

## **Tesis Doctoral**

# **DISEÑO ITERATIVO DE UNA SECUENCIA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE SOBRE EL PRINCIPIO GENERALIZADO DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA EN CURSOS UNIVERSITARIOS DE FÍSICA GENERAL**

Presentada por:

**José Gutiérrez Berraondo**

En el

**Departamento de Física Aplicada I  
Universidad del País Vasco**

Para optar al título de:

**Doctor**

Directores:

**Dr. Jenaro Guisasola y Dra. Kristina Zuza**

Julio de 2018



*A mis padres*



## *Agradecimientos:*

*Después de unos cuantos años de buenos momentos, de charlas en los viajes de los congresos, de miedos escénicos para presentar las comunicaciones, estrés y muchas otras experiencias inolvidables se cierra una etapa importante para iniciar otra mejor, la de investigador. Son muchas las personas a las que debería de nombrar por su gran apoyo durante estos años, en los que a veces han tenido que cargar de paciencia y que sin su apoyo la tesis no hubiera llegado a su fin de la manera más sencilla, cuantos hombros sobre los que me he apoyado y he llorado. Son a todas ellas a las que quiero dedicarles unas palabras de agradecimiento.*

*La primera y a la que le debo este trabajo es a mi tía María Nieves, por los buenos consejos y ánimos que me ha dado tanto para empezar como durante el transcurso de todo este trabajo, siempre la he tenido empujándome con sus sermoncillos en los momentos duros y en los no tan duros. Gracias tía seguirás siendo mi guía en mi vida investigadora.*

*En segundo lugar, a mi familia, mi padre José Luis y mi madre Marisa, por vuestros buenos consejos, siempre me habéis enseñado que con esfuerzo y con insistencia se consiguen muchas cosas y un de ellas ha sido la tesis. Gracias aitas por vuestro apoyo y por haber hecho de mi lo que soy qué es lo que me ha ayudado a poder llegar hasta aquí. Tampoco me quiero olvidar de mis hermanos, Eduardo, Cecilia y Elisa que sois el fundamento de toda mi vida y con vuestro calor y comprensión habéis hecho que mi esfuerzo haya sido más cálido y llevadero y espero que podamos compartir otras muchas cosas en mi nueva etapa. Sabéis que sois los mejores, gracias por todo!!*

*También me gustaría mostrarles mi agradecimiento más sincero a mis directores de tesis Dr. Jenaro Guisasola y Dra. Kristina Zuza, quienes me han dado la oportunidad de poder aprender muchas cosas y crecer como investigador. Gracias por haber compartido*

*vuestro saber y saber hacer conmigo y esos momentos que hemos vivido en los congresos. Me habéis hecho las cosas muy fáciles y habéis conseguido que no haya sido difícil compaginar el desarrollo de la tesis con los momentos de mucha carga de tareas ajenas a la tesis. Gracias por vuestra paciencia en mis momentos de desánimo y gracias por presionarme cuando hacía falta y como no por todo lo que hemos compartido. Ahora inicia una nueva etapa de trabajo juntos que espero sea igual o mejor que esta que termina. Gracias de corazón a los dos.*

*Gracias también a todos los colegas que he ido conociendo en los congresos, en especial a Dr. Genaro Zavala, por esa colaboración que hemos tenido juntos a lo largo de la tesis y por su buen hacer. ¡¡Espero que sigamos colaborando!!*

*Gracias a Aintzane Conde por su ayuda en la última etapa de la tesi que gracias a sus consejos y ayuda ha conseguido que el resultado del informe de tesis haya sido mejor imposible y por esos ánimos que me ha dado en estos últimos meses de trabajo. Tampoco me quiero olvidar de otra compañera que más que compañera es una amiga, esa es Ana Garro, gracias por esos momentos que hemos compartido y en los que me has dado un espacio para poder charlar de mi tesis y de compartir más los momentos de desesperación que los de subidón. Gracias Ana por estar ahí, espero que sigamos quedando.*

*También les doy gracias a todos los amigos que han estado ahí, sobre todo a Rocío Amarilla que es mi amiga incondicional y con la que he vivido más de cerca los buenos y malos momentos a lo largo de todos estos años, gracias Rocío por tu comprensión.*

*Para terminar, quiero hacer una mención especial a mi prima que desde algún sitio ha sido la guía que ha hecho que consiga llegar por buen camino al final de este, mi reto gracias a lo mejor que me dejó que fueron sus buenos consejos, como en muchos otros retos anteriores, nunca te olvido CECILIA.*





# Introducción e índice

---



## **INTRODUCCIÓN GENERAL E ÍNDICE**

Diferentes razones pueden justificar el estudio del trabajo y la energía en enseñanza de las ciencias. El concepto de energía tiene una importancia social y disciplinar que permite explicar su estudio.

Uno de los principales objetivos de la física es interpretar diferentes fenómenos naturales de forma unificada. El concepto de energía permite esta unificación debido a que es una propiedad que poseen todos los sistemas. Su conservación es un principio universal que se cumple en todos los campos de la física. Así mismo, la energía juega un importante papel en otras ciencias como la química, la biología o la geología.

Los medios de comunicación destacan la importancia social de la energía y en el lenguaje diario se utilizan conceptos tales como fuentes de energía, crisis de energía, efecto invernadero, calentamiento global ...etc.

Las razones mencionadas muestran la importancia de la enseñanza y el aprendizaje de la energía mediante propiedades específicas de conservación, transferencia, transformación y degradación de la energía. Sin embargo, La enseñanza y aprendizaje de los conceptos de Trabajo y energía y la relación entre ambos son complejos y un largo número de estudios nos muestran la preocupación de los profesores y los investigadores (Bächtold & Guedj, 2014).

En los últimos treinta años ha habido muchas contribuciones en la literatura sobre educación científica en torno a diferentes modelos de diseño de Secuencias de Enseñanza Aprendizaje (en adelante SEA) que conectan la teoría y los resultados de la investigación con los materiales de enseñanza y las propuestas. Se trata de un intento de ofrecer materiales de enseñanza que mejoren el pobre resultado de aprendizaje que muestra la investigación para la enseñanza tradicional. Aunque la mayoría de estas propuestas se han situado en el marco social constructivista que ha dominado el campo de la educación científica y han incluido algunos resultados de investigación comunes. La forma en que las decisiones de diseño se derivan de los

modelos teóricos subyacentes no siempre se hace suficientemente explícita y las estrategias didácticas no siempre están justificadas (Psillos & Kariotoglou, 2016). Uno de los problemas detectados en la investigación del diseño de las SEA es la falta de una metodología de investigación que aborde tanto el proceso de diseño como la evaluación de los resultados del aprendizaje. Para abordar de manera sistemática esta cuestión, la investigación podría incorporar el diseño de SEAs en el marco de un proceso de investigación y desarrollo. En particular se ha sugerido la metodología de investigación basada en el diseño (Design Based Research; DBR) (Juuti & Lavonen, 2006; Easterday, Rees Lewis, & Gerber, 2014).

El trabajo que aquí presentamos se sitúa dentro de la mencionada línea de investigación en SEAs y continúa en la línea de otros trabajos de investigación de nuestro grupo y de grupos con líneas de investigación similares (Lijnse, 1995; Lijnse, 2004; Psillos, 2004; McDermott & Shaffer, 2002; Seabastía & Torregrosa, 2005; Ametller, Leach, & Scott, 2007; Zuza, Almudi, Leniz, & Guisasola, 2014)

Como hemos indicado, el tema de la enseñanza de la energía genera preocupación en el profesorado y se necesitan alternativas que logren mejorar los resultados de aprendizaje. En este trabajo presentamos el diseño, la implementación y evaluación de una SEA en el tema de "Energía y Trabajo" del programa de Física General de primer curso para ciencias e ingeniería. En particular, nos ocuparemos de la enseñanza y aprendizaje del Principio Generalizado del Trabajo y Energía (en adelante PGTE).

Trataremos de contestar a las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Es posible diseñar una SEA sobre el PGTE que utilice una metodología fundamentada en la investigación basada en el diseño?
- ¿Se favorecerá un modelo de diseño que relacione explícitamente las decisiones de diseño y las teorías generales y, además, mejore el aprendizaje del PGTE?

Se trata de preguntas de interés que se intentarán responder en este trabajo de tesis doctoral.

Comenzaremos por justificar las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje para el concepto de energía, el de trabajo y la relación entre ambos a través del estado del arte. En primer lugar, se lleva a cabo un estudio sobre las dificultades que presentan los estudiantes durante el aprendizaje de los conceptos y se termina con las dificultades que la bibliografía identifica para la enseñanza de dichos conceptos. Después del estudio de las dificultades se presenta la metodología empleada para el diseño de la SEA.

En la segunda parte de este trabajo se presentará la SEA que contribuye a mejorar la enseñanza y el aprendizaje del PGTE en cursos introductorios de física en la universidad. Esta SEA ha sido diseñada y evaluada siguiendo la metodología DBR. Por último, presentaremos datos empíricos de la evaluación de la calidad de la SEA y del aprendizaje logrado por los estudiantes.

Presentamos los aspectos mencionados siguiendo el INDICE:

INTRODUCCIÓN GENERAL E ÍNDICE .....	1
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	9
1.0. Introducción .....	9
1.1. Estado del tema en la Enseñanza de la Física: dificultades de enseñanza-aprendizaje en investigaciones sobre el concepto de energía y trabajo, y sus relaciones.....	10
1.1.1. Investigaciones sobre dificultades de aprendizaje de los estudiantes .....	11
1.1.2. Investigaciones sobre dificultades de enseñanza de los conceptos de energía, trabajo y sus relaciones en cursos introductorios de física.....	18
1.2. Formulación actual de las relaciones trabajo y energía en Mecánica. Análisis Epistemológico .....	26
1.3. Preguntas de la investigación.....	34
2. METODOLOGÍA.....	39

2.1. Marco Teórico .....	39
2.2. Metodología "Investigación basada en el diseño" para el diseño de Secuencias de Enseñanza/Aprendizaje .....	44
2.3. Instrumentos para la recogida de datos y resultados de la investigación: evaluación de la implementación y refinamiento de la Secuencia de Enseñanza-Aprendizaje .....	49
2.4. Diseño experimental para analizar en qué medida se generan oportunidades favorecedoras de un aprendizaje con comprensión en el desarrollo de la Secuencia de Enseñanza-Aprendizaje (Evaluación de la calidad de la SEA) .....	54
2.5. Diseño experimental para obtener evidencias de la existencia y persistencia de dificultades para la comprensión del Principio Generalizado del Trabajo y la Energía en los estudiantes.....	57
2.6. Diseños experimentales para obtener evidencias de la mejora en la comprensión de los estudiantes (Evaluación del aprendizaje logrado).....	69
2.6.1. Diseño para el análisis de la evolución de los objetivos de aprendizaje del grupo experimental mediante la ganancia de Hake .....	73
2.6.2. Diseño para analizar si se consiguen diferencias significativas en el aprendizaje del grupo experimental y del grupo control.....	74
2.6.3. Diseño para analizar el el tamaño del efecto entre el grupo control y el grupo experimental.....	75
2.6.4. Diseño para analizar la evolución de las dificultades de aprendizaje después del tratamiento didáctico.....	76
3. DESARROLLO Y RESULTADOS .....	81
3.1. Desarrollo del diseño de la Secuencia de Enseñanza-Aprendizaje (SEA) para el Principio Generalizado del Trabajo y la Energía (PGTE) .....	81

---

3.1.1. Definición de los indicadores de aprendizaje del PGTE .....	81
3.1.2. Resultados de las dificultades de aprendizaje de los estudiantes y demandas de aprendizaje.....	83
3.1.3. Resultados sobre la calidad de la SEA que influyen en el rediseño del orden de contenidos del programa de la Secuencia .....	107
3.1.4. Resultados sobre la calidad de la SEA que influyen en el rediseño para hacer frente a las dificultades metacognitivas de los estudiantes.....	114
3.1.5. Resultados sobre la calidad de la SEA que influyen en el rediseño para hacer frente a las dificultades de los estudiantes en interpretación del enunciado y figuras	118
3.1.6. Diseño de la SEA una vez introducidos los cambios mencionados .....	120
3.2. Resultados sobre el aprendizaje logrado en el desarrollo iterativo de la Secuencias de Enseñanza Aprendizaje. ....	141
3.2.1. Resultados de las cuestiones del pre y post test en los diferentes grupos y años de implementación.....	146
3.2.2. Resultados que muestran una mejora en el nivel de comprensión de los indicadores de aprendizaje .....	167
3.2.3. Resultados que muestran la evolución de las dificultades de aprendizaje del Principio Generalizado de Trabajo y Energía .....	175
CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE TRABAJO.....	183
4.1. Introducción .....	183
4.1. Conclusiones sobre lo que significa comprender y aplicar el concepto de trabajo, energía y la relación entre ambos para aplicar el Principio Generalizado de Trabajo y Energía. ....	185

4.2. Conclusiones sobre las principales dificultades de aprendizaje de los estudiantes y de enseñanza de los profesores sobre los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos. ....	186
D.5.: Los estudiantes no definen el sistema en el que aplican el Principio Generalizado de Trabajo y Energía, estableciendo relaciones incorrectas en el balance de energía.....	188
4.3. Conclusiones sobre los resultados obtenidos al aplicar la SEA sobre el PGTE a estudiantes de Física general de primer curso para ciencias e ingeniería.....	188
4.3.1. El diseño de la SEA.....	188
4.3.2. Conclusiones sobre la mejora en el nivel de aprendizaje sobre los conceptos de trabajo, energía, la relación entre ambos y el PGTE en los estudiantes del grupo experimental. ....	191
4.4.3. Conclusiones sobre la mejora en el nivel de comprensión global sobre los conceptos de trabajo, energía, la relación entre ambos y el PGTE, en los estudiantes del grupo experimental y el grupo control .....	191
4.4.4. Conclusiones sobre el tamaño del efecto del grupo experimental respecto del grupo control. ....	192
4.4.5. Conclusiones en la evolución de las dificultades de aprendizaje en los conceptos de trabajo, energía, la relación de ambos y la aplicación del PGTE.....	193
4.5. Conclusiones generales .....	194
4.6. Perspectivas futuras del trabajo .....	196
BIBLIOGRAFÍA .....	197

Capítulo 1:

Planteamiento del problema

---



## **1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1.0. Introducción**

Los medios de comunicación destacan la importancia social de la energía y en el lenguaje diario se utilizan conceptos tales como fuentes de energía, crisis de energía, efecto invernadero, calentamiento global ...etc. Sin embargo, La enseñanza y aprendizaje de los conceptos de trabajo y energía y la relación entre ambos son complejos y un largo número de estudios nos muestran la preocupación de los profesores y los investigadores (Bächtold & Guedj, 2014).

La bibliografía de investigación en enseñanza de las ciencias e ingeniería, libros de texto y programas de estudio, indican que actualmente, hay algunos supuestos compartidos en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias, tales como:

- Las creencias de los estudiantes sobre el mundo natural influyen en la concepción que desarrollan como resultado de la enseñanza de las ciencias. Así pues, la enseñanza debe tener en cuenta las creencias de los estudiantes (Chinn & Brewer, 1993).
- Habitualmente, los estudiantes desarrollan teorías tácticas propias sobre los fenómenos científicos que suelen diferir de las establecidas por la ciencia (Hammer, 2000).
- El aprendizaje no es un proceso simple de transferencia de conocimiento del profesor al estudiante, y la enseñanza, por lo tanto, tiene que ofrecer oportunidades para la construcción de significados (Driver, Newton, & Osborne, 2000)

La persistencia de concepciones alternativas, es decir, aquellas diferencias entre lo que los estudiantes aprenden y lo que el profesor explica, incluso a niveles universitarios y entre profesores (Pfundt &

Duit, 1998), hace que sea necesario investigar sobre las dificultades de aprendizaje de los conceptos y teorías científicas. La comprensión de estas dificultades permite la búsqueda de estrategias de enseñanza que lleven a superar dichas dificultades y mejorar a su vez, los resultados de aprendizaje.

Se han encontrado dificultades de aprendizaje, por parte de los estudiantes en diferentes áreas de la física (mecánica, electromagnetismo, cuántica...). En esta investigación nos centramos en el capítulo de "Trabajo y Energía" dentro de la Mecánica clásica en el nivel de cursos introductorios en Universidad. Este capítulo incluye los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ellos a través del denominado Principio Generalizado del Trabajo y la Energía dentro del área de mecánica.

El propósito del trabajo es identificar posibles dificultades de aprendizaje en los conceptos indicados y definir una SEA que permita superar dichas dificultades, obteniendo un mayor y mejor aprendizaje para el tema mencionado. Para ello, se considerarán diferentes líneas de investigación que se han llevado a cabo en la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos científicos específicos. Estas investigaciones se sitúan dentro de la línea de diseño de SEAs basada en la investigación (Lijnse & Klaassen, 2004; Psillos & Kariotoglou, 2016; McDermott, 1991; Easterday, Rees Lewis, & Gerber, 2014)

### **1.1. Estado del tema en la Enseñanza de la Física: dificultades de enseñanza-aprendizaje en investigaciones sobre el concepto de energía y trabajo, y sus relaciones.**

Se considera que la física es una asignatura difícil. Esta opinión, se puede considerar el reflejo de un escaso aprendizaje académico logrado por los estudiantes que implica un elevado número de suspensos en la asignatura, tanto en enseñanza secundaria como en la universidad (Rowell, Dawson, & Pollard, 1993). El profesorado considera que se debe a la mala preparación de los estudiantes en la rama de las matemáticas, a la falta de conocimiento de prerrequisitos conceptuales en física y a que los contenidos se consideran difíciles de entender, así como aspectos metodológicos y actitudinales. Así mismo, la investigación en enseñanza de la Física ha mostrado

reiteradamente las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de conceptos y modelos de la Física (Duit, 2009; Viennot, 1979; McDermott, 1984). Dentro de estas dificultades en el aprendizaje, el tema de trabajo y energía del que nos ocupamos en este trabajo, ha preocupado especialmente al profesorado, investigadores y diseñadores de currículum como lo muestra la gran cantidad de estudios que se han desarrollado (Duit, 1981; Trumper, 1993; Dawson-Tunik & Stein, 2008). Estos estudios se han llevado a cabo fundamentalmente a nivel de Secundaria y en menor medida a nivel universitario (Bächtold & Guedj, 2014). A continuación, se pasa a relatar las principales investigaciones que se han realizado sobre el tema y sus resultados.

### *1.1.1. Investigaciones sobre dificultades de aprendizaje de los estudiantes*

El concepto de trabajo depende del concepto de fuerza y no siempre resulta evidente diferenciar el concepto científico de trabajo del sentido cotidiano de la palabra (Jewett, 2008a; Driver & Warrington, 1985). Así mismo, el trabajo es una manera de cambiar la energía de un sistema y lo que indicamos como trabajo en las ecuaciones corresponde a la cantidad de este cambio. Esta cantidad se calcula mediante el producto escalar de dos magnitudes vectoriales. Todo ello ha dado lugar a una amplia bibliografía sobre las dificultades de los estudiantes al entender el concepto (Jewett, 2008c; Duit, 1986).

