

Estructuras Algebraicas

El cubo de Rubik: ¿somos capaces de resolverlo?



Cuaderno del Estudiante

Leire Legarreta Solaguren





CUADERNO DEL ESTUDIANTE

En este trabajo presentamos cuál va a ser el material que constituye el Cuaderno del Estudiante, que se le irá facilitando al alumno a medida que lo vaya necesitando. Dicho material estará disponible en moodle o en egela y, será accesible a los todos los estudiantes matriculados en la asignatura Estructuras Algebraicas. Concretamente, desde el comienzo del curso estarán disponibles los apartados 1 "Contexto de la asignatura" y 2 "Problema estructurante" de este cuaderno y, respecto del tercer apartado "Secuencia de Actividades", éste estará disponible por semanas, es decir, el correspondiente a la primera semana será accesible desde el segundo día del curso y, respecto de las siguientes semanas, el material correspondiente a una determinada semana aparecerá al finalizar la anterior. También los apartados 4º, relativo al sistema de evaluación y 5º, relativo a los Anexos de este documento serán accesibles desde la primera semana del curso. Se trata ésta de una síntesis del cuaderno del profesor, pero aunque esté relacionado con él es a su vez independiente. Una gran parte de la información que aparece en el cuaderno del profesor, relativa a cómo conseguir los objetivos de aprendizaje, a cómo gestionar la preparación de la asignatura, a cómo entender la filosofía que la docente responsable de la asignatura ha llegado a seguir, no estará presente en el cuaderno del Estudiante, porque se pretende que los alumnos después de analizar las diferentes situaciones presentadas por la docente en las distintas sesiones y, no antes, identifiquen por ellos mismos determinadas informaciones y situaciones. Aún así, en este documento se recopilan los fundamentos y aspectos necesarios, que el estudiante debe disponer en cada momento para trabajar adecuadamente.

Las justificaciones escritas que han sido eliminadas del cuaderno del profesor a la hora de la elaboración de este nuevo cuaderno se suplirán, bien con las explicaciones orales por parte de la profesora en el momento adecuado, o bien con la búsqueda autónoma por parte de los alumnos de la identificación de dichos aspectos y, del desarrollo por parte de éstos de los objetivos de aprendizaje propuestos en las diferentes situaciones y circunstancias.

ÍNDICE:

1. CONTEXTO DE LA ASIGNATURA.....	4
1.1. Datos de la asignatura.....	4
1.2. Competencias del grado que el alumno tiene que adquirir.....	4
1.3. Competencias de módulo propias de la asignatura a analizar.....	5
1.4. Contexto de la asignatura y breve resumen de su contenido.....	6
1.5. Resultados mínimos de aprendizaje.....	6
1.6. Bibliografía del curso.....	7
2. PROBLEMA ESTRUCTURANTE.....	8
2.1. Pregunta general.....	8
2.2. Redacción del problema estructurante.....	8
3. METODOLOGÍA DE TRABAJO A SEGUIR.....	10
3.1. Hilo conductor.....	10
3.2. Metodología	11
4. ACTIVIDADES.....	12
4.1. Descripción de una actividad	12
4.2. Cronograma y secuencia de actividades por semanas.....	14
4.2.1. Cronograma y secuencia de actividades de la 1ª semana.....	16
4.2.2. Cronograma y secuencia de actividades de la 2ª semana.....	31
4.2.3. Cronograma y secuencia de actividades de la 3ª semana.....	41
4.2.4. Cronograma y secuencia de actividades de la 4ª semana.....	51
5. SISTEMA DE EVALUACIÓN.....	61
6. ANEXOS.....	65

1. CONTEXTO DE LA ASIGNATURA

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura: ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS
Titulación: Grado en Matemáticas
Centro: Facultad de Ciencia y Tecnología
Campus: Bizkaia
Curso y cuatrimestre: Primer cuatrimestre del 2º curso
Nº de créditos: 6 créditos ECTS (15 semanas de clases presenciales)
Asignatura obligatoria
Idioma en el que se desarrolla: Euskera

1.2. Competencias del grado que el alumno tiene que adquirir

TRANSVERSALES:

T1: Conocer la finalidad, métodos y utilidad de las distintas áreas de las matemáticas y saber cuáles son sus conceptos básicos y resultados fundamentales.

T3: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de las puramente ocasionales y, saber utilizar el razonamiento matemático en dicho contexto abstracto.

T4: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones en tiempo y en recursos.

T5: Aplicar tanto los conocimientos como la capacidad de análisis y de abstracción, adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones, tanto en contextos académicos como profesionales.

T8: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas



matemáticas.

T9: Desarrollar aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

T10: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en matemáticas.

ESPECIFICAS:

T2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las Matemáticas.

T6: Recabar e interpretar datos, información o resultados relevantes en problemas científicos, tecnológicos o de otros ámbitos que requieran el uso de herramientas matemáticas.

T7: Saber utilizar aplicaciones informáticas y desarrollar programas para experimentar y resolver problemas matemáticos en el entorno computacional adecuado para cada caso.

1.3. Competencias de módulo propias de la asignatura a analizar

Las competencias que describiremos en lo que sigue, son todas ellas específicas y, utilizaremos la abreviatura CM seguido de un número para indicar el número de competencia de módulo al que se refieren. Seguido de su descripción, entre paréntesis, anotaremos también las competencias de grado con las que están relacionadas.

CM01: Entender el concepto abstracto de grupo a partir de los ejemplos vistos en otras asignaturas: grupos de números, grupos de clases de restos, grupos de matrices. (T1, T2, T3, T5, T8, T9, T10)

CM02: Conocer los conceptos básicos de la teoría de grupos (subgrupos, subgrupos normales, cocientes, homomorfismos,...) (T1, T2, T3, T5, T8, T9, T10)

CM03: Saber operar con algunos grupos importantes (cíclicos, productos directos, simétricos,.....) y conocer sus propiedades más generales. (T1, T2, T4, T5, T8, T9)



CM04: Conocer los conceptos básicos de la teoría de anillos y cuerpos (subanillos, ideales, cocientes, homomorfismos, característica, cuerpo cociente,...) (T1, T2, T3, T5, T8, T9, T10)

1.4. Contexto de la asignatura y breve resumen de su contenido

La asignatura va a ser impartida por dos profesores al 50% cada uno. La docente encargada de la primera mitad explica a sus alumnos que ha adquirido el compromiso de implementar una nueva metodología activa, que se explicará a los alumnos desde el primer día de clase y, que se detalla en lo que sigue, en este documento. Esta nueva metodología se llevará a cabo durante las 4 primeras semanas del cuatrimestre, que equivalen a 16 sesiones.

Breve resumen del contenido de la asignatura (1ª parte: la que está vinculada a mi encargo docente.)

1. **Operaciones y principales estructuras algebraicas:** operaciones y sus propiedades. Grupos, anillos y cuerpos. Ejemplos.
2. **Subgrupos y el Teorema de Lagrange:** Subgrupos. Subgrupo generado por un subconjunto. Coclasas y el Teorema de Lagrange.
3. **Grupos cíclicos:** Orden de un elemento. Grupos cíclicos. Generadores de un grupo cíclico. Los subgrupos de un grupo cíclico.
4. **Grupos simétricos:** Descomposición de una permutación como producto de ciclos disjuntos. Aplicaciones de la descomposición en producto de ciclos disjuntos.

1.5. Resultados mínimos de aprendizaje

- RA1: Manejar eficazmente los conceptos básicos de la teoría de grupos, como pueden ser propiedades de las operaciones internas, concepto de subgrupos, subgrupos normales, etc.
- RA2: Conocer las propiedades más importantes de los grupos; si son o no hereditarias, orden de los elementos de un grupo, conjugación, conmutatividad de grupos, grupos cocientes, etc.
- RA3: Manejar algunos de los grupos más conocidos en la literatura matemática, tales como grupos cíclicos, grupos simétricos, diédricos, etc.
- RA4: Comenzar a distinguir distintos tipos de grupos, en base a sus características estructurales.



- RA5: Empezar a utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en matemáticas.
- RA6: Iniciarse en la familiarización de algunas aplicaciones informáticas en el entorno computacional apropiado para cada caso y, comenzar a desarrollar e implementar programas informáticos sencillos para experimentar, resolver y hacer comprobaciones de resultados obtenidos en problemas matemáticos.
- RA7: Empezar a familiarizarse a trabajar en grupo con alto grado de cooperación.
- RA8: Iniciarse en la transmisión oral de información e ideas de forma coherente y organizada.
- RA9: Comenzar a familiarizarse con la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, lo cual conlleva además la entrega de trabajos completos y finalizados a tiempo.

1.6. Bibliografía del curso

- J.D.Dixon, Problems in Group Theory, Dover, 2007.
- J.F.Humphreys, A Course in Group Theory, Oxford University Press, 1996.
- I.M.Isaacs, Algebra: a Graduate Course, Brooks-Cole Publishing Company, 1994.
- G. Navarro, Un curso de álgebra, Universidad de Valencia, 2002.
- J.S. Rose, A Course on Group Theory, Dover, 1994.
- A.Vera López, F.J.Vera López, Aljebrarako sarrera, I, Ellacuría, 1991.
- A.Vera López, J.Vera López, Problemas de álgebra, I: teorías de grupos y de cuerpos, AVL, 1996.

Plataforma moodle: Servicio moodle de la UPV/EHU para el curso académico 2014/2015 {moodle5.ehu.es}.

Plataforma egela: Servicio egela de la UPV/EHU para el curso académico 2014/2015 {egela.ehu.es}

Direcciones interesantes en Internet:

- {groupprops.subwiki.org}
- {en.wikipedia.org/wiki/Group_theory}
- {www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Indexes/Algebra.html}



2. PROBLEMA ESTRUCTURANTE

2.1. Pregunta general

¿Somos capaces de resolver puzzles diversos utilizando solamente lógica matemática y, sin ser demasiado hábiles en las estrategias?

2.2. Redacción del problema estructurante

A la edad de 15 años me regalaron un juguete mecánico, conocido en aquella época y también hoy en día como el Cubo de Rubik. Cada vez que intentaba resolverlo pensaba que aquella era una tarea imposible; pocas veces fui capaz de resolverlo o quizás ninguna; no lo recuerdo. ¡Vaya decepción!, ya que cuando me lo enseñaron por primera vez creía que se podría resolver fácilmente como algún otro rompecabezas o puzzle que ya tenía. En principio parecían tener similitudes. Pero no fue así. Al menos no fui capaz de encontrarlas. Muchas veces tuve que recurrir a mis hermanos mayores y a mis amigos para ver cómo lo manejaban ellos, e incluso teníamos discusiones sobre la manera de proceder de cada uno. Observando a los mayores y no tan mayores y, repitiendo lo que ellos hacían, a veces avanzaba, es decir, a veces conseguía tener un mayor número de caras de un mismo color. Colocar un mismo color en todas y cada una de las caras del cubo, simplemente haciendo movimientos con sus secciones, me parecía increíble. Desesperado, muchas veces pensé que el azar me estaba jugando una mala pasada o simplemente resignado, que había gente con más suerte que yo. Reconozco que también nos eran bastante útiles las anotaciones que de vez en cuando, hacíamos en nuestros cuadernos de notas, sobre las secuencias de colores que iban apareciendo en los distintos lugares y el número de veces de cada situación, así como el ponernos a analizar ciertas repeticiones y, el seguir a detalle la trayectoria y el comportamiento de un sub-cubo concreto.

¿Pero era aquello realmente una cuestión de estrategia o, en el fondo había algo más escondido? ¿Teníamos que conocer algo más sobre los movimientos de las secciones de los sub-cubos que formaban cada una de las caras del cubo o sobre la estructura de las caras simétricas que tiene este sólido platónico o, sobre las relaciones y posiciones de sus elementos?



Muchos de nosotros nos interesamos por saber quien había diseñado este juguete, y descubrimos que quien lo patentó a mediados de los años 70 había sido un profesor de diseño de interiores, que lejos de haber estudiado matemáticas, se había interesado por la arquitectura. Pero también es evidente la estrecha relación que existe entre las formas geométricas matemáticas y, muchas de las formas naturales y figuras con las que nos encontramos en nuestra vida cotidiana, muchas de las cuales somos capaces de dibujar, reproducir y construir. Luego, no parece muy descabellado pensar, tratar de entender y analizar la bien conocida leyenda que asegura que detrás de este artificio del Cubo de Rubik hay mucha, mucha matemática.

Nos anuncian que hay un estudiante de 4º curso de Matemáticas en nuestra Facultad que es un experto en resolver el Cubo de Rubik, hasta incluso con los ojos vendados y, que ha sido llamado en numerosas ocasiones a participar en programas de televisión de cadenas nacionales del estilo de “¡Qué apostamos!”. Así nos surge la inquietud de entablar una conversación con él, de entrevistarlo y, por qué no, de hablar también con otros estudiantes del Grado de Matemáticas para saber qué nos pueden aportar éstos, sobre la conexión entre el Cubo de Rubik y la matemática pura. Es así como los estudiantes podemos empezar nuestra andadura para tratar de entender dicha conexión, analizando a su vez la recopilación de toda la información de la que nos hemos servido en el proceso de búsqueda y estudio. Esperamos, obviamente, que la docente nos guíe en nuestro camino, pero también sabemos que el trabajo deberá ser más bien autónomo y propio. Ahí vamos. Ánimo. Tratemos de dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cuánto de verdad hay en la leyenda de que detrás del Cubo de Rubik hay mucha, mucha matemática? y ¿cómo nos vamos a plantear este reto?

Comentarios a la pregunta del problema estructurante: Con el estudio y el análisis de este problema estructurante, trataremos de desarrollar las bases de la teoría de grupos y, crearemos algunos modelos teóricos de grupos del cubo de Rubik, como pueden ser los puzzles. Advertir sin embargo, que nuestro objetivo no es dar una solución al cubo de Rubik, sino que valiéndonos de él, poder llegar a entender nociones básicas de grupos, de simetrías u otros que se detallarán a posteriori. Aún así, en la penúltima actividad (Act 27) de este proceso, os



pediremos elaboréis un informe que detalle dicha conexión. Concretamente lo que se pide en dicha tarea es,

- Contestar a la siguiente pregunta ¿cuánto de verdad hay en la leyenda, de que detrás del cubo de Rubik hay mucha matemática? Para ello tendréis que elaborar por grupos un informe que estudie y analice todos los aspectos matemáticos desarrollados y tratados durante las cuatro primeras semanas del curso y, que a vuestro entender sean realmente válidos para dar una respuesta intuitiva a cómo intentar resolver el cubo de Rubik. Además en el informe deberéis de detallar qué aspectos tratados son fundamentales para conocer el comportamiento de los movimientos del cubo, de sus equivalencias, de sus composiciones y, deberéis de especificar el grado de comprensión que creéis haber alcanzado de cada uno de ellos. Todas las argumentaciones dadas deberán de justificarse, bien con ejemplos o con resultados conocidos. Además deberéis de especificar, cuáles han sido para vosotros las mayores carencias y dificultades con las que os habéis encontrado, a la hora de identificar lo que se estudiaba en las sesiones de clase y, las dificultades de la posible aplicación que ello pudiera tener en la resolución del problema origen.
- El cómo desarrollar por completo esta actividad se detallará más adelante, pero ya se avisa de antemano que a ella debe acompañarle una recopilación de resultados de lo que alumnos de cursos más avanzados del Grado de Matemáticas os han aportado sobre el comportamiento del cubo de Rubik. Cada miembro de cada grupo individualmente tendrá que entrevistar por separado o al menos preguntar a 3 alumnos diferentes, en el transcurso de las primeras cuatro semanas de clase, el cómo os pueden ayudar a contestar la pregunta planteada para la actividad 27. Todas las respuestas recogidas por cada miembro se debatirán a la hora de la realización completa de la actividad. Se os deja total libertad para que vosotros penséis en el cuestionario que presentaréis a cada entrevistado y, en la manera que tendréis cada uno de vosotros de localizar tres estudiantes para la labor de búsqueda de información, tanto en cuanto a la forma de dirigiros a ellos, cómo en el lugar y en el tiempo que dedicaréis para dicho cumplimiento.

