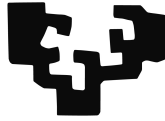


eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco    Euskal Herriko Unibertsitatea

Fisika Teorikoa eta Zientziaren Historia Saila

# **Eremu-teorien eta eredu analitikoaren bidezko defektu kosmikoen ezaugarritzea**

**Asier Lopez Eiguren**

DOKTOREGO TESIA  
Leioa 2017



eman ta zabal zazu



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

Fisika Teorikoa eta Zientziaren Historia Saila

# **Eremu-teorien eta eredu analitikoaren bidezko defektu kosmikoen ezaugarritzea**

Euskal Herriko Unibertsitateko  
Jon Urrestilla Urizabal doktoreak  
zuzendutako lana

Asier Lopez Eiguren  
Fisikan doktore-gradua  
lortzeko aurkezturiko txostena



*Bixian zihar  
zoze erakutsi doztazuen guztiori*

"... heriotzak harrapatu gaitzala berarekin dantzaten... "  
McOnak



Lehenik eta behin, eta batez ere, nire eskerrik beroenak eman nahiko nizkioke ikerkuntzarako bidea ireki eta nire lehen pausuetan gidari izan dudan Jon Urrestillari. Gradu bukaerako lanean irrika piztarazi, masterreko urtean zehar oinarriak jarri eta doktoregoaldiko urte hauetan zehar dakien guztia erakusten saiatzeagatik. Hasierako bidaia hau egiteko izan nezakeen zuzendaririk eta gidaririk onena izan da; eta nola ez, lagun bikaina. Hasierako *Txo* hartatik gaur egun arte ikasi dudan guztian laguntzeagatik, Eskerrik asko *Doktore Jauna!*

Bigarrenik, urte hauetan zehar burutu ditudan ikerketa lanetan ezinbesteko izan diren ikerlariak eskertu nahiko nituzke: Ana Achúcarro, Anastasios Avgoustidis, Jose Juan Blanco-Pillado, Betti Hartmann, Mark Hindmarsh, Martin Kunz, Carlos Martins eta Kepa Sousa. Eskerrik asko ikerketa hauek zuekin burutzeko aukera emateagatik eta batez ere, nire ezjakintasun guztiak zuen jakinduria eta pazientziarekin betetzeagatik.

Juan Mari Aguirregabiria eta Ínigo Luis Egusquiza ere eskertu nahiko nituzke, tesi honen euskarazko aldea ez bailitzateke ezer beraien laguntzarik gabe. Era berean, mila esker bioi graduko garaietatik hasi eta gaur egun arte izandako zalantzak argitzen laguntzeagatik.

Era berean tesi honetako proiektu batzuk burutzeko egin ditudan estantzietan etxean bezala sentiarazi didazueno, mila esker. Hau da, mila esker Sussex unibertsitateko Fisika eta Astronomia Sailari, Helsinkiko Fisika Institutuari, Leideneko Lorentz Institutuari eta Nottinghameko unibertsitateko Fisika eta Astronomia Sailari. Zuen laguntzarik gabe ez nuke estantzia hauetan ikasi dudan guztia ikasiko.

Ez nuke ahaztu nahi nire lantoki izan den Zientzia eta Teknologia fakultateko Fisika Teorikoa eta Zientziaren Historia Saila. Egunero egunero etxean bezala sentiarazi didazue eta edozein arazoren aurrean laguntza eskeini, doktoregai bizia asko erratuz. Nire eskerrik beroenak bidai honetan hain lagungarri izan zaretenoi: Alex Feinstein, Ruth Lazkoz, Manuel Á. Valle, Juan Luis Mañes, Martín Rivas, Igor Bandos, Michele Modugno, José M. Martín Senovilla eta Montserrat Barrio. Esker berezia merezi dute irakaskuntza mundua barneratu eta laguntza eskeini didatenek: Oscar Ecenarro, David Brizuela, Raül Vera eta Iñaki Garay. Mundu honetan dena ez dagoenez lanarekin lotua, egunero egunero kafe orduan bizitza alaitu didazuenokina ere ezin nahiteke ahaztu; mila esker Allan, Josu Igartua, Raúl, Luis, Josu Ortega, Iñigo, Esti...

Azken urte hauetan, aurreldokore/postdoktore izaera medio ezagutu ditudanak ere aipatu nahiko nituzke: Carlos, Iñigo, Giuseppe, Joao, Iker, Olatz, Unai, Maria, Irene, Santi, Laura, Mikel, Nastassja, Charlotte, Mariam, Sugumi, Jonathan, Jasone, Aitor, Imanol; guzti hauen artean esker bereziak eman nahiko nizkieke lankide izatetik lagun on izatera pasatu diren Pablo Jimenori, Lluç Garcinari eta Borja Reinari.

Aipamen berezia merezi du Joanes Lizarraga Doktore jaunak. Ikerkuntzaren mundu hau batera ezagutu genuen; lehen kongresuak, lehen klaseak, lehen... Badakit zu gabe bidaia hau ez zela berdina izango eta beti ondoan eduki izanak lagundu dit bideko zailtasun guztiei aurre egiten. Mila esker nire txiste txar guztiak tragatzeagatik eta batez ere txisterik egiteko gogorik ez nuenean zuk

egiteagatik. Bizitza honetan anai bat irabazi dut, zorte on bizitzan Joanes!

Esker berezia merezi dute baita ere Gose Naiz taldea osatzen duten kidee guztiek. Gutxi giñen (Jokin, Julen, Ekhi, Iraultza, Joanes), asko gara (+ lagoba, Peio, Aitzol, Iñigo, Mattin, Jon) eta jarrai dezagun asko izaten. Nahiz eta askotan gai berdinei buruz hitzegin (zuek badakizue ;) galdu ezin den bizitzaren zati bat zarete. Jarrai dezagun denbora luzez gose izaten!!!!

Unibertsitatetik kanpoko jendeaz ere gogoratu nahiko nuke. Hasteko kuadrilako lagunak eskertu nahiko nituzke lanak eragindako hainbat momentu estresgarritan burua beste nonbaitera eramaten laguntzeagatik. Era berean ezin nahiteke ahaztu nire bigarren familiarekin. Bizitza erdi baino gehiago daramat zuekin momentu ahaztezinak konpartitzen, mila esker familia handi eta bikain horren parte izaten uzteagatik. FORZA ISUNTZA!!!!

Eskerrekin bukatzeko familiarekin gogoratu nahiko nuke, momentu onetan zein zailtan ondoan izan zaretelako. Eskerrik asko Patxi eta Marga, beste seme bat bezala zaintzeagatik; eta zer esanik ez Marga, tesia osorik irakurri eta zuzenketak bikain horiek egiteagatik. Aitxa ta ama, eskerrik asko heldu naixen tokira heltzeko ein dozuen lan gogor guztiaitxik, erakutsi doztazuen guztiaitxik eta momentuora transmititu doztazuen maitxasunatxik; zuek barik ez nintzan heldu naizen tokira helduko. Ainho, zer esanik ez, eskerrik asko bidia zabaltzarren eta beti onduan egotiarren; nire bixien gidari ezin hobia ixan zara. Eta amaitzeko, Ortzi ez daukat hitzik zugarako dudan esker ona deskribatzeko; azken urte hauetan izan ditudan gora behera guztetan hor egotearren eta nire biziari zentzua ematearren mila esker bihotz-bihotzez.

Azkenik, barkamena eskatu nahi diot tesi hau hartu eta atal honetan bere izena ikustea espero zuen horri. Ziur nago izen hauen artean egotea merezi duzula eta tesi hau itsasoraino eraman duen ibaiaren tanta zarela. Mila esker zuri ere!







Tesi honetan aurkezturiko lanak defektu kosmologikoen propietateak ezaugarritzea eta defektu hauen ondorio behagarriak aztertzea du helburu. Tesi hau osatzen duten proiektu desberdinak ondoko ikertzaileekin elkarlanean burutu ditut: nire tesi zuzendari den Jon Urrestilla, A. Achúcarro, A. Avgoustidis, B. Hartmann, M. Hindmarsh, A.M.M. Leite, J. Lizarraga, C.J.A.P. Martins, A.S. Nunes eta K. Sousa.

Unibertsoa ulertzeko teoria onartuenak kosmologiaren eredu estandarra eta partikulen eredu estandarra dira. Partikulen eredu estandarrak unibertsoaren energia altuko deskribapena ematen digu. Kosmologiaren eredu estandarrak berriz, gaur egun ditugun hainbat behaketa kosmologiko zehaztasunez azaltzen dizkigu. Hala eta guztiz ere, bi teoria hauen arteko loturak azaltzeko orduan erantzun gabeko hainbat galdera daude oraindik. Hau da, lotura honetan aurkitzen diren hainbat prozesu deskribatzeko fisika oraindik ez da ezagutzen. Defektu kosmologikoak dira galdera hauei erantzuna eman diezaioketen objektu esanguratsu batzuk. Defektu hauek energia altuko hainbat teoriatan auresan izan dira eta unibertso gaztean gauzatutako simetria-hausturetan izan dezakete beraien jatorria. Hau gutxi balitz, defektuek gaur egun arte eboluzionatu ahal izan dute, ondorio behagarriak sortuz. Ondorioz, defektu kosmikoen ezaugarrien eta hauek sor ditzaketen ondorio behagarrien azterketak kosmologiaren eredu estandarraren eta energia altuko fisikaren arteko zubia eraikitzen lagun diezaguke.

Tesi hau bi zatitan banaturik dago: Sarrera eta Emaitzak. Sarreran (I. Atala) oinarri teorikoa azalduko dugu. Sarrera teoriko hau **1. kapitulu**an eboluzio kosmologikoa azalduz hasiko dugu, non defektu kosmikoei sorrera eman diezaioketen prozesuak azpimarratuko diren. Ondoren, **2. kapitulu**an defektu kosmikoen azalpen zehatza emango dugu. Azalpen hau egiteko soka lokalen azterketan oinarrituko gara, hauek baitira gaur egun arte gehien aztertu izan direnak. Ondoren, Tesi honetan zehar aztertuko ditugun defektu moten deskribapena emango dugu soka kosmiko lokalen azalpen zehatzean oinarrituz. I. Atalaren barne dauden bi kapitulu hauek literaturan aurkitu daitezkeen artikulu, *review* eta liburuetan oinarriturik daude.

Tesiaren II. Atalean doktoretza aldian buruturiko ikerkuntza originala aurkeztuko dugu, non kapitulu bakoitzean ondorengoa jorratzen den:

### 3. Kapitulu

Kapitulu honetan defektu mota batzuetan agertzen den modu-nuluaren azterketa egingo dugu, eredu horiei grabitatearekiko mihiztadura minimoa aplikatu ondoren. Defektu eredu batzuek modu-nuluekin lotu daitezkeen eta parametro bakarraren bidez deskribatzen den soluzio familia daukate. Familiako soluzio guztiek energia total berdina daukate baina energia dentsitatearen konfigurazio desberdina izan dezakete. Kontuan izanik grabitatea ezaugarri lokala dela, lan honetan eredu hauen grabitatearekiko mihiztadura aztertuko dugu. Azterketa hau egiteko prozedura eta lorturiko emaitzak ondorengo artikulu zientifikoan aurki daitezke:

- **Gravitating cosmic strings with flat directions**

B. Hartmann, A. Lopez-Eiguren, K. Sousa eta J. Urrestilla, JHEP 1303 (2013) 152.  
arXiv:1212.6502.

#### 4. Kapitulu

Ikerkuntza honetan monopolo globalen zenbakizko simulazioen azterketa egingo dugu monopoloen abiadura zehazteko asmoz. Monopolo globalek oso interesgarriak diren ezaugarriak dituzte. Adibidez, urruti dauden monopolo eta antimonopoloen arteko indarra distantziaren independentea da; ezaugarri hau defektu hauek erakusten duten eboluzio bitxiaren sortzaileetarikoa bat da. Arrazoi honengatik eta baita beste hainbatengatik ere monopolo globalen eboluzioaren azterketa oso interesgarria izan daiteke. Gaur egun arte egin diren monopolo globalen zenbakizko simulazio handienak eta zehatzenak burutuko ditugu eta informazioa garrantzitsua aterako dugu. Informazioa hau eta lan honetan lehen aldiz aurkeztu den monopoloen abiadura neurtzeko metodo berria erabiliz, monopoloen abiaduren gaur egun arteko emaitza zehatzenak lortuko ditugu. Hau gutxi balitz, simulazioetatik lorturiko informazioaz baliatuz monopolo globalen eboluzioa azaltzeko erabiltzen diren eredu analitikoak kalibratuko ditugu. Kapitulu hau ondorengo artikulua zientifikoan oinarritzen da:

- **Measuring Global Monopole Velocities, one by one**

A. Lopez-Eiguren, J. Urrestilla eta A. Achúcarro, JCAP01(2017)020. arXiv:1611.09628.

#### 5. Kapitulu

Kapitulu honetan soka erdilokalen sareak ezaugarrituko ditugu. Soka erdilokalak soka lokalen oso antzekoak dira, baina topologikoak ez direnez ezaugarri desberdinak izan ditzakete. Adibidez, soka hauek ez dira infinituak eta bukaerak izan ditzakete, non bukaera hauek monopolo globalen portaera erakusten duten. Gaur egun arte egin diren soka erdilokalen zenbakizko simulazio handienak eta zehatzenak erabiliz soka hauek ezaugarrituko ditugu eta beraien propietateen informazio zehatza lortuko dugu. Azterketa honetan 4. kapitulan aurkeztuko dugun abiadurak lortzeko metodo berria erabiliko dugu. Simulazioetan lorturiko informazioa soka erdilokalen eboluzioa azaltzen duten eredu analitikoak kalibratzeko ezinbestekoa da eta etorkizun batean kalibrazio hau egiteko erabilia izango da. Kapitulu honetan eginiko lana ondorengo bi artikulua zientifikoetan aurkitu daiteke:

- **Evolution of semilocal string networks: Large-scale properties**

A. Achúcarro, A. Avgoustidis, A.M.M. Leite, A. Lopez-Eiguren, C.J.A.P. Martins, A.S. Nunes eta J. Urrestilla, Phys. Rev. D89 (2014) no.6, 063503. arXiv:1312.2123.

- **Evolution of semilocal string networks: II. Velocity estimators**

A. Lopez-Eiguren, J. Urrestilla, A. Achúcarro, A. Avgoustidis and C.J.A.P. Martins, arXiv:1704.00991, Phys. Rev. D-ra bidalia

#### 6. Kapitulu

Soka eta monopolo globalentzako lorturiko energia-momentuaren tentsorearen korrelazioak eta CMBaren potentzia-espektra aurkeztuko ditugu kapitulu honetan. Energia-momentuaren tentsorearen korrelazioak lortzeko eremu-teorien zenbakizko simulazioak burutuko ditugu eta ondoren korrelazio hauen erradiazioaren eta materiaren mendeko garaietako eta bi garai hauen arteko transizio kosmologikoko portaera aztertuko dugu. Eboluzio honetatik CMBaren potentzia-espektra

lortzeko behar ditugun iturri-funtzioak lortuko ditugu. Azkenik, CMBaren potentzia-espektroaren iragarpenak eta parametro doikuntzak erabiliz parametroen mugak erakutsiko ditugu. Kapitulu honetan erabilitako prozedura eta lortutako emaitzak ondorengo artikuluan aurki daitezke:

- **Cosmic Microwave Background constraints for global strings and global monopoles**

A. Lopez-Eiguren, J. Lizarraga, M. Hindmarsh, and J. Urrestilla, Prestatzen

## **7. Kapitulu**

Azkenik, 7. Kapitulu Tesi honetan eginiko lanaren ondorio orokorrak emango ditugu.



## Argitaratutako Artikuluak

- **Gravitating cosmic strings with flat directions**  
B. Hartmann, A. Lopez-Eiguren, K. Sousa eta J. Urrestilla, JHEP 1303 (2013) 152. arXiv:1212.6502.
- **Evolution of semilocal string networks: Large-scale properties**  
A. Achúcarro, A. Avgoustidis, A.M.M. Leite, A. Lopez-Eiguren, C.J.A.P. Martins, A.S. Nunes eta J. Urrestilla, Phys. Rev. D89 (2014) no.6, 063503. arXiv:1312.2123.
- **Measuring Global Monopole Velocities, one by one**  
A. Lopez-Eiguren, J. Urrestilla eta A. Achúcarro, JCAP01(2017)020. arXiv:1611.09628.

## Aldizkarira Bidalitakoak

- **Evolution of semilocal string networks: II. Velocity estimators**  
A. Lopez-Eiguren, J. Urrestilla, A. Achúcarro, A. Avgoustidis and C.J.A.P. Martins, arXiv:1704.00991, Phys. Rev. D-ra bidalia

## Prestatzen

- **Cosmic Microwave Background constraints for global strings and global monopoles**  
A. Lopez-Eiguren, J. Lizarraga, M. Hindmarsh, and J. Urrestilla, Prestatzen
- **Evolution of semilocal string networks: III. Segment distribution**  
A. Achúcarro, A. Avgoustidis, A. Lopez-Eiguren, C.J.A.P. Martins eta J. Urrestilla, Prestatzen
- **CMB constraints for  $O(N)$  defects**  
M. Hindmarsh, M. Kunz, J. Lizarraga, A. Lopez-Eiguren eta J. Urrestilla, Prestatzen

## Proceedingak

- **Calibrating Analytical Models for Semilocal Strings**  
A. Lopez-Eiguren, J. Phys. Conf. Ser. 600 (2015) no.1, 012018. arXiv:1412.0432.





# Gaien Aurkibidea

---

Eskerrak . . . . .	iii
Hitzaurrea . . . . .	vii
Argitarapenen Zerrenda . . . . .	xi
<b>I Sarrera</b>	<b>1</b>
<b>1 Eboluzio Kosmologikoa</b>	<b>3</b>
1.1 Sarrera . . . . .	3
1.2 Aurrekari historikoak . . . . .	3
1.3 Unibertsoaren Dinamika . . . . .	5
1.4 Arazoak eta soluzioak . . . . .	9
1.4.1 $\Lambda$ CDM eredua . . . . .	9
1.4.2 Inflazioa . . . . .	10
1.5 Unibertsoaren Historia . . . . .	12
1.6 Mikrouhinen Hondo Kosmikoa . . . . .	14
<b>2 Defektu kosmikoak</b>	<b>21</b>
2.1 Sarrera . . . . .	21
2.2 Berezko simetria-haustura . . . . .	21
2.3 Higgs eredu trukakorra . . . . .	25
2.3.1 Sokak kosmologian: Kibble-Zurek mekanismoa . . . . .	28
2.3.2 Bideragarritasun kosmologikoa: eskalatzea . . . . .	29
2.3.3 Ondorio behagarri batzuk . . . . .	29
2.3.4 Soken dinamika . . . . .	31
2.3.5 CMB: UETC prozedura . . . . .	37
2.4 Tesi honetan aztergai diren defektu ereduak . . . . .	39
2.4.1 $O(N)$ defektu globalak . . . . .	40
2.4.2 AH ereduaren hedapenak . . . . .	42
<b>II Emaitzak</b>	<b>47</b>
<b>3 Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihiztadura</b>	<b>49</b>
3.1 Ereduak eta norabide lauak . . . . .	49
3.1.1 Soka erdilokalak . . . . .	50
3.1.2 Axioi sokak . . . . .	53
3.2 Grabitatearekiko mihiztadura . . . . .	57

3.2.1	Soka erdilokalak . . . . .	58
3.2.2	Axioi eta takioi sokak . . . . .	60
3.3	Zenbakizko emaitzak . . . . .	63
3.3.1	Soka erdilokalak . . . . .	63
3.3.2	$\phi$ -sokak (takioi sokak) . . . . .	65
3.3.3	$s$ -sokak (axioi sokak) . . . . .	66
3.4	Ondorioak . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Monopolo globalen abiaduren neurketa</b>	<b>71</b>
4.1	Sarrera . . . . .	71
4.2	Monopolo globalen zenbakizko simulazioak . . . . .	72
4.2.1	Simulazioak eta eskalatzea . . . . .	72
4.3	Monopoloen abiadura zenbatesleak . . . . .	76
4.3.1	Monopoloen jarraipen metodoa . . . . .	76
4.3.2	Abiadura zenbatesle lokala . . . . .	78
4.3.3	Batezbesteko abiaduraren eremu-zenbateslea . . . . .	80
4.4	Abiaduren emaitzak . . . . .	81
4.5	Monopolo globalentzako VOS ereduaren kalibrazioa . . . . .	85
4.6	Ondorioak . . . . .	87
<b>5</b>	<b>Soka erdilokalen sareen eboluzioa</b>	<b>91</b>
5.1	Sarrera . . . . .	91
5.2	Eremu-teoria simulazioak eta eskalatzea . . . . .	92
5.3	Luzerak eta abiadurak neurtzeko algoritmoak . . . . .	94
5.3.1	Eremu magnetikoaren muga erabiliz segmentuen luzeren kalkulua . . . . .	95
5.3.2	Eremu eskalarren kiribiltzeen bidezko segmentu luzeren kalkulua . . . . .	97
5.3.3	Segmentuen abiaduren kalkulua . . . . .	98
5.3.4	Soka-bukaeren (monopoloen) kopuruen eta abiaduren kalkulua . . . . .	99
5.3.5	Sare-aldagai lokalen bidezko sarearen abiaduraren kalkulua . . . . .	100
5.4	Algoritmoen zailtasunak . . . . .	100
5.4.1	Luzeren kalkuluen arteko alderaketa . . . . .	100
5.4.2	Segmentu erdilokalen identifikazioa . . . . .	103
5.4.3	Itxurazko abiadura superluminalak . . . . .	105
5.5	Zenbakizko emaitzak . . . . .	107
5.6	Ondorioak . . . . .	113
<b>6</b>	<b>Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak</b>	<b>121</b>
6.1	Sarrera . . . . .	121
6.2	Ereduak . . . . .	122
6.3	Simulazioetatik lorturiko UETCak . . . . .	123
6.3.1	Simulazioen ezaugarriak . . . . .	123
6.3.2	Eskalatzea . . . . .	124
6.4	Iturri-funtzioen kalkulua . . . . .	127
6.5	Potentzia-espektroa . . . . .	133
6.6	Zehaztapenak eta doikuntzak . . . . .	136
6.7	Ondorioak . . . . .	137
<b>7</b>	<b>Ondorio orokorrak</b>	<b>141</b>

<b>Bibliografia</b>	<b>143</b>
<b>A Soka erdilokaleen sareen diagramak <math>\beta</math> desberdinetarako</b>	<b>153</b>



# **I. ATALA**

Sarrera



# 1

## Eboluzio Kosmologikoa

---

### 1.1 Sarrera

Tesia honen lehen kapituluak Big Bang beroa [48, 113] ereduaz azalduko dugu. Eredu honek unibertsoaren eboluzioa deskribatzen du, eta behaketa kosmologikoa azaltzeko erakutsi duen arrakasta dela medio eredu kosmologiko estandarra bilakatu da.

Big Bang beroa ereduaren deskribapenaren hasierako aldiunea ez da zehaztasunez ezagutzen eta literaturan Big Bangaren hainbat definizio aurki daitezke. Tesi honen ikuspuntutik, eta batez ere defektu kosmikoen analisiaren ikuspuntutik, hasierako aldiunearen deskribapena ez da oso esanguratsua. Ereduak deskribatzen duen eboluzioa aldiz, oso garrantzitsua da. Izan ere, defektu kosmikoa unibertsoa gaztea zenean gertutako simetria-hausturetan sortu izan baldin badira ere, gaur egun arte eboluzionatu izan dezakete.

Hortaz, kapitulu hau Big Bang beroa ereduaren aurrekari historikoak aurkeztuz hasiko dugu. Ondoren, teoria honek azaltzen duen unibertsoaren dinamika aztertuko dugu; teoriak izan dituen arazoak aipatuz eta arazo hauei irtenbidea emateko proposatutako azalpenak deskribatuz. Unibertsoaren eboluzioa deskribatu ondoren, eboluzio honetan emandako gertaera nagusiak laburbilduko ditugu. Azkenik, unibertso gaztea aztertzeko erabiltzen den behaketa tresna garrantzitsua azalduko dugu, Mikrouhinen Hondo Kosmikoa (CMB ingelesezko sigletan). Kapitulu honetan emango dugun eredu kosmologiko estandarren azalpena Tesia honetan zehar egingo dugun defektu kosmikoen azterketarako beharrezkoa izango zaigun informazioan oinarrituko da, informazio zehatzagoa bilatzen duen irakurlea literaturara bideratuko dugu.

### 1.2 Aurrekari historikoak

Lurrean bizi izan diren zibilizazio gehientsuenak kosmosari eta honi loturiko gertaerei azalpena ematen saiatu izan dira. Zibilizazio zaharrenek kosmosa era antropomorfitikoki interpretatzen zuten, gertaerak giza ezaugarrien bidez azalduz. Zibilizazio hauetako batzuentzat mundu fisikoari gizadia lagundu edota oztopatu zezaketen izakiek ematen zioten bizia, beste batzuentzat mundua bera bizigabea zen baina jainkoek manipulatu zezaketen.

Grekoek beraien jainko eta mitoak zituzten, baina gertaeren kausa eta efektua aztertzen hasi ziren, baita behatutako fenomenoak termino matematiko eta geometrikoak erabiliz azaltzen eta deskribatzen ere. Kausa eta efektuaren identifikazioa oraindik ere metodo zientifikoaren oinarritzeko osagaia da.

Grekoek lorturiko jakintza gehiena kultura kristauaren garaian zehar, aro ilunean zehar, galdu egin zen. Hala eta guztiz ere, Erdi Aroan Europan ezarritako pentsamendu kosmologikoen

## 1.2 Aurrekari historikoak

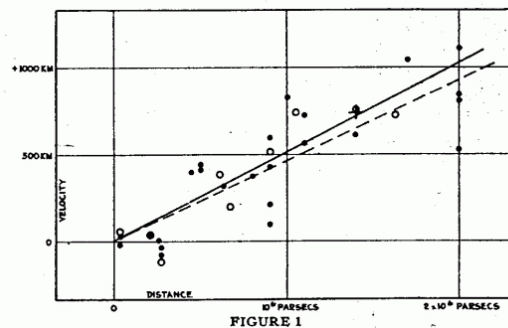
murrizketek ez zuten kosmologiaren oinarri matematikoaren eraikuntza izoztu. Nicolaus Copernicus, Johannes Kepler eta Tycho Brahe bezalako pentsalariek Isaac Newtoni bere teoria garatzeko ezinbesteko izan zitzaizkion elementuak eman baitzizkioten. Newtonen teoria izan zen zeruko gorputzen ezaugarri eta orbitak zehaztasun handiz deskribatzeko oinarri matematikoa erabili zuen lehena.

1915ean, Einsteinen erlatibitatearen teoria orokorraren argitalpenarekin, kosmologia era berri batean sartu zen. Einsteinen teoriak ematen zuen unibertso osoaren azalpen matematiko kontsekuenteak unibertsoa osotasunean eta entitate bezala deskribatzeko ateak ireki zituen. Hau da, kosmologiak unibertsoa deskribatzeko fidagarria eta aurreikusteko moduko fenomenoak zituen teoria bat garatzeko euskarri matematiko aproposa lortu zuen.

Bestalde, 1929an Edwin P. Hubblek urrutiko galaxia guztiak Esne Bidetik urruntzen ari zirela ikusi zuen. Gainera, galaxien urruntze abiadura galaxia hauetarako distantziarekin aldatzen zela ikusi zuen, hau da, zenbat eta urrunago egon galaxia hau azkarrago aldentzen zen. Joera hau 1.1. Irudian ikus daiteke, non Hubblek neurtu zuen galaxia bakoitzerainoko distantzia eta hauen abiadurak marraztu zituen. Neurketa hauek erabiliz Hubblek unibertsoa zabaltzen ari zela arrazoitzen duen erlazioa aurkitu zuen, Hubblen legea [77] bezala ezagutzen dena. Lege honen arabera galaxien aldentze abiadura galaxia horietarainoko distantziaren proportzionala da, ondorengo ekuazioa erakusten duen moduan:

$$v = Hd, \quad (1.1)$$

non  $d$  galaxiarainoko distantzia fisikoa den eta  $H$  Hubblen parametroa. Hubblek aurkikuntza hau egin zuen garaian  $H$  faktorea konstantea zela uste zuen, baina unibertsoaren eboluzio ekuazioen azterketak erakutsiko digun bezala denboraren menpekoa da.



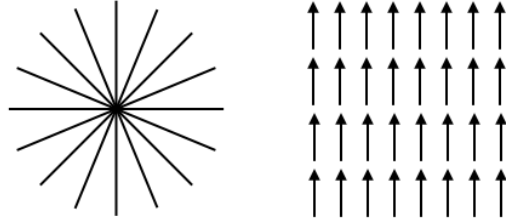
**1.1. Irudia:** Irudi honetan Hubblek bere aurkikuntza azaltzeko erabili zuen diagrama ikus daiteke. Diagrama honetako  $x$  ardatzean galaxietarainoko distantzia adierazten da eta  $y$  ardatzean berriz galaxia horien abiadura.

Unibertsoa zabaltzen ari bada eta aritu izan bada, iraganean txikiago izan beharko zuen. Ondorioz denboran atzera estrapolatzen badugu ondorio garrantzitsu batetara iritsi gaitetzke: unibertsoak egoera singular batetik hasi behar izan zuen, Big Bang singularitatetik. Big Bang beroa ereduaren arabera unibertsoaren eboluzioa eskualde oso energetiko batetik hasi zen eta eskualde hau eboluzioan zehar hozten joan da unibertsoaren espantsioa dela medio. Eboluzio honek zabal-tzen eta hozten ari den unibertso baten irudia ematen digu. Ondorioz logikoa litzateke eboluzio honetan zehar simetria-hausturak eman direla pentsatzea. Simetria-haustura hauetan defektu topologikoak sortu ahal izan dira. Ondorioz, defektu kosmikoen azterketak unibertso gaztearen energia altuko fisika ulertzen lagundu diezaguke.

Big Bang beroa eredu hipotesi xume batean oinarritzen da, printzipio kosmologikoan. Hi-



potesi honen arabera eskala handiko unibertsoak bi ezaugarri garrantzitsu ditu, isotropia eta homogeneousuna:



**1.2. Irudia:** Irudi honetan isotropia eta homogeneousuna erakusten duten bi adibide ikus daitezke. Ezkerreko adibideak isotropia erakusten du: norabide guztiak baliokideak dira. Eskuineko adibideak berriz homogeneousuna erakusten du: puntu guztiak baliokideak dira.

- Isotropia: unibertsoa berdina da norabide guztietan; aldaezintasun errotazionala dauka eta norabide guztiak baliokideak dira. Ez dago norabide pribilegiaturik.
- Homogeneousuna: unibertsoak espazioko puntu guztietan itxura berdina dauka, hau da, aldaezintasun translazionala dauka eta puntu guztiak baliokideak dira. Ez dago posizio pribilegiaturik.

Hala eta guztiz ere ezaugarri batek ez dakar bestea. Adibidez, eremu magnetiko uniformedun unibertsoa homogeneousoa da, puntu guztiak berdinak baitira, baina ez da isotropoa; izan ere, eremu lerroekiko paraleloak diren norabideak perpendikularrak direnekiko bereizgarriak baitira. Bestalde, simetria esferikoa duen banaketa isotropoa da banaketaren zentrotik begiraturaz gero; baina ez dauka zertan homogeneousoa izan. Hala ere, banaketa baten puntu guztiak isotropoak direla ezartzen badugu orduan bai banaketa hau homogeneousoa litzateke. 1.2. irudian isotropia eta homogeneousuna azaltzen dira forma bisualago batean eta baita nola bata ez duen bestea ezartzen.

Lehenago esan dugun bezala isotropia eta homogeneousuna eskala handiko unibertsoaren ezaugarri dira. Printzipio kosmologikoa ez da eskala txikietan betetzen eta eskala handiko unibertsoaren ezaugarri orokor bezala ulertu behar da. Hortaz, gure unibertsoa isotropo eta homogeneousoa bezala definitzea desiragarri da, beti ere irregulartasun lokalak kanpo utziz. Isotropiaren eta homogeneousunaren ebidentzia sendo bat geroago aztertuko dugun Mikrouhinen Hondo Kosmikoak ematen digu.

### 1.3 Unibertsoaren Dinamika

Unibertsoaren dinamika aztertzeko Einsteinek bere erlatibitatearen teoria orokorrean emandako eremu-ekuazioak askatu behar ditugu. Ekuazio hauek teoria geometriko bat deskribatzen dute, non espazio-denbora bertan aurkitzen den materiak perturbatzen duen eta, aldi berean, espazio-denborak esaten dion materiari nola mugitu. Ondorengoak dira Einsteinen ekuazioak

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

non  $G$  Newtonen konstantea den eta  $g_{\mu\nu}$  espazio-denboraren metrika.  $G_{\mu\nu}$  Einsteinen tentsorea da,  $R$  Ricciren eskalarra eta  $R_{\mu\nu}$  Ricci-ren tentsorea; kantitate hauek kalkulatzeko espazio-denboraren metrika erabili behar da.  $T_{\mu\nu}$  unibertsoaren osagaien energia-momentuaren tentsorea

### 1.3 Unibertsoaren Dinamika

da. Lehenago aipatu ditugun unibertsoaren ezaugarriak bereganatzen dituen metrika aztertuz hasiko gara eta ondoren kosmologian normalean aurkitzen diren energia-momentuaren tentsoreak aztertuko ditugu.

Metrika erlatibitate orokorraren espazio-denbora sektorearen osagai funtsezkoa da eta distantziak nola neurtu behar diren azaltzen digu. Kosmologia erlatibistan isotropia, homogeneousuna eta unibertsoaren zabaltzearekin bateragarria den espazio-denboraren metrika orokorra Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) metrika dugu. FLRW metrika ondorengo eran adieraz daiteke,

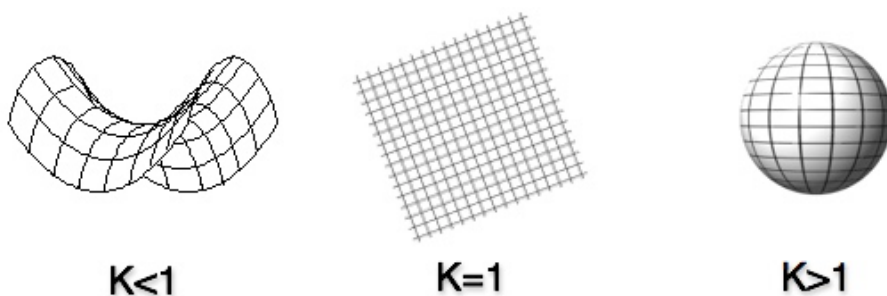
$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (1.3)$$

non koordenatu esferiko polarrak  $(r, \theta, \phi)$  erabili ditugun, izan ere, espazioaren isotropiak denbora aldi bakoitzean simetria esferikoa ezartzen baitu espazioko puntu bakoitzean. Kontuan hartu  $(-, +, +, +)$  signatura erabili dugula. Signatura hau erabiliko dugu Tesi honetan zehar. Metrikan agertzen diren koordenatuak kohigikorrek dira, hau da, koordenatu hauetan distantziak ez dira aldatzen espantsioaren eraginez.  $a(t)$  funtzioa eskala-faktorea deitzen da eta espantsioarekin zuzenki loturik dago. Funtzio honek denbora konstanteko espazio aldien tamaina eskalatzen du.  $t$  denbora koordenatua behatzaile kohigikor batek neurtzen duen denbora kosmikoa da. Egia esan, tesi honetan zehar denbora konformea ere erabiliko dugu. Denbora hau ondorengo transformazioa eginez lortzen da  $dt^2 = d\tau^2/a^2(\tau)$ . Denbora konformea erabiliz argiak  $\tau$  denboran eginiko distantzia  $\tau$  da. Denbora konformearen mendeko metrika ondorengoa da,

$$ds^2 = a^2(\tau) \left[ -d\tau^2 + \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (1.4)$$

$K$  parametroak denbora kosmiko konstante bakoitzean espazioaren kurbadura deskribatzen du (ikus 1.3. irudia):

- $K < 0$  Unibertso hiperboliko edo irekia
- $K = 0$  Espazio laua
- $K > 0$  Unibertso esferikoa edo itxia



**1.3. Irudia:**  $K$  parametroaren araberako kurbadura espazial desberdinak.

Unibertsoaren materiaren osagaiak aztertzeko kosmologian normalean aurki daitezkeen espezieen energia-momentuaren tentsoreak,  $T_{\mu\nu}$ , aztertuko ditugu. Espezie hauek aztertzeko orduan fluido perfektuaren energia-momentuaren tentsorea da erabiliena, gaur egun arte behatutako unibertsoarekin bat baitator. Ondorengoa da fluido perfektuaren energia-momentuaren tentsorea,

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U_\mu U_\nu + pg_{\mu\nu}, \quad (1.5)$$

non  $U^\mu$  fluidoaren tetrabektorea den,  $\rho$  energia-dentsitatea fluidoaren pausaguneko sisteman eta  $p$  presioa sistema berdinean. Presio hau isotropia eta homogeneotasunarekin kontsekuentea izan dadin isotropikoa izan behar da. Era bertsuan, fluidoaren elementuak kohigikorak izan behar dira pausaguneko sistema kosmologikoan. Ondorioz tetrabektore normalizatua (1.3) koordenatuak erabiliz ondorengo eran idatz daiteke

$$U^\mu = (1, 0, 0, 0). \quad (1.6)$$

Hortaz energia-momentuaren tentsorea beste era honetan idatz daiteke:

$$T = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Materiaren eta FLRW metrikaren (1.3) deskribapenak izanik Einsteinen ekuazioak (1.2) askatu ditzakegu. (1.3) eta (1.5) erabiliz bi ekuazio lortzen dira. Lehenengo Friedmannen ekuazioa bezala ezagutzen da eta ondorengo itxura dauka,

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}, \quad (1.8)$$

non puntutxoek denbora kosmikoarekiko deribatua adierazten duten eta  $H$ -k Hubblen parametroa. Lehenago esan dugun bezala Hubblen parametroak denborarekiko menpekotasuna dauka.  $i$  azpindizeak unibertsoan aurki daitekeen edozein energia motari egiten dio erreferentzia. Hubblen parametroa erabiliz Hubble erradio kohigikorra definitu daiteke,  $(aH)^{-1}$ , non erradio hau unibertsoaren luzera eskala karakteristikoa den eta gugandik argiaren abiadurara,  $c$ , aldentzen ari diren galaxietarainoko distantzia bezala uler daitekeen. Ekuazio honek eskala faktorearen handitze tasa, Hubblen parametroaren barne dagoena, unibertsoan aurki daitekeen materia guztiaren energia dentsitatearekin erlazionatzen du.

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -4\pi G \sum_i p_i - \frac{K}{2a^2}. \quad (1.9)$$

Puntu honetan denbora zehatz baterako energia-dentsitate kritikoa definitzea komenigarria da,

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (1.10)$$

eta baita dimentsio gabeko energia-dentsitatea ere

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}. \quad (1.11)$$

Dimentsio gabeko energia-dentsitate hau energia-dentsitate kritikoa erabiliz definiturik dago. Definizio hauek erabiliz Friedmannen ekuazioa ondorengo eran idatz daiteke,

$$\Omega_{\text{total}} - 1 = \frac{K}{(aH)^2}, \quad (1.12)$$

non  $\Omega_{\text{total}}$ -ak energia-dentsitate guztiak barnebiltzen dituen. Gaur egun, behaketa kosmologikoak erabiliz  $\Omega_{\text{total}}$  1 dela zehaztu da hiru magnitude ordenako zehaztasunarekin, ondorioz  $K = 0$

### 1.3 Unibertsoaren Dinamika

eta denbora kosmiko konstantea duten aldiak lauak dira. Aurrerantzean eta zehazki aipaturik ez baldin badago  $K$  zero izango da.

Erlatibitate orokorrean energia-kontserbazioa energia-momentuaren tentsorearen dibergentzia kobariantea zero eginez adierazten da,

$$\nabla_{\mu} T^{\mu\nu} = 0. \quad (1.13)$$

Aurreko formulatan (1.3) FLRW metrika eta (1.5) energia-momentuaren tentsorea ordezkaturik ondorengo eran geratzen zaigu energia-kontserbazioaren ekuazioa,

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (1.14)$$

Ekuazio honen arabera unibertsoaren zabaltzeak energia-dentsitatearen aldaketa lokalak eragin ditzake. Aipatzekoa da ekuazio horrek ez duela "energia totalaren" kontserbazioaren nozioirik, izan ere energia materiaren eta espazio-denboraren geometriaren artean elkartrukatu baitaiteke.

Kosmologian aurki daitezkeen fluido esanguratsuenak egoera-ekuazio barotropikoa betetzen dute:  $p = \omega\rho$ .  $\omega$  konstantea denez gure ekuazioak era sinpleagoan askatu daitezke. Egoera-ekuazio barotropikoa erabiliz energia-dentsitateak eta eskala faktoreak ondorengo eran eboluzionatzen dute:

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}, \quad (1.15)$$

$$a \propto t^{\frac{2}{3(\omega+1)}}. \quad (1.16)$$

Unibertsoan aurki daitezkeen materia arrunta partikula ultra-erlatibista (erradiazio) eta partikula ez erlatibistez osatua dago. Partikula ultra-erlatibisten kasuan  $\omega = 1/3$  da eta ondorioz (1.15) eta (1.16) ekuazioek ondorengo itxura hartzen dute,

$$\rho_r \propto a^{-4}, \quad (1.17)$$

$$a_r \propto t^{1/2} \propto \tau. \quad (1.18)$$

Materia ez-erlatibistaren kasuan aldiz presioa arbuigarria da dentsitatearekin konparaturik gero eta ondorioz  $\omega \sim 0$ . Hau kontuan hartuz ondorengoa lor dezakegu,

$$\rho_m \propto a^{-3}, \quad (1.19)$$

$$a_m \propto t^{2/3} \propto \tau^2. \quad (1.20)$$

(1.17) eta (1.19) ekuazioek erakusten duten moduan erradiazioak beste espezieen gainetik dominatzen du unibertsoaren hasierako garaietan, bestalde beranduagoko garaietan materia ez erlatibista bilakatzen da garrantzitsuena.

Lehen aurreratu dugun bezala unibertsoaren eboluzio ekuazioek egoera oso dentso eta bero batetik hasi eta bere eboluzioan hozten eta zabaltzen joan den unibertso baten irudia erakusten digute. Azalpen honi esker, tesi honen xedea den, partikulen fisikaren eta kosmologiaren ideien arteko zubia garatu dezakegu. Unibertso gaztean materia  $G$  talde jarraitu batean oinarrituriko teoria bateratu baten bidez legoke azaldua. Unibertso gazteko tenperatura altuak tarteko oinarritzko egoerak Lagrangearraren simetria guztia errespetatuko luke. Baina unibertsoa hozten joan ahala gauge teoriak berezko simetria-hausturak jasango lituzke ondorengo eskemari jarraituz

$$G \rightarrow H \rightarrow \dots \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(3) \times U(1). \quad (1.21)$$

$G$  talde hori batasun handiaren teoria bezala ezagutzen da eta uste da lehen simetria-haustura,  $G \rightarrow H$ ,  $10^{16}$ GeV-tan gertatu izan zela.  $U(1)$  taldeak elektromagnetismoa deskribatzen du eta indar nuklear ahularekiko unifikazio bidez lorturiko  $SU(2) \times U(1)$  taldeak berriz teoria elektroahula. Indar nuklear indartsua  $SU(3)$  taldearekin loturik dago eta interakzio hauek azaltzen dituen teoria matematikoa kromodinamika kuantiko (QCD ingelesezko sigletan) bezala ezagutzen da.

Defektu kosmikoak simetria-hausturen ondorio zuzenak dira. Defektuak simetria-haustura hauetan sortzen dira. Izan ere, defektuen ezaugarriak hauek sortu ziren simetria hausturekin zuzenki loturik daude. Gainera, defektuek gaur egun arte eboluzionatu ahal izan dute hondo kosmologikoan. Ondorioz, defektu kosmikoen ezaugarrien azterketak unibertso gaztean gertaturiko simetria-hausturen berri eman diezaguke, baita unibertsoaren eboluzioaren berri ere.

## 1.4 Arazoak eta soluzioak

Aurreko Kapituluuan aztertu ditugun ekuazioek unibertsoaren eboluzioa oso ondo deskribatzen dute. Hala eta guztiz ere, azalpen horrek hainbat galdera esanguratsu erantzunik gabe uzten ditu. Kapitulu honetan galdera horietako batzuk eta beraientzat emandako erantzunak aztertuko ditugu.

### 1.4.1 $\Lambda$ CDM eredu

Joan den mendeko 90. hamarkadaren erdialderaino unibertsoa azaltzeko teoria onartuenek unibertsoa modu ez azeleratuan edo dezeleratuan zabaltzen ari zela esaten zuten. Baina, 1998an kosmologoek bi talde independentek, Supernova Cosmology Project [112] eta High-Z Supernova Search Team [119], aurkikuntza izugarria egin zuten: unibertsoa azeleraturik ari da zabaltzen. Bi talde hauek urruneko zenbait la supernobaren argitasuna aztertu zuten eta hau unibertso ez azeleratu edo dezeleratu batek aurretik zuzen baina ahulagoa zela ikusi zuten. Gaur egun, hainbat esperimentuk baieztatu dute unibertsoaren zabaltze azeleratua: supernoba esperimentuek [58, 63, 68, 126], galaxia klusterren ezaugarrien azterketek [21, 22, 53, 134], CMBaren anisotropiek [11, 12, 75], grabitazio lente ahulen bidezko neurketek [116, 132] eta Lyman- $\alpha$  basoko xurgapenak [40, 100].

Unibertsoaren zabaltze azeleratu hau ezin zen eredu estandarrak zituen espezie arruntak erabiliz azaldu, ondorioz teoria hedatu egin behar izan zen. Teoriaren hedapen onartuena energia iluna deritzon osagaia gehituz egin zen. Energia ilunak presio negatiboa dauka eta hau dela medio erakarpen grabitatorioa gainditu dezake unibertsoaren zabaltze azeleratua sortuz.

Energia iluna Einsteinen ekuazioetan termino bat gehituz deskribatu daiteke. Terminoa hau ( $\Lambda$ ) konstante kosmologikoa bezala ezagutzen da eta  $\omega = -1$  duen fluido perfektua deskribatzen du. Konstante kosmologikoa duten Einsteinen ekuazioek ondorengo itxura daukate,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (1.22)$$

eta ondorioz Friedmannen ekuazioak ondorengoak dira,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.23)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -4\pi G \sum_i p_i + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.24)$$

## 1.4 Arazoak eta soluzioak

Dimentsiorik gabeko energia dentsitateak (1.11) erabiliz (1.23) ekuazioa beste era honetan idatz daiteke

$$(\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda) - 1 = 0, \quad (1.25)$$

non  $\Omega_\Lambda = \Lambda/(3H^2)$  eta  $\Omega_m = \Omega_b + \Omega_c$  barioien eta materia ilunaren energia-dentsitateen batura den. Materia barionikoa elektromagnetikoki elkarreragin dezakeen materia arrunta da. Materia iluna aldiz objektu astrofisiko erraldoien higiduren eta hauentzat materia behagarria erabiliz egitiko aurreikuspen teorikoen arteko desadostasuna konpontzeko proposatutako materia da. Gaur egun eredu estandarren ezinbesteko osagaia da eta unibertsoaren materia ez erlatibista gehiena bereganatzen du, hala eta guztiz ere beraren atzean dagoen fisika ezezaguna da oraindik.

Azken urteetan zehar materia iluna deskribatzeko hainbat hautagai proposatu dira: [60, 80, 140]: elkarrekintza ahula duen partikula astuna (WIMP ingelesezko sigletan), ezagutzen dugun materia motarekin konparatuz oso desberdina izango litzateke eta grabitatorioi bakarrik elkarre-ragingo luke; axioia, masa oso txikia eta kargarik ez duen partikula, elkarrekintza ahularen eta grabitatorioaren bidez bakarrik elkarreragingo luke beste materiarekin; oso astuna den objektu trinko astrofisikoa (MACHO ingelesezko sigletan), materia arruntez osatua baina oso argi gutxi edo bat ere emititzen ez duena, hau neutroi izarra, nano marroia edo nano beltza izan daiteke. Hautagai hauen artean defektu kosmikoak ere aurki daitezke [71, 72, 81]. Tesi honen helburu nagusia materia ilunaren karakterizazioa ez izan arren defektu kosmikoen analisiak eta hauen ezaugarritzeak materia ilunaren ezaugarrien ulertzean pausoak ekar ditzake.

### 1.4.2 Inflazioa

Kapituluaren hasieran aipatu ditugun erantzun gabeko galdera horietatik askok hasierako balditzen arazoarekin dute lotura eta unibertsoaren energia dentsitateen iturrien deskribapen zehatzago behar dute. Arazo horietatik larrienak unibertso gaztea azaltzen duen fisikaren aldaketa osoa eskatzen du, inflazio kosmologikoa [61, 93] deritzon aro berri bat ezarriz.

Inflazioaren oinarrian dagoen funtsezko ideia unibertso gazteak espantsio azeleraturiko aroa bizi izan zuela da, non  $\ddot{a} > 0$  betetzen zen. Aro hau  $d(H^{-1}/a)/dt < 0$  betetzen zeneko aro bezala ere uler daiteke, hau da, inflazioan zehar koordenatu kohigikorretan neurtutako Hubble erradioa txikituz zihoan. Inflaziotik kanpo Hubble erradioa handituz doa. Ondorengo puntuetan Big Bang beroa ereduak zituen arazo nagusiak laburbilduko ditugu eta inflazioak arazo hauei konponbidea nola ematen dion:

- Lautasunaren arazoa

Dentsitate-parametroaren definizioa erabiliz Friedmannen ekuazioak,  $K$ -ren edozein baliorako, ondorengo eran idatz daitezke:

$$|\Omega - 1| = \frac{K}{(aH)^2}. \quad (1.26)$$

Big Bang beroa ereduak deskribatzen duen eboluzio arruntean  $(aH)^2$  txikituz doa eta ondorioz  $\Omega$  1-etik urruntzen da. Adibidez, erradiazioaren mendeko aroan  $|\Omega - 1| \propto t$  eta  $|\Omega - 1| \propto t^{2/3}$  materiaren mendeko aroan. Ondorioz  $\Omega = 1$  puntu kritiko ez egonkorra da. Lehenago esan bezala, gaur egun  $\Omega$  1 da, hiru magnitude ordenako zehaztasunez, eta 1-etik gertuago egon beharko litzateke iraganean. Materiaren eta erradiazioaren portaera egokiak erabiliz ikus daiteke nukleosintesiaren garaian ( $t \sim 1$  seg)  $|\Omega - 1| < \mathcal{O}(10^{-16})$  izan behar zuela edota  $|\Omega - 1| < \mathcal{O}(10^{-27})$  eskala elektro ahulean ( $t \sim 10^{-11}$  seg).

Inflazioak lautasunaren arazoa definizioz konpontzen du. Hau da, unibertso gaztea inflatoia-  
ren eremuak dominatzen zuela uste badugu, non inflatoi eremua presio negatibodun fluido  
bezala ( $\omega = -1/3$ ) har daitekeen, (1.23) ekuazioa ondorengo eran idatz daiteke,

$$H^2 \approx \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.27)$$

eta ekuazio hau askatuz,

$$a(t) = \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right) \Leftrightarrow |\Omega - 1| \propto \exp\left(-\sqrt{\frac{4\Lambda}{3}}t\right). \quad (1.28)$$

Ondorioz, ikus dezakegu ez dela beharrezkoa hasierako baldintzak zorrotz doitzea, inflazioak  
hasierako kurbaduraren edozein balio oso txiki bilakatzen baitu.

- Horizontearen arazoa

Aurkako norabideetatik datozen fotoiak oreka termikoan daude. Hau ulertzeko modurik na-  
turalena unibertsoaren zonalde desberdinen elkarrekintza medio unibertsoa oreka termikoan  
egon izana da. Baina zoritxarrez Big Bang beroa eredu ezinezkoa da hau, izan ere fo-  
toiak emititu aurretik ez zen urruti zeuden eskualdeen artean elkarrekintza emateko denbora  
nahikorik egon.

Inflazioak arazo hau nola konpontzen duen ikusteko kontuan hartu behar dugu inflazioan  
Hubble erradioa txikituz doala. Izan ere, Hubbler erradioak unibertsoan gauzek noraino  
bidaia dezaketen diosku. Hau da, inflazioaren ondoren elkarrekintza kausalak gertatu  
daitezkeen unibertsoaren zatia inflazioaren aurretikoa baino txikiagoa da. Ondorioz, infla-  
zioaren aurretik, kausalitatea medio, oreka termikoan zegoen eskualde handi bat sortu zen;  
inflazioaren ondorengo egoeran espero zitekeena baino handiagoa.

- Erlikien arazoa

Unibertsoaren hasierako unetan zabaltzearen bidez erradiazioa baino mantoago disolba-  
tzen ziren objektu batzuk sortzeko aukera egon zen,  $a^{-4}$  ordez  $a^{-3}$  bezala. Objektu hauek  
unibertsoaren materia dominatzaile bilakatu zitezkeen, behaketek diotenaren aurka.

Inflazioaren garaiko espantsio azkarrak, unibertsoa dominatu zezaketen objektuak oso azkar  
diluitu zituen. Izan ere, inflazioan zehar unibertsoaren energia-dentsitatea objektu hauena  
baino astiroago jaisten baitzen,  $a^{-2}$  bezala edo astiroago. Ondorioz objektu hauen densi-  
tatea arbuigarri bilakatu zen oso azkar.

Monopolo magnetiko edo domeinu horma bezalako defektu kosmiko batzuek joera hau era-  
kuts dezakete eta unibertsoa dominatzera pasa daitezke. Hala eta guztiz ere, defektu sare  
gehienek eskalatzeko joera erakusten dute. Joera honetan defektuen energia dentsitatea  
frakzio konstante moduan mantentzen da (ikus 2.3.2. atala), defektu hauek bideragarri bila-  
katuz. Kontuan hartu behar da, inflazioaren aurretik sorturiko defektu oro disolbatua izango  
litzatekeela. Baina ikusi dugun bezala simetria-hausturak inflazioaren ondoren ere gertatu  
daitezke eta hau gutxi balitz, eredu inflazionario batzuek defektuen sorrera aurreikusten  
dute inflazioaren bukaeran.

Ikusi dugun moduan, unibertso gaztean esponentzialki azeleraturiko aldiak Big Bang beroa  
ereduak zituen arazo batzuk konpontzen ditu. Esponentzialki azeleraturiko aldi hau gure ekuazioe-  
kin azaldu ahal izateko osagai estra bat gehitu behar diegu, presio negatibodun osagaia, inflatoia

## 1.5 Unibertsoaren Historia

Gertaera	denbora t	temperatura T
Inflazioa	$10^{-34}$ s (?)	-
Berberotzea	?	?
Bariogenesis	?	?
Simetria-haustura elektroahula	20 ps	100 GeV
QCD fase trantsizioa	20 $\mu$ s	150 MeV
Materia ilunaren hoztea	?	?
Neutrinoen banantzea	1 s	1 MeV
Elektroi-positroi deuseztapena	6 s	500 keV
Big Bang nukleosintesia	3 min	100 keV
Erradiazio-materia berdintzea	60 kurte	0.75 eV
Birkonbinatzea	260-380 kurte	0.26-0.33 eV
Fotoien banantzea	380 kurte	0.23-0.28 eV
Berrionizazioa	100-400 Murte	2.6-7.0 meV
Materia-energi iluna berdintza	9 Gurte	0.33 meV
Gaur egun	13.8 Gurte	0.24 meV

**1.1. Taula:** *Unibertsoaren historian eman diren gertaera garrantzitsuenetariko batzuk ordena kronologikoan.*

hain zuzen ere. Inflatoia eremu eskalarra da eta bere hutseko energiak sortzen du espantsio esponentziala. Hau da, inflatoiak auto-elkarrekintza potentzial baten eragina dauka eta potentzial honetan zehar oinarrizko egoerara astiro astiro jeitsiz presio negatiboa lortzen du.

Inflazioaren teoriak ez ditu gorago aipatu ditugun arazoak soilik konpontzen. Inflazioak ikusten dugun eskala handiko estruktura sortarazi duten dentsitate gorabeheren sorrera azaldu dezake. Dentsitate gorabeheren sorrera hau defektu kosmikoen sorrerak eta eboluzioak [137] ere azaldu dezake eta urte luzetan zehar bi teoria hauek lehian ibili ziren. Baina behaketa moderno eta zehatzek erakutsi duten moduan, ikus 1.6 kapitulua, inflazioaren gorabeherak dira behaketekin bat datozenak.

## 1.5 Unibertsoaren Historia

Unibertsoaren dinamikaren alderdi esanguratsuenak aztertu ondoren eboluzio honetan emandako gertaera garrantzitsuenetariko batzuk laburbilduko ditugu, ikus 1.1 taula.

- Inflazioa

Azaldu dugun bezala inflazioa presio negatibodun eremu eskalar batek eragindako esponentzialki azeleratutako zabaltzea deskribatzen duen aroa da. Inflazioak lautasunaren, horizontaren eta erlikien arazoak konpontzen ditu.

- Berberotzea

Inflatoriaren energia potentzial altua deuseztatzean unibertsoa partikulaz bete da. Momentu honetan hasten da unibertsoaren erradiazioaren mendeko aroa. Batzuentzat hau da Big Bang beroa ereduaren lehen aldiunea.

- Bariogenesis



Eremuen teoria kuantiko erlatibistak antipartikulen beharra dauka. Partikulak eta antipartikulak ondorengo prozesuaren bidez deuseztatzen dira:  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ . Hasiera batean unibertsoa materia eta antimateria kantitate berdinez betea bazegoen ere aipatu berri dugun prozesua medio erradiazioz beteriko unibertsoa izango genuke. Bestalde, materia gehiago ikusten dugu antimateria baino. Bariogenesiaren erduek gaur egun behatzen den barioi-fotoi proportzioa azaldu nahi dute hasiera batean materia-antimateria asimetriarik kontsideratzen ez duten mekanismo dinamikoak erabiliz.

- Simetria-haustura elektroahula

100 GeV-tan Higgs mekanismoa dela medio partikulek beraien masa eskuratzen dute. Hau dela eta elkarrekintza ahularen indarra asko aldatzen da.

- QCD fase trantsizioa

Nahiz eta quarkak energi altuetan libre izan, 150 MeV-tik behera quarken eta gluoiaren arteko elkarrekintza sendoa garrantzitsu bilakatzen da. Ondorioz quarkak eta gluoiak quark sistema lotuak sortzen dituzte, bario eta mesoi deritzenak.

- Materia ilunaren hoztea

Materia ilunak materia arruntarekin oso elkarrekintza ahula duenez oso goiz banantzea espero da. Materia ilunaren partikulen masarentzat eta materia arruntarekin izan dezaketen interakzioen zeharkako sekzioarentzat balio naturalak hartuz behatutako materia ilunaren erlikien dentsitateak oso ondo erreproduzitu daitezke.

- Neutrinoen banantzea

Neutrinoek elkarrekintza ahularen bidez bakarrik elkarreragiten dute *plasma primordialarekin*. Kalkuluen arabera neutrinoak 0.8 MeV-etan banantzen dira neutrinoen hondo kosmologikoa sortuz. Hondo hau oraindik ez da neurtua izan.

- Elektro-positroi deuseztapena

Elektroiak eta positroiak neutrinoak banandu eta handik gutxira deuseztatzen dira. Hauen energia fotoietara transferitzen da, fotoien tenperatura handituz. Prozesu honen ondoren elektroien soberakin txiki bat geratzen da fotoiekin orekan.

- Big Bang nukleosintesia

Neutroiak eta protoiak lehen aldiz konbinatzen dira  $D$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^3\text{He}$  and  ${}^7\text{Li}$  nukleoak sortuz. Prozesu honen teoria oso ondo garatuta dago eta behaketekin zehaztasun handiz egiten du bat.

- Erradiazio-materia berdintzea

Erradiazioaren eta materiaren energia dentsitateak berdinak direnean erradiazioaren mendeko izatetik materiaren mendeko izatera pasatzen da unibertsoa.

- Birkonbinatzea

Unibertsoaren hasierako unetan CMBko fotoiek hidrogeno atomoak ionizatzeko adinako energia daukate eta ondorioz unibertsoa plasma kargatu eta opakatu batez betea dago. Aro honek fotoien gorriranzko lerrakuntzak fotoien eta elektroien konbinazioa  $e^- + p^+ \rightarrow H + \gamma$ , birkonbinazioaldian zehar, ahalbidetzen duen arte irauten du.

## 1.6 Mikrouhinen Hondo Kosmiko

- Fotoien banantzea

Birkonbinazioaren aurretik fotoien eta plasmaren arteko lotura sendoena Thomson sakabanaketak emandakoa da,  $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$ . Baina birkonbinazioaren ondoren elektroien dentsitatea asko jaisten da eta Thomson sakabanaketak eraginkortasuna galtzen du, fotoiak plasmatik bananduz azken sakabanaketaren gainazalean. Fotoi hauek unibertsoan zehar aske bidaiatu dute gaur egun arte. Hurrengo atalean (1.6. atalean) aztertuko dugun, CMBa osatzen dute fotoi hauek.

- Berrionizazioa

Unibertsoan nagusi den materia iluna halo itxurako egiturak osatzen hasten da elkarrekintza grabitatorioa medio. Materia arrunta ere egitura hauetara erortzen da lehen izar eta galaxiak sortuz. Prozesu honek argi ultramore pila bat askatzen du eta argi honek inguruko materia neutroari elektroiak kentzen dizkio.

- Materia-energia iluna berdintza

Materiaren eta energia ilunaren dentsitateak berdinak direnean unibertsoa materiaren mendeko izatetik energia ilunaren mendeko izatera pasatzen da. Berdintasun hau lehenago emango balitz galaxiek eta antzeko egiturek ez lukete sortzeko denborarik izango eta bizitzak ez luke inolako aukerarik izango. Egoera hau, kointzidentziaren arazoa bezala ezagutzen da.

- Gaur egun

Barioiak eta CMB guztiz bananduta daude, izarrek eta galaxiek denbora daramate unibertsoan eta galaxien klusterrak ohiko bilakatzen ari dira.

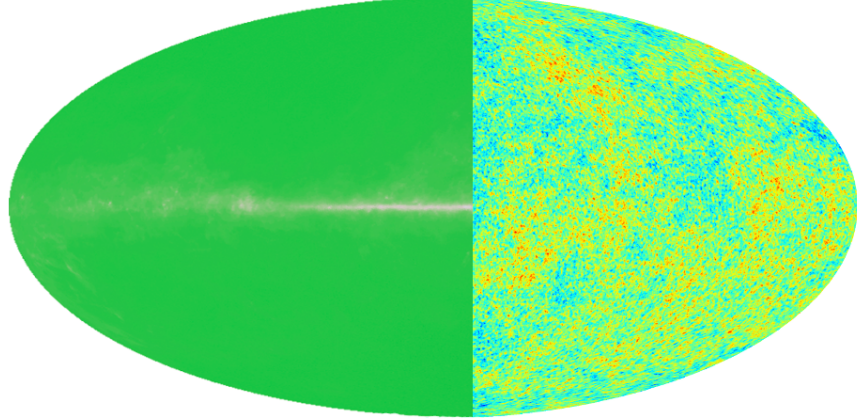
## 1.6 Mikrouhinen Hondo Kosmiko

Gaur egun behatzen dugun erradiazio primitiboak ia isotropikoa den eta 2.7K-tara dagoen gorputz beltzaren espektroa dauka. Erradiazio hau, Mikrouhin Hondo Kosmiko (CMB) bezala ezagutzen da. Zeru guztia kontuan hartzen zuten Hondo honen lehen neurketak Pronoz 9 satelitearen barnean zegoen RELIKT-1 esperimentuak [84] eta COBE sateliteak [124] egin zituzten, Big Bang beroa ereduaren hipotesi nagusiak baieztatuz: unibertsoaren eskala handiko isotropia eta homogeneotasuna, ikus 1.4 irudia. Baina CMBak ematen duen informazio gehiena ez da bere isotropia eta homogeneotasunean gordetzen. CMBaren tenperaturan agertzen diren gorabehera txikiak dira Hondo honen ezaugarri ikertuenak, izan ere, unibertsoaren eboluzioaren eta unibertsoa osatzen duten osagaien informazioa zehatza baitaukate. 1.4 irudiaren eskuineko aldean Planck misioak [10] neurtutako tenperaturaren anisotropiak ageri dira.

CMBaren jatorria gorputz beltzaren erradiazioa erabiliz azaldu daiteke. Gorputz beltzaren erradiazioa oreka termikoan dauden gorputzek igortzen duten erradiazioa da. Dakigunez gaur egungo unibertsoa ez dago oreka termikoan eta azaldu berri dugun espazio-denboraren eboluziorik gabe ezingo genioke CMBari azalpenik eman. Baina badakigu unibertsoaren hasierako aldiunetan dentsitatea eta energia dentsitateak oso altuak zirela, unibertsoan aurkitzen zen erradiazioaren oreka termikoa ahalbidetuz. Ondorioz, unibertsoak gorputz beltzaren espektroa igorri zuen hasierako unetan.

Unibertso gaztean aurki daiteken T tenperaturako gorputz beltz baten energia fluxua  $[\nu, \nu + d\nu]$  frekuentzien artean Plancken banaketa erabiliz eman daiteke

$$P(\nu, T)d\nu = 8\pi h \left(\frac{\nu}{c}\right)^3 \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu, \quad (1.29)$$



**1.4. Irudia:** Zeru osoarentzat eginiko CMBaren neurketak. Irudiaren ezkerreko aldean COBE sateliteak [124] eginiko neurketak ikus daitezke. Zati honetan ikus daitekeenez isotropiaren eta homogeneotasunaren printzipioak bete egiten dira. Eskuineko irudian berriz Planck misioak [10] neurturiko anisotropiak soilik agertzen dira.

non  $h$  Planck-en konstantea den eta  $K$  Boltzmannena.  $\nu \rightarrow \alpha\nu$  aldagai aldaketa erabiliz, non  $\alpha =$  konstantea den, espektroaren itxura ez da aldatzen baldin eta  $T \rightarrow T/\alpha$  bada. Jakina da baita ere zabaltze kosmikoa medio uhin-luzerak zabaltu egiten direla eta frekuentziak berriz txikitu. Ondorioz, zabaltze kosmikoa hasierako gorputz beltzaren espektroaren izaera mantentzen du baina gero eta tenperatura baxuagoetan,

$$T \propto 1/a. \quad (1.30)$$

Aurreratu dugun moduan hemen ikus daiteke unibertsoa handitu ahal hozten joan dela.

CMB ez da erradiazio bainu isotropiko perfektua. Isotropia honen aldaeren ( $1/10^5$  tamainakoak) azterketa gaur egun kosmologian daukagun behaketa tresna zehatzena izatera heldu da azken urteotan. Tenperaturaren anisotropia txiki hauek tenperatura eremuaren garapen multipolarra erabiliz deskribatu daitezke. Garapen hau, simetria esferikoa kontuan hartuz, harmoniko esferikoak erabiliz idatz daitezke:

$$\frac{\Delta T}{T}(\hat{n}) = \sum_l \sum_{m=-l}^l \Theta_{lm} Y_l^m(\hat{n}), \quad (1.31)$$

non  $l$  momentu multipolarra den eta  $\hat{n}$  bektore unitarioak begira gauden norabidea adierazten duen.  $T$  batezbesteko tenperatura da eta  $\Delta T$ -k berriz puntu jakin baten tenperatura batezbestekotik zenbat aldentzen den adierazten digu.  $\Theta_{lm}$  koefizienteek tenperaturaren perturbazioak adierazten dituzte eta ondorengo erlazioa betetzen dute

$$\langle \Theta_{lm}^* \Theta_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l, \quad (1.32)$$

non  $\delta_{ll'}$  Kroeneckern delta funtzioa den.

Hurbilketa Gaussiarrean anisotropiak potentzia-espektroaren 2 puntuko korrelazio funtzioa erabiliz guztiz deskriba daitezke. Potentzia-espektroa  $C_l$ -en funtzioan ondorengo eran idatz daitezke

$$\left\langle \left| \frac{\Delta T}{T} \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l. \quad (1.33)$$

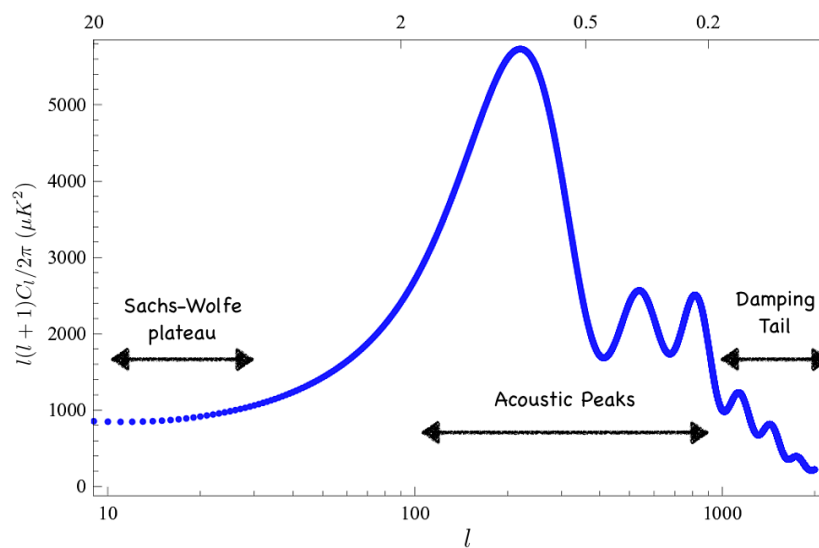
## 1.6 Mikrouhinen Hondo Kosmikoak

Garapen harmonikoan agertu diren koefizienteak,  $\Theta_{lm}$ , berez Fourierren transformatuan agertzen diren koefizienteen bertsio esferikoak dira. Ondorioz, kurbadura arbuigarria den zeruaren zati txikietan lan egiten badugu, angeluaren eta multipolo momentuaren arteko erlazioa zuzena da:  $\theta = 2\pi/l$ .

CMBaren anisotropiak bi motatan banatzen dira normalean: lehen mailakoak eta bigarren mailakoak. Lehen mailako anisotropiak azken sakabanaketaren gainazalean edo lehenago gertaturiko prozesuetan sortzen dira. Bigarren mailakoak berriz, azken sakabanaketaren gainazaletik gaur egun arteko eboluzioan gertaturiko prozesuetan.

Lehen mailako anisotropiak bi efektu nagusi sortzen dituzte: tontor akustikoak eta difusioaren ondoriozko moteltzeak. Tontor akustikoak unibertso gazteko fotoi-barioi plasmatik datoz. Hau da, fotoien presioak ez-homogeneotasunak ezabatzeko joera du baina barioien arteko elkarrekintza grabitatorioak barioi hauek elkartzen ditu eremu dentsuagoak sortuz. Bi prozesu hauen arteko lehiak sortzen ditu tontor akustikoak.

Bestalde bigarren mailako anisotropiak Sunyaev-Zel'dovich eta Saechs-Wolfe bezalako efektuek sortzen dituzte. Sunyaev-Zel'dovich efektuaren kasuan energia altuko elektroiek erradiazioa barreatzen dute zati bat CMB-ko fotoiei emanez. Saech-Wolfe kasuan berriz, eremu grabitatorio aldakorrek medio CMBko fotoiak gorrirantz edo urdinerantz lerratzen dira.



### 1.5. Irudia: CMB-aren potentzia-espektroaren irudikapen bat.

1.5. irudian CMBaren tenperaturaren potentzia-espektroaren irudikapen bat ikus daiteke. Angelu eskala handietarako ( $l < 100$ ), hau da, banantze garaiko super-Hubble moduei dagozkien eskaletarako, potentzia-espektro angeluarra potentzial grabitatorioaren bidez ezaugarritu daiteke. Potentzia-espektro angeluarraren zati hau Saech-Wolfe-en lautada bezala ezagutzen da. Potentzia-espektroan ageri diren tontorrak ( $100 < l < 1000$ ) tontor akustikoak dira eta informazio fisiko baliotsua daukate. Lehen tontorraren eskala angeluarrak unibertsoaren kurbadura zehazten du, bigarrenak berriz barioi dentsitate murriztua eta hirugarrena materia ilunaren dentsitatea lortzeko erabil daiteke. Tontor hauen kokapenak jatorrizko dentsitate perturbazioen informazioa ere ematen du.

Esan dugun bezala CMBaren anisotropien azterketa behaketa tresna oso zehatza da. Behaketatik eratorritako datuak datu teorikoekin alderatuz prozesu desberdinek CMBari egiten dioten ekarpena aztertu daiteke. Prozesu hauen ekarpen teorikoa aztertzeke ondorengo ekuazio diferentzial lineal sorta askatu behar da,

$$\mathcal{D}_{ac}(a, \rho, \dots) \tilde{X}_a = \begin{cases} 0 & \text{Pasiboa (Inflazioa)} \\ S_c & \text{Aktiboa (Defektuak)} \end{cases} \quad (1.34)$$

non  $\tilde{X}_a$  aztertu nahi dugun kantitatearen,  $X_a$ , Fourierren transformatua den.  $\mathcal{D}_{ac}$  eragile diferentzialak  $a$  eskala faktorea,  $\rho$  hondoko dentsitatea eta antzeko kantitatean menpekotasuna dauka. (1.34) analitik eratorritako perturbazioak ez dira ordena linealean nahasten eta dentsitate perturbazioak (eskalarrak), perturbazioa bektorialak edota perturbazio tentsorialak edo grabitazio-uhinak izan daitezke. Inflatoiaren fluktuazio kuantikoek sorturiko perturbazioak lehen mailakoak dira, izan ere, azken sakabanaketaren gainazala baino lehen sortu izan dira eta pasiboki eboluzionatu dute. Bestalde defektu kosmikoek sorturiko perturbazioak bi motatakoak izan daitezke, lehen eta bigarren mailakoak, izan ere defektuek beraien existentzia guztian zehar sortzen baitituzte anisotropiak.

Kasu inflazionarioan perturbazio bektorialak ez dira kontuan hartzen, izan ere oso azkar hiltzen dira. Bestalde, perturbazio eskalar eta tentsorialentzako potentziak ondorengo eran idatz daiteke,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k) = A_s \left( \frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1}, \quad (1.35)$$

$$\mathcal{P}_t(k) = A_t \left( \frac{k}{k_*} \right)^{n_t}, \quad (1.36)$$

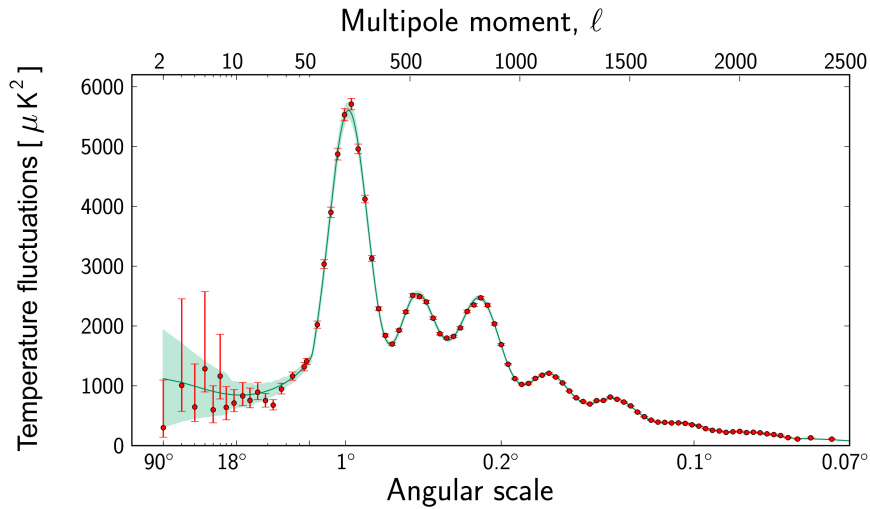
non  $k_*$  uhin-zenbaki pibote kohigikorra den.  $A_s$  eta  $A_t$  anplitude eskalarra eta tentsoriala dira eta  $n_s$  eta  $n_t$  espektroen indize espektralak dira eta espektroaren makurtasunarekin lotura dute. Kontuan izan bi indize espektralek definizio desberdina dutela;  $n_s = 1$  kasua eskalaren independente diren perturbazio eskalarren edo Harrison-Zel'dovich [62, 141] ereduaren kasua da, eta  $n_t = 0$  eskalarekin aldaezinak diren perturbazio tentsorialen kasua.

