

# EL ÁLGEBRA, NUESTRA ALIADA



Cuaderno del Estudiante

Goretti Echegaray López



## Contenido

INTRODUCCIÓN .....	3
PROBLEMA ESTRUCTURANTE.....	3
PREGUNTA GENERAL .....	3
ESCENARIO DEL PROBLEMA ESTRUCTURANTE .....	3
CONTEXTO DE LA ASIGNATURA.....	5
DATOS DE LA ASIGNATURA.....	5
INFORMACIÓN ADICIONAL .....	6
DESARROLLO DE LA ASIGNATURA .....	8
METODOLOGÍA.....	8
TRABAJO EN GRUPO .....	9
HORAS DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE .....	10
PLANIFICACIÓN TEMPORAL.....	11
HORARIO .....	11
ACTIVIDADES ABP POR SEMANAS .....	12
ENTREGAS ABP POR SEMANAS .....	12
DESARROLLO DEL PROBLEMA: SECUENCIA DE ACTIVIDADES .....	13
ACTIVIDAD 0.....	13
PRIMER SUBPROBLEMA.....	15
SEGUNDO SUBPROBLEMA .....	23
TERCER SUBPROBLEMA .....	28
EVALUACIÓN DE LAS ACTIVIDADES .....	35
CONVOCATORIA ORDINARIA .....	35
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA .....	43
BIBLIOGRAFÍA .....	44
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA DE ABP.....	44
BIBLIOGRAFÍA DE PROFUNDIZACIÓN DE LA MATERIA .....	44
ANEXO I. NORMAS DE FUNCIONAMIENTO DEL GRUPO .....	46
ANEXO II. ACTA DE REUNIÓN .....	47
ANEXO III. ENCUESTA DE COEVALUACIÓN DE TRABAJO EN GRUPO .....	48
ANEXO IV. INGREDIENTES DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO .....	49

---

## INTRODUCCIÓN

El Cuaderno del Estudiante recoge la documentación referente a la parte del temario desarrollada mediante la metodología ABP, orientada al alumnado. Se incluye el problema a través del cual se irán desarrollando las actividades, el contexto general de la asignatura, el temario y la metodología, las horas de dedicación y planificación temporal, la secuencia de actividades, la evaluación y las herramientas necesarias para llevarla a cabo y las fuentes de información. Este documento es parte de un informe más detallado orientado al docente, llamado “Cuaderno del Docente”.

La metodología activa ABP o “Aprendizaje Basado en Problemas” permitirá al alumnado plantear hipótesis, determinar las necesidades de aprendizaje y desarrollar sus habilidades de trabajo colaborativo. Teniendo el interés de resolver un problema real como motor de aprendizaje principal, se llegarán a adquirir las competencias establecidas en el documento de grado y que les serán de ayuda a la hora de incorporarse al mercado laboral.

A continuación se muestra el escenario planteado junto con la pregunta general que guiará el desarrollo de todas las actividades.

## PROBLEMA ESTRUCTURANTE

### PREGUNTA GENERAL

---

**¿Qué podemos hacer si nos fallan las herramientas informáticas y necesitamos transformar una pieza mecánica con solo saber las coordenadas de sus vértices?**

### ESCENARIO DEL PROBLEMA ESTRUCTURANTE

---

Miren, Beñat y Sara acaban de graduarse en Ingeniería Civil y han decidido hacer unas prácticas antes de integrarse de lleno al mundo laboral. Han entrado a colaborar en una pequeña empresa llamada Artech que diseña, transforma y fabrica piezas de automoción.

Esta mañana, los tres han ido a trabajar como de costumbre, pero se han encontrado con una desagradable noticia: el fin de semana hubo un error en el sistema debido a un corte de luz, y el programa informático que utilizaban para el diseño de las piezas ha dejado de funcionar. Por si eso fuera poco, se han perdido prácticamente todos los datos de la última pieza que diseñaron. Lo único que se ha guardado han sido las coordenadas de los vértices de la pieza. Ante este desastre, y a la vista de que arreglar el programa va a llevar semanas, la gerencia les ha encargado la misión de recalcular todo lo que el programa de diseño ha hecho por ellos días antes, ya que necesitan realizar una entrega para la empresa CM-Auto para dentro de muy poco tiempo. Confían en ellos. En Artech saben que Miren es una persona muy competente, Beñat un chico muy práctico que siempre encuentra la forma de minimizar el trabajo, y Sara una experta en software. Seguro que forman un buen equipo.

Miren recuerda que en base a las coordenadas de los vértices se podía transformar la pieza (trasladarla, rotarla, escalarla, aplicarle una simetría etc.). Por suerte, en la asignatura de Álgebra de la carrera aprendieron que todas estas operaciones podían resolverse utilizando **matrices**. Tiene el tema algo oxidado, pero está segura de que en internet encontrará información suficiente para sacar la tarea adelante con la ayuda de sus dos compañeros.

Beñat comenta que también tendrán que mostrar la pieza desde un punto de vista diferente: una cámara. Ésta, por supuesto, necesita conocer las coordenadas de la pieza en su sistema de referencia. Para ello cree que les servirán los **cambios de base** y la **ortonormalización**.

El tener que plasmar la pieza en una pantalla les va a obligar a pasar las coordenadas 3D de la pieza a coordenadas de pantalla (2 dimensiones). Debido a que este proceso deberá ser aplicado a un número muy elevado de vértices, Beñat reconoce que tendrán que minimizar el número de operaciones a realizar para llegar a tiempo. Ante esto, Sara recuerda haber visto en un programa informático la utilización de “**aplicaciones lineales**” para este tipo de tareas. Será necesario buscar información sobre ellas.

Además, son conscientes de que no pueden realizar a mano todas las operaciones, y necesitarán alguna herramienta informática que les facilite los cálculos. Sara dice conocer algunos programas que pueden utilizar, como por

ejemplo Maxima o Wolfram Mathematica. Por tanto, tienen todos los ingredientes necesarios para resolver el problema con éxito.

Una vez hecho todo el trabajo, y si les sale bien, han decidido presentarle al gerente tanto de forma escrita como oral lo conseguido para que valore su mérito. Esto servirá también en el caso de que vuelva a fallar el programa.

## CONTEXTO DE LA ASIGNATURA

### DATOS DE LA ASIGNATURA

1. **NOMBRE:**  
Álgebra y Geometría.
2. **TITULACIÓN:**  
Ingeniería Civil.
3. **CURSO/CUATRIMESTRE:**  
Curso 1º, 2º cuatrimestre.
4. **Nº DE CRÉDITOS ECTS:** 6.
5. **MODALIDADES DOCENTES:**

El calendario docente establece las siguientes modalidades:

Tipo de docencia	M	S	GA	GO
Horas presenciales/semana	2,5		1	0,5
Horas no presenciales/semana	3,75		1,5	0,75

Tipo de docencia	M	S	GA	GO	TOTAL
Horas presenciales/curso	37,5		15	7,5	60
Horas no presenciales/curso	56,25		22,5	11,25	90

Debido al reducido número de horas de la modalidad GO (prácticas de ordenador) semanales (0,5 horas), se realiza una práctica de una hora cada dos semanas.

---

## INFORMACIÓN ADICIONAL

---

### 1. OBJETIVO GENERAL:

La asignatura de Álgebra y Geometría pretende por un lado desarrollar un conocimiento del cuerpo teórico de álgebra que permita reconocer los conceptos a aplicar a la hora de resolver problemas. Además, servirá para comprender situaciones planteadas en el ámbito de la ingeniería.

Para ello, se aprenderá a emplear procedimientos de álgebra como realizar análisis cualitativos, utilizar terminología matemática, abstraer, formular hipótesis, aplicar resultados matemáticos, analizar la existencia, unicidad, propiedades e interpretación de las soluciones, buscar generalizaciones o construir demostraciones.

Una vez solventado el problema, el alumnado sabrá explicar justificadamente el proceso que se ha seguido para resolverlo mediante conceptos, resultados y procedimientos de álgebra.

Además, y con el objeto de dar solución a situaciones propias de la ingeniería, se aprenderá a utilizar recursos informáticos.

Por último, se adquirirá la capacidad de adoptar una actitud responsable, ordenada en el trabajo y dispuesta al aprendizaje, desarrollando recursos para el trabajo tanto autónomo como grupal.