3. METODOLOGIA DE TRABAJO A SEGUIR

3.1. Hilo conductor

Empezamos pensando en el artificio del cubo de Rubik como un coche por el cual queremos decidirnos. Nosotros no necesitamos solamente disponer de las herramientas de ese coche, sino que necesitamos además saber cómo utilizarlas. Como uno de los objetivos primordiales de nuestra tarea es discutir las matemáticas que hay en el cubo de Rubik y en otros juegos, comenzamos con algunos fundamentos. El primer propósito básico es recordar notación conjuntista elemental, nociones elementales de lógica matemática y teoría de aplicaciones. De



esta manera repasaremos símbolos matemáticos, cuantificadores, conectores, relaciones, conjuntos, aplicaciones, etc. Para ello, desde la primera sesión del curso pediremos a los alumnos que busquen un cubo de Rubik, en buenas condiciones, para que puedan palparlo y manejarlo y, que estudien su estructura, su colorido, su flexibilidad y todos aquellos aspectos para ellos relevantes. Este artificio va a servirnos de hilo conductor en la obtención de nuevos resultados, como iremos desglosando poco a poco a lo largo de la justificación de este documento.

3.2. Metodología

La docente expondrá en clase el método de aprendizaje que se va a seguir en la primera parte del curso, concretando el periodo.

Precisará los tiempos de trabajo. El curso con esta metodología activa será desde la primera semana, concretamente desde la primera sesión, hasta la cuarta semana; un total de 16 clases presenciales, de 50 minutos cada una de ellas. El tiempo total de trabajo individual o en grupo que tendrá que realizar cada alumno será como máximo de $16 \times 1.5 = 24$ horas, a ejecutarse paralelamente a la vez que transcurren esas primeras cuatro semanas. Es conveniente hacer notar que los lunes se da una sesión de 50' de 14:00 a 14:50 h, los miércoles una sesión doble de 100' de 16:00 a 18:00 h con un descanso de 20' entre medio y, los jueves una sesión de 50' de 15:00 a 15:50 h.

La profesora detallará las 6 horas de tutoría en la que los alumnos podrán encontrarla en su despacho, así como la ubicación del despacho: miércoles de 11:00 a 14:00 y viernes de 10:00 a 13:00. E informará que si algún alumno no pudiera asistir a estas horas de tutoría, podría previo aviso, concretar otra cita con ella, siempre de acuerdo mutuo y dependiendo de la disponibilidad de ambas partes.

Básicamente la metodología del curso consiste en trabajar tanto en clase como fuera de las horas de clases en grupos de 3 personas, analizando situaciones presentadas, resolviendo problemas y ejercicios planteados o, preparando temas para posteriores exposiciones. Todas las actividades serán guiadas por la docente, pero nunca resueltas completamente por ésta, sino que serán los propios alumnos quienes ayudados por los recursos facilitados o por otros materiales, buscarán la vía para su completa comprensión y resolución y, el medio para tratar de identificar los objetivos de aprendizaje que se pretenden alcanzar con cada actividad.

Para ello, es fundamental tener claro cómo se van a organizar y, cómo van a funcionar los grupos en las diferentes sesiones.



Antes de la primera sesión, la docente encargada del curso habrá colgado en moodle o en egela un mensaje de bienvenida e invitado a todos los alumnos a que con anterioridad a la primera sesión hayan leído atentamente los dos siguientes anexos (actividad que informa y documenta sobre la buena organización y el funcionamiento de grupos; a realizar en 20’):

Anexo 1: Formación de equipos de trabajo colaborativo

Anexo 2: Componentes del aprendizaje cooperativo

Todos los trabajos en grupo se recogerán en el portafolio del grupo a entregar a la profesora, para así poder almacenar y evaluar los distintos dossiers de las actividades de éste, adjuntando su evaluación correspondiente. Además de los anexos correspondientes a calificaciones (Anexos 7 y 8), por cada trabajo que quede recogido en el portafolio será necesario adjuntar los Anexos números 4, 5 y 6, que corresponden a la evaluación del trabajo en grupo, al acta de reunión llevado a cabo para la elaboración del trabajo y a la valoración del trabajo del propio grupo. Es también aconsejable que, en cada tarea se haga constar la diferencia que ha existido entre el tiempo estimado por la docente para su elaboración y el real empleado por los alumnos (Anexo 9). Por otra parte, cada portafolio del grupo tendrá cabida también para los trabajos individuales realizados por cada uno de sus miembros, a los cuales se les podrá adjuntar los anexos de autoevaluación (Anexos 12 y 13).

El trabajo realizado en grupo, en caso de que así se exija, lo expondrá uno de sus miembros, elegido por el propio grupo o bien a criterio de la docente, sin repetición. Este responderá a las preguntas que se le planteen, tanto por parte de la docente como por el resto de sus compañeros y, el elegido para dicha exposición se responsabilizará de la calificación obtenida por todo el grupo.

4. ACTIVIDADES

4.1. Descripción de una actividad

Introducimos notación referente a características de una actividad o tarea, que se presenta en la siguiente tabla (**TABLA 1**)

TABLA 1

ACTIVIDAD N°		
Presencial / No presencial		Tiempo estimado de realización del alumno
Individual / En grupo		
Tipo de Actividad	C1	Pre-test de conocimientos que indica el punto de partida de los estudiantes
	C2	Presentación del escenario del problema y análisis por parte de los grupos de estudiantes; estudio de un tema y su respectivo análisis
	C3	Definir objetivos de aprendizaje en el grupo
	C4	Puesta en común de todos los grupos (discusión, posters,...) ; puesta en común entre los miembros del grupo
	C5	Decidir el plan de trabajo del grupo
	C6	Búsqueda de información y fuentes
	C7	Aplicación de lo aprendido por el grupo de estudiantes al problema, y análisis de los resultados obtenidos
	C8	Aplicación de lo aprendido a nuevos problemas o contextos
	C9	Breve exposición de un tema o de un ejercicio por parte de un grupo o de un alumno al resto de la clase
	C10	Breve exposición de la docente
	C11	Actividades para la organización y buen funcionamiento de los grupos
	C12	Cuestionarios de autoevaluación o de evaluación de



		otros
	C13	Realización de un informe
	C14	Elaboración de un portafolio
	C15	Examen individual
Resultados y/u objetivos de aprendizaje		
Resumen de la actividad que el estudiante tiene que desarrollar		
Seguimiento y evaluación de la actividad		
Comentarios de la actividad		

4.2. Cronograma y secuencia de actividades por semanas

En esta sección enumeramos y describiremos las 28 actividades distribuidas por semanas (que identificaremos como ACT: Actividad), más unas actividades (que identificaremos como AI: Actividad inicial), más otras tantas, que las catalogaremos como actividades adicionales o previas, que se irán presentando en las distintas sesiones. La manera de proceder en esta labor será la siguiente:

- Por cada una de ellas, se presentará en general, la pregunta o la redacción de un texto que introduce la actividad, cuando ésta lo requiera y, la tabla que describe sus características.
- En cada una de las citadas tablas aparecerá también el número de la sesión (S) en la que se presentará o desarrollará la actividad.
- En el caso de las tareas adicionales, la información que se dará de cada una de ellas será breve y, se indicará la posible temporización para realizarlas.
- Excepcionalmente en algunas actividades (por el interés especial que estas puedan requerir) se indicará a su vez los objetivos o resultados de aprendizaje que el alumno ha tenido que identificar en su elaboración, los cuales a posteriori, deberán de comprobarse si coinciden o no, y en qué grado con los previstos por la docente.
- Cuando sea imprescindible o necesario se indicarán también los recursos que se han necesitado para la ejecución de cada tarea y, los comentarios que



podieran exigir.

- Todas estas actividades tienen asignada una modalidad de evaluación que la docente tiene predefinida de antemano.

Para poder entender más fácilmente el cronograma de las actividades de cada semana, introducimos la siguiente notación: **ACT**: Actividad, **AI**: Actividad inicial, **P**: Presencial, **NP**: No presencial, **Gr**: Grupal, **Ind**: individual y **S**: Sesión.

4.2.1. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES DE LA 1ª SEMANA (S1-S2-S3-S4)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Presenci-al (P)/No presenci-al (NP)	Tiempo	Grupal (Gr) o individual (Ind)	Tipo de Actividad
Previa a 1ª Sesión: Estudio Anexos 1-2	NP	20'	Ind	C11: organización y funcionamiento de grupos
AI1 (antes de la 2ª sesión)	P(Presen- tación, Brainstor- ming)	20'=10'+ 10'	Gr	C11: organización y funcionamiento de grupos
AI2 (para la 3ª S)	NP	30'	Ind	C6: búsqueda de información
AI3(1º acuerdo antes de la 2ª sesión y, definitivo antes de la 4ª sesión)	NP (Brainstor- ming)	15'	Gr	C11: organización y funcionamiento de grupos
ACT1-S1	P	20'	Toda la clase	C4: puesta en común
ACT2- S2	P	25'	Gr+Toda la clase	C1,C2,C4: pre-test de conocimientos, estudio de un tema y puesta en común
ACT3- S2	P	20'	Gr+Toda la clase	C3, C4: identificación de objetivos de aprendizaje y puesta en común
ACT4- S3	P	20'	Gr	C5, C13, C14: decidir plan de trabajo y redactar un informe que se guardará



ACT5- S3	P	30'	Gr	C5, C7: decidir plan de trabajo y aplicación de lo aprendido a un problema. C12 y C14: evaluación de trabajo que se guardará
AI4-S3 (observar)	NP	10'	Ind	C1: pre-test de conocimientos
Tarea adicional para la 4ª S	NP	20'	Ind	C2: análisis de conceptos
Tarea adicional para la 5ª S	NP	1h	Ind	C7: aplicación y análisis de resultados obtenidos
ACT6- S4	P	5'	Con un compañero	C2: análisis de conceptos
ACT7-S4 (finalizarla antes de la 5ªS)	P(breve) /NP (el resto)	20' (P) / 1 h y 30' (NP)	Gr	C5, C7: decisión de plan de trabajo y aplicación de lo aprendido. C9, C13 y C14: breve exposición de ejercicios por un alumno al resto del equipo y, redacción de un informe

SECUENCIA DE ACTIVIDADES DE LA 1ª SEMANA (S1-S2-S3-S4)

Previa a la 1ª Sesión: Lectura de los Anexos 1 y 2, que serán colgados en moodle o en egela.

Características: Tipo de Actividad: C11; Tiempo estimado no presencial: 20'



ACT 1: Debate sobre dudas surgidas de las exposiciones previas

ACT 1-S1	
Presencial	Tiempo: 20'
Debate entre todos los miembros de la clase sobre exposiciones previas	
Tipo de actividad: Debate sobre dudas surgidas. C4	
Objetivo de aprendizaje: iniciarse en la expresión de las exposiciones orales, RA8	
Evaluación de la tarea: se consideran positivamente las intervenciones coherentes de los alumnos, que serán juzgadas y evaluadas por la docente y, las cuales constituyen un 5% de la nota correspondiente a intervenciones orales a título personal.	

Vosotros (los alumnos) tendréis que realizar fundamentalmente dos tareas, que vamos a denotar por Actividad inicial 1 (AI1) y Actividad inicial 2 (AI2). La Actividad inicial 1 consiste en que para la segunda sesión, por ejemplo, reuniéndoos en el rato del descanso de ese primer día, concretamente de 16:50 a 17:10, o bien cuando vosotros queráis, de una manera distendida os reunáis para presentaros, intercambiar datos personales, tales como números de teléfonos y, contrastéis agendas y, localicéis franjas horarias para futuras reuniones de posibles candidatos a grupo. Una vez que los grupos están más o menos definidos, se os sugiere realicéis a la vez una tarea de brainstorming, de unos 10', en la que busquéis aspectos que pueden hacer que el grupo no funcione bien (tipo de actividad C11). Más adelante, cuando los grupos estén definitivamente constituidos, se repetirá esta misma tarea de brainstorming en cada grupo, en unos 15', que se recogerá como Actividad inicial 3 (AI3) y, a la vista de las cosas que creáis pueden ir mal, se le pedirá a cada grupo que fuera de las horas de clase acuerde unas normas de funcionamiento. Dichas normas deberán de ser firmadas por todos los miembros del grupo y entregado un primer borrador de ellas a la profesora antes de la segunda sesión, para a partir de esta sesión poder empezar a



trabajar en grupos más o menos consolidados. La formalización de dicho cumplimiento conlleva el rellenar el Anexo 3 que se encuentra disponible en moodle o en egea.

Por otra parte, respecto a la Actividad inicial 2 (AI2), como aún no están los grupos definitivos de trabajo determinados, se os pide que en grupos de dos personas, cada alumno con quien tiene a su lado, haga una pequeña identificación y reflexión de objetivos de aprendizaje relacionados con conceptos básicos de la Teoría de conjuntos y de la Lógica proposicional que ya conocéis y, que a posteriori busquéis información (actividad tipo C6) sobre dichos conceptos, habiéndoos entre vosotros repartido con anterioridad la búsqueda de estos conceptos, en función de los objetivos descritos. A la vez que elaboréis esta actividad, se os pide también que tratéis de localizar un Cubo de Rubik en buenas condiciones. El tiempo no presencial estimado para la elaboración de esta nueva tarea con anterioridad a la tercera sesión es de 30' y, el resultado de dicho trabajo se utilizará, en la segunda hora de la sesión del próximo miércoles.

ACT 2: ¿Cuáles son los conocimientos relacionados con el escenario del problema estructurante presentado anteriormente que ya conoces y, cuáles los que crees que deberías de estudiar para entender mejor dicho escenario?

Fíjate en las palabras subrayadas en el texto del problema estructurante.

ACT 2- S2	
Presencial	Tiempo presencial 25'
Primeramente en los grupos de 3 ya formados y, después en conjunto como clase	
Tipo de actividad: Reflexión grupal sobre conocimientos relacionados: pre-test y estudio de un tema: C1, C2. Puesta en común: C4.	
Objetivos de aprendizaje: iniciarse en la expresión de las exposiciones orales, RA8	
Evaluación de la tarea: se consideran positivamente las intervenciones coherentes de los alumnos, que serán juzgadas y evaluadas por la docente y, las cuales constituyen un 5% de la nota correspondiente a intervenciones orales a título personal.	



ACT 3: ¿Cuáles son desde tu punto de vista los objetivos de aprendizaje que se recogen en el escenario del problema estructurante?

ACT 3- S2	
Presencial	Tiempo presencial 20'
Primeramente en los grupos de 3 ya formados y, después en conjunto como clase	
Tipo de actividad: Identificación de objetivos de aprendizaje C3 y puesta en común C4	
Objetivos de aprendizaje: iniciarse en la expresión de las exposiciones orales, RA8	
Evaluación de la tarea: se consideran positivamente las intervenciones coherentes de los alumnos, que serán juzgadas y evaluadas por la docente y, las cuales constituyen un 5% de la nota correspondiente a intervenciones orales a título personal.	

Comentarios de la actividad ACT 3:

Cada grupo deberá completar otra cartulina con los objetivos de aprendizaje identificados, los cuales deberán estar relacionados en cierta medida con los objetivos de la asignatura, es decir, con las competencias y los resultados de aprendizaje que se quieren trabajar.

Después de hacer una puesta en común, la profesora elegirá al azar un representante de clase para que recoja y escriba las ideas más destacadas en una cartulina única, que posteriormente será colgada en el aula para el resto del curso.

ACT 4: Elaborar por grupos un informe de los aspectos más importantes del lenguaje y formalismo matemático.



ACT 4- S3	
Presencial	Tiempo estimado de realización para el alumno: 20'
En los grupos de 3 ya establecidos	
Tipo de actividad: Decidir plan de trabajo y redactar un informe que se guardará. C5, C13 y C14	
Resultados de aprendizaje: comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada RA9	
Evaluación de la tarea: dicho informe será recogido en el portafolio del grupo que será entregado a la docente y, corregido por ésta siguiendo los criterios de evaluación sobre informes escritos fijados de antemano, que ya fueron presentados el primer día de clase y, que han sido publicados y colgados en moodle o egela en el Anexo 10.	

ACT 5: Analiza un texto y resuelve cuatro ejercicios de la forma más simple posible.

ACT 5-S3	
Presencial	Tiempo estimado de realización para el alumno: 30'
En los mismos grupos de 3 que hasta ahora	
Tipo de actividad: Decidir plan de trabajo y aplicación de lo aprendido a un problema. C5, C7. Evaluación de trabajo que se guardará. C12 y C14.	
Resultados de aprendizaje: Manejar conceptos básicos de teoría de grupos, RA1 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.	
Resumen de la actividad que el estudiante tiene que desarrollar: enunciar una evidencia matemática y resolver cuatro ejercicios sencillos que exigen al alumno tener conocimientos previos sobre la materia. Queremos que visualicéis los	



ejercicios, los entendáis y, por último los resolváis. El debate sobre la resolución de los mismos se hará internamente en cada grupo. Todos los ejercicios realizados se recogerán en el portafolio del grupo con su posterior correspondiente evaluación, la cual se entregará a la docente al finalizar el proceso. Para la correcta evaluación de los ejercicios, una vez entregados todos los trabajos y hacia la última parte de la hora de clase, la profesora pasará una plantilla con todas las soluciones, para que cada grupo pueda calificar correctamente el trabajo realizado por otros dos grupos y, que le servirá también al propio grupo para que en los próximos días entreguen si lo desean, la autoevaluación respecto de los ejercicios correspondientes a esta actividad 5, siguiendo el Anexo 12.