Defektu kosmikoen kasurako potentzia-espektroa ezin da hain erraz adierazi. (1.34) ekuazioa askatzeko, lehenik eta behin,  $S_a$ -rekin erlazioaturiko iturri-funtzioak lortu behar dira aztertu nahi den defektu motaren zenbakizko simulazioak erabiliz. 2.3.5. atalean erakusten dugu nola lor daitezkeen iturri-funtzioak zenbakizko simulazioak erabiliz. Kapitulu berdinean ikus daiteke nola integratzen diren (1.34) motako ekuazioak Einstein-Boltzmanen (EB) integratzaileak erabiliz. Ondoren 6 kapitulan  $O(2)$  sokentzat eta  $O(3)$  monopolentzat potentzia-espektroa lortuko dugu prozedura hau erabiliz.

Hala eta guztiz ere, bi kasuetatik eratorritako potentzia-espektroak neurtutako potentzia-espektroarekin (ikus 1.6 irudia) konpara daitezke, prozesu bakoitzaren ekarpena aztertzeke asmoz. 1.7 irudiaren ezkerrean inflaziotik eratorritako potentzia-espektroa ikus daiteke eta Higgs eredu trukakorreko soketatik eratorritako ([95] lanean lortua) berriz eskuin aldean. Higgs eredu trukakorreko sokak gehien aztertu izan diren defektu kosmikoak dira eta 2.3. atalean zehaztasunez aztertuko ditugu. Irudi horietan ikus daitekeenez inflaziotik eratorritako potentzia-espektroak neurtutakoan ikus daitezkeen tontorrak oso ondo deskribatzen ditu. Bestalde, Higgs eredu trukakorreko soketatik eratorriak ez ditu tontor horiek erakusten. Hau dela eta, esan daiteke defektuen ekarpena subdominantea dela. Joera hau [95] lanean frogatu zuten, non Higgs eredu trukakorreko soken kontribuzioa  $l = 10$  multipoloan %1.3 baino txikiagoa dela ikusi zuten.

Zabaltzen ari den unibertsoa homogeneo eta isotropoa deskribatzeko erabiltzen den eredu ezaugarritzeko ohikoa da 6 parametro erabiltzea. Bestalde, defektuen ekarpena kontuan hartu nahi

## 1.6 Mikrouhinen Hondo Kosmiko

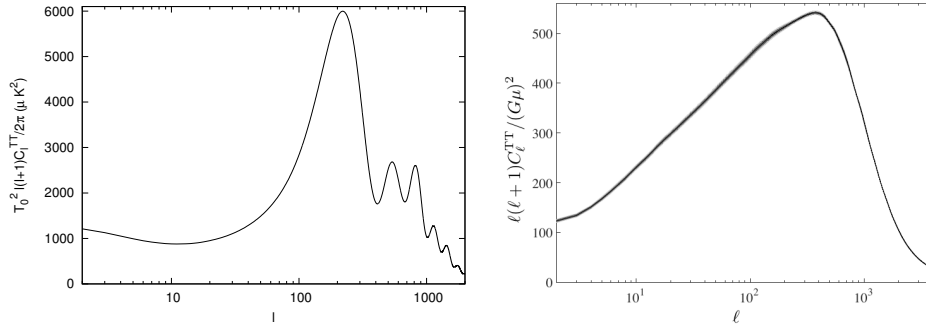


**1.6. Irudia:** *Planck esperimenduak [10] neurturiko temperaturaren potentzia-espektroa. Kasu honetan puntuek neurturiko datuak adierazten dituzte dagozkien errore barrak erabiliz. Kurba berdeak berriz  $\Lambda$ CDM ereduaren erabiliz lorturiko doikuntza hoberena adierazten du eta zonalde berdeek berriz doikuntza horrekiko desbiderapenak.*

bada parametro bat gehitu behar zaio ereduari. Kasu honetan Big Bang beroa ereduak deskribatzen duten sei parametroak aztertuko ditugu. Ondoren, 2.3.5. atalean defektuen ekarpena deskribatzen duen parametroa aztertuko dugu. Defektu kosmikorik gabeko eredu kosmologikoa azaltzeko behar diren sei parametroak ondorengoak dira:

1.  $\Omega_b h^2$ : Barioen dentsitate fisikoa
2.  $\Omega_c h^2$ : Materia ilunaren dentsitate fisikoa
3.  $\theta$ : Birkonbinatze garaiko soinu horizontearen eta distantzia diametral angeluarraren arteko erlazio hurbildua. CMBko lehenengo tontorreakin zuzeneko lotura du eta unibertsoaren geometriaren aldaketekiko oso aldakorra da.
4.  $\kappa$ : Birionizazio sakonera optikoa fotoien azken sakabanatzean.  $\kappa$ -k unibertsoa nola ionizatua dagoen adierazten digu eta fotoi batek talka bakarra jasateko duen probabilitatea neurtzen du. Sarri  $\tau$  moduan ere izendatzen da.
5.  $n_s$ : Perturbazio eskalarraren indize espektrala.
6.  $A_s$ : Horizonteaz gaindiko kurbadura-potentzia primordialaren anplitudea. Gehienetan  $\ln(10^{10} A_s)$  moduan adierazten da.

Planck esperimenduak [10] lorturiko parametro horien balioak 1.2. taulan ikus daitezke.



**1.7. Irudia:** Kasu inflazionarioarentzako tenperaturaren potentzia-espektroa (ezkerrean). Higgs eredu trukakorreko soken kasurako tenperaturaren potentzia-espektroa (eskuinean) J. Lizarragak utzitako irudia [95].

$\Omega_b h^2$	$0.02225 \pm 0.00016$
$\Omega_c h^2$	$0.1198 \pm 0.0015$
$\theta \times 100$	$1.04077 \pm 0.00032$
$\kappa$	$0.079 \pm 0.017$
$n_s$	$0.9645 \pm 0.0049$
$\ln(10^{10} A_s)$	$3.094 \pm 0.034$

**1.2. Taula:** Big Bang eredu beroa ezaugarritzen duten eta Planck misioak [10] lorturiko datuak erabiliz  $\Lambda$ CDM ereduaren doikuntzak emandako parametroen balioak. Defektuen ekarpena ezaugarritzen duen parametroa ez da kontuan hartu.

## *1.6 Mikrouhinen Hondo Kosmiko*



# 2

## Defektu kosmikoak

---

### 2.1 Sarrera

Aurreko kapituluaren kosmologiaren eredu estandarra deskribatu dugu. Eredu honek oso dentsua eta beroa zen egoera batetik egoera diluituago eta hotzago batera zabaldu den Unibertsoa azaltzen digu. Eboluzio honetan simetria-hausturak gertatu ahal direla ikusi dugu.

Simetria-haustura hauen ondorio garrantzitsuenetako bat defektu kosmikoen sorrera posiblea da<sup>1</sup>. Defektu hauek simetria-hausturaren propietateekin ezaugarriturik daude eta simetria-haustura desberdinak gertatu ahal izan direnez defektu kosmiko desberdinak sortu ahal izan dira. Defektu kosmikoen propietateak simetria-hausturaren ezaugarriekin zuzenki lotuak daude.

Hau dela eta, defektu kosmikoen taldea oso zabala da eta talde honetako osagai bakoitzaren azterketa oso luzea. Kapitulu honetan orain arte gehien aztertua izan den defektu motaren, Higgs eredu trukakorreko soken [74, 137], propietate garrantzitsuenak deskribatuko ditugu. Deskribapen hau Tesi honetan jorratuko ditugun propietateetan oinarrituko dugu eta ereduaren beste aspektu batzuetan interesatutako irakurlea literaturan aurki daitezkeen azterketa zehatzagoetara zuzenduko dugu.

Higgs eredu trukakorra aztertu ondoren Tesi honetan zehar erabiliko ditugun ereduak aurkeztuko ditugu; II. atalean aztertuko ditugun propietateei garrantzia emango diegu eta azterketa horiek egiteko erabiliko ditugun prozedura azalduko dugu.

### 2.2 Berezko simetria-haustura

Berezko simetria-hausturen funtsezko ezaugarriak Goldstone [59] izeneko eredu erabiliz azaldu daitezke. Eredu hau ondorengo Lagrangearraren bidez ezaugarritzen da,

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi - \eta^2)^2, \quad (2.1)$$

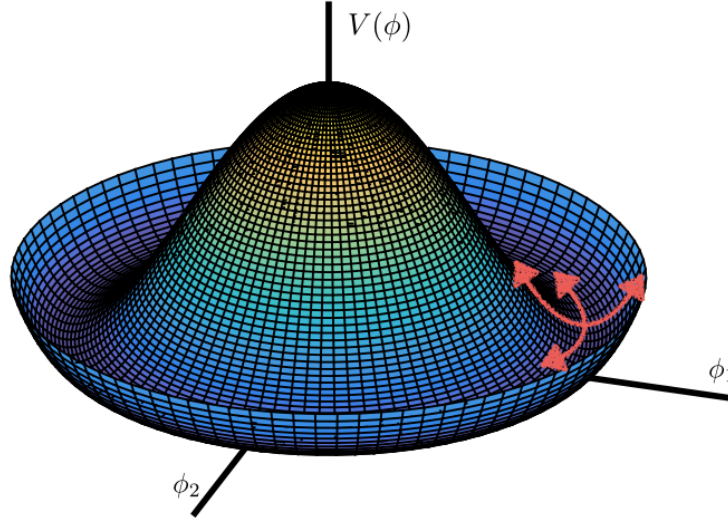
non  $\phi$  eremu eskalar konplexua den,  $\lambda$  auto-elkarrekintza konstantea eta  $\eta$  oinarritzko egoeraren itxarondako balioa. Eredu honen potentzialari, Lagrangearraren azken terminoari, mexikar kapela potentziala deritzo normalean eta 2.1. irudian ikusi daiteke. Eredua hau fase transformazio globalen  $U(1)$  taldearekiko aldaezina da,  $\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \phi(x)$ . Mota honetako transformazioei global deritze, izan ere  $\alpha$  parametroak ez dauka espazioko  $x$  kokapenaren menpekotasunik. Bestalde,

---

<sup>1</sup>Aipatu beharrekoa da simetria-hausturaren sorturiko defektuei normalean defektu "topologiko" deritzela, izan ere arrazoi topologikoak medio sortuko lirakeke. Baina gure azterketa honetan jatorri ez topologikoa duten defektuak ere aztertuko ditugunez simetria-haustura kosmologikoetan sorturiko defektuei defektu kosmiko edota defektu deituko diegu Tesi honetan zehar.

## 2.2 Berezko simetria-haustura

beste eredu batzuetan fase transformazioen parametroak,  $\alpha(x)$ -k, espazioko  $x$  kokapenaren menpekotasuna dauka. Mota honetako ereduak eredu lokalak dira.



**2.1. Irudia:** Mexikar kapela potentziala. Gezi gorriek  $\phi_1$  eta  $\phi_2$  eremuen higidura deskribatzen dute.

Mexikar kapela potentzialaren minimoa plano konplexuko  $|\phi| = \eta$  zirkuluan aurkitzen da eta ereduaren oinarritzko egoeraren itxarondako balio ez-nuluarekin ezaugarritua dago

$$\langle \phi \rangle = \eta e^{i\theta}, \quad (2.2)$$

non  $\theta$  fase arbitrarioa den. Halaber, potentzialaren maximo lokala eremuak itxarondako balio nulua,  $\langle \phi \rangle = 0$ , duen puntuan aurkitzen da.

2.1. irudian ikus daitekeen potentziala tenperaturaren balio finko bat erabiliz aztertu dugu. Baina aurreko kapituluan ikusi dugun moduan unibertsoa bere eboluzioan zehar hozten eta zabaltzen joan da. Ondorioz simetria-hausturak zabaltzen ari den unibertsoan aztertzeko asmoz zuzenketa termikoak gehitu ahal dizkiogu potentzialari,

$$V_{\text{eff}} = \lambda(|\phi|^2 - \hat{\eta}^2(T))^2 + f(T, \eta). \quad (2.3)$$

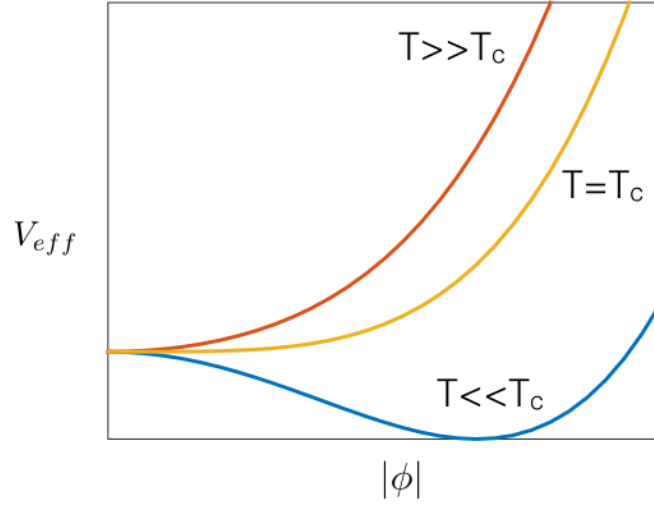
Orain, oinarritzko egoeraren itxarondako balioa bigarren ordenarainoko tenperaturaren zuzenketeekin ondorengoa dugu,

$$\hat{\eta}^2(T) = \eta^2 - \frac{T^2}{6}. \quad (2.4)$$

Ikus daitekeenez ez da positiboki definitua eta ondorioz tenperaturaren balio kritiko,  $T_c$ , baterako zero egiten da, non

$$T_c = \sqrt{6}\eta. \quad (2.5)$$

2.2. irudian ikus dezakegunez tenperatu altuetan, ( $T > T_c$ ), potentzial efektiboak minimo bakarra dauka  $\phi = 0$  puntuan. Kasu honetan oinarritzko egoerak Lagrangearraren (2.1) simetria berbera dauka eta simetria hautsi gabe dago tenperaturaren balioa nahiko altua den bitartean. Baina tenperatura, unibertsoaren espantsioa bezalako prozesu fisikoen bidez, jaisten den heinean potentzialaren forma aldatuz doa eta potentzialaren minimoa  $\phi = 0$ -tik aldentzen da. Ondorioz, eremua simetria hautsi gabe duen egoeratik  $\theta$  bidez zehazturiko oinarritzko egoera berrira jaitsiko



## 2.2. Irudia: Potentzialaren tenperaturarekiko menpekotasuna.

da bat-batean. Agerikoa da oinarrizko egoera berria,  $\langle \phi \rangle = \eta e^{i\theta}$ , ez dela fase transformazioa globalekiko aldaezina eta simetria espontaneoki hautsiko da.

$\theta$ -ren balio desberdina duten simetria hautsiko oinarrizko egoera guztiak baliokideak dira eta ondorioz nahikoa da  $\theta$ -ren balio bakar bat aukeratzea beraien ezaugarriak aztertzeko.  $\theta = 0$  aukeratuz  $\phi$  ondorengo eran adieraz daiteke minimoaren inguruko perturbazio gisa

$$\phi = \eta + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2), \quad (2.6)$$

non  $\phi_1$  eta  $\phi_2$  eremu errealak diren oinarrizko egoeraren itxarondako balio nuluarekin. (2.6) aldagai-aldaketa (2.1) Lagrangearrean ordezka daiteke,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\lambda\eta^2\phi_1^2 + \mathcal{L}_{int}, \quad (2.7)$$

non  $\mathcal{L}_{int}$  interakzio terminoak  $\phi_1$  eta  $\phi_2$ -ren hirugarren ordenatik gorako terminoak barnebiltzen dituen. (2.7) Lagrangearra aztertuz ikus daiteke  $\phi_1$  eremuak  $m_{\phi_1} = \sqrt{\lambda}\eta$  masa positibodun partikula bat deskribatzen duela eta  $\phi_2$  eremua berriz masa gabea dela. 2.1. irudia aztertuz uler genitzake agertu diren partikulak:  $\phi_1$  eremuak oinarrizko egoeraren zirkuluko puntu baten inguruko oszilazioa erradialak deskribatzen ditu eta  $\phi_2$ -ak berriz zirkuluaren barneko higidurak. Agertzen diren masa gabeko partikulak, Goldstone bosoiak bezala ezagunak, eredu globaletan gertatutako berezko simetria-hausturaren ezaugarri orokorrak dira.

Berezko simetria-haustuaren ondorio zuzen bat defektu kosmikoen sorrera da. Goldstone erduan sortutako defektuak soka globalak dira eta ondorengo lerroetan nola sortzen diren aztertuko dugu. Ikusi berri dugun bezala, simetria hautsi ondoren oinarrizko egoeraren itxarondako balioa ondorengo eran eman daiteke,

$$\langle \phi \rangle = \eta e^{i\theta}, \quad (2.8)$$

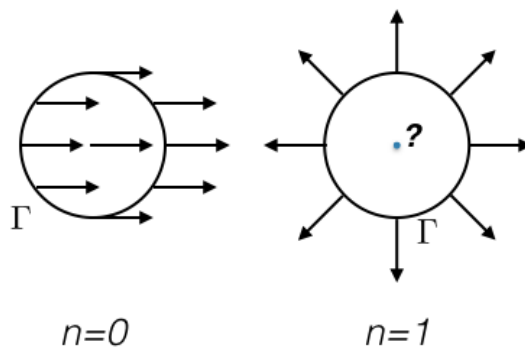
non  $\theta$ -ren balioa eskualde desberdinetan desberdina izan daitekeen. Oinarrizko egoeraren itxarondako balioak balio bakarra eduki dezake eta ondorioz espazioko edozein kurba itxitan  $\theta$ -rean aldagetak,  $\Delta\theta$ , ondorengoa bete behar du

$$\Delta\theta = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (2.9)$$

## 2.2 Berezko simetria-haustura

non  $n$  kiribiltze zenbakia bezala ezagutzen den.

Har dezagun  $n \neq 0$  betetzen den kurba itxi bat. Ikus daiteke kurba itxi honek mugatzen duen bi dimentsiotako edozein gainazalen barneko punturen batean  $\phi$  eremua bere maximo lokalean egongo dela. Horrelako punturik ez balego kurba itxi hori puntu bateraino uzkurto ahalko genuke  $n = 0$  dela iradokiz eta kontraesan batera helduz. Potentzialaren maximo lokalean  $\theta$  ez dago definitua eta  $\langle \phi \rangle = 0$  da. Gainera, lerro infinitu edo itxi batean zehar  $\langle \phi \rangle = 0$  izan behar da, bestela gure kurba itxi hori puntu batera uzkurto ahalko genuke singularitaterik aurkitu gabe. Aipatu dugun lerro infinitu edo itxi hori gure sokaren muin bezala identifikatu dezakegu. Esan dugun bezala  $\langle \phi \rangle = 0$  betetzen deneko egoera simetria hautsi gabeko egoera bezala identifikatu dezakegu eta ondorioz soka kosmikoa simetria hautsi gabeko zonaldeak dituen eremu konfigurazio bezala uler genezake. Sokak energia dentsitate lokalizatua dauka  $\langle \phi \rangle = 0$  betetzen den puntuen inguruan, izan ere egoera hori potentzialaren maximoari dagokio.



### 2.3. Irudia: $n = 0$ duen eremu banaketa ikus daiteke ezkerrean eta $n = 1$ duena berriz eskuinean.

Sokaren formazioa  $\phi$  eremua plano konplexuan gezi bidez irudikatuz ere uler genezake. Hau da, plano konplexuko puntu bakoitzean eremuaren balioa gezi bidez adierazi dezakegu eta plano konplexu honetan  $\Gamma$  kurba itxia marraztu. Kurba itxi horren barruan eremuak duen portaera aztertuz jakin genezake kurba itxi horren barruan sokaren muinaren punturik dagoen edo ez. Gure kasuan bi konfigurazio desberdin aztertuko ditugu, ikus 2.3. irudia: bata  $n = 0$ -rekin eta bestea  $n = 1$ -ekin.  $n = 1$  den kasuan ikus daiteke kurba itxiaren barruan singularitatea dugula, hau da, kurbaren barnean geratzen den puntuetariko batean ezin dugu eremua gezi bidez adierazi. Bestalde  $n = 0$  den kasuan plano konplexuko puntu guztietan adierazi dezakegu eremua geziak erabiliz.

Aztertu berri dugun eredu zehatz honetan sortzen diren defektuak sokak dira, izan ere, ereduaren oinarritzko egoerak begizta uzkurtezinak barnebiltzen ditu. Orokorrean,  $\mathcal{M}$  oinarritzko egoera duen eremu-teoriak defektu kosmikoren bat izango du baldin eta oinarritzko egoera honek homotopia ez-tribiala baldin badauka,

$$\pi_i(\mathcal{M}) \neq 1, \quad (2.10)$$

$i$ -ren balio batzuetarako  $i = 0, 1, \dots$ . Homotopia taldeak  $n$  dimentsiotako  $S^n$  esferatik  $\mathcal{M}$  oinarritzko egoerarako aplikazioak barnebiltzen ditu.  $i$ -ren balio desberdinetarako sortzen diren defektu kosmiko mota desberdinak ikus daitezke 2.1. taulan.

Arrazoi topologikoez gain, eta nahiz eta oinarritzko egoera sinpleki konexua izan energia kontsiderazioek defektuak sor ditzakete. 2.4.2. atalean eredu erdilokala aztertuko dugu. Eredu honetan eremu magnetiko masiboa da eta flux magnetikoa kontserbatu egiten da. Arrazoi hauek medio eta masa magnetikoa altua den kasuetan fluxu magnetikoaren tutuak agertu daitezke.

$\pi_0(\mathcal{M}) \neq 1$	$\mathcal{M}$ ez-konexua	Domeinu paretak
$\pi_1(\mathcal{M}) \neq 1$	$\mathcal{M}$ -n esfera uzkurtezinak	Soka kosmikoak
$\pi_2(\mathcal{M}) \neq 1$	$\mathcal{M}$ -n 2-esfera uzkurtezinak	Monopolo
$\pi_3(\mathcal{M}) \neq 1$	$\mathcal{M}$ -n 3-esfera uzkurtezinak	Testura

2.1. Taula: Defektu kosmiko mota desberdinak

## 2.3 Higgs eredu trukakorra

Defektu kosmikoen oinarritzko ezaugarriak aztertzeke asmoz gaur egun arte gehien aztertua izan den eredu, Higgs eredu trukakorra (AH ingelesezko sigletan) [64, 137], erabiliko dugu. Eredu hau ondorengo Lagrangeak dentsitateak ezaugarritzen du,

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi - \eta^2)^2, \quad (2.11)$$

non  $\phi$  eremu konplexua den eta  $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$  deribatu kobariantea.  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  da, non  $A_\mu$  gauge-eremu bektoriala den eta  $e$  gauge eremuarekiko eremu eskalarrak duen karga. Ereduaren potentziala, lagrangearreko azken terminoa, mexikar kapela da eta 2.1. irudian ikus daiteke. Eredu hau  $U(1)$  gauge transformazio lokalekiko aldaezina da,

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} \phi(x), \quad A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + e^{-1} \partial_\mu \alpha(x). \quad (2.12)$$

$\phi$  eremuaren minimoaren inguruko perturbazioak ondorengo eran adierazi daitezke:  $\phi(x) = \eta + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ , non  $\phi_1(x)$  and  $\phi_2(x)$  eremu eskalarra errealak diren. Eredu honetan gauge askatasuna daukagu eta askatasun hori erabili dezakegu  $\phi_2 = 0$  egiteko. Adierazpen hauek erabiliz ondorengo lor dezakegu,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1) (\partial^\mu \phi_1) - \frac{1}{2} \lambda \eta^2 \phi_1^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} e^2 \eta^2 A_\mu A^\mu + \mathcal{L}_{\text{int}}, \quad (2.13)$$

non  $\mathcal{L}_{\text{int}}$ -k ordena altuko terminoak dituen.  $e^2 \eta^2 A_\mu^2$  terminotik ikus daitekeenez  $A_\mu$  gauge eremua masaduna da,  $m_v = e\eta$ ,  $\phi$  eremuaren zati konstantearekin dituen interakzioak medio.  $\phi$  eremuaren  $\phi_1$  terminoa ere masaduna da,  $m_s = \sqrt{\lambda}v$ , eta oinarritzko egoeraren  $|\phi| = \eta$  zirkuluko puntu baten inguruko oszilazio erradial moduan ikus daiteke, ikus 2.1. irudia. Kasu lokalean ez dago masa gabeko partikularik.

Eredu honetako oinarritzko egoera begizta uzkurtezin bat dela eta Lagrangearraren simetria lokala dela kontuan hartuz, eredu honen berezko simetria-haustura sortuko diren defektuak soka lokalak direla ikus daiteke.

Lehenago ikusi dugun bezala, Higgs eredu trukakorraren Lagrangearrak hiru parametro ditu:  $\eta$ , oinarritzko egoeraren itxarondako balioa,  $e$ , gauge eremuarekiko eremu eskalarrak duen karga eta  $\lambda$  auto-elkarrekintza konstantea. Parametro hauen konbinazio batzuk bakarrik dira esanguratsuak eta konbinazio horietako bat lortzeko asmoz eremuen ondorengo aldagai-aldaketa erabiliko dugu,

$$\phi \rightarrow \eta^{-1} \phi, \quad A^\mu \rightarrow \eta^{-1} A^\mu, \quad x \rightarrow \eta x. \quad (2.14)$$

(2.15) aldagai-aldaketa erabiliz (2.11) Lagrangearrak ondorengo itxura hartzen du,

$$\frac{\mathcal{L}}{\eta^4 e^2} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{\beta}{2} (\phi^\dagger \phi - 1)^2, \quad (2.15)$$

### 2.3 Higgs eredu trukakorra

orain deribatu kobarianteak ondorengo itxura dauka  $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$ . Ikus daitekeenez ereduaren dinamikak parametro bakarraren menpekotasuna dauka,  $\beta = \frac{\lambda}{2e^2} = m_s^2/m_v^2$ . Higidura ekuazioak Euler-Lagrange ekuazioak erabiliz lor daitezke,

$$\frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\partial f_i} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\partial \dot{f}_i} \right) = 0, \quad (2.16)$$

non  $f_i$  aldagai independente bakarreko,  $x$ , funtzioak diren eta komatxoek  $x$ -etik deribatua adierazten duten. Kontuan hartu behar da higidura ekuazioak lortzeko espazio-denboraren metrika beharrezkoa dela. Gure kasuan koordenatu kartesiar kohigikor eta denbora konformadun FLRW metrika (ikus 1.3. atala) erabiliko dugu,

$$ds^2 = a(\tau)^2[-d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2]. \quad (2.17)$$

(2.15) Lagrangearra (2.16) Euler-Lagrange ekuazioetan ordezkatuz eta denbora gaugea aukeratuz ( $A_0 = 0$ ) ondorengo higidura ekuazioak lor daitezke,

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} - \mathcal{D}_j\mathcal{D}_j\phi &= -a^2\frac{\lambda}{2}(|\phi|^2 - \eta^2)\phi, \\ \dot{F}_{0i} - \partial_i F_{ij} &= -2a^2e^2 \text{Im}(\phi^*\mathcal{D}_j\phi), \end{aligned} \quad (2.18)$$

non  $F_{0i} = \dot{A}_i$  den. Higidura-ekuazio hauek Gaussen legearekin osatzen dira:

$$-\partial_i F_{0i} = -2a^2e^2 \text{Im}(\phi^*\dot{\phi}). \quad (2.19)$$

Eredu honek  $n$  kiribiltze zenbaki arbitrarioa duen eta simetria zilindrikoa duen soka kosmiko zuzen estatiko baten soluzioa onartzen du. Soluzioa hauek ondorengo *ansatzaren* bidez lor daitezke

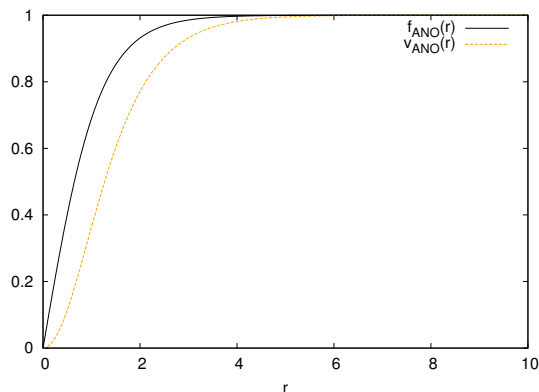
$$\phi = f(r)e^{in\theta}, \quad A_i = \frac{n}{er}v(r)\hat{\theta}_i, \quad (2.20)$$

non  $r$  koordenatu erradiala den eta  $\theta$  koordenatu azimutala. Soluzio hauek Abrikosov-Nielsen-Olesen (ANO) zurrumbilo lerro [1, 103] bezala ezagutzen dira eta higidura-ekuazioak (2.20) *ansatza* (2.18) ekuazioan ordezkatuz lor daitezke,

$$\begin{aligned} \frac{d^2f}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{df}{dr} - \frac{n^2f}{r^2}(v-1)^2 - \beta f(f^2-1) &= 0, \\ \frac{d^2v}{dr^2} - \frac{1}{r}\frac{dv}{dr} - 2f^2(v-1) &= 0. \end{aligned} \quad (2.21)$$

(2.21) higidura-ekuazioak energia kontsiderazioak erabiliz lortutako mugalde baldintza egokiak erabiliz askatu behar dira. Gainera, ez dago ekuazio hauentzat soluzio analitikorik eta zenbakizko analisia erabili behar da soluzioak aurkitzeko. (2.21) ekuazioentzako soluzio bat 2.4. irudian ikus daiteke. Soluzio hauek lortzeko erabili dugun prozesuan interesa duenak 3. kapitulura jo dezake, non antzeko ekuazioak aztertuko diren. 2.4. irudiak  $r = 0$ an zentraturiko eta  $n = 1$  duen ANO sokaren  $\phi$  eta  $v$  eremuen profilak erakusten ditu. Irudi horretan ikus daitekeenez sokaren muina  $\phi = 0$  den inguruan kokatzen da eta muinetik urrundu ahala eremuek beraien oinarritzko egoerara jotzen dute. ANO soketan bi muin zabalera bereiz daitezke; alde batetik,  $\phi$  eremuarekin lotura duena, muin eskalarra,  $r_s \sim m_s^{-1}$ , eta bestetik gauge eremuarekin lotua, gauge muina,  $r_v \sim m_v^{-1}$ . Soka osatzen duten eremuen profil funtzioak aztertu ondoren sokaren luzera unitateko energia aztertzea komeni da:

$$\mu = \eta^2 \int dr r \left( (\mathcal{D}_\mu\phi)^*(\mathcal{D}^\mu\phi) + \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{\beta}{2}(\phi^\dagger\phi - 1)^2 \right), \quad (2.22)$$



2.4. Irudia: ANO kasuarentzako profil funtzioak.

non aldagai-aldaketa eginda duten funtzioak erabili ditugun. Ikus daitekeenez sokaren luzera unitateko energia  $\eta$  oinarriko egoeraren itxarondako balioarekin zuzenki loturik dago. Ondorioz sokaren energiaren determinazioak simetria-haustura eman zeneko energia eskalaren informazioa eman dezake. Era berean, sokaren inguruko fluxu magnetikoa aztertzea garrantzitsua da,

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_C d\theta v = \frac{2\pi n}{e}, \quad (2.23)$$

non  $d\mathbf{S}$ -k sokari perpendikularra den bi dimentsiotako sekzioa deskribatzen duen.  $B_k = \epsilon_{ijk} F_{ij}/2$  eremu magnetikoaren osagaiak dira, non  $\epsilon_{ijk}$  Levi-Civita ikurra den.  $C$  sokaren inguruan marrazturiko zirkulu itxia da. (2.23) ekuazioaren eskuin aldeko adierazpena lortzeko gauge-eremuaren *ansatza* (2.20) erabili dugu eta ikus daitekeenez fluxu magnetikoa sokaren inguruan kontzentratzen da. Gainera fluxu hori kuantifikatua dago, izan ere, mugalde baldintzek ezartzen duten moduan (ikus 3. kapituluua) deribatu kobariantea zero egin behar da eta horrek  $v$ -ren balioa ezartzen du  $\phi$ -ren menpe.

Aztertu berri ditugun sokaren ezaugarriak erabiliz sokak zenbakizko simulazioetan hiru modu desberdinetan detekta daitezke:

- Kurba itxi batean zehar kiribiltze zenbakia kalkulatu.
- Energia potentzialaren kontzentrazioa duten eremuak aurkitu.
- Fluxu magnetikoaren kontzentrazioa duten eremuak aurkitu.

Higgs eredu trukakorreko soken kasurako metodarik erabiliena kiribiltze zenbakiarekin loturikoa da. Hala eta guzti ere, beste defektu mota batzuetan eremu magnetikoarekin loturiko metodoa ere oso erabilia da, ikus 5 kapituluua.

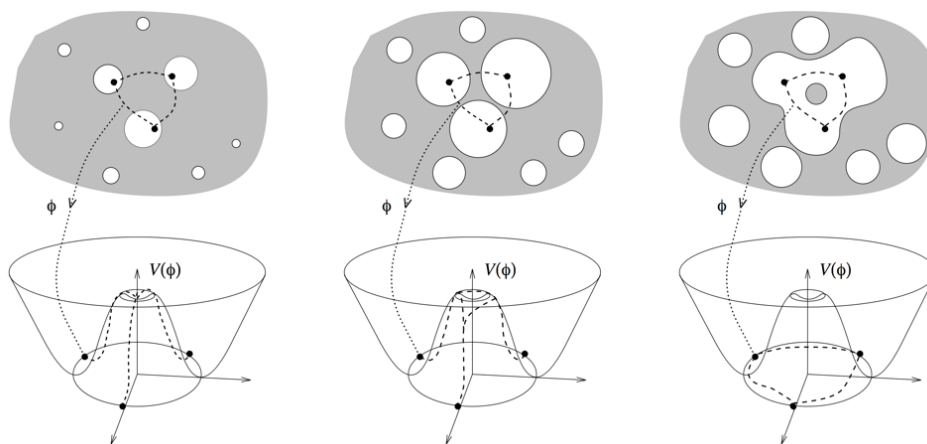
Soken egonkortasuna  $\beta$ -ren menpekota da.  $\beta > 1$  denean sokak ezegonkorak dira eta  $n > 1$  duten sokak  $n = 1$ -ekoetan zatitzen dira [74, 103]. Limite honetan soken arteko indarra alderatzailea da, izan ere, gauge-eremuaren muina muin-eskalarra baino handiagoa da eta indarra bektore-eremuen aldarapenaren menpekota da. Bestalde  $\beta < 1$  duten sokak egonkorak dira eta soken arteko indarra erakartzailea da, kasu honetan muin eskalarra handiagoa baita.  $\beta = 1$  denean Bogomol'nyi-ren limitean aurkitzen gara eta sokak neutruki egonkorak dira. Kasu honetan gauge-eremuaren muina eta muin-eskalarra berdinak dira, izan ere,  $m_s = m_v$  eta indar bat ere ez da nagusitzen.

### 2.3.1 Sokak kosmologian: Kibble-Zurek mekanismoa

Defektu kosmikoen sare estokastikoak fase trantsizio kosmologikoetan nola sortzen diren aztertuko dugu orain. Testuinguru kosmologikoan defektuen sorrera ulertzeko modu intuitibo bat Kibble-Zurek mekanismoa [82, 142, 143] da. Mekanismo hau gidatzen duen printzipioa kausalitatea da, zeinek korrelazio luzera maximoa ezartzen duen: korrelazio luzera hau baino distantzia handiagoz banaturiko bi eskualde kasualki deskonektaturik daude eta ondorioz eremuek oinarrizko egoera desberdina aukera dezake eskualde hauetako bakoitzean. Hau da, tenperatura balio kritikotik,  $T_c$ , jeistean  $\phi$  eremuak espazioko ia eskualde guztietan itxarondako balio ez nulua izango du, baina itxarondako balioaren fasea ez da erlazionaturik egongo korrelazio luzera baino distantzia handiagoz banaturiko eskualdeen artean.

Prozesu honetan, orokorrean simetria ez da momentu berean hautsiko espazioko puntu guztietan, hau da espazioko puntu batzuetan hautsiko da lehendabizi, simetria hautsiko burbuilak sortuz. Hasierako prozesu honi burbuila nukleazio deritzo [36, 38, 94]. Ondoren, burbuila hauek handituz joango dira. Logikoa da prozesu honetan burbuila bakoitzaren barneko puntu guztiek fase berdina aukeratu dutela pentsatzea, baina korrelazio luzera baino distantzia handiagoz bereizitako burbuilen fase aukera desberdina izan daiteke. Burbuila hauetako bi elkartzean mugan zeharreko  $\phi$  eremuaren balioak interpolatu egingo dira bi burbuiletako eremuen balioen arabera. Baina hiru burbuila edo gehiago elkartzean burbuila hauen mugan soka bat ager daiteke baldin eta puntu horren inguruko fasearen aldaketa  $2\pi$ -ren multiploa bada. Kibble-Zurek mekanismoak muga hauetan soka sortzeko probabilitatea ere adierazten du.

Azaldu berri dugun prozesua 2.5. irudian ikus daiteke. Irudi horren goiko lerroan burbuilak ikus daitezke, non eskualde zuriek simetria hautsirik duten zonaldeak adierazten dituzten eta grisek aldiz simetria hautsi gabeko zonaldeak. Beheko lerroan goiko burbuilei dagokien fase aukera adierazten da.



2.5. Irudia: Kibble-Zurek mekanismoaren irudikapena. M. Hindmarsh-ek utzitako irudia [74].

Prozesu honen ondorioz ausazko soka sarea sortzen da. Sare hau luzera karakteristiko baten ezaugarritzen du. Luzera karakteristiko hau soken arteko banaketa edota soka luzera totala izan daiteke. Luzera karakteristiko hori defektu-sareak deskribatzen dituzten eredu analitikoetan garrantzitsua da (ikus 2.3.4. kapitulua ) [98, 99, 101].



### 2.3.2 Bideragarritasun kosmologikoa: eskalatzea

1. kapituluuan ikusi dugunez objektu kosmologiko batzuen energi dentsitateak unibertsoa menderatu dezake, eredu hauek ez-bideragarri eginez. Bestalde, beste objektu batzuen energia dentsitatea oso azkar diluitu daiteke, eredu hauen ondorioak neurtezin bilakatuz. Hala eta guztiz ere, defektu kosmiko batzuen eboluzioek, soka kosmiko lokalenak barne, erregimen berezi bat erakuts dezakete, eskalatu egin dezakete. Eskalatze honetan, luzera karakteristikoa denborarekin linealki hazten da. Hau da, energia dentsitatea konstante mantentzen da defektuek eskalatzen duten bitartean. Ondorioz, defektu mota hauek ez dute unibertsoa dominatzen eta ez dira ezta desagertzen ere.

Lehenago esan dugun bezala Higgs eredu trukakorrean agertzen diren sokak infinituak edo itxiak izan daitezke. Zabaltzen ari den unibertsoaren eboluzio kosmologiko errealista batean soka infinitu hauek luzatu egingo lirateke. Hau da, soketatik datorren energia dentsitatea  $a$  eskala faktorearen proportzionala izango litzateke. Kasu honetan soken energia dentsitatea ez da frakzio konstante bat eta sokek unibertsoa menderatuko lukete. Hala eta guztiz ere, energia galeren mekanismoei esker sokek eskalatu egingo dute.

Soka-sareen energia galera mekanismoa soken sekzio desberdinak gurutzatzen direnean duten elkarbanatze probabilitatearekin zuzenki lotuta dago. AH soken kasuan elkarbanatze probabilitatea sakonki aztertua izan da [102, 121, 133]. Sarea osatzen duten soka infinituak elkarbanatzean begiztak sor daitezke. Begizta hauek sortu bezain azkar erradiazio emititzen dute eta deuseztatu egiten dira. Ondorioz begizten deuseztatzearen ondorioz sortutako energia galerak soken luzatzerekin sortutako energia konpentsatzen du soken eskalatzea ahalbidetuz.

Defektuen sareak aztertzeke orduan zenbakizko simulazioak ezinbestekoak dira (Tesi honen II. partean erakutsiko dugun bezala). Bestalde, simulazio hauek tresna baliagarriak izan daitezten soken eskalatzea ezaugarri funtsezkoa da. Ezaugarri hau da zenbakizko simulazioak defektuen ezaugarriak aztertzeke erabiltzea ahalbidetzen duena. Alde batetik, ezinezkoa da defektu mota jakin baten eboluzio kosmologiko osoa aztertzen duten zenbakizko simulazioak egitea. Bestetik, ezinezkoa da baita ere defektuak sortu ziren momentua bera simulatzea, izan ere, ez dakigu ze teoria erabili fase trantsizioa egoki azaltzeko. Hala eta guztiz ere, eskalatzeari esker zenbakizko simulazioak nahi dugun energia eskalalara estrapolatu ditzakegu. Hau da, gure simulazioetan denbora aldi laburrak kontsideratu ditzakegu eta simulazioak behin eta berriz errepikatuz behagarrien lagin estatistikoa lortu. Ondoren estatistikoki lorturiko lagin hauek eskalatzeari esker eskala kosmologikoetara estrapolatu ditzakegu.

### 2.3.3 Ondorio behagarri batzuk

Defektu kosmikoen propietate grabitatorioen azterketa interes handikoa da. Defektuek batez ere grabitatorioki elkarrengaitan dute beste objektu kosmologikoekin, eta elkarrekintza hauek sorturiko ondorio behagarrien ezaugarriak defektuen eremu grabitatorioaren indarrak ezaugarritzen ditu. Defektuen eremu grabitatorioaren indarra  $G\mu$  parametro dimentsio gabearen bidez deskribatzen da, non  $G$  Newtonen konstantea den eta  $\mu$  sokaren tentsioa AH soken kasurako.  $\mu$  parametro horrek soka sortu den simetria-hausturaren energia eskalaren informazioa ematen du. Ondorioz,  $G\mu$ -ren balioaren determinazioak soka sortu den fase trantsizioaren energia eskala zehaztuko du eta bilatzen ari garen energia altuko eta kosmologiaren arteko lotura ezartzen lagunduko du.

Azter dezagun Higgs eredu trukakorren kasurako soka zuzen baten inguruko eremu grabitatorioa. Dakigunez Newtonen limitean Einsteinen ekuazioek ondorengo itxura hartzen dute  $\nabla^2\Phi = 4\pi G(\rho + p_1 + p_2 + p_3)$ , non  $\Phi$  potentzial grabitazionala den. Materia ez erlatibistarentzat  $p_i \ll \rho$  betetzen da eta ondorioz Einsteinen ekuazioak honela idatz daitezke:  $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$ . Bestalde,  $z$ -norabidean luzatzen den soka zuzenarentzat  $p_3 = -\rho$  eta  $p_1$  eta  $p_2$  sokaren zeharka-

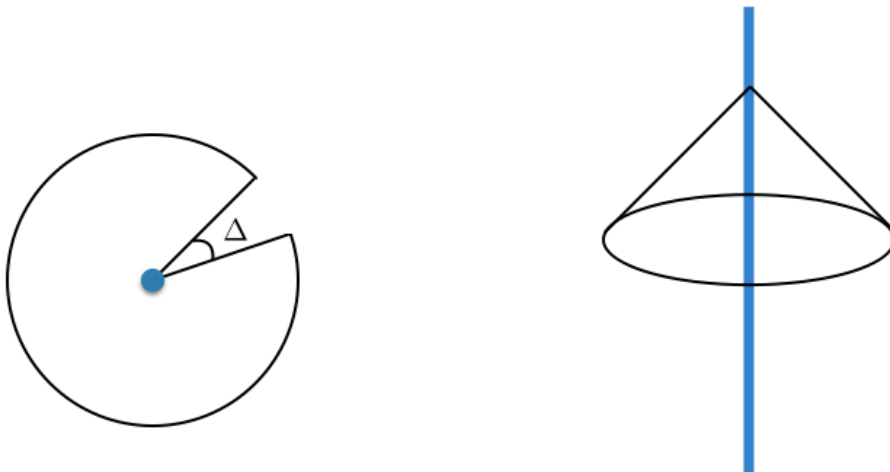
### 2.3 Higgs eredu trukakorra

ko sekzioan zehar batezbesteko kalkulatu zero egiten dira. Ondorioz, kasu honetan Einsteinen ekuazioak  $\nabla^2\Phi = 0$  dira. Ekuazio honen arabera Newtonen limitean soka zuzenak ez du indar grabitatoriorik sortzen inguruko materiari.

Soka kosmikoen zenbait propietate orain dela asko aztertu zituen Vilenkinek [136]. Lan horretan, Vilenkinek, soka kosmiko infinituki fin baten hondo grabitazionala aztertu zuen eremu ahularen hurbilketa eta soka kosmiko baten inguruko espazio-denbora konikoa dela ikusi zuen. Hau da, Minkowskiren espazioa baina zati bat gabe,

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + \left(1 - \frac{\Delta}{2\pi}\right)^2 r^2 d\theta^2 + dz^2, \quad (2.24)$$

non  $\Delta = G\mu$  angelu defizita adierazten duen. Emaizta hori lortzeko Vilenkinek bi hurbilketa ezberdin erabili zituen. Alde batetik, soka infinituki fina dela onartzeak singularitate konikoa sortzen du sokaren posizioan,  $r = 0$ . Bestalde, eremu ahularen hurbilketa sokaren tentsio txikiarako bakarrik da baliagarria. Higgs eredu trukakorrarentzat Einsteinen eremu ekuazio osoak kontsideratuz gero bi arazo hauek desagertu egiten dira. Lehenik, singularitate konikoa ANO zurrunbiloaren [103] tamaina finituko muinak desagerrarazten du. Bestalde, kasu honetan erakuts daiteke angelu defizita zurrunbiloaren tentsioaren proportzionala dela,  $\Delta \approx \mu G$ , eta sokatik urruti metrikak (2.24) itxura hartzen duela. Sokaren tentsioa nahiko handia denean angelu defizita  $2\pi$  baino handiagoa izan daiteke. Tentsio hain handia duten sokei supermasadun deritze eta [86, 108] lanetan aztertuak izan ziren. Soka hauek singularitatea erakusten dute koordenatu erradialaren balio maximoan, non metrikaren alde angeluarra zero egiten den. 3. kapituluaren Higgs eredu trukakorraren hedapenetan agertzen diren mota hauetako sokak aztertuko ditugu. 2.6. irudian soka kosmiko baten zeharkako sekzioaren Minkowskiren espazioa erakusten da.



**2.6. Irudia:** Soka kosmiko baten inguruko espazioaren irudikapena. Zonalde urdinak sokaren muina adierazten du.

Soken espazio-denbora konikoa dela medio hainbat behagarri astrofisiko proposatu eta aztertu izan dira. Hauen artean aurki daitezke: lente efektu grabitatorioa, energia altuko izpi kosmikoak eta gamma izpi ez-tandak [34, 82, 137], jatorri kosmikoko eremu magnetikoen sorrera [47] edo perturbazio kosmologiko ez-Gausiarren sorrera [55, 68, 70, 117]. Hala eta guztiz ere, defektuen

sareek sorturiko fenomeno azertuena CMB anisotropien sorrera da [29, 30, 95, 127]. Lehenago esan dugun bezala, defektuek hasierako fotoi-barioi plasman eta baita beraien eboluzioan ere sor ditzakete anisotropiak. CMB anisotropien azterketak  $G\mu$  parametro adimentsionalaren balioa finkatu dezake.

Gainera, azken urteotan defektuek sorturiko grabitazio-uhinak interes handia bereganatu dute [2, 46, 76, 105, 123, 131, 135]. Lehenago esan dugun bezala, Higgs eredu trukakorraren kasurako energia galera mekanismo nagusia begizten sorrera da, non begizta hauek sortu bezain laster deuseztatzen diren. Deuseztatze honetan zehar erradiazio grabitatorioa emititzen da<sup>2</sup>.

Ikusi dugun bezala defektuen ezaugarri behagarrien azterketak energia altuko fisikaren eta kosmologiaren arteko loturaren informazioa eman diezaguke. Informazio hau lortzeko asmoz Tesi honetan AH ereduaren hedapen batzuetan agertzen diren defektuen ezaugarri grabitatorioen azterketa egingo dugu 3. kapituluan. Gainera, 6. kapituluan defektu globalek sor ditzaketen CMB anisotropiak aztertuko ditugu CMBaren azken behaketekin konparatu ahal izateko.

### 2.3.4 Soken dinamika

Eboluzio kosmologikoaren azterketan ikusi dugunez defektu kosmikoak unibertsoa oso gaztea zenean sortuak izan daitezke eta gaur egun arte eboluzionatu izan dezakete. Ondorioz, defektuen eboluzioaren azterketak energia eskala desberdinetako fisika barnebiltzen duen arazo zaila da. Arazo hauei aurre egiteko bi teknika nagusi erabili izan dira: eremu-teorien zenbakizko simulazioak eta eredu analitikoak. Alde batetik, eremu-teorien zenbakizko simulazioek defektu mota zehatz bakoitzarentzat higidura ekuazioak askatzen dituzte hurbilketa maila desberdinak erabiliz eta denbora aldi jakin baterako. Simulazio hauek kostu konputazional handia daukate eta zehaztasun eta eboluzio denbora mugatuak dituzte. Bestalde, eredu analitikoak eredu efektiboak dira. Hauek sarea deskribatzen duten kantitate fisiko makroskopikoen ekuazio bidez azaltzen dute eboluzioa. Ekuazio hauek sinpleagoak eta maneiaerriagoak dira, baina sistemaren mikrofisika erabiliz determinatu behar diren parametro fenomenologikoak dituzte. Bi teknika hauek osagarriak izan daitezke; izan ere, eredu analitikoetan agertzen diren parametro fenomenologikoak zenbakizko simulazio bidez kalibratu behar baitira eta bestalde, eredu analitikoaren analisiak interesgarritzat jotzen duen parametro espazioa zenbakizko simulazioak erabiliz aztertu baitaiteke.

### Eremu-teorien zenbakizko simulazioak

Atal honetan zenbakizko simulazioak erabiliz soka kosmikoak egoera kosmologiko errealista batean nola erreproduzitu daitezkeen azalduko dugu. Azalpen hau emateko Higgs eredu trukakorra erabiliko dugu baina hemen azalduko teoria eta prozedura eskalatzen duen beste edozein defekturi aplikatu dakioko.

Aurreko atalean, soken barne egitura aztertzen aritu garenean, AH ereduarentzako higidura ekuazioak lortu ditugu (ikus (2.18) ekuazioa). Ekuazio horiek FLRM metrika erabiliz eta denbora gaugea ( $A_0 = 0$ ) kontsideratuz lortu ditugu.

Soka-sareen eboluzio kosmologikoa aztertzeko asmoz (2.18) ekuazioak kutxa diskretu batean askatzen dira. Erabiliko dugun diskretizazio prozedura sare-lotura aldagaien metodoa deitzen da [85, 102]. Metodo honek ekuazioen gauge aldaezintasuna babesten du eta limite jarraituan jatorrizko ekuazioak lortzen dira. Prozedura honetan higidura ekuazioak diskretizatu beharrean

---

<sup>2</sup>Eredu batzuetan erradiazio grabitatorioaren eztandak sor ditzaketen hainbat prozesu energetiko eta bortitz gertatu daitezke soken begiztetan aurkitzen diren "kink" eta "cusp" esker [32, 41–43, 106, 107, 122].

### 2.3 Higgs eredu trukakorra

Hamiltondarra diskretizatzen da eta ondoren Hamiltondar diskretutik lortzen dira higidura ekuazioak. Hasteko azter dezagun Higgs eredu trukakorren kasuko Hamiltondarra,

$$\mathcal{H} = \Pi^\dagger \Pi + \frac{1}{2} E^i E_i + \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} + (\mathcal{D}^i \phi)^\dagger (\mathcal{D}_i \phi) + \frac{\beta}{2} (|\phi| - 1)^2 + E^i (\partial_i A_0) + i A_0 (\Pi^\dagger \phi - \phi \Pi), \quad (2.25)$$

non momentu konjokatua ondorengo eran definitzen den:

$$\Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^0 \phi^\dagger)} = \mathcal{D}_0 \phi, \quad (2.26)$$

$$E^i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^0 A_i)} = F_{0i}. \quad (2.27)$$

Hamiltondarra  $l$  sare-tartearekin diskretizatzeke asmoz sare-loturaren eragilea definituko dugu,

$$U_k(x) = e^{-i l A_k(x)}. \quad (2.28)$$

Eragile hau sareko gauge eremu bezala uler daiteke, hau da, gauge-eremua konexio afina dela literalki onartuz; hots, eremu eskalarren garrario paraleloaren egilea da gauge eremua. Lotura eragileek linketan haurtuko dituzte balioak eta eremu eskalarrek berriz sare puntuetan. Lotura eragilea erabiliz deribatu kobarianteak ondorengo eran idatz daitezke,

$$\mathcal{D}_k \phi = \frac{U_k(x) \phi(x + x_k) - \phi(x)}{l}, \quad (2.29)$$

non  $x_k = l \hat{k}$  den. Deribatu kobariante hauek deribatu kobariante jarraituen forma hartzen dute  $l \rightarrow 0$  limitean. (2.29) erabiliz ikus daiteke Hamiltondarrean agertzen diren gradienteen terminoak,  $(|\mathcal{D}_k \phi|^2)$ , gauge aldaezinak direla ondorengo transformazioaren mende

$$\phi \rightarrow A(x) \phi(x), \quad U_k \rightarrow A(x) U_k(x) A^\dagger(x + x_k). \quad (2.30)$$

Sare lotura eragilea "plaquette" eragileak definitzeko ere erabili daiteke

$$Q_{ij} \equiv U_j(x) U_i(x + x_j) U^\dagger(x + x_i) U^\dagger(x), \quad (2.31)$$

hauek ere gauge aldaezinak dira. "Plaquette" eragile hauek garrantzitsuak dira, izan ere, sare-tarte txikiarako beraien espantsioa  $F_{ij} F_{ij}$  terminoarekin zuzenki lotua baitago,

$$\begin{aligned} \text{Re}(Q_{ij}(x)) &= \cos[-l(Y_j(x) + Y_i(x + x_j) - Y_j(x + x_i) - Y_i(x))] \simeq \\ &1 - \frac{l^2}{2} (Y_j(x + x_j) - Y_j(x) - Y_i(x + x_j) - Y_i(x)) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$F_{ij} F_{ij} \sim \frac{2}{l^4} (1 - \text{Re}(Q_{ij}(x))) \quad (2.33)$$

Aztertu berri ditugun osagai guztiak erabiliz Hamiltondar diskretua idatz dezakegu,

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \Pi^\dagger \Pi + \frac{1}{2} E^i E_i + \frac{\beta}{2} (|\phi|^2 - 1)^2 + (\mathcal{D}^i \phi)^\dagger (\mathcal{D}_i \phi) \\ &+ \frac{1}{2l^4} \sum_{i \neq j} (1 - \text{Re}(Q_{ij})) + i A_0 (\Pi^\dagger \phi - \phi^\dagger \Pi) + E^i (\partial_i A_0). \end{aligned} \quad (2.34)$$

2.3. atalean Ikusi dugun moduan gure gauge aukera  $A_0 = 0$  da eta ondorioz eremu honi loturiko higidura-ekuazioa eboluzioaren lotura da. Lotura hau Gaussen legearen sareko bertsio bezala uler daiteke,

$$\Pi(x)^\dagger \phi(x) - \phi^\dagger(x) \Pi(x) = -i \partial_k E^k = \frac{-i}{l} \sum_k (E^k(x) - E^k(x - x_k)). \quad (2.35)$$

Denboraren diskretizazioa burutzeko "staggered leapfrog" metodoa erabiliko dugu. Metodo honetan gauge eremuak eta eremu eskalarrak denbora-tarte osoetan bizi dira eta deribatuak berriz denbora-tarte erdietan. Eredu hau  $f(t)$  funtzio arbitrarioa erabiliz deskribatu dezakegu:

$$\dot{f}(t + \frac{1}{2}\delta t) = \frac{1}{\delta t} (f(t + \delta t) - f(t)), \quad (2.36)$$

$$\ddot{f}(t + \delta t) = \frac{1}{\delta t} \left( \dot{f}(t + \frac{3}{2}\delta t) - \dot{f}(t + \frac{1}{2}\delta t) \right), \quad (2.37)$$

non  $\delta t$  denbora-tartea den. Eguneraketa prozedura ondorengoa da:

$$f(t + \delta t) = f(t) + \delta t \dot{f}(t + \frac{1}{2}\delta t), \quad (2.38)$$

$$\dot{f}(t + \frac{3}{2}\delta t) = \dot{f}(t + \frac{1}{2}\delta t) + \dots \quad (2.39)$$

Soka sareentzako higidura ekuazioak zabaltzen ari den unibertso batean aztertzeke orduan koordinatu kohigikor eta denbora konformedun FLRW metrika (2.17) erabiliko dugu. Hamiltondar diskretua eta "staggered leapfrog" metodoa erabiliz ondoko higidura-ekuazioak lor genitzake,

$$\begin{aligned} \phi(x, \tau + \delta\tau) &= \phi(x, \tau) + \delta\tau \Pi(x, \tau + \frac{1}{2}\delta\tau), \\ \Pi(x, \tau + \frac{3}{2}\delta\tau) &= \left(\frac{a_{1/2}}{a_{3/2}}\right)^2 \Pi(x, \tau + \frac{1}{2}\delta\tau) \\ &\quad - \delta\tau \left(\frac{a^2(\tau)}{a_{1/2}}\right)^2 \beta(\phi^\dagger(x, \tau)\phi(x, \tau) - 1)\phi(x, \tau) \\ &\quad + \delta\tau \left(\frac{a}{a_{1/2}}\right)^2 \left( -\frac{6}{l^2} \phi(x, \tau) + \frac{1}{l^2} \left[ \sum_j U_j(x, \tau)\phi(x + x_j, \tau) + U_j^\dagger(x - x_j, \tau)\phi(x - x_j, \tau) \right] \right), \\ A_i(x, \tau + \delta\tau) &= A_i(x, \tau) + \delta\tau E^i(x, \tau + \frac{1}{2}\delta\tau), \\ E^i(x, \tau + \frac{3}{2}\delta\tau) &= E^i(x, \tau + \frac{1}{2}\delta\tau) \\ &\quad + \delta\tau \left( -\frac{i}{l} \left( \phi^\dagger(x, \tau) U_i(x, \tau)\phi(x + x_i, \tau) - \phi^\dagger(x + x_i, \tau) U_i^\dagger(x, \tau)\phi(x, \tau) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^2}{l^3} \sum_{j \neq i} \left( \text{Im} Q_{ij}(x, \tau) - \text{Im} Q_{ij}(x - x_j, \tau) \right) \right), \end{aligned} \quad (2.40)$$

non  $a$  eskala faktorea den eta  $a_{1/2}$  eta  $a_{3/2}$   $a(\tau + 1/2\delta\tau)$  eta  $a(\tau + 3/2\delta\tau)$  deskribatzen duten, hurrenez hurren.

Eremuen balioak lortzeko prozedura  $L_N^3$  sareko puntu guztietan egin behar da aldi berean, non  $L_N$  espazioko norabide bakoitzean dauden sare puntuak diren. Izan ere, hurrengo aldiunean hurbileneko auzokideen informazio behar baita higidura ekuazioetan agertzen diren deribatu espazialak askatzeko.

### 2.3 Higgs eredu trukakorra

Higidura-ekuazioak sareko puntu guztietan eta aldi berean askatu behar izateak kostu konputazional izugarria dakar. Ondorioz informazio esanguratsua eman dezaketen tamaina egokiko simulazioak burutu ahal izateko sarea paralelizatu egin behar da, hau da, gure simulazioa zati txikiagoetan banatu behar dugu eta zati txiki bakoitza prozesatzaile batean simulatu. Zati guztiak aldi berean simulatu behar dira eta gainera zati bakoitzaren azalean dauden puntuen informazioa auzoko zatiei pasatu behar zaie. Gure kasuan simulazioen paralelizazio hau C++ oinarrituta dagoen LatField2 eremu-teorien simulazio paraleloen liburutegia [44] erabiliz egin dugu.

Erabili ditugun simulazio kuboek mugalde baldintza periodikoak dituzte. Mugalde baldintzen periodikotasun hau dela medio simulazioek goi muga bat dute eboluzio denboran. Izan ere, denbora honetatik aurrera mugalde baldintzek eragindako efektuak agertzen baitira simulazioetan. Gure simulazioak argiak kuboaren erdia zeharkatu arte sinestu daitezke, hau da, aurkako noranzkoan argi izpi bat bidaliz gero argi izpia berriz batu arte. Ondorioz sarearen espazio-tartearen ( $\Delta x$ ) eta denbora-tartearen ( $\Delta t$ ) diskretizazioak aukeratzeko orduan arreta berezia behar-beharrezkoa da: espazio-tarte finago batekin emaitzak zehatzagoak lirateke baina helmen dinamiko txikiagoa genuke; bestalde espazio-tarte zabalago balitz helmen dinamikoa handiagoa genuke baina ekuazioak ez liratezke beharrezkoa litzatekeen zehaztasunez askatuko.

Simulazio hauetan aurki daitekeen beste sotiltasun bat sokaren lodierarekin loturikoa da. Izan ere, sokaren lodiera konstante fisikoa da eta gure simulazioetan koordinatu fisikoa zabaltzen ari direnez momentu batetik aurrera sareak ezingo luke soka bereizi. Sokaren lodiera simulazio guztian zehar bereizi ahal izateko higidura-ekuazioak aldatu daitezke, modu honetan sokaren lodiera fisikoa denboran zehar handituz joango litzateke. Aldaketa hau, Press-Ryden-Spergel-en algoritmoa [115] izenez ezaguna dena, elkarrekintza konstanteak denboraren menpekoak eginez lortzen da,

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{a^{2(1-s)}}, \quad e = \frac{e_0}{a^{(1-s)}}, \quad (2.41)$$

non  $s$  muinaren zabaltze parametroa den. Adierazpen hauek erabiliz (2.18) higidura ekuazioak ondorengo eran idatz daitezke,

$$\ddot{\phi} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} - \mathcal{D}_j\mathcal{D}_j\phi = -a^{2s}\frac{\lambda_0}{2}(|\phi|^2 - \eta^2)\phi, \quad (2.42)$$

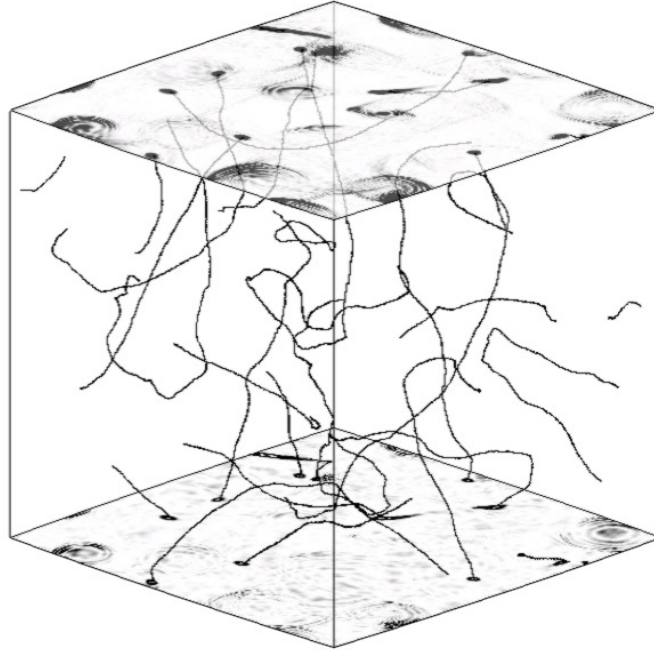
$$\dot{F}_{0j} + 2(1-s)\frac{\dot{a}}{a}F_{0j} - \partial_i F_{ij} = -2a^{2s}e_0^2 \text{Im}(\phi^*\mathcal{D}_j\phi). \quad (2.43)$$

Ekuazio hauek Gausen legea betetzen dute. Ikus daitekeenez  $s = 1$  kasuan benetako ekuazioak lortzen ditugu, baina  $s < 1$  baldin bada sokaren lodiera fisikoa handituz doa eta  $s = 0$  kasuan sokaren lodiera konstantea da koordinatu kohigikorretan. Algoritmo hau erabiliz egin izan diren lanek [31, 45, 95, 101] bere baliagarritasuna frogatu dute.

Defektuen dinamika aztertzen duten hainbat eremu-teorien simulazioetan bezala hasierako egoera ezjakina da. Gainera kasu askotan oso zaila litzateke defektuen formazioa ahalbidetuko lukeen fase-trantsizioa simulatzea edota zer fase-trantsizio eredu aukeratu behar den jakitea. Fase-trantsizioaren analisisia ez da gure helburua ordea. Gure helburua sareen portaera asintotikoa aztertzea da. Ikusi dugun bezala portaera asintotiko horren azterketa defektuen eskalatzeak ahalbidetzen du. Ondorioz gure simulazioek ahalik eta lasterren eskalatzea desiragarria da eta gure hasierako baldintzen aukeraketa hori ahalbidetzeko egina dago. Sistema eskalatzen hasten den momentuan ez dauka hasierako konfigurazioaren inolako informaziorik. Modu honetan helmen dinamiko handiagoa izango dugu eta defektu kosmikoen sareen propietateak modu zehatzagoa lor genitzake. Baina hasierako baldintzen zorizko izaerak eraginda simulazioen hasierako aldiuonek energia soberakin handia daukate eta ondorioz eremuen hasierako banaketa leundu egin behar da.

Honetarako difusio eboluzioa, higidura ekuazioetatik bigarren mailako deribatuak kenduz, edota indargetze handiko terminoak erabili daitezke.

2.7. irudian AH soken simulazio tipiko baten argazki bat ikus daiteke.



2.7. Irudia: AH soka sarearen simulazio kutxa tipiko bat. N. Bevis-ek utzitako irudia [29].

### Eredu analitikoak: VOS

Defektu kosmikoen lehen azterketa analitikoa Kibblek egin zuen [83]. Kibblen ereduan, 'one-scale' bezala ezaguna, soka segmentu luzeen eboluzioa kantitate makroskopiko esanguratsu bakarra erabiliz deskribatzen da. Kantitate makroskopiko hori korrelazio-luzera bezala ezaguna den luzera eskala da. Eredu honen soluzioak izan ziren eskalatzen duten soluzioen existentzia eta egonkortasuna erakutsi zuten lehenak, beti ere begizten sorrerarako mekanismoak erabiliz. Eredu honek erakutsitako eboluzioa soka-sareen zenbakizko simulazioak erabiliz baieztatu zen [16, 25]. Zenbakizko simulazio hauek eskala txikiko egiturek sarearen dinamikan garrantzia handia dutela erakutsi zuten. Hau da, simulazio hauek soka luzeetan eskala txikiko egitura askoren presentzia erakutsi zuten eta baita ere begiztak batez ere eskala txikian sortzen zirela.

Aurkikuntza hauek zirela medio Austin, Copeland eta Kibblek eredu berri bat garatu zuten [20], eskala txikiko egiturak kontuan hartzeko asmoz. Eredu honek hiru luzera eskala desberdin erabiltzen ditu: Kibblek erabilitako luzera eskala, defektuen arteko distantzia bezala uler daitekeena; egitura txikiak esplizituki azaltzen dituen luzera eskala eta erradiazio grabitatorioari loturiko luzera eskala.

Eredu analitiko egokia lortzeko ahalegin guzti hauek egin ondoren Martinsek eta Shellardek partikulen sakabanaketa medio agertzen diren marruskadura indarrak kontuan hartzea garrantzitsua litzatekeela konturatu ziren. Izan ere, marruskadura indar hauek garrantzia handia dute soka sortu eta gutxira. Hauek proposaturiko eredua 'velocity-dependent one-scale' (VOS) eredua [98, 99, 101] 'one-scale' ereduen orokortze bat da, non soken abiaduren karratuen batzbestekoaren erroa,  $v$ , (RMS abiadura ingeleseko sigletan) aldagai dinamikoa den orain. Eredu hau

### 2.3 Higgs eredu trukakorra

erabiliz lortzen den soka kosmiko sareen eboluzioaren deskribapena guztiz kuantitatiboa da eta unibertso gaztean emandako eboluzioa azaltzen du.

[101] lanean aurkeztu zen Higgs eredu trukakorraren kasurako VOS eredia deskribatuko dugu orain. Lehenik eta behin, kontsidera dezagun  $(3 + 1)$  espazio-denboran eboluzionatzen ari den soka-sarea. Soka hauen RMS abiadura  $v$  da eta sokek ez dute beraien artean elkarreragiten. Ondorioz soken luzera unitateko momentua ondorengo eran idatz daiteke:

$$p \propto a^{-1} \Rightarrow v\gamma \propto a^{-2}. \quad (2.44)$$

Ekuazio horiek deribatuz:

$$\frac{dv}{dt} + 2H(1 - v^2)v = 0. \quad (2.45)$$

Goiko hipotesien arabera defektuen batzbesteko kopurua kontserbatu egiten da bolumen kohigikorrean eta beraz,

$$\rho \propto \gamma a^{-2}. \quad (2.46)$$

Ekuazio hau deribatuz eta abiaduraren ekuazioa erabiliz ondorengo lortzen dugu,

$$\frac{d\rho}{dt} + 2H(1 + v^2)\rho = 0. \quad (2.47)$$

Ekuazio hauek lortzeko erabili ditugun hipotesiak ez dira oso errealistak baina AH sareentzat VOS eredia lortzeko hasierako puntu egokia dira. Defektuen sarea deskribatzen duen propietate nagusia luzera karakteristikoa da. Ondorioz has gaitezen AH kasurako luzera karakteristikoa definituz. Definizio hau sokaren luzera unitateko masa,  $\mu$ , erabiliz egin daiteke,

$$L^2 = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2.48)$$

Gorago lortu ditugun ekuazioek ez dute energia galera kontuan hartzen baina 2.3.2 atalean ikusi dugun bezala oso garrantzitsua da sareek eskalatu dezaten. Aipatu dugun moduan soka luzeak gurutzatu egin daitezke begiztak sortuz. Ondorioz sarearen eboluzioa modu egokian deskribatzeko begizten produkzioa medio sortzen den energia galera kontuan hartu behar dugu. Prozesu hau begizta produkzioa ezaugarritzen duen ondorengo termino fenomenologikoa erabiliz deskribatu daiteke,

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{\text{to loops}} = -cv\frac{\rho}{L}, \quad (2.49)$$

non  $c$  begizten sortze eraginkortasun parametroa den eta  $v$  soka sarearen RMS abiadura.  $c$  parametroa konstante mantenduko da eboluzio kosmologiko guztian zehar, izan ere soka sareen auto-elkarrekintza indizea zehazten duten faktoreekin biderkatuta baitago. Parametro honen balioa eremu-teorien simulazioak erabiliz zehaztu behar da.

Defektuak partikulen sakabanaketak sorturiko marruskaduraren eraginez balaztatu egingo dira. Prozesu hau marruskadura-luzera eskala erabiliz ezaugarritu daiteke,

$$l_f \equiv \frac{\mu}{\theta T^3} \propto a^3, \quad (2.50)$$

non  $\theta$  parametroak defektuekin elkarreragiten duten partikula espezieen (askatasun graduen) kopurua adierazten duen.

Balaztatze luzera orokorra ere definitu dezakegu. Luzera honek Hubble balaztatzearen eta partikula sakabanaketak eragindako marruskadura hartzen ditu kontuan.

$$\frac{1}{l_d} = 2H + \frac{1}{l_f}. \quad (2.51)$$



Garrantzitsua da bi efektu hauen garrantzia erlatiboa konparatzea. Marruskadura luzera eskala Hubblen luzera baino azkarrago handituko denez bere garrantzia handiagoa izango da hasierako uneetan. Bestalde, Hubblen luzera beranduagoko uneetan izango da garrantzitsuagoa.

Deskribatu ditugun efektu guztiak bateratuz ondorengo eboluzio ekuazioak lor ditzakegu luzera-eskala karakteristiko,  $L$ , eta RMS abiadurarentzat,  $v$ ,

$$2\frac{dL}{dt} = 2HL + v^2\frac{L}{l_d} + cv, \quad (2.52)$$

$$\frac{dv}{dt} = (1 - v^2)\left(f - \frac{v}{l_d}\right), \quad (2.53)$$

non  $v$ -ren ekuazioan defektuen dinamikan eragina izan dezaketen gidatze-indar gehiago sartu ditugun  $f$  terminoaren bidez. Kontuan izan  $f$  azelerazioaren unitateak dituela, hau da, masa unitateko indarra. Soken kasurako gidatze-indar hori kurbatura lokala da eta ondorengo eran adieraz daiteke,

$$f \sim \frac{k}{L}. \quad (2.54)$$

Kasu honetan luzera-eskala karakteristikoa defektuen kurbadura erradioaren berdina dela onartzen ari gara.  $k$  faktorea zenbakizko simulazioak erabiliz kalibratu behar den beste parametro fenomenologiko bat da.

### 2.3.5 CMB: UETC prozedura

1.6. atalean ikusi dugun moduan CMBaren analisia unibertso gaztearen ezaugarriak eta osagaiak aztertzeko modu oso egokia da. Bestalde, CMBaren analisia defektu kosmikoek unibertsoan duten eginkizuna aztertzeko modu egokia ere bada. Ikusi dugun moduan defektu kosmikoen sareen eboluzioak hondoko espazio-denbora perturbatzen du eta perturbazio hauek eboluzionatu egiten dute unibertsoaren osagaietan eraginez eta ondorioz CMBan anisotropiak sortuz. Inflazioak sorturiko perturbazioek pasiboki eboluzionatzen dute. Bestalde, defektuek beraien existentzia guztitan zehar sortzen dituzte perturbazioak.

1.6. atalean ikusi dugun moduan CMBaren analisia bi puntuko korrelazio funtzioak erabiliz egiten da. Korrelazio funtzio hauetan defektuek duten eragina aztertzeko ondorengo ekuazio diferentzial linealak askatu behar ditugu, non defektuen energia-momentuaren tentsorearen osagaiak iturri aktiboan,  $\tilde{S}_a$ , gisa jokatzen duten:

$$\mathcal{D}_{ac}(k, a, \rho, \dots)\tilde{X}_a(\mathbf{k}, \tau) = \tilde{S}_c(\mathbf{k}, \tau). \quad (2.55)$$

Goiko ekuazio horretan  $\tilde{X}_a$  interesatzen zaigun  $X_a$  kantitatearen Fourierren transformatua da. Ekuazio hori denbora konformea  $\tau$  eta uhin-bektore kohigikorraren  $\mathbf{k}$  menpe idatzia dago.  $\hat{\mathcal{D}}_{ac}$  kosmologiaren menpekotasuna duen eragile diferentziala da. (2.55) ekuazioa ezin da analitiko ki askatu eta CMBeasy [49] bezalako Einstein-Boltzman integratzaileak erabili behar dira. Integratzaile hauek *esperimentu kosmologikoek*, Planck misioak [10] adibidez, lorturiko potentzia-espektroarekin konparatu daiteken potentzia-espektroa ematen dute.

$\tau_0$  aldiune konformean defektuentzako potentzia-espektroa Greenen funtzioak erabiliz deskribatu daiteke  $\mathcal{G}_{ac}(\mathbf{k}, \tau_0, \tau)$ :

$$\langle \tilde{X}_a(\mathbf{k}, \tau_0)\tilde{X}_b^*(\mathbf{k}, \tau_0) \rangle = \int_0^{\tau_0} \int_0^{\tau_0} d\tau d\tau' \mathcal{G}_{ac}(k, \tau_0, \tau)\mathcal{G}_{bd}^*(k, \tau_0, \tau') \times \langle \tilde{S}_c(\mathbf{k}, \tau)\tilde{S}_d^*(\mathbf{k}, \tau') \rangle. \quad (2.56)$$

### 2.3 Higgs eredu trukakorra

Goiko adierazpen horretan argi ikus daiteke bi puntuko korrelazio funtzioak lortzeko beharrezkoa den informazioa denbora desberdineko korrelatzaileekin (UETC ingelesezko sigletan) zuzenki loturik dagoen iturri aktiboen terminoa dela. Energia-momentuaren tentsorearen UETCak ondorengo eran definitzen dira:

$$U_{\lambda\kappa,\mu\nu}(\mathbf{k}, \tau, \tau') = \langle \mathcal{T}_{\lambda\kappa}(\mathbf{k}, \tau) \mathcal{T}_{\mu\nu}^*(\mathbf{k}, \tau') \rangle, \quad (2.57)$$

non  $\mathcal{T}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \tau)$  defektuen energia momentu tentsorea den.

Printzipioz, badirudi energia momentu tentsorearen askatasun gradu guztiak kontsideratuz  $\frac{1}{2}10(10+1) = 55$  korrelatzaile daudela, non bakoitza 5 aldagairen funtzio den;  $\mathbf{k}$ -ren hiru osagaiak eta bi denbora. Zorionez simetria errotazionalak arazoa asko sinplifikatzen du eta UETCen taldea hiru aldagairen menpekoak diren ( $\mathbf{k}$ -ren magnitudea ( $k$ ) eta bi denborak ( $\tau$  eta  $\tau'$ )) 5 korrelatzaile independentera murrizten du (hiru eskalar, bektore bat eta tentsore bat).

