

GRADU AMAIERAKO LANA

**BIBRAZIO MEKANIKOEN ETA
ISOLAMENDUAREN IKASKETA
TEORIKOA**

Jone Fernández Lavilla

Teknologia Industrialaren Ingeniaritzako Gradua

Zuzendaria: Mónica Urizar Arana

2017-2018 IKASTURTEA

LABURPENA

Dokumentu honetan, bibrazio mekanikoen isolamenduen inguruko ikasketa teorikoa egingo da. Horretarako erabiliko den sistema, kotxe baten erduketa izango da, eta aztertuko dena, ibilgailuak errepidetik ibiltzean jasandako mugimendu bertikalak izango dira.

Modeloan hiru plano nagusi bereiztuko dira: beheko planoak errepidea irudikatuko du eta mahai kitzikatzaila izango du, kanpo indarra sartzeko; erdiko eta goiko planoetan bi masa jarriko dira, erdikoak gurpilen masa irudikatuko du eta goikoak txasisarena. Hiru planoak malguki bidez lotuko dira eta bibrazioen isolamendua egiteko erabiliko den absortsorea (masa eta malguki batez osatuta), goiko planoko masari lotuko zaio.

Askatasun gradu (AG) anitzetako bibrazio behartu ez motelduen teoria erabiliz, sistemaren bibrazio moduak eta maiztasun naturalak kalkulatuko dira. Gainera, sistemaren erantzunak kalkulatuko dira, errepidea irudikatzen duen kanpo indarren sarreraren menpe. Absortsorearen diseinua egiteko, bibrazioei buruzko teoria bera erabiliko da.

Lan guztia aurrera eramateko, Mekanismoen Teoria eta Bibrazio Mekanikoak (MTBM) irakasgaien ikasitakoaz gain, kalkuluak erraztuko dituzten programak erabiliko dira, Mathematica, Excel edo Octave, esaterako.

RESUMEN

En este documento se realiza un estudio teórico del aislamiento de vibraciones mecánicas. El sistema que se va a utilizar es la modelización de un coche, y se va a analizar el movimiento vertical del vehículo al circular por carretera.

En el modelo se distinguen tres planos principales: el plano inferior representa la carretera y será una mesa excitadora, para así mover el sistema mediante fuerzas externas; los planos medio y superior tienen una masa cada uno, la central representa la masa de las ruedas y la superior el chasis. Los tres planos se unirán mediante resortes y el absorbente (formado por una masa y un resorte), que se utilizará para reducir las vibraciones, irá unido a la masa superior.

Utilizando la teoría de vibraciones para sistemas con varios grados de libertad, vibraciones forzadas y no amortiguadas, se calcularán los modos de vibración y las frecuencias naturales del sistema. Además, se calcularán las respuestas del sistema, dependientes de las fuerzas exteriores, representativas de las irregularidades de la carretera. Para hacer el diseño del absorbente, se utilizarán los mismos conceptos sobre teoría de vibraciones.

Para llevar a cabo todo el trabajo, además de lo estudiado en la asignatura de Teoría de Mecanismos y Vibraciones Mecánicas, se utilizarán programas como Mathematica, Excel u Octave, los cuales facilitarán los cálculos a realizar.

ABSTRACT

In this document, a theoretical study of the isolation of mechanical vibrations is carried out. The system to be used is the modeling of a car, and the vertical movements of the vehicle while driving on the road will be analysed.

In the model, three main planes can be distinguished: the lower plane represents the road, and it will be an exciter table, in order to move the system by external forces; the middle and upper planes will have one mass each, the one in the centre represents the mass of the wheels, and the upper one the chassis. The three planes will be joined by springs and the absorber (formed by a mass and a spring), which will be used to isolate vibrations, will be attached to the upper mass.

Using the theory of vibrations for systems with more than one degree of freedom, forced and undamped vibrations, the vibration modes and natural frequencies of the system will be calculated. In addition, the responses of the system, which depend on the external forces that will represent the irregularities of the road, will be calculated. To design the absorber, same concepts on theory of vibrations will be used.

To carry out all the work, apart from what has been learnt in the Theory of Mechanisms and Mechanic Vibrations subject, programs such as Mathematica, Excel or Octave will be used, as they will be helpful to make the calculations.



AURKIBIDEA

AURKIBIDEA	4
1. TAULA, IRUDI ETA AKRONIMOEN ZERRENDA	6
1.1. TAULEN ZERRENDA	6
1.2. IRUDIEN ZERRENDA.....	6
1.3. AKRONIMOEN ZERRENDA	7
2. SARRERA.....	8
3. TESTUINGURUA.....	9
3.1. APLIKAZIO EREMUA	9
3.2. JAKINTZA EREMUA	9
3.2.1. BIBRAZIOEN TEORIA.....	9
3.3. BIBRAZIO MEKANIKOEN ISOLAMENDUA	10
3.3.1. METODO AKTIBOAK	10
3.3.2. METODO PASIBOAK	11
3.4. BIBRAZIOEN ANALISI ESPERIMENTALA.....	11
3.5. FLUXU DIAGRAMA.....	11
4. IRISMENA ETA HELBURUAK	13
4.1. IRISMENA.....	13
4.2. HELBURUAK.....	13
4.2.1. HELBURU NAGUSIA.....	13
4.2.2. BIGARREN MAILAKO HELBURUAK	13
5. ONURAK.....	15
6. ALTERNATIBEN ANALISIA	16
6.1. EREDUAK.....	16
6.1.1. NAZIOARTEKO ZIMURTASUN INDIZEA.....	17
6.2. KITZIKADURA. BIBRAZIO BEHARTU MOTA.....	19
6.2.1. BULKADA FUNTZIOA SARRERAN	19
6.2.2. MAILA FUNTZIOA SARRERAN	20
6.2.3. MALDA FUNTZIOA SARRERAN	20
6.2.4. KITZIKADURA HARMONIKOA SARRERAN.....	20
7. SOLUZIOAREN AUKERAKETA	21
7.1. EREDUAREN AUKERAKETA	21
7.2. KITZIKADURA MOTAREN AUKERAKETA	21

8. METODOLOGIA.....	22
8.1. BI ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA.....	22
8.1.1. MUGIMENDUAREN EKUAZIOAK	22
8.1.2. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK	23
8.1.3. BIBRAZIO MODUAK.....	26
8.1.4. SISTEMAREN ERANTZUNA.....	26
8.2. HIRU ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA.....	27
8.2.1. MUGIMENDUAREN EKUAZIOAK	27
8.2.2. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK	28
8.2.3. ABSORTSOREAREN DISEINUA ETA SISTEMAREN ERANTZUNA	28
9. KALKULUAK.....	30
9.1. DATUAK.....	30
9.2. BI ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA.....	30
9.2.1. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK	30
9.2.2. SISTEMAREN ERANTZUNA.....	31
9.2.3. BIBRAZIO MODUAK.....	33
9.3. HIRU ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA	35
9.3.1. ABSORTSOREAREN DISEINUA ETA SISTEMAREN ERANTZUNA	35
9.3.2. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK	36
9.3.3. ABSORTSOREAREN ERAGINA	36
10. ZEREGINEN DESKRIBAPENA. GANTT DIAGRAMA	38
10.1. ZEREGINEN DESKRIBAPENA.....	38
10.2. GANTT DIAGRAMA	39
11. OINARRIZKO TEKNIKA ETA BALIABIDEAK.....	41
11.1. MATHEMATICA	41
12. AURREKONTUA.....	42
14. KONKLUSIOAK	43
15. ERREFERENTZIAK	45
ERANSKINAK I: MATHEMATICA KODEA	46
ERANSKINAK II: LABORATEGI PRAKTIKA.....	63

1. TAULA, IRUDI ETA AKRONIMOEN ZERRENDA

1.1. TAULEN ZERRENDA

Taula 1. Ereduaren ezaugarriak.....	30
Taula 2. Mahai kitzikatzailearen ezaugarriak.....	30
Taula 3. Barne orduak.....	42
Taula 4. Amortizazioak.....	42
Taula 5. Gastuak.....	42
Taula 6. Aurrekontua.....	42

1.2. IRUDIEN ZERRENDA

Irudia 1. Bibrazioak aztertzeko sistema baten diseinu zikloa.....	12
Irudia 2. Modelizatu beharreko sistema.....	16
Irudia 3. Kotxea modelizatzeko lehenengo aukera.....	16
Irudia 4. Kotxea modelizatzeko bigarren aukera.....	17
Irudia 5. Nazioarteko Zimurtasun Indizea lortzeko erabiltzen den eredua.....	18
Irudia 6. Bibrazioen sailkapena. Laukiaren barruan, atal honetan aurkeztuko direnak.	19
Irudia 7. Ikasketa egiteko erabiliko den behin betiko eredua.....	21
Irudia 8. Eredu matematikoa.....	22
Irudia 9. Eredu matematiko baliokidea.....	22
Irudia 10. m1 masa isolatua.....	23
Irudia 11. m2 masa isolatua.....	23
Irudia 12. D anplifikazio dinamikoaren faktorea β eta ξ parametroen menpe.....	24
Irudia 13. Hurbilagoko D anplifikazio dinamikoaren faktorea β eta ξ parametroen menpe.....	25
Irudia 14. D anplifikazio dinamikoaren faktorea β parametroaren menpe, ξ -ren balio desberdinentzako.....	25
Irudia 15. Eredu matematiko baliokidea (3AG).....	27
Irudia 16. m1 masa isolatua.....	27
Irudia 17. m2 masa isolatua.....	27
Irudia 18. ma masa isolatua.....	28
Irudia 19. Sistemaren sarrera eta erantzun kurbak.....	31

Irudia 20. Mahai kitzikatzaile eta masen desplazamenduak, hurrenez hurren: $\bar{\omega}= 1$ rad/s, $\bar{\omega}= 5$ rad/s, $\bar{\omega}= 15$ rad/s, $\bar{\omega}= 25$ rad/s.....	32
Irudia 21. m1 masaren desplazamenduaren anplitudea kitzikadura maiztasunaren arabera.....	32
Irudia 22. m2 masaren desplazamenduaren anplitudea kitzikadura maiztasunaren arabera.....	33
Irudia 23. Lehenengo bibrazio modua	34
Irudia 24. Bigarren bibrazio modua	34
Irudia 25. Sistemaren sarrera eta erantzun kurbak	35
Irudia 26. m1 masaren anplitudearen balio absolutua bi kasuetan (2AG, 3AG).....	36
Irudia 27. m2 masaren anplitudearen balio absolutua bi kasuetan (2AG, 3AG).....	37
Irudia 28. Gantt diagrama.....	40

1.3. AKRONIMOEN ZERRENDA

MTBM: Mekanismoen Teoria eta Bibrazio Mekanikoak	1-9-14-15-44
BIE: Bilboko Ingeniaritza Eskola	8-9
GrAL: Gradu Amaierako Lana.....	8-15-43
AG: Askatasun Gradu.....	1-8-11-13-15-16-17-18-22-26-27-28-33-35-37
BAE: Bibrazioen Analisi Esperimentala	8-11
2D: 2 Dimentsio	16-24-25-41
3D: 3 Dimentsio	16-24-41
IRI: Índice de Regularidad Internacional (Nazioarteko Zimurtasun Indizea)..	17-18-21-30
HB: Hasierako Baldintzak.....	19
SI: Sistema Internazionala	30

2. SARRERA

Dokumentu honetan, Bilboko Ingeniaritza Eskolan (BIE) garatu den Industria Teknologiaren Ingeniaritza Gradurako Gradu Amaierako Lana (GrAL) aurkezten da. Izenburuak esaten duen bezala, bibrazio mekanikoen isolamenduaren ikasketa teorikoa egingo da. Ikasketa egiteko erabiliko den modeloak 2AG izango ditu hasieran, eta behin absortsorea gehituta, 3AG. Modeloak, errepideak kotxe batean eragindako mugimendu bertikala simulatuko du.

Hasteko, lanaren testuingurua azalduko da, non bibrazio mekanikoei buruzko informazio orokorra aurkeztuko den besteak beste. Gainera, bibrazio mekanikoen isolamenduaren eta bibrazioen analisi esperimentalaren (BAE) beharra ere adieraziko dira. Horretaz gain, lanaren irismena eta helburuak definituko dira, hau da, lanaren nondik norakoak eta bete nahi diren lehen zein bigarren mailako helburuak.

Lanarekin jarraitzeko, honen onurak aztertuko dira eta lana aurrera eramateko dauden alternatiba desberdinak. Aurkeztutako alternatiben artean, soluzioaren aukeraketa eta honen deskribapena egingo da.

Metodologiari dagokionez, ikasketa egiteko erabiliko den modeloa deskribatuko da behar beste zehaztasunekin. Aurretik aipatu den bezala, honek hasieran 2AG izango ditu eta gero 3AG, izan ere, hasieran 2 masa besterik ez dira egongo, eta absortsorea gehitzean, masa bat (eta malguki bat) gehituko dira. Ildo beretik, lana burutzeko zereginen deskribapena eta Gantt diagrama aurkeztuko dira, non zereginak kronologikoki adieraziko diren. Lana egiteko erabilitako teknika eta baliabideak ere aipatuko dira.

Alderdi ekonomikoan, aurrekontua egingo da. Amaitzeko, lanetik ateratako konklusioak aurkeztuko dira. Informazio iturriak zerrendatuko dira, bai lana hasi aurretik behar izandako informazioa biltzeko, zein prozesuan zehar erabilitakoak Bukaerako eranskinetan, kalkuluetan erabilitako kodeak eta laborategi praktika baten proposamena aurkeztuko dira.

3. TESTUINGURUA

Testuinguruari dagokionez, atal honetan, aplikazio eremua eta eremu teknologikoa zehazteaz gain, bibrazio mekanikoen isolamenduaren garrantzia eta moduak, eta bibrazioen analisi experimentalaren beharra azalduko dira. Azkenik, bibrazioak jasango dituen sistema baten diseinuan jarraitu beharreko fluxu diagrama azalduko da.

3.1. APLIKAZIO EREMUA

Lanaren aplikazio eremua, bere muina ikasketa teorikoa denez gero, irakaskuntza izango da. Hain zuzen ere, BIEn, Teknologiaren Ingeniaritza Graduak 3.mailan ikasten den MTBM irakasgaia. Irakasgai hau Ingeniaritza Mekanikoko departamentuaren barnean aurkitzen da, beraz, klase magistraletan erabiltzeko materialaz gain, laborategiko praktika baten proposamena ere egingo da, departamentu honek daukan laborategian prestatu daitekeena.

3.2. JAKINTZA EREMUA

Aurretik esan den bezala, egingo diren kalkuluak eta erabiliko diren kontzeptuak bibrazioen teoriaren parte dira, zeina aldi berean makinaren dinamikaren barnean dagoen.

Analisi dinamikoa, sinplifikazio hipotesi batzuk onartzen dituen eredu matematiko batekin egin behar da derrigorrez. Hipotesi hauen errealitatearekiko gertutasunaren arabera, ereduak ere errealitatearekiko gertuago edo urrunago egongo da. Esan beharra dago, ereduaren konplexutasuna segurtasunarekin ere erlazionatuta dagoela, eta kasu askotan nahitaezkoa izan daiteke emaitza teorikoak prototipoekin egindako entsegu experimentalen bidez egiaztatzea.

Beraz, makinaren dinamikaren helburuetako bat eredu matematiko onargarriak lortzea da askatasun gradu kopuru minimoa erabiliz eta portaera dinamikoa era fidagarri batean irudikatuko dutenak.

3.2.1. BIBRAZIOEN TEORIA

Makinaren dinamikaren barruan solido zurrunaren eta solido deformagarriaren dinamika aurkitzen dira. Bigarren hau, solido deformagarriaren dinamika, bibrazioen teoria izenez ere ezaguna da, eta hori da hain zuzen ere txosten honetan landuko dena.

Bibrazioen teoria erabiltzean, kontuan hartzen da kanpo indarren aldakortasuna; karga dinamikoen balioa, norabidea, noranzkoa eta/edo aplikazio puntua denboran zehar aldakorrak direla.

Bibrazioen inguruko ikerkuntzak ugaritu egin dira, asko direlako bibrazioek sortu ditzaketen arazoak. Besteak beste, bibrazioak makina birakarien desorekagatik sortu daitezke eta inguruko makinen funtzionamendu egokian eragin. Bestalde, marruskadurak zaratak eta bibrazioak sortu ditzake eta higadura areagotu. Hala ere, bibrazioak erabilgarriak izan daitezke batzuetan, adibidez piezen garraiorako mahai bibragailuetan.

3.3. BIBRAZIO MEKANIKOEN ISOLAMENDUA

Bibrazioen maila kontrolatu edo murrizteari bibrazioen kontrola deritzo. Kasu batzuetan ordea, helburua bibrazioen transmisioa guztiz ekiditea izango da, sistematik ingurunera edo ingurunetik sistemara. Horrela bada, bibrazioen isolamenduarekin lanean gaudela esango da.

Bibrazioak kontrolatzeko ikertu beharreko lehenengoa, bibrazioen iturria aldatu edo moldatzea da. Metodo hau ezin da beti erabili, kitzikapen edo bibrazio iturri batzuk aldaezinak direlako. Hau da hain zuzen ere hemen aztertuko den kasua: errepidearen irregulartasunak ezin izango direlako kontrolatu.

Bibrazioak kontrolatu eta isolatzeko metodo desberdinak bi talde nagusitan banatuko dira; metodo aktiboak eta metodo pasiboak.

3.3.1. METODO AKTIBOAK

Metodo aktiboek bibrazioen isolamendu edo kontrola lortuko dute kanpo sistema baten bidez. Isolamendu sistema aktibo hau, sentsore, eragingailu eta kontroladore baten bidez osatuta dago.

Sistema konplexuak dira, baina lan egoera desberdinetara (kitzikadura mota desberdinak eta maiztasun tarte handia) moldatzeko ahalmena dute. Isolamendu sistemak aztergai den sistemaren parametroren bat aldatuko du. Beraz, sistemaren parametro mekanikoak ez dira konstanteak izango (zurruntasuna edo motelgarritasuna kitzikapenaren menpe egongo dira).

Bibrazioen isolamendu aktiboaren adibide ona dira kotxe batzuetan erabiltzen den esekidura sistema, non motelgarritasuna errepidearen profilararen arabera aldatzen den.

Beste aukera bat da, sistemaren parametro mekanikoak aldatu ordez, kanpo potentzia iturri baten bidez sistemaren gainean esfortzuak sortzea, anplitudea murriztuko dutenak.

3.3.2. METODO PASIBOAK

Bibrazioen transmisioa murrizteko, sistema eta zimentazioaren artean elementu malgu deformagarria (isolatzailea) jar daiteke. Honek bibrazio energia disipatuko du. Metalezko malgukia, elastomeroa, etab. izan daiteke.

Bibrazioen kontrolerako hiru modu nagusi bereizten dira: maiztasun naturalen kontrola, motelgarritasunaren sartzea, eta absortsoreen erabilera.

Maiztasun naturalen kontrolean egiten dena da sistemaren maiztasun naturalen balioa eta kitzikadura maiztasunaren balioa urrunduta mantentzea erresonantzia arriskurik ez izateko. Kitzikadura maiztasuna askotan moldatu ezin daitekeen faktorea denez, maiztasun naturalak moldatzen dira sistemaren masa edo zurruntasuna aldatuz.

Beste sistema batzuetan, ezin da erresonantzia ekidin lan egoera guztietan, beraz, motelgarritasuna sartzen zaie gehiegizko anplifikazio dinamikoa egon ez dadin. Sistema baten motelgarritasuna handitzeko hainbat aukera daude, esaterako material laminatuak, biskoelastikoak, perno edo errematxe loturak, etab. sartzea.

Azkeneko aukera, eta lan honetan erabiliko dena, absortsore bat gehitzea da. Absortsore bat bibrazio neutralizatzaile bat da, malguki eta masa (eta motelgailu) batez osatua. Hau gehitzean, sistemari AG bat gehitzen zaio masa berri bat egongo delako eta honen parametro mekanikoak moldatu egingo dira sistemaren maiztasun naturalak kitzikapen maiztasunetik urrun mantentzeko.