Evaluación de la tarea: evaluación entre compañeros tipo 1 (Anexo 7)

Lee atentamente la siguiente evidencia

Observamos que el cubo de Rubik tiene 6 caras principales y $9 \times 6 = 54$ caras más pequeñas visibles, ya que cada cara principal se fracciona en otras 9 caras más pequeñas visibles. Denotamos por S el conjunto de las 54 caras (facets) visibles del cubo de Rubik, por S_C el conjunto de todas las caras visibles que correspondan a algún sub-cubo esquina, por S_E el conjunto de todas las caras visibles que correspondan a algún sub-cubo borde, y por S_Z el conjunto formado por todas las caras visibles que correspondan a algún sub-cubo central. Es obvia la partición $S = S_C \cup S_E \cup S_Z$.

Enuncia otra evidencia matemática análoga en términos de particiones, lo más real y cercana posible a vuestra vida cotidiana.

Ejercicio 1: El cubo de Rubik está subdividido en 27 cubos más pequeños a los que llamamos sub-cubos. Solamente 26 de esos sub-cubos están visibles ya que el centro del cubo de Rubik está totalmente rodeado. Consideramos la declaración "cada uno de los 26 sub-cubos visibles del cubo de Rubik puede moverse a cualquier otro sub-cubo visible utilizando algún movimiento del cubo". Esta declaración es falsa ya que un sub-cubo que está en un borde (al cual llamaremos a partir de ahora, *sub-cubo borde*) no puede moverse a un sub-cubo que está en una esquina (al cual llamaremos a partir de ahora, *sub-cubo esquina*). Sin embargo, la declaración "todos los sub-cubos borde (visibles) pueden moverse a otro sub-cubo del mismo tipo" es verdadera. Se pide,



1-Expresar estas dos declaraciones anteriores de manera simbólica.

2-Definir el concepto de *sub-cubo central* y, analizar alguna declaración verdadera o falsa en el que esté involucrado este nuevo concepto.

Ejercicio 2: Supongamos que tenemos un cubo de Rubik posado en la mesa, delante de nosotros y, que queremos describir simbólicamente sus diferentes movimientos, los cuales de ahora en adelante, denotaremos por $\{U, D, L, R, F, B\}$. En primer lugar observamos sus descripciones y el efecto que cada uno de ellos tiene sobre el resto de las caras del cubo.

- U denota el movimiento del cubo de Rubik cuando se gira la cara ascendente del cubo un cuarto en el sentido de las agujas del reloj (si se mira este movimiento desde arriba).
- D denota el movimiento del cubo cuando se gira un cuarto la cara inferior del cubo en el sentido de las agujas del reloj (si se mira este movimiento por debajo).
- L denota el girar un cuarto en el sentido de las agujas del reloj la cara izquierda.
- R denota el girar un cuarto en el sentido de las agujas del reloj la cara derecha.
- F denota el girar un cuarto en el sentido de las agujas del reloj la cara de delante.
- B denota el girar un cuarto en el sentido de las agujas del reloj la cara de atrás.

¿Hay más tipos de movimientos? Razona tu respuesta.

Ejercicio 3: Sea C un cubo situado en el espacio vectorial de dimensión 3, R^3 , que tiene como vértices los puntos $O=(0,0,0)$, $P_1=(1,0,0)$, $P_2=(0,1,0)$, $P_3=(0,0,1)$, $P_4=(1,1,0)$, $P_5=(1,0,1)$, $P_6=(0,1,1)$, $P_7=(1,1,1)$. (Estos vértices pueden ser denotados también por las expresiones: dbl, dfl, dbr, ubl, dfr, ufl, ubr, ufr, respectivamente; expresiones que serán muy útiles en posteriores referencias a este ejercicio.) Sean $C_0=\{O, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7\}$ el conjunto de los ocho vértices de C, $C_1=\{uf, ur, ub, ul, fr, br, bl, fl, df, dr, db, dl\}$ el conjunto de los 12 bordes de C y $C_2=\{F, B, U, D, L, R\}$ el conjunto de las 6 caras del cubo. Sea r la rotación de un punto (x,y,z) mediante un giro de 180° sobre la recta que pasa por los puntos $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ y $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$.

- Utilizando la terminología anglosajona: Front F, Back B, Up U, Down D, Left L y Right R, entender por qué se expresan los elementos de C_1 de la manera descrita en el enunciado y, tratar de comprender el segundo tipo de notación de los vértices del cubo, observando la procedencia de los términos.
- Observar que $r: R^3 \rightarrow R^3$ es una función que envía el cubo C en sí mismo.
- La función r induce las tres siguientes funciones: $f_0: C_0 \rightarrow C_0$, $f_1: C_1 \rightarrow C_1$ y $f_2: C_2 \rightarrow C_2$, donde cada una de las funciones f_i para $i=0,1,2$, envía cada elemento x de C_i a su



imagen mediante $r(x)$, utilizando la rotación r . Probar que cada aplicación f_i es biyectiva.

- Completar las siguientes tablas expresando los dominios y los conjuntos imágenes de las aplicaciones o funciones f_0 , f_1 y f_2 , como siguen:

$v(\text{vértice})$	$f_0(v)$
$P_1(\text{dfl})$	$P_2(\text{dbr})$
.....

$e(\text{borde})$	$f_1(e)$
fl	br
.....

$f(\text{cara})$	$f_2(f)$
F	B
.....

Ejercicio 4: Sea C un conjunto de 6 colores distintos. Fijamos un cubo en el espacio. Llamaremos *coloreamiento* del cubo a una elección de exactamente un color por cada cara del cubo. Sea S el conjunto de todos los coloreamientos posibles del cubo. Diremos que los elementos x, y de S son equivalentes si y sólo si, x e y coinciden después de una adecuada rotación del cubo.

- Demostrar que esta relación es una relación de equivalencia.
- Describir y contar el número de clases de equivalencia en S .



En lo que sigue, os recomiendo observéis y analicéis una sucesión de imágenes “Simetrías en las manos” que se encuentran disponibles en moodle o en egela, para que reflexionéis individualmente sobre simetrías en la vida real.

(Se trata ésta de una actividad complementaria no presencial de interés, a realizar cuando lo estiméis oportuno.)

Actividad inicial 4 (AI4): Mira y observa el efecto de las simetrías del anexo 14 relativo a “Simetrías en las manos”

Se os recomienda que individualmente para la quinta sesión realicéis un análisis más exhaustivo de los conceptos que se han tratado a lo largo de la actividad ACT 5. Este proceso de profundización y recordatorio de los mismos se debe de realizar de manera individual y no presencial (tipo de actividad C7). Os sugiero como plazo apropiado para su ejecución, de este miércoles al lunes de la semana siguiente y, el tiempo medio estimado de estudio será de aproximadamente una hora.

Os recuerdo que en moodle o en egela disponéis de un documento sobre conceptos básicos relacionados con permutaciones, cuya lectura os recomiendo antes de la cuarta sesión (tiempo no presencial 20'). A su vez, os pido también que maduréis antes de la próxima sesión las reflexiones oportunas relativas a las siguientes cuestiones: **¿Cómo vamos? y, lo más interesante, ¿cómo debemos de continuar a partir de ahora?**

ACT 6: Lee atentamente las dos siguientes evidencias naturales y analízalas.



Supongamos que tenemos que barajar 40 cartas. La equivalencia matemática de barajar las cartas induce una permutación. Si B denota el conjunto de todas las cartas, podemos etiquetarlas con los elementos del conjunto $Z_{40} = \{1, 2, \dots, 40\}$ y, así trabajar con una permutación en Z_{40} y, en general con Z_n .

El cubo de Rubik tiene 54 facets. Si las etiquetamos en la forma $1, 2, \dots, 54$, entonces cualquier movimiento del cubo de Rubik corresponde a una permutación en Z_{54} .

ACT 6-S4	
Presencial	A realizar de una manera breve en la primera parte de la sesión (5')
Con el compañero situado cerca de cada uno	
Tipo de actividad: Análisis de conceptos. C2	

ACT 7: Analiza y resuelve cuatro ejercicios.

ACT 7-S4	
Presencial (en los últimos 20' de la sesión cuarta) y no presencial el resto. A finalizarla antes de la 5ª sesión.	Tiempo presencial grupal inicial de 20' y, no presencial estimado de realización para cada alumno de 1 h y 30', repartido este tiempo no presencial en exigencia individual de 20' y en exigencia grupal de 1 h y 10'.
En los grupos de 3 ya establecidos	
Tipo de actividad: Decisión de plan de trabajo y aplicación de lo aprendido. C5, C7.	



Breve exposición de ejercicios por un alumno al resto de los miembros de su grupo y, redacción de un informe que se guardará. C9, C13 y C14

Resultados de aprendizaje: Manejo básico de conceptos sencillos de teoría de grupos, RA1. Iniciarse en la expresión de las exposiciones orales, RA8 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Resumen de la actividad que el estudiante tiene que desarrollar:

Se trata de analizar y resolver por grupos cuatro ejercicios. Con anterioridad a que cada grupo se reúna, cada alumno individualmente deberá de llevar pensado y estudiado al día del encuentro, para su resolución completa, o bien los ejercicios 1 y 2, o el ejercicio 3 o el 4, que a posteriori se debatirán entre todos. Estos ejercicios exigen a los alumnos empezar a manipular conceptos básicos relacionados con permutaciones. Posteriormente, la resolución de cada uno de estos ejercicios la presentará un miembro de alguno de los grupos seleccionados por la docente. Esta mencionada labor se desarrollará al comienzo de la siguiente sesión.

Evaluación de la actividad: Todos los grupos serán evaluados por la profesora en función de los ejercicios entregados, siguiendo los criterios establecidos y, serán devueltos por la docente el lunes de la siguiente semana. Además, los grupos que expongan en la pizarra algún ejercicio en la próxima sesión, serán también evaluados por sus compañeros acorde a las presentaciones que hagan sus representantes (evaluación entre compañeros tipo 2. Anexo 8).

Los cuatro ejercicios que corresponden a la Actividad ACT 7 son:

Ejercicio 1:

Razona cuál es la descomposición cíclica disjunta de la permutación $(2,3,7)(3,7,10)$. ¿Corresponde a $(2,3)(7,10)$ o $(2,7)(3,10)$?

**Ejercicio 2:**

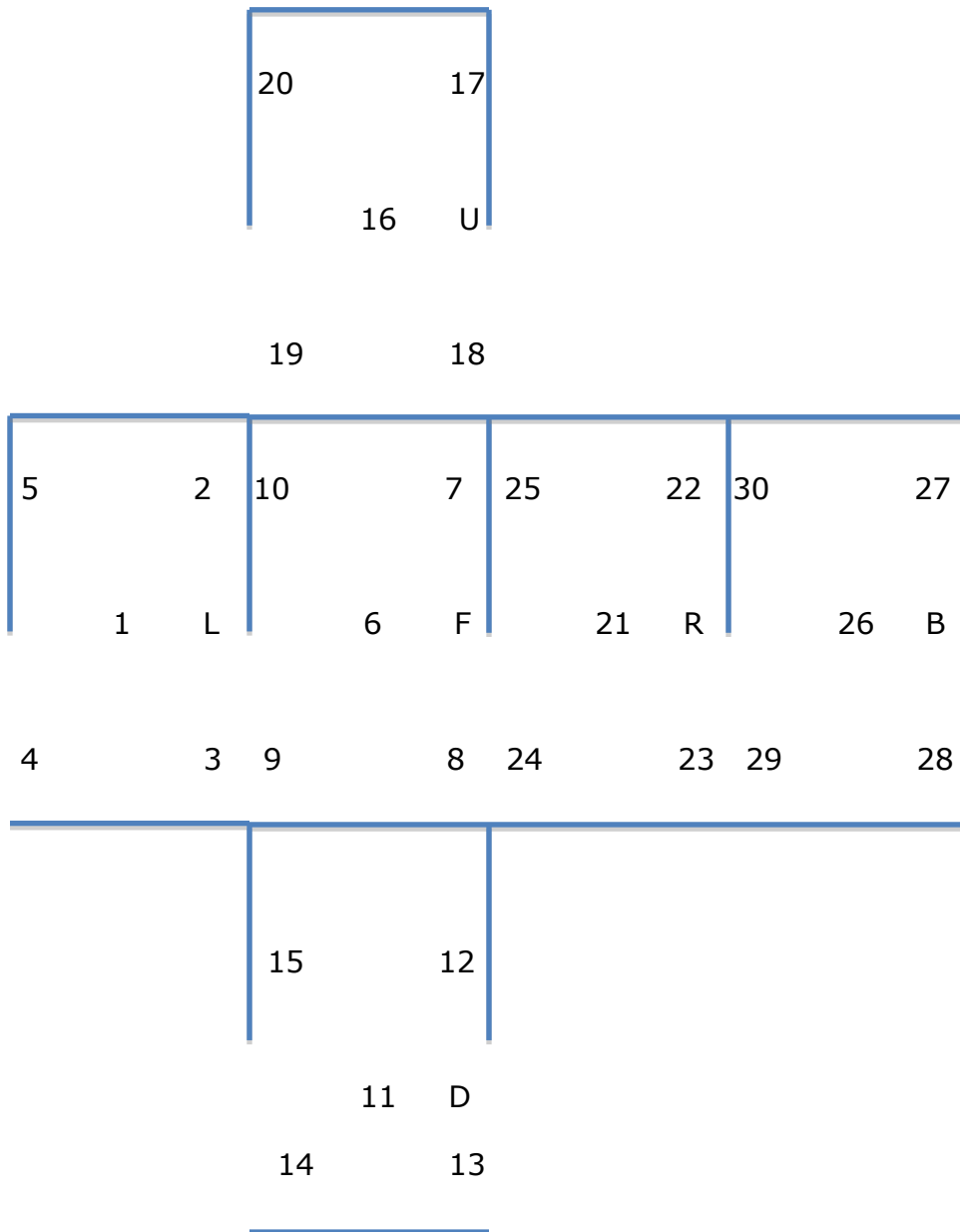
Divide un cuadrado en 4 sub-cuadrados ("facets") y, etiquétalos con los números 1,2,3,4, como sigue:

1	2
3	4

Sea r una rotación de 90° en sentido contrario a las agujas del reloj. Entonces visto como permutación en los facets tendríamos que $r=(1,3,4,2)=(1342)$. Sea f_x la reflexión sobre la línea horizontal que divide el cuadrado en dos y, f_y la reflexión sobre la línea vertical que divide el cuadrado en dos. Usa la notación cíclica para determinar las siguientes permutaciones de los facets: a) r^2 ; b) r^3 ; c) f_x ; d) f_y ; e) $f_x r f_x = f_x \circ r \circ f_x$; f) $f_x f_y = f_x \circ f_y$

Ejercicio 3:

Etiqueta los 24 facets de un 2x2 cubo de Rubik como sigue:



En primer lugar, utilizando una cartulina reproduce este dibujo, y a continuación utilizando tijeras y pegamento reproduce el cubo. Denotemos por X la rotación de 90° en sentido de las agujas del reloj de cualquier cara $x \in \{U, L, F, R, B, D\}$. Usa la notación cíclica para determinar las permutaciones de los facets dadas por R, L, F, B, U, D .



Ejercicio 4:

Describe los elementos de S_3 y, a continuación determina la tabla que incluye la composición de cualesquiera dos elementos de S_3 . ¿Es la composición de permutaciones una ley de composición interna en S_3 ? Razona tu respuesta.

A continuación, presentamos una tabla donde se indica quien evalúa y cuáles son los criterios de evaluación que se siguen en las actividades de la primera semana.