Iturri aktiboen,  $\tilde{S}_a$ , eta energia-momentuaren tentsorearen,  $\mathcal{T}_{\mu\nu}$ , arteko erlazioa ondorengoa da,

$$\tilde{S}_a(\mathbf{k}, t) = P_a^{\mu\nu}(\mathbf{k}) \mathcal{T}_{\mu\nu}(\mathbf{k}, \tau'), \quad (2.58)$$

non  $P_a^{\mu\nu}(\mathbf{k})$ -k energia-momentuaren proiektzio eskalar, bektorial eta tentsoriala gauzaten dituen. Printzipioz, bakoitzak bi osagai ditu baina bektore osagaiak paritatearen bidez erlazionatzen dira beraien artean defektuak bezalako iturri simetrikoen kasuan, baita tentsoreen osagaiak ere. Ondorioz  $a$  eta  $b$  azpi-indizeek lau balio hartzen dituztela kontsideratuko dugu: bi eskalar, bektore bat eta tentsore bat. Indize eskalarrak 1 eta 2 bidez adieraziko ditugu ( $\phi$  eta  $\psi$  luzetarako gauge potentzialei dagozkienak), bektorearen osagaia 'v'-rekin eta tentsorearena berriz 't'-rekin.

Ondorioz ondorengoa idatz dezakegu,

$$U_{ab}(\mathbf{k}, \tau, \tau') = \frac{\eta^4}{\sqrt{\tau\tau'}} \frac{1}{V} C_{ab}(k, \tau, \tau'), \quad (2.59)$$

non  $\eta$  simetria-hausturaren energia eskala den eta  $V$  bolumen kohigikor formala. Ekuazio hauek definituriko  $C_{ab}(k, \tau, \tau')$  funtzioak adimentsionalak dira. Kontuan izan ekarpen eskalar, bektorial eta tentsorialak mihiztatu gabe daudela perturbazio kosmologiko linealen kasuan eta ondorioz beraien arteko korrelatzaileak nuluak direla eskalarren kasurako izan ezik: ondorioz 5 korrelatzaile independente ditugu.

$\tau$  eta  $\tau'$  denborak eskala faktorea denbora konformearen berretzaile konstante berdinarekin hazten ari den aroan daudenean, hau da eskalatzen ari direnean, ekuazioak gehiago sinplifikatu ditzakegu. Kasu honetan korrelazio funtzioek ez daukate  $k$ ,  $\tau$  eta  $\tau'$  menpekotasuna, hauen erlazio diren  $x, x' = k\tau, k\tau'$  baizik. Kasu honetan korrelatzaileek ondorengo itxura daukate:

$$U_{ab}(\mathbf{k}, \tau, \tau') = \frac{\eta^4}{\sqrt{\tau\tau'}} \frac{1}{V} \bar{C}_{ab}(k\tau, k\tau'). \quad (2.60)$$

Ekuazio honetan ageri den marratxoak FLRW hondoan eskalatzen ari den UETCa adierazten du. Kasu batzuetan ondorengo aldagaiak erabiliko ditugu  $z = k\sqrt{\tau\tau'}$ ,  $r = \tau'/\tau$ . Eskalatzeko garaian UETCak  $x$ -en konbinazioekiko menpekotasuna bakarrik izango dute.

UETCak EB integratzaileetan perturbazioen iturri gisa sartzeko orduan UETC hauen "erro karratua"erabili behar dugu, izan ere EB integratzaileek perturbazio aldagaiak eboluzionatzen dituzte eta ez potentzia-espektraok. Helburu honetarako errealak eta simetrikoak diren UETC hauek  $c_n(k, \tau)$  autofuntzioetan deskonposatu daitezke

$$\int_{\tau_i}^{\tau_0} d\tau' \bar{C}_{ab}(k\tau, k\tau') c_b^n(k, \tau') = \lambda_n c_a^n(k, \tau). \quad (2.61)$$

Eskalatzen ari diren UETCak ondorengo eran berreskuratzen dira:

$$\bar{C}_{ab}(k\tau, k\tau') = \sum_n \lambda_n c_a^n(k, \tau) c_b^{n*}(k, \tau'). \quad (2.62)$$

Autobalio eta autofuntzioak erabiliz  $X_a$  aldagai kosmologikoaren perturbazioen potentzia-espektroa eta korrelazioak ondorengo eran idatz daitezke

$$\langle \tilde{X}_a(\mathbf{k}, \tau) \tilde{X}_b^*(\mathbf{k}, \tau') \rangle = \frac{\eta^4}{V} \sum_n \lambda_n I_a^n(k, \tau) I_b^{n*}(k, \tau'), \quad (2.63)$$

non

$$I_a^n(k, \tau_0) = \int_0^{\tau_0} d\tau \mathcal{G}_{ab}(k, \tau_0, \tau) \frac{c_{nb}(k, \tau)}{\sqrt{\tau}}. \quad (2.64)$$

Praktikan, ez dugu integral hau Greenen funtzioak erabiliz askatzen. Integral honen emaitza lortzeko CMBeasy-ren bertsio aldatu bat erabiltzen dugu baina Einstein-Boltzmann edozein integratzaile erabili daiteke. Prozedura honetan, potentzia-espektroa iturri-funtzioak integratzen diren emaitzak batuz lor daiteke. Iturri-funtzioak ondorengoak dira:

$$s_{an}(k, \tau) = \sqrt{\lambda_n(k)} c_{an}(k, \tau). \quad (2.65)$$

Potentzia-espektro totala iturri-funtzio bakoitzetik lorturiko potentzia-espektroak batuz lor daitezke:

$$C_l^{Tot} = \sum_n \lambda_n^S C_{l,n}^S + \sum_n \lambda_n^V C_{l,n}^V + \sum_n \lambda_n^T C_{l,n}^T. \quad (2.66)$$

Hala eta guztiz ere, kontuan hartu behar da azaldu berri dugun prozedurak aldaketa txiki batzuk behar dituela, izan ere erradiazio-materia berdintzaren  $\tau_{eq}$  inguruan sistemak ez baitu eskalatzen. Ondorioz, UETCen datuak erradiazioaren menpeko garaian eta materiaren menpeko garaian lortuko ditugu, nahiz eta CMBko emaitzetan materiaren menpeko garaiko datuek pisu gehiago izan, eta ondoren interpolazio erabiliko dugu trantsizioa imitatzen.

Defektuen azterketatik eratorritako datuak behatutakoekin konparatzeko asmoz eredu kosmologiko estandarren parametro espazioa hedatu beharko genuke, defektuetatik datorren ekarpena kontuan hartzeko. Ondoren Monte Carlo Markov Chain (MCMC) analisisia [91] erabiliz parametro guzti hauentzat balio egokienak lortu beharko genituzke. Prozesu hau burutzeko (2.55). ekuazioa parametro horien balio desberdin guztietarako askatu beharko genuke, baina analisi hau denbora eta konputazio aldetik oso garestia da. 1. kapituluman ikusi dugun bezala, soka kosmikoek CMBari egiten dioten ekarpena subdominantea da eta teoriaren perturbazio gisa aztertu daiteke. Ondorioz, (2.55) ekuazioa zazpi parametro horien balio guztietarako askatu beharrean 1. kapituluman azaldu ditugun sei parametroen balio egokienentzat askatuko dugu. Ondoren defektuetatik eratorritako potentzia-espektroa izanik MCMC analisisia burutuko dugu eta orain bai zazpi parametroentzako balio egokienak bilatuko ditugu, non zazpigarren parametro hori defektuetatik eratorritako potentzia-espektroaren anplitudea izango den. Hau da, azaldu dugun prozesu honetan EBA behin bakarrik integratuko dugu eta defektuetatik eratorritako potentzia-espektroaren itxura ez dela aldatzen onartuko dugu, hau da aldatzen den bakarra anplitudea izango da. 6. kapituluman azaldu berri dugun prozedura erabiliko dugu  $O(N)$  defektu globalen CMBa lortzeko.

## 2.4 Tesi honetan aztergai diren defektu ereduak

Atal honetan Tesi honen II. atalean aztertuko ditugun defektu ereduak aztertuko ditugu kapitulu honetan egin dugun AH soken deskribapen zehatza erabiliz.

## 2.4 Tesi honetan aztergai diren defektu ereduak

### 2.4.1 O(N) defektu globalak

Eredu honetako defektuak  $O(N)$  simetria globala berez  $O(N - 1)$  simetriara hausten denean sortzen dira. Defektu hauen sorrera eman dezakeen Lagrangearrik sinpleena ondorengo dugu,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi^i \partial^\mu \Phi^i - \frac{1}{4} \lambda (|\Phi|^2 - \eta^2)^2, \quad (2.67)$$

non  $|\Phi^i| \equiv \sqrt{\Phi^i \Phi^i}$  eta  $\lambda$  eta  $\eta$  parametro erreal konstanteak diren.  $\Phi^i$ , non  $i = 1, \dots, N$  eremu errealak dira. Eredu honen potentziala, Lagrangearraren azken terminoa, Goldstone ereduaren agertzen den potentzialaren antzekoa da, baina eremu errealen kantitatearen arabera potentzialaren dimentsioak desberdinak izango dira baita sortuko diren defektu motak ere. Adibidez,  $N = 2$  kasua 2.2. atalean aurkeztu dugun Goldstone ereduaren antzekoa da.

Tesi honetan zehar bi  $O(N)$  defektu global mota aztertuko ditugu; soka kosmiko globalak  $N = 2$  eta monopolo globalak  $N = 3$ :

### O(2) soka globalak

Eredu hau 2.2. atalean berezko simetria-haustura deskribatzeko erabili dugun eredu bera da. Simetria-haustura honetan agertzen diren masa gabeko partikulei esker daukate soka globalek irismen handiko elkarrekintza. Higgs eredu trukakorrean ez bezala eta irismen handiko elkarrekintzei esker soka hauen energia totala ez dago zonalde batera mugatua eta energia dentsitatea dibergentea da sokatik urruti. Nahiz eta aipatu berri ditugun portaerak soka globalen energia dentsitateak unibertsoa dominatuko duela pentsarazi, hori ez da horrela. Izan ere, sareko beste sokek energia dentsitate dibergentean muga bat ezartzen dute soka globalen sareen eskalatzea ahalbidetuz.

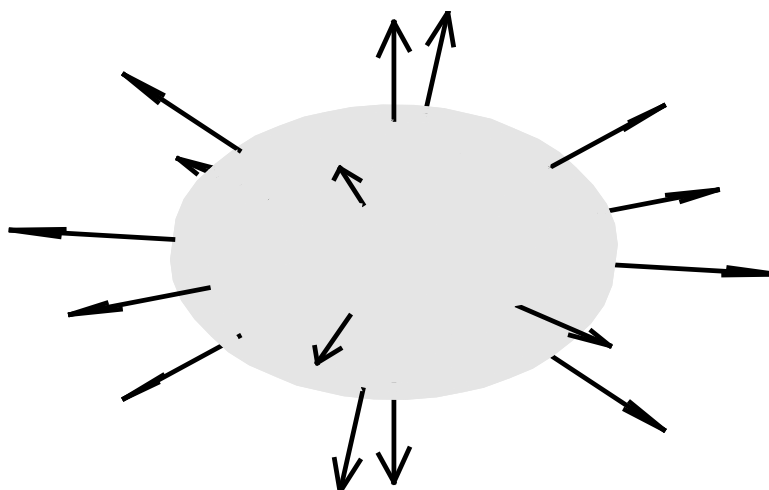
Soka globalek Higgs eredu trukakorreko sokekin konparatuz erakusten duten eboluzio desberdina medio eremu-teorien zenbakizko simulazioak erabiliko ditugu soka globalek CMBari egiten dioten ekarpena lehen aldiz aztertzeko. 6. kapituluan ekarpen hau kalkulatu dugu 2.3.5. atalean azaldu dugun prozedura erabiliz.

### O(3) monopolo globalak

$N = 3$  denean monopolo globalen ereduaren lortzen dugu. Eredu honek  $O(2)$ -ra berez hausten den  $O(3)$  simetria dauka. Oinarrizko egoera,  $|\Phi| = \eta$ , 2-esfera da eta  $\pi_2(S^2) = \mathbf{Z}$ enez karga topologiko ez tribiala duten eremu konfigurazioak agertzen dira. Adibidez, unitatedun karga topologikoa duen monopolo globala "kirikino" konfigurazioarekin  $\phi^i = \phi(r) \hat{x}^i$  azaldu daiteke, non  $\hat{x}^i$  bektore unitario erradiala den eta monopoloaren munitet kanpo  $\phi(r) \approx \eta$ . Eremuen konfigurazio hau 2.8. irudian ikus daiteke.

Eredu honen hautsitako oinarrizko egoeraren azterketak bi Goldstone bosoi eta  $m_s = \sqrt{2\lambda}\eta$  masadun partikula eskalar bat agertzen direla erakusten digu. Goldstone bosoiaren eraginez monopoloen energia dibergentea da. Hala eta guztiz ere, dibergentzia hau ez da katastrofiko izan ere beti egongo da antimonpoloaren bat energia dibergentzia hau mugatuko duena. Beraien artean banandurik dauden monopolo eta antimonpoloaren arteko indarra gutxi gora behera distantziaren independentea da [111]. Adibidez, eredu honen zenbakizko simulazioek askotan erakusten duten bezala, gerta liteke gertu dauden monopolo-antimonopolo bikoteko osagaiak aldentzea beste deuseztatze bikote bat aurkitu dutelako beste nonbait.

Monopolo globalen egonkortasunaren azterketak erakutsi duen bezala, muina artifizialki finaturik duen monopoloa ez da egonkorra gradiente energia guztiak puntu batean, adibidez ipar



2.8. Irudia: Monopolo baten kirikino eremu konfigurazioa.

poloan, biltzen badira eta hutsera erortzen da [57]<sup>3</sup>. Hala eta guztiz ere, monopoloaren muina mugitu baidateke muin hau gorantza mugituko litzateke, [118]-n argudiatu zuten moduan, ipar poloko gradiente kontzentrazioa orekatzeko asmoz. Kasu honetan ez dago ezegonkortasunik, monopoloaren muina mugituko da, besterik ez.

Monopolo globalen eboluzioa ere desberdina da Higgs eredu trukakorrek eboluzioarekin konparatuz gero. Kasu honetan ere eremu-teorien zenbakizko simulazioak erabiliko ditugu lehen aldiz monopolo globalek CMBari egiten dioten ekarpena aztertzeko. Azterketa hau ere 6. kapituluan burutuko dugu 2.3.5. atalean azaldu dugun prozedura erabiliz.

Bestalde, defektu globalen eboluzioaren azterketa VOS motako ereduak erabiliz ere egin daiteke. Monopolo globalentzako VOS motako ereduak [97] lanean aurkeztu zen lehen aldiz. Eredu honetan agertzen diren luzera eskalaren,  $L$ , eta RMS abiaduraren,  $v$ , ekuazioak 2.3.4. kapituluan deskribatu dugun prozeduraren antzekoa erabiliz lor daitezke. Kasu honetan defektuen abiadurak eta dentsitateak ondorengo erlazio izango dute eskala faktorearekin,  $a$ ,

$$v\gamma \propto a^{-1} \quad \rho \propto \gamma a^{-3} \quad (2.68)$$

eta luzera eskala karakteristikoa ondorengo eran definitu daiteke monopoloen masa erabiliz

$$L^3 = \frac{M}{\rho}. \quad (2.69)$$

2.3.4. ataleko prozedura bera erabiliz ondorengo ekuazioak lor genitzake luzera eskala karakteristikoa,  $L$ , eta RMS abiadurarentzat,  $v$ ,

$$3\frac{dL}{dt} = 3HL + v^2\frac{L}{l_d} + cv, \quad (2.70)$$

$$\frac{dv}{dt} = (1 - v^2) \left[ \frac{k}{L} \left( \frac{L}{d_H} \right)^{3/2} - \frac{v}{l_d} \right]. \quad (2.71)$$

$H$  Hubblen parametroa da eta  $d_H$  berriz Hubblen horizontearen tamaina.  $t$  denbora fisikoa da. Soka lokalen kasuan bezala, Hubblen balaztatzea eta partikulen sakabanaketak eragindako marruskadura kontuan hartzen dituen balaztatze luzera orokorra  $l_d$  terminoaren bidez adieraz daiteke.

<sup>3</sup>[3],-n erakutsi zen bezala monopolo globalak perturbazio axisimetrikiko normalizagarriekiko egonkorak dira, hala ere (harrigarriro) defektu kosmiko desberdinen arteko energia langa *finitua* da.

## 2.4 Tesi honetan aztergai diren defektu ereduak

$c$  eta  $k$  parametroek termino fenomenologikoak zuzentzen dituzte eta zenbakizko simulazioak erabiliz kalibratu behar dira.

Monopolo globalen kasurako  $c$  barnebiltzen duen terminoa monopolo-antimonopolo deuseztatzetatik eratorritako energia galerarekin loturik dago; zentzu batean distantzia txikiko fisikaren menpekoa da.  $k$  barnebiltzen duen terminoa berriz monopoloen arteko indarrek eragindako azelerazioarekin erlazionaturik dago. Indar hauek distantziaren independenteak dira gutxi bora behera, baina monopoloen energia gradiente linealki dibergentea denez "masa" linealki handitzen da  $L$ -rekin. Ondorioz, azelerazio terminoak  $\sim k/L$  itxura dauka eta termino hau  $1/\sqrt{N}$  faktorea erabiliz zuzentzen da, monopolo anitzekin izandako elkarrekintzak kontuan hartzeko asmoz. Parametroen sentsibilitatea aztertu zuten [97] lanean konturatu ziren sarearen ezaugarritzeak  $k$  barnebiltzen duen terminoarekiko menpekotasun handiagoa duela  $c$  barnebiltzen duen terminoarekiko baino.

Eredu analitiko honek bi soluzio adar desberdin ditu; bat abiadura luminalentzako (argiaren abiadura mugitzen dira) eta bestea abiadura subluminalentzako (argiaren abiadura baino motelago mugitzen dira). Literaturan aurkitu daiteke Yamaguchik monopolo globalen abiadura zehazteko eginiko lehen saiakera [139]. Lan honen arabera monopolo globalen abiadurak erradiazioak menderatutako aroan eta materiak menderatutako aroan  $v_r = 1.0 \pm 0.3$  eta  $v_m = 0.8 \pm 0.3$  dira, hurrenez hurren. Yamaguchik erabili zuen metodoak errore handiak zituen eta errore hauek medio ezinezkoa zaigu Yamaguchik neurtutako abiadurak luminalak edo subluminalak diren esatea. Monopoloen abiadurak luminalak edo subluminalak diren zehaztea garrantzia handikoa da VOS ereduaren zein adar erabili behar den zehazteko. Interes hau dela eta, 4. atalean 2.3.4. kapituluaren deskribaturiko prozedura erabiliz monopolo globalentzako zenbakizko simulazioak burutuko ditugu. Simulazio hauetako datuak eta garatu berri dugun abiadurak neurtzeko metodo berria erabiliz monopolo globalen abiadurazko balio zehatzagoak aurkeztuko ditugu.

Lehenago esan bezala, VOS ereduko termino fenomenologikoak gidatzen dituzten  $c$  eta  $k$  parametroak zenbakizko simulazioen bidez kalibratu behar dira. Kalibrazio honen lehen saiakera [97] lanean egin zuten baina garai hartan ez zegoen argi monopoloen abiadura luminala edo subluminala zen. Ondorioz, 4. kapituluaren monopolo globalen abiaduren gure neurketa zehatza egin ondoren zenbakizko simulazioetatik eratorritako datuak erabiliko ditugu monopolo globalentzako VOS eredia kalibratzeko.

### 2.4.2 AH ereduaren hedapenak

#### Soka erdilokalak

Eredu erdilokala [4, 66, 129] Higgs eredu trukakorren hedapen minimo bezala aurkeztu zen. Eredu honek  $SU(2)$  dobletea sortzen duten bi eremu eskalar konplexu ditu (AH ereduak bakarria dauka). Eredu honetan, nahiz eta oinarritzko egoera sinpleki konexua izan  $U(1)$  fluxu-tutuen soluzioak ager daitezke. Eredu hedatu honetan agertzen diren sokek  $U(1)$  soka lokal arruntekin antzekotasun batzuk dituzte baina ez direnez guztiz topologikoak ezaugarri desberdinak izan ditzakete. Adibidez, topologikoak ez direnez ez dute zertan infinituak edo itxiak izan eta bukaerak izan ditzakete. Bukaera hauek aztertu berri ditugun monopolo globalak dira modu eraginkor batean eta soka segmentuak luzatu edo txikitu ditzakete.

Tesi honetan zehar erabiliko dugun eredu erdilokal sinpleenaren Lagrangearra ondorengo da,

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \Phi)^* (\mathcal{D}^\mu \Phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi - \eta^2)^2, \quad (2.72)$$

non  $\Phi = (\phi_1, \phi_2)$  eta  $F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$  gauge eremuaren intentsitatea den. Deribatu kobarianteak ondorengo eran adierazten dira:  $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ . Erraz ikus daiteke, eremu eskalarretako bat zero eginez Higgs eredu trukakorra (2.11) lortzen dugula.

Soka hauek sor daitezkeen simetria-haustura  $SU(2)_{\text{global}} \times U(1)_{\text{local}} \rightarrow U(1)_{\text{global}}$  da eta ondorioz eredu hau Glashow-Weinberg-Salam eredu elektroahularen limite bat bezala uler daiteke, non  $SU(2)$  simetria globala den, hau da, Weinberg-en angelua  $\cos\theta_W = 0$  da eta ez dago  $SU(2)$  gauge eremurik. Oinarrizko egoera 3-esfera da eta ondorioz ereduaren dinamika energia potentzialaren menpe balego ez litzateke sokarik sortuko. Bestalde, eremu magnetikoa masiboa da eta fluxu magnetikoa kontserbatu egiten da, ondorioz, eremu magnetikoaren masa handia bada fluxu magnetikoaren tutuak sor daitezke.

Soken egonkortasuna ez da tribiala eta  $\beta = \lambda/2e^2$  parametroaren menpekotasuna dauka:  $\beta < 1$  denean sarea egonkorra da,  $\beta > 1$  denean berriz ezegonkorra eta  $\beta = 1$  kasuan neutruki egonkorra [66, 129].  $\beta = 1$  limitea, Bogomoln'yi-ren limitea da. [66] lanean erakutsi zen bezala, limite honetan ereduak modu-nulua dauka, hau da, energia total berdina duten soluzio familia uniparametrikoa. Nahiz eta energia totala berdina izan modu-nuluarekin erlazionaturiko parametroak energia dentsitatearen banaketa aldatu dezake. 2.3.3. atalean ikusi dugun moduan defektuen ezaugarri grabitatorioen azterketa interesgarria da eta jakina da baita ere grabitatearen propietate lokala dela. Guzti hau kontuan hartuz ikus daiteke eredu honen grabitatearekiko mihiztadura minimoa aztertzea interesgarria izan daitekeela. Ondorioz 3. kapituluaren eredu erdilokalean modu-nuluaren presentzia zehatzago aztertu ondoren ereduari grabitatearen mihiztadura minimoa aplikatuko diogu mota honetako soluzioak aztertzeko asmoz.

Zenbakizko simulazioek baieztatutako iragarpen teorikoen arabera, eredu erdilokalean sorturiko soken dinamika soka lokalen desberdina da [4, 27]. Segmentu erdilokalen bukaeretan agertzen diren monopolo globalek dituzten helmen luzeko elkarrekintzei esker segmentu batzuk txikitu egin daitezke; baina probabilitate handia dago baita ere segmentu desberdinak batuz segmentu luzeagoak sortzeko. 2.3.4. atalean ikusi dugun bezala sareen eboluzioa modu sinple eta maneiagarriago batean aztertu daiteke VOS erako eredu analitikoak erabiliz. Orain dela gutxi argiratutako artikulu batean [104] soka erdilokalen eboluzioa aztertzeko bi eredu analitiko desberdin proposatu ziren.

Eredu hauek sarearen jokabide orokorrean oinarritzen dira eta soka erdilokalen sarea monopoloen loturiko soka lokalen sare bezala aztertu daitekeela onartzen dute. Ondorioz, aldaketa egokiak eginez 2.3.4 eta 2.4.1 ataletan aztertutako VOS ereduak erabili daitezke kasu honetan. Egia esan, soka erdilokalen eboluzioa aztertzen dituzten ereduak monopoloen elkarrekintza eta dinamikan oinarritzen dira batez ere, izan ere, ([8] lanean erakutsi zuten bezala) monopoloek kontrolatzen dute sare erdilokalaren eboluzioa. Sare hauek deskribatzen dituen VOS ereduak ondorengo ekuazioak erabiliz deskribatu daitezke,

$$\frac{dl_s}{dt} = Hl_s - v_s^2 \frac{l_s}{l_d}, \quad \frac{dv_s}{dt} = (1 - v_s^2) \left[ \frac{k}{l_s} - \frac{v_s}{l_d} \right], \quad (2.73)$$

non  $l_s$  aztertzen ari garen segmentuaren luzera den,  $v_s$  segmentu horren RMS abiadura,  $k$  sokaren kurbadura adierazten duen parametro askea (kalibratu egin behar da),  $H$  Hubbleren parametroa eta  $l_d$  sokaren balaztatze luzera orokorra. Ekuazio hauek bi era fenomenologiko desberdinetan aldatu daitezke:

*Eskalarekiko independentea den jokaera:*

(2.73) ekuazioaren orokorpen sinple bat ondorengo litzateke

$$\frac{dl_s}{dt} = Hl_s - v_s^2 \frac{l_s}{l_d} + \sigma \left( 1 - \frac{L}{l_s} \right) v_m^2, \quad \frac{dv_s}{dt} = (1 - v_s^2) \left[ \frac{k}{l_s} - \frac{v_s}{l_d} \right], \quad (2.74)$$

non  $L$  monopoloen eskala karakteristikoa den,  $\sigma$  sartu berri dugun terminoaren garrantzia kontrolatzen duen parametro askea eta  $v_m$  soka bukaeren (monopoloen) abiadura. Gehitu berri dugun terminoak segmentu txikiak laburtu egiten direla eta luzeak berriz luzatu eta beste batzuekin

## 2.4 Tesi honetan aztergai diren defektu ereduak

batzen direla onartzen du lehen hurbilketan [67]. Joera hau bi denbora eskala karakteristikoen arteko leia bezala uler daiteke. Hau da, segmentu bakoitzak deuseztatzen denbora eskala bat izango du eta monopolo bakoitzak berriz deuseztatze bikote bat aurkitzeko denbora eskala (soka luzatuko duena). Bigarren prozesuak soka luzeagoetan garrantzia handiagoa izango duela uste da.

*Oreka ekuazioa:*

Ondorengo aldaketa ere erabil daiteke:

$$\frac{dl_s}{dt} = Hl_s - v_s^2 \frac{l_s}{l_d} + dv_s \left( \frac{l_s}{L} - 1 \right), \quad \frac{dv_s}{dt} = (1 - v_s^2) \left[ \frac{k}{l_s} - \frac{v_s}{l_d} \right]. \quad (2.75)$$

Kasu honetan soka segmentuen sareek banaketa Browniarra dutela kontsideratu dugu, joera hau zenbakizko simulazioak erabiliz frogatu daiteke. Termino berriak ( $d$  parametro fenomenologiko berria duenak) segmentu desberdinek gurutzatzeko daukaten probabilitatea adierazten du. Probabilitate honek segmentuen luzera/kantitate dentsitatearen eta segmentuen abiaduraren menpekotasuna dauka.

Laburbilduz, soka erdilokalen sareak deskribatzeko bi eredu desberdin proposatu dira. Gainera eredu hauetako bakoitzak zenbakizko simulazioak erabiliz kalibratu behar diren bi parametro aske ditu. 5. kapituluaren soka erdilokalen sareen propietateen ezaugarritzea nola egin dugun deskribatuko dugu. Aztertu ditugun ezaugarrien artean segmentuen luzera, segmentuen abiadura edota soken bukaeren abiadura (monopolen kasuan ikasi duguna erabili dugu) aurkitu daitezke. Ezaugarritze hau egiteko 2.3.4. atalean deskribaturiko prozedura erabiliz zenbakizko simulazioak gauzatuko ditugu. Etorkizunean, simulazio hauetatik lorturiko datuak erabiltzeko asmoa dugu eredu analitikoetan agertzen diren parametro fenomenologikoak kalibratzeko; baita soka erdilokalen sareen portaera hobeto azaltzen duen eredu aukeratzeko ere.

### Axioi sokak

Jatorrizko eredu axioi-dilatoit multipletera mihizaturiko D-gaidun potentziala duen Higgs eredu trukakor supersimetrikoa da [114, 138]. Hala ere, axioi sokak [33] teoria supergrabitatorioaren energia baxuko teoria efektiboan sortzen dira. Eredu honetan sortzen diren sokak D-gaidun axioi sokak dira eta hauek II motako soken teoriako D-sokekin erlazionatu daitezke. Eredu supersimetrikoaren analisisa lan honen irismenetik kanpo dago eta ondorioz gure analisisa eredu efektiboaren Lagrangearraren zati bosonikotik hasiko dugu,

$$\mathcal{L}^A = -|\mathcal{D}_\mu \phi|^2 - K_{S\bar{S}} |\mathcal{D}_\mu S|^2 - \frac{1}{4} e^{-2} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2} e^2 (\xi + 2\delta K_S - q|\phi|^2)^2, \quad (2.76)$$

non  $\phi$  takioi eremua den.  $S = s + ia$  da, non  $s$  dilatoia den eta  $a$  berriz axioia. Ereduak ondorengo hiru parametro jarraituen menpekotasuna dauka:  $e$  gauge eremuarekiko eremu eskalarrak duen karga,  $\delta$  axio-dilatoia karga eta  $\xi$  eremuen itxarondako balioa.  $K$ -k Kähler potentziala adierazten du eta  $K_S$  eta  $K_{S\bar{S}}$  Kähler potentzialaren  $S$  eta  $\bar{S}$ -ekiko deribatuak dira. Gure kasuan Kähler potentzialaren aukeraketa ondorengoa da:

$$K = -M_p^2 \log(S + \bar{S}), \quad K_S = -M_p^2 \frac{1}{S + \bar{S}}, \quad K_{S\bar{S}} = M_p^2 \frac{1}{(S + \bar{S})^2}. \quad (2.77)$$

Kasu honetan deribatu kobarianteak ondorengoak dira:

$$\mathcal{D}_\mu \phi = \partial_\mu \phi - iqA_\mu \phi, \quad \mathcal{D}_\mu S = \partial_\mu S - 2i\delta A_\mu, \quad (2.78)$$



non  $q$  takioiaren  $U(1)$  karga adierazten duen zenbaki osoa den. Eredu honi dagokion eremu intentsitate trukakorra  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  da. Guztia hau kontuan hartuz gure Lagrangearra ondorengo eran idatz daiteke,

$$\mathcal{L} = -|\mathcal{D}_\mu\phi|^2 - \frac{M_p^2}{(S + \bar{S})^2}|\mathcal{D}_\mu S|^2 - \frac{1}{4e^2}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}e^2(q|\phi|^2 + 2\delta\frac{M_p^2}{(S + \bar{S})} - \xi)^2. \quad (2.79)$$

Eredu honek hiru soka mota desberdin izan ditzake sokaren muinean harrapatutako flux magnetikoa sortuz kiribiltzen den eremuaren arabera:

- $\phi$ -sokak (takio sokak): Takioi eremua kiribiltzen da.
- $s$ -sokak (axioi sokak): Dilatoi eremua kiribiltzen da.
- Hibridoak: Bi eremuak kiribiltzen dira.

Ikus daitekeenez (3.23) Lagrangearra eredu erdilokalaren Lagrangearraren (2.72) antzekoa da. Eredu honetan, soka erdilokalen  $\beta = 1$  limitean bezala, energia total berdina duten soluzio familia uniparametrikokoak daude. Ondorioz eredu honen grabitatearekiko mihizadura minimoaren ondoren modu-nuluen azterketa interesgarria litzateke. Hala eta guztiz ere, bi eredu hauen artean eremuen izaerarekin loturiko desberdintasun nabari bat badago. Hau da, eredu erdilokala osatzen duten bi eremuak izaera berdina dute baina kasu axionikoan berriz bi eremuen izaera desberdina da. Axioi ereduak eratuak eremuen izaera desberdintasuna medio eredu honetan hiru soka mota desberdin izango ditugu. Soka erdilokal, takioi soka, axioi soka eta soka hibridoaren artean desberdintasunak egongo dira, baina orokorrean aztertuko ditugun sokak portaera oso antzekoa izango da. Modu-nuluen biziraupenaren azterketa eta ereduaren arteko alderaketa 3. kapituluaren burutuko dugu.

## *2.4 Tesi honetan aztergai diren defektu ereduak*

## **II. ATALA**

Emaitzak



# 3

## Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihiztadura

---

2. kapituluaren ikusi dugun bezala defektu kosmologikoen ezaugarri grabitatorioen azterketa interesgarria da. Defektuen ezaugarri grabitatorioek sorturiko efektuak  $G\mu$  dimentsiorik gabeko parametroaren bidez ezaugarriturik daude. Gainera,  $\mu$  parametroak simetria-hausturaren energia eskalaren informazioa ematen du. Ondorioz,  $G\mu$  parametroaren zehaztapenak energia altuko fisikaren eta kosmologiaren arteko lotura aztertzen lagundu diezaguke.

Norabide lauak dituzten defektuen ereduak existitzen direla ere ikusi dugu: eredu hauek modu-nuluekin erlazionaturiko soluzioen familia uniparametrikoa daukate, non soluzio guztiek energia total berdina daukaten. Kapitulu honetan norabide lauak dituzten soka kosmologikoen eremu-teoriako ereduak aztertuko ditugu espazio-denbora kurbatuan. Zehatzago esanda, soka erdilokalak, axioi sokak eta takioi sokak dituzten eredu minimoak aztertuko ditugu. Espazio-denbora lauan eredu hauen soluzio diren soka kosmologiko isolatu, estatiko eta zuzenek norabide lauak dituzte. Eredu hauek grabitateari mihiztatu ondoren modu-nulu hauen biziraupena eta norabide lauen rola aztertuko dugu. Izan ere, nahiz eta soluzioen energia totala berdina izan eta ondorioz soluzio familiaren ezaugarri globalak aldatu ez, energia dentsitatea eta ondorioz ezaugarri grabitatorioak desberdinak izan daitezke.

Kapitulu hau ondorengo eran antolatuta dago: 3.1. atalean ereduaren deskribapena emango dugu eta eredu hauen norabide lauak aztertuko ditugu. Gero, 3.2. atalean, ereduak grabitateari mihiztatuko dizkiogu mihiztadura minimoaren printzipioa erabiliz eta higidura-ekuazioak lortuko ditugu. Azkenik, 3.3. atalean higidura-ekuazioak askatuz lorturiko emaitzak aztertuko ditugu eta 3.4. atalean ondorioak emango ditugu.

### 3.1 Ereduak eta norabide lauak

Kapitulu honetan aztertuko ditugun ereduak deskribatuko ditugu atal honetan. Eredu hauetatik sorturiko soken ezaugarri nagusiak aztertzeko asmoz soka konfigurazio zuzen eta estatikoak aztertuko ditugu espazio-denbora lauan. Azterketa honetan energia total berdina duten soluzio familien existentziari arreta berezia eskainiko diogu.

Materia konfigurazioentzako ekintza espazio-denbora lauan ondorengoa da,

$$S = \int d^4x \sqrt{-\det g} \mathcal{L}_m, \quad (3.1)$$

non  $g$ -k espazio denboraren metrika adierazten duen. Gure kasuan metrika hau simetria ardatzean zeharreko translazioei inbariantek diren eta simetria zilindrikoa duten konfigurazio estatikoekin bat dator. Orokortasunik galdu gabe,  $z$  ardatza aukeratu genezake simetria ardatz bezala. Simetria hauek buruan izanik guk erabiliko dugun espazio-denboraren tarte infinitesimala ondorengo

### 3.1 Ereduak eta norabide lauak

da,

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + dz^2, \quad (3.2)$$

non  $(r, \theta, z)$  koordenatu zilindrikoak diren.

Lehenago aipatu dugun bezala, kapitulu honetan modu-nuluak dituzten bi Lagrangeak,  $\mathcal{L}_m$ , desberdin aztertuko ditugu: eredu erdilokala [4, 129] eta D-gaidun axioi eredu [33]; bi eredu hauek 2.4.2. atalean aurkeztu ditugu. Jakina da  $z$  ardatzarekiko simetria translazionala duen eremu konfigurazio estatiko batentzat luzera unitateko energiaren definizioa ondorengo dela,

$$E = \int d^2x \sqrt{-\det g} T_0^0, \quad (3.3)$$

non  $T_0^0$  energia-momentuaren tentsorearen 00 osagaia den. Energia-momentuaren tentsore hori ondorengo eran definitzen da,

$$T_{\mu\nu} = -2 \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} \mathcal{L}_m. \quad (3.4)$$

Guzti hau kontuan hartuz, (3.3) energia ondorengo eran adieraz daiteke,

$$E = - \int dr d\theta r \mathcal{L}_m. \quad (3.5)$$

#### 3.1.1 Soka erdilokalak

Atala honetan 2.4.2. atalean deskribatu dugun eredu erdilokala aztertuko dugu. Eredu hau ondorengo Lagrangearrak, (2.72), deskribatzen du,

$$\mathcal{L}_m^{SL} = -|\mathcal{D}_\mu \Phi|^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{2} (|\Phi|^2 - \eta^2)^2, \quad (3.6)$$

non  $\Phi = (\phi_1, \phi_2)^T$  eta  $\phi_1, \phi_2 \in \mathbb{C}$  diren.  $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$  eta  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  dira.  $A_\mu$   $U(1)$  gauge eremu trukakorra da. Lagrangearreko parametroek ondorengo adierazten dute:  $\eta$ , parametroak simetria hausturaren eskala,  $e$  parametroak gauge eremuarekiko eremu eskalarrak duen karga eta  $\lambda$  parametroak auto-elkarrekintza. 2. kapituluaren esan dugun moduan eredu gida-tzen duten parametro kopurua murriztea komenigarria da, parametroek ematen duten informazio esanguratsua eskuratu ahal izateko. Gure kasuan ondorengo aldagai-aldaketa erabiliko dugu:

$$r = \frac{\hat{r}}{\eta e}, \quad A_\mu = \eta \hat{A}_\mu, \quad \Phi = \eta \hat{\Phi}. \quad (3.7)$$

Aldagai aldaketa hau egin ondoren, eredu erdilokalaren Lagrangearren parametro adierazgarri bakarra geratzen zaigula ikus daiteke,  $\beta \equiv m_s^2/m_v^2 = \lambda/2e^2$  (ikus 2.4.2. atala):

$$\frac{\mathcal{L}_m^{SL}}{\eta^4 e^2} = -|\mathcal{D}_\mu \Phi|^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \beta (|\Phi|^2 - 1)^2, \quad (3.8)$$

non orain  $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$  den. 2.4.2. atalean ikusi dugun moduan  $\beta$  parametro horrek soka erdilokalen soluzioen egonkortasuna gidatzen du [66, 67].

$z$  ardatzean zeharreko simetria translazionala duten zurrumbilo estatikoen energia aztertzeko zerekeriko menpekotasuna kenduko dugu eta  $A_z = 0$  egin. Ondorioz, (3.5) erabiliz soka erdilokalaren kasurako zurrumbiloaren energia ondorengo eran idatz daiteke:

$$E = \int dr d\theta r \left( |\mathcal{D}_r \Phi|^2 + \frac{1}{r^2} |\mathcal{D}_\theta \Phi|^2 + \frac{1}{2r^2} F_{r\theta}^2 + \beta (|\Phi|^2 - 1)^2 \right). \quad (3.9)$$

### 3. Kapituluua: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihizadura

Zurrunbiloen ezaugarri matematikoak aztertzeko prozedura asko sinplifikatzen da  $\beta = 1$  limitean. Limite honetan ematen den sinplifikazio nagusia Bogomol'nyik aurkitu zuen [35] eta ondorengoa da: bigarren mailako ekuazioak lehen ordenako ekuazio-sistemara eramaten dituen modu eranginkor batean idatz daiteke (3.9) energia.

Bogomol'nyiren limitean (3.9) zurrunbiloen energia ondorengo identitateak erabiliz berri idatz daiteke,

$$|\mathcal{D}_r \Phi \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta \Phi|^2 = |\mathcal{D}_r \Phi|^2 + \frac{1}{r^2} |\mathcal{D}_\theta \Phi|^2 \mp \frac{1}{r} (\partial_r J_\theta - \partial_\theta J_r) \mp \frac{1}{r} F_{r\theta} (|\Phi|^2 - 1), \quad (3.10)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{F_{r\theta}}{r} \pm (|\Phi|^2 - 1) \right)^2 = \frac{F_{r\theta}^2}{2r^2} + \frac{1}{2} (|\Phi|^2 - 1)^2 \pm \frac{1}{r} F_{r\theta} (|\Phi|^2 - 1), \quad (3.11)$$

non  $J_\mu$  ondorengo eran definiturik dagoen korronea den,

$$J_\mu = \frac{i}{2} \left( \Phi (\mathcal{D}_\mu \Phi)^* - \Phi^* (\mathcal{D}_\mu \Phi) \right) + A_\mu. \quad (3.12)$$

Aurreko identitate horiek erabiliz (3.9) zurrunbiloen energia ondorengo eran idatz daiteke [35]:

$$E = \int dr d\theta r \left\{ \left| \left( \mathcal{D}_r \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta \right) \Phi \right|^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{F_{r\theta}}{r} \pm (|\Phi|^2 - 1) \right)^2 \right\} \\ \pm \int dr d\theta \mathcal{F}_{r\theta} \\ + \frac{1}{2} (\beta - 1) \int dr d\theta r (|\Phi|^2 - 1)^2, \quad (3.13)$$

non (3.12) korrontearen eremu intentsitatearen  $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu J_\nu - \partial_\nu J_\mu$  definizioa erabili dugun. (3.13) integraleko lehen terminoa definitu positiboa da. Bestalde, ( $\beta = 1$ ) limite kritikoan gaudela kontuan hartuz, integral honetako azken terminoa zero egiten da. Ondorioz integraleko bigarren terminoak energiaren ondorengo behe-muga ezartzen du

$$E \geq \pm \int dr d\theta \mathcal{F}_{r\theta}. \quad (3.14)$$

Lortu berri dugun energiaren adierazpen honek Higgs eredu trukakorrekiko sokarentzat lortu dugun fluxu magnetikoaren (2.23) antza dauka. Integral hori positiboa edo negatiboa izan daiteke fluxuaren norabidearen arabera. Ondorioz (3.14) energiaren adierazpenean agertzen den zeinu aukeraketa energiaren positibotasuna bermatzeko da. Argi ikus daiteke energiaren behe-muga lortzeko (3.13) integraleko lehen terminoa zero egin behar dela. Baldintza hau ezarriz lor daitezke Bogomol'nyiren ekuazioak bezala ezagunak diren lehen ordenako ekuazioak:

$$\left( \mathcal{D}_r \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta \right) \Phi = 0, \quad \frac{F_{r\theta}}{r} \pm (|\Phi|^2 - 1) = 0. \quad (3.15)$$

$z$  ardatzean hedatzen den soka erdialdeko estatiko eta zuzen batentzako *ansatzik* orokorra ondorengoa da,

$$\Phi = (f(r)e^{in\theta}, h(r)e^{im\theta}), \quad A_\theta = v(r), \quad (3.16)$$

non gauge-eremuaren beste osagai guztiak zero diren.  $n$  eta  $m$ ,  $\phi_1$  eta  $\phi_2$  eremuaren kiribiltze zenbakiak dira hurrenez hurren. Gure kasuan eta orokortasunaren galerarik gabe kiribiltze zenbakiak positibotzat hartuko ditugu eta baita  $n > m$  betetzen dela ere; ondorioz Bogomol'nyiren ekuazioak (3.15) zeinu positiboa erabiliz askatu behar dira. [4] lanean erakutsi zuten bezala  $n = m$

### 3.1 Ereduek eta norabide lauak

kasua Nielsen-Olesen sokara biratu daiteke  $SU(2)$  transformazio bat erabiliz. (3.16) *ansatza* erabiliz (3.15) Bogomol'nyi ekuazioek ondorengo itxura hartzen dute:

$$f' + \frac{v-n}{r}f = 0, \quad h' + \frac{v-m}{r}h = 0, \quad \frac{v'}{r} + (f^2 + h^2 - 1) = 0. \quad (3.17)$$

Soka erdilokal batentzako soluzioak lortzeko asmoz (3.17) Bogomol'nyi ekuazioak mugalde baldintza egokiak erabiliz askatu behar dira. Alde batetik, energia finituko konfigurazioak eduki ahal izateko sokaren muinetik urruti eremuak hutsean daudela eta deribatu kobarianteak deuseztatu egiten direla ezarri behar dugu:

$$|\Phi|^2|_{r \rightarrow \infty} = 1, \quad \mathcal{D}_\mu \Phi|_{r \rightarrow \infty} = 0. \quad (3.18)$$

Bestalde, soluzioak erregularrak izan behar dira jatorrian. Bi baldintza hauek ezarriz ondorengo mugalde baldintzak ditugu,

$$f_\infty^2 + h_\infty^2 = 1, \quad v_\infty = n, \quad (3.19)$$

$$f(0) = 0, \quad v(0) = 0, \quad h'_{m=0}(0) = 0 \text{ or } h_{m \neq 0}(0) = 0, \quad (3.20)$$

non  $\infty$  subindizeak  $r = \infty$  adierazten duen. Gure aukeraketan, eta orokortasunaren galerarik gabe, sokaren muinean harrapatutako fluxu magnetikoa  $\phi_1$  eremuaren kiribiltzeak eragindakoa da. Egia esan, ekuazioen simetria dela medio, fluxu magnetikoa  $\phi_2$  eremuak eragindakoa izango balitz ere emaitza berdinak lortuko genituzke.

Lehenago esan dugun bezala, soka erdilokalen egonkortasuna Hindmarsh [66, 67] aztertu zuen. Hindmarsh-ek  $h = 0$  inguruko perturbazio txikientzako Schrödingerren itxurako ekuazioen autobalio negatibodun soluzioak aztertu zituen,  $h$ -ren perturbazio txikiekiko soluzioen egonkortasuna aztertzeko. Bogomol'nyiren limitearen,  $\beta = 1$ , kasuan zero autobaliodun soluzioak aurkitu zituen, hau da, modu-nuluak. Bogomol'nyi ekuazioen soluzioak endekatuak dira eta edozein  $h(r)$ -ren balioentzako aurki daitezke soluzioak eta ez bakarrik  $h = 0$ -rentzat.

Soluzioen endekapena (3.17) Bogomol'nyi ekuazioak aztertuz ikus daiteke. Hau da, lehen bi ekuazioek  $f$  eta  $h$  profil funtzioak beraien artean erlazionatuta daudela erakusten dute:

$$\log h = \log f - (n - m) \log r + \kappa \Rightarrow h = c f r \exp(m - n), \quad (3.21)$$

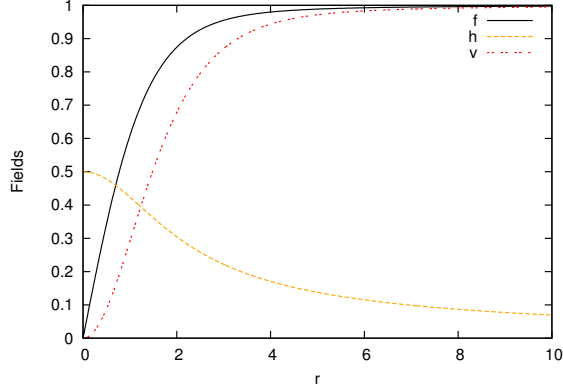
eta ondorioz,  $\kappa = \log c$  konstante errealaren bidez ezaugarritutako soluzio familia uniparametrikoa dugu. Lan honetan  $m = 0$  kasua aztertuko dugu. Kasu honetan  $\phi_2$  eremuaren  $h(r)$  profil funtzioa zeroren desberdina izan daiteke sokaren muinean, "kondentsatua" sortuz.  $h(r = 0)$  balioa  $\kappa$ -rekin erlazionaturiko parametro askea dugu eta sokaren lodierarekin zuzenki loturik dago. Energia totala ez dago  $h(r = 0)$  balioaren menpe eta hau argi ikus daiteke gauge bosoiarentzako *ansatza* (3.16) eta mugalde baldintzak (3.14) ekuazioan ordezkaturik

$$E = \pm \int dr d\theta \mathcal{F}_{r\theta} = \int d\theta A_\theta|_{r=\infty} = 2\pi n. \quad (3.22)$$

3.1. irudian  $h(r = 0) = 0.5$  baliorako profil funtzioek daukaten itxura erakusten da. Irudi horretan ikus daitekeenez  $f$  eta  $v$  profil funtzioak Higgs eredu trukakorreko (2.4. irudia) kasurako lorturiko  $f_{ANO}$  eta  $v_{ANO}$  funtzioen antzekoak dira. Kasu honetan, bestalde, sokaren muinean kondentsatua sortzen duen eremu estra bat daukagu,  $h$  funtzioa.



### 3. Kapituluua: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduen grabitatearekiko mihizadura



**3.1. Irudia:**  $n = 1$  eta  $m = 0$  duten soka erdilokalezko profil funtzioak.  $h(r = 0)$ -ren balioa da  $\kappa$ -rekin erlazionaturiko parametro askea. Kasu honetan  $h(r = 0) = 0.5$  aukeratu dugu baina  $h(r = 0)$ -ren balio desberdinak erabiliz lorturiko profil funtzio guztiek energia total berdina izango lukete.

#### 3.1.2 Axiói sokak

Atal honetan soka axionikoen eredua aztertuko dugu. 2.4.2. atalean esan bezala soka hauek Axiói-dilatoi multipletara mihizaturiko D-gaidun potentziala duen Higgs eredu trukakor supersimetrikoaren energia baxuko eredu efektiboan sortzen dira. Eredu supersimetrikoaren analisia lan honen irismenetik kanpo dago eta ondorioz gure analisia eredu efektiboaren Lagrangearraren parte bosonikotik (2.76) hasiko dugu,

$$\mathcal{L}^A = -|\mathcal{D}_\mu\phi|^2 - \frac{M_p^2}{(S + \bar{S})^2}|\mathcal{D}_\mu S|^2 - \frac{1}{4e^2}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}e^2 \left( q|\phi|^2 + 2\delta \frac{M_p^2}{(S + \bar{S})} - \xi \right)^2. \quad (3.23)$$

Eredu erdilokalean egin genuen bezala parametroen konbinazio esanguratsua lortzeko asmoz eremuen aldagai-aldaketa bat egingo dugu,

$$\phi = \sqrt{\frac{\xi}{q}}\hat{\phi}, \quad s = \frac{\delta M_p^2}{\xi}\hat{s}, \quad a = \frac{2\delta}{q}\hat{a}, \quad A_\mu = e\sqrt{\frac{\xi}{q}}\hat{A}_\mu, \quad x = (e\sqrt{\xi q})^{-1}\hat{x}. \quad (3.24)$$

Txapelak kendu ondoren (3.23) lagrangearra ondorengo eran idatz daiteke:

$$\frac{\mathcal{L}^A}{e^2\xi^2} = -|\mathcal{D}_\mu\phi|^2 - \frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{s^2}|\mathcal{D}_\mu S|^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(|\phi|^2 + s^{-1} - 1)^2, \quad (3.25)$$

non  $\mathcal{D}_\mu\phi = \partial_\mu\phi - iA_\mu\phi$ ,  $\mathcal{D}_\mu S = \partial_\mu S - 2iA_\mu$ ,  $S = \alpha^{-2}s + 2ia$  eta  $\alpha^2 = \xi/(qM_p^2)$  diren.  $\alpha$  da ereduan agertzen den parametro esanguratsu bakarra.

$z$  norabidean hedatzen diren zurrumbilo zuzenen energia aztertzeko asmoz  $z$ -ren menpekotasuna kenduko dugu eta  $A_z = 0$  egin. Guzti honekin (3.5) zurrumbiloen energia ondorengo eran idatz dezakegu:

$$E = \int drd\theta r \left( |\mathcal{D}_r\phi|^2 + \frac{1}{r^2}|\mathcal{D}_\theta\phi|^2 + \frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{s^2}(|\mathcal{D}_r S|^2 + \frac{1}{r^2}|\mathcal{D}_\theta S|^2) + \frac{1}{2r^2}F_{r\theta}^2 + \frac{1}{2}(|\phi|^2 + s^{-1} - 1)^2 \right). \quad (3.26)$$

Eredu erdilokalean bezala zurrumbiloen energia Bogomol'nyiren forman idatzeko ondorengo identitateak erabil ditzakegu,

$$|\mathcal{D}_r\phi \pm \frac{i}{r}\mathcal{D}_\theta\phi|^2 = |\mathcal{D}_r\phi|^2 + \frac{1}{r^2}|\mathcal{D}_\theta\phi|^2 \mp \frac{1}{r}(\partial_r J_\theta - \partial_\theta J_r) \mp \frac{1}{r}F_{r\theta}(|\phi|^2 - 1), \quad (3.27)$$

### 3.1 Ereduak eta norabide lauak

$$|\mathcal{D}_r S \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta S|^2 = |\mathcal{D}_r S|^2 + \frac{1}{r^2} |\mathcal{D}_\theta S|^2 \mp \frac{1}{r} (\partial_r I_\theta - \partial_\theta I_r) \mp \frac{1}{r\alpha^2} F_{r\theta} s, \quad (3.28)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{F_{r\theta}}{r} \pm (|\phi|^2 + s^{-1} - 1) \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{F_{r\theta}^2}{r^2} + \frac{1}{2} (|\phi|^2 + s^{-1} - 1)^2 \pm \frac{F_{r\theta}}{r} (|\phi|^2 + s^{-1} - 1), \quad (3.29)$$

non  $J_\mu$  eta  $I_\mu$   $\phi$  eta  $S$  eremuen korrante bezala uler daitezkeen. Korrante hauek ondorengo eran definitu daitezke

$$J_\mu = \frac{i}{2} \left( \phi (\mathcal{D}_\mu \phi)^* - \phi^* (\mathcal{D}_\mu \phi) \right) - A_\mu, \quad (3.30)$$

$$I_\mu = \frac{i}{8\alpha^2} (S (\mathcal{D}_\mu S)^* - S^* (\mathcal{D}_\mu S)). \quad (3.31)$$

Identitate hauek erabiliz zurrunbiloen energia Bogomol'nyiren forman berridatz daiteke,

$$E = \int dr d\theta r \left\{ |\mathcal{D}_r \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta \phi|^2 + \frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{s^2} |\mathcal{D}_r \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta S|^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{F_{r\theta}}{r} \mp (|\phi|^2 + s^{-1} - 1) \right)^2 \right\} \pm \int dr d\theta \mathcal{F}_{r\theta}, \quad (3.32)$$

non eremu bektore konposatua  $\mathcal{A}_\mu$  eta bere eremu intentsitatea ondorengo eran definitu ditugun:

$$\mathcal{A}_\mu = \frac{i}{2} \left( \phi (\mathcal{D}_\mu \phi)^* - \phi^* (\mathcal{D}_\mu \phi) \right) + \frac{i\alpha}{2s^2} (S (\mathcal{D}_\mu S)^* - S^* (\mathcal{D}_\mu S)) - A_\mu, \quad \mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (3.33)$$

$\mathcal{A}_\mu$  sokaren korrante orokor bezala uler daiteke.

Soka erdilokaletan bezala energia finituko konfigurazioak lortu ahal izateko sokatik urrutik eremuak hutsean daudela eta deribatu kobarianteak zero egiten direla onartu behar dugu,

$$(s^{-1} + |\phi|^2)|_{r \rightarrow \infty} = 1 \quad \mathcal{D}_\mu \phi|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad \mathcal{D}_\mu S|_{r \rightarrow \infty} = 0. \quad (3.34)$$

Mugalde-baldintza hauekin (3.14)-ren antzekoa den energiaren behe-muga lor dezakegu,

$$E \geq \pm \int dr d\theta \mathcal{F}_{r\theta} = \pm \int dr d\theta F_{r\theta}. \quad (3.35)$$

Integral honen zeinu aukeraketa energia positiboa izan dadin egin behar da. Energia-muga asetzen duten Bogomol'nyiren ekuazioak ondorengoak dira,

$$(\mathcal{D}_r \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta) \phi = 0, \quad (\mathcal{D}_r \pm \frac{i}{r} \mathcal{D}_\theta) S = 0, \quad \frac{F_{r\theta}}{r} \pm (|\phi|^2 + s^{-1} - 1) = 0. \quad (3.36)$$

Bogomol'nyi ekuazioak askatzeko [33] lanean proposatutako *ansatza* erabiliko dugu. *Ansatz* honek  $z$  ardatzean hedatzen den soka kosmiko zuzen eta estatikoa adierazten du:

$$\phi = f(r) e^{in\theta}, \quad s^{-1} = h(r)^2, \quad a = m\theta, \quad A_\theta = v(r). \quad (3.37)$$

*Ansatz* hau Bogomol'nyiren (3.36) ekuazioetan ordezkatzuz ondorengo lortuko dugu,

$$f' + \frac{v - |n|}{r} f = 0, \quad h' + \alpha^2 \frac{v - |m|}{r} h^3 = 0 \quad \frac{v'}{r} + (f^2 + h^2 - 1) = 0. \quad (3.38)$$

$n$  eta  $m$  kiribiltze zenbakien zeinua  $r \rightarrow 0$  limitean  $f(r)$  erregularra izan dadin eta  $h^2(r) > 0$  bete dadin eskatuz lortzen da. Kasu honetan ere Bogomol'nyiren lehen bi ekuazioak erabil daitezke takioi eremuaren eta dilatoi eremuaren arteko erlazioa lortzeko,

$$\frac{1}{(\alpha h)^2} = -2(|m| - |n|) \log r - 2 \log f + k, \quad (3.39)$$

### 3. Kapituluak: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduen grabitatearekiko mihizadura

eta ondorioz soluzioak  $\kappa$  konstante arbitrarioaren bidez parametrizaturik daude. Honek soluzio familia uniparametrikoko baten existentzia erakusten du.

Soka erdilokalen kasuan egin genuen bezala Bogomol'nyiren ekuazioak (3.38) mugalde-baldintza egokiak erabiliz askatu behar ditugu. Ondorioz (3.34) ekuazioko energia-baldintzak erabiliz ondorengo mugalde-baldintzak lor daitezke,

$$(f_\infty^2 + h_\infty^2) = 1, \quad f_\infty(v_\infty - |n|) = 0, \quad h_\infty(v_\infty - |m|) = 0. \quad (3.40)$$

Ikus dezakegunez mugalde-baldintza hauek eremuak  $r \rightarrow \infty$  duten hiru balio desberdin erabiliz bete daitezke. Eredu honetan agertzen diren eremuak ez dira mota berekoak, eredu erdilokalen kasuan bezala, eta ondorioz hiru aukeraketa desberdin horiek ez dituzte emaitza berdinak ematen. Hau da, eredu honek soka kosmikoen hiru familia desberdin onartzen ditu.

#### $\phi$ -sokak (takioi sokak)

Mota honetako soketan sokaren muinean harrapaturiko fluxu magnetikoa takioi eremuaren kiribiltzeak eragiten du. Kasu honetan Bogomol'nyiren ekuazioak askatu ahal izateko  $|n| > |m|$  bete behar da. Profil funtzioek ondorengo joera asintotikoa daukate,

$$f_\infty \rightarrow 1, \quad h_\infty \rightarrow 0, \quad v_\infty \rightarrow |n|. \quad (3.41)$$

Hau da, takioi eremuak itxarondako balio ez nulua dauka sokaren muinetik urruti eta  $h(r)$  funtzioa berriz zero egiten da. Soka mota honetako soluzioak erregularrak izan daitezen ondorengo mugalde baldintzak ezarri behar ditugu sokaren muinean,  $r \rightarrow 0$ :

$$f(0) = 0, \quad v(0) = 0, \quad h'_{m=0}(0) = 0 \quad \text{or} \quad h_{m \neq 0}(0) = 0. \quad (3.42)$$

Takioi soken kasuan  $m = 0$  kasua aztertuko dugu soilik, non axion-dilatoiaren profil funtzioa,  $h(r)$ , ez-nulua izan daitekeen sokaren muinean, "kondentsatua" sortuz. Egia esan,  $h(r=0)$ -ren balioa  $\kappa$  parametroarekin erlazionaturiko parametro askea da eta sokaren lodiera zehazten du. Soluzio familia honek energiaren endekapena dauka, izan ere zurrunbiloen energiak ez du  $h$ -ren menpekotasunik. Gauge bosoiarentzako *ansatza* (3.37) eta mugalde-baldintzak (3.32) ekuazioan ordezkatzuz ikus daiteke joera hau,

$$E = \pm \int dr d\theta \mathcal{F}_{r\theta} = \int d\theta A_\theta|_{r=\infty} = 2\pi|n|. \quad (3.43)$$

3.2. irudian takioi soken profil funtzioak ikus daitezke, non parametro askearen balioa  $h(r=0) = 0.1$  den. Kasu honetan ere  $f$  and  $h$  funtzioak Higgs eredu trukakorren kasuan lorturiko  $f_{ANO}$  eta  $v_{ANO}$  funtzioen antzekoak dira (ikus 2.4. irudia).

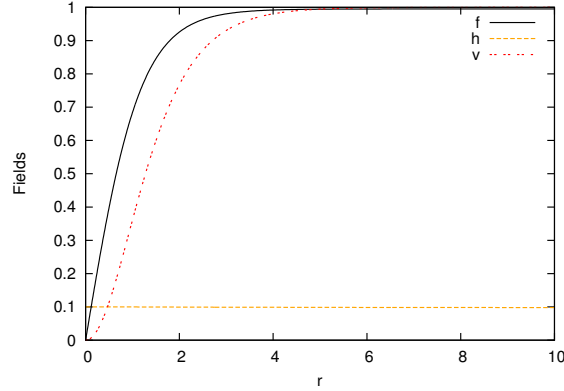
#### s-sokak (axioi sokak)

Kasu honetan sokaren barneko fluxu magnetikoa axioi-dilatoi eremuaren kiribiltze zenbakiak sortzen du eta infinituko joera ondorengo da:

$$f_\infty \rightarrow 0, \quad h_\infty \rightarrow 1, \quad v_\infty \rightarrow |m|. \quad (3.44)$$

Kasu honetan dilatoiak hartzen du itxarondako balio ez-nulua sokaren muinetik urruti eta takioi eremua berriz zero egiten da. Ondorioz, ikus daiteke takioi eremuaren eta dilatoi eremuaren

### 3.1 Ereduak eta norabide lauak



**3.2. Irudia:**  $n = 1$  eta  $m = 0$  duten takioi sokentzako profil funtzioak.  $n$ -ren eta  $m$ -ren balio hauetarako  $h(r = 0)$ -ren balio da parametro askea eta parametro honen edozein balio erabiliz lorturiko soke energia total berdina izango lukete. Irudi honetan  $h(r = 0) = 0.1$  aukeratu dugu. ( $\alpha = 1$ )

rola trukatu egin dela. Soka hauek Bogomol'nyiren ekuazioen soluzio dira  $|n| < |m|$  kasurako. Jatorrian erregulartasuna ezarriz ondorengo mugalde baldintzak ditugu,

$$h(0) = 0, \quad v(0) = 0, \quad f'_{n=0} = 0, \quad \text{or} \quad f_{n \neq 0}(0) = 0. \quad (3.45)$$

Axioi soken kasuan  $n = 0$  kasuan agertzen diren soluzio familien ezaugarriak aztertuko ditugu. Kasu honetan  $\kappa$  parametroarekin erlazionaturiko parametro askea  $f(r = 0)$ -ren balioa da. Balio hau sokaren lodiarekin zuzenki erlazionaturik dago. Kasu honetan ere soluzio familia honek energia endekatua dauka,

$$E = \pm \int dr d\theta \mathcal{F}_{r\theta} = \int d\theta A_\theta|_{r=\infty} = 2\pi|m|. \quad (3.46)$$

3.3. irudian soka axionikoentzako profil funtzioak erakusten dira  $f(r = 0) = 0.5$  balioarentzat. Kasu honetan lortzen diren profil funtzioak Higgs eredu trukakorren kasuekin konparatuz pixka bat desberdinak dira.  $v$  funtzioa oraindik ere AH kasuko  $v_{ANO}$  funtzioaren antzekoa da baina higadura ekuazioetan agertzen den  $h^3$  faktorea medio  $h$  funtzioaren portaera AH kasuko  $f_{ANO}$  funtzioarekin konparatuz pixka bat desberdina da (ikus 2.4. irudia).

### Soka hibridoa

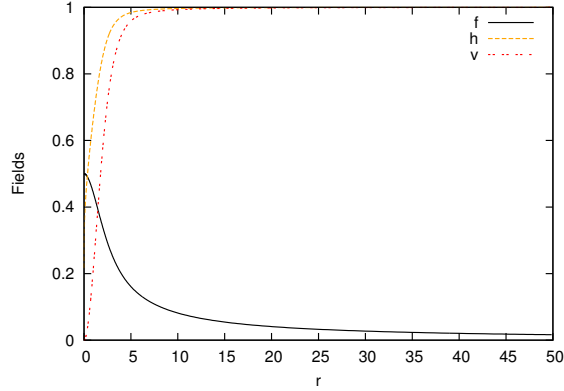
Kasu honetan bi eremuek, bai takioi eremuak eta baita dilatoi eremuak ere, laguntzen dute potentzial eskalarra zero egiten muintetik urruti. Hau da, bi eremuek lortzen dute itxarondako balio ez-nulua  $r \rightarrow \infty$  limitean. Emaitza hau  $|n| = |m|$  denenean bakarrik lor daiteke. Ondorioz ondorengoak dira infinituko mugalde baldintzak:

$$f_\infty^2 + h_\infty^2 = 1, \quad v_\infty = |n| = |m|. \quad (3.47)$$

Mugalde baldintza hauek betetzen direla kontsideratuz gero kasu honetan  $f_\infty$ -ren balioa izan daiteke adibidez  $\kappa$ -rekin erlazionaturiko parametro askea. Soluzio hauetan  $\kappa$  sokaren tentsiora takioi eremuek eta axioi eremuek duten ekarpen erlatiboarekin lotua dago. Sokaren zentruko mugalde baldintzak ondorengoak dira:

$$f(0) = 0, \quad v(0) = 0, \quad h(0) = 0. \quad (3.48)$$

### 3. Kapituluak: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihiztadura



**3.3. Irudia:**  $n = 0$  eta  $m = 1$  kasurako axioi soka tipiko baten profil funtzioak. Ikus daitezkeen bezala  $f(r=0) = 0.5$  balioa aukeratu dugu. Balio honek kondentsatua sortzen du sokaren muinean. ( $\alpha = 1$ )

$\kappa$  parametroarekin loturiko modu-nulua ezin da normalizatu eta ondorioz kasu hau ez dugu gehiago aztertuko gure lan honetan. Hau da,  $\kappa$  parametroa denboraren menpekoea egiten badugu modu-nuluari dagokion ekintza efektiboak ekarpen dibergenteak,  $\Lambda^2$ , ditu, non  $\Lambda$  muga bat den eta ingurune kosmologikoan soka hurbilenerainoko distantziarekin loturik egon litekeen.

## 3.2 Grabitatearekiko mihiztadura

Ereduak eta beraien modu-nuluak aztertu ondoren, ereduak grabitateari mihiztatuko dizkiogu mihiztadura minimoaren printzipioa erabiliz, eta modu-nulu hauen biziraupena eta norabide lauen rola aztertuko dugu. Deskribatu berri ditugun ereduak ondorengo ekintza erabiliz mihiztatu daitezke grabitateari,

$$S = \int d^4x \sqrt{-\det g} \left( -\frac{1}{2} M_p^2 R + \mathcal{L}_m \right), \quad (3.49)$$

non mihiztadura indar grabitatorioa Planck masa murriztuaren,  $M_p^{-2} = 8\pi G$  (non  $G$  Newtonen konstantea den), arabera emanda dagoen eta  $R$  Ricciren eskalarra den.

Aurreko atalean bezala simetria ardatzean barreneko translazioekiko aldaezinak diren eta simetria zilindrikoa daukaten konfigurazioak aztertuko ditugu. Kasu honetan eta orokortasunaren galerarik gabe  $z$  ardatza izango da simetria ardatza. Simetria hauek kontuan hartzen dituen espazio-denbora kurbatuko tarte infinitesimal orokorra ondorengo da,

$$ds^2 = -N^2(r)dt^2 + dr^2 + L^2(r)d\varphi^2 + N^2(r)dz^2, \quad (3.50)$$

non soluzioen simetria translazionala dela medio  $g_{tt} = -g_{zz}$  aukeratu dugun.  $N(r)$  eta  $L(r)$  zehaztu beharreko funtzioak dira.

Zero ez diren Ricci tentsorearen osagaiak erabiliz Einsteinen tentsorea, (1.2), ondorengo eran idatz daitezke:

$$G_t^t = \frac{-N^2 L''}{L}, \quad G_r^r = \frac{N'^2 - NN''}{N^4}, \quad G_\theta^\theta = \frac{L^2(N'^2 - NN'')}{N^4}, \quad G_z^z = \frac{N^2 L''}{L}, \quad (3.51)$$

non komatxoek  $r$ -rekiko deribatua adierazten duten. (3.4) erabiliz energia-momentuaren tentsorearen osagaiak kalkulatu daitezke,

$$T_r^r = T_\varphi^\varphi = 0, \quad T_t^t = \mathcal{L}_m, \quad T_z^z = -\mathcal{L}_m. \quad (3.52)$$

### 3.2 Grabitatearekiko mihizadura

Aurreko guztia kontuan hartuz Einsteinen ekuazioak ondorengo eran idatz daitezke,

$$\frac{-N^2 L''}{L} = -M_p^{-2} \mathcal{L}_m, \quad \frac{N'^2 - NN''}{N^4} = 0, \quad \frac{L^2(N'^2 - NN'')}{N^4} = 0, \quad \frac{N^2 L''}{L} = M_p^{-2} \mathcal{L}_m. \quad (3.53)$$

Ekuazio hauek askatzeko erregulartasuna ezarri behar dugu jatorrian. Erregulartasun hau  $L(0) = N'(0) = 0$  eta  $L'(0) = N(0) = 1$  baldintzak erabiliz lor daiteke. Baldintza horiek erabiliz metrika funtzioek ondorengo forma hartzen dute,

$$N(r) = 1, \quad \frac{L''(r)}{L(r)} = M_p^{-2} \mathcal{L}_m. \quad (3.54)$$

2.3.3. atalean ikusi dugun moduan soka infinituki luze eta zuzen baten inguruko metrika angulu bat falta zaion Minkowskiren metrika da. Falta den zati hori angulu-defizitaren bidez adierazten da. Erabiltzen ari garen metrikaren kasurako angulu-defizita,  $\Delta$ ,  $L(r)$  funtzioaren balio asintotikoa erabiliz lor daiteke:  $\Delta = 2\pi(1 - L'|_{r=\infty})$  (ikus [137]).

Kapitulu honetan aztertzen ari garen eredueta modu-nuluen existentzia aztertzeko eredu hauentzat egokia den energiaren definizioa behar dugu. Hau da, Bogomol'nyiren prozedura erabiliz lortuko ditugun ekuazioek aztertzen ari garen sistema guztiaren ekintza minimizatu behar dute. Kasu honetan [52] laneko definizioa erabili dezakegu, non (3.49) ekintzari Gibbons-Hawking-en terminoa gehituz lortzen duten energiaren definizio egokia:

$$E = -S - S_{GH}, \quad E = \int_{\mathcal{M}} \sqrt{-\det g} \left( -\frac{1}{2} M_p^2 R + \mathcal{L}_m \right) + M_p^2 \int_{\partial\mathcal{M}} \sqrt{-\det h} \tilde{R} \quad (3.55)$$

non  $\tilde{R}$   $\partial\mathcal{M}$  espazio-denboraren  $r = 0$  eta  $r = \infty$  mugaldeetako kurbatura Gaussiarra den. Mugalde horietako metrika  $h$  da. Ondorioz (3.50) metrikarentzat ondorengoa lor dezakegu,

$$\sqrt{-\det g} = L(r), \quad \sqrt{-\det g} R = 2L''(r), \quad \sqrt{-\det h} \tilde{R} = L'(r), \quad (3.56)$$

eta ondorioz energia ondorengo eran idatz daiteke,

$$E = \int d^2x \sqrt{\det g} \mathcal{L}_m - M_p^2 \int dr d\theta L''(r) + M_p^2 \int d\theta L'(r)|_{r=\infty} - M_p^2 \int d\theta L'(r)|_{r=0}. \quad (3.57)$$

Ikus daitekeenez Ricciren kurbaturarekin loturiko terminoa Gibbons-Hawking terminoarekin deuseztatuko da. Ondorioz gure eremu-konfigurazioentzako energia ondorengoa da:

$$E = \int d^2x \sqrt{-\det g} T_0^0. \quad (3.58)$$

#### 3.2.1 Soka erdilokalak

Kasu honetako energia konfigurazioa lortzeko (3.7) aldagai aldaketa erabiliko dugu, kontuan hartuz metrikaren funtzioaren aldagai aldaketa  $L(r) = \hat{L}(r)/\eta e$  dela. Aldagai aldaketa hau eta (3.50) metrika erabiliz, non  $N(r) = 1$  den, aztertzen ari garen simetrien kasurako eredu erdilokalaren energia ondorengoa da:

$$E = \int dr d\varphi L(r) \left( |\mathcal{D}_r \Phi|^2 + \frac{1}{L^2} |\mathcal{D}_\theta \Phi|^2 + \frac{1}{2L^2} F_{r\theta}^2 - \beta(|\Phi|^2 - 1)^2 \right). \quad (3.59)$$

Ikus daitekeenez lortu berri dugun energia konfigurazioa mihizadurarik gabeko kasurako lortu dugun energia konfigurazioaren (3.9) oso antzekoa da. Bi konfigurazioen artean dagoen desberdintasun bakarra  $L(r)$  funtzioa da. Hau da, mihizadurarik gabeko kasuan  $r$  dagoen tokietan

### 3. Kapituluak: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihizadura

$L(r)$  funtzioa agertzen zaigu mihizaturiko kasuan. Ondorioz kasu lauan ikasi dugun guztia erabili dezakegu Bogomol'nyiren ekuazioak lortzeko:

$$f' + \frac{(v-n)}{L}f = 0, \quad h' + \frac{(v-m)}{L}h = 0, \quad \frac{v'}{L} + (f^2 + h^2 - 1) = 0. \quad (3.60)$$

Ekuazio hauek mugalde-baldintza egokiak erabiliz askatu behar ditugu. Baldintza hauek (3.18) ekuazio erabiliz eta jatorrian erregulartasuna ezarriz lor ditzakegu,

$$f_\infty^2 + h_\infty^2 = 1, \quad v_\infty = |n|, \quad f(0) = 0, \quad v(0) = 0, \quad h'_{m=0}(0) = 0 \text{ or } h_{m \neq 0}(0) = 0. \quad (3.61)$$

Bogomol'nyiren, (3.60), lehen bi ekuazioak erabiliz  $f$  eta  $h$  profil funtzioen arteko erlazioa lor dezakegu,

$$\log h = \log f - (n-m) \int \frac{dr}{L(r)} + \kappa \quad \rightarrow \quad h = cf \exp\left((m-n) \int \frac{dr}{L(r)}\right), \quad (3.62)$$

eta ondorioz  $\kappa = \log c$  konstante erreala ezaugarritutako soluzio familia uniparametrikoa dugu. Lehenago esan dugun bezala lan honetan  $m = 0$  kasua aztertuko dugu. Kasu honetan  $\phi_2$  eremuaren profil funtzioa,  $h(r)$ , zeroren desberdina izan daiteke jatorrian, "kondentsatua" sortuz. Egia esan,  $h(r=0)$ -ren balioa da  $\kappa$ -rekin erlazioaturiko parametro askea eta sokaren lodiera ezaugarritzen du. Soluzio-familia honek energiaren endekapena dauka, hau da, energia totalak ez dauka  $h(r=0)$  balioaren menpekotasunik,

$$E = \pm \int d\varphi A_\varphi|_{r=\infty} = 2\pi n. \quad (3.63)$$

Ondorioz, eredu mihizatu ondoren ere modu-nulua presente dago. Adierazpen honetatik ikus daitekeenez Bogomol'nyiren limitean energia-dentsitatea eremu magnetikoarekin,  $F_{r\theta}$ , zuzenki loturik dago,

$$\mathcal{E} = \frac{v'(r)}{L}. \quad (3.64)$$

Higidura-ekuazioak askatu ahal izateko  $L(r)$  metrika funtzioaren adierazpena behar da. (3.54) erabiliz eta adierazpenaren bi aldeetan aldagai aldaketak aplikatuz ondorengo ekuazioa lor dezakegu,

$$\frac{L''}{L} = \alpha^2 \left( |D_r \Phi|^2 - \frac{1}{L^2} |D_\theta \Phi|^2 + \frac{1}{2L^2} F_{r\theta}^2 - \beta(|\Phi - 1|^2)^2 \right), \quad (3.65)$$

non  $\alpha = M_p^{-1} \eta$  Planck masetan neurturiko  $\Phi$  eremuaren oinarritzko egoeraren itxarondako balioa den. Argi ikus daiteke, Bogomol'nyiren limitean, (3.10), (3.11) identitateak erabiliz eta  $r$   $L(r)$  funtzioarengatik ordezkaturik ondorengo ekuazioa lor daitekeela

$$\frac{L''}{L} = \alpha \mathcal{F}_{r\theta} = \alpha^2 \partial_r J_\theta. \quad (3.66)$$

Ekuazioaren bi aldeak integratuz ondorengo adierazpena lor daiteke:

$$L' = 1 \pm \alpha^2 J_\theta. \quad (3.67)$$

Teoria supergrabitorioen kasuan ekuazio hau grabitino ekuazio bezala ezagutzen da [52]. Kasu honetan integrazio konstantea (3.61) mugalde-baldintzak erabiliz zehazten da, izan ere erregulartasunak  $J_\theta(0) = 0$  ezartzen baitu. (3.16) *ansatza* erabiliz

$$L' = 1 - \alpha^2((n-v)f^2 + (m-v)h^2 + v). \quad (3.68)$$

### 3.2 Grabitatearekiko mihizadura

Lortu berri dugun ekuazio hori eta (3.61) mugalde-baldintzak erabiliz  $\Delta = 2\pi(1 - L'|_{r=\infty})$  angelu-defizita lor dezakegu,

$$\Delta = 2\pi n\alpha^2. \quad (3.69)$$

Kontuan hartzekoa da Planck masetan neurtutako  $\Phi$  eremuaren oinarritzko egoeraren itxarondako balioa oso altua bada, soka astunei dagokiena, angelu defizita  $2\pi$  baino handiagoa egin daitekeela. Era honetako soluzioei "soka supermasadun"[86, 108] deritze eta koordenatu erradialaren balio maximoan singularitate bat daukate, non metrikaren zati angeluarra zero egiten den.