3.4. BIBRAZIOEN ANALISI ESPERIMENTALA

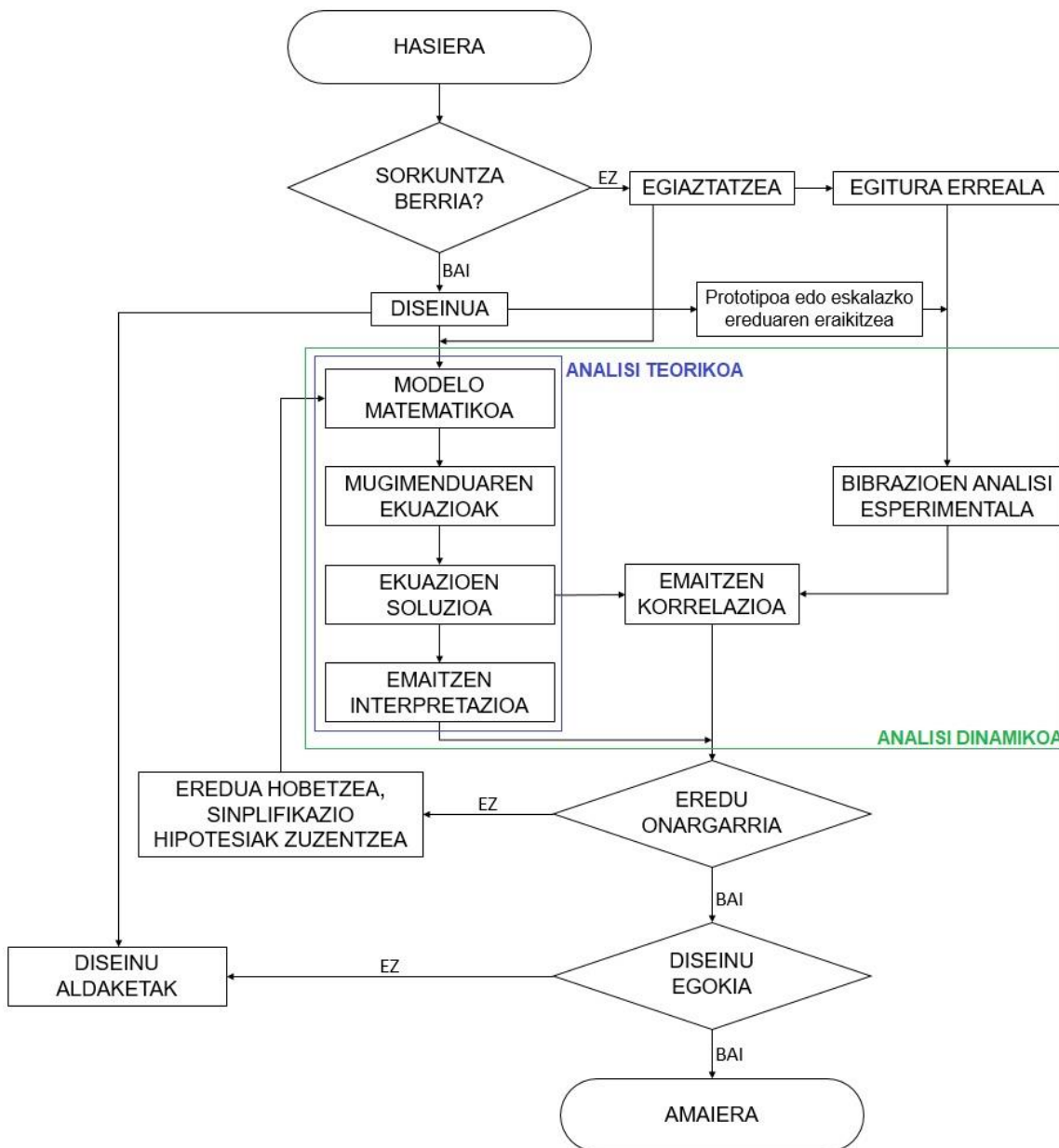
Aurretik aipatu den bezala, kasu batzuetan analisi esperimentalak nahitaezkoa izan daiteke emaitza teorikoak egiaztatzeko. BAE sistema mekaniko larriak aztertu eta garatzeko prozedura erabilienetarikoa da. Hauen adibide ona zubiak edo eraikin bereziak dira, zeinen portaera guztiz ulertzeko eredu eskalatuan entseguak egiten diren.

3.5. FLUXU DIAGRAMA

Ondorengo fluxu diagraman adierazten den bezala, bibrazioak aztertzeko sistema baten diseinu zikloan hainbat etapa daude. Lehenengoa, sistema mekanikoaren diseinua da; gero, analisi teoriko edota esperimentalak; azkenik, egiaztapenak eta egin beharreko aldaketak etorrirako dira.

Lan honetan, analisi dinamikoaren barruan (bigarren etapa), analisi teorikoa (urdinez adierazita) garatuko da. Lan teorikoa soilik garatuko denez, emango diren lau urrats nagusiak honakoak dira:

1. Modelo matematikoa aukeratzea. Pausorik garrantzitsuena da eta errealitatea irudikatzeko eredu posibleak 6.1. atalean aurkeztuko dira.
2. Mugimenduaren ekuazioak lortzea. Erabiliko den modelo sistema diskretua izango denez, D'Alembert-en printzipioa aplikatuz ekuazio diferentzial arruntak lortuko dira.
3. Ekuazioen soluzioa lortzea. Mugimenduaren ekuazioen soluzioa kitzikapenaren menpekoa denez, kitzikadura mota eta erantzun desberdinak 6.2. atalean aurkeztuko dira.
4. Emaitzen interpretazioa.



Irudia 1. Bibrazioak aztertzeko sistema baten diseinu zikloa.

4. IRISMENA ETA HELBURUAK

Atal honetan, lanaren irismena eta helburuak azalduko dira. Hasteko, lanaren nondik norakoak definituko dira, hasieratik bukaerara lortu nahi diren helburuak bete ahal izateko. Gero, helburu nagusia eta bigarren mailako helburuak zerrendatuko dira.

4.1. IRISMENA

Lanaren muina ikasketa teorikoa denez, hasiera informazio bilketarekin emango zaio, gero kalkuluak egingo dira, eta amaieran erantzunen interpretazioa eta ondorioak aterako dira.

Lehenengo, bibrazioei buruzko informazioa bilatu eta irakurriko da, bai unibertsitateko liburutegian eskura dauden liburuetan, zein Interneten aurki daitezkeen informazio iturrietan. Horrela, gaiaren inguruko kontzeptu teorikoak ulertu edota gogoratuko dira eta bibrazioei buruzko jakintza zabala izango da.

Ondoren, kontzeptu horiek aplikatzeko aukera desberdinak aztertuko dira; eredu matematikoa egiteko, baita kitzikadura mota aukeratzeko ere. Aukerak definituta daudenean, landuko den eredu eta kitzikadura hautatuko dira eta kalkulu teorikoak garatuko dira. Kalkulu teorikoak laguntzeko, prototipo posible batek izango lituzkeen parametroekin zenbakizko kalkuluak eta grafikoak egingo dira.

Lanari amaiera emango zaio aurkeztutako emaitza eta grafikoetatik ondorioak ateraz eta etorkizunean planteatu litekeen laborategi praktika baten proposamena eginez.

4.2. HELBURUAK

4.2.1. HELBURU NAGUSIA

Lanaren helburu nagusia bibrazio mekanikoen inguruko eta hauen isolamenduari buruzko ikasketa teorikoa egitea da. Bibrazioei buruzko orokortasunak, isolamendu motak, etab. azalduko dira eta proposatutako ereduaren ikasketa osoa egingo da (erantzunak, bibrazio moduak, maiztasun naturalak...). Lan guztian zehar azalduta dagoen bezala, aztertuko den modeloak 2AG izango ditu eta bibrazioak isolatzeko 3AG dituen eredu aztertuko da.

4.2.2. BIGARREN MAILAKO HELBURUAK

- Ikasketa teoriko baten pausoak. Helburu nagusia ikasketa teorikoa egitea denez, bigarren mailako helburu bat, hain zuzen ere, ikasketa teoriko bat zelan egiten den ikastea izango da. Aurreko ataleko fluxu diagraman oinarrituta, ikasiko da zein pausu ematen diren sistema baten ikasketa oso bat egiterako orduan.

- Ikasleentzako material teorikoa. Gainera, MTBM irakasgaiko ikasleentzako lagungarria izan daitekeen material teorikoa sortuko da, errepidearen ondorioz kotxe batean ematen diren mugimendu bertikalak aztertzeko eredu matematiko bat definitzetik, soluzioa lortu arte.
- Ikasleentzako material praktikoaren proposamena. Ariketa teorikoaz gain, ikasleek klasean ikasitakoa ikusteko eta hobeto ulertzeko, laborategi praktika baten proposamena egingo da, aipatutako irakasgaiaren alde praktikoa indartzeko asmoarekin.

5. ONURAK

Atal honetan, GrAL honek ekar ditzakeen onurak azalduko dira. Onura hauek, finkatutako helburuetan oinarrituta daude eta lanaren egileari zein etorkizuneko ikasleei edota besterik gabe lana irakurriko dutenei aplikagarriak dira.

Lana lagungarria izango da etorkizuneko MTBM irakasgaiko ikasleek bibrazioen teoriari buruzko kontzeptuak ulertu eta barneratzeko. Horretarako, AG anitzetako sistema baten bibrazio behartua aztertzeaz gain, bibrazioak jasango dituen sistema baten diseinu eta analisi prozesua azalduko da, edo bibrazioen isolamendu zein kontrolari buruzko orokortasunak esplikatu dira adibidez.

Laborategi praktikaren proposamenak, teoriako adibidean hautatu den bibrazioentzako isolamendu metodoa ikasleek era praktikoa batean ikus dezatela ahalbidetuko luke gainera.

Laburbilduz, eta esan bezala, finkatutako helburuak kontuan izanda, lana onuragarria izango da egileak edo irakurleak etorkizunean aurki ditzakeen diseinu edo proiektu teoriko-praktikoak garatzeko eman beharreko pausoak ikasteko, bai bibrazioen inguruan, zein beste edozein eremu teknologikotan. Baita ere, klase magistraletako kontzeptu teorikoak ikasi, eta teorikoki klasean ikusitakoa era praktikoa indartzeko aukera emango du.

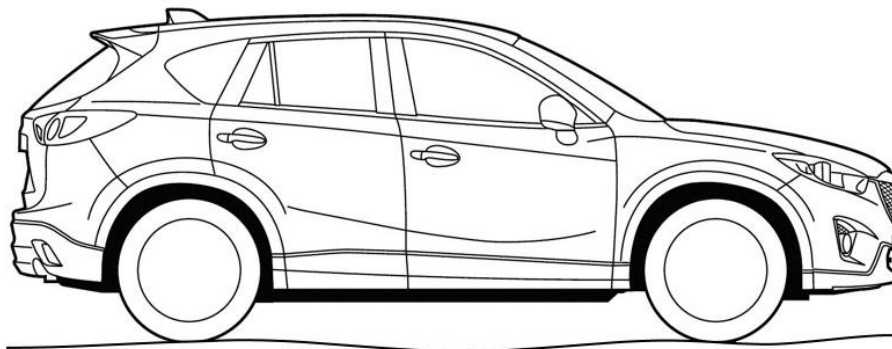
6. ALTERNATIBEN ANALISIA

Alternatiben analisisian, bi atal nagusi garatuko dira. Lehenengo, kotxearen modelizaziorako eredu posibleen aurkezpena egingo da, bakoitzaren abantaila eta desabantailak azalduz. Bigarrenengan, mahai kitzikatzailearen bidez inposatu litezkeen kanpo indar desberdinak zerrendatuko dira. Hau garrantzitsua izango da, sistemaren erantzuna lortzeko egin beharreko kalkuluetan desberdintasunak sortuko dituelako.

6.1. EREDUAK

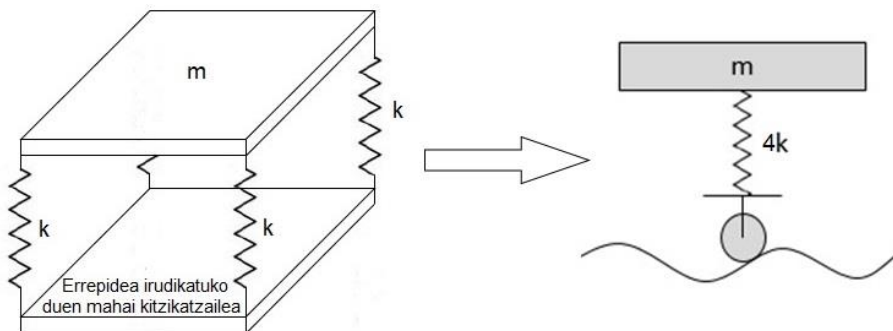
Sistema baten diseinu eta ikasketari buruzko fluxu diagraman azaldu den bezala (3.5. atalean), analisi teoriko bat egiten denean eman beharreko lehenengo pausoa - zailena eta garrantzitsuen - erabiliko den modelo matematikoa aukeratzea da.

Lanean zehar errepikatu den bezala, modeloaren bidez adierazi nahi dena errepidearen itxurak kotxe baten mugimendu bertikalean duen eragina da. Hori adierazteko aukera ugari daude, nahi den errealitatearekiko zehaztasuna, AG kopurua, sinplifikazio hipotesi desberdinak... kontuan izanda.



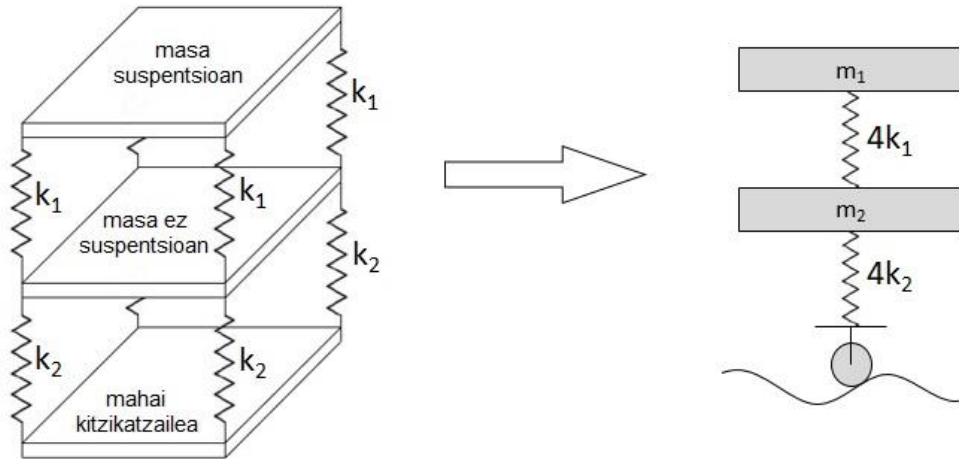
Irudia 2. Modelizatu beharreko sistema.

1. Hartu daiteke kotxea masa puntual bakarra bezala, zeinak mugimendu bertikala jasango duen errepidearen itxuragatik. Kasu honetan AG bakarra dago. Modelo fisikotik (3D), modelo matematikoa (2D) lortuko da.



Irudia 3. Kotxea modelizatzeko lehenengo aukera.

2. Hartu daiteke kotxea bi masa puntual bezala, suspentsioan dagoen masa eta suspentsioan ez dagoena. Kasu honetan 2AG daude: esekiduran dagoen masaren (txasisa etab.) mugimendu bertikala eta esekiduran ez dagoen masaren (gurpilak) mugimendu bertikala.



Irudia 4. Kotxea modelizatzeko bigarren aukera.

Nabarmendu behar da bi kasu hauetan motelgarritasunik ez dela jarri, honek ariketari zailtasuna gehitzen diolako, eta egin nahi den ikasketa teoriko zein proposamen praktikorako beharrezkoa ikusten ez delako. Hala ere, laborategiko ikasketa esperimentalak egitekotan, c motelgarritasun hori kontuan hartu edo kalkulatu beharko litzateke, marruskadura bezalako efektuek eragindakoa izanik.

6.1.1. NAZIOARTEKO ZIMURTASUN INDIZEA

Kotxe batean dagoen edozein pertsonak bidaia seguru eta eroso bat nahi du, horretarako, errepideen kalitatea garrantzitsua da, ibilgailuaz gain. Errepideen kalitatea neurtzeko hainbat adierazle daude, eta horietako bat Nazioarteko Zimurtasun Indizea (Índice de Regularidad Internacional, IRI) da, Espainian, beste herrialde batzuetan bezala, zoladura baten erregularitasuna neurtzeko erabiltzen dena.

Adierazle honek errepideren kalitatea zehazten du gidariaren erosotasun gradua kontuan hartuz. Bere kalkuluan faktore ugariak dute eragina, esaterako tenperatura aldaketak, euriak edo errepidearen adina.

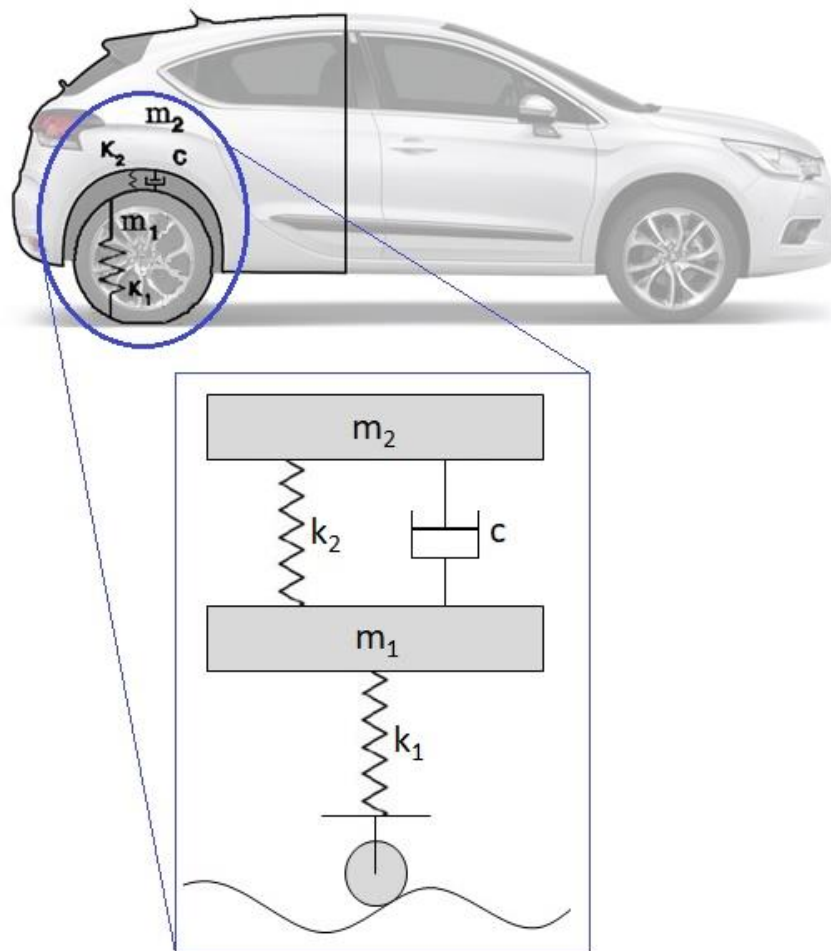
Errepideak sortutako ondulazioen intentsitate eta maiztasunaren arabera gidariak efektuak jasango ditu. Efektu hauek erosotasun zein segurtasunean eragina izango dute. Laburbilduz, errepidearen erregularitasun faltak erosotasuna eta segurtasuna erasotzen ditu.

IRIaren definizioa, sistema dinamikoen bibrazio mekanikoei lotutako kontzeptuak erabiliz egin zen. Horretarako, ibilgailu baten laurdena irudikatzen zuen eredua erabili zen.

Jarraian dagoen irudian ikus daitekeen bezala, modeloak elkarri lotutako bi masa ditu; suspentsioan dagoen masa (ibilgailu ideal baten masa laurdena) eta esekiduran ez dagoen masa (pneumatikoa eta ardatza). Bi masen lotura paraleloan jarritako malguki eta motelgailu baten bidez egin da eta pneumatiko eta lurraren arteko kontaktua malguki ideal batekin ordezkatu da ere.

Elementu hauen ekuazio dinamikoei sistema bat osatuko dute, sarrera datua errepidearen erregulartasuna duena. Sistema 2AG dituen modelo dinamikoa da eta kanpo indar batez (errepidearen profila) eszitatua egongo da.

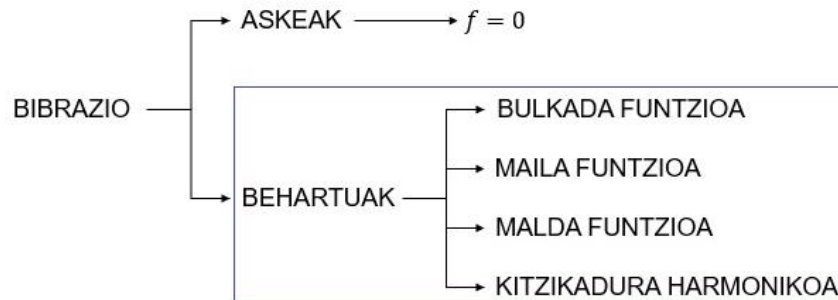
Ekuazio diferentzialen zenbakizko soluzioak kalkulatu, masen desplazamendua lortuko da. Behin errepidearekiko erabiltzailearen mugimendua kalkulatu denean, ibilitako distantziagatik zatituko da IRIa lortzeko, konbenioz finkatutako baldintza eta datu batzuk betez (masak, abiadurak, distantziak...).



Irudia 5. Nazioarteko Zimurtasun Indizea lortzeko erabiltzen den eredua.

6.2. KITZIKADURA. BIBRAZIO BEHARTU MOTA

Bibrazioak orokorrean behartuak edo askeak izan daitezke. Ikasketa honetan bibrazio behartuak bakarrik izango dira kontuan, zeinak kitzikadura motaren arabera honela sailkatu daitezkeen:



Irudia 6. Bibrazioen sailkapena. Laukiaren barruan, atal honetan aurkeztuko direnak.

Sistema baten diseinu eta ikasketari buruzko fluxu diagraman azaldu den bezala (3.5. atalean), analisi teoriko bat egiten denean eman beharreko bigarren eta hirugarren pausoak, mugimenduaren ekuazioak eta ekuazioen soluzioa lortzea dira hurrenez hurren. Mugimenduaren ekuazioen soluzioa kitzikapenaren menpekoa denez, kitzikadura motak eta bakoitzak sortutako erantzunak zerrendatuko dira.

Aipatu behar da, soluzio orokorra erantzun homogeen eta erantzun partikularraren arteko batura izango dela kasu guztietan.

$$z(t) = z_h(t) + z_p(t) \quad (1)$$

- $z_h(t)$ → Ekuazio homogeen soluzioak, erantzunaren zati iragankorra adierazten du. Denbora bat pasatu denean termino hau desagertu egingo da.
- $z_p(t)$ → Ekuazioaren soluzio partikularrak, erantzunaren zati iraunkorra adierazten du, kitzikadurak irauten duen bitartean mantenduko dena.

Beraz, erantzun homogea bibrazio askeetatik lortuko da, hasierako baldintza (HB) batzuekin eta dagokion soluzio partikularra kitzikadura motaren arabera izango da. Azken hau da hain zuzen ere hurrengoko puntuetan azalduko dena, egonkorra.