### 2. TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

- **Tema 1: Espacio Vectorial.**
  - Subespacio Vectorial
  - Dependencia e independencia lineal
  - Bases y dimensión
  - Cambio de coordenadas
  - Operaciones entre espacios vectoriales
  
- **Tema 2: Aplicaciones Lineales.**
  - Subespacios Núcleo e Imagen

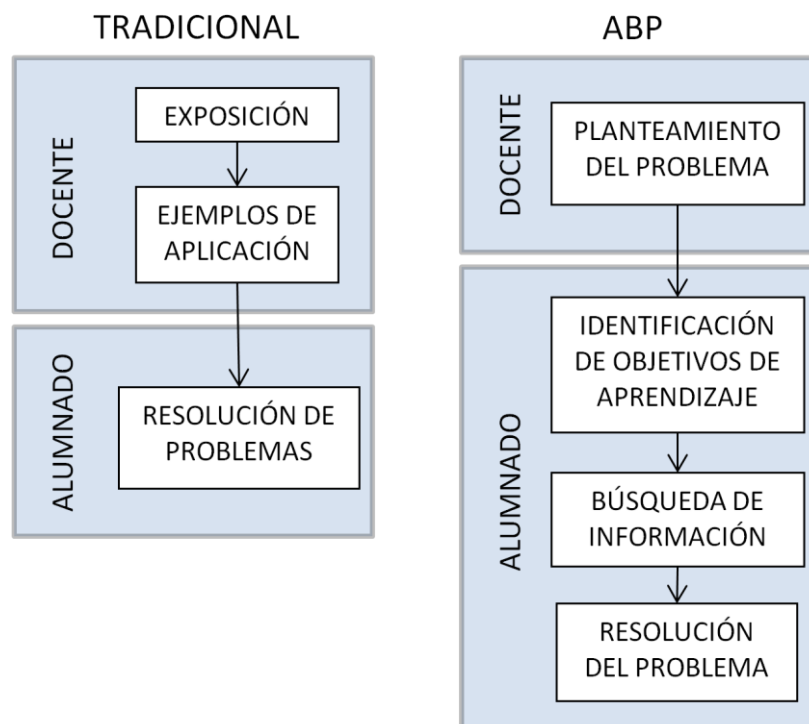
- Construcción de una aplicación lineal
- Aplicaciones lineales especiales
- Transformaciones geométricas
  
- **Tema 3: Matrices.**
  - Operaciones con matrices
  - Matriz de cambio de coordenadas
  - Matriz asociada a una aplicación lineal
  
- **Tema 4: Determinantes.**
  - Propiedades de los determinantes
  - Cálculo de determinantes
  - Rango de una matriz
  - Matriz inversa
  
- **Tema 5: Sistemas de ecuaciones lineales.**
  - Equivalencia de sistemas
  - Métodos para resolver un sistema de ecuaciones
  
- **Tema 6: Espacio vectorial euclídeo.**
  - Norma de un vector
  - Ortogonalidad
  - Bases ortonormales
  
- **Tema 7: Diagonalización de matrices cuadradas.**
  - Matrices diagonalizables
  - Diagonalización ortogonal
  
- **Tema 8: Cónicas y cuádricas.**
  - Lugares geométricos
  - Cálculo de la ecuación reducida de una cónica
  - Cálculo de la ecuación reducida de una cuádrica

## DESARROLLO DE LA ASIGNATURA

### METODOLOGÍA

La asignatura se desarrollará tanto por medio de metodologías expositivas tradicionales como por la metodología activa Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), con un porcentaje del 60%-40% respectivamente.

¿Y en qué se diferencian? Muy sencillo: Mientras en la metodología tradicional el/la docente primero expone la información y posteriormente busca su aplicación en la resolución de un problema, en el caso del ABP el proceso es el inverso: primero se presenta el problema, se identifican las necesidades de aprendizaje (es decir, el alumnado define qué necesita saber para llegar a solucionar el problema), se busca la información necesaria y finalmente se regresa a dar solución al problema.



En ese recorrido hacia la resolución final, se trabaja en pequeños grupos, desarrollando en el camino habilidades que en el método convencional expositivo difícilmente podrían adquirirse.



La base del ABP está en el llamado Aprendizaje Cooperativo (AC). Éste es un método de aprendizaje basado en el trabajo en equipo. Se trabaja conjuntamente para lograr determinados objetivos comunes de los que son responsables todos los miembros del grupo. Los elementos básicos que definen el AC están listados en el Anexo IV.

En nuestro caso, los temas trabajados con ABP serán los siguientes: (en el mismo orden en el que se presentan)

- Tema 3: Matrices.
- Tema 6: Espacio vectorial euclídeo.
- Tema 2: Aplicaciones Lineales.

Por tanto, el temario de la asignatura quedará redistribuido de la siguiente manera:

- Tema 1: Espacio Vectorial.

- |  |     |
|--|-----|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tema 3: Matrices.</li> <li>• Tema 6: Espacio vectorial euclídeo.</li> <li>• Tema 2: Aplicaciones Lineales.</li> </ul> | ABP |
|--|-----|

- Tema 4: Determinantes.
- Tema 5: Sistemas de ecuaciones lineales.
- Tema 7: Diagonalización de matrices cuadradas.
- Tema 8: Cónicas y cuádricas.

Las actividades y la documentación necesaria para llevarlas a cabo se subirán a la plataforma virtual eGela con antelación para que tengáis acceso a ellas cuando las necesitéis, pero no se subirá todo al mismo tiempo sino que se proporcionará la información a medida que se vaya necesitando.

## TRABAJO EN GRUPO

Para la mayor parte de las actividades ABP se trabajará en grupos reducidos (se intentarán formar grupos de 3 personas). Los grupos los formaréis vosotros/as como mejor os convenga, teniendo en cuenta que necesitaréis tener horas libres en común fuera del aula.

Es importante que todos los/as integrantes del grupo tengan un alto nivel de compromiso, debido a que la nota de todos/as dependerá del esfuerzo y dedicación de cada individuo. Para poder asegurar un correcto funcionamiento del grupo, se os hará entrega de un documento de reglas que deberéis leer, adaptar, completar y firmar para mostrar vuestro compromiso (Anexo I). Además, se os facilitará otro documento para que podáis rellenar las actas de vuestras reuniones y así llevar un seguimiento del trabajo realizado (Anexo II).

## HORAS DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

### SUBPROBLEMA 0:

<b>HORAS DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE A LAS ACTIVIDADES DEL SUBPROBLEMA 0</b>			
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>TRABAJO PRESENCIAL</b>	<b>TRABAJO NO PRESENCIAL</b> (estimación)	<b>TOTAL</b>
<b>A0</b>	2:30	0:30	<b>3:00</b>
<b>TOTAL HORAS</b>	<b>2:30 horas</b>	<b>0:30 horas</b>	<b>3:00 horas</b>

### SUBPROBLEMA 1:

<b>HORAS DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE A LAS ACTIVIDADES DEL SUBPROBLEMA 1</b>			
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>TRABAJO PRESENCIAL</b>	<b>TRABAJO NO PRESENCIAL</b> (estimación)	<b>TOTAL</b>
<b>A1.1</b>	1:00	0:00	<b>1:00</b>
<b>A1.2</b>	2:30	1:00	<b>3:30</b>
<b>A1.3</b>	1:00	1:00	<b>2:00</b>
<b>A1.4</b>	1:00	1:00	<b>2:00</b>
<b>A1.5</b>	2:30	1:00	<b>3:30</b>
<b>A1.6</b>	1:00	1:30	<b>2:30</b>
<b>TOTAL HORAS</b>	<b>9:00 horas</b>	<b>5:30 horas</b>	<b>14:30 horas</b>

### SUBPROBLEMA 2:

<b>HORAS DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE A LAS ACTIVIDADES DEL SUBPROBLEMA 2</b>			
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>TRABAJO PRESENCIAL</b>	<b>TRABAJO NO PRESENCIAL</b> (estimación)	<b>TOTAL</b>
<b>A2.1</b>	1:00	0:00	<b>1:00</b>
<b>A2.2</b>	3:30	1:30	<b>5:00</b>
<b>A2.3</b>	2:00	0:30	<b>2:30</b>
<b>A2.4</b>	1:30	1:30	<b>3:00</b>
<b>TOTAL HORAS</b>	<b>8:00</b>	<b>3:30</b>	<b>11:30</b>

### SUBPROBLEMA 3:

HORAS DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE A LAS ACTIVIDADES DEL SUBPROBLEMA 3			
ACTIVIDAD	TRABAJO PRESENCIAL	TRABAJO NO PRESENCIAL (estimación)	TOTAL
A3.1	1:00	0:00	1:00
A3.2	2:30	1:00	3:30
A3.3	1:00	1:00	2:00
A3.4	2:30	1:30	4:00
A3.5	1:00	0:00	1:00
<b>TOTAL HORAS</b>	<b>8:00</b>	<b>3:30</b>	<b>11:30</b>

## PLANIFICACIÓN TEMPORAL

### HORARIO

Lunes 13:00-14:30: Magistral

Miércoles 11:00-12:00: Magistral

Jueves 8:30-9:30: Prácticas de Aula

Viernes 10:30-11:30: Prácticas de Ordenador (semanas alternas)

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
8:30-9:30				GA	
9:30-10:30					
10:30-11:30					GO (alt.)
11:30-12:30			M		
12:30-13:30					
13:30-14:30	M				