1ª SEMANA (S1-S2-S3-S4)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Evalúa:	Criterios de evaluación
Previa a 1ª Sesión: Estudio Anexos 1 y 2		
AI1 (antes de la 2ª S)		
AI2 (para la 3ª S)		
AI3 (para la 2ª o 4ª S)		
ACT1-S1	Profesor	E5
ACT2- S2	Profesor	E5
ACT3- S2	Profesor	E5
ACT4- S3	Profesor	E1, E3
ACT5- S3	Evaluación entre compañeros tipo 1 y el profesor	E1, E3
AI4-S3 (observar)		



Tarea adicional para la 4ª S		
Tarea adicional para la 5ª S		
ACT6- S4		
ACT7- S4 (finalizarla antes de la 5ªS)	Profesor y evaluación entre compañeros tipo 2	E1, E2, E3, E5

- E1: La coherencia, la organización y la precisión de las ideas expresadas de manera escrita
- E2: La correcta utilización de la terminología específica y de los argumentos matemáticos
- E3: La claridad y limpieza en la redacción escrita
- E5: La claridad, coherencia y buena organización en la comunicación oral
- E6: La utilización expresa u oral correcta de los argumentos matemáticos

4.2.2. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES DE LA 2ª SEMANA (S5-S6-S7-S8)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Presencial (P)/No presencial (NP)	Tiempo	Grupal (Gr) individual (Ind)	Tipo de Actividad
ACT8-S5	P	25'	Gr/Ind	C9, C12: exposición y evaluación de ejercicios realizados por los grupos
ACT9-S5	P	15'	Toda la clase	C4: debate sobre dudas
ACT10-S6	P	10'	Gr	C2, C3: reflexión sobre una cuestión y análisis de una cita
ACT11-S6	P	20'	Gr	C2, C7, C14 : resolución



				de un ejercicio y reflexión sobre una historieta que se guardará
ACT12-S7	P/NP	30' (P)/ 30' (NP)	Gr	C7, C14: estudio y análisis de distintos ejemplos de estructuras de grupos bien conocidos, que se guardarán
ACT13-S7	P	20'	Gr+ Toda la clase	C9, C12: debate y autoevaluación sobre un análisis previo
Tarea adicional para la 9ª S	NP	1h y 30'	Ind	C8: aplicación de lo aprendido a nuevos contextos
ACT14-S8	P	25'	Gr	C7, C14: estudio de determinados subgrupos de los ejemplos de grupos presentados en la ACT 12, que se guardarán



SECUENCIA DE ACTIVIDADES DE LA 2ª SEMANA (S5-S6-S7-S8)

ACT 8: Exposición en pizarra de los ejercicios relativos a la actividad 7 (ACT 7).

ACT 8-S5	
Presencial	Tiempo: 25'
Exposición en la pizarra de ejercicios ya realizados. Intervienen solamente los representantes elegidos de ciertos grupos.	
Tipo de actividad: Exposición y evaluación de ejercicios realizados por los grupos. C9 y C12	
Resultados de aprendizaje: Iniciarse en la expresión de las exposiciones orales, RA8 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.	
Evaluación de la tarea: evaluación entre compañeros tipo 2 (Anexo 8) y evaluación por parte de la docente, los cuales se recogerán en el portafolio del grupo	

ACT 9 : Debate sobre las exposiciones orales.

ACT 9- S5	
Presencial	Tiempo: 10'
Debate sobre dudas surgidas. Cualquier alumno puede intervenir.	



Tipo de actividad: Debate sobre dudas. C4

Resultados de aprendizaje: Iniciarse en la expresión de las exposiciones orales, RA8

Evaluación de la tarea: se consideran positivamente las intervenciones coherentes de los alumnos, que serán juzgadas y evaluadas por la docente y, las cuales constituyen un 5% de la nota correspondiente a intervenciones orales a título personal. La regla a seguir para dicha evaluación corresponde a valoración positiva con peso (+1), a valoración suficiente con peso (+0,5) o a valoración negativa con peso (+0), dependiendo del grado de desarrollo, claridad, coherencia y organización de la intervención por parte del alumno.

ACT 10: Reflexiona sobre la siguiente cuestión: ¿cuáles son las competencias que crees hemos trabajado hasta ahora y, cuáles los objetivos de aprendizaje que hemos conseguido? y, a continuación analiza este cita de Albert Einstein:

How can it be that mathematics, being after all a product of human thought independent of experience, is so admirably adapted to the objects of reality?

ACT 10-S6

Presencial

Tiempo: 10'

En los grupos de 3 ya establecidos

Tipo de actividad: Reflexión sobre una cuestión y análisis de una cita. C2 y C3

Se trata de que con la citada pregunta y la lectura de la cita hagáis un pequeño análisis de lo que habéis estudiado y, una comparativa de lo que estudiáis, con objetos reales del día a día. Comentaréis dichas reflexiones en cada grupo.

**ACT 11**

i) Verifica que el 15 puzzle satisface las propiedades características de un puzzle permutación.

ii) Lee la siguiente historieta y reflexiona sobre dos cuestiones planteadas.

En 1843 William R. Hamilton estaba paseando por el Royal Canal en Irlanda con su esposa. Fue entonces y allí donde Hamilton encontró una generalización de los números complejos *cuaternios*. Se definen éstos, como los números de la forma $a+bi+cj+dk$, con a, b, c, d , números reales, i la conocida raíz cuadrada de -1 y, j y k satisfaciendo que, $i^2=j^2=k^2=ijk=-1$. (Estos números no son, solamente útiles para las matemáticas y para la física, sino también para animaciones gráficas en los ordenadores.)

¿Has oído hablar alguna vez de Hamilton? ¿Cómo crees que pudo haber descubierto estos números?

ACT 11-S6

Presencial	Tiempo estimado de realización para el alumno: 20'
------------	---

En los grupos de 3 ya establecidos

Tipo de actividad: Resolución de un ejercicio y reflexión sobre una historieta que se guardará. C2, C7 y C14

Resultados de aprendizaje: Manejar una clase de grupos conocida en la literatura matemática, RA3 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Recursos: Información sobre el "juego de una persona", el "puzzle permutación" y, "el grupo cuaternio de orden 8", que la profesora colgará en moodle o en egela con anterioridad y, un ordenador personal por grupo.

Evaluación de la tarea: se recogerán en el portafolio del grupo tanto la resolución del ejercicio como las reflexiones de las dos cuestiones. Su análisis se discute en el mismo grupo y, la docente devolverá el informe tras su revisión una semana más tarde.



ACT 12: Estudia y analiza los ejemplos de estructuras de grupo que te han facilitado.

ACT 12-S7

Presencial / No Presencial

Tiempo presencial estimado de realización para el alumno 30' y, no presencial otros 30'

En los grupos de 3 ya establecidos

Tipo de actividad: Estudio y análisis de distintos ejemplos de estructuras de grupos bien conocidos, que se guardarán. C7 y C14

Resultados de aprendizaje: Manejar eficazmente algunos conceptos básicos de la teoría de grupos, RA1 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Evaluación de la tarea: la profesora recogerá la hoja de incidencias o dudas respecto de esta actividad, la cual evaluará, una vez finalizada la actividad número 13.

Comentarios de la Actividad ACT 12. Con anterioridad a esta sesión tendréis disponible en el aula virtual de moodle o en egela correspondiente a la asignatura, un documento donde se estudian de una manera detallada algunos de los ejemplos más conocidos de estructuras de grupo.

ACT 13: Analiza y evalúa las dudas encontradas por otros grupos de alumnos, en la realización del estudio previo sobre ejemplos de estructuras de grupo.

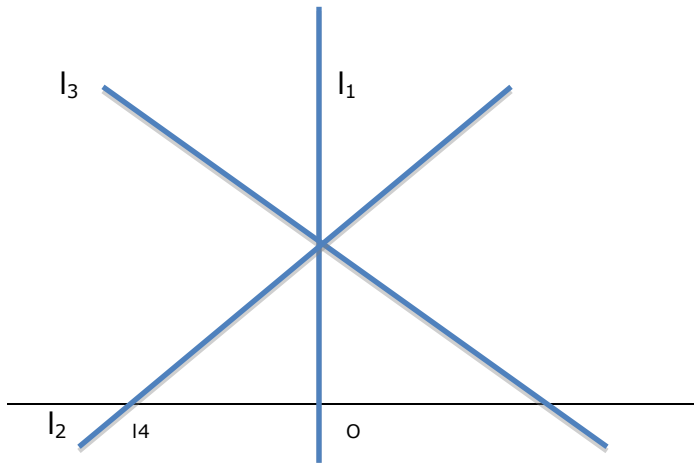


ACT 13-S7	
Presencial	Tiempo presencial estimado de realización para el alumno: 20'
Primeramente en los grupos de 3 ya establecidos y, a continuación entre toda la clase	
Tipo de actividad: Debate y autoevaluación sobre un análisis previo. C9 y C12	
Resultados de aprendizaje: Iniciarse en la expresión de las exposiciones orales, RA8 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.	
Evaluación de la tarea: La profesora recogerá la hoja de incidencias completa (con correcciones), respecto de la actividad previa realizada por cada grupo. Las correcciones de la tarea de cada grupo serán efectuadas por otros 2 grupos. Además se valorarán muy positivamente por parte de la docente aquellas intervenciones de forma individual que los alumnos a título personal puedan realizar de manera clara y coherente en el debate final y, las cuales constituyen un 5% de la nota correspondiente a intervenciones orales a título personal.	

Tarea adicional para la 9ª Sesión: Realiza los siguientes cuatro ejercicios de manera individual (tipo de actividad C8).

Se estima que el tiempo no presencial para su realización es de una hora y media. Una vez entregados dichos ejercicios, la profesora colgará en el aula virtual de moodle o egela un modelo general de soluciones, para que cada uno de vosotros adjuntéis a posteriori vuestra *Autoevaluación tipo 1* (Anexo 12). Aún así, estos ejercicios serán también revisados, evaluados y devueltos de nuevo por la profesora. Los ejercicios propuestos son:

Ejercicio 1. Consideramos el siguiente diagrama de rectas:



Se define G el grupo de simetrías de un cuadrado generado por los movimientos: g_0 = rotación de 90° en el sentido contrario a las agujas del reloj sobre el origen de coordenadas O , g_1 = reflexión sobre l_1 , g_2 = reflexión sobre l_2 , g_3 = reflexión sobre l_3 y g_4 = reflexión sobre l_4 , donde l_1 , l_2 , l_3 y l_4 son las líneas de simetría que aparecen en el diagrama.

Comprobar que los elementos de G corresponden a $1, g_0, g_0^2, g_0^3, g_1, g_2, g_3, g_4$. Si definimos X como el conjunto de los vértices del cuadrado, comprobar que G actúa sobre X .

Ejercicio 2. Sea C_{12} el conjunto de los elementos $\{0, 1, 2, \dots, 11\}$ y consideremos la operación binaria $*$ en C_{12} que consiste simplemente en la "adición modulo 12". Básicamente esta adicción es como cuando se cuenta el tiempo en un reloj, excepto que las 12 horas del reloj la denotamos como la hora 0. Así $5+8=1$, $1+11=0$ y, así sucesivamente. Calcular cuáles son los inversos del 5 y del 1 y, demostrar que este conjunto tiene en efecto, estructura de grupo. (A partir de ahora a este grupo le llamaremos el grupo cíclico de 12 elementos.)



Ejercicio 3. Sea $*$: $G \times G \rightarrow G$ simplemente la asignación que a cada par (R_i, R_j) con $0 \leq i, j \leq 3$ envía la composición de los movimientos $R_i * R_j$ a R_{i+j} .

Observar que $*$ es en efecto una operación binaria y, deducir que G con esta operación es un ejemplo de grupo.

Ejercicio 4. Recordar que cada movimiento del cubo de Rubik puede verse como una permutación del conjunto de 54 facets del cubo. En consecuencia, desde nuestra perspectiva es natural estudiar permutaciones de conjuntos en general. Para ello, recordamos que dado un conjunto finito X , se denota por S_X el conjunto de todas las permutaciones de X en sí mismo, es decir,

$S_X = \{f: X \rightarrow X \text{ tal que } f \text{ es una biyección}\}$. Como usualmente tomamos como conjunto X el descrito por $\{1, 2, \dots, n\}$, podemos denotar el grupo simétrico por S_n , y llamarlo el grupo simétrico en n letras. Se pide,

- i) Describir S_3 .
- ii) Computar todos los posibles productos en S_3 y, crear la tabla correspondiente a dichos productos.
- iii) Verificar que S_3 satisface todas las propiedades de grupo. En particular observar que, la asociatividad en S_3 proviene de la asociatividad de la composición de funciones.

Ayuda: $S_3 = \{I, s_1=(12), s_2=(23), s_3=(132), s_4=(123), s_5=(13)\}$

ACT 14: Encontrar subgrupos conocidos dentro de cada uno de los ejemplos de grupos presentados en la Actividad ACT 12.

ACT 14-S8	
Presencial	Tiempo presencial estimado de realización para el alumno: 25'
En los grupos de 3 ya establecidos	
Tipo de actividad: Estudio de determinados subgrupos de los ejemplos de grupos	



presentados en la Actividad 12, que se guardarán. C7 y C14

Resultados de aprendizaje: Manejar conceptos básicos de la teoría de grupos RA1 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Cada grupo recogerá en su portafolio la descripción de los subgrupos localizados y entregará a la docente una copia de dicha descripción, quien lo corregirá y devolverá el lunes de la siguiente semana. De esta manera el análisis sobre las diferencias entre el documento original y el corregido os servirán como material de retroalimentación a utilizar cuando lo deseéis.

A continuación, presentamos una tabla donde se indica quien evalúa y cuáles son los criterios de evaluación que se siguen en las actividades de la segunda semana.

2ª SEMANA (S5-S6-S7-S8)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Evalúa:	Criterios de evaluación
ACT8-S5	Profesor y evaluación entre compañeros tipo 2	E1, E2, E3, E5
ACT9-S5	Profesor	E5, E6
ACT10-S6		
ACT11-S6	Profesor	E1, E2, E3
ACT12-S7	Profesor	E1, E2, E3, E8
ACT13-S7	Evaluación entre compañeros tipo 1 y profesor	E1, E2, E3, E5, E6
Tarea adicional para la 9ª S	Profesor y autoevaluación tipo 1	E1, E2, E3, E4
ACT14-S8	Profesor	E1, E2, E3, E4, E8



- E1: La coherencia, la organización y la precisión de las ideas expresadas de manera escrita
- E2: La correcta utilización de la terminología específica y de los argumentos matemáticos
- E3: La claridad y limpieza en la redacción escrita
- E4: La exactitud en las soluciones
- E5: La claridad, coherencia y buena organización en la comunicación oral
- E6: La utilización expresa u oral correcta de los argumentos matemáticos
- E8: El grado de manejo y de familiarización de los conceptos más básicos de la teoría de grupos introducidos

4.2.3. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES DE LA 3ª SEMANA (S9-S10-S11-S12)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Presencial (P)/No presencial (NP)	Tiempo	Grupal (Gr) individual (Ind)	Tipo de Actividad
ACT15-S9	P	40'	Gr/Ind	C7, C14: aplicación de lo aprendido y, elaboración de un informe que se guardará en el portafolio
ACT16 para la 10ª S	NP	50'+25'= 1h y 15'	Ind	C6, C7, C8: búsqueda de información, análisis de resultados obtenidos y aplicación de lo aprendido
ACT17-S10	P/NP	30' (P)/ 50' (NP)	Gr	C7, C14: aplicación de lo aprendido a unos problemas y elaboración de un informe sobre dichos problemas que se guardará en el portafolio

Tarea adicional para la 11ª S	NP	30'	Ind	C2: análisis de conceptos
ACT18-S11	P	35'	Gr	C7, C14: aplicación de lo aprendido y, análisis de resultados que serán guardados
ACT19-S11	P	5'	Ind	C12: cuestionario de evaluación
Tarea adicional para 12ª S	NP	30'	Ind	C6: búsqueda de información
ACT20-S12	P/NP	20' (P)/ 30' (NP)	Gr	C7, C14: aplicación y análisis de lo aprendido, que se guardará
ACT21-S12	P	20'	Gr	C7, C14: aplicación de lo aprendido y elaboración de un informe que se guardará en el portafolio

SECUENCIA DE ACTIVIDADES DE LA 3ª SEMANA (S9-S10-S11-S12)

ACT 15: Reúnete con tu grupo y discute cómo habéis resuelto cada uno de vosotros los cuatro ejercicios enviados el miércoles de la semana anterior, es decir, la séptima sesión. Ayúdate del modelo resolución general que la profesora acaba de facilitaros en clase, así como de las observaciones que con anterioridad, cada uno de vosotros habéis hecho sobre vuestras propias resoluciones y, consensua una óptima solución conjunta. A continuación, en caso de que la situación lo requiera, deja claro a qué miembro de vuestro grupo, que no haya intervenido en este tipo de modalidad, le va a tocar explicar el ejercicio que se le asigne y, de qué manera lo va a desarrollar.

