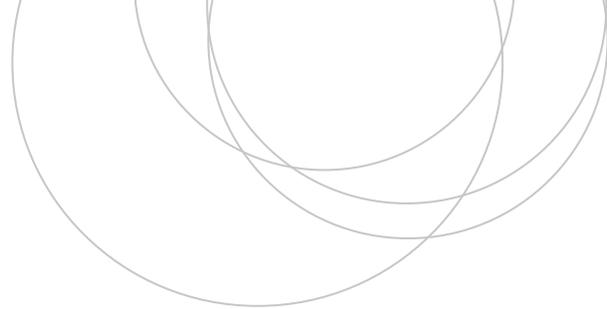




Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

ZIENTZIA  
ETA TEKNOLOGIA  
FAKULTATEA  
FACULTAD  
DE CIENCIA  
Y TECNOLOGÍA



Trabajo Fin de Grado  
Grado en Física

# Fundamentos de los láseres. El láser de Nd:YAG.

Egilea/Autor/a:  
Diego Alonso-Urquijo Iruarrizaga  
Zuzendaria/Director/a:  
Josu Ortega Aperribay

© 2017, Diego Alonso-Urquijo



# Índice

<b>1. Introducción y objetivos</b>	<b>1</b>
<b>2. Fundamento teórico y funcionamiento de un láser</b>	<b>2</b>
2.1. Introducción	2
2.2. Interacción entre una onda electromagnética y un medio material	2
2.3. Evolución de una onda electromagnética al atravesar un medio material	3
2.4. Fundamentos del funcionamiento de un láser	6
2.5. La inversión de población: el sistema de cuatro niveles	6
2.6. Las <i>laser rate equations</i>	7
2.6.1. <i>Pump threshold y slope efficiency</i>	9
2.6.2. <i>Spiking</i>	10
2.6.3. <i>Q-switch</i>	10
2.7. La cavidad láser	11
2.7.1. Estabilidad de una cavidad resonante	11
2.7.2. Modos en una cavidad láser	11
2.8. Generación de segundo armónico	12
2.8.1. Obtención de las ecuaciones de generación de segundo armónico	13
2.8.2. El <i>pashe matching</i>	15
2.8.3. El KTP como doblador de frecuencia (1064 nm → 532 nm)	17
<b>3. Trabajo experimental</b>	<b>18</b>
3.1. Componentes del láser e instrumental	18
3.1.1. La fuente de bombeo	18
3.1.2. El medio activo	19
3.1.3. La cavidad láser	20
3.1.4. Filtros	20
3.1.5. Lentes	20
3.1.6. Detectores	20
3.1.7. Unidad de control	21
3.1.8. Osciloscopio	21
3.1.9. Otros	21
3.2. Caracterización del diodo láser	21
3.2.1. Potencia de emisión	21
3.2.2. Transmitancia de la lente convergente	24
3.2.3. Espectro de absorción del Nd	24
3.3. Determinación del tiempo de vida de la transición $3 \rightarrow 2$	26
3.4. Operación láser	27
3.4.1. <i>Slope efficiency y threshold</i>	27
3.4.2. Observación del <i>spiking</i>	28
3.5. Generación de segundo armónico	29
3.5.1. Potencia de segundo armónico generada	29
3.5.2. Observación de modos	30
3.6. <i>Q-switch</i>	31
<b>4. Resolución numérica de las <i>rate equations</i></b>	<b>34</b>
<b>5. Conclusiones</b>	<b>38</b>

# 1. Introducción y objetivos

*LASER* es un acrónimo inglés que significa *light amplification by stimulated emission of radiation*. Un láser es un dispositivo que hace uso del fenómeno físico de emisión estimulada para generar una señal luminosa cuyas peculiares características han provocado que desde su invención en 1960 el uso de los láseres se haya generalizado, teniendo múltiples campos de aplicación como pueden ser la soldadura, el grabado, aplicaciones médicas, comunicaciones... La luz emitida por un láser tiene como características especiales un alto grado de coherencia espacial y temporal y la monocromaticidad.

El objetivo fundamental de este trabajo es familiarizarse con el funcionamiento de los láseres, lo que se hace mediante un estudio teórico acompañado de sesiones de laboratorio en las que se trabaja con un láser de Nd:YAG. Además de la física del láser, se aprenden conceptos de óptica no lineal y de propagación de ondas electromagnéticas en medios anisótropos. Estos conceptos se ponen en práctica con el uso de un cristal doblador de frecuencia (KTP) para convertir la línea de emisión de 1064 nm de longitud de onda del neodimio en luz verde de 532 nm.

Como se explica más adelante, uno de los elementos fundamentales de un láser y que afecta enormemente a su funcionamiento es la cavidad resonante o cavidad láser. Más allá de los básicos, el diseño de cavidades láser queda fuera de este trabajo debido a su complejidad. Aspectos referentes a la formación de distintos modos dentro de la cavidad, así como el acoplo y competición entre ellos sólo se tratan, por tanto, de forma cualitativa. Tampoco se estudian las características de la luz emitida por el láser: no se realiza un análisis espectral, ni de polarización, ni un estudio de la coherencia espacial de la luz obtenida.

## 2. Fundamento teórico y funcionamiento de un láser

### 2.1. Introducción

En esta sección se analizan los fenómenos físicos que posibilitan el funcionamiento de los láseres y se explican los básicos del diseño y funcionamiento de los mismos. Además de esto se presenta la teoría de la generación del segundo armónico, perteneciente al campo de la óptica no lineal.

El fenómeno físico que permite el funcionamiento de un láser es la emisión estimulada, tratada a continuación. Antes de ello es enunciado y comentado brevemente un resultado de la física estadística necesario para comprender las condiciones bajo las que un láser podrá funcionar.

**Poblaciones en el equilibrio:**<sup>[1]</sup> sea un sistema de  $N$  átomos en equilibrio termodinámico que pueden encontrarse en estados de energía discreta. Se consideran dos niveles de energías  $E_1 < E_2$  con degeneraciones  $g_1$  y  $g_2$ . Todos los estados con energía  $E_i$  tendrán la misma población  $N'_i$ . Si  $N_1$  y  $N_2$  son el número de átomos totales en estados de energías  $E_1$  y  $E_2$  ( $N_i = N'_i g_i$ ) se cumple que

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\Delta E/k_B T} \quad (2.1)$$

Donde  $\Delta E = E_2 - E_1$ . En el equilibrio termodinámico el nivel de energía más baja siempre estará más poblado. Más adelante se verá que esto significa que el fenómeno predominante en una situación de equilibrio es la absorción de radiación y no la emisión estimulada.

### 2.2. Interacción entre una onda electromagnética y un medio material

<sup>[2]</sup> Se considera de nuevo un sistema de  $N$  átomos que pueden existir en dos niveles de energía  $E_1 < E_2$  de forma que  $E_2 - E_1 = h\nu$ . Dichos átomos interactúan con un campo de radiación electromagnética con densidad de energía  $\rho(\nu)$ . Se denota por  $N_i$  al número de átomos que se encuentran en un estado de energía  $E_i$ . La interacción de esta colección de átomos con el campo de radiación se da mediante los tres siguientes procesos:

- Absorción: átomos en el estado 1 realizan una transición  $1 \rightarrow 2$  absorbiendo un fotón.
- Emisión espontánea: átomos que se encuentran en el estado 2 realizan una transición  $2 \rightarrow 1$  emitiendo un fotón de fase, dirección y polarización aleatorias.
- Emisión estimulada: el campo de radiación provoca una transición  $2 \rightarrow 1$  en la que se emite un fotón idéntico al que ha provocado la transición. Ambos fotones tienen igual fase, igual polarización e igual dirección. Por supuesto, también tienen igual frecuencia.

Se considera ahora de forma cuantitativa el cambio en las poblaciones de ambos niveles debido a estos fenómenos.

**Absorción:** la probabilidad de absorción es proporcional al número de átomos en el nivel 1 y a la densidad de energía del campo electromagnético:

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12}\rho(\nu)N_1 \quad (2.2)$$

<sup>1</sup> [1] cap. 1, pág 4]

<sup>2</sup> [1] cap. 1]

**Emisión espontánea:** este proceso se da independientemente de  $\rho(\nu)$  y es proporcional a la población del nivel 2:

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 \quad (2.3)$$

Este coeficiente se puede medir fácilmente, ya que en ausencia de los otros dos procesos la población del nivel 2 cumple

$$N_2(t) = N_2(t=0)e^{-t/\tau} \quad (2.4)$$

Donde  $\tau = A_{21}^{-1}$ .

**Emisión estimulada:** la probabilidad de que suceda es proporcional a  $\rho(\nu)$  y al número de átomos en el nivel 2:

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21}\rho(\nu)N_2 \quad (2.5)$$

$B_{12}$ ,  $B_{21}$  y  $A_{21}$  se llaman coeficientes de Einstein y cumplen las siguientes relaciones, llamadas relaciones de Einstein:

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3} \quad (2.6)$$

$$\frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2} \quad (2.7)$$

Teniendo en cuenta que el número de átomos  $N = N_1 + N_2$  es constante, considerando los tres procesos a la vez y las relaciones de Einstein se tiene que

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} \quad (2.8)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12}\rho(\nu)N_1 + B_{21}\rho(\nu)N_2 + A_{21}N_2 = -\rho(\nu)B_{21} \left( \frac{g_2}{g_1}N_1 - N_2 \right) + A_{21}N_2 \quad (2.9)$$

Las interesantes propiedades de los fotones emitidos mediante emisión estimulada son las responsables del altísimo grado de coherencia de la luz emitida por un láser. Por tanto, los fotones provenientes de la emisión espontánea son un término de ruido que interesa suprimir. Por ello, en un láser es conveniente:

- Que la densidad de energía  $\rho(\nu)$  del campo de radiación sea lo más grande posible. En un láser el medio responsable de la amplificación de luz está en el interior de una cavidad resonante con el objetivo de incrementar  $\rho(\nu)$ .
- Un coeficiente de Einstein  $A_{21}$  pequeño; es decir, un tiempo de vida medio de la transición  $2 \rightarrow 1$  muy grande. Este coeficiente es característico de la transición electrónica responsable de la emisión, así que no es posible variarlo sin considerar un sistema láser distinto. La transición relevante para el láser en el Nd:YAG tiene un tiempo de vida extraordinariamente grande ( $\approx 250\mu s$ ), lo que junto con su estructura de niveles electrónicos lo hace un candidato ideal para un sistema láser, como se analiza más adelante (sección 2.5).

### 2.3. Evolución de una onda electromagnética al atravesar un medio material

<sup>3</sup> Habiendo visto las posibles formas de interacción entre una onda electromagnética y un medio material, en esta sección se estudia la evolución de la densidad de energía del campo electromagnético cuando una onda electromagnética atraviesa un medio material.

<sup>3</sup>[1, cap. 1]

Se verá que la onda puede ceder energía al medio provocando mayoritariamente transiciones  $1 \rightarrow 2$ , extraerla provocado mayoritariamente transiciones  $2 \rightarrow 1$  o permanecer inalterada cuando los dos procesos se producen al mismo ritmo.

Hasta ahora se ha considerado la transición entre dos niveles de energías perfectamente definidas mediante la absorción o emisión de un fotón de frecuencia  $\nu = (E_2 - E_1)/h$ . En la realidad las líneas espectrales no tienen una frecuencia única, sino una distribución de frecuencias centrada alrededor de un valor central. Esto se llama ensanchamiento de las líneas y se produce por diversos factores no muy relevantes en este trabajo como pueden ser el ensanchamiento natural, por efecto Doppler o por presión.

Se introduce por esto una función  $g(\nu, \nu_0)$  que es la densidad de probabilidad de que una transición se dé con una frecuencia entre  $\nu$  y  $\nu + d\nu$ . El valor máximo de esta función es  $\nu_0$ , el centro de la línea espectral. Debe cumplirse

$$\int_0^{\infty} g(\nu, \nu_0) d\nu = 1 \quad (2.10)$$

Esto significa que la probabilidad de que una transición se dé con una frecuencia comprendida entre cero e infinito debe ser uno.

Esta función nos da la “forma” de una línea espectral si representamos la intensidad de la emisión frente a la frecuencia o energía de los fotones, ya que las transiciones más probables llevarán a una mayor intensidad en la línea espectral. Esto se aprecia en la imagen siguiente.

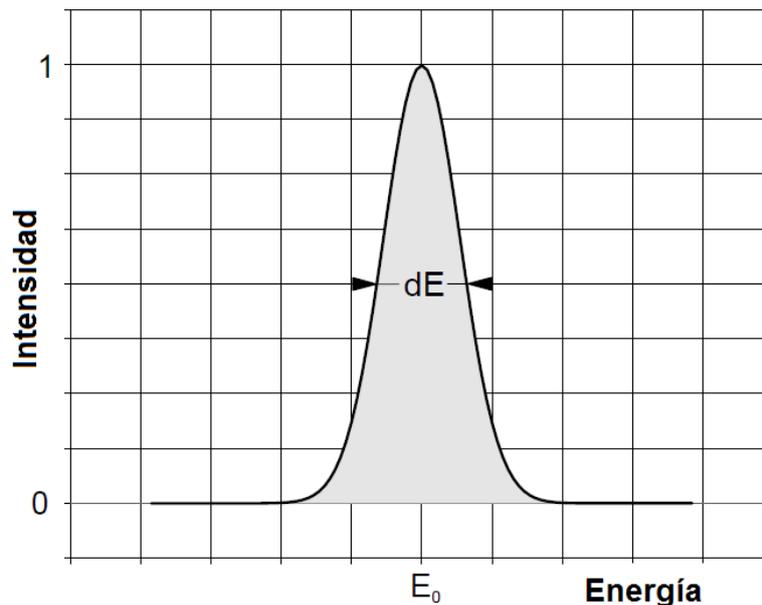


Figura 2.1: Transición centrada en  $E_0$ , con intensidad relativa al máximo

Además, dos o más transiciones cercanas ensanchadas pueden solaparse para formar una única línea, como se muestra en la siguiente imagen.

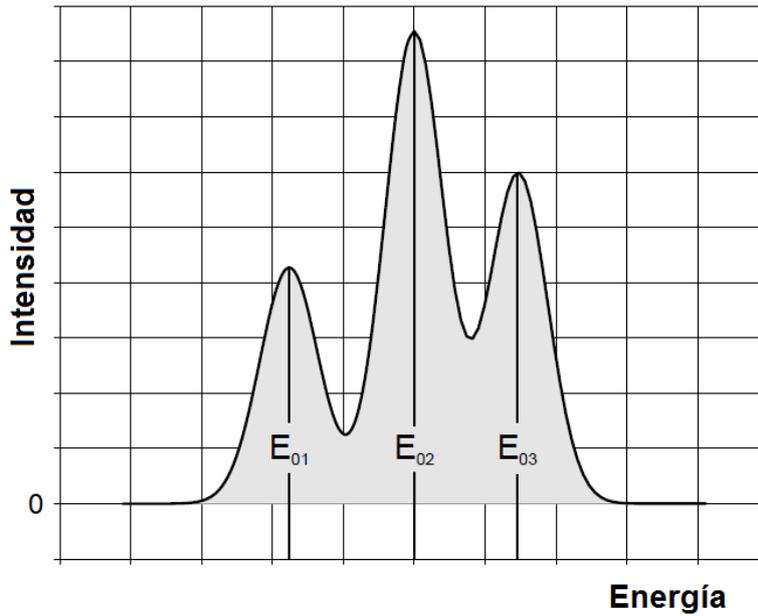


Figura 2.2: Transiciones solapadas debido al ensanchamiento de las líneas espectrales

Se considera ahora la interacción de una señal de frecuencia central  $\nu_s$  que interacciona con un sistema de dos niveles ensanchados, como se ha descrito anteriormente. El ancho de banda de la señal incidente  $d\nu$  es suficientemente pequeño comparado con la anchura de la línea como para que pueda considerarse infinitesimal. Consideramos los procesos de absorción y emisión estimulada, pero no de emisión espontánea. De la ecuación (2.9) se tiene que

$$\left. \frac{dN_1}{dt} \right|_{\nu_s} = -\rho(\nu_s) B_{21} \left( \frac{g_2}{g_1} N_1 - N_2 \right) g(\nu_s, \nu_0) d\nu \quad (2.11)$$

Estos son el número de átomos que son capaces de interactuar con la señal a una frecuencia  $\nu_s$ . Multiplicando esta ecuación por la energía de un fotón  $h\nu_s$  y dividiendo entre el volumen del material se obtiene:

$$\frac{\partial \rho(\nu_s)}{\partial t} = -\rho(\nu_s) B_{21} h\nu_s g(\nu_s, \nu_0) \left( \frac{g_2}{g_1} n_1 - n_2 \right) \quad (2.12)$$

Donde  $n_1$  y  $n_2$  son las densidades de población de los niveles 1 y 2.