Behin higidura-ekuazioak ditugula ekuazio hauen limiteko kasuak azter ditzakegu. Muinetik gertu profil funtzioek kasu lauan duten forma berdina daukate:

$$L(r) \approx r + \dots, \quad f(r) \approx f_0 r^n + \dots, \quad h(r) \approx h_0 r^m + \dots, \quad v(r) \approx \frac{1}{2} r^2 + \dots \quad (3.70)$$

Bestalde, muinetik urruti,  $r \rightarrow \infty$ , metrikak ondorengo itxura hartzen du,

$$ds^2 \approx -dt^2 + dr^2 + (1 - n\alpha^2)^2 r^2 d\varphi^2 + dz^2. \quad (3.71)$$

Emaitza hau 2.3.3. atalean lortu genuen soka kosmiko baten inguruko espazio-denboraren emaitzarekin konparatuz, ikus daiteke goiko ekuazio honek  $\Delta = 2\pi n\alpha^2$  angelu-defizita duen espazio-denbora konikoa deskribatzen duela. Hau da, angelu-defizitaren balioa  $L$  metrika funtzioak infinituan duen baliotik ondorioztatu daiteke zuzenean. Limite honetako profil funtzioen espantsio asintotikoa ondorengo da:

$$f(r) \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{2(m-n)}{1-|n|\alpha^2}} + \dots, \quad h(r) \approx \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{m-n}{1-n\alpha^2}} + \dots, \quad v(r) \approx n - (n-m) \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{2(m-n)}{1-n\alpha^2}}, \quad (3.72)$$

non  $r_0$  parametroa  $h(r=0)$ -rekin erlazionaturik dagoen eta sokaren lodiera ezaugarritzen duen.  $\alpha = 0$  eginez espazio-denbora lauari dagozkion espantsioak lortzen dira.

Esan bezala, Bogomol'nyiren limitean energia-dentsitateak forma sinplea dauka  $\mathcal{E} = v'(r)/L$  eta ondorioz energia-dentsitatearen limiteetako forma erraz aurki daiteke,

$$\mathcal{E}(r \rightarrow 0) \approx \frac{1}{2} + \dots, \quad \mathcal{E}(r \rightarrow \infty) \approx \frac{2(n-m)^2}{(1-n\alpha^2)^2 r^2} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{2(m-n)}{1-n\alpha^2}} + \dots \quad (3.73)$$

#### 3.2.2 Axioi eta takioi sokak

(3.24) aldagai aldaketak erabiliz eta metrika funtzioa  $L(r) = (e\sqrt{\xi q})^{-1} \hat{L}(r)$  eran aldatuz axioi soka estatikoaren energia idatz dezakegu. Kasu honetan aztertzen ari garen simetriak kontuan hartuz ondorengo da:

$$E = \int dr d\varphi L(r) \left( |D_r \phi|^2 + \frac{1}{L^2} |D_\theta \phi|^2 + \frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{s^2} (|D_r S|^2 + \frac{1}{L^2} |D_\theta S|^2) + \frac{1}{2L^2} F_{r\theta}^2 + \frac{1}{2} (|\phi|^2 + s^{-1} - 1)^2 \right). \quad (3.74)$$

Beste behin ere ohartu gaitezke espazio-denbora lauaren kasuan  $r$  zegoen tokietan orain  $L(r)$  funtzioa agertzen dela. Ondorioz espazio-denbora lauan erabili dugun prozedura bera erabiliz Bogomol'nyiren ekuazioak lor ditzakegu,

$$f' + \frac{(qv - |n|)}{L} f = 0, \quad h' + \alpha^2 q \frac{(v - |m|)}{L} h^3 = 0, \quad \frac{v'}{L} + (f^2 + h^2 - 1) = 0. \quad (3.75)$$



### 3. Kapituluak: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihizadura

Lehen bi ekuazioak erabiliz takioi eremuaren eta dilatoi eremuaren arteko erlazioa aurki daiteke,

$$\frac{1}{(\alpha h)^2} = 2(|n| - q|m|) \int \frac{dr}{L(r)} - 2 \log f + \kappa, \quad (3.76)$$

eta ondorioz soluzioak  $\kappa$  konstante arbitrarioaren bidez parametrizaturik daude. Soka kosmikoen bi soluzio-familiak aztertu baino lehen,  $L$  metrika funtzioarentzako ekuazioa aztertuko dugu. Eredu erdilokalaren kasurako egin dugun moduan (3.54) ekuazioaren bi aldeetan aldagai aldaketak eginez ondorengo lor genezake,

$$\frac{L''}{L} = \alpha^2 \left( |\mathcal{D}_r \phi|^2 + \frac{1}{L^2} |\mathcal{D}_\theta \phi|^2 + \frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{s^2} (|\mathcal{D}_r S|^2 + \frac{1}{L^2} |\mathcal{D}_\theta S|^2) + \frac{1}{2L^2} F_{r\theta}^2 + \frac{1}{2} (|\phi|^2 + s^{-1} - 1)^2 \right). \quad (3.77)$$

(3.27, 3.28, 3.29) identitateak erabiliz, non  $r$   $L(r)$ -rengatik ordezkatu den, goiko ekuazio horrek ondorengo itxura hartzen du,

$$\frac{L''}{L} = \alpha^2 \mathcal{F}_{r\theta} = \alpha^2 \partial_r \mathcal{A}_\theta. \quad (3.78)$$

Ekuazio honetatik Einsteinen ekuazioen lehen integrala lor dezakegu,

$$L' = 1 \pm \alpha^2 \mathcal{A}_\theta. \quad (3.79)$$

Ekuazio hau teoria supergrabitatorioen testuinguruan grabitinoaren ekuazio bezala ezagutzen da [52]. Kasu honetan ere integrazio-konstantea (3.34) mugalde-baldintzak erabiliz finkatu daiteke, izan ere  $\mathcal{A}_\theta(0) = 0$  da. (3.37) *ansatza* erabiliz ondorengo eran idatz daiteke  $L(r)$  funtzioarentzako ekuazioa:

$$L' = 1 - \alpha^2 ((|n| - v)f^2 + (|m| - v)h^2 + qv). \quad (3.80)$$

Azkenik, lortu berri ditugun Bogomol'nyiren eta Einsteinen ekuazioak aztertuko ditugu axioi soken eta takioi soken kasuan:

#### $\phi$ -sokak (takioi sokak)

Soluzio familia honek energiaren endekapena dauka

$$E = \pm \int d\varphi A_\varphi|_{r=\infty} = 2\pi|n|, \quad (3.81)$$

eta ondorioz modu-nulua presente dago eredu mihiztatu ondoren ere. (3.80) adierazpenean (3.41) mugalde baldintzak ordezkatu angelu-defizita,  $\Delta = 2\pi(1 - L'(\infty))$ , lor dezakegu,

$$\Delta = 2\pi|n|\alpha^2. \quad (3.82)$$

Kasu honetan ere soka supermasadunak lor ditzakegu  $\alpha$ -ren balioa nahiko handia baldin bada.

Soluzio hauen hainbat ezaugarri eredu erdilokalaren kasuko berdinak dira. Eredu honen eta eredu erdilokalaren arteko desberdintasun nagusiak (3.75) ekuazioan agertzen den  $h^3$  faktoreak eragiten ditu, izan ere eredu erdilokalaren ekuazioetan (3.60)  $h$  faktorea ageri da eta ez  $h^3$  faktorea.  $h^3$  faktore honen eraginez funtzioak logaritmikoki doaz zerorantz. Eredu honetan  $f$  eremua da soka sortzearen arduraduna eta  $h$  funtzioak kondentsatua sortzen du. Muinetik gertu profil funtzioek espazio-denbora lauko portaera [33] bera erakusten dute,

$$f(r) \approx f_0 r^{|n|} + \dots, \quad h(r)^{-2} \approx h_0^{-2} - 2\alpha^2 |m| \log r + \dots, \quad v(r) \approx \frac{1}{2} r^2 + \dots. \quad (3.83)$$

### 3.2 Grabitatearekiko mihizadura

$h(0)$ -ren balioa sokaren lodierarekin erlazionaturiko parametro askea da. Parametro honen aldaketak ez du energia totala aldatzen baina bai eremuen konfigurazioa. Kasu honetan profil funtzioak logaritmikoki doaz beraien infinituko balioetara, espantsio asintotikokoetan ikus daitekeen moduan,

$$\begin{aligned} h^2(r) &\approx \frac{(1 - |n|\alpha^2)}{2\alpha^2(|n| - |m|) \log r} + \dots, & f(r) &\approx 1 - \frac{(1 - |n|\alpha^2)}{4\alpha^2(|n| - |m|) \log r} + \dots, \\ v(r) &\approx |n| - \frac{(1 - |n|\alpha^2)^2}{4\alpha^2(|n| - |m|) \log^2 r} + \dots \end{aligned} \quad (3.84)$$

Hiru adierazpen horien zenbakitzailean agertzen den  $(1 - |n|\alpha^2)$  terminoa ez zen [33] lanean egindako espazio-denbora lauaren kasuan lortzen, izan ere espazio-denboraren metrikaren forma konikoaren ondorio baita,

$$ds^2 \approx -dt^2 + dr^2 + (1 - |n|\alpha^2)^2 r^2 d\varphi^2 + dz^2. \quad (3.85)$$

(3.85) adierazpena 2.3.3. atalean lorturiko AH soka infinitu eta zuzenaren inguruko metrikaren adierazpenarekin konparatuz gero angelu-defizitaren adierazpena lor daiteke:  $\Delta = 2\pi|n|\alpha^2$ . (3.85) adierazpenetik muintetik urruti energia-dentsitateak duen forma lor daiteke:

$$\mathcal{E}(r) \approx \frac{M_p^2(1 - |n|\alpha^2)}{2(|n| - |m|)r^2 \log^3 r} + \dots \quad (3.86)$$

#### s-sokak (axioi sokak)

Beste behin ere soluzio familia honek energia endekatua dauka,

$$E = \pm \int d\varphi A_\varphi|_{r=\infty} = 2\pi|m|, \quad (3.87)$$

eta ondorioz modu-nulua presente dago eredia grabitateari mihiztatu ondoren ere. Eremuen infinituko joera, (3.44), (3.80) adierazpenean ordezkatuz angelu-defizita lor daiteke,

$$\Delta = 2\pi|m|\alpha^2. \quad (3.88)$$

Kasu honetan ere  $\alpha$ -ren balioa nahiko handia denenean soka supermasadunak lor genitzake.

Mota honetako soketan takioi eremuaren,  $f$ , eta dilatoi eremuaren,  $h$ , rolak trukatuta daude. Hau da, dilatoi eremuak sortzen du soka eta takioi eremuak sokaren lodiera adierazten du. Sokaren muintetik gertu profil funtzioen forma hurbildua (3.83) adierazpenak ematen du berriz ere, baina kasu honetan  $|m| > |n|$  da.  $f(0)$ -ren balioa da sokaren lodiera ezartzen duen parametro askea.  $r \rightarrow \infty$  limitetako profil funtzioen joera ondorengo adierazpenek ematen dute,

$$f(r) \approx \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{|n|-|m|}{1-|m|\alpha^2}} + \dots, \quad h(r) \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{2(|n|-|m|)}{1-|m|\alpha^2}} + \dots, \quad v(r) \approx |m| - \frac{|n| - |m|}{\alpha^2} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{2(|n|-|m|)}{1-|m|\alpha^2}} \quad (3.89)$$

Emaitza hau [33] lanean Minkowskiren hondoarentzako lortutako emaitzaren desberdina da berretzailean agertzen den  $(1 - |m|\alpha)$  faktorea dela eta. Faktore honetatik angelu-defizitaren balio lor daiteke,  $\Delta = 2\pi|m|\alpha^2$ . Takioi soketan bezala faktore hau sokaren muintetik urruti espazio-denboraren metrikak hartzen duen formaren ondorio da:

$$ds^2 \approx -dt^2 + dr^2 + (1 - |m|\alpha^2)^2 r^2 d\varphi^2 + dz^2. \quad (3.90)$$

### 3. Kapituluak: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihizadura

(3.89) adierazpena erabiliz energia-dentsitatearen adierazpen asintotikoa lor daiteke sokaren muietik urruti:

$$\mathcal{E}(r) = \frac{2M_p^2(|n| - |m|)^2}{(1 - |m|\alpha^2)^2 r^2} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{2(|n|-|m|)}{1-|m|\alpha^2}} + \dots \quad (3.91)$$

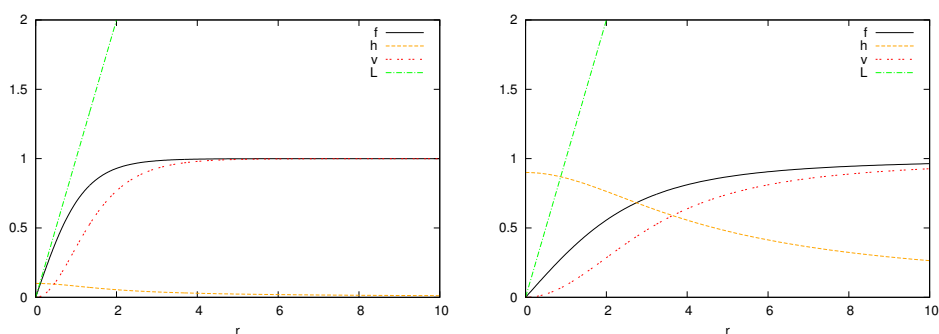
Soka hauen energia-dentsitatea kasu erdilokaren eta takionikoaren antzekoa da. Hau da energia kontzentrazioa ageri da sokaren muietik gertu, baina kasu honetan energia dentsitate hau beste kausetan baino muietik gertuago ageri da. Efektu honen eragilea axio-dilatoei eremuaren termino zinetikoa da  $Re(S)^{-2}$ , zeinek  $s$ -sokaren erdian  $Re(S)$ -ren dibergentzia sortzen duen.

## 3.3 Zenbakizko emaitzak

Aurreko atalean ikusi dugun moduan, lan honetan aztertzen ari garen kasu guztietan mihizaturiko lau ekuazio diferentzialen sistema daukagu. Ekuazio hauek zenbakizko metodoak erabiliz askatzeko orduan *colsys* [19] izeneko kodigoa erabili dugu. Kodigo hau Fortran lengoaiari idatzia dago eta Uri M. Ascherek, J. Christiansenek eta Robert D. Russellek garatu zuten. Kode honen mugalde-baldintzadun ekuazio-diferentzial arruntaren sistemen soluzioak lortzen ditu. Kodeak sareko puntuetan soluzio hurbilduak ematen ditu erabiltzaileak zehaztutako tolerantzia lortu arte.

*Colsys* kode honetan erabiltzaileak aukeratu dezake sarearen egitura. Gure kasuan 400 puntu dituen sarea erabili dugu, non sareko puntuen arteko distantzia berdina den. Beharrezkoa den informazioaren arabera integrazioaren irismena ere aukeratu daiteke. Lortu ditugun soluzioak lortzeko eremuak beraien oinarritzko egoerara iritsi diren edo iristear dauden arte integratu dugu. Integrazioaren irismen hau aztertzen ari garen ereduaren eta modu-nuluarekin erlazionaturiko parametro askearen arabera aldatu daiteke, hau da, soluzio desberdinak lortzeko garaian irismen egokia aukeratu behar dugu.

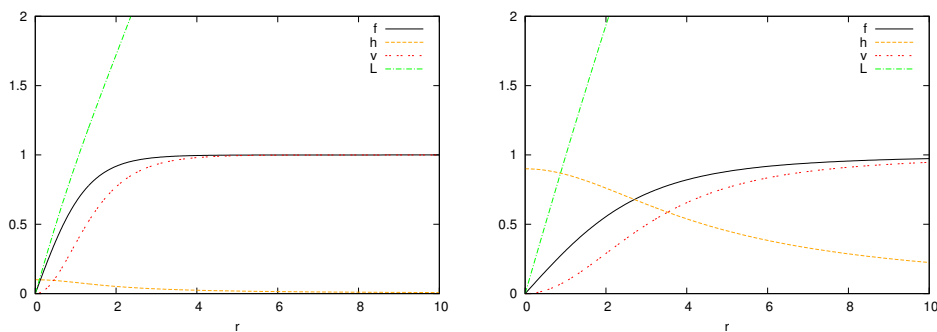
### 3.3.1 Soka erdilokalak



**3.4. Irudia:** Grabitatearekiko mihizadurarik gabeko  $n = 1$  kasuko soka erdilokal baten profil funtzioak. Irudi hauetan parametro askearen bi balio erabili ditugu:  $h(0) = 0.1$  (ezkerrean) eta  $h(0) = 0.9$  (eskuinean).

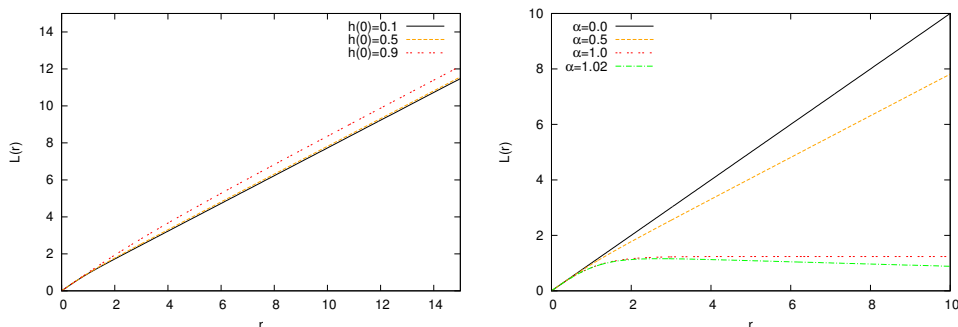
Eredu honen  $n = 1$  kiribiltze zenbakia duten bi soluzio tipiko ikus daitezke 3.4. irudian, non  $\alpha = 0$  den. Kasu honetan metrikaren funtzioak  $L \equiv r$  forma hartzen du eta espazio-denbora laueko emaitzak berreskuratzen ditugu (ikus 3.1. irudia). Irudi hauek sokaren erdigunean  $h$  kondentsatuaren balioa, soluzio-familia endekatuaren parametro askea, aldatzeak sortzen duen eragina adierazten dute.  $h(r = 0)$ -ren balio handiagoetako eremuen balio asintotikoa sokaren erdigunetik urrutiago lortzen da sokaren muinaren zabalera handiagotuz.

### 3.3 Zenbakizko emaitzak



**3.5. Irudia:** ( $\alpha = 0.5$ ) balioarentzako  $n = 1$  kasuko soka erdilokalen profil funtzioak. Irudi hauetan parametro askearen bi balio erabili ditugu:  $h(0) = 0.1$  (ezkerrean) and  $h(0) = 0.9$  (eskuinean).

Eredua grabitateari mihiztatu ondoren lorturiko profilen forma ikus daiteke 3.5. irudian. Diagrama horietan ikus daitekeenez  $L$  funtzioak kondentsatuaren balioaren menpekotasuna dauka. Menpekotasun hau 3.6. irudiaren ezker aldean ikus daiteke argiago, non  $L$  funtzioaren joera ikus daitekeen  $\alpha$ -ren balio konstante baterako eta kondentsatuaren balioa aldatuz. 3.6. irudiaren eskuin aldean berriz  $L$  funtzioaren joera erakusten dugu kondentsatuaren balio finko baterako  $\alpha$ -ren balioa aldatuz. Kontuan izan angelu-defizita (3.69)  $\alpha$ -rekin batera handitzen dela eta  $\alpha$  zero egiten denean espazio-denbora laua lortzen dugula, non  $L(r) = r$ .

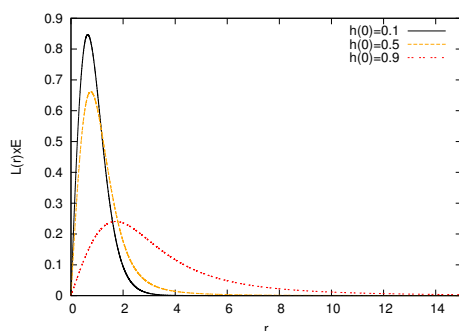


**3.6. Irudia:**  $L(r)$  metrika funtzioarentzako konfigurazio desberdinak. Ezkerrean,  $\alpha = 0.5$  da eta  $h(0)$  balioa aldatu dugu; eskuinean berriz  $h(0) = 0.5$  da eta  $\alpha$ -ren balioa aldatu dugu.

Fenomeno hau energia dentsitatea aztertuz uler daiteke. 3.7. irudian energia-dentsitatea marraztu dugu kondentsatuaren balio desberdinetarako. Nahiz eta energia totala (kurben azpiko azalera) berdina izan, energia-dentsitatea desberdina da. Kasu bakoitzak modu desberdinean eragiten dio metrikaren funtzioari. Hau da, kondentsatuaren balioa handitu ahala sokaren zabalera handitzen denez energia dentsitatea zabaldu egiten da eta  $L$  metrika funtzioak sokatik urrutia-go lortzen du bere balio asintotikoa. Kasu hauetan angelu-defizitaren balioa berdina denez  $L$  funtzioaren malda  $r \rightarrow \infty$  limitean berdina izan behar da.

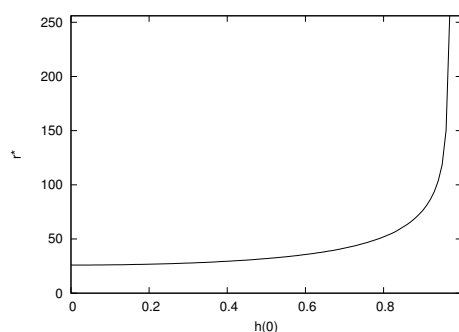
Soka supermasadunak kontsideratzen ditugunean efektu adierazgarri bat gertatzen da. Kasu honetan sokak pisu nahiko dauka  $L$  funtzioa biratu eta  $r^*$ -ren balio finitu batean funtzio hau zero egiteko (ikus 3.6. irudian  $\alpha = 1.02$  kasua). Hau da, angelu-defizita  $\Delta > 2\pi$  egiten da. Kondentsatuaren balioak zehazten du noiz egiten den  $L(r)$  funtzioa berriz ere zero. Hau da, unibertsoaren "tamaina" zehazten du. Beste behin ere energia totala ez da aldatzen: energia-dentsitatearen kurbaren integrala  $r = 0$ -tik  $L(r^*) = 0$  egiten den  $r^*$  punturaino  $h(r = 0)$ -ren balioaren independentea da. 3.8. irudian  $r^*$ -ren balioak erakusten ditugu  $\alpha$ -ren balio finko

### 3. Kapituluak: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihizadura



**3.7. Irudia:**  $h(0)$  balio askearen balio desberdinetarako energia-dentsitatea, non  $\alpha = 0.5$  den.

baterako eta kondentsatuaren balioa,  $h(r = 0)$ , aldatuz. Kondentsatuaren balio handitu ahala sokaren muina (non espazio-denbora gutxi gorabehera Minkowski den) zabalagoa egiten da.  $h(r = 0) \rightarrow 1$  limitean espazio-denbora Mikowski bilakatzen da toki guztietan eta  $r^*$ -ren balio infinitura doa.



**3.8. Irudia:**  $L = 0$  egiten den puntuaren,  $r^*$ , balioak ( $\alpha = 1.02$ ) balioarentzako, non  $h(0)$  balioa aldatzen dugun.

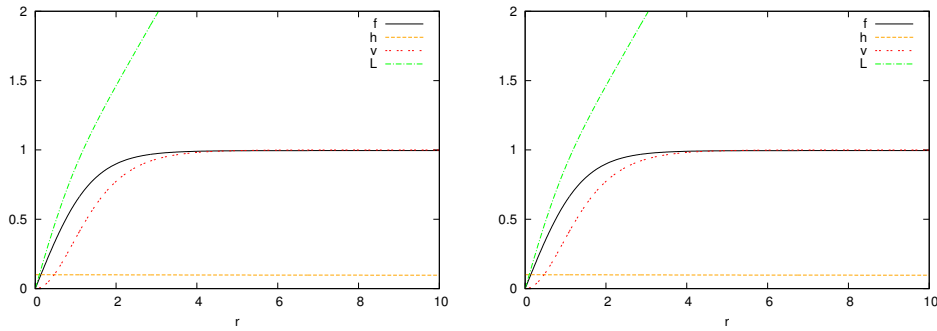
#### 3.3.2 $\phi$ -sokak (takioi sokak)

Aurreko atalean ikusi dugun bezala takioi sokan soluzioek soka erdilokalekin konparatuz hainbat ezaugarri berdin dituzte. Hala eta guztiz ere, (3.75) ekuazioan  $h^3$  faktore bat agertzen da (3.60) ekuazioko  $h$  faktorearen tokian. Termino honen eraginez  $h$  funtzioa logaritmikoko doa zerora, 3.9. irudian ikus daitezkeen bezala. Irudi honetan takioi sokentzako profil funtzioak ikus daitezke modu-nuluarekin lorturiko parametro askearen,  $h(r = 0)$ , bi balio desberdinetarako.

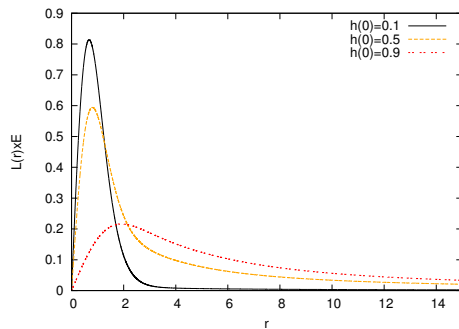
Ekuazioetako  $h^3$  faktoreak eragindako ondorioak ez dira profil funtzioetan bakarrik ikusten, faktore honek energia-dentsitatearen infinituko joeran ere eragiten du. 3.10. irudian ikus daitezkeen moduan energia-dentsitatea sokaren muintetik urrutiago egiten da zero, AH kasuarekin konparatuz gero. Joera desberdin honek ez du sokaren energia totalean eragiten. 3.10 irudian ikus daitezkeen  $h(r = 0)$ -ren balio ezberdineko hiru kasuek energia total berdina daukate.

Energia totala eta ondorioz angelu-defizita  $h(r = 0)$  balioaren independenteak direnez  $L$  funtzioaren malda  $r \rightarrow \infty$  kasuan ere  $h(r = 0)$ -ren independentea da. Ikusi dugun moduan takioi sokan kasurako energia dentsitatea hedatuago dago eta kondentsatuaren presentziak oraindik gehiago hedatzen du. Joera honen eraginez  $L$  metrika funtzioa aldatu egiten da sokaren muintetik gertu eta balio asintotikoa sokatik urrutiago lortzen du (ikus 3.11. irudia).

### 3.3 Zenbakizko emaitzak



**3.9. Irudia:** ( $\alpha = 0.5$ ) balioarentzako takioi soken profil funtzioak. Irudi hauetan parametro askearen bi balio erabili ditugu:  $h(0) = 0.1$  (ezkerrean) eta  $h(0) = 0.9$  (eskuinean).



**3.10. Irudia:**  $h(0)$  parametro askearen balio desberdinetarako energia dentsitatea, non  $\alpha = 0.5$  den.

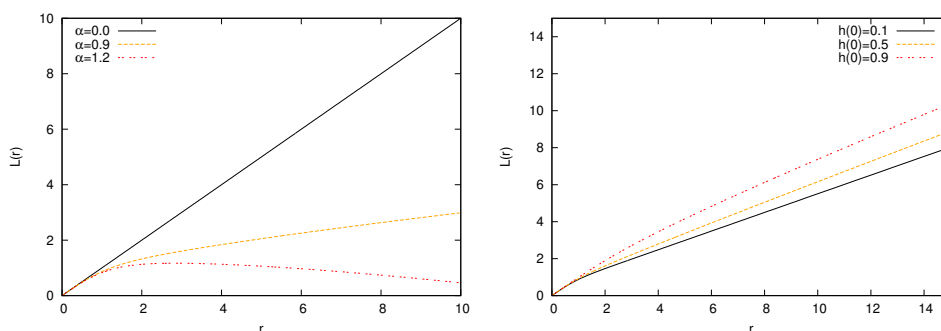
Beste behin ere  $\alpha$  handituz angelu-defizita handitzen da eta soka supermasadunen kasuan metrikaren funtzioa zero egiten da sokaren muietik urruti, espazio-denbora itxiz. 3.12. irudian  $L$  metrika funtzioa bigarren aldiz zero egiten den puntuaren balioa,  $r^*$ , marraztu dugu  $\alpha$  konstante mantenduz eta kondentsatuaren balio desberdinetarako.

#### 3.3.3 $s$ -sokak (axioi sokak)

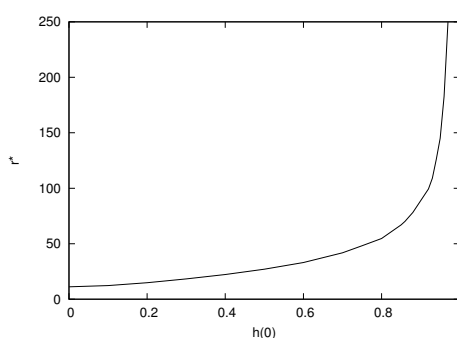
Axioi soken profil funtzioak aztertzeko orduan kontuan hartu behar dugu takioi eremuaren,  $f$ , eta dilatoi eremuaren,  $h$ , rola trukakuta daudela. Kasu honetan dilatoi eremuak,  $h$ , sortzen du soka. Aurreko atalean esan dugun bezala (3.75) ekuazioetan agertzen den  $h^3$  faktorearen eraginez sortzen dira eredu honen eta eredu erdilokalaren arteko ezberdintasunak. Axioi soken kasuan faktore honek eragindako desberdintasuna muietik gertu  $h$  funtzioak duen joeratik (ikus 3.13. irudia) arrazoitu daiteke.

Argi ikus daiteke baita ere takioi eremuaren eta dilatoi eremuaren arteko rol aldaketak takioi soken profil funtzioen (ikus 3.9. irudia), eta axioi soken profil funtzioen (ikus 3.13. irudia), artean desberdintasunak sortzen dituela. Hala eta guztiz ere, bi kasuetan lorturiko soluzioen ezaugarri orokorrak ia berdinak dira. Ereku konfigurazio hauen energia totala ez da kondentsatuaren balioaren menpekoa eta ondorioz modu-nuluak biziraun egiten du. Ondorioz,  $L$  metrika-funtzioaren malda ez da  $r \rightarrow \infty$  limiten aldatzen, baina muietik gertu aldatu daiteke. Espazio-denbora itxia daukaten soka supermasadunen soluzioak ere lor daitezke kasu honetan eta 3.14. irudian  $r^*$ -ren balioak marraztu ditugu kondentsatuaren balio desberdinetarako.

### 3. Kapituluak: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihizadura



**3.11. Irudia:**  $L$  funtzioaren adierazpen desberdinak: Ezkerrean,  $h(0) = 0.5$  da eta  $\alpha$ -ren balioa aldatu dugu: eskuinean berriz  $\alpha = 0.5$  da eta  $h(0)$  balioa aldatu dugu.



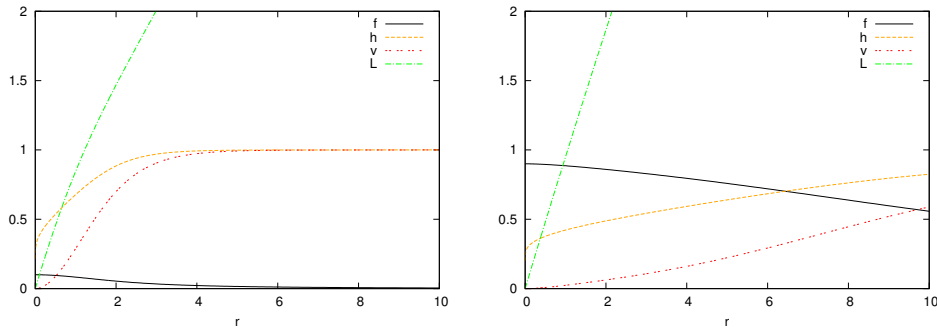
**3.12. Irudia:**  $L = 0$  egiten den puntuaren,  $r^*$ , balioak ( $\alpha = 1.1$ ) balioarentzako, non  $h(0)$  balioa aldatzen dugun.

## 3.4 Ondorioak

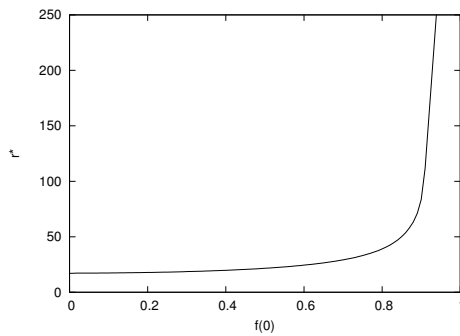
Kapitulu honetan norabide lauak dituzten soka kosmikoen eremu-teorien ereduak aztertu ditugu espazio-denbora kurbatuetan. Hain zuzen ere, soka erdilokalak, axioi sokak eta takioi sokak dituzten ereduaren grabitatearekiko mihizadurak sortzen dituen ondorioak aztertu ditugu. Eredu hauek norabide lauak dituzte espazio-denbora lauan. Lan honetan simetria zilindrikoa duen soka estatiko bakarraren azterketan zentratu gara, non soka honek simetria ardatzaren norabideko translazioen aldaezintasuna daukan. Nahiz eta aztertu ditugun ereduak izaera oso desberdinak izan, lortu ditugun soluzio batzuk oso antzekoak dira. Aztertutako hiru kasuetan, modu-nuluak grabitatearekiko mihizadura bizirauten duela frogatu dugu. Espazio-denboraren metrikari arreta berezia jarri Bogomol'nyiren ekuazioen zenbakizko soluzioak lortu ditugu hiru kasuetarako eta parametroa askearen balioan eta sokaren energia metrikak duen menpekotasuna ezaugarritu dugu bereziki.

Soka kosmikoen soluzioak Bogomol'nyiren tankerako argudioak erabiliz lortu ditugu. Hau da, teoria grabitatorio batean zilindrikoki simetrikoa den eremu-konfigurazio estatiko baten energia funtzional egokia minimizatuz. Eremu-konfigurazioek lehen ordenako ekuazio-diferentzialen sistema betetzen dutenean Bogomol'nyiren muga asetzen dute, Minkowkiren espazioan gertatzen den bezala. Baldintza hauek betetzen direnean energia-momentuaren tentsoreak forma oso sinplea hartzen du eta Einsteinen ekuazioen lehen integrala lor daiteke. Soluzio hau, teoria supergrabitatorioen kasuan ere oso interesgarria da, non lehen integral hori grabitazioaren ekuazioa bezala ezagutzen den. Teoria supergrabitatorioetan lehen integral hau soka kosmikoen konfigurazioak

### 3.4 Ondorioak



**3.13. Irudia:** ( $\alpha = 0.5$ ) balioarentzako axioi soken profil funtzioak. Irudi hauetan parametro askearen bi balio erabili ditugu:  $h(0) = 0.1$  (ezkerrean) eta  $h(0) = 0.9$  (eskuinean).



**3.14. Irudia:**  $L = 0$  egiten den puntuaren,  $r^*$ , balioak ( $\alpha = 1.1$ ) balioarentzako, non  $f(0)$  balioa aldatzen dugun.

supersimetrien frakzio bat gordetzen duenean existitzen da. Hala eta guztiz ere, lehen integral hau lortzeko garaian ez dugu supersimetriari erreferentziarik egin eta ondorioz Bogomol'nyiren muga asetzen duten soka kosmikoen soluzioek grabitino motako ekuazioa betetzen dituzte, sokeak hausten dituzten supersimetrien kopurua edozein dela ere.

Ikusi dugun bezala modu-nuluarekin erlazionaturiko parametro askeak eremuek oinarrizko egoerako itxarondako balioa lortzen duten puntua aldatzen du. Hau da, parametro askearen balioa  $r = 0$  puntuan handitzen den heinean eremuek urrutiago lortzen dute beraien oinarrizko egoerako itxarondako balioa, sokaren lodiera handiagotuz. Energia dentsitateak ere parametro askearen balioaren menpekotasuna dauka eta energia-dentsitatea hedatuago dago soka lodiagoentzat. Hala eta guztiz ere, parametro askeak ez du energia totala aldatzen eta ondorioz ezta angelu-defizita ere.

Grabitateak energia-dentsitatearen menpekotasuna duenez, eta ez soilik energia totalarena, energia banaketak  $L$  metrika funtzioa aldatzen du. Aldaketa hau sokaren muinetik gertu gertatzen da, izan ere  $L$  metrika funtzioak infinituan duen malda angelu-defizitarekin erlazionaturik baitago eta hau ez baita aldatzen. Hau da,  $L$  metrika funtzioak sokaren erdigunetik urrutiago lortuko du bere balio asintotikoa soka lodiagoa denenean baina funtzio honen maldaren balio  $r \rightarrow \infty$  limitean beti izango da berdina. Modu-nuluarekin erlazionaturiko parametroaren balio desberdinek metrikaren ezaugarri lokalak aldatzen dituzte nahiz eta ezaugarri globalak aldatu ez.

Modu-nuluarekin erlazionaturiko parametroak eragiten duen aldaketa oso adierazgarria da sokak oso astunak direnean eta angelu-defizita  $2\pi$  baino handiagoa egiten denean. Kasu hauetan  $L$  metrika funtzioa biratu eta zero egiten da koordinatu erradialaren balio finitu batean, soka-



3. *Kapitulua: Norabide lauak dituzten soka kosmiko ereduaren grabitatearekiko mihizadura*

rekiko zeharkakoak diren norabide espazialak itxiz. Modu-nuluarekin erlazionaturiko parametro askearen balioak  $L$  funtzioaren itxura aldatzen duenez, balio honek espazio-denboraren dimentsio konpaktuen tamaina zehazten du.

### 3.4 Ondorioak

# 4

## Monopolo globalen abiaduren neurketa

---

### 4.1 Sarrera

2.3.4. atalean defektu topologikoen sareak aztertzeke bi era desberdin deskribatu ditugu. Alde batetik, eremu-teorien zenbakizko simulazioak, hauek sistemaren higidura-ekuazio diskretizatuak askatzen dituzte hurbilketa maila desberdinekin. Bestetik, VOS motako eredu analitikoak, hauek sistema deskribatzeko kantitate makroskopikoen eboluzio-ekuazioak erabiltzen dituzte, non eboluzio-ekuazio hauek termino fenomenologikoak dituzten. Kapitulu honetan ikusiko dugun moduan prozedura hauek osagarriak dira: monopolo globalen sareen azterketa egiteko gaur egun arte egin diren eremu-teorien simulazio handienak eta zehatzenak burutu ditugu eta simulazio hauetatik lorturiko emaitzez baliatuz VOS eruedetan agertzen diren parametroak zehaztu ditugu.

2.4.1. atalean berriz, [97] lanean aurkeztu zen monopolo globalentzako VOS erueda azaldu dugu. Eredu honen azterketa zehatzak soluzioen bi adar desberdin daudela erakusten du. Adarretako bat monopoloen abiadura luminalekin (argiaren abiadura mugitzen dira) loturik dago eta bestea berriz abiadura subluminalekin (argiaren abiadura baino motelago mugitzen dira). Ondorioz monopolo globalen sareen azterketan adar egokia erabili nahi bada defektu hauen abiadura zehaztu behar da. Monopolo globalen abiadura simulazio numerikoak erabiliz neurtu behar da. Monopolo globalen abiadura kalkulatzeko lehen saiakera Yamaguchik [139] egin zuen eta  $v_r = 1.0 \pm 0.3$  erradiazioak menderatutako arorako eta  $v_m = 0.8 \pm 0.3$  materiak menderatutako arorako balioak lortu zituen. Argi ikus daiteke erabilitako metodoak errore handiak zituela, hain handiak non adar luminal eta subluminalak ezin zirela bereizi. Agerian geratzen da, monopolo globalen abiaduren neurketa zehatzagoa beharrezkoa dela.

Monopoloen abiadurak neurtzeko asmoz metodo berri bat proposatu dugu. Metodo honek simulazio kutxan aurkitzen diren monopolo bakoitzaren abiadura kalkulatu du aldiune bakoitzean. Hau gutxi balitz, Yamaguchik proposatutako metodoa [139] ere erabili dugu eta baita [69] lanean proposatutako metodoaren hedapena ere.

Gainera, eredu analitikoan agertzen diren termino fenomenologikoen simulazio numerikoak erabiliz kalibratu behar diren parametroak dituzte. Simulazioetan lorturiko datuez baliatuko gara monopolo globalen eredu analitikoak kalibratzeko. Oro har, lan honetan monopoloen VOS ereduaren parametroak zehaztasun handiagoz lortuko ditugu eta gainera abiadura zenbatesle bakoitzaren zehaztasunaren neurria emango dugu, simulazioetan erabilitako hurbilketa numerikoen zehaztasunarekin batera.

Monopolo globalen abiadura neurtzeko prozedura azaltzen hasi aurretik komeni da aipatzea simulazio hauek ez direla interesgarriak monopolo globalen sareen ikuspuntutik bakarrik. Egia esan, 2.4.2. atalean ikusi dugun moduan monopolo globalak soka erdiloakalen eredu [4, 66, 129] ere agertzen dira. Soka hauek ez dira guztiz topologikoak eta bukaerak izan ditzakete. Bukaera hauen

## 4.2 Monopolo globalen zenbakizko simulazioak

inguruko eremu-konfigurazioa monopolo globalekin identifikatu daiteke. Ondorioz, lan honetan aurkeztuko dugun abiadurak neurtzeko metodo berria soka erdilokalen ezaugarritzean ere erabil daiteke, 5. kapituluaren ikusiko dugun moduan.

Kapitulu hau ondorengo eran dago antolatuta: 4.2. atalean burutu ditugun eremu-teorien simulazioak aurkeztuko ditugu. Ondoren, 4.3. atalean hiru abiadura zenbatesle desberdinak aurkeztuko ditugu, gure zenbatesle berria barne delarik. Metodo hauek erabiliz lorturiko emaitzak 4.4. atalean aurkeztuko ditugu eta 4.5. atalean lortu berri ditugun emaitzak erabiliko ditugu monopolo globalen eredu analitikoak kalibratzeko. Azkenik, 4.6. atalean lan honetatik eratorritako ondorioak aurkeztuko ditugu.

## 4.2 Monopolo globalen zenbakizko simulazioak

### 4.2.1 Simulazioak eta eskalatzea

Kapitulu honetan aztertuko ditugun defektuak monopolo globalak dira. Hauek  $O(3)$  eredu globalean sortzen dira,  $O(3)$  simetria berezko simetria-hausturaren bidez  $O(2)$ -ra hausten denenean. 2.4.1. atalean eredu honen propietateak zehaztasunez aztertu ditugu eta eredu hau ondorengo Lagrangearraren, (2.67), bidez deskribatu daitekeela ikusi dugu,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi^i \partial^\mu \Phi^i - \frac{1}{4} \lambda (|\Phi|^2 - \eta^2)^2, \quad (4.1)$$

non  $|\Phi| \equiv \sqrt{\Phi^i \Phi^i}$  eta  $\lambda$  eta  $\eta$  parametro konstante errealak diren. Monopoloen kasuan  $i = 1, 2, 3$  da eta  $\Phi^i$  eremu errealak dira. Gure helburua zabaltzen ari den unibertsoan monopolo globalen sarearen dinamika aztertzea denez, AH kasuan egin bezala Friedmann-Robertson-Walker espazio-denbora laua kontsideratuko dugu koordenatu kohigikorretan:

$$ds^2 = a(\tau)^2 \left( -d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \right), \quad (4.2)$$

non  $a(\tau)$  eskala faktore kosmikoa den eta  $\tau$  denbora konformea. (4.1) Lagrangearra erabiliz monopolo globalentzako higidura-ekuazioak lor daitezke,

$$\ddot{\phi}^i + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}^i - \nabla^2 \phi^i = -a^2 \lambda (\phi^2 - \eta^2) \phi^i, \quad (4.3)$$

non puntutxoek denbora konformearekiko,  $\tau$ , deribatua adierazten duten.

Ereduaren portaera gidatzen duten parametroen kopurua murriztea komenigarria da,

$$\begin{aligned} \Phi^i &\rightarrow \tilde{\Phi}^i = \frac{\Phi^i}{\eta}, \\ x^\mu &\rightarrow \tilde{x}^\mu = \sqrt{\lambda_0 \eta^2} x^\mu. \end{aligned} \quad (4.4)$$

(4.6) adierazpena (4.3)-n ordeztuz ondorengoa lor daiteke:

$$\ddot{\phi}^i + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}^i - \nabla^2 \phi^i = -a^2 (\phi^2 - 1) \phi^i. \quad (4.5)$$

Ikus daitekeenez monopoloaren tamaina,  $\delta \approx (\sqrt{\lambda} \eta)^{-1}$ , luzera eskala fisiko finkoa da eta oso azkar txikitzen da koordenatu kohigikorretan. Ondorioz, sare esanguratsua lortu nahi bada simulazioen eboluzioa kontrolatzen duten parametroak arreta handiz finkatu behar dira. Bestela

#### 4. Kapituluua: Monopolo globalen abiaduren neurketa

$s$	Kosmologia	$\tau_{\text{dif}}$	$\tau_{\text{ini}}$	$\tau_{\text{end}}$	$\tau_s$
0	Mat&Erra	12.5	150	510	5 $\tau < 200$ denean, bestela 10
1	Erra	25	210	510	10
1	Mat	25	250	510	10

**4.1. Taula:** Testuan azaldu bezala simulazio bakoitzarentzako denbora parametroen deskribapena.

monopoloaren tamaina oso txikia izan daiteke simulazioek monopoloak bereizi ahal izateko edota oso handia, non monopoloen muinak gainezartzen diren. 2. kapituluuan ikusi dugun moduan kontu hau oso ezaguna da sare-simulazioetan eta Press-Ryden-Spergel algoritmoa [115] erabiliz gainditu daiteke zailtasun hau. Algoritmo honek elkarrekintza konstanteak denboraren mendeko bilakatzea proposatzen du:

$$\lambda = \lambda_0 a^{-2(1-s)}. \quad (4.6)$$

Eredu honen zenbakizko simulazioak burutzeko 2.3.4. atalean azaldutako prozedura erabili dugu. Sistema, gure kasuan  $2048^3$  puntuko sarea, erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetan simulatu dugu  $s$  parametroaren bi balio desberdinetarako:  $s = 0$  eta  $s = 1$ . Kasu bakoitzerako bost simulazio burutu ditugu. Simulazio hauetako bakoitzean dagoen monopolo kantitate handia kontuan hartuz, bost simulaziok estatistika egokia ematen digute. Eskura dugun konputazio indarra dela medio  $\Delta x = 0.5$  eta  $\Delta t = 0.25$  aukeratu dugu, non  $\Delta x$  eta  $\Delta t$  [ $\eta^{-1}$ ] unitateetan neurtutako sare eta denbora-tarteak diren hurrenez hurren.

Ikusi dugunez Vachaspati-Vilenkin [130] motako hasierako baldintzak dira gure sistemaren eskalatzea ahalik eta bizkorren ahalbidetzen dituztenak. Hasierako baldintza hauetan eremu eskalarren abiadurak zero dira eta eremu eskalarrak oinarrizko egoeran daude, baina ausaz aukeraturiko orientazioekin. Hasierako eremuen konfigurazioa eskalatzen ari den monopolo sarera lasaitu behar da eta gure kasuan eboluzioan difusio aro bat ezarriz lortzen dugu. Difusio aroa higadura-ekuazioetatik bigarren mailako deribatua kenduz lor daiteke.

Simulazioaren izaeraren arabera (garai kosmologikoa eta  $s$ -ren balio desberdinak) sistemak difusio aldi,  $\tau_{\text{dif}}$ , desberdinak pairatu behar ditu sistemaren eskalatzea lortzen laguntzeko. Difusioaldiaren ondoren higadura-ekuazioak askatzen dira. Kasu bakoitzean, eskalatzea simulazioaren momentu desberdinetan lortzen da eta hau kontuan hartuz datuak gordetzen  $\tau_{\text{ini}}$  aldiunean hasten gara eta  $\tau_{\text{end}}$  aldiunean bukatzen dugu. Sistema denbora-tarte bakoitzean aztertzea konputazio-nalki oso garestia da, baina datuak maiztasun egokiarekin atera behar dira emaitza esanguratsuak lortu ahal izateko. Egoera bi hauen arteko oreka sistema  $\tau_s$  denbora-unitatero aztertuz lortzen da. Parametroen balioak eta simulazio bakoitzeko xehetasunak 4.1 taulan aurki daitezke.

Emaitza esanguratsuak lortzen hasi aurretik oso garrantzitsua da sistema eskalatzen dagoela frogatzea. Proba hau sarearen luzera karakteristikoa denborarekin linealki handitzen dela ikusiz egin daiteke. Egia esan, lan honetan bi luzera karakteristikoko desberdin erabiltzen ditugu:

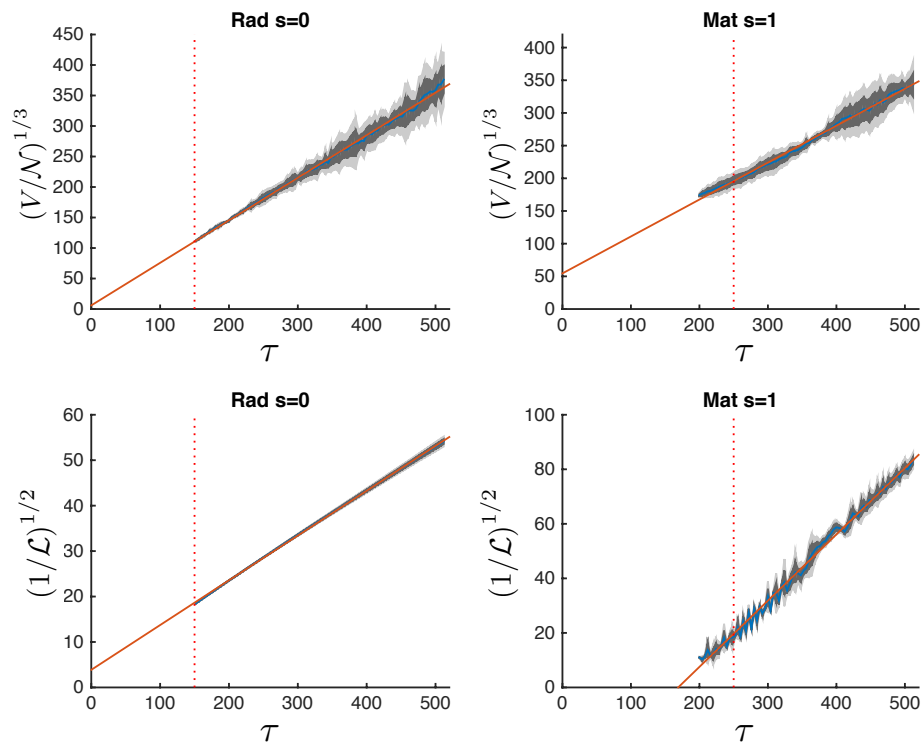
Alde batetik, "velocity-one-scale"erako (VOS) luzera-eskala definitu dezakegu [98, 99]

$$\left(\frac{V}{\mathcal{N}}\right)^{1/3} = \gamma_m \tau, \quad (4.7)$$

non  $V$  simulazio kutxaren bolumena den,  $\mathcal{N}$  monopolo kantitatea<sup>1</sup> simulazio kutxan eta  $\gamma_m$  proportzionaltasun konstantea. 4.1. irudian ikus daitekeenez, hasierako denbora tarte baten ondoren simulazioak  $(V/\mathcal{N})^{1/3}$  kantitatea gutxi gorabehera  $\tau$ -rekiko lineala den aroa lortzen du.

<sup>1</sup>Monopolo eta antimonopoloen monopolo deituko diegu. Hala eta guztiz ere, bien arteko bereizketa esanguratsua denean monopolo eta antimonopoloak bereiztera bueltatuko gara.

## 4.2 Monopolo globalen zenbakizko simulazioak



**4.1. Irudia:** Monopolo kopurua ( $\mathcal{N}$ ) eta Lagrangeardentsitatea ( $\mathcal{L}$ ) erabiliz lorturiko eskalazte joerak. Irudi honetan muturreko bi kasu marraztu dira:  $s = 0$  duen erradiazioaren mendeko aroko kasua, non sistemak eskalazte aldi luze eta laua erakusten duen; eta  $s = 1$  duen materiaren mendeko aroko kasua, non eskalazte aldia laburragoa den eta ez oso laua.

#### 4. Kapituluua: Monopolo globalen abiaduren neurketa

s	$\gamma_m$		$\gamma_{\mathcal{L}}$	
	Erradiazioa	Materia	Erradiazioa	Materia
0	$0.72 \pm 0.06$	$0.65 \pm 0.04$	$0.1 \pm 0.05$	$0.20 \pm 0.05$
1	$0.76 \pm 0.03$	$0.58 \pm 0.03$	$0.1 \pm 0.05$	$0.25 \pm 0.05$

**4.2. Taula:**  $\gamma_m$ -ren eta  $\gamma_{\mathcal{L}}$ -ren balioak erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetarako. Kontuan izan  $s$  desberdina erabiliz aro bakoitzerako lorturiko datuak bateragarriak direla.

Bestalde, sarearen luzera karakteristikoaren eskala Lagrangeartetik ere lor daiteke [29],

$$\left(\frac{\eta^2}{-\mathcal{L}}\right)^{1/2} = \gamma_{\mathcal{L}}\tau, \quad (4.8)$$

non  $\gamma_{\mathcal{L}}$  beste proportzionaltasun konstante bat den. 4.1. irudian ikus daitekeen bezala  $(\eta^2/-\mathcal{L})^{1/2}$  kantitatea ere gutxi gorabehera  $\tau$ -rekiko lineala da. Proportzionaltasun konstante bakoitzak simulazioko kantitate desberdin bati egiten dio erreferentzia:  $\gamma_m$  sareko monopolo kopuruarekin dago lotua eta  $\gamma_{\mathcal{L}}$  berriz monopoloen arteko distantzia tipikoarekin. Simulazio mota bakoitzarentzako lorturiko  $\gamma_m$  eta  $\gamma_{\mathcal{L}}$ -ren balioak 4.2. taulan ikus daitezke.

Simulatu ditugun kasu eta aro guztiek eskalatu egiten dute.  $s = 0$  duten kasuak heltzen dira bizkorren eskalatzera eta ondorioz helmen dinamiko handiena daukate.  $s = 1$  den kasuan erradiazioaren mendeko aroko simulazioak materiaren mendeko aroko simulazioak baino lehen heltzen dira eskalatzera.  $s = 1$  duten materiaren mendeko garaiko simulazioek egitura askoz gehiago erakusten dute lagrangearraren bidezko luzera karakteristikoaren neurketan. Hau da, lerro zuzenean zehar tontor txiki batzuk ikus daitezke. 4.1. irudian muturreko bi kasuak marraztu ditugu adibide gisa:  $s = 0$  duen erradiazioaren mendeko garaikoa eta  $s = 1$  duen materiaren mendeko garaikoa. Lehen kasu hori iristen da lehenengo eskalatzera eta lerroa nahiko laua da. Bigarren kasua berriz azkena iristen da eskalatzera eta lerroan zehar koskor ugari ditu. Beste bi kasuen eskalatzeko aldia aipatu dugun lehen kasuaren oso antzekoa da baina  $s = 1$  duen erradiazioaren mendeko garaiko simulazioak pixka bat beranduago heltzen dira eskalatzera.

Kontuan izan  $s = 1$  kasua dela benetako higidura-ekuazioetatik gertuen dagoena baina  $s = 0$  kasuak baino helmen dinamiko txikiagoa dauka. Hau da,  $s = 1$  kasuan datu "errealistagoak" ditugu baina helmen dinamiko txikiagoarekin eta estatistika gutxiagorekin.  $s = 0$  kasuan berriz datuak aldatutako higidura-ekuazioetatik (eta ondorioz modelatze maila altuagoarekin) lortzen ditugu baina helmen dinamikoa handiagoa da eta estatistika gehiago lortzen dugu. Ondorengo ataletan erakutsiko dugun moduan bi ikuspuntuek emaitza bateragarriak ematen dituzte. 4.2. taulan ere ikus daiteke bateragarritasun hau, non  $\gamma_m$  eta  $\gamma_{\mathcal{L}}$ -ren balioak simulazio mota desberdinetarako (aro kosmologiko berdinean) bateragarriak direla ikus daitekeen.

Sistema eskalatzeko hasten denean interesatzen zaizkigun kantitateak neurtzen has gaitezke: monopoloen abiadurak adibidez. Irakurleak ezagutu behar dituen errore sistematiko batzuk daude simulazioetan. Alde batetik, sistemaren dinamika simulatzeko orduan sortzen diren errore numerikoak daude. Hau da, ekuazioen diskretizaziotik datozen erroreak, helmen dinamiko mugatutik eratorritakoak eta Press-Ryden-Spergel algoritmoak sortuak. Bestalde, hurrengo atalean azalduko dugun monopoloen ibilbidea jarraitzeko prozeduratik eratorritako erroreak ere izango ditugu.

## 4.3 Monopoloen abiadura zenbatesleak

Lan honetan interesatzen zaigun magnitudea monopoloen sareko batezbesteko abiadura da. Sareko abiadura lortzeko bi prozedura desberdin proposatu izan dira literaturan. Prozedura hauek laister aztertuko ditugu, baina hori baino lehen lan honetan aurkezten dugun prozedura berria, *Monopoloen Jarraipen* metodoa deituko duguna, azalduko dugu zehaztasunez.

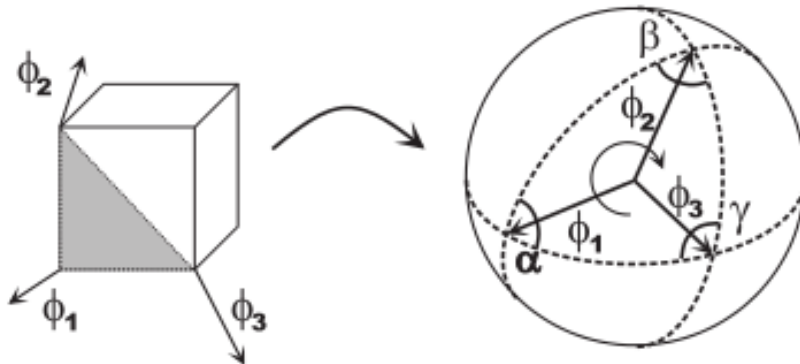
### 4.3.1 Monopoloen jarraipen metodoa

Metodo honetan monopoloek denbora jakin batean ibilitako distantziaren neurketaz baliatuko gara monopoloen abiadura lortzeko. Kalkulu hau egiteko ondorengo informazioa behar dugu: denbora tarte bakoitzean kuboko monopolo bakoitza non dagoen, hurrengo denbora tartean nora mugitu diren, eta azkenik monopolo bakoitzaren pauso guztiak jarraitu behar ditugu.

Kontuan izan kuboaren puntu bakoitzean eremuen balioak eboluzionatzen ari garela eta ez monopolo global puntualak. Ondorioz, denbora tarte bakoitzean monopoloaren posizioa identifikatu behar dugu sarearen barnean; hau da, eremuen balioen informazioa monopoloen posizioetara itzuli behar dugu. Kasu honetan itzulpen hau sareko puntu bakoitzean karga topologikoa kalkulatu burutu dugu. Monopoloen karga topologikoa ondorengo gainazaleko integralak emana dago [137]

$$N = \frac{1}{8\pi} \oint dS^{ij} |\Phi|^{-3} \epsilon_{abc} \Phi^a \partial_i \Phi^b \partial_j \Phi^c. \quad (4.9)$$

Hau da, monopoloen posizioak lortzeko asmoz (4.9) integralak balio ez-nulua duten puntuak aurkitu behar ditugu. Egia esan, ingurune diskretu batean ari garenez ez dugu zuzenean (4.9) formula erabiltzen, bere bertsio diskretua baizik. Monopoloen posizioak sarean identifikatu asmoz soka kosmikoen sareko simulazio gehienetan erabiltzen den eta oso ezaguna den "arau geodesikoa" erabili dugu [130].



**4.2. Irudia:** *Simulazio kubotxo bakoitzean dagoen monopoloaren karga kubotxo horren erpinetako eremu bektoreak esfera unitarioa eramanez lortzen da. Hau da, kubotxoaren aurpegietan dauden triangelu bakoitza triangelu esferikora eramaten da (azalera txikiena duena aukeratuz). Triangelu guztien azalera batuz eta hau  $4\pi$ -rekin zatituz lortzen da kubotxo bakoitzaren barnean dagoen monopoloaren karga. M. Kunz-ek utzitako irudia [18].*

"Azalera txikienaren" hipotesia erabiliz gelaxka unitarioaren inguruko eremu-bektoreen kiribiltzea kalkulatu dugu. Kalkulu hau egiteko gelaxka unitario bakoitzaren aurpegiak triangelatzen ditugu eta ertz bakoitzeko  $O(3)$  eremu bektoreak esfera unitarioa eramaten ditugu. Monopoloen



#### 4. Kapituluak: Monopolo globalen abiaduren neurketa

presentzia eremuen orientazioaren menpekoa denez eta ez duenez eremuen normaren menpekotasunik prozedura hau erabil dezakegu. Kuboaren gainazaleko elementu triangeluar bakoitzak angelu solido bat definitzen du esfera unitarioan, ikus 4.2. irudia, non angelu solidoaren zeinua ertzen norabideak emanda dagoen. Angelu solidoaren balioa,  $\Theta$ , triangelu esferikoaren azalera (hiru bektoreek esfera unitarioan definitua) eta triangeluaren alde geodesikoen arteko angeluak erlazionatzen dituen hurrengo formula erabiliz lor daiteke:

$$|\Theta| = \alpha + \beta + \gamma - \pi. \quad (4.10)$$

Kuboaren gainazaleko 12 triangeluei dagozkien angelu solidoak batuz  $\sum \Theta = 4\pi n$  lortzen dugu, non  $n$  zenbaki osoa gelaxka unitarioaren barnean dagoen monopoloaren karga den.

Metodo hau erabiliz karga topologiko ez-nulua duten sareko posizioak lor ditzakegu, hau da, monopolo (karga topologiko positiboa) zein antimonopoloen (karga topologiko negatiboa) posizioak aurkitu ditzakegu. Lehenago esan dugun bezala monopolo kopurua  $\mathcal{N}$  ondorengo eran emana egongo da

$$\mathcal{N} = m + \bar{m}, \quad (4.11)$$

non  $m$ -k monopolo kopuruari egiten dion erreferentzia eta  $\bar{m}$ -k anti-monopolo kopuruari.

Monopoloen detekzioa simulazioaren garapen denboran zehar egiten da, higidura-ekuazioen eboluzioarekin batera. Printzipioz monopoloak denbora tarte bakoitzean detektatu nahiko genituzke, baina karga topologikoaren kalkuluak gastu konputazional altua dauka eta ondorioz denbora-tarte bakoitzean kalkulatu beharrean  $\tau_s$  denbora-pausu bakoitzean kalkulatu dugu. 4.1. taulan ikus daitezke  $\tau_s$ -ren balioak kasu bakoitzerako. Simulazioaren hasierako aldiunetan  $\tau_s$  finagoa beharrezkoa da, izan ere monopolo dentsitatea handiagoa baita; beranduagoko denboretan berriz denbora tarte zabalagoarekin nahiko da.  $\tau_s$  hauek erabiliz lortzen diren emaitzak ondo daudela ikusteko simulazio batzuetan denbora-tarte bakoitzean kalkulatu dugu karga topologikoa.

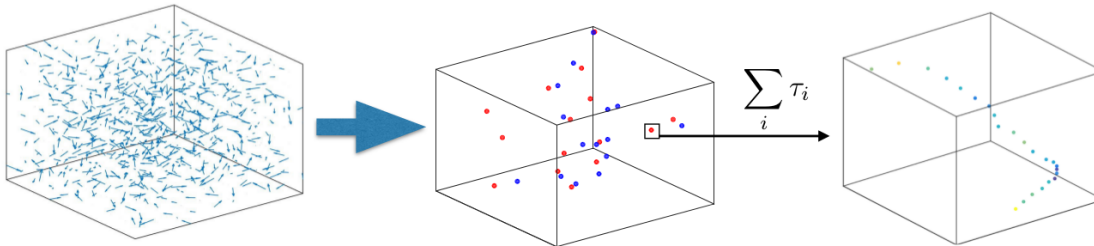
Denbora-pausu bakoitzean monopolo guztiak aurkitu ondoren monopolo bakoitzaren unibertso lerroa berreraikitzen hasiko gara. Lan honetarako monopolo bakoitzak  $\tau_1$  aldiunetik  $\tau_2$  aldiunera nora bidaiatu duen identifikatu behar dugu; hau da,  $\tau_1$  aldiuneko monopolo guztiak  $\tau_2$  aldiunekoe-kin identifikatu behar ditugu. Elkartze prozedura hau  $\tau_1$  aldiuneko monopoloen eta  $\tau_2$  aldiunekoen arteko distantzia kalkulatu egin daiteke, non elkarrengandik gertuen daudenak elkartzen ditugun. Elkartze hau egiteko ondorengo bi kontsiderazioek laguntzen digute: lehenengo, elkartzen ditugun bi monopoloen karga berdina dela ziurtatzen dugu, hau da, monopoloa ez da antimonopolo bilakatzen edota alderantziz. Bigarrenik, distantzia maximoaren kontsiderazioa dugu: ez dugu nahi monopoloek argiaren abiadura baino askoz bizkorrago bidaiatzerik.

Bigarren kontsiderazio honek azalpen piskat merezi du. Kontuan har dezagun ondorengo egoera:  $\tau_1$  aldiunearen ondoren monopolo bat antimonopolo batekin deuseztatu da. Ondorioz, aztertuko dugun hurrengo aldiunean ( $\tau_2$ ) deuseztatu diren monopoloa eta antimonopoloa ez dira kuboan aurkitzen. Hala eta guztiz ere, gure prozedurak  $\tau_1$  aldiunean kontsideratu dugun monopoloaren gertueneko bikotea aurkituko du  $\tau_2$  aldiunean, izan ere gure prozedurak ez baitauka deuseztapenaren berri. Hau da,  $\tau_1$  aldiunean kontsideratu dugun monopolo hori deuseztatu denez  $\tau_2$  aldiunean berarengandik gertuen dagoen beste monopolo batekin elkartuko du prozedurak, monopolo hau desberdina den arren. Gertaera hauek kontuan hartuko ez bagenu deuseztapenak gertatzen diren kasuetan abiadura oso handiak lortuko genituzke. Arazo honi aurre egiteko argiaren abiadura baino 1.5 aldiz abiadura handiagoa duten elkartzeak ez ditugu kontuan hartzen<sup>2</sup>. Argiaren abiadura baino abiadura handiagoak ahalbidetu ditugu lehenago eginiko lanek [139] abiadura superluminalekin bateragarriak diren emaitzak erakutsi baitituzte.

<sup>2</sup> $c$ ,  $2c$  eta  $3c$  mozketak mugak ere erabili ditugu. Ikusi dugunez  $c$  eta  $1.5c$  erabiliz lortzen diren emaitzak berdinak dira baina  $1.5c$  mozketak muga erabiltzea aukeratu dugu abiadura superluminalekin (argiaren abiadura baino

### 4.3 Monopoloen abiadura zenbatesleak

Behin monopoloak (eta antimonopoloak) elkarturik daudenean beraien bideak eraikitzen has gaitezke. Lehenengo  $\tau_1$  aldiuneko monopolo guztiak  $\tau_2$  aldiunekoekin elkartuko ditugu; ondoren  $\tau_2$  aldiunean daudenak  $\tau_3$  aldiunekoekin eta horrela jarraituko dugu aldiune guztiak pasatu arte. Prozedura hau eginez simulazio kuboan aurkitzen den monopolo bakoitzaren unibertso lerroa lor dezakegu. 4.3. irudian monopolo zehatz baten unibertso lerroa lortzeko prozedura ikus daiteke.



**4.3. Irudia:** Irudi honetan monopolo bakoitzak ibilitako ibilbidea lortzeko erabili dugun prozedura adierazten da. Ezkerreko aldean simulaziotik zuzenean irtetzen den kubo marratu dugu. Hau da, eremuen informazioa dugu soilik eta ez monopoloen posizioena. Erdiko aldean berriz (4.9) erabiliz simulazioaren kubotxo bakoitzean karga toplogikoa kalkulatu ondoren lortzen dugun argazkia ikus daiteke, non puntu urdinek monopoloak adierazten dituzten eta gorriek berriz antimonopoloak. Azkenik, eskuineko aldean monopolo bakar batek deskribaturiko ibilbidea ikus daiteke. Unibertso lerro hau lortzeko denbora-pausu bakoitza aztertu behar dugu eta denbora-pausuen artean loturak eraiki behar ditugu.

Hala ere, beste soiltasan bat ere aurki dezakegu: egoera diskretuan gaudenez monopoloa  $dx^3$  kuboaren barnean ez dagoen kasuak ere aurki daitezke, hau da, monopoloa bi  $dx^3$  kubo banatzen dituen aurpegia zeharkatzen egon daiteke (ikus 4.4. irudia) eta algoritmoak ezin du detektatu. Kasu hauetan, aurreko denbora pausuko monopoloak ez du bikoterik aurkitu eta hurrengo denbora pausuan monopoloa hutsetik agertu dela ematen du. Arazo honi aurre egiteko asmoz, monopolo bat bikote gabe geratzen bada hurrengo denbora pausuan, bi pausu beranduagoko denboran, saiatzan gara monopoloaren bikotea aurkitzen. Prozedura hau erabiliz hutsetik agertzen diren monopolo guztien arazoa konpontzen dugu.

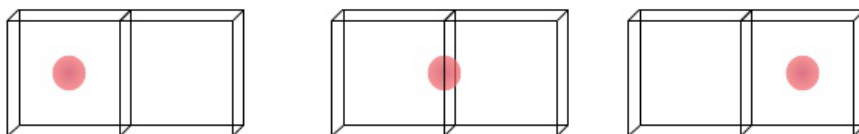
Simulazio kutxan dauden monopolo guztien ibilbideak izanik abiadurak zuzenean kalkulatu daitezke, monopoloak ibilitako distantzia distantzia hori egiteko behar izan duen denborarekin zatituz. Ondoren monopolo guztien abiaduren batezbestekoa kalkulatu dezakegu sareko batezbesteko abiadura lortzeko. Lortu berri dugun abiadura hau monopolo globalen eredu efektiboak kalibratzeko erabili daiteke eta baita oraintxe azalduko ditugun sareko abiadura zenbatesleetatik lorturiko emaitzak konparatzeko ere.

#### 4.3.2 Abiadura zenbatesle lokala

Metodo hau Yamaguchik [139] proposatu zuen monopolo globalen sareko abiadurak eremuen balioak erabiliz kalkulatzeko. Prozedura honek monopolo globalen inguruko informazio guztia eremu eskalarretan dagoenaren ustea erabiltzen du. Ondorengo lerroetan abiadura zenbatesle lokala (LVE ingelesezko sigletan) deituko diogun metodoa laburbilduko dugu eta interesa duen

bizkorragoak) kontuan hartzen ari garela garbi erakusteko. Mozketa muga handiagoko kasuetan (2c eta 3c) lorturiko abiadurak handiagoak dira baina okerreko monopoloen eraginez eta ez monopoloak argiaren abiadura baino bizkorrago mugitzen direlako.

#### 4. Kapituluua: Monopolo globalen abiaduren neurketa



**4.4. Irudia:** Irudi talde honetan bi  $dx^3$  kubotxo banatzen dituen aurpegia zeharkatzen ari den monopolo bat adierazten dugu. Ezkerreko irudian ageri den ezkerreko kubotxoan bat balio duen karga topologiko neurtuko genuke eta eskuinekoan aldiz zero balioa duena. Eskuineko irudian berriz zero baliodun karga topologikoa genuke ezkerreko kubotxoan eta bat balioduna berriz eskuineko kubotxoan. Bi kasu hauetan monopoloaren posizioa lortuko genuke. Erdiko irudian ageri den egoeran berriz zero baliodun karga topologikoa neurtuko genuke bi kubotxoetan; izan ere, monopoloa bi kubotxoak bereizten dituen aurpegia zeharkatzen ari baita.

irakurlea [139] lanera bideratuko dugu informazio zehatzagoa lor dezan. Metodo originalean egin ditugun aldaketak azalduko ditugu ondoren.

Har dezagun  $\tau_0$  aldiunean monopoloa  $\mathbf{x}_0$  posizioan aurkitzen dela eta nahiko gertu dagoen  $\tau$  aldiunean berriz  $\mathbf{x}$  posizioan dagoela.  $\phi^i(\mathbf{x}, \tau)$  eremu eskalarrak  $\phi^i(\mathbf{x}_0, \tau_0)$ -ren inguruan lehen ordenaraino garatuz ondorengo daukagu

$$\phi^i(\mathbf{x}, \tau) \simeq \phi^i(\mathbf{x}_0, \tau_0) + \nabla \phi^i(\mathbf{x}_0, \tau_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \dot{\phi}^i(\mathbf{x}_0, \tau_0)(\tau - \tau_0). \quad (4.12)$$

Kontuan hartuz monopoloaren posizioan eremu eskalarrak zero egiten direla,  $\tau_0$  eta  $\tau$  aldiunetan  $\phi^i(\mathbf{x}_0, \tau_0) = 0$  eta  $\phi^i(\mathbf{x}, \tau) = 0$  betetzen da. Ondorioz

$$\nabla \phi^i(\mathbf{x}_0, \tau_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \dot{\phi}^i(\mathbf{x}_0, \tau_0)(\tau - \tau_0) = 0. \quad (4.13)$$

Ekuazio hauek Cramerren formula erabiliz askatu daitezke [139]. Lehenik eta behin defini dezagun  $M$  matrizea ondorengo eran

$$M = \begin{vmatrix} A_x^1 & A_y^1 & A_z^1 \\ A_x^2 & A_y^2 & A_z^2 \\ A_x^3 & A_y^3 & A_z^3 \end{vmatrix}, \quad (4.14)$$

non  $\mathbf{A}^i = \nabla \phi^i(\mathbf{x}_0, \tau_0)$  den.  $B^i = \dot{\phi}^i(\mathbf{x}_0, \tau_0)$  definituz ondorengo daukagu

$$\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)_j}{\tau - \tau_0} = -\frac{\det(\mathbf{M}_j)}{\det(\mathbf{M})}, \quad (4.15)$$

non  $\mathbf{M}_j$  matrizea  $\mathbf{M}$  matrizearen  $j$ . zutabean  $B$  zutabe bektorea ordezkatzuz lortzen den.  $\mathbf{M}_2$  matrizeak adibidez ondorengo itxura dauka:

$$\mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} A_x^1 & B^1 & A_z^1 \\ A_x^2 & B^2 & A_z^2 \\ A_x^3 & B^3 & A_z^3 \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Ondorioz monopolo globalen abiadura ondorengo eran kalkulatu daiteke

$$v = \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|}{\tau - \tau_0}. \quad (4.17)$$

[139] lanean azaldu bezala, LVE prozedurak duen errore nagusienetako bat monopoloen posizioei loturik dago. Hau da, normalean monopoloaren posizioa ez dator sareko puntuekin bat eta

### 4.3 Monopoloen abiadura zenbatesleak

eremua sare puntuen artean egiten da zero. Ondorioz LVE hurbilketa ez da oso zehatza. Ondorioz [139] lanean erabilitako monopoloen detekzio algoritmoak erroreak ditu eta sare puntu batzuetan lorturiko abiadurak oso handiak dira nahiz eta puntu horiek monopoloen muinarekin erlaziorik izan ez [139].