## ACTIVIDADES ABP POR SEMANAS

	Sesiones			
	90'	60'	60'	60'
<b>Semana 3</b>	A0	A0	A1.1	A1.2
<b>Semana 4</b>	A1.2	A1.3	A1.4 (lab)	
<b>Semana 5</b>	A1.5	A1.5	A1.6 (lab)	A2.1
<b>Semana 6</b>	A2.2	A2.2 (lab)	A2.2	
<b>Semana 7</b>	A2.3	A2.3 A2.4	A2.4 (lab)	A3.1
<b>Semana 8</b>	A3.2	A3.2	A3.3	
<b>Semana 9</b>	A3.4	A3.4 (lab)	A3.5	

## ENTREGAS ABP POR SEMANAS

	Entrega
<b>Semana 3</b>	--
<b>Semana 4</b>	A1.2: Informe grupal escrito A1.4: Informe individual de laboratorio
<b>Semana 5</b>	A1.5: Encuesta de coevaluación A1.6: Informe individual de laboratorio
<b>Semana 6</b>	A2.2: Informe grupal de laboratorio A2.2: Informe grupal escrito
<b>Semana 7</b>	A2.4: Informe individual de laboratorio
<b>Semana 8</b>	A3.2: Informe grupal escrito
<b>Semana 9</b>	A3.4: Informe grupal escrito
<b>Semana 10</b>	A3.6: Informe grupal escrito
<b>Semana 11</b>	CUADERNO

## DESARROLLO DEL PROBLEMA: SECUENCIA DE ACTIVIDADES

A continuación se muestran las actividades que se desarrollarán para resolver el problema.

### ACTIVIDAD 0

**ACTIVIDAD 0: Presentación de la metodología. Creación de grupos. Lectura y análisis del problema estructurante. Definición de objetivos y puesta en común.**

ACTIVIDAD 0	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 150'+30'
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: las conclusiones se añaden al cuaderno del grupo y se evalúan al final de la parte ABP por el/la docente.	

**A0:** Lee atentamente el problema estructurante. Discute con tus compañeros/as y trata de contestar a las preguntas de la ficha guía. Para terminar, escribid vuestras conclusiones de forma consensuada.

¿Cuáles crees que son los objetivos de aprendizaje del problema?

#### Ficha guía:

1. ¿Qué operaciones matriciales conoces?
2. ¿Crees que podríamos cambiar el sistema de referencia utilizando matrices? ¿Cómo?
3. La base de la cámara tiene que ser ortonormal. ¿Sabes lo que es eso? ¿Conoces algún método que nos pueda ayudar?
4. ¿Se te ocurre alguna forma de conseguir las coordenadas de pantalla?
5. ¿Necesitamos conocer algún programa matemático que nos ayude a agilizar los cálculos?
6. ¿Qué pasaría si tuvieras que dejar el trabajo sin finalizar y viniera otra persona a terminarlo? ¿Deberías hacer algo más que solo cálculos para evitar desastres?
7. ¿Qué más hace falta para que tus compañeros entiendan bien los procedimientos?
8. ¿Crees que hay alguna tarea que podría solucionarse mejor en grupo?

---

**Interés:** por un lado, será importante que asimiléis que vais a trabajar en grupo y las responsabilidades que esto implica. Además, se pretende que os familiaricéis con el problema e identifiquéis los objetivos de aprendizaje.

**Evaluación:** los objetivos quedarán escritos en el cuaderno del grupo. Esta actividad será evaluada al final del ABP como parte del cuaderno.

Dicho cuaderno será un documento en el que se añadirán todos los informes relativos a cada una de las actividades realizadas en grupo. Se avisará con antelación cuándo se recogerá para ser evaluado. Será el/la profesor/a quien lo evalúe.

---

## PRIMER SUBPROBLEMA

---

### 1. Pregunta que da origen al subproblema:

¿Cómo transformar una pieza de la que solo se conocen las coordenadas de los vértices?

### 2. Escenario del subproblema:

Para empezar con la tarea, en base a las coordenadas de los vértices, Miren, Beñat y Sara deberán transformar la pieza: trasladarla, rotarla, escalarla y aplicar varias transformaciones en cadena.

Por suerte, Miren recuerda que en la asignatura de Álgebra de la carrera aprendieron que algunas de estas operaciones podían resolverse utilizando matrices. Los tres tienen el tema algo oxidado, pero están seguros de que en internet encontrarán información suficiente para sacar la tarea adelante. Además, tienen un ordenador que les ayudará a hacer cálculos más rápidamente, y Sara dice conocer algunos programas que les servirán, como por ejemplo Maxima o Wolfram Mathematica.

Consideran que todos los pasos deberían ser documentados para poder presentárselos al gerente tanto de forma escrita como oral una vez hecho todo el trabajo, ante la posibilidad de que vuelva a pasar algo similar en el futuro.

### 3. Fuentes de información:

La información relativa a las transformaciones puede encontrarse en Internet ya que hay mucha y muy accesible.

Aquí tenéis unos links que os servirán de ayuda:

- [http://www.vitutor.com/geo/vec/c\\_2.html](http://www.vitutor.com/geo/vec/c_2.html)
- <https://miwikideaula.wikispaces.com/file/view/Matrices+y+transformaciones.pdf>
- <https://www.youtube.com/watch?v=ReVtZqNldIQ>
- <http://di002.edv.uniovi.es/~rr/Tema2.pdf>

#### 4. Secuencia de actividades:

**ACTIVIDAD 1.1: Lectura y análisis del escenario. Definición de objetivos y puesta en común.**

ACTIVIDAD 1.1	
Presencial	Tiempo estimado 60'
Conocimientos previos: conceptos básicos de matrices y espacios $\mathbb{R}^3$	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: se recogerá el trabajo del grupo en el cuaderno, y se evaluará al final de la parte ABP por el/la docente.	

**A1.1:** Lee atentamente el escenario del subproblema. Discute con tus compañeros/as y trata de contestar a las preguntas de la ficha guía. Para terminar, escribid vuestras conclusiones de forma consensuada.

#### Ficha guía:

- *¿Qué información tenemos y cómo está representada? (números, puntos, vectores...)*
- *¿Qué podemos hacer con esa información para llegar a transformar los datos? Hay que utilizar matrices, pero ¿qué hacemos con ellas?*
- *¿Es importante el orden de la secuencia de operaciones?*
- *¿Necesitamos matrices distintas para cada tipo de transformación?*
- *Y dentro de la misma transformación, ¿necesitamos matrices distintas para cada vértice?*
- *Una vez transformado el objeto, ¿podemos volver al objeto original?*

**Interés:** sabéis que la herramienta que vais a necesitar son las matrices, pero se pretende que identifiquéis cómo se utilizan para hacer las transformaciones.

**Evaluación:** el trabajo del grupo se recogerá en el cuaderno para ser evaluado por el/la docente al final de la parte ABP.



## ACTIVIDAD 1.2: Definición de matrices para las tres transformaciones básicas.

ACTIVIDAD 1.2	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 150'+60'
Conocimientos previos: producto entre matrices, coordenadas 3D	
Tipo de actividad: individual dentro de grupos de 3	
Evaluación: evaluación grupal formativa y sumativa. Los informes grupales escritos serán evaluados por el/la profesor/a. Se dará feedback sobre el trabajo realizado, y se podrán corregir los informes y añadirlos al cuaderno para ser nuevamente evaluados por el/la docente al final de la parte ABP.	

**A1.2:** Primeramente se realizarán las transformaciones más básicas: traslación, escalado respecto al origen de coordenadas y rotación respecto a los ejes x, y, z.

¿Cuáles son las matrices o vectores correspondientes a cada una de estas tres transformaciones? ¿Por qué se hacen así?

**Interés:** antes de aplicar las transformaciones, es necesario conocer cómo se va a proceder, y si es posible contrastarlo con otros/as compañeros/as. Al realizar esta actividad conseguiréis definir la forma de aplicar tres transformaciones sencillas.

**Evaluación:** los informes escritos serán entregados y evaluados por el/la docente como parte del trabajo grupal. Se os dará un feedback de los errores y aspectos de mejora en horas de tutoría para que podáis corregir el informe para la entrega final del cuaderno. La exposición oral no será evaluada.

### ACTIVIDAD 1.3: Transformaciones inversas.

ACTIVIDAD 1.3	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 60'+60'
Conocimientos previos: producto entre matrices, coordenadas 3D	
Tipo de actividad: individual y en grupos de 3	
Evaluación: evaluación grupal formativa y sumativa. Se añadirán los informes escritos grupales corregidos al cuaderno y serán evaluados por el/la docente al final del ABP.	

**A1.3:** Puede que en cualquier momento se quiera deshacer alguna de las transformaciones ya hechas. ¿Qué matriz/vector hay que utilizar para volver a las coordenadas anteriores en cada una de las tres transformaciones?