Se ve que el cambio con el tiempo de la densidad de energía del campo de radiación depende del signo de la cantidad  $\left( \frac{g_2}{g_1} n_1 - n_2 \right)$ .

- Si  $g_2 n_1 > g_1 n_2$  el medio absorbe energía del campo electromagnético.
- Si  $g_2 n_1 < g_1 n_2$  la onda electromagnética gana energía al atravesar el medio.
- si  $g_2 n_1 = g_1 n_2$  el medio es transparente y ni gana ni cede energía.

La condición  $g_2 n_1 < g_1 n_2$  es necesaria para que haya amplificación de la onda electromagnética al atravesar el medio y se conoce con el nombre de inversión de población. No obstante, se ha visto en la ecuación (2.1) que en el equilibrio termodinámico  $g_2 n_1 = g_1 n_2 e^{\Delta E/k_B T}$ , lo que quiere decir que en una situación de equilibrio el fenómeno dominante es la absorción y no la emisión estimulada.

Por completitud se obtiene la expresión de la densidad de energía del campo electromagnético

al atravesar un medio en función de la distancia recorrida en dicho medio.

Como la onda viaja a una velocidad  $c = c_0/n = \frac{dx}{dt}$  es posible escribir la ecuación (2.12) como

$$\frac{\partial \rho(\nu_s)}{\partial x} = -h\nu_s \rho(\nu_s) g(\nu_s, \nu_0) B_{21} \left( \frac{g_2}{g_1} n_1 - n_2 \right) \frac{1}{c} \quad (2.13)$$

Integrando esta ecuación se tiene

$$\rho(\nu_s)(x) = \rho(\nu_s)_0 e^{-\alpha(\nu_s)x} \quad (2.14)$$

Donde

$$\alpha(\nu_s) = \left( \frac{g_2}{g_1} n_1 - n_2 \right) \sigma_{21}(\nu_s) \quad (2.15)$$

$$\sigma_{21}(\nu_s) = \frac{h\nu_s g(\nu_s, \nu_0) B_{21}}{c} \quad (2.16)$$

El resultado es el mismo: el signo de  $\alpha(\nu_s)$  depende del signo de  $\left( \frac{g_2}{g_1} n_1 - n_2 \right)$ , de forma que el análisis anterior es válido.

## 2.4. Fundamentos del funcionamiento de un láser

Ahora que ya se han visto los fenómenos de emisión estimulada y de amplificación de radiación se está en condiciones de comprender esquemáticamente cómo funciona un láser. Se necesitan:

1. Un medio, llamado medio activo, para la amplificación de la radiación: es un material que contiene átomos con una estructura de niveles de energía adecuada para la radiación láser. En la siguiente sección dicha estructura es tratada con detalle. Lo más importante es que átomos de este material tienen los dos niveles de energía entre los que se da la transición en la que se emite luz láser.
2. Una cavidad resonante en la que está situado el medio activo con el ánimo de que la densidad de energía del campo electromagnético sea muy grande y el proceso dominante sea la emisión estimulada, como se ha visto anteriormente. Uno de los espejos de la cavidad resonante tiene una reflectancia muy alta, mientras que el otro deja escapar parte de la radiación. Esa radiación que escapa de la cavidad es el *output* del láser.
3. Una fuente de bombeo para mantener la inversión de población. Los procesos de emisión de fotones siempre tienden a restaurar el equilibrio termodinámico, que como se ha visto implica una distribución poblacional incompatible con la amplificación de la radiación. Por eso es necesaria una fuente externa cuyo cometido es suministrar continuamente energía al medio activo para mantener la inversión de población. Esto se hace mediante luz de una energía superior a la de la señal láser, como se explica con más detalle en la siguiente sección.

## 2.5. La inversión de población: el sistema de cuatro niveles

En esta sección se analiza la estructura de niveles de energía que debe tener el medio activo para ser adecuado para su uso en láser de estado sólido; es decir, aquel en el que el medio activo es un sólido. Habitualmente los átomos responsables de la emisión láser son impurezas introducidas en un cristal de otro material. A lo largo de este proyecto se ha trabajado con un

láser de Nd:YAG, que es un sistema de cuatro niveles, por lo que nos centramos en ellos. Un sistema de tres niveles puede considerarse el caso límite de uno de cuatro en el que los dos niveles inferiores coinciden. Como su nombre indica, en un sistema de cuatro niveles intervienen cuatro niveles atómicos relevantes, que son enumerados del 1 al 4 siguiendo el siguiente esquema.

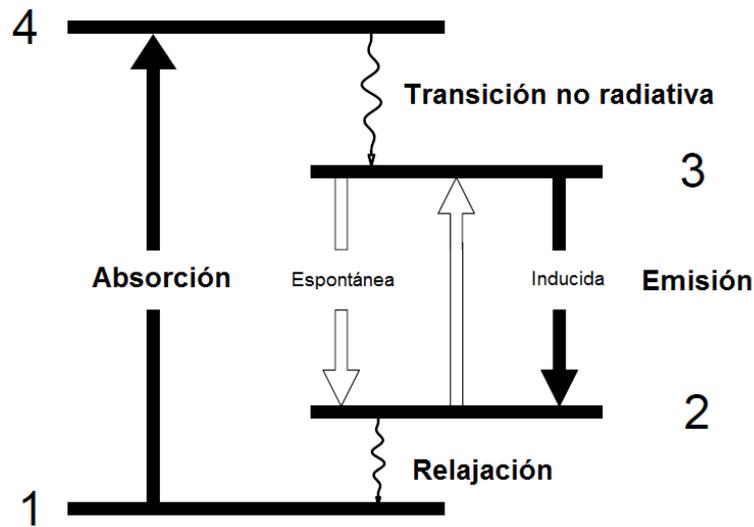


Figura 2.3: Esquema de cuatro niveles relevantes en la actividad láser

La fuente de bombeo provoca transiciones atómicas entre los niveles 1 y 4. La transición responsable de la emisión láser se da entre los niveles 3 y 2. Las transiciones  $4 \rightarrow 3$  y  $2 \rightarrow 1$  se dan mediante procesos no radiativos en los que se emite un fonón.

Los niveles de energía deben ser adecuados para la formación de una inversión de población entre los niveles 2 y 3. Por ello son deseables las siguientes características:

- Que la transición  $1 \rightarrow 4$  tenga un ancho de banda lo más grande posible, de forma que puedan excitarse átomos con una eficiencia razonable.
- Que la transición  $4 \rightarrow 3$  se dé lo más rápidamente posible, de forma que la transición  $4 \rightarrow 1$  no tenga lugar y que virtualmente el bombeo sea directamente al nivel 3.
- Que la transición  $3 \rightarrow 2$  sea lenta por los motivos vistos anteriormente.
- Que la transición  $2 \rightarrow 1$  también se dé lo más rápidamente posible, de forma que los átomos no se acumulen en el nivel 2 y la inversión de población sea más fácil de mantener.

Las transiciones  $4 \rightarrow 3$  y  $2 \rightarrow 1$  suceden acompañados de la emisión de un fonón, por lo que debe suceder que las energías  $E_4 - E_3$  y  $E_2 - E_1$  estén dentro del rango de energías que pueden tener los fonones del cristal *host*. Por el contrario, se desea que la transición  $3 \rightarrow 2$  sea lenta, por lo que el cristal *host* debe no admitir fonones con energía  $E_3 - E_2$ . Esto obligará a que la transición sea mediante la emisión de un fotón o mediante un proceso de varios fonones, de forma que la transición será mucho más lenta que las  $4 \rightarrow 3$  y  $2 \rightarrow 1$ .

## 2.6. Las *laser rate equations*

<sup>4</sup> Habiendo visto las bases conceptuales del funcionamiento de un láser y la estructura adecuada de niveles de energía del medio activo se introducen las conocidas en la literatura como *laser rate equations*, que describen de forma aproximada la operación del láser.

<sup>4</sup>[1] cap. 1],[2] pág. 6]

Estas ecuaciones no pueden ser una descripción detallada del funcionamiento de un láser ya que hacemos las siguientes aproximaciones:

- Consideramos la densidad de fotones en la cavidad láser,  $p(t)$  como una función del tiempo, ignorando que en la realidad la densidad de fotones está sujeta a variaciones espaciales resultantes de la formación de los modos en la cavidad láser. Cuestiones como qué modos se forman y cuánto volumen del medio activo ocupa cada uno, así como la relación entre ellos, dependen del diseño de la cavidad láser y de la forma de bombeo (ver sección 2.7). Ignorar la distribución espacial de la densidad de fotones no permite dar cuenta de las características operacionales de un láser real.
- Consideramos que las poblaciones de los niveles 2 y 4 son nulas. Esto equivale a suponer que los tiempos de relajación  $4 \rightarrow 3$  y  $2 \rightarrow 1$  son cero. Esta aproximación se conoce con el nombre de sistema de cuatro niveles ideal y es razonable en el caso del láser de Nd:YAG debido al larguísimo tiempo de vida medio de la transición  $3 \rightarrow 2$ , con lo que podemos suponer sin problema que  $\tau_{43}/\tau_{32} \approx 0$  y  $\tau_{21}/\tau_{32} \approx 0$ .

Pese a esto, las *rate equations* son una herramienta útil porque permiten comprender los distintos procesos que tienen lugar dentro de la cavidad y tener un modelo matemático aproximado del funcionamiento del mismo.

Los fenómenos que son considerados en las *rate equations* son el bombeo, la emisión espontánea, la emisión estimulada y la pérdida de fotones en la cavidad. En la forma en la que serán utilizadas, estas ecuaciones involucran a dos variables: la densidad de fotones en la cavidad  $p(t)$  y la densidad de inversión de población  $n(t) = (N_3 - N_2)$ . Estas ecuaciones se describen a continuación. Para ello se llama  $N_i$  al número de átomos por unidad de volumen que se encuentran en el nivel de energía  $i$ .

**Bombeo:** asumiendo que el bombeo se realiza directamente al nivel 3 y siendo  $W_{14}$  la probabilidad de absorción de un fotón de bombeo tenemos:

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_{\text{bombeo}} = \eta_0 W_{14} N_1 = W_p N_1 \quad (2.17)$$

Donde  $\eta_0 < 1$  es un factor de pérdidas y surge de la existencia de transiciones  $4 \rightarrow 1$ . En un sistema de cuatro niveles ideal se considera  $\eta_0 \approx 1$  debido a la rapidez de las transiciones  $4 \rightarrow 3$  comparadas con las  $4 \rightarrow 1$ . Claramente,  $W_{14}$  depende de la potencia de la luz de bombeo y de la absorción de la misma:  $W_{14} \propto \eta P_p$ , siendo  $\eta$  el coeficiente de absorción y  $P_p$  la potencia de bombeo.

**Emisión espontánea:** la emisión espontánea reduce la población del nivel tres de la forma

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_{\text{e. esp}} = -\Gamma N_3 \quad (2.18)$$

Donde  $\Gamma = 1/\tau_{32}$ , siendo  $\tau_{32}$  el tiempo de vida medio de la transición  $3 \rightarrow 2$ .

**Procesos inducidos:** el campo electromagnético puede provocar las transiciones  $2 \leftrightarrow 3$ , de forma que

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_{\text{ind}} = \sigma c p(t) (N_2 - N_3) \quad (2.19)$$

Donde  $\sigma$  es la sección eficaz del proceso,  $c$  es la velocidad de la luz en la cavidad y  $p$  es el número de fotones por unidad de volumen.

Combinando los tres procesos se tiene:

$$\frac{dN_3}{dt} = \sigma cp(t)(N_2 - N_3) - \Gamma N_3 + W_p N_1 \quad (2.20)$$

Haciendo ahora la aproximación del sistema de cuatro niveles ideal  $N_2 \approx 0$  y  $N_4 \approx 0$  se puede escribir que  $N_1 + N_3 = N_0 = cte$ , donde  $N_0$  es la densidad total de átomos. Aplicando esto a la ecuación anterior y escribiendo  $n = N_3 - N_2$  se obtiene la ecuación que describe la evolución de la densidad de inversión de población con el tiempo y que es una de las *rate equations*:

$$\frac{dn}{dt} = -\sigma cp(t)n(t) - \Gamma n(t) + W_p [N_0 - n(t)] \quad (2.21)$$

Queda considerar la evolución de la densidad de fotones en el interior de la cavidad. Los fotones se crean y destruyen en los procesos inducidos y además se pierden en el interior de la cavidad debido a multitud de procesos: parte se absorben o transmiten en los espejos de la cavidad, parte se pierden por difracción en los bordes de los espejos, parte sufren procesos de scattering en el medio activo y se pierden...

Se considera que debido a las pérdidas en ausencia de bombeo la densidad de fotones decae exponencialmente con un tiempo de vida medio  $\tau_{ph}$ , de forma que considerando los procesos inducidos y las pérdidas se tiene:

$$\frac{dp}{dt} = \sigma cp(t)n(t) - \frac{p(t)}{\tau_{ph}} \quad (2.22)$$

Las ecuaciones completas son, por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= -\sigma cp(t)n(t) - \Gamma n(t) + W_p [N_0 - n(t)] \\ \frac{dp}{dt} &= \sigma cp(t)n(t) - \frac{p(t)}{\tau_{ph}} \end{aligned}$$

Son dos ecuaciones diferenciales acopladas no lineales (ambas tienen el producto  $p(t) \cdot n(t)$ ) cuya solución analítica no se conoce. Deben resolverse numéricamente conocidos los valores de los parámetros que aparecen en ellas.

### 2.6.1. Pump threshold y slope efficiency

Aunque las *rate equations* no tengan solución analítica, puede demostrarse<sup>5</sup> que en el estado estacionario, con  $dn/dt = dp/dt = 0$  la potencia de emisión del láser viene dada por:

$$P_{out} = \eta \frac{E_3 - E_2}{E_4 - E_1} \frac{T}{T + L} (P_p - P_{th}) \quad (2.23)$$

Donde  $T$  es la transmitancia del espejo de salida de la cavidad láser,  $E_i$  es la energía del nivel  $i$ ,  $P_p$  es la potencia de bombeo,  $P_{th}$  es la potencia mínima de bombeo necesaria para que el láser comience a funcionar y  $L$  son las pérdidas relativas del número de fotones en un recorrido completo en la cavidad debido a todos los procesos salvo a la transmitancia del espejo de salida, que deja escapar fotones de la cavidad que conforman el *output* del láser.