Errore hauek murrizteko asmoz Yamaguchiren prozedura hobetu dugu. Gure kasuan, simulazioa burutzen ari garen bitartean monopoloen posizioaren informazioa (karga topologikoaren bidez) dugu. Ondorioz, monopoloa aurkitzen den kuboaren zortzi erpinetan kalkulatu dugu soilik abiadura LVE metodoa erabiliz. Ondoren zortzi erpinak erabiliz batezbesteko abiadura lortu dugu. Nahiz eta prozedura honek erroreak hobetu, hauek oraindik nahiko adierazgarriak dira. Izan ere, abiadura oso altuak dituzten puntuak ditugu oraindik ere. Zenbatesle esanguratsua lortzeko asmoz 1.5 baino abiadura handiagoa duten kasuak baztertu egiten ditugu eta kutxako monopolo guztiak erabiliz batezbesteko abiadura lortu dugu. Ondorioz, monopolo sarearen batezbesteko abiadura bakarrik emango dugu.

#### 4.3.3 Batezbesteko abiaduraren eremu-zenbateslea

Metodo hau berez [69, 73] lanean proposatu zen Higgs eredu trukakorrek soka kosmikoen kasurako, baina aldaketa batzuk aplikatuz monopolo globalen kasurako erabili daiteke [65]. LVE metodoak bezala batezbesteko abiaduren eremu-zenbateslearen (AVFE ingelesezko sigletan) metodoak sare puntuetako eremuen balioak erabiltzen ditu sareko abiadurak neurtzeko. AVFE metodoaren kasuan abiadura eremuen deribatuen balio lokalak erabiliz lortzen da, argiago esanda, metodo honek mugitzen ari den defektuen momentu kanoniko eskalarra  $\mathbf{\Pi} = \partial_0 \Phi$  defektu estatiko baten eremu konfigurazioaren Lorentzen translazio bidez adierazi daitekeela onartzen du.

Lorentzen translazioaren adierazpenetik abiadura lortzeko asmoz eremuetan dagoen energia guztia monopolo globalen forman dagoela kontsideratuko dugu.  $s$  subindizearekin pausaguneko sistema lokalean neurtutako balioak adieraziko ditugu,  $\mathbf{x}_s$  adibidez pausaguneko sistema horretako koordenatuak dira. Kontsiderazio hauek kontuan hartuz  $\dot{\mathbf{x}}$  abiaduraz mugitzen ari den monopolo baten eremuak ondorengoak dira

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{x}, \tau) = \gamma \dot{\mathbf{x}} \partial \Phi_s(\mathbf{x}_s), \quad (4.18)$$

$$\partial \Phi(\mathbf{x}, \tau) = \gamma \hat{\mathbf{v}} (\hat{\mathbf{v}} \partial \Phi_s(\mathbf{x}_s)) + \hat{\partial} \Phi_s(\mathbf{x}_s), \quad (4.19)$$

non  $\hat{\mathbf{v}}$  bektore unitarioa den abiaduraren norabidean.  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \dot{\mathbf{x}}^2}$  translazio faktorea da eta  $\partial \Phi(\mathbf{x}, \tau)$  eta  $\hat{\partial} \Phi_s(\mathbf{x}_s)$  bektoreak dira.  $\hat{\partial} \Phi_s(\mathbf{x}_s)$ -ren osagaiak ondorengoak dira,

$$\hat{\partial}_i \Phi_s(\mathbf{x}_s) = (\delta_{ij} - \hat{v}_i \hat{v}_j) \partial_j \Phi_s(\mathbf{x}_s). \quad (4.20)$$

Behin eremuei translazioa aplikatu ondorengo konfigurazio dakigula, energia zinetikoa, ( $E_{\Pi}$ ), eta gradiente energia ( $E_{\partial}$ ) idazteko erabili dezakegu:

$$E_{\Pi} = \int d^3x |\mathbf{\Pi}|^2 = \int \frac{d^3x_s}{\gamma} |\gamma \dot{\mathbf{x}} \partial \Phi_s|^2, \quad (4.21)$$

$$E_{\partial} = \int d^3x |\partial \Phi|^2 = \int \frac{d^3x_s}{\gamma} |\gamma \hat{\mathbf{v}} (\hat{\mathbf{v}} \partial \Phi_s(\mathbf{x}_s)) + \hat{\partial} \Phi_s(\mathbf{x}_s)|^2, \quad (4.22)$$

non  $\mathbf{x}_s = \mathbf{x} + \hat{\mathbf{v}} \gamma (\hat{\mathbf{v}} \mathbf{x} - v \tau)$  ( $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}}$ ) erabili dugun. Adierazpen hauek ondorengo eran berrordenatu daitezke,

$$E_{\pi} = \frac{\dot{\mathbf{x}}^2 \gamma}{3} \int d^3x_s |\partial \Phi_s|^2, \quad (4.23)$$

#### 4. Kapituluua: Monopolo globalen abiaduren neurketa

$$E_{\partial} = \int d^3x_s \frac{(\gamma^2 - 1)}{\gamma} |\hat{\mathbf{v}} \partial \Phi_s|^2 + \int \frac{d^3x_s}{\gamma} |\partial \Phi_s|^2 = \frac{(\gamma^2 + 2)}{3\gamma} \int d^3x_s |\partial \Phi_s|^2. \quad (4.24)$$

$E_{\pi}$   $E_{\partial}$ -rekin zatitzen badugu ondorengo adierazpena lor dezakegu,

$$\frac{E_{\Pi}}{E_{\partial}} = \frac{\dot{\mathbf{x}}^2 \gamma^2}{\gamma^2 + 2} = \frac{\dot{\mathbf{x}}^2}{3 - 2\dot{\mathbf{x}}^2}. \quad (4.25)$$

Goiko adierazpen horretatik zuzenean lor daiteke abiadura. Monopoloen abiadura neurtu nahi dugunez gure zenbatesleak monopoloak dauden eremuak aztertzea nahi dugu. Honetarako, eremuen deribatuak energia potentziala erabiliz pisatuko ditugu, izan ere, energia potentziala maximoa da eremua zero egiten den puntuetan (gehienetan) monopoloaren muina adieraziz.  $\mathcal{X}$  eremuaren energia potentzialarekiko  $\mathcal{V}$  pisaketa ondorengo eran adieraziko dugu

$$\mathcal{X}_{\mathcal{V}} = \frac{\int d^3x \mathcal{X} \mathcal{V}}{\int d^3x \mathcal{V}}. \quad (4.26)$$

*Pisatutako batezbestekoaren* definizioa erabiliz  $R_{\mathcal{V}} = E_{\Pi\mathcal{V}}/E_{\partial\mathcal{V}}$  zatidura ondorengo eran adieraz daiteke:

$$R_{\mathcal{V}} = \frac{E_{\Pi\mathcal{V}}}{E_{\partial\mathcal{V}}} = \frac{\int d^3x E_{\Pi} \mathcal{V}}{\int d^3x E_{\partial} \mathcal{V}} \quad (4.27)$$

Ondorioz  $R_{\mathcal{V}}$  adierazpena erabiliz gure AVFE  $\langle \dot{\mathbf{x}}^2 \rangle$  lor dezakegu:

$$\langle \dot{\mathbf{x}}^2 \rangle = \frac{3R_{\mathcal{V}}}{1 + 2R_{\mathcal{V}}}. \quad (4.28)$$

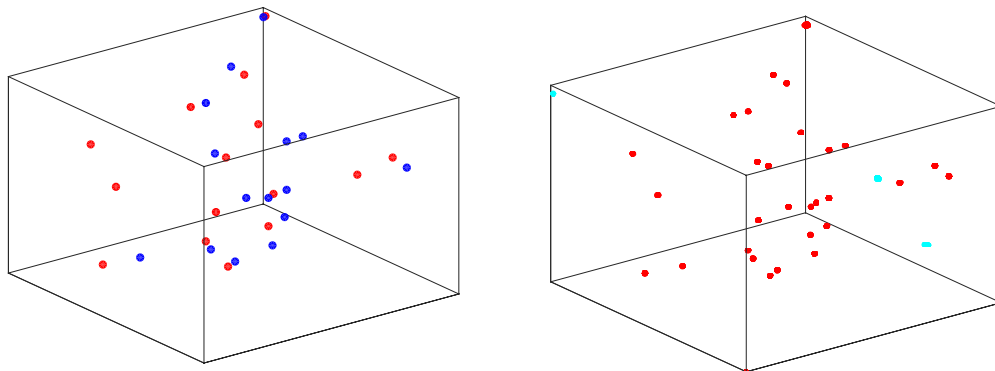
Gure algoritmoak monopoloak dauden zonaldeak ongi aukeratzen dituela ikus dezakegu 4.5. irudian. Irudi horretan karga topologikoa erabiliz lorturiko monopoloen posizioak eta muga bat baino energia potentzial handiagoa duten puntuak marraztu ditugu. Ikus daitekeenez energia potentzialak ongi imitatzen ditu monopoloen posizioak. Baina, nahiz eta monopolo guztien posizioak lortu, energia potentzialak monopolorik ez dagoen eremu gutxi batzuk ere deskribatzen ditu (irudiko eremu zianak). Eremu hauek monopolo-antimonopolo deuseztapen baten ondoren gertaturiko energia potentzialaren kontzentrazio gisa uler daitezke, nahiz eta karga topologikorik ez egon puntu horretan. Hala eta guztiz ere, 4.4 atalean ikusiko dugun moduan eremu hauen efektua oso txikia da.

## 4.4 Abiaduren emaitzak

Deskribatu berri ditugun hiru metodo horiek erabili ditugu monopolo-sareen abiadurak lortzeko. Metodo hauetariko bik, *Abiadura zenbatesle lokala* eta *Batezbesteko abiaduraren eremu-zenbateslea* sarearen batz besteko abiadura ematen dute soilik; gure zenbatesle berriak aldiz, *Monopoloen jarraipen metodoa*, monopolo bakoitzaren abiadura lor dezake eta agerikoa den moduan abiadura hauen batezbestekoa kalkulatu dezakegu sarearen abiadura lortzeko.

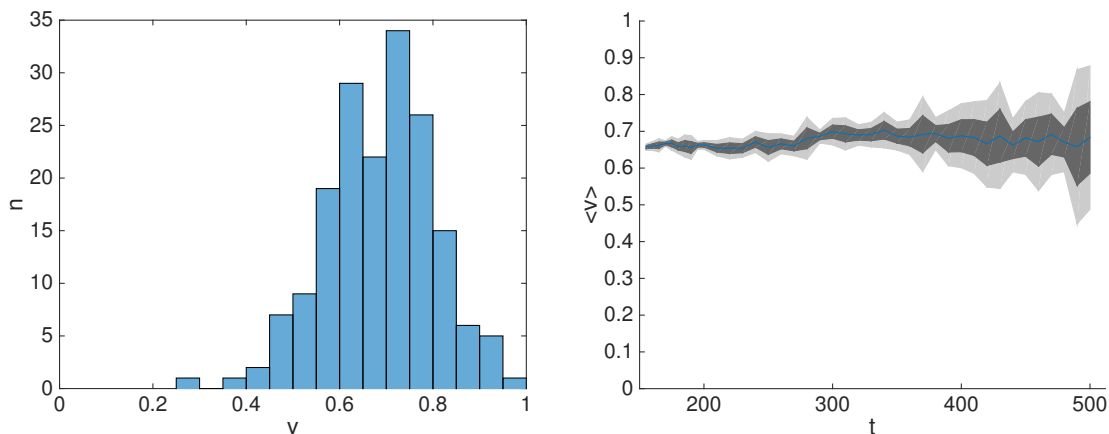
Monopoloen jarraipen metodoa erabili dugu simulazio kutxako monopolo bakoitzaren abiadura aldiune bakoitzean lortzeko. Informazio hau bi modu desberdinetan aurkeztu daiteke. 4.6. irudian  $s = 0$  duen erradiazioaren mendeko garaiko kasua erakutsi dugu adibide gisa, baina esan beharra dago beste kasu guztien portaera oso antzekoa dela. Irudiaren ezkerreko diagraman monopolo bakoitzaren batezbesteko abiadura erakusten da, non  $[0, 1]$  balioen artean 20 tarte erabiliz marrazturiko histograma erabili dugun. Monopolo bakoitzaren abiadura kalkulatzeko monopoloak egindako bidea jarraitu dugu eta ibilbide horren luzera totala ibilbide hori egiteko behar izan duen

#### 4.4 Abiaduren emaitzak



**4.5. Irudia:** Ezkerreko irudian simulazio kuboaren puntu guztietan karga topologikoa neurtu ondoren lorturiko argazkia ikus daiteke: puntu gorriek antimonoploak (karga topologikoak  $-1$  balio duten puntuak) adierazten dituzte eta puntu urdinek berriz monopoloak (karga topologikoak  $+1$  balio duten puntuak). Eskuineko irudiak simulazio berdinarenean momentu bera adierazten du baina kasu honetan energia potentzial altua duten eremuak ageri dira. Erraz ikus daiteke eskuin aldeko monopolo eta antimonopolo guztiak lortu ditugula eskuineko irudian (puntu gorriak). Hala eta guztiz ere, karga topologiko nulua duten zonalde batzuk ere aurkitu ditugu (zianez adieraziak). Eremu hauek monopolo-antimonopolo deuseztapen bat gertatu den puntuekin edota bi kubotxo banatzen dituen aurpegia zeharkatzen ari diren monopoloekin lot daitezke. Nahiz eta zonalde hauek ez diren karga topologikoa erabiliz neurtu energia potentziala erabiliz neurtu daitezke.

denborarekin zatitu dugu. Eskuineko diagraman berriz, monopoloen aldiuneko abiaduraren batezbestekoa erakusten dugu, hau da, denbora pausu bakoitzean monopolo bakoitzaren abiadura kalkulatu eta ondoren monopolo guztien abiaduren batezbestekoa kalkulatu lortzen dena.



**4.6. Irudia:**  $s = 0$  kasuko erradiazioaren mendeko aroko abiaduren balioak. Ezkerreko irudian monopolo kopurua abiadura tarteetan banandu da:  $[0, 1]$  tartean uniformeki banaturiko 20 zati. Abiadura hauek monopolo bakoitzak ibilitako luzera totala distantzia hori ibiltzeko behar izandako denboarekin zatituz lortu dira. Eskuineko irudian monopolo guztien aldiuneko abiaduraren batezbestekoa erakusten da denbora-tarte bakoitzean. Kontuan izan ez dugula  $v > 1$  duen kasu bakar bat ere aurkitu, nahiz eta  $1.5c$  baliorarteko abiadurak neurtu ditzakegun.

Kasu bakoitzean lortutako abiaduren balioak 4.3. taulan aurki daitezke. Taulan horretan bi modutan lorturiko abiadurak aurki daitezke: a) monopolo bakoitzaren batezbesteko abiadura,

#### 4. Kapituluua: Monopolo globalen abiaduren neurketa

egindako ibilbidea zati ibilbidea egiteko behar izandako denbora eginez lortua (luzera-totala) eta b) aldiuneko abiadura guztien batezbestekoa (aldiunekoa). Bestalde bi batezbesteko mota erabiliz lorturiko datuak aurki daitezke: a) abiaduren balio absolutuen gaineko batezbestekoa eginez ( $\sum_{i=0}^N |v_i|/\mathcal{N}$ ) eta b) RMS prozedura erabiliz ( $\sqrt{\sum_{i=0}^N v_i^2/\mathcal{N}}$ ).

Monopolo globalen abiadura subluminala dela erakusten dute gure emaitzek: aztertutako kasu guztietan ez dugu monopolo bakar bat ere aurkitu 1 baino abiadura handiagoarekin. Batezbesteko abiadura abiadura konstantearekin bateragarria da eta abiadura honek abiaduren banaketaren modarekin bat egiten du (ikus histograma 4.6. irudian). Kasu bakoitzerako lorturiko abiaduren balioak 4.3. taulan aurkitu daitezke, non balio absolutuen gaineko batezbestekoarekin lorturiko datuak zein RMS prozedura erabiliz lorturikoak ikus daitezkeen.

Taula horretan agertzen diren erroreek errore estatistikoak eta errore sistematikoen kalkuluak barnebiltzen dituzte. Errore sistematiko hauek identifikazio metodotik datoz batez ere, hau da, monopoloa sareko puntuak ezaugarritutako posizioan dagoela onartzen ari gara, baina sareko puntu horrek deskribatzen duen  $dx^3$  kuboaren edozein puntutan egon daiteke. Ondorioz, sarearen diskretizazioaren eraginez monopoloaren ibilbidearen luzeran errorea daukagu. Erroreen barnean aurki dezakegun beste osagai bat monopolo bakoitzaren abiaduren neurketen arteko korrelazioa da. Hau da, monopoloen artean elkarrekintza dago eta ez da arraroa erroreen artean erlazioen bat egon daitekeela pentsatzea. Gure kasuan erlazio hauek ez dutela errorea asko aldatuko uste dugu.

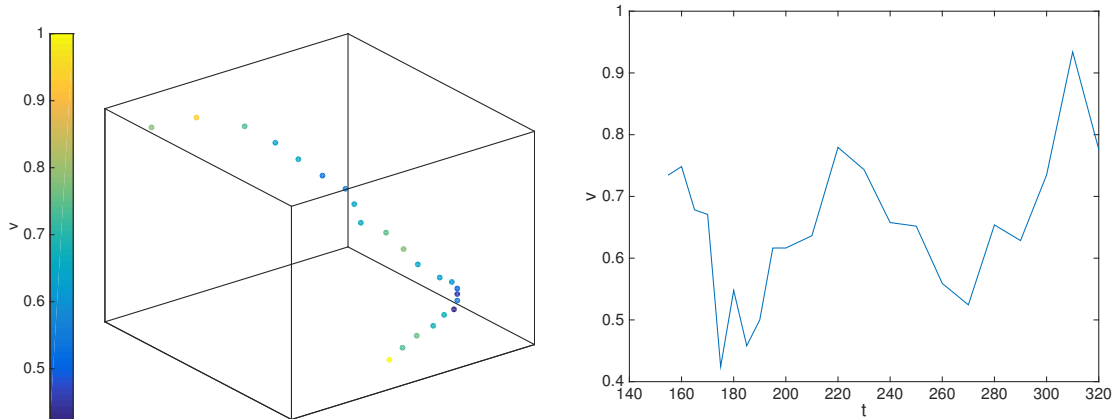
	Erradiazioa		Materia	
	$s = 0$	$s = 1$	$s = 0$	$s = 1$
	Balio absolutuen batezbestekoa			
Luzera-totala	$0.70 \pm 0.05$	$0.70 \pm 0.05$	$0.62 \pm 0.05$	$0.55 \pm 0.05$
Aldiunekoa	$0.70 \pm 0.09$	$0.70 \pm 0.09$	$0.62 \pm 0.09$	$0.55 \pm 0.09$
	RMS abiadura			
Luzera-totala	$0.71 \pm 0.07$	$0.70 \pm 0.09$	$0.63 \pm 0.07$	$0.55 \pm 0.09$
Aldiunekoa	$0.72 \pm 0.07$	$0.72 \pm 0.07$	$0.65 \pm 0.07$	$0.59 \pm 0.06$
Totala	$0.71 \pm 0.05$	$0.72 \pm 0.06$	$0.64 \pm 0.05$	$0.57 \pm 0.05$

**4.3. Taula:** *Monopoloen jarraipen metodoa erabiliz lorturiko abiadura balioak erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetarako eta  $s = 0$  eta  $s = 1$  kasuetarako. Abiadura hauek bi modutan lortu ditugu. Alde batetik, monopolo bakoitzak ibilitako luzera totala distantzia hori egiteko behar izan duen denborarekin zatituz (luzera-totala). Bestalde, denbora-tarte bakoitzean monopoloen aldiuneko abiadura erabiliz. Hau gutxi balitz, batezbestekoa bi modutan egin dugu: balio absolutuen batezbestekoa eginez eta RMS metodoa erabiliz. Ikus daitekeenez metodo desberdinek emandako balioak bateragarriak dira, baita  $s = 0$  eta  $s = 1$  kasuetakoak ere. Taulako azken lerroak konbinatutako RMS abiadurak adierazten ditu, hau da luzera-total eta aldiuneko prozeduretatik lorturiko datuak konbinatuz lortutako emaitzak. Materiaren mendeko aroko balioak txikiagoak dira Hubblen marruskaduraren balio handiagoaren eraginez.*

Monopoloen jarraipen metodoak monopolo bakoitzaren historiaren azterketa ahalbidetzen digu, batezbesteko datu batek eman diezagukeena baino egoera askoz aberatsagoa erakutsiz. Adibidez, 4.7. irudian monopolo tipiko baten ibilbidea ikus dezakegu, non denbora pausu bakoitzean monopoloak duen abiadura adierazten den. Monopoloaren abiaduraren historia ez da tribiala. Ibilbidearen hasieran monopoloak gutxi gora behera zuzena den ibilbidea jarraitzen du, gero norabidea aldatzeko asmoz abiadura moteltzen du eta gero berriz ere ibilbide zuzena jarraitzen du. Monopoloaren jokabide hau ulertzeko kontuan izan behar da monopoloa antimonopolo batekin

#### 4.4 Abiaduren emaitzak

deuseztatzeko ari dela mugitzen, baina antimonopolo horretara iritsi aurretik hau beste monopolo batekin deuseztatu dela. Ondorioz, monopoloaren inguruko eremu konfigurazioa berrantolatu egin da eta monopoloa beste anitmonopolo batera zuzendu da.



**4.7. Irudia:** Ezkerreko irudian monopolo bakar batek eginiko ibilbidea ikus daiteke. Hasierako aldiunea irudiaren behe aldean aurkitzen da eta ondorioz monopoloaren ibilbidea behetik gorakoa dela ulertu behar da. Koloreak denbora-pausu bakoitzean monopoloak duen abiadura adierazten du. Denbora-pausu bakoitzeko abiadura hauek eskuineko irudian hobeto ikus daitezke. Irudi horretan erraz ikus daiteke monopoloaren abiaduraren historia ez-tribiala.

Hobetu dugun LVE-ren bertsioa eta AVFE ere erabili ditugu sareen batezbesteko abiadura lortzeko. Metodo eta konfigurazio desberdin guztiakin lorturiko abiaduren balioak 4.4. taulan ikus daitezke. LVE eta AVFE metodoetako erroreak errore estatistikoak dira soilik. Aurreko kasuan bezala neurketa guztiak independenteak direla onartu dugu, nahiz eta neurketen artean korrelazioak egon daitezkeen.

	s=0			s=1		
	Jarraitzea	LVE	AVFE	Jarraitzea	LVE	AVFE
Erradiazioa	$0.71 \pm 0.05$	$0.7 \pm 0.1$	$0.85 \pm 0.06$	$0.72 \pm 0.06$	$0.7 \pm 0.1$	$0.90 \pm 0.09$
Materia	$0.64 \pm 0.05$	$0.6 \pm 0.1$	$0.76 \pm 0.08$	$0.57 \pm 0.05$	$0.6 \pm 0.1$	$0.80 \pm 0.09$

**4.4. Taula:** Testuan deskribatu ditugun metodoak erabiliz lorturiko RMS abiaduraren balioak. Hau da, monopoloen jarraitzea, abiadura zenbatesle lokala (LVE) eta batezbesteko abiaduraren eremu-zenbateslea (AVFE) erabiliz lorturiko balioak. Taula honetan agertzen diren monopoloen jarraipenaren bidez lorturiko datuak 'Luzera-totala' eta 'aldiuneko' prozedurak erabiliz lorturiko RMS abiaduraren batezbestekoak dira (ikus 4.3. taula). Ikus daitekeenez metodo desberdinek emandako balioak bateragarriak dira, baita  $s = 0$  eta  $s = 1$  kasutakoak ere.

Hiru metodoak erabiliz lorturiko emaitzak bateragarriak direla ikus daiteke ( $s = 0$  kasuan  $1-\sigma$  barne eta  $s = 1$  kasuan berriz  $2-\sigma$  barne); kasu guztietan abiadurak subluminalak dira. Erradiazioaren mendeko garaian lorturiko abiadurak materiaren mendeko garaian lorturikoak baino handiagoak direla ere ikusi dugu, izan ere erradiazioaren mendeko garaian Hubble marruskadura txikiagoa baita.

Monopoloen jarraitze metodoaren eta LVE metodoaren arteko adostasuna apartekoa da. AVFE metodoak aldiz monopoloen abiaduren balio altuagoak emateko joera dauka. Joera hau ez da harriztekoa, izan ere ikusi dugun moduan pisatzeko erabiltzen dugun metodoak monopoloak ez



diren eskualdeak ere kontuan hartzen ditu. Adibidez, AVFE metodoak monopolo-antimonopolo deuseztapena gertatu den tokiak kontuan hartzen ditu, non oraindik energia potentzialaren kontzentrazioa dagoen. Ez da harrizkoa eskualde hauetan lorturiko abiadura oso altua izatea batezbestekoa handituz.

$s = 0$  eta  $s = 1$  kasuetatik lorturiko emaitzak ere oso antzekoak dira. Ekar dezagun gogora zein prozedura erabili aukeratzeko orduan izan dugun dilema: helmen dinamiko handiagorako higidura-ekuazio aldatuak simulatzea edota benetako higidura-ekuazioak simulatu baina helmen dinamiko txikiago batean. Gure emaitzetan ikus daitekeenez bi metodoak erabiliz lorturiko emaitzak bateragarriak dira. Ondorioz egokia izan daiteke bi prozedurek ematen dituzten abantailak aprobetxatzea, hau da, helmen dinamikoa handiagoa duten eta benetako higidura-ekuazioak erabili dituzten simulazioak konbinatzea monopolo globalen abiadurak lortzeko.

Monopolo globalen sareen batezbesteko abiadurak, hiru zenbatesle metodoak eta  $s = 0$ -dun eta  $s = 1$ -dun simulazioak konbinatuz, erradiazioaren mendeko garaian eta materiaren mendeko garaian ondorengoak dira:

$$v_r = 0.76 \pm 0.07, \quad v_m = 0.65 \pm 0.08. \quad (4.29)$$

Erroreak datu guztien gaineko batezbestekoa eginez lortu ditugu (hiru metodoak, bost simulazioak eta  $s$ -ren bi balioak). Erroreak adierazteko orduan arduratsuak izan gara, kontuan hartuz neurketak ez direla guztiz independenteak eta korrelazioen eraginez aldaketa txiki batzuk egon daitezkeela kontuan hartuz.

## 4.5 Monopolo globalentzako VOS ereduaren kalibrazioa

Gure simulazioetatik lorturiko datuak erabiliz 2.4.1. atalean deskribatu dugun monopolo globalentzako eredu analitikoan agertzen diren parametro fenomenologikoak zehaztu ditzakegu. Lehenik eta behin, gogora dezagun  $L$  luzera eskalaren eta  $v$  RMS abiaduraren eboluzioak nola deskribatzen ziren eredu honen arabera:

$$3 \frac{dL}{dt} = 3HL + v^2 \frac{L}{l_d} + cv, \quad (4.30)$$

$$\frac{dv}{dt} = (1 - v^2) \left[ \frac{k}{L} \left( \frac{L}{d_H} \right)^{3/2} - \frac{v}{l_d} \right]. \quad (4.31)$$

$H$  Hubblen parametroa da eta  $d_H$  berriz Hubble horizontearen tamaina. Kasu honetan  $t$  denbora fisikoa da (kontuan izan 4.3. ekuazioko denbora konformea dela). Hubblen balaztatzea eta partikulen sakabanaketak eragindako marruskadura kontuan hartzen dituen balaztatze luzera orokorra  $l_d$  bidea adieraz daiteke.  $c$  eta  $k$  parametroek termino fenomenologikoak zuzentzen dituzte eta zenbakizko simulazioak erabiliz kalibratu behar dira.

Eredu honen eskalatzen duen soluzioa identifikatu nahi dugu. Horretarako, lehenik eta behin kontuan hartu behar dugu sarearen luzera karakteristikoa (ikus 4.7. ekuazioa) denborarekiko proportzionala dela<sup>3</sup> eta abiadurak konstante direla:

$$L = \epsilon t, \quad v = v_0 = \text{const.} \quad (4.32)$$

[97] lanean erakutsi zuten bezala  $a(t) \propto t^\lambda$  (non  $\lambda < 3/4$  den eta ondorioz erradiazioaren eta materiaren mendeko erak barne dauden) formako zabaltze indizeentzat (4.30) - (4.31) ekuazioek

<sup>3</sup>Kontuan hartu  $\epsilon$  4.7. ekuazioko  $\gamma_t$  parametroaren baliokidea dela baina kasu honetan denbora fisikoa dela eta ez konformea.

#### 4.5 Monopolo globalentzako VOS ereduaren kalibrazioa

eskalatzen duten bi soluzio adar onartzen dituzte: bata ultrarelatibistikoa  $v_0 = 1$  eta bestea subluminala  $v_0 < 1$ . Gure kasuen ez dugu adar luminala aztertuko, izan ere, gure ekuazioek ez baitute abiadura luminalen zantzurik erakutsi. Adar subluminaren kasurako  $c$  eta  $k$ -ren balioak ondorengo eran adieraz daitezke<sup>4</sup>,

$$\epsilon = \frac{cv_0}{3(1-\lambda) - \lambda v_0^2}, \quad k = \frac{\lambda v_0}{(1-\lambda)^{3/2} \epsilon^{1/2}}. \quad (4.33)$$

	s=0			s=1		
	$\epsilon$	c	k	$\epsilon$	c	k
Erradiazioa	1.42 ± 0.09	2.5 ± 0.2	0.76 ± 0.02	1.53 ± 0.04	2.6 ± 0.2	0.92 ± 0.02
Materia	1.97 ± 0.09	2.2 ± 0.2	1.55 ± 0.04	2.00 ± 0.06	2.7 ± 0.2	1.42 ± 0.02

**4.5. Taula:** *Materiaren ( $\lambda = 2/3$ ) eta erradiazioaren ( $\lambda = 1/2$ ) mendeko aroetako eta  $s = 0$  eta  $s = 1$  kasuetako parametro analitikoaren balioak.*

4.5. taulan (4.33) ekuazioak eta gure zenbakizko emaitzak erabiliz lorturiko emaitzak ikus daitezke.  $\epsilon$  parametroaren balioak lortzeko eskalatze kurben maldak erabili ditugu, 4.2. taulan ikus daitekeen bezala. Abiaduren balioetarako berriz, hiru metodoetatik eratorritako RMS abiaduren batezbestekoa (ikus 4.4. atala) erabili dugu. Emaitza hauek 4.4. taulan ikus daitezke.

$s = 0$  eta  $s = 1$  kasuetatik datozen abiaduren emaitzak bateragarriak eta osagarriak direnez  $c$  eta  $k$  parametroen balioak lortzeko  $s$  desberdineko simulazioak konbinatu ditzakegu. Modu honetan parametroen balioetan agertzen diren erroreen balio zehatzagoak lor ditzakegu. Simulazio guztien, bai  $s = 0$  eta baita  $s = 1$ , gaineko batezbestekoa eginez lorturiko balioak 4.6. taulan bildu ditugu.

	$\epsilon$	c	k
Erradiazioa	1.47 ± 0.09	2.6 ± 0.3	0.9 ± 0.1
Materia	1.98 ± 0.07	2.5 ± 0.3	1.6 ± 0.2

**4.6. Taula:**  *$s = 0$  eta  $s = 1$  kasuetako balioen batezbestekoa eginez lorturiko materiaren eta erradiazioaren mendeko aroetarako eredu analitikoko parametroen balioak. Lehenik eta behin abiaduren gaineko batezbestekoa egin dugu eta balio hauek (beraien erroreekin) erabili ditugu  $c$ -ren eta  $k$ -ren balioak lortzeko.*

Ikus daitekeenez  $c$  parametroaren balioak erradiazioaren mendeko aroan eta materiaren mendeko aroan bateragarriak dira. Baina, nahiz eta erroreen balioak modu arduratsuan tratatu erradiazioaren mendeko aroan eta materiaren mendeko aroan lorturiko  $k$  parametroaren balioen artean tentsioa dago. Tentsio hau hurrengo atalean aztertuko dugu sakonago.

Lortu ditugun parametroen balioak [97] lanean emandako balioekin alderatu ditzakegu, non parametroen balioak zehazteko simulazioen bi sorta erabili zituzten. Alde batetik, Yamaguchik [139] lorturiko emaitzak erabili zituzten  $\epsilon$ -en eta  $c$ -ren balioak lortzeko:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &\sim 1.3 \pm 0.4, & c_r &\sim 1.3 \pm 0.7, \\ \epsilon_m &\sim 1.6 \pm 0.1, & c_m &\sim 1.2 \pm 0.6. \end{aligned} \quad (4.34)$$

<sup>4</sup>Kapitulu honekin erlazioa duen artikuluko lehen bertsioan akats bat dago  $c$  parametroaren adierazpenean. Eskerrak eman nahi dizkiegu [125] laneko egileei akats hau adieraztearren.

Bestalde, Bennett eta Rhie-ren [26] laneko  $\epsilon$ -en balioak erabili zituzten Yamaguchi-k emandako abiaduren balioekin (Bennett eta Rhie-ek ez zuten abiaduraren baliorik eman) konbinatuz:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &\sim 1.3 \pm 0.2, & c_r &\sim 1.3 \pm 0.5, \\ \epsilon_m &\sim 1.9 \pm 0.2, & c_m &\sim 1.4 \pm 0.7. \end{aligned} \quad (4.35)$$

$v_0$ -ren erroreak medio ezinezkoa zen monopoloen abiadura luminala edo subluminala zen zehaztea. Halaber, errore hauek medio  $k$ -ren balioa ((4.33). ekuazioan ageri dena) zehaztea ezinezkoa izan zitzaizen [97] lanean.

## 4.6 Ondorioak

Lan honetan gaur egun arte lortu diren monopolo globalen batezbesteko sare-abiadura zehatzenak lortu ditugu. Balio hauek [97] lanean proposaturiko 'velocity-dependent one-scale' (VOS) eredu fenomenologikoa guztiz ezaugarritzeko erabili ditugu. Eredu honek eskalatzen duten bi soluzio adar onartzen ditu, bat  $v_0 = 1$ -rekin (luminala) eta bestea  $v_0 < 1$ -rekin (subluminala). Gure lanean neurtutako abiadurei esker lehen aldiz zehaztu ahal izan da adar subluminala dela fisikoki gauzatzen dena.

Monopolo globalen sareko abiadurak lortzeko asmoz metodo berri bat (Monopoloen jarraipen metodoa) aurkeztu dugu. Metodo honek bi pausu nagusi ditu: lehenik eta behin eremu balioak erabiliz monopoloen posizioak aurkitu behar ditugu, hau da, karga topologikoa kalkulatu behar dugu eremu espazioan eta ondoren hau espazioko posiziora itzuli. Ondoren, denbora pausu bakoitzean monopoloak lotu behar ditugu; ondorioz monopolo bakoitzaren eboluzioa jarraitzeko gai gara. Azken pausu hau edozein sareko partikula puntualen eboluzioari aplikatu dakioke, ondorioz gure metodo berri hau ez da monopolo globalentzat soilik aplikagarria eta beste hainbat egoeratan erabili daiteke.

Monopoloen jarraitze metodoa monopolo globalen sareko batezbesteko abiadura kalkulatzeko erabili dugu. Hala eta guztiz ere, metodo honekin simulazio kutxan aurkitzen den monopolo bakoitzaren portaera azter genezake eta ondorioz metodo hau monopolo globalen ereduan deuseztatzeak (edo deuseztatze bikotearen aukeraketak) gidatzen dituen mekanismo konplexua ulertzeko ere erabili daiteke. Ikusi dugun moduan monopolo bat antimonopolo batera zuzendu daiteke, honekin deuseztatze asmoarekin, baina antimonopolo horretara iritsi aurretik hau beste monopolo batekin deuseztatu daiteke. Ondoren, lehen monopoloak abiadura moteldu eta norabidea aldatu du; beste antimonopolo batera zuzentzen den bitartean abiadura bizkortu du berriz ere. Jokaera berezi hauek oso interesgarriak dira eta hauen azterketa etorkizuneko lan baterako utzi dugu.

Aurretiaz literaturan proposaturiko bi metodo ere erabili ditugu. Hauetariko bat aldagai lokalak erabiliz monopolo globalen abiadurak neurtzeko proposatu zen [139] lanean eta guk Abiadura zenbatesle lokala (LVE) deritzogu. Dakigunez metodo honek errore handiak eman zituen. Gure kasuan, prozedura hau hobetu dugu eta simulazioak sare handiagoak erabiliz burutu ditugu, ondorioz errore txikiagoak lortu ditugu. Beste metodoa, Batezbesteko abiaduraren eremu-zenbateslea (AVFE) [69, 73] lanean proposatu zen soka kosmikoen kasurako eta eremu kantitateen pisaturiko batezbestekoak erabiliz batezbesteko sare-abiadura lortze du zuzenean. Gure kasuan metodo hau monopolo globalen kasurako egokitu eta gure simulazioetan erabili dugu.

Bi metodo mota hauek konparatzea interesgarria da. Monopoloen jarraitze metodoak monopoloaren posizioa jarraitzen du bere eboluzioan zehar; espazio-denborako metodoa da. Beste metodoek berriz, LVE-k eta AVFE-k, eremu-espaziotik ateratzen dute informazioa denbora tarte bakoitzean. Bi prozedura hauek oso desberdinak dira printzipioz baina ikusi dugun moduan

#### 4.6 Ondorioak

LVE eta AVFE metodoetatik lorturiko emaitzak monopoloen jarraitze metodo berritik lorturiko emaitzekin bateragarriak dira.

Egia esan, LVE (hobetua) metodotik lorturiko emaitzak bat datoz gure metodo berria erabiliz lorturiko datuekin. Beste metodotik, AVFE, lorturiko emaitzak ere bat datoz baina  $1-\sigma$  edo  $2-\sigma$  kontuan hartuz. Diferentzia hau arrozoi fisikoak erabiliz uler daitezkeen errore sistematikoetatik dator. Adibidez, AVFE abiadurara laguntzen duten eskualde batzuk ez dira monopoloen posizioak, monopoloko-antimonopoloko deuseztatzearen ondorioz geratutako energia potentzial altuko eremuak baizik. Edozein kasutan ere, argi ikus daiteke eremu-teorien informazioa erabiltzen duten prozedurek (ezartzeko askoz erresagoak direnak) ondo funtzionatzen dutela.

Press-Ryden-Spergel algoritmoa [115] erabiliz lorturiko emaitzak *benetako* simulaziotatik eratorritako emaitzekin konparatu ditzakegu baita ere. Press-Ryden-Spergel algoritmoak helmen dinamiko handiagoa ahalbidetzen du baina ez ditu *benetako* higidura-ekuazioak askatzen, artifizialki eraldatutako ekuazioak baizik. *Benetako* simulazioek berriz jatorrizko higidura-ekuazioak askatu ahal izateko helmen dinamiko txikiagoa daukate. Bi kasuetan lorturiko emaitzak bateragarriak direla erakutsi dugu. Emaitza hau jatorrizko higidura-ekuazioak askatu ezin daitezkeen kasuetara estrapolatu daiteke, non Press-Ryden-Spergel algoritmoa hurbilketa arrazoizkoa dela ziurtatzen dugun.

Azkenik, abiadura zenbatesle desberdinetatik lortutako datuak erabiliz monopoloko globalen batezbesteko sare-abiadura (4.29)

$$v_r = 0.76 \pm 0.07, \quad v_m = 0.65 \pm 0.08,$$

dela lortu dugu erradiazioaren eta materiaren mendeko aroentzat hurrenez hurren.

Lan honetan lorturiko emaitzak literaturan lortutakoekin konparatu ditzakegu. Adibidez, Yamaguchik [139] LVE metodoa erabiliz ondorengo balioak lortu zituen monopoloko globalen abiadurarentzat:

$$v_r = 1.0 \pm 0.3, \quad v_m = 0.8 \pm 0.3, \quad (4.36)$$

non  $r$ -k erradiazioaren mendeko aroa adierazten duen eta  $m$ -k materiaren mendekoa. Guk lorturiko emaitzak Yamaguchik lortutakoekin bateragarriak dira, baina gure emaitzek errore askoz txikiagoak dituzte. Kontuan izan Yamaguchiren balioak erabiliz ezin dela adar ultraerlatibista baztertu.

Abiaduren kalkuletan hobekuntza hain handia lortzeak hainbat arrazoi ditu. Gure monopoloko jarraitze metodoa literaturan aurkitu daitezkeen beste metodoak baino askoz zehatzagoa da. Gainera, erabili ditugun simulazioak aurretiaz erabilitakoak baino askoz handiagoak dira. Hau gutxi balitz, monopoloko jarraitze metodoa hobeturiko LVE metodoarekin eta AVFE metodoarekin konbinatu dugu. Egia esan, hobetu dugun LVE metodoa soilik erabili izan bagenu Yamaguchiren lanean lorturikoak baino errore askoz txikiagoak lortuko genituzke, izan ere, gure hobekuntzak erroreak sortzen dituen iturria minimizatzen baitu eta simulazio handiagoak erabili baititugu, esangura estatistikoa handituz.

Gure abiadura zenbatesle berria erabiliz [97] lanean aurkeztutako eredu analitikoaren soluzioen adar fisikoa subluminala dela zehaztu dezakegu. Egia esan, gure simulazioetan ez dugu argiaren abiadura baino bizkorrago (edo argiaren abiaduratik gertu) mugitzen den monopoloko bakar bat ere aurkitu. Lorturiko abiaduren emaitzak eta lehenago aipatu ditugun sarearen eskalatze zenbakiak erabiliz monopoloko globalen eredu analitikoak kalibratu dezakegu erradiazioaren eta materiaren mendeko garaietan (ikus 4.6. taula):

$$\begin{aligned} c_r &= 2.6 \pm 0.3, & k_r &= 0.9 \pm 0.1, \\ c_m &= 2.5 \pm 0.3, & k_m &= 1.6 \pm 0.2. \end{aligned} \quad (4.37)$$

#### 4. Kapituluua: Monopolo globalen abiaduren neurketa

$c$  parametroaren balioak literaturan emandako balioekin bateragarriak dira ( $1\sigma$  eta  $2\sigma$  erabiliz), baina gure balioek errore txikiagoak dituzte.  $k$  balioa berriz ez da lehenago inon adierazi, izan ere, lehenago burututako simulazioek ziurgabetasun handiak zituzten eta ezinezkoa zen monopoloen abiadura luminala edo subluminala zen zehaztea.

Erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetarako lorturiko  $c$  parametroaren balioak bateragarriak dira, baita murriztutako errore barrak erabiliz ere. Baina, erradiazioaren eta materiaren mendeko garaietan lorturiko  $k$  parametroaren balioen artea tentsioa dago. Monopolo globalen VOS eredu aurkeztu zen [97] lanean esaten zen moduan VOS eredu hau lortzeko hurbilketetan fiskaren ikuspuntu guztiz desberdinak kontuan hartu ziren. Hau da,  $c$  barnebiltzen duen terminoak oinarri sendoagoa dauka  $k$  barnebiltzen duenak baino. Gure simulazioek ondorio hau sostengatzen dute.

$k$  parametroak simulazioekiko duen mendekotasunak monopoloen arteko indarraren deskribapenean egindako hurbilketekin zerikusia izan dezake. VOS ereduak monopoloaren eremu konfigurazioa esferikoki simetrikoa dela suposatzen du eta ondorioz monopoloaren masa distantziarekiko linealki hazten dela. Eredu honek monopoloen arteko indarra distantziarekiko independentea dela ere suposatzen du. Gainera, inguruko beste monopolo batzuen presentzia  $1/\sqrt{N}$  faktorea *ad hoc* moduan sartuz deskribatzen da. Uste hau berraztertu egin behar da: sarean aurkitzen den monopolo baten eremu konfigurazioa esferikoa izatea nekez sinetsi daiteke; monopoloen arteko indarra distantziarekiko independentea da monopoloak beraien artean urruti daudenean bakarrik eta gainera ez dago argi zein den indar hau monopoloen muinen parte hartzea dagoenean. Hau gutxi balitz, beste monopoloen eta antimonopoloen presentziak eremu konfigurazioa asko aldatzen du. Gure emaitzek VOS ereduaren hobekuntza ekar lezakeen norabidea seinalatzen dute. Edozein kasutan ere, kontuan hartu behar da gure simulazioetan errore numeriko desberdinak daudela: Press-Ryden-Spergel algoritmoak sortzen dituen erroreak daude, detekzio eta abiadura kalkulurako gure algoritmoetan ere erroreak daude eta diskretizazioak sorturiko erroreak ere izan ditzakegu.

Kapitulu honetan deskribaturiko metodoa beste defektu-sare mota batzuk ezaugarritzeko ere erabil daiteke. Adibidez, metodo honen zuzeneko aplikazio bat soka erdilokalen eredu analitikoaren kalibrazioa litzateke. Kalibrazio hau 5. kapituluan egingo dugu, non lan honetan lortu dugun partikula puntualen eboluzioaren inguruko ezagutza oso baliagarria izango den sokaren bukaeren abiadurak kalkulatzeko.

## 4.6 Ondorioak

# 5

## Soka erdilokalen sareen eboluzioa

---

### 5.1 Sarrera

Aurreko kapituluan ikusi dugun moduan defektu kosmikoen sareentzako VOS motako eredu analitiko fidagarria lortzeko zenbakizko simulazioak ezinbestekoak dira. Zenbakizko simulazioetatik lor daitekeen defektuen ezaugarritze zehatza eta defektu bakoitzaren portaeraren azterketak oso garrantzitsuak dira defektu sareen portaera aztertzeko orduan. Gainera, portaera honen azterketa eredu analitikoak deskribatu beharreko sarearen eskala karakteristikoak zeintzuk diren edota eredu fidagarria eraikitze kontuan hartu beharreko hurbilketa zeintzuk diren zehazteko erabili daiteke. Behin eredu analitikoak eraikita zenbakizko simulazioetatik lorturiko datuak erabili behar dira hauetan ageri diren parametro fenomenologikoak kalibratzeko.

2.4.2. atalean azaldu dugunez eredu erdilokalean ageri diren sokek ezaugarri bitxi batzuk dituzte. Mota honetako sokak ez direnez guztiz topologikoak monopolo globalen portaera daukaten bukaerak izan ditzakete. Ondorioz mota honetako sareak monopolei loturiko soka lokalen sareak bezala uler daitezke. Gainera, kontuan hartuz eredu erdilokalak bi eremu konplexu dituela ez dago argi bietako zein kiribiltzen den edota eremuen kiribiltzeek sokaren posizioa ezartzen duten. Eremu magnetikoa erabili izan da soken posizioak lortzeko zenbakizko simulazioetan. Eremu magnetikoaren bidezko detekzioak sokaren hiru dimentsiotako deskribapena ematen du, sareko segmentuen portaeraren azterketa asko zailduz.

Lan honetan burutu dugun soka erdilokalen ezaugarritze zehatza deskribatuko dugu. Segmentu erdilokalen muinaren dimentsio bakarreko deskribapena eta segmentuen bukaeren monopolo bidezko deskribapena emateko gai gara orain. Deskribapen hau erabiliz, segmentuen luzerak, segmentuen abiadurak eta segmentu bukaeren (monopolen) abiadurak kalkulatu ditugu. Abiaduren kalkulurako 4. kapituluan aurkezturiko antzeko prozedura erabili dugu. Hau gutxi balitz, segmentuen dimentsio bakarreko deskribapenak sareko segmentu bakoitzaren portaeraren azterketa ahalbidetzen digu.

[104] lanean soka erdilokalentzako VOS motako ereduak aurkeztu zituzten. Lan honetako egileek soka erdilokalen sareak monopolo globalei loturiko soka lokalen sare bezala uler daitezkeela kontuan hartuz monopoloen eta soka lokalen VOS motako ereduak nahastu zituzten soka erdilokalentzako ereduak lortzeko. Nahasketa hau erabiliz bi eredu desberdin aurkeztu zituzten. 2.4.2. atalean azaldu dugun bezala eredu hauetako bakoitzaren gai fenomenologikoa garatzeko ikuspuntu desberdinak erabili zituzten. Segmentuen portaeraren azterketa hau VOS motako ereduak garatzeko erabilitako hurbilketa egokiak ote diren aztertzeko erabiliko dugu etorkizuneko lan batean. Kasu horretan ereduaren parametroak kalibratuko ditugu.

Kapitulu hau bi artikulua desberdinetan oinarritzen da:

## 5.2 Eremu-teoria simulazioak eta eskalatzea

- **Evolution of semilocal string networks: Large-scale properties**

A. Achúcarro, A. Avgoustidis, A.M.M. Leite, A. Lopez-Eiguren, C.J.A.P. Martins, A.S. Nunes and J. Urrestilla, Phys. Rev. D89 (2014) no.6, 063503. arXiv:1312.2123.

- **Evolution of semilocal string networks: II. Velocity estimators**

A. Lopez-Eiguren, J. Urrestilla, A. Achúcarro, A. Avgoustidis and C.J.A.P. Martins, arXiv:1704.00991, Phys. Rev. D-ra bidalia

Lehenengo artikuluan, sare erdilokalen eskala handiko ezaugarriak aztertu ditugu eta bigarrean berriz segmentuen ezaugarritze berria, non segmentuen luzeren eta abiaduren datuak ere ematen diren.

Kapitulua ondorengo eran antolatu dugu: 5.2. atalean burutu ditugun soka erdilokalen sareen eremu-teorien simulazioak deskribatuko ditugu. Ondoren, 5.3. atalean, segmentuen luzerak, segmentuen abiadurak, monopolen posizioak eta monopoloen abiadurak neurtzeko erabili ditugun algoritmoak aurkeztuko ditugu. Algoritmo hauetako batzuk jadanik erabiliak izan dira eta beste batzuk lehen aldiz aurkeztuko ditugu lan honetan eta soka erdilokalentzako espezifikoak dira. 5.4. atalean algoritmoen zailtasunak azalduko ditugu. Algoritmo hauetatik lorturiko emaitzak 5.5. atalean aurkeztuko ditugu. Azkenik, 5.6. atalean ondorioak emango ditugu.

## 5.2 Eremu-teoria simulazioak eta eskalatzea

Kapitulu honetan aztertuko ditugun defektu sareak soka erdilokalen sareak dira. 2.4.2. atalean (non ereduaren deskribapen zehatza eman den) ikusi dugun moduan eredu erdilokala Higgs eredu trukakorren orokortze bezala ikus daitezke, non eremu konplexu bakarria izan beharrean bi dituen  $SU(2)$  dobletea sortuz. Orokortze hau dela medio, eredu erdilokalean  $U(1)$  fluxu tutuen soluzioak sor daitezke nahiz eta oinarritzko egoera sinpleki konexua izan. (2.72) Lagrangearrari aldagai aldaketa egokiak aplikatuz ondorengo dugu soka erdilokalen ereduaren Lagrangean sinpleena,

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \Phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{\beta}{2} (\Phi^\dagger \Phi - 1)^2, \quad (5.1)$$

non  $\mathcal{D}_\mu \Phi = (\partial_\mu - iA_\mu)\Phi$  eta  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ . Azaldu daitekeen bezala ereduaren portaera zuzentzen duen parametro bakarria  $\beta$  da. 2.4.2. atalean ikusi dugun bezala soken egonkortasunak parametro honen menpekotasuna dauka. Gure helburua unibertso gazteko soka erdilokalen sareen dinamika ezaugarritzea denez espazialki laua den Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker espazio-denbora kontsideratuko dugu koordenatu kohigikorretan (ikus 1.3. atala):

$$ds^2 = a(\tau)^2 \left( -d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \right), \quad (5.2)$$

non  $\tau$  denbora konformea den eta  $a(\tau)$  eskala-faktore kosmikoa.

Eredu erdilokalaren higidura ekuazioak denbora gaugean ( $A_0 = 0$ ) ondorengoak dira

$$\begin{aligned} \ddot{\Phi} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} - \mathbf{D}^2\Phi + a^2\beta(|\Phi|^2 - 1)\Phi &= 0, \\ \partial^\mu F_{\mu\nu} - ia^2(\Phi^\dagger D_\nu \Phi - D_\nu \Phi^\dagger \Phi) &= 0, \end{aligned} \quad (5.3)$$

non

$$\partial_i F_{0i} = ia^2(\dot{\Phi}^* \Phi - \Phi^* \dot{\Phi}), \quad (5.4)$$



Gausen legea den. Kontuan hartu lortu berri ditugun ekuazioak (2.18) ekuazioen oso antzekoak direla. (5.3) ekuazioetan  $\Phi$ -k bi eremu eskalar konplexu adierazten ditu eta (2.18) ekuazioetan berriz  $\phi$ -k eremu konplexu bakarra.

2.3.4. atalean aztertu dugun bezala zabaltzen ari den hondoan defektu kosmikoak simulatzeak beste arazo bat dauka: defektuen tamaina fisikoa finkoa da simulazioan zehar baina kuboaren tamaina handituz doa. Hau da, koordenatu kohigikorretan kuboaren tamaina konstantea da baina defektuen tamaina (fisikoa) txikituz doa. Beste behin ere efektu honek simulazioen tamaina handitzea eskatzen du baina dakigunez ez da egingarria. Simulazioaren tamaina handitu beharrean Press-Ryden-Spergel (PRS) [115] algoritmoa (ikus 2.3.4 atala) erabili dezakegu. Algoritmo honen eraginez defektuen muina konstantea da koordenatu kohigikorretan. Ikusi dugun moduan ereduaren parametroak denboraren menpeko eginez lor dezakegu hau. Algoritmo hau erabiliz (5.3) higidura-ekuazioak ondorengo eran idatz daitezke:

$$\begin{aligned} \ddot{\Phi} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} - \mathbf{D}^2\Phi + a^{2s}\beta(|\Phi|^2 - 1)\Phi &= 0, \\ \partial^\mu \left( a^{2(1-s)} F_{\mu\nu} \right) - ia^2(\Phi^* D_\nu \Phi - D_\nu \Phi^* \Phi) &= 0, \end{aligned} \quad (5.5)$$

non  $s$  parametroak PRS algoritmoaren modelatze maila adierazten duen:  $s = 1$  kasuan benetako higidura-ekuazioak ditugu eta  $s = 0$  kasuan berriz defektuaren muinaren tamaina koordenatu kohigikorretan konstante den kasua.

2.3.4. atalean deskribatu dugun prozedura erabili dugu zenbakizko simulazioak burutzeko. Sistema  $1024^3$  sare puntu erabiliz simulatu dugu erradiazioak eta materiak menderatutako garaian  $s = 0$  kasurako. Gure esku zegoen ahalmen konputazionala kontuan hartuz  $\Delta x = 0.5$  eta  $\Delta\tau = 0.2$  aukeratu ditugu, non  $\Delta x$  eta  $\Delta\tau$   $[\eta^{-1}]$ -tan neurtutako sare-tartea eta denbora-tartea diren, hurrenez hurren. Simulazioak *COSMOS Consortium supercomputer*-en eta *i2Basque academic network computing infrastructure*-n burutu ditugu.

[9] lanean erabilitako hasierako baldintzak gure kasurako (simulazioek ahalik eta bizkorren eskalatu dezaten) egokiak direla frogatu dugu: gauge-eremua, gauge-eremuaren abiadurak eta eremu eskalarraren abiadurak zero dira; eta eremu eskalarrak oinarritzko egoeran daude baina hausaz hautaturiko orientazioekin [130].

Gure simulazioetatik datu estatistiko egokiak lortu ahal izateko soka egonkor eta nahiko luzeak simulatu nahi ditugu. 2.4.2. atalean esan dugun bezala soka erdilokalak  $\beta < 1$  balioetarako dira egonkorak eta ondorioz gure simulazioak ondorengo  $\beta$ -ren balioetarako burutu ditugu:  $\beta = 0.04, 0.09, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35$ .  $\beta$ -ren balio altuagoetarako sarea urriagoa da (ikus [8] lana) eta ondorioz estatistika egokia lortzea zailagoa litzateke.  $\beta$ -ren balio txikiagoak ere ez dira oso egokiak muin eskalarraren tamaina oso handia egiten baita gure simulazioen parametroen balioetarako.

$\beta$ -ren balio bakoitzerako eta bi kosmologien (erradiazioaren eta materiaren mendekoak) kasurako 7 simulazio desberdin burutu ditugu gure azterketa estatistikoa handitzeko asmoz. Konputazionalki oso garestia da simulazioa denbora pausu bakoitzean aztertzea eta gordetzea; ondorioz, behin simulazioa eskalatzen hasi ondoren 20 denbora-tartero gordetzen dugu informazioa. Datuak gordetzeko aukeratu digun denbora aldia  $\tau = 96$ -tik  $\tau = 256$ -ra doaz;  $\tau = 96$  baino lehenagoko denboretan sistema ez dago eskalatzen eta  $\tau = 256$  mugalde-baldintzek ezartzen duten muga da<sup>1</sup>.

Kasu honetan simulazioak eskalatzen daudela (eskala karakteristikoa denborarekin linealki handitzen ari dela) ikusteko VOS motako bi eskala karakteristikoko desberdin erabili daitezke. Alde

<sup>1</sup>Pare bat kasutan informazioa sarriago gordetzen dugu, informazioa gordetzeko aukeratu dugun periodikotasuna ondo dagoela ziurtatzeko eta geroago aztertuko ditugun arazo batzuk zehatz-mehatz azaltzeko.

### 5.3 Luzerak eta abiadurak neurtzeko algoritmoak

batetik, segmentuen luzerarekin loturiko eskala karakteristikoa erabili dezakegu

$$\xi^s \equiv \sqrt{\frac{V}{\mathcal{L}}} = \gamma_{\mathcal{L}}\tau, \quad (5.6)$$

non  $V$  horizontearen bolumena den eta  $\mathcal{L}$  soken luzera totala.  $\gamma_{\mathcal{L}}$  VOS motako luzera eskala parametroa da (ikus 2.3.4. atala). Soken luzera totala bi modu desberdinetan neur daiteke. Lehenik eta behin,  $\mathcal{L}$ -ren kalkulu bat lor daiteke eremu lokalen zenbatesleak erabiliz, non energia-momentuaren tentsorearen 00 osagaia,  $T_{00}$ , eta sokaren luzera unitateko energia,  $\mu$ , erabiliz luzera totala ondorengo eran lor daitekeen,

$$\mathcal{L} = T_{00}/\mu. \quad (5.7)$$

Bigarrenez, soken luzera totala segmentu bakoitzaren luzera kohigikorra zuzenean neurtuz lor daiteke.

Bestalde, segmentu bukaera (monopolo) kopuruarekin loturiko eskala karakteristikoa ere erabil daiteke,

$$\xi^m \equiv \left(\frac{V}{\mathcal{N}}\right)^{1/3} = \gamma_{\mathcal{M}}\tau, \quad (5.8)$$

non  $V$  horizontearen bolumena den eta  $\mathcal{N}$  monopoloen kopuru totala. Kasu honetan VOS motako luzera eskala parametroa,  $\gamma_{\mathcal{M}}$ , segmentu bukaera (monopolo) kopuruarekin loturik dago.

2.3.4. atalean ikusi dugun bezala segmentuen luzeren, segmentuen abiaduren eta monopoloen abiaduren neurketa zehatza oso interesgarria da soka erdilokaleen sareen deskribapena ematen duten eredu analitiko egokiak lortzeko. Hau gutxi balitz, ikusi berri dugun moduan luzera horiek oso garrantzitsuak dira simulazioen eskalatzea aztertzeko orduan. Kapitulu honetan soken luzerak, soken abiadurak eta monopoloen abiadurak neurtzeko algoritmoak aurkeztuko ditugu. Lehenago esan bezala algoritmo hauetako batzuk beste lan batzuetan erabili izan dira baina beste batzuk aldiz lan honetan aurkeztuko dira lehen aldiz.

Soka erdilokalak topologikoak ez direnez, simulatutako sare batean beraien posizioa zenbakizko metodoak erabiliz lortzea askoz zailagoa da AH soken posizioa lortzea baino. 2.3. atalean ikusi dugun bezala AH sokaren posizioa lortzeko hiru prozedura desberdin erabil daitezke. Hala eta guztiz ere, eremuen kiribiltzearekin loturiko prozedura izan da literaturan gehien erabili izan dena, beste arrazoi batzuk tarteko prozedura honek sokaren dimentsio bakarreko irudikapena ematen baitu.

Soka erdilokalen kasuan eremu konplexuen kopurua bikoitza da eta gauge-eremu bakarra dago. Ondorioz ez dago argi ze eremu aukeratu kiribiltzeak jarraitzeko edota kiribiltze hauek sokaren posizioa adierazten duten ere. Gainera, eremuek ez dute zertan zero izan kiribiltzea dagoenean. AH kasuan ez bezala, eremu *bat* kiribilduta egon liteke sare-puntu baten inguruan baina *beste* eremuak energia potentzialaren oinarritzko egoeran egoteko baldintza bete litzake. Ondorioz, eremuaren kiribiltzea izan dezakegu baina ez potentzialaren edota eremu magnetikoaren kontzentrazioa.

### 5.3 Luzerak eta abiadurak neurtzeko algoritmoak

Aurretiko lanetan [7–9, 104] puntu bat soka erdilokal baten parte den edo ez jakiteko eremu magnetikoaren kontzentrazioa erabiltzen zen (metodo hau aurrerago azalduko dugu zehaztasunez). Metodo honek puntu sorta bat ematen digu eta puntu hauek segmentuetan taldekatu daitezke puntuen arteko gertutasuna kontuan hartuz. Puntuen bildumak emandako bolumen bat digu zein luzera kalkulatzeko erabil daitekeen. Gainera, metodo honetatik lor daitekeen segmentu kopurua

monopolo kopurua (segmentu bukaerak) zehazteko zenbatesle egokia da. Betidanik jakin izan da metodo hau lehen hurbilketa bat dela segmentuen luzera kalkulatzeko; geroago erakutsiko dugun moduan metodo honek segmentuen luzerak direnak baino laburragoak neurtu izan ditu.

Segmentuen bolumeneko irudikapena baino hobea izango litzateke segmentuen dimentsio bakarrekiko irudikapena, adibidez, sokaren muinaren posizioak emanikoa. Lan honetan eremuen kiribiltzea erabiliz dimentsio bakarrekiko segmentuen irudikapena ematen duen zenbatesle berri bat aurkeztuko dugu. Deskribapen hau oso baliotsua izango da geroago azalduko dugun abiaduren zenbateslearentzat eta gainera deskribapen berri honi esker segmentu bakoitzaren abiadura aztertzeko gai izango gara lehen aldiz.

Lan honetan simulaziotik zuzenean monopoloen posizioak ere lortu ditugu lehen aldiz. Monopoloen kopurua eta abiadurak oso garrantzitsuak dira sistema ezaugarritzeko. Adibidez, monopoloen kopuru totaletik,  $\mathcal{N}$ , segmentu kopuruaren,  $(\mathcal{N}/2)$ , neurketa independente bat lor baitaiteke.

Ondorengo puntuetan segmentuen luzerak, segmentu kopurua, monopolo kopurua, segmentuen abiadura, monopoloen abiadura eta sarearen abiadura lortzeko erabili ditugun algoritmoak azalduko ditugu.

### 5.3.1 Eremu magnetikoaren muga erabiliz segmentuen luzeren kalkulua

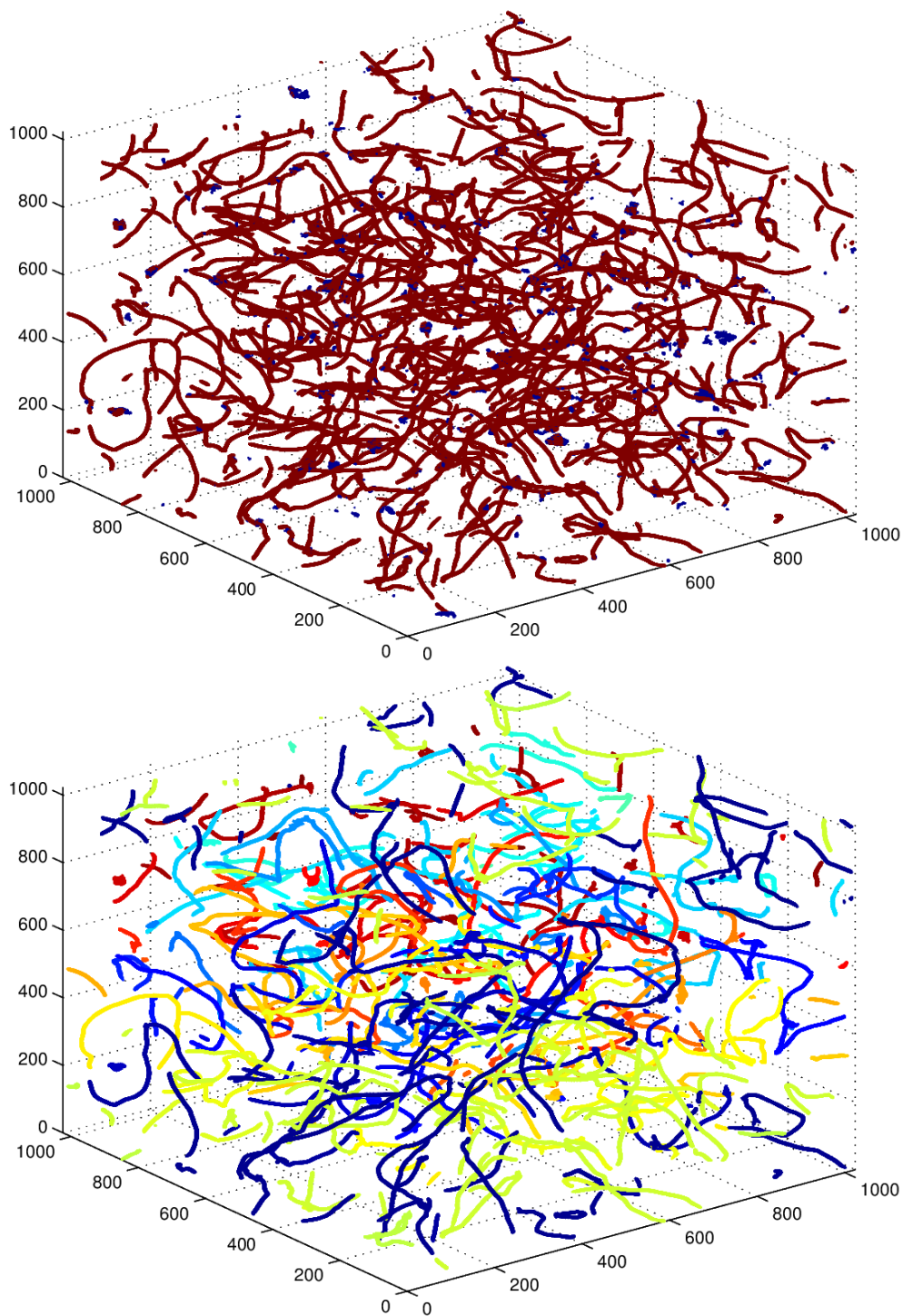
Sare-puntu bat segmentu erdilokal baten parte den ikusteko definizioetako bat ondorengo da: eremu magnetikoaren dentsitatea muga bat baino handiagoa duten puntuak segmentu erdilokal baten parte dira.  $\beta$ -ren balio bakoitzerako muga egoki bat lortzeko asmoz  $\beta$  bakoitzari dagokion Higgs eredu trukakorrekiko soka kontsideratzen dugu eta soka honi dagokion eremu magnetikoaren maximoa  $B_{\max}$  kalkulatu dugu. Lortu berri dugun eremu magnetikoaren maximo hau erabiliz Higgs eredu trukakorrekiko sokaren erradioa,  $r_{\text{AH}}$ , kalkulatu dugu. Erradio hau sokaren erditik eremu magnetikoaren balioa (balio absolututa)  $B_{\max}$  %30 egiten den puntura arteko distantzia da. Kalkulatu dugun  $B_{\max}$  balioa erabiliz sareko puntu guztiak aztertzen ditugu denbora aldi guztietan, non eremu magnetikoa kalkulatu dugun eta honen balioa  $B_{\max}$  % 30 baino handiagoa bada puntuaren posizioa gordetzen dugun. 5.1. irudian ikus daiteke sareko puntu guztietan eremu magnetikoaren azterketa egin ondoren lortzen den argazki tipikoa.

Muga baino eremu magnetiko altuagoa duten puntu guztiak gorde ondoren puntu hauek segmentuetan antolatzen dira. Hau da, elkarren artean ukipenean dauden puntu guztiak segmentu batean taldekatzen dira. Ondorioz, segmentuaren bolumena osatzen duten puntu sorta bat lortzen dugu. Puntuak osatzen duten bolumena sokaren zeharkako azalerarekin ( $r_{\text{AH}}$  erabiliz eta zeharkako sekzio zirkularra kontsideratuz lortua) zatituz segmentuaren luzera kalkulatu daiteke. Metodo hau erabiliz denbora aldiune bakoitzean segmentu luzera banaketa bat lortzen da. 5.1. irudian puntuak segmentuetan taldekatu ondoren lortzen den argazki tipikoa ikus daiteke, non segmentu bakoitza kolore desberdin batekin margotu den. Aldiune bakoitzean segmentu guztien luzerak batuz aldiuneko soka luzera totala,  $\mathcal{L}(t)$ , lor daiteke.

Sarean aurki daitezkeen segmentu gehienak tutu itxurakoak dira baina esfera itxura daukaten batzuk ere ikus daitezke. Azken hauek energiaren tantak dira. Hauek segmentuak deuseztatzen direnean sor daitezke adibidez. Benetako segmentuak ez direnez ez ditugu kontatu nahi eta ondorioz beste muga bat ezarri dezakegu: sokaren erradio tipikoa baino  $\alpha$  aldiz handiagoak ez diren segmentuak tanta gisa kontsideratuko ditugu eta ez dira kontuan hartuko. 5.1. irudian ikus daiteke tanta gisa kontsideratu ditugun segmentuen eta benetako segmentuen arteko aldea.

Lehenago esan dugun bezala segmentu kopurutik zuzenean lor daiteke monopolo kopurua. Hala eta guztiz ere, kontuan hartu behar da segmentu batzuek begiztak osatuko dituztela eta ondorioz prozedura hau erabiliz monopolo kopurua zertxobait altuagoa lortuko dugula. Gainera, nahiz eta energia tanta guztiak kentzen saiatu sarean oraindik batzuk geratuko dira eta segmentu

### 5.3 Luzerak eta abiadurak neurtzeko algoritmoak



**5.1. Irudia:** Materiaren mendeko aroko soka erdilokalen sarea, non  $\beta = 0.04$  den. Goiko irudiak bi egitura desberdin erakusten ditu: alde batetik tutu itxurako egiturak (benetako sokak) daude eta bestalde energia tanak ikus daitezke. Gure lanean tanta hauek ez ditugu kontuan hartzen. Azpiko irudian berriz sare berdina ikus daiteke baina kasu honetan tantarik gabe. Irudi honetan gainera segmentu bakoitza identifikatu ondoren kolore desberdinez margotu ditugu. Segmentu kopurua oso handia denez kolore bera behin baino gehiagotan erabili behar izan dugu. Kontuan izan tanak kentzeko prozedurak batzuetan huts egin duela eta horregatik irudian tanta itxurako segmentu batzuk ageri direla.

$\beta$	Erradiazioa		Materia	
	$\gamma_L$	$\gamma_M$	$\gamma_L$	$\gamma_M$
0.01	$0.29 \pm 0.04$	$0.6 \pm 0.2$	$0.30 \pm 0.05$	$0.56 \pm 0.08$
0.04	$0.30 \pm 0.04$	$0.5 \pm 0.1$	$0.30 \pm 0.03$	$0.5 \pm 0.1$
0.09	$0.33 \pm 0.05$	$0.5 \pm 0.1$	$0.33 \pm 0.06$	$0.46 \pm 0.08$

**5.1. Taula:** [9] lanean lorturiko segmentu luzera totalarentzako,  $\gamma_L$ , eta monopolo kopuru totalarentzako,  $\gamma_M$ , lorturiko VOS motako luzera zenbatesleak (5.6, 5.8).

bezala kontsideratuko ditugu, monopolo kopurua oraindik gehiago handituz. Azkenik, segmentuen definizioa arbitrarioa da,  $\alpha$ -ren balioaren menpekotasuna baitauka. Hau da,  $\alpha$ -ren balio desberdinek segmentu kopuru ezberdina emango digute.

Soka erdilokalen sareen eskala handiko ezaugarriak aztertu ditugun lanean [9] sare hauen eskalatzea aztertu dugun prozedura hau erabiliz  $\beta = 0.01, 0.04, 0.09$  kasuetan. Lan honetan ikusi ahal izan dugunez 3 eta 8 arteko  $\alpha$ -ren balioek emaitza bateragarriak ematen dituzte. Bestalde, 3 baino txikiago diren  $\alpha$ -ren balioentzat *tanta* gehiegi hartzen ditugu kontuan eta 8 baino handiago diren  $\alpha$ -ren balioentzat *egiazko* segmentu gehiegi baztertzen ditugu. Lan honetan 5.1 taulan<sup>2</sup> agertzen diren VOS motako eskalatze parametroen balioak ere lortu ditugu.

### 5.3.2 Eremu eskalarren kiribiltzeen bidezko segmentu luzeren kalkulua

Zenbatesle hau lan honetan aurkezten da lehen aldiz eta segmentuen dimentsio bakarreko irudikapena ematen du. Irudikapen hau emateko bi eremu eskalarren ( $\phi_1$  eta  $\phi_2$ ) edota bietako baten kiribiltzea erabiltzen du.

Metodo berri hau ondorengo eran definitu daiteke: Simulazioan zehar  $\phi_1$  eta  $\phi_2$  eremuen kiribiltzeak kalkulatu dira sare puntu guztietan eta kiribiltze hau zeroren desberdina bada posizio hori gordetzen da, posizio horretako eremu magnetikoaren balioarekin batera. Eremu magnetikoaren balioa behar beharrezkoa da izan ere "plaquette" baten inguruan eremuak kiribildu izanak ez du zertan esan nahi puntu hori segmentu baten parte denik; hau da, kiribiltze hori eremu magnetikoaren kontzentrazioa dagoen puntuetan gertatu bada soilik da segmentuaren muinaren parte. Segmentuaren muinaren kokapena eremu eskalarretako bat (edo biak) eremu magnetikoaren hodeiaren barnean kiribiltzean lortzen da eta kiribiltzea duten puntu hauek jarraituz sokaren erdialdea deskribatzen duen dimentsio bakarreko lerroa lor daiteke.

