza horretatik ondorioztatu dezakegu  $\alpha k^{\alpha-1}$  kapitalaren produktu marjinala (MPK) dela; beraz, kasu guztietarako, Urrezko Erregela deskribatzen duen baldintza eta kontsumoa maximizatzen duen kapital maila lortzeko erabili daitekeen ekuazioa hau izango da:

$$\text{MPK} = \delta + n + g$$

- Bestetik, kontsumo funtzioaren 2. deribatua kalkulatu badugu,  $\partial^2 c^*/\partial k^{*2}$ , konturatzen gara emaitza 0 baino txikiago izango dela  $\alpha$ , 0 eta 1 balioen artean baitago. Honen arrazoia ekoizpen funtzioak produktu marjinal beherakorrak izatea da. Funtzioaren 2.deribatua negatiboa dela eta, ondorioztatzen dugu aurreko kapital maila maximoa dela.

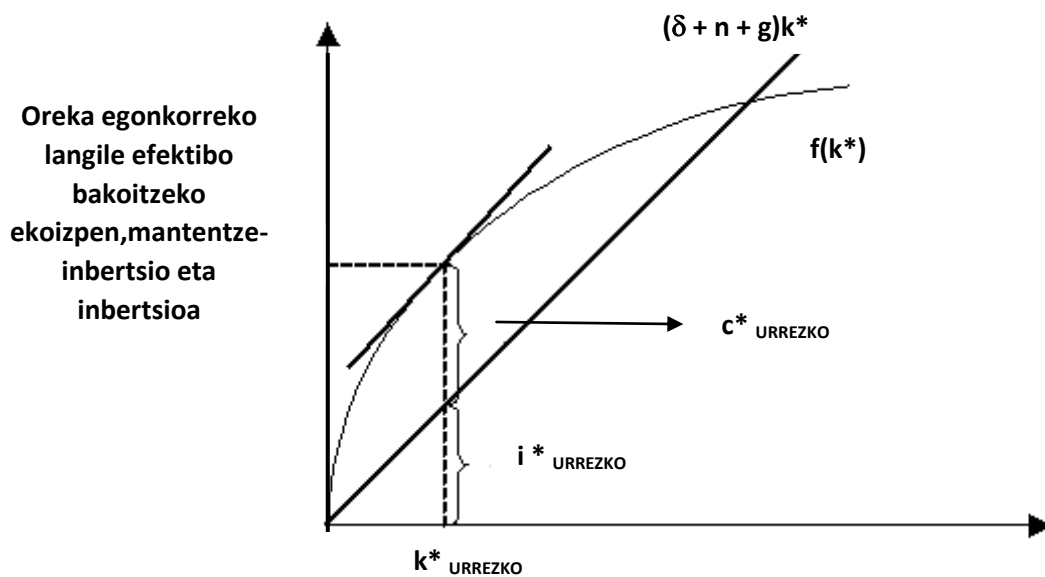
Urrezko Erregelaren kapitala lortu eta gero, kapital hori lortzeko beharrezkoa den aurrezki tasa kalkulatu behar dugu. Horretarako, (4) eta (5) ekuazioak konbinatuko ditugu:

$$(4) \text{ ekuazioaren alderantzizkoa ondorengoa izango da: } k^{\alpha-1} = \frac{n+\delta+g}{s}$$

$$\text{Ekuazio hau (5) ekuazioan ordezkatu eta gero, ondorengoa lortzen dugu: } \alpha \frac{n+\delta+g}{s} = n+\delta+g \rightarrow s = \alpha$$

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Beraz, ondorioztatzen dugu Urrezko Erregelaren aurrezki tasa eta kapitalaren partaidetza produkzioan berdinak direla ( $s_{URREZKO} = \alpha$ ).<sup>1</sup>



Oreka egonkorreko langile efektibo bakoitzeko kapitala,  $k^*$

Grafiko 6: Oreka egonkorreko kontsumoa

Grafiko 6-an oreka egonkorreko ekoizpena eta mantentze-inbertsioa kapital funtzio gisa irudikatzen dira. Oreka egonkorreko kontsumoa, ekoizpen eta mantentze inbertsioaren arteko diferentzia izango da. Grafiko honek erakusten duenez, badago kapital maila bat—  $k^*_{URREZKO}$  — kontsumoa maximizatu egiten duena.

Kapital maila horretan ekoizpen funtzioaren eta mantentze inbertsioaren maldak berdinak izango dira. Mantentze inbertsioaren kasuan, funtzioaren malda momentu oro  $\delta + n + g$  dela ondorioztatu dezakegu (funtzioa zuzena da), eta dagoeneko badakigu, ekoizpen funtzioaren malda kapitalaren produktu marjinala (MPK) dela. Beraz, kontsumoa maximizatzean lorturiko baldintza berdina lortuko dugu:

$$MPK = \delta + n + g$$

Hau da, Urrezko Erregelaren kapital mailan, kapitalaren produktu marjinal netoa,  $MPK - \delta$ , ekoizpen totalaren hazkunde tasaren berdina izango da,  $n+g$ :  $MPK - \delta = n + g$ .

Irizpide hau oreka egonkorrean Urrezko Erregelaren baino kapital gutxiago edo gehiago dugun jakiteko erabiliko da.

Oreka egonkorrean kapital mailak Urrezko Erregelaren balioa ez badauka, bi egoera izan ditzakegu (egoera hauek **Trantsizioa: Urrezko Erregelaren oreka egonkorra** paragrafoan sakonago aztertuko dira):

- Kapital maila Urrezko Erregelaren azpitik badago, kapitalean igoera bat emanaz gero, ekoizpena mantentze-inbertsioa baino gehiago handituko litzateke eta ondorioz, kontsumoa ere handituko

<sup>1</sup> Eraitza hau produkzio funtzioa Cobb-Douglas delako lortzen da.



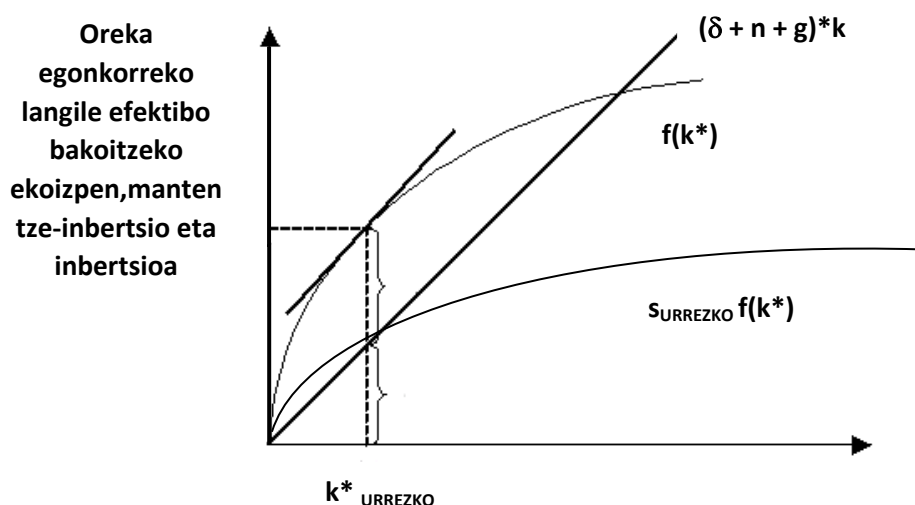
## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

litzateke. Egoera honetan ekoizpen funtzioaren malda gutxinaka handitzen doanez, 2 kurben arteko aldea— kontsumoaren berdina dena-  $k^*$  handitzen doan heinean hazi egingo da.

- Kapital maila Urrezko Erregelaren gaineratik badago, kapitalean igoera bat emanez gero, kontsumoa txikitu egingo da, ekoizpenean emandako hazkundea mantentze inbertsioan emandakoa baino txikiagoa izango baita. Egoera honetan ekoizpen funtzioaren malda gutxinaka txikitzen doanez, 2 kurben arteko aldea (kontsumoa) txikitzen da  $k^*$  handitzen doan heinean.

Oreka egonkorrean Urrezko Erregelaren kapital maila lortzeko, hala nola Urrezko Erregelarena, aurrezki tasa jakin bat finkatzea beharrezkoa da.

Ondorengo grafikoan ikusten da nola aurrezki tasa jakin batek soilik Urrezko Erregelaren kapital maila lortzen duen. Aurrezki tasa hori aldatu egiten bada, inbertsio funtzioaren kurba mugitu egingo litzateke eta oreka berrian lortutako kontsumoa txikiagoa izango litzateke kasu guztietan.



Oreka egonkorreko langile efektibo bakoitzeko kapitala,  $k^*$

Grafiko 7: Urrezko Erregelaren aurrezki tasa

### 2.5.1 Egoera egonkorrean Urrezko Erregela lortzea : Zenbakizko adibidea

Suposatu politikari batek oreka egonkor maila zehatz bat ezarri behar duela ekonomia batetan. Ekoizpen produkzioa aurreko adibidean erabilitakoa izango da:  $y = \sqrt{k}$ .