Cada uno/a de vosotros/as trabajará una de las transformaciones. Tenéis que cambiar la transformación que os tocó en la actividad 1.2. La siguiente tabla muestra la transformación que se os asigna a cada uno.

Alumno/a	Actividad 1.2	Actividad 1.3
Alumno/a A	Traslación	Rotación
Alumno/a B	Escalado	Traslación
Alumno/a C	Rotación	Escalado

**Interés:** aprenderéis a volver al objeto de origen después de haber realizado las tres transformaciones de la actividad anterior.

**Evaluación:** mediante las exposiciones orales y su posterior discusión se resolverá el ejercicio, dándoos un feedback inmediato. Así, podréis mejorar los informes escritos grupales y añadirlos al cuaderno del subproblema 1 para que sean evaluados al final del ABP. Esto formará parte de la evaluación grupal formativa y sumativa (cada uno/a de vosotros/as habrá hecho su informe individual, pero tendréis que tener en cuenta que vuestro trabajo se suma a la evaluación grupal, por lo que afectará a la nota de vuestros/as compañeros/as).

**ACTIVIDAD 1.4: Transformación real de objetos. Práctica de ordenador.**

ACTIVIDAD 1.4	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 60'+60'
Conocimientos previos: transformaciones básicas, coordenadas 3D, definición y producto entre matrices con la herramienta informática Maxima, representación de objetos con Wolfram Mathematica	
Tipo de actividad: individual	
Evaluación: observación en el aula por parte del docente y entrega del dossier individual. Éste será corregido por el/la profesor/a y formará parte la nota de laboratorio.	

**A1.4:** Ya eres capaz de aplicar tres transformaciones básicas a un objeto. Es hora de ponerlo en práctica.

A cada grupo se os ha adjudicado un objeto a transformar. A partir del mismo objeto, cada integrante del grupo aplicará la transformación que le falte por trabajar.

Las transformaciones a aplicar son libres. Es decir, tú decides dónde quieres trasladar el objeto, cuánto lo quieres escalar o cuál será el ángulo y eje de rotación.

Una vez tengas el objeto transformado, aplícale la transformación inversa y comprueba que has vuelto al objeto de origen.

Asignación de transformaciones:

Alumno/a	Actividad 1.2	Actividad 1.3	Actividad 1.4
Alumno/a A	Traslación	Rotación	Escalado
Alumno/a B	Escalado	Traslación	Rotación
Alumno/a C	Rotación	Escalado	Traslación

**Interés:** pondréis en práctica todo lo que habéis aprendido de forma teórica. Para ello, contáis con la herramienta informática llamada Wolfram Mathematica. Ésta primera permite hacer operaciones con matrices de forma rápida y representar las piezas en 3D.

---

**Evaluación:** el trabajo se evaluará mediante la observación del docente del trabajo en el aula y los dosieres individuales entregados cuando indique el/la profesor/a. Formará parte de la nota de laboratorio.

### ACTIVIDAD 1.5: Transformación en cadena: escalado respecto a un punto fijo.

ACTIVIDAD 1.5	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 150'+60'
Conocimientos previos: producto entre matrices, transformaciones básicas, coordenadas 3D	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: Encuesta de coevaluación a realizar tanto por los/as alumnos/as como por el/la docente. Además, se añadirá el informe al cuaderno y será evaluado al final del ABP por el/la profesor/a como parte del trabajo grupal escrito.	

**A1.5:** Ya somos capaces de realizar un escalado respecto al origen de coordenadas. Aun así, es mucho más común escalar los objetos respecto a un vértice del objeto o respecto a su centro.

¿Por qué crees que es más común hacerlo así? ¿Cuál es la secuencia de pasos a seguir para llegar a hacer un escalado respecto a un punto fijo?

**Interés:** descubriréis cómo realizar una transformación muy típica en ingeniería: el escalado respecto a un punto fijo. Además, podréis unificar todos los pasos en una única matriz. Esta tarea requiere tener claros los conceptos trabajados en las actividades anteriores (traslación y escalado).

**Evaluación:** la evaluación del trabajo en grupo la haréis tanto el/la profesor/a como vosotros/as. Por un lado, ambos participaréis en la calificación mediante las encuestas de coevaluación (se valorará especialmente el correcto funcionamiento de grupo). Por otro, el/la docente será quien se encargue de la corrección y evaluación de los trabajos grupales escritos.

**ACTIVIDAD 1.6: Transformación real de objetos. Escalado respecto a un punto fijo. Práctica de ordenador.**

ACTIVIDAD 1.6	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 60'+90'
Conocimientos previos: transformaciones en cadena, definición y producto entre matrices con la herramienta informática Maxima, representación de objetos con la herramienta Wolfram Mathematica	
Tipo de actividad: individual y en grupos de 3	
Evaluación: se recogerán los dosieres individuales de trabajo de laboratorio y serán corregidos por el/la profesor/a.	

**A1.6:** Una vez definida la forma en la que se puede escalar un objeto respecto a un punto fijo, vas a comprobar si funciona.

Por grupos, aplicadle un escalado a vuestro objeto. Será un escalado respecto a uno de sus vértices.

**Interés:** al poner en práctica todo lo aprendido en la teoría, conseguiréis ver gráficamente la utilidad de las matrices en el proceso de transformación de objetos.

**Evaluación:** los dosieres individuales serán evaluados por el/la docente como parte de las actividades de laboratorio.

---

## SEGUNDO SUBPROBLEMA

---

### 1. Pregunta que da origen al subproblema:

¿Cómo cambiar el sistema de referencia?

### 2. Escenario del subproblema:

Miren, Beñat y Sara siguen intentando dar solución al problema que se les ha planteado. Ahora tienen que calcular las coordenadas de los vértices de la pieza en un nuevo sistema de referencia: una cámara que le enfoca. Para ello, la cámara necesita saber dónde está la pieza suponiendo que el punto  $(0,0,0)$  está situado en ella misma.

¿Qué factores creéis que deben ser tenidos en cuenta a la hora de realizar el cambio de coordenadas al nuevo sistema de referencia?

Documentad de forma tanto escrita como oral los pasos que deis para llegar a la solución del problema.

### 3. Fuentes de información:

La información sobre los temas que nos ocupan puede encontrarse en Internet ya que hay mucha y muy accesible.

Aquí tenéis unos links que os servirán de ayuda:

- Base ortogonal/ortonormal:  
[http://fcm.ens.uabc.mx/~matematicas/algebralineal/IV%20EspVect/al\\_vectores\\_09basesort\\_total.htm](http://fcm.ens.uabc.mx/~matematicas/algebralineal/IV%20EspVect/al_vectores_09basesort_total.htm)
- Ortogonalización:  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Proceso\\_de\\_ortogonalizaci%C3%B3n\\_de\\_Gram-Schmidt](http://es.wikipedia.org/wiki/Proceso_de_ortogonalizaci%C3%B3n_de_Gram-Schmidt)
- Videos sobre matriz de cambio de base y cambio de coordenadas:  
<https://www.youtube.com/watch?v=wGI-E5LRvac>  
<https://www.youtube.com/watch?v=1DJUmpHFss0>

#### 4. Secuencia de actividades:

**ACTIVIDAD 2.1: Lectura y análisis del escenario. Definición de objetivos y puesta en común.**

ACTIVIDAD 2.1	
Presencial	Tiempo estimado 60'
Conocimientos previos: coordenadas de un punto, sistemas de referencia	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: el informe del grupo se recogerá en el cuaderno y será evaluado al final del ABP por el/la docente.	

**A2.1:** Lee atentamente el subproblema. Discute con tus compañeros/as y trata de contestar a las preguntas de la ficha guía. Para terminar, escribid vuestras conclusiones de forma consensuada.

#### **Ficha guía:**

- *¿Qué información tenemos y cómo está representada? (números, puntos, vectores...)*
- *¿En qué sistema de referencia se nos presentan los datos? O dicho de otra forma, ¿cuál es la base?*
- *¿Cuál es la principal característica de nuestra base? ¿Crees que hay alguna relación entre los vectores que la forman?*
- *¿Qué características tiene que cumplir nuestro nuevo sistema de referencia?*
- *Y si no cumple esas características, ¿qué tenemos que hacer?*
- *¿Qué datos crees que van a cambiar si pretendemos cambiar de sistema de referencia?*
- *¿Qué debemos hacer para cambiar esos datos?*

**Interés:** con esta actividad analizaréis el escenario, los datos de los que disponéis y la forma genérica en la que vais a dar solución al problema.

**Evaluación:** el trabajo del grupo se recogerá en el cuaderno para ser evaluado por el/la docente al final de la parte ABP.



## ACTIVIDAD 2.2: Definición de base ortonormal y método de ortogonalización de Gram-Schmidt.

ACTIVIDAD 2.2	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 210' + 90'
Conocimientos previos: conceptos básicos de bases, coordenadas y producto escalar	
Tipo de actividad: individual y en grupos de 3	
Evaluación: El/la profesor/a evaluará los dosieres grupales de laboratorio (evaluación grupal formativa y sumativa) y los informes grupales escritos (evaluación grupal formativa y sumativa).	