Egia esan, topologiak ez duenez soken sorrera bermatzen eta eremuetariko baten kiribiltzeak jarraitzen gabiltzanez puntuak soka izateari utz liezaioke (eremu magnetikoaren hodeitik irteeraren bagara) edota bat-batean kiribiltzea duten puntuak bukatu daitezke. Esan beharrezkoa da, printzipioz eremu magnetikoaren hodeiaren barnean bi eremuetatik bat kiribiltzea nahikoa dela segmentu erdilokal bati dagokion puntua izateko. Ez da beharrezkoa bigarren eremuak ere kiribiltzea<sup>3</sup>. Bestalde, batzuetan bi eremuek erakusten dute kiribiltzea eremu magnetikoaren hodeiaren barnean, baina (diskretizazioaren eraginez) ez zehazki "plaquette" berdinean eta sare unitate batez bananduta daudela dirudi. Bi eragozpen hauei aurre egiteko bi eremuen azterketatik datozen puntuak konbinatu dira eta kontaktuan dauden puntuak segmentuak osatzeko taldekatu. Hau da, segmentu guztiak dimentsio bakarreko lerroa osatzen duten puntu talde bidez osaturik daude,

<sup>2</sup>Taula honetan kapitulu honetan zehar konparatzeko erabiliko ditugun  $\gamma_L$ -ren eta  $\gamma_M$ -ren balioak bakarrik jarri ditugu

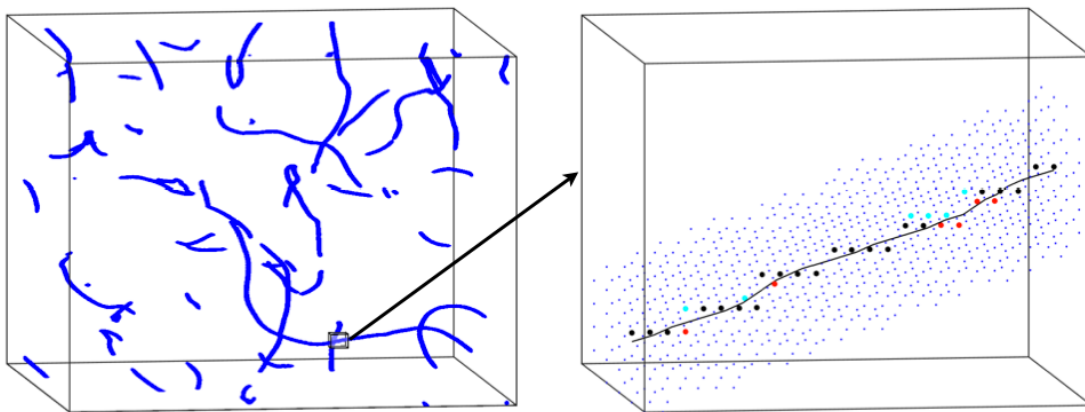
<sup>3</sup>Nahiz eta geroago erakutsiko dugun moduan sokaren barnean bi eremuak kiribiltzen direla eman.

### 5.3 Luzerak eta abiadurak neurtzeko algoritmoak

non puntu horiek bi eremuetariko batean edo bietan kiribiltzea duten eta eremu magnetikoa muga batetik gora. 5.2. irudian, azaldu ditugun bi metodoak erabiliz lorturiko segmentuen posizioak adierazten dira; eremu magnetikoaren kontzentrazioa erabiliz (urdinez) eta kiribiltzea daukaten puntuak adieraziz ( $\phi_1$  gorriz,  $\phi_2$  zianez eta biak beltzez).

Gure sarea diskretizaturik dagoenez segmentuaren erdigunea zehaztean Metropolis efektuak eragiten digu: segmentuaren muina ez da lerro leun bat, unitate pausoz osatuta dago. Segmentuaren erdigunearen bertsio leun bat lortzea oso interesgarria litzateke izan ere segmentuaren luzera eta abiadurak neurtzeko orduan hobekuntza handiak ekarriko bailituzke. Horregatik, sokan segmentuaren parte diren puntuen posizioak hurbileneko auzokideen posizioekin leuntzen ditugu. Hau da, jatorrizko puntuaren eta honen hurbileko auzokideen posizioen gaineko batezbestekoa egiten dugu. Auzokide kopuru desberdinak probatu ondoren, alde bakoitzetik lau auzokide erabiltzea optimoa dela ikusi dugu: muinaren posizioa nahiko leuna da eta segmentuaren egitura ez da galtzen (distantzia oso luzeetako auzokideekin batezbestekoak eginez gertatu daitekeen moduan).

Metodo hau erabiliz segmentu desberdinen bilduma lortzen dugu, non segmentu hauen muina dimentsio bakarreko posizio lauen lista bidez emanda dagoen. 5.2. irudiaren eskuineko aldean segmentu zati batean gainera zooma ikusi daiteke, non batezbestekoak erabiliz leundu dugun sokaren muinak kiribiltzea duten puntuen artean oso ondo interpolatzen duela ikus daitekeen.



**5.2. Irudia:** Ezkerreko irudian soka segmentuak ageri dira simulazio kutxa tipiko batean; puntu urdinek muga baino eremu magnetiko altuagoa dituzten puntuak adierazten dituzte. Eskuineko irudian segmentu zati baten gaineko zooma ageri da. Puntu urdinek berriz ere eremu magnetiko altuan duten puntuak adierazten dituzte eta puntu gorriek, zianek eta beltzek  $\phi_1$  eremua,  $\phi_2$  eremua edota bi eremuak kiribiltzen diren puntuak adierazten dituzte, hurrenez hurren. Kontuan izan puntu hauek ez daudela kurba leun batean zehar lerrotuta, kurba honen inguruan sakabanatuta baizik (Metropolis efektuaren eraginez). Alde bakoitzeko hurbileneko lau auzokideekin kurba leundu ondoren kurba beltza lortzen da. Kurba hau sokaren zentroaren bertsio leundua da. Egia esan kurba beltza puntuz osatua dago baina irudi honetan lerro jarraitu bezala adierazi dugu sare puntuen artean nola interpolatzen duen erakusteko.

#### 5.3.3 Segmentuaren abiaduren kalkulua

Behin segmentuak dimentsio bakarreko posizio lauen bilduma bidez ezaugarriturik ditugunean, segmentu bakoitzaren eboluzioa jarrai dezakegu eta sokan (zeharkako) abiadura lortu ere bai.

Kontsidera dezagun soka segmentu bat  $\tau_1$  aldiunean eta segmentu berdina beranduagoko  $\tau_2$  aldiunean. Segmentuko puntu bakoitza  $\tau_1$  aldiunetik  $\tau_2$  aldiunera bitartean nora mugitu den

zehazteko gai bagara, puntu taldearen abiaduraren batezbesteko bat lortzeko gai izango gara. Segmentuak osatzen dituzten puntuen jarraipena denboran zehar ondorengo eran egin dezakegu: segmentuaren muinaren parte den  $x_1$  puntua aukeratu  $\tau_1$  aldiunean eta puntu horretatik  $\tau_2$  aldiuneko segmentu guztien muinak osatzen dituzten puntuetarainoko distantzia kalkulatu.  $x_1$  puntua berarengandik gertuen dagoen  $\tau_2$  aldiuneko puntura mugitu dela kontsideratuko dugu.  $x_1$  puntuaren abiadura puntu horrek ibilitako distantzia  $\tau_2 - \tau_1$  denbora tartearekin zatituz lor dezakegu. Segmentu bati dagozkion puntu guztiei prozesu bera aplikatuz denbora tarte guztietan segmentuaren abiadura lor dezakegu (segmentuaren puntu guztietako  $|v|$ -ren batezbestekoa). Segmentu guztien gaineko batezbestekoa eginez sarearen batezbesteko abiadura lor dezakegu.

Azaldu berri dugun metodo honek nahiz eta sotiltasun batzuk (hurrengo atalean deskribatuko dira) izan hainbat onura ditu: denbora tarte bakoitzean segmentu bakoitzaren abiadura lor daiteke. Ondorioz segmentu bakoitzaren abiaduraren eboluzioaren historia gorde dezakegu. Gainera, informazio horretaz baliatuz ze segmentu zeinekin batu den azter dezakegu.

Argi ikus daiteke azaldu berri dugun prozedura honetarako soka segmentuen dimentsio bakaerreko ezaugarritzea ezinbestekoa dela eta ondorioz soken abiaduren neurketak kiribiltzeen bidezko soka luzeren ezaugarritzearen beharra dauka.

### 5.3.4 Soka-bukaeren (monopoloen) kopuruen eta abiaduren kalkulua

2.4.2. atalean azaldu dugun moduan segmentuen bukaerako eremuen konfigurazioa monopolo global bezala uler daiteke [4]. Ondorioz, eremuen informazioa erabiliz monopolo hauek detektatu daitezke simulazioan zehar. Sare puntu guztiak aztertu dira puntu horietan monopolorik dagoen edo ez aztertzeke. Azterketa hau burutzeko ([4] lana jarraituz) soka bukaeretako eremu konfigurazio guztiak  $SU(2)$  simetriadun 4 eremu eskalar errealetik hiru eremu eskalarretara ( $O(3)$  monopolo globalekin analogia sortuz) itzuli dira ondorengo erabiliz,

$$\Psi \sim \Phi^\dagger \vec{\sigma} \Phi, \quad (5.9)$$

non  $\vec{\sigma}$  Pauliren matrizeak diren. Egia esan, lortu berri dugun eremu konfigurazioak zarata asko dauka oraindik ere monopoloak argi eta garbi detektatzeko eta ondorioz ondorengo eran leundu dezakegu eremua

$$\Psi \longrightarrow \tilde{\Psi} = \Psi - \nabla \times (\nabla \times \Psi).$$

Behin eremu konfigurazio egokia lortuta 4.3.1. atalean azaldu dugun prozedura erabili daiteke monopoloen posizioak lortzeko.

Simulazio kutxa aztertu bitartean punturen batean karga topologikoa zeroren desberdina bada puntu horren posizioa eta karga topologikoaren balioa gordetzen dira. Horrela monopolo (edo segmentu bukaera) kopurua zuzenean lor daiteke simulazio kutxatik. Neurketa hau segmentu kopurua neurtzeko modu independente bat da: segmentu kopurua  $\mathcal{N}/2$  litzateke gutxi gora behera, izan ere segmentu batzuek begiztak osatu ditzakete eta hauek ez dute bukaerarik. Hau gutxi balitz, monopolo kopurua sistemaren eskalatzea neurtzeko beste modu bat da.

Monopoloen posizioa (eta beraien karga topologikoa) denbora pausu bakoitzean ezaguna denez, 4.3.1. atalean azaldutako prozedura erabili daiteke monopolen abiadura kalkulatzeko:  $\tau_1$  aldiuneko  $M_1$  monopoloa aukeratzen dugu eta  $\tau_2$  aldiunean dauden monopolo guztiekiko distantzia kalkulatu dugu. Ondoren,  $M_1$   $\tau_2$  aldiunean gertuen duen monopoloarekin lotzen dugu. Prozedura hau denbora pausu guztietan errepikatuz  $M_1$  monopoloaren historia guztia jarraitu dezakegu eta bidaiatu duen distantzia distantzia hori egiteko behar izan duen denbora tartearekin zatituz abiadura lor daiteke.

## 5.4 Algoritmoen zailtasunak

Monopoloen abiaduraren kalkuluak bere arazoak (ikus 4.3.1. atala) ditu baina beste behin ere dakartzan onurak asko dira: monopolo bakoitzaren abiadura lor daiteke bai denbora pausu jakin batean eta baita monopoloaren bizitza guztiko batezbestekoa ere. Monopolo guztien gaineko batezbestekoa eginez monopolo sarearen abiadura lor daiteke.

### 5.3.5 Sare-aldagai lokalen bidezko sarearen abiaduraren kalkulua

Bestalde, sare guztiaren abiadura lortzeko beste abiadura zenbatesle batzuk ere badaude. Hauek eremuen balio lokalak erabiltzen dituzte [69, 73] lanetan ikus daitekeen bezala. 4.3.3. atalean ikusi dugun moduan zenbatesle hauek lortzeko defektuak geldirik daudela kontsideratzen da eta hauei Lorentzen translazioa aplikatzen zaie. Monopolo globalen kasurako zenbatesle bakarra geneukan, baina kasu erdilokalean gauge eremuak medio beste zenbatesle bat gehiago erabili dezakegu. 4.3.3. atalean erabili dugun antzeko prozedura erabiliz ondorengo zenbatesleak lor ditzakegu:

$$\begin{aligned}\langle v^2 \rangle_F &= \frac{\mathbf{E}_{\mathcal{W}}^2}{\mathbf{B}_{\mathcal{W}}^2}, \\ \langle v^2 \rangle_G &= \frac{2G_{\mathcal{W}}}{1 + G_{\mathcal{W}}},\end{aligned}\quad (5.10)$$

non,

$$R_{\mathcal{W}} = \frac{E_{\Pi\mathcal{W}}}{E_{\partial\mathcal{W}}}\quad (5.11)$$

$\mathcal{W}$  subindizeak kantitate fisiko egoki bat erabiliz eginiko pisaketa adierazten du (ikus 4.3.3. atala). Gure kasu honetan energia magnetikoa erabili dugu, izan ere horrela automatikoki segurtatu dezakegu abiaduren kalkulura ekarpena egiten duten puntuak energi magnetiko ez nulua duten puntuak direla. Hau da, soka erdilokalek energia magnetikoaren kontzentrazio altuak dituzte eta ondorioz eremu horiek laguntzen dute gehienbat goiko integral horietara. Abiaduren zenbatesle hauek kalkulatzeko behar diren kantitateak simulazioan zehar gordetzen dira.

Kontuan izan eremuen bidezko zenbatesle hauek sarearen informazio orokorra ematen dutela eta lehenago azaldu ditugun metodoek berriz sarean agertzen diren segmentu (monopolo) bakoitzaren informazioa. Gainera, (5.10) zenbatesleak energia magnetikoa dagoen puntu guztien gaineko batezbestekoa egiten du eta ondorioz bai sokek eta baita monopoloek ere batezbesteko honetara laguntzen dute. Baina, segmenturen bat deuseztatu berri den zonaldeetan eremu magnetikoaren dentsitatearen soberakinak agertzen dira eta zonalde hauek ere abiaduraren zenbatesleari ekarpena egiten diote.

## 5.4 Algoritmoen zailtasunak

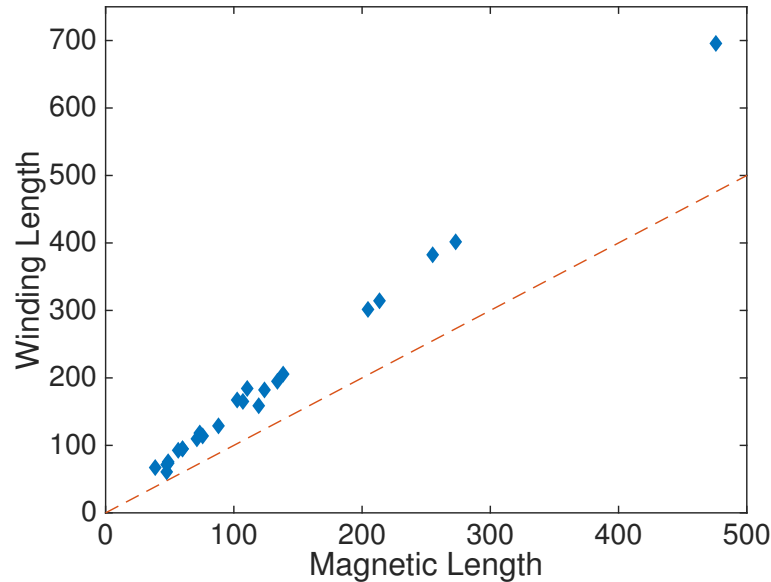
Atal honetan simulazioetan aurkitu ditugun zailtasun eta arazo batzuk deskribatuko ditugu. Zailtasun hauek, alde batetik, fisikoki baliotsuak diren emaitzak lortzeko gainditu behar dira. Bestalde, oso interesgarriak dira eredu analitikoa modu errealistago batean nola birformulatu daitekeen adierazi ahal digutelako.

### 5.4.1 Luzeren kalkuluen arteko alderaketa

Aurreko atalean segmentuen luzera kalkulatzeko bi prozedura desberdin deskribatu ditugu: batek eremu magnetikoaren muga erabiltzen zuen eta besteak, berriz, eremu eskalarren kiribiltzeak. Bi metodo hauen artean desadostasunak egotea espero genuen, batez ere eremu magnetikoaren



mugatik gora duten puntuak taldekatuz eta taldearen *bolumena zeharkako azalerarekin* zatituz segmentuen luzerak neurtzeko algoritmoa nahiko *gordina* delako. Eredu magnetikoa erabiltzen duen algoritmo hau lehenagoko lanetan [8, 9, 104] erabili izan da beste modu batean (eremu eskalarraren zeroak edo kiribiltzeak erabiliz) segmentu erdilokala definitzeko zailtasunak medio. Lan hauetan lehen hurbilketa egokia zela uste zen.



**5.3. Irudia:** *Irudi honetan segmentuen luzerak neurtzeko bi prozeduren arteko erlazioa ikus daiteke.  $x$  ardatzean eremu magnetikoa erabiliz neurturiko luzerak adierazten dira eta  $y$  ardatzean berriaz kiribiltzeak erabiliz lorturikoak. Diamante bakoitzak simulazioko kuboko segmentu bat adierazten du. Kasu honetan  $\beta = 0.20$  da eta  $t = 256$ . Argi ikus daiteke sareko segmentu guztientzako proportzionaltasun konstantea ia berdina dela.*

5.3. irudian fluxu magnetikoa ( $\alpha = 5$ ) erabiliz lorturiko luzeren eta kiribiltzeak erabiliz lorturikoen arteko erlazioa erakusten da  $\beta = 0.20$  kasurako  $t = 256$  aldiunean. Bi prozedura hauen arteko erlazioa ia berdina da beti, gutxi gora behera 1.5 (harrigarri handia). Gainera hau honela da  $\beta$ -ren kasu gehienetan eta materiaren eta erradiazioaren mendeko garaietan. Erlazio faktorea zertxobait desberdina da segmentu txikien kasurako, baina uste da segmentuen bukaerak eragin handiagoa duelako dela. Joera hau ez da sareentzat garrantzitsua, izan ere sareak segmentu luzeek dominatzen baidituzte.

Bi prozedura desberdin hauek erabiliz lorturiko soken luzeren arteko desberdintasuna ulertzen lagundu diezaguketen hainbat ziurgabetasun posible daude. Kontuan hartu beharreko bi efektu fisiko posible daude: bata segmentuen abiadura medio sor daitekeen Lorentzen uzkurdua da, kalkulaturako zeharkako soken azalera txikiagoa egiten duena, eta bestea segmentuak zuzenak ez direla da eta bihurtuneetan soka estuagoa izan daitekeela.

Bestalde zenbakizko ziurgabetasun argia dago soken zeharkako sekzioa lortzeko orduan. Kontuan izan simulazioetako soka erdilokalen zeharkako sekzioak geldirik dauden AH soka zuzenen berdinak direla kontsideratu dugula. AH soken erradio tipikoak  $r_{04} = 2.36$ -tik ( $\beta = 0.04$ )  $r_{35} = 1.71$ -ra ( $\beta = 0.35$ ) doaz. Erabiltzen ari garen sare-tartea  $\Delta x = 0.5$  da, zeinak sokaren erradioan errore nahiko handia ezartzen duen: gure kasuan eremu magnetiko maximoaren %30 baino eremu magnetiko altuagoa duten puntuak sokaren parte dira. Imaginatu dezagun sareko puntu batean zentratutako soka bat. Soka honen erradioa demagun 1.4 dela, ondorioz sokaren erradioak ez ditu sareko 3 puntu barneratuko ( $3 * \Delta x > 1.5$ ), izan ere sareko 2 puntu bakarrik betetzen dituzte

## 5.4 Algoritmoen zailtasunak

$\beta$	Erradiazioa		Materia	
	$L_{winding}$	$L_{magnetic}$	$L_{winding}$	$L_{magnetic}$
0.04	6166.44	3895.33	12303.07	8014.28
0.09	6903.84	4673.61	10780.82	7266.59
0.15	5246.97	3476.99	9267.51	6099.45
0.20	5221.27	3546.95	7447.93	4865.46
0.25	4450.95	2948.52	6147.42	3853.46
0.30	2546.31	1585.21	4562.78	2901.85
0.35	2095.5	1173.86	3405.10	2119.90

**5.2. Taula:** Simulatu ditugun  $\beta$  guztientzako  $\tau = 256$  aldiuneko luzera totalak. Ereku eskalarren kiribiltzeak erabiliz lorturiko luzerak  $L_{winding}$  bidez adierazi ditugu eta eremu magnetikoaren muga erabiliz lorturikoak berriz  $L_{magnetic}$  bidez.

sokaren parte izateko baldintzak. Baina lorturiko sokaren bolumena *benetako* erradioa erabiliz lorturiko azalerarekin zatituko da, sokaren luzera motzagoa lortuz. Gainera, soka normalean ez da sareko puntu batean zentratu egongo sareko kubotxo baten barneko edozein puntutan baizik; efektu hau nabariagoa bilakatuz. Orokorrean metodo honen bidez lortzen diren sokaren puntuak metodo sofistikatuago batek lortuko lituzkeenak baino gutxiago izango dira.  $\beta$ -ren muturreko bi balioentzako errore maximoaren kalkulua ondorengo eran lor genezake:

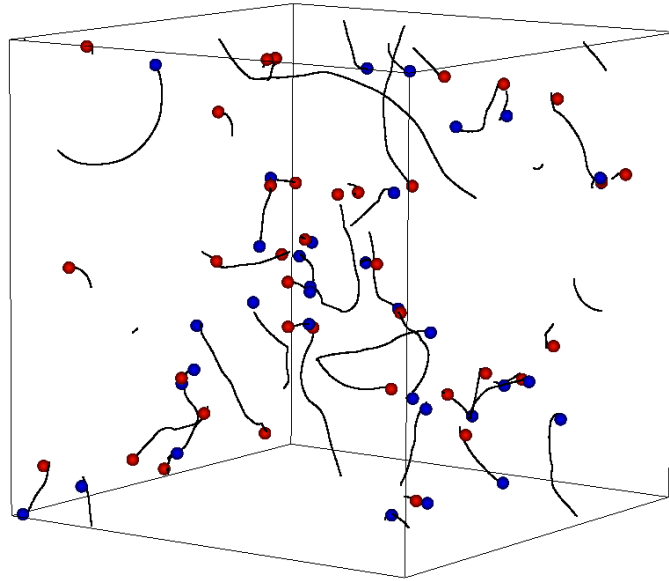
$$\frac{r_{04}^2}{(r_{04} - \Delta x)^2} = 1.60, \quad \frac{r_{35}^2}{(r_{35} - \Delta x)^2} = 1.99.$$

Ikus daitekeenez zenbakizko errore honen bidez azaldu dezakegu bi metodoen artean sorturiko desadostasuna eta ikus daiteke baita ere Lorentz faktorearen eta soka zuzena ez izatearen eragina ez dela oso garrantzitsua. Egia esan, segmentuen Lorentzen uzkurdura ez da kontuan hartu beharreko faktorea, izan ere geroago ikusiko dugun moduan lortuko ditugun abiadurak baxuak dira eta hauetatik eratorritako Lorentzen faktoreak ezin du desadostasuna azaldu. 5.2. taulan  $\beta$  bakoitzerako luzera totala erakusten da. Ondorioztatu dezakegu lehenagoko lanetan lorturiko luzeren kalkuluetan 1.5 aldiz txikiagoak diren balioak lortu ditugula (5.2. taulan ikus daitekeen balioen arteko erlazio faktorearen batezbestekoa 1.56 da erradiazioaren mendeko aroan eta 1.55 materiaren mendeko aroan).

Gainera kiribiltzeak erabiltzen dituen metodo berriarekin tantak kentzeko arazoa desagertu egin da. Edozein kasutan ere, kiribiltzeen prozedura eta eremu magnetikoarena (tantak kenduz) erabiliz lortzen diren monopolo kopurua oso antzekoa dela ikusi dugu.

5.4. irudian ikus daiteke luzerak neurtzeko gure metodo berriak ondo funtzionatzen duenaren froga. Irudi horretan kiribiltzeen prozedura erabiliz lorturiko segmentuen posizioak eta monopoloen karga kalkulatu lorturiko monopoloen posizioak marraztu ditugu. Printzipioz, bi prozedura hauek independenteak dira baina segmentu bukaeren eta monopoloen posizioak oso ondo bateratzen dira.

Beste alde batetik, (5.6,5.8) ekuazioetan ikusi dugun moduan luzera zenbatesleak (bai monopoloenak eta baita sokenak ere) erabiliz VOS motako bi luzera eskala parametro desberdin lor daitezke,  $\gamma_L$  eta  $\gamma_M$ . Parametro hauen balioak 5.5. atalean ageri den 5.3. taulan erakusten ditugu. Taula horietako balioak [9] lanean lortu eta 5.1. taulan erakusten ditugun balioekin bat datozela azpimarratu nahi dugu bai  $\gamma_L$  eta  $\gamma_M$ -rentzat ere. Kontuan izan 5.1. taulako  $\gamma_L$ -ren balioei  $\frac{1}{\sqrt{1.5}}$  faktore zuzentzailea ezarri behar zaiela, baina faktore hori gabe ere balio horiek eta balio berriak  $1-\sigma$  erroreen barne daude.



**5.4. Irudia:** Irudi honetan simulazio kutxaren argazki bat ikusi daiteke ezaugarritzearen ondoren. Kurba beltzek kiribiltzeak erabiliz detektatutako segmentuak adierazten dituzte, non puntu bakoitza norabide bakoitzetik hurbileneko lau auzokide erabiliz leundu den. Puntu gorriek antimonopoloak adierazten dituzte eta puntu urdinek berriz monopoloak.

Hemendik aurrera kiribiltzeak erabiltzen dituen luzera zenbateslea erabiliko dugu. Kasu honetan, eremu magnetikoaren muga erabiltzen duen metodoa aplikatu dugu aurretiaz lorturiko datuekin konparaketak egin ahal izateko eta datu horiek ez ditugu gehiago erabiliko lan honetan zehar.

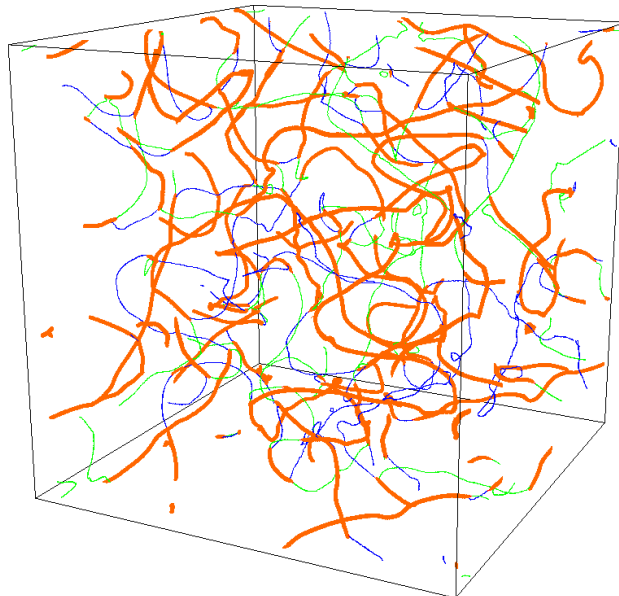
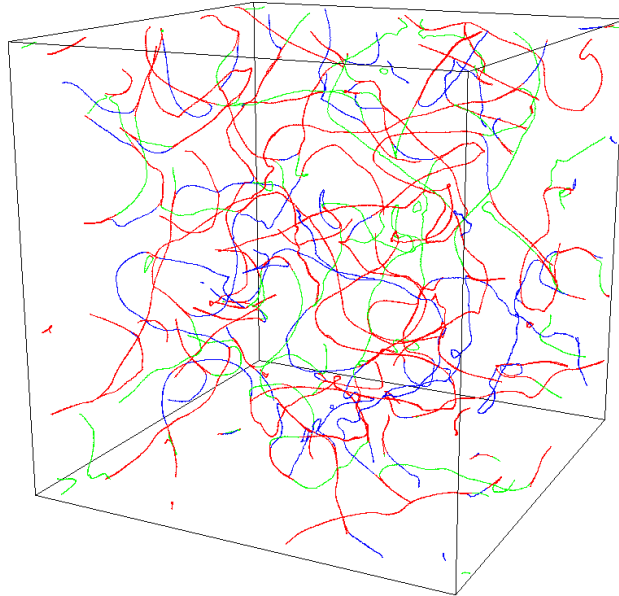
### 5.4.2 Segmentu erdilokalen identifikazioa

Lehenago azaldu dugun moduan, soka erdilokalen posizioa lortzea oso zaila da, topologiak ez baitu eremua zero izatera behartzen kiribiltzea dagoen puntuetan (eremu bat kiribildu daiteke baina beste eremuak potentzian gora egin dezake). Ondorioz soka erdilokalek ez dute zertan itxiak edo infinituak izan, *segmentu erdilokal finituak* aztertzen ditugu.

Soka detektatzeko modu bat, gorago azaldu dugun moduan, bi eremu eskalarren,  $\phi_1$  eta  $\phi_2$ , kiribiltzeak jarraitzea da eta kiribiltze hauek eremu magnetiko altuko zonaldeetan noiz dauden zehaztea. (5.5). Irudiaren goiko aldean bi eremuen kiribiltzeak erakusten ditugu eremu magnetikoaren balio kontuan hartu gabe:  $\phi_1$  eremuaren kiribiltzeak urdinez eta  $\phi_2$  eremuarenak berdez. Egia esan, kasu askotan bi eremuak puntu berean edota sare-tarte bateko aldearekin kiribiltzen dira eta zonalde hauek gorri margotu ditugu.

Irudi horretan ikus daitekeen lehen gauza eremu bakoitzak, bai  $\phi_1$ -ek eta baita  $\phi_2$ -k ere, "soka" itxien edo infinituen sarea, Higgs eredu trukakorren antzekoa, sortzen duela da. Baina Higgs eredu trukakorren ez bezala eremu eskalarraren kiribiltzeak ez du esan nahi puntu horretan soka sortuko denik; hau da, ez dago zertan energia potentzialaren edota magnetikoaren kontzentrazioarik egon puntu horien inguruan. Non sortzen dira soka erdilokalak orduan? Irudiaren beheko aldean kiribiltze berdinak marraztu ditugu baina kasu honetan eremu magnetikoaren kontzentrazioa duten zonaldeak ere marraztu ditugu. Irudi horretan argi eta garbi ikus daiteke soka erdilokalak *bi* eremuak aldi berean kiribiltzen diren puntuetan sortzen direla. Egoera hau logikoa da, izan ere,

#### 5.4 Algoritmoen zailtasunak



**5.5. Irudia:** Goiko irudian bi eremuen kiribiltzeak ikus daitezke eremu magnetikoa kontuan hartu gabe: urdinez  $\phi_1$  eremuaren kiribiltzeak, berdez  $\phi_2$  eremuaren kiribiltzeak eta gorritz bi eremuak batera kiribiltzen diren puntuak. Ikus daitekeen moduan eremu bakoitzak soka itxien edo infinituen sarea osatzen du. Beheko irudian berriz goiko irudi berdina ikus daiteke baina kasu honetan eremu magnetiko altua dituzten puntuak laranja margotuta ditugu. Irudi honetan ikus daitekeen moduan soka erdilokalak bi eremuak kiribiltzen diren puntuetan sortzen dira.

kasu honetan eremu eskalarra gutxi gora behera zero da eta ondorioz eremu magnetikoa altua izan daiteke zonalde hauetan.

Sare hau  $\phi_1$  eremuak kiribiltzen den puntuez,  $\phi_2$  eremua kiribiltzen den puntuez (bi kasu hauetan energi kontzentrazioak gabe) eta soka erdilokalez osaturiko sare bezala uler daiteke. Kasu honek p-q soken sarea gogoratu lezake non Y-gurutzaguneak monopoloekin konparatu daitezkeen.

### 5.4.3 Itxurazko abiadura superluminalak

Algoritmo zuzenak zein eremuen balio lokalak erabiltzen dituzten zenbatesleak erabiliz lorturiko abiaduren aurretiazko balioek abiaduren balio nahiko txikiak ematen dituzte. Hala eta guztiz ere, kasu gutxi batzuetan, argiaren abiadura,  $c$ , baino balio handiagoak lortzen ditugu; kasu oso gutxi batzuetan gainera balio hauek  $10c$ -raino irits daitezke. Argi dago kasu hauek zenbakizko arazoetatik edota algoritmoek erabiltzen dituzten hurbilketa desegokietatik datozela; izan ere eremuen dinamika lokala eta kausala baita.

Kasu hauek azterketa zehatzagoa eskatzen zuten eta ikusi ahal izan dugu abiadura superluminalak segmentuak edota monopoloak sarearen eboluzioan zehar jarraitzen dituzten zenbatesleak (lehenago azaldu ditugunak) erabiltzean soilik agertzen direla. Gure prozedurek azterketa zehatzagoa behar dutela ikusi dugu, ondorengo arazoak direla eta:

- Segmentuen abiadurak:

Kontsidera dezagun  $\tau_1$  aldiunean begizta bilakatu den segmentu bat. Begizta hau gainera  $\tau_2$  aldiunea (simulazio kutxa berriz aztertuko den hurrengo aldiunea) baino lehen deuseztatu egin da. Ondorioz  $\tau_1$  aldiunean begiztari zegozkien puntuek ez daukate lotura ezartzeko gertueneko punturik  $\tau_2$  aldiunean. Hala eta guztiz ere, gure kodeak desagertu berri den segmentu horren hurbileneko segmentu bat aurkituko du  $\tau_2$  aldiunean, nahiz eta segmentu desberdin bat izan eta kausalitatea apurtu. Ondorioz, begiztarentzako kalkulaturiko abiadura oso handia litzateke, nahiz eta abiadura hau fisikoa ez izan; kasu hau prozeduraren arazo bat da. Arazo honi aurre egiteko modu bat muga bat ezartzea da eta muga hau baino handiagoak diren abiadurak baztertzea. Baina muga ezartzeak arrisku bat dakar; muga oso zorrotza bada sarearen dinamikaren efektu batzuk gal genitzake edota muga oso ahula bada fisikoak ez diren kasu gehiegi aztertu ditzakegu. Arazo honi aurre egiteko beste modu bat segmentuen identifikazioa atzeraka egitea da, hau da,  $\tau_2$  aldiuneko puntu bat aukeratu eta  $\tau_1$  aldiuneko punturen batekin lotzea.

Hala eta guztiz ere, *atzerantzko* identifikazioa erabiltzen badugu beste arazo bat izango dugu: kontsideratu dezagun beste segmentu batekin batzen ari den segmentu bat; arazo hau azaltzeko bakarrik kontsidera dezagun segmentu hauen muturrak (elkarrengana hurbiltzen ari dira) izan ezik beste guztia geldirik dagoela.  $\tau_1$  aldiunean bi segmentuak tarte batekin bananduta daude, baina  $\tau_2$  aldiunean berriz tarte guzti hori sokaz bete da.  $\tau_2$  aldiunean tarte hori betetzen ari diren puntu guztien gertueneko puntuak  $\tau_1$  aldiunean sokaren muturrak dira eta ondorioz puntu horientzat lorturiko abiadura ez da segmentuaren abiadura. Hau da, abiadura hori segmentuen bukaeren (monopoloen) abiadurarekin loturik egongo da. Arazo hau abiadurak *aurrerantz* kalkulatzu konpontzen da ( $\tau_1$ -etik  $\tau_2$ -ra).

Argi ikus daiteke aurrerantz edo atzerantzko prozedurak aukeratzu arazo bat edo bestea konponduko dugula baina ez biak.

- Monopoleen abiadurak<sup>4</sup>:

---

<sup>4</sup>Kontuan izan arazo hauek 4.3.1. atalean aztertu ditugula. Hala eta guztiz ere, berriz aztertuko ditugu.

## 5.4 Algoritmoen zailtasunak

Simulazioan zehar monopolo-antimonopolo bikoteak deuseztatu egiten dira:  $M_1$  monopoloa antimonopolo batekin deuseztatzen bada  $\tau_1$  eta  $\tau_2$  aldiuneeen artean gure prozedurak ez dauka  $M_1$  monopoloa deuseztatu denaren informazioa. Ondorioz, prozedura  $M_1$  monopoloa beste monopolo batekin lotzen saiatuko da (gertuen dagoen monopoloarekin) eta lorturiko abiadura ez da zuzena izango (eta agian abiadura superluminala izango da).

Beste modu bateko identifikazio akatsak ere gerta daitezke batzuetan: detekzio arazoak sor daitezke segmentu bat deuseztatzen denean, izan ere eremuak egoera berrira egokitzeko birkonfiguratu egiten dira eta energia erradiatzen dute. Kasu honetan, soken bukaeren eremu konfigurazioa monopolo-antimonopolo desusatzeko batekin loturik dago eta gure detekzio algoritmoak huts egiten du (bai monopolo faltsuak detektatuz edo baita benetako monopoloa detektatu gabe utziz).

Bestalde, monopoloak detektatzeko algoritmoa erabiltzen ari garen bitartean monopolo bat sare-aurpegi bat gurutzatzen ari bada algoritmoak ez du detektatuko, izan ere karga topologikoa sarearen bi gelaxkatan banatuta baitago. Arazo honi irtenbidea emateko asmoz loturirik gabeko monopolo bat dugunean hurrengo denbora-pausuko,  $\tau_3$ , monopolo batekin lotzen saiatzen gara lortutako luzerak konparatuz. Hau da,  $\tau_3$  aldiuneko monopolo baterako distantzia  $\tau_2$ ko monopolora baino txikiagoa bada (eta fisikoa gainera) tarteko denbora-pausua saltatu egiten dugu. Monopoloen kargaren balioa izateak laguntza handia ematen du inguruan monopolo eta antimonopoloak daudenean: monopoloaren karga topologikoa ez da eboluzioan zehar aldatzen, hau da, monopolo bat ez da antimonopolo bilakatzen eta ondorioz lotzeko ditugun monopolo hautagaiak erdira jaisten dira.

Segmentu eta monopoloen abiadurak kalkulatzeko dituzten prozeduren hobekuntzaren ondoren abiadura superluminalak lortzen ziren kasu gehienak desagertu egin dira. Hala eta guztiz ere, abiadura superluminalak agertzen diren kasu batzuk ditugu oraindik, kasu hauek gorago aipatu ditugun segmentuen loturekin erlazionaturik daude.

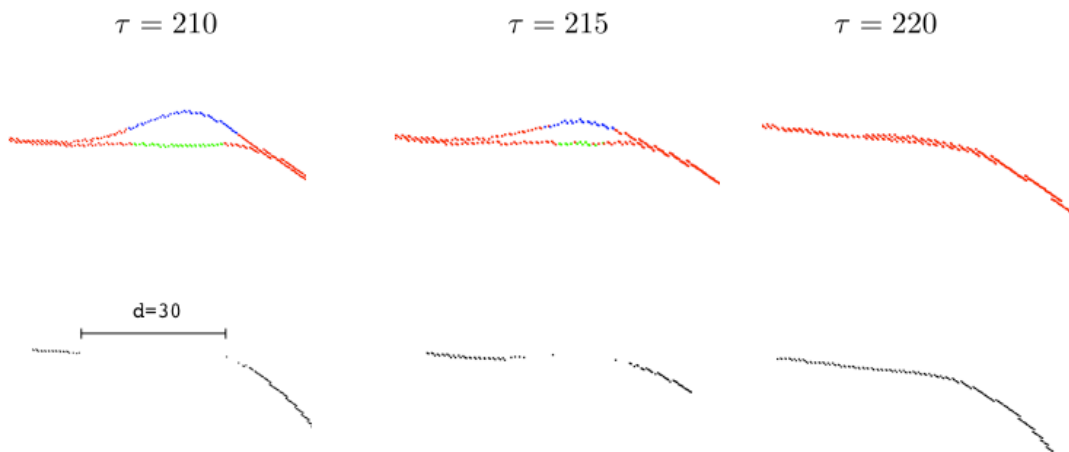
Kasu hauek zehatz mehatz aztertu ditugu hauen jatorria fisikoa den edota algoritmoen arazoetan oinarritzen den ikusteko. Ondorengo da itxurazko abiadura superluminale hauen jatorria: batzuek dauden bi monopoloen arteko eremu konfigurazioa bi monopolo horien artean soka berria sortzeko gai da. Modu batean esanda, segmentu berri bat sortzen da bi monopoloen artean eta monopoloak bat-batean asko ibili direla ematen du. Hau da, monopoloak ez du sokatik tiratuz soka berria sortu, soka zati berri bat sortu da eta badirudi monopoloak aurrerako salto bat egiten duela. Prozesu hau sokaren zeharkako planoan eremuen dinamika aztertuz ulertu daiteke (ikus [6] lana). Kontsidera dezagun  $z$  ardatzean luzatuko den eta  $z$ -rekiko independientea den soka baten eremu konfigurazioa. Hasiere batean eremu magnetiko  $x - y$  planoko azalera handi batean zehar barreiatuta dago eta eremuaren balioa soka detektatzeko erabiltzen dugun mugaren behetik dago. Baina eremu magnetikoaren balioa eremu eskalarrak balio txikiak dituen puntuen inguruan,  $z$  ardatzaren inguruan hain zuzen ere, handitzen ari da. Momenturen batean eremuaren balioak guk ezarritako muga gaindituko du eta soka hutsetik eta bat-batean agertu dela ikusiko dugu.

Beste era batean,  $\phi_1$  eta  $\phi_2$  eremuen kiribiltzeak ia paraleloak dira eta puntu taldearentzat mesedegarria da puntu guztiak batera sokaren parte bilakatzea. Gure simulazioak 20 denbora-tartero ateratzen dituzenez argazkiak prozesu hau ikustea oso zaila da eta guretzat soka segmentua superluminalki hazi dela ematen du; nahiz eta benetan soka segmentu berri bat sortu den.

Gogoratu beharrekoa da ez gaudela segmentu eta monopoloak modu puntualean simulatzen, eremuak erabiliz baizik, eta segmentu eta monopoloak eremu hauen ondorio direla. Ondorioz, monopoloa ez da benetan *mugitu*, eremuen mugimenduak eragiten du monopoloaren itxurazko mugimendua. Segmentu berri bat sortzen denean eremuen fisika kausala da, baina segmentu berri

honen agerpenaren ondorioz monopoloa ultraerlatibistikoki mugitu dela eman lezake, nahiz eta benetan monopolo desberdin bat izan.

5.6. irudian azaldu berri dugun egoera ikus daiteke. Ikus daitezkeen bi segmentu zatiak ondo portatzen ari dira (hau da, ez dira ultraerlatibistikoki mugitzen ari) batzea erabakitzen duten arte. Elkarrengandik gertu daudenean eremuen dinamikak ahalik eta bizkorren batu nahi ditu segmentuak: alde batetik segmentuen bukaerak handitzen doaz segmentuak luzatuz eta bestalde segmentuen artean segmentu berriak sortzen dira (irudian puntu bakanak bezala ikus daitezke). Gure algoritmoek ezin dute egoera hau adierazi eta ondorioz argiaren abiadura baino abiadura handiagoak ematen dituzte.



**5.6. Irudia:** Irudi honetan bi soka segmenturen arteko batzea erakusten dugu. Batze honek abiadura ultraerlatibista emango luke gure prozeduretan. Hasierako aldiunean segmentuen arteko distantzia  $d = 30$  da eta  $\Delta\tau = 10$  denbora baino gutxiagoan batzen dira. Prozesu hau ulertzeko soka berria bukaeretatik gertu eta baita bi segmentuen erdian (soken artean ageri diren puntu isolatuek adierazitakoa) ere sortzen dela kontuan hartu behar da.

Orain arazo hauek automatikoki nola ezabatu pentsatu behar dugu, izan ere kasu hauek ematen dituzten abiadurek zenbatesleak kaltetzen dituzte, fisikoak diren abiadurak baino balio askoz altuagoak emanez. Segmentuen abiaduran ikasi duguna aplikatuz ondorengo eran ezabatu ditzakegu abiadura ez-fisiko hauek: oso azkar mugitzen diren puntuetan (gure kasuan 0.5c baino azkarrago mugitzen diren puntuak) "aurreranzko" prozedura ( $\tau_1$ -etik  $\tau_2$ ra) eta "atzeranzko" prozedura ( $\tau_2$ tik  $\tau_1$ era) erabiliz lorturiko emaitzak konparatzen dira. Bi balio hauen arteko diferentzia %50a baino handiagoa bada puntu hau baztertu egiten da. Prozedura hau muga bat jartzea baino hobea da, izan ere balioek ez dute muga baten mendekotasunik eta ez dugu nahi abiadurak subluminalak izatera behartu, nahiz eta emaitza fisikoak hori eman.

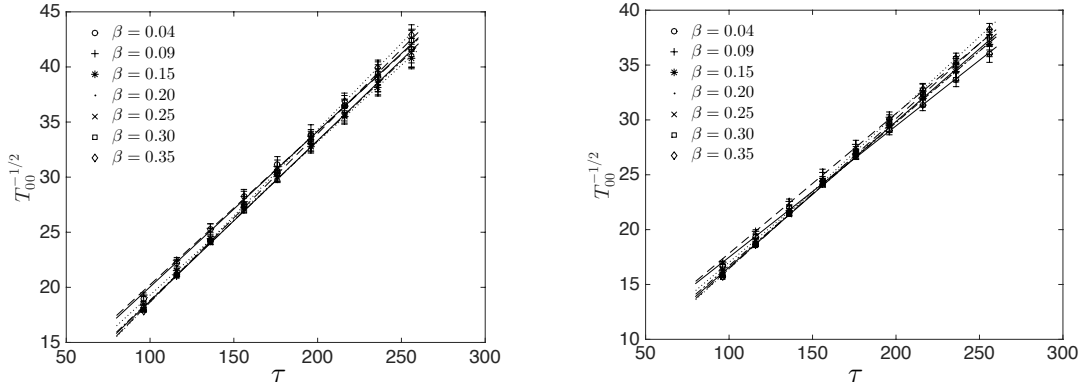
## 5.5 Zenbakizko emaitzak

Atal honetan aurreko atalean azaldutako arazoak kontu handiz gaintu ondoren gure simulazioetatik lortu ditugun emaitzak aurkeztuko ditugu.

Lehenik eta behin simulazioek eskalatzen dutela frogatu dugu. Simulazioen eskalatzea sistemen energiaren eboluzioa aztertuz egin daiteke, lehenago esan dugun moduan  $T_{00}^{-1/2} \tau$  denborekiko lineala dela frogatuz. Neurketa honek simulazio garaiko eremuen balioen mendekotasuna

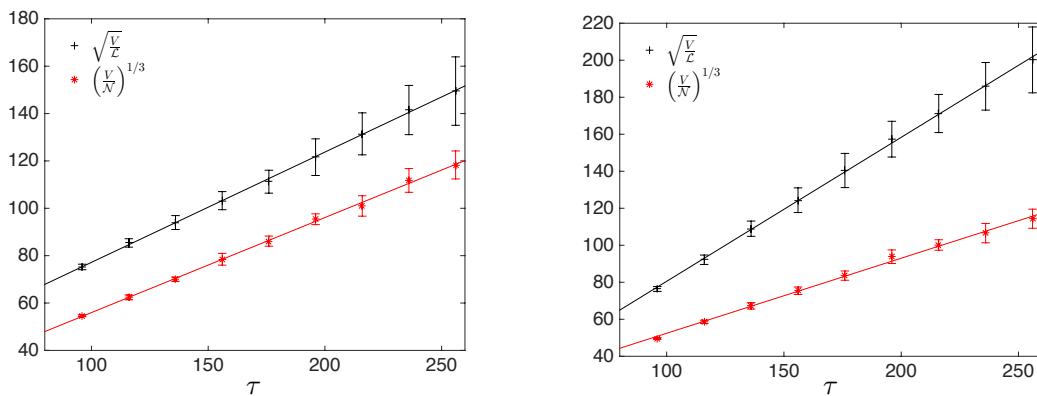
### 5.5 Zenbakizko emaitzak

bakarrrik dauka eta ez da beste inolako tratamendurik behar. 5.7. irudian eskalatzea neurtzeko energia erabiliz gure simulazioek erakusten duten eskalatzea ikus daiteke.



**5.7. Irudia:** Irudi hauetan ikus daitekeen moduan gure simulazioek eskalatu egiten dute. Ezkerreko irudiak erradiazioaren mendeko aroko egoera adierazten du  $\beta$  guztientzat eta eskuinekoak berriz materiaren mendeko aroko egoera  $\beta$  guztientzat.

Simulazioen eskalatzea neurtzeko beste bi modu ere badaude, hauek soken luzera totalaren,  $\mathcal{L}$ , eta monopolo kopuru totalaren,  $\mathcal{N}$ , menpekotasuna daukate. VOS motako luzera eskalak  $\sqrt{\frac{V}{\mathcal{L}}}$  eta  $(\frac{V}{\mathcal{N}})^{1/3}$  konbinazioak erabiliz lor daitezke. Bi magnitude hauek magnitude eratorriak dira, hau da, zenbatesleak erabiliz erauzi behar dugu informazioa simulazioetatik eta ondorioz, zentzu batean behintzat, energia baino modu zeharkakoagoak dira eskalatzea neurtzeko. Parametro horien joera 6.1. irudian ikus daiteke, non muturreko bi kasu marraztu ditugun (erradiazioaren mendeko aroa eta  $\beta = 0.04$ ; eta materiaren mendeko aroa eta  $\beta = 0.35$ ). Kurba hauetan ikus daitekeenez sistema nahiko azkar heltzen da eskalatzera.  $\mathcal{L}$ -ri eta  $\mathcal{N}$ -ri loturiko kurben maldak erabiltzen ditugu VOS motako eskalatzeko parametroak (5.6, 5.8) zehazteko. Aztertu ditugun  $\beta$  guztietarako  $\gamma_{\mathcal{L}}$  eta  $\gamma_{\mathcal{N}}$  parametroen balioak 5.3. taulan aurki daitezke.



**5.8. Irudia:** Soken luzera totala eta monopolo kopurua erabiliz kalkulaturiko eskalatzeko joerak. Ezkerreko irudian erradiazioaren mendeko aroa ikus daiteke non  $\beta = 0.15$  den eta eskuinekoan berriz materiaren mendeko aroa  $\beta = 0.35$  balioarentzako.

Lan honetan lorturiko emaitza nagusienetariko bat sare erdilotakalen abiadurak dira, gure zen-



5. Kapituluua: Soka erdilokalen sareen eboluzioa

$\beta$	Erradiazioa		Materia	
	$\gamma_{\mathcal{L}}$	$\gamma_{\mathcal{M}}$	$\gamma_{\mathcal{L}}$	$\gamma_{\mathcal{M}}$
0.04	$0.38 \pm 0.05$	$0.48 \pm 0.04$	$0.28 \pm 0.02$	$0.41 \pm 0.02$
0.09	$0.40 \pm 0.04$	$0.43 \pm 0.02$	$0.33 \pm 0.02$	$0.38 \pm 0.02$
0.15	$0.47 \pm 0.09$	$0.40 \pm 0.02$	$0.40 \pm 0.04$	$0.35 \pm 0.03$
0.20	$0.52 \pm 0.08$	$0.41 \pm 0.04$	$0.46 \pm 0.04$	$0.37 \pm 0.02$
0.25	$0.61 \pm 0.09$	$0.42 \pm 0.05$	$0.54 \pm 0.06$	$0.37 \pm 0.02$
0.30	$0.81 \pm 0.09$	$0.46 \pm 0.05$	$0.65 \pm 0.09$	$0.37 \pm 0.03$
0.35	$1.06 \pm 0.09$	$0.49 \pm 0.05$	$0.78 \pm 0.09$	$0.41 \pm 0.03$

**5.3. Taula:** Segmentu luzera totalarentzako,  $\gamma_{\mathcal{L}}$ , eta monopolu kopuru totalarentzako,  $\gamma_{\mathcal{M}}$ , lorturiko  $\beta$  guztietarako VOS motako luzera zenbatesleak (5.6, 5.8).

$\beta$	Erradiazioa		Materia	
	$v_{\mathcal{L}}$	$v_{\mathcal{M}}$	$v_{\mathcal{L}}$	$v_{\mathcal{M}}$
0.04	$0.345 \pm 0.010$	$0.574 \pm 0.010$	$0.266 \pm 0.010$	$0.505 \pm 0.010$
0.09	$0.338 \pm 0.010$	$0.583 \pm 0.010$	$0.265 \pm 0.010$	$0.510 \pm 0.010$
0.15	$0.337 \pm 0.010$	$0.600 \pm 0.012$	$0.262 \pm 0.011$	$0.509 \pm 0.010$
0.20	$0.337 \pm 0.010$	$0.591 \pm 0.010$	$0.260 \pm 0.010$	$0.519 \pm 0.010$
0.25	$0.337 \pm 0.010$	$0.591 \pm 0.010$	$0.261 \pm 0.010$	$0.520 \pm 0.010$
0.30	$0.342 \pm 0.014$	$0.596 \pm 0.010$	$0.259 \pm 0.010$	$0.524 \pm 0.010$
0.35	$0.337 \pm 0.013$	$0.600 \pm 0.012$	$0.262 \pm 0.011$	$0.521 \pm 0.012$

**5.4. Taula:** Segmentuen posizioak eta monopoluen posizioak jarraituz lorturiko segmentuen ( $v_{\mathcal{L}}$ ) eta monopoluen abiadurak ( $v_{\mathcal{M}}$ ). Erroreak batezbestekoetatik lorturiko errore estatistikoak dira. Erradiazioaren mendeko aroan lorturiko abiadurak handiagoak dira baina ez dirudi  $\beta$  balioaren mendekotasunik dagoenik.

batesle desberdinak erabiliz lorturiko soka eta monopoluen abiadurak, hain zuzen ere. 5.4. taulan ikus daitezke  $\beta$  bakoitzaren kasuan eta erradiazioaren eta materiaren mendeko aroentzat segmentuak eta monopoluak jarraituz lorturiko abiadurak, non balioak simulazio desberdinen batezbestekotik atera ditugun (emandako erroreak errore estatistikoak dira). Espero genuen bezala, erradiazioaren mendeko aroentzat lorturiko abiadurak materiaren mendeko aroentzat lorturikoak baino pixka bat handiagoak dira, izan ere erradiazioaren mendeko garaian marruskadura terminoa materiaren garaian baino baxuagoa da. Bestalde, ez dirudi abiadurak  $\beta$ -ren balioaren mendekotasunik dutenik; saiatu daiteke joera bat ikusten baina, egia esan, erroreak kontuan hartuz balio guztiak baliokideak dira.

5.5. taulan eremu lokalen zenbatesleak (5.10) erabiliz lorturiko abiadurak ikus daitezke. Kontuan izan zenbatesle hauek ez dituztela soka eta monopoluak bereizten eta soka erdilokalen sareen batezbesteko abiadura orokor bat ematen dutela. Beste behin ere erradiazioaren garaiko abiadurak handiagoak direla ikus daiteke; eta gainera bi zenbatesleek ematen dituzten emaitzak baliokideak direla ere ikus dezakegu. Kasu honetan joera bat ikus dezakegu, hau da,  $\beta$  handitu ahala abiadurak txikitu giten direla ematen du.

Soka segmentuak eta monopoluak jarraitzen dituzten prozedurek ez digute soilik sarearen abiaduren berri ematen. Sarean aurki daitekeen segmentu eta monopolu bakoitzaren abiaduraren berri ematen digute; baita segmentu bakoitzaren historiaren berri ere, hau da, segmentua beste batekin

## 5.5 Zenbakizko emaitzak

$\beta$	Erradiazioa		Materia	
	$v_F$	$v_G$	$v_F$	$v_G$
0.04	$0.57 \pm 0.02$	$0.55 \pm 0.02$	$0.41 \pm 0.01$	$0.41 \pm 0.01$
0.09	$0.57 \pm 0.02$	$0.56 \pm 0.02$	$0.42 \pm 0.01$	$0.41 \pm 0.01$
0.15	$0.55 \pm 0.02$	$0.55 \pm 0.01$	$0.41 \pm 0.01$	$0.41 \pm 0.01$
0.20	$0.53 \pm 0.02$	$0.53 \pm 0.02$	$0.40 \pm 0.01$	$0.40 \pm 0.01$
0.25	$0.51 \pm 0.02$	$0.51 \pm 0.02$	$0.39 \pm 0.01$	$0.39 \pm 0.01$
0.30	$0.49 \pm 0.02$	$0.50 \pm 0.02$	$0.38 \pm 0.01$	$0.38 \pm 0.01$
0.35	$0.47 \pm 0.02$	$0.48 \pm 0.02$	$0.36 \pm 0.02$	$0.37 \pm 0.02$

**5.5. Taula:** Eremu lokalen zenbatesleetatik (5.10) lorturiko balioak; balio hauek  $\beta$  guztietarako eta erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetarako eman dira.  $\beta$  handitu ahala abiadura txikitu egiten dela ikus daiteke.

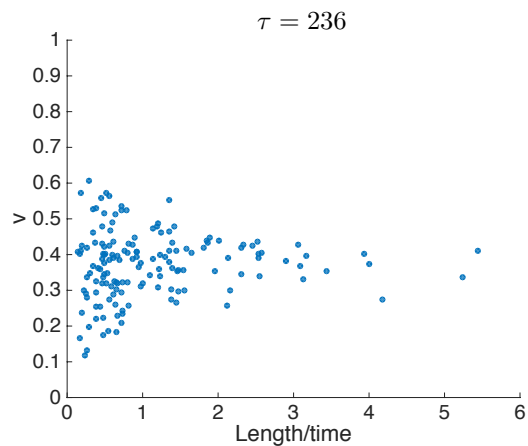
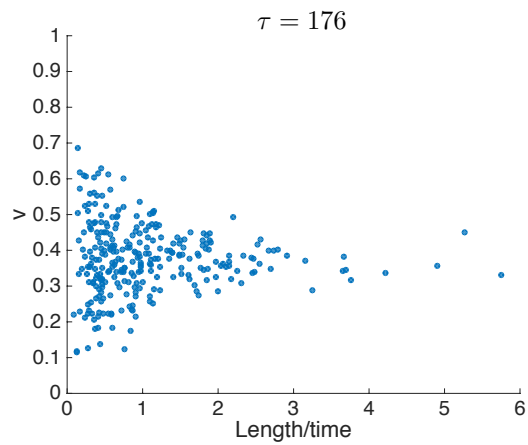
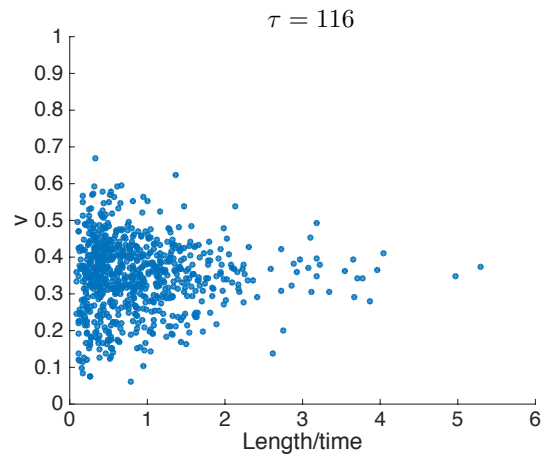
elkartu ote den, deuseztatu den edota sarean zehar libreki bidaiatzen jarraitu ote duen ere esaten digute. Informazio hau oso garrantzitsua da VOS motako erduentzat, izan ere, segmentuen luzeren eta abiaduren artean erlaziorik ote dagoen ikus dezakegu.

5.9. eta 5.10. irudietan erradiazioaren mendeko aroan eta  $\beta = 0.04$  kasurako abiadura versus luzera distribuzioen denbora pausu batzuk erakusten ditugu. Materiaren mendeko arorako eta beste  $\beta$ -en kasurako egoera berdintsua da; A. eranskinean beste  $\beta$  batzuentzako irudiak ikus daitezke. Irudi horietan puntu bakoitzak segmentu bat adierazten du, non  $x$  ardatzean segmentuaren luzera denbora unitateko adierazten den eta  $y$  ardatzean berriz abiadura. Hiru denbora desberdinetan adierazi dugu distribuzio hori ( $\tau = 116, 176, 236$ ). Segmentuak bi talde desberdinetan banandu ditugu: alde batetik, 5.9. irudian hurrengo denbora-pausurainoko denboran beste segmentu batekin elkarrengingoz ez duten segmentuak marraztu ditugu, hau da, sarean zehar *libre* diren segmentuak. Bestalde, 5.10. irudian hurrengo denbora-pausua baino lehen beste segmentu batekin batuko diren segmentuak marraztu ditugu.

Aipatzekoa da puntu guztiak balio zentral baten inguruan sakabanatuta daudela, non balio zentral hori denbora eta luzera guztietarako ia berdina den. Sakabanaketa hau handiagoa da segmentu txikien kasuan, batez ere segmentu txikien kopurua askoz handiagoa delako. Egoera hau argi ikus daiteke segmentu *libreen* kasuan, izan ere *libre* mugitzen diren segmentu askoz gehiago baitaude *batuko* direnak baino; hala ere joera hau kasu guztietarako betetzen dela esan dezakegu.

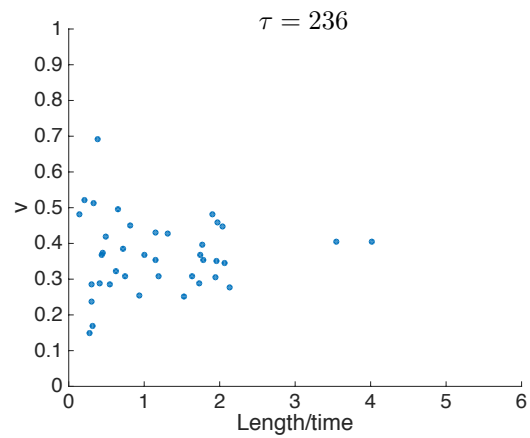
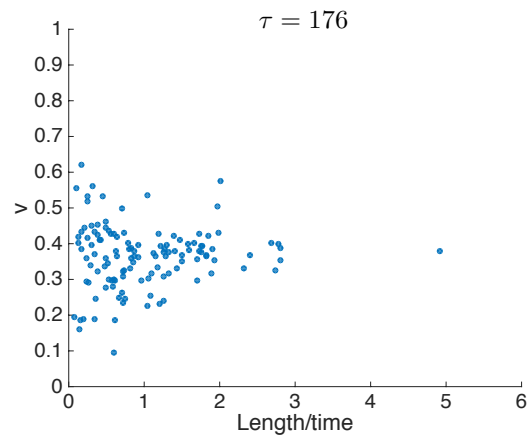
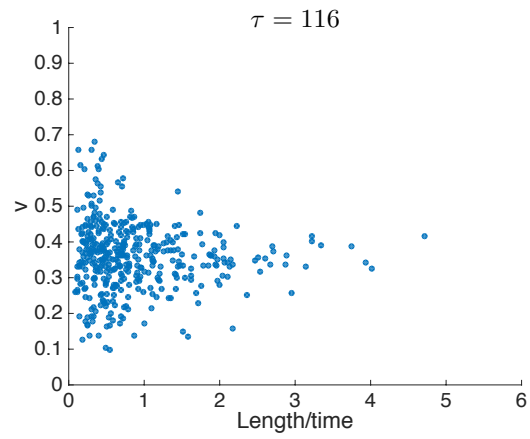
Informazio hau (agian modu trinkoago batean) histogramak erabiliz erakutsi daiteke. Histograma hauek 5.9. eta 5.10. irudien banaketa-funtzio moduan uleri daitezke. Adibidez, 5.11. irudiaren goiko aldean luzera denbora unitateko segmentu kopuruaren banaketa ikus daiteke  $\beta = 0.04$  eta erradiazioaren mendeko aroko eboluzioan zehar. Segmentuak zabalera uniformedun 10 tartetan bananduta daude eta hiru kasu erakusten ditugu batera: urdinez *libre* mugitzen ari diren segmentuak, berdez *batuko* diren segmentuak eta horiz hurrengo denbora-pausua baino lehen *deuseztatuko* diren segmentuak. Kontuan izan azken denbora-pausuan ez dugula informazio nahikorik segmentuak *libre* jarraitu, *batu* edota *deuseztatuko* diren jakiteko eta ondorioz segmentu guztiek *libre* jarraituko dutela kontsideratuko dugu. Irudiaren beheko aldean irudi bera marraztu dugu baina kasu honetan tarte bakoitzean segmentu kopurua adierazi beharrean tarte horren barruan dauden segmentu guztien denbora unitateko luzera batu dugu eta denbora-unitateko luzera hori adierazi dugu tarte bakoitzean.

Abiaduren informazioa duten histogramak 5.12. irudian ikus daitezke. Irudi horren goiko



**5.9. Irudia:** *Abiaduraren mendeko segmentuen banaketa erradiazioaren mendeko aroan eta  $\beta = 0.04$  balioarentzako. Puntu bakoitzak sareko segmentu bat adierazten du, non  $x$  ardatzean segmentuaren luzera denbora unitateko adierazten den eta  $y$  ardatzean berriz segmentu honen abiadura. Erakusten ari garen kasu honetan segmentuek libre bidaiatzen dute; hau da, hurrengo denbora-aldiunerainoko denbora aldian ez dute beste segmentuekin elkarreragiten.*

### 5.5 Zenbakizko emaitzak



**5.10. Irudia:** Irudi hau 5.9. irudiaren antzekoa da baina kasu honetan segmentuak hurrengo denborapausua baino lehen beste segmentu batekin batuko dira.

aldean segmentuen abiadura banaketa ikus daiteke  $\beta = 0.04$  eta erradiazioaren mendeko aroan. Irudiaren beheko aldean berriz gauza bera marratzu dugu baina monopoloen abiadura kontuan hartuz. Abiadura hauek aldiunero neurtu dira, hau da, ondoz-ondoko bi denbora-pausuren artean monopoloez ibilitako distantzia neurtuz lortu dira (ez monopoloen historia guztiko batezbestekoa eginez). Kontuan izan monopoloen kasurako ere ez dugula  $\tau = 256$  aldiunean abiaduren informaziorik, izan ere ez dugu abiadurak neurtzeko beharrezko dugun "hurrengo" denbora aldiunea. Koloreen kodea aurreko kasuko berdina da: urdinez *libre* mugituko diren sokak (segmentu edo monopoloeak), berdez *batuko* direnak eta horiz hurrengo denbora aldiunea baino lehen *deuseztatuko* direnak.

Histograma hauek sistemaren eskalatzea erakusten dute, non segmentuen distribuzioak itxura berdina mantentzen duen denboran zehar. Luzera distribuzioan ikus daitekeenez hurrengo denbora aldiunea baino lehen deuseztatzen diren segmentuak segmentu txikiak dira, logikoki; baina, edozein luzerako segmentuak batuko dira beste segmentuekin. Batuko diren segmentuetan ez dago lehenetasuna duen abiadurarik eta ondorioz abiadura desberdinak dituzten segmentuak batzen dira. Abiadura-banaketa banaketa Gaussiarraren itxura dauka. Banaketa hau batezbestekoko abiaduran zentratua dago, batezbesteko abiadura hauek 5.4. taulan ikus daitezke.

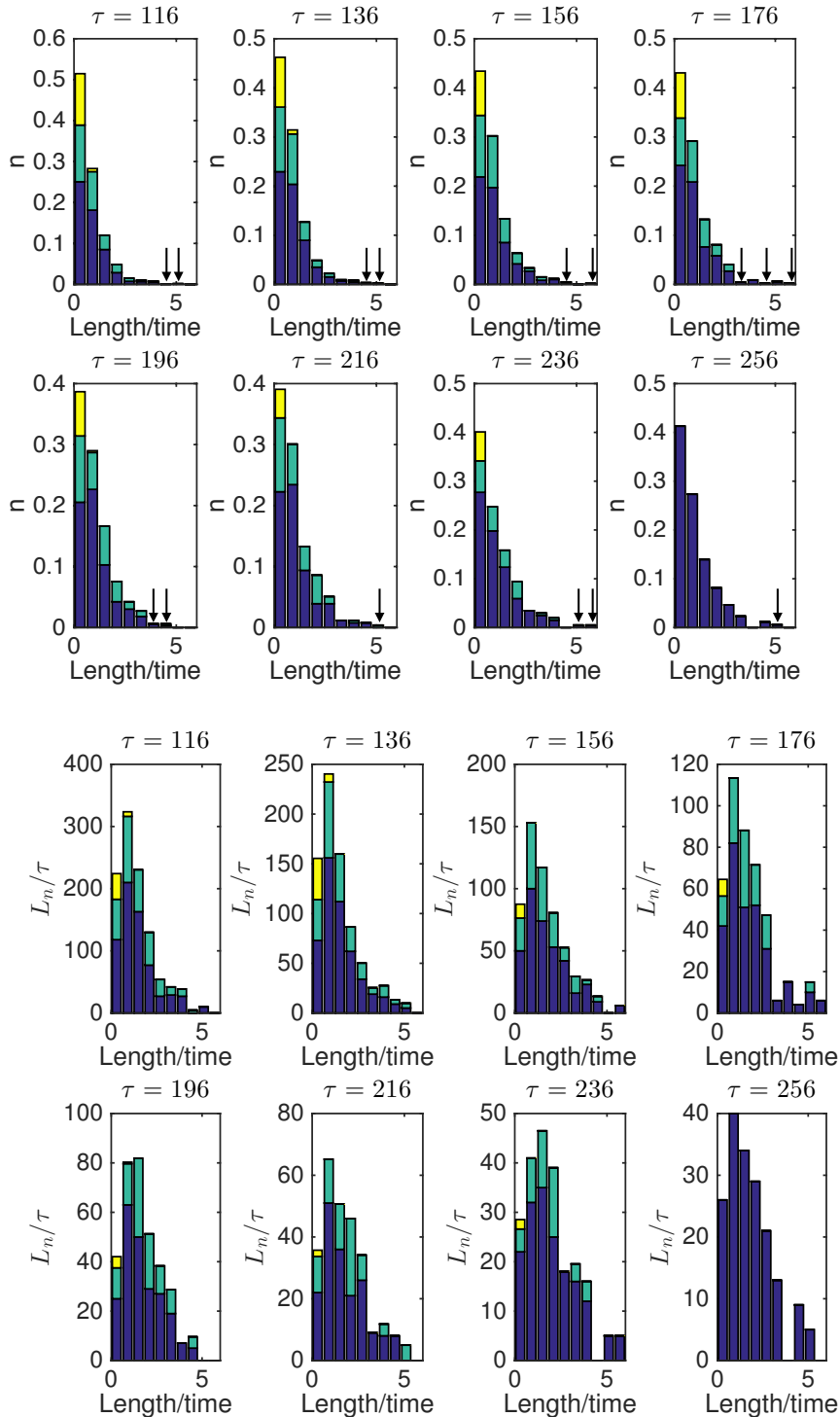
Monopoloen abiaduren histogramek ere banaketa Gaussiarraren itxurako (zabalagoa) banaketa erakusten dute, non kasu batzuetan abiadura  $v = 1$ -era hurbiltzen den (kasu hauek gure algoritmoen ondorio izan daitezke, 5.4.3. atalean azaldu dugun moduan). Argi ikus daiteke banaketa hauetan agertzen diren abiaduren batezbestekoak 5.4. taulan ageri direnekin bat datozela. Kontuan hartu beharrekoa da deuseztatzeko bidean dauden segmentuen monopolu abiadurak nahiko handiak direla, gehienetan segmentuen batezbesteko abiadura baino altuagoak. Ondorioz, nahiz eta deuseztatzeko bidean dauden segmentuen abiadurek lehenetasunik ez izan deuseztatze hauetan monopoloez abiadura altuak dituzte. Joera hau ulertzeko kontuan hartu behar da monopoloen abiadurek segmentuen bukaerak bakarrik hartzen dituztela kontuan eta segmentuen abiadurek berriz segmentu guztiak; itxura denez segmentuak deuseztatzen direnean monopoloez bakarrik hartzen dituzte abiadura altuak.

Azkenik, oso interesgarria da segmentu desberdinek duten batze patroia aztertzea. Patroi hau aztertzeko  $\beta = 0.04$  kasuko azken denbora aldiunean ageri den segmentu luzeenetariko bat kontsideratu dugu eta segmentu honen historia jarraitu dugu berau osatu duten "osagaiak" aztertzeko asmoz. Informazio hau 5.13. irudian ikus daiteke "familia zuhaitzaren" forman. Irudi honetan ikus daitekeenez hasierako aldiuneetan hainbat batze gertatu dira. Honek ez du esan nahi denbora aldiune berdinean hainbat segmentu batu direnik; seguraski batzeak binaka eman dira baina sarea aztertzeko erabili dugun denbora-pausua medio ezin ditugu gertaera hauek bereizi. Segmentu berriak osatu dituzten segmentuen luzeren baturak ez du segmentu berriaren luzera ematen; izan ere, segmentuak luzatu edota laburtu egin daitezke eboluzioan zehar. Bestalde, segmentu batzuk bere bizitza gehiena bakarrik ematen dute. Segmentuen historia jarraitzeak soka erdilokalen dinamika konplexuaren berri ematen digu, berriro ere.

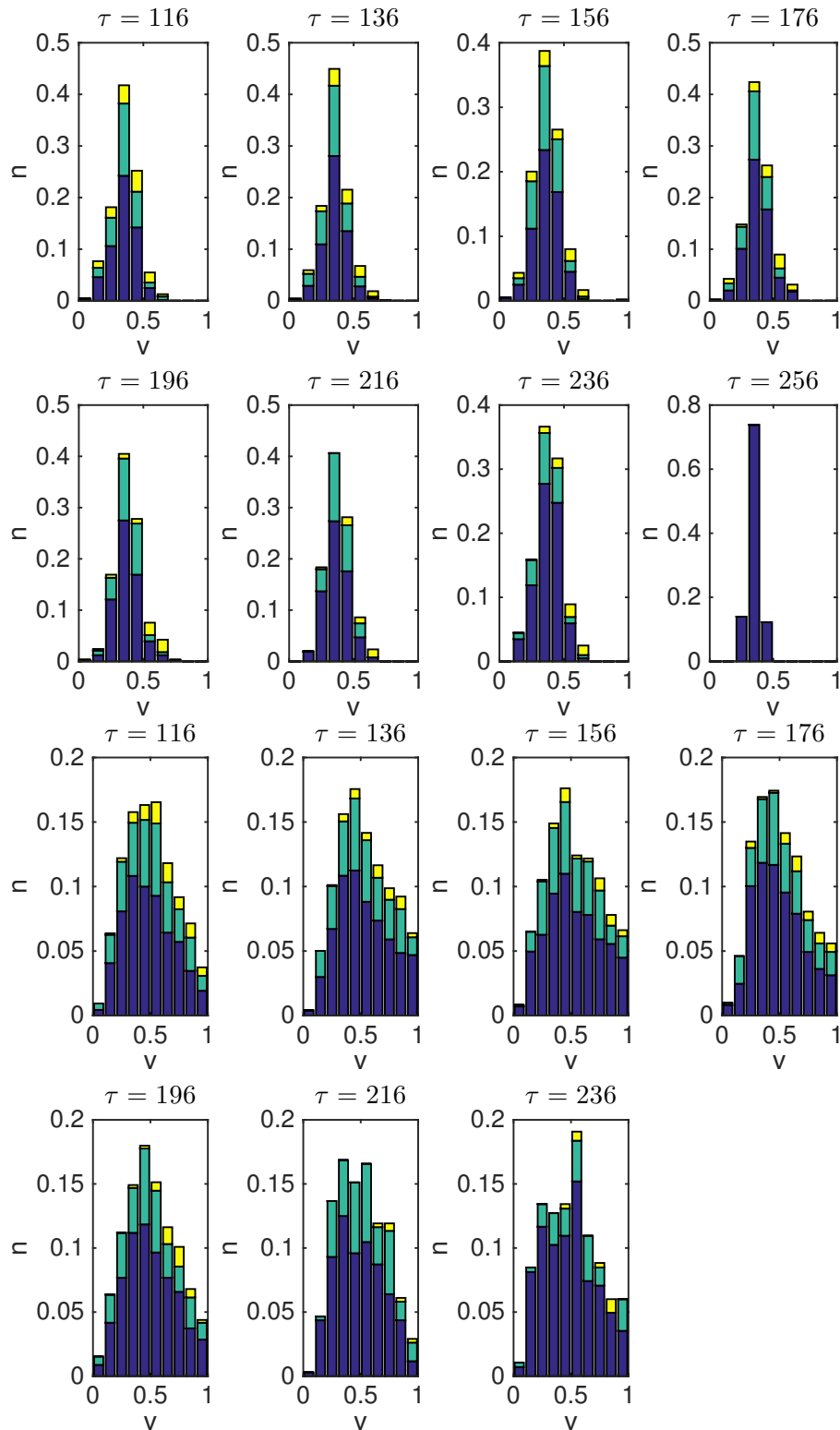
## 5.6 Ondorioak

Lan honetan soka erdilokalen sareak aztertu ditugu eremu-teorien simulazioak erabiliz. Zenbatesle desberdinak erabiliz soka erdilokalen luzera eta abiadurak (monopolo bezala uler daitezkeen soka bukaerak kontuan hartuz) kalkulatu ditugu. Erabili ditugun zenbatesle hauetariko batzuk eremu-teorietan oinarriturik daude eta beste batzuk berriz soken posizioak erabiltzen dituzte. Defektusarea ezaugarritzeaz gain neurketa hauek VOS motako eredu efektiboa lortzeko ezinbestekoak dira. Lan hau burutu aurretik soka erdilokalen abiadurak (bai sareen batezbesteko abiadurak eta

## 5.6 Ondorioak

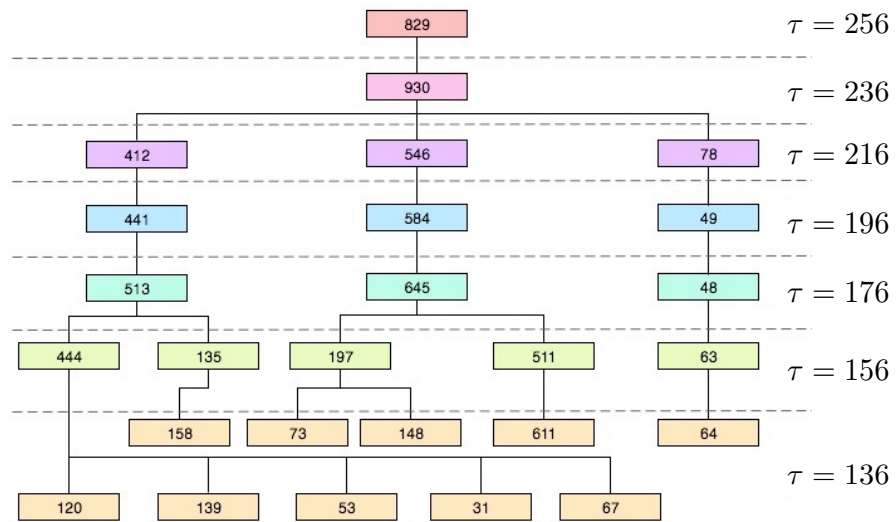


**5.11. Irudia:** *Histograma hauek erradiazioaren mendeko aroko eboluzioan zehar segmentuen banaketa erakusten dute  $\beta = 0.04$  kasurako. Kasu honetan segmentuak uniformeki banaturiko 10 tartetan banatu dira. Goiko irudian segmentu kopuruaren banaketa ageri da segmentu hauen denbora unitateko luzeraren arabera; beheko irudian berriz banaketa berdina adierazten dugu baina kasu honetan tarte bakoitzean tarte horren barnean dagoen denbora unitateko luzera totala adierazten dugu. Kolore desberdinek segmentuen eboluzio desberdinak adierazten dituzte: urdinez libre mugituko diren segmentuak adierazi ditugu, berdez batuko diren segmentuak eta horiz berriz hurrengo denbora-pausua baino lehen deuseztatuko direnak. Gezitxo bidez segmentu gutxi (bat edo bi) dituzten tartek adierazi ditugu; tarte hauek ikustea oso zaila da goiko irudian, nahiz eta behekoan errazago ikusi. Kontuan izan azken denbora-pausuan ez dugula segmentuaren joeraren informazioarik; hau da, ez dakigu libre jarraituko duen, beste batekin batuko den edota deuseztatu egingo den.*



**5.12. Irudia:** *Histograma hauek erradiazioaren mendeko aroko eboluzioan zehar segmentuen (goian) eta monopoloen (behean) abiaduren banaketa erakusten dute  $\beta = 0.04$  kasurako. Abiadurak 10 tarte uniformetan banatu dira. Kolore kodea aurreko irudiako berdina da: urdinez libre mugituko diren segmentuak adierazi ditugu, berdez batuko diren segmentuak eta horiz berriz hurrengo denbora-pausua baino lehen deuseztatuko direnak. Kontuan izan azken denbora-pausuan ez dugula segmentuaren joeraren informazioarik; hau da, ez dakigu libre jarraituko duen, beste batekin batuko den edota deuseztatu egingo den. Kasu honetan gainera, ez dakugu azken denbora-pausuan monopoloen abiadura kalkulatzeko informazioarik.*

5.6 Ondorioak



**5.13. Irudia:** Erradiazioaren mendeko aroko eta  $\beta = 0.04$  balioarentzako "familia zuhaitza". Laukien barneko zenbakia segmentu bakoitzaren luzera da eta denbora goraka handitzen da.



baita segmentu eta monopolu bakoitzaren abiadurak ere) ezezagunak ziren.