El término  $P_{th}$ , conocido en inglés como *pump threshold* o simplemente *threshold*, aparece porque para que el láser funcione el incremento en la densidad de fotones debe ser positivo; es decir, la

<sup>5</sup> [2] pág. 7]

ganancia (*gain*) debe ser superior a las pérdidas (*loss*) en la cavidad. Para ello hace falta una potencia de bombeo mínima.

Se ve que a partir del *pump threshold* la potencia de emisión del láser crece linealmente con la potencia de bombeo.

La pendiente de la recta,

$$\alpha_s = \eta \frac{E_{32}}{E_{41}} \frac{T}{T + L} \quad (2.24)$$

es conocida como *slope efficiency*.

Puede parecer por tanto que lo ideal sería que la transmitancia del espejo de salida fuera lo más grande posible con ánimo de maximizar el término  $T/(T + L)$ , pero esto aumenta las pérdidas en la cavidad, con lo que también aumenta el valor de  $P_{th}$ . A la hora de diseñar un láser se debe encontrar un equilibrio razonable entre *slope efficiency* y *threshold*.

### 2.6.2. *Spiking*

Cuando el láser es operado en modo continuo la densidad de fotones y la inversión de población no varían con el tiempo. No obstante, al encender el láser o realizar algún cambio en sus parámetros, como modificar las características de la cavidad o cambiar la potencia de bombeo, el láser pasa por un periodo transitorio en el que  $dn/dt \neq 0$  y  $dp/dt \neq 0$ . Si las alteraciones no son muy bruscas ambas variables relajan a su valor de equilibrio realizando oscilaciones amortiguadas alrededor del mismo.

Durante las primeras oscilaciones la densidad de fotones y por tanto la potencia de salida del láser pueden llegar a tomar valores sustancialmente superiores a sus valores en el estado estacionario. Este fenómeno es conocido como *spiking* y es importante tenerlo en cuenta porque estos picos de intensidad pueden llegar dañar los espejos de la cavidad o el medio activo si son demasiado intensos.

### 2.6.3. *Q-switch*

El *Q-switch* es una forma de conseguir emisión láser pulsada en picos de una intensidad muy superior a la del *output* operando en modo continuo. El nombre hace referencia a su funcionamiento: el factor de calidad Q de una cavidad resonante es el cociente entre la energía almacenada en ella y la energía disipada por ciclo de oscilación.

La generación de pulsos mediante *Q-switch* se realiza de la siguiente manera: se parte de una situación con un valor de Q muy bajo (grandes pérdidas en la cavidad), lo que provoca que el campo de fotones dentro de la cavidad se extinga ( $p \approx 0$ ) y la inversión de población alcance su valor máximo. A continuación se incrementa súbitamente el valor de Q, permitiendo que aumente rápidamente el valor de  $p$  debido a las bajas pérdidas y la gran inversión de población. Tras el *Q-switch* se produce inicialmente una emisión de gran intensidad debido a los altos valores de  $p$  alcanzados. Repitiendo cíclicamente el proceso se obtienen pulsos regulares de alta intensidad.

Los métodos de *Q-switching* se agrupan en dos grandes familias: los métodos de *Q-switching* pasivo y *Q-switching* activo. Se diferencian en que en el *Q-switching* pasivo la duración de los pulsos y el momento en el que se dan no son controlados por el usuario del láser, mientras que sí lo son en el *Q-switching* activo.

En este trabajo se utiliza un *Q-switch* pasivo: la variación de las pérdidas dentro de la cavidad se consigue situando dentro de la cavidad un material capaz de absorber la radiación producida por la actividad láser, pero cuya absorción se satura a partir de cierta intensidad. Cuando se produce dicha saturación es cuando Q pasa de un valor bajo a uno alto.

## 2.7. La cavidad láser

Como ya se ha dicho, la cavidad láser es uno de los elementos cruciales de todo láser. En esta sección se comentan brevemente aspectos referentes a la estabilidad de cavidades láser, modos formados y relación entre los modos y las características de la emisión del láser.

### 2.7.1. Estabilidad de una cavidad resonante

Una cavidad resonante es estable si tras un número arbitrario de reflexiones en los espejos de la misma la luz sigue contenida dentro de la cavidad; es decir, rebota indefinidamente sin escapar de ella.

El criterio de estabilidad para una cavidad resonante formada a partir de espejos esféricos es<sup>6</sup>

$$0 \leq \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right) \leq 1 \quad (2.25)$$

Aquí  $R_1$  y  $R_2$  son los radios de los espejos y  $L$  es la separación entre ellos. Esta fórmula incluye los casos en los que uno de los espejos o los dos son planos, en el límite  $R \rightarrow \infty$ . La cavidad resonante del láser con el que se ha trabajado tiene uno de los espejos planos y el otro tiene un radio de curvatura de 10 cm. Esto quiere decir que la separación entre los espejos debe ser  $0 \leq L \leq 10\text{cm}$  para que la cavidad sea estable. La distancia entre los espejos de la cavidad tiene una importancia capital en la potencia de emisión del láser, tema que es tratado en la sección 2.7.2. Adelantando un poco, en general la potencia de emisión del láser será mayor cuanto más cerca se esté del límite de estabilidad de la cavidad. Como contrapartida será más difícil alinearla correctamente y más fácil que vibraciones mecánicas, dilataciones térmicas u otros efectos saquen la cavidad fuera del límite de estabilidad.

### 2.7.2. Modos en una cavidad láser

Los modos de una cavidad resonante son patrones espaciales de los campos electromagnéticos en su interior que permanecen inalterados tras un viaje de ida y vuelta de una onda electromagnética dentro de la misma. Se forman debido a las condiciones de contorno que requieren el desvanecimiento de los campos en los espejos que limitan la cavidad. Cada modo tiene asociada una frecuencia<sup>7</sup>, de forma que si en la cavidad láser se forma más de un modo, la emisión, además de ser extensa espacialmente, no será monocromática, sino que estará formada por una mezcla de las longitudes de onda asociadas a cada uno de los modos, cada uno con su intensidad propia.

Qué modos normales pueden formarse en una cavidad depende de la geometría de los espejos, la separación entre ellos y las características del medio activo, como su longitud y posible anisotropía óptica<sup>8</sup>. No obstante, no todos los modos posibles son amplificados en una cavidad láser: sólo aquellos formados por fotones con energías en el rango de la línea espectroscópica (ensanchada)  $3 \rightarrow 2$  podrán ser amplificados. Cuáles de los que pueden ser amplificados lo son en el uso del láser es un tema complicado que es comentado brevemente a continuación. Para ello introducimos los conceptos de volumen modal y volumen de bombeo<sup>9</sup>.

El volumen modal es el volumen dentro del medio activo que ocupan los modos excitados en el láser. El volumen de bombeo, por el contrario, es el volumen del medio activo iluminado por la

<sup>6</sup> [3] cap 9, págs 246-248]

<sup>7</sup>La longitud de onda de cada modo no es constante en toda cavidad láser por la presencia del medio activo. Fuera de la cavidad, en el haz de emisión, especificar una frecuencia es equivalente a especificar la longitud de onda.

<sup>8</sup>Como nota, el cristal YAG en el que se aloja el Nd tiene simetría cúbica, por lo que es un medio óptico isotrópico.

<sup>9</sup>En inglés, *mode volume* y *pump volume*.

fuelle de bombeo. Es claro que únicamente las zonas iluminadas por la fuente de bombeo serán capaces de amplificar radiación, por lo que únicamente los modos con frecuencias adecuadas y cuyo volumen modal se solape con el volumen de bombeo podrán formarse en la práctica.

En el apartado 2.6 se ha comentado el concepto de *threshold* del láser, que aquí se puede aplicar a cada uno de los modos: para que un modo pueda ser excitado en el uso real del láser, la ganancia de dicho modo debe ser superior a sus pérdidas. La ganancia neta de cada modo depende de los siguientes factores:

- Las pérdidas concretas del modo considerado.
- Volumen de bombeo que ocupa el modo en cuestión: cuanto mayor sea, mayor será la ganancia del modo.
- Intensidad de la línea espectral  $3 \rightarrow 2$  a la frecuencia de excitación del modo considerado: cuanto más probable sea una transición en esa frecuencia, mayor será el *gain*.
- Presencia de otros modos. Supongamos que dos modos coexisten en parte del volumen de bombeo, pero uno es más intenso que el otro por alguna razón. Por ejemplo, el volumen de bombeo que ocupa uno es mayor, es un modo excitado a una frecuencia más probable en la transición o ambas cosas. Como el modo es más intenso (y quizá más fácil de excitar debido a la distribución de energías de la transición) es más probable que la emisión estimulada se dé en dicho modo, de forma que las transiciones en el volumen de bombeo que comparten ambos modos se darán mayoritariamente a la frecuencia del modo dominante, inhibiendo al otro. Si este proceso es muy pronunciado o un modo “sale perdiendo” frente a varios otros modos en distintas regiones del medio activo, dicho modo puede extinguirse. Este proceso se llama competición de modos o competición modal. Por supuesto, esta descripción sencilla puede complicarse, por ejemplo, considerando que hay zonas en las que coexistirán más de dos modos. Un análisis cuantitativo de este fenómeno es complicado y como se ha explicado en el apartado 1 no se lleva a cabo.

Visto el concepto de *mode volume* se puede entender el que la separación entre los espejos de la cavidad tenga un gran influencia sobre la potencia de emisión del láser: los modos formados dependen de dicha separación. Acercar los espejos reduce el número de modos posibles y por tanto el *mode volume* y con él la ganancia neta de la señal láser. En cambio, como se ha dicho antes, una emisión multimodal del láser hace que la señal resultante esté formada por luz de distintas frecuencias, lo que hace deseable la excitación de un único modo para usos del láser que requieran monocromaticidad.

## 2.8. Generación de segundo armónico

El fenómeno de la generación de segundo armónico, que permite convertir la luz de  $\lambda \approx 1064$  nm del láser de Nd:YAG en luz visible de  $\lambda \approx 532$  nm, es una manifestación de los fenómenos de óptica no lineal que pueden darse en un medio material cuando la intensidad de una onda electromagnética es muy grande. En concreto, es un efecto causado por la susceptibilidad de segundo orden.

En todo medio material la polarización puede expresarse como una suma de contribuciones de distintos órdenes de magnitud del campo eléctrico:

$$\vec{P} \cdot \vec{u}_i = P_i = \epsilon_0 \sum_{j=1}^3 \chi_{ij} E_j + 2 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 d_{ijk} E_j E_k + 4 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \chi_{ijkl} E_j E_k E_l + \dots \quad (2.26)$$

$\chi_{ij}$ ,  $d_{ijk}$  y  $\chi_{ijkl}$  son los coeficientes de los tensores de susceptibilidad de primer, segundo y tercer orden respectivamente.

Se tiene que  $|\chi_{ij}| \gg |d_{ijk}| \gg |\chi_{ijkl}|$ , de forma que hacen falta campos eléctricos de magnitudes muy grandes para apreciar los efectos de orden superior al primero. Los sistemas láser son capaces de producir ondas electromagnéticas de intensidad suficiente para observar estos fenómenos, ya sea en el interior de la cavidad láser o fuera de ella, gracias a dispositivos de emisión pulsada como un *Q-switch*.

## Fenómenos causados por la susceptibilidad de segundo orden

Se consideran dos ondas electromagnéticas sinusoidales de frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$  propagándose en un medio material adecuado. La presencia de la susceptibilidad de segundo orden de la ecuación (2.26) da lugar a campos eléctricos de frecuencias:  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $\omega_1 + \omega_2$ ,  $\omega_1 - \omega_2$  y  $\omega = 0$ .

Estos fenómenos se conocen respectivamente con los nombres de generación de segundo armónico, generación de frecuencia suma y diferencia y rectificación óptica. En el caso de que únicamente haya una onda electromagnética original de frecuencia  $\omega$ , como en el caso de la parte experimental de este trabajo, sobreviven los términos  $2\omega$  y  $\omega = 0$ . Por supuesto, la polarización lineal sigue existiendo: la onda de la frecuencia original no desaparece.

### 2.8.1. Obtención de las ecuaciones de generación de segundo armónico

<sup>[10]</sup> Se considera ahora un medio material sin cargas libres, no conductor y transparente a las frecuencias relevantes. Bajo estas condiciones, el tensor de susceptibilidad de segundo orden es simétrico respecto al intercambio de dos índices cualesquiera y sus componentes no dependen de la frecuencia<sup>[11]</sup>. Para este medio las ecuaciones de Maxwell son:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (2.27)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.28)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.29)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.30)$$

Donde  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \bar{\epsilon} \vec{E} + \vec{P}_{NL}$ ,  $\vec{P}_{NL}$  es la componente no lineal de la polarización y  $\bar{\epsilon}$  es un tensor. Se desacoplan las ecuaciones tomando el rotacional de (2.28) y sustituyendo la (2.30), usando que  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$ . Se obtiene la ecuación

$$-\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) + \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \bar{\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (2.31)$$

Aquí se realizan las siguientes suposiciones

1. Se considera que  $|\vec{\nabla} \cdot \vec{E}| \ll |\nabla^2 \vec{E}|$ . Esto equivale a considerar en una onda plana que el campo eléctrico es perpendicular a la dirección de propagación. Técnicamente esto no es así en un medio anisótropo, pero consideramos despreciable el ángulo formado entre el campo eléctrico y el vector de onda.
2. Para cada frecuencia considerada se ensayan soluciones en forma de onda plana y se considera que la amplitud de cada onda varía poco al propagarse; es decir, que la conversión de la energía a segundo armónico es muy poco eficiente.<sup>[12]</sup>

<sup>10</sup> [4] cap. 12]

<sup>11</sup> [4] cap. 12, pág. 506]

<sup>12</sup> Ver, por ejemplo, [5]

3. Se toman los ejes de coordenadas de forma que uno de ellos coincida con la dirección del vector de onda y los otros dos coincidan con las direcciones asociadas a los autoestados de propagación de la onda en esa dirección. Esto permite ignorar el carácter tensorial de  $\vec{\epsilon}$ .<sup>13</sup>

Con estas suposiciones la ecuación de onda se transforma en

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (2.32)$$

Se toma el eje  $z$  como dirección de propagación y denota por  $E_i^{(\omega_j)}$  la componente del campo eléctrico a la frecuencia  $\omega_j$  en la dirección  $\vec{u}_i$ , que como se ha dicho ya puede corresponder a los ejes  $x$  o  $y$ . Las soluciones en forma de onda plana son ( $\omega_2 = 2\omega_1$ )

$$E_i^{(\omega_1)}(z, t) = \frac{1}{2} \left( E_{1i}(z) e^{i(\omega_1 t - k_1^i z)} + c.c \right) \quad (2.33)$$

$$E_k^{(\omega_2)}(z, t) = \frac{1}{2} \left( E_{2k}(z) e^{i(\omega_2 t - k_2^k z)} + c.c \right) \quad (2.34)$$

Donde los superíndices en  $k$  recuerdan que en general no vale lo mismo para las dos direcciones consideradas y  $c.c$  indica complejo conjugado. Con esto,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  y por tanto:

$$\nabla^2 E_i^{\omega_j}(z, t) = \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_i^{\omega_j}(z, t) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( E_{ji}(z) e^{i(\omega_j t - k_j^i z)} + c.c \right) \quad (2.35)$$

Donde  $E_{ji}$  es la amplitud compleja del campo eléctrico a la frecuencia  $\omega_j$  en la dirección  $\vec{u}_i$ . La suposición (2) de arriba permite considerar que  $\left| \frac{dE_{ji}}{dz} k_j^i \right| \gg \left| \frac{d^2 E_{ji}}{dz^2} \right|$ . Despreciando las derivadas de segundo orden se tiene

$$\nabla^2 E_i^{\omega_j}(z, t) \approx -\frac{1}{2} \left( (k_j^i)^2 E_{ji}(z) + 2ik_j^i \frac{dE_{ji}}{dz} \right) e^{i(\omega_j t - k_j^i z)} + c.c \quad (2.36)$$

Se inserta esto en la ecuación de onda no lineal (2.32) y se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left( (k_j^i)^2 E_{ji}(z) + 2ik_j^i \frac{dE_{ji}(z)}{dz} \right) e^{i(\omega_j t - k_j^i z)} + c.c &= \frac{1}{2} \left( (k_j^i)^2 E_{ji}(z) e^{i(\omega_j t - k_j^i z)} + c.c \right) - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [P_{NL}]_{ji} \\ \rightarrow ik_j^i \frac{dE_{ji}(z)}{dz} e^{i(\omega_j t - k_j^i z)} + c.c &= -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [P_{NL}]_{ji} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Donde  $[P_{NL}]_{ji}$  es la componente  $i$  de la polarización no lineal a la frecuencia  $\omega_j$ .