**A2.2:** A cada grupo se os presentan dos bases distintas. Al igual que la base original, Miren, Beñat y Sara necesitan que la nueva base sea ortonormal. Discutid si las bases presentadas son o no ortonormales, y si ninguna de ellas lo es, ortonormalizad una de las dos. Esa será la nueva base y la que se utilizará como sistema de referencia de la cámara.

**Interés:** aprenderéis a identificar una base ortogonal u ortonormal, y a ortonormalizar mediante el método de Gram-Schmidt.

**Evaluación:** esta actividad se evaluará por un lado como trabajo de laboratorio y por otro como parte del trabajo grupal escrito.

En clase redactaréis, por grupos, un informe con las pautas a seguir para llevar a cabo la actividad del laboratorio. Éste será evaluado por el/la profesor/a como parte del trabajo de laboratorio. Después, el ejercicio se resolverá entre todos/as en clase, y lo podréis corregir y mejorar fuera del aula para que vuelva a ser evaluado. Éste se subirá a la plataforma eGela antes de las 00:00 de la noche de ese mismo día, y el/la docente lo evaluará como parte del trabajo de laboratorio. Los grupos que entreguen el informe mejorado se quedarán con la última nota obtenida.

Para evaluar lo realizado fuera del laboratorio, por grupos redactaréis un informe en el que especificaréis qué base habéis ortonormalizado, cómo lo habéis hecho y a qué conclusión habéis llegado. El/la profesor/a será quien corrija estos informes. Una vez corregidos, fuera de clase haréis los cambios oportunos y se añadirán al cuaderno del grupo.

### ACTIVIDAD 2.3: Cambio de coordenadas.

ACTIVIDAD 2.3	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 120'+30'
Conocimientos previos: matrices, coordenadas	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: exposición oral evaluada tanto por los/as alumnos/as como por el/la docente. Formará parte de la nota de trabajo grupal oral.	

**A2.3:** Miren, Beñat y Sara ya tienen definida la nueva base y pueden proceder al cambio de coordenadas.

Podrían hacerlo a mano, haciendo una combinación lineal para cada vértice, pero... ¿se te ocurre alguna forma más rápida de hacerlo? El cambio de coordenadas debería ser el mismo para todos los vértices, ¿verdad? ¿Qué herramienta matemática han utilizado hasta ahora para aplicar la misma transformación a todos los vértices? ¿Qué crees que necesitan para más adelante poder aplicar el cambio?

**Interés:** Llegaréis a hacer cambios de coordenadas de forma muy sencilla y directa, lo cual os ayudará a optimizar vuestro tiempo.

**Evaluación:** se elegirá a un grupo para que exponga su trabajo. Será un grupo distinto a los de las actividades 1.2. y 1.3. Una vez hecha la exposición, se creará una discusión conjunta con el fin de corregir cualquier posible error. Esta exposición será evaluada tanto por el/la profesor/a como por vosotros/as, por grupos y mediante rúbricas que se subirán a eGela.

La exposición tendrá una duración de 10 minutos. Para la evaluación se destinarán 5 minutos como máximo. Se hará una media entre vuestra calificación y la del/la profesor/a, y ésta será parte de la nota de trabajo grupal oral.

**ACTIVIDAD 2.4: Cambio de coordenadas. Práctica de ordenador.**

ACTIVIDAD 2.4	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 90'+ 90'
Conocimientos previos: coordenadas, operaciones con matrices, comandos básicos de Maxima y Wolfram Mathematica	
Tipo de actividad: individual y en grupos de 3	
Evaluación: el/la docente evaluará los informes individuales como parte del trabajo de laboratorio. Además, se añadirá un informe grupal al cuaderno y el/la profesor/a lo evaluará al final de la parte ABP como parte del trabajo grupal escrito (evaluación grupal sumativa).	

**A2.4:** Ya podéis proceder a aplicar el cambio de coordenadas a todos los vértices de la pieza. ¿Cómo creéis que debéis utilizar la matriz de cambio de coordenadas conseguida en la actividad anterior? Discutid esta cuestión en grupo.

Cuando lo tengáis claro, haced las operaciones que veáis oportunas utilizando Wolfram Mathematica. A continuación, dibujad el nuevo objeto.

**Interés:** veréis de forma gráfica el cambio de coordenadas de un objeto utilizando una herramienta informática.

**Evaluación:** el/la docente será quien evalúe esta actividad. Por un lado, se evaluarán los informes individuales del trabajo hecho con el ordenador (la transformación del objeto) como parte del trabajo de laboratorio. Por otro, crearéis un único informe grupal con todos los pasos dados para llevar a cabo la actividad completa. Éste será añadido al cuaderno y evaluado por el/la docente como tal al final de la parte ABP.

---

## TERCER SUBPROBLEMA

---

### 1. Pregunta que da origen al subproblema:

¿Cómo conseguir las coordenadas de pantalla?

### 2. Escenario del subproblema:

Para terminar con su cometido, nuestros amigos tienen que plasmar el objeto en una pantalla. Es decir, deberán pasar las coordenadas 3D de la pieza a coordenadas de pantalla (2 dimensiones). Debido a que este proceso se aplicará a un número muy elevado de vértices, Beñat ha reconocido que habrá que minimizar el número de operaciones a realizar para llegar a tiempo. Ante esto, Sara recuerda haber visto en un programa informático la utilización de “aplicaciones lineales” para este tipo de tareas. Será necesario buscar información sobre ellas.

Todos los pasos deberán ser documentados para poder presentárselo al gerente tanto de forma escrita como oral una vez hecho todo el trabajo, ante la posibilidad de que vuelva a pasar algo similar en el futuro.

### 3. Fuentes de información:

La información sobre aplicaciones lineales puede encontrarse tanto en apuntes del/la docente como en Internet.

Ayuda:

- Aplicación lineal:  
<http://www.ugr.es/~rcamino/docencia/geo1-03/g1tema2.pdf>  
[http://www3.uah.es/josemsalazar/material\\_docente\\_quimicas/alg/algteor/t2/t2.pdf](http://www3.uah.es/josemsalazar/material_docente_quimicas/alg/algteor/t2/t2.pdf)
- Matriz asociada a una aplicación lineal:  
<http://www.ub.edu/glossarimateco/content/matriz-asociada-una-aplicaci%C3%B3n-lineal>
- Videos sobre matriz asociada a una aplicación lineal:  
<https://www.youtube.com/watch?v=24A1ZSWVMBw>

#### 4. Secuencia de actividades:

**ACTIVIDAD 3.1: Lectura y análisis del escenario. Definición de objetivos y puesta en común.**

ACTIVIDAD 3.1	
Presencial	Tiempo estimado 60'
Conocimientos previos: espacios vectoriales	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: el trabajo se recogerá en el cuaderno, lo evaluará el/la docente al final de la parte ABP.	

**A3.1:** Lee atentamente el subproblema. Discute con tus compañeros/as y trata de contestar a las preguntas de la ficha guía. Para terminar, escribid vuestras conclusiones de forma consensuada.

#### Ficha guía:

- *¿De qué datos disponemos? (números, puntos, vectores...)*
- *¿A qué espacio vectorial pertenecen los datos? ( $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ ,  $\mathcal{M}_{2 \times 2}$  ...)*
- *¿Qué queremos cambiar?*
- *¿Qué opciones se te ocurren para poder hacer ese cambio?*
- *¿Cuál crees que es la función de una aplicación lineal?*

**Interés:** con esta actividad analizaréis el problema e identificaréis las necesidades de aprendizaje para poder resolverlo.

**Evaluación:** el trabajo del grupo se recogerá en el cuaderno para ser evaluado por el/la docente al final de la parte ABP.

### ACTIVIDAD 3.2: Definición de aplicación lineal.

ACTIVIDAD 3.2	
Presencial+no presencial	Tiempo estimado 150'+60'
Conocimientos previos: espacios y subespacios vectoriales, bases	
Tipo de actividad: individual y en grupos de 3	
Evaluación: el/la docente recogerá los informes grupales en clase y los evaluará como parte del trabajo grupal escrito (evaluación grupal sumativa). Además, se hará una encuesta de coevaluación para calificar el trabajo individual dentro del grupo.	

**A3.2:** Ya sabemos lo que es una aplicación lineal, pero, ¿sabes cómo definirla? Busca información sobre su nomenclatura, y define una aplicación lineal que haga la conversión de  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathbb{R}^2$ .

**Interés:** empezareis a familiarizaros con la forma de definir una aplicación lineal.

**Evaluación:** en casa cada uno/a de vosotros/as prepararéis de forma individual un documento sobre definiciones de núcleo e imagen y el teorema de dimensiones. En clase el/la docente hará una exposición sobre este tema, con lo que completaréis el aprendizaje. Seguidamente, os reunireis por grupos y unificaréis, corregireis y completaréis los informes para obtener un único informe grupal común.