ACT 15-S9	
Presencial	Tiempo presencial estimado de realización para el alumno: 40' (15'+25')
En los grupos de 3 ya establecidos	
Tipo de actividad: Aplicación de lo aprendido C7 y, elaboración de un portafolio C14.	
Resultados de aprendizaje: Empezar a familiarizarse a trabajar en grupo RA7 e, iniciarse en la expresión apropiada de las exposiciones orales, RA8.	
Evaluación de la tarea: cada alumno recibirá una evaluación entre compañeros tipo 1 (Anexo 7), de cada uno de los otros 2 miembros de su grupo, que guardará para él, como material adicional de formación. En caso de que su grupo sea elegido para exponer algún ejercicio en la pizarra, será la profesora quien evalúe la coherencia y la claridad de dicha intervención, correspondiendo la calificación del representante al grupo total.	



ACT 16: Busca individualmente para la 10ª sesión, información de entre los libros recomendados en la guía docente de la asignatura o, en cualquier otro libro o documento basado en Teoría de grupos, que pudierais localizar en la Biblioteca, sobre los siguientes aspectos: definición de coclase a la derecha y a la izquierda de un elemento de un grupo por un subgrupo del mismo grupo; definición de índice de un subgrupo sobre el grupo que lo contiene; concepto de relación de equivalencia que el término coclase requiere; qué se conoce como Teorema de Lagrange respecto al orden de un subgrupo, comparado y relacionado con el orden total del grupo. Trae a clase para la sesión décima un resumen de lo que has leído y entendido.

Además, realiza los siguientes tres ejercicios como aplicación de la lectura y estudio anteriores. Los ejercicios propuestos son,

- **Ejercicio 1.** Sea G un grupo finito y $H, K \leq G$. Probar que el índice de $H \cap K$ en G , es decir, $|G: H \cap K|$, es un múltiplo del m.c.m ($|G: H|$, $|G: K|$).
- **Ejercicio 2.** Sean $H, K \leq G$ dos subgrupos finitos. Probar que, si $|H|$ y $|K|$ son coprimos entre sí, entonces $H \cap K = 1$. En particular, $|HK| = |H||K|$.
- **Ejercicio 3.** Sea G un grupo y $H, K \leq G$. Probar que $H \cup K$ es un subgrupo de G si y sólo si $H \leq K$ o $K \leq H$. Deducir que un grupo no puede ser unión de dos de sus subgrupos propios.

ACT 16-S10	
No Presencial	Tiempo estimado de realización para el alumno: 50'+ 25'=1h y 15'
Individualmente	
Tipo de actividad: Búsqueda de información C6, análisis de resultados obtenidos C7 y aplicación de lo aprendido en la realización de tres ejercicios C8.	
Resultados de aprendizaje: Comenzar a utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos, RA5.	
La buena recopilación de información y su síntesis os ayudarán a realizar más fácilmente la siguiente actividad.	



ACT 17: Reúnete con tu grupo para estudiar la información que habéis recopilado entre todos y, analiza todas las dudas que os hayan podido surgir. Además, comenta en tu grupo los tres ejercicios resueltos previamente de manera individual, aplicando lo que has aprendido del estudio y reflexiones anteriores y, elabora un informe de grupo con las soluciones y desarrollos óptimos a dichos ejercicios.

ACT 17-S10

Presencial /No Presencial

Tiempo presencial estimado de realización para el alumno 30' y no presencial 50'

En los grupos de 3 ya establecidos

Tipo de actividad: Aplicación de lo aprendido a unos problemas C7 y, elaboración de un portafolio C14.

Resultados de aprendizaje: conocer propiedades importantes de los grupos, RA2 y, comenzar a familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Evaluación de la tarea: la profesora calificará el informe final de la resolución de los ejercicios entregados, que los devolverá el lunes de la siguiente semana.

ACT 18: Determina el retículo de los subgrupos, es decir, describe todos los subgrupos y las relaciones entre ellos, del grupo diédrico D_6 y del grupo diédrico D_8 .



ACT 18-S11	
Presencial	Tiempo estimado de realización para el alumno: 35' (15'+20')
En los grupos de 3 ya establecidos	
Tipo de actividad: Aplicación de lo aprendido y análisis de resultados, que serán guardados, C7 y C14	
Resultados de aprendizaje: comenzar a manejar y distinguir algunos grupos conocidos en la literatura matemática RA3, RA4, iniciarse en la expresión apropiada de las exposiciones orales, RA8 y, familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.	
Recursos: Documentación sobre el grupo diédrico que la docente colgará en moodle o en egela.	
Evaluación de la tarea: en la parte final de la realización de esta actividad, cada grupo evaluará de una manera dinámica los correspondientes 2 diagramas de otro grupo situado cerca de él, asignándole una calificación. Para ello, la docente os facilitará en el transcurso de esta sesión de clase, (pero obviamente cuando todos los alumnos tengan la primera parte de la tarea terminada), un modelo solución de dichos diagramas. Se trata de una evaluación entre compañeros tipo 1 (Anexo 7), que se realiza con una visualización rápida. Estos diagramas quedan recogidos en el portafolio del grupo, que serán revisados y evaluados por la docente y, que se os devolverán en el plazo de una semana. La docente también evaluará las exposiciones orales de los representantes de los grupos que correspondan.	

ACT 19: Rellena un cuestionario de dos columnas, indicando en ellas los aspectos positivos y, no tan positivos que has encontrado en el proyecto en el que estás inmersos desde el primer día de clase.



ACT 19-S11	
Presencial	Tiempo: 5'
Individualmente	
Tipo de actividad: Cuestionario de evaluación. C12	

Tarea Adicional para la sesión 12^a: Busca individualmente información sobre el grupo de simetrías de un cubo en \mathbb{R}^3 (tipo de actividad C6). Necesitarás 30 minutos no presenciales para realizar esta labor.

ACT 20:

i) Analiza el siguiente fragmento.

Suponemos que tomamos un cubo en \mathbb{R}^3 al que llamaremos X. Lo suponemos centrado en el origen y con las aristas paralelas a los ejes de coordenadas. Es fácil enumerar cuáles son sus simetrías propias: como las únicas isometrías propias son los giros, basta pensar en cuáles son los ejes de simetría del cubo y qué giros son admisibles. Hay 13 ejes de simetría, los 3 ejes de coordenadas, las 4 diagonales y las 6 rectas que unen los puntos medios de las aristas con el origen. Respecto de los primeros son admisibles, los giros de 0° , 90° , 180° y 270° , respecto de los segundos, los de 0° , 120° y 240° y respecto de los terceros, los de 0° y de 180° . Hacen un total de $1+3\cdot3+4\cdot2+6\cdot1=24$. Naturalmente, el cubo tiene simetrías impropias (tiene planos de simetría), por lo tanto, el grupo de todas las simetrías impropias tiene orden 48 (sin embargo, solamente hay 9 planos de simetría y no 24 **¿cómo se explica esto?**).

En realidad en este caso, basta estudiar el grupo de simetrías propias, puesto que al ser el cubo simétrico respecto del origen, la aplicación opuesta a la identidad

$-1_{\mathbb{R}^3}$, es un elemento del grupo de simetrías y es impropia, luego se puede comprobar que el grupo total se descompone como el producto directo del grupo de las simetrías propias y el subgrupo de orden 2 generado por $-1_{\mathbb{R}^3}$.

ii) Analiza la información dada sobre las simetrías del cubo y, ayudándote del



estudio previo sobre simetrías propias e impropias del cubo que has tenido que realizar, trata de justificar la pregunta anterior sobre el orden de todas las simetrías impropias del cubo.

ACT 20-S12

Presencial /No presencial

Tiempo presencial estimado de realización para el alumno: 20' y no presencial 30'

En los grupos de 3 ya establecidos

Tipo de actividad: Aplicación y análisis de lo aprendido, que se guardará C7 y C14

Resultados de aprendizaje: Familiarizarse en trabajar en grupo RA7 y, en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Evaluación de la tarea: el informe realizado se recoge en el portafolio del grupo, que se evaluará por la docente y, se os devolverá el lunes de la siguiente semana.

ACT 21: Determina el retículo de los subgrupos, es decir, describe todos los subgrupos y las relaciones entre ellos del grupo cuaternio Q_8 .

ACT 21-S12

Presencial

Tiempo estimado de realización para el alumno: 20'

En los grupos de 3 ya establecidos

Tipo de actividad: Aplicación de lo aprendido C7 y elaboración de un portafolio C14

Resultados de aprendizaje: Manejar y distinguir algunos de los grupos más conocidos en la literatura matemática RA3, RA4, iniciarse en la expresión apropiada de las exposiciones orales, RA8 y, familiarizarse en la redacción de informes escritos



de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Recursos: Documentación sobre Q_8 que la profesora colgará en moodle o en egela.

Evaluación de la tarea: en la parte final de la realización de esta actividad, cada grupo evaluará de una manera dinámica el correspondiente diagrama de otro grupo situado cerca de él, asignándole una calificación. Para ello, la docente os facilitará en el transcurso de esta sesión de clase, (pero obviamente cuando todos los alumnos tengan la primera parte de la tarea terminada), un modelo solución de dicho retículo. Se trata de una evaluación entre compañeros tipo 1 (Anexo 7), que se realiza con una visualización rápida. Este diagrama queda recogido en el portafolio del grupo, que también será revisado y evaluado por la docente, y que se os devolverá, después de su corrección en el plazo de una semana. La docente también evaluará las exposiciones orales de los representantes de los grupos que correspondan.

A continuación, presentamos una tabla donde se indica quien evalúa y cuáles son los criterios de evaluación que se siguen en las actividades de la tercera semana.

3ª SEMANA (S9-S10-S11-S12)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Evalúa:	Criterios de evaluación
ACT15-S9	Evaluación entre compañeros tipo 1 y profesor	E1, E2, E3, E5, E6, E7
ACT16 para la 10ª S		
ACT17-S10	Profesor	E1, E2, E3, E4, E8



Tarea adicional para la 11ª S		
ACT18-S11	Evaluación entre compañeros tipo 1 y profesor	E1, E2, E3, E4, E5, E8
ACT19-S11		
Tarea adicional para la 12ª S		
ACT20-S12	Profesor	E1, E2, E3, E4, E7, E8, E9
ACT21-S12	Evaluación entre compañeros tipo 1 y profesor	E1, E2, E3, E4, E5, E8, E9

- E1: La coherencia, la organización y la precisión de las ideas expresadas de manera escrita
- E2: La correcta utilización de la terminología específica y de los argumentos matemáticos
- E3: La claridad y limpieza en la redacción escrita
- E4: La exactitud en las soluciones
- E5: La claridad, coherencia y buena organización en la comunicación oral
- E6: La utilización expresa u oral correcta de los argumentos matemáticos
- E7: El grado de cooperación e implicación grupal en los trabajos en grupo
- E8: El grado de manejo y de familiarización de los conceptos más básicos de la teoría de grupos
- E9: La capacidad de distinción estructural de los tipos de grupos más trabajados y estudiados

4.2.4. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES DE LA 4ª SEMANA (S13-S14-S15-S16)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Presencial (P)/No presencial (NP)	Tiempo	Grupal (Gr) o individual (Ind)	Tipo de Actividad
Tarea adicional para 13ª S	NP	20'	Ind	C8: aplicación de lo aprendido a nuevos contextos
Tarea adicional para 13ª S	NP	10'	Ind	C2: primer contacto con un tema
Tarea adicional para 14ª S	NP	1h (Cíclico 1 o 2) o 1h y 30' (Cíclico 3)	Ind	C2: análisis y estudio de un tema
Tarea (AI5) a entregar cuando se quiera	NP	1h y 30'	Ind	C8: aplicación de lo aprendido a nuevos contextos
ACT22-S13	P	20'	Gr	C7, C14: aplicación de lo aprendido al problema y, elaboración de un informe que se guardará en el portafolio
ACT23-S14	P/NP	30' (P)/ 1h o 1h y 30' (NP)	Gr	C7, C14: aplicación y análisis de los resultados obtenidos y, elaboración de un informe que se guardará en el



				portafolio
ACT24-S14	P	20'	Gr	C7, C14: aplicación y análisis de los resultados obtenidos y, elaboración de un informe sobre resultados que se guardará en el portafolio
ACT25-S15	P	40'	Gr	C7, C14: aplicación y análisis de los resultados obtenidos y, elaboración de un informe que se guardará en el portafolio
ACT26-S15	P	20'	Ind	C9: breves exposiciones de unos temas
ACT27-S16 (a entregar en 10 días)	NP	2h y 30' (45' entrevistas y 1h y 45' el resto)	Gr	C2, C7: análisis del escenario del problema y, de los resultados obtenidos. C13, C14: realización de un informe que se guardará
ACT28-S16	P/NP (preparación del examen)	40' (P)/ 2h y 30' (NP)	Ind	C15: examen individual



SECUENCIA DE ACTIVIDADES DE LA 4ª SEMANA (S13-S14-S15-S16)

Tarea Adicional para la sesión 13ª: Resuelve de manera individual dos ejercicios relacionados con Q_8 (tipo de actividad C8). La corrección de estos ejercicios se realizará siguiendo el modelo autoevaluación tipo 1 (Anexo 12), que cada uno de vosotros entregará a la docente junto con la resolución de los ejercicios. El tiempo estimado no presencial es de 20'.

Dichos ejercicios son los siguientes,

Ejercicio 1. Calcular el centro de Q_8 .

Ejercicio 2. Sean $H = \langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \rangle$ y $K = \langle \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \rangle$. Calcular respectivamente todas las distintas coclases a derecha y a izquierda, respecto de los subgrupos H y K.

Tareas Adicionales para las sesiones 13ª y 14ª: cada componente de cada grupo tiene que entender y analizar un aspecto diferente de los grupos cíclicos, que viene detallado en los documentos Cíclico 1, Cíclico 2 o Cíclico 3. Estos citados documentos han sido ya colgados en moodle o en egela por la profesora, para que cada uno de vosotros vaya descargándolos y, tengáis la oportunidad de echarles un vistazo (tipo de actividad C2), antes de la sesión treceava (tiempo no presencial estimado 10'). Por otra parte, el tiempo no presencial estimado, para la preparación y el estudio completo de cada documento (tipo de actividad C2), antes de la sesión catorceava, es de 1 hora (en el caso de los documentos Cíclico 1 y Cíclico 2) y, de 1h y 30' (Cíclico 3).

Tarea AI5: Elabora programas informáticos sencillos que justifiquen la existencia de los subgrupos de los grupos diédricos y del grupo cuaternio.

AI5- a entregar cuando se quiera

No presencial	Tiempo estimado para su realización 1 h y 30'
Individualmente	



Tipo de actividad: Aplicación de lo aprendido a nuevos contextos C8

Resultados de aprendizaje: desarrollar e implementar un programa informático sencillo, para hacer comprobaciones de resultados obtenidos RA6 y, familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Evaluación de la tarea: será evaluada por la docente y la calificación de esta tarea se considerará parte de la nota individual de cada alumno.

ACT 22: Utilizando el método de reducción al absurdo probar que el grupo de los números racionales con la operación suma no es finitamente generado.

ACT 22- S13

Presencial

Tiempo estimado de realización para el alumno:
20'

En los grupos de 3 ya establecidos

Tipo de actividad: Aplicación de lo aprendido al problema C7 y, elaboración de un portafolio C14

Resultados de aprendizaje: familiarizarse en trabajar en grupo RA7 y, en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.

Evaluación de la tarea: su resolución se añade al portafolio del grupo, que será evaluada por la docente y, devuelta por ésta para finales de esta semana.

Preámbulos para la realización de las actividades **ACT 23**, **ACT 24** y **ACT 25**:

- Estarán colgados en moodle o en egela desde una semana antes de su requerimiento, los documentos Cíclico 1, Cíclico 2 o Cíclico 3.
- La comprensión de los dos primeros documentos es totalmente independiente, mientras que la del tercer documento requiere conocer algo del segundo. Se pide a aquellos alumnos que se encarguen del tercer documento, que por un momento, supongan conocer los resultados presentados en el segundo, aún no



sabiendo con demasiada precisión el cómo se justifican y, que traten de entender y comprender su parte lo más razonadamente posible.