VOS motako luzera zenbatesleak, bai segmentuentzat eta baita monopoluentzat ere (5.6), (5.8), 5.3. taulan aurki daitezke. Balio hauek [9] lanean ere kalkulatu genituen baina teknika desberdin bat erabiliz. Lan horretan, segmentu erdilokal bat lortzeko eremu magnetikoaren muga bat baino balio altuagoa dituzten puntuak kontsideratzen genituen baldin eta elkarren artean kontaktuan bazeuden. Ondoren, lorturiko puntuen bolumen hori segmentuaren zeharkako azalerarekin zatitzen genuen segmentuaren luzera lortzeko. Lan honetan, kalkulu hauek berregin ditugu gure luzera zenbatesle berriarekin konparatu ahal izateko. Zenbatesle berri honek, simulazioan zehar kiribiltzeak jarraituz neurtzen ditu luzerak. Bi luzera zenbatesle hauek erabiliz lorturiko datuak ez direla bateragarriak ikusi dugu eta bien arteko erlazio faktorea 1.5 dela. Bi zenbatesleen arteko ezberdintasuna sokaren zeharkako azalera kalkulatzean eginiko zenbakizko erroretik datorrela ikusi dugu; ondorioz lan honetan lorturiko luzera zenbatesleentzako emaitzak [9] lanean lorturikoen zuzenketak direla esan dezakegu. Hala eta guztiz ere, bi zenbatesleak erabiliz lorturiko emaitzen aldea  $1-\sigma$  errore mailaren barne dago. Bestalde, kontuan hartu behar da bi lan hauetatik lorturiko monopoloei dagokion luzera zenbatesleak  $\gamma_{\mathcal{N}}$  bateragarriak direla, izan ere, segmentu (monopolu) kopuruaren kalkuluak ez dauka soken zeharkako azaleraren menpekotasunik.

Soka erdilokalak kiribiltzea duten puntu (*plaquette*) bidez ezaugarritzeak abantaila handia du, soken posizioaren dimentsio bakarreko deskribapena lortzen baitugu. Modu honetan segmentuak eta monopoluak jarraitu ditzakegu simulazioan zehar, beraien historia jarraituz eta beraien abiaduren kalkulua ahalbidetuz. Aztertu ditugun  $\beta$  guztietarako eta erradiazioaren eta materiaren mendeko aroentzako abiaduren balioak 5.4. taulan aurki daitezke.  $\beta$ -ren balio guztietan erradiazioaren mendeko aroko abiaduren balioak materiaren mendeko arokoak baino handiagoak dira. Esan beharra dago abiaduren balio hauetan  $\beta$ -ren mendekotasun txiki bat ikus daitekeela, batez ere segmentuen kasurako. Hala eta guztiz ere, erroreak kontuan hartzen badira joera bat dagoela esatea oso zaila da.

Eremu-teorien zenbatesleak (5.10) erabiliz ere kalkulatu daitezke abiadurak. Mota honetako zenbatesleen bidez lorturiko abiadurak 5.5. taulan ikus daitezke. Bi zenbatesleen bidez lorturiko emaitzak bateragarriak dira eta aurreko kasuan bezala erradiazioaren mendeko aroko balioak materiaren mendeko arokoak baino handiagoak dira. Eremu-teorien zenbatesleak erabiliz lorturiko balioak defektuen posizioak jarraituz lorturikoekin konparatuz pixka bat desberdinak dira. Egia esan, eremu-teorien zenbatesleek ez dituzte segmentu eta monopoluak bereizten eta sare osoarentzat zenbaki bakarra ematen dute. Ez da harrizkeoa, agian, eremu-teorien zenbatesleek emaniko datuak segmentuen eta monopoluen balioen artean egotea.

Defektuen posizioak erabiliz lorturiko emaitzetan ez bezala 5.5. taulan ageri diren emaitzek  $\beta$ -rekiko menpekotasuna daukate. Diferentzia hau simulazioaren parte diren hainbat magnituderen ondorio izan daiteke: segmentuen dentsitate eta monopoluen dentsitateen arteko erlazioak  $\beta$ -ren menpekotasuna dauka ( $\beta$  baxuagoetarako sokak luzeagoak dira), sokaren masak  $\beta$ -ren menpekotasuna dauka ( $\beta$  baxuagoetarako sokek gutxiago pisatzen dute), segmentuen batzeko eta deuseztatzeko joerak  $\beta$ -ren menpekotasuna izan dezake.... Bestalde, defektuen posizioak erabiltzen dituzten metodoetan ohikoa da defektuen abiaduraren benetako balioak baino piskat txikiagoak lortzea [73, 96, 101]; efektu honen arrazoia ez dago batere argi.

Nahiz eta abiaduren balioetan desadostasun batzuk izan, soken posizioak jarraitu ahal izateak abantaila handi bat dakar: segmentu bakoitzaren historia jarraitu dezakegu eta baita segmentu bakoitzaren abiadura kalkulatu ere. 5.9. eta 5.10. irudiek segmentu luzera versus segmentu abiaduren sakabanaketa diagramak erakusten dituzte. Lehen irudiak hurrengo denbora tartera arte libreki bidaiatuko duten segmentuak erakusten ditu eta bigarrenak berriz hurrengo denbora tarte bakoitzeko beste segmentu batekin batuko direnak.

## 5.6 Ondorioak

Harritzekoa izan da luzeren balio guztietarako berdina den abiadura baten inguruan segmentu guztiek erakusten duten sakabanaketa ikustea. Beste era batean esanda, ez dugu inolako erlaziorik aurkitu segmentuaren luzeraren eta abiaduraren artean. Eraitza honek VOS eredu analitiko berrikusteko beharrezana adierazten du, joera hau kontuan hartu ahal izateko. Bestalde, aztertu beharrezkoa da baita ere ea segmentu laburrek deuseztatzeko joera duten eta luzeek berriz batzekoa. Irudi hauek erakusten duten moduan luzera guztietako segmentuak batzen baitira eta ez soilik luzeak.

Tarte bakoitzean segmentuen luzera denbora unitateko adierazten duten histogrametan (5.11. irudiaren beheko aldean) ikusi ahal den moduan segmentuen luzera gehiena ez dago segmentu laburren artean; luzera gehiago dago bigarren edota hirugarren tarteetan. Histograma hauek argiago erakusten dute segmentu oso luzeak ere beste segmentu batzuekin batzen direla. Joera interesgarri hau 5.13. irudian ikus daitekeen familia zuhaitzean ere ikus daiteke. Irudi honetan ikus daitekeen moduan eboluzioaren hasierako uneetan hainbat batze prozesu ematen dira, ondoren garai lasai bat dago eboluzioaren bukaera aldera berriz ere segmentuak batzen hasten diren arte. Batzeetan parte hartzen duten segmentuen luzerak edozein izan daitezke eta ez dago inolako erlaziorik segmentuen luzeraren eta etorkizuneko joeraren artean.

Hala eta guztiz ere, monopoloen abiadurak deuseztatze prozesuak abiadura nahiko altuan gertatzen direla erakusten dute. Monopoloen abiaduraren banaketa ez da oso Gaussiarra, zarata gehiago dago eta monopolu batzuk oso azkar mugitzen dira. Momentu honetan kontuan hartu behar dira segmentu eta monopoloen abiadurak kalkulatzeko orduan gaintitu behar izan ditugun arazo guztiak. Batetik oso gertuko abiadura (batzuetan bat baino handiagoa) duten monopoloen kasuak segmentuen batze/deuseztatzeek eragiten dituzte eta baita gure algoritmoen arazo eta interpretazio okerrek ere.

Lan honetan aurkitu dugun zailtasunetako bat segmentuen batze prozesuan segmentu hauen eta beraiei dagozkien monopoloen abiaduren neurketa izan da. Abiaduren zenbatesle *naive* abiadura oso altuko kasuak ematen dituzte. Agerian dauden erroreak (deuseztatu den segmentua hurrengo denbora tartean bilatzea eta ondorioz abiadura oso altua lortzea) zuzendu ondoren oso azkar mugitzen ziren segmentu gehienak desagertu egiten dira. Hala eta guztiz ere, abiadura oso altuak dituzten kasu batzuk geratzen dira; eremu-ekuazioen kausalitatek espero ditugun balioak baino altuagoak dituztenak; baita eremu zenbatesleek ematen dizkiguten datuak baino altuagoak direnak.

Arazo hauek sakonago aztertu ondoren konturatu gara segmentuak batzear dauden momentuan eta eremu konfigurazioa aldekoa bada, soka berri bat sortzen dela. Ez da antimonopolo baterantz mugitzen ari den monopoluak soka sortzen duela; segmentu berri bat sortzen da monopolu/segmentua oso azkar mugitu dela ematen duelarik. Benetan, monopolu zaharra sortu berri den antimonopoloarekin deuseztatzen da eta monopolu *berria zaharra* izango balitz bezala ikusten dugu. Egoera hau dinamika kausalarekin bat dator; soka berri bat sortzeko handitzen ari den eremu magnetikoaren ondorio da. Kasu hau bi dimentsiotako simulazioetan aztertu zen [5, 6]. Monopolu globalen kasuan ere ikusi zen gradiente energiak soka itxurako eskualde batean biltzeko aukera dagoela monopoluaren inguruan (kontsidera dezagun monopoluaren ipar poloan bildu direla gradiente energiak), baina egoera hau bat-batean deuseztatu egingo da monopolu berarekin eramanez [3, 26, 57].

Egoera hauek VOS motako eredu analitikoaren berrazterketara bultzatzen dute: sare erdilo-kalen abiadura subluminale dela kontsideratzen badugu, eredu efektiboak soka segmentu berrien sorrera kontuan hartu beharko luke; bestela segmentuen batze eta deuseztatze prozesuetako abiaduren balio txikiagoak kontsideratuko baitira.

VOS motako eredu analitiko berraztertze beste arrazoi bat soka erdilokalak bi eremuak

## 5. Kapituluua: Soka erdilokalen sareen eboluzioa

kiribiltzen direnena sortzen dela ikusi izana da, nahiz eta teoriaren ikuspuntutik bietako bat kiribiltzea eta beste eremua hutseko baliotik kanpo egotea (energia magnetikoaren kontzentrazioa ahalbidetuz) nahiko izan. Bi eremuen kiribiltzeak ematen duen irudikapenak p-q soken sarea [39, 51] gogorarazten du, non monopoloeak Y-gurutzaguneen papera betetzen duten. Hala eta guztiz ere, analogia hor bukatzen da, izan ere gure "p"-edo "q-sokak" masagabeak dira soka erdilokalen sareen eta p-q sareen arteko analogia apurtuz.

Soka erdilokalen ezaugarritzean oinarritu den lan honek eredu honen dinamika aberatsa oraindik gehiago nabarmendu du, baita soka erdilokalen sareen bizitza ze zaila izan daiteken ere.

## 5.6 Ondorioak

# 6

## Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak

---

### 6.1 Sarrera

1.6. atalean ikus dugun bezala defektu sareen eboluzioak hondoko espazio-denbora kitzikatzen du. Kitzikapen hauek eboluzionatu egiten dute unibertsoaren osagaietan eraginez eta CMBan anisotropiak sortuz. Inflazioak sorturiko kitzikapenak ez bezala, hauek plasma primordialean sortu ziren eta pasiboki eboluzionatu dute, defektuek aktiboki sortzen dituzte kitzikapenak beraien existentzia guztian zehar.

CMBaren azterketak unibertso gazteko ereduak ulertzeko aukera ematen du. Hau dela eta, soka kosmiko lokalek sorturiko CMBko seinalea asko aztertu izan da. Azterketa hauetan metodo desberdinak erabili izan dira. Azterketa hauetariko batzuk zero osoko defektuen mapak kalkulatu zituzten [17, 87, 88, 109]. Beste azterketa batzuek berriz, Greenen funtzioak eta denbora desberdineko korrelatzaileak (UETCak) erabili zituzten [110]; metodo hauetan defektuaren energia-momentuaren tentsorea momenturo ezagutu behar da zabalkuntza kosmologikoan zehar. Hala eta guztiz ere, UETCak erabiltzen dituen metodoa da gaur egun erabiliena. Metodo hau erabiliz soka kosmikoek sortzen duten CMBko seinalea hurbilketa maila desberdinetarako kalkulatu da. Hau da, eredu efektiboak erabiliz [14, 15, 24, 89, 90] edota defektua deskribatzen duen eremu-teoria erabiliz [29, 31, 128]. Azken urte hauetan UETCen metodoa erabiliz Higgs eredu trukakorreko sokek sortzen duten CMBaren seinalea sakonki aztertu izan da; gaur egun arte erabili izan diren simulazio kubo handienak erabiliz [45] edota beste hainbat hobekuntzen artean transizio kosmologikoetan zehar korrelatzaileen joera aztertuz [95]. Bestalde, beste hainbat defektu eredu ere aztertu izan dira baina hauek arreta gutxiago erakarri dute. Adibidez, soka erdilokalek sorturiko seinalea [127]. lanean aztertu zen.

Era berean, defektu globalen,  $O(N)$ , ereduak ere aztertu izan dira. Mota honetako ereduak sorturiko CMBaren potentzia-espektroa aztertzeko  $N$  handiko limitea eta sigma eredu ez lineala erabili izan dira [28, 50, 109]. Metodo hauek erabiliz eredu hauek sorturiko grabitate-uhinen seinalea ere aztertu izan da [54, 78]. Hala eta guztiz ere, eremu-teorien zenbakizko simulazioak erabiliz  $O(N)$  ereduak sorturiko grabitate-uhinen seinalea aztertu zen [56] lanean erakutsi zen bezala,  $N$  handiko limitea egokia da  $N > 4$  kasuetarako baina limite honek  $N$ -ren balio baxuagoetako dinamika azaltzeko arazoak ditu.

Hala eta guztiz ere,  $O(2)$  eta  $O(3)$  ereduak sorturiko CMBko seinalea ez da inoiz aztertua, nahiz eta soka globalen eta monopolo globalen beste ezaugarri batzuk aztertuak izan diren. Soka globalek eta monopolo globalek sorturiko CMBko potentzia-espektroaren azterketa interesgarria litzateke. Adibidez, [101] lanean soka global sareen eboluzioa aztertu zen eskala handiko zenbakizko simulazioak erabiliz eta tesi honetako 4. kapituluaren monopolo globalen sare-abiadurak aztertzen dira. Lehenago aipatu dugun moduan,  $N$  handiko limitea erabiliz lorturiko grabitate-

## 6.2 Ereduak

uhinen seinaleen iragarpenak ez datoz kalkulu zuzenekin bat. Ondorioz, garrantzitsua litzateke  $O(2)$  eta  $O(3)$  ereduaren eremu-teorien zenbakizko simulazioak burutzea  $N$  handiko limiteak emandako CMBko iragarpenak kalkulu zuzenekin bat datozen edo ez ikusteko. Gainera, 2.4.1. atalean aipatu ditugun defektu globalen eta lokalen eboluzioen arteko desberdintasunen ondorioz emaitza desberdinak lor daitezke.

Guzti hau kontuan hartuz, kapitulu honetan  $O(2)$  eta  $O(3)$  eredu globalen eremu-teorien zenbakizko simulazioak burutuko ditugu eta UETC metodoa erabiliz defektu hauek sortu lezaketen CMBko potentzia-espektroa kalkulatu dugu. Lortuko dugun potentzia-espektroa  $N$  handiko limitean lortutakoarekin konparatzeko erabiliko dugu, baita Higgs eredu trukakorrekoko sokentzako lorturikoarekin ere. Planck-ek [12] emaniko datuak eta kapitulu honetan lorturikoak erabiliz Monte Carlo analisia burutuko dugu.

Kapitulua ondorengo eran antolatu dugu: 6.2. atalean ereduaren laburpentxo bat egingo dugu. Ondoren, zenbakizko simulazioetatik UETCak lortzeko prozedura azalduko dugu 6.3. atalean eta iturri-funtzioen kalkulua 6.4. atalean. Iturri-funtzioak lortu ondoren lorturiko potentzia-espektroa aurkeztuko dugu 6.5. atalean. Azkenik, 6.6. atalean defektuak barnebiltzen dituzten ereduaren parametroentzat lorturiko zehaztapen eta doikuntza onenak emango ditugu eta 6.7. atalean ondorioak aurkeztuko ditugu.

## 6.2 Ereduak

Kapitulu honetan aztertuko ditugun defektuak soka eta monopolo globalak dira. Defektu hauek  $O(N)$  eredu globalean sortzen dira;  $O(N)$  simetria  $O(N-1)$  simetriara berez hausten denean, non  $N=2$  kasuan soka globalak sortzen diren eta  $N=3$  kasuan berriz monopolo globalak. Eredu hauen ezaugarriak 2.4.1. atalean aztertu ditugu, non eredu hauek ondorengo Lagrangearekin (2.67) deskribatu daitezkeela esan dugun:

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi^i \partial^\mu \Phi^i - \frac{1}{4} \lambda (|\Phi|^2 - \eta^2)^2 \right), \quad (6.1)$$

non  $|\Phi| \equiv \sqrt{\Phi^i \Phi^i}$  eta  $\lambda$  eta  $\eta$  parametro erreal konstanteak diren.  $\Phi^i$  eremu errealak dira, non  $i=1, 2$  soka globalentzako eta  $i=1, 2, 3$  monopolo globalentzako. Gure helburua defektu globalen sareen dinamika zabaltzen ari den unibertsoan aztertzea denez Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker espazio-denbora kontsideratuko dugu koordenatu kohigikorretan (ikus 1.3. atala):

$$ds^2 = a^2(\tau) (-d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (6.2)$$

non  $a(\tau)$  eskala faktore kosmikoa den eta  $\tau$  denbora konformea. Higidura-ekuzioak (6.1). ekuaziotik lor daitezke:

$$\ddot{\phi}^i + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}^i - \nabla^2 \phi^i = -a^2 \lambda (\phi^2 - \eta^2) \phi^i, \quad (6.3)$$

non puntutxoek  $\tau$  denbora konformearekiko deribatua adierazten duten.

Defektuen tamaina beraien masaren mendekoa denez ( $\delta \sim m_s^{-1}$ ), tamaina hau konstantea da unitate fisikoetan; hau da, koordenatu kohigikorretan defektuaren tamaina oso azkar txikitzen da. Ondorioz, 4. eta 5. kapituluetan egin dugun moduan Press-Ryden-Spergel algoritmoa [115] erabiliko dugu, non defektuen tamaina maneiagarria bilakatzen den elkarrekintza konstanteak denboraren mendeko eginez,  $\lambda = \lambda_0 a^{-2(1-s)}$ . Hau da,  $s=0$  denean defektuen tamaina konstantea da koordenatu kohigikorretan eta  $s=1$  denean berriz benetako kasuan gaude, non defektuen tamaina konstantea den unitate fisikoetan.

### 6.3 Simulazioetatik lorturiko UETCak

Atal honetan eskalatzen duten UETCak lortzeko erabili ditugun zenbakizko simulazioen ezaugarriak deskribatuko ditugu. Eskalatzen duten UETC hauek hurrengo atalean erabiliko ditugu, non autobektoreen deskonposizioa deskribatzen dugun.

#### 6.3.1 Simulazioen ezaugarriak

Defektu globalen eboluzioa kubo diskretu batean simulatzeko 2.3.4. atalean deskribatu dugun prozedura erabiliko dugu. Gure simulazio sareak,  $1024^3$  sare-puntuduna,  $\Delta x = 0.5$  sare-tartea eta  $\Delta t = 0.1$  denbora-tartea ditu, non balio horiek  $\eta = 1$  unitateetan neurtuta dauden. Ondorioz simulazioaren tamaina kohigikorra  $L = 512$  da. Elkarrekintza konstantea  $\lambda = 2$  da eta eremu eskalarren masa  $m_s = \sqrt{2}e\eta$ . Simulazio hauek zientziarako CSC-IT zentroan kokaturiko Sisu superordenagailuan egin dira. Eskalatzen duten UETCak lortzeko asmoz erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetan bosna simulazio burutu ditugu, non  $s = 0$  kasua erabili dugun. Erradiazioaren mendeko arotik materiaren mendeko arorako trantsizio kosmologikoan zehar ere burutu ditugu simulazioak.

Erradiazioaren eta materiaren mendeko kasuetan defektu sarea eskalatzen ari deneko informazio interesatzen zaigu eta ez fase trantsizioaren ezaugarriak. Hau da, simulazio hauetan erabili ditugun hasierako baldintzetatik ( $\tau_{\text{ini}}$  aldiuneko baldintzak) ez dugu daturik ateratzen; baldintza hauek sistema ahalik eta bizkorren eskalatzen hasteko ezartzen ditugu. Gure kasu jakin honetarako ondorengo hasierako eremu banaketa egokia dela ikusi dugu: eremu eskalarren abiadurak zero dira eta eremu eskalarrak zorizko Gaussiar eremu egonkorak dira ondorengo potentzia-espektroarekin:

$$P_\phi(\mathbf{k}) = \frac{A}{1 + (kL_\phi)^2}, \quad (6.4)$$

non  $A \langle |\phi^2| \rangle = \eta^2$  bete dadin aukeratu den eta  $L_\phi = 5\eta^{-1}$  den.

UETCak kalkulatu ahal izateko defektuek sorturik egon behar dute eta sistema eskalatzen egon behar da. Simulazioen hasierako unek energia soberakin pila bat dute zorizko hasierako baldintzen eraginez eta ondorioz difusiozko eboluzio aldi bat ezartzen dugu eremu banaketa leuntzeko asmoz. Difusiozko aldi hau higidura-ekuazioetatik bigarren mailako deribatuak kenduz lortzen da eta gure kasuan aldi honetan zehar denbora-tartea  $\Delta\tau = 1/30$  da (denbora-tarte hau  $\eta = 1$  unitateetan neurtuta dago). Simulatzen ari garen ereduaren arabera difusiozko eboluzioa ezartzen dugun aldia desberdina da ( $\tau_{\text{diff}}$ ).

Difusiozko aldiaren ondoren sistema eskalatzen hasten da eta datuak biltzen hasten gara  $\tau_{\text{ref}}$ -tik simulazio bukatu arte  $\tau_{\text{end}}$ . Denbora aldi honetan zehar UETCak neurtzen ditugu  $C_{ab}(k, \tau_{\text{ref}}, \tau)$ -ren batezbesteko balioak erabiliz. Gure kasuan uhin-bektoreak  $2\pi(n-1)/L < |\mathbf{k}| \leq 2n/L$  ( $1 \leq n < N_b$ ) tartean banaturik daude, non  $N_b = 886$  den eta  $n_{\text{out}}$   $\tau_{\text{ref}}$ -en eta  $\tau_{\text{end}}$ -en artean logaritmikoki banaturiko denborak diren.  $n$ . tarteko  $k_n$  uhin zenbakiari tarte horretako  $|\mathbf{k}|$  batezbesteko balioa ezartzen zaio. Parametro hauen balioak 6.1. taulan ikus daitezke.

Denbora berdineko korrelatzaileak (ETC) ere kalkulatu ditugu UETCak lortzen ditugun denbora bakoitzean. ETC hauek erabiliz eskalatzearen kalitatea aztertu daiteke. Hau da, eskalatze perfektuaren kasuan ETC guztiak lerro bakarrean egongo liriteke  $x = k\tau$ -ren menpe marrartzuz gero.

### 6.3 Simulazioetatik lorturiko UETCak

	O(2)	O(3)
$\tau_{\text{ini}}$	50	0
$\tau_{\text{diff}}$	70	20
$\tau_{\text{ref}}$	150	60
$\tau_{\text{end}}$	300	250
$n_{\text{out}}$	50	60

**6.1. Taula:** Denborarekin erlazioa duten parametroen balioak; hauek  $\eta = 1$  unitateetan daude emanda. Simulazioa  $\tau_{\text{ini}}$ aldiunean hasten da eta difusiozko aldiak  $\tau_{\text{diff}}$  arte irauten du; datuak  $\tau_{\text{ref}}$ -tik  $\tau_{\text{end}}$ -ra bitartean ateratzen dira  $n_{\text{out}}$  denbora-tartero.

#### 6.3.2 Eskalatzea

Hasierako baldintza desberdinak erabiliz eginiko simulazioak konparatzeko sarearen luzera eskala definitzea garrantzitsua da. Kasu honetan bi luzera eskala desberdin definituko ditugu; aztertzen ari garen kasu bakoitzerako bat, hau da, luzera eskala bat sokentzako eta beste bat monopoloen-tzako.

Soken kasurako soken arteko banaketa kohigikorra  $\xi^s$  simulazioen fase bateragarriak zehazteko kantitate egokitzat identifikatu izan da [45]. Soken arteko banaketa horizonte bolumenean  $\mathcal{V}$  dagoen batezbesteko soka luzera  $\ell_s$  erabiliz definitzen da:

$$\ell_s = \sqrt{\frac{\mathcal{V}}{l_s}}. \quad (6.5)$$

Batezbesteko soka luzera,  $\ell_s$ , soka bakoitzaren luzera kohigikorra neurtuz lortzen da norma-lean (ikus [29, 31, 79, 120]). Soken luzera neurtzeko modu bat sokek zeharkatzen dituzten "plaquette" kopurua zenbatzea da [79]. Sokek zeharkatzen dituzten "plaquette"-ak sareko "plaquette" bakoitzean eremuen kiribiltzea kalkulatzuz lortzen dira  $\xi_w^s$ .

Luzerak eremu-teoria lokalen zenbatesleak erabiliz ere lor daitezke [45]. Gure kasuan,  $V$  potentzialaren bidez pisaturiko energia ( $E_V$ ) eta potentzial berdinarekin pisaturiko luzera unitateko energia ( $\mu_{s,V}$ ) erabili ditugu  $\xi_L^s$  lortzeko:

$$\ell_s = \frac{E_V}{\mu_{s,V}}, \quad (6.6)$$

Potentzialaren bidez pisaturiko soka globalen luzera unitateko energia,  $\mu_{s,V}$ , lortzeko  $z$  ardatzean hedatzen den soka zuzen eta estatiko baten higidura-ekuazioak [137] askatu ditugu *relaxation* metodoa erabiliz. Ondoren lorturiko profil funtzioez baliatu gara pisaturiko luzera unitateko energia lortzeko.

6.1. irudian ikus daitekeenez aipatu ditugun bi prozedurek (kiribiltzeak erabiliz edo eremu zenbatesleak) eskalatzeari buruz emaniko informazioa bateragarria da.

Monopoloen sareak monopoloen arteko banaketa kohigikorra,  $\xi^m$ , erabiliz ezaugarritu daitezke. Monopoloen arteko banaketa ondorengo eran definitzen da  $\mathcal{V}$  horizonte bolumenean dagoen monopolo kopurua erabiliz:

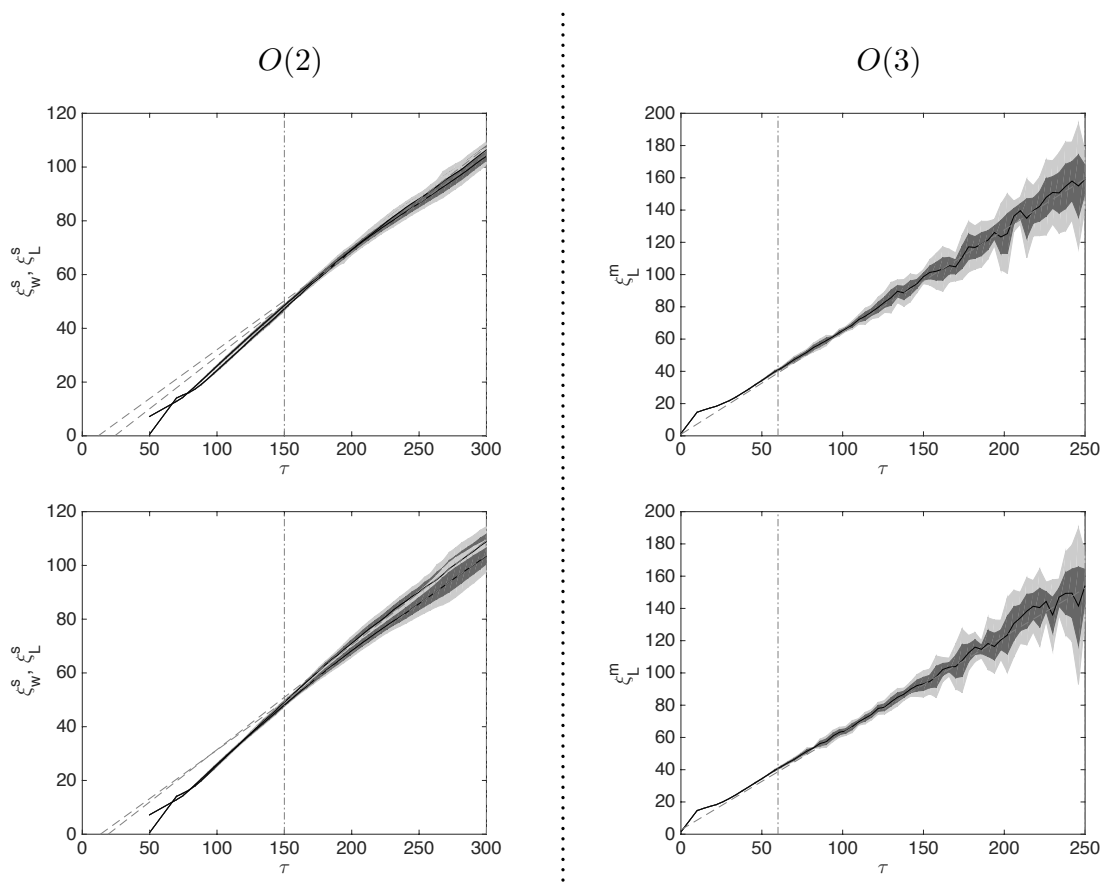
$$\xi^m = \left(\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{N}}\right)^{1/3} \quad (6.7)$$

non  $\mathcal{N}$   $\mathcal{V}$  bolumenean dagoen monopolo kopurua den<sup>1</sup>. Simulazioan dagoen monopolo kopurua

<sup>1</sup>Lan honetan ez ditugu monopolo eta antimonopoloak bereziko, izan ere gure azterketaren helburuetarako berdinak baitira. Ondorioz,  $\mathcal{N}$ -k monopolo eta antimonopolo kopuru totala adieraziko du.



6. Kapituluua: Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak



**6.1. Irudia:** Ezkerreko zutabea: Soken arteko banaketa,  $\xi^s$ , erradioazioaren mendeko aroan (goian) eta materiaren mendeko aroan (behean). Irudi hauetan  $\xi_{sw}^s$  eremuen kiribiltzeak erabiliz lortu da eta  $\xi_L^s$  berriz eremuen zenbatesleak erabiliz. Eskuineko zutabea eremuen zenbatesleak erabiliz lorturiko monopoloen arteko banaketa,  $\xi_L^m$ , erradioazioaren mendeko aroan (goian) eta materiaren mendeko aroan (behean).

### 6.3 Simulaioetatik lorturiko UETCak

	$\beta_w^s$	$\beta_L^s$	$\zeta$	$\beta_L^m$
Erradiazioa	$0.36 \pm 0.01$	$0.38 \pm 0.01$	$1.7 \pm 0.1$	$0.63 \pm 0.03$
Materia	$0.36 \pm 0.02$	$0.39 \pm 0.02$	$0.72 \pm 0.08$	$0.60 \pm 0.02$

**6.2. Taula:** Eskalatzeko sasoian lorturiko zenbatesle desberdinetzako malden balioak.  $\beta_w^s$  kiribiltzeak erabiliz lorturiko soka luzera zenbateslearekin loturik dago,  $\beta_L^s$  berriz pisaturiko energia erabiliz lorturiko soka luzera zenbateslearekin eta  $\beta_L^m$  pisatutako energia erabiliz lorturiko monopoloentzako zenbateslearekin.

sare-puntu bakoitzean karga topologikoa kalkulatu lor daiteke (ikus 4.3.1. atala) [18] eta baita eremu-teoria lokalen zenbatesleak erabiliz ere:

$$\mathcal{N} = \frac{E_V}{\mu_{m,V}}, \quad (6.8)$$

non  $\mu_{m,V}$   $V$  potentzialaren bidez pisaturiko monopoloaren energia den eta  $E_V$  potentzial berdinen bidez pisaturiko sistemaren energia. Monopoloaren pisaturiko energia soka lokalen kasurako erabili dugun antzeko prozedura erabiliz kalkulatu dugu. Hau da, monopolo estatiko baten higadura-ekuazioak [137] askatu ditugu *relaxation* metodoa erabiliz eta ondoren profil funtzioak erabiliz monopoloaren pisaturiko energia kalkulatu dugu.

Monopolo kopurua zuzenean kalkulatzeko simulazio gelaxkaren zortzi erpinetako informazioa behar duen gainazal integral bat askatu behar dugu sare-puntu bakoitzean 4.3.1. atalean ikusi dugun moduan [18] (eta guzti hau simulazioaren eboluzioan zehar egin behar da). Kontuan hartuz soka globalen kasuan bi prozedurek emaniko emaitzak bateragarriak direla ikusi dugula kasu honetan eremu-teoria lokalen zenbatesleak soilik erabiliko ditugu monopolo globalen eskalatzeko aztertzeko.

Lehenago burutu diren lanetan aurkitu zen bezala, kasu honetan ere defektuen arteko banaketaren joera asintotikoa linealetik oso gertu dago,

$$\xi \rightarrow \beta(\tau_{\text{sim}} - \tau_{\text{offset}}), \quad (6.9)$$

non  $\tau_{\text{offset}}$   $\xi$  kurbaren denbora desplazamendua den (ikus 6.1. irudia). Gure hasierako baldintzen aukeraketa medio gure simulazio guztietan denbora desplazamendua ia zero da. Ondorioz,  $\xi$ -ren balioa ia berdina da gure (ezaugarri berdinak dituzten) simulazio desberdin guztietan. 6.2. taulan aurki daitezkeen  $\beta$ -ren balioak simulazio desberdinetan lorturiko balioen gaineko batezbestekoa eginez lortu dira.

6.2. taulan ikus daitekeenez prozedura desberdinak erabiliz soken kasurako lorturiko  $\beta$ -ren balioak bateragarriak dira. Bestalde, lortu ditugun parametroen balio hauek [101] lanean erabili zituzten parametroetara itzuli ditzakegu. Lan horretan  $\zeta$  parametroa erabili zuten simulazioen eskalatzeko aztertzeko,

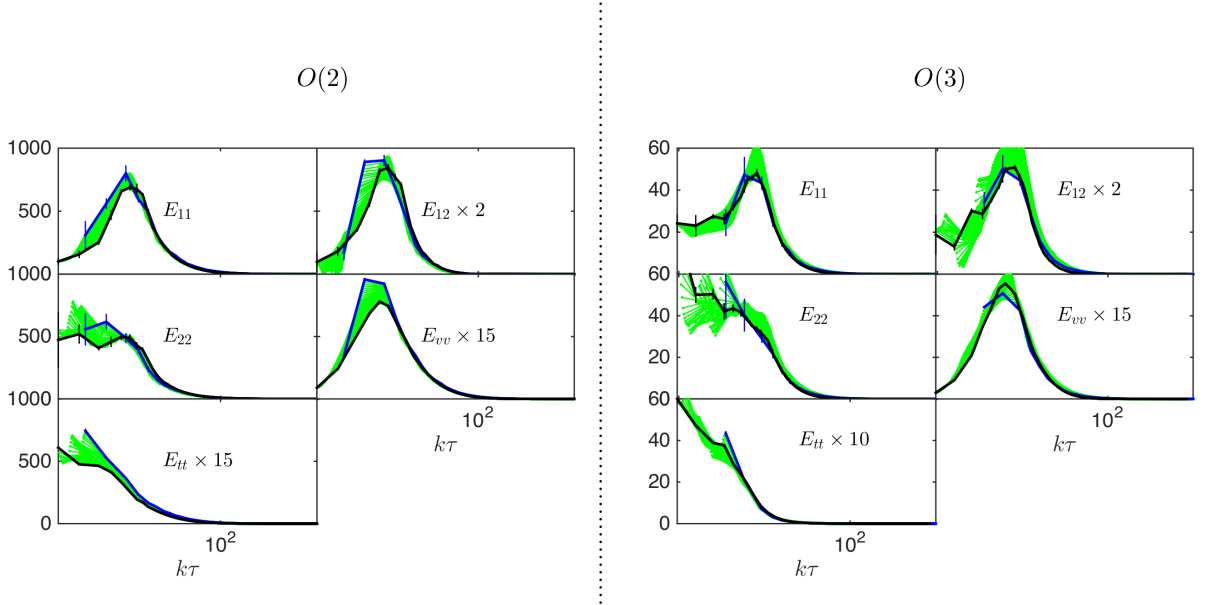
$$\zeta = \frac{E_V}{\mu_s} t^2 \quad (6.10)$$

non  $t$  denbora fisikoa den. Gure  $\beta$ -en balioak erabiliz lorturiko  $\zeta$ -en balioak 6.2. taulan aurki daitezke. Balio hauek [101] lanean lorturiko balioekin bateragarriak dira, non  $\zeta = 2.0 \pm 0.5$  lortu zuten erradiazioaren mendeko aroan.

Monopoloen kasurako  $\beta_L^m$  maldaren balioak 6.2. taulan aurki daitezke. Balio hauek 4. kapituluaren lortu ditugun balioekin bateragarriak dira; non  $\beta_r = 0.72 \pm 0.06$  lortu dugun erradiazioaren mendeko aroan eta  $\beta_m = 0.65 \pm 0.04$  berriz materiaren mendeko aroan.

## 6. Kapitularia: Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak

Aurreratu dugun moduan sistemaren eskalatzearen kalitatea ETCak erabiliz neurtu daiteke. Soka eta monopolo globalentzako ETCak erradiazioaren mendeko aroan 6.2. irudian ikus daitezke; erreferentzia denborako ETCak beltzez,  $\tau_{\text{end}}$ -ko ETCak urdinez eta bi denbora hauen arteko gainontzekoak berdez. Irudi hauetan ikus daitekeenez ETCak lerro bakarrean biltzen dira eskala txikietan baina joera ez da hain argia  $k\tau$ -ren balio txikietan.



**6.2. Irudia:** Soka eta monopolo globalentzako ETCak erradiazioaren mendeko aroan. Erreferentzia denborako ETCak beltzez,  $\tau_{\text{end}}$ -ko ETCak urdinez eta bi denbora hauen arteko gainontzekoak berdez adierazi dira.

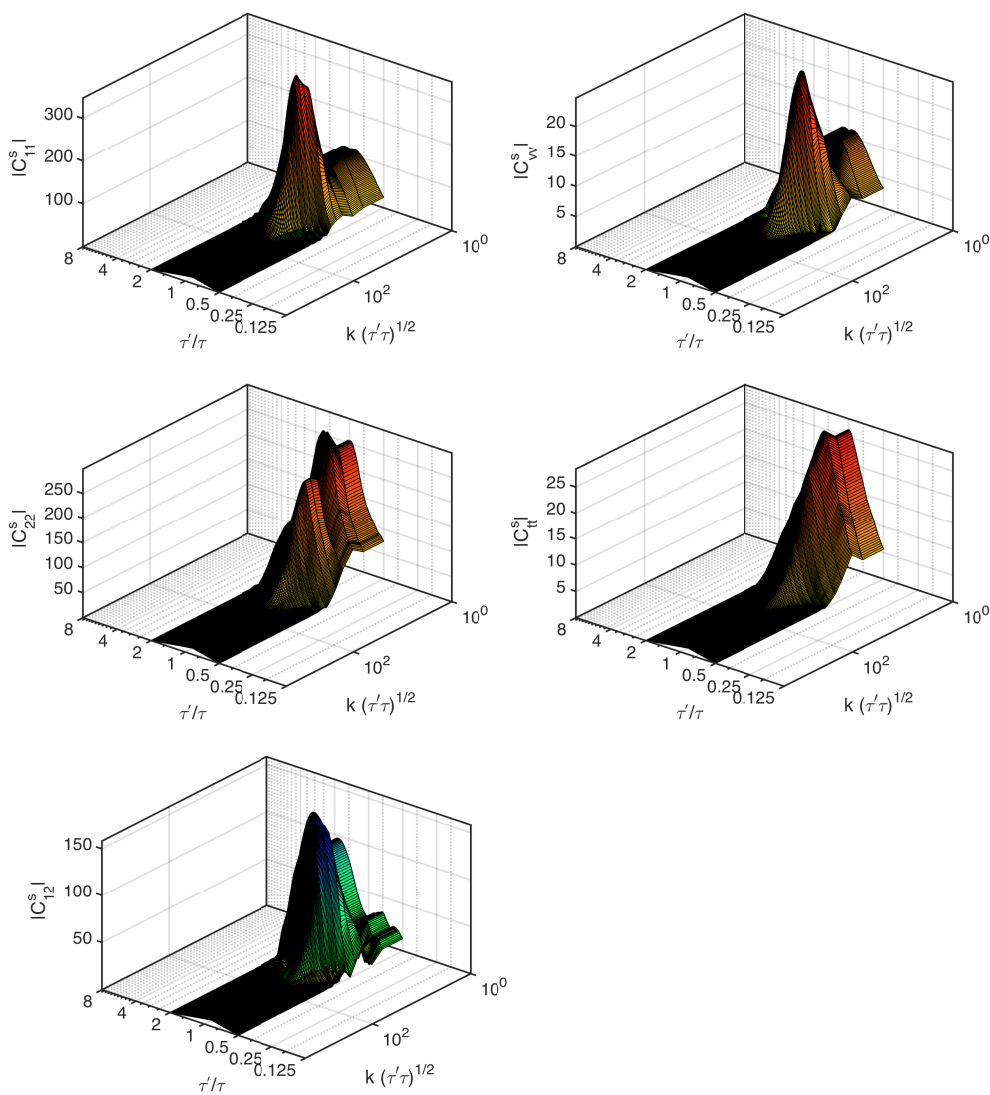
Gure simulazio guztietan denbora desplazamendua zero denez simulazio desberdinetatik (ezau-garri berdinak dituztenak) lortutako UETCen batezbestekoa kalkulatu dezakegu zuzenean, kasu bakoitza bere denbora desplazamendua erabiliz zuzentzeko behar izanik gabe. Soka globalentzako materiaren mendeko aroan lorturiko UETCak 6.3. irudian ikus daitezke eta aro berdinean monopolo globalentzako lorturiko UETCak berriz 6.4. irudian ikus daitezke.

6.3. eta 6.4. irudietatik ikus daitekeenez  $O(2)$  kasurako UETCen anplitudeak  $O(3)$  kasurakoenak baino askoz handiagoak dira. Era berean,  $O(2)$  kasuko UETCak Higgs eredu trukakorarentzat lorturiko UETCekin [45] konparatu daitezke. Bi kasu hauetan (soka globalak eta soka lokalak) erabili den normalizazioa kanonikoa da, baina kontuan izan normalizazio hau modu desberdinean aplikatzen dela eremu eskalarren eta eremu konplexuen kasuan. Konparaketa honetatik ikus daitekeenez bi kasuetako UETC taldeek itxura orokor bera daukate baina  $O(2)$  kasuko anplitudeak zertxobait handiagoak dira.

## 6.4 Iturri-funtzioen kalkulua

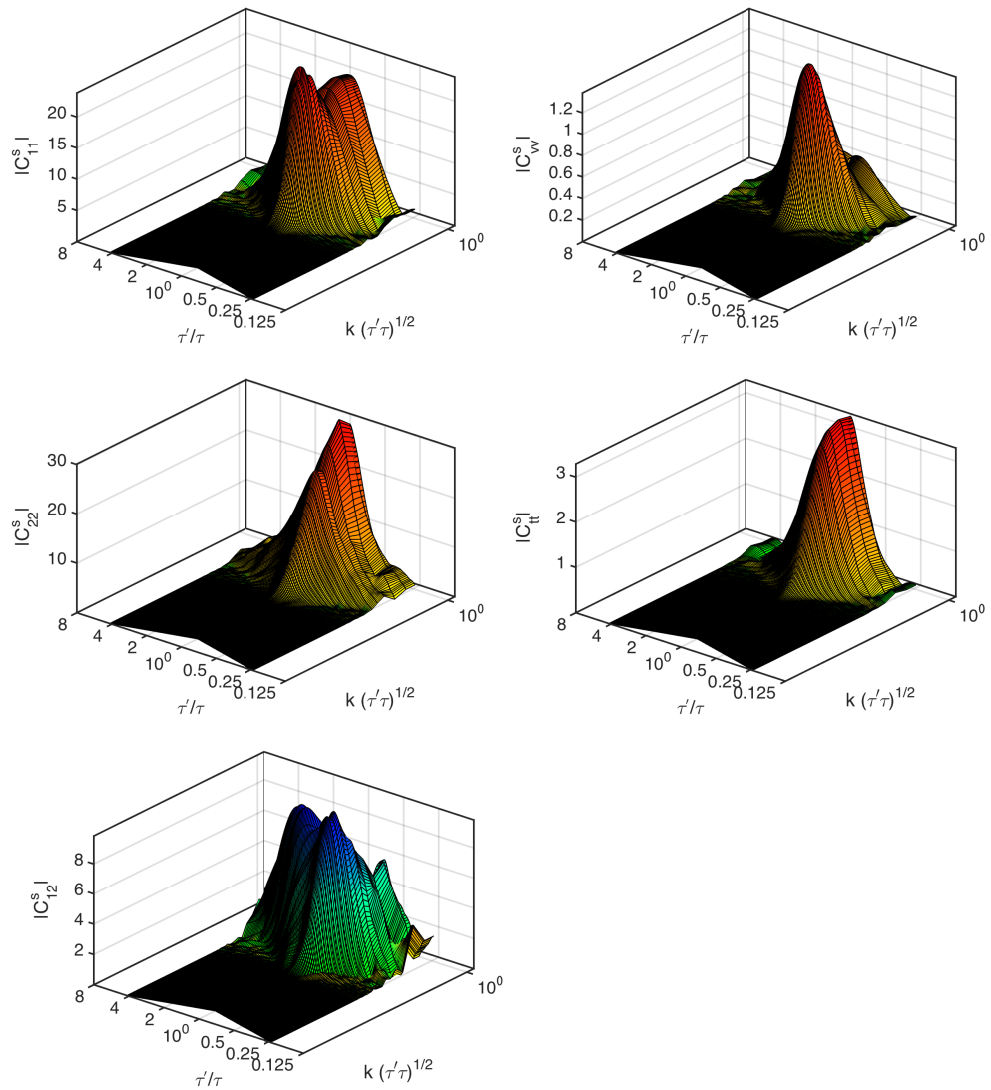
Aurreko atalean ikusi dugun moduan soka eta monopolo globalek eskalatu egiten dute simulazioek irauten duten bitartean. 2.3.2. atalean ikusi dugun moduan eskalatzeari esker zenbakizko simulazioetatik lortzen ditugun emaitzak beharrezkoa den eskala kosmologikora estropolatu ditzakegu.

### 6.4 Iturri-funtzioen kalkulua



**6.3. Irudia:**  $O(2)$  kasurako eskalatzen duten UETCen talde guztia materiaren mendeko aroan; 5 simulazioen gaineko batezbestekoa erabiliz lortu dira.

6. Kapituluua: Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak



6.4. Irudia:  $O(3)$  kasurako eskalatzan duten UETCen talde guztia materiaren mendeko aroan; 5 simulazioen gaineko batezbestekoa erabiliz lortu dira.

#### 6.4 Iturri-funtzioen kalkulua

Sistema eskalatzen ari den bitartean luzera eskalak denbora kosmikoarekiko proportzionalak dira baina egoera hau ez da egia egoera kosmologiko errealistetan. Unibertsoak trantsizio desberdinak jasan izan ditu, esate baterako erradiazioaren mendeko arotik materiaren mendeko arora edota materiaren mendeko arotik  $\Lambda$ -k menderatzen duen arora. Lan honetan ez dugu materiaren mendeko arotik  $\Lambda$ -ren mendeko arorako trantsizioa kontutan hartuko, izan ere trantsizio honen eragina txikia da [95] lanean erakutsi zuten moduan. Beraz, eskalatze perfektua ez da gure unibertsoan eboluzionatzen duten sareen ezaugarri bat eta trantsizioek ezaugarritutako eskalak ere kontuan hartu behar dira.

Egoera errealistei dagozkien UETCek ere trantsizioek ezaugarritutako eskalen mendekotasuna izan behar dute. Hau da, orokorrean korrelatzaileek  $\tau_{\text{eq}}$ -rekiko mendekotasuna izango dute, beste era batean esanda benetako (eskalatzen ez duten) UETCek dimentsio gabeko hiru aldagairen mendekotasuna daukate,  $C_{ab}(k\tau, k\tau', \sqrt{\tau\tau'}/\tau_{\text{eq}})$ . Ondorioz, iturri-funtzioak kalkulatzeko orduan trantsizioen informazioa kontuan hartzen duen prozedura bat erabili behar da. Literaturan trantsizioa kontuan hartzeko prozedura desberdinak proposatu izan dira: [31, 45, 54, 95], guzti hauek [45] lanean konparatzen dira.

Lan honetan [45] lanean proposaturiko *k-finkoko interpolazioa* erabili dugu: UETCak  $k$ -ren balio bakoitzean  $\tau$ -ren eta  $\tau'$ -ren funtzio simetrikoak direla kontsideratzen da. Prozedura honek hainbat abantaila ditu: defektuen existentzia guztian zehar iturri-funtzioen ortogonaltasuna mantentzen du eta UETCak hobeto adierazten ditu trantsizio kosmologikoetan zehar. Hau gutxi balitz, prozedura honek oso ondo egiten du bat Einstein-Boltzmann kodeekin, izan ere kode hauek  $k$ -ren kanpo *loop* bat baitaukate eta  $k$ -ren balio bakoitzerako denbora integrala askatzen baitute. Informazio gehiagorako ikus [45] lana.

Benetako UETCak  $C_{ab}(k, \tau, \tau')$   $k$ -ren balio bakoitzerako gure simulazioetatik lorturiko eskalatzeko erradiazioaren eta materiaren mendeko aroko korrelatzaileen nahasketa bidez osaturik daude. Erradiazioaren eta materiaren arteko nahastura erlatiboa  $\tau/\tau_{\text{eq}}$ -k eta  $\tau'/\tau_{\text{eq}}$ -k zehazten dute. Erradiazio-materia trantsizioa azaltzen duen UETC-entzako proposamen simetrikoa ondorengo da [45]:

$$C_{ab}(k, \tau, \tau') = f \left( \frac{\sqrt{\tau\tau'}}{\tau_{\text{eq}}} \right) \bar{C}_{ab}^M(k\tau, k\tau') + \left( 1 - f \left( \frac{\sqrt{\tau\tau'}}{\tau_{\text{eq}}} \right) \right) \bar{C}_{ab}^R(k\tau, k\tau'). \quad (6.11)$$

Proposamen honek eboluzio osorako UETCak erradiazioaren eta materiaren mendeko aroko eskalatzen duten korrelatzaileen konbinazio lineal bidez adierazten ditu. Korrelatzaile bakoitzaren ekarpena  $f$  interpolazio funtzioaren bidez zehazten da.  $\tau/\tau_{\text{eq}}$ -ren muturreko balioetan materiaren mendeko aroko ( $\tau/\tau_{\text{eq}} \gg 1$ ) funtzioak eta erradiazioaren mendeko aroko ( $\tau/\tau_{\text{eq}} \ll 1$ ) funtzioak berreskuratzen ditugu.

Kontuan izan kasu honetan EB integratzaileentzako iturri-funtzioak  $k$ -ren balio bakoitzerako eredu hauen UETCen autobalioen erro karratua autobektoreekin biderkatuz lortzen direla. Ondorioz, iturri-funtzio hauek ortogonalak dira, ikus (2.65). ekuazioa.

Interpolazio funtzioa,  $f$ , ez dugu ezagutzen.  $N$  handiko limitea erabiliz  $O(N)$  ereduentzat  $f$  funtzioa kalkulatu zuten [54] lanean eta funtzio hau unibertsoala izan zitekeela proposatu zuten. Bestalde, [45] lanean Higgs eredu trukakorrarentzako trantsizio funtzioa desberdina zela aurkitu zuten; nahiz eta bi funtzioen forma orokorra berdina izan.

Funtzio hau lortu asmoz  $O(2)$  eta  $O(3)$  defektuen simulazioak burutu ditugu trantsizio kosmologikoetan zehar. Denbora berdineko korrelatzaileak (ETC),  $E_{ab}(k, \tau) = C_{ab}(k, \tau, \tau)$ , erabiliz ondorengo eran definitu dezakegu interpolazio funtzioa [54]:

$$f_{ab}(k, \tau) = \frac{E_{ab}^{\text{RM}}(k, \tau) - \bar{E}_{ab}^{\text{M}}(k\tau)}{\bar{E}_{ab}^{\text{R}}(k\tau) - \bar{E}_{ab}^{\text{M}}(k\tau)} \quad \forall k, \quad (6.12)$$

6. Kapituluua: Soka eta monopoloko globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak

$\tau_{\text{eq}}$	300	150	40	10	3
$\tau_{\text{ref}}/\tau_{\text{eq}}$	0.5	1.0	3.75	15	50
$\tau_{\text{end}}/\tau_{\text{eq}}$	1.00	2.0	7.5	50	100
$\alpha(\tau_{\text{ref}})$	1.09	1.17	1.44	1.76	1.91
$\alpha(\tau_{\text{end}})$	1.17	1.29	1.60	1.86	1.95

**6.3. Taula:** Erradiazio-materia trantsizioan eginiko simulazioentzako parametroen balioak. Parametroak ondorengoak dira:  $\tau_{\text{eq}}$ , materia-erradiazioa berdintzako denbora konformea  $\eta^{-1}$  unitateetan; UETCak kalkulatzeko hasteko erreferentzia denboraren  $\tau_{\text{ref}}$  eta  $\tau_{\text{eq}}$ -ren arteko zatidura; simulazioa bukatzen den denbora konformearen eta  $\tau_{\text{eq}}$ -ren arteko zatidura eta zabaltze indizea  $\alpha = d \ln a / d \ln \tau_{\text{ref}} - \ln \tau_{\text{end}} - \ln \tau_{\text{eq}}$ .

	$\gamma$	$\kappa$
O(2)	$0.26 \pm 0.03$	$-1.15 \pm 0.02$
O(3)	$0.23 \pm 0.05$	$-1.4 \pm 0.2$

**6.4. Taula:** (6.13) ekuazioko  $\gamma$  eta  $\kappa$  parametroentzako batezbesteko balio eta desbideraketak. Balio hauek erradiazio-materia trantsizioa ezaugarritzeko ezinbestekoak dira.

non  $\bar{E}^{\text{R}}(k\tau)$  eta  $\bar{E}^{\text{M}}(k\tau)$  eskalatzen duten erradiazioaren eta materiaren mendeko aroko ETCak diren hurrenez hurren.  $E^{\text{RM}}(k, \tau)$ -k berriz trantsizio kosmologikoan zehar neurturiko benetako ETCak dira.

Interpolazio funtzioak kalkulatzeko  $\tau_{\text{eq}} = 3, 10, 40, 150$  eta  $300$  (ikus 6.3. taula) duten simulazioetatik ETCak lortzen ditugu eta (6.12). ekuazioa erabiltzen dugu.  $E_{11}$  korrelatzailea erabiliz soka globalen kasurako eta monopoloko globalen kasurako lorturiko interpolazio funtzioak 6.5. irudian ikus daitezke; beste korrelatzaile guztientzat lorturiko interpolazio funtzioak erakusten ditugun oso antzekoak dira. Irudietan ikus daitezkeen bost zonalde grisak bost trantsizio garaietan lorturiko interpolazio funtzioak adierazten dituzte. Bi gris maila desberdinek  $1\sigma$  eta  $2\sigma$  desbideraketak adierazten dituzte, non  $1.5 < |\mathbf{k}| < 3.5$  sokan kasuan eta  $3 < |\mathbf{k}| < 5$  monopoloko kasuan.

Gure simulazioetatik lortu dugun interpolazio funtzioek lehenagoko lanetan energia-momentuaren korrelatzaileek trantsizio kosmologikoetan duten joerari buruz esandakoa baieztatzen dute: interpolazio funtzioak eskalarekiko independenteak dira. Hau da, batezbestekotik lortu ditugun desbideraketak oso txikiak dira; nahiz eta monopoloko kasuan pixka bat handiagoak izan. Hau kontuan hartuz, interpolazio funtzioak denborarekiko mendekotasuna ( $f(\tau)$ ) bakarrik dutela esatea hurbilketa oso ona da. Beste korrelatzaile guztiek (ez dira erakusten) joera hau sostengatzen dute.

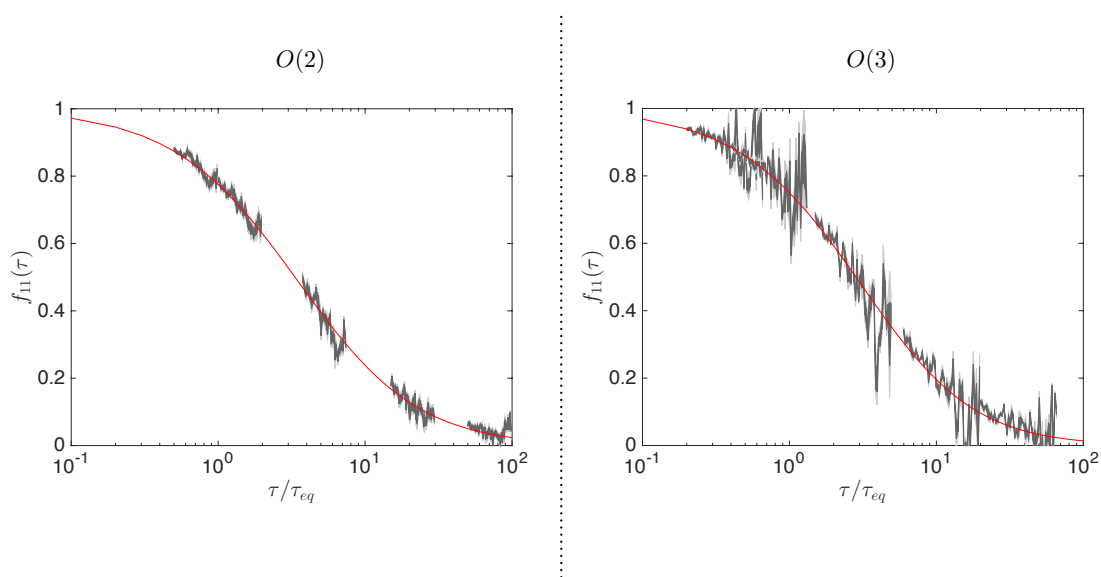
Gure datuak [45, 54] lanetan erabilitako funtzio berberera doitzen ditugu. Funtzio hau ondorengo da:

$$f(\tau) = \left(1 + \gamma \frac{\tau}{\tau_{\text{eq}}}\right)^{\kappa}. \quad (6.13)$$

non  $\gamma$  eta  $\kappa$  doikuntza prozesuaren bidez zehaztu beharreko parametroak diren.

6.4. taulan ikus daitezke (6.13) ekuazioko parametroen batezbesteko balio eta desbideraketak. Balio hauek simulazio desberdinak eta korrelatzaile desberdinak erabiliz lortu ditugu, izan ere, korrelatzaile desberdinetatik eratorritako interpolazio funtzioak berdina baitira hurbilketa onean. Funtzioaren doikuntza egokiena 6.5. irudian ere ikus daiteke.

## 6.4 Iturri-funtzioen kalkulua



**6.5. Irudia:** Erradiazio-materia trantsizioan zehar buruturiko simulazioetatik lorturiko interpolazio funtzioa soka globalentzako (ezkerrean) eta monopolo globalentzako (eskuinean) (lerro gris lodia). Bost zonalde desberdinek  $\tau_{eq} = 3, 10, 40, 150$  eta  $300$  balioekin buruturiko simulazioei dagozkie. Bi gris maila desberdinek  $1\sigma$  eta  $2\sigma$  desbideraketak adierazten dituzte. Batezbesteko balioa (6.12). ekuazioa erabiliz eta  $k$ -ren gaineko batezbestekoa eginez lortu dugu. Lerro gorriak berriz (6.13). ekuazioan ageri den funtzioaren doikuntza hobereana adierazten du. Bi kasu hauetan erabili dugun korrelatzailea  $E_{11}$  da.



## 6. Kapitularia: Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak

Lan honetan lorturiko interpolazio funtzioak [54] eta [45] lanetan lorturikoekin konparatuz, interpolazio funtzioak unibertsalak ez direla konfirmatu dezakegu. Nahiz eta [54] lanean interpolazio funtzioak unibertsalak zirela esan, [45] lanean desberdinak izan zitekeela adierazi zuten. Aztertutako kasu guztietan forma berdina da baina parametroen balioak ez dira berdinak. Lortu ditugun  $\gamma$  parametroaren balioak beste lanetan lortutakoekin bateragarriak dira baina  $\kappa$  parametroaren balioak berriz kasu bakoitzean desberdinak dira. Balio hauek gainera ez dira ez Higgs eredu trukakorreko sokentzako lortutako balioarekin ezta  $N$  handiko limitean lortutako balioarekin bateragarriak. Hala ere,  $N$ -ren balioa handitu ahala  $\kappa$ -ren balioa handitu egiten dela ikus daiteke; joera bat erakutsiz. Interesgarria litzateke  $N$  handitu ahala [54] lanean proposatutako balio lortzen den edo ez aztertzea.

Azkenik, aztertzen ari garen bi kasuetarako trantsizioa nola gertatzen den aztertu ondoren eskalatzen ez duten benetako UETCak (6.11) diagonalizatu ditugu eta (2.65) iturri-funtzioak lortu. Iturri funtzio hauek CMBaren potentzia-espektroa kalkulatzeko erabili ditugu, ondorengo atalean azaltzen den bezala.

### 6.5 Potentzia-espektroa

Aurreko atalean soka eta monopolo globalentzako iturri-funtzioak definitu ditugu. Funtzio hauek iturri-funtzioak onartzen dituen Einstein-Boltzmann (EB) integratzaile batean sartuz defektu globalek CMBko potentzia-espektroa egiten duten ekarpena kalkulatu dezakegu. Gure lanean erabili dugun eta iturri-funtzioak onartzen dituen EB integratzailea CMBEASYren [49] bertsio aldatua da, hau da, kode hau aurreko kapitulan azaldu ditugun iturri-funtzioak onartzeko aldatua izan da.

Kalkulu hauetarako erabili ditugun parametro kosmologikoak Planck kolaborazioak [12] lorturiko doikuntza hoberenen balioak dira (ikus 1.6. atala):  $h = 0.6726$ ,  $\Omega_b h^2 = 0.02225$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.6844$  and birionizazioaren sakonera optikoa  $\tau_{re} = 0.079$ . Diagonalizazioaren ondoren ikertzen ari garen defektu mota bakoitzaren tenperatura eta polarizazio anisotropietarako ekarpen totala iturri-funtzio bakoitzaren ekarpena batuz lortzen da, gure kasuan 130 iturri-funtzio erabili ditugu eredu bakoitzean.

Soka globalen kasurako lorturiko tenperatura eta polarizazio potentzia-espektroa 6.6. irudian ikus daiteke (kurba beltza). Gainera, irudi berdinean Higgs eredu trukakorreko sokentzat [95] lanean lorturiko potentzia-espektroa ere marraztu dugu (kurba gorria). Kontuan izan  $\mu$  ondorengo dela:

$$\mu = \pi\eta^2, \quad (6.14)$$

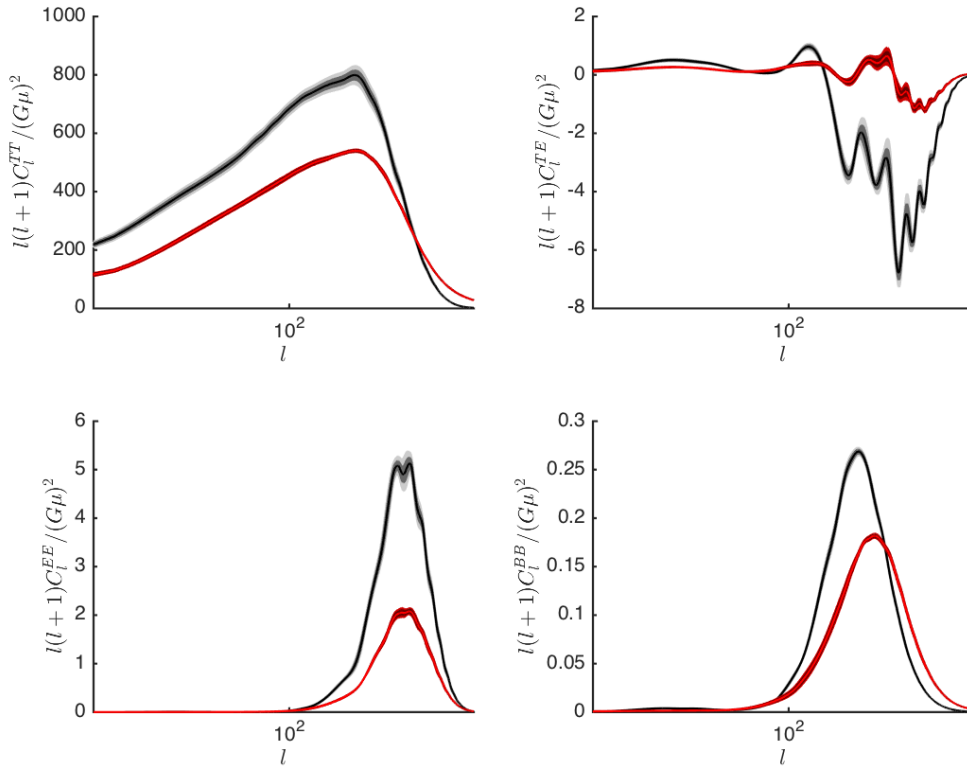
non  $\eta$  eremu eskalarren oinarrizko egoerarentzat itxarondako balioa den. Hala ere, kasu bakoitzean  $\mu$ -k esanahi desberdina dauka. Higgs eredu trukakorren kasurako sokaren tentsioa da eta soka globalen kasuan berriz sokaren muineko tentsioa. Irudian ikus daitekeenez, bi kasuetan potentzia-espektroaren itxura antzekoa da baina soka globalek sorturiko seinalea handiagoa da.

Monopolo globalentzako lorturiko tenperatura eta polarizazio potentzia-espektroa 6.7. irudian ikus daiteke. Kasu honetan  $\mu$  monopoloaren muinarekin masarekin erlazionaturik dago. Monopolo globalen kasua soka globalekin konparatuz ikus daiteke soken seinalea monopoloena baino askoz handiagoa dela. Bestalde, bi kasuetan potentzia-espektroaren itxura nahiko antzekoa da, nahiz eta  $O(3)$  kasuak tontor gehiago erakutsi.

Soka eta monopolo globalentzako lorturiko potentzia-espektroa [54] lanean  $N$  handiko limitean  $O(N)$  defektuentzat lorturikoarekin konparatu daiteke. Ikus daitekeenez itxura orokorra antzekoa da baina  $N$  handiko limitean lorturiko potentzia espektroak tontor gehiago dauzka. Tontor hauek  $N$ -ren balio altuagoak dituzten ereduaren joera oszilakorra erakusten dute. Gainera, gure lanean lorturiko potentzia-espektroen balioak [54] lanean lortutakoekin konparatuz  $N$  handiko limiteak

## 6.5 Potentzia-espektra

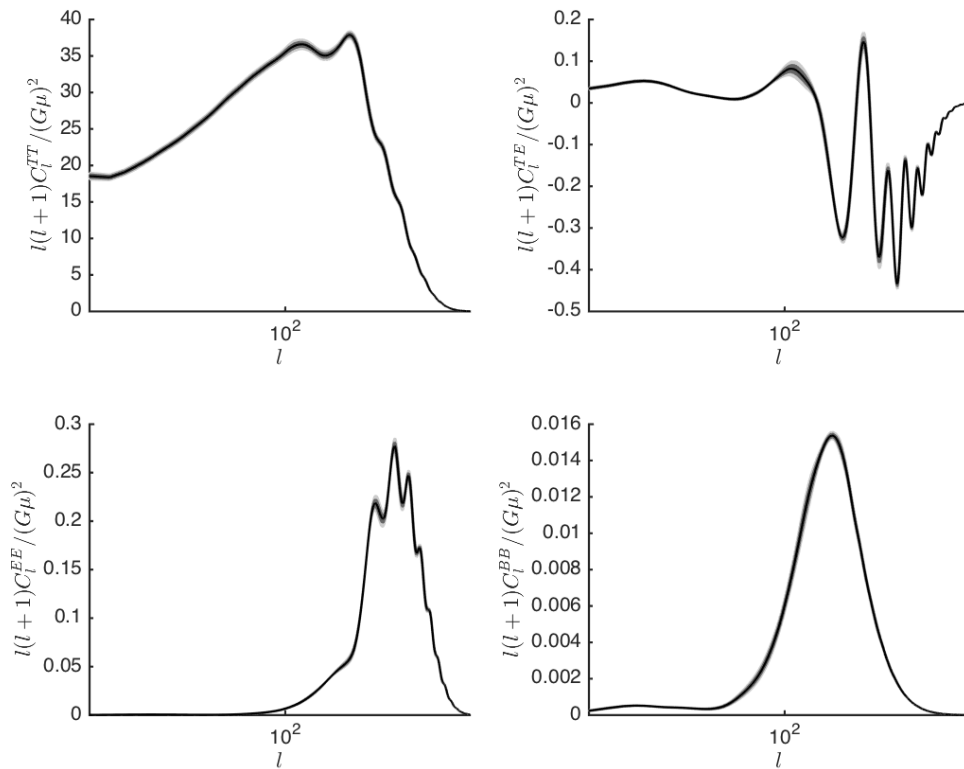
balio txikiagoak ematen dituela esan dezakegu. Gure simulazioak erabiliz (S) eta  $N$  handiko limitea (L-N) erabiliz lorturiko potentzi-espektoaren balioak potentzia espektoaren tontorrean eta  $l = 10$  den tokian 6.5. taulan ikus daitezke. Balio hauetan ikus daitekeenez  $N = 2$  kasuan gure simulazioetatik lorturiko datuen eta  $N$  handiko limitean lorturiko datuen [54] arteko erlazioa 10 baino handiagoa da. Erlazio bera  $N = 3$  kasuan 1.6 baino handiagoa da. Kontuan izan baita ere erlazio hauek ez direla berdinak neurketak egin ditugun bi puntuetan,  $N$  handiko limiteak potentzia-espektoaren itxuraren xehetasunak barnebiltzen ez dituela erakutsiz. Datu hauetan [56] lanean erakutsi zen joera antzekoa ikus dezakegu, hau da,  $N$ -ren balio handiagoetarako neurtutako balioek eta balio teorikoek antzekotasun handiagoak dituzte.



**6.6. Irudia:** *CMBaren tenperatura eta polarizazio kanalak  $O(2)$  ereduarentzat (kurba beltza) eta Higgs eredu trukakorarentzat (lerro gorria). Lerro beltzek (gorriek Higgs eredu trukakorarentzat) batezbesteko espektra adierazten dute eta zonalde grisek (gorrixkek Higgs eredu trukakorarentzat) berriz  $1\sigma$  eta  $2\sigma$  desbideratzeak adierazten dituzte; desbideratze hauek erradiazioaren mendeko aroko 5 simulazioak eta materiaren mendeko 5 simulazioak erabiliz 10 aldiz bootstrapeatu ondoren lortu dira (Higgs eredu trukakoraren kasuan aro bakoitzeko 7 simulazio erabili dira bootstrape egiteko). Kontuan izan  $\mu = \pi\eta^2$  dela, non  $\eta$  eremu eskalarren oinarriko egoeraren itxarondako balioa den. Hau da, kasu bakoitzean  $\mu$ -k esanahi desberdina dauka. Higgs eredu trukakoraren kasuan sokaren tentsioa da eta soka globalen kasuan berriz sokaren muinean dagoen tentsioa.*

6.8. irudian eskalarrek, bektoreek eta tentsoreek CMBaren tenperatura kanalera egiten duten ekarpena adierazten da  $O(2)$  eta  $O(3)$  ereduaren kasurako. Irudi hauetan ikus daitekeen moduan eskalarrek egiten duten ekarpena da ekarpen nagusia eta bektore eta tentsoreen ekarpena askoz txikiagoa da, non tentsoreek egiten duten ekarpena den txikiena. Bi ereduetako,  $O(2)$  eta  $O(3)$ ,

6. Kapituluua: Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak



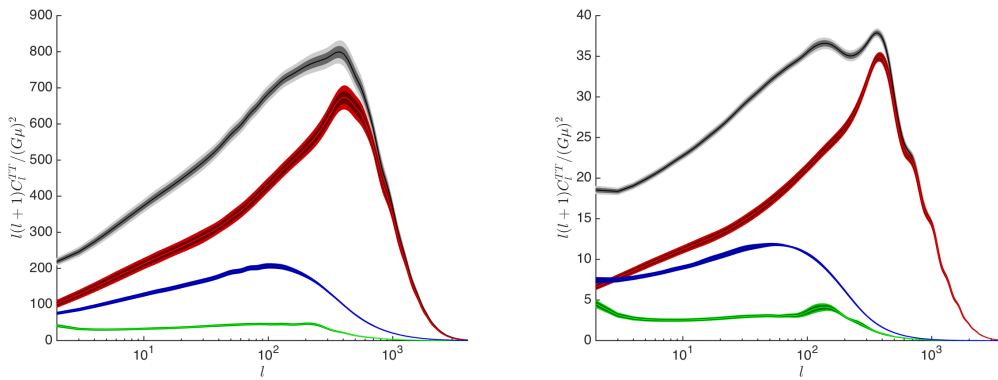
**6.7. Irudia:** *CMBaren tenperatura eta polarizazio kanalak  $O(3)$  ereduarentzat (kurba beltza). Lerro beltzek batezbesteko espektroa adierazten dute eta zonalde grisek berriz  $1\sigma$  eta  $2\sigma$  desbideratzeak adierazten dituzte; desbideratze hauek erradioaren mendeko aroko 5 simulazioak eta materiaren mendeko 5 simulazioak erabiliz 10 aldiz bootstrapeatu ondoren lortu dira. Kontuan izan kasu honetan  $\mu$  monopoloaren muinaren masarekin erlazionaturik dagoela.*

## 6.6 Zehaztapenak eta doikuntzak

N	peak (L-N)	peak (S)	peak Ratio (S/L-N)	$l_{10}$ (L-N)	$l_{10}$ (S)	$l_{10}$ Ratio (S/L-N)
2	40.99	799.34	19.5	32.01	373.61	11.67
3	18.22	37.88	2.08	14.23	22.75	1.60

**6.5. Taula:**  $l(l+1)C_l^{TT}$ -ren balioak  $N = 2$ -rentzat eta  $N = 3$ -rentzat  $l = 10$  den tokian,  $l_{10}$ , eta potentzia-espektroaren tontorrean. S-k gure simulazioak erabiliz lorturiko balioak adierazten ditu eta L-N-k berriz  $N$  handiko limitea erabiliz lorturikoak [54].

ekarpen eskema oso antzekoa da.