Una primera dificultad detectada por la bibliografía corresponde al lenguaje utilizado para identificar el concepto de trabajo. De acuerdo con Jewett (2008b), a la hora de expresar el término "trabajo" se deben evitar expresiones del tipo "el trabajo fue realizado por la gravedad durante este proceso". Son expresiones que no son incorrectas, pero son incompletas y para un mejor aprendizaje del concepto se aconseja especificar la fuerza que realiza el trabajo y el sistema donde se realiza. En el ejemplo mencionado, la expresión correcta sería "el trabajo fue realizado por la fuerza de la gravedad sobre la pelota". Es una forma de dejar claro que *el trabajo es realizado por una fuerza externa sobre un sistema, así como de asentar las bases para entender que el trabajo representa una*

*transferencia de energía entre el sistema y el entorno.* Una forma de poder usar un lenguaje todavía más completo es considerar la fuente de energía. Según Jewett (2008c) y Duit (1986), cuando el entorno realiza trabajo sobre el sistema, el sistema gana una cantidad de energía igual en cantidad a la que pierde el entorno. El uso de un lenguaje claro a la hora de expresar lo que sucede con el trabajo y la energía, puede ayudar a asimilar mejor los conceptos y evitar dificultades que no ayuden a aplicar bien el PGTE.

Mallinckrodt & Leff (1992) indican que en los libros de texto el concepto de trabajo se presenta como la fuerza aplicada a un objeto que se desplaza un  $\Delta \mathbf{r}$  y se expresa mediante la ecuación:

$$W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta \quad (1)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo entre la fuerza aplicada y el vector desplazamiento. Muchas situaciones similares se presentan en los libros de texto cuando se lleva a cabo la definición de trabajo. Se identifica  $\Delta \mathbf{r}$  como "el desplazamiento del objeto" o simplemente como "el desplazamiento" sin especificar qué es lo que está siendo desplazado. Esta poca claridad en la definición de trabajo lleva a que los estudiantes tengan dificultades conceptuales, cuando en mecánica se encuentran frente a situaciones en las que aparecen fuerzas de fricción o fuerzas que actúan sobre cuerpos deformables o cuerpos que tienen un movimiento de rotación. Algunos ejemplos donde se muestra que es necesario analizar con detenimiento el desplazamiento de la fuerza, son descritos por Mungan (2005b) y se explican a continuación.

En la Fig 1. se puede observar una rueda de radio  $R$  y un eje del radio  $r$  alrededor del cual se ha enroscado una cuerda. El centro de masas de la rueda se mueve realizando un desplazamiento horizontal de magnitud  $L$ . Es fácil mostrar que el punto de aplicación de la fuerza en la mano se desplaza realizando un desplazamiento de magnitud  $L(1 + r/R)$ . De esta manera podemos decir que el trabajo realizado por la fuerza  $T$  sobre sistema no es  $T \cdot L$ , sino  $T \cdot L \cdot (1 + r/R)$

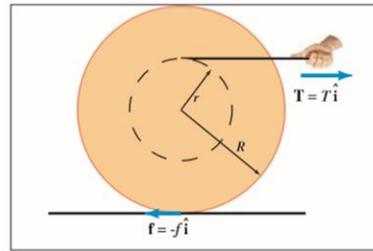


Fig. 1: Ejemplo de sistema rotativo. Una rueda de radio  $R$  que es empujada por una fuerza de magnitud  $T$  aplicado a un rail alrededor de un eje de radio  $R$ . La rueda está en contacto con una mesa horizontal.

En la Fig 2. Se puede observar que una fuerza horizontal constante de magnitud  $F$  empuja a un bloque de masa  $m$ , a lo largo de una distancia  $x_1$ . Este bloque está unido a un segundo bloque a través de un muelle de constante de recuperación  $k$ . Mientras el primer bloque se desplaza una distancia  $x_1$ , el segundo bloque se mueve hacia la derecha una distancia  $x_2$ . Durante este intervalo de tiempo, el centro de masas del sistema realiza un desplazamiento de magnitud  $1/2 \cdot (x_1 + x_2)$ . Sin embargo, el trabajo realizado por la fuerza  $F$  sobre el sistema no es  $1/2 \cdot F \cdot (x_1 + x_2)$ , sino  $F \cdot x_1$  porque el punto de aplicación de la fuerza realiza un desplazamiento  $x_1$ .

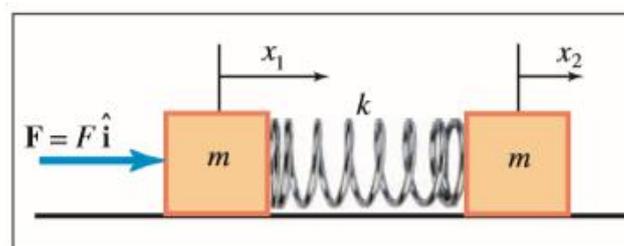


Fig. 2: Ejemplo de sistema deformable. Dos bloques de masa  $m$  conectados por un muelle de fuerza constante  $k$ . El sistema está en reposo sobre una superficie sin rozamiento. Se aplica una fuerza de magnitud  $F$  sobre el bloque de la izquierda, moviéndolo una distancia  $x_1$ . Durante este intervalo de tiempo, el muelle hace que el bloque de la derecha se mueva hacia la derecha una distancia  $x_2$ .

En algunos casos el desplazamiento de la ecuación (1) es arbitrario dependiendo del tipo de trabajo que se está definiendo. Sherwood (1983) define el concepto de "pseudotrabajo" o Mungan (2005a) lo llama "trabajo del centro de masas" donde se considera el término  $\Delta \mathbf{r}$  como el desplazamiento del centro de masas del objeto o sistema. Esta definición de trabajo es frecuente para el caso de un "sistema partícula" en el que se considera el sistema representado, como si toda su masa estuviera en el centro de masas, el desplazamiento considerado en la definición de trabajo es el realizado por el centro de masas (Chabay & Sherwood, 1999).

Otra dificultad indicada por la bibliografía es la que presentan los estudiantes al calcular el trabajo cuando existe más de una fuerza sobre el sistema (Jewett, 2008d). Muchos profesores y autores de libros consideran en general como válida la definición del trabajo neto de la siguiente manera:

"El trabajo neto realizado por múltiples fuerzas sobre un objeto es igual al producto de la fuerza neta que actúa sobre el objeto y el desplazamiento del objeto"

Esta definición lleva a que los estudiantes, presenten problemas conceptuales a la hora de aplicar en mecánica la definición de trabajo neto, porque no piensan en el efecto de la fuerza neta sobre el objeto (Jewett, 2008d). Además, hay que tener en cuenta que la definición anterior es sólo válida para sistemas perfectamente rígidos y no deformables. La definición más general para el trabajo neto realizado por las fuerzas en un sistema es:

"El trabajo neto realizado por varias fuerzas en un sistema es igual a la suma de los trabajos realizados sobre el sistema por cada fuerza individual"

Jewett (2008d) y Mallinckrodt & Leff (1992) indican que los estudiantes tienen dificultades en definir cada trabajo individual ya que diferentes fuerzas en el sistema actúan con diferentes desplazamientos.

Sherwood & Bernard (1984) y Besson (2001) muestran las dificultades de los estudiantes cuando se calcula el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento. Si  $\Delta \mathbf{r}$  en la definición de trabajo, aparece como "el desplazamiento del objeto", en los libros de texto se puede observar, que el trabajo realizado por la fricción en el bloque que se desplaza a lo largo de una superficie se representa por la ecuación  $W = -f_k d$ , donde  $f_k$  es la fricción cinética sobre el bloque y  $d$  es la distancia que el bloque se mueve a lo largo de la superficie. El signo negativo indica que la fuerza de fricción se opone a la dirección del desplazamiento. Besson (2001) muestra las dificultades de los estudiantes en el cálculo del trabajo de las fuerzas de rozamiento cuando las fuerzas actúan sobre sistemas deformables, en lugar de sobre una partícula.

De acuerdo con Sherwood & Bernard (1984), este enfoque ignora el hecho de que el desplazamiento del bloque, no es el mismo que el de los desplazamientos de la fuerza de fricción a lo largo de un gran número de puntos de contacto. Este último desplazamiento es complicado porque se tienen en cuenta las deformaciones de la parte baja de la superficie. Todo ello requiere el cálculo del trabajo a través del operador integral. Además, es conveniente diferenciar entre la integral de la segunda ley de Newton en mecánica, por una parte y por otra, la primera ley de la termodinámica. Para el caso de una partícula, las dos ecuaciones son las mismas, pero para sistemas deformables son diferentes y el no tener esta diferencia clara, es lo que lleva a tener dificultades en el cálculo de trabajo por parte de los estudiantes (Sherwood & Bernard, 1984).

Las dificultades mostradas para el cálculo del trabajo hacen que los estudiantes apliquen de forma inconsistente el PGTE (Besson, Borghi, De Ambrosis, & Mascheretti, 2010).

Como ya se ha indicado el trabajo es una manera de cambiar la energía de un sistema y lo que indicamos como trabajo en las ecuaciones, corresponde a la cantidad de este cambio. Esto implica que hay una relación profunda entre trabajo y energía. Por ello, es necesario analizar en detalle los procesos en los que se involucra el trabajo. Se debe tener en cuenta que mientras la energía se asocia a sistemas, el trabajo se define en las transferencias de las energías

involucradas, por tanto, asociarlo a un sistema carece de significado. Así pues, en la revisión de investigaciones previas relacionadas con esta investigación será necesario identificar dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de la energía y su relación con el trabajo. Estos aspectos se abordan a continuación.

En relación al aprendizaje del concepto de energía, numerosas investigaciones en Enseñanza de la Física indican diversas dificultades en su aprendizaje (Arons, 1989; Duit, 1987; Trumper, 1998). Por ejemplo, la mayoría de los estudiantes suele considerar que la energía se consume en una bombilla de un circuito eléctrico simple, suelen confundir tipos de energía (cinética, potencial, masa en reposo) y fuentes de energía (eléctrica, eólica, térmica, etc.) (M. Carr & Kirkwood, 1988), o bien suelen utilizar arbitrariamente el concepto de energía interna (Van Huls & Van Den Berg, 1993).

Carr & Kirkwood (1988) muestran que los estudiantes suelen tener dificultades en analizar la energía en situaciones estáticas. Los estudiantes a menudo asocian el concepto de energía sólo con los efectos que se pueden percibir. Se deben analizar situaciones donde la transformación de energía es al menos parcialmente aparente (por ejemplo, cuando se disipa calor en una resistencia por efecto Joule y se observa un cambio en la temperatura) e indicar explícitamente el cambio que debe estar ocurriendo. El análisis de este tipo de fenómenos permite ayudar a los estudiantes en la idea de transformación de energía como un proceso en que la energía ni se crea ni se destruye.

En este sentido es conveniente invocar los conceptos energéticos en situaciones en las que se están produciendo cambios observables: objetos que se desplazan, objetos que caen de las posiciones más altas a las más bajas, temperaturas que aumentan, etc. La recomendación de Carr & Kirkwood (1988) es que no sólo es importante definir el sistema sino también los estados iniciales y finales, de forma que se identifiquen claramente, con el objetivo de centrar la atención de los estudiantes en los cambios que se definen en el problema, y no en otros que pueden estar ocurriendo, pero que no son el objetivo de la actividad que se está trabajando en el problema.

Watts (1983), Trumper (1990) y Sherwood & Bernard (1984) apuntan dificultades concretas de los estudiantes en la comprensión del concepto de energía, tales como:

- a) El lenguaje de la vida cotidiana que da significados diversos a la palabra energía y a veces contrarios al de la física. Por ejemplo, en física la energía puede estar en forma no detectable como la energía potencial, mientras que en la vida cotidiana la energía se relaciona con el vigor y la fuerza. Otro aspecto para tener en cuenta es la experiencia cotidiana, por ejemplo, la utilización de diferentes aparatos e incluso cómo se genera la electricidad a través de diferentes tipos de centrales donde la electricidad parece estar almacenada.
- b) Considerarlo como un "elemento" que está dentro de los objetos y se libera cuando se disipa, o bien, como una fuente de energía cuando se habla de "combustible" y como un "fluido" porque se puede intercambiar y transportar (Watts, 1983)
- c) Se le asocia con la vida desde la concepción antropocéntrica o como la responsable de que las cosas sucedan, como por ejemplo el movimiento de un objeto o la caída de una piedra. Considerar la energía como un producto derivado de un proceso que desaparece y por ello no se conserva (Trumper, 1990)

La relación entre trabajo y energía también es fuente de múltiples dificultades de aprendizaje. Si relacionamos trabajo con energía y se tiene en cuenta que el trabajo en un sistema se realiza gracias a la fuerza que se le aplica, hay que tener en cuenta dos aspectos; identificar adecuadamente la fuerza que realiza el trabajo, así como identificar el lugar donde se realiza el trabajo y definirlo como sistema.

Sherwood & Bernard (1984) presentan una situación para analizar las relaciones trabajo y energía que consiste en un objeto que se desliza por una superficie con rozamiento a velocidad constante, cuando se aplica una fuerza paralela a la superficie. Si se resuelve el ejercicio sin tener en cuenta el sistema y mirando solo el objeto, al aplicar el teorema de la energía cinética  $W=\Delta K$ , puede

cometer cuatro errores importantes durante la realización del ejercicio:

- No se puede calcular el trabajo realizado por la fuerza de fricción sobre el objeto, porque el desplazamiento del objeto no es el mismo que el de todos los puntos en los que se aplica la fuerza de fricción.
- La variación de energía cinética es cero porque el objeto es arrastrado a velocidad constante.
- Hay una transferencia de energía entre objeto y la superficie, que no se puede calcular porque no se tiene en cuenta en el teorema de la energía cinética.
- El teorema de la energía cinética no tiene en cuenta el término de energía interna, y en este ejemplo es importante, para tener en cuenta la cantidad de energía almacenada por el rozamiento entre el objeto y la superficie.

Sherwood & Bernard (1984) explican que es necesario definir claramente los sistemas para que no haya confusiones a la hora de analizar las relaciones entre trabajo y energía. En el ejemplo presentado el sistema más idóneo es el sistema objeto-superficie considerando la fuerza que se le aplica como fuerza externa.

### *1.1.2. Investigaciones sobre dificultades de enseñanza de los conceptos de energía, trabajo y sus relaciones en cursos introductorios de física*

Un primer obstáculo en la enseñanza de la energía se deriva de la alta abstracción de la propia naturaleza del concepto de Energía y de la distorsión del concepto en la vida cotidiana, que hacen de la Energía un concepto difícil de definir (Trumper, 1993; Beynon, 1990). En termodinámica, el término "energía" se asocia frecuentemente a "calor", aunque es importante subrayar que los físicos utilizan esta palabra para referirse a: (1) un proceso mediante el cual se transfiere energía y (2) la cantidad de energía transferida por el mismo. De acuerdo con Romer (2001) y Bauman (1992) el calor es realmente un

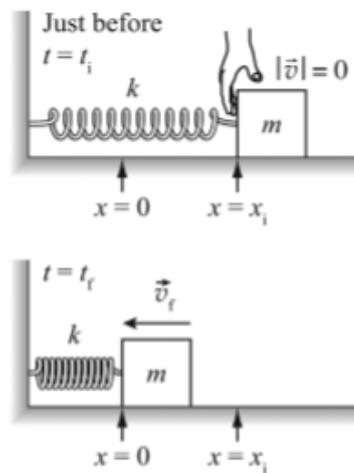
sustantivo, pero se refiere a un proceso, no es el nombre de lo que se transfiere en ese proceso. En circuitos eléctricos, Bächtold & Guedj (2014), indican que cuando se habla de la energía disipada por una resistencia al calentarse, los estudiantes lo pueden interpretar como energía que desaparece. En algunos libros de texto se pueden encontrar expresiones del tipo "pérdida de calor" que puede generar confusión en los estudiantes al aplicar el principio de conservación de la energía (Jewett, 2008b). Teniendo en cuenta este principio, no se puede decir que la energía "desaparece" o se "pierde".

Otro aspecto a tener en cuenta respecto al término de energía es el correcto uso del lenguaje cuando se habla de transferencia de energía o transformación de energía. De acuerdo con Bauman (1992) y Jewett (2008c), se suele hacer un uso inadecuado cuando se habla de la siguiente forma "la energía cinética es transferida a energía potencial gravitatoria" cuando el lenguaje correcto debería ser "la energía puede transformarse de un tipo de energía a otro y puede ser transferida desde un sistema a otro". Otro aspecto relevante es que los estudiantes deben entender que *las transformaciones de energía* tienen lugar dentro del sistema. Por ejemplo; si consideramos, un sistema compuesto por una pelota y la tierra, dentro de este sistema cuando la pelota es lanzada hacia arriba su energía cinética se transforma en energía potencial gravitatoria, es decir dentro del sistema ha tenido lugar una transformación de un tipo de energía a otro tipo de energía. En los casos en los que hay transferencia de *de energía*, aparecen en el proceso magnitudes como el trabajo, el calor y la radiación electromagnética. Una vez más, la investigación resalta la importancia de definir el sistema a la hora de considerar los conceptos de trabajo, de energía y sus relaciones.

En la parte inicial del estudio del concepto de energía, en curso de Física general de primero para ciencias e ingeniería, se consideran normalmente, sistemas formados por una partícula. De acuerdo con Lindsey, Heron & Shaffer (2009), llevar a cabo una buena resolución de problemas de energía basado en sistemas sencillos es adecuado para poder empezar a definir el concepto de sistema y poder abordar más adelante situaciones más complejas. No identificar bien el sistema, puede llevar a que el estudiante confunda el tipo de energía que actúa y no aplique bien el principio generalizado de trabajo y

energía. Lindsey, Heron & Shaffer (2009), muestran esta dificultad en un ejemplo.

La figura (3) muestra que, la energía se transforma o se transfiere dependiendo del sistema que se elija. Se trata de un bloque conectado a un muelle ideal unido a la pared, que se desliza sobre una superficie sin rozamiento y el muelle se deforma. Si el sistema es solo el bloque, tenemos una fuerza externa que es la del



*Fig. 3: Problema muelle-bloque. Un bloque atado a un muelle ideal es sacado de la posición de equilibrio y se mueve hacia la izquierda sobre una superficie sin rozamiento.*

muelle que cambia la energía cinética del bloque.

Si el sistema se considera formado por el bloque y el muelle entonces tenemos que la energía potencial elástica del muelle se transforma en energía cinética del bloque. Al final se llega al mismo resultado, pero la interpretación del ejercicio es diferente dependiendo del sistema elegido.

Para analizar correctamente el balance de energía en cualquier contexto, es necesario interpretar correctamente el término "sistema". Lindsey, Heron, & Shaffer (2009) muestran que un porcentaje significativo de estudiantes no son capaces de analizar los resultados desde el punto de vista de dos o más sistemas diferentes.

Para la aplicación del PGTE, la necesidad de la definición del sistema se hace evidente. Los estudiantes deben definir las fuerzas externas e internas al sistema, tarea que no se puede realizar si el sistema no está definido. Una vez definido el sistema, los estudiantes podrán identificar las fuerzas externas como las que realizan trabajo y transfieren energía al sistema y las fuerzas internas las que transforman la energía del mismo. Debemos tener en cuenta que el PGTE se puede definir para el mismo proceso habiendo definido diferentes sistemas. En este caso, el trabajo externo realizado por una fuerza definida como externa ( $W$ ) es igual en valor, a la variación de energía del sistema para la misma fuerza definida como fuerza interna ( $\Delta U$ ) en otro sistema. La relación  $W = -\Delta U$  se cumple independientemente de que la fuerza sea o no conservativa. El no definir el sistema y por lo tanto, no tener la seguridad de si las fuerzas son internas o externas, genera confusión en los estudiantes y hacen que el signo menos que relaciona ambas magnitudes genere dificultades en la resolución de problemas.