Se considera ahora la evolución de la onda a la frecuencia  $2\omega$ , para lo cual primero se considera la expresión de la polarización no lineal dada por la ecuación (2.26).

$$[P_{NL}]_i = 2 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 d_{ijk} E_j E_k \quad (2.38)$$

Donde ahora  $E_j$  y  $E_k$  son las componentes en las direcciones  $j$  y  $k$  de la onda original a la frecuencia  $\omega$  descritas en (2.33). Como sólo se considera el campo a esta frecuencia se puede suprimir el subíndice 1, de forma que:

$$\begin{aligned} E_j^{\omega_1} &= \frac{1}{2} \left( E_j e^{i(\omega t - k^j z)} + E_j^* e^{-i(\omega t - k^j z)} \right) \\ E_k^{(\omega_1)} &= \frac{1}{2} \left( E_k e^{i(\omega t - k^k z)} + E_k^* e^{-i(\omega t - k^k z)} \right) \end{aligned}$$

<sup>13</sup>Ver, por ejemplo, [6]

La componente a la frecuencia  $2\omega$  del producto de estos campos es

$$\frac{1}{4} \left[ E_j E_k e^{i(2\omega t - k^j z - k^k z)} + E_j^* E_k^* e^{-i(2\omega t - k^j z - k^k z)} \right] \quad (2.39)$$

Y entonces la componente de la polarización no lineal a la frecuencia  $2\omega$  es

$$\begin{aligned} [P_{\text{NL}}]_i^{(2\omega)} &= 2 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 d'_{ijk} \frac{1}{4} \left[ E_j E_k e^{i(2\omega t - k^j z - k^k z)} + E_j^* E_k^* e^{-i(2\omega t - k^j z - k^k z)} \right] = \\ &= \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 d'_{ijk} E_j E_k e^{i(2\omega t - k^j z - k^k z)} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Donde esta última igualdad se debe a la simetría del tensor de susceptibilidad de segundo orden y la  $d'_{ijk}$  indica que las direcciones  $i, j, k$  no son en general las direcciones principales del cristal.<sup>14</sup>

Se inserta esta ecuación en la (2.37) y se obtiene la siguiente expresión para la variación de la amplitud de la onda electromagnética a frecuencia  $2\omega$

$$\frac{dE_i^{(2\omega)}}{dz} = -i2\omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon^i}} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 d'_{ijk} E_j^{(\omega)} E_k^{(\omega)} e^{i(k_2^i - k_1^j - k_1^k)z} \quad (2.41)$$

Donde como antes  $k_x^y$  es la constante de propagación de la onda a la frecuencia  $x$  asociada a la polarización  $y$  y los sumatorios no llegan hasta 3 porque se ha supuesto antes que el campo eléctrico no tiene proyección sobre la dirección del vector de onda,  $z$ . De igual forma,  $\epsilon^i$  es la permitividad asociada al índice de refracción asociado a la polarización del campo eléctrico en la dirección  $\vec{u}_i$ .

En general las amplitudes complejas de la onda fundamental, que se propaga con frecuencia  $\omega$ , también dependen de  $z$ , pero en línea con la suposición (2) se puede considerar que  $dE_i^{(\omega)}/dz \approx 0$  y por lo tanto suponer dichas amplitudes constantes en la ecuación (2.41).

La solución de la ecuación (2.41) para  $E_i^{(2\omega)}(z=0) = 0$  (al principio sólo hay onda a la frecuencia fundamental) y un cristal de longitud  $L$  es

$$E_i^{(2\omega)}(L) = -i2\omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon^i}} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 d'_{ijk} E_j^{(\omega)} E_k^{(\omega)} \frac{e^{i\Delta k L} - 1}{i\Delta k} \quad (2.42)$$

Donde  $\Delta k = k_2^i - k_1^j - k_1^k$ . Esta ecuación permite conocer la amplitud compleja del campo eléctrico de la onda generada a la frecuencia frecuencia  $2\omega$  conocidas las propiedades del medio material y la dirección de propagación de la onda dentro de dicho medio.

### 2.8.2. El *phase matching*

La ecuación (2.42), a partir de la cual se puede calcular la potencia generada de segundo armónico en las dos direcciones de polarización de la onda, es bastante complicada, ya que intervienen 4 términos. A continuación se explica cómo, mediante una técnica llamada *phase matching* de tipo 1, se convierte de forma eficaz potencia asociada a uno de los estados de polarización de la onda original en potencia de la onda de segundo armónico que oscila en el otro estado de polarización. El *phase matching* de tipo 1 es el utilizado en la parte experimental de este trabajo.

<sup>14</sup>Por direcciones principales se hace aquí referencia a las direcciones en las que el tensor de susceptibilidad de primer orden es diagonal.

De la expresión (2.42) se retiene únicamente un término en el que  $j = k = x$ . Entonces, utilizando que

$$I(2\omega) = \frac{P(2\omega)}{A} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}} |E|^2 \quad (2.43)$$

siendo  $A$  el área que ocupa el haz, se puede llegar a <sup>[15]</sup>:

$$P_i(2\omega) \propto \frac{L^2}{A} P_x(\omega) P_x(\omega) \left[ \frac{\sin\left(\frac{1}{2}\Delta k L\right)}{\frac{1}{2}\Delta k L} \right]^2 \quad (2.44)$$

Donde ahora, como únicamente se ha retenido un sumando:  $\Delta k = k_2^i - 2k_1^x$ . Como se ve, la potencia de la onda de segundo armónico generada depende muy fuertemente del valor de la cantidad  $\Delta k$ . En concreto, si  $\Delta k = 0$  se tiene que  $P_i(2\omega) \propto L^2$ ; es decir, crece cuadráticamente con el espesor del medio utilizado para generar el segundo armónico. En la siguiente imagen se muestra la variación de la función  $\left[ \sin\left(\frac{1}{2}\Delta k L\right) / \frac{1}{2}\Delta k L \right]^2$  en la situación en la que  $\Delta k = 0,25$ . La potencia generada no necesariamente aumenta al aumentar  $L$ , como puede verse.

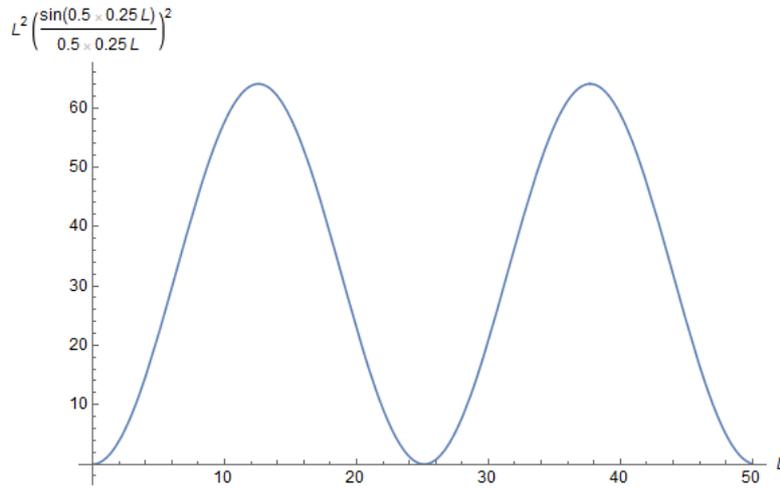


Figura 2.4: Situación en la que no se da el *phase matching*

La cantidad  $\Delta k$  depende de la dirección de propagación de la onda dentro del cristal y es posible que haya una dirección de propagación tal que  $\Delta k = 0$ . Esto es lo que se conoce con el nombre de *phase matching*. El nombre viene de que físicamente  $\Delta k = 0$  significa que a la salida del cristal las ondas del segundo armónico generadas en su interior interfieren de forma constructiva. La condición  $\Delta k = 0$  implica que

$$k^i(2\omega) - 2k^x(\omega) = 0 \rightarrow k^i(2\omega) = 2k^x(\omega) \quad (2.45)$$

Esto por su parte implica que

$$n^i(2\omega) = n^x(\omega) \quad (2.46)$$

Debe hallarse una dirección de propagación tal que uno de los dos índices de refracción asociados a dicha dirección para la frecuencia fundamental ( $\omega$ ) coincida con uno de los dos índices asociados al segundo armónico ( $2\omega$ ). Como en general el índice de refracción varía de forma monótona con la frecuencia de la onda electromagnética, se hace uso de la birrefringencia del medio en el que se genera el segundo armónico, de forma que la onda fundamental oscilará como rayo ordinario y el segundo armónico como extraordinario o viceversa.

<sup>15</sup> [4] cap 12, pág 520]

### 2.8.3. El KTP como doblador de frecuencia (1064 nm → 532 nm)

El cristal utilizado como doblador de frecuencia en la parte práctica de este trabajo es KTP, un cristal ortorrómbico y técnicamente biaxial, cuyos índices de refracción valen<sup>16</sup>

$$n_x^2 = 2,10468 + 0,89342 \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 0,004438} - 0,01036\lambda^2 \quad (2.47)$$

$$n_y^2 = 2,14559 + 0,87629 \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0485} - 0,01173\lambda^2 \quad (2.48)$$

$$n_z^2 = 1,9446 + 1,3617 \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 0,042} - 0,01491\lambda^2 \quad (2.49)$$

Donde  $\lambda$  está expresado en  $\mu\text{m}$  y estas expresiones son válidas para  $0.35 \mu\text{m} < \lambda < 4.5 \mu\text{m}$ .

La gran similitud de los índices de refracción  $n_x$  y  $n_y$  hace que se pueda considerar el KTP como un cristal uniaxial y por tanto para cumplir la condición de *phase matching* se debe encontrar una dirección de propagación que forme un ángulo  $\theta$  con el eje óptico del cristal tal que uno de los índices a la frecuencia  $2\omega$  coincida con uno de los índices a la frecuencia  $\omega$ . Este ángulo se puede hallar a partir de las relaciones de dispersión anteriores y considerando la fórmula para el índice de refracción extraordinario en un cristal uniaxial<sup>17</sup>

$$n_e(\theta) = \frac{n_0 n_z}{\sqrt{n_0^2 (\sin(\theta))^2 + n_z^2 (\cos(\theta))^2}} \quad (2.50)$$

Tomando  $n_0 = \frac{n_x + n_y}{2}$  se encuentra que en el ángulo  $\theta \approx 39,23^\circ$  el índice de refracción extraordinario a 1064 nm coincide con el ordinario a 532 nm.

El cristal utilizado en la parte experimental de este trabajo está cortado de forma que el eje óptico de la cavidad láser forma aproximadamente este ángulo con el eje óptico del cristal.

<sup>16</sup> [2, pág. 19]

<sup>17</sup> [3, cap 5, pág. 128]

### 3. Trabajo experimental

En esta sección se describen el material disponible en el laboratorio y los resultados de una serie de medidas realizadas con ánimo de caracterizar el láser.

#### 3.1. Componentes del láser e instrumental

Los componentes del láser han sido montados en un banco de óptica milimetrado, mostrado en la foto.

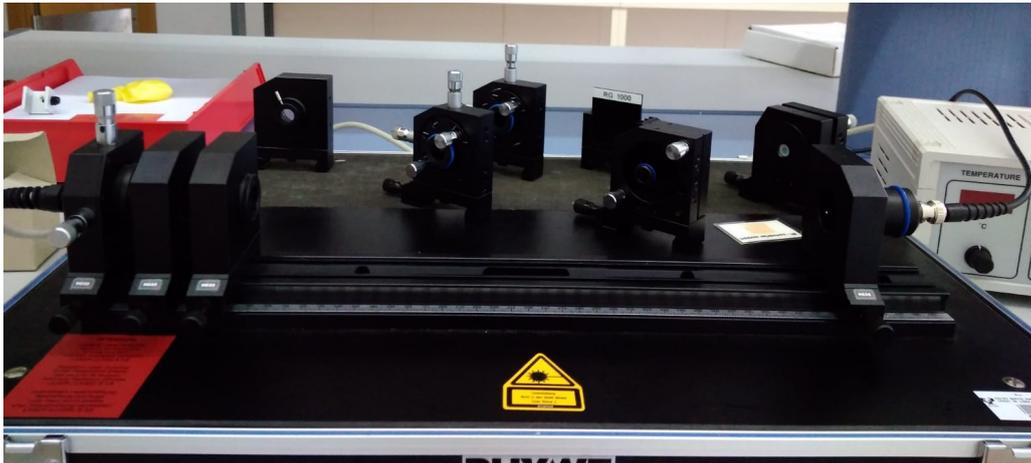


Figura 3.1: Banco óptico y componentes del láser. Montados en el banco óptico: diodo láser, colimador, lente convergente y fotodiodo. Detrás, de izquierda a derecha: diafragma, módulo para KTP, módulo para  $\text{LiF}^{2-}$ , soporte para filtros con filtro RG1000, módulo con espejo esférico y módulo con Nd:YAG

A continuación se analizan las características de cada uno de los elementos, así como del instrumental disponible.

##### 3.1.1. La fuente de bombeo

La fuente de bombeo del láser de Nd:YAG es un diodo láser con una potencia máxima de emisión de aproximadamente 0.5 W. Los diodos láser tienen propiedades muy distintas a las de los láseres de estado sólido.<sup>18</sup> Las características más relevantes para este trabajo son que tanto la longitud de onda como la potencia de emisión dependen de la temperatura a la que se encuentren y de la corriente eléctrica que circule por ellos. Por esto, el diodo láser utilizado como fuente de bombeo cuenta con un sistema de control de la temperatura y de la corriente circulante por él, a la que a partir de ahora se llamará corriente de inyección. Por supuesto, la dirección de emisión del diodo láser puede ajustarse también para alinearlos correctamente con el banco óptico.