**6.8. Irudia:** CMBaren tenperatura potentzia-espektroa  $O(2)$  (ezkerra) eta  $O(3)$  (eskuina) ereduentzat. Iru-di hauetan ekarpen totala (beltzez) eta eskalarren (gorriz), bektoreen (urdinez) eta tentsoreen (berdez) ekarpena ikus daiteke. Zonalde hauetako kurba distiratsuak batezbesteko espektroa adierazten du eta zonalde ilunagoek berriz  $1\sigma$  eta  $2\sigma$  desbideratzeak adierazten dituzte; desbideratze hauek erradiazioaren mendeko aroko 5 simulazioak eta materiaren mendeko 5 simulazioak erabiliz 10 aldiz bootstrapeatu ondoren lortu dira.

## 6.6 Zehaztapenak eta doikuntzak

Soka eta monopolo globalen eremu-teorien zenbakizko simulazioak erabiliz lorturiko CMBko anisotropien iragarpenak *Planck* kolaborazioak [12] aurkezturiko azken CMBko datuekin konparatu dira defektu hauen baimendutako kopurua kalkulatzeko asmoz. *Planck* -en CMBko datu bilduma guztia kontsideratu dugu eta publikoak diren egiantz-funtzioak (TT, TE, EE + lowTEB) [13] erabiliz datu bilduma horiek aztertu ditugu. Monte Carlo azterketa COSMOMC [91] erabiliz burutu dugu, zeinek CAMB [92] erabiltzen duen Einstein-Boltzman integratzaile bezala.

$\Lambda$ CDM eredu estandarren 6 parametro aldatuko ditugu (ikus 1.6. atala):  $\omega_b$  ( $\Omega_b h^2$ ),  $\omega_c$  ( $\Omega_c h^2$ ),  $\Theta_{MC}$ ,  $\tau$  ( $\kappa$ ),  $n_s$ ,  $A_s^2$ ; beste hainbat lanetan bezala *Power-Law* eredu ( $\mathcal{P}\mathcal{L}$ ) deritzogu parametro talde honi. Defektuak dituzten ereduak sortzeko asmoz defektu globalen ekarpen posiblea kontuan hartzen duen parametroa gehituko diogu  $\mathcal{P}\mathcal{L}$  ereduari; kontuan hartu defektu global bakoitza independenteki aztertuko dugula. Hau da, ez dugu sekula bi defektuen eragina batera aztertuko.

Defektuen ekarpena aurreko atalean aztertu dugun potentzia-espektroa erabiliz gehituko dugu.

<sup>2</sup>Kontuan izan, esperimentuak berezko dituen 27 *nuisance* parametro ere aldatzen ditugula. Parametro hauek ez ditugu lan honetan erakutsiko, izan ere ez baitute esanahi fisikorik gure lanarentzako.

6. Kapituluua: Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak

Dataset	Planck 2015 CMB		
	O(2)	O(3)	
Model	$\mathcal{P}\mathcal{L} + G\mu$	$\mathcal{P}\mathcal{L} + G\mu$	$\mathcal{P}\mathcal{L}$
$f_{10}$	$< 0.017$	$< 0.024$	–
$10^{12}(G\mu)^2$	$< 0.031$	$< 0.73$	–
$-\ln \mathcal{L}_{\max}$	6472	6470	6472

**6.6. Taula:** Soka eta monopolo globalentzako  $(G\mu)^2$  eta  $f_{10}$  parametroentzako %95-eko kofiantza-limiteak eta eredu kosmologiko desberdinentzako egiantz-balio onenak. Datu hauek Planck 2015 TT, TE, EE eta low TEB datuak erabiliz lortu dira.

Tesiaren sarreran aipatu dugun moduan espektroaren anplitudea bakarrik aldatuko dugu, izan ere beste defektu motentzat bezala defektu hauen ekarpena tenperatura potentzia-espektroaren %1-eren ingurukoa izatea espero baitugu angulu eskaletan. Soka eta monopolo globalen ekarpena ohiko parametroen bidez deskribatuko dugu:  $G\mu$  eta  $f_{10}$ . Lehenago aipatu dugun moduan, soka globalen kasuan  $\mu$  sokaren muineko tentsioa da eta monopolo globalen kasuan berriz monopoloen muinaren masarekin erlazionaturik dago; hala era bi kasuetan  $\mu \sim \eta^2$  da, non  $\eta$  simetria hausturaren energia eskala den. Bestalde,  $f_{10}$ -ek defektuen ekarpen erlatiboa aztertzen du TT kanalaren  $\ell = 10$  multipoloan.

O(2) eta O(3) ereduak defektuentzako %95-eko kofiantza-limiteak 6.6. taulan ikus daitezke. Defektuen erlazionaturiko parametroak bakarrik erakusten ditugu taula honetan; izan ere,  $\mathcal{P}\mathcal{L}$  ereduarekin erlazionaturiko beste parametroek ez dute aldaketa handirik jasaten, *Planck*-ek oso zehaztuta utzi baititu beraien balioak.  $\mathcal{P}\mathcal{L}$  eredura defektuak gehitzeak datuekiko doikuntza ez duela hobetzen ikusi dugu. Nahiz eta O(3) ereduak egiantz-balioa pixka bat hobetu, hobekuntza hau ez da adierazgarria. Kasu guztietan defekturik gabeko kasua  $G\mu = 0$  neurketekin guztiz bateragarria da.

Lan honetan lortu ditugun O(2) ereduarentzat lortutako doikuntzak [95] lanean Higgs eredu trukakorreko kasurako, simetria-hausturaren eskala berina erabiliz, lortutako doikuntzekin konparatuz esan genezake soka globalek ekarpen zertxobait handiagoa dutela  $l = 10$ ean,  $f_{10}$ . Bestalde, monopolo globalen ekarpena da handiena  $l = 10$ -ean, hiru kasuak konparatuz gero. Nahiz eta, monopolo globalek datuekiko doikuntza pixka bat hobetu esan genezake ez dagoela inolako lehen-tasunik defektuak dituzten ereduak aukeratzeko orduan.

## 6.7 Ondorioak

Lan honetan eremu-teorien zenbakizko simulazioak erabiliz soka eta monopolo globalentzako CMB-ko potentzia-espektroa kalkulatu dugu lehen aldiz. Potentzia-espektro hauek kalkulatzeko asmoz gure simulazioetatik lorturiko UETCetatik, erradiazioaren mendeko arotik materiaren mendeko arorako trantsizioa barnebiltzen dituztenetatik, iturri-funtzioak kalkulatu ditugu. Iturri-funtzioak onartzen dituzten Einstein-Boltzmann integratzaileak erabiliz CMBko tenperatura eta polarizazio potentzia-espektroak lortu ditugu. Azkenik gure emaitzak *Plancken* [12] azken datuekin konparatu ditugu O(2) eta O(3) ereduetatik eratorritako defektuak dituzten ereduaren limiteak jartzeko asmoz.

Erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetan buruturiko simulazioek eskalatu egiten dute. Luzeren neurketa zuzenak eta eremu zenbatesleak erabiliz defektu-sareen luzera zenbatesleak kal-

## 6.7 Ondorioak

kulatu ditugu. Eskalatzen duten sareen luzera korrelatzeileen maldetatik lorturiko datuak aztertuz bi metodoak (zuzenak eta zenbatesle bidezkoak) bateragarriak direla erakutsi dugu (ikus 6.2. taula). Gainera, soka eta monopolo globalentzako lorturiko eskalatze parametroak beste azterketa batzuetan ([101] lanean soka globalentzat eta 4. kapituluan monopolo globalentzako) lortutakoekin konparatu daitezke. Eskalatze parametroen gure balioek (simulazio handiagoak erabiliz lortuak eta errore txikiagoak dituztenak) lehenagoko azterketetan lorturiko balioak baliosten dituzte.

Soka eta monopolo globalentzako materiaren mendeko aroko UETCak 6.3. eta 6.4. irudietan ikus daitezke. Esan dugun moduan soka globalentzako UETCen anplitudeak Higgs eredu trukakorrarentzakoak baino pixka bat altuagoak dira; izan ere, soka globalen kasuan horizonte bolumeneko energia gehiago baitago. Arrazoi berdina medio, monopolo globalentzako UETCen anplitudeak soka globalenak baino askoz txikiagoak dira; soka globalen kasuan horizonte bolumeneko energia gehiago dago. Hala eta guztiz ere, kasu guztietan UETCen itxura orokorra berdina da.

Graduaren inguruko eskaletako CMBaren perturbazioak modu egokian kalkulatzeko erradiazio-materia trantsizioa oso garrantzitsua da. Bestalde, materia- $\Lambda$  trantsizioaren eragina oso txikia da [95] eta ondorioz ez dugu kontuan hartu. *k-finkoko* UETC interpolazio metodoak [45] trantsizioa modu egokian ezaugarritu dela segurtatzen du. Honetarako, defektu mota bakoitzean interpolazio funtzioa kalkulatu behar da. Funtzio hauek kalkulatzeko trantsizio kosmologikoan zehar simulazio numerikoak burutu ditugu; trantsizioa ia osorik hartzen duten 5 simulazio desberdin hain zuzen ere. Lortu dugun trantsizio funtzioaren (ikus (6.13) ekuazioa) forma orokorra beste lan batzuetan lorturikoaren berdina da, eta lortu ditugun  $\gamma$ -n balioak Higgs eredu trukakorraren kasurako [45] eta  $N$  handiko limitea [54] erabiliz defektu globalen kasurako lortutakoekin bateragarriak dira. Bestalde,  $\kappa$  parametroaren balioa desberdina da eredu bakoitzaren kasurako; hau da, interpolazio funtzioa ez da defektu mota guztientzako unibertsala. Bestalde, interesgarria litzateke  $N$ -ren zein baliotarako  $\kappa$  parametroak [54] lanean proposaturiko balioa hartzen duen ikustea.

Erradiazio-materia trantsizio kantuan hartzen duten iturri-funtzioak kalkulatu ondoren CMBaren potentzia-espektroak kalkulatu ditugu. Lortu ditugun potentzia-espektroak Higgs eredu trukakorraren kasurako [95] eta  $N$  handiko limitearen kasurako lortutakoekin konparatu ditugu [54]. Aztertu ditugun kasu guztietan potentzia-espektroaren itxura orokorra berdina dela esan dezakegu. Anplitudeei begiratuz ordea, soka globalen kasurako lorturiko anplitudea Higgs eredu trukakorraren kasurako lorturikoa baino pixka bat handiagoa dela esan dezakegu; anplituderik txikiena monopolo globalen kasuak ematen du. Anplitudeen arteko desberdintasun hau horizonte bolumeneko energia aztertuz ulertu daiteke; izan ere, energia hau soka globalen kasurako da handiena eta monopolo globalen kasurako berriz txikiena. Nahiz eta itxura orokorra berdina izan, monopolo globalentzako lorturiko potentzia-espektroak tontor gehiago ditu  $N$  handiko limitean lorturiko potentzia-espektroaren itxura gehiago duelarik. Hala ere, potentzia-espektroaren bi puntutan gure simulazioek emaniko balioka eta  $N$  handiko limiteak emaniko balioak konparatuz, esan dezakegu  $N$  handiko limiteak balio txikiagoak ematen dituela eta itxura ez duela zehatz-mehatz deskribatzen (ez behintzat  $N$  txikiatarako).  $N$ -ren balio handiagoetarako simulazioetatik lorturiko balioen eta  $N$  handiko limitetik lorturiko balioen arteko erlazioak batera hurbiltzeko joera duela ikus dezakegu 6.5. taulako balioetan. Hau da,  $N$  handiko limiteak sistemaren dinamika ez duela ondo adierazten ikusi dugu  $N < 4$  balioetarako, [56] lanean grabitate-uhinak erabiliz aurrean zuten bezala.

Soka eta monopolo globalen eremu-teorien zenbakizko simulazioak erabiliz lorturiko CMBko anisotropien iragarpenak *Planck* kolaborazioak [12] aurkezturiko azken CMBko datuekin konparatu dira defektu hauen baimendutako kopurua kalkulatzeko asmoz. Ikusi dugun moduan soka globalek ekarpen handiagoa eman dezakete Higgs eredu trukakorreko kasuarekin konparatuz gero, bestalde

6. *Kapitulua: Soka eta monopolo globalentzako mikrouhinen hondo kosmikoko mugak*

monopolo globalek eman dezakete azterturiko hiru ereduen artean ekarpenik handiena. Hala eta guztiz ere, lan honetan azterturiko eredu (soka global eta monopolo global) batek ere ez du datuekiko doikuntza asko hobetzen.

Lortu ditugun doikuntzak erabiliz eta [56] lanean aurkezturiko prozedura jarraituz soka eta monopolo globalek sorturiko grabitate-uhinen anplitudea kalkulatu dezakegu. Hau da,  $(G\mu)^2$ -arentzako lorturiko goi limitea (ikus 6.6. taula) eta [56] laneko kalkuluak erabiliz defektu globalek sorturiko grabitate-uhinen anplitudeen goi limiteak kalkulatu ditzakegu. Gure balioak erabiliz lorturiko anplitudeen goi limiteak oso antzekoak dira soka eta monopoloen kasurako, hau da  $\Omega_{GW} \sim 10^{-15}$ . Lorturiko datu hauek eLISA-rentzat [23, 37] itxarondako sentikortasun kurbarekin konparatuz esan dezakegu soka eta monopolo globalek sorturiko grabitate-uhinen hondoak eLISA-ren behagarritasunetik kanpo daudela.

## 6.7 Ondorioak



# 7

## Ondorio orokorrak

---

Lan honen helburu orokorra defektu kosmikoen ezaugarritzea eta defektu hauen efektu behagarriak aztertzea izan da. Helburu honetarako defektu kosmiko mota desberdinen propietateen azterketa estatikoa eta dinamikoa burutu dugu.

3. kapituluaren norabide lauak dituzten soka kosmikoen eremu-teorien ereduak aztertu ditugu espazio-denbora kurbatua. Zehatzago esanda, soka erdilokalak, axioi sokak eta takioi sokak dituzten eredu minimoak kontsideratu ditugu. Espazio-denbora lauan, Bogomol'nyiren limitetako soka estatiko eta zuzenen soluzioek energia berdina duten soluzio familia uniparametrikoa onartzen dituzte. Soluzioa familia hauen presentzia modu-nuluekin loturik dago. Modu-nuluek grabitatearekiko mihizadura bizirauten dutela erakutsi dugu. Gainera, parametro askearen aldakuntzak energia dentsitatearen banaketa aldatzen duela ere ikusi dugu, nahiz eta energia totala konstante mantendu. Beste modu batean esanda, parametro askearen aldakuntzak eremu-soluzioak aldatzen ditu, izan ere Einsteinen ekuazioek kantitate lokalen mendekotasuna baidaukate. Baina energia totala berdina denez angelu-defizita konstante mantentzen da.

Ezaugarri grabitatorioen azterketa estatikoa burutu ondoren defektu-sareen azterketa dinamikoa hasi dugu. Lehenik eta behin, 4. kapituluaren eremu-teorien simulazioak erabiliz monopolo globalen abiadura neurtu ditugu. Gure prozedura berria aurkeztu aurretik sarearen batezbesteko abiadura ematen duten eremu lokalen zenbatesleak erabiliz neurtzen zen abiadura. Hala ere, gure metodoa erabiliz sareko monopolo bakoitzaren abiadura neurtu dezakegu. Gure lanean monopoloen abiadura neurtzeko hiru metodo desberdin erabili ditugu. Alde batetik, eremu lokalean bi zenbatesle desberdin erabili ditugu eta bestalde, sareko monopolo bakoitza jarraitzen duen gure metodo berria erabili dugu. Metodo honek eremu lokalen balioak erabiliz sarearen batezbesteko abiadura neurtzen duten metodoak balioztatzen dituela ikusi dugu. Monopolo globalen abiaduren balioak  $v_r = 0.76 \pm 0.07$  eta  $v_m = 0.65 \pm 0.08$  direla zehaztu ahal izan dugu erradiazioaren eta materiaren mendeko aroetan, hurrenez hurren. Hau da, monopolo globalen abiadura subluminalak direla zehaztu ahal izan dugu lehen aldiz. Burutu dugun monopolo globalen ezaugarritze zehatzari esker VOS motako eredu analitikoak kalibratu ahal izan ditugu, non adar subluminala den erabili beharrekoa. VOS motako eredu analitikoa hobetzeko zantzuak aurkitu ditugu.

Era berean, 5. kapituluaren, soka erdilokalen sarea ezaugarritu dugu zehaztasun handiz. Monopoloen kasuan ikasi duguna erabiliz eta algoritmo berriak aurkeztuz segmentu erdilokalen dimentsio bateko irudikapena emateko gai izan gara, non segmentuen bukaerak monopolo gisa kokatu ditugun. Ezaugarritze berri honi esker segmentuen luzera eta abiadura, baita monopoloen abiadura ere, sarearen eboluziotik zuzenean lortu ditugu. Denbora zehatz bakoitzean segmentuen luzera segmentua osatzen dituzten puntuak jarraituz lortu ahal izan dugu lehen aldiz. Hau gutxi baltz, sareko segmentu eta monopolo bakoitza jarraitu dugu eboluzioan zehar. Segmentu bakoitza jarraitzeko gaitasunari esker segmentu erdilokalen portaera bitxia aztertu ahal izan dugu. Hau

da, kutxan agertzen den segmentu bakoitzaren historia guztia eraikitzeke informazioa lortu dugu. Informazio hau VOS motako eredu analitikoak aztertzeke erabili daiteke. Etorkizuneko lan batean informazio hau erabiliko dugu proposaturik dauden VOS motako eredu bideragarritasun aztertzeke eta eredu horiek sortzeke erabilitako hipotesiak zuzenak badira ereduak kalibratuko ditugu.

Azkenik, 6. kapitulan  $O(N)$  ereduko,  $N = 2, 3$  kasurako, defektu kosmikoen zenbakizko simulazioak erabiliz lorturiko mikrouhinen hondo kosmikoko potentzia-espektroak aurkeztu ditugu. Potentzia-espektro hauek lortzeke erradiazio-materia trantsizioa deskribatzen duten UETCetatik iturri-funtzioak lortu ditugu. Trantsizioa imitatzen duten interpolazio funtzioak orain arte lortu direnen desberdinak direla erakutsi dugu, funtzio hauek unibertsalak ez direla frogatuz. Soka eta monopolo globalentzako lortu ditugun potentzia-espektroek Higgs eredu trukakorren kasurako eta  $N$  handiko limitearen kasurako lorturikoen itxura orokor berdina daukate. Hala eta guztiz ere, soka globalen potentzia-espektroaren anplitudeak monopolo globalena baino askoz handiagoak dira. Era berean, soka globalen anplitudeak Higgs eredu trukakorrean lorturikoak baino piskat handiagoak dira. Soka eta monopolo globalen kasurako lorturiko potentzia-espektroak  $N$  handiko limitean lorturikoekin zehaztasunez konparatuz, esan dezakegu limite horrek ez duela sistemaren dinamika ondo barneratzen  $N < 4$  kasuetan. Azkenik, lortu ditugun potentzia-espektroak CMBaren azken neurketekin konparatu ditugu defektu hauen baimendutako zatia lortzeke. Nahiz eta monopolo globalek egiantz-balioa pixka bat hobetu, soka eta monopolo globalak erabiliz lorturiko hobekuntza ez da esanguratsua.

## Bibliografia

---

- [1] A. A. Abrikosov. On the Magnetic properties of superconductors of the second group. *Sov. Phys. JETP*, 5:1174–1182, 1957. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.32,1442(1957)].
- [2] F. S. Accetta and L. M. Krauss. The stochastic gravitational wave spectrum resulting from cosmic string evolution. *Nucl. Phys.*, B319:747–764, 1989.
- [3] A. Achucarro and J. Urrestilla. The (In)stability of global monopoles revisited. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3091–3094, 2000.
- [4] A. Achucarro and T. Vachaspati. Semilocal and electroweak strings. *Phys. Rept.*, 327: 347–426, 2000. [Phys. Rept.327,427(2000)].
- [5] A. Achucarro, K. Kuijken, L. Perivolaropoulos, and T. Vachaspati. Dynamical simulations of semilocal strings. *Nucl. Phys.*, B388:435–456, 1992.
- [6] A. Achucarro, J. Borrill, and A. R. Liddle. Semilocal string formation in two-dimensions. *Phys. Rev.*, D57:3742–3748, 1998.
- [7] A. Achucarro, J. Borrill, and A. R. Liddle. The Formation rate of semilocal strings. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3742–3745, 1999.
- [8] A. Achucarro, P. Salmi, and J. Urrestilla. Semilocal cosmic string networks. *Phys. Rev.*, D75:121703, 2007.
- [9] A. Achucarro, A. Avgoustidis, A. Leite, A. Lopez-Eiguren, C. Martins, et al. Evolution of semilocal string networks: Large-scale properties. *Phys.Rev.*, D89(6):063503, 2014.
- [10] R. Adam et al. Planck 2015 results. I. Overview of products and scientific results. *Astron. Astrophys.*, 594:A1, 2016.
- [11] P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XIV. Dark energy and modified gravity. *Astron. Astrophys.*, 594:A14, 2016.
- [12] P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 594:A13, 2016.
- [13] N. Aghanim et al. Planck 2015 results. XI. CMB power spectra, likelihoods, and robustness of parameters. *Astron. Astrophys.*, 594:A11, 2016.
- [14] A. Albrecht, R. A. Battye, and J. Robinson. The Case against scaling defect models of cosmic structure formation. *Phys. Rev. Lett.*, 79:4736–4739, 1997.

## Bibliografia

- [15] A. Albrecht, R. A. Battye, and J. Robinson. Detailed study of defect models for cosmic structure formation. *Phys. Rev.*, D59:023508, 1999.
- [16] B. Allen and E. P. S. Shellard. Cosmic string evolution: a numerical simulation. *Phys. Rev. Lett.*, 64:119–122, 1990.
- [17] B. Allen, R. R. Caldwell, S. Dodelson, L. Knox, E. P. S. Shellard, and A. Stebbins. CMB anisotropy induced by cosmic strings on angular scales  $>$  approximately 15-minutes. *Phys. Rev. Lett.*, 79:2624–2627, 1997.
- [18] N. D. Antunes, L. M. A. Bettencourt, and M. Kunz. The Role of point - like topological excitations at criticality: From vortices to global monopoles. *Phys. Rev.*, E65:066117, 2002.
- [19] U. Ascher, J. Christiansen, and R. D. Russell. A Collocation Solver for Mixed Order Systems of Boundary Value Problems. *Math. Comput.*, 33(146):659–679, 1979.
- [20] D. Austin, E. J. Copeland, and T. W. B. Kibble. Evolution of cosmic string configurations. *Phys. Rev.*, D48:5594–5627, 1993.
- [21] N. A. Bahcall and P. Bode. The Amplitude of mass fluctuations. *Astrophys. J.*, 588:L1–L4, 2003.
- [22] N. A. Bahcall et al. The Cluster mass function from early SDSS data: Cosmological implications. *Astrophys. J.*, 585:182–190, 2003.
- [23] N. Bartolo et al. Science with the space-based interferometer LISA. IV: Probing inflation with gravitational waves. *JCAP*, 1612(12):026, 2016.
- [24] R. A. Battye, J. Robinson, and A. Albrecht. Structure formation by cosmic strings with a cosmological constant. *Phys. Rev. Lett.*, 80:4847–4850, 1998.
- [25] D. P. Bennett and F. R. Bouchet. High resolution simulations of cosmic string evolution. 1. Network evolution. *Phys. Rev.*, D41:2408, 1990.
- [26] D. P. Bennett and S. H. Rhie. Cosmological evolution of global monopoles and the origin of large scale structure. *Phys. Rev. Lett.*, 65:1709–1712, 1990.
- [27] K. Benson and M. Bucher. Skyrmions and semilocal strings in cosmology. *Nucl. Phys.*, B406:355–376, 1993.
- [28] N. Bevis, M. Hindmarsh, and M. Kunz. WMAP constraints on inflationary models with global defects. *Phys. Rev.*, D70:043508, 2004.
- [29] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz, and J. Urrestilla. CMB power spectrum contribution from cosmic strings using field-evolution simulations of the Abelian Higgs model. *Phys. Rev.*, D75:065015, 2007.
- [30] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz, and J. Urrestilla. Fitting CMB data with cosmic strings and inflation. *Phys. Rev. Lett.*, 100:021301, 2008.
- [31] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz, and J. Urrestilla. CMB power spectra from cosmic strings: predictions for the Planck satellite and beyond. *Phys. Rev.*, D82:065004, 2010.

- [32] J. J. Blanco-Pillado and K. D. Olum. The Form of cosmic string cusps. *Phys. Rev.*, D59:063508, 1999.
- [33] J. J. Blanco-Pillado, G. Dvali, and M. Redi. Cosmic D-strings as axionic D-term strings. *Phys. Rev.*, D72:105002, 2005.
- [34] S. I. Blinnikov and M. Yu. Khlopov. ON POSSIBLE EFFECTS OF 'MIRROR' PARTICLES. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 36:472, 1982. [*Yad. Fiz.*36,809(1982)].
- [35] E. B. Bogomolny. Stability of Classical Solutions. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 24:449, 1976. [*Yad. Fiz.*24,861(1976)].
- [36] C. G. Callan, Jr. and S. R. Coleman. The Fate of the False Vacuum. 2. First Quantum Corrections. *Phys. Rev.*, D16:1762–1768, 1977.
- [37] C. Caprini et al. Science with the space-based interferometer eLISA. II: Gravitational waves from cosmological phase transitions. *JCAP*, 1604(04):001, 2016.
- [38] S. R. Coleman. The Fate of the False Vacuum. 1. Semiclassical Theory. *Phys. Rev.*, D15:2929–2936, 1977. [Erratum: *Phys. Rev.*D16,1248(1977)].
- [39] E. J. Copeland, R. C. Myers, and J. Polchinski. Cosmic F and D strings. *JHEP*, 06:013, 2004.
- [40] R. A. C. Croft, W. Hu, and R. Dave. Cosmological Limits on the Neutrino Mass from the Lya Forest. *Phys. Rev. Lett.*, 83:1092–1095, 1999.
- [41] T. Damour and A. Vilenkin. Gravitational wave bursts from cosmic strings. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3761–3764, 2000.
- [42] T. Damour and A. Vilenkin. Gravitational wave bursts from cusps and kinks on cosmic strings. *Phys. Rev.*, D64:064008, 2001.
- [43] T. Damour and A. Vilenkin. Gravitational radiation from cosmic (super)strings: Bursts, stochastic background, and observational windows. *Phys. Rev.*, D71:063510, 2005.
- [44] D. Daverio, M. Hindmarsh, and N. Bevis. Latfield2: A c++ library for classical lattice field theory. 2015.
- [45] D. Daverio, M. Hindmarsh, M. Kunz, J. Lizarraga, and J. Urrestilla. Energy-momentum correlations for Abelian Higgs cosmic strings. *Phys. Rev.*, D93(8):085014, 2016.
- [46] M. R. DePies and C. J. Hogan. Stochastic Gravitational Wave Background from Light Cosmic Strings. *Phys. Rev.*, D75:125006, 2007.
- [47] K. Dimopoulos. Primordial magnetic fields from superconducting cosmic strings. *Phys. Rev.*, D57:4629–4641, 1998.
- [48] S. Dodelson. *Modern Cosmology*. Academic Press, Amsterdam, 2003. ISBN 9780122191411. URL <http://www.slac.stanford.edu/spires/find/books/www?cl=QB981:D62:2003>.
- [49] M. Doran. CMBEASY: an object oriented code for the cosmic microwave background. *JCAP*, 0510:011, 2005.

## Bibliografia

- [50] R. Durrer, M. Kunz, and A. Melchiorri. Cosmic microwave background anisotropies from scaling seeds: Global defect models. *Phys. Rev.*, D59:123005, 1999.
- [51] G. Dvali and A. Vilenkin. Formation and evolution of cosmic D strings. *JCAP*, 0403:010, 2004.
- [52] G. Dvali, R. Kallosh, and A. Van Proeyen. D term strings. *JHEP*, 01:035, 2004.
- [53] V. R. Eke, S. Cole, C. S. Frenk, and J. P. Henry. Measuring  $\omega(0)$  using cluster evolution. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 298:1145, 1998.
- [54] E. Fenu, D. G. Figueroa, R. Durrer, J. Garcia-Bellido, and M. Kunz. Cosmic Microwave Background temperature and polarization anisotropies from the large-N limit of global defects. *Phys. Rev.*, D89(8):083512, 2014.
- [55] D. G. Figueroa, R. R. Caldwell, and M. Kamionkowski. Non-Gaussianity from Self-Ordering Scalar Fields. *Phys. Rev.*, D81:123504, 2010.
- [56] D. G. Figueroa, M. Hindmarsh, and J. Urrestilla. Exact Scale-Invariant Background of Gravitational Waves from Cosmic Defects. *Phys. Rev. Lett.*, 110(10):101302, 2013.
- [57] A. S. Goldhaber. Collapse of a 'Global Monopole.'. *Phys. Rev. Lett.*, 63:2158, 1989.
- [58] J. H. Goldstein et al. Estimates of cosmological parameters using the CMB angular power spectrum of ACBAR. *Astrophys. J.*, 599:773–785, 2003.
- [59] J. Goldstone. Field Theories with Superconductor Solutions. *Nuovo Cim.*, 19:154–164, 1961.
- [60] K. Griest. The Search for dark matter: WIMPs and MACHOs. 1993. [Annals N. Y. Acad. Sci.688,390(1993)].
- [61] A. H. Guth. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys. Rev.*, D23:347–356, 1981.
- [62] E. R. Harrison. Fluctuations at the threshold of classical cosmology. *Phys. Rev.*, D1: 2726–2730, 1970.
- [63] E. Hawkins et al. The 2dF Galaxy Redshift Survey: Correlation functions, peculiar velocities and the matter density of the universe. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 346:78, 2003.
- [64] P. W. Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Phys. Lett.*, 12: 132–133, 1964.
- [65] M. Hindmarsh. Private communication.
- [66] M. Hindmarsh. Existence and stability of semilocal strings. *Phys. Rev. Lett.*, 68:1263–1266, 1992.
- [67] M. Hindmarsh. Semilocal topological defects. *Nucl. Phys.*, B392:461–492, 1993.
- [68] M. Hindmarsh, C. Ringeval, and T. Suyama. The CMB temperature bispectrum induced by cosmic strings. *Phys. Rev.*, D80:083501, 2009.

- [69] M. Hindmarsh, S. Stuckey, and N. Bevis. Abelian Higgs Cosmic Strings: Small Scale Structure and Loops. *Phys.Rev.*, D79:123504, 2009.
- [70] M. Hindmarsh, C. Ringeval, and T. Suyama. The CMB temperature trispectrum of cosmic strings. *Phys. Rev.*, D81:063505, 2010.
- [71] M. Hindmarsh, R. Kirk, and S. M. West. Dark Matter from Decaying Topological Defects. *JCAP*, 1403:037, 2014.
- [72] M. Hindmarsh, R. Kirk, J. M. No, and S. M. West. Dark Matter with Topological Defects in the Inert Doublet Model. *JCAP*, 1505(05):048, 2015.
- [73] M. Hindmarsh, J. Lizarraga, J. Urrestilla, D. Daverio, and M. Kunz. Scaling from gauge and scalar radiation in Abelian Higgs string networks. 2017.
- [74] M. B. Hindmarsh and T. W. B. Kibble. Cosmic strings. *Rept. Prog. Phys.*, 58:477–562, 1995.
- [75] G. Hinshaw et al. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results. *Astrophys. J. Suppl.*, 208:19, 2013.
- [76] C. J. Hogan and M. J. Rees. Gravitational interactions of cosmic strings. *Nature*, 311:109–113, 1984.
- [77] E. Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 15:168–173, 1929.
- [78] K. Jones-Smith, L. M. Krauss, and H. Mathur. A Nearly Scale Invariant Spectrum of Gravitational Radiation from Global Phase Transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 100:131302, 2008.
- [79] K. Kajantie, M. Karjalainen, M. Laine, J. Peisa, and A. Rajantie. Thermodynamics of gauge invariant U(1) vortices from lattice Monte Carlo simulations. *Phys. Lett.*, B428:334–341, 1998.
- [80] M. Kamionkowski. WIMP and axion dark matter. In *High-energy physics and cosmology. Proceedings, Summer School, Trieste, Italy, June 2-July 4, 1997*, pages 394–411, 1997. URL <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0260730>.
- [81] M. Kawasaki, K. Saikawa, and T. Sekiguchi. Axion dark matter from topological defects. *Phys. Rev.*, D91(6):065014, 2015.
- [82] T. W. B. Kibble. Topology of Cosmic Domains and Strings. *J. Phys.*, A9:1387–1398, 1976.
- [83] T. W. B. Kibble. Evolution of a system of cosmic strings. *Nucl. Phys.*, B252:227, 1985. [Erratum: *Nucl. Phys.*B261,750(1985)].
- [84] A. A. Klypin, I. A. Strukov, and D. P. Skulachev. The Relikt missions: Results and prospects to detect the microwave background anisotropy. 1991.
- [85] J. B. Kogut and L. Susskind. Hamiltonian Formulation of Wilson’s Lattice Gauge Theories. *Phys. Rev.*, D11:395–408, 1975.
- [86] P. Laguna and D. Garfinkle. Space-time of Supermassive U(1) Gauge Cosmic Strings. *Phys. Rev.*, D40:1011–1016, 1989.

## Bibliografia

- [87] M. Landriau and E. P. S. Shellard. Fluctuations in the CMB induced by cosmic strings: Methods and formalism. *Phys. Rev.*, D67:103512, 2003.
- [88] M. Landriau and E. P. S. Shellard. Large angle CMB fluctuations from cosmic strings with a cosmological constant. *Phys. Rev.*, D69:023003, 2004.
- [89] A. Lazanu and P. Shellard. Constraints on the Nambu-Goto cosmic string contribution to the CMB power spectrum in light of new temperature and polarisation data. *JCAP*, 1502(02):024, 2015.
- [90] A. Lazanu, E. P. S. Shellard, and M. Landriau. CMB power spectrum of Nambu-Goto cosmic strings. *Phys. Rev.*, D91(8):083519, 2015.
- [91] A. Lewis and S. Bridle. Cosmological parameters from CMB and other data: A Monte Carlo approach. *Phys. Rev.*, D66:103511, 2002.
- [92] A. Lewis, A. Challinor, and A. Lasenby. Efficient computation of CMB anisotropies in closed FRW models. *Astrophys.J.*, 538:473–476, 2000.
- [93] A. D. Linde. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems. *Phys. Lett.*, B108:389–393, 1982.
- [94] A. D. Linde. Decay of the False Vacuum at Finite Temperature. *Nucl. Phys.*, B216:421, 1983. [Erratum: *Nucl. Phys.*B223,544(1983)].
- [95] J. Lizarraga, J. Urrestilla, D. Daverio, M. Hindmarsh, and M. Kunz. New CMB constraints for Abelian Higgs cosmic strings. *JCAP*, 1610(10):042, 2016.
- [96] A. Lopez-Eiguren, J. Urrestilla, and A. Achúcarro. Measuring Global Monopole Velocities, one by one. 2016.
- [97] C. J. A. P. Martins and A. Achúcarro. Evolution of local and global monopole networks. *Phys. Rev.*, D78:083541, 2008.
- [98] C. J. A. P. Martins and E. P. S. Shellard. Quantitative string evolution. *Phys. Rev.*, D54:2535–2556, 1996.
- [99] C. J. A. P. Martins and E. P. S. Shellard. Extending the velocity dependent one scale string evolution model. *Phys. Rev.*, D65:043514, 2002.
- [100] P. McDonald et al. The Linear theory power spectrum from the Lyman-alpha forest in the Sloan Digital Sky Survey. *Astrophys. J.*, 635:761–783, 2005.
- [101] J.Ñ. Moore, E. P. S. Shellard, and C. J. A. P. Martins. On the evolution of Abelian-Higgs string networks. *Phys. Rev.*, D65:023503, 2002.
- [102] K. J. M. Moriarty, E. Myers, and C. Rebbi. Dynamical Interactions of Flux Vortices in Superconductors. *Phys. Lett.*, B207:411–418, 1988.
- [103] H. B. Nielsen and P. Olesen. Vortex Line Models for Dual Strings. *Nucl. Phys.*, B61:45–61, 1973.



- [104] A. S. Nunes, A. Avgoustidis, C. J. A. P. Martins, and J. Urrestilla. Analytic Models for the Evolution of Semilocal String Networks. *Phys. Rev.*, D84:063504, 2011.
- [105] S. Olmez, V. Mandic, and X. Siemens. Gravitational-Wave Stochastic Background from Kinks and Cusps on Cosmic Strings. *Phys. Rev.*, D81:104028, 2010.
- [106] K. D. Olum and J. J. Blanco-Pillado. Field theory simulation of Abelian Higgs cosmic string cusps. *Phys. Rev.*, D60:023503, 1999.
- [107] K. D. Olum and J. J. Blanco-Pillado. Radiation from cosmic string standing waves. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4288–4291, 2000.
- [108] M. E. Ortiz. A New look at supermassive cosmic strings. *Phys. Rev.*, D43:2521–2526, 1991.
- [109] U.-L. Pen, D.Ñ. Spergel, and N. Turok. Cosmic structure formation and microwave anisotropies from global field ordering. *Phys. Rev.*, D49:692–729, 1994.
- [110] U.-L. Pen, U. Seljak, and N. Turok. Power spectra in global defect theories of cosmic structure formation. *Phys.Rev.Lett.*, 79:1611–1614, 1997.
- [111] L. Perivolaropoulos. Instabilities and interactions of global topological defects. *Nucl. Phys.*, B375:665–693, 1992.
- [112] S. Perlmutter et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae. *Astrophys. J.*, 517:565–586, 1999.
- [113] P. Peter and J.-P. Uzan. *Primordial Cosmology*. Oxford University Press, Oxford, 2009. ISBN 978-0-19-920991-0.
- [114] J. Polchinski. Dirichlet Branes and Ramond-Ramond charges. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4724–4727, 1995.
- [115] W. H. Press, B. S. Ryden, and D.Ñ. Spergel. Dynamical Evolution of Domain Walls in an Expanding Universe. *Astrophys.J.*, 347:590–604, 1989.
- [116] A. Refregier, A. Amara, T. D. Kitching, A. Rassat, R. Scaramella, and J. Weller. Euclid Imaging Consortium Science Book. 2010.
- [117] D. M. Regan and E. P. S. Shellard. Cosmic String Power Spectrum, Bispectrum and Trispectrum. *Phys. Rev.*, D82:063527, 2010.
- [118] S. H. Rhie and D. P. Bennett. Global monopoles do not 'collapse'. *Phys. Rev. Lett.*, 67: 1173, 1991.
- [119] A. G. Riess et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 116:1009–1038, 1998.
- [120] R. J. Scherrer and A. Vilenkin. 'Lattice-free' simulations of topological defect formation. *Phys. Rev.*, D58:103501, 1998.
- [121] E. P. S. Shellard. Cosmic String Interactions. *Nucl. Phys.*, B283:624–656, 1987.

## Bibliografia

- [122] X. Siemens, J. Creighton, I. Maor, S. Ray Majumder, K. Cannon, and J. Read. Gravitational wave bursts from cosmic (super)strings: Quantitative analysis and constraints. *Phys. Rev.*, D73:105001, 2006.
- [123] X. Siemens, V. Mandic, and J. Creighton. Gravitational wave stochastic background from cosmic (super)strings. *Phys. Rev. Lett.*, 98:111101, 2007.
- [124] G. F. Smoot et al. Structure in the COBE differential microwave radiometer first year maps. *Astrophys. J.*, 396:L1–L5, 1992.
- [125] L. Sousa and P. P. Avelino. Revisiting the VOS model for monopoles. 2017.
- [126] M. Tegmark et al. Cosmological parameters from SDSS and WMAP. *Phys. Rev.*, D69:103501, 2004.
- [127] J. Urrestilla, N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz, and A. R. Liddle. Cosmic microwave anisotropies from BPS semilocal strings. *JCAP*, 0807:010, 2008.
- [128] J. Urrestilla, N. Bevis, M. Hindmarsh, and M. Kunz. Cosmic string parameter constraints and model analysis using small scale Cosmic Microwave Background data. *JCAP*, 1112:021, 2011.
- [129] T. Vachaspati and A. Achúcarro. Semilocal cosmic strings. *Phys. Rev.*, D44:3067–3071, 1991.
- [130] T. Vachaspati and A. Vilenkin. Formation and Evolution of Cosmic Strings. *Phys. Rev.*, D30:2036, 1984.
- [131] T. Vachaspati and A. Vilenkin. Gravitational Radiation from Cosmic Strings. *Phys. Rev.*, D31:3052, 1985.
- [132] L. Van Waerbeke et al. Cosmic shear statistics and cosmology. *Astron. Astrophys.*, 374:757–769, 2001.
- [133] G. J. Verbiest and A. Achúcarro. High speed collision and reconnection of Abelian Higgs strings in the deep type-II regime. *Phys. Rev.*, D84:105036, 2011.
- [134] P. T. P. Viana, R. C. Nichol, and A. R. Liddle. Constraining the matter power spectrum normalization using the SDSS/RASS and reflex cluster surveys. *Astrophys. J.*, 569:L75, 2002.
- [135] A. Vilenkin. Gravitational radiation from cosmic strings. *Phys. Lett.*, B107:47–50, 1981.
- [136] A. Vilenkin. Gravitational Field of Vacuum Domain Walls and Strings. *Phys. Rev.*, D23:852–857, 1981.
- [137] A. Vilenkin and E. P. S. Shellard. *Cosmic Strings and Other Topological Defects*. Cambridge University Press, 2000. ISBN 9780521654760. URL <http://www.cambridge.org/mw/academic/subjects/physics/theoretical-physics-and-mathematical-physics/cosmic-strings-and-other-topological-defects?format=PB>.
- [138] E. Witten. Cosmic Superstrings. *Phys. Lett.*, B153:243–246, 1985.

- [139] M. Yamaguchi. Scaling property and peculiar velocity of global monopoles. *Phys.Rev.*, D65: 063518, 2002.
- [140] V. Zacek. Dark Matter. In *Proceedings, 22nd Lake Louise Winter Institute: Fundamental Interactions (LLWI 2007): Lake Louise, Alberta, Canada, February 19-24, 2007*, 2007. URL <http://inspirehep.net/record/754834/files/arXiv:0707.0472.pdf>.
- [141] Ya. B. Zeldovich. A Hypothesis, unifying the structure and the entropy of the universe. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 160:1P–3P, 1972.
- [142] W. H. Zurek. Cosmological Experiments in Superfluid Helium? *Nature*, 317:505–508, 1985.
- [143] W. H. Zurek. Cosmological experiments in condensed matter systems. *Phys. Rept.*, 276: 177–221, 1996.

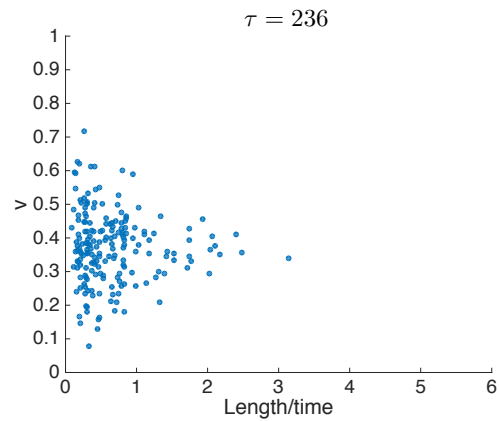
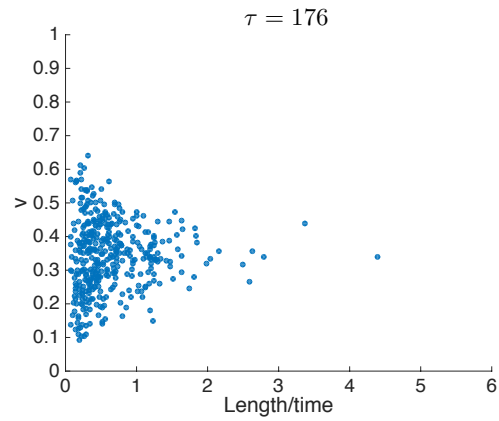
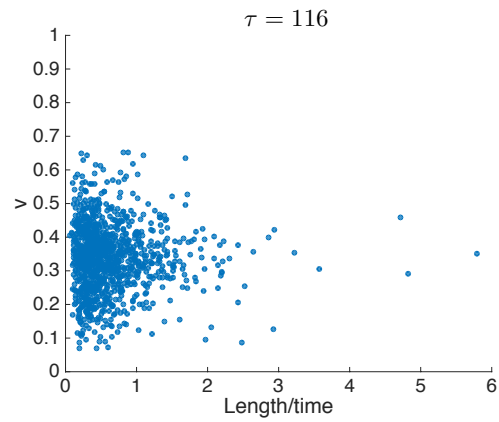
## Bibliografia

# A

## Soka erdilokaleen sareen diagramak $\beta$ desberdinetarako

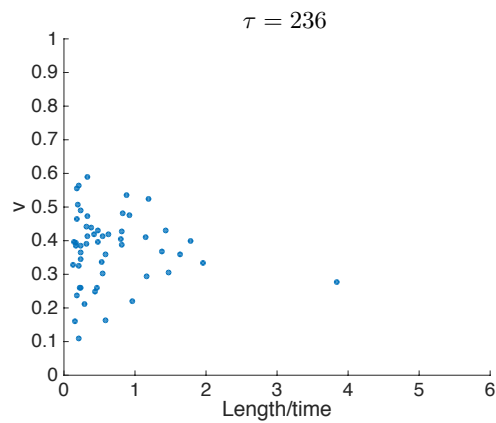
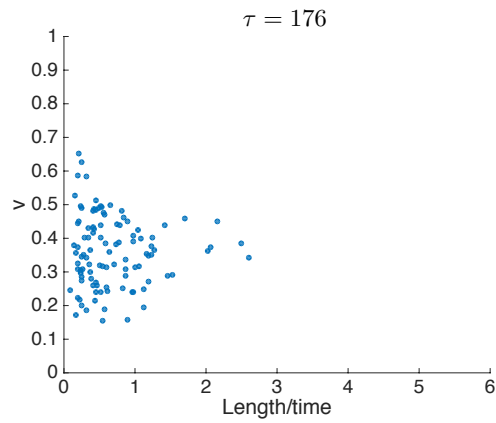
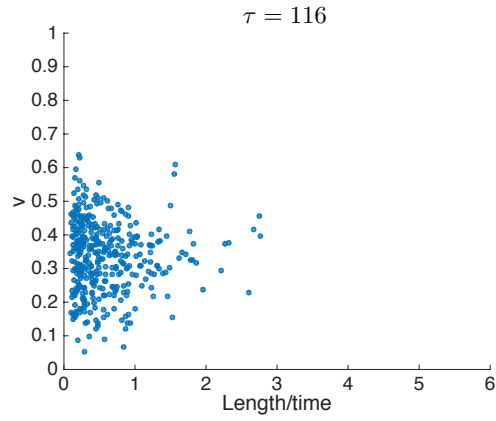
---

5. kapitulan erakutsitako diagramak  $\beta$ -ren balio desberdin batzuetarako:

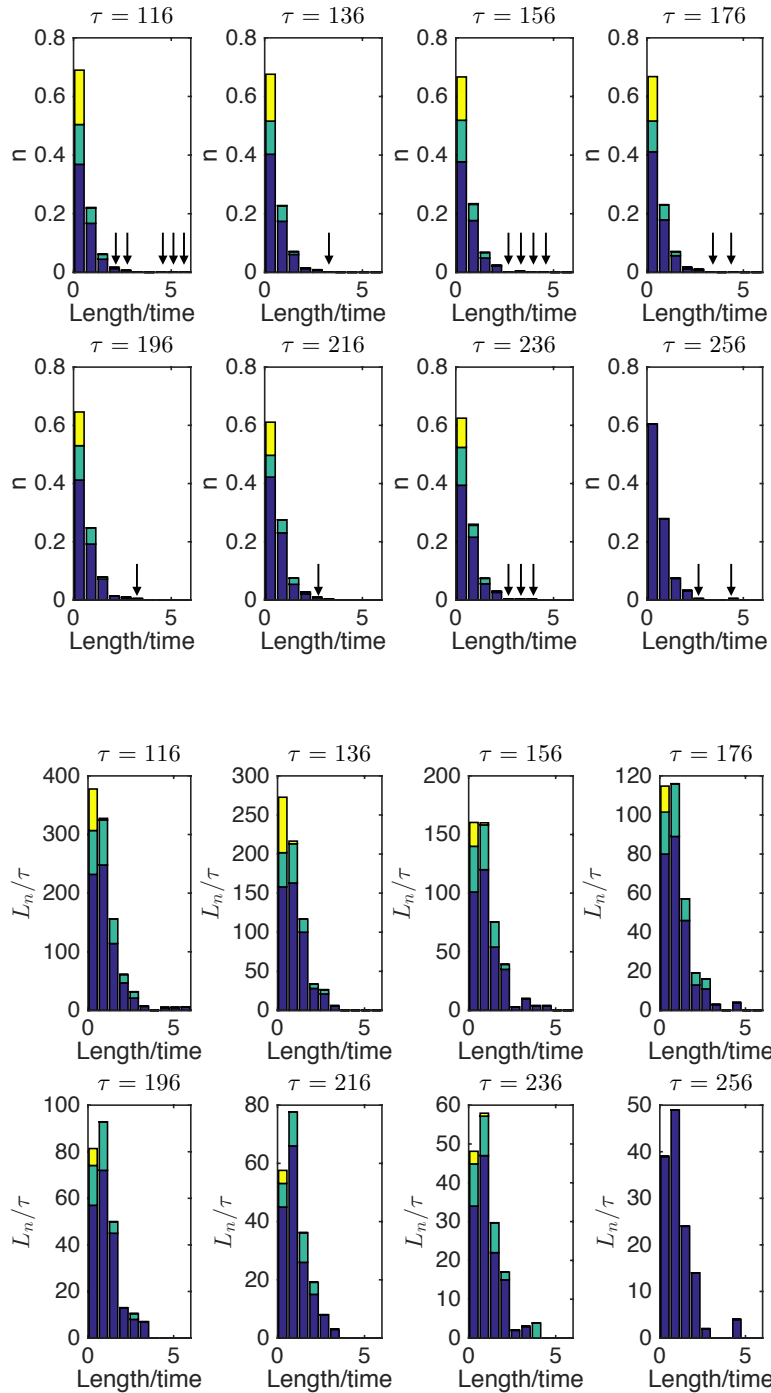


**A.1. Irudia:** *Abiaduraren mendeko segmentuen banaketa erradioaren mendeko aroan eta  $\beta = 0.20$  balioarentzako. Puntu bakoitzak sareko segmentu bat adierazten du, non  $x$  ardatzean segmentuaren luzera denbora unitateko adierazten den eta  $y$  ardatzean berriz segmentu honen abiadura. Erakusten ari garen kasu honetan segmentuek libre bidaiatzen dute; hau da, hurrengo denbora-aldiunerainoko denbora aldian ez dute beste segmentuekin elkarreragiten. Kontuan izan kasu honetan segmentuak laburragoak direla. Joera hau  $\beta$ -ren balio altuetarako itxarondakoa da.*

A. Kapituluia: Soka erdilokaleen sareen diagramak  $\beta$  desberdinetarako



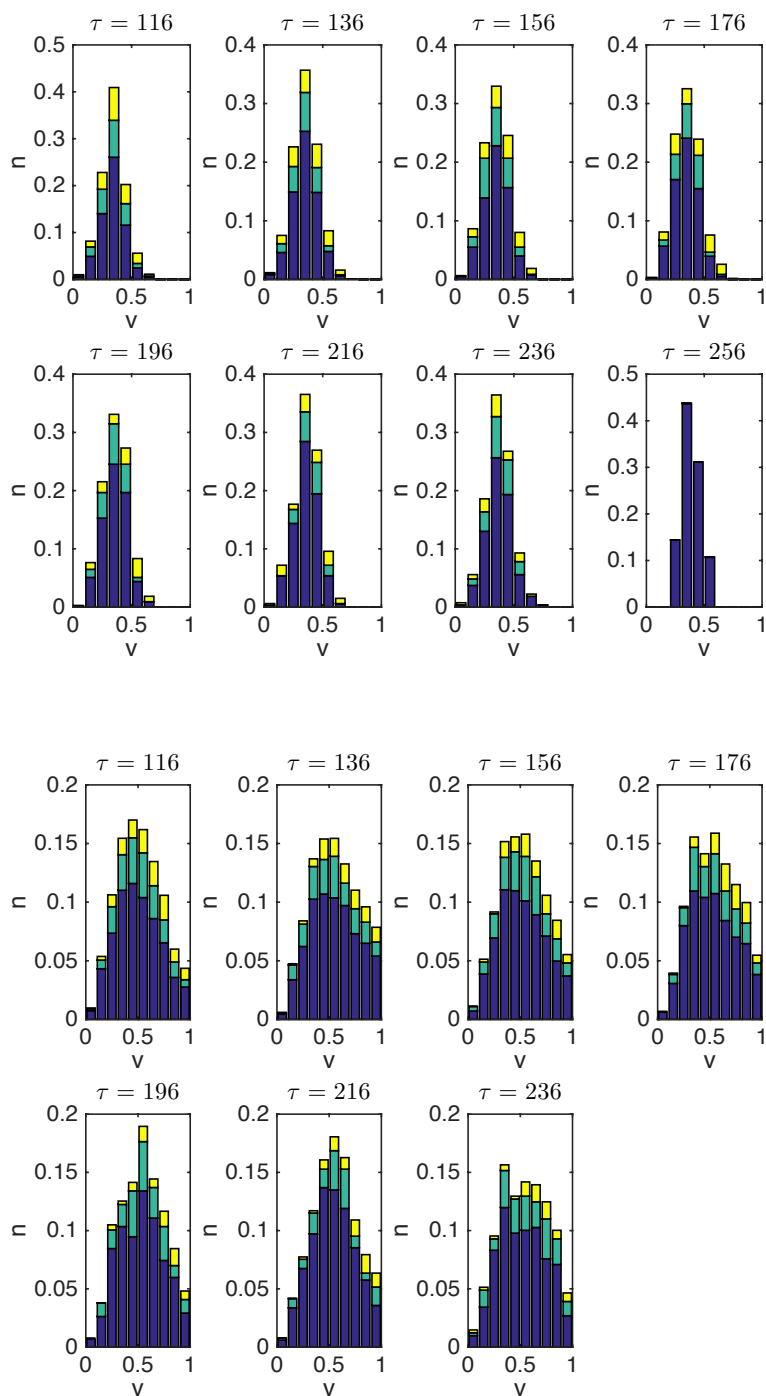
**A.2. Irudia:** Irudi hau A.1. irudiaren antzekoa da baina kasu honetan segmentuak hurrengo denborapausua baino lehen beste segmentu batekin batuko dira.



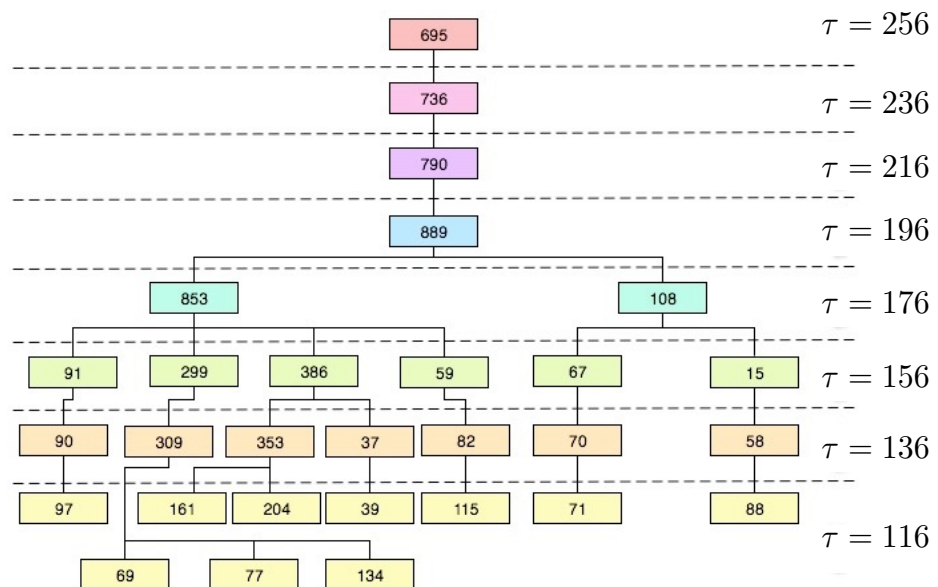
**A.3. Irudia:** *Histograma hauek erradiazioaren mendeko aroko eboluzioan zehar segmentuen banaketa erakusten dute  $\beta = 0.20$  kasurako. Kasu honetan segmentuak uniformeki banaturiko 10 tartetan banatu dira. Goiko irudian segmentu kopuruaren banaketa ageri da segmentu hauen denbora unitateko luzeraren arabera; beheko irudian berriz banaketa berdina adierazten dugu baina kasu honetan tarte bakoitzean tarte horren barnean dagoen denbora unitateko luzera totala adierazten dugu. Kolore desberdinek segmentuen eboluzio desberdinak adierazten dituzte: urdinez libre mugituko diren segmentuak adierazi ditugu, berdez batuko diren segmentuak eta horiz berriz hurrengo denbora-pausua baino lehen deuseztatuko direnak. Gezitxo bidez segmentu gutxi (bat edo bi) dituzten tartek adierazi ditugu; tarte hauek ikustea oso zaila da goiko irudian nahiz eta behekoan errazago ikusi. Kontuan izan azken denbora-pausuan ez dugula segmentuaren joeraren informazioarik; hau da, ez dakigu libre jarraituko duen, beste batekin batuko den edota deuseztatu egingo den.*



A. Kapitulu: Soka erdilokaleen sareen diagramak  $\beta$  desberdinetarako

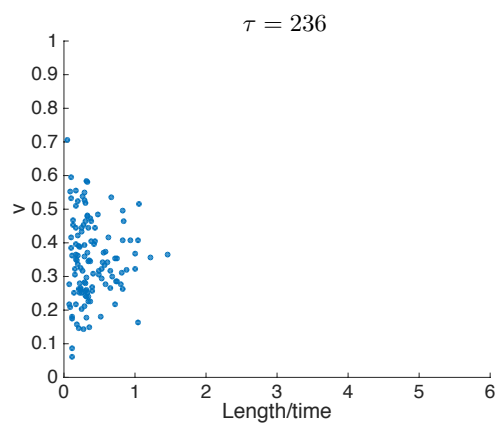
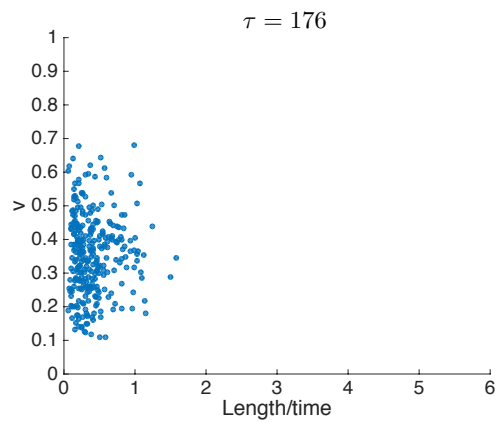
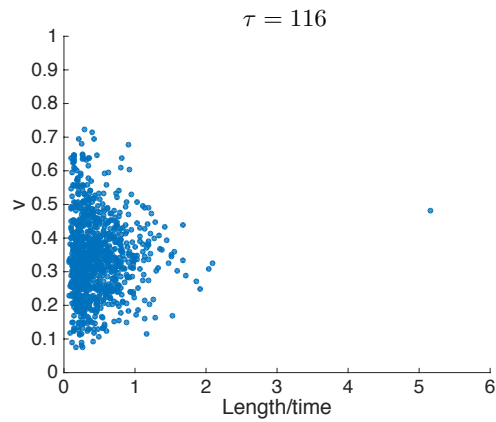


**A.4. Irudia:** *Histograma hauek erradiazioaren mendeko aroko eboluzioan zehar segmentuen (goian) eta monopoloen (behean) abiaduren banaketa erakusten dute  $\beta = 0.20$  kasurako. Abiadurak 10 tarte uniformetan banatu dira. Kolore kodea aurreko irudiako berdina da: urdinez libre mugituko diren segmentuak adierazi ditugu, berdez batuko diren segmentuak eta horiz berriz hurrengo denbora-pausua baino lehen deuseztatuko direnak. Kontuan izan azken denbora-pausuan ez dugula segmentuaren joeraren informazioarik; hau da, ez dakigu libre jarraituko duen, beste batekin batuko den edota deuseztatu egingo den. Kasu honetan gainera ez daukagu azken denbora-pausuan monopoloen abiadura kalkulatzeko informazioarik.*

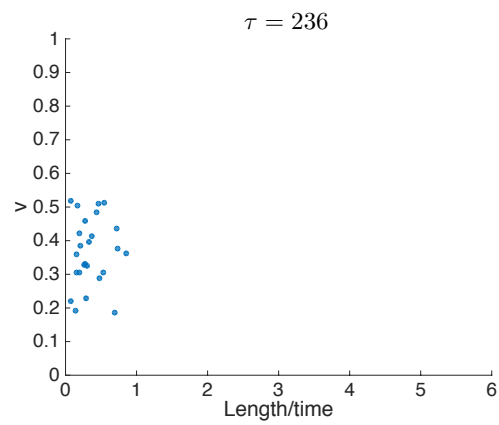
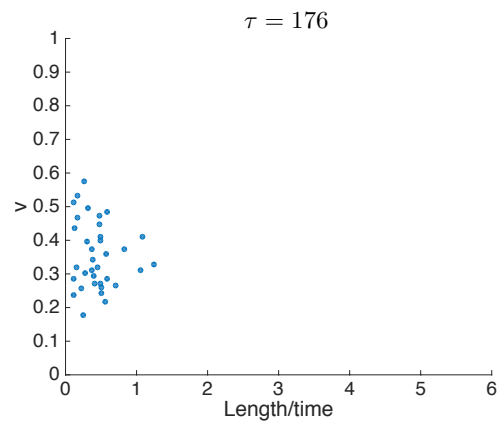
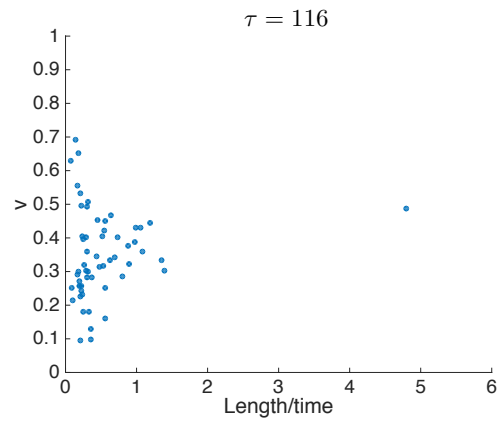


**A.5. Irdia:** Erradioaren mendeko aroako eta  $\beta = 0.20$  balioarentzako "familia zuhaitza". Laukien barneko zenbakia segmentu bakoitzaren luzera da eta denbora goraka handitzen da.

A. Kapituluia: Soka erdilokaleen sareen diagramak  $\beta$  desberdinetarako

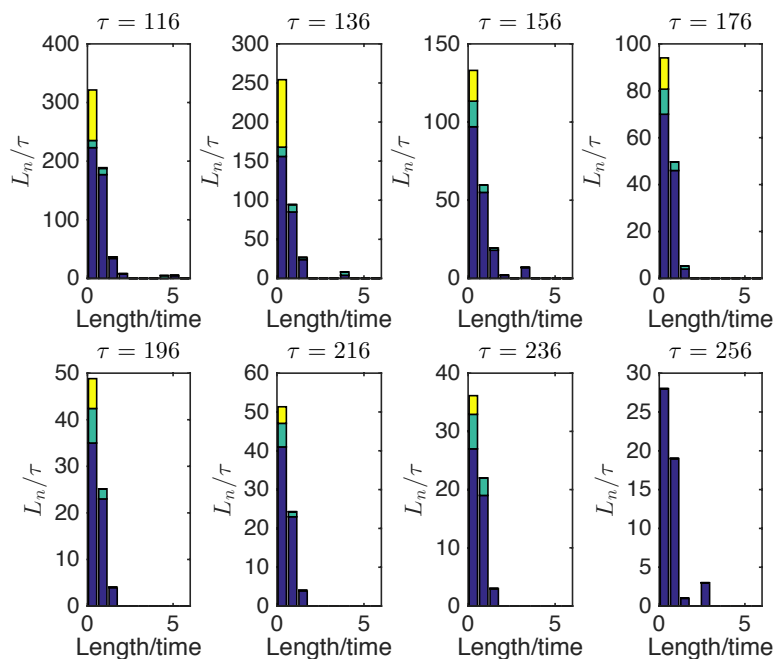
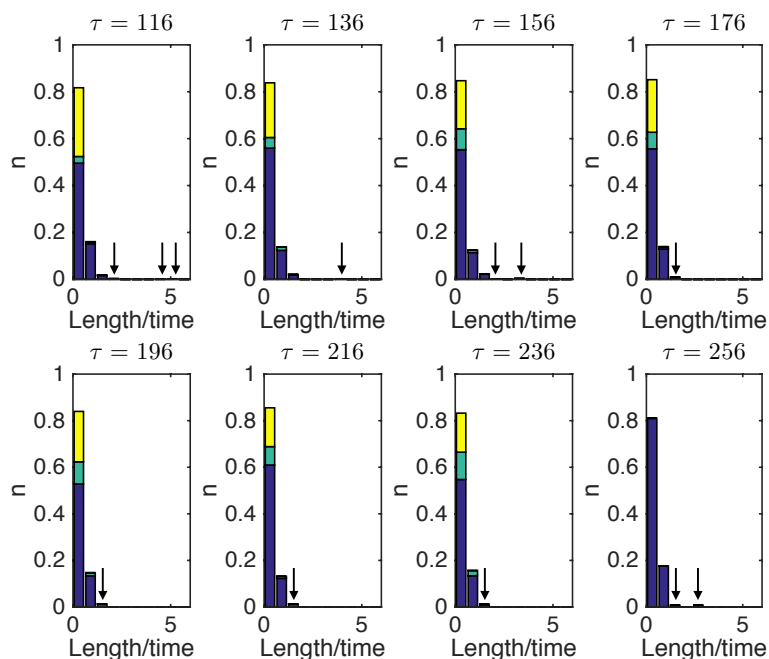


**A.6. Irudia:** Abiaduraren mendeko segmentuen banaketa erradiazioaren mendeko aroan eta  $\beta = 0.35$  balioarentzako. Puntu bakoitzak sareko segmentu bat adierazten du, non  $x$  ardatzean segmentuaren luzera denbora unitateko adierazten den eta  $y$  ardatzean berriz segmentu honen abiadura. Erakusten ari garen kasu honetan segmentuek libre bidaiatzen dute; hau da, hurrengo denbora-aldiunerainoko denbora aldian ez dute beste segmentuekin elkarrengatik.

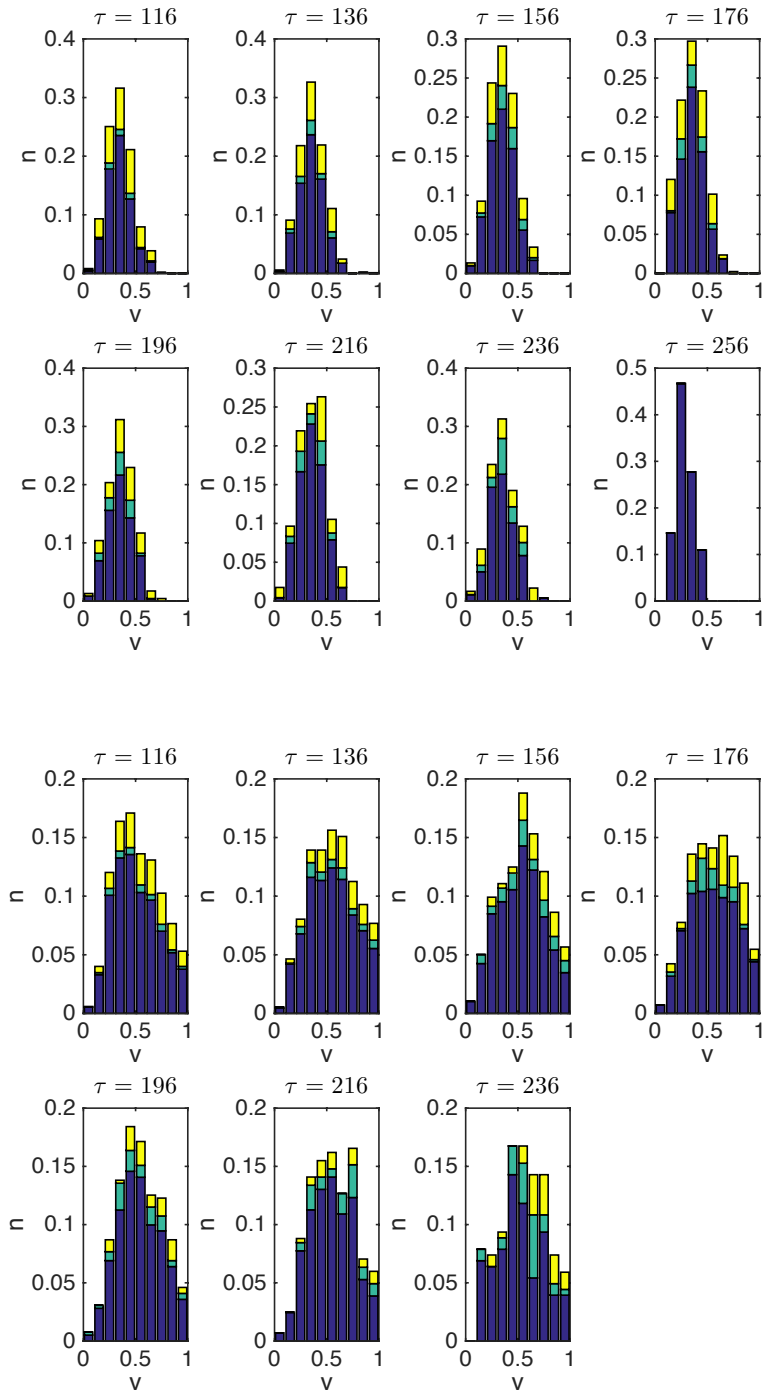


**A.7. Irudia:** Irudi hau A.6. irudiaren antzekoa da baina kasu honetan segmentuak hurrengo denbora-pausua baino lehen beste segmentu batekin batuko dira.

A. Kapitulu: Soka erdilocaleen sareen diagramak  $\beta$  desberdinetarako

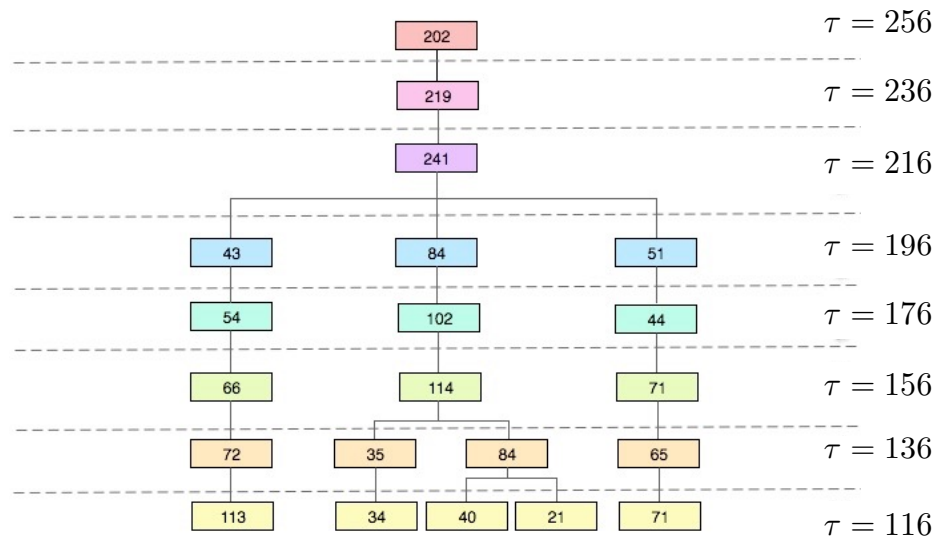


**A.8. Irudia:** *Histograma hauek erradiazioaren mendeko aroko eboluzioan zehar segmentuen banaketa erakusten dute  $\beta = 0.35$  kasurako. Kasu honetan segmentuak uniformeki banaturiko 10 tartetan banatu dira. Goiko irudian segmentu kopuruaren banaketa ageri da segmentu hauen denbora unitateko luzeraren arabera; beheko irudian berriz banaketa berdina adierazten dugu baina kasu honetan tarte bakoitzean tarte horren barnean dagoen denbora unitateko luzera totala adierazten dugu. Kolore desberdinek segmentuen eboluzio desberdinak adierazten dituzte: urdinez libre mugituko diren segmentuak adierazi ditugu, berdez batuko diren segmentuak eta horiz berriz hurrengo denbora-pausua baino lehen deuseztatuko direnak. Gezitzoen bidez segmentu gutxi (bat edo bi) dituzten tartek adierazi ditugu; tarte hauek ikustea oso zaila da goiko irudian nahiz eta behekoan errazago ikusi. Kontuan izan azken denbora-pausuan ez dugula segmentuaren joeraren informazioarik; hau da, ez dakigu libre jarraituko duen, beste batekin batuko den edota deuseztatu egingo den.*



**A.9. Irudia:** *Histograma hauek erradiazioaren mendeko aroko eboluzioan zehar segmentuen (goian) eta monopoloen (behean) abiaduren banaketa erakusten dute  $\beta = 0.35$  kasurako. Abiadurak 10 tarte uniformetan banatu dira. Kolore kodea aurreko irudiako berdina da: urdinez libre mugituko diren segmentuak adierazi ditugu, berdez batuko diren segmentuak eta horiz berriz hurrengo denbora-pausua baino lehen deuseztatuko direnak. Kontuan izan azken denbora-pausuan ez dugula segmentuaren joeraren informazioarik; hau da, ez dakigu libre jarraituko duen, beste batekin batuko den edota deuseztatu egingo den. Kasu honetan gainera ez daukagu azken denbora-pausuan monopoloen abiadura kalkulatzeko informazioarik.*

A. Kapitulara: Soka erdilokaleen sareen diagramak  $\beta$  desberdinetarako



**A.10. Irudia:** Erradioaren mendeko aroako eta  $\beta = 0.35$  balioarentzako "familia zuhaitza". Laukien barneko zenbakia segmentu bakoitzaren luzera da eta denbora goraka handitzen da.