- La preparación y el estudio completo se calcula en 1 hora para los documentos Cíclico 1 y 2 y, en 1 h y 30' para el documento Cíclico 3.
- Se procederá de la siguiente manera: primeramente se convocarán las reuniones de expertos, en las que los alumnos que hayáis estudiado individualmente el mismo bloque o documento os reunáis en grupos de 3 o 4 personas elegidos por la docente para discutirlos y, a posteriori, se llevarán a cabo las reuniones de exposición.

ACT 23. Celebrar las reuniones de expertos de cada uno de los documentos Cíclico 1, 2 o 3.

ACT 23-S14	
Presencial /No Presencial	Tiempo presencial estimado de realización para el alumno 30' y no presencial 1h (Cíclico 1 o Cíclico 2) y, de 1h y 30' (Cíclico 3)
En nuevos grupos de 3 o 4 miembros elegidos a criterio de la profesora	
Tipo de actividad: Aplicación y análisis de los resultados obtenidos C7 y, elaboración de un portafolio C14	
Resultados de aprendizaje: conocer propiedades importantes de los grupos cíclicos RA2 y, familiarizarse en trabajar en grupo RA7.	

ACT 24. Celebrar las reuniones de exposición donde los alumnos que hayáis desarrollado el primer documento (Cíclico 1), realicéis las presentaciones que os correspondan. (Parte 1)



ACT 24- S14	
Presencial	Tiempo presencial estimado de realización para el alumno 20'
En los mismos grupos de 3 establecidos desde el comienzo del curso	
Tipo de actividad: Aplicación y análisis de los resultados obtenidos C7 y, elaboración de un portafolio C14	
Resultados de aprendizaje: conocer y manejar un tipo de grupos conocidos en la literatura matemática: grupos cíclicos RA2, RA3, familiarizarse en trabajar en grupo RA7 y, familiarizarse en la expresión apropiada de las exposiciones orales RA8	
Evaluación de la tarea: cada uno de los otros dos compañeros hace una evaluación entre compañeros tipo 2 (Anexo 8) y, la media aritmética de estas dos calificaciones es la que se asigna como calificación individual de exposición, al alumno que realiza la presentación en cada momento.	

ACT 25. Continúad con las reuniones de exposición donde respectivamente los alumnos que hayáis desarrollado el segundo (Cíclico 2) y el tercer documento (Cíclico 3), realicéis las presentaciones que os corresponden. (Parte 2)

ACT 25- S14	
Presencial	Tiempo presencial estimado de realización para el alumno $20'+20'=40'$
En los mismos grupos de 3 establecidos desde el comienzo del curso	
Tipo de actividad: Aplicación y análisis de los resultados obtenidos C7 y, elaboración de un portafolio C14	
Resultados de aprendizaje: conocer y manejar un tipo de grupos conocidos en la literatura matemática: grupos cíclicos RA2, RA3, familiarizarse en trabajar en	



grupo RA7 y, familiarizarse en la expresión apropiada de las exposiciones orales RA8

Evaluación de la tarea: respectivamente cada uno de los otros dos compañeros hace una evaluación entre compañeros tipo 2 (Anexo 8) y, la media aritmética de esas dos calificaciones es la que se asigna como calificación individual de exposición, al alumno que realiza la presentación en cada momento.

ACT 26. Responder en voz alta una serie de cuestiones planteadas sobre grupos cíclicos o, dar indicaciones de cómo enfrentarse a cada de ellas.

ACT 26-S15	
Presencial	Tiempo 20'
Individualmente	
Tipo de actividad: Breves exposiciones de unos temas C9	
Resultados de aprendizaje: familiarizarse en la expresión apropiada de las exposiciones orales, RA8	
Evaluación de la tarea: la profesora se encargará de evaluar las intervenciones con +1 punto, en caso de haberse considerado la respuesta muy buena, +0.5 puntos, en caso de haber sido suficiente o, de +0 puntos, en caso de no encontrarnos en ninguna de las situaciones anteriores. Esta calificación se considera parte de la nota individual de cada alumno.	

A continuación, recordamos de nuevo la Actividad ACT 27 de la que ya hemos hablado al comienzo de este documento, concretamente en las páginas 9 y 10, después de la presentación del problema estructurante.



ACT 27: Elabora un informe que de respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cuánto de verdad hay en la leyenda, de que detrás del cubo de Rubik hay mucha matemática?

Comentarios de la Actividad Act 27:

- Deberéis de elaborar un informe que estudie y analice todos los aspectos matemáticos desarrollados y tratados durante estas cuatro semanas y, que a vuestro juicio sean realmente válidos para dar una respuesta intuitiva a cómo intentar resolver el cubo de Rubik.
- Se pide que en el informe detalléis a vuestro entender, qué aspectos tratados son fundamentales para conocer el comportamiento de los movimientos del cubo, de sus equivalencias, de sus composiciones y, que especifiquéis el grado de comprensión que creéis haber adquirido con cada uno de ellos.
- Todas las argumentaciones dadas deben de justificarse.
- En dicho informe debéis de especificar también, cuáles han sido para vosotros las mayores carencias y dificultades con las que os habéis encontrado, a la hora de identificar lo que se estudiaba en las sesiones de clase y, la posible aplicación que ello pudiera tener en la resolución del problema origen.
- Con la entrega del informe de esta actividad se debe de adjuntar una recopilación de resultados de lo que alumnos de cursos más avanzados del Grado de Matemáticas os han aportado sobre el comportamiento del cubo de Rubik. Para ello anteriormente, cada miembro del grupo individualmente, tendrá que entrevistar por separado o al menos preguntado a 3 alumnos diferentes, en el transcurso de las primeras cuatro semanas de clase, el cómo pueden ayudarles a contestar a la pregunta planteada por la profesora. Todas las respuestas recogidas por cada miembro del grupo se debatirán a la hora de la realización completa de dicha actividad. Os dejaremos total libertad para que penséis en el cuestionario que presentaréis a cada entrevistado y, en la manera que tendréis cada uno de vosotros de encontrar tres estudiantes para la labor de búsqueda de información, tanto en cuanto a la forma de dirigiros a ellos, cómo en el lugar y en el tiempo que dedicaréis para dicho cumplimiento.
- Dispondréis de 10 días de plazo para elaborar en los grupos de siempre dicho informe. El tiempo estimado para su realización es de 2 h y 30' (45' para las



entrevistas y, 1h y 45' para elaborar el informe).

- La profesora recogerá y calificará el informe completo.

ACT 27-S16	
No Presencial	Tiempo estimado: 2 h y 30' (45' para las entrevistas y, 1h y 45' para elaborar el informe)
En los grupos de tres establecidos	
Tipo de actividad: Análisis del escenario del problema C2, análisis de los resultados obtenidos C7, realización de un informe que se guardará C13 y C14	
Resultados de aprendizaje: manejar eficazmente algunos conceptos básicos de la teoría de grupos RA1, conocer algunas propiedades importantes de los grupos y manejar algunos de los grupos más conocidos RA2, RA3, empezar a familiarizarse a trabajar en grupo RA7 y, familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma clara, organizada y justificada, RA9.	
Evaluación de la tarea: el informe completo con todo lo necesario y utilizado para su realización y análisis, se entregará a la docente, quien se encargará de corregirlo, calificarlo y devolverlo en el plazo de 15 días.	

La Actividad ACT 28 propiamente dicha, no se presenta en esta memoria por tratarse ésta, de un examen parcial, aunque sí presentamos su estructura.

ACT 28-S16	
Presencial	Tiempo presencial estimado de realización para el alumno 40' y, tiempo no presencial de preparación por parte del alumno 2h y 30'
Individualmente	
Tipo de actividad: Examen individual C15	
Resultados de aprendizaje: manejar los conceptos y propiedades más importantes de los grupos, RA1, RA2, manejar algunos de los grupos más conocidos, RA3 y, familiarizarse en la redacción de informes escritos de forma	



clara, organizada y justificada, RA9.

Evaluación de la tarea: será evaluada únicamente por la docente, siendo su peso de hasta un 30% sobre la nota global correspondiente a esta parte del curso donde se implanta la nueva metodología.

A continuación, presentamos una tabla donde se indica quien evalúa y cuáles son los criterios de evaluación que se siguen en las actividades de la cuarta semana.

4ª SEMANA (S13-S14-S15-S16)

Actividad (ACT) y Sesión (S)	Evalúa:	Criterios de evaluación
Tarea adicional para la 13ª S	Autoevaluación tipo 1	E1, E2, E3, E4, E8, E9
Tarea adicional para la 13ª S		
Tarea adicional para la 14ª S		
Tarea extra (AI5) a entregar cuando se quiera	Profesor	E1, E2, E3, E8
ACT22-S13	Profesor	E1, E2, E3, E4, E7, E8, E9
ACT23-S14		
ACT24-S14	Evaluación entre compañeros tipo 2	E5, E6, E7, E8, E9
ACT25-S15	Evaluación entre compañeros tipo 2	E5, E6, E7, E8, E9



ACT26-S15	Profesor	E5, E6, E8
ACT27-S16 (para dentro de 10 días)	Profesor	E1, E2, E3, E4, E7, E8, E9
ACT28-S16	Profesor	E1, E2, E3, E4, E7, E8, E9

- E1: La coherencia, la organización y la precisión de las ideas expresadas de manera escrita
- E2: La correcta utilización de la terminología específica y de los argumentos matemáticos
- E3: La claridad y limpieza en la redacción escrita
- E4: La exactitud en las soluciones
- E5: La claridad, coherencia y buena organización en la comunicación oral
- E6: La utilización expresa u oral correcta de los argumentos matemáticos
- E7: El grado de cooperación e implicación grupal en los trabajos en grupo
- E8: El grado de manejo y de familiarización de los conceptos más básicos de la teoría de grupos
- E9: La capacidad de distinción estructural de los tipos de grupos más trabajados y estudiados

5. SISTEMA DE EVALUACIÓN

En la siguiente **TABLA 2** se explica el peso en tanto por ciento que cada modalidad de actividad tendrá con la implantación de la nueva metodología y, a posteriori se detallará quién y, cómo se evaluarán dichas modalidades. Los porcentajes en tantos por ciento de cada modalidad se hacen sobre un total del 100%, pero primeramente debemos especificar que en realidad este 100% es sobre el 30% que representa la parte de la asignatura donde se va a implementar la nueva metodología. Es decir, el restante 70% de la asignatura donde se seguirá la metodología anterior, se evaluará siguiendo otro sistema de evaluación.

TABLA 2

30% (Nueva metodología)			
50%	10%	10% (5%+5%)	30%
<p>Trabajos realizados en grupos y, que han sido recogidos en el portafolio. En este caso los grupos estarán formados por los mismos componentes y, éstos serán evaluados bien por la docente, o habrán recibido una evaluación entre compañeros del tipo 1 (Anexo 7)</p> <p>ACTIVIDADES (ACT): 4,5,7,11,12,13,14,15 17,18,20,21,22,27</p>	<p>Exposiciones orales en pizarra de los trabajos realizados por los distintos grupos, que serán defendidos cada vez, por un representante distinto de cada grupo elegido por la docente. A todos los miembros de un mismo grupo se les asignará la nota oral que su representante haya obtenido en dicha prueba. Estas presentaciones serán calificadas por otros compañeros tipo 2 (Anexo 8) o por la docente</p> <p>ACTIVIDADES (ACT): 8,15,18,21,24,25</p>	<p>5%: Trabajos individuales escritos, que serán evaluados por la docente o autoevaluados por el propio alumno (tipo 1-Anexo 12 o tipo 2-Anexo 13)</p> <p>ACT: Tareas adicionales para las sesiones 9ª y 13ª y, la actividad AI5</p> <p>5%: Intervenciones orales a título personal, que serán evaluadas únicamente por la docente</p> <p>ACT: 1,2,3,9,13,26</p>	<p>Examen individual que será calificado únicamente por la docente (se establece un mínimo de 3.5 puntos sobre un total de 10 en esta prueba, para superar la primera parte).</p> <p>ACTIVIDAD: 28</p>
70% (Metodología tradicional)			



Respecto del 30% que corresponde a la implantación de la nueva metodología activa:

- La calificación de trabajos en grupo constituye un 50% de la nota final de la parte de asignatura donde se implementa la metodología activa, la cual se calcula haciendo una media aritmética de todos los trabajos recogidos por el mismo grupo y, evaluados bien por la docente o entre compañeros siguiendo el tipo de *Evaluación entre compañeros tipo 1*, que se detalla más adelante (Anexo 7). En el caso de que los trabajos sean corregidos por la docente, éstos se devolverán a los alumnos, normalmente el lunes de la siguiente semana a la que han sido recogidos, constituyendo éstos un material adicional de estudio que queda almacenado en el portafolio del grupo, para su uso y consulta, siempre que sea necesario. A no ser que se indique lo contrario, todo trabajo de grupo queda recogido en el portafolio del grupo, para así los alumnos tener la oportunidad de valerse de la retroalimentación aportada por ésta, cuándo y tantas veces como ellos lo requieran.
- La aportación de hasta un 10% correspondiente a la parte oral de cada grupo se realizará, bien con evaluaciones por parte de la docente o con evaluaciones entre compañeros. En cualquier caso, en general, la regla a seguir es la siguiente: +1 punto, en caso de haberse considerado la exposición muy buena, +0.5 puntos, en caso de haber sido suficiente o, de +0 puntos, en caso de no encontrarnos en ninguna de las situaciones anteriores y, a efectos de cálculos exactos, el valor +1 equivaldrá a entre 8 y 10, +0.5 a entre 4 y 7 y +0, a entre 0 y 3 puntos. Por otra parte, la calificación correspondiente a este apartado se calculará haciendo la media aritmética de las calificaciones de todos las exposiciones, que han sido calificadas por cualquiera de los dos tipos de evaluadores mencionados. Respecto de la evaluación realizada por los compañeros, ésta seguirá el patrón *Evaluación entre compañeros 2*, que se detalla a posteriori (Anexo 8). Además, la calificación correspondiente a cada exposición oral se evaluará en función de quien represente al grupo en ese momento. Es decir, a todos los miembros de un mismo grupo se les asignará la nota oral que su representante haya obtenido en dicha prueba.
- La entrega de los trabajos individuales escritos constituye hasta un 5% de la calificación final de la asignatura, la cual se calcula haciendo una media aritmética de las calificaciones de todos los trabajos de este tipo entregados. Estos pueden ser corregidos y calificados directamente por la propia docente y, devueltos por ella a los alumnos en el plazo máximo de una semana o 10 días, o bien pueden ser evaluados por el propio alumno, siguiendo el patrón *Autoevaluación tipo 1* (Anexo 12) o *Autoevaluación*



tipo 2 (Anexo 13) (que se detallan a posteriori), los cuales también deberán de entregarse a la docente junto con la actividad propiamente dicha. En el caso de que la evaluación la realice el propio alumno, a esta modalidad de evaluación también le acompañará un valor numérico dado por la docente, correspondiente a la impresión generalizada que ésta tenga sobre la presentación escrita en su totalidad.

Cada alumno dispondrá en el portafolio del grupo de un apartado propio, donde irá recopilando las actividades individuales que cada uno de ellos a título personal presente.

- Las intervenciones orales de carácter personal constituyen hasta un 5% de la calificación final de la asignatura, las cuales serán calificadas únicamente por la docente, siguiendo la misma regla que las intervenciones orales correspondientes a grupos (véase el segundo punto anterior).

Criterios de evaluación:

Los criterios de evaluación numérica de tanto las tareas escritas como orales (enumerados con la notación E n^o) engloban los siguientes aspectos:

- E1: La coherencia, la organización y la precisión de las ideas expresadas de manera escrita
- E2: La correcta utilización de la terminología específica y de los argumentos matemáticos propios de cada una de las actividades, los cuales ya han sido citados en cada una de ellas
- E3: La claridad y limpieza en la redacción escrita
- E4: La exactitud en las soluciones
- E5: La claridad, coherencia y buena organización en la comunicación oral
- E6: La utilización expresa u oral correcta de los argumentos matemáticos
- E7: El grado de cooperación e implicación grupal en los trabajos realizados en grupo
- E8: El grado de manejo y de familiarización de los conceptos más básicos de la teoría de grupos introducidos durante las primeras cuatro semanas del curso
- E9: La capacidad de distinción estructural por parte de los alumnos de los tipos de grupos más trabajados y estudiados, en la fase de implantación de esta metodología



Tipos de evaluación:


Respecto a los distintos tipos de evaluación, mencionamos que en la autoevaluación es el alumno el que participa en la decisión de la calificación de su propio trabajo y, en la evaluación entre compañeros el alumno o los alumnos participan en la decisión de la calificación del trabajo de otros compañeros. Además,

Respecto de la Evaluación (tipo 1) entre compañeros de los trabajos escritos realizados por otros grupos: después de que entre todos (alumnos y profesora) se hayan recordado, matizado y analizado los criterios de corrección de los distintos ejercicios o problemas, cada grupo con el consenso de todos sus miembros, evaluará a otros grupos (normalmente a otros 2), siendo el trabajo a calificar el mismo que anteriormente ellos han tenido que desarrollar. De esta manera, cada grupo es evaluado por más de un grupo y, la aportación de +1, +0.5 o +0 para esta parte escrita, se calculará por consenso de las distintas opiniones de los miembros del grupo y, de los distintos grupos evaluadores, cuando no haya excesivas discrepancias y, en caso de haberlas la profesora también formará parte de la calificación. Para formalizar esta evaluación se debe de cumplimentar el Anexo 7.