Como se ha dicho, la longitud de onda de un diodo láser no es constante: varía con la temperatura a la que se encuentra el diodo y con la corriente circulante por él. La dependencia de la longitud de onda con estos parámetros para variaciones no muy grandes se puede escribir como

$$\lambda(T, I) = \lambda(T_0, I_0) + \alpha_T(T - T_0) + \alpha_I(I - I_0) + O(\alpha^2) \quad (3.1)$$

Por esto, usos de un diodo láser que requieran una longitud de onda concreta deberán hacerse a una temperatura y corriente de inyección adecuadas. En concreto, para el uso como fuente de

<sup>18</sup> [2] págs. 13-15]

bombeo de un láser conviene utilizar la longitud de onda que mejor sea absorbida por el medio activo. (ver sección 3.2.2)

Con la temperatura fija, la dependencia de la potencia de emisión con la corriente de inyección es lineal a partir de cierto valor de la misma, conocido también como *threshold*. Este comportamiento se ilustra en la siguiente imagen.

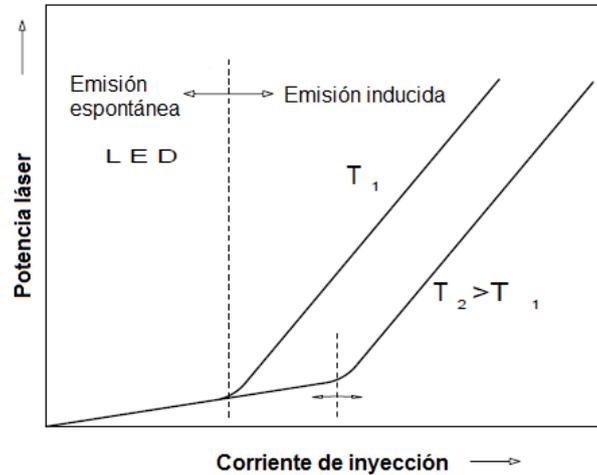


Figura 3.2: Potencia de un diodo láser frente a la inyección

Como se ve, el punto en el que sucede *threshold* depende de la temperatura.

### 3.1.2. El medio activo

Durante las sesiones de laboratorio se ha trabajado con un láser de Nd:YAG; es decir, el medio activo del láser es un cristal de itrio y aluminio ( $Y_3Al_5O_{12}$ ) dopado con impurezas de neodimio, cuyos niveles de energía son los utilizados en la emisión láser y se pueden ver en la figura a continuación. El cristal utilizado es cilíndrico con un espesor de 5 mm y 5 mm de diámetro.

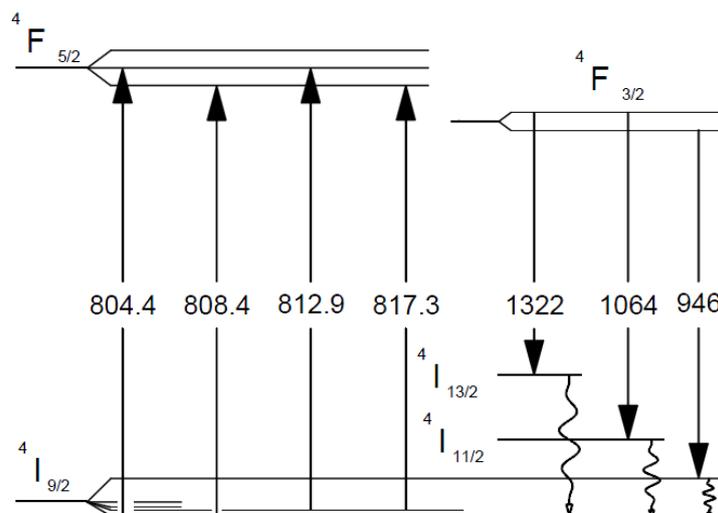


Figura 3.3: Esquema de niveles del Nd:YAG. Los números son las longitudes de onda centrales de las transiciones expresadas en nm.

Debido al gran valor de la sección eficaz de emisión a 1064 nm en comparación con las otras líneas<sup>19</sup>, la emisión láser sucederá a 1064 nm salvo que se diseñe una cavidad con ánimo de suprimir la radiación a esta longitud de onda, por ejemplo mediante el uso de espejos dicróicos. No es el caso del dispositivo experimental de este trabajo.

Uno de los extremos de la barra de Nd:YAG (el de entrada de la luz de bombeo) tiene una cobertura altamente reflectante para la longitud de onda de 1064 nm a la que opera el láser y que forma el espejo “izquierdo” de la cavidad. Esta cobertura está diseñada para permitir el paso de la mayor cantidad posible de la luz proveniente de la fuente de bombeo, con unas pérdidas aproximadas del 20% de la misma. El extremo contrario del cristal tiene un tratamiento antirreflectante a 1064 nm para reducir lo máximo posible las pérdidas de la cavidad, además de otra capa altamente reflectante a 532 nm que funciona como espejo en el experimento de generación de segundo armónico.

El medio activo va montado en un soporte ajustable que permite orientar la cavidad para su correcto ajuste.

### 3.1.3. La cavidad láser

La cavidad láser utilizada es una cavidad hemisférica: uno de los espejos es plano y el otro es esférico. El espejo plano es el acoplado al medio activo. Se dispone de un módulo orientable en el que se monta el espejo esférico del final de la cavidad.

Se ha trabajado con dos espejos, ambos con un radio de curvatura de 10 mm y reflectancias  $R_1 = 0,98$  y  $R_2 = 0,9998$ . El espejo más reflectante se utiliza en el experimento de generación de segundo armónico con ánimo de tener una densidad de fotones en la cavidad lo más grande posible. El espejo con  $R = 0,98$  es el utilizado normalmente para emisión a 1064 nm.

La cavidad láser tiene una distancia de separación entre los espejos variable, con lo que parámetros como el *threshold*, *slope efficiency* o las pérdidas de la cavidad deben definirse para una configuración dada y por tanto no tiene sentido considerarlos de forma absoluta.

### 3.1.4. Filtros

Se dispone de dos filtros que pueden montarse en un soporte en el banco óptico:

- Un filtro RG100, que es un filtro paso largo de 1000 nm.
- Un filtro BG39 que suprime tanto la radiación del diodo láser como la del Nd:YAG y permite el paso de la luz a 532 nm con unas pérdidas aproximadas del 40%.

### 3.1.5. Lentes

Se dispone de un sistema de tres lentes con una distancia focal de 6 mm que se usa para colimar la luz de la fuente de bombeo y de una lente convergente de 60 mm de focal que se utiliza para focalizar la luz de bombeo en el medio activo.

### 3.1.6. Detectores

Se dispone de dos detectores: un fotodiodo y un medidor de potencia óptica. El fotodiodo se puede conectar a un osciloscopio a través de la unidad de control y proporciona una señal proporcional a la intensidad recibida. Por tanto, este detector no sirve para medir magnitudes absolutas. Como ventaja frente al medidor de potencia óptica, es más sensible

---

<sup>19</sup> [7] ”YAG lasers”]

a intensidades bajas. Dependiendo de qué se quisiera medir se ha utilizado el detector más conveniente.

### 3.1.7. Unidad de control

La unidad de control sirve para regular el diodo láser. Cuenta con un ajuste de temperatura y de la corriente de inyección. Los rangos de estos parámetros son:

- Temperatura: de 10 a 40 °C en intervalos de 0.1 °C.
- Corriente de inyección: de 0 a 900 mA en intervalos de 1 mA

La unidad de control permite utilizar el diodo láser de dos formas: en modo de emisión continua y en modo alterno, consistente en utilizar como corriente de inyección un perfil de onda rectangular cuya frecuencia se puede variar entre 0.5 kHz y 60 kHz.

Dispone de una conexión para utilizar un generador de señales externo y bombear con patrones arbitrarios, pero esto no se ha hecho en este trabajo. También tiene dos conexiones BNC que permiten mostrar en un osciloscopio la señal que detecta el fotodiodo y la corriente de inyección.

### 3.1.8. Osciloscopio

El osciloscopio utilizado es un modelo HP S46038.

### 3.1.9. Otros

Se dispone de cuatro componentes más, que son un: un trazador para poder observar el haz infrarrojo, un diafragma con diámetro regulable y dos módulos orientables en los que se montan el cristal KTP y el  $\text{LiF}^{2-}$  para los experimentos de generación de segundo armónico y *Q-switch* respectivamente.

## 3.2. Caracterización del diodo láser

En esta sección se presentan los resultados de las pruebas realizadas con el diodo láser. Los objetivos de dichas pruebas son:

- Estudiar la variación de la potencia de emisión con la corriente de inyección y la temperatura.
- Obtener una curva de valores de temperatura y corriente de inyección  $(T, I)$  que correspondan a emisión en la longitud de onda más absorbida por los átomos de neodimio en el Nd:YAG. En puntos de esta curva el funcionamiento del láser será lo más eficiente posible.
- Determinación de la transmitancia de la lente convergente que se utiliza posteriormente.

### 3.2.1. Potencia de emisión

#### Método

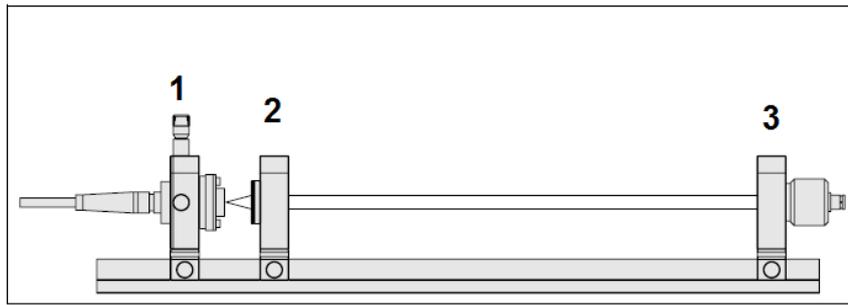


Figura 3.4: Esquema del montaje. 1) Diodo láser. 2) Colimador. 3) Medidor de potencia.

Fijada una temperatura en el diodo láser se coloca el colimador de forma que la luz emitida sea paralela al banco óptico y se hace incidir el haz sobre el medidor de potencia. Se registra la potencia emitida para distintos valores de la corriente de inyección. Se repite el proceso para varios valores de la temperatura, lo que permite tener suficientes datos para más adelante poder interpolar el valor de la potencia de emisión  $P(T, I)$ .

Como se ha visto en la sección 3.1, el comportamiento esperado de la potencia de emisión del diodo láser a lo largo de la curva  $P(T_0, I)$  con  $T$  fijo es lineal a partir de cierto valor de la corriente de inyección, el *threshold* del modelo ideal del diodo láser. Dicho *threshold* aumenta con la temperatura, por lo que se ha determinado a la temperatura más alta posible. Así se garantiza un comportamiento lineal de la potencia del diodo a partir de ese *threshold* a cualquier temperatura.

Nota: en todas las medidas experimentales de este trabajo se hace uso del colimador. A partir de aquí, cuando se hable de potencia del diodo láser se estará haciendo referencia a la potencia restante tras pasar la luz por el colimador, donde habrá pérdidas. La potencia de emisión real será más alta.

## Resultados

Las dos siguientes figuras muestran el comportamiento del diodo láser a  $T = 40^\circ\text{C}$  a altas y bajas intensidades.

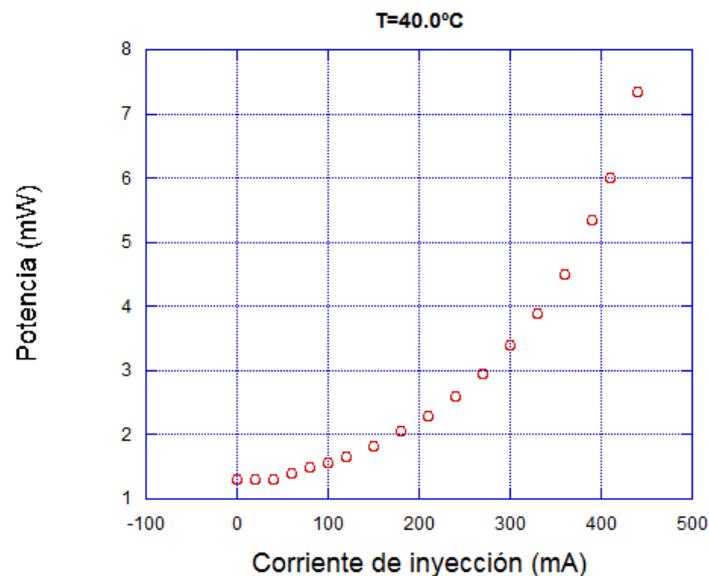


Figura 3.5: Región de corriente de inyección baja

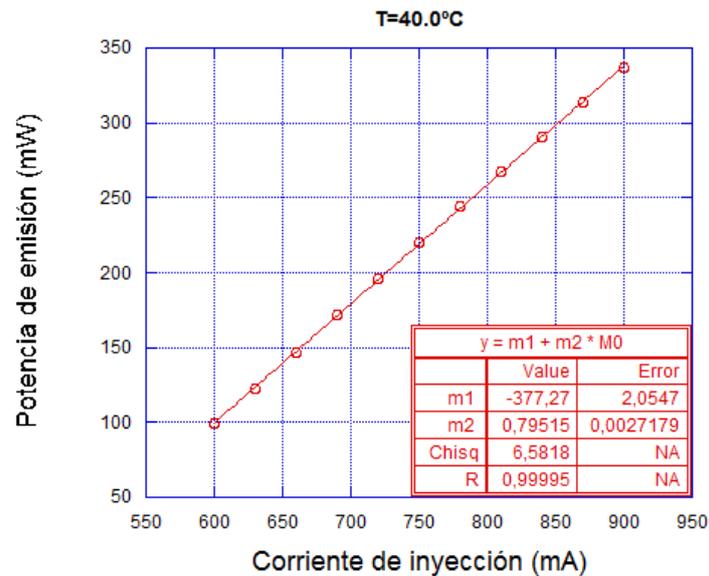


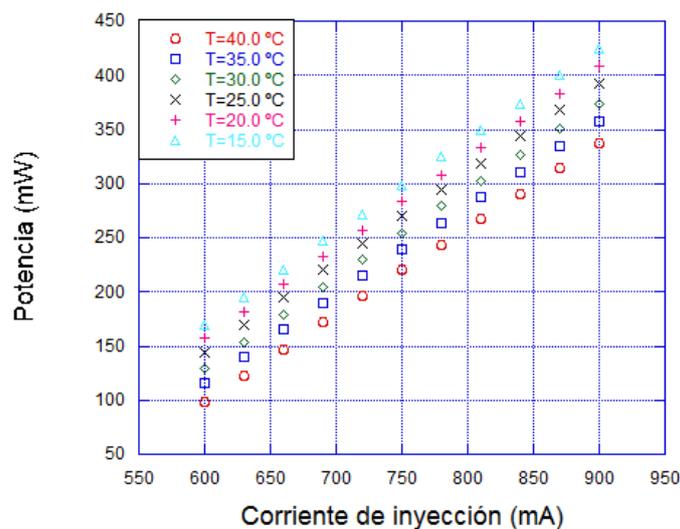
Figura 3.6: Región de corriente de inyección alta

Se aprecia claramente la diferencia entre los comportamientos no lineal y lineal del diodo para valores bajos y altos de la corriente de inyección. El *threshold* a esta temperatura está situado a 470 mA.

A continuación se presentan los datos de la potencia medida a distintos valores de la temperatura y de la corriente de inyección. Dichos datos son los utilizados para la interpolación de la potencia de emisión. Los puntos en los que se ha medido son:

- Corriente de inyección: 900, 870, 840, 810, 780, 750, 720, 690, 660, 630 y 600 mA
- Temperatura: 15, 20, 25, 30, 35 y 40 °C.

Los resultados se representan en la siguiente gráfica:

Figura 3.7: Mapeo de la potencia de emisión  $P = P(T, I)$ 

Se aprecia que a cada temperatura la potencia aumenta linealmente con la inyección, pero la pendiente varía ligeramente con la temperatura.