Depreziazioa  $\delta$  berriz ere kapitalaren %10 izango da. Horrez gain, aurrerapen teknologikoaren eta populazioaren hazkunde tasak berdin izaten jarraituko dute:  $n = 0,01 / g = 0,02$ .

Kasu honetan politikariak aurrezki tasa zehatz bat ezarriko du,  $s$  delakoa, eta hori dela eta, ekonomiak oreka egonkor maila jakin bat izango du.

Oreka egonkorreko kapital maila matematikoki kalkula dezakegu:  $\frac{k^*}{f(k^*)} = \frac{s}{n+\delta+g}$

Ekonomia honetan, ekuazio hori, horrela geratuko da:

$$\frac{k^*}{f(k^*)} = \frac{s}{0.1+0.01+0.02} \Rightarrow \frac{k^*}{\sqrt{k^*}} = \frac{s}{0.13}$$

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Beraz, azkenean, oreka egonkorreko kapitala kalkulatzeko ondorengo ekuazioa lortuko dugu:

$$k^* = \frac{s^2}{0.0169}$$

Ekuazio hau erabiliz oreka egonkorreko kapital maila kalkula dezakegu edozein aurrezki tasarako.

Taula 2-an aurrezki tasa desberdinak erabiltzen dira (0 eta 1 balioen bitartean) eta tasa bakoitzerako oreka egonkorreko balioak kalkulatu dira.

s	k*	y*	( $\delta+n+g$ )k*	c*	MPK	MPK- $\delta-n-g$
0	0	0	0	0		
0,1	0,59	0,77	0,08	0,69	0,65	0,52
0,2	2,37	1,54	0,31	1,23	0,33	0,20
0,3	5,33	2,31	0,69	1,62	0,22	0,09
0,4	9,47	3,08	1,23	1,85	0,16	0,03
<b>0,5</b>	<b>14,79</b>	<b>3,85</b>	<b>1,92</b>	<b>1,92</b>	<b>0,13</b>	<b>0,00</b>
0,6	21,30	4,62	2,77	1,85	0,11	-0,02
0,7	28,99	5,38	3,77	1,62	0,09	-0,04
0,8	37,87	6,15	4,92	1,23	0,08	-0,05
0,9	47,93	6,92	6,23	0,69	0,07	-0,06
1	59,17	7,69	7,69	0,00	0,07	-0,07

**Taula 2: Urrezko Erregelaren kalkulua oreka egonkorrean**

Taula horretan ikus daitekeenez, zenbat eta aurrezki tasa handiagoa izan, orduan eta kapital maila altuagoa izango dugu. Horren ondorioz, produkzio eta mantentze-inbertsioaren kantitateak ere gero eta handiagoak izango dira.

Oreka egonkorreko kontsumoari dagokionez, hasieran, aurrezki tasa handitzen doan heinean hazi egiten da eta gero txikitu. Kontsumoaren balio maximoa aurrezki tasa 0,5 balioa duen momentuan lortzen da; beraz, aurrezki tasa 0,5 denean, oreka egonkorrean, Urrezko Erregela betetzen da. Aurretik esan bezala Urrezko Erregelaren ondorengo baldintza betetzen da:  $MPK = \delta + n + g$ ; beraz, Urrezko Erregela lortzeko ondorengo egin behar dugu: aurkitu egin behar dugu zein kapital mailarekin kapitalaren produktu marjinalari depreziazio, aurrerapen teknologiko eta populazioaren hazkunde tasak kendu ondoren lortutako emaitza 0 den.

Taula honetako azkeneko bi zutabeetan MPK eta  $MPK-(\delta-n-g)$ -ren oreka egonkorreko balio desberdinak aurki ditzakegu. Kasu honetan ere ondoriozta daiteke aurrezki tasak 0,5 balioa duenean Urrezko Erregela lortzen dela, kontsumoa maximoa baita aurrezki tasa horretarako eta konprobatu daiteke  $MPK = \delta + n + g$  dela maila horretan.

Bestetik, kapitalaren produktu marjinala Urrezko Erregelaren kapitala ( $k^*_{URREZKO}$ ) kalkulatzeko erabili daiteke. Jadanik badakigu,  $MPK = \delta + n + g$  dela, ekuazio horretan gure adibideko datuak ordezkatu ditugu. Hori dela eta, ondorengo lortuko dugu:  $\frac{1}{2\sqrt{k}} = 0.13$

Funtzio horretatik kapitala askatuz gero, Urrezko Erregelaren kapitala ondorengo izango da:

$$k^* = \left(\frac{1}{0.26}\right)^2 = 14.79$$

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Urrezko Erregelaren kapitala lortu eta gero, kapital maila hori lortzeko beharrezkoa den aurrezki tasa kalkulatzeko nahiko erraza izango da oreka egonkorrean ondorengoa betetzen baita:  $\frac{k^*}{f(k^*)} = \frac{s}{n+\delta+g}$

Ekuzio horretan datuak ordezkatu eta gero, ondorengoa lortuko dugu:  $\frac{14.79}{\sqrt{14.79}} = \frac{s}{0.13}$

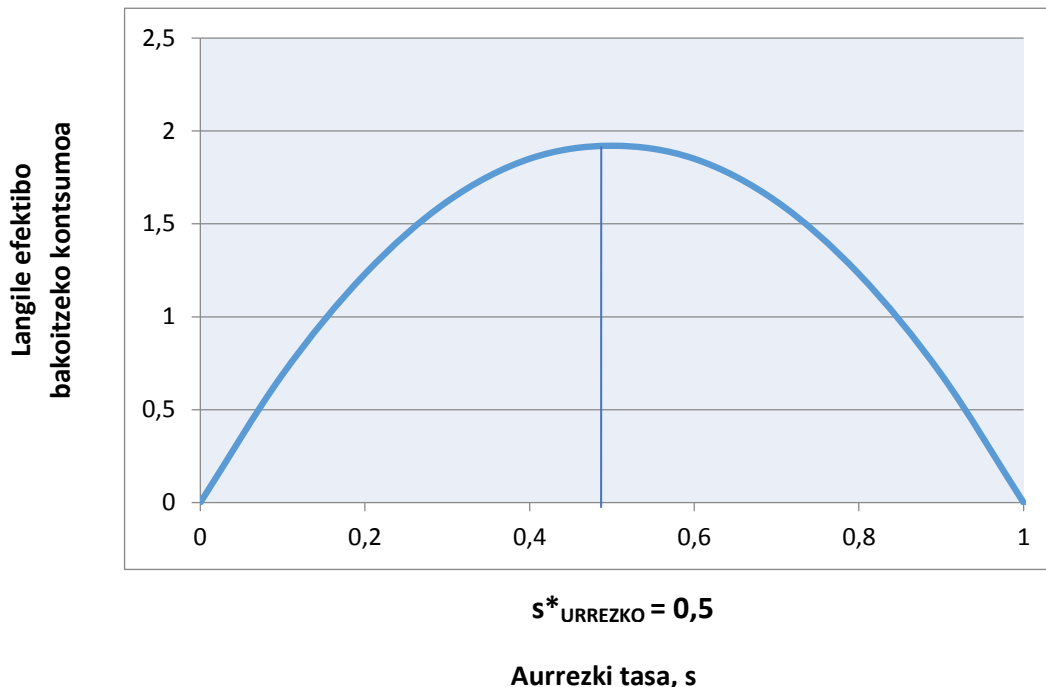
Aurrezki tasa askatu eta gero, adibide honetan Urrezko Erregela lortzeko beharrezkoa den aurrezki maila 0,5 ( $s^*_{\text{URREZKO}} = 0,5$ ) dela ondorioztatzen dugu. Beraz, Urrezko Erregelaren aurrezki tasa eta kapitalaren partaidetza produkzioan berdinak diren baldintza bete egiten da ( $\alpha = s_{\text{URREZKO}} = 0,5$ ).

Horretaz aparte, adibide hau abiapuntu moduan har dezakegu aurrezki tasa batek langile efektibo bakoitzeko kontsumoan daukan efektua ikusteko. Aurrezki tasa 0 denean, kapitala eta produkzioa ere 0 izango dira; hori dela eta, kasu honetan ez da ezer kontsumituko. Aurrezki tasa 0 eta 0,5 balioen (Urrezko Erregelaren balioa) artean aurkitzen denean, aurrezki tasa igotzeak kapitala, produkzioa eta kontsumoa handitzea eragingo du.

Aurrezki tasa 0,5 baino handiagoa denean, aurrezki tasa handitzen bada, kapitala eta produkzioa ere handitzen dira, baina kasu honetan, kontsumoa txikituz joango da.

Azkenik, aurrezki tasa 1 denean, kontsumoa 0 izango da. Kapitala eta produkzioa nahiko altuak dira, baina orain ekoizpen guztia kapitala berrizatzeko erabiltzen da. Hori dela eta, ez da ezer geratzen kontsumorako.