6.2.1. BULKADA FUNTZIOA SARRERAN

- Sarrerako indarra adierazteko formula matematikoa: $f(t) = I\delta(t)$
- Sistemak emango duen erantzun partikularra: $z_p(t) = \frac{Ie^{-\xi\omega t}}{m\omega_D} \sin(\omega_D t)$
- Bibrazio moteldudun maiztasuna: $\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2}$
- Sistemaren maiztasun naturala: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- Motelgarritasun erlatiboa: $\xi = \frac{c}{c} = \frac{c}{2m\omega}$

6.2.2. MAILA FUNTZIOA SARRERAN

- Sarrerako indarra adierazteko formula matematikoa: $f(t) = I$
- Sistemak emango duen erantzun partikularra: $z_p(t) = \frac{I}{k} \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cos(\omega_D t - \theta) \right]$
- Bibrazio moteldudun maiztasuna: $\omega_D = \omega \sqrt{1-\xi^2}$
- Sistemaren maiztasun naturala: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- Motelgarritasun erlatiboa: $\xi = \frac{c}{\bar{c}} = \frac{c}{2m\omega}$
- $\theta = \arctg\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$

6.2.3. MALDA FUNTZIOA SARRERAN

- Sarrerako indarra adierazteko formula matematikoa: $f(t) = It$
- Sistemaren erantzun part.: $z_p(t) = \frac{I}{k} t - \frac{I}{k\omega_D} [e^{-\xi\omega t} \sin(\omega_D t - 2\theta) + \sin(2\theta)]$
- Bibrazio moteldudun maiztasuna: $\omega_D = \omega \sqrt{1-\xi^2}$
- Sistemaren maiztasun naturala: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- Motelgarritasun erlatiboa: $\xi = \frac{c}{\bar{c}} = \frac{c}{2m\omega}$
- $\theta = \arctg\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$

6.2.4. KITZIKADURA HARMONIKOA SARRERAN

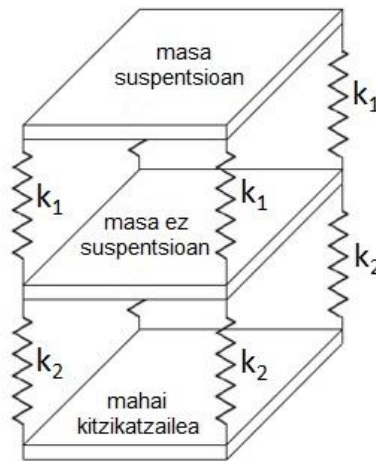
- Sarrerako indarra adierazteko formula matematikoak bi itxura izan ditzake: $f(t) = f_0 \cos(\bar{\omega}t)$ edo $f(t) = f_0 \sin(\bar{\omega}t)$
- Sistemak emango duen erantzun partikularra, sarreraren arabera hurrenez hurren: $z_p(t) = X e^{-\xi\omega t} \cos(\omega_D t - \varphi)$ edo $z_p(t) = X e^{-\xi\omega t} \sin(\omega_D t - \varphi)$
- Bibrazio moteldudun maiztasuna: $\omega_D = \omega \sqrt{1-\xi^2}$
- Sistemaren maiztasun naturala: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- Motelgarritasun erlatiboa: $\xi = \frac{c}{\bar{c}} = \frac{c}{2m\omega}$
- Soluzio partikularraren eta kitzikaduraren arteko desfasea: $\varphi = \arctg\left(\frac{2\xi\beta}{1-\beta^2}\right)$
- Erantzunaren anplitudea edo anplitude dinamikoa: $X = X_{est} D$
- Anplitude estatikoa: $X_{est} = \frac{f_0}{k}$
- Anplifikazio dinamikoaren faktorea: $D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$
- Kitzikadura maiztasuna eta sistemaren maiztasun naturalaren arteko erlazioa: $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$

7. SOLUZIOAREN AUKERAKETA

Atal honetan, aurreko atalean proposatutako alternatiba desberdinetatik, aztertuko den eredu definitiboaren aukeraketa aurkezten da. Ere, ereduari aplikatuko zaion kitzikadura mota definitzen da.

7.1. EREDUAREN AUKERAKETA

Aukeratuko den behin betiko eredu, proposatutako bigarrena izango da. Eredu hori baliogarri hartzen da, IRIak proposatutakoa ere kontuan hartzen duelako. IRIak kontuan hartzen du kotxearen laurdena, beraz horrelako 4 jarri ezkeroko kotxe osoaren ereduketa lortuko litzateke. Gainera, motelgarritasuna kenduz, kalkuluak egiteko eta praktikarako prototipo hipotetikoa egiteko errazagoa litzateke.



Irudia 7. Ikasketa egiteko erabiliko den behin betiko eredu.

7.2. KITZIKADURA MOTAREN AUKERAKETA

Mahai kitzikatzailearen bidez sartuko den kanpo indarra harmonikoa izatea erabaki da. Kasu honetan aproposena da, kalkuluak errazten dituelako batez ere.

Erantzunen kalkulua egiteko, matrizialki adierazitako mugimenduaren ekuazioak banandu edo desakoplatu beharko lirateke. Sarrera harmonikoa hautatzeak, banaketa egin behar izatea (eta ebatzi ostean, benetako erantzunak lortzeko oinarri aldaketa desegin behar izatea) ekiditen du.

Era berean, errepideak izan ditzakeen gora-behera orokorrak irudikatzeak funtziorik egokiena da. Beste funtzioek uneko edo bapateko errepidearen irregulartasunak adieraziko lituzkete (eskailera-maila bat edo sakaguneak adibidez).

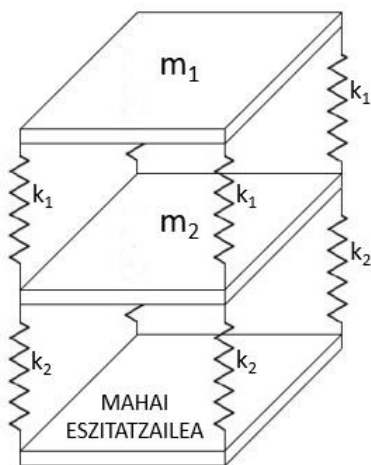
Amaitzeko, kitzikadura hori sortzeko mahai kitzikatzailea lortzea edo sistema baliokidea (biela biradera motako mekanismoa adib.) sortzea ez da zailegia izango.

8. METODOLOGIA

Atal honetan, erabakitako ereduaren analisia egiteko jarraituko diren pausoak eta kalkulu teoriko zein numerikoak azalduko dira. Maiztasun naturalak, bibrazio moduak, sistemaren erantzuna kalkulatuko dira besteak beste, 2AG sistemarentzako, baita 3AG dituen sistemarentzako. Dena ondo ulertu dadin, ahal den beste grafiko zein irudi lagungarri erabiliko dira.

8.1. BI ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA

Hasiera batean, irudian ikusten den bezala, 2AG dituen sistema aztertuko da, bi masa puntualez osatutakoa.

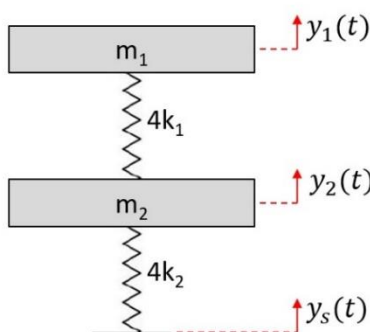


Irudia 8. Eredu matematikoa.

Malgukiak paraleloan daudenez (hasiera eta bukaera elementu berdinetan dituzte), sistemaren sinplifikazioa egin daiteke.

Malgukiak paraleloan daudenean, k zurruntasun baliokidea honela kalkulatu da: $k_{baliokidea} = \sum k$

Ikus daiteke ere modelo teorikoan ez dela motelgarritasunik egongo, hots, $c = 0$ da.



Irudia 9. Eredu matematiko baliokidea.

$y_s(t)$ kanpo indarra edo sarrera izango da, bibrazioa behartuko duen mahai kitzikatzailerik edo eszitatzaileak inposatutako desplazamendua.

$y_1(t)$ eta $y_2(t)$, sistemaren askatasun graduak izango dira.

8.1.1. MUGIMENDUAREN ECUAZIOAK

Masa bakoitzean D'Alembert-en printzipioa aplikatuko da, hau da, kanpo eta barne indarren batura berdin zero dela.

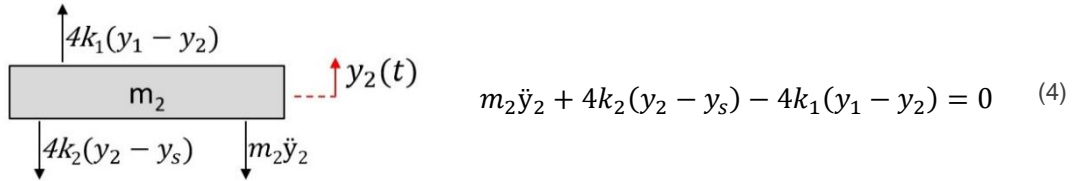
$$\sum F = \sum F_e + \sum F_i = 0 \quad (2)$$

m_1 masa isolatuz eta $y_1 > y_2$ suposatuz, lortuko den ekuazioa:



Irudia 10. m_1 masa isolatua.

m_2 masa isolatuz eta $y_2 > y_s$ suposatuz, lortuko den ekuazioa:



Irudia 11. m_2 masa isolatua.

Beraz, sistemaren dinamika bertikalaren mugimenduaren ekuazioak (3 eta 4 ekuazioak berrantolatuz):

$$\ddot{y}_1 m_1 + 4k_1(y_1 - y_2) = 0 \quad (5)$$

$$\ddot{y}_2 m_2 - 4k_1(y_1 - y_2) + 4k_2(y_2 - y_s) = 0 \quad (6)$$

Mugimenduaren ekuazio horiek matrizialki adieraziz, honako sistema lortzen da:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4k_1 & -4k_1 \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4k_2 y_s \end{Bmatrix} \quad (7)$$

- Masa matrizea, $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$
- Zurruntasun matrizea, $[K] = \begin{bmatrix} 4k_1 & -4k_1 \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 \end{bmatrix}$
- Ezezagunen bektorea (sistemaren erantzuna), $\{y\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}$
- Kanpo indar bektorea, $\{f(t)\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4k_2 y_s \end{Bmatrix}$

8.1.2. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK

Sistema baten maiztasun naturalak, sistemaren ezaugarri dira eta masa eta zurruntasunaren menpe daude. Jarraian agertzen da nola kalkulatu diren. Esan beharra dago, maiztasun naturalen kopurua, mugimenduaren ekuazio kopurua eta askatasun gradu kopurua bat etorriko direla beti.

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 4k_1 - \omega^2 m_1 & -4k_1 \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 - \omega^2 m_2 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \omega_1, \omega_2 \quad (8)$$

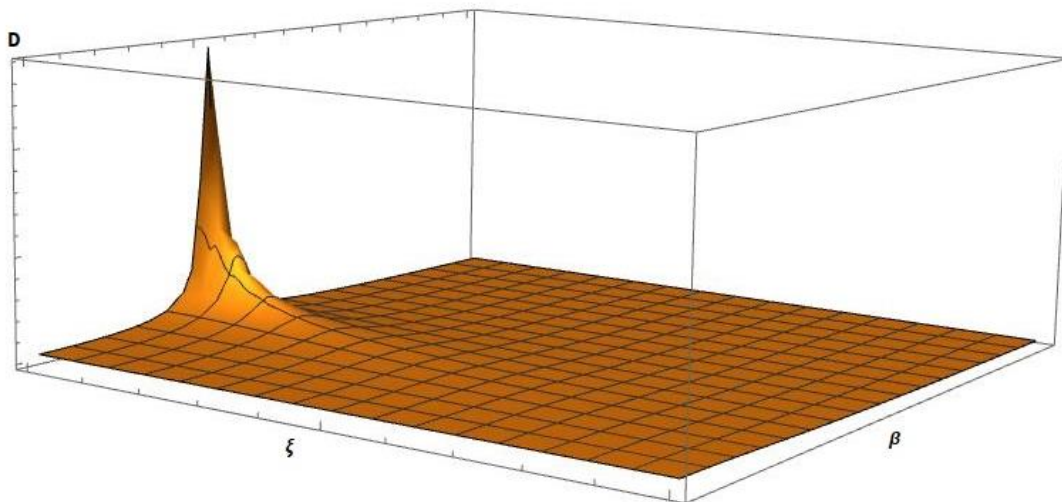
$\bar{\omega}$ kitzikapen maiztasuna izanik, sistema erresonantzian sartuko da maiztasun naturaletako bat honekin bat datorrenean. Sistema erresonantzian sartzen denean,

desplazamenduen anplitudeak asko handitzen direnez, sistema kolapsora heldu daiteke. Kitzikadura harmonikoa aurkeztu zeneko ekuazio batzuk gogoratzuz:

- Sarrerako indarra: $y_s(t) = f_0 \sin(\bar{\omega}t)$
- Sistemaren erantzun partikularra -erantzun total gisa hartuko dugu, erantzun iragankorra mesprezatzuz-: $y(t) = X e^{-\xi\omega t} \sin(\omega_D t - \varphi)$
- Erantzunaren anplitudea: $X = X_{est} D$
- Anplifikazio dinamikoaren faktorea: $D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$
- Motelgarritasun erlatiboa: $\xi = \frac{c}{\bar{c}} = \frac{c}{2m\omega}$
- $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$

Ondorengo grafikoetan, D anplifikazio dinamikoaren 3D eta 2D adierazpenak ikus daitezke. Ikus daitezkeen bezala, $D = f(\beta, \xi)$ da, zeinak aldi berean kitzikadura eta maiztasun naturalen menpe eta motelgarritasunaren menpe dauden hurrenez hurren.

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (9)$$

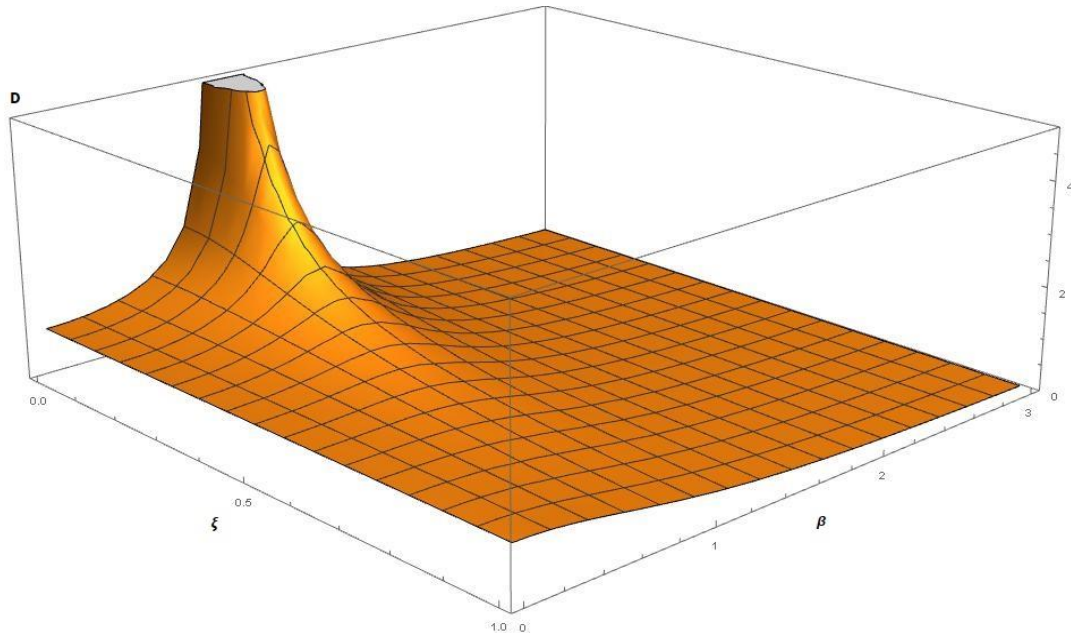


Irudia 12. D anplifikazio dinamikoaren faktorea β eta ξ parametroen menpe.

Datorren grafikoan hobeto ikus daiteke zein den parametro bakoitzaren eboluzioa. Azkar antzeman daiteke $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} \approx 1$ eta $\xi = \frac{c}{\bar{c}} \approx 0$ direnean D anplifikazio dinamikoaren faktorearen hazkundera izugarria dela, eta horren ondorioz, erantzunaren anplitudea ere, hau da, masen desplazamendua.

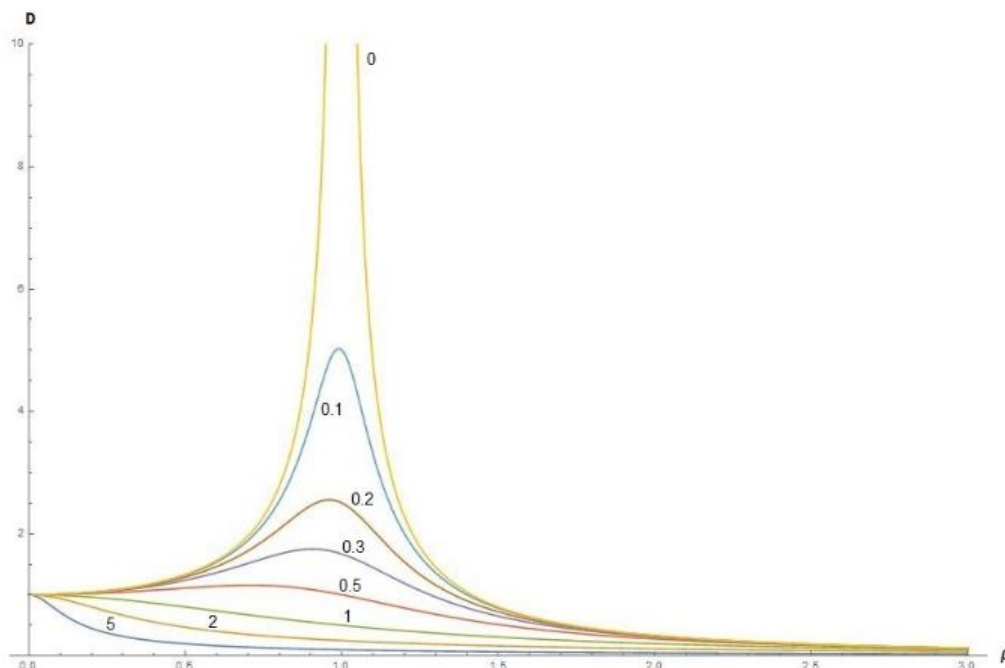
Beraz, betetzen da teorian esandakoa: maiztasun naturala eta kitzikadura maiztasuna bat datozenean (edo antzeko balioak dituztenean) sistemaren anplitudeak asko handituko dira.

Gainera, amplifikazio dinamikoaren faktorearen formulari erreparatuz, honek infinitura joko du $\beta = 1$ eta $\xi = 0$ betetzen denean izendatzailea zero delako.



Irudia 13. Hurbilagoko D amplifikazio dinamikoaren faktorea β eta ξ parametroen menpe.

Aztertu beharreko sisteman motelgarritasunik kontuan ez hartzea erabaki denez, grafiko honen 2D adierazpena aztertuko da orain. Ikusten da motelgarritasun erlatiboaren balioen arabera, $D = f(\beta)$ kurba desberdina dela. Hemen interesgarriena horia da ($\xi = 0$), zeinak lanean aztertzen den sistemaren erresonantzia egoeran gertatzen dena adierazten duen, $\beta = 1$ denean. Kurba guztien ξ balioak grafikoan adierazita daude.



Irudia 14. D amplifikazio dinamikoaren faktorea β parametroaren menpe, ξ -ren balio desberdinentzako.

8.1.3. BIBRAZIO MODUAK

Bibrazio moduak lortzeko, maiztasun naturalak erabiliko dira, maiztasun natural bakoitza bibrazio modu bati lotuta doalako.

$$[[K] - \omega^2[M]] \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Lehenengo ekuazioan lehenengo maiztasun naturala ordezkaturaz, lehen erlazioa eta beraz lehen bibrazio modua lortuko da. Era berean, bigarren bibrazio modua lortzeko, ekuazio berdina eta bigarren maiztasun naturala erabiliko dira.

$$(4k_1 - \omega_1^2 m_1)Y_1 - 4k_1 Y_2 = 0 \rightarrow \frac{Y_1^1}{Y_2^1} = A \rightarrow 1.\text{BIBRAZIO MODUA} \quad (11)$$

$$(4k_1 - \omega_2^2 m_1)Y_1 - 4k_1 Y_2 = 0 \rightarrow \frac{Y_1^2}{Y_2^2} = B \rightarrow 2.\text{BIBRAZIO MODUA} \quad (12)$$

Behin bi bibrazio moduak lortu direla, bibrazio moduen matrizea sortu daiteke.

$$[X] = \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1^1 \\ Y_2^1 \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} Y_1^2 \\ Y_2^2 \end{Bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

8.1.4. SISTEMAREN ERANTZUNA

Aztertuko den adibidean indar kitzikatzailea harmonikoa hautatu denez, oinarri aldaketa eta ekuazioen desakoplamendua egin gabe lortu daitezke sistemaren erantzunak. Kasu honetan, 2AG dituen sistemarentzako ebatziz:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4k_1 & -4k_1 \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4k_2 y_s \end{Bmatrix} \quad (7)$$

- Indar kitzikatzailea,

$$y_s(t) = f_0 \sin(\bar{\omega}t) \quad (14)$$

- Sistemaren erantzuna,

$$y_1(t) = Y_1 \sin(\bar{\omega}t) \quad (15)$$

$$y_2(t) = Y_2 \sin(\bar{\omega}t) \quad (16)$$

* Indar kitzikatzailea $y_s(t) = f_0 \cos(\bar{\omega}t)$ izango balitz, erantzunetan ere $\cos(\bar{\omega}t)$ jarriko litzateke $\sin(\bar{\omega}t)$ ordeaz.