Estos documentos serán evaluados por el/la profesor/a como parte del trabajo grupal escrito.

Además, rellenareis una encuesta de coevaluación para poder evaluar el trabajo de cada individuo dentro del grupo.

**ACTIVIDAD 3.3: Definición de nuestra aplicación lineal.**

ACTIVIDAD 3.3	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 60'+60'
Conocimientos previos: definición de aplicación lineal, visión espacial básica	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: exposición oral grupal. Además, se añadirán los informes grupales al cuaderno y serán evaluados por el/la docente al final de la parte ABP (evaluación grupal sumativa).	

**A3.3:** Nuestro objeto tiene coordenadas 3D. Necesitamos convertir esas coordenadas a coordenadas de pantalla (2D). Es decir, hay que pasar de un espacio vectorial en  $\mathbb{R}^3$  a otro en  $\mathbb{R}^2$ . ¿Serías capaz de definir esa aplicación?

**Interés:** descubriréis en qué situaciones pueden ayudarnos las aplicaciones lineales y aprenderéis a definir la que nos permita convertir nuestro objeto en un objeto 2D.

**Evaluación:** Por un lado, el/la docente elegirá a un grupo para que haga una exposición oral del trabajo realizado en esa clase. Será, en la medida de lo posible, un grupo que no haya realizado ninguna presentación hasta el momento. Será evaluado tanto por el/la profesor/a como por vosotros/as mediante las rúbricas de las exposiciones que se subirán a eGela.

Una posterior discusión en clase os ayudará a asumir los conceptos necesarios para resolver el ejercicio. Con esta base, fuera del aula redactaréis un informe grupal con los pasos a seguir. Se añadirá al cuaderno y será evaluado por el/la docente como parte del trabajo grupal escrito al final de la parte ABP.

### ACTIVIDAD 3.4: Matriz asociada a una aplicación lineal. Práctica de ordenador.

ACTIVIDAD 3.4	
Presencial + no presencial	Tiempo estimado 150'+ 90'
Conocimientos previos: coordenadas, operaciones con matrices, comandos básicos de Maxima y Wolfram Mathematica	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: entrega de informes grupales como parte del trabajo escrito grupal. Además, los informes corregidos o mejorados se añadirán al cuaderno para su posterior evaluación (evaluación grupal formativa y sumativa). Los evaluará el/la docente al final del ABP.	

**A3.4:** Es hora de utilizar la aplicación lineal que hemos construido para conseguir las nuevas coordenadas de todos los vértices de la pieza. ¿Crees que es necesario hacer los mismos cálculos una y otra vez para cada vértice o hemos conocido alguna herramienta matemática que nos permita agilizar el proceso? Discutid esta cuestión en grupo.

Cuando tengáis claro qué podríais utilizar y cómo hacerlo, haced las operaciones que veáis oportunas y dibujad en grupo el nuevo objeto. Para esto, podéis utilizar la herramienta Wolfram Mathematica.

**Interés:** veréis la forma de agilizar los cálculos a la hora de utilizar una aplicación lineal.

**Evaluación:** redactaréis por grupos un documento sobre la resolución de la actividad. Éste será entregado en clase y evaluado por el/la docente como parte del trabajo escrito grupal. En horas de tutoría se os dará feedback sobre los errores cometidos para que podáis corregir o mejorar el informe y añadirlo al cuaderno. Más adelante volverá a ser evaluado.



**3.5: Actividad de evaluación. Exposiciones orales.**

ACTIVIDAD 3.5	
Presencial	Tiempo estimado 60'
Conocimientos previos: A3.2	
Tipo de actividad: individual en grupos de 3	
Evaluación: exposición grupal oral.	

**Interés:** se pretende que os habituéis a hacer exposiciones orales y adquiráis las competencias relativas a la comunicación oral.

**Evaluación:** la actividad será evaluada como parte del trabajo grupal oral tanto por el/la profesor/a como por vosotros/as mediante las rúbricas de exposiciones subidas a eGela.

### 3.6: Entrega final.

ACTIVIDAD 3.6	
No presencial	Tiempo estimado 60'
Conocimientos previos: Subproblemas 1, 2 y 3	
Tipo de actividad: en grupos de 3	
Evaluación: trabajo grupal sumativo. Se entregarán los informes y serán evaluados por el/la docente como parte del trabajo grupal escrito	

**A3.6:** Suponed que sois Miren, Beñat y Sara. Habéis terminado todo el trabajo, y tal y como se os pidió, vais a entregarle al gerente un informe con la resolución completa del problema que os presentó.

Redactad la resolución del problema estructurante, dando respuesta a cada uno de los retos que se os plantearon y justificando vuestros pasos. Con esto quedará terminado vuestro trabajo y, si todo sale bien, habréis superado con éxito la prueba que os puso la empresa.

**Interés:** ésta es la actividad que engloba todo el problema estructurante. Os ayudará a identificar pasos importantes que hayáis dado para terminar de resolver el problema.

**Evaluación:** será un trabajo grupal sumativo. El/la profesor/a pondrá una fecha de entrega, y los informes serán evaluados dentro del trabajo grupal escrito.

## EVALUACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

### CONVOCATORIA ORDINARIA

Las actividades ABP suponen el 40% de la evaluación total. Los porcentajes de evaluación se distribuyen de la siguiente manera:

		Porcentaje relativo	Porcentaje final
<b>60%</b>	Examen	67%	<b>40%</b>
	Laboratorio	10%	<b>6%</b>
	Ejercicios de aula	23%	<b>14%</b>
<b>40% ABP</b>	Grupo	Escrito	<b>20%</b>
		Oral	<b>6%</b>
	Individual	25%	<b>10%</b>
	Laboratorio	10%	<b>4%</b>

Obsérvese que los porcentajes coinciden con lo acordado en el departamento para cursos anteriores:

Examen escrito (no ABP) (40%) + Trabajo escrito grupal (20%) + trabajo individual (10%) = **70%**

Laboratorios = **10%**

Ejercicios de aula (14%) + Trabajo grupal oral (6%) = **20%**

No será necesario sacar una nota mínima en cada apartado para poder aprobar la asignatura. Será suficiente con que la suma de todas las notas obtenidas sea mayor o igual a 5 sobre 10.

¿Quién evalúa la parte correspondiente al ABP?

		Quién evalúa	
<b>40% ABP</b>	Grupo	Escrito	Docente
		Oral	Docente/Alumn@s
	Individual		Docente/Alumn@s
	Laboratorio		Docente

## TRABAJO GRUPAL:

El trabajo grupal consistirá tanto en trabajo escrito como oral. El trabajo escrito será evaluado mediante 5 entregas puntuales y el cuaderno final con todas las actividades del grupo.

### 1. TRABAJO ESCRITO:

Actividad	Quién evalúa	Porcentaje
1.2	Docente	10%
2.2	Docente	10%
3.2	Docente	10%
3.4	Docente	10%
3.6	Docente	10%
<b>Cuaderno final (0, 1.2, 1.3, 1.5, 2.1, 2.4, 3.1, 3.3, 3.4, 3.6)</b>	Docente	50%

#### ❖ ACTIVIDAD 1.2: Definición de matrices para las tres transformaciones básicas.

En esta actividad cada uno de vosotros/as trabajará una transformación y explicará sus conclusiones a sus compañeros/as de grupo. Con esta documentación el grupo elaborará un informe consensuado, el cual se entregará en clase para que el docente lo evalúe como parte del trabajo grupal escrito.

Una vez corregidos y evaluados los informes, se dará feedback grupo a grupo en horas de tutoría para que podáis identificar y enmendar los errores cometidos. Los informes mejorados serán posteriormente añadidos al cuaderno final y volverán a ser evaluados por el/la docente al final de la parte ABP.

❖ **ACTIVIDAD 2.2: Definición de base ortonormal y método de ortogonalización de Gram-Schmidt.**

Por grupos redactaréis un informe sobre los pasos dados para resolver la actividad, así como su justificación. Éste se entregará en el momento y será evaluado por el/la profesor/a como parte del trabajo grupal escrito. Una vez corregido, se os dará feedback de los errores y opciones de mejora en horas de tutoría para que más adelante pueda añadirse el informe mejorado al cuaderno.

❖ **ACTIVIDAD 3.2: Definición de aplicación lineal.**

Cada alumno/a buscará información sobre uno de estos tres puntos: propiedades de aplicación lineal, definición de núcleo y definición de imagen. Tras las explicaciones del/la docente y el posterior debate sobre este tema, por grupos crearéis un informe común. Éste se entregará en clase para que el/la profesor/a lo evalúe como parte del trabajo grupal escrito.