### 3.2.2. Transmitancia de la lente convergente

#### Método

Utilizando el medidor de potencia se registra la potencia tras hacer incidir el haz colimado del diodo láser sobre la lente convergente y se compara con la potencia medida sin lente.

#### Resultados

La transmitancia calculada es

$$T = 0,937 \pm 0,003 \quad (3.2)$$

Se ha encontrado que la transmitancia es independiente de la longitud de onda en el rango de variación de la longitud de onda de la fuente de bombeo. A partir de ahora se utilizarán este dato y las pérdidas en la entrada de la cavidad láser para determinar la potencia de bombeo efectiva a la hora de utilizar el láser. Se tiene:

$$P_{ef} = 0,937 \cdot 0,8 P \quad (3.3)$$

Donde  $P$  es el valor de la potencia de emisión del diodo láser interpolado a partir de los datos presentados anteriormente y el factor 0,8 viene de las pérdidas del 20 % al entrar en el medio activo.

### 3.2.3. Espectro de absorción del Nd

#### Método

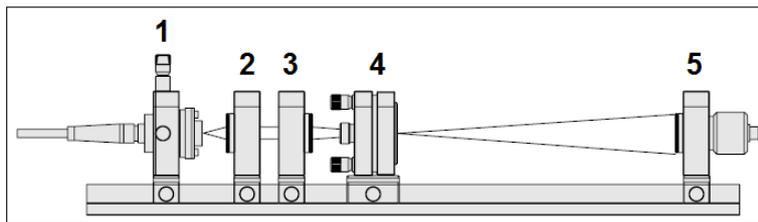


Figura 3.8: Esquema del montaje. 1) Fuente de bombeo. 2) Colimador. 3) Lente convergente. 4) Módulo con el Nd:YAG. 5) Medidor de potencia

Manteniendo fijo el valor de la corriente de inyección y variando la temperatura del diodo láser cambiarán tanto la potencia como la longitud de onda de emisión. El objetivo de estas medidas es encontrar los puntos en los que la longitud de onda es la más absorbida por el Nd:YAG. El procedimiento es el siguiente.

Se utiliza la lente convergente para focalizar la luz de bombeo en la barra de Nd:YAG y se mide la potencia óptica a la salida. Fijada una corriente de inyección se anota la potencia registrada a distintos valores de la temperatura y se determina el valor de  $T$  al que la absorción es máxima. Se tendrá un punto  $(T, I)$  de los buscados. Se repite el procedimiento para distintos valores de la corriente de inyección y se consigue la curva buscada.

#### Resultados

El espectro de absorción a  $I = 800$  mA se muestra en la siguiente figura.

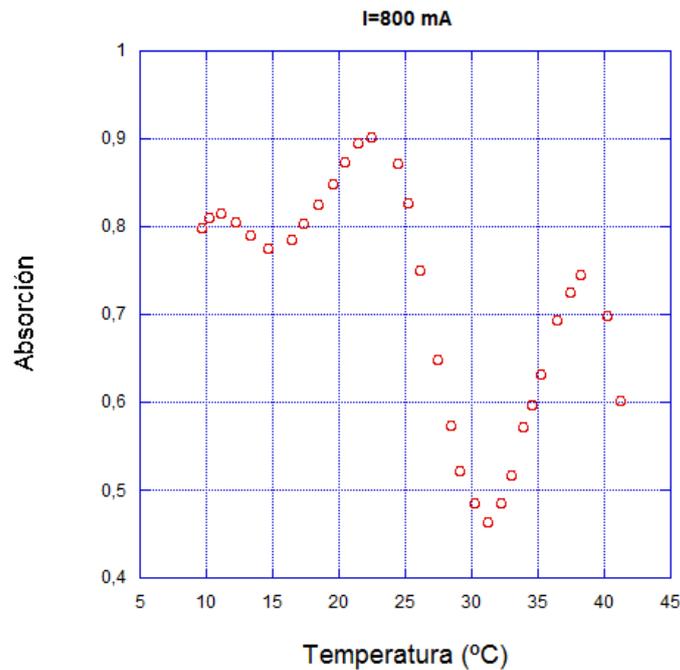


Figura 3.9: Espectro de absorción a 800 mA

Los tres picos observados corresponden a las transiciones  $1 \rightarrow 4$  a las longitudes de onda de 804.4, 808.4 y 812.9 nm. El valor del coeficiente de absorción máximo es  $\eta \approx 0,9$ .

Localizando el pico de máxima absorción para otros valores de  $I$  obtenemos la siguiente recta, correspondiente a la máxima eficiencia de bombeo:

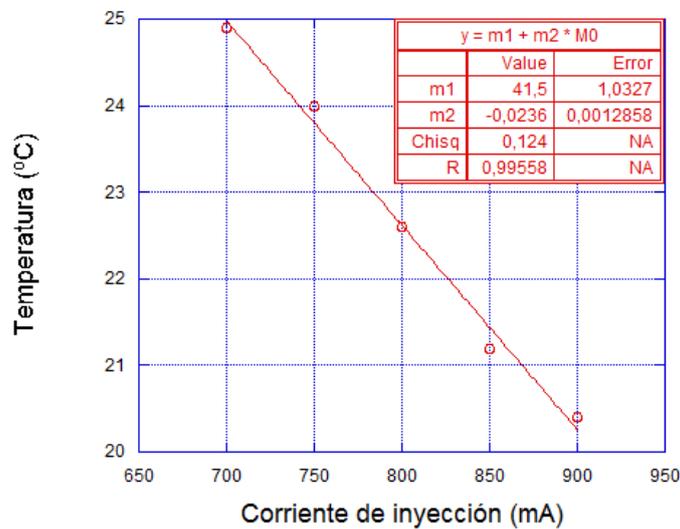


Figura 3.10: Recta que determina la eficiencia máxima

Se tiene que debe usarse

$$T(I)|_{\lambda_{\max}} = 41,0 - 0,023I \quad (3.4)$$

Con una indeterminación  $\Delta T = 1 + 0,001I$ .

Más adelante se verá que pequeños desvíos de lo predicho por esta recta no afectan mucho a la potencia de emisión láser (cerca de un pico la absorción no cambia bruscamente), por lo que la indeterminación no es importante. Si se quiere un ajuste fino, se puede tomar lo predicho por esta recta como referencia y ajustar la temperatura hasta conseguir la máxima potencia del láser de Nd:YAG.

### 3.3. Determinación del tiempo de vida de la transición $3 \rightarrow 2$

#### Método

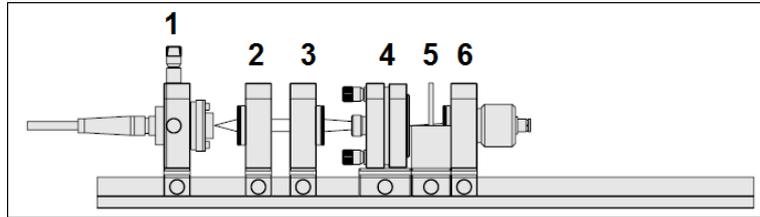


Figura 3.11: Esquema del montaje. 1) Fuente de bombeo. 2) Colimador. 3) Lente convergente. 4) Módulo con el Nd:YAG. 5) Filtro RG1000. 6) Fotodiodo

Se hace incidir luz del diodo láser en modo de emisión pulsada sobre la varilla de Nd:YAG, de forma que comienzan a excitarse los átomos y por tanto empiezan a emitir luz de la transición  $3 \rightarrow 2$  por emisión espontánea. A la salida del módulo con el Nd:YAG se sitúa el filtro RG100 para suprimir la radiación de bombeo restante y tras él se coloca el fotodiodo conectado al osciloscopio, que por tanto detecta una señal proveniente de la fluorescencia. Cuando la corriente de inyección del diodo láser se suprime, la señal de la fluorescencia decae exponencialmente:

$$I(t) = I(t=0)e^{-t/\tau} \quad (3.5)$$

Mediante el uso de los cursores del osciloscopio es posible determinar el tiempo que esto tarda en suceder.

#### Resultados

En la figura siguiente se muestra la pantalla del osciloscopio. La señal superior es la onda rectangular de la corriente de inyección y la señal inferior proviene del fotodiodo. Los cursores horizontales marcan la señal en 0 y cuando vale  $I(t=0)/e$ . Los cursores verticales marcan el momento en que se corta la inyección y el momento en que la intensidad vale  $I(t=0)/e$ .

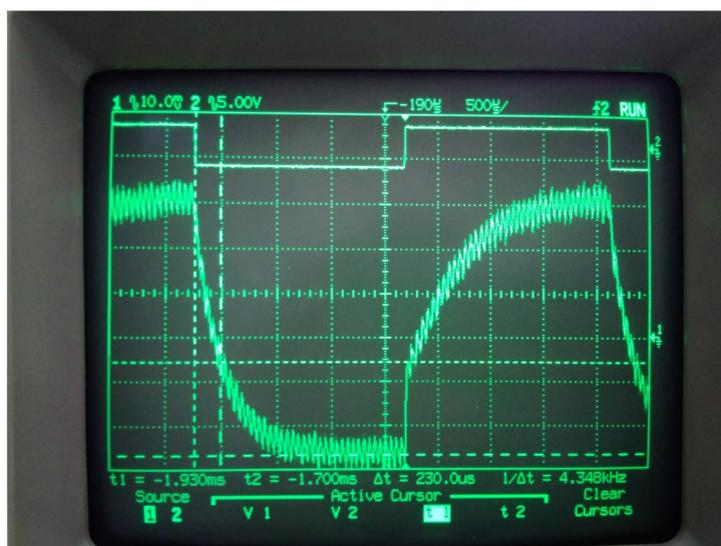


Figura 3.12: Pantalla del osciloscopio mostrando la señal utilizada para la determinación de  $\tau_{32}$

El resultado obtenido es

$$\tau_{32} = 230 \pm 10 \mu\text{s} \quad (3.6)$$

El error es estimado y se debe al error instrumental.

### 3.4. Operación láser

En esta sección se presentan los resultados de algunas medidas y observaciones realizadas una vez montado el láser de Nd:YAG. La configuración para todas las medidas es la misma y se presenta en la figura a continuación.

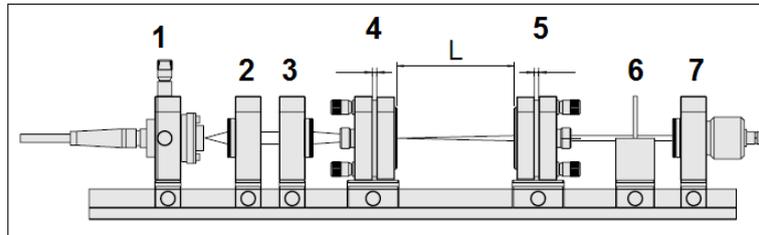


Figura 3.13: Esquema del montaje. 1) Fuente de bombeo. 2) Colimador. 3) Lente convergente. 4) Módulo con Nd:YAG. 5) Módulo con espejo esférico. 6) Filtro RG1000. 7) Detector

En esta sección se utiliza una separación entre los espejos de la cavidad  $L = 95$  mm. Una vez montado el láser y ajustado correctamente la cavidad se coloca un detector (se han utilizado ambos) tras el filtro para medir la señal láser.

#### 3.4.1. *Slope efficiency y threshold*

##### Método

Se ha medido la potencia de emisión láser para distintos valores de la potencia de bombeo utilizando el fotodiodo, más sensible a intensidades bajas. A partir de los datos se determina el *threshold* y a continuación se utiliza el medidor de potencia y se representa la emisión láser frente a  $P - P_{th}$ . Esto permite obtener la *slope efficiency* del láser en esta configuración. Se ha determinado también el *threshold* con el mismo ajuste de la cavidad, pero con el espejo de reflectividad  $R=0.9998$ , ya que este dato es relevante para la posterior generación del segundo armónico.

##### Resultados

El *threshold* obtenido es  $P_{th} = 107 \pm 1$  mW. A continuación se muestran los datos a partir de los cuales se calcula la *slope efficiency*:

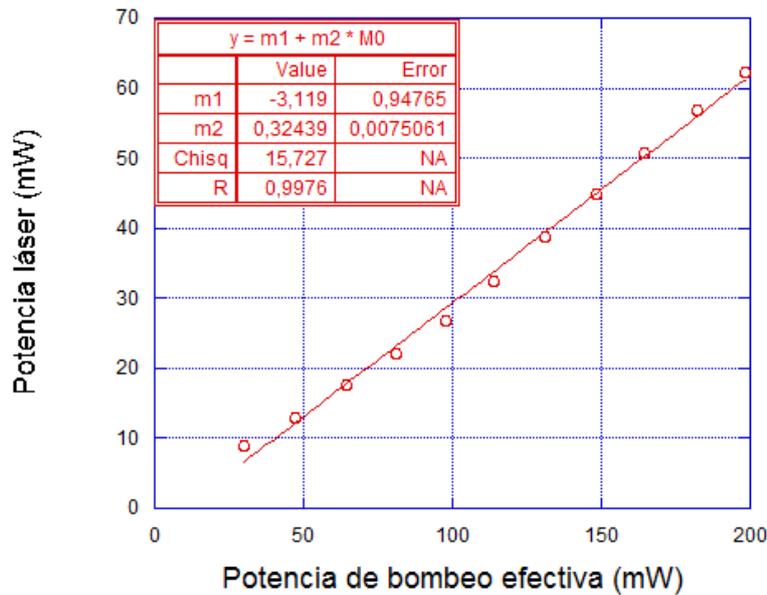


Figura 3.14: Potencia láser frente a potencia efectiva ( $P - P_{th}$ )

La pendiente de esta recta es la *slope efficiency* y vale

$$\alpha_s = \eta \frac{E_{32}}{E_{14}} \frac{T}{T + L} = 0,324 \pm 0,008 \quad (3.7)$$

Esto permite calcular  $L$ , las pérdidas en la cavidad, lo que a su vez permite calcular  $\tau_{ph}$ . Con ello ya se tienen los valores de los parámetros necesarios para resolver numéricamente las *rate equations* (ver sección 4).

Finalmente, el *threshold* determinado para la cavidad con el espejo de generación de segundo armónico es  $P_{th} = 38,1 \pm 0,9$  mW.

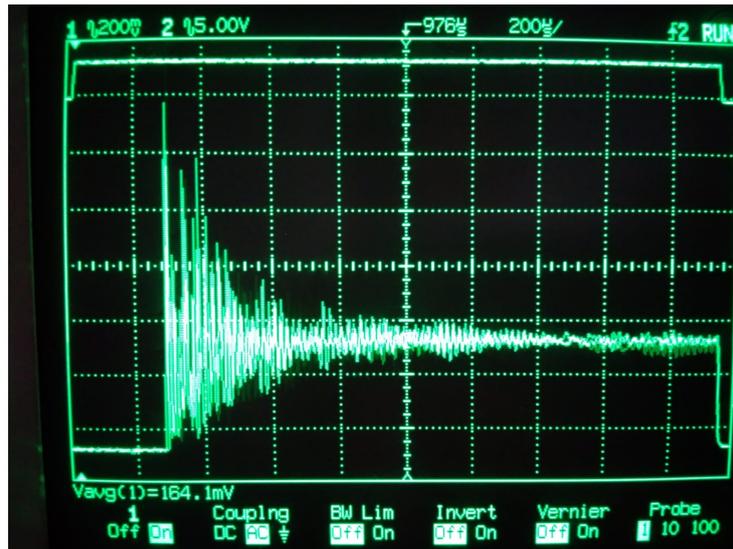
### 3.4.2. Observación del *spiking*

#### Método

Se utiliza la fuente de bombeo en modo de emisión pulsada, de forma que cada vez que comienza la emisión podemos observar un comportamiento del láser muy distinto al de la operación en continuo. La señal es detectada con el fotodiodo, conectado al osciloscopio, donde también se muestra el perfil de la corriente de inyección.