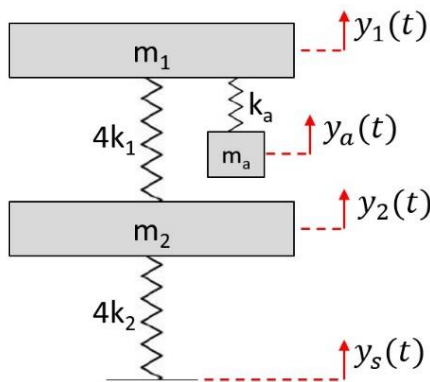
Y_1 eta Y_2 anplitudeak lortzeko, sistema hau ebatziko da Cramer bidez:

$$[[K] - \bar{\omega}^2[M]] \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4k_2 f_0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$Y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -4k_1 \\ 4k_2 f_0 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k_1 - \bar{\omega}^2 m_1 & -4k_1 \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 \end{vmatrix}} \quad Y_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4k_1 - \bar{\omega}^2 m_1 & 0 \\ -4k_1 & 4k_2 f_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k_1 - \bar{\omega}^2 m_1 & -4k_1 \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 \end{vmatrix}}$$

8.2. HIRU ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA

Bi askatasun gradutako sistemaren portaera guztiz aztertuta dagoela, goiko masaren mugimendu bertikala minimizatzeko, absortsorea gehituko zaio. Sistema berria ondorengo irudikoa izango da, eta orain 3AG izango ditu, masa puntual berria gehitu delako. Honen ebazpena egiteko aurretik jarraitutako pauso berdinak jarraituko dira.



Orain, absortsorearen diseinua egitea izango da helburu nagusia, mahai kitzikatzailak sarrera bezala bibrazio harmonikoa behartzen duen kasurako. Diseinua egitea, bere m_a eta k_a parametroak definitzea da.

$y_1(t)$, $y_2(t)$ eta $y_a(t)$, sistemaren askatasun graduak izango dira.

Irudia 15. Eredu matematiko baliokidea (3AG).

8.2.1. MUGIMENDUAREN EKUAZIOAK

m_1 masa isolatuz eta $y_1 > y_2$ eta $y_1 > y_a$ suposatuz, lortuko den ekuazioa:

$$m_1 \ddot{y}_1 + 4k_1(y_1 - y_2) + k_a(y_1 - y_a) = 0 \quad (18)$$

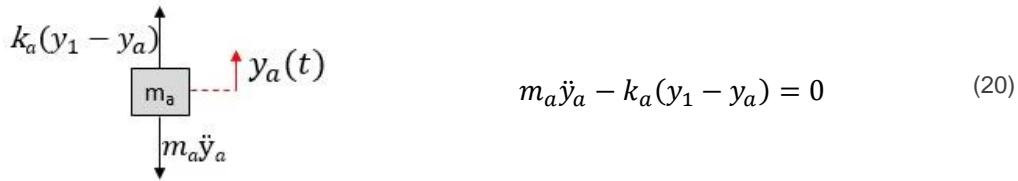
Irudia 16. m_1 masa isolatua.

m_2 masa isolatuz eta $y_2 > y_s$ suposatuz, lortuko den ekuazioa:

$$m_2 \ddot{y}_2 + 4k_2(y_2 - y_s) - 4k_1(y_1 - y_2) = 0 \quad (19)$$

Irudia 17. m_2 masa isolatua.

m_a masa isolatuz, lortuko den ekuazioa:



$$m_a \ddot{y}_a - k_a(y_1 - y_a) = 0 \quad (20)$$

Irudia 18. m_a masa isolatua.

Beraz, sistemaren dinamika bertikalaren mugimenduaren ekuazioak (18, 19 eta 20 ekuazioak berrantolatuz):

$$m_1 \ddot{y}_1 + 4k_1(y_1 - y_2) + k_a(y_1 - y_a) = 0$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - 4k_1(y_1 - y_2) + 4k_2(y_2 - y_s) = 0$$

$$m_a \ddot{y}_a - k_a(y_1 - y_a) = 0$$

Mugimenduaren ekuazio horiek matrizialki adieraziz, honako sistema lortzen da:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4k_1 + k_a & -4k_1 & -k_a \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 & 0 \\ -k_a & 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4k_2 y_s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

2AG zituen sisteman bezala, hemen masa matrizea, zurruntasun matrizea, ezezagunen bektorea eta kanpo indarren bektorea daude.

8.2.2. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK

Beste sistemarekin jarraitutako pausoeekin, orain ere maiztasun naturalak kalkulatu dira. Absortsorea duen sistemak, 3AG izango ditu, eta beraz 3 maiztasun natural.

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \rightarrow \omega_1, \omega_2, \omega_3 \quad (22)$$

8.2.3. ABSORTSOREAREN DISEINUA ETA SISTEMAREN ERANTZUNA

Aurretik azaldu den bezala, indar kitzikatzaila harmonikoa denez, erantzunaren kalkulua asko erraztuko da. 3AG dituen sistemarentzako ebatziz:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4k_1 + k_a & -4k_1 & -k_a \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 & 0 \\ -k_a & 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4k_2 y_s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

- Indar kitzikatzaila (2AGtako kasuan bezala),

$$y_s(t) = f_0 \sin(\bar{\omega}t) \quad (14)$$

- Sistemaren erantzuna, (24) eta (25) ekuazioek (15) eta (16) ekuazioen itxura bera izango dute, baina Y_1 , Y_2 anplitudeen balioak desberdinak izango dira.

$$y_1(t) = Y_1 \sin(\bar{\omega}t) \quad (24)$$

$$y_2(t) = Y_2 \sin(\bar{\omega}t) \quad (25)$$

$$y_a(t) = Y_a \sin(\bar{\omega}t) \quad (26)$$

* Indar kitzikatzailera $y_s(t) = f_0 \cos(\bar{\omega}t)$ izango balitz, erantzunetan ere $\cos(\bar{\omega}t)$ jarriko litzateke $\sin(\bar{\omega}t)$ ordeaz.

Y_1 , Y_2 eta Y_a anplitudeak lortzeko, sistema hau ebatziko da Cramer bidez:

$$[[K] - \bar{\omega}^2[M]] \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4k_2 f_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$Y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -4k_1 & -k_a \\ 4k_2 f_0 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_a - \bar{\omega}^2 m_a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k_1 + k_a - \bar{\omega}^2 m_1 & -4k_1 & -k_a \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 & 0 \\ -k_a & 0 & k_a - \bar{\omega}^2 m_a \end{vmatrix}}$$

$$Y_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4k_1 + k_a - \bar{\omega}^2 m_1 & 0 & -k_a \\ -4k_1 & 4k_2 f_0 & 0 \\ -k_a & 0 & k_a - \bar{\omega}^2 m_a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k_1 + k_a - \bar{\omega}^2 m_1 & -4k_1 & -k_a \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 & 0 \\ -k_a & 0 & k_a - \bar{\omega}^2 m_a \end{vmatrix}}$$

$$Y_a = \frac{\begin{vmatrix} 4k_1 + k_a - \bar{\omega}^2 m_1 & -4k_1 & 0 \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 & 4k_2 f_0 \\ -k_a & 0 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k_1 + k_a - \bar{\omega}^2 m_1 & -4k_1 & -k_a \\ -4k_1 & 4k_1 + 4k_2 - \bar{\omega}^2 m_2 & 0 \\ -k_a & 0 & k_a - \bar{\omega}^2 m_a \end{vmatrix}}$$

Baina orain, interesatzen dena goiko plakaren anplitudea minimoa izatea denez, Y_1 anplitudearen adierazpena zerora berdinduko da. Zenbakitzaileko determinantea garatu eta zerora berdinduz, $\bar{\omega} = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}$ adierazpena lortuko da. Hortik $\frac{k_a}{m_a}$ erlazioa erraz lortzen da.

Laburbilduz, kitzikadura maiztasuna absortsorearen maiztasunarekin bat datorrenean, absortsorea sistemaren frekuentziara sintonizatuta dagoela esango da eta goiko masaren mugimendu bertikala minimizatzea lortuko da. Kotxearen eredian pentsatuz, honek bidaiarien konforta ekarriko luke, txasisaren mugimendu bertikalik nabaritu gabe.

9. KALKULUAK

Atal honetan, aurretik azaldutako pausoak jarraituko dira prototipo posible baten datuak erabiliz. Modu honetan, sistemaren portaera eta absortsorearen diseinua nola egin behar den guztiz ulertzea espero da. Erantzunak grafikoen bidez lagunduko dira ahal den kasuetan emaitzak hobeto ulertu daitezzen.

9.1. DATUAK

Esan bezala, ariketak prototipo posible bat adieraziko du. Ondorioz, parametroen balioak definitzeko, IRI-ak erabiltzen dituen balioak eta prototipo errealean ezaugarriak izan dira kontuan. Hau erabaki da:

EZAUGARRIA	BALIOA	UNITATEA
m_1	0.8	kg
m_2	0.12	kg
k_1	990	N/m
k_2	990	N/m
k_a	500	N/m

Taula 1. Ereduaren ezaugarriak.

Mahai kitzikatzailleak indar sinusoidala emango du. Suposatuko da mahai kitzikatzaillearen desplazamendu maximoa 10mm direla. Gainera, nahiz eta mahai kitzikadura maiztasun tarte handia emateko ahalmena duten (adibidez, taulan ageri dena), kalkuluetan 0-30rad/s arteko balioak erabiliko dira.

EZAUGARRIA	BALIOA	UNITATEA
f_0	0.005	m
Kitzikadura maiztasuna	0-10	kHz

Taula 2. Mahai kitzikatzaillearen ezaugarriak.

Desplazamendu guztiak metrotan emango dira, Sistema Internazionalak (SI) esaten duen bezala. Gainontzeko unitateak ere SI-n erabiliko dira.

9.2. BI ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA

9.2.1. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK

Adierazitako datuekin eta 8.1.2. ataleko (8) ekuazioa ebatziz, bi maiztasun naturalak lortuko dira:

$$\omega_1 = 48.809 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 261.854 \text{ rad/s}$$

9.2.2. SISTEMAREN ERANTZUNA

8.1.4. atalean azaldu dena eginez, sistemaren erantzuna kalkulatu da, hau da, masa bakoitzak izango duen desplazamendua sarrerako indar sinusoidalaren menpe. Kalkulu hauetarako hartu da indar kitzikatzaileria 30rad/s.

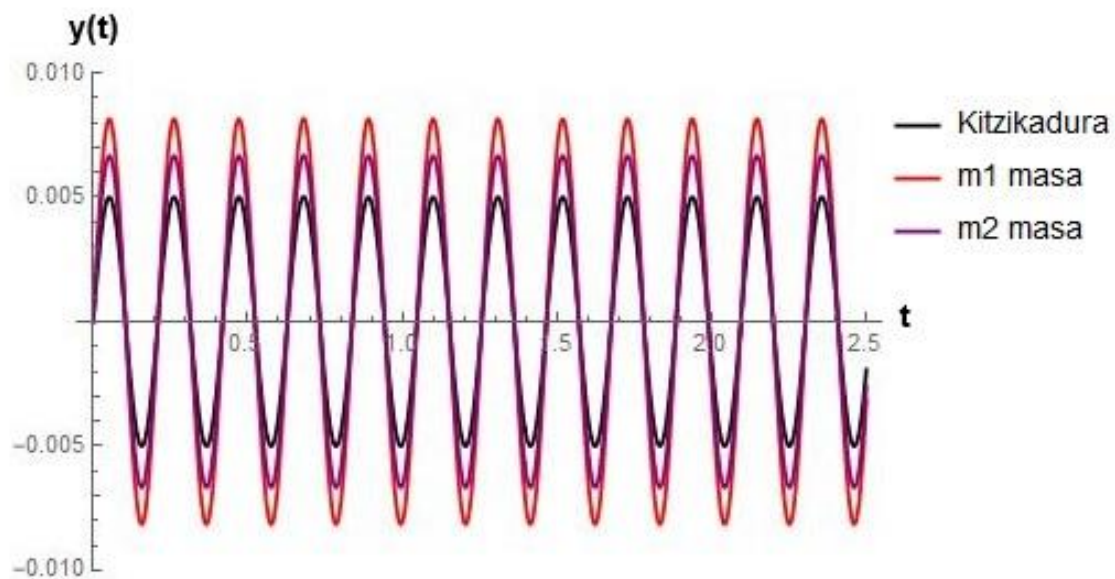
(14) ekuaziotik lortuko da indar kitzikatzaileraren itxura: $y_s(t) = 0.005\text{Sin}(30t)$

(17) ekuazioa ebatziz, (15) eta (16) adierazpenetan sartzeko datuak lortuko dira:

$$y_1(t) = 0.00814266\text{Sin}(30t)$$

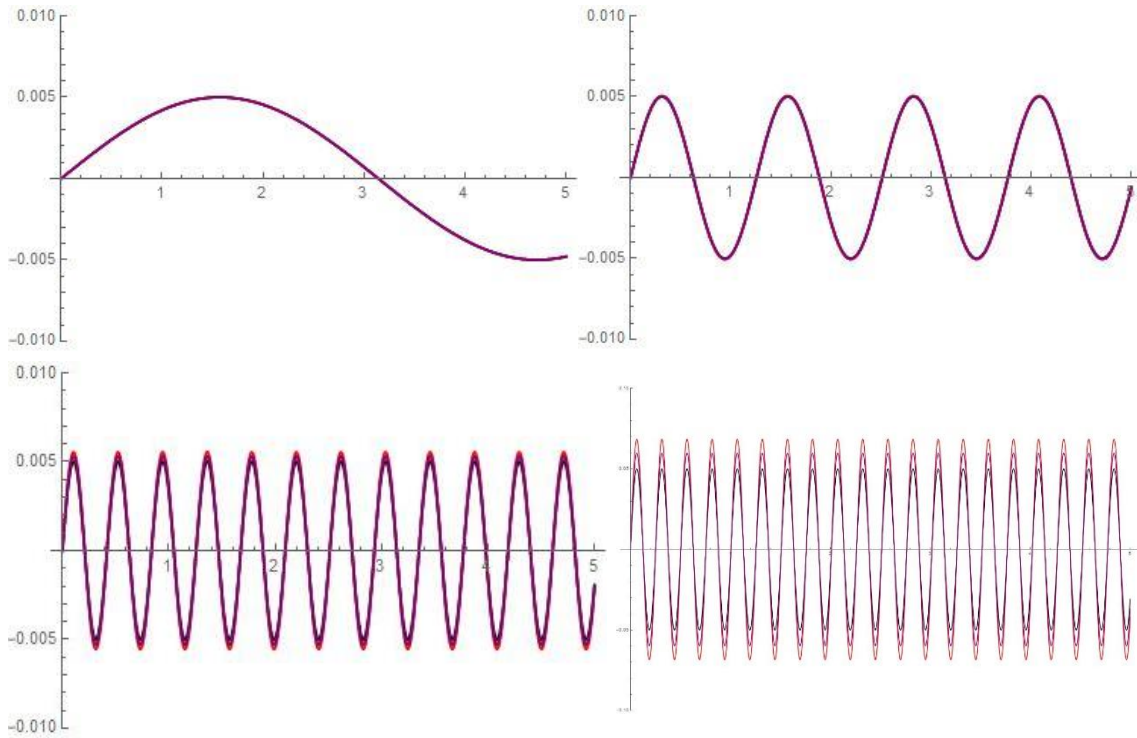
$$y_2(t) = 0.00666218\text{Sin}(30t)$$

Antzeman daiteke anplitude handiena goiko masak izango duela eta txikiena mahai kitzikatzailerak. Ondorengo irudian, grafikoki ikus daiteke anplitudeen arteko desberdintasuna.



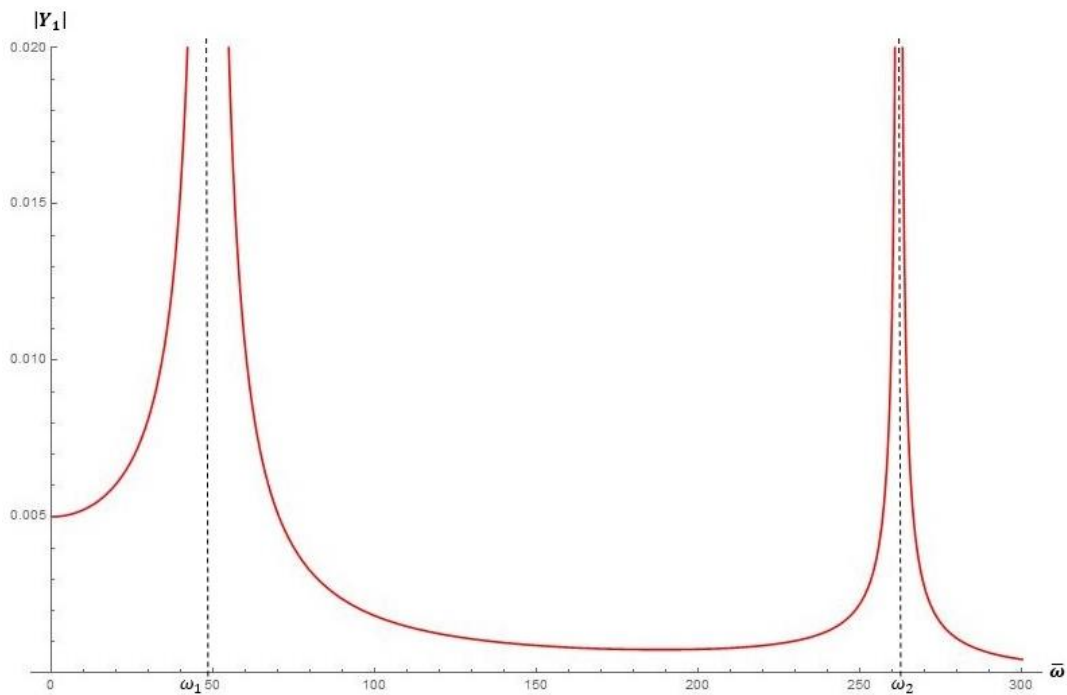
Irudia 19. Sistemaren sarrera eta erantzun kurbak.

Hurrengo grafikoen segidan ikus daiteke maiztasun kitzikatzaileria handitu ahala, masen anplitudeak gero eta handiagoak eta desberdinagoak direla, betiere kitzikaduraren anplitude maximoa 0.005m delarik, eta m_1 masaren desplazamendua, handiena.

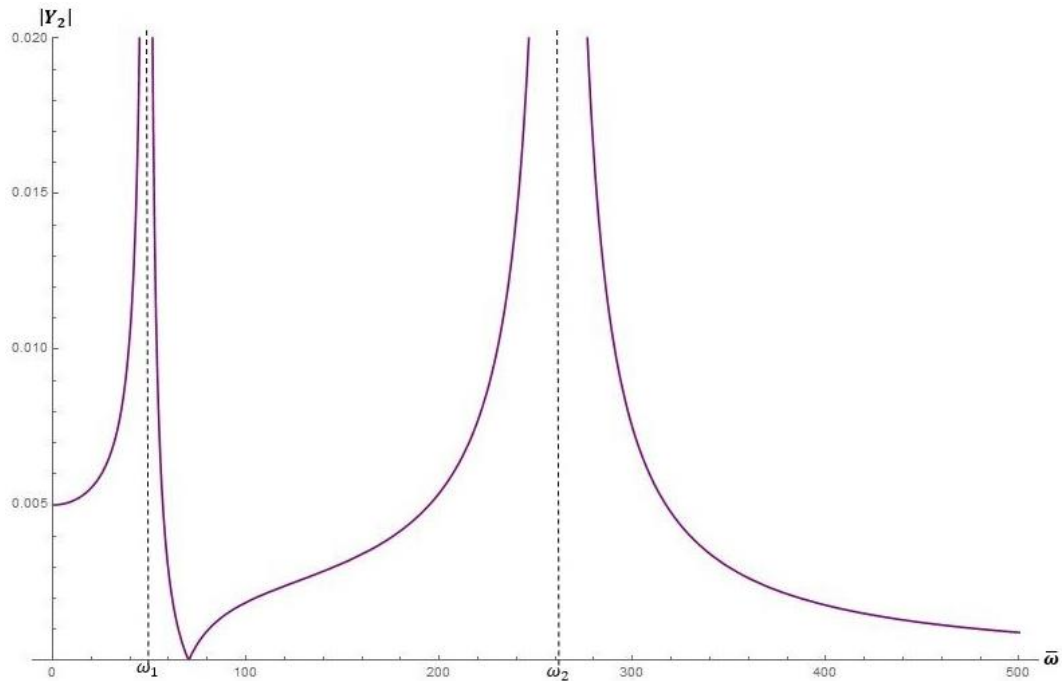


Irudia 20. Mahai kitzikatzaile eta masen desplazamenduak, hurrenez hurren: $\bar{\omega} = 1 \text{ rad/s}$, $\bar{\omega} = 5 \text{ rad/s}$, $\bar{\omega} = 15 \text{ rad/s}$, $\bar{\omega} = 25 \text{ rad/s}$.

Sistemaren erantzunak eta maiztasun naturalak kalkulatuta daudela, bi masen anplitudeen balio absolutuen grafikoak aztertuko dira, kitzikadura maiztasunaren menpe. Ikusten da aurretik aipatutakoa betetzen dela, hau da, kitzikadura maiztasuna maiztasun naturalerako batera hurbildu ahala anplitudeak handitu egiten direla, infinitura jo arte.



Irudia 21. m_1 masaren desplazamenduaren anplitudea kitzikadura maiztasunaren arabera.



Irudia 22. m_2 masaren desplazamenduaren anplitudea kitzikadura maiztasunaren arabera.