Otro ejemplo de la importancia de definir el sistema es relatado por Jewett (2008a), cuando se hace referencia a la energía potencial, se suele usar de forma incorrecta el lenguaje "la energía potencial de la pelota". Se podría entender, de manera incorrecta, que la energía potencial está asociada con un objeto en lugar de con un sistema de dos o más objetos que interactúan. De esta forma se ignora la importancia que tiene la correcta definición de los sistemas. Es importante considerar que la energía potencial es una propiedad del sistema y no del objeto.

En relación con las dificultades de enseñar las relaciones entre trabajo y energía, diferentes estudios muestran deficiencias de la instrucción que pueden generar dificultades en el aprendizaje de los estudiantes. En algunos libros de texto de Física (Halliday, Resnick, Krane, Pullkia, & Cicala, 1982; Harman, 1990) se indica que la ecuación general de la ley de conservación de la energía mecánica para un sistema es:  $\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0$ , donde  $\Delta K$  se refiere a la variación de la energía cinética del sistema,  $\Delta U$  a la variación de energía potencial y  $\Delta E_{int}$  a la variación de energía interna del sistema. Esta ecuación no es una expresión general de la conservación de la energía, se trata de un caso particular que es cierto para un sistema

aislado. La ecuación general no solo tiene en cuenta la cantidad de energía almacenada en el sistema, sino que también tiene en cuenta las formas por las que la energía se transfiere a través del sistema (Jewett, 2008c).

Así mismo, en la ecuación  $W=\Delta K$  que se llama teorema de trabajo y energía o, más frecuentemente teorema de la energía cinética, pero que muchos estudiantes piensan equivocadamente que es la ecuación fundamental de la energía (Jewett, 2008b). Se debería dejar claro que solo puede ser utilizada cuando: (1) el trabajo es el único mecanismo de transferencia de energía hacia el sistema y (2) cuando la energía cinética es el único tipo de energía que está cambiando en el sistema (Jewett, 2008c).

En ocasiones las relaciones entre trabajo y energía se presentan a través de varios capítulos del programa (Fishbane, Gasiorowicz, & Thornton, 1994; Tipler & Mosca, 2005). Esto puede llevar a los estudiantes a pensar que existen varias ecuaciones fundamentales de la energía. De hecho, se ha generado una serie de discusiones en torno a las dificultades de aplicación del teorema de la energía cinética en diferentes fenómenos físicos (Erlichson, 1977; Penchina, 1978; Sherwood, 1983; Sherwood & Bernard, 1984; Mallinckrodt & Leff, 1992; Mungan, 2005a). Las presentaciones de situaciones particulares deben ser explícitamente acotadas. Por ejemplo, en el caso de una fuerza que se aplica a una partícula rígida, no deformable y sin fricción la ecuación del principio generalizado del trabajo y la energía se reduce a su forma más sencilla y más conocida:  $W=\Delta K$ , donde K representa la energía cinética de la partícula. En la definición de trabajo como se ha visto anteriormente el desplazamiento hace referencia al del punto de aplicación de la fuerza sobre la partícula (Jewett, 2008d).

Cuando la fuerza se aplica a objetos deformables o sometidos a movimientos de rotación, el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza es diferente al desplazamiento del centro de masas del sistema. En este tipo de sistemas la ecuación del PGTE, se reduce al caso particular del Teorema de la Energía Cinética aplicado al centro de masas como se puede ver en la siguiente expresión:

$$\int \sum F_{ext} \cdot dr_{CM} = \Delta\left(\frac{1}{2}mv_{CM}^2\right)$$

La integral de la izquierda se denomina según Jewett (2008d), Sherwood (1983) y Mallinckrodt & Leff (1992) "pseudotrabajo", y según Mungan (2005a) es "el trabajo del centro de masas". A la ecuación se le denomina "Teorema de pseudotrabajo-energía cinética" según PENCHINA (1978) y Sherwood (1983) y "ecuación del centro de masas" según Sherwood & Bernard (1984). En todos estos casos particulares se deben mencionar las restricciones que se realizan en el principio generalizado del trabajo y la energía. En caso contrario puede llevar a los estudiantes a pensar que existen diferentes principios de relación entre el trabajo y la energía.

En relación con las principales estrategias de enseñanza del tema de trabajo y energía, Koliopoulos & Ravins (1998) definen tres categorías a partir de los currículos de diferentes países:

A. Currículo tradicional: se presenta el concepto de la energía como algo derivado del trabajo. Se presentan los conceptos de forma específica, con su correspondiente definición operativa. Esta estrategia es la mayoritaria en Física general de primer curso para ciencias e ingeniería en el tema de trabajo y energía mecánica. Los estudiantes comienzan por estudiar el teorema del trabajo-energía cinética ( $\Delta K = W$ ) donde  $W$  es el trabajo y  $\Delta K$  la variación de energía cinética para el caso particular de un objeto que puede ser modelado como una partícula, sobre el que actúa una única fuerza y que se mueve (sin rozamiento). Posteriormente, se analizan sistemas de partículas aislados donde sólo actúan fuerzas conservativas. Esto lleva a definir conceptos como "pseudotrabajo". (PENCHINA, 1978; Sherwood, 1983; Erlichson, 1977). Para el trabajo de fuerzas conservativas dentro del sistema se introduce el concepto de energía potencial. Para este caso particular, el principio de conservación de la energía mecánica amplía a  $\Delta K + \Delta U = 0$  donde  $\Delta K$  se refiere a la variación de energía cinética y  $\Delta U$  variación de energía potencial. Finalmente, se consideran sistemas de partículas con fricción o deformables que implica generalizar el principio de la energía a la formulación conocida como primer principio de la termodinámica:  $\Delta E = W + Q$  en esta ecuación  $\Delta E$  es la variación de energía interna del sistema,  $W$  es el trabajo realizado por el sistema y  $Q$  la cantidad de

calor intercambiado por el sistema (Mallinckrodt & Leff, 1992; Bernard, 1984). Esta enseñanza fragmentada del principio de la energía basada en el análisis de casos particulares puede llevar a los estudiantes a pensar que existen diferentes principios fundamentales de la energía. La confusión de los estudiantes en distinguir y relacionar la aplicación del principio de energía para diferentes contextos, ha sido mostrada por diferentes investigaciones (Doménech & Martínez-Torregrosa, 2010). Arons (1989) subraya explícitamente que a diferencia del teorema energía-trabajo, la primera ley de la termodinámica no es derivable de las leyes de la dinámica del movimiento. Varios trabajos de investigación señalan que no comprender esta diferencia es una de las principales concepciones alternativas en cursos introductorios de física (Arons, 1989; Sherwood, 1983; Lindsey et al., 2009).

B. Currículo innovador: le da un carácter estructural al concepto de energía asignándole un lugar central dentro del programa educativo sin olvidar la dimensión social en el aprendizaje de dicho concepto.

Se presenta la Energía como común denominador de todas las interacciones básicas y el principio de conservación como la explicación de un instrumento que permite predecir la evolución de los sistemas. Además, el estudio de la transferencia de energía a diferentes niveles permite la introducción de conceptos básicos de termodinámica (energía interna, transferencia térmica, trabajo, capacidad calorífica) y una discusión sobre la irreversibilidad de los procesos y las causas de la disipación asociada con estas transferencias. Este enfoque subraya la universalidad de las leyes de la física, para la que la energía se presenta como un principio unificador (Solbes, Guisasola & Tarin, 2009).

Baracca & Besson (1990) proponen una introducción histórica más centrada en temas tecnológicos y sociales. El origen histórico y el uso de la palabra es para indicar una cantidad física particular; esto es, para poder medir el trabajo humano a nivel de esfuerzo y poder compararlo con el realizado por los animales y las máquinas. Así se observa la evolución de las definiciones de trabajo y energía mecánica junto con el problema de la capacidad de generar un

movimiento (Besson & De Ambrosis, 2014). Más adelante se discuten los problemas relacionados con la inducción de motores de vapor y teorías de calor, las relacionadas entre el calor y el trabajo y la idea de la eficiencia termodinámica. Se considera necesario relacionar los problemas con el uso de la tecnología, la disponibilidad de recursos energéticos, la preservación con el medio ambiente, cuestiones sociales y económicas y con una perspectiva multidisciplinaria fuera del contexto escolar.

Doménech et al. (2001) proponen que la investigación científica sobre la energía ha prestado poca atención a estos aspectos y tampoco a la motivación de los estudiantes en el aula. Las dificultades de los estudiantes no están solo en el ámbito conceptual, sino también en la manera de proceder o manejar el concepto y en los valores. Es necesario mostrar cómo utilizar el concepto de energía en distintos ámbitos científicos y considerar nuevas situaciones problemáticas.

C. Currículo constructivista: Se basa en la construcción de modelos dentro de la cadena energética y está basado en las ideas previas que tienen los estudiantes.

Las principales estrategias de enseñanza de este tipo de currículos se basan en identificar las preconcepciones de los estudiantes en el principio de conservación de la energía y a partir de este punto se presentan diferentes alternativas (Solbes et al., 2009; Doménech et al. 2007; Trumper, 1991). Trelu & Toussaint (1986) intentan vincular los objetivos educativos con el cambio de las ideas alternativas de los estudiantes. Lemeignan & Weil-barais (1993) construyen el concepto de energía, así como su conservación, definiendo paso a paso las relaciones semánticas entre los objetos que forman parte del sistema. Finalmente, Robardet & Guillaud (1995), Duit (1987) y Millar (2014) introducen para Secundaria (12-14 años) la energía como sustancia "cuasi-material" a partir de la cual sugieren trabajar los diferentes tipos de energía de manera cualitativa antes de darle un enfoque numérico, todo esto teniendo en cuenta el riesgo que supone que los estudiantes obtengan ideas falsas (naturaleza cuasi-material de la energía) que persistan durante tiempo (Warren, 1982)

## **1.2. Formulación actual de las relaciones trabajo y energía en Mecánica. Análisis Epistemológico**

Hasta la segunda mitad del siglo XIX los científicos usaban bajo la misma idea los conceptos de fuerza y energía y es entonces cuando Helmholtz en 1947 diferencia el significado físico de ambos conceptos, de esta manera se estableció el principio general de conservación de la energía y la expresión de fuerza viva  $W=\Delta K$ , introducida por Leibniz por primera vez como sinónimo de energía cinética y se ha utilizado este sinónimo hasta hace unas cuantas décadas.

Un aspecto que ha preocupado a los investigadores (Sherwood & Bernard, 1984; Bernard, 1984; Erlichson, 1984; Kemp, 1985; Erlichson, 1986; Arons, 1989; Monleón, 1991; Bauman, 1992; Mallinckrodt & Leff, 1992; Leff & Mallinckrodt, 1993) es la relación que hay entre el teorema de las fuerzas vivas  $W=\Delta K$ , donde  $W$  es el Trabajo y  $\Delta K$  es la variación de energía cinética, y el primer principio de la termodinámica  $W+Q=\Delta E$ , donde  $W$  es el Trabajo,  $Q$  la cantidad de calor intercambiado por el sistema y  $\Delta E$  la variación de energía del sistema.

Algunas investigaciones (Erlichson, 1984; Alonso & Finn, 1996) proponen la introducción del Primer Principio de la Termodinámica a partir del teorema de las fuerzas vivas. El estudio de la dinámica permite a su vez introducir las ideas de trabajo, energía cinética, así como la relación entre ambas.

$$\Delta K = W \quad (2)$$

Cuando las fuerzas son conservativas, la energía total de las partículas es la suma de la energía cinética y energía potencial. De esta manera la ecuación (2) se transforma en  $\Delta U + \Delta K = \text{cte}$  que es la energía total del sistema.

La ecuación (2) presenta inconvenientes a nivel conceptual (Michinel & D'Alessandro, 1994). El teorema de las fuerzas vivas solo se puede usar en el caso de objetos puntuales (Resnick, Halliday, & Krane, 1993), no se puede usar en el caso de cuerpos deformables o

en sistemas en los que actúan fuerzas de fricción. La ecuación  $\Delta U + \Delta K = \text{cte}$  (obtenida a partir del teorema de las fuerzas vivas) no puede considerarse como el principio de conservación de la energía, si no como un teorema, porque es una expresión matemática obtenida a partir de los principios de la dinámica de Newton (Solbes & Tarín, 1998). Así pues, el teorema de conservación de la energía, como consecuencia del teorema de las fuerzas vivas, no es una versión simplificada del principio de conservación de la energía.

Desde el desarrollo histórico el Principio de conservación de la energía tampoco fue una generalización del teorema de energía cinética. Helmholtz usa las ideas de Huygens y Leibniz para poder mostrar matemáticamente la existencia de una propiedad que se conserva en diferentes situaciones, pero sobre todo su convencimiento respecto a la conexión entre todos los fenómenos naturales (mecánicos, eléctricos, térmicos, químicos,...) le permite dar un paso más allá de casos particulares en Mecánica y poder establecer el principio general de la energía (Harman, 1990).

El primer principio de la energía muestra que la variación de energía de un sistema es igual al balance de energía transferida entre el sistema y el exterior (Boohan & Ogborn, 1996; Tarsitani & Vicentini, 1991; Mallinckrodt & Leff, 1992). El sistema se elige arbitrariamente pero el principio de la energía se cumple siempre independientemente del sistema elegido:

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \text{Cantidad energía transferida sistema-exterior } (\Delta T_{s-e}) \quad (3)$$

La primera parte de la ecuación describe un efecto sobre el sistema. La segunda parte de la ecuación describe las causas de ese efecto que incluyen las interacciones entre el sistema y el exterior.

La ecuación (3) del principio de la energía permite explicar de forma sencilla que un sistema aislado es el que no tiene transferencia de energía con el entorno ( $\Delta T_{s-e} = 0$ ) y por tanto  $\Delta E_{\text{sistema}} = 0$ . Así mismo, si el balance de transferencia de energía es cero ( $\Delta T_{s-e} = 0$ ), aunque el sistema no está aislado su variación total de energía es cero y se dice que es un sistema no-aislado en estado estacionario.

*La energía como propiedad de un sistema se puede almacenar en cuatro formas: Energía cinética, energía potencial, energía interna y energía en reposo.* Como no vamos a considerar objetos cercanos a la velocidad de la luz no mencionaremos este último tipo de energía. Así la ecuación (3) quedará de la forma:  $\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = \Delta T_{\text{s-e}}$  (4)

La variación de la energía cinética  $\Delta K$  en el lado izquierdo de la ecuación (4), es la suma de las variaciones de la energía cinética de traslación del centro de masas del sistema, la energía cinética rotacional alrededor del centro de masas del sistema y cualquier energía cinética asociada con movimientos radiales de los miembros del sistema con respecto al centro de masas. La variación de la energía potencial  $\Delta U$  incluye todos los tipos, como gravitacional, eléctrico y elástico. Además, se incluye aquí la energía potencial química de combustible o explosivos, y energía potencial biológica resultante de comidas. La variación de la energía interna  $\Delta E_{\text{int}}$  incluye la energía asociada con el movimiento aleatorio de las moléculas, medida por la temperatura, y las energías del enlace entre las moléculas, asociadas con la fase (sólido, líquido, o gas) del sistema.

La parte izquierda de la ecuación (4) indica *Los tipos de transferencia de energía* a considerar. Mencionamos a continuación los más comunes utilizados en cursos introductorios de física:

- Trabajo mecánico  $W$  que es el resultado de la actuación de una fuerza a través de un desplazamiento macroscópico. Este tipo de transferencia se puede denominar también "macroscópico, transferencia de energía mecánica"
- Transferencia de energía  $Q$  debida a la diferencia de temperatura entre el sistema y el exterior.
- Transferencia de energía mediante transferencia de materia, como, por ejemplo, echar gasolina al coche o rellenar la caldera de gas en casa.
- Transferencia de energía mediante ondas mecánicas, como, por ejemplo, sonido entrando por un micrófono, ondas de mar

moviendo un generador eléctrico, vibraciones de una membrana para generar señales eléctricas.

- Transferencia de energía mediante electricidad, como, por ejemplo, corriente eléctrica en una casa o baterías eléctricas.
- Transferencia de energía mediante radiación, como la luz, los rayos X o los rayos ultravioletas. La luz del sol absorbida por la Tierra aumenta su temperatura. Este tipo de transferencia de energía se cuantifica en términos de fotones.

De acuerdo con lo anterior, el miembro de la izquierda de la ecuación (4) se puede expresar de la forma:

$$\Delta T_{s-e} = W_{\text{fuerzas externas}} + Q + \text{otras transferencias de energía}$$

Entonces sustituyendo en la ecuación (4):

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = W_{\text{ext.}} + Q + \text{otras transferencias de energía} \quad (5)$$

Este principio de la energía es general y válido para cualquier situación. Sin embargo, para su aplicación es necesario definir el sistema y el intervalo de tiempo en que se aplica.

Llegados a este punto es conveniente concretar la ecuación (5) para el caso que nos ocupa en este estudio, es decir, *para un sistema de múltiples partículas en procesos mecánicos desde el cuerpo teórico de la mecánica clásica*. Consideramos que el sistema de partículas incluye interacciones mecánicas entre las propias partículas que constituyen el sistema y, entre el sistema de partículas y su entorno. En este estudio consideramos un sistema de partículas como el de la figura 4 que muestra un sistema deformable o no, que cumple las condiciones usuales para un programa de Física general de primer curso para ciencias e ingeniería en el tema de trabajo y energía mecánica: a) cada partícula del sistema se comporta como un punto material; b) las fuerzas entre las partículas son conservativas, lo que permite definir una energía potencial del sistema; c) se considera adecuado un análisis no relativista.

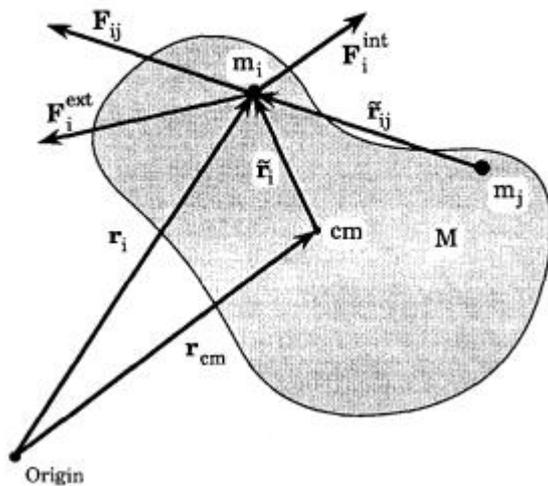


Figura 4: Sistema de partículas

En el sistema de partículas definido, se pueden concretar más los significados del término trabajo externo de la ecuación (5). Se define el trabajo externo como:

$$W_{externo} = \sum_i \int \bar{F}_i^{externa} \cdot d\bar{r}_i$$

Pero el trabajo realizado por las fuerzas externas se puede descomponer en el realizado sobre el centro de masas del sistema (CM) y el trabajo externo sobre las partículas con relación al centro de masas:

$$\begin{aligned} W_{externo} &= \sum_i \int \bar{F}_i^{externa} \cdot d(\bar{r}_{cm} + \bar{r}'_i) = \\ &= \int \bar{F}_i^{externa} \cdot d\bar{r}_{cm} + \int \bar{F}_i^{externa} \cdot d\bar{r}'_i \end{aligned} \quad (6)$$

Como ya hemos mencionado, el primer sumando de la ecuación (6) se conoce como "pseudotrabajo"  $W_{ps}$  y se define como el trabajo que haría una fuerza igual a la fuerza neta que actúa sobre el sistema, si actuara a lo largo de la trayectoria seguida por el centro de masas del sistema (Penchina, 1978; Sherwood, 1983). Además,

asumiendo que cada partícula del sistema obedece las leyes de Newton, se demuestra que el  $W_{ps}$  es igual al cambio en la energía cinética de traslación del conjunto del sistema:

$$W_{ps} = E_{c,cm} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2$$

El segundo sumando de la ecuación (6) representa el trabajo realizado por las fuerzas externas en relación con el centro de masas del sistema que incluyen rotaciones.