❖ **ACTIVIDAD 3.4: Matriz asociada a una aplicación lineal. Práctica de ordenador.**

Por grupos redactaréis un informe que recoja todos los pasos dados hasta llegar a resolver la actividad: construcción de la matriz asociada a la aplicación lineal y transformación del objeto. Se entregará en clase y será evaluado por el/la profesor/a como parte del trabajo grupal escrito.

En horas de tutoría el/la docente dará feedback sobre los errores cometidos para que podáis corregir o mejorar el informe. Éste se añadirá al cuaderno y volverá a ser evaluado al final de la parte ABP.

❖ **ACTIVIDAD 3.6: Entrega final.**

Fuera del aula y por grupos redactaréis un informe final que englobe todo lo conseguido para dar respuesta al problema estructurante. Éste se entregará en clase cuando el/la docente lo considere oportuno. Será el/la docente quien evalúe los informes como parte del trabajo escrito grupal.

### ❖ CUADERNO GRUPAL:

El/la profesor/a recogerá los cuadernos grupales, y los evaluará al final de la parte ABP. Se fijará una fecha de entrega con el/la docente.

Los cuadernos estarán formados por las tareas realizadas en las actividades 0, 1.2, 1.3, 1.5, 2.1, 2.4, 3.1, 3.3, 3.4 y 3.6.

### 2. EXPOSICIONES ORALES:

Actividad	Quién evalúa	Porcentaje
2.3	Docente/Alumn@s	100%
3.3	Docente/Alumn@s	100%
3.5	Docente/Alumn@s	100%

El porcentaje de cada actividad es el 100% debido a que los grupos evaluados en cada actividad serán distintos.

#### ❖ ACTIVIDAD 2.3: Cambio de coordenadas.

Uno de los grupos hará una breve exposición sobre la construcción de la matriz de cambio de coordenadas. Será un grupo distinto a los de las actividades 1.2. y 1.3., y lo elegirá el/la profesor/a. Vosotros/as mismos/as podréis elegir quién o quiénes exponen. Esta exposición será evaluada tanto por el/la docente como por todo el alumnado, mediante las encuestas de evaluación que se encontrarán en eGela (pueden verse los criterios de evaluación a continuación). Se hará una media entre la calificación de los/as compañeros/as y la del/la profesor/a, y esa será la nota asignada a la totalidad de grupo.

#### ❖ ACTIVIDAD 3.3: Definición de nuestra aplicación lineal.

Uno de los grupos (elegido por el/la docente) hará una breve exposición sobre la construcción de la aplicación lineal. Será un grupo que aún no haya hecho ninguna exposición y vosotros/as mismos/as podréis elegir quién o quiénes exponen. Se evaluará tanto por el/la profesor/a como por todos los/as alumnos/as, mediante las encuestas de evaluación que se encontrarán en eGela (pueden verse los criterios de evaluación a continuación). Se hará una

media entre la calificación de los/as compañeros/as y la del/la profesor/a, y esa será la nota asignada a la totalidad de grupo.

❖ **ACTIVIDAD 3.5: Actividad de evaluación. Exposiciones orales.**

Todos los grupos que hasta ahora no hayan hecho ninguna exposición oral tendrán su turno en esta actividad. Expondréis el trabajo hecho a lo largo del subproblema 3.

Definiréis las distintas aplicaciones lineales que habéis utilizado, argumentaréis por qué las habéis elegido, expondréis la forma de calcular la matriz asociada a dichas aplicaciones lineales y mostraréis los resultados obtenidos.

Al final de cada ponencia, se repartirán encuestas de evaluación para que tanto el/la profesor/a como vosotros/as la evaluéis de forma individual (pueden verse los criterios de evaluación a continuación).

Criterios de evaluación:

Rúbrica	5 puntos	3 puntos	0 puntos
<b>Contenido</b>	La resolución del ejercicio es correcta	La resolución del ejercicio no es correcta por algún pequeño error en el proceso de creación	La resolución del ejercicio no es correcta y el proceso no ha sido adecuado
<b>Exposición</b>	La exposición ha sido clara y ha usado un lenguaje técnico	La exposición ha sido clara pero no ha usado un lenguaje técnico	La exposición no ha sido clara

**TRABAJO INDIVIDUAL:**

El trabajo individual se evaluará mediante la observación del docente en el aula y al trabajo del alumno/a como integrante de un grupo (coevaluación).

## 1. OBSERVACIÓN

Actividad	Quién evalúa	Porcentaje
1.4	Docente	50%

### ❖ ACTIVIDAD 1.4: Transformación real de objetos. Práctica de ordenador.

La evaluación la hará el/la profesor/a mediante la observación del trabajo en el aula. Los aspectos a evaluar se muestran en la siguiente tabla:

Rúbrica	5 puntos	3 puntos	0 puntos
<b>Actitud en clase</b>	Está concentrado y no dificulta el trabajo de sus compañeros/as	Está despistado/a o dificulta el trabajo de sus compañeros/as	No se concentra y dificulta el trabajo de sus compañeros/as
<b>Dedicación</b>	Muestra una actitud trabajadora	Muestra una actitud poco trabajadora	Dedica su tiempo a otras tareas
<b>Disposición</b>	Se muestra dispuesto/a a ayudar a sus compañeros/as	Ayuda a sus compañeros/as de forma moderada	No ayuda a nadie en absoluto

## 2. EL/LA ALUMNO/A COMO INTEGRANTE DEL GRUPO (coevaluación):

Actividad	Quién evalúa	Porcentaje
1.5	Docente/Alumn@s	25%
3.2	Docente/Alumn@s	25%

### ❖ ACTIVIDAD 1.5: Transformación en cadena: escalado respecto a un punto fijo.

En esta actividad trabajaréis en grupos de 3. Todos los miembros del grupo trabajaréis en conjunto para resolver una única tarea.

En este caso, lo que se evaluará será el funcionamiento del individuo dentro del trabajo de grupo. Esto lo haréis tanto el/la profesor/a como



vosotros/as. El/la docente se encargará de evaluar el trabajo grupal y asignará un porcentaje de esa nota a cada miembro del grupo. Vosotros/as por vuestra parte rellenaréis una encuesta de coevaluación. La ponderación de ambas calificaciones dará la nota individual de cada integrante del grupo (Anexo III).

❖ **ACTIVIDAD 3.2: Definición de aplicación lineal.**

En casa cada alumno/a preparará de forma individual un documento sobre definiciones de núcleo e imagen y teorema de dimensiones. Tras las aclaraciones del docente, os reuniréis por grupos y unificaréis, corregiréis y completaréis los informes para obtener un único informe grupal común.

Además de evaluar estos informes como parte del trabajo grupal escrito, el/la profesor/a pondrá una nota al funcionamiento de cada grupo, y los/as alumnos/as rellenaréis una encuesta de coevaluación. Al igual que en la actividad 1.5, la ponderación de ambas calificaciones dará la nota individual de cada integrante del grupo (Anexo III).

## TRABAJO DE LABORATORIO:

Actividad	Quién evalúa	Porcentaje
1.4	Docente	25%
1.6	Docente	25%
2.2	Docente	25%
2.4	Docente	25%

❖ **ACTIVIDAD 1.4: Transformación real de objetos. Práctica de ordenador.**

Se entregará un informe individual con los resultados obtenidos. Éste será evaluado por el/la docente en base a los criterios de evaluación mostrados al final de este apartado.

❖ **ACTIVIDAD 1.6: Transformación real de objetos. Escalado respecto a un punto fijo. Práctica de ordenador.**

❖ Se entregará un informe individual con todos los pasos dados y la justificación de los mismos. Éste será evaluado por el/la docente en base a los criterios de evaluación mostrados al final de este apartado.

❖ **ACTIVIDAD 2.2: Definición de base ortonormal y método de ortogonalización de Gram-Schmidt.**

En clase y por grupos redactaréis y entregaréis un informe del trabajo desarrollado. Éste será evaluado por el/la profesor/a en base a los criterios de evaluación mostrados al final de este apartado.

Una exposición oral servirá para crear un pequeño debate sobre la correcta solución del problema. Con esto, tendréis la opción de corregir o mejorar vuestro informe fuera del aula. El/la docente lo volverá a evaluar y la nueva nota sustituirá a la anterior, menos para quienes no entreguen el documento corregido, que mantendrán la nota obtenida en un principio.

❖ **ACTIVIDAD 2.4: Cambio de coordenadas. Práctica de ordenador.**

Fuera del aula redactaréis un informe individual sobre el trabajo grupal hecho en el laboratorio (la transformación del objeto). El/la docente evaluará estos informes como parte del trabajo de laboratorio en base a los criterios de evaluación mostrados al final de este apartado.