9.2.3. BIBRAZIO MODUAK

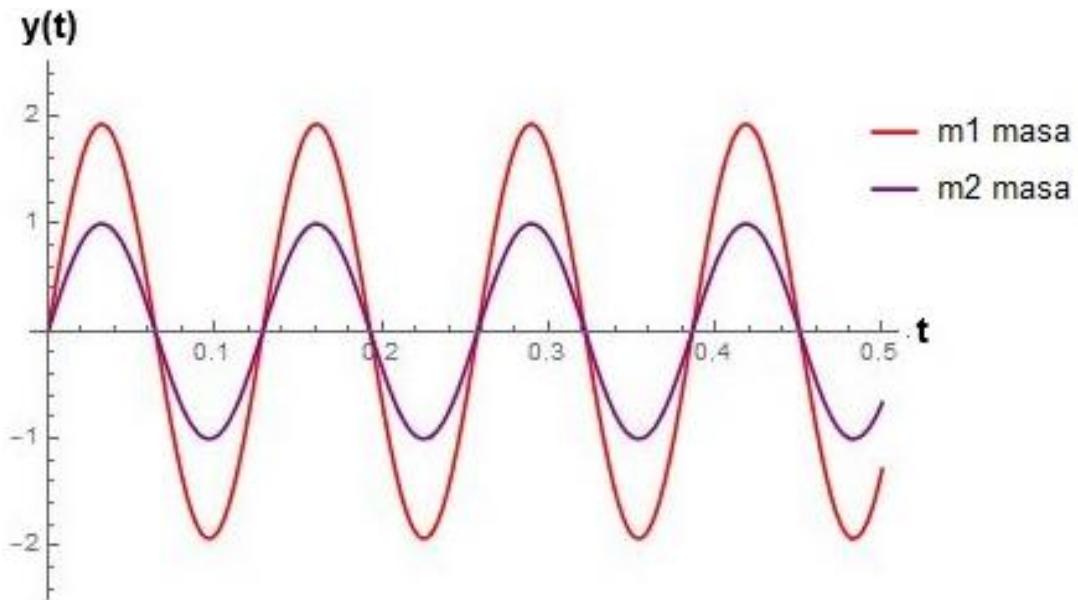
2AG dituen sistemak bi bibrazio modu izango ditu ere. Lehenengoa, masak noranzko berean mugitzen direnean sortuko da, eta bestea masen mugimenduen noranzkoak kontrakoak direnean. (11) eta (12) ekuazioak ebatziz, A eta B lortuko dira hurrenez hurren.

Lehenengo bibrazio moduaren kasurako, m_1 eta m_2 masen desplazamenduen adierazpenak honela geratuko dira:

$$y_1(t) = 1.92781 \sin(48.809t)$$

$$y_2(t) = \sin(48.809t)$$

Jarraian, desplazamendu hauen garapena denboran zehar ikus daiteke:

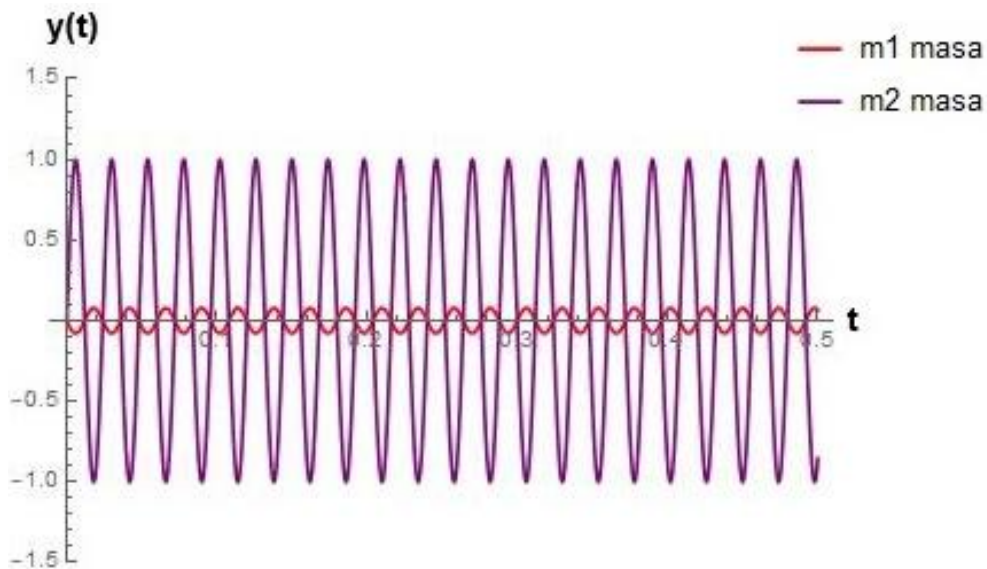


Irudia 23. Lehenengo bibrazio modua.

Bigarren bibrazio moduaren kasurako, m_1 eta m_2 masen desplazamenduen adierazpenak honela geratuko dira:

$$y_1(t) = -0.0778086 \sin(261.854t)$$

$$y_2(t) = \sin(261.854t)$$



Irudia 24. Bigarren bibrazio modua.

9.3. HIRU ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA

9.3.1. ABSORTSOREAREN DISEINUA ETA SISTEMAREN ERANTZUNA

Absortsorearen diseinua egiteko, 8.2.3. atalean planteatutakoa egingo da. Goiko masaren anplitudearen espresiotik, m_a bakandu da eta honako balioa lortu da:

$$m_a = 0.555556 \text{ kg}$$

Behin balio hori lortu dela absortsorearen parametroak definituta daudenez, diseinua prest dago eta masa guztien erantzunak kalkulatu dira. 2AG-ko sistemarekin egin den bezala, kalkuluetarako indar kitzikatzaila sinusoidala da eta maiztasuna 30rad/s.

(14) ekuaziotik lortuko da indar kitzikatzailaren itxura: $y_s(t) = 0.005\sin(30t)$

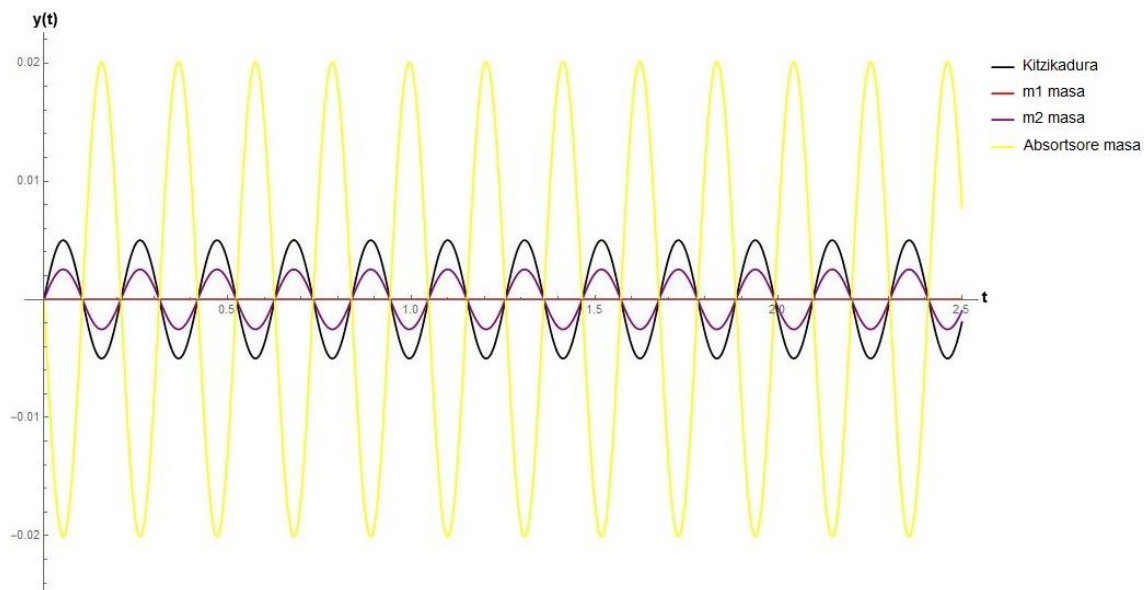
(27) ekuazioa ebatziz, (25) eta (26) adierazpenetan sartzeko datuak lortuko dira. Izan ere, (24) ekuazioa nulua izatea planteatu da m_a -ren kalkulua egitean:

$$y_1(t) = 0$$

$$y_2(t) = 0.00253456\sin(30t)$$

$$y_a(t) = -0.0200737\sin(30t)$$

Jarraian datorren grafikoan argi ikus daiteke goiko masaren mugimendua minimizatzea lortu dela, eta horren orde anplitude handiena duena absortsorearen masa dela.



Irudia 25. Sistemaren sarrera eta erantzun kurbak.

9.3.2. SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK

Behin absortsorearen masa kalkulatu dagoela, sistemaren hiru maiztasun naturalak kalkulatzeko (22) ekuazioa ebatzi behar da. Hauek dira lortutako emaitzak:

$$\omega_1 = 25.8154 \text{ rad/s}$$

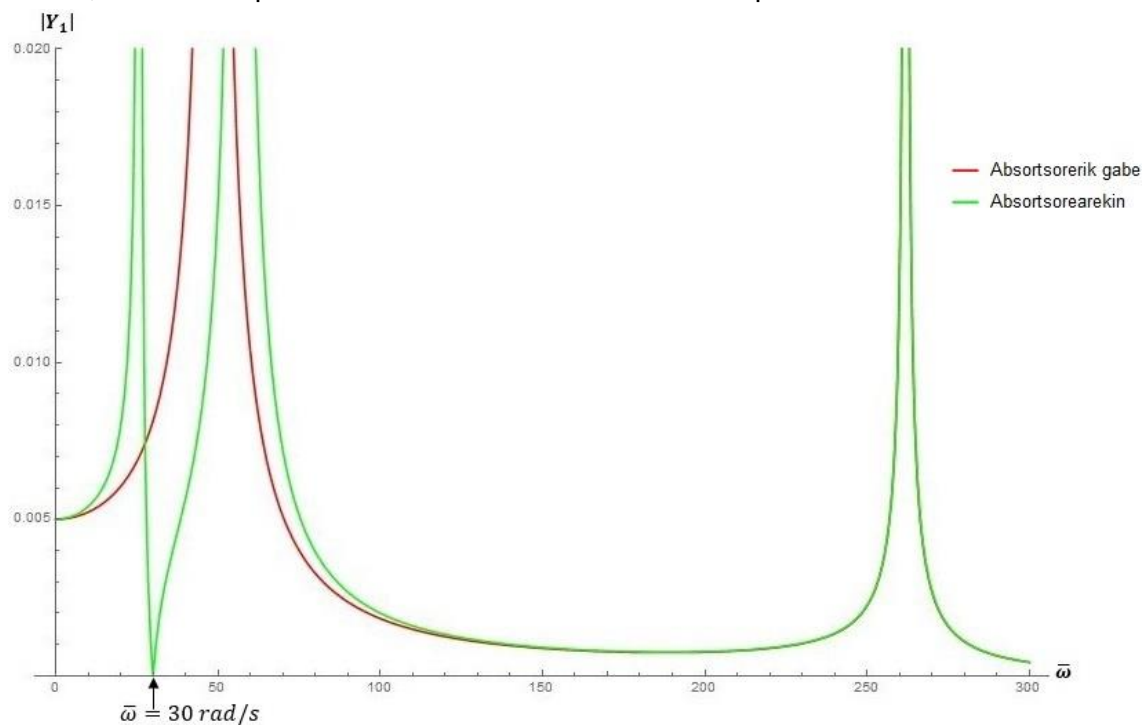
$$\omega_2 = 56.7105 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = 261.902 \text{ rad/s}$$

9.3.3. ABSORTSOREAREN ERAGINA

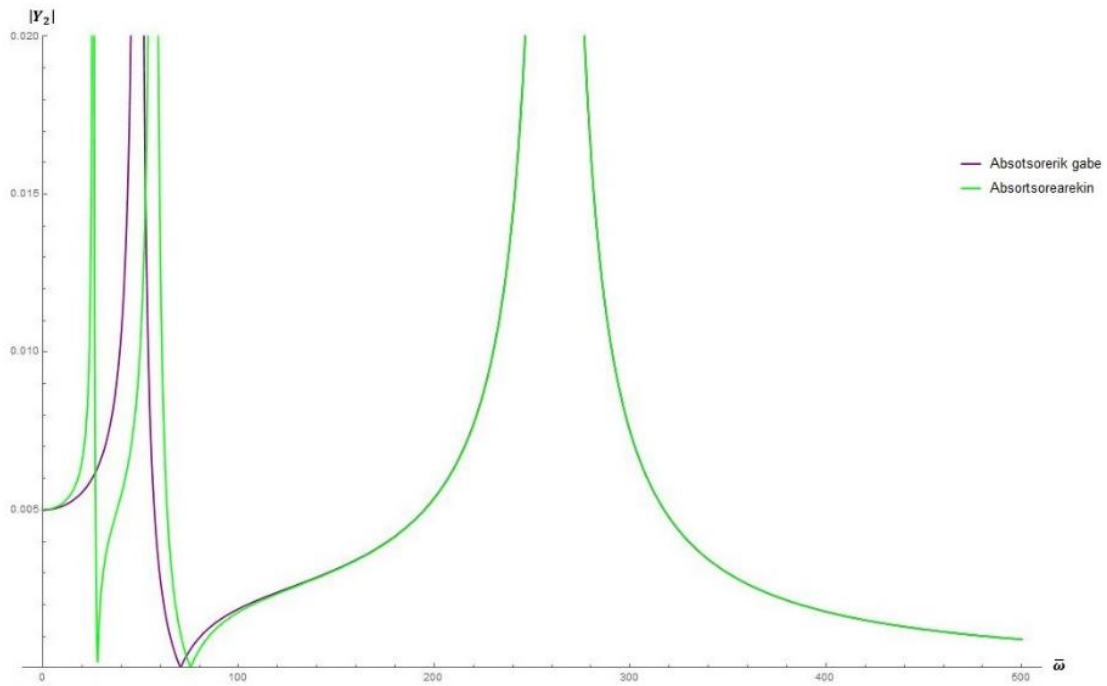
Absortsoreak sisteman duen eragina ikusteko, masa bakoitzaren anplitudeen balio absolutuen kurbak konparatuko dira. Absortsorerik ez dagoenean, bi erresonantzia egoera posible daude, eta hirugarren masa gehitzen denean ordea, hiru. Aurretik azaldu den bezala, erresonantzia egoera horiek bat datoz maiztasun naturalen existentziarekin.

Grafiko hauen bidez, aztertu daiteke zein den komeni den kitzikadura maiztasuna, erresonantzia egoera horiek ekiditeko edota arrisku hori murrizteko. Absortsorearen diseinua hau kontuan hartuz egin ohi da; honen parametroak moldatzen dira sistemaren maiztasun natural berriak kitzikadura maiztasunarekin bat ez etortzeko. Hala ere, kasu honetan absortsorearen malgukiaren zurruntasuna aurretik definitu denez, horren menpe masaren balioa kalkulatu da Y_1 desplazamendua nulua izateko.



Irudia 26. m_1 masaren anplitudearen balio absolutua bi kasuetan (2AG, 3AG).

Aurreko grafiko honetan ere antzeman daiteke jarritako baldintza betetzen dela; kitzikadura maiztasuna 30 rad/s denean, m_1 masaren anplitudea nulua da.



Irudia 27. m_2 masaren anplitudearen balio absolutua bi kasuetan (2AG, 3AG).

Hala ere, 2AG eta 3AG sistemen maiztasun naturalei erreparatuz, ikusten da ez direla gehiegi aldatzen. Hori dela eta, anplitudeen konparaketa egitean, erresonantzia egoera batzuk ia berdinak dira. Horren soluzioa, ereduaren edo absortsorearen parametroetan aldaketak egitea litzateke, emaitza argiagoak lortzeko asmoarekin.

10. ZEREGINEN DESKRIBAPENA. GANTT DIAGRAMA

Atal honetan, lanean zehar jarraitutako pausoak definitu eta azalduko dira, iraupena eta erabilitako baliabideak kontuan hartuz. Smartsheet tresna informatikoa erabiliz, proiektua hastetik amaitu arteko Gantt diagrama sortu da.

10.1. ZEREGINEN DESKRIBAPENA

Segidan atazak zenbaituko dira eta bakoitzari dagozkion deskribapena, baliabide tekniko zein giza baliabideak eta iraupena aipatuko dira.

1. ATAZA: Proiektuaren definizioa

Deskribapena: Proiektuaren helburuak eta nondik norakoak definitzea. Bibrazioen ikasketa eta isolamendua absortsore bidez.

Iraupena: 1 aste.

Baliabide teknikoak: Liburuak eta ordenagailua.

Giza baliabideak: Junior Ingeniaria, Senior Ingeniaria.

2. ATAZA: Informazio bilketa

Deskribapena: Lana aurrera eramateko beharrezko informazioa bildu eta irakurtzea. Testuingurua, bibrazioen analisi teoriko eta esperimentalak, bibrazio mekanikoen teoria...

Iraupena: 3 aste.

Baliabide teknikoak: Liburuak eta ordenagailua.

Giza baliabideak: Junior Ingeniaria.

3. ATAZA: Alternatiben analisia

Deskribapena: Bildutako informazioa erabiliz, alternatiba desberdinak aztertu eta soluzioa aukeratu.

Iraupena: 1 aste.

Baliabide teknikoak: Liburuak eta ordenagailua.

Giza baliabideak: Junior Ingeniaria, Senior Ingeniaria.

4. ATAZA: Garapen teorikoa

Deskribapena: Aukeratutako soluzioarentzako ikasketa teorikoa egitea. Bibrazio mekanikoen ikasketa eta isolamendua absortsore bidez.

Iraupena: 1 aste.

Baliabide teknikoak: Liburuak, ordenagailuak, tresna matematikoak (Mathematica...).

Giza baliabideak: Junior Ingeniaria.

5. ATAZA: Kalkuluak

Deskribapena: Egindako garapen teorikoaren kasu partikularraren azterketa, zenbakizko balioekin. Erantzunen kalkuluak eta grafikoen irudikapenak.

Iraupena: 2 aste.

Baliabide teknikoak: Liburuak, ordenagailuak, tresna matematikoak (Mathematica...).

Giza baliabideak: Junior Ingeniaria.

6. ATAZA: Ondorioak

Deskribapena: Lortutako erantzunetatik eta laneko prozesu osotik ondorioak eta konklusioak ateratzea.

Iraupena: 1 aste.

Baliabide teknikoak: Ordenagailua.

Giza baliabideak: Junior Ingeniaria.

7. ATAZA: Lanaren amaiera

Deskribapena: Memoriaren idazketa amaitzea, zuzenketa eta lana entregatzea.

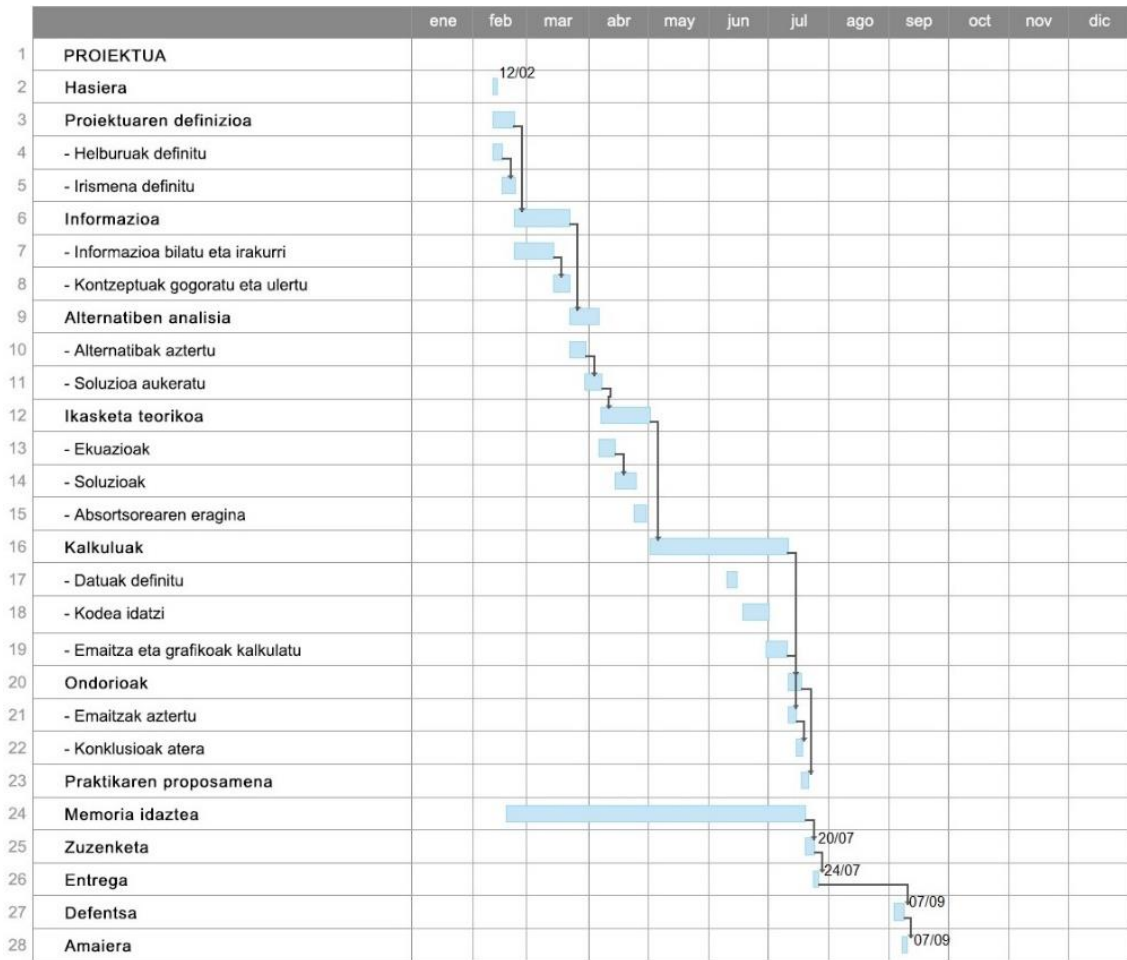
Iraupena: 1 aste.