Así pues, la ecuación (6) muestra claramente que el sumando pseudotrabajo no representa el trabajo total de las fuerzas externas, sino solamente el trabajo que implica la traslación del centro de masas del sistema. Es necesario tener en cuenta el segundo sumando que representa el trabajo de las fuerzas externas sobre las partículas relativo al centro de masas, incluidas las rotaciones del sistema. En el caso particular de considerar el sistema formado por una partícula o un sólido rígido con movimiento únicamente de traslación, se puede decir que:  $W_{ext} = W_{ps}$ .

La aplicación del PGTE en los procesos mecánicos con rozamiento, suele estar especialmente condicionado por la elección del sistema. Si la elección se hace de forma que no haya transferencia de energía entre la frontera del sistema y el exterior, se suelen evitar confusiones y facilitar los cálculos. Por ejemplo, en los problemas de procesos mecánicos con rozamiento, como los planteados por Erlichson (1984) o Mungan (2005), si se considera un sistema aislado que no tiene transferencia de calor, ni trabajo externo. Por lo tanto, los términos  $W_{ext}$  y  $Q$  de la ecuación (5) son cero y, el trabajo realizado dentro del sistema (el coche se para, el bloque cambia su velocidad) es un proceso de transformación que convierte energía cinética en energía interna, el calor simplemente distribuye la energía interna entre los componentes del sistema.

La utilización del PGTE de acuerdo con los significados que se han mencionado, puede evitar dificultades de aprendizaje a los estudiantes. En particular, la bibliografía señala dos grandes dificultades de aprendizaje de los estudiantes en el tema de trabajo y

energía (Colonnese, Heron, Michelini, Santi, & Stefanel, 2012). Una primera dificultad es la confusión que presentan los estudiantes al considerar que la magnitud "trabajo" de la ecuación en el teorema de la energía cinética es igual al "trabajo" de la ecuación del PGTE (Arons, 1999). Además, el concepto de trabajo en la ecuación del PGTE y el trabajo externo realizado sobre el centro de masas de un sistema que se calcula aplicando la segunda ley de Newton, tienen significados diferentes (Penchina, 1978). Esta falta de distinción entre los significados del concepto "trabajo", constituye una de las principales confusiones en cursos introductorios de física. La segunda de las principales dificultades de los estudiantes es la confusión entre el término  $Q$  de la ecuación (5) y las transferencias de calor debido a diferencias de temperatura en el interior del sistema, producidas, por ejemplo, por la fricción. Estas transferencias internas están incluidas en la variación de energía interna del sistema. El término  $Q$  tiene el mismo significado en mecánica que en termodinámica y, cuantifica los procesos de transferencia de calor debido a las variaciones de temperatura entre el sistema y el exterior a través de la superficie frontera (Tarsitani & Vicentini, 1991; Besson, 2003).

Estamos de acuerdo con la crítica que realiza la epistemología de la física, con relación a algunas ideas cualitativas sobre el concepto de energía que se han propuesto en diferentes libros de texto y propuestas educativas. La tendencia a conceptualizar la energía como una sustancia cuasi-material que puede fluir de un objeto a otro puede ser natural y puede fomentar el desarrollo de las ideas de transferencia y conservación, pero es una idea que no es consistente con el análisis de múltiples situaciones en Mecánica y Electromagnetismo (Ogborn, 1986). Por otra parte, la idea cualitativa del concepto de energía como "la capacidad de realizar trabajo" (Warren, 1982, p.295) se ve que está limitado a algunos casos de la mecánica (Duit, 1986), cuando al enunciar el segundo principio de la termodinámica se constata que no toda la energía es capaz de transformarse en trabajo (Lehrman, 1973; Hicks, 1983; Duit, 1986; Doménech, Gil-Pérez, Gras, Guisasola, J. Martínez-Torregrosa, & Salinas, 2001; Sexl, 1981; Hicks, 1983; Trumper, 1990). Así mismo, la idea cualitativa de energía como la capacidad de producir cambios (Chrisholm, 1992; Arós, 1997) tampoco parece adecuada epistemológicamente, ya que lo que hace que un proceso tenga

lugar, no está relacionado con las variaciones de energía, si no con el aumento de entropía (Gailiunas, 1988; Resnick et al., 1993).

Ante la desventajas de los tres enfoques cualitativos sobre la energía mencionados anteriormente, hay una propuesta de enseñanza de la energía que consideran la energía sólo de manera operativa (Trumper, 1991). Feynman, Eighton, & Sands (1963), afirman que muchas veces en Física no se sabe que es la energía, pero si se conocen las ecuaciones que permiten calcular determinadas cantidades numéricas que cuando las sumamos llegamos al mismo resultado. Feynman (1963) resalta que la "energía" es una cantidad o número que se tiene que comparar al comienzo y final de un proceso. Este número no describe un mecanismo y por tanto no puede explicarnos cómo o porqué sucede el fenómeno. Además, Feynman (1963) indica que el principio de conservación de la energía es una ley universal, no hay excepciones. Nos indica que hay una determinada cantidad, que llamamos energía que no cambia en los múltiples cambios que la naturaleza sufre (Feynman et al., 1963). Shadmi (1984), propone dejar a un lado las consideraciones cualitativas cuando se va a enseñar la energía dentro del principio general de conservación. Sin embargo, Doménech et al (2010), muestran que introducir el concepto al inicio de forma operativa no es adecuado por varios motivos. El primero de ellos, se deja libertad a los estudiantes para generar ideas cualitativas erróneas adquiridas en la vida cotidiana. Segundo, los estudiantes deben saber que los científicos antes de iniciar el análisis cuantitativo tienen un razonamiento previo en el que explican el proceso con palabras sencillas y los cálculos y fórmulas son es el siguiente paso a realizar. Si se introduce directamente el tratamiento cuantitativo se obtiene una visión confusa y pobre de la ciencia que dificulta el proceso de construir el conocimiento y genera inhibición y rechazo.

En conclusión, en este estudio se comparte la idea contemporánea sostenida por la epistemología de la física de considerar que los conceptos de trabajo, energía y sus relaciones presentan las siguientes características:

- El concepto de trabajo depende del concepto de fuerza y un esfuerzo considerable debe hacerse para diferenciar el concepto científico de trabajo del sentido cotidiano de la palabra.
- *El trabajo es una manera de cambiar la energía de un sistema y lo que se indica como trabajo en las ecuaciones corresponde a la cantidad de este cambio.*
- La cantidad de la variación de energía se mide por la ecuación del trabajo que es el producto escalar entre dos magnitudes vectoriales.
- Es necesario analizar en detalle los procesos en los que se involucra el trabajo. Se debe tener en cuenta que mientras la energía se asocia a sistemas, el trabajo se define en las transformaciones de las energías involucradas y, por tanto, asociarlo a un sistema carece de significado.
- *La energía se define como una propiedad de un sistema en una condición particular (una propiedad de estado del sistema), no una sustancia material, ni la "capacidad" de un sistema para realizar trabajo.*
- Esta idea del concepto de energía lleva a considerar la energía como magnitud asociada a un sistema que puede tener diferentes formas y que se puede transformar y transferir. La energía se puede degradar.
- Las relaciones entre trabajo y energía se establecen como una extensión natural del balance de energía de un sistema y del significado de trabajo como cantidad de energía transformada mencionados anteriormente

### **1.3. Preguntas de la investigación**

Los apartados anteriores abordan tres aspectos interrelacionados:

- La relevancia de las relaciones de trabajo y energía expresado por el principio generalizado del trabajo y energía en mecánica en la enseñanza/aprendizaje en cursos de Física General de primer curso para Ciencias e Ingeniería en la Universidad.
- El interés del diseño, implementación y evaluación de SEAs como productos teóricos de diseño y como productos prácticos de aplicación para el profesorado.
- La importancia de la evaluación de las SEAs en relación con el refinamiento de la propia secuencia y a la mejora del aprendizaje de los estudiantes.

Los tres aspectos mencionados se desarrollarán en este trabajo a través de una metodología de investigación basada en el diseño (Design Based Research) que es una línea de investigación emergente en la Enseñanza de la Física (Juuti & Lavonen, 2006; Easterday et al., 2014). Que nos ayudará a contestar a las siguientes preguntas de investigación que fueron anticipadas en la introducción y que aquí concretamos:

1. ¿Cómo diseñar una SEA del *Principio generalizado de trabajo y la energía en primero de universidad* que constituya un producto de conocimiento didáctico que pueda ser transmitido y acumulado en el cuerpo de conocimiento de la línea de investigación en SEAs?
2. ¿En qué medida la SEA diseñada puede hacer que los estudiantes aprendan más y mejor con relación a los objetivos clave definidos en el currículo?



## Capítulo 2: Metodología

---



## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Marco Teórico

Este trabajo comparte los supuestos de la teoría social-constructivista del aprendizaje (Fredette & Lochhead, 1981; Posner, Strike, Hewson, & Gertzog, 1982; Osborne & Wittrok, 1985; Shuell, 1987; Driver, 1986; Driver, 1989; Pintrich, Marx, & Boyle, 1993; Wandersee, Mintzes, & Novak, 1994; Taber, 2006). En este trabajo, la visión constructivista reúne las características del plano social-interactivo y del plano personal (Vygotsky, 1978), entendido como "construir-conocimiento", e identifica las formas de expresión escrita y oral como instrumentos de medición entre el plano social y el personal (Leach & Scott, 2008). Se basa en un enfoque sociocultural del aprendizaje en términos de desarrollar un razonamiento causal complejo y un proceso de modelización riguroso (Scott, Asoko, & Leach, 2008). El avance en el proceso de aprendizaje se constata con evidencias empíricas sobre la frecuencia con que aparecen las concepciones alternativas y las diferentes formas de razonamiento en el discurso escrito y oral de los estudiantes en clase y, en cómo el profesorado controla las estrategias de enseñanza para apoyar el aprendizaje de los estudiantes (Ogborn, Kress, & Martins, 1996).

Otro aspecto a tener en cuenta en la visión social-constructivista del aprendizaje son los intereses de los estudiantes, así como los valores y las normas. La investigación en enseñanza de las ciencias muestra que cuando los estudiantes trabajan actividades en las clases de ciencias, los aspectos emocionales y de valores presentan una estrecha conexión con los procesos cognitivos (Zembylas, 2005). En este sentido diseñar actividades que relacionen aspectos de la ciencia, la técnica, la sociedad y el medio ambiente es apoyar una presentación de la ciencia socialmente contextualizada que favorece el interés de los estudiantes por el tema. Integrar actividades con relaciones Ciencia-Tecnología-Sociedad genera interés en los estudiantes por el tema de estudio, lo que favorece que se involucren en la tarea de resolver las actividades. Así pues, la secuencia de enseñanza-aprendizaje presenta contextos C-T-S-A que

muestran la utilidad y el interés del tema a estudiar, y que permite a los estudiantes involucrarse en la tarea.

De acuerdo con la teoría general de la psicología cognitiva sobre el aprendizaje que se ha descrito anteriormente, se pasa a describir el contexto teórico concreto en el que se desarrollará el trabajo de contestar a las preguntas de investigación sobre el diseño, la implementación y la evaluación de SEAs.

Aunque las secuencias de enseñanza y aprendizaje no son los únicos factores que influyen en el aprendizaje en las aulas, desempeñan un papel importante en los resultados del aprendizaje. La investigación sobre la aplicación de SEAs ha demostrado que pueden ser una manera eficaz de fomentar la investigación en materiales de enseñanza (Psillos & Kariotoglou, 2016; Kortland & Klaassen, 2010; Anderson & Shattuck, 2012; Ruthven, Laborde, Leach, & Tiberghien, 2009; Duit, Gropengieber, Kattmann, Komorek, & Parchmann, 2012). Se ha demostrado que las SEAs en algunos casos son significativas, incluso para los profesores con poca experiencia en SEAs (Leach, Scott, Ametller, Hind, & Lewis, 2006; Savinainen, Mäkynen, & Nieminen, 2017). En este trabajo se usa la siguiente definición de SEA: *"Una SEA es una actividad de investigación a la vez que un producto de intervención, un paquete de unidad curricular tradicional, que incluye actividades de enseñanza-aprendizaje contrastadas mediante la investigación, y empíricamente adaptadas al razonamiento del estudiante. A veces también se incluyen las pautas de enseñanza que cubren las reacciones esperadas de los estudiantes "* (Méheut & Psillos, 2004).

Con este objetivo, durante las tres últimas décadas, se han propuesto varios enfoques para diseñar SEAs en investigación con el objetivo de enseñar temas científicos en diferentes niveles educativos. Generalmente se estructuran como materiales educativos (Méheut & Psillos, 2004; Buty, Tiberghien, & Le Maréchal, 2004; Tiberghien, Vince, & Gaidioz, 2009) de temas científicos (a veces denominados "ciencia escolar") acompañados de indicaciones didácticas sobre cómo implementarlos, que pueden incluir conocimientos teóricos, resultados de estudios empíricos y el conocimiento implícito de los profesores. Sin embargo, estas

propuestas a menudo carecen de detalles sobre cómo la teoría y los resultados de la investigación se han integrado en su diseño. Además, no todas las propuestas de SEAs incluyen una evaluación en términos de resultados de aprendizaje y muy raramente estos resultados de aprendizaje están específicamente relacionados con su diseño. Esta falta de información detallada sobre el diseño y la evaluación de las SEAs propuestas dificulta la posibilidad de evaluar adecuadamente su eficacia potencial y discutir y mejorar sistemáticamente su diseño. En este trabajo, se presenta una propuesta para el diseño y evaluación de secuencias de enseñanza y aprendizaje a nivel universitario que también podría ser utilizado para estudios en secundaria.

Durante los últimos treinta años se han realizado muchas contribuciones a la literatura en educación de la ciencia sobre diversos modelos que permiten diseñar SEAs que conectan resultados de la teoría y de la investigación con los materiales de enseñanza y las propuestas. A pesar de que la mayoría de estas propuestas se han situado en el marco social constructivista que ha dominado el campo de la educación científica, y han incluido algunos resultados comunes de investigación, como la ya conocida literatura sobre preconcepciones, presentan diferencias significativas. Por desgracia, no siempre se hace explícita la forma en que estas diferencias se derivan de los modelos teóricos fundamentales. Así mismo, la elección de objetivos en relación con los resultados empíricos que se incluyen en las SEAs no siempre está justificada. Un estudio de los diferentes tipos de propuestas para el diseño de SEAs realizadas por Psillos y Kariotoglou, muestra que ha habido cierta convergencia en el diseño, pero que todavía hay deficiencias importantes a superar en este campo de estudio. Estas son, principalmente: (i) una conexión más explícita entre la investigación teórica y empírica y sus efectos en el diseño, (ii) un procedimiento de evaluación más robusto y (iii) una descripción más clara del proceso iterativo que se encuentra en el corazón de la investigación orientada al diseño. Como resultado de estas deficiencias, es difícil analizar las SEAs propuestas de una manera que permita a la comunidad de educación científica construir sobre ellas para mejorar sistemáticamente estos diseños. Nuestro punto de vista es que, para usar SEAs como una manera de aportar conocimientos teóricos y de investigación en la enseñanza de las

ciencias, es fundamental desarrollar el diseño de las SEAs como un programa de investigación y, por lo tanto, definir explícitamente la metodología de su diseño y evaluación.

Como otros autores han señalado (Juuti & Lavonen, 2006; Leach, Ametller, & Scott, 2010), la presentación de toda la información relevante sobre el diseño y proceso de evaluación de las SEAs requiere mucha información. Por lo tanto, nos centraremos aquí en dos aspectos. En primer lugar, se presenta nuestro marco metodológico. Como ya se ha mencionado, uno de los problemas que se quiere abordar con la propuesta es la falta de un marco común para mejorar sistemáticamente las SEAs en educación científica. Para ello se necesita adoptar una metodología de investigación que aborde tanto el proceso de diseño como la evaluación de los resultados del aprendizaje. Abordar sistemáticamente esta cuestión permitiría a la comunidad de educación científica situar el diseño de SEA en el marco de un proceso de investigación y desarrollo (Méheut & Psillos, 2004). Se presenta el proceso de diseño como una implementación de la investigación basada en el diseño (como ya hemos dicho anteriormente DBR, por sus siglas en inglés Design Based Research) como metodología (Easterday, Rees Lewis, & Gerber, 2014a). A pesar de que los beneficios del DBR en la investigación educativa han sido cuestionados por algunos autores (Anderson & Shattuck, 2012), se pueden encontrar estudios en la bibliografía que hablan sobre sus beneficios en la investigación en educación científica. Juuti & Lavonen (2006), con su experiencia en el uso de DBR para diseñar SEAs en ciencia, muestran cómo el DBR proporciona la base de un enfoque científico en la investigación de educación científica mediante la mejora de la fiabilidad de la eficacia de la SEA diseñada. Entre los aspectos que necesitan más trabajo para mejorar la aplicación del DBR en educación científica, Juuti & Lavonen (2006) mencionan el papel de los investigadores que implementan la SEA diseñada. Trna & Trnova (2014) han escrito sobre el uso del DBR en el desarrollo, la aplicación y la evaluación de la investigación en ciencias para los docentes cuando aplican contenidos pedagógicos. Su estudio no sólo apoya la opinión de que el DBR es un método apropiado en el diseño en educación científica, sino también que puede proporcionar una metodología para involucrar a los profesores en la evaluación de la eficacia de la SEA como parte del conocimiento de contenido

pedagógico del docente. Estos ejemplos, entre otros, apoyan la propuesta del DBR como una metodología para mejorar la SEA y la investigación de las SEAs en educación científica.

De todos los elementos de la teoría y la investigación empírica que se han incluido en el diseño, se considera que los elementos que son críticos para el éxito del proceso y la investigación merecedora son: la influencia del contexto donde se aplica la SEA, la definición y uso de herramientas de diseño y su conexión con "ideas clave", la elección de herramientas de evaluación y su relación con los procesos de retroalimentación y rediseño (Trna & Trnova, 2014).