Criterios de evaluación

Rúbrica	5 puntos	3 puntos	0 puntos
<b>Contenido</b>	La resolución del ejercicio es correcta	La resolución del ejercicio no es correcta por algún pequeño error en el proceso	La resolución del ejercicio no es correcta y el proceso no ha sido adecuado
<b>Representación gráfica</b>	Se incluye material gráfico suficiente	Hay algún material gráfico, pero no es suficiente	No incluye ningún material gráfico
<b>Justificación</b>	El proceso está debidamente justificado	El proceso no está del todo justificado	El proceso no está justificado

---

## CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

---

Para la convocatoria extraordinaria se podrá elegir una de estas dos opciones:

1)

- Guardar la nota obtenida durante el curso correspondiente a ABP (40%).
- Examen teórico correspondiente a la parte no ABP (50%)
- Realización de una práctica de laboratorio (10%)

2)

- Examen teórico sobre todo el temario (80%)
- Realización de una práctica de laboratorio (20%)

No presentarse al examen teórico en ambos casos supondrá la renuncia a la convocatoria de evaluación y constará como No Presentado.

---

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA DE ABP

---

- “Aprendizaje Basado en Problemas”, Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid:  
[http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje\\_basado\\_en\\_problemas.pdf](http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_basado_en_problemas.pdf)
- “El Aprendizaje Basado en Problemas como Técnica Didáctica”, Programa de Desarrollo de Habilidades Docentes (PDHD) del Tecnológico de Monterrey (México):  
<http://www2.uca.es/ordenacion/formacion/docs/jifpev4-documentacion.pdf>

### BIBLIOGRAFÍA DE PROFUNDIZACIÓN DE LA MATERIA

---

En cada una de las actividades subidas a eGela el alumnado dispondrá de los links de ayuda necesarios para llevarla a cabo:

#### Subproblema 1:

Transformaciones geométricas:

- [http://www.vitutor.com/geo/vec/c\\_2.html](http://www.vitutor.com/geo/vec/c_2.html)
- <https://miwikideaula.wikispaces.com/file/view/Matrices+y+transformaciones.pdf>
- <https://www.youtube.com/watch?v=ReVtZqNldIQ>
- <http://di002.edv.uniovi.es/~rr/Tema2.pdf>

#### Subproblema 2:

- Base ortogonal/ortonormal:  
[http://fcm.ens.uabc.mx/~matematicas/algebralineal/IV%20EspVect/al\\_vectores\\_09basesort\\_total.htm](http://fcm.ens.uabc.mx/~matematicas/algebralineal/IV%20EspVect/al_vectores_09basesort_total.htm)
- Ortogonalización:  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Proceso\\_de\\_ortogonalizaci%C3%B3n\\_de\\_Gram-Schmidt](http://es.wikipedia.org/wiki/Proceso_de_ortogonalizaci%C3%B3n_de_Gram-Schmidt)
- Videos sobre matriz de cambio de base y cambio de coordenadas:  
<https://www.youtube.com/watch?v=wGI-E5LRvac>

---

<https://www.youtube.com/watch?v=1DJUmpHFss0>

**Subproblema 3:**

- Aplicación lineal:  
<http://www.ugr.es/~rcamino/docencia/geo1-03/g1tema2.pdf>  
[http://www3.uah.es/josemsalazar/material\\_docente\\_quimicas/alg/algteor/t2/t2.pdf](http://www3.uah.es/josemsalazar/material_docente_quimicas/alg/algteor/t2/t2.pdf)
- Matriz asociada a una aplicación lineal:  
<http://www.ub.edu/glossarimateco/content/matriz-asociada-una-aplicaci%C3%B3n-lineal>
- Videos sobre matriz asociada a una aplicación lineal:  
<https://www.youtube.com/watch?v=24A1ZSWVMBw>

## ANEXO I. NORMAS DE FUNCIONAMIENTO DEL GRUPO

**Nº DE GRUPO:**

**COMPONENTES (por orden alfabético):**

**C1.**

**C2.**

**C3.**

**NORMAS DE FUNCIONAMIENTO: (Señalad las que creáis oportunas y completad la lista con las que creáis que faltan)**

1. Nos comprometemos a asistir a todas las reuniones y participar en las mismas.
2. Nos comprometemos a realizar y presentar con puntualidad nuestra parte correspondiente del trabajo.
3. En caso de que algún miembro del grupo no asista o no traiga su parte hecha más de dos veces será expulsado.
4. Intentaremos solucionar los posibles conflictos que puedan surgir de la mejor manera posible.
5. Nos comprometemos a aceptar y debatir las ideas de nuestros compañeros.
6. Mantener un comportamiento inadecuado llevará a la expulsión.
7. Nos comprometemos a aceptar y corregir todos nuestros errores.
- 8.
- 9.

Nombre	Nombre
Firma	Firma
Nombre	
Firma	

## ANEXO II. ACTA DE REUNIÓN

**FECHA:**                      **HORA COMIENZO:**                      **HORA FINALIZACIÓN:**

**PRÓXIMA REUNIÓN:**

**GRUPO:**                      **ACTIVIDAD:**

<b>MIEMBROS ASISTENTES:</b>	<b>MIEMBROS AUSENTES:</b>

**TEMAS DEL DÍA:**

**ACUERDOS ADOPTADOS:**

**OBJETIVOS PARA LA PRÓXIMA REUNIÓN:**

**VALORACIÓN DEL TRABAJO REALIZADO POR CADA MIEMBRO:**

**NOMBRE Y FIRMA DE LOS ASISTENTES:**

## ANEXO III. ENCUESTA DE COEVALUACIÓN DE TRABAJO EN GRUPO

**Nº DE GRUPO:**

**ACTIVIDAD:**

**COMPONENTES:**

- **Tú:**
- **#2:**
- **#3:**

Rellena la tabla siguiente, asignándote a ti mismo y a cada uno/a de tus compañeros/as una calificación entre 0 y 10 para cada uno de los aspectos que se señalan:

*Puedes hacer cualquier tipo de apunte en "OBSERVACIONES".*

	Tú	#2	#3
1. Acude a las reuniones del grupo			
2. Participa activamente en la resolución de la tarea			
3. Realiza las tareas que se le asignan			
4. Contribuye al buen ambiente del grupo			
5. Muestra respeto hacia los demás			
<b>Totales:</b>			

Para calcular la nota de cada individuo se aplica la siguiente fórmula:

$$\text{Nota\_individuo} = \text{Nota\_grupo} * (\%i + (100\%-\%i)*EC)$$

Siendo,

*Nota\_grupo*: la nota que el/la docente pone al trabajo hecho en grupo

*%i*: el porcentaje de dicha nota correspondiente al individuo

*EC*: factor obtenido de la evaluación de los compañeros:

$$EC = ECTI / ECTM$$

*ECTI*: suma total de puntos que ha recibido de sus compañeros/as

*ECTM*: valor medio de los ECTI de los miembros del grupo



---

## ANEXO IV. INGREDIENTES DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO

### **AC1: Interdependencia positiva**

Los participantes en estos grupos juegan roles diferenciados, relacionados y complementarios con el objetivo común de la generación de conocimiento. Todos los miembros del grupo son necesarios para que la tarea pueda realizarse con éxito. En otras palabras, no es posible que uno de los miembros del grupo (o un subgrupo) realice la tarea por su cuenta, al margen del resto del grupo.

### **AC2: Exigibilidad individual**

Una tarea tiene exigibilidad individual cuando cada uno de los miembros del grupo debe rendir cuentas no sólo de su parte del trabajo sino también del trabajo realizado por el resto del grupo. En otras palabras, no es posible que un miembro del grupo se centre exclusivamente en realizar su parte, desentendiéndose completamente del trabajo que realizan los demás miembros del grupo.

### **AC3: Interacción cara a cara**

El trabajo del grupo mejora cuando el grupo interactúa físicamente, cara a cara, con una cierta periodicidad. Es más, algunas habilidades importantes en el trabajo en grupo (por ejemplo, emitir gestos de apoyo a las propuestas de los demás) sólo pueden ponerse en práctica cuando el grupo interactúa cara a cara.

### **AC4: Habilidades interpersonales y de trabajo en grupo**

Un conflicto de grupo debe verse como una oportunidad de desarrollar unas habilidades (las llamadas habilidades interpersonales y de trabajo en grupo) que son importantes tanto en las áreas personales como en las profesionales. Ejemplos de estas habilidades serían tomar decisiones en el grupo en caso de producirse discrepancias, establecer reglas para el

funcionamiento del grupo, formular críticas constructivas, o aceptarlas sin sentirse ofendidos.

Para esto, se dedicará una sesión de clase a la iniciación de trabajo en grupo. Se facilitará un documento con las reglas de grupo que todos/as tendrán que firmar, y otro documento para que se redacten las actas de sus reuniones.

### **AC5: Reflexión sobre el trabajo realizado**

Para facilitar el desarrollo de las habilidades interpersonales y de trabajo en equipo los grupos deben someterse de vez en cuando a actividades de reflexión, en las que puedan identificarse aspectos positivos y aspectos a mejorar en cuanto al funcionamiento del grupo.

Para ello se facilitará una encuesta de autoevaluación y coevaluación del trabajo en grupo.