Baliabide teknikoak: Liburuak eta ordenagailua.

Giza baliabideak: Junior Ingeniaria, Senior Ingeniaria.

10.2. GANTT DIAGRAMA

Gantt diagramak planifikatutako denbora grafiko horizontal bidez aurkezten du, atazak eta epeak adieraziz. Modu honetan atazen arteko menpekotasuna eta proiektu osoaren iraupena ikus daitezke besteak beste.



Irudia 28. Gantt diagrama.

11. OINARRIZKO TEKNIKA ETA BALIABIDEAK

Atal honetan, lana aurrera eramateko beharrezkoak izan diren teknika eta baliabideak zerrendatu eta azalduko dira, bakoitzaren zeregina zehaztuz. Ordenagailu bidezko software matematiko desberdinak erabili dira, bai kalkulu teorikoak, zenbakizko kalkuluak edota grafiko desberdinen irudikapena egiteko.

Erabilitako software matematikoak, Wolfran Mathematica 11.3.0.0 (ikasleentzako bertsioa) eta GNU Octave 4.0.3 izan dira. Bestalde, txostenaren garapenerako Microsoft Office-ren hainbat programa erabili dira, aurrekontua egiteko (Microsoft Excel), irudiak sortzeko (Microsoft PowerPoint) edo txostena bera idazteko (Microsoft Word). Amaitzeko, Gantt diagrama sortzeko Smartsheet online tresna erabili da.

11.1. MATHEMATICA

Orokorrean, lanean zehar egin diren kalkulu teoriko eta numerikoak Mathematica bidez garatu dira. Grafikoak ere programa honetan sortu dira. Eranskinetan, erabilitako kode osoa sartu da.

Mathematica softwarea Internet bidezko hodeian zein ordenagailuan deskargatuta erabili daiteke, baina bi kasuetan ordaindu beharra dago. Produktu hau erabiltzeko erraza da, izan ere nahiko intuitiboa izateaz gain, oso lagungarria den instrukzio atala dakar berarekin. Ere, Interneten hainbat txosten eta bideo aurkitu daitezke programaren funtzionamendua azalduz.

Programak aukera zabala ematen du kalkuluak egin eta irudiak sortzeko. Adibidez, 2D edo 3D diagramak sortu daitezke. Lan honetan, ekuazioak ebatzi eta funtzioak irudikatzeko erabili da batez ere. Esaterako, 2D eta 3D grafikoak sortu dira eta ekuazio konplexuak eta determinanteak kalkulatu dira modu erraz eta azkar batean.

12. AURREKONTUA

Atal honetan lanaren balio ekonomikoa zenbatuko da €-tan. Aurrekontuaren guztizkoa kalkulatzeko, barne orduak, amortizazioak eta gastuak izango dira kontuan. Hauetako bakoitza taula batean adieraziko da, dagokion azpitotalarekin. Amaitzeko, hauen batura aurrekontua taulan adieraziko da.

- BARNE ORDUAK

BARNE ORDUAK	ORDUAK (h)	KOSTUA (€/h)	KOSTUA (€)
Junior Ingeniaria	170	30,00	5100,00
Senior Ingeniaria	15	50,00	750,00
AZPITOTALA (€)			5850,00

Taula 3. Barne orduak.

- AMORTIZAZIOAK

AMORTIZAZIOAK	HASIERAKO BALIOA (€)	BIZITZA ERABILGARRIA (urte)	ERABILTZE DENBORA (urte)	AMORTIZAZIOAK (€)
Ordenagailua	1000,00	5	1	200,00
Mathematica Lizentzia	98,78	1	1	98,78
Octave Lizentzia	0,00	-	-	0,00
Microsoft Office Lizentzia	99,00	1	1	99,00
AZPITOTALA (€)				397,78

Taula 4. Amortizazioak.

- GASTUAK

GASTUAK	KOPURUA	KOSTUA (€/unit)	KOSTUA (€)
Bulego Materiala	1	75,00	75,00
Bibliografia	1	50,00	50,00
AZPITOTALA (€)			125,00

Taula 5. Gastuak.

- AURREKONTUA

BARNE ORDUAK	5850,00€
AMORTIZAZIOAK	397,78€
GASTUAK	125,00€
AZPITOTALA 1	6372,78€
Kostu ez-zuzenak (%5)	318,64€
TOTALA	6691,42€

Taula 6. Aurrekontua.

14. KONKLUSIOAK

Atal honetan, lanetik atera diren konklusio edo ondorioak azalduko dira, GrAL osoari erreparatuz eta batez ere helburuetan oinarrituz.

Lanean bibrazio mekanikoen ikasketa teorikoa eta bibrazio hauen isolamendurako absortsorearen erabilera aztertu dira. Horretarako, lehenengo bibrazio mekanikoen orokortasunak eta hauen isolamendu modu eta metodoak azaldu dira. Gainera, ikasketa teoriko bat egiterakoan jarraitu beharreko pausoak deskribatu dira.

Behin alternatiba guztiak definituta eta ebatzi beharreko egoera zehaztuta, ikasketa teorikoari hasiera eman zaio. Planteamendu osoa egin ondoren, ikasketa partikularra egin da proposatutako parametro batzuekin eta lortutako emaitzak aztertu dira. Lan hau garatu ondoren, hauek dira atera daitezkeen konklusio nabarmenak.

- Lanaren helburu nagusia, izenburuak dioen bezala, bibrazio mekanikoen eta hauen isolamenduari buruzko ikasketa teorikoa da. Hau kontuan izanda, esan daiteke 2AG-tako eredu baten oinarritzko ikasketa teoriko zein praktiko batean egin daitezkeen kalkulu edo planteamendu nagusiak honakoak direla: mugimenduaren ekuazioak, maiztasun naturalak, sistemaren erantzuna sarrerako kitzikaduraren menpe eta bibrazio moduak. Ere azaldu behar dira erresonantzia eta anplitude kontzeptuak.
- Helburu nagusiarekin jarraituz, 3AG-tako ereduari dagokionez, esanguratsuak diren kalkulu edo planteamenduak honakoak dira: mugimenduaren ekuazioak, maiztasun natural berriak, absortsorearen diseinua eta honen eragina sistemaren erantzunetan. Nabarmendu behar da ere, bibrazio mekanikoen isolamendua absortsore baten bidez egiterakoan, anplitudea nulua izan dadin lortzen den baldintza.
- Bigarren mailako lehenengo helburuak ikasketa teoriko bat egiteko jarraitu beharreko pausoak ikastea ezartzen du. Testuinguruan azaldu den bezala, ikasketa teoriko batek lau pauso nagusi ditu eta lana garatzerako orduan guztiak eraman dira aurrera.
 - Lehen pausoak ezartzen du modelo matematikoa aukeratzea. Hau alternatibean analisisian aztertu da, eta nahiz eta laburki azaldu den, aukerak infinituak lirateke, errealitatearekiko gertutasunaren arabera. Hori dela eta, pausorik zailena eta erabakigarriena dela erreparatu da.
 - Bigarren pausoa (mugimenduaren ekuazioen planteamendua) nahiko erraza suertatu da, eskuz ere egin daitekeena 2-3AG dituen sistema aztertzerakoan.

- Hirugarren pausoari dagokionez (ekuazioen soluzioa lortzea), lana asko erraztu du kitzikadura harmonikoa aukeratu izanak. Horrela izan ez balitz, nahiz eta software matematikoak erabili edozein kasutan kalkuluak burutzeko, hauen kodifikazioa nabarmen luzatuko litzateke zailtasun maila dela eta.
- Azken pausoa, emaitzen interpretazioa, nahiko azkar burutu ahal izan da, ikasketa teorikoa izateagatik, espero ziren emaitzak lortu baitira kasu guztietan.

Hala ere, hemen komentatu beharra dago absortsorearen eragina aztertzean (9.3.3. atalean) grafikoetan ikusi dena. Emaidza honekin uler daiteke kasu batzuetan entsegu esperimentalak behar izatea.

Kalkulu teorikoetan balio hurbilduak erabili dira (beste prototipo edo irizpideetan oinarritutako parametroak datu hartuta) eta lortutako emaitzak ulertzeko arraro suertatu dira. Maiztasun naturalak oso antzekoak irten dira bi sistemen artean (ikus daiteke absortsorearen eragina erakusten duen grafikoan).

Nahiz eta erabiliko den kitzikadura maiztasuna teorikoki segurua den (goiko masaren anplitudea nulua egiten du eta ez da erresonantzia egoeran sartzen), ikusi beharko litzateke hori praktikara eraman daitekeen, erresonantziarik gabeko tartea nahiko txikia baita planteatutako kitzikadura maiztasunaren inguruan.

Entsegu esperimentalak egitekotan, arazo honen benetako larritasuna ikusi eta soluzioa emateko, saiakuntzak egin ahalko lirateke ereduaren edo kitzikaduraren, zein absortsorearen parametro desberdinak aldatuz.

- Ikasleentzako material teorikoa sortzeak dakarren lana eta denbora ikustea ere ahalbidetu du lan honek. Lana ondo idatzita, ulergarria eta jarraitzeko erraza izan dadin, idazleak jarri beharreko arreta garrantzitsua dela.
- Azken helburua eranskinetan sartu da, eta ariketa teorikoa eta esperimentalak batzen dituen lanaren proposamena izan da, MTBM irakasgaietan jadanik planteatuta dagoen laborategi praktika batean oinarrituta.

15. ERREFERENTZIAK

- [1] Agudelo Zapata, J. A. (2014). *Estructurando*. Obtenido de estructurando.net
- [2] Bellot Rodríguez, R., Santos Rodrigo, R., Santiago Ruiz, M., & María, B. C. (2013-2014). *Universidad Politécnica de Madrid*. Obtenido de MateWiki: [https://mat.camino.upm.es/wiki/Sistema_de_muelles_y_masas_\(Grupo_3B\)](https://mat.camino.upm.es/wiki/Sistema_de_muelles_y_masas_(Grupo_3B))
- [3] Centro Politécnico Superior. (2015). *Dinámica vertical - Suspensiones (Criterios de diseño de vehículos)*.
- [4] Franco García, Á. (2016). *Curso Interactivo de Física en Internet*. Obtenido de UPV/EHU: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/index.html>
- [5] Hernandez, A., Pinto, C., Agirrebeitia, J., & Petuya, V. (2015). *Dinámica de máquinas*. Bilbao: Escuela de Ingenieros de Bilbao.
- [6] Massachusetts Institute of Technology. (2013). *MIT Open Course Ware*. Obtenido de <https://ocw.mit.edu/index.htm>
- [7] Memoria UPV/EHU, 2016-2017
- [8] Palm III, W. J. (2007). *Mechanical Vibration*. University of Rhode Island: John Wiley & Sons, Inc.
- [9] Rao, S. S. (2012). *Vibraciones mecánicas*. México: Pearson Educación.
- [10] Reina Romo, M. E., Domínguez Abascal, J., & Chamorro Moreno, R. (2009-2010). *Universidad de Sevilla*. Obtenido de Rodas: <https://rodas5.us.es>
- [11] Rodríguez Sandoval, A. (2015). *Diseño y análisis de sistema cámara elastomérica-fluido magnetorreológico para su aplicación en sistemas de suspensión automotriz*. Monterrey: Universidad Autónoma de Nuevo León.
- [12] School of Engineering Brown University. (2018). *Introduction to dynamics and Vibrations*. Obtenido de <http://www.brown.edu/Departments/Engineering/Courses/En4/>
- [13] SpectraQuest, Inc. (2018). *SQi*. Obtenido de <http://spectraquest.com/>
- [14] Transportation Research Board. (2018). *San Francisco, Automated vehicles symposium*. Obtenido de <https://trid.trb.org/view/288528>
- [15] Wolfram Research. (2018). *Wolfram Mathematica*. Obtenido de <https://www.wolfram.com/>

ERANSKINAK I: MATHEMATICA KODEA

- DATUAK

```
Clear["Global`*"]  
|borra
```

DATUAK

```
m1 = 0.8;
```

```
m2 = 0.12;
```

```
k1 = 990;
```

```
k2 = 990;
```

```
ka = 500;
```

```
f0 = 0.005;
```

```
wkitz = 30;
```

- 2 ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA

2AG

```
MasaMatrizea = {{m1, 0}, {0, m2}}  
{{0.8, 0}, {0, 0.12}}
```

```
ZurruntasunMatrizea = {{4*k1, -4*k1}, {-4*k1, 4*k1 + 4*k2}}  
{{3960, -3960}, {-3960, 7920}}
```

- SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK

```
Determinantea = ZurruntasunMatrizea - (w^2) * MasaMatrizea  
{{3960 - 0.8 w^2, -3960}, {-3960, 7920 - 0.12 w^2}}
```

```
DeterminanteKalkulatua = Det [Determinantea]  
|determinante
```

```
15681600 - 6811.2 w^2 + 0.096 w^4
```

```
MaiztasunNaturalak = Solve [DeterminanteKalkulatua == 0]  
|resuelve
```

```
{{w -> -261.854}, {w -> -48.809}, {w -> 48.809}, {w -> 261.854}}
```


MaiztasunNaturala1 = MaiztasunNaturalak [[3]]

{w → 48.809}

MaiztasunNaturala2 = MaiztasunNaturalak [[4]]

{w → 261.854}

○ **SISTEMAREN ERANTZUNA**

(SARRERA)

ys[t_] = f0 * Sin[wkitz * t]

[seno]

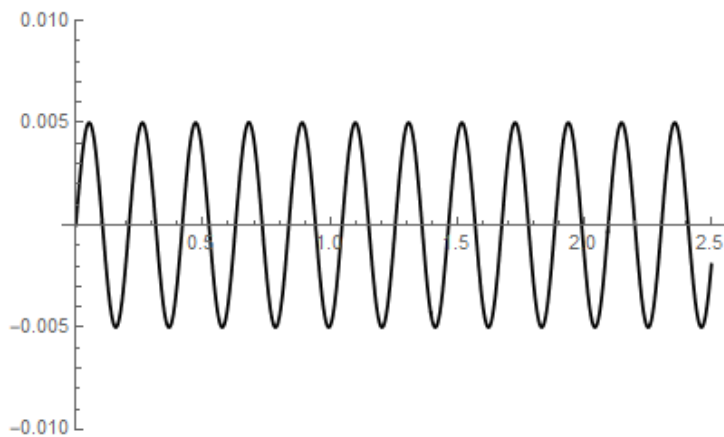
0.005 Sin[30 t]

Sarrera = Plot[ys[t], {t, 0, 2.5}, PlotRange → {-0.01, 0.01}, PlotStyle → Black]

[representación gráfica]

[rango de representación]

[estilo de rep... [negro]



(1. MASA)

Y1 = (Det[{{0, -4 * k1}, {4 * k2 * f0, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2}}] / Det[{{4 * k1 - m1 * wkitz^2, -4 * k1}, {-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2}}])

[determinante]

[determinante]

0.00814266

y1[t_] = Y1 * Sin[wkitz * t]

[seno]

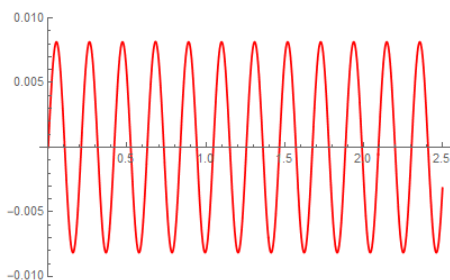
0.00814266 Sin[30 t]

m1Mugimendua = Plot[y1[t], {t, 0, 2.5}, PlotRange → {-0.01, 0.01}, PlotStyle → Red]

[representación gráfica]

[rango de representación]

[estilo de rep... [rojo]



(2. MASA)

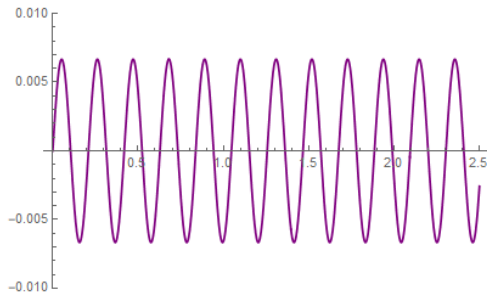
$Y2 = \text{Det}[\{ \{4 * k1 - m1 * wkitz^2, 0\}, \{-4 * k1, 4 * k2 * f0\} \}] / \text{Det}[\{ \{4 * k1 - m1 * wkitz^2, -4 * k1\}, \{-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2\} \}]$

0.00666218

$y2[t_] = Y2 * \text{Sin}[wkitz * t]$

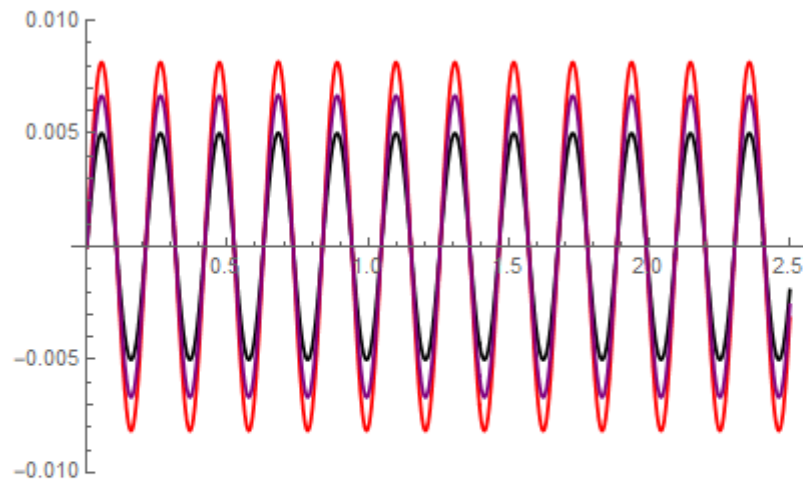
0.00666218 Sin[30 t]

$m2\text{Mugimendua} = \text{Plot}[y2[t], \{t, 0, 2.5\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{-0.01, 0.01\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Purple}]$



$\text{Show}[\text{Sarrera}, m1\text{Mugimendua}, m2\text{Mugimendua}]$

[muestra]



$\text{LineLegend}[\{\text{Black}, \text{Red}, \text{Purple}\}, \{\text{"Kitzikadura"}, \text{"m1 masa"}, \text{"m2 masa"}\}]$

[línea leyenda | negro | rojo | púrpura]

— Kitzikadura

— m1 masa

— m2 masa

○ **MASEN DESPLAZAMENDUEN ANPLITUDEAK**

$\text{Clear}[\text{"Global`*"}]$

[borra]

$m1 = 0.8;$

$m2 = 0.12;$

k1 = 990;

k2 = 990;

f0 = 0.005;

A[wkitz_] = Det[{ {0, -4 * k1}, {4 * k2 * f0, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz²}}]
[determinante]

78408.

B[wkitz_] = Det[{ {4 * k1 - m1 * wkitz², -4 * k1}, {-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz²}}]
[determinante]

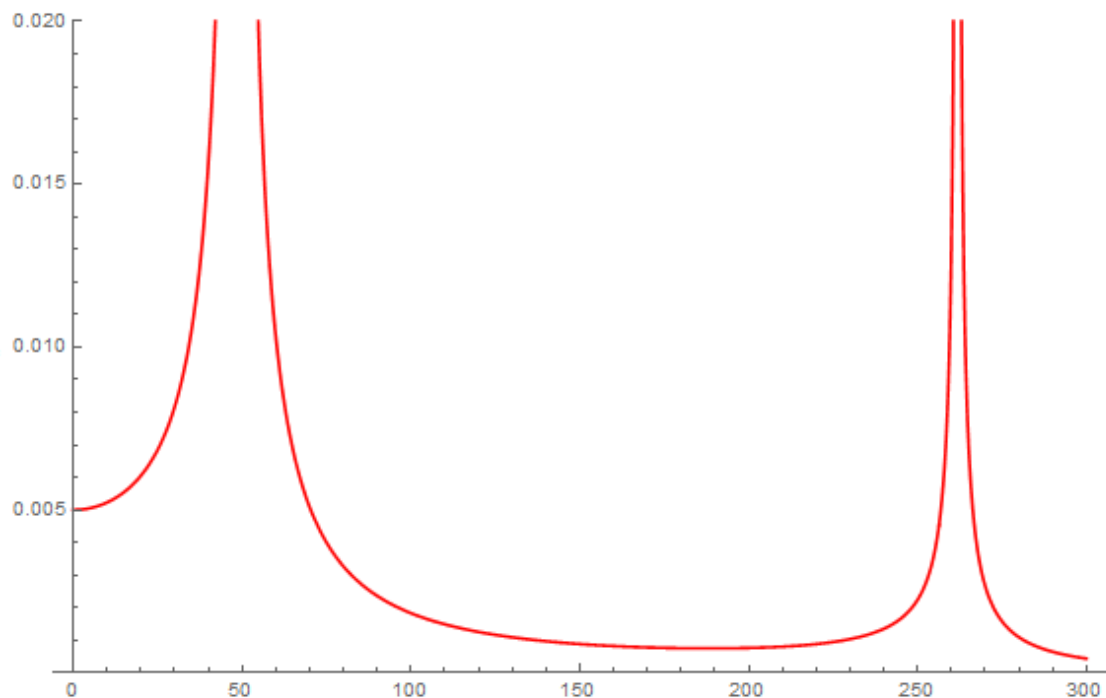
15 681 600 - 6811.2 wkitz² + 0.096 wkitz⁴

Y1[wkitz_] = Abs[A[wkitz_] / B[wkitz_]]
[valor absoluto]

78408.