Argudio hau ondorengo grafikoan argi eta garbi adierazten da, non oreka egonkorrean langile efektibo bakoitzeko kontsumoa aurrezki tasarekiko irudikatzen den.



**Grafiko 8: Langile efektibo bakoitzeko kontsumoa aurrezki tasarekiko oreka egonkorrean**

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Grafikoan ikusten den moduan, hasiera batean langile efektiboen kontsumoa igotzen doa aurrezki tasa igotzen den heinean, aurrezki tasa 0,5 denean maximoa lortuz ( $S_{\text{URREZKO}}=0,5$ ). Hortik aurrera, berriz, txikitzen hasten da aurrezki tasa 1 denean 0 izatera pasatuz.

### 2.6 Trantsizioa: Urrezko Erregelaren oreka egonkorra

Ordura arte, suposatu egin dugu politikariek ekonomiaren oreka egonkorra aukeratu ahal dutela eta egoera horretara salto egin ahal dela berehala. Kasu honetan politikariek kontsumo gehien ematen duen oreka egonkorra aukeratuko dute -Urrezko Erregelaren oreka egonkorra, hain zuzen ere. Hala ere, egoera hau ez da kasu guztietan ematen eta ekonomia Urrezko Erregela ez den bestelako oreka egonkorrean ager daiteke.

Bi egoeratan egon gaitezke: Urrezko Erregelaren oreka egonkorrean baino kapital gehiagorekin edo gutxiagorekin hasi daiteke ekonomia.

#### 2.6.1 Kapital askorekin hastea

Lehenik eta behin, ekonomia oreka egonkorrean Urrezko Erregelaren oreka egonkorrean baino kapital gehiago duen kasua aztertuko dugu. Kasu honetan politikariek kapitala txikitzeko, aurrezki tasa gutxitzen duten politikak aurrera eraman behar dituzte. Politika hauek arrakasta dutela eta puntu batean  $-t_0$  denboraldian- aurrezki tasa txikitzen dela suposatuz, oreka egonkor berrian Urrezko Erregelaren maila lortu ahal izango dugu.

Ondorengo grafikoek (Grafiko 9, 10 eta 11) aurrezki tasa txikitzen den momentuan, ekoizpenari, kontsumoari eta inbertsioari zer gertatzen zaien erakusten dute.

Grafiko hauek irudikatzen du oreka egonkorreko kapitala kalkulatzeko adibidearen datuak oinarritzat hartuko ditugu. Kasu honetan, ordea, aurrezki tasa hasierako momentuan 0,6 izango da eta beraz, oreka egonkorrean aurrezki tasa honekin lortutako kapitala 21,30 izango da. Oreka egonkorreko kapitala Urrezko Erregelarena (14,79) baino askoz handiagoa izango denez, aurrezki tasa txikituko dugu (0,6 izatetik 0,5 izatera pasatuz) eta grafiko hauetan Trantsizioan gertaturiko efektua argi eta garbi ikusten da.

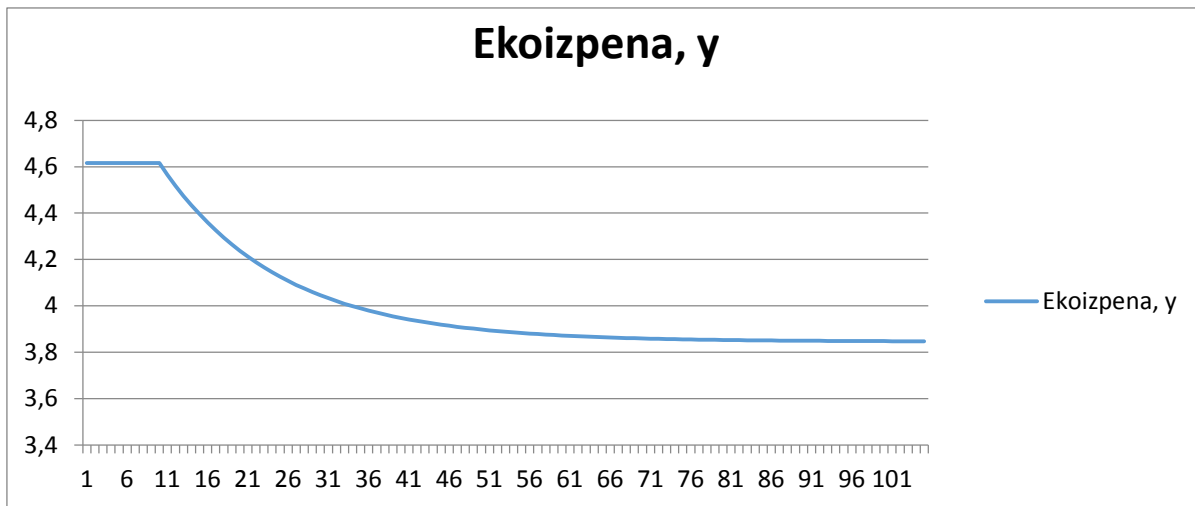
Aurrezki tasa txikitzearen ondorioz, momentu horretan bertan ( $t=10$  urtean gure kasuan) kontsumoan berehalako igoera emango da eta inbertsioaren kasuan, berriz, berehalako jaitsiera. Hasierako oreka egonkorrean inbertsioa eta mantentze-inbertsioa berdindu egiten ziren, baina orain inbertsioa mantentze inbertsioa baino txikiagoa izango denez, ekonomia ez da jadanik oreka egonkorrean egongo.

Pixkanaka kapitala txikitzen joango da eta beraz, ekoizpena, kontsumoa eta inbertsioa ere txikituko dira. Aldagai hauek txikitzen jarraituko dute ekonomia oreka egonkor berria lortu arte.

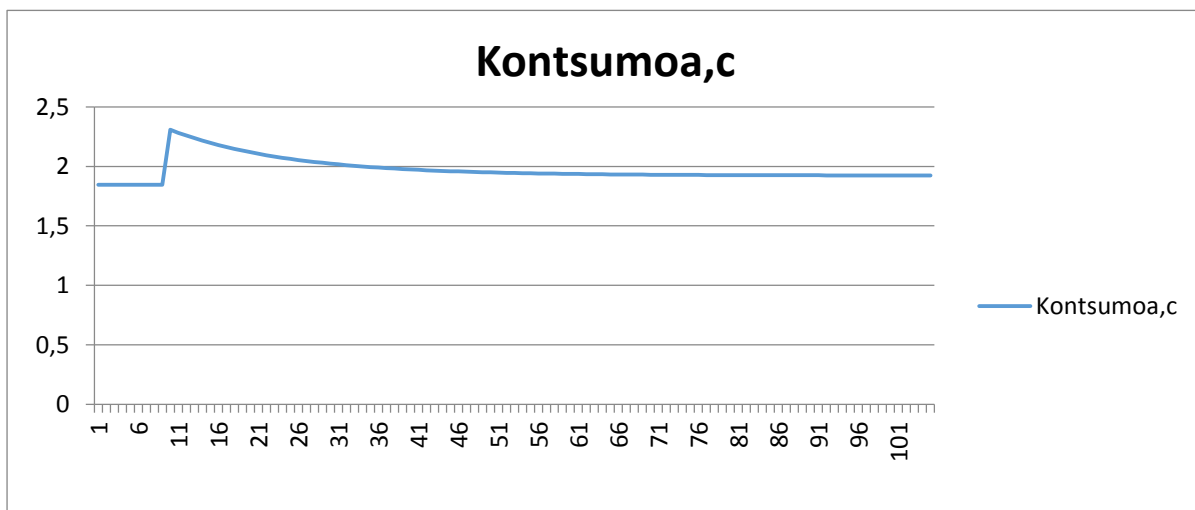
Oreka egonkor berria Urrezko Erregelaren oreka egonkorra dela suposatuz, kontsumoa orain handiagoa izan behar da aurrezki tasa aldatu baino lehen, nahiz eta ekoizpena eta inbertsioa txikiagoak izan.

Bestetik, Grafiko 10-ean ikusi ahal den moduan, aurreko oreka egonkorrearekin konparaturik, kontsumoa ez da handiagoa oreka egonkor berrian bakarrik, baizik eta trantsizio osoan.