Respecto de la Evaluación (tipo 2) entre compañeros de las exposiciones orales de otros grupos: después de que entre todos (alumnos y profesora) se hayan recordado, matizado y analizado los criterios de corrección de los distintos ejercicios o problemas, cada grupo con el consenso de todos sus miembros evaluará la exposición presentada en la pizarra por los representantes de otros grupos distintos (normalmente de otros 2). De esta manera, cada grupo es calificado por más de un grupo y, la aportación de +1, +0.5 o +0 para esta prueba oral, se calculará por consenso de las distintas opiniones de los miembros del grupo y, de los distintos grupos evaluadores, cuando no haya excesivas discrepancias y, en caso de haberlas la profesora también formará parte de la calificación. Para formalizar esta evaluación se debe de cumplimentar el Anexo 8.

6. ANEXOS

En este apartado enumeramos y, presentamos algunos de los anexos a los que hacemos referencia en esta memoria y, que los alumnos dispondrán en moodle o en egela, bien desde el comienzo del curso, o bien una semana antes a la que vayan a ser utilizados.

 *Los que se encuentran disponibles desde el comienzo del curso, son los siguientes:*

Anexo 1: Formación de equipos de trabajo colaborativo

Anexo 2: Componentes del aprendizaje cooperativo

Anexo 3: Normas de funcionamiento del grupo

Anexo 4: Cuestionario de evaluación del trabajo en grupo

Anexo 5: Acta de reunión

Anexo 6: Valoración del trabajo del propio grupo

Anexo 7: Evaluación de la documentación escrita de otro grupo

Anexo 8: Evaluación de la exposición oral de otro grupo


Anexo 9: Relación entre tiempo estimado y tiempo real para la realización de tareas

Anexo 10: Criterios de evaluación y distribución de la evaluación

Anexo 11: Plantilla sobre la resolución de un ejercicio. Comentarios y sugerencias

Anexo 12: Informe de autoevaluación tipo 1

Anexo 13: Informe de autoevaluación tipo 2

 *Los que se encuentran disponibles una semana antes a ser utilizados por los alumnos, los cuales por razones organizativas y no repetitivas, no se adjuntan a la memoria del cuaderno del estudiante, son los siguientes:*

Anexo 14: Simetrías en las manos

Anexo 15: Información sobre el "juego de una persona" y del "puzzle permutación"

Anexo 16: Descripción del grupo diédrico de orden $2n$

Anexo 17: Descripción del grupo cuaternio de 8 elementos

Anexo 18: Ejemplos detallados de estructuras de grupos



Anexo 19: Simetrías del cubo

Anexo 20: *Documento-Cíclico 1*: Teorema de Euler. Pequeño Teorema de Fermat. Orden de las potencias de un elemento en función del orden de dicho elemento. *Documento-Cíclico 2*: Caracterización de la estructura de grupo cíclico. Ejemplos de grupos cíclicos. Elementos generadores de un grupo cíclico y, la cantidad de ellos. *Documento-Cíclico 3*. Descripción completa de todos los subgrupos de un grupo cíclico: cómo son, cómo se generan y qué órdenes tienen.



ANEXO 1

Formación de equipos de trabajo colaborativo

Ximena Bugueño y Cecilia Barros

1. ¿Qué entendemos por equipo de trabajo?

Un equipo de trabajo consiste en un grupo de personas trabajando juntas que “comparten percepciones, tienen una propuesta en común, están de acuerdo con los procedimientos de trabajo, cooperan entre sí, aceptan un compromiso, resuelven sus desacuerdos en discusiones abiertas y que todo eso no aparece automáticamente, sino que debe irse construyendo poco a poco”.

Múltiples estudios señalan con claridad y contundencia que el trabajo colaborativo entre profesores constituye uno de los más determinantes criterios de calidad. Se expresa mediante diversos factores, entre ellos: «planificación y ejecución del trabajo de manera colegiada e interacción estructurada de los profesores»; «procesos de colaboración, cohesión y apoyo»; o «consenso y trabajo en equipo del profesorado».

2. ¿Qué beneficios trae el trabajar en equipo?

- La acción sinérgica suele ser más efectiva y eficaz que la acción individual o que la simple suma de acciones individuales. Mediante la colaboración parece más factible mejorar las ayudas pedagógicas que se proporcionan a los estudiantes, ofrecer una oferta educativa más completa y una educación más justa.
- La colaboración mediante el trabajo en equipo permite analizar en conjunto problemas que son comunes, con mayores y mejores criterios.
- Proporcionar educación de calidad exige que entre los docentes existan ciertos planteamientos comunes y también criterios y principios de actuación suficientemente coherentes. Esos requisitos no son posibles sin la adecuada coordinación que proporciona la colaboración mediante el trabajo en equipo.
- Mejora el autoconcepto y la autoestima entre los profesores, y su sentimiento de propiedad y de pertenencia respecto al establecimiento.
- Sirve de mecanismo para proporcionar una atmósfera que anime a los alumnos a trabajar con entusiasmo.
- Colaborar no implica “hacerle el trabajo al otro”, ni descansar en que el resto se hará cargo. El trabajo colaborativo, no resta responsabilidad a los actores, sino más bien hace esa responsabilidad más abordable al ser asumida como una misión en la que todos están comprometido a planificar, analizar y evaluar conjuntamente, cumpliendo cada quien lo que se requiere de su rol, fuera del trabajo conjunto.

3. Etapas de desarrollo de un equipo de trabajo

- **Conformación:** las personas se consideran parte de un grupo, pero no conocen bien la finalidad, estructura y liderazgo que los une y organiza.
- **Formación de subgrupos:** se tienden a formar subgrupos para reducir la inseguridad e incertidumbre. Durante esta etapa es muy relevante procurar que los subgrupos no perjudiquen la búsqueda de una misión común, sino que contribuyan al desarrollo de una comunidad con distintas miradas dialogantes y colaborativas.
- **Conflicto y confrontación:** etapa de gran riqueza y diversidad. Es común, como parte del desarrollo de un equipo, que emerjan conflictos. Ellos se abren cuando las personas se sienten más seguras, por lo que su expresión es la base del clima de relaciones interpersonales y permite establecer una forma de resolver conflictos que sea favorable para el crecimiento, y perfeccionamiento del equipo.
- **Cohesión en la diferencia:** en equipos que han sabido resolver los conflictos de manera saludable, las relaciones se estrechan y se muestra cohesión. Junto con ello, quedan sentadas las bases sobre el modo deseable para enfrentar conflictos venideros y superar las tensiones.
- **Responsabilidad compartida:** corresponde a la etapa de consolidación del equipo. La energía se centra en la ejecución de la tarea común. Cada uno se hace cargo de sus tareas, pero asume responsabilidad por el éxito del conjunto (Ministerio de Educación [MINEDUC], 1998).

4. Bases para la constitución de un trabajo en equipo colaborativo:

- **Comprensión y aceptación de la meta común:** los miembros de un equipo pueden comprometerse con un objetivo cuando éste es bien comprendido y aceptado. El compromiso con una meta común es la base para la construcción de cualquier comunidad de trabajo colaborativo. Ello además es central para superar el modelo que concibe la labor docente como responsabilidad de cada profesor, como una práctica aislada, hacia un modelo que entiende la necesidad de colaboración para su efectividad.
- **Clima organizacional apropiado:** las personas deben sentirse libres para expresar sus sentimientos e ideas, y los miembros deben escucharse, atendiendo a todas las ideas. La capacidad de crítica es relevante para el desarrollo y crecimiento del equipo, pero ésta debe ser franca, constructiva y respetuosa, orientándose a superar obstáculos. La lealtad y la confianza recíprocas son básicas para el trabajo colaborativo; pero dichas condiciones no surgen necesariamente de forma espontánea, deben construirse y trabajarse intencionadamente para asegurarlas. Se debe construir un acuerdo de compromiso frente al trabajo, de respeto, responsabilidad, participación activa, apoyo, entre otras.



Junto con ello, es central para cuidar este clima, que el trabajo sea establecido en términos de colegialidad, entre iguales; sin predominio por parte de ninguno de los agentes, independientemente de rangos jerárquicos o situaciones administrativas.

- **Transmisión de información efectiva:** debe existir una buena comunicación entre los miembros del equipo. Se debe difundir información clara, oportuna y accesible, para que cada uno desarrolle su tarea y se sienta parte relevante y activa en el desarrollo y quehacer grupal.
- **Toma de decisiones por consenso:** se requiere de un buen nivel de discusión, donde todos participan en forma pertinente con la tarea, se tolera el desacuerdo y no se evita el conflicto, pero este se resuelve de forma pacífica. El trabajo colaborativo va más allá de la simple cooperación; supone el desarrollo de un trabajo y proyecto entendido como común.
- **Liderazgo:** Incluye tanto la reacción del equipo frente al liderazgo como la capacidad del líder para legitimarse frente al equipo.
- **Atención a la forma de trabajo del equipo:** Preocupación por la autoevaluación. El equipo se detiene a observar cómo lo está haciendo y qué dificulta su accionar (MINEDUC, 1997).
- **Creación de condiciones básicas necesarias:** Para favorecer el trabajo colaborativo es necesario tomar medidas para reducir la rigidez en las estructuras y sistemas de trabajo escolar, que muchas veces dificultan el intercambio entre los docentes de diferentes unidades y niveles. Entre ellas, es necesario procurar el diseño de los tiempos requeridos como condición básica para el trabajo colaborativo.

5. ¿Cómo reconozco un equipo de trabajo efectivo?

- Cuando existen buenas relaciones entre sus miembros.
- Cuando sus miembros poseen habilidades psicosociales para relacionarse positivamente entre ellos; saben comunicarse y resolver conflictos sin violencia.
- Cuando se mantiene una permanente reflexión acerca de su funcionamiento, revisa sus prácticas, sus costumbres, sus estados de ánimo (Prodemu, Fundación de la Familia, Fundación Integra y UNICEF, 2003).

Sin duda toda declaración acerca de cómo trabajar en equipo resulta más simple que llevarlo a la práctica. Sin embargo, debemos tener presente que trabajar de manera coordinada y sinérgica, trae al funcionamiento de la institución numerosos beneficios: juntos podemos superar mejor las dificultades, con espacios de reflexión podemos buscar en conjunto soluciones a los conflictos, conociendo las experiencias de otros podemos mejorar las prácticas docentes, tenemos un equipo de apoyo para crear un espacio de autocuidado.



Trabajar como grupo puede presentar obstáculos y dificultades, puede resultar un arduo trabajo conseguirlo, sin embargo, permite obrar conjuntamente con el propósito compartido de alcanzar un mismo fin, brindando una mejor educación y favoreciendo un quehacer profesional más protegido al ser comprendida como responsabilidad compartida.

ANEXO 2

Los cinco ingredientes del aprendizaje cooperativo

En el momento de diseñar una actividad de trabajo cooperativo, es importante tener en cuenta cinco aspectos que ayudarán a que la actividad funcione bien. Esos cinco aspectos (que habitualmente llamamos los cinco ingredientes del aprendizaje cooperativo) son:

1. Interdependencia positiva
2. Exigibilidad individual
3. Interacción cara a cara
4. Habilidades interpersonales y de trabajo en grupo
5. Reflexión del grupo

Veamos a continuación cada una de estos ingredientes

Interdependencia positiva y exigibilidad individual

Una tarea de grupo tiene interdependencia positiva cuando todos los miembros del grupo son necesarios para que la tarea pueda realizarse con éxito. En otras palabras, no es posible que uno de los miembros del grupo (o un subgrupo) realice la tarea por su cuenta, al margen del resto del grupo.

Una tarea tiene exigibilidad individual cuando cada uno de los miembros del grupo debe rendir cuentas no sólo de su parte del trabajo sino también del trabajo realizado por el resto del grupo. En otras palabras, no es posible que un miembro del grupo se centre exclusivamente en realizar su parte, desentendiéndose completamente del trabajo que realizan los demás miembros del grupo. La interdependencia positiva y la exigibilidad individual son los dos ingredientes más importantes en el diseño de actividades de aprendizaje cooperativo. Veamos ahora un ejemplo que ayudará a clarificar estos conceptos.

Un profesor asigna una tarea a realizar en grupos de tres. La tarea consiste en la construcción de una aplicación informática que requerirá a los alumnos



el aprendizaje de varios conceptos nuevos (algoritmos de ordenación, manejo de ficheros, etc.). Se ha establecido una fecha para la entrega del código de la aplicación. Una semana más tarde de esa entrega, cada grupo deberá realizar para el resto de la clase una breve presentación oral sobre el trabajo realizado.

Caso 1: Ni interdependencia positiva ni exigibilidad individual

El volumen real de trabajo requerido es pequeño, y perfectamente asumible por uno de los miembros del grupo, que está dispuesto a hacer él solo toda la aplicación informática, aunque el trabajo lo firmarán los tres. A cambio, sólo pide que los compañeros se encarguen de las prácticas de otras asignaturas, que él también firmará aunque no haya participado en ellas. El alumno que hace todo el trabajo será, lógicamente, el que hará la presentación oral final, puesto que el profesor no ha establecido ninguna condición sobre quién debe hacer esa presentación.

Caso 2: Exigibilidad individual, pero no interdependencia positiva

El profesor ha establecido que la presentación final la realizará uno de los miembros del grupo elegido al azar, cinco minutos antes de la presentación. El volumen de trabajo sigue siendo pequeño, con lo que uno de los miembros del grupo se encarga de hacerlo todo y entregar la aplicación. Durante la semana anterior a la presentación, el alumno que ha hecho el trabajo explica todos los detalles a los compañeros, y se asegura de que cualquiera de ellos estará en condiciones de explicar el trabajo realizado si resulta elegido para la presentación.

Caso 3: Interdependencia positiva pero no exigibilidad individual

El volumen de trabajo es elevado, y para terminarlo antes de la fecha límite no hay más remedio que repartírselo entre los tres. Cada uno de los alumnos se centra en su parte y se despreocupa del resto. Una vez integradas las partes y terminado el trabajo, uno de los alumnos se encarga de estudiarse todo el trabajo realizado y prepararse la presentación. El resto puede desentenderse del trabajo de los demás, y una vez explicada su parte al compañero que hará la presentación, puede desentenderse incluso de su parte.

Caso 4: Interdependencia positiva y exigibilidad individual

El volumen de trabajo obliga al grupo a repartirse el trabajo entre los tres. Por otra parte, el profesor elegirá al azar al alumno que debe explicar el trabajo realizado. Cada uno de los alumnos se centra en su parte, pero no puede desentenderse de lo que hacen los compañeros, porque al final debe estar en condiciones de explicar cualquiera de los aspectos del trabajo



(aunque obviamente el profesor aceptará que cada alumno dé detalles más precisos de la parte que ha realizado él mismo).

Interacción cara a cara

Si bien hoy en día las herramientas telemáticas permiten a los miembros de un grupo interactuar en la distancia, el trabajo del grupo mejora, y es más agradecido, cuando el grupo interactúa físicamente, cara a cara, con una cierta periodicidad. Es más, algunas habilidades importantes en el trabajo en grupo (por ejemplo, emitir gestos de apoyo a las propuestas de los demás) sólo pueden ponerse en práctica cuando el grupo interactúa cara a cara.

En el momento de diseñar una tarea en grupo es importante tomar las medidas necesarias para que la interacción cara a cara sea posible, lo cual no siempre es fácil si tenemos en cuenta las agendas tan apretadas que suelen tener nuestros alumnos. Es muy conveniente, por ejemplo, utilizar algunas de las horas de clase para que los grupos puedan reunirse e interactuar. Esto permite al profesor observar su funcionamiento, e intervenir en caso de que sea requerido. Esta estrategia puede obligar al profesor a eliminar algunas sesiones de clase expositiva (substituyéndolas por sesiones de trabajo en grupo), y preparar algún material de autoaprendizaje para que los alumnos trabajen en casa de forma individual el material que hubiese sido tratado en las clases expositivas que han sido eliminadas.