Abs[15 681 600 - 6811.2 wkitz² + 0.096 wkitz⁴]

Plot[Y1[wkitz], {wkitz, 0, 300}, PlotRange -> {0, 0.02}, PlotStyle -> Red]
[representación gráfica] [rango de representación] [estilo de repr... [rojo]



Clear["Global`*"]

[borra]

m1 = 0.8;

m2 = 0.12;

k1 = 990;

`k2 = 990;`

`f0 = 0.005;`

`A[wkitz_] = Det[{{4 * k1 - m1 * wkitz2, 0}, {-4 * k1, 4 * k2 * f0}}]`
[determinante]

`19.8 (3960 - 0.8 wkitz2)`

`B[wkitz_] = Det[{{4 * k1 - m1 * wkitz2, -4 * k1}, {-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz2
[determinante]`

`15 681 600 - 6811.2 wkitz2 + 0.096 wkitz4`

`Y2[wkitz_] = Abs[A[wkitz] / B[wkitz]]`
[valor absoluto]

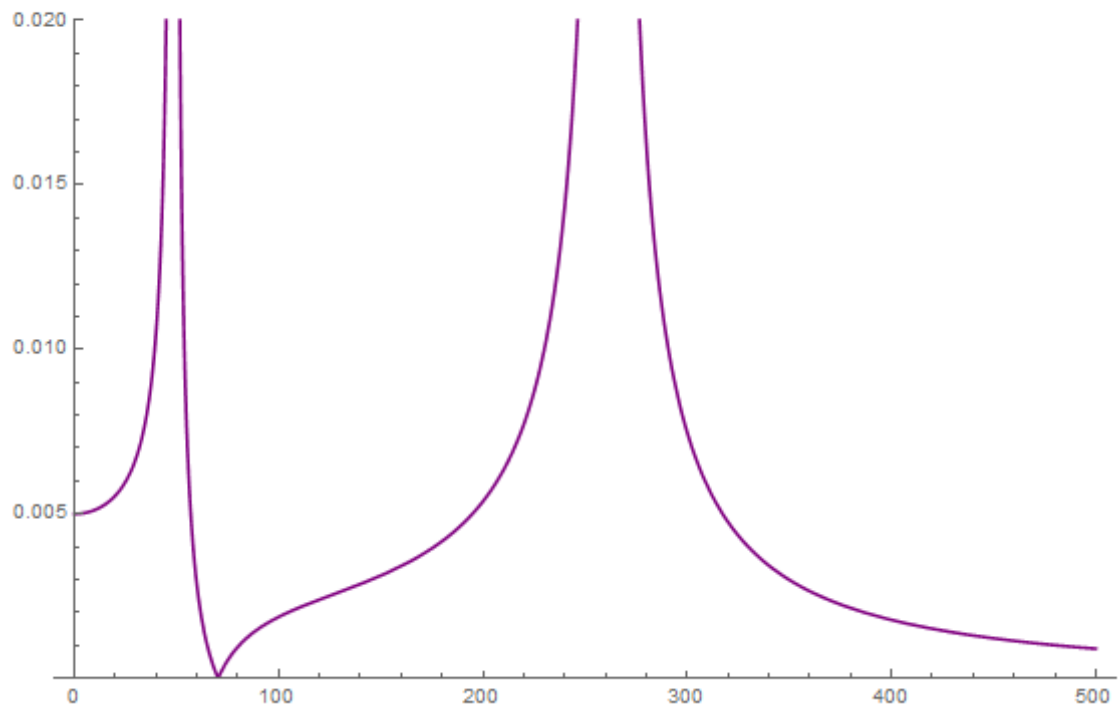
`19.8 Abs[$\frac{3960 - 0.8 wkitz^2}{15\,681\,600 - 6811.2 wkitz^2 + 0.096 wkitz^4}$]`

`Plot[Y2[wkitz], {wkitz, 0, 500}, PlotRange -> {0, 0.02}, PlotStyle -> Purple]`

[representación gráfica]

[rango de representación]

[estilo de repr... [púrpura]



○ **BIBRAZIO MODUAK**

`Clear["Global`*"]`

[borra]

`m1 = 0.8;`

`m2 = 0.12;`

`k1 = 990;`

`k2 = 990;`

`f0 = 0.005;`

`w1 = 48.80899150548897`;`

`w2 = 261.8543151223923`;`

`wkitz = 30;`

`A = Solve[(4 * k1 - m1 * w1^2) * Y11 - 4 * k1 == 0]`
[resuelve]

`{ { Y11 → 1.92781 } }`

`B = Solve[(4 * k1 - m1 * w2^2) * Y12 - 4 * k1 == 0]`
[resuelve]

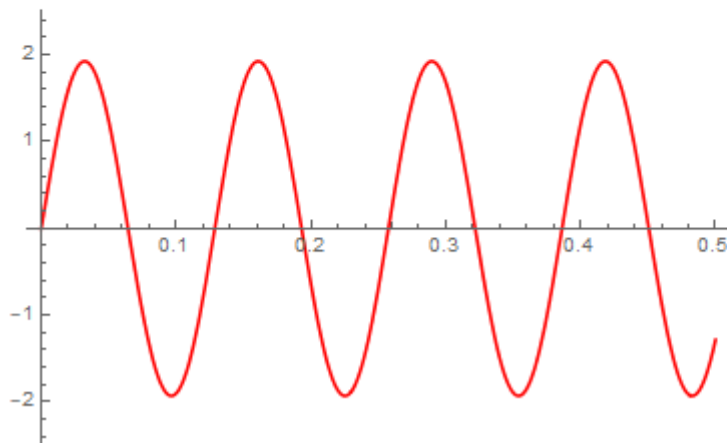
`{ { Y12 → -0.0778086 } }`

1. bibrazio modua

`y1[t_] = 1.9278085560065787` * Sin[w1 * t]`
[seno]

`1.92781 Sin[48.809 t]`

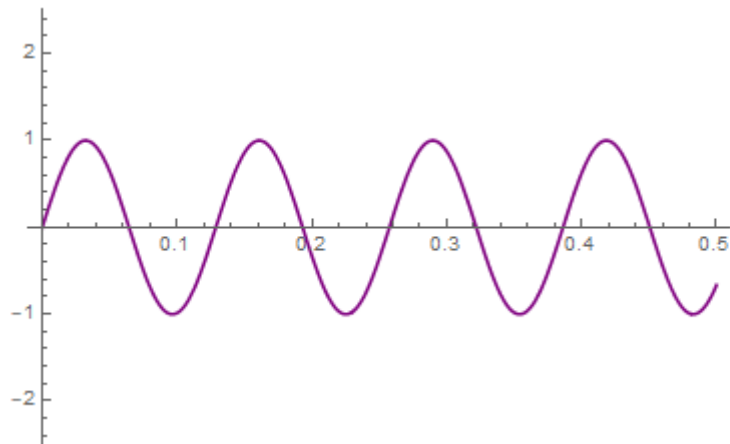
`m1Bm1 = Plot[y1[t], {t, 0, 0.5}, PlotRange → {-2.5, 2.5}, PlotStyle → Red]`
[representación gráfica] [rango de representación] [estilo de repr... [rojo]



`y2[t_] = 1 * Sin[w1 * t]`
[seno]

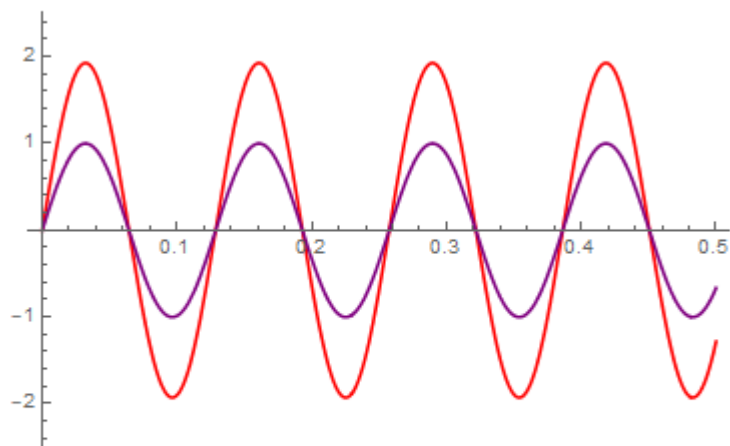
`Sin[48.809 t]`

`m2Bm1 = Plot[y2[t], {t, 0, 0.5}, PlotRange → {-2.5, 2.5}, PlotStyle → Purple]`
[representación gráfica] [rango de representación] [estilo de repr... [púrpura]



`Show[m1BM1, m2BM1]`

`[muestra`



`LineLegend[{Red, Purple}, {"m1 masa", "m2 masa"}]`

`[línea leyenda [rojo [púrpura`

— m1 masa

— m2 masa

2. bibrazio modua

`y12BM[t_] = -0.07780855600657893` * Sin[w2 * t]`

`[seno`

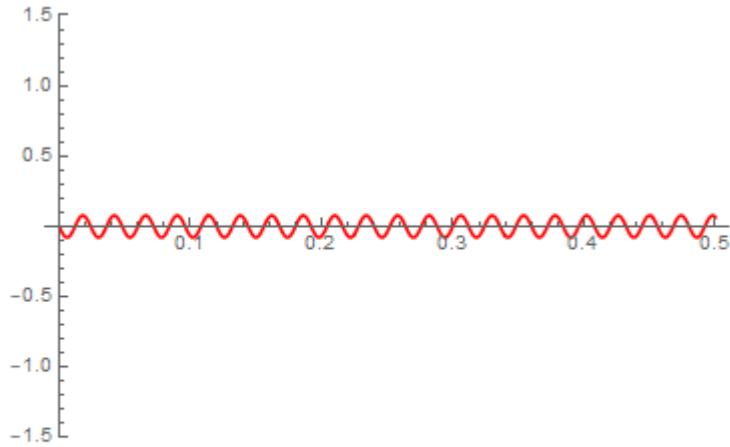
`-0.0778086 Sin[261.854 t]`

`m1BM2 = Plot[y12BM[t], {t, 0, 0.5}, PlotRange -> {-1.5, 1.5}, PlotStyle -> Red]`

`[representación gráfica`

`[rango de representación`

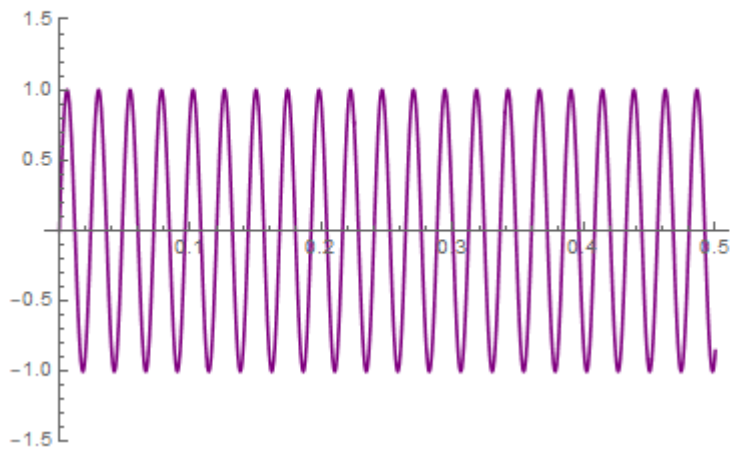
`[estilo de repr... [rojo`



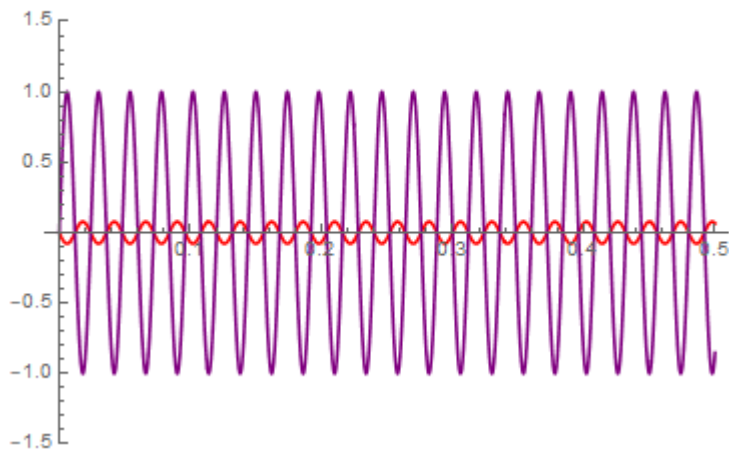
```
y22BM[t_] = 1 * Sin[w2 * t]
```

```
Sin[261.854 t]
```

```
m2BM2 = Plot[y22BM[t], {t, 0, 0.5}, PlotRange -> {-1.5, 1.5}, PlotStyle -> Purple]
```



```
Show[m1BM2, m2BM2]
```



• 3 ASKATASUN GRADUTAKO SISTEMA

3AG

$$\text{MasaMatrizeaAbs} = \{\{m1, 0, 0\}, \{0, m2, 0\}, \{0, 0, ma\}\}$$

$$\{\{0.8, 0, 0\}, \{0, 0.12, 0\}, \{0, 0, ma\}\}$$

$$\text{ZurruntasunMatrizeaAbs} = \{\{4 * k1 + ka, -4 * k1, -ka\}, \{-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2, 0\}, \{-ka, 0, ka\}\}$$

$$\{\{4460, -3960, -500\}, \{-3960, 7920, 0\}, \{-500, 0, 500\}\}$$

○ ABSORTSOREAREN DISEINUA ETA SISTEMAREN ERANTZUNA

$$\text{BehekoMat} = \{\{4 * k1 + ka - m1 * (wkitz^2), -4 * k1, -ka\}, \{-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * (wkitz^2), 0\}, \{-ka, 0, ka - ma * (wkitz^2)\}\}$$

$$\{\{3740., -3960, -500\}, \{-3960, 7812., 0\}, \{-500, 0, 0.\}\}$$

$$\text{BehekoDet} = \text{Det}[\text{BehekoMat}]$$

|determinante

$$-1.953 \times 10^9$$

$$\text{GoikoMat1} = \{\{0, -4 * k1, -ka\}, \{4 * k2 * f0, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * (wkitz^2), 0\}, \{0, 0, ka - ma * (wkitz^2)\}\}$$

$$\{\{0, -3960, -500\}, \{19.8, 7812., 0\}, \{0, 0, 0.\}\}$$

$$\text{GoikoDet1} = \text{Det}[\text{GoikoMat1}]$$

|determinante

$$0.$$

$$\text{GoikoMat2} = \{\{4 * k1 + ka - m1 * (wkitz^2), 0, -ka\}, \{-4 * k1, 4 * k2 * f0, 0\}, \{-ka, 0, ka - ma * (wkitz^2)\}\}$$

$$\{\{3740., 0, -500\}, \{-3960, 19.8, 0\}, \{-500, 0, 0.\}\}$$

$$\text{GoikoDet2} = \text{Det}[\text{GoikoMat2}]$$

|determinante

$$-4.95 \times 10^6$$

$$\text{GoikoMata} = \{\{4 * k1 + ka - m1 * (wkitz^2), -4 * k1, 0\}, \{-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * (wkitz^2), 4 * k2 * f0\}, \{-ka, 0, 0\}\}$$

$$\{\{3740., -3960, 0\}, \{-3960, 7812., 19.8\}, \{-500, 0, 0\}\}$$

$$\text{GoikoDeta} = \text{Det}[\text{GoikoMata}]$$

|determinante

$$3.9204 \times 10^7$$

$$Y1Abs = \frac{\text{GoikoDet1}}{\text{BehekoDet}}$$

$$0.$$

$$Y2Abs = \frac{\text{GoikoDet2}}{\text{BehekoDet}}$$

$$0.00253456$$

$$YaAbs = \frac{\text{GoikoDeta}}{\text{BehekoDet}}$$

$$-0.0200737$$

$$\text{AbsDiseinuEkuazioa} = \text{Solve}[\text{GoikoDet1} = 0, ma]$$

|resuelve

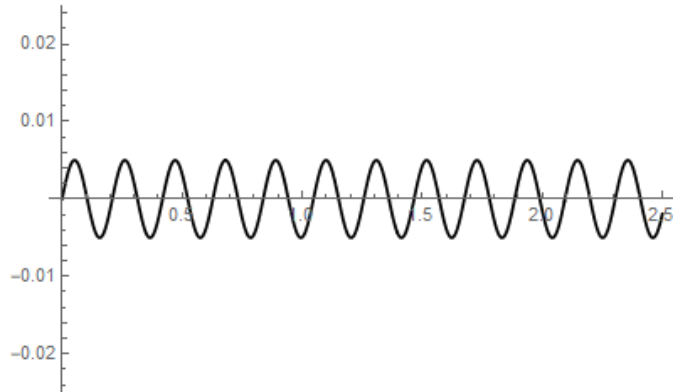
$$\{\{ma \rightarrow 0.555556\}\}$$

$$ysAbs[t_] = f\theta * \text{Sin}[wkitz * t]$$

[seno]

$$0.005 \text{ Sin}[30 t]$$

SarreraAbs = Plot[ysAbs[t], {t, 0, 2.5}, PlotRange → {-0.025, 0.025}, PlotStyle → Black]
 [representación gráfica] [rango de representación] [estilo de rep... [negro]

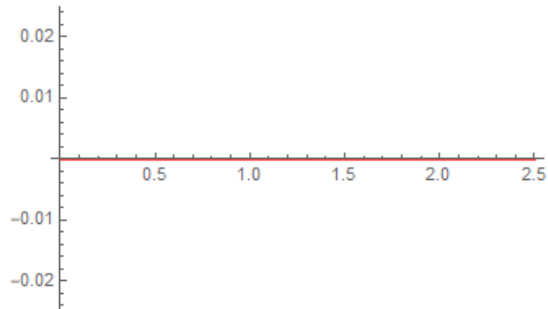


$$y1Abs[t_] = Y1Abs * \text{Sin}[wkitz * t]$$

[seno]

$$0.$$

m1MugimenduaAbs = Plot[y1Abs[t], {t, 0, 2.5}, PlotRange → {-0.025, 0.025}, PlotStyle → Red]
 [representación gráfica] [rango de representación] [estilo de rep... [rojo]

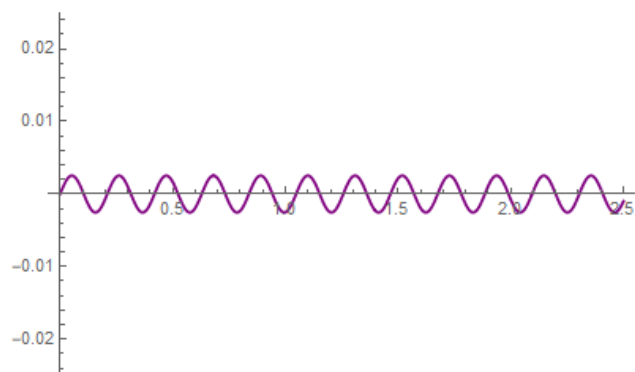


$$y2Abs[t_] = Y2Abs * \text{Sin}[wkitz * t]$$

[seno]

$$0.00253456 \text{ Sin}[30 t]$$

m2MugimenduaAbs = Plot[y2Abs[t], {t, 0, 2.5}, PlotRange → {-0.025, 0.025}, PlotStyle → Purple]
 [representación gráfica] [rango de representación] [estilo de rep... [púrpura]



`yaAbs[t_] = YaAbs * Sin[wkitz * t]`

[seno]

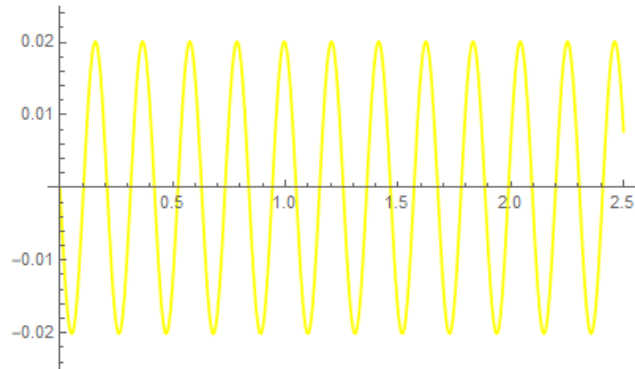
`-0.0200737 Sin[30 t]`

`maMugimenduaAbs = Plot[yaAbs[t], {t, 0, 2.5}, PlotRange -> {-0.025, 0.025}, PlotStyle -> Yellow]`

[representación gráfica]

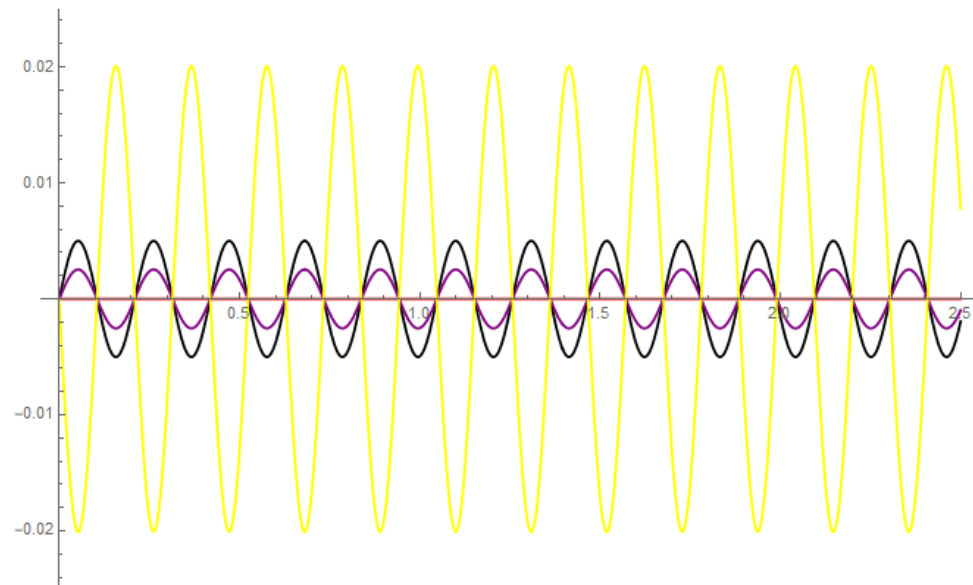
[rango de representación]