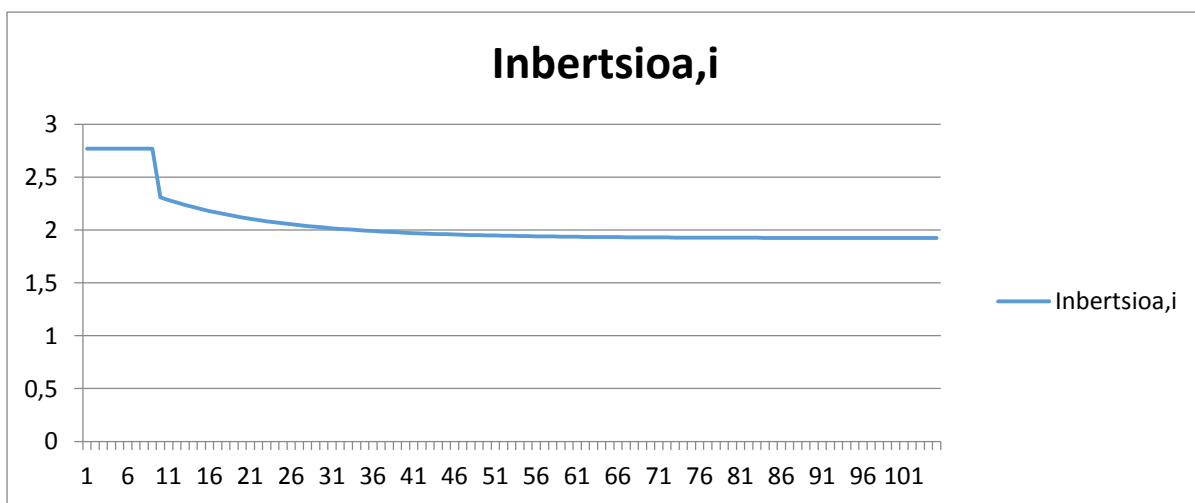
Azkenik, esan beharra dago kapitalak Urrezko Erregelaren maila gaitzen duenean, aurrezki tasa txikitzea argi eta garbi politika ona dela, kontsumoa handitzen baitu denboraren puntu guztietan; beraz, oraingo eta etorkizuneko belaunaldien ongizate ekonomikoa hobetuko da.



**Grafiko 9: Langile efektibo bakoitzeko ekoizpenaren eboluzioa Urrezko Erregelara**



**Grafiko 10: Langile efektibo bakoitzeko kontsumoaren eboluzioa Urrezko Erregelara**



**Grafiko 11: Langile efektibo bakoitzeko inbertsioaren eboluzioa Urrezko Erregelara**

2.6.2 Kapital gutxiarekin hastea

Ekonomiak oreka egonkorrean Urrezko Erregelaren baino kapital gutxiago duenean, politikariek aurrezki tasa igo egin behar dute Urrezko Erregelaren helburua lortu ahal izateko. Ondorengo grafikoetan (Grafiko 12,13 eta 14), aurreko kasuan bezala, ekoizpenaren, kontsumoaren eta inbertsioaren Trantsizioan ematen den eboluzioa ikusten da. Grafiko hauek irudikatzeko oreka egonkorreko kapitala kalkulatzeko adibideko datu berberak erabili dira. Kasu honetan aurrezki tasa adibide horretan erabilitakoa izango da; hau da, 0,3. Aurrezki tasa honekin oreka egonkorrean lorturiko kapitala 5,33 da eta hau Urrezko Erregelarena baino askoz txikiagoa denez, aurrezki tasa handituko dugu (0,3 izatetik 0,5 izatera pasatuz).

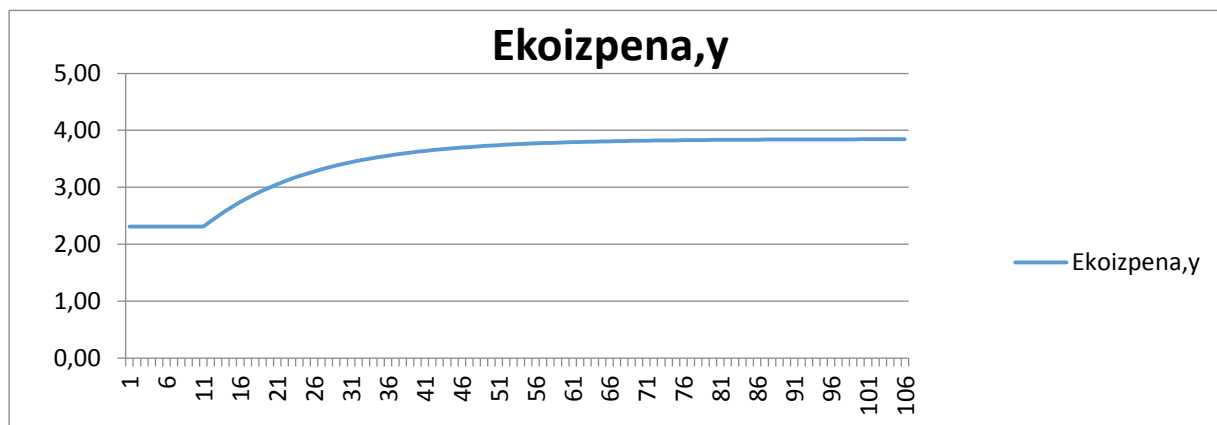
Aurrezki tasa handitzearekin batera, (t = 10 urtean) kontsumoan berehalako jaitsiera ematen da eta inbertsioaren kasuan, berriz, berehalako igoera. Denbora aurrera joan ahala inbertsioak igotzen jarraitzen duenez, kapitala ere igo egingo da.

Kapital gehiago pilatzen ari denez, ekoizpena, kontsumoa eta inbertsioa pixkanaka igo egingo dira oreka egonkor berriko mailak lortu arte. Hasierako oreka egonkorra Urrezko Erregelaren azpitik zegoenez, aurrezki tasan emandako igoerak azkenean kontsumo maila gehiago izatea eragiten du hasierako egoerarekin konparaturik; beraz, etorkizuneko belaunaldien egoera, Urrezko Erregelaren maila lortzean, hobea izango da.

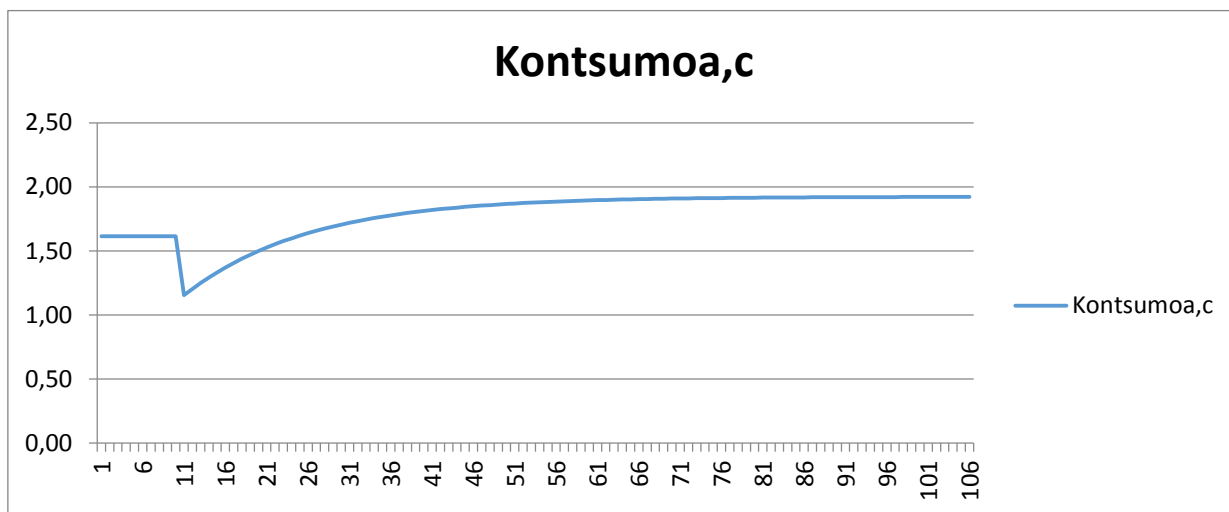
Hala ere, oreka egonkor berri hori lortzeak hasierako momentuan kontsumo gutxiago izatea eragiten du; beraz, kasu honetan oraingo belaunaldien ongizate ekonomikoa kaltetuta aterako da.

Hori dela eta, politikariek kapital maila igo ala ez erabakitzean, belaunaldi desberdinen ongizatea kontuan hartu behar dute. Oraingo belaunaldiaz etorkizunetakoaz baino gehiago arduratzen den politikari batek seguraski ez ditu Urrezko Erregelaren maila lortzeko politikak aurrera eramango. Aitzitik, belaunaldi guztiez arduratzen den politikari batek Urrezko Erregelaren maila lortzea aukeratuko luke. Nahiz eta oraingo belaunaldiek gutxiago kontsumitzen duten, etorkizuneko belaunaldi desberdinak egoera hobean egongo dira ekonomia Urrezko Erregelaren mailara lekualdatzen bada.