En segundo lugar, se presenta una metodología de evaluación y su conexión con el refinamiento y rediseño de la SEA. Algunas de las propuestas de SEA en la bibliografía, aunque no todas, incluyen información sobre los resultados de aprendizaje obtenidos durante sus implementaciones. Si bien estos resultados pueden ser fuertes defensores de su eficacia, en términos de mejorar el aspecto objetivo del aprendizaje científico, existen cuestiones no resueltas en relación con la evaluación de la SEA, que dificultan mejorar en el método de enseñanza-aprendizaje científico y en la investigación en educación científica. La diversidad de metodologías de evaluación que se encuentran en la literatura apunta a diferentes puntos de vista / opiniones sobre cómo decidir sobre la efectividad de las SEAs propuestas, por ejemplo, utilizando pre y post test para el aprendizaje de los estudiantes (Hirn & Viennot, 2000) o entrevistas y el análisis de las grabaciones de vídeo en el aula para evaluar las opiniones de los profesores y la aplicación de la SEA (Duit et al., 2012). La mayoría de la literatura de investigación sobre SEAs se centra en la eficacia de la SEA en un contexto particular de aplicación (Andersson & Bach, 2005) que, junto con la falta de diseño común y los medios de evaluación, lleva a limitaciones para su generalización. Además, la falta de conexión explícita entre estas evaluaciones y el proceso de diseño iterativo (Psillos & Kariotoglou, 2016) debilita aún más la generalización de los resultados. La cuestión de la generalización está estrechamente relacionada con la dependencia del contexto de las SEAs, y más ampliamente, del conocimiento generado a través del DBR que se discute en la siguiente sección.

A pesar de sus deficiencias, estamos de acuerdo con otros autores en que la literatura sobre el diseño de una SEA ya constituye un importante cuerpo de conocimiento sobre el que nos hemos basado para hacer la propuesta que aquí se presenta. Este trabajo se construye a partir de la línea de investigación en unidades didácticas de las Universidades de Valencia y Alicante (Gil-Pérez et al., 1999; Osuna García, Martínez Torregrosa, Carrascosa Alís, & Verdú Carbonell, 2007; Guisasola, Furió Más, & Ceberio, 2008; Solbes, 2009). Así mismo, se han tenido en cuenta trabajos previos de nuestro grupo de investigación, Donostia Physics Education Research, y trabajos a nivel internacional convergentes con la propuesta de esta investigación (Tiberghien, Vince, & Gaidioz, 2009; Guisasola, Almudi, Ceberio, & Zubimendi, 2009; Zuza, Almudi, Leniz, & Guisasola, 2014; Méheut, 2004; Lijnse, 1995; Lijnse, 2004; Psillos, 2004; McDermott & Shaffer, 2002; Ametller, Leach, & Scott, 2007).

## **2.2. Metodología “Investigación basada en el diseño” para el diseño de Secuencias de Enseñanza/Aprendizaje**

Como se ha mencionado en el punto anterior, la falta de metodologías bien definidas y explícitas para guiar el diseño y la evaluación de las SEAs es un factor que dificulta el desarrollo de un programa de investigación en esta área. A pesar de que se pueden encontrar varias propuestas en la bibliografía (Juuti & Lavonen, 2006) que proponen algunas maneras de conectar la teoría y la práctica dentro de una perspectiva orientada al diseño, muchas de ellas son utilizadas sólo por quienes las han propuesto o, en el mejor de los casos, por un pequeño número de investigadores.

Por el contrario, en este trabajo se coincide con aquellos investigadores que abogan por el uso del DBR (Juuti & Lavonen, 2006) como una metodología para el diseño y la evaluación de las SEAs. Esta metodología está siendo utilizada por un número creciente de investigadores en educación (Design-Based Research Collective, 2003) de tal forma que lo discuten y lo perfeccionan. Esto se ajusta a la necesidad mencionada de un enfoque metodológico más estandarizado para la investigación de las SEAs. El DBR, como metodología, reconoce la importancia tanto de la teoría como de las intervenciones con el fin de abordar las situaciones educativas

(Easterday et al., 2014a); por lo tanto, se adapta bien a las necesidades que se han identificado en el punto anterior para poder llevar a cabo una investigación en SEAs. Además, el DBR tiene muchos puntos en común con otras metodologías de diseño de SEAs sugeridas en la bibliografía, lo que hace que sea una opción que se puede considerar para un marco general común que podría ser ligeramente adaptado a diferentes propuestas específicas.

En esta investigación se ha seguido la definición de la metodología DBR propuesta por Easterday, Rees Lewis, & Gerber (2014), la cual identifica seis fases. En este capítulo se presenta cómo se concibe cada una de estas fases, qué tipo de información y herramientas de diseño se introducen en cada fase, así como algunos ejemplos del trabajo realizado sobre SEAs específicas. Las fases que se presentan de forma lineal no tienen por qué dirigir de forma unívoca el diseño de la SEA. El diseño de la SEA debe de tener en cuenta todas estas fases, pero, en ocasiones se deberá retroceder a fases anteriores ya trabajadas para rediseñar o ajustar algunos de los parámetros fijados anteriormente para introducir los diferentes resultados que se irán generando en la investigación. Así el proceso de diseño será más un proceso cíclico que lineal.

Las fases son las siguientes:

#### 1. Contexto:

En esta fase se establece el grupo de gente al que va dirigido, el tema y el alcance del proyecto. El primer paso supone, por lo tanto, definir el contenido que se va a tratar durante el desarrollo de la SEA, cómo se va a abordar teniendo en cuenta el currículum y sobre qué estudiantes se va a llevar a cabo. En definitiva, en esta fase se van a definir la mayor parte de los elementos contextuales de los que depende el alcance de la SEA y el valor, en términos de potencial de aprendizaje, de los temas elegidos.

#### 2. Comprender

Aquí se estudia la información que existe sobre las dificultades de aprendizaje relacionadas con el tema a desarrollar en la SEA, las definidas en la fase anterior de contexto, así como las soluciones que

según la bibliografía ya existen. La información necesaria para esta etapa se puede encontrar principalmente en la bibliografía, pero también podría requerir de intervenciones empíricas. Por ejemplo; un elemento básico en el diseño de una SEA en educación científica son las preconcepciones que se identifican en los estudiantes sobre el tema elegido. Si este tema no se ha investigado anteriormente se tiene que realizar una investigación empírica para poder llegar a identificarlos. En definitiva, identificar posibles dificultades de aprendizaje y tener en cuenta posibles estrategias de enseñanza de trabajos anteriores.

Esta fase es fundamental en la propuesta. En esta fase se coordinan las siguientes herramientas de diseño de la SEA:

- *Análisis epistemológico*: Es la primera herramienta de diseño que se introduce, el análisis epistemológico del contenido científico que se pretende enseñar. Este análisis utiliza la estructura interna del conocimiento científico para definir su construcción en entornos educativos. El resultado es un conjunto de componentes conceptuales justificados que deben ser articulados por los estudiantes para construir el contenido identificado como el centro de la SEA.
- *Demandas de aprendizaje*: Una vez identificados los contenidos que se deben aprender se utiliza esta herramienta de diseño (Leach & Scott, 2002) que analiza las diferencias ontológicas y epistémicas entre las preconcepciones de los estudiantes y el contenido científico a enseñar definido a través del análisis epistemológico.

### 3. Definir:

En esta fase, y a la vista de los resultados obtenidos en la fase anterior, se necesitan definir objetivos concretos de aprendizaje y ver cómo evaluar el producto diseñado. En el contexto de las SEAs de educación en ciencias, es el momento de definir los objetivos de aprendizaje y los indicadores que nos dirán hasta dónde se han obtenido los logros esperados. Es fundamental definir de forma clara y explícita los objetivos de aprendizaje si queremos que los resultados en la evaluación de las SEAs resultantes sean válidos para

futuros diseños. Si bien hay cierta libertad en definir estos objetivos, aparte de los factores contextuales que podrían limitarlos, sería conveniente relacionarlos con los resultados de la fase anterior, por ello sería conveniente que existiera una convergencia entre diferentes SEAs alrededor de un mismo enfoque.

#### 4. Diseñar:

Se diseña una primera propuesta de la secuencia a implementar. En esta fase se generan los documentos que se necesitan para implementar la SEA, normalmente se incluyen materiales de trabajo, basados en el análisis realizado en la fase de comprensión, pautas de evaluación relacionadas con la fase anterior, y el material de los profesores con información sobre el uso de los materiales de trabajo. En la explicación de los materiales, será necesario informar al profesorado de cuáles son los aspectos que corresponden a la teoría, cuáles a la investigación y por último cuáles son las opiniones de los diseñadores. Así cuando se aplica el DBR ya se sabe qué aspectos son modificables y cuáles no se deberían modificar. Una forma de comunicar es la creación de guías para los maestros que incluyan información sobre las decisiones en el diseño relacionadas con la fuente de información seleccionada por los diseñadores y las directrices sobre la práctica docente cuando se utilizan las actividades incluidas en la SEA (Ametller et al., 2007). De cualquiera de las formas empleadas para informar al profesor, el objetivo es que se les explique la SEA prevista para aplicar, de tal forma que sea congruente en sus puntos críticos (Hirn & Viennot, 2000). Hay que definir estrategias concretas de enseñanza. que en capítulos posteriores se especificarán más detalladamente su diseño.

En esta etapa se introduce la tercera herramienta de diseño "la relevancia social de la ciencia". Es importante no considerar a la ciencia como un elemento aislado del contexto social. Esto permite a los estudiantes usar el conocimiento científico en la toma de decisiones cuando juegan el papel de ciudadanos. Para ello es necesario analizar las relaciones de la ciencia con otros aspectos de un tema en particular que permita al estudiante obtener una perspectiva más amplia. Esta perspectiva C-T-S-A conduce a un mayor interés y compromiso hacia el aprendizaje de la ciencia (Bennett, Lubben, & Hogarth, 2007)

### 5. Implementar:

Es la etapa de implementación de la SEA en el aula. En el contexto del diseño de la SEA, en la fase anterior se genera el material que informa y guía el proceso de enseñanza-aprendizaje que va a tener lugar en esta fase. En otras palabras, en la fase anterior se genera el material y en esta fase se implementa.

### 6. Evaluar:

En esta fase se evalúa la propuesta diseñada para ver su eficacia en relación con los objetivos que se han establecido. En el DBR la evaluación y el rediseño son características esenciales en la investigación de las SEAs. El diseño de la SEA debe ser empíricamente validada, a través de dos dimensiones (Nieveen, 2009):

#### a) Análisis de la calidad de la secuencia, que implica:

- a. Dificultades de implementación que incluyen aspectos problemáticos de la secuencia en relación con la claridad de la actividad para su realización por los estudiantes. Se incluyen los siguientes aspectos:
  - 1. Metacognitivo (no saben lo que están haciendo), no se identifica el objetivo, no se sienten cuestionados en sus convicciones.
  - 2. No se interpretan adecuadamente las figuras, gráficos, dibujos.
  - 3. No se entienden los datos/variables a analizar en el escenario propuesto.
- b. Dificultades relacionadas con el tiempo de ejecución de la secuencia.
- c. Dificultades relacionadas con nuevos contenidos que actualizan el currículum. Dificultades al pasar de una secuencia tradicional a una innovadora.

b) Análisis del aprendizaje logrado, que incluye:

- a. Comprender los conceptos, teorías y modelos; y
- b. Adquirir habilidades propias de la metodología científica.

Los profesores mencionan que su práctica docente está fuertemente influenciada por sus compañeros, libros de texto y otros materiales didácticos utilizados en sus clases. Teniendo en cuenta estos resultados, una herramienta didáctica que podría ser útil es la "Guía para los profesores". Esta guía, diseñada como parte de la SEA, debe contener, como mínimo, una descripción detallada de los contenidos científicos y los elementos relacionados con la naturaleza de la ciencia de la SEA. Además, la guía debería contener otros dos elementos esenciales: una descripción detallada de los objetivos de aprendizaje deseados y las prácticas de enseñanza, y una descripción de los recursos docentes que se requieren para implementar la innovadora SEA (Fishman & Krajcik, 2003). Además, debería mencionar cuales son los aspectos clave de la SEA, aquellos que no se pueden modificar porque en cuyo caso cambiarían los objetivos de aprendizaje y cuales son susceptibles de cambio por diversos motivos como el tiempo disponible para de la implementación.

### **2.3. Instrumentos para la recogida de datos y resultados de la investigación: evaluación de la implementación y refinamiento de la Secuencia de Enseñanza-Aprendizaje**

Como proyecto orientado a la obtención de un producto, una de las características esenciales en los proyectos de diseño y evaluación de la SEA, es el rediseño de la secuencia de enseñanza basada en los datos empíricos que se obtienen durante la implementación de esta. El diseño de la SEA debe ser confrontado empíricamente durante la evaluación de la propia propuesta y los resultados de aprendizaje alcanzados por los estudiantes. Para llevar a cabo la evaluación que se desarrolla en las fases Implementar y Evaluar de la metodología DBR, se necesitan desarrollar herramientas de investigación. La metodología DBR identifica en qué momento se necesita evaluar la consecución de los objetivos que guían el diseño y la necesidad de articular dichos resultados en el rediseño de la propuesta, lo que sí

está abierto es la elección de las herramientas más adecuadas en cada contexto.

En relación con las dos dimensiones definidas en la fase evaluar del punto 2.2, se propone evaluar la SEA herramientas estándar. Estas herramientas pueden ser cuantitativas o cualitativas dependiendo de lo que se pretende evaluar y del tipo de información que se pretende obtener. En nuestra propuesta, según Nieveen (2009), para la evaluación de la primera dimensión (*Evaluación de la propuesta*) se utilizan herramientas cualitativas como el “diario del profesor”, el “informe de los evaluadores externos” y el “Análisis de los informes de trabajo de los grupos de estudiantes”. A partir de los datos obtenidos, se detectan aspectos problemáticos de las actividades. Una vez analizados estos resultados, se definen los tipos de dificultades de los estudiantes (dificultades metacognitivas, dificultades de aprendizaje, relacionadas con la interpretación y comprensión de la información, ...) y se procede a introducir modificaciones en las actividades y su secuenciación (ver tabla 2.1 y la sección 2.4.). El análisis de los datos permite rediseñar la SEA de acuerdo con las dos dimensiones que se quieren evaluar. De esta forma, los resultados de la evaluación pueden influir en aspectos del rediseño de la SEA, tales como:

- Re-elaboración de cuestiones en redacción, analogías, enfoque ...etc.
- Re-elaboración del orden de las cuestiones
- Re-elaboración de figuras, gráficas ...etc
- Re-elaboración de los requisitos previos en la secuencia y actividades
- Modificación del formato

En la segunda dimensión del análisis del aprendizaje, se emplean herramientas de investigación cuantitativas, tales como: cuestionarios de preguntas abiertas para la comprensión de los conceptos y las teorías (cuestionarios pre y post para grupos control

y experimental), pruebas que incluyen problemas para el aprendizaje de leyes y la adquisición de habilidades científicas (post-test para el grupo experimental). Los diseños concretos se explican en los apartados 2.5 y 2.6.

En el caso concreto de la SEA que se presenta en este trabajo, para validar las preguntas del cuestionario, se realizó un estudio piloto con 30 estudiantes de Física general de primer curso de ingeniería en la Universidad del País Vasco. El estudio piloto confirmó que los estudiantes no tenían problemas para entender cómo se formularon las preguntas. Además, los objetivos de cada pregunta fueron validados por tres profesores que imparten física general y en concreto, el tema de trabajo y energía en primer año de ingeniería. Los tres profesores estuvieron de acuerdo con que los objetivos de las preguntas eran coherentes con su enunciado. Se realizó una nueva versión del cuestionario, en la que se recogían sugerencias de modificación de la redacción, pero sin variar el objetivo principal de las mismas. Esta versión es la que se ha pasado a toda la muestra de estudiantes. Las preguntas se incluyeron en los exámenes de primer año de ingeniería que formaban parte del sistema de evaluación.

Estos cuestionarios han sido la fuente principal de toma de datos para indagar sobre las dificultades que presentan los estudiantes. Se ha utilizado un diseño de cuestionario con preguntas abiertas. De esta forma, los estudiantes tienen que utilizar un "razonamiento creativo" basado en los contenidos científicos de la tarea, frente a un "razonamiento imitativo" (razonamiento memorizado, recordar un algoritmo y calcular la respuesta) basado en propiedades superficiales de la tarea (Mestre, Thaden-Koch, Dufresne, & Gerace, 2004; Lithner, 2008). Además, debido a que la investigación ha detectado la dependencia de las respuestas de los estudiantes al contexto en que se realiza la pregunta, se utiliza una variedad de cuestiones en diferentes contextos con el mismo objetivo para indagar sobre lo que entienden los estudiantes. En las "concepciones de los estudiantes" no sólo se describen la interpretación de los alumnos sobre los fenómenos objeto de estudio sino también los procedimientos que utilizan para llegar a comprenderlos (S. Vosniadou, 2012). Las respuestas escritas de los estudiantes revelan su pensamiento y pueden ampliar nuestro

conocimiento sobre los procesos de comprensión de los fenómenos que se analizan. Es conocido que el análisis de las respuestas escritas se ha utilizado frecuentemente para obtener el nivel de comprensión de los estudiantes (Rivard, 1994), pero también se ha utilizado frecuentemente para categorizar los procesos de comprensión de nuevos conceptos o de la utilización de procedimientos (Prain & Hand, 1999).

En relación al análisis de las respuestas, somos conscientes de que diferentes técnicas utilizadas en la investigación han dado lugar a resultados diferentes (Duit, Treagust, & Mansfield, 1996). La consistencia de estos resultados es un tema que debe ser tenido en cuenta en la investigación sobre dificultades y razonamientos de los estudiantes (Engel Clough & Driver, 1986; Marton, 1981). Para afrontar este problema, en las últimas décadas, se ha propuesto la metodología llamada fenomenografía que se utiliza para describir y explicar la variación en las concepciones de los estudiantes (Marton, 1981; Marton & Booth, 1997). El enfoque de investigación fenomenográfica investiga "las diferentes formas cualitativas en que las personas experimentan, conceptualizan, perciben y entienden diversos aspectos de los fenómenos naturales" (Marton, 1981). Marton y Booth (1997) dicen que "en la fenomenografía los individuos son vistos como portadores de diferentes formas de experimentar un fenómeno y como portadores de fragmentos de diferentes formas de experimentar este fenómeno" (Marton & Booth, 1997, Pág. 114). Las descripciones de los estudiantes alcanzan una dimensión colectiva y, en ese sentido, las que son individuales son rechazadas. La fenomenografía asegura que diferentes formas de percibir y entender la realidad (conceptos y formas conexas de razonamiento) pueden ser considerados como categorías que describen la realidad. Estas categorías se pueden observar entre un gran número de personas, y por lo tanto todas estas representaciones juntas indican un tipo de inteligencia colectiva. "Las mismas categorías de descripción aparecen en diferentes situaciones. El conjunto de categorías es, pues, estable y puede ser aplicado, incluso si los individuos se mueven de una categoría a otra en diferentes ocasiones" (Marton, 1981, Pág.195; Marton & Booth, 1997). Este estudio parte de las experiencias previas en fenomenografía que aseguran la posibilidad de establecer un número limitado y jerarquizado de categorías

explicativas en un colectivo y contextos determinados, en este caso, el colectivo de estudiantes de Física general de primer curso para ciencias e ingeniería en la Universidad.

En resumen, el análisis de los resultados proporciona una retroalimentación sobre la validez de la SEA y sus supuestos teóricos. Esto mejora la probabilidad de encontrar un diseño efectivo que mejore los resultados de aprendizaje.