Por otra parte, en el momento de formar los grupos, además de otros criterios importantes como la heterogeneidad de los componentes, debe verificarse que los miembros del grupo tienen franjas comunes de tiempo libre que podrán usar para reunirse cuando sea necesario. En caso de que alguno de los grupos no tenga esas franjas de tiempo libre común, puede ser conveniente hacer algún cambio de grupo.

Habilidades interpersonales y de trabajo en grupo

Trabajar en grupo de forma eficaz no es fácil. Todos los días tenemos nuevos ejemplos de grupos (o individuos) que son incapaces de llegar a un acuerdo, de formular críticas constructivas, o de aceptarlas sin sentirse ofendidos. No podemos esperar que nuestros alumnos lleven a cabo las tareas encargadas resolviendo por su cuenta los conflictos y dificultades que vayan encontrando en cuanto a su relación como grupo. El profesor debe estar preparado para ayudarles a enfrentarse a esas situaciones. Es más,



un conflicto de grupo debe verse como una oportunidad de desarrollar unas habilidades (las llamadas habilidades interpersonales y de trabajo en grupo) que pueden ser más importantes en la vida profesional que otras muchas habilidades y conocimientos a las que prestamos más atención como profesores.

Resulta muy conveniente ofrecer a los alumnos algunos consejos sobre trabajo en grupo, al inicio del curso (por ejemplo, en la primera sesión de trabajo en grupo, inmediatamente después de constituir los grupos). Algunos temas que pueden abordarse en esa sesión de consejos son:

- Mecanismos para la toma de decisiones en caso de discrepancias
- Formas de establecer reglas de funcionamiento como grupo
- Formas de ofrecer crítica constructiva
- Estrategias para producir ideas creativas para resolver un problema
- Cómo establecer objetivos, repartir trabajo y establecer fechas de entrega
- Cómo redactar el acta de una reunión

Existen muchos tipos de materiales de fácil acceso (por ejemplo, páginas web) que contienen gran cantidad de material sobre estos temas, de mucha utilidad para preparar unos buenos consejos. En todo caso, debe tenerse bien presente que la efectividad de una sesión de consejos al inicio de curso, cuando los grupos todavía no han tenido conflictos en su funcionamiento, puede tener una eficacia limitada. Es, por tanto, muy importante que el profesor esté muy pendiente de la dinámica de cada uno de los grupos (observando las ausencias, caras de reprobación o malestar durante las discusiones del grupo, etc.), de forma que pueda intervenir, en ocasión de un conflicto, recordando al grupo los consejos que pueden aplicarse, en función de la naturaleza del conflicto.

Finalmente, hay que decir que el escenario ideal para el desarrollo de estas habilidades interpersonales y de trabajo en grupo es el de un conjunto de asignaturas que utilizan aprendizaje cooperativo y que se coordinan fuertemente en cuanto al desarrollo de estas habilidades. Así por ejemplo, en una de las asignaturas los alumnos aprenden a participar eficazmente en una sesión de brainstorming dirigida por el profesor, y en la asignatura siguiente son los propios alumnos los que deciden cuándo necesitan una sesión de brainstorming, y la organizan y dirigen ellos mismos.



Reflexión sobre el trabajo realizado

Para facilitar el desarrollo de las habilidades interpersonales y de trabajo en equipo los grupos deben someterse de vez en cuando a actividades de reflexión, en las que puedan identificarse aspectos positivos y aspectos a mejorar en cuanto al funcionamiento del grupo. Algunas de estas actividades de reflexión deben ser programadas por el profesor, aunque idealmente los grupos deben aprender a identificar cuándo deben sentarse a reflexionar y cómo organizar ese momento de reflexión. También para este tema existen innumerables ejemplos de cuestionarios y materiales que facilitan el proceso de reflexión y ayudan a explicitar la naturaleza de las dificultades del grupo.

Es especialmente importante, por ejemplo, pedir a los grupos que rellenen un cuestionario de funcionamiento cuando lleven dos o tres semanas trabajando juntos.

Ese cuestionario debe permitir identificar las primeras dificultades, que normalmente son motivadas por alumnos que no están dispuestos a dedicar el tiempo requerido, o no disponen de ese tiempo, o simplemente no existe esa coincidencia de tiempo libre para la interacción cara a cara. Esta intervención a las dos o tres semanas puede permitir realizar algunos ajustes en la composición de los grupos, e identificar aquellos alumnos que habrá que apartar de la dinámica de grupos (y para los que habrá que pensar un plan alternativo).

En otros momentos a lo largo del curso será conveniente programar nuevos momentos para la reflexión, que permitan identificar un segundo tipo de conflictos que sólo se ponen de manifiesto cuando el grupo lleva un tiempo trabajando juntos (diferencias de criterios o de formas de trabajar, personalidades incompatibles, dificultades para establecer con claridad los objetivos y los calendarios, etc.).

Finalmente, también es conveniente organizar una última reunión de reflexión al final de curso, en la que cada grupo, a la vista del resultado final de su trabajo, tenga unos minutos para celebrar el éxito, y para identificar los aspectos que deberían mejorar si tuviesen que volver a trabajar juntos.



ANEXO 3. NORMAS DE FUNCIONAMIENTO DEL GRUPO

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGIA

GRADO DE MATEMATICAS

CURSO-GRUPO:

GRUPO DE TRABAJO:



Componentes del grupo de trabajo (por orden alfabético)

C1.

C2.

C3.

NORMAS DE FUNCIONAMIENTO DEL GRUPO

1. Nos comprometemos a asistir a todas las reuniones y participar en las mismas.
2. Nos comprometemos a realizar y presentar con puntualidad nuestra parte correspondiente del trabajo.
3. Intentaremos solucionar los posibles conflictos que puedan surgir de la mejor manera posible.
4. Nos comprometemos a aceptar y debatir las ideas de nuestros compañeros.
5. En caso de que algún miembro del grupo no asista o no traiga su parte hecha más de dos veces se tratará su expulsión.
6. Mantener un comportamiento inadecuado llevará a la expulsión.
7. Nos comprometemos a aceptar y corregir todos nuestros errores.



Nombre	Nombre
Firma	Firma
Nombre	
Firma	



ANEXO 4. CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DEL TRABAJO EN GRUPO



FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGIA

GRADO DE MATEMATICAS

CURSO-GRUPO:

GRUPO DE TRABAJO:

CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DEL TRABAJO EN GRUPO	
<p>Te pido que me des tu opinión sobre el funcionamiento de tu grupo de trabajo. Tus respuestas serán analizadas, y tenidas en cuenta en la evaluación de las actividades de grupo.</p>	
GRUPO:	TAREA o ACTIVIDAD:

Componentes del grupo	C1	C2	C3
Ha sido puntual las veces que hemos quedado			
Ha sido puntual en la entrega del trabajo que se le había asignado			
El trabajo realizado ha sido satisfactorio			
Ha participado continuamente en todas las actividades			



Ha contribuido a crear buen ambiente motivando al equipo de trabajo			
Ha compartido conocimientos con los demás			
Siempre ha mostrado respeto hacia las opiniones de los demás			

ANEXO 5. ACTA DE REUNIÓN. Facultad de Ciencia y Tecnología

 Universidad del País Vasco
 Euskal Herriko Unibertsitatea

ACTA DE REUNIÓN

Fecha:	Hora comienzo:	Hora finalización:
Equipo:		Título del Trabajo:
Miembros asistentes:		Miembros ausentes:
ASUNTOS TRATADOS :		
ACUERDOS ADOPTADOS:		
RESULTADOS OBTENIDOS:		
VALORACIÓN DEL TRABAJO DE CADA UNO DE LOS MIEMBROS:		
FIRMA DE LOS ASISTENTES:		



ANEXO 6. VALORACIÓN DEL TRABAJO DEL PROPIO GRUPO. CONTENIDOS Y RESULTADOS CUANTITATIVOS



GRUPO EVALUADOR	
TRABAJO EVALUADO	

VALORACIÓN DEL TRABAJO DE GRUPO (estos criterios desglosados por apartados y subapartados sirven para evaluar el contenido del trabajo realizado en grupo y, no para evaluar cómo ha funcionado el grupo como equipo. Para esta segunda evaluación utilizamos el Anexo 4)

	SUPERA LO ESPERADO	SATISFACTORIO	NO SATISFACTORIO
Contenidos abordados	<ul style="list-style-type: none"> -Identifican las partes del problema -Proponen diferentes formas de resolución -Plantean un método de resolución 	<ul style="list-style-type: none"> -Identifican las partes del problema -Plantean un método de resolución 	Sabén identificar las partes del problema
Resultados cuantitativos obtenidos	<ul style="list-style-type: none"> -Resuelven el problema hasta el final -Justifican razonadamente todo el 	<ul style="list-style-type: none"> -Resuelven el problema hasta el final -No justifican debidamente el 	No resuelven el problema No entienden los



	proceso -Analizan la coherencia de los resultados -Obtienen conclusiones lógicas	razonamiento en el proceso -No analizan con alto grado de satisfacción la coherencia de los resultados	argumentos matemáticos
--	--	---	------------------------





ANEXO 7. EVALUACIÓN DE LA DOCUMENTACIÓN ESCRITA DE OTRO GRUPO (Evaluación entre compañeros tipo 1)



EVALUACIÓN DE LA DOCUMENTACIÓN ESCRITA DE GRUPOS

GRUPO EVALUADOR	
GRUPO EVALUADO Y TRABAJO EVALUADO	

1 = Nada 2 = Escasa 3 = Algo 4 = Mucho 5 = Totalmente

1. Claridad	1	2	3	4	5
2. Correcta utilización de argumentos matemáticos	1	2	3	4	5
3. Dominio del lenguaje técnico	1	2	3	4	5
4. Enfoque adecuado a la asignatura	1	2	3	4	5
5. Correcta estructura de los contenidos	1	2	3	4	5
6. Presenta ejemplos didácticos	1	2	3	4	5
7. Analiza los resultados obtenidos	1	2	3	4	5
8. Incluye fuentes de información	1	2	3	4	5

Valoración global de la documentación del equipo (entre 0 y 10): _____

Aspectos positivos (puntos fuertes):

Aspectos negativos (puntos de mejora):

ANEXO 8. EVALUACIÓN DE LA EXPOSICIÓN ORAL DE OTRO GRUPO (Evaluación entre compañeros tipo 2)



EVALUACIÓN DE LA EXPOSICIÓN ORAL DE GRUPOS

GRUPO EVALUADOR	
GRUPO EVALUADO Y TRABAJO EVALUADO	

1 = Nada 2 = Escasa 3 = Algo 4 = Mucho 5 = Totalmente

1. Conocimiento del tema	1	2	3	4	5
2. Organización de la información	1	2	3	4	5
3. Dominio del lenguaje técnico	1	2	3	4	5
4. Manejo del material auxiliar	1	2	3	4	5
5. Dirige(n) la mirada al público	1	2	3	4	5
6. Manejo de la voz	1	2	3	4	5
7. Expresión corporal	1	2	3	4	5
8. Se siente(n) seguro(s)	1	2	3	4	5
9. Comunica(n) entusiasmo	1	2	3	4	5
10. Se atiene(n) al tiempo estipulado	1	2	3	4	5

Valoración global de la presentación del equipo (+1, +0.5, +0):

Valoración global de la presentación del equipo (entre 0 y 10):.....



Aspectos positivos (puntos fuertes):

Aspectos negativos (puntos de mejora):



ANEXO 9. RELACION ENTRE TIEMPO ESTIMADO Y TIEMPO REAL PARA LA REALIZACION DE TAREAS



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

IDENTIFICACIÓN DEL GRUPO	
TRABAJO REALIZADO	

Tiempo estimado por la docente para la realización de la tarea:	Tiempo real empleado por el grupo:
	Diferencia:

ANEXO 10. CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y DISTRIBUCIÓN DE LA EVALUACIÓN



Los criterios de evaluación numérica que se van a seguir, de tanto las tareas escritas como orales son los siguientes:

- E1: La coherencia, la organización y la precisión de las ideas expresadas de manera escrita
- E2: La correcta utilización de la terminología específica y de los argumentos matemáticos propios de cada actividad
- E3: La claridad y limpieza en la redacción escrita
- E4: La exactitud en las soluciones
- E5: La claridad, coherencia y buena organización en la comunicación oral
- E6: La utilización expresa u oral correcta de los argumentos matemáticos
- E7: El grado de cooperación e implicación grupal en los trabajos realizados en grupo
- E8: El grado de manejo y de familiarización de los conceptos básicos de la teoría de grupos introducidos durante las primeras cuatro semanas del curso
- E9: La capacidad de distinción estructural por parte de los alumnos de los tipos de grupos más trabajados y estudiados, en la fase de implantación de esta metodología



El peso de la evaluación respecto de la nueva metodología es del 30% sobre el total de la asignatura y, éste se reparte de la siguiente manera:

50%	10%	10% (5%+5%)	30%
<p>Trabajos realizados en grupos y, que han sido recogidos en el portafolio. En este caso los grupos estarán formados por los mismos componentes y, éstos serán evaluados bien por la docente, o habrán recibido una evaluación entre compañeros del tipo 1 (Anexo 7)</p> <p>ACTIVIDADES (ACT): 4,5,7,11,12,13,14,15 17,18,20,21,22,27</p>	<p>Exposiciones orales en pizarra de los trabajos realizados por los distintos grupos, que serán defendidos cada vez, por un representante distinto de cada grupo elegido por la docente. A todos los miembros de un mismo grupo se les asignará la nota oral que su representante haya obtenido en dicha prueba. Estas presentaciones serán calificadas por otros compañeros tipo 2 (Anexo 8) o por la docente</p> <p>ACTIVIDADES (ACT): 8,15,18,21,24,25</p>	<p>5%: Trabajos individuales escritos, que serán evaluados por la docente o autoevaluados por el propio alumno (tipo 1-Anexo 12 o tipo 2-Anexo 13)</p> <p>ACT: Tareas adicionales para las sesiones 9ª y 13ª y, la actividad AI5</p> <p>5%: Intervenciones orales a título personal, que serán evaluadas únicamente por la docente</p> <p>ACT: 1,2,3,9,13,26</p>	<p>Examen individual que será calificado únicamente por la docente (se establece un mínimo de 3.5 puntos sobre un total de 10 en esta prueba, para superar la primera parte).</p> <p>ACTIVIDAD: 28</p>



ANEXO 11. PLANTILLA SOBRE LA RESOLUCIÓN DE UN EJERCICIO O PROBLEMA. COMENTARIOS Y SUGERENCIAS



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

ENUNCIADO DEL EJERCICIO O PROBLEMA	
Nº DE ACTIVIDAD Y Nº DE SESIÓN DE LA QUE FORMA PARTE	
SOLUCIÓN MODELO FACILITADA POR LA DOCENTE	
COMENTARIOS	
SUGERENCIAS POR PARTE DE LA DOCENTE PARA ENTENDER MEJOR SU RESOLUCIÓN	



ANEXO 12. INFORME DE AUTOEVALUACIÓN TIPO 1



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

IDENTIFICACIÓN DEL ALUMNO:

TRABAJO O EJERCICIO REALIZADO	
Nº DE ACTIVIDAD Y Nº DE SESIÓN DE LA QUE FORMA PARTE	
SOLUCIÓN MODELO FACILITADA POR LA DOCENTE (una vez el alumno haya entregado el ejercicio)	
COMPARATIVA ENTRE LO ENTREGADO POR EL ALUMNO Y EL MODELO SOLUCIÓN. Clasificación de los errores: de la docente, míos o diferencia admisible de soluciones	
“ERRORES QUE NUNCA MÁS VOLVERÉ A COMETER”. CONCLUSIONES	


ANEXO 13. INFORME DE AUTOEVALUACIÓN TIPO 2

IDENTIFICACIÓN DEL ALUMNO:

TRABAJO, EJERCICIO O PROBLEMA REALIZADO	
Nº DE ACTIVIDAD Y Nº DE SESIÓN DE LA QUE FORMA PARTE	
PROCESO EXPLICATIVO DE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA	
GRADO DE DIFICULTAD ENCONTRADO	
ASPECTOS NO FINALIZADOS. RAZONES	
OBJETIVOS QUE SE CREEN HABER ALCANZADO	