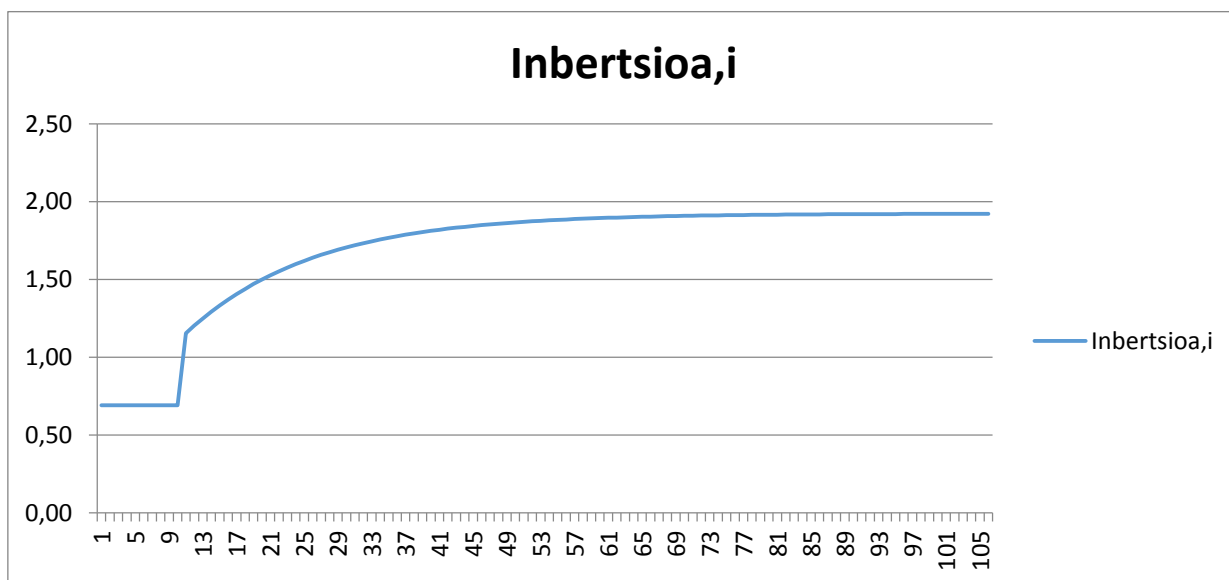
Azkenik, esan beharra dago Urrezko Erregelak ondorengoa esaten duela: “egin ezazu besteengan besteek zuzan egitea nahi duzuna”. Aholku hau jarraitzen badugu, belaunaldi guztiei pisu berbera emango diegu. Beraz, kasu honetan optimoena Urrezko Erregelaren kapital maila lortzea izango da.



**Grafiko 12: Langile efektibo bakoitzeko ekoizpenaren eboluzioa Urrezko Erregelara**



**Grafiko 13: Langile efektibo bakoitzeko kontsumoaren eboluzioa Urrezko Erregelara**



**Grafiko 14: Langile efektibo bakoitzeko inbertsioaren eboluzioa Urrezko Erregelara**

### 3. Zergak eta gastu publikoa Solow-ren ereduan

Zer nahiago dute gizabanakoek, sektore publikoaren prestazioak goza dezaketen mundu batean bizitzea eta hauek finantzatzeko zergak ordaintzea edota ekonomian sektore publikoak parte hartzerik ez duen munduan bizitzea?

Galdera honi erantzuteko balorazio irizpide nahiko erraz bat kontuan hartuko dugu: gizabanakoek ondasun publiko eta pribatuak berdin baloratzen dituztela suposatuko dugu.

Eredua azaltzerakoan sektore publikorik gabeko ekonomia bat azertu egin dugu; hau da, gastu publikoa eta zergak 0 direlarik.

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Orain sektore publikoak parte hartzen duen ekonomia baten oreka egonkorreko aldagaiak kalkulatzear arduratuko gara. Gobernuak zerga mota desberdinak finka ditzake eta atal honetan 2 zerga mota aztertuko ditugu: errentaren gaineko zerga eta kontsumoaren gaineko zerga.

### 3.1 Errentaren gaineko zerga proportzionala

Hasteko, eman dezagun sektore publikoak errentaren gaineko zerga proportzional bat,  $r_y$ , ezartzen duela eta bilketa guztia oso-osorik ondasun publikoen produkzioa finantzatzeko erabiltzen duela; beraz, aurrekontu publikoa orekatuta egongo da.

Aurreko kasuarekin alderatuz, zergak (T) eta gastu publikoa (G) ondorengoak izango dira:

$$T_T = r_y Y_T / G_T = T_T$$

Kasu honetan ondasunen eskaria (Z) kontsumo, inbertsio eta gastu publikoaren menpe egongo da:  $Z = C + I + G$ . Gainera, oreka egoeran eskaria eta produkzioa berdindu egiten direnez ( $Z=Y$ ), ondorioztatu dezakegu produkzioa honakoa dela:  $Y = C + I + G$ .

Aurrekontua orekatuta dagoenez, (Gastu Publikoa = Zergak) eta ekonomia itxia denez gero, aurrezkoa zein inbertsioa berdinak izango dira. Hau konprobatzeko ondorengo pausoak jarraitu behar dira:

1. Oreka baldintzako ekoizpen funtzioaren bi alboetan zergak kendu egin behar dira:

$$Y - T = C + I + G - T$$

2. Kontsumoa beste aldera pasatu behar da:

$$Y - T - C = I + G - T$$

Beraz, ekuazio honetatik ondorioztatu dezakegu inbertsioa eta aurrezkoa berdinak direla; izan ere, ekoizpenari zergak eta kontsumoa kendu ondoren, aurrezkoa lortzen dugu, gastu publikoa eta zergak berdinak direlarik.

Guzti hau kontuan hartuz, esan beharra dago errentaren gaineko zerga proportzional bat ezartzearen ondorioz, gizabanakoek kontsumitu eta inbertituko duten kantitatea txikitu egingo dela eta kasu honetan aurreko kasuarekin konparatuz, errentatik  $(1 - r_y)$  proportzioa bakarrik kontsumitu eta inbertitu dezaketela.

Errenta erabilgarria honakoa izango da:  $Y - T = Y_D = Y(1 - r_y)$

Gizabanakoek bere errenta erabilgarriaren  $s$  proportzioa urtetik urtera aurreztu egingo dute eta gainerako  $(1 - s)$  proportzioa kontsumorako erabiliko dute. Hori dela eta, ondorengo inbertsio eta kontsumo funtzioak izango ditugu:

$$\left. \begin{aligned} C &= (1 - s) Y_D = (1 - s) (1 - r_y) Y \\ I &= s Y_D = s Y (1 - r_y) \end{aligned} \right\}$$

Sektore publikorik gabeko ereduan bezala, aurreko funtzioak produkzioaren menpe daudenez eta produkzioa langile efektibo bakoitzeko zehaztu dugunez, hemendik aurrera funtzio hauek langile efektibo bakoitzeko terminoetan zehaztuko dira letra minuskulak erabilia:

$$y - t = y_D = y (1 - r_y) \quad \left. \vphantom{y - t = y_D = y (1 - r_y)} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} c &= (1 - s)(1 - r_y) y \\ i &= s y(1 - r_y) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$



## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Aurreko (1) eta (7) funtzioak konbinatzen baditugu, orain langile efektibo bakoitzeko inbertsioa ondorengoa izango da:  $i = s(1 - r_y) k^\alpha$

Bestetik, kasu honetan kapitalean emandako aldakuntza honakoa izango da:  $\Delta k = s(1 - r_y) k^\alpha - (\delta + n + g)k$ . Ekuazio hau erabilita eta oreka egonkorrean  $\Delta k = 0$  dela jakinda, errentaren gaineko zerga proportzional batekin oreka egonkorrean lortutako kapitala ondorengoa izango da:

$$s(1 - r_y) k^\alpha = (\delta + n + g)k \quad \rightarrow \quad \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} = k^{(1-\alpha)} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow k^{*'} = \left( \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} \right)^{1/(1-\alpha)} \quad (8)$$

Oreka egonkorreko kapitala ekoizpen, kontsumo eta inbertsio funtzioetan ordezkatu eta gero, aldagai hauen oreka egonkorreko balioak honakoak izango dira:

$$y^{*'} = k^{*'\alpha} = \left( \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$c^{*'} = (1 - s)(1 - r_y)y^{*'} = (1 - s)(1 - r_y) \left( \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$i^{*'} = s(1 - r_y)y^{*'} = s(1 - r_y) \left( \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

(8) ekuazioaren analititik ondoriozta daiteke errentaren gaineko zerga proportzional batekin lortzen den oreka egonkorreko kapitala zergarik gabeko eredian lortu daitekeena baino txikiagoa dela, zerga tasak zenbakitzailearen kantitatea txikitzen duelako.

Hala ere, ondorio honek ez digu argitzen, gizabanakoek errentaren gaineko zerga baten bidez finantzatzen diren ondasun publikoak dituen ekonomia batean bizitzea nahiago duten edota sektore publikoak parte hartzen ez duen ekonomia batean.