*Tabla 2.1: Instrumentos para el desarrollo iterativo de la TLS*

<b>Instrumentos para detectar la calidad de la SEA (Interpretación de dificultades)</b>	<b>Instrumentos para medir el aprendizaje conseguido a través de la implementación de la SEA</b>	<b>Re-diseño de la SEA</b>
a.- Diario del profesor b.- Cuaderno de trabajo de los estudiantes y cuestiones en el Sistema de Respuesta Inmediata (Click) c.- Informes de evaluadores externos	- Cuestionario para detección de dificultades de los estudiantes - Cuestionarios de comprensión de conceptos y teorías - Problemas basados en test para el aprendizaje de leyes y adquisición de habilidades científicas	- Re-elaboración de cuestiones en redacción, analogías, enfoque ...etc. - Re-elaboración del orden de las cuestiones - Re-elaboración de figuras, gráficas ...etc - Re-elaboración de los requisitos previos en la secuencia y actividades - Modificación del formato

La primera columna muestra los instrumentos que se han usado en la evaluación del diseño cualitativo. Estos instrumentos constituyen los diseños experimentales para analizar en qué medida se generan oportunidades favorecedoras de un aprendizaje con comprensión en el desarrollo de la SEA (Evaluación de la calidad de la SEA). En la segunda columna, podemos ver los instrumentos usados en la evaluación del aprendizaje logrado y en la tercera columna, se muestran posibles formas de rediseñar la SEA.

En el capítulo 3 se describen los resultados obtenidos al aplicar la metodología DBR al tema del PGTE en Física general de primer curso para ciencias e ingeniería. Se mostrará el diseño y rediseño de la SEA, así como los diferentes tipos de cambios realizados en las actividades que se han rediseñado. Además, se mostrarán los resultados de aprendizaje logrados.

#### **2.4. Diseño experimental para analizar en qué medida se generan oportunidades favorecedoras de un aprendizaje con comprensión en el desarrollo de la Secuencia de Enseñanza-Aprendizaje (Evaluación de la calidad de la SEA)**

Las herramientas que se utilizan para evaluar la calidad de la secuencia recogen datos para analizar si los objetivos de las actividades son percibidos por los profesores que implementan las actividades, tal y como se plantearon en el diseño de la secuencia, así como para detectar las dificultades encontradas en la implementación de una secuencia con contenidos innovadores. También informan de las dificultades relacionadas con los problemas de claridad de las actividades a realizar por los estudiantes y dificultades relacionadas con el tiempo para implementar la secuencia.

En esta primera dimensión de evaluación de la SEA se ha contado con herramientas dentro de las metodologías cualitativas, ya que, esta investigación es de carácter exploratorio. Nuestro objetivo no es obtener una confirmación de la eficiencia del diseño de la SEA sino estudiar los beneficios de la metodología propuesta (DBR) para el diseño, evaluación y rediseño.

El análisis de lo que ocurre en la clase durante la enseñanza de la SEA es un aspecto esencial para el profesor, ya que, da oportunidad para reorientar la actividad de los alumnos, corregir errores comunes, incluso rediseñar las próximas actividades. Fruto de nuestras investigaciones y ensayos previos o de las aportaciones publicadas en este campo, en el capítulo de resultados se comentará con detalle lo que esperamos que ocurra en cada una de las actividades de nuestra SEA, orientando posibles estrategias en la actividad del profesor y proponiendo alternativas de ampliación o refuerzo en la siguiente versión de la SEA.

Tras los dos cursos de prueba y los registros consecuentes, lo que hemos expresado en los comentarios de las actividades como expectativas se acerca mucho a lo que sucede “en clase” durante el desarrollo de la SEA. Por ello, con objeto de mostrar que la SEA genera oportunidades para que se produzca un análisis con comprensión en relación con los indicadores de aprendizaje definidos, se proponen los instrumentos mostrados en la primera columna de la tabla 2.1.

La herramienta “Diario del profesor” es un diario de clase que permite al profesor guardar registro sobre lo que ha acontecido en clase durante la implementación de la SEA. Según Carr & Kemmis (1986) el diario de clase permite al profesor mejorar la comprensión de su práctica en clase y la situación en que ésta se realiza. Esta herramienta es especialmente útil para que el profesor describa lo que se denominan “problemas prácticos”, esto es las situaciones dialécticas y conflictivas que se producen en situaciones didácticas concretas durante desarrollo de la actividad docente (Zabalza, 1991).

El protocolo para desarrollar el diario de clase se indica a continuación:

*Tabla 2.2: Protocolo del Diario de Clase para cada actividad de la SEA*

Actividad	Dificultad de los estudiantes en la comprensión del enunciado, gráfico, tabla ...	Dificultad de los estudiantes en la interpretación del objetivo (metacognitivo)	Tiempo previsto/tiempo real	Comentarios (porcentaje de logro del desarrollo de la actividad)
A.1.				
A....				

La herramienta de evaluación “informe de evaluadores externos” es un informe de observación en clase por parte de un miembro del equipo de investigación sobre el seguimiento o no de los objetivos de las actividades de la SEA por parte del profesor.

Otra fuente de información que se obtiene de la implementación de la SEA, proviene de las tareas que entregan los estudiantes. En esta SEA se han diseñado actividades para que los estudiantes trabajen en grupo de manera activa mediante el uso de los

“worksheets” (informes, hojas de trabajo de los estudiantes), que pueden emplearse de diferentes maneras. Son herramientas versátiles y fáciles de implementar (Leslie-Pelecky, 2000). Los estudiantes completan las hojas de trabajo en pequeños grupos discutiendo y haciendo preguntas a partir del contenido de las “worksheets” en un estilo interactivo, emulando el aprendizaje tutorial (McDermott & Shaffer, 1998). Existe un amplio consenso en considerar que hablar y escribir sobre contenidos científicos implica la comprensión de los mismos y que, a la vez, la comprensión de las ideas científicas se consigue en la medida que se habla, se piensa y se escribe sobre ellas (Jorba, Gómez, & Prat, 2000; J. F. Osborne, Erduran, & Simon, 2004). Esta herramienta, junto con el cuaderno de trabajo del estudiante, donde refleja la resolución y conclusiones de las actividades, permite obtener datos de la comprensión de los estudiantes sobre los objetivos de las actividades realizadas.

El resultado de la aplicación de otra estrategia de enseñanza activa ha sido fuente de información para la evaluación de la SEA. Se ha utilizado el Sistema de Respuesta Inmediata-SRI, coloquialmente denominado “Click” (en inglés Classroom Response System-CRS). Esta herramienta, ayuda a optimizar la comunicación en el aula y ofrece sistemáticamente oportunidades para discutir ideas, involucrando a los estudiantes en discusiones tanto en pequeños grupos como en la clase completa. Este sistema viene siendo investigado desde hace 40 años por su potencial para mejorar la comunicación en clase (Deal, 2007). Un SRI es un sistema informático capaz de recoger, en tiempo real en el aula, las respuestas de todos los estudiantes a una pregunta formulada por el profesor. La tecnología CRS actual permite que cada estudiante seleccione una respuesta de entre las propuestas, pulsando una tecla de un pequeño dispositivo transmisor personal (“clicker”). Esta herramienta permite al profesor tener datos inmediatos sobre el avance conceptual de los estudiantes, si los alumnos dan muestras de saber qué problema orienta su trabajo, qué estrategia han seguido o qué queda por hacer.

En el capítulo de resultados se considerarán algunos de los resultados de estos diseños cualitativos y su influencia en el rediseño de la SEA.

## **2.5. Diseño experimental para obtener evidencias de la existencia y persistencia de dificultades para la comprensión del Principio Generalizado del Trabajo y la Energía en los estudiantes.**

Para conocer las dificultades de aprendizaje de los estudiantes se ha consultado la bibliografía disponible sobre el tema (ver capítulo 1, apartado 1.2). Sin embargo, se ha encontrado escasa investigación para Física general de primer curso para ciencias e ingeniería en la Universidad en el tema de las relaciones entre trabajo y energía. Nuestro estudio aborda la descripción de las ideas de los estudiantes sobre el concepto de trabajo y sus relaciones con el cambio de energía en un sistema de partículas. En particular, analizaremos cómo utilizan el concepto de trabajo y la relación con los cambios de energía, al abordar diferentes situaciones en el contexto de la Mecánica.

El análisis presentado aquí se añade a la investigación previa sobre dificultades de los estudiantes al aplicar el concepto de trabajo y sus relaciones con los cambios de energía, que se centra en el nivel de enseñanza universitaria. Además, el estudio también se centra en un aspecto poco investigado, al analizar las relaciones entre trabajo realizado en el sistema y la correspondiente variación de energía, utilizando el PGTE para un sistema de partículas.

Para indagar sobre las ideas alternativas de los estudiantes en el tema de trabajo y energía en física general de primer curso para ciencias e ingeniería en la Universidad, se ha diseñado un cuestionario con seis preguntas abiertas.

Las actividades en las que el estudiante tiene que utilizar sus ideas de partida, con el objetivo de poder dar respuesta a una pregunta, es un buen instrumento para poder detectar y tratar posibles concepciones alternativas (Carrascosa, 2005).

Este cuestionario ha sido respondido por estudiantes de primer curso de Ingeniería de la Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa y la Escuela de Ingeniería dual IMH, ambas pertenecientes a la UPV/EHU. Los estudiantes han participado en un curso convencional de Física y

respondieron el cuestionario después de haber estudiado el tema de "Trabajo y Energía".

A continuación, se detallan las seis cuestiones que forman parte del cuestionario y los objetivos y criterios de análisis para cada pregunta:

### **Cuestión Q1.**

Una pastilla de hockey de 50 gramos es arrastrada 3 metros por el stick del jugador con una fuerza de 2 Newton (ver figura). Suponemos que no hay fricción al deslizarse la pastilla por la superficie de hielo.



- a) ¿Cuál es el trabajo que realizado por la fuerza? **Justifica tu respuesta.**
- b) ¿Varía la energía de la pastilla de hockey al recorrer los 3 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y **justifica tu respuesta.** Si no varía, **Justifica tu respuesta**

### **Objetivo y criterio de análisis**

Se trata de ver si los estudiantes aplican bien el concepto de trabajo en una situación sencilla en la que la dirección de la fuerza aplicada y la dirección del movimiento del sistema son la mismas considerando el producto escalar de dos vectores. También se trata de ver si son capaces de indicar la relación entre el trabajo realizado por una fuerza externa al sistema y la variación de energía de este. Tienen como objetivo:

- Aplicar correctamente la ecuación de trabajo considerando el producto escalar de dos vectores.
- Aplicar correctamente el PGTE.

Teniendo en cuenta los objetivos planteados, se considera la respuesta como correcta para la cuestión, aquella que se desarrolle siguiendo los siguientes criterios:

El estudiante debe identificar la fuerza del peso, la normal y la de la mano. Cuando calcula el trabajo realizado por la fuerza de la mano debe tener en cuenta que el trabajo es una magnitud escalar y que la ecuación para calcularla es:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Aunque en este caso es muy sencillo ya que la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento son la misma, se analizará si se tiene en la regla general:

- Positivo cuando el ángulo es entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$
- Negativo cuando el ángulo es entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$
- Nulo cuando el ángulo es de  $90^\circ$

El cálculo se llevará cabo siguiendo los pasos que se detallan a continuación:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

La fuerza aplicada por el stick sobre la pastilla  $F = 2 \text{ N}$

La distancia que la pastilla se desplaza es  $d = 3 \text{ m}$

El ángulo entre la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento es  $0^\circ$

$$W = 2 \cdot 3 \cdot \cos 0^\circ = 2 \cdot 3 = 6 \text{ J}$$

El estudiante debe aplicar correctamente el principio generalizado del trabajo y la energía. La ecuación del PGTE es:

$$E_i + W_{\text{ext}} = E_f + \Delta U_{\text{int}}$$

$$K_i + U_{gi} + U_{ei} + W_{\text{ext}} = K_f + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{\text{int}}$$

Dependiendo del sistema la ecuación general de PGTE coge formas diferentes. En el caso de un sistema formado por una partícula, solo hay variación de energía cinética. En caso de sistemas de más de una partícula hay variación de varios tipos de energía. En el caso de fuerzas no conservativas también tenemos variación energía interna. En este caso tenemos un sistema formado por una partícula, sistema "pastilla", solo existe variación de energía cinética. Existe una fuerza externa y por lo tanto un trabajo externo. La ecuación del PGTE, queda de la forma:

$$W_{\text{ext}} = \Delta K$$

El trabajo realizado por la fuerza externa que se aplica sobre la pastilla es  $W_{\text{ext}} = 6$  Julios, por lo tanto, la variación de energía es:

$$\Delta K = 6 \text{ Julios.}$$

### Cuestión Q2.

Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza de 3 N y no hay fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:



- ¿Cuál es trabajo realizado por la fuerza? **Justifica tu respuesta**
- ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y **justifica tu respuesta.**

### Objetivos y criterios de análisis

Teniendo en cuenta que los objetivos que se plantean para esta cuestión son los mismos que los que se han planteado para la cuestión Q1, con la salvedad de que, en esta cuestión, se debe considerar el ángulo formado por la dirección de la fuerza y la dirección del movimiento del sistema, se consideran como correctas aquellas respuestas que siguen los siguientes criterios de análisis en la corrección:

La definición de trabajo supone aplicar el producto escalar para obtener el valor del trabajo realizado por la fuerza perpendicular aplicada al sistema, mediante la ecuación:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

La fuerza una sola componente vertical formando  $90^\circ$  sobre la dirección del movimiento, trabajo cero.

$$W = 3 \cdot 2 \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ Julios}$$

Para calcular el cambio de la energía en el sistema, debido al trabajo realizado por la fuerza externa, se utiliza el PGTE aplicado al sistema formado por una partícula, se utiliza la ecuación:  $W_{ext} = \Delta E_{sistema}$

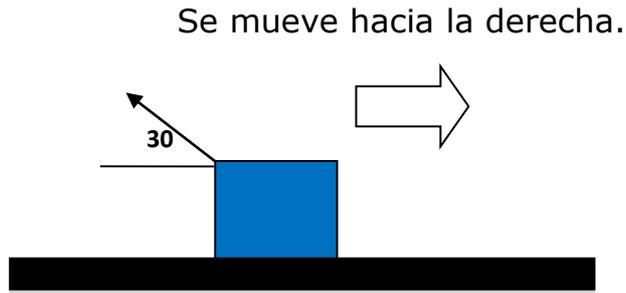
Los criterios para saber si aumenta, disminuye o se anula la energía del sistema:

- Si el trabajo es positivo la energía del sistema aumenta
- Si el trabajo es negativo la energía del sistema disminuye
- Si el trabajo es nulo la energía del sistema no cambia

Teniendo en cuenta el valor del trabajo realizado por la fuerza externa que es cero:  $\Delta E_{sistema} = 0$ , por lo tanto, no se produce cambio en la energía mecánica del sistema.

### **Cuestión Q3.**

Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza de 3 N y sin fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:



- a) Calcula el trabajo hecho por la fuerza sobre la caja al recorrer los 2 metros. **Justifica tu respuesta**
- b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y **justifica la respuesta**. Si no varía, **justifica tu respuesta**

### Objetivos y criterios de análisis

En esta cuestión los objetivos que se plantean son los mismos que para las cuestiones Q1 y Q2 y las respuestas correctas a esta cuestión son las que siguen los siguientes criterios de análisis para su corrección:

La definición de trabajo supone aplicar el producto escalar para obtener el valor del trabajo realizado por la fuerza perpendicular aplicada al sistema, mediante la ecuación:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Para calcular el cambio de la energía en el sistema, debido al trabajo realizado por la fuerza externa, se aplica el PGTE aplicado al sistema formado por una partícula, se utiliza la ecuación:

$$W_{ext} = \Delta E_{sistema}$$

Los criterios para saber si aumenta, disminuye o se anula la energía del sistema:

- Si el trabajo es positivo la energía del sistema aumenta
- Si el trabajo es negativo la energía del sistema disminuye
- Si el trabajo es nulo la energía del sistema no cambia

En el caso del sistema formado por una partícula tenemos el teorema de la energía cinética donde el cambio de energía será para la energía cinética.

Para calcular el trabajo realizado por la fuerza inclinada:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

$$F = 3 \text{ N}$$

$$d = 2 \text{ m}$$

En este caso la fuerza se descompone en dos componentes; una componente de la fuerza vertical y la otra horizontal. La componente vertical por formar ángulo de  $90^\circ$  con la dirección del desplazamiento no realiza trabajo sobre el sistema, sin embargo, la horizontal forma un ángulo de  $180^\circ$  respecto a la dirección del desplazamiento y en consecuencia trabajo es negativo.

Las componentes de la fuerza son:

$$F_y = 3 \cdot \text{sen}30^\circ = 3 \cdot 0,5 = 1,5 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \text{cos}30^\circ = 3 \cdot 0,86 = 2,6 \text{ N}$$

$$W_y = 1,5 \cdot 2 \cdot \text{cos } 90^\circ = 0 \text{ Julios}$$

$$W_x = 2,6 \cdot 2 \cdot \text{cos } 180^\circ = 2,6 \cdot 2 \cdot (-1) = -5,2 \text{ Julios}$$

La componente vertical de la fuerza no realiza trabajo en el sistema y por lo tanto no produce variación de la energía

$$\Delta E_{\text{sistema}} = -5,2 \text{ Julios.}$$

La componente horizontal, produce disminución de la energía mecánica, en este caso, por ser un sistema de una sola partícula disminuye la energía cinética porque se reduce su velocidad en su movimiento.

### **Cuestión Q4.**

El teorema de la energía cinética se suele expresar mediante la ecuación  $\Delta K = W_{\text{externo}}$ . ¿Es válida esta ecuación para cualquier tipo de transformaciones que se analicen? **Justifica tu respuesta** con un ejemplo.

### **Objetivos y criterios de análisis**

Los estudiantes deben identificar las condiciones que se tienen que cumplir para dar validez al teorema de la energía cinética. Deben darse cuenta de que, según el sistema escogido, el principio generalizado de trabajo y energía adopta una forma diferente. Tienen como objetivo:

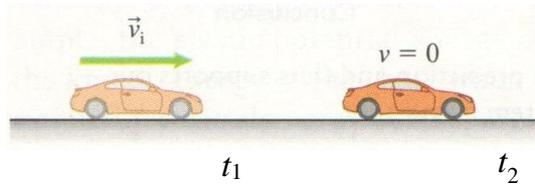
- Identificar las limitaciones para aplicar el teorema de la energía cinética
- Deducir el teorema de la energía cinética como un caso particular del principio generalizado de trabajo y energía

Teniendo en cuenta los objetivos planteados para esta cuestión, se considera que las respuestas correctas son las que siguen los siguientes puntos en el análisis:

En caso un sistema de una sola partícula el PGTE se reduce al Teorema de la energía cinética, por ello, la respuesta es correcta. Aunque el sistema sea de una sola partícula se produce una disminución de la energía cinética. En el caso de que sea un sistema formado por varias partículas la afirmación no es correcta, existen otros tipos de energía. En el caso de que existan fuerzas no conservativas se produce una variación de la energía interna del sistema.

### **Cuestión Q5.**

En el instante  $t_1$  el coche se mueve con velocidad  $v_1$ . Después de pasar un tiempo, en el instante  $t_2$ , la velocidad del coche es 0. Aplica el Principio general de la energía, que viene representado por la ecuación  $E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}} + \Delta U_{\text{int}}$ , y comenta lo cambios de energía que han tenido lugar.