#### Resultados

El *spiking* se aprecia perfectamente en la siguiente imagen, tomada de la pantalla del osciloscopio.

Figura 3.15: *Spiking*

La onda superior corresponde a un ciclo de la corriente de inyección y la inferior es la emisión láser. La inyección es de una frecuencia suficientemente baja como para que la emisión láser alcance el estado estacionario, como se ve en la imagen. Se aprecia perfectamente que antes de producirse la emisión láser debe pasar el suficiente tiempo para la inversión de población alcance el valor necesario para amplificar la radiación.

### 3.5. Generación de segundo armónico

Como se ha visto antes, la potencia generada de luz a 532 nm tiene una dependencia cuadrática con la intensidad de la onda fundamental. En este experimento se coloca el cristal KTP correctamente alineado dentro de la cavidad láser, se comprueba esta relación y se aprecia visualmente el perfil multimodal de la emisión láser. Por supuesto, se utiliza el espejo adecuado, con reflectividad  $R = 0,9998$ . El cristal de KTP está cortado y montado en un módulo, orientado en la dirección adecuada para la generación de luz a 532 nm. El módulo dispone de unos tornillos que permiten rotar el cristal alrededor tres ejes perpendiculares, así como desplazarlo en las direcciones perpendiculares al eje óptico. Esto permite un ajuste fino del *phase matching* y excitar distintos modos de la cavidad (o combinaciones de ellos). En la práctica, el KTP se coloca lo más cerca posible del módulo con el Nd:YAG, ya que ahí la intensidad óptica dentro de la cavidad es máxima.

#### 3.5.1. Potencia de segundo armónico generada

##### Método

Para comprobar la relación entre la potencia de segundo armónico generada y la potencia de bombeo se hace incidir la luz del segundo armónico sobre el fotodiodo y se apunta la señal marcada en el osciloscopio para distintos valores de la potencia de bombeo. En la figura a continuación se muestra el montaje experimental.

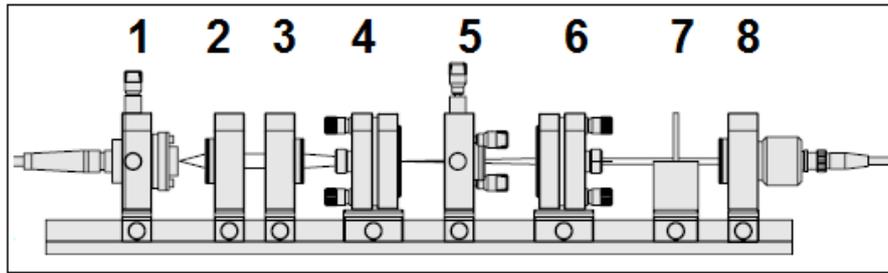


Figura 3.16: Esquema del montaje. 1) Fuente de bombeo. 2) Colimador. 3) Lente convergente. 4) Módulo con Nd:YAG. 5) Módulo con cristal KTP. 6) Módulo con espejo semiesférico. 7) Filtro BG39. 8) Detector

## Resultados

En la siguiente gráfica se muestran los resultados de las medidas realizadas, donde en la potencia efectiva de bombeo ha sido tenido en cuenta el *threshold*<sup>20</sup> determinado en el apartado 4.2.1. Mediante el ajuste lineal se confirma experimentalmente la relación entre la potencia generada a 532 nm y la intensidad al cuadrado de la luz a 1064 nm, que a su vez es proporcional a la potencia de bombeo al cuadrado.

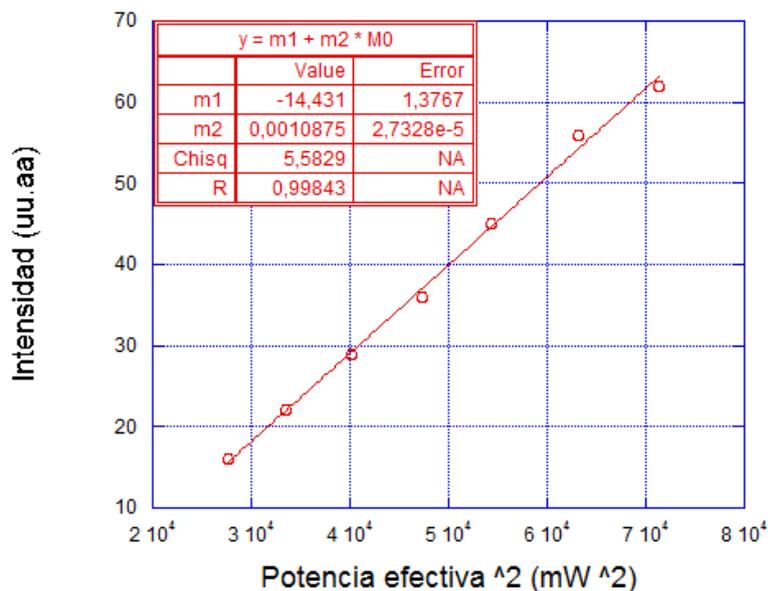


Figura 3.17: Relación entre la potencia medida de segundo armónico y la potencia de bombeo

### 3.5.2. Observación de modos

La generación del segundo armónico permite observar el perfil de emisión multimodal del láser sin necesidad de usar el trazador. Ajustando el cristal KTP y modificando las características de la cavidad se pueden aislar modos concretos.

Los modos se clasifican por el perfil de intensidad en un plano perpendicular al eje óptico de la cavidad láser. Dicha clasificación de los modos se hace según familias de funciones utilizadas para describirlos. En la figura a continuación se muestran los perfiles de los modos de Hermite-Gauss y los modos de Laguerre-Gauss. Son productos de un perfil radial gaussiano y polinomios de Hermite y Laguerre respectivamente.

<sup>20</sup>Se asume que la presencia del cristal KTP dentro de la cavidad no cambia el *threshold* de la misma.

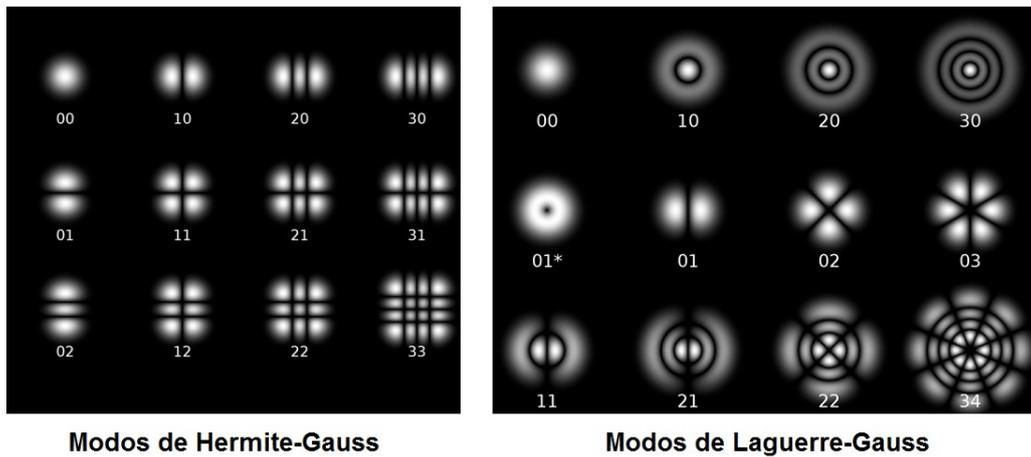


Figura 3.18: Perfiles de los modos de Hermite-Gauss y Laguerre-Gauss

En las siguientes imágenes se ven fotografías tomadas con un teléfono móvil de algunos modos de Hermite-Gauss y Legendre-Gauss aislados.



Figura 3.19: Modos de Hermite-Gauss 02, 21 y 30

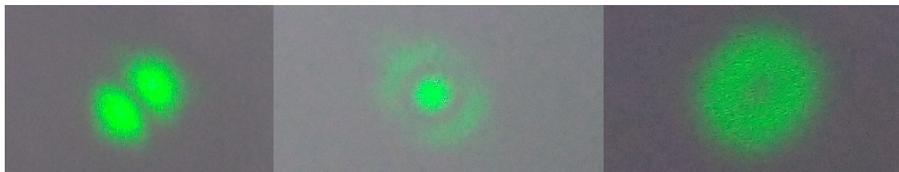


Figura 3.20: Modos de Laguerre-Gauss 01, 10 y 01\*

Por supuesto, el modo 00, también llamado simplemente gaussiano, es muy fácil de obtener: basta con utilizar el diafragma para extinguirlos todos menos él. Finalmente, en las siguientes imágenes se ven dos ejemplos de perfil de emisión multimodal: el perfil más intenso conseguido y otro sin nada particularmente destacable.

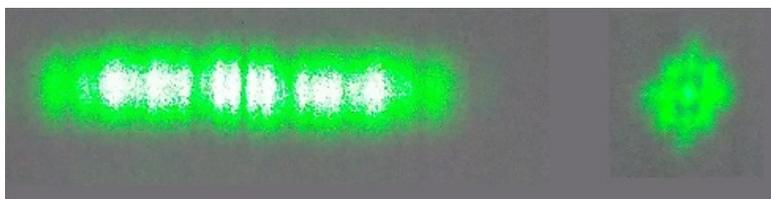


Figura 3.21: Emisión multimodal

### 3.6. Q-switch

Este láser cuenta con un sistema de Q-switch pasivo en el que el material absorbente de la radiación a 1064 nm es una lámina de  $\text{LiF}^{2-}$  montada en un módulo orientable, igual que el usado para el KTP. En esta sección se describe el proceso de alineamiento de dicha lámina y se comentan los resultados obtenidos.

### Método

Se monta la cavidad láser y se introduce en su interior el módulo que contiene la lámina de  $\text{LiF}^{2-}$  tras haberla alineado previamente. El montaje experimental se esquematiza en la figura a continuación.

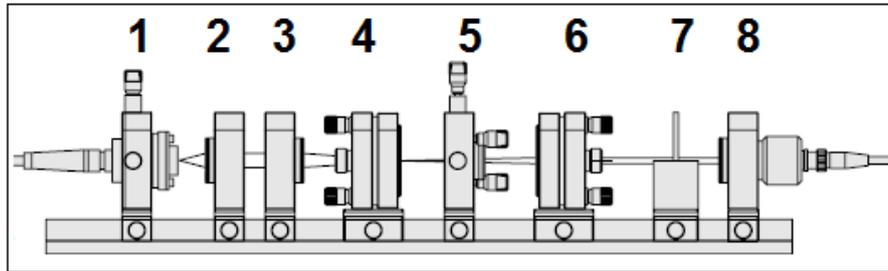


Figura 3.22: Esquema del montaje. 1) Fuente de bombeo. 2) Colimador. 3) Lente convergente. 4) Módulo con Nd:YAG. 5) Módulo con cristal  $\text{LiF}^{2-}$ . 6) Módulo con espejo semiesférico. 7) Filtro RG1000. 8) Detector

El alineamiento del cristal puede realizarse del siguiente modo: utilizando la luz generada en el experimento del segundo armónico se hace incidir el haz sobre la lámina de  $\text{LiF}^{2-}$  y se orienta de tal forma que el reflejo de la luz verde vuelva al interior de la cavidad. Una forma práctica de asegurarse de esto es colocar el diafragma a la salida de la cavidad láser y cerrarlo todo lo posible, lo que deja una apertura de 0.8 mm de diámetro. La luz reflejada en el  $\text{LiF}^{2-}$  es bloqueada por el diafragma y el cristal se orienta de forma que el reflejo se cuele por el agujero del mismo.

### Resultados

Este experimento ha resultado exitoso en la medida en que se ha conseguido el Q-switch, pero la emisión láser obtenida no resulta muy útil debido a la baja intensidad de la señal. El objetivo de un sistema de *Q-switching* es obtener luz pulsada de una intensidad superior a la del uso del láser en modo continuo, cosa que no se ha conseguido en este experimento.

Aparentemente la intensidad en la cavidad láser no ha sido suficiente para conseguir que el  $\text{LiF}^{2-}$  se sature del todo. Se ha conseguido una señal láser de salida periódica con un bombeo en modo continuo, pero como ya se ha dicho, la señal era de baja intensidad. Esto parece indicar una variación periódica en la capacidad de absorción del  $\text{LiF}^{2-}$ , pero sin disminuir mucho.

En la imagen a continuación se muestra una foto tomada de la pantalla del osciloscopio en la que se aprecia cómo es la señal obtenida.

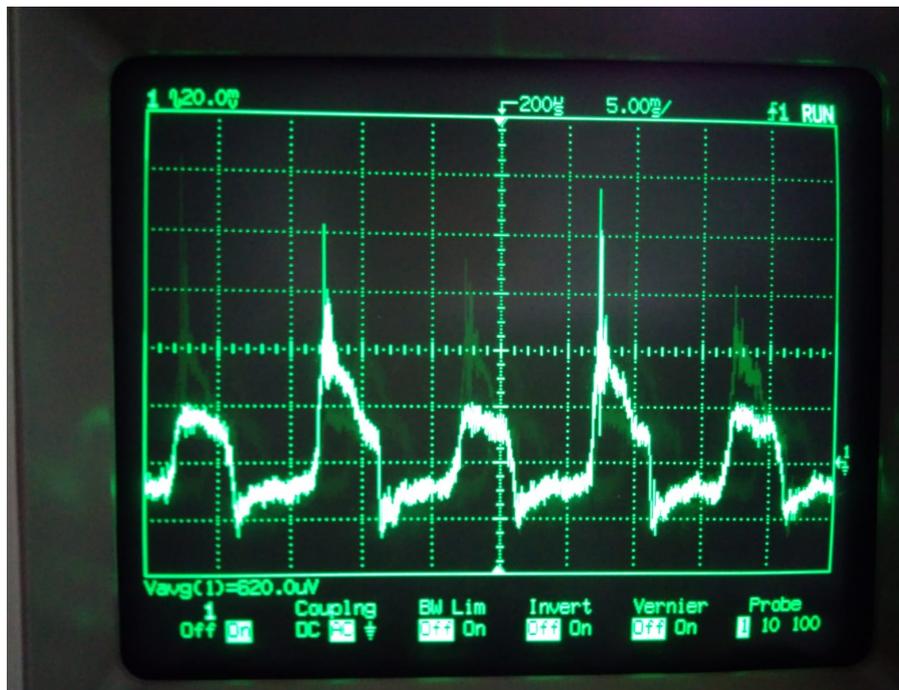


Figura 3.23: Señal láser durante el experimento de *Q-switching*

## 4. Resolución numérica de las *rate equations*

La solución numérica de las *rate equations* necesita del conocimiento de 5 parámetros: la sección eficaz  $\sigma$ , la velocidad de la luz en la cavidad láser  $c$ , el inverso del tiempo de vida medio de la transición  $3 \rightarrow 2$   $\Gamma$ , el tiempo de vida medio de los fotones dentro de la cavidad  $\tau_{\text{ph}}$  y el ritmo al que se bombean átomos al nivel 4  $W_p$ . En esta sección se expone cómo se estiman los valores de dichos parámetros para la configuración de la cavidad láser de la sección 3.4, con una longitud de 95 mm, de los cuales 90 son aire y 5 son Nd:YAG. Una vez obtenidos los parámetros se presentan algunos ejemplos de soluciones numéricas de las *rate equations*.