Galdera honi erantzuteko, zehaztu egin behar dugu, sektore publikoak parte hartzen duen eredian oreka egonkorreko kontsumo eta gastu publikoaren batuketa,  $c^{*'} + g^{*'}$ , sektore publikoa parte hartzen ez duen eredian lortzen den oreka egonkorreko kontsumoa,  $c^*$ , baino txikiagoa edo handiagoa den. Gastu publikoa eta zergak berdinak direnez, kasu honetan langile efektibo bakoitzeko gastu publikoa ondorengoa izango da:

$$g^{*'} = r_y y^{*'} = r_y \left( \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Kalkulu matematikoak egin eta gero,  $c^{*'} + g^{*'}$  adierazpena era honetan geratuko da:

$$c^{*'} + g^{*'} = (1 - s + sr_y) \left( \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} = [1 - s(1 - r_y)] \left( \frac{s(1 - r_y)}{n + \delta + g} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} \quad (9)$$

Azkenik,  $c^{*'} + g^{*'}$ ,  $c^*$  balioarekin konparatuko dugu. Konkretuki, sektore publikoak parte hartzen ez duen ekonomia baten oreka egonkorreko kontsumoa, ondorengoa izango da:

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

$$c^* = (1 - s) \left( \frac{s}{n + \delta + g} \right)^{\alpha / (1 - \alpha)}$$

Kasu honetan  $c^{*'} + g^{*'}$ ,  $c^*$  aldagaiaz zatituz gero, ondorengoa ondoriozta genezake: gizabanakoek sektore publikoa existitzen den munduan bizitzea nahiago dutela  $(1 - s(1 - r_y))(1 - r_y)^{\alpha / (1 - \alpha)} > (1 - s)$  bada, eta sektore publikorik gabeko mundu batean bizitzea nahiago izango lukete baldintza horrek aurkako zeinua izango balu.

Adibidez, demagun ekonomia batek, sektore publikorik gabeko ereduan oreka egonkorreko kapital maila kalkulatzeko adibidearen datu berdinak dituen:

- Ekoizpen produkzioa:  $Y = K^{1/2}(AL)^{1/2} \rightarrow y = vk$
- Depreziazio tasa:  $\delta = 0,1$
- Aurrezki tasa:  $s = 0,3$
- Aurrerapen teknologikoaren hazkunde tasa:  $g = 0,02$
- Populazioaren hazkunde tasa:  $n = 0,01$
- Kapitalaren partehartzea produkzioan:  $\alpha = 0,5$

Bestetik, errentaren gaineko zerga proportzional bat ezartzen denez, kasu honetan, beste aldagai bat izango dugu;  $r_y$ , hain zuzen ere. Adibide honetarako suposatuko dugu gobernuak errentaren gain ezarritako zerga %40-koa dela;  $r_y = 0,4$  delarik.

Datu hauek aurreko baldintzan ordezkatzan baditugu, ondorengoa lortzen dugu:

$$(1 - 0,3 + 0,3 * 0,4) (1 - 0,4)^{0,5/0,5} < (1 - 0,3)$$

$$0,492 < 0,7$$

Hori dela eta, baldintzaren aurkako zeinua ematen da eta horrek, gizabanakoek sektore publikorik gabeko munduan bizitzea nahiago dutela adierazten du.

Orain suposa dezagun ekonomia batek aurreko adibideko datu berdinak dituela, baina kasu honetan kapitalaren parte-hartzea produkzioan 0,1-era ( $\alpha = 0,1$ ) murrizten dela.

Datuak aurreko baldintzan ordezkatuta, honakoa lortzen dugu:

$$(1 - 0,3 + 0,3 * 0,4)^{0,1/0,9} > (1 - 0,3)$$

$$0,978 > 0,7$$

Egoera honetan, berriz, gizabanakoek sektore publikoak ekonomian indarra daukan gizarte batetan (errentaren gaineko zerga bat ezartzen duena) bizitzea nahiago izango dute.

Adibide honek erakusten duen moduan baldintza horren zeinua ez dago determinaturik.  $\alpha$  eta  $r_y$ -ren balio batzuetarako gizabanakoek sektore publikoak parte hartzen ez duen ekonomian bizitzea nahiago izango dute eta aldagai horien bestelako balioetarako, ordea, sektore publikoak parte hartzen duen ekonomian bizitzea nahiago izango dute.

### 3.1.1 Urrezko Erregela

Urrezko Erregelaren kapital maila lortzeko, lehenik eta behin, kontsumo funtzioa definitu behar dugu.

Jadanik badakigu kontsumoa errenta erabilgarri eta aurrezkiaren (=inbertsioa) arteko diferentzia dela:  $c = y_D - s$

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Ekuazio honetan (6) eta (7) funtzioak ordezkatzeko baditugu, langile efektibo kontsumoa modu honetan geratuko litzateke:  $c = y(1 - r_y) - sy(1 - r_y)$ .

$y = k^\alpha$ enez gero, langile efektibo bakoitzeko ekoizpena ( $y$ ) langile efektibo bakoitzeko kapital gisa defini dezakegu. Bestetik, badakigunez oreka egonkorrean langile efektibo bakoitzeko kapitala ez dela aldatzen, inbertsioak mantentze inbertsioaren  $((\delta+n+g)k^*)$  balio berdina izango du; beraz, langile efektibo bakoitzeko kontsumoa oreka egonkorrean honela idatz dezakegu:

$$c^* = k^\alpha (1 - r_y) - (\delta+n+g)k^*$$

Kasu honetan gizabanakoen ongizatea kontsumo eta gastu publikoaren menpe egongo da; beraz, gure helburua  $c^* + g^*$  maximizatzea izango da. Gastu publikoa honakoa izango delarik:  $g^* = r_y y = r_y k^\alpha$ .

Guzti hau kontuan hartuz, kapital mailarekiko maximizatuko dugun funtzioa ondorengoa izango da:

$$\text{Max}_{k^*} c^* + g^* = k^\alpha (1 - r_y) - (\delta+n+g)k + r_y k^\alpha.$$

- Funtzio honen kapitalarekiko lehenengo deribatua  $(\partial c^*/\partial k)$  0-ra berdintzean ondorengoa lortzen dugu:  $\alpha k^{\alpha-1} (1 - r_y + r_y) - (\delta+n+g) = 0$ .

Hemendik kapital maila bakanduko dugu eta ondorengo baldintza izango dugu Urrezko Erregelaren mailan:

$$\rightarrow k_{\text{URREZKO}}^{\alpha-1} = \frac{n+\delta+g}{\alpha} \quad (10)$$

- Bestetik, kontsumo funtzioaren 2.deribatua kalkulatzeko,  $\partial c^*/\partial k^2$ , emaitza 0 baino txikiagoa dela ondorioztatzen dugu  $\alpha - 1$  negatiboa baita,  $\alpha < 1$  delako kasu guztietan. Arrazoia berdina da: ekoizpen funtzioak produktu marjinal beherakorak izatea, hain zuzen ere. Kasu honetan 2.deribatua negatiboa izatearen ondorioz, ondorioztatzen da aurreko kapital maila maximoa dela.

Behin Urrezko Erregelaren kapitala lortuta, kapital hori lortzeko beharrezkoa den aurrezki tasa kalkulatu dugu. Horretarako, (8) eta (10) funtzioak konbinatu ditugu.

$$(8) \text{ funtzioaren alderantzizkoa ondorengoa da: } k^{\alpha-1} = \frac{n+\delta+g}{s(1-r_y)}$$

Funtzio hau (10).ekuazioan ordezkatu eta gero, ondorengoa lortuko dugu:

$$\frac{n+\delta+g}{s(1-r_y)} = \frac{n+\delta+g}{\alpha} \rightarrow s(1-r_y) = \alpha$$

$$s_{\text{URREZKO}} = \frac{\alpha}{1-r_y}$$

Beraz, kasu honetan, Urrezko Erregelan, aurrezki tasa eta kapitalaren partaidetza produkzioan ez direla berdinak izango ondorioztatuko dugu. Horretaz gain, ikus daiteke nola  $\alpha$  berdinerako aurrezki tasa hau zergarik ez dagoenean baino handiagoa dela. Horretarako,  $s < 1$  izan behar da; hau egia da  $r_y < 1 - \alpha$  den bakoitzean.

### 3.1.1.1 Urrezko Erregelaren konparaketa sektore publikorik gabeko ereduarekin

Azpiatal honetan, ekonomia Urrezko Erregelan dagoenean, gizabanakoentzat onena den egoera aztertuko da, sektore publikoa izan (errentaren gaineko zerga bat izanda) edota ez izan. Horretarako,

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Urrezko Erregelaren lortutako aurrezki tasa gizabanakoen ongizatea maximizatzen duen funtzioan ordezkatzeko da eta 2 egoeretan lorturiko emaitzak konparatzeko dira.

Sektore publikorik gabeko ekonomian, gizabanakoen ongizatea kontsumoa soilik da; beraz, kontsumo funtzioan Urrezko Erregelaren aurrezki tasa ( $s_{\text{URREZKO}} = \alpha$ ) ordezkatzean, ondorengoa lortzen dugu:

$$c^* = (1 - \alpha) \left( \frac{\alpha}{n + \delta + g} \right)^{\alpha / (1 - \alpha)}$$

Errentaren gaineko zergaren kasuan, (9) ekuazioan Urrezko Erregelaren aurrezki tasa ( $s_{\text{URREZKO}} = \alpha / (1 - r_y)$ ) ordezkatzean, ondorengoa lortzen dugu:

$$c^{*'} + g^{*'} = \left[ 1 - \frac{\alpha}{(1 - r_y)} (1 - r_y) \right] \left( \frac{\alpha(1 - r_y)}{(1 - r_y)(n + \delta + g)} \right)^{\alpha / (1 - \alpha)} = (1 - \alpha) \left( \frac{\alpha}{n + \delta + g} \right)^{\alpha / (1 - \alpha)}$$

Beraz, ikus daitekeenez, 2 egoeratan emaitza berdina lortzen dugu; hori dela eta, ekonomia bat Urrezko Erregelaren dagoenean, gizabanakoentzat indiferente izango da sektore publikoa izan edo ez izan, azkenean lorturiko ongizatea berdina izango baita.