### Objetivos y criterios de análisis

Se trata de ver si los estudiantes aplican bien el PGTE para un sistema y calculan bien los cambios de energía aplicando de forma correcta la ecuación que representa el PGTE. Tienen como objetivo:

- Aplicar correctamente el PGTE
- Identificar el sistema más adecuado para calcular la variación de energía del sistema.
- Calcular correctamente la variación de energía del sistema aplicando la ecuación del PGTE.

Teniendo en cuenta los objetivos planteados, las respuestas correctas a esta cuestión son las que siguen los siguientes criterios de análisis en la corrección:

La ecuación que representa el PGTE es:

$$E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}} + \Delta U_{\text{int}}$$

$$E_{Ci} + U_{gi} + U_{ei} + W_{\text{ext}} = E_{Cf} + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{\text{interna}}$$

Si consideramos el sistema formado por el coche y la tierra tenemos que:

- No existen fuerzas externas por lo que el trabajo externo es 0.
- Inicialmente solo hay movimiento por lo que solo hay  $E_C$ .
- En condiciones finales el coche se ha parado por lo que la  $E_C$  es cero.

La ecuación del PGTE, nos queda de la siguiente manera:

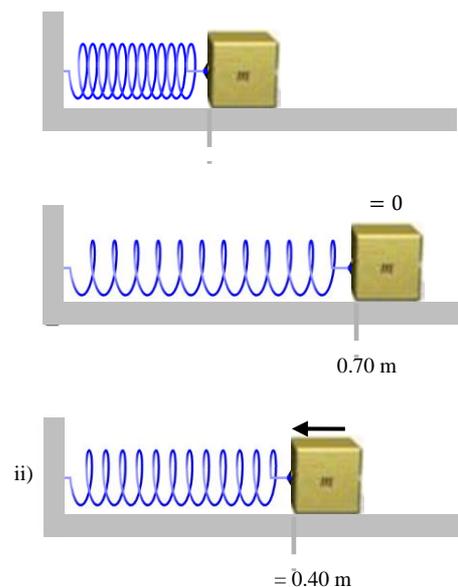
$$E_{Ci} = \Delta U_{\text{interna}}$$

Por lo tanto, podemos decir que la energía cinética inicial ha aumentado la energía interna, que el causante de que el coche se pare. En este caso la variación de energía interna incluye la energía del movimiento de las diferentes partes del coche, los cambios de energía química (consumo de gasolina). El cálculo de la variación de energía interna es debido al trabajo realizado por las fuerzas internas al sistema y es por lo tanto la responsable de la disminución de la energía cinética del coche (Erlichson, 1977). El cálculo del trabajo realizado por las fuerzas internas es complejo y difícil de realizar (Besson, 2001). Así pues, la solución  $E_{Ci} = \Delta U_{\text{interna}}$  se a tomado como correcta.

### Cuestión Q6.

Una masa de 100 gramos está conectada a un muelle de constante elástica 5 N/m (ver figura i). Se desplaza 0,70 metros de la posición de equilibrio hacia la derecha (ver figura ii) Se suelta la masa desde esa posición de desplazamiento de 0,70 m cuando está en reposo (ver figura iii). Al deslizar la masa sobre el suelo no hay rozamiento.

Calcula la energía del sistema cuando la masa llega a 0,40 metros de la posición de equilibrio (ver figura iii), si:



- el sistema está formado por la masa de 100 g.
- el sistema está formado por la masa y el muelle.

### Objetivos y criterios de análisis

Se trata de ver si los estudiantes aplican correctamente el PGTE y poder indagar si pueden ver que, dependiendo del sistema elegido,

la forma de aplicar el PGTE es diferente, pero el resultado que se obtiene es el mismo. Tienen como objetivo:

- Calcular correctamente el trabajo realizado por la fuerza externa al sistema teniendo en cuenta el producto escalar.
- Aplicar correctamente el PGTE.
- En la aplicación del PGTE, obtener la ecuación correspondiente al sistema elegido.

Teniendo en cuenta los objetivos que se plantean en esta cuestión, se considerarán correctas las respuestas que sigan los criterios de análisis que se presentan:

La ecuación del Principio generalizado del trabajo y la energía es:

$$E_i + W_{\text{ext}} = E_f + \Delta U_{\text{interna}}$$

$$K_i + U_{gi} + U_{ei} + W_{\text{ext}} = K_f + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{\text{interna}}$$

Si aplicamos la ecuación del PGTE al **sistema** formado solo por el **bloque**, tenemos que:

- El sistema está formado por una sola partícula, por lo que solo hay variación de energía cinética.
- No se puede definir otro tipo de energía.
- La velocidad inicial es cero, solo hay energía cinética al final.
- La fuerza del muelle es una fuerza externa al sistema y realiza un trabajo externo sobre sistema.
- No hay fuerzas no conservativas por lo que no hay variación de energía interna.

La ecuación del PGTE queda de la siguiente manera:

$$W_{\text{ext}} = E_f$$

$$W_{\text{ext}} = \int_{0.7}^{0.4} \vec{F} \cdot \vec{dx} = F \cdot dx \cdot \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Big|_{0.7}^{0.4} = -\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0.4^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0.7^2 = 0.825 \text{ J}$$

$$E_f = K_f = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2$$

$$W_{\text{ext}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 = 0.825 \text{ J}$$

$$V_f = 4.06 \text{ m/s}$$

Cuando el **sistema** está formado por **el bloque y el muelle**, tenemos que:

- El sistema está formado por dos partículas. Hay varios tipos de energía.
- La fuerza del muelle ya no es una fuerza externa, por lo que no se realiza trabajo externo sobre el sistema.
- En las condiciones iniciales el bloque está en reposo, por lo que la velocidad inicial es cero y su energía cinética también.
- No hay fuerzas no conservativas, por lo que no hay variación de energía interna del sistema.

La ecuación del PGTE queda de la siguiente manera:

$$E_i + W_{\text{ext}} = E_f$$

$$E_i = E_f$$

$$E_i = U_{ei}$$

$$E_f = K_f + U_{ef}$$

$$U_{ei} = K_f + U_{ef}$$

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_i^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_f^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0.7)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot v_f^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0.4)^2$$

$$1.225 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot v_f^2 + 0.4$$

$$V_f = 4.06 \text{ m/s}$$

$$E_f = 1.225 \text{ J}$$

Como se puede observar cuando se resuelve un problema definiendo dos sistemas diferentes, los datos particulares no son iguales porque dependiendo del sistema escogido el valor de la energía mecánica final cambia. En el sistema de una partícula (masa) la energía mecánica final es sólo energía cinética y en el sistema de dos partículas (masa + muelle) la energía final es la suma de la energía cinética y la energía potencial elástica. A pesar de eso, el resultado de la velocidad final de una manera o de otra es el mismo.

## **2.6. Diseños experimentales para obtener evidencias de la mejora en la comprensión de los estudiantes (Evaluación del aprendizaje logrado)**

Este diseño experimental consistirá en comparar la comprensión conceptual adquirida por los estudiantes que han recibido instrucción sobre el tema del trabajo y la energía siguiendo la SEA que se presenta en este trabajo (experimentales) con la de los estudiantes que han estudiado el tema de forma tradicional (control) del mismo nivel y mediante un diseño pre-post-test. Se tendrá en cuenta:

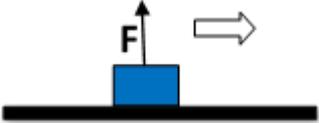
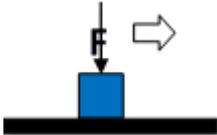
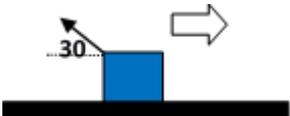
- a. El porcentaje de alumnos experimentales y de control que logran los objetivos de aprendizaje definidos en la SEA.
- b. Categorización de las respuestas de los estudiantes de acuerdo con la metodología Fenomenográfica, que pretende dar lugar a graduación de niveles de comprensión del PGTE. Posteriormente, se compararán los niveles de comprensión (porcentajes) que alcanzan los estudiantes de grupos experimentales y de control.

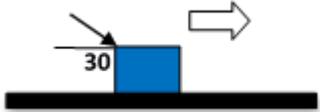
A continuación, se indican en una tabla los objetivos de cada ítem del pre-test y post-test con relación a los indicadores de aprendizaje que se especifican más adelante en la tabla 3.1.

Algunas de las cuestiones que se presentan en el diseño se han presentado anteriormente para identificar las dificultades de aprendizaje por parte de los estudiantes.

Tabla 2.3: Objetivos e Indicadores de aprendizaje para cada ítem

PRETEST	POSTETS
<p><b>Q.1.A.</b></p> <p>Una masa de 10 Kg se empuja con una fuerza de 20 N a lo largo de 10 m del punto A al punto B sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Calcular el trabajo realizado por la fuerza</p>  <p><b>Objetivo: Indicador i.1</b> Definición de trabajo <math>W=F \cdot d \cdot \cos 0^\circ</math></p>	<p><b>Q.1.B. Hockey</b></p> <p>Una pastilla de hockey de 50 gramos es arrastrada 3 metros por el stick del jugador con una fuerza de 2 Newton (ver figura). Suponemos que no hay fricción al deslizarse la pastilla por la superficie de hielo. a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? <b>Justifica tu respuesta.</b></p>  <p><b>Objetivo: Indicador i.1</b> Definición de trabajo <math>W=F \cdot d \cdot \cos 0^\circ</math></p>
<p><b>Q.1.A2.</b></p> <p>Sobre un objeto de 2 kg actúa una fuerza resultante durante 5 segundos, como consecuencia su velocidad pasa de 3 m/s a 7 m/s. ¿El trabajo realizado aumenta o disminuye la energía del objeto? Calcula la variación de energía y explica la respuesta.</p> <p><b>Objetivo: Indicador i.2</b> Definir el sistema y entender el trabajo como una transferencia de energía, que implica una variación de la energía del sistema.</p>	<p><b>Q.1.B2. Hockey2</b></p> <p>Una pastilla de hockey de 50 gramos es arrastrada 3 metros por el stick del jugador con una fuerza de 2 Newton (ver figura anterior). Suponemos que no hay fricción al deslizarse la pastilla por la superficie de hielo. b) ¿Varía la energía de la pastilla de hockey al recorrer los 3 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta.</b></p> <p><b>Objetivo: Indicador i.2</b> Definir el sistema y entender el trabajo como una transferencia de energía, que implica una variación de la energía del sistema.</p>
<p><b>Q.2.A.</b></p> <p>Una caja se desplaza 2 metros</p>	<p><b>Q.2.B. Fuerza P</b></p> <p>Una caja se desplaza 2 metros</p>

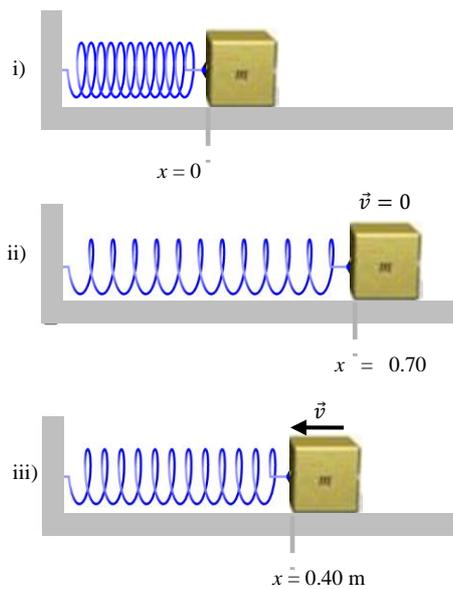
<p>actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y no hay fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura.</p> <p>a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? <b>Justifica tu respuesta.</b></p> <p>b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p style="text-align: center;">Se mueve hacia la derecha.</p>  <p><b>Objetivo: Indicador i.1 e i.2</b>                  Definición de trabajo  <math>W = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ</math>                  Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>	<p>actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y no hay fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura.</p> <p>a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? <b>Justifica tu respuesta.</b></p> <p>b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p style="text-align: center;">Se mueve hacia la derecha.</p>  <p><b>Objetivo: Indicador i.1 e i.2</b>                  Definición de trabajo  <math>W = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ</math>                  Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>
<p><b>Q.3.A.</b></p> <p>Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y sin fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:</p> <p>a) Calcula el trabajo hecho por la fuerza <math>F</math> sobre la caja al recorrer los 2 metros. <b>Justifica tu respuesta;</b> b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p style="text-align: center;">Se mueve hacia la derecha.</p>	<p><b>Q.3.B. Fuerza O</b></p> <p>Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y sin fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:</p> <p>a) Calcula el trabajo hecho por la fuerza <math>F</math> sobre la caja al recorrer los 2 metros. <b>Justifica tu respuesta;</b> b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p style="text-align: center;">Se mueve hacia la derecha</p> 

 <p><b>Objetivo: Indicador i.1 e i.2</b>          Definición de trabajo  <math>W = F \cdot d \cdot \cos 30^\circ</math>          Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>	<p><b>Objetivo: Indicador i.1 e i.2</b>          Definición de trabajo  <math>W = F \cdot d \cdot \cos(-30^\circ)</math>          Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>
<p><b>Q.4.A.</b></p> <p>Un estudiante ha llegado a la siguiente conclusión: "Si sobre un sistema se realiza un trabajo, la energía cinética del sistema aumenta". ¿Estás de acuerdo con el estudiante? Justifica tu respuesta.</p> <p><b>Objetivo: Indicador i.3</b>          Límites de validez del Teorema de la energía cinética</p>	<p><b>Q.4.B. Teorema</b></p> <p>El Teorema de la Energía Cinética se suele expresar mediante la ecuación <math>\Delta K = W_{\text{externo}}</math>. ¿Es válida esta ecuación para cualquier tipo de transformaciones que se analicen? Justifica tu respuesta con un ejemplo.</p> <p><b>Objetivo: Indicador i.3</b>          Límites de validez del Teorema de la energía cinética</p>
<p><b>Q.5.A.</b></p> <p>Un coche se mueve a velocidad constante. ¿Se realiza trabajo sobre el coche? ¿Existe variación de energía del sistema?</p> <p><b>Objetivo: Indicadores i.2 e i.4</b>          Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía. <math>E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}}</math>  <math>E_{\text{Ci}} = E_{\text{Cf}} + \Delta U</math></p>	<p><b>Q.5.B. Coche</b></p> <p>Una niña de 20 kg se desliza por un tobogán de 3.0 m de altura. Ella comienza desde el reposo, y su velocidad en la parte inferior es de 2.0 m/s. Describe y calcula los cambios de energía que ocurren durante el deslizamiento.</p> <p><b>Objetivo: Indicadores i.2 e i.4</b>          Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía. <math>E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}}</math></p>
<p><b>Q.6.A. Muelle</b></p> <p>Una masa de 100 gramos está conectada a un muelle de constante elástica 5 N/m (ver figura i). Se desplaza 0,70 metros de la posición de equilibrio hacia la derecha (ver figura ii). Se suelta la masa desde esa</p>	<p><b>Q.6.B. Muelle</b></p> <p>Una masa de 100 gramos está conectada a un muelle de constante elástica 5 N/m (ver figura i). Se desplaza 0,70 metros de la posición de equilibrio hacia la derecha (ver figura ii). Se suelta la masa desde esa</p>

posición de desplazamiento de 0,70 m cuando está en reposo. Al deslizar la masa sobre el suelo no hay rozamiento. Calcula la energía del sistema cuando la masa llega a 0,40 metros de la posición de equilibrio (ver figura iii), si:

a) el sistema está formado por la masa de 100 g.

b) el sistema está formado por la masa y el muelle.



**Objetivo: Indicadores i.2 e i.4**  
 Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía.

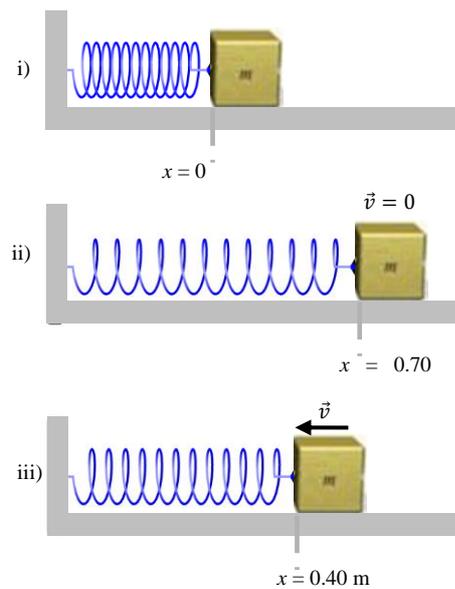
$$E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}}$$

Indagar si lo estudiantes entienden que dependiendo del sistema elegido cada miembro de la ecuación del principio tiene un significado, pero que el resultado de aplicación del principio debe ser el mismo.

posición de desplazamiento de 0,70 m cuando está en reposo. Al deslizar la masa sobre el suelo no hay rozamiento. Calcula la energía del sistema cuando la masa llega a 0,40 metros de la posición de equilibrio (ver figura iii), si:

a) el sistema está formado por la masa de 100 g.

b) el sistema está formado por la masa y el muelle.



**Objetivo: Indicadores i.2 e i.4**  
 Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía.

$$E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}}$$

Indagar si lo estudiantes entienden que dependiendo del sistema elegido cada miembro de la ecuación del principio tiene un significado, pero que el resultado de aplicación del principio debe ser el mismo.

*2.6.1. Diseño para el análisis de la evolución de los objetivos de aprendizaje del grupo experimental mediante la ganancia de Hake*

Para ver en qué medida los estudiantes han mejorado la comprensión en los indicadores de aprendizaje definidos en la SEA sobre los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos a

través de la aplicación del PGTE, se calcula el índice de Hake que muestra la mejora de los estudiantes en la comprensión conceptual (Hake, 1998). Este índice,  $g_x$ , se define como la fracción de máxima ganancia posible por la instrucción impartida, es decir:

$$g_x = \frac{F_2(post) - F_1(pre)}{1 - F_1(pre)}$$

Con este índice se comparan las respuestas explicativas del pretest y del posttest de los estudiantes del grupo experimental, calculando la frecuencia de las respuestas correctas del pretest  $F_1(pre)$  y la frecuencia de respuestas correctas del posttest  $F_2(post)$ . Se debe mencionar que una ganancia inferior a 0,10 (una ganancia del 10%) implicaría que la mejora no ha sido significativa y que la enseñanza de la SEA no ha supuesto una mejora en el aprendizaje de los indicadores definidos en la SEA. En este trabajo, buscamos porcentajes de mejora elevados que incluyan a una porción significativa de los estudiantes experimentales de más del 30% de ganancia.