[estilo de rep... [amarillo]



`Show[SarreraAbs, m1MugimenduaAbs, m2MugimenduaAbs, maMugimenduaAbs]`

[muestra]



`LineLegend[{Black, Red, Purple, Yellow}, {"Kitzikadura", "m1 masa", "m2 masa", "Absortsore masa"}]`

[línea leyenda [negro [rojo [púrpura [amarillo]

- Kitzikadura
- m1 masa
- m2 masa
- Absortsore masa

○ **SISTEMAREN MAIZTASUN NATURALAK**

`DeterminanteaAbs = ZurruntasunMatrizeaAbs - (wAbs^2) * MasaMatrizeaAbs`

`{{4460 - 0.8 wAbs^2, -3960, -500}, {-3960, 7920 - 0.12 wAbs^2, 0}, {-500, 0, 500 - 0.555556 wAbs^2}}`

`DeterminanteKalkulatuaAbs = Det[DeterminanteaAbs]`

[determinante]

`7 840 800 000 - 1.43176 × 107 wAbs2 + 3865.33 wAbs4 - 0.0533333 wAbs6`

```

MaiztasunNaturalakAbs = Solve[DeterminanteKalkulatuaAbs == 0]
                               |resuelve
{{wAbs -> -261.902}, {wAbs -> -56.7105}, {wAbs -> -25.8154}, {wAbs -> 25.8154}, {wAbs -> 56.7105}, {wAbs -> 261.902}}

MaiztasunNaturala1Abs = MaiztasunNaturalakAbs[[4]]
{wAbs -> 25.8154}

MaiztasunNaturala2Abs = MaiztasunNaturalakAbs[[5]]
{wAbs -> 56.7105}

MaiztasunNaturala3Abs = MaiztasunNaturalakAbs[[6]]
{wAbs -> 261.902}
  
```

○ ABSORTSOREAREN ERAGINA

```

Clear["Global`*"]
|borra

m1 = 0.8;
m2 = 0.12;
k1 = 990;
k2 = 990;
f0 = 0.005;
ka = 500;
ma = 0.5555555555555556` ;

A[wkitz_] = Det[{ {0, -4 * k1}, {4 * k2 * f0, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2} } ]
             |determinante

78408.

B[wkitz_] = Det[{ {4 * k1 - m1 * wkitz^2, -4 * k1}, {-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2} } ]
             |determinante

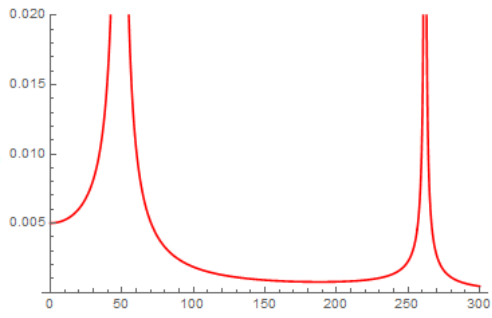
15681600 - 6811.2 wkitz^2 + 0.096 wkitz^4

Y1[wkitz_] = Abs[A[wkitz] / B[wkitz]]
             |valor absoluto

             78408.

Abs[15681600 - 6811.2 wkitz^2 + 0.096 wkitz^4]

g1 = Plot[Y1[wkitz], {wkitz, 0, 300}, PlotRange -> {0, 0.02}, PlotStyle -> Red]
     |representación gráfica |rango de representación |estilo de repr... |rojo
  
```



$AAbs[wkitz_] = \text{Det}[\{\{0, -4 * k1, -ka\}, \{4 * k2 * f0, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2, 0\}, \{0, 0, ka - ma * wkitz^2\}\}]$
[determinante]

$3.9204 \times 10^7 - 43560. wkitz^2$

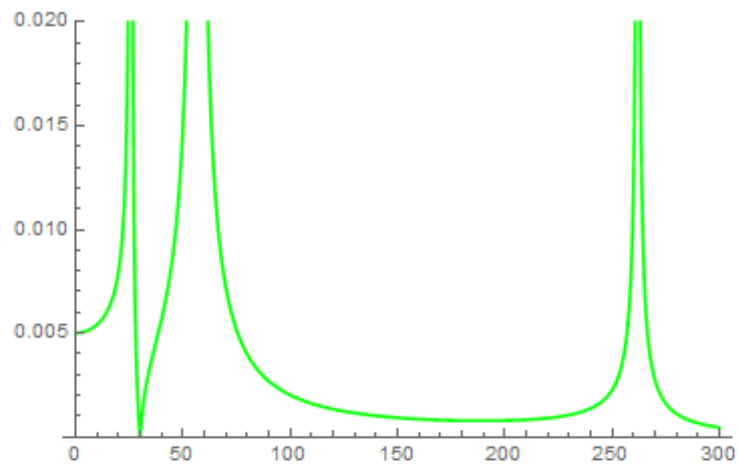
$BAbs[wkitz_] = \text{Det}[\{\{4 * k1 + ka - m1 * wkitz^2, -4 * k1, -ka\}, \{-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2, 0\}, \{-ka, 0, ka - ma * wkitz^2\}\}]$
[determinante]

$7840800000 - 1.43176 \times 10^7 wkitz^2 + 3865.33 wkitz^4 - 0.0533333 wkitz^6$

$Y1Abs[wkitz_] = \text{Abs}[AAbs[wkitz_] / BAbs[wkitz_]]$
[valor absoluto]

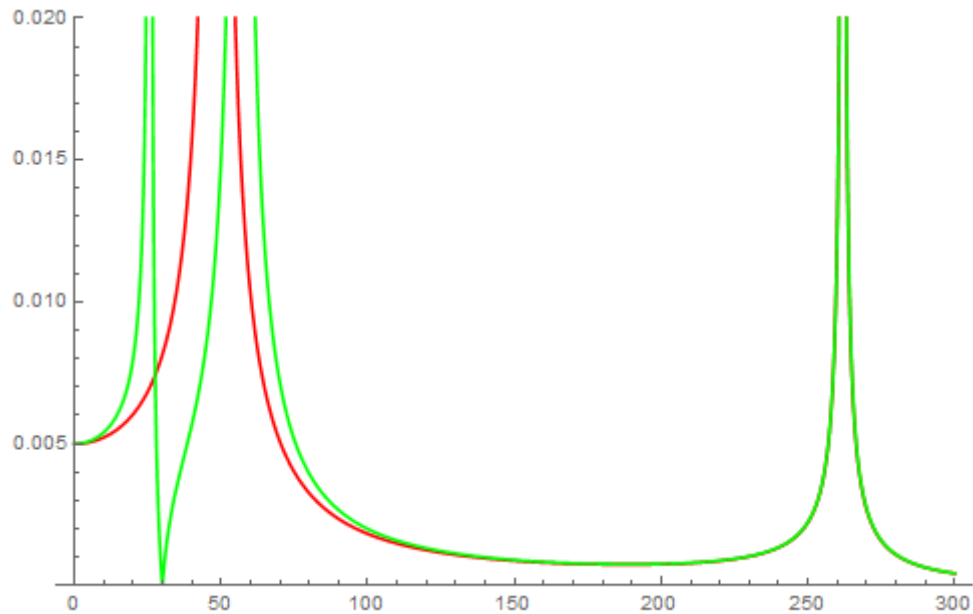
$\text{Abs}\left[\frac{3.9204 \times 10^7 - 43560. wkitz^2}{7840800000 - 1.43176 \times 10^7 wkitz^2 + 3865.33 wkitz^4 - 0.0533333 wkitz^6}\right]$

$g2 = \text{Plot}[Y1Abs[wkitz_], \{wkitz, 0, 300\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 0.02\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Green}]$
[representación gráfica] [rango de representación] [estilo de repr... [verde]



$Show[g1, g2]$

[muestra]



```
LineLegend[{Red, Green}, {"Absortsorerik gabe", "Absortsorearekin"}]
```

[línea leyenda [rojo [verde

— Absortsorerik gabe

— Absortsorearekin

```
Clear["Global`*"]
```

[borra

```
m1 = 0.8;
```

```
m2 = 0.12;
```

```
k1 = 990;
```

```
k2 = 990;
```

```
f0 = 0.005;
```

```
ka = 500;
```

```
ma = 0.5555555555555556`;
```

```
A[wkitz_] = Det[{{4 * k1 - m1 * wkitz^2, 0}, {-4 * k1, 4 * k2 * f0}}]
```

[determinante

```
19.8 (3960 - 0.8 wkitz^2)
```

```
B[wkitz_] = Det[{{4 * k1 - m1 * wkitz^2, -4 * k1}, {-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2}}]
```

[determinante

```
15 681 600 - 6811.2 wkitz^2 + 0.096 wkitz^4
```

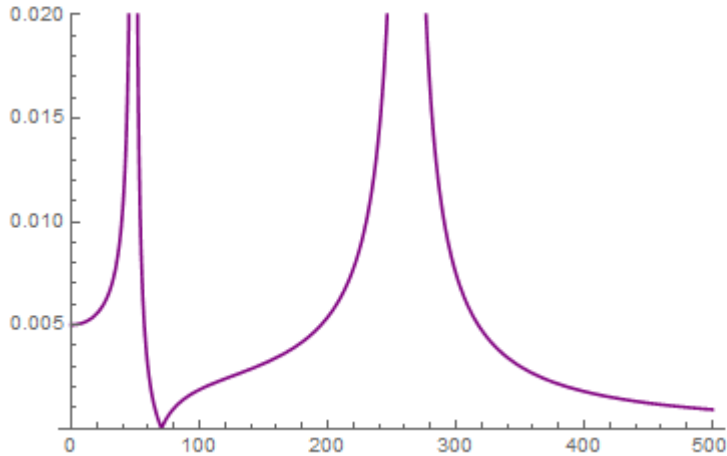
$$Y2[wkitz_] = \text{Abs}[A[wkitz] / B[wkitz]]$$

[valor absoluto]

$$19.8 \text{ Abs} \left[\frac{3960 - 0.8 wkitz^2}{15681600 - 6811.2 wkitz^2 + 0.096 wkitz^4} \right]$$

$$g1 = \text{Plot}[Y2[wkitz], \{wkitz, 0, 500\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 0.02\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Purple}]$$

[representación gráfica] [rango de representación] [estilo de repr... |púrpura]



$$AAbs[wkitz_] = \text{Det}[\{\{4 + k1 + ka - m1 * wkitz^2, 0, -ka\}, \{-4 + k1, 4 + k2 + f0, 0\}, \{-ka, 0, ka - ma * wkitz^2\}\}]$$

[determinante]

$$3.9204 \times 10^7 - 56980. wkitz^2 + 8.8 wkitz^4$$

$$BAbs[wkitz_] = \text{Det}[\{\{4 * k1 + ka - m1 * wkitz^2, -4 * k1, -ka\}, \{-4 * k1, 4 * k1 + 4 * k2 - m2 * wkitz^2, 0\}, \{-ka, 0, ka - ma * wkitz^2\}\}]$$

[determinante]

$$7840800000 - 1.43176 \times 10^7 wkitz^2 + 3865.33 wkitz^4 - 0.0533333 wkitz^6$$

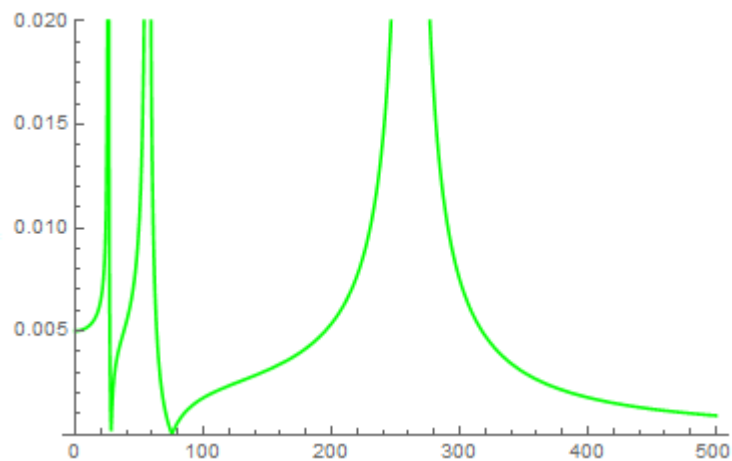
$$Y2Abs[wkitz_] = \text{Abs}[AAbs[wkitz] / BAbs[wkitz]]$$

[valor absoluto]

$$\text{Abs} \left[\frac{3.9204 \times 10^7 - 56980. wkitz^2 + 8.8 wkitz^4}{7840800000 - 1.43176 \times 10^7 wkitz^2 + 3865.33 wkitz^4 - 0.0533333 wkitz^6} \right]$$

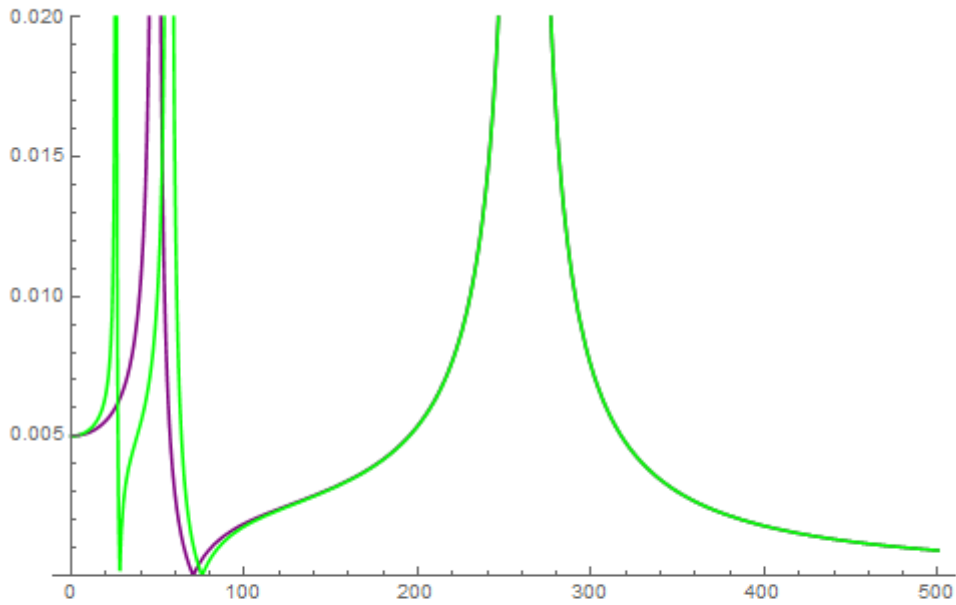
$$g2 = \text{Plot}[Y2Abs[wkitz], \{wkitz, 0, 500\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 0.02\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Green}]$$

[representación gráfica] [rango de representación] [estilo de repr... |verde]



Show[g1, g2]

[muestra



LineLegend[{Purple, Green}, {"Absotsorerik gabe", "Absortsorearekin"}]

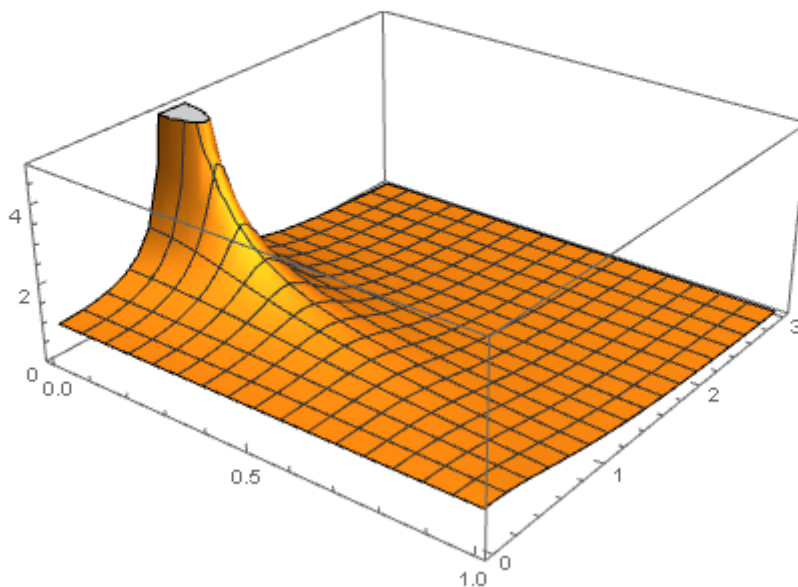
[línea leyenda [púrpura [verde

- Absotsorerik gabe
- Absortsorearekin

- **ANPLIFIKAZIO DINAMIKOAREN FAKTOREA**

Plot3D[$\frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2 * \xi * \beta)^2}}$, { ξ , 0, 1}, { β , 0, 3}, PlotRange -> {0, 5}]

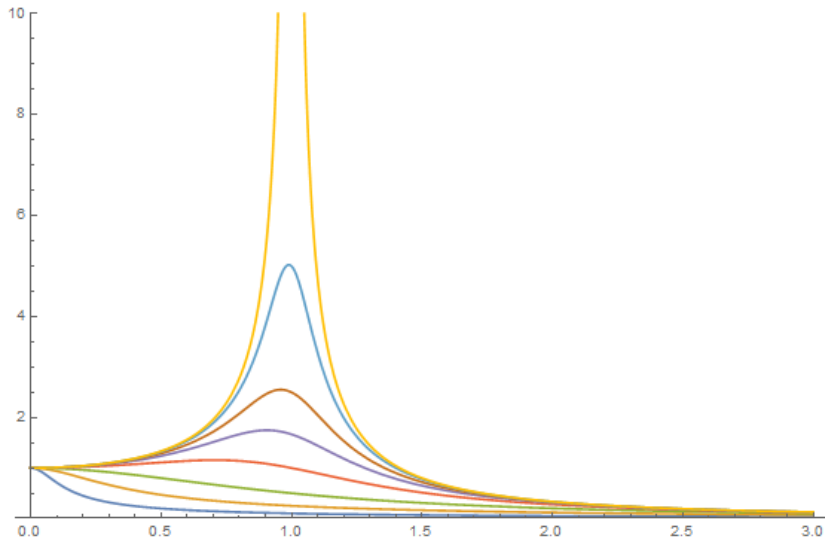
 [representación gráfica 3D [rango de representación



`Plot[{`
`representación gráfica`

$$\frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 5 \cdot \beta)^2}}, \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 2 \cdot \beta)^2}}, \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 1 \cdot \beta)^2}}, \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 0.5 \cdot \beta)^2}},$$

$$\frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 0.3 \cdot \beta)^2}}, \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 0.2 \cdot \beta)^2}}, \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 0.1 \cdot \beta)^2}}, \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 0 \cdot \beta)^2}}$$
`},`
`{\beta, 0, 3}, PlotRange -> {0, 10}]`
`[rango de representación]`



ERANSKINAK II: LABORATEGI PRAKTIKA

Hasierako fluxu diagraman adierazi den bezala, bibrazioen eredu baten diseinurako, kasu batzuetan analisi esperimentalak beharrezkoa da. Honen bidez, emaitza teoriko eta esperimentalen arteko korrelazioa konprobatu daiteke, eta arazorik egotekotan, kalkuluak eta ereduak doitzen lagundu dezakete.

Nahiz eta batzuetan analisi esperimentalaren beharra dagoen soluzio teorikoaren kalitatea frogatu edo egiaztatzeko, jarraian proposatzen den ikasketa esperimentalak beste helburu bat du. Laborategi praktika baten proposamen honekin, ikasleek klasean bibrazio mekanikoen inguruan ikasitako kontzeptuak benetako prototipo baten gainean ikusi, ikasi, kalkulatu eta ulertzen laguntzeko asmoa du.

Gainera, praktikaren bidez, ikasleek maketa eta modelo eskalatuen oinarriak ikasi ahal izango dituzte. Prototipoen ezaugarriak, piezak, eskalak, funtzionamendua, neurketa tresnak, etab.

PRAKTIKAREN PLANTEAMENDUA

Praktikak bi zati bereiztuko ditu, zati teorikoa eta zati esperimentalak.

Lehenengo zatia etxetik kalkulaturik ekarri daiteke; lan honetan garatutako antzeko ariketa teorikoa izango baita.

- 2AG eta 3AG ereduaren mugimenduaren ekuazioak planteatuko dira.
- Absortsorerik gabeko sistemarentzako, emandako datuekin kitzikadura maiztasunaren menpeko anplitude dinamikoaren adierazpen grafikoa egingo da.
- Anplitude dinamiko maximoa eta hori sortzen duen maiztasuna kalkulaturik dira.
- Goiko masaren desplazamendua nulua izan dadin, eta absortsorearen malgukiaren zurruntasunaren balioa emanda, jarri beharreko masa kalkulaturik da.

Bigarren zatia tailerrean hasiko da eta etxean amaituko da (behar izan ezkerre).

- Prototipoaren mahai eszitatzailea erabiliz, kitzikadura maiztasun desberdinak inposaturik dira eta masetan sortutako anplitudeak neurturik dira. Bi hauekin teorian egindako grafiko berdina egingo da. Bi grafikoaren arteko korrelazioa frogaturik da.
- Absortsoreak izan beharreko masa teorian kalkulaturikoa den edo ez ikusiko da.
- Prototipoan, eredu teorikoan ez bezala, motelgarritasuna existiturik da, kojineteez zutabeekin sortutako marruskadura dela eta. Motelgarritasunaren



balioa beharpen logaritmikoaren metodoaren bidez kalkulatu da, klasean ikusitako formulak erabiliz:

$$\xi \approx \frac{\delta}{2\pi n}$$

$$\delta = Ln \frac{X_i}{X_{i+n}}$$

δ beharpen logaritmikoa deitzen da eta prototipoan hainbat anplitudeen neurketa eginez kalkulatu da. Behin hori kalkulatu dagoela, motelgarritasun erlatiboa kalkulatu da ekuazio sinplifikatuarekin. Ekuazio hori erabilgarria izango da motelgarritasuna txikia den bitartean, errorea ere txikia izango delako.