### 3.2 Kontsumoaren gaineko zerga

Zerga hau  $r_c$  terminoaren bidez adieraziko dugu eta aurreko kasuan bezala, estatuak bildutako guztia, oso-osorik, ondasun publikoen produkzioa finantzatzeko erabiltzen dela suposatuko dugu; hori dela eta, aurrekontu orekatua izango dugu:  $\text{Gastu Publikoak} = \text{Zergak}$ .

Kasu honetan zerga kontsumoaren gain aplikatzen denez, gastu publikoa (G) eta zergak (T) ondorengoak izango dira:

$$G = T = r_c C$$

Ondasunen eskaria (Z) berriz ere kontsumo, inbertsio eta gastu publikoaren menpe egongo da:  $Z = C + I + G$ . Hori dela eta, lehen bezala, orekako produkzioa ondorengoa izango da:  $Y = C + I + G$ .

Kontsumoaren gaineko zerga bat ezartzean, errenta erabilgarria ondorengoa izango da:  $Y_D = Y - T = Y - r_c C$  (11)

Ontzat emango dugu, gizabanakoek urtetik urtera bere errenta erabilgarriaren  $s$  proportzioa aurreztu egiten dutela eta  $(1 - s)$  proportzioa kontsumitzen dutela. Hori dela eta, ondorengo kontsumo eta inbertsio funtzioak izango ditugu:

$$C = (1 - s) (Y - r_c C) \rightarrow C [1 + (1 - s) r_c] = (1 - s) Y \rightarrow C = \frac{1 - s}{1 + (1 - s) r_c} Y$$

$$I = s Y_D = s (Y - r_c C) = s Y - s r_c \frac{(1 - s)}{1 + (1 - s) r_c} Y = s Y \left[ 1 - \frac{r_c (1 - s)}{1 + (1 - s) r_c} \right] = Y \frac{s}{1 + (1 - s) r_c}$$

(11) adierazpenean kontsumoaren funtzioa ordezkatzeko badugu, errenta erabilgarria modu honetan geratzeko litzateke:

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

$$Y_D = Y - r_c C = Y - r_c \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} Y = Y \left[ 1 - \frac{r_c(1-s)}{1+(1-s)r_c} \right] = Y \frac{1}{1+(1-s)r_c}$$

Lehen ikusi dugun moduan, aurrekontua orekatuta dagoenez, inbertsioa eta aurrezki berdinak izango dira .

Horretaz gain, aurreko kasuetan bezala, jadanik funtzioak produkzioaren menpe zehaztuta ditugunez, orain langile efektibo bakoitzeko terminoetan izenda ditzakegu:

$$c = \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} y \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (12)$$

$$i = \frac{sy}{1+(1-s)r_c} \quad (12)$$

$$Y_D = y \frac{1}{1+(1-s)r_c} \quad (13)$$

(1) eta (12) funtzioak konbinatzen baditugu, orain langile efektibo bakoitzeko inbertsioa ondorengoa izango da:  $\frac{sk^\alpha}{1+(1-s)r_c}$

Horren ondorioz, kasu honetan kapitalean emandako aldakuntza honakoa izango da:

$$\Delta k = \frac{sk^\alpha}{1+(1-s)r_c} - (\delta+n+g)k. \text{ Oreka egonkorrean } \Delta k = 0 \text{enez, kontsumoaren gaineko zerga batekin}$$

oreka egonkorrean lorturiko kapitala ondorengoa izango da:

$$\frac{sk^\alpha}{1+(1-s)r_c} = (\delta+n+g)k \quad \rightarrow \quad k^{(1-\alpha)} = \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow k^{**} = \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (14)$$

Oreka egonkorreko kapitala ekoizpen, kontsumo eta inbertsio funtzioetan ordezkatu eta gero, aldagai hauen oreka egonkorreko balioak ondorengoak izango dira:

$$y^{**} = k^\alpha = \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$c^{**} = \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} y^{**} = \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$i^{**} = y^{**} = s \frac{1}{1+(1-s)r_c} \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}$$

(14) adierazpenaren analititik, ondorioztatu dezakegu kontsumoaren gaineko zerga batekin oreka egonkorrean lorturiko kapitala sektore publikorik gabeko eremuan lortu daitekeena baino txikiagoa izango dela, zerga tasak izendatzailearen kantitatea handitzen baitu. Beraz, berdin du errentaren gaineko edo kontsumoaren gaineko zerga bat ezartzea, beti zerga bat aplikatzean, oreka egonkorrean lorturiko kapitala sektore publikorik gabeko eremuan lortu daitekeena baino txikiagoa izango da.

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

Bestetik, atal honen hasieran planteatutako galderari erantzuteko, konparaketa bat egin behar dugu. Kontsumoaren gaineko zerga bat ezartzean oreka egonkorrean lorturiko kontsumo eta gastu publikoaren batuketara,  $c^{**}+g^{**}$ , sektore publikorik gabeko ereduaren oreka egonkorrean lorturiko kontsumoa,  $c^*$ , baino handiagoa edo txikiago den, hain zuzen ere.

Kasu honetan oreka egonkorrean gastu publikoaren zenbatekoa ondorengoa da:

$$g^{**} = r_c c^{**} = r_c \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \right]^{\alpha/1-\alpha}$$

Kalkulu matematikoak egin eta gero,  $c^{**}+g^{**}$  adierazpena honela geratuko da:

$$c^{**}+g^{**} = (1+r_c) \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \right]^{\alpha/1-\alpha} \quad (15)$$

Orain adierazpen hau sektore publikoa parte hartzen ez duen ekonomia baten oreka egonkorreko kontsumoarekin ( $c^*$ ) konparatu behar dugu:

$$c^* = (1-s) \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)} \right]^{\alpha/1-\alpha}$$

Kasu honetan  $c^{**}+g^{**}$ ,  $c^*$  aldagaiak zatituz gero, honako ondorioa ailegatzeko gara: gizabanakoek

sektore publikoa daukan ekonomia batean bizitzea nahiago izango dute  $\frac{1+r_c}{1+(1-s)r_c} \left[ \frac{1}{1+(1-s)r_c} \right]^{\alpha/1-\alpha} > 1$

bada, eta sektore publikorik gabeko munduan bizitzea nahiago izango dute baldintza horrek aurkako zeinua bada.

### 3.2.1 Urrezko Erregelak

Lehen egin dugun moduan, Urrezko Erregelaren baldintza lortzeko, lehenik eta behin, kontsumo funtzioa definitu egin behar dugu.

Jadanik badakigu kontsumoa honakoa dela:  $c = y_D - s$ .

Bestetik, oreka egonkorrean inbertsioa eta mantentze inbertsioa berdinak direnez eta  $y = k^\alpha$ enez gero, funtzio horretan (13) ekuazioa ordezkatzean, gure kontsumo funtzioa modu honetan geratuko da:

$$c^* = k^\alpha \frac{1}{1+(1-s)r_c} - (\delta+n+g)k$$

Gure helburua ongizate maximoa ematen duen kapital maila lortzeaenez, ekonomia honetan sektore publikoa dagoenez, maximizatu behar dugun funtzioa  $c^*+g^*$  izango da. Kasu honetan gastu publikoaren funtzioa honakoa da:

$$g^* = r_c c = r_c \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} k^\alpha.$$

Hori dela eta, maximizatuko dugun funtzioa ondorengoa izango da:

$$\text{Max}_{k^*} c^* + g^* = k^\alpha \frac{1}{1+(1-s)r_c} - (\delta+n+g)k + r_c \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} k^\alpha.$$

## Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

- Kapitalarekiko funtzio honen 1.deribatua ( $\partial c^*/\partial k^*$ ) 0-ra berdintzean ondorengoa lortuko dugu:

$$\alpha k^{\alpha-1} \frac{1+(1-s)r_c}{1+(1-s)r_c} - (\delta+n+g)k = 0.$$

Hemendik kapitala bakantzean, Urrezko Erregelaren ondorengo baldintza izango dugu:

$$\alpha k^{\alpha-1} = \delta+n+g \rightarrow k_{\text{URREZKO}}^{\alpha-1} = \frac{\delta+n+g}{\alpha}. \quad (16)$$

- Bestetik, kontsumo funtzioaren 2.deribatua egiterakoan,  $\partial c^{*2}/\partial k^2$ , berriz ere  $f''(k) < 0$  dela ondorioztatzen dugu  $\alpha - 1$  beti negatiboa baita. Hori dela eta, ondorioztatzen dugu aurreko kapital maila maximoa dela.