Para la sección eficaz y el índice de refracción del Nd:YAG a 1064 nm se utilizan <sup>21</sup>:

$$\sigma = 8,8 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2 \quad (4.1)$$

$$n = 1,82 \quad (4.2)$$

De esta forma la velocidad media en el interior de la cavidad (teniendo en cuenta cuánto es aire y cuánto es Nd:YAG) es

$$c = \frac{1}{95} \left( 90c_0 + 5 \frac{c_0}{1,82} \right) \approx 0,976c_0 \quad (4.3)$$

Siendo  $c_0$  la velocidad de la luz en el vacío.

$\Gamma$  ha sido medido directamente durante las sesiones de laboratorio (sección 3.3):

$$\Gamma = (230 \cdot 10^{-6})^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (4.4)$$

Quedan por determinar, por tanto, las cantidades  $\tau_{\text{ph}}$  y  $W_p$ .

### Estimación de $\tau_{\text{ph}}$

$\tau_{\text{ph}}$  se determina a partir de las pérdidas  $L$  en la cavidad de la ecuación (2.24) y la transmitancia del espejo de salida.  $L$  se obtiene a partir de la *slope efficiency* determinada empíricamente en la ecuación (3.7). Las pérdidas  $\beta$  en un ciclo en la cavidad vienen dadas por:

$$\beta = (1 - R) + L = 1 - \frac{\text{n}^\circ \text{ de fotones tras un ciclo en la cavidad}}{\text{n}^\circ \text{ de fotones iniciales}} \quad (4.5)$$

Donde  $R$  es la reflectividad del espejo de salida. Si  $l$  es la longitud de la cavidad, los fotones tardan un tiempo  $2l/c$  en recorrerla. Según la definición de  $\tau_{\text{ph}}$ , en ese tiempo la densidad de fotones (considerando únicamente pérdidas) varía según la forma:

$$p(t) = p_0 e^{-t/\tau_{\text{ph}}} \quad (4.6)$$

Sustituyendo esto en la expresión para  $\beta$

$$(1 - R) + L = 1 - \frac{p_0 e^{-2l/(c\tau_{\text{ph}})}}{p_0} \rightarrow \tau_{\text{ph}} = \frac{-2l}{c \ln(L - R)} \quad (4.7)$$

A partir de la ecuación (2.24) se puede despejar

$$L = T \left( \frac{\eta \lambda_{41}}{\alpha_s \lambda_{32}} - 1 \right) \quad (4.8)$$

En la sección 3.2.3 se ha visto que  $\eta \approx 0,9$  para una transición con  $\lambda_{41} = 808,4$  nm. Utilizando  $\lambda_{32} = 1064$ ,  $T = 1 - R = 0,02$  y el valor de  $\alpha_s = 0,324$  de la ecuación 3.7 obtenemos para  $L$  (sin preocuparnos por los errores).

$$L \approx 0,022 \rightarrow \tau_{\text{ph}} \approx 1,52 \cdot 10^{-8} \text{ s} \quad (4.9)$$

<sup>21</sup> [2], pág. 10], [7] YAG Lasers]

### Estimación de $W_p$

En las *rate equations* aparece la cantidad  $W_p [N_0 - n(t)]$ , que puede aproximarse si suponemos que la absorción del cristal de Nd:YAG no se satura; es decir, que a las potencias de bombeo utilizadas se tiene que  $N_0 \gg n(t)$ , de forma que  $[N_0 - n(t)] \approx \text{cte}$ .

En la sección 3.2.3 se describe el experimento del grado de absorción del Nd:YAG a distintas longitudes de onda. La energía suministrada al medio por segundo es  $\eta P_p$ , siendo  $P_p$  la potencia procedente del diodo láser que llega al medio activo y  $\eta$  el coeficiente de absorción. En el bombeo a la máxima eficiencia se tenía  $\eta \approx 0,9$ , con  $\lambda_{41} = 808,4$  nm. La cantidad de átomos por segundo excitados en esta situación es la potencia absorbida dividida entre la energía de cada fotón absorbido:

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_{\text{bombeo}} = \frac{P_p \eta}{E_{41}} = \frac{P_p \eta \lambda_{41}}{h c_0} \quad (4.10)$$

Donde aquí  $c_0$  es la velocidad de la luz en el vacío. La diferencia entre esta ecuación y la (2.17) es que aquí se considera el número absoluto de átomos excitados y en la ecuación (2.17) aparece el número de átomos por unidad de volumen. Entonces, según la ecuación (2.17) y con la suposición hecha de que la absorción no se satura se tiene entonces que

$$V \cdot W_p [N_0 - n(t)] \approx \frac{P_p \eta \lambda_{41}}{h c_0} \quad (4.11)$$

Donde  $V$  es el volumen del medio activo. Esto significa que el bombeo al nivel 3 es constante. Así, para una potencia de bombeo de 0,4 W y eficiencia de bombeo  $\eta = 0,9$  se tiene

$$V \cdot W_p [N_0 - n(t)] = 2,67 \cdot 10^{18} \rightarrow W_p [N_0 - n(t)] = \frac{2,67 \cdot 10^{18}}{V} \quad (4.12)$$

Donde  $V$  es el volumen de un cilindro de 2.5 mm de radio y 5 mm de altura.

### Valores y simulación

Agrupándolo todo, los valores numéricos en las *rate equations* son:

- $\sigma = 8,8^{-19} \text{ cm}^2$
- $c = 0,97 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$
- $\Gamma = 10^5/23 \text{ s}^{-1}$
- $\tau_{\text{ph}} = 1,52 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
- $W_p [N_0 - n(t)] = 2,72 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$

A continuación se muestran los resultados de simulación del *spiking* y *Q-switch*. Para el *spiking* se han utilizado los valores iniciales  $n(0) = 3 \cdot 10^{15}$ ,  $p(0) = 0,00001$ . Las gráficas son las siguientes

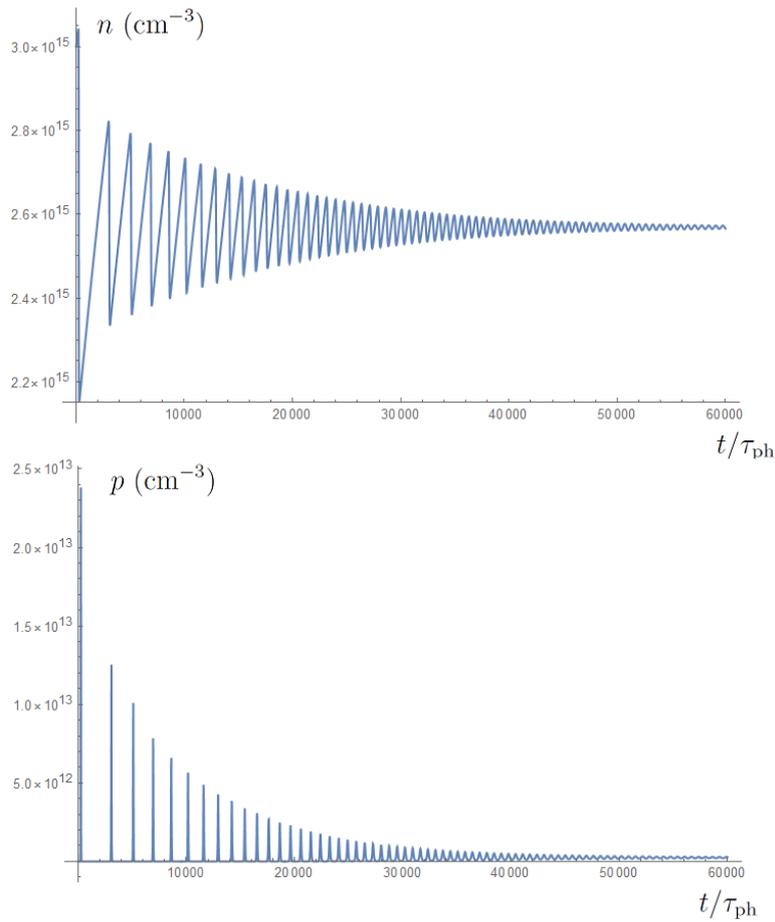


Figura 4.1: Simulación del *spiking*

Para simular *Q-switch* se ha hecho lo siguiente: una vez llegadas las variables  $n$  y  $p$  al estado estacionario en la simulación anterior, se modifica el valor de  $\tau_{ph}$  de la forma mostrada en la siguiente gráfica, donde  $\tau_{ph0}$  es el valor inicial.  $\tau_{ph}$  llega a ser diez veces mayor que al principio:

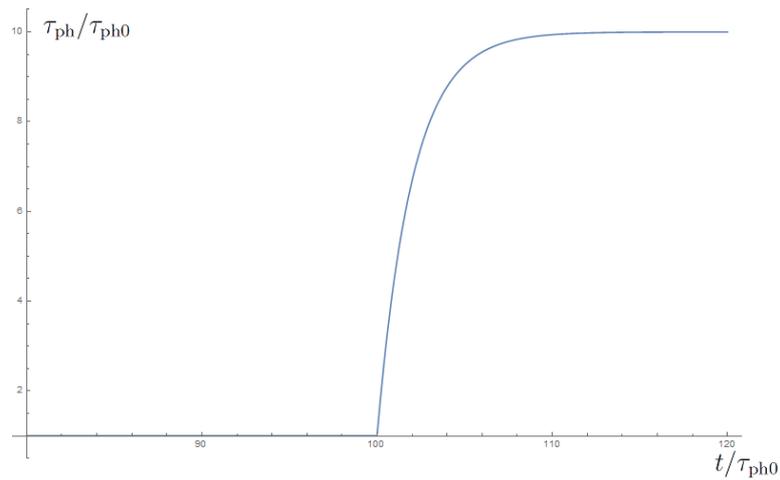


Figura 4.2: Cambio de  $\tau_{ph}$  con el tiempo.

Este cambio implica el paso del valor inicial de  $Q$  a uno más alto, con menos pérdidas. La variación de  $n$  y  $p$  desde el estado estacionario al producirse el cambio en  $\tau_{ph}$  se muestra en la siguiente imagen

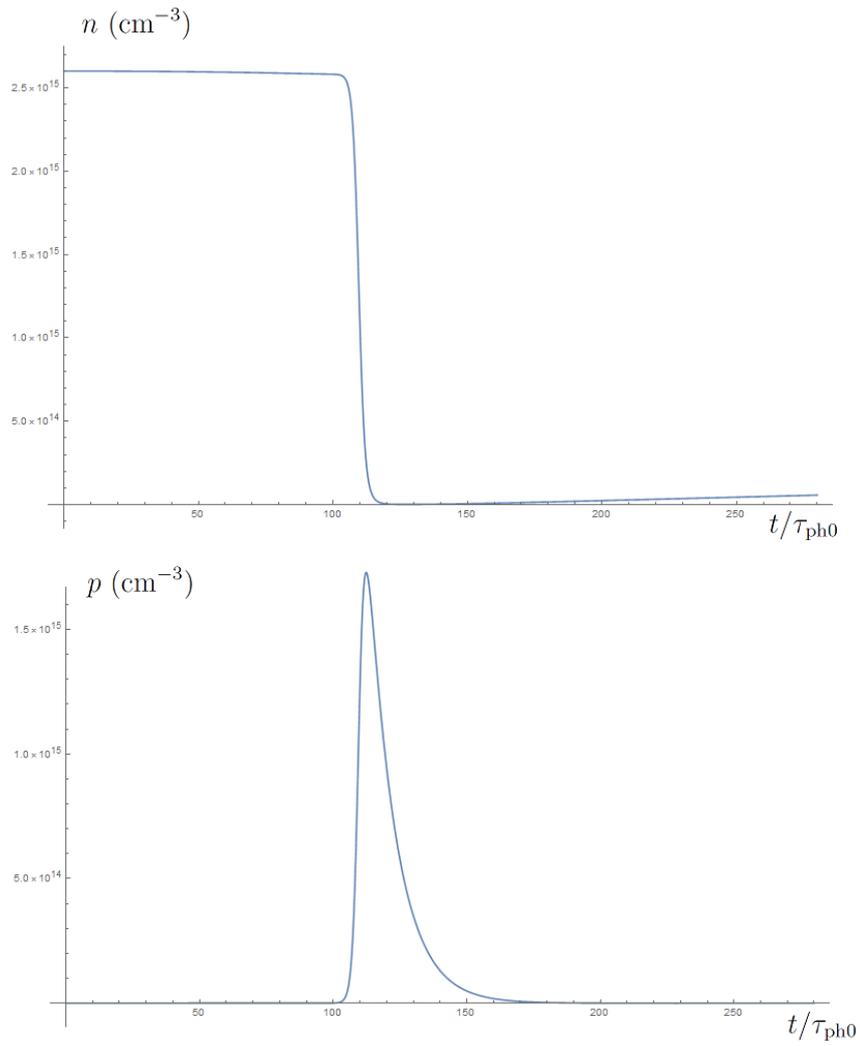


Figura 4.3: Simulación numérica de un pulso de *Q-switch*

Se aprecia cómo al aumentar  $\tau_{\text{ph}}$  comienza a aumentar la densidad de fotones y la inversión de población, saturada al principio, disminuye.

## 5. Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha logrado aprender los básicos del funcionamiento de los sistemas láser y se ha conseguido la operación de un láser de Nd:YAG con el que se han podido comprobar empíricamente varias predicciones teóricas.

En concreto, se han podido determinar el *threshold* del láser, la *slope efficiency* y las pérdidas dentro de la cavidad. También se han observado fenómenos transitorios como el *spiking* y se ha demostrado la operación multimodal del láser mediante la conversión de parte de la luz de 1064 nm de longitud de onda del Nd:YAG en luz de 532 nm utilizando un cristal KTP como doblador de frecuencia. Durante este experimento se ha comprobado la sensibilidad de la eficiencia de generación de segundo armónico con el *phase matching* y se ha comprobado una relación cuadrática entre la intensidad de la onda generada y la intensidad de la onda fundamental.

Además, se ha conseguido un funcionamiento satisfactorio del sistema de *Q-switching*. Como se ha visto, este sistema no es bueno desde un punto de vista utilitario, pero sí tiene valor pedagógico.

## Referencias

- [1] Walter Koechner, *Solid state laser engineering*, Springer, 1966
- [2] Prof. Dr. -Ing. Dickmann, *Diodelaser Pumped Nd:YAG Laser*, MEOS, Fachhochschule Münster & Fachbereich Physikal. Technik
- [3] J. Peatross and M. Ware, *Physics of Light and Optics*, 2015 edition, available at [optics.byu.edu](http://optics.byu.edu)
- [4] Amnon Yariv and Pochi Yeh, *Optical waves in crystals: Propagation and Control of Laser Radiation*, Wiley, New York, 1984
- [5] Arecchi, F. T. & Bonifacio, *Theory of Optical Maser Amplifiers*, R. IEEE J. Quantum Electron, Vol. 1, págs. 169-178 (1965)
- [6] Isabelle Zaquine, François Hache & Marie-Claire Schanne-Klein, *Nonlinear Electromagnetism* [Online], Institut d'Optique Paristech, <http://paristech.institutoptique.fr/sire.php?id=84> [Jul, 2018]
- [7] R. Paschotta (RP Photonics Consulting GmbH), *Encyclopedia of Laser Physics and Technology*, Wiley-VCH, Berlin, October 2008