Urrezko Erregelaren kapital maila lortu eta gero, kapital maila hori lortzeko beharrezkoa den aurrezki tasa kalkulatu behar dugu. Horretarako, (14) eta (16) ekuazioak konbinatuko ditugu.

(14) ekuazioaren alderantzizkoa ondorengoa da:

$$k_{\text{URREZKO}}^{\alpha-1} = \frac{(\delta+n+g)[1+(1-s)r_c]}{s}$$

(16) baldintzan ordezkatzean, honakoa lortzen dugu:

$$\frac{(\delta+n+g)[1+(1-s)r_c]}{s} = \frac{\delta+n+g}{\alpha} \rightarrow s = \alpha [1+(1-s)r_c]$$

Ekuazio honetatik  $s$  askatzean, Urrezko Erregelaren aurrezki tasa lortuko dugu:

$$s = \alpha[1 + (1 - s)r_c] \rightarrow \alpha(1 + r_c - sr_c) = s \rightarrow \alpha + \alpha r_c - \alpha s r_c = s \rightarrow s + \alpha s r_c = \alpha + \alpha r_c \rightarrow s(1 + \alpha r_c) = \alpha(1 + r_c)$$

$$s_{\text{URREZKO}} = \frac{\alpha(1 + r_c)}{1 + \alpha r_c}$$

Beraz, aurreko kasuan bezala,  $\alpha$  berdinerako aurrezki tasa hau zergarik ez dagoenean baino handiagoa dela ondorioztatzen dugu.

### 3.2.1.1 Urrezko Erregelaren konparaketa zergarik gabeko ereduarekin

Azpiatal honetan errentaren gaineko zergaren kasuan egindako analisi berdina egingo dugu; hau da, ekonomia bat Urrezko Erregelaren dagoenean, gizabanakoentzako onena zer den konparatuko dugu: sektore publikoa izan kontsumoaren gaineko zerga batekin edota ez izan.

Jadanik badakigu sektore publikorik gabeko ekonomian, Urrezko Erregelaren aurrezki tasa kontsumo

funtzioan ordezkatzean, ondorengoa lortzen dugula:  $c^* = (1 - \alpha) \left( \frac{\alpha}{n+\delta+g} \right)^{1/(1-\alpha)}$

Kontsumoaren gaineko zergaren kasuan, (15) ekuazioan Urrezko Erregelaren aurrezki tasa ( $s_{\text{URREZKO}} = \alpha(1 + r_c)/(1 + \alpha r_c)$ ) ordezkatu dugu eta pausoka kalkulu matematikoak egin eta gero, ondorengoa lortzen dugu:

\* **Kontuan izan behar dugu ondorengo baldintza:**  $\alpha(1 + r_c - sr_c) = s$

Politika ekonomikoa eta belaunaldien bizi-mailen artean hautatu beharra

$$c^{*''} + g^{*''} = (1+r_c) \frac{1-s}{1+(1-s)r_c} \left[ \frac{s}{(n+\delta+g)(1+(1-s)r_c)} \right]^{\alpha/1-\alpha}$$

$$1-s = \frac{1+\alpha r_c - \alpha(1+r_c)}{1+\alpha r_c} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha r_c}$$

$$1 + (1-s)r_c = s/\alpha = \frac{\alpha(1+r_c)/1+\alpha r_c}{\alpha} = \frac{1+r_c}{1+\alpha r_c}$$

$$\Rightarrow c^{*''} + g^{*''} = \frac{\frac{(1+r_c)(1-\alpha)}{1+\alpha r_c}}{\frac{1+r_c}{1+\alpha r_c}} \left[ \frac{s}{(\delta+n+g)(s/\alpha)} \right]^{\alpha/1-\alpha} = (1-\alpha) \left( \frac{\alpha}{n+\delta+g} \right)^{\alpha/1-\alpha}$$

Beraz, kasu honetan ere, Urrezko Erregelaren gizabanakoen ongizatea berdina dela ondorioztatuko dugu; hori dela eta, gizabanakoei berdin izango zaie sektore publikoa izan edo ez izan.



#### **4. Ondorioak**

Lan honetan ekonomia baten oreka egonkorra eta Urrezko Erregela aztertu egin dira. Ekonomia baten oreka egonkorra epe luzean aldagai nagusiak (kontsumoa, kapitala eta produkzioa) konstante mantentzen direnean lortzen dugu. Kasu honetan agintari ekonomikoek gizabanakoen ongizatea maximizatzen duen oreka egonkorra lortzeko helburua izango dute. Oreka egonkorra hau Urrezko Erregela izango da.

Nire kasuan sektore publikoa daukan ekonomia eta sektore publikorik gabeko ekonomia aztertu dudanez, azkenean bi egoeratan ongizatea desberdina izango da. Sektore publikorik gabeko ekonomian ongizatea kontsumoak bakarrik determinatzen du; sektore publikoa daukan ekonomian, berriz, ongizatea bi aldagaien menpe egongo da: kontsumoa eta gastu publikoa. Horretarako, ondorengo balorazio irizpidea kontutan hartuko da: gizabanakoek ondasun publiko eta pribatuak berdintzat baloratzen dituztela.

Ereduan sektore publikoa barneratzerakoan suposatzen dut aurrekontua orekatua dagoela, hau da, zergak eta gastu publikoak berdintzat izango dira. Gainera, bi zerga mota aztertu egin ditut, errentaren eta kontsumoaren gaineko zergak, hain zuzen ere.

Bestetik, Solow ereduak esaten duen legez, ekonomia batek oreka egonkorrean Urrezko Erregelaren bano kapital gutxiago izanez gero, belaunaldi guztiei pisu berbera ematen bazaie, politikariek Urrezko Erregela lortzeko aurrezki tasa igo egin behar dute. Hori eginez gero, oraingo belaunaldien kontsumoa txikituko litzateke haien ongizatea okertuz; hala ere, etorkizunera begira egoera hobetuko litzateke eta hurrengo belaunaldien kontsumoa handiagoa izango litzateke.

Aurkako egoera emanez gero, hau da, ekonomia batek oreka egonkorrean Urrezko Erregelaren bano kapital handiago badauka, politikariek aurrezki tasa txikitu egin behar dute. Hori egitean trantsizio osoan belaunaldi guztien kontsumoa handituko litzateke eta beraz, ekonomia momentu oro egoera hobetuz aurkituko litzateke.

Lanaren helbururik nabarmenena, Solow ereduaren kontuan hartuz, sektore publikoa daukan ekonomia eta sektore publikorik gabeko ekonomia arteko konparaketa bideratzea zen. Konparaketa horretatik hainbat ondorio ateratu egin dira:

- Ekonomia oreka egonkorrean dagoenean, bi zergen kasuetan, kapitalak produkzioan duen partaidetza eta zerga tasa balio batzuetarako gizabanakoek sektore publikoa daukan ekonomian bizitzea nahiago izango dute eta aldagai hauen beste balioetarako sektore publikorik gabeko ekonomian bizitzea nahiago izango dute.
- Hala ere, ekonomia Urrezko Erregelaren mailan dagoenean, sektore publikorik gabeko ekonomian eta sektore publikoa daukan ekonomian lorturiko ongizatea berdina izango da bai errentaren gaineko zerga bat ezartzean baita kontsumoaren gaineko zerga dugunean; beraz, gizabanakoentzat indiferente izango da sektore publikoa izan edo ez izan.
- Solow eredu sinplean, hau da, sektore publikorik gabeko ekonomian, Urrezko Erregelaren lorturiko aurrezki tasa kapitalak produkzioan duen partaidetzaren berdina den bitartean, sektore publikoa dagoenean Urrezko Erregelaren aurrezki tasa desberdina izango da. Kasu honetan Urrezko Erregelaren lorturiko aurrezki tasak kapitalak produkzioan duen partaidetzaz gain, ezarpen tasaren menpe ere egongo dira.

Horretaz gain, esan beharra dago bi zergatan lorturiko aurrezki tasak zergarik gabeko ereduaren lorturikoa baino handiagoak izango direla, kapitalak produkzioan duen partaidetza berdina den bakoitzean.

## 5. Bibliografia

- Blanchard,O. (2008). *Macroeconomía*. 4. edizioa. Editoriala: Pearson Educación,S.A., 11.kapitulua: El ahorro, la acumulación de capital y la producción eta 12.kapitulua: El progreso tecnológico y el crecimiento.
- Bosch,A. (2008). *Macroeconomía*. 6.edizioa. Editoriala: Antoni Bosch, S.A. 4.kapitulua: El Crecimiento Económico
- Díaz-Jímenez (1999). *Macroeconomía:Primeros conceptos*. 1.edizioa. Editoriala: Antoni Bosch, S.A. 13.kapitulua: Introducción a la teoría del crecimiento
- Solow, R. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quartely Journal of Economics*, 65-94 orriak