### *2.6.2. Diseño para analizar si se consiguen diferencias significativas en el aprendizaje del grupo experimental y del grupo control*

Para comparar las diferencias entre las diferentes categorías explicativas utilizadas por los estudiantes experimentales y de control, se utiliza el parámetro estadístico "chi cuadrado" ( $\chi^2$ ). Se parte de la hipótesis de que los resultados que se obtienen al comparar los grupos experimentales y de control, no dependen del método de enseñanza empleado en clase y que las diferencias que se obtienen son fruto del azar. Si el valor obtenido de P (nivel de significancia) es inferior a 0,05, los resultados serán contrarios a esta hipótesis nula y en ese caso podremos decir que los resultados obtenidos sí son consecuencia del método de enseñanza utilizado en clase y las diferencias son significativas entre los dos grupos (Triola, 2009). El chi cuadrado se calcula mediante la ecuación:

$$\chi^2 = \frac{\sum(O - E)^2}{E}$$

En la ecuación O es el porcentaje de respuestas observadas (correctas e incorrectas para el grupo experimental y el grupo de control) y E es el porcentaje de repuestas esperadas, la mediana de las respuestas correctas e incorrectas. El valor de chi cuadrado en este caso se obtiene de la suma de los cuatro sumandos que se derivan de los dos grupos (experimental y control) y las dos posibles respuestas (correcta e incorrecta)

### 2.6.3. Diseño para analizar el el tamaño del efecto entre el grupo control y el grupo experimental

Para analizar desde el punto de vista educativo las diferencias en el nivel medio de las muestras, se está extendiendo el uso del estadístico «tamaño del efecto» ( $\Delta$ ) (Casado, Prieto, & Alonso, 1999; Coe, 2002). Dicho parámetro suministra información de la magnitud del efecto producido por un tratamiento entre dos grupos distintos, con independencia de su tamaño.  $\Delta$  nos indica el número de desviaciones estándar *ponderada* que se separan las medias de dos grupos. Para su cálculo se utiliza la expresión:

$$\Delta = \frac{M_2 - M_1}{\sigma_{ponderada}}$$

donde  $M_2$  y  $M_1$  representan las medias de las muestras y  $\sigma_{ponderada}$  es un valor estimado a partir de las desviaciones estándar de las muestras, según la siguiente expresión:

$$\sigma_{ponderada} = \sqrt{\frac{(N_2 - 1)\sigma_2^2 + (N_1 - 1)\sigma_1^2}{N_2 + N_1 - 2}}$$

donde  $N_2$  y  $N_1$  son los tamaños de las muestras y  $\sigma_2$  y  $\sigma_1$  sus desviaciones estándar.

El estudio de la significatividad se ha llevado a cabo con la Chi Cuadrado y existe otro estadístico (V de Cramer) que sirve para el cálculo del tamaño del efecto y que depende de Chi cuadrado (Triola, 2009).

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(k-1)}}$$

En la fórmula las variables a tener en cuenta son:

$\chi^2$ : Chi cuadrado

$n$ : Número de datos

$k$ : Es el número de categorías

En el apartado de resultados se realizarán los cálculos oportunos a partir de  $V$  de Cramer.

De acuerdo con Black & Harrison (2000, Pág. 26): "El tamaño del efecto típico en las investigaciones analizadas están entre 0,4 y 0,7; un valor de 0,4 significa que el alumno medio que toma parte en la innovación conseguirá el mismo aprendizaje que un alumno en el 35% superior de aquellos no implicados en la innovación". Suele considerarse (Black & Harrison, 2000; Cohen, 1988) que, cuando el tamaño del efecto es de 0,2, el tratamiento es poco eficaz, ya que el alumno medio experimental solo está por encima del 58% de los alumnos de control; cuando es de 0,4 el tratamiento es eficaz, ya que el alumno medio experimental está por encima del 66% de los alumnos de control, y cuando  $\Delta$  es de 0,8, muy eficaz, porque el alumno medio experimental está por encima del 79% de los alumnos de control (Coe, 2010)

Para Cohen (1988), si el valor del tamaño del efecto de la diferencia de dos medias es de 0,2 podemos hablar de un efecto pequeño (poco eficaz), de un efecto medio si vale 0,5 (moderadamente eficaz) y de un efecto grande para valores superiores a 0,8 (muy eficaz).

#### *2.6.4. Diseño para analizar la evolución de las dificultades de aprendizaje después del tratamiento didáctico.*

Se ha llevado a cabo un diseño para el estudio de la evolución de las dificultades de aprendizaje identificadas. Es posible que estas dificultades hayan aumentado, disminuido o desaparecido. También

cabe la posibilidad de que hayan surgido nuevas respecto a las identificadas al inicio. La comparativa se lleva a cabo con los resultados del análisis fenomenográfico de las cuestiones obtenidos en el grupo experimental antes (pretest) y después (postest) de la instrucción. También se comparan las dificultades que muestran los estudiantes del grupo control



Capítulo 3:

**Desarrollo y resultados**

---



### **3. DESARROLLO Y RESULTADOS**

#### **3.1. DESARROLLO DEL DISEÑO DE LA SECUENCIA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE (SEA) PARA EL PRINCIPIO GENERALIZADO DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA (PGTE)**

Esta sección ofrece una visión general del diseño, mostrando cómo el análisis epistemológico y cognitivo subyace en las opciones de diseño. En primer lugar, se muestra cómo las teorías generales de la educación son fundamentales para las herramientas de diseño, que se utilizan para llevar a cabo el análisis que permiten ajustar los contenidos específicos que se enseñarán a través de la SEA después de las cuatro primeras fases anteriormente identificadas de DBR. La aplicación de las cuatro primeras fases del DBR al diseño de la SEA que se ha presentado en la sección anterior requiere lo siguiente: conocimiento del currículo en función de los objetivos del alumno (fase: Contexto); conocimiento de la investigación anterior para identificar posibles dificultades de aprendizaje y considerar estrategias de enseñanza factibles (fase: Comprender). Todo lo anterior debe conducir a la definición de indicadores de aprendizaje, que se presentan más adelante en la tabla 3.1. (fase: Definir) y a las estrategias de enseñanza, que se pueden observar en las tablas 3.9. y 3.10. (fase: Comprender). En nuestro caso, se ha seguido este proceso para llevar a cabo el diseño de la SEA en el contexto de un curso de física basado en el cálculo de transformaciones para estudiantes de primer año de ingeniería de la Universidad del País Vasco (UPV-EHU).

##### *3.1.1. Definición de los indicadores de aprendizaje del PGTE*

La SEA que se presenta en este trabajo se ha definido para Física General de primer curso para ciencias e ingeniería en el tema de trabajo y energía mecánica (fase: Contexto) y teniendo en cuenta las dificultades del aprendizaje encontradas en la bibliografía y en el estudio previo expuesto en el capítulo 1 (Fase: Comprender).

El marco teórico que orienta la definición de los objetivos de aprendizaje para un tema específico (fase: Comprender) es una combinación de tres dimensiones; la epistemológica, que incluye la naturaleza de la ciencia, es decir, la metodología científica de justificación del conocimiento y el análisis de la evolución de las teorías científicas; la dimensión psico-cognitiva a través de la perspectiva social-constructivista y las teorías psicológicas de la metacognición; y la dimensión afectiva del aprendizaje a través de las actitudes o intereses de los estudiantes en relación al aprendizaje.

El contenido del tema se analiza epistemológicamente considerando su desarrollo histórico, las dificultades que la comunidad científica tuvo que superar y los argumentos utilizados para construir nuevos conceptos y modelos explicativos (fase: Definir) (Penchina, 1978); Bernard, 1984; Mallinckrodt & Leff, 1992; Arons, 1999; Besson, 2001; Doménech et al., 2007; Colonnese, Heron, Michelini, Santi, & Stefanel, 2012). Las características epistemológicas y dificultades de aprendizaje se han descrito en el capítulo 1. Este análisis epistemológico permite plantear una definición fundamentada de los indicadores de aprendizaje (fase: Definir). Es decir, permite justificar la elección de esos indicadores sobre la base de evidencias epistemológicas disciplinarias evitando definiciones basadas en las idiosincrasias de los profesores o en las opciones curriculares tradicionales. La noción de "indicador de aprendizaje" permite medir el aprendizaje con una herramienta de evaluación concreta (cuestionarios, informes, ...) que debe ir acompañada de sus protocolos de evaluación, de ahí el nombre "indicador" en lugar de "objetivo". Además, estos indicadores pueden ser utilizados por los profesores para secuenciar los pasos principales que el profesor tendrá que considerar.

En la tabla 3.1 se proporcionan los indicadores de aprendizaje que se han definido para la SEA sobre el PGTE para un curso de Física general de primer curso para ciencias e ingeniería.

*Tabla 3.1: Indicadores de aprendizaje para definir las relaciones entre trabajo mecánico y variación de energía para física general de primer curso para ciencias e ingeniería.*

Elementos de la epistemología de la Física	Indicadores de aprendizaje
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Establecer los elementos que formarán parte del sistema. Esto hace posible definir las fuerzas externas sobre el sistema y qué tipos de energía cambian o no cambian. El planteamiento del problema conduce a la selección de estrategias para resolverlo.</li> <li>- Cuantificar el trabajo externo. En particular identificar el trabajo realizado por las fuerzas de fricción como una forma de transferencia de energía.</li> <li>- La energía es una propiedad de un sistema en una condición particular (una propiedad de estado del sistema). Un sistema puede tener diferentes formas de energía. Ésta se puede transformar y transferir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>i.1. Definir y aplicar la definición de trabajo como el producto escalar de dos magnitudes</li> <li>i.2. Definir el sistema y entender el trabajo como una transferencia de energía, que implica una variación de la energía del sistema</li> <li>i.3. Reconocer que el teorema de la energía cinética es un caso particular del principio generalizado de trabajo y energía</li> <li>i.4. Saber aplicar el principio generalizado de trabajo y energía.</li> </ul>

En la tabla 3.1 se recoge el punto de partida de la SEA sobre el PGTE en mecánica, que incluye todos los casos particulares del programa de Física General de primer curso para ciencias e ingeniería y establece sus límites. En la segunda columna se define el conocimiento de la física que los estudiantes deben adquirir como resultado de la enseñanza a través de la SEA. Se utiliza el análisis epistemológico para conseguir la identificación de la relación entre las características epistemológicas del contenido y los indicadores de aprendizaje. Esta relación se convierte en el núcleo de la SEA.

### *3.1.2. Resultados de las dificultades de aprendizaje de los estudiantes y demandas de aprendizaje*

En la tabla 3.1 se presentan los resultados de las fases Definir y Comprender de la metodología DBR (Ver capítulo 2, p.45) para el PGTE. En la segunda columna se define el conocimiento de la Física

que los estudiantes deben adquirir como resultado de la enseñanza a través de la SEA.

Sin embargo, como se indica en la fase Comprender (ver capítulo 2, p. 45), un elemento básico del diseño de la SEA es considerar las ideas propias y las estrategias de razonamiento de los estudiantes. Así pues, es necesario tener en cuenta la diferencia entre las ideas de los estudiantes y los indicadores de aprendizaje, es decir se utiliza el instrumento didáctico "demandas de aprendizaje" (Leach & Scott, 2002). Dependiendo de la diferencia que haya para conseguir un aprendizaje significativo, según lo establecido por los indicadores de aprendizaje, se determinan por una parte las demandas de aprendizaje (ver tabla 3.8) y las estrategias que se usan en cada caso (ver Tabla 3.9.).

Para detectar las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de los indicadores definidos, una vez que han recibido la instrucción tradicional, se ha diseñado un cuestionario similar al realizado en el apartado 2.5. El cuestionario se pasó a una muestra de estudiantes dos semanas después de haber estudiado el tema de "Trabajo y Energía" en los cursos académicos 2015-2016 y 2016-2017 con un total de 148 estudiantes. Todos los estudiantes son de 1º curso de Ingeniería para la asignatura de Física, de la Universidad del País Vasco. Se presentan los resultados de los dos cursos agrupados ya que no hay diferencias estadísticamente significativas (estadístico chi cuadrado).

Se muestran a continuación los resultados cuestión por cuestión.

Tabla 3.2: Porcentajes de respuestas de cada categoría del ítem 1

Q1.-Una pastilla de hockey de 50 gramos es arrastrada 3 metros por el stick del jugador con una fuerza de 2 Newton (ver figura). Suponemos que no hay fricción al deslizarse la pastilla por la superficie de hielo a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? Justifica tu respuesta b) ¿Varía la energía de la pastilla al recorrer los 3 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y justifica tu respuesta.



Si no varía, justifica tu respuesta.

	<b>Porcentaje Estudiantes UPV/EHU (N=148)</b>
<b>A.*</b> Calcula correctamente el trabajo	<b>40,5</b>
<b>A.1.</b> * Lo relaciona con la variación de la energía correctamente	35,5
<b>A.2.</b> No relaciona el trabajo y la energía	5,0
<b>B.</b> Tiene dificultades al calcular el trabajo y afirman que la energía varía:	<b>21,0</b>
<b>B.1.</b> Dificultades en el producto escalar	0,0
<b>B.2.</b> No tienen en cuenta el producto escalar y consideran la fuerza como un escalar	21,0
<b>C.1.</b> Elementos aislados del marco teórico energético	<b>0,0</b>
<b>C.2.</b> Elementos aislados del marco teórico dinámico	<b>0,0</b>
<b>D.</b> Incoherentes	<b>19,5</b>
<b>E.</b> No contesta o no razona	<b>19,0</b>

(\*) Respuesta que se considera correcta en este nivel académico

Se puede observar que los estudiantes en un porcentaje elevado 40,5% han calculado correctamente el trabajo. Han aplicado la definición de trabajo como producto escalar de dos vectores y han obtenido el valor correcto en la cuestión planteada. Algunos ejemplos de respuesta de los estudiantes a esta categoría son los siguientes:

*"El trabajo realizado es  $W=F \cdot r \cdot \cos\alpha = 6 \text{ Julios}$ " (Estudiante 6, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo aumenta. El stick aplicará una fuerza de 2 N a una pastilla que se está moviendo. Dicha fuerza aplicada por el palo tiene la misma dirección que la del movimiento de la pastilla, con lo que el trabajo en este sistema será positivo" (Estudiantes 12, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo aumenta. El stick aplicará una fuerza de 2 N a una pastilla que se está moviendo. Dicha fuerza aplicada por el palo tiene la misma dirección que la del movimiento de la pastilla, con lo que el trabajo en este sistema será positivo" (Estudiante 89, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo realizado será  $W=F \cdot r \cdot \cos\alpha=2 \text{ N} \cdot 3\text{m} \cdot \cos 0^\circ=6 \text{ Julios}$ " (Estudiante 46, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

Las respuestas que desarrollan cálculos correctos del trabajo y aplican bien la relación entre trabajo y energía representan el 35,5% de los estudiantes. Las respuestas en las que el cálculo del trabajo es correcto, pero no lo relacionan con la variación de energía son el 5,0%. La causa de este resultado puede ser que la enseñanza recibida haya profundizado más en el cálculo del trabajo que en la aplicación del PGTE a sistemas de partículas. Ejemplos para esta categoría son los siguientes:

*"El trabajo realizado sobre la pastilla de Hockey aumenta su energía, en su desplazamiento no hay incremento de la energía potencial, por lo tanto, habrá que ver cómo varía su energía cinética. Aplicando el Principio de la Energía  $W_T = \Delta K$  por no haber fuerza de rozamiento, se produce aumento de E. Cinética en 6 Julios" (Estudiante 34, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"En mi opinión aumenta. En un principio la pastilla de hockey está quieta y cuando el jugador le aplica una fuerza, la velocidad aumenta  $V_B > V_A$ , la velocidad inicial es 0 y cuando el jugador la aplica una fuerza es  $\neq 0$ , en consecuencia, la energía aumenta a la vez que la velocidad" (Estudiante 59, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Teniendo en cuenta el principio de la energía  $W=\Delta K$ , si no hay energía potencial, la energía aumenta en 6 Julios" (Estudiante 8, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado es  $W=F \cdot r \cdot \cos\alpha=6$  Julios. Teniendo en cuenta el Principio de la Energía  $W=\Delta K$ , si no hay energía potencial, la energía aumenta en 6 Julios"* (Estudiante 110, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

Alrededor de la cuarta parte de los estudiantes (el 21,0%) han dado una respuesta que corresponde a la categoría B.2. Se aprecia la dificultad que los estudiantes tienen a la hora de aplicar la definición de trabajo desde el punto de vista matemático de producto escalar. Consideran a la fuerza como un escalar y por ello aplican directamente el producto de la fuerza por el desplazamiento sin aplicar el producto escalar. Ejemplos de esta categoría:

*"El trabajo realizado por el jugador es  $W_t=F \cdot \Delta r = 2 \text{ N} \cdot 3\text{m} = 6 \text{ J}$ "* (Estudiante 32, Escuela de Ingeniería IMH)

*"El trabajo realizado será  $W=F \cdot l = 2 \cdot 3 = 6$  Julios"* (Estudiante 96, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

El 19,5% de los estudiantes presentan explicaciones que no tienen una coherencia explicativa, que puede ser debido a recuerdos memorísticos mal asimilados. Ejemplos de respuestas incoherentes son los que se presentan a continuación:

*"Entre el hielo y la pastilla no hay rozamiento y la fuerza llevada a cabo por el jugador como es constante, el trabajo será conservativo"* (Estudiante 35, Escuela de Ingeniería IMH)

*"La fuerza que aplica la persona a la pastilla es de 2 N y es no conservativa, por ello no podemos aplicar el teorema de trabajo y energía  $W_T = \Delta K$ , por ello no podemos decir si la energía aumenta o disminuye"* (Estudiante 74, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

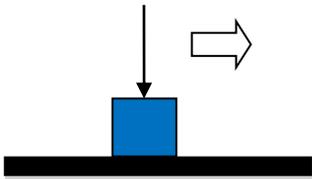
*"Si la energía = J y  $J = \text{N/m}$ , esto es, se calcula fuerza/distancia. Cuando la pastilla está quieta o cuando se le aplica una fuerza, cuando tiene más fuerza tendrá más energía. Esto es cuando al cuerpo se le da un trabajo y se le aplica un -plus- de fuerza la energía aumenta proporcionalmente"* (Estudiante 7, Escuela de Ingeniería IMH)

*"El trabajo realizado por el jugador en el instante 1 y en el instante 2 son  $W_{Pt1}=F \cdot \Delta t \cdot \cos 0^\circ = 2\text{N} \cdot 3 \cdot 1 = 6$  julios y  $W_{Pt2} = F \cdot \Delta t \cdot \cos 0^\circ = 6$  Julios"* (Estudiante 33, Escuela de Ingeniería IMH)

"El trabajo realizado aumentará la energía del sistema ya que son directamente proporcionales. Como observamos a medida que aumenta o disminuye el espacio que recorre la pastilla  $x$ , también lo hará el trabajo realizado y la energía del sistema respectivamente  $E_p = m \cdot g \cdot x = 0,05 \cdot 9,8 \cdot 3 = 1,47$  Julios" (Estudiante 69, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

El porcentaje de estudiantes que no responden a la pregunta se sitúa alrededor del 19,0% del total de respuestas. El motivo puede ser que los estudiantes no se involucraron suficientemente en la tarea, al corresponderse la nota del cuestionario con un porcentaje pequeño en el valor de la calificación final, o bien por encontrar la tarea difícil de argumentar.

Tabla 3.3: Porcentajes de respuestas de cada categoría del ítem 2

<p>Q2.- Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una fuerza <math>F</math> de 3 N y no hay fricción con la superficie. Las direcciones y sentido del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:</p> <p>Se mueve hacia la derecha.</p>  <p>a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? Justifica la respuesta</p> <p>b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y justifica tu respuesta. Si no varía, justifica la respuesta.</p>	
	<b>Porcentaje Estudiantes UPV/EHU (N=148)</b>
<b>A.*</b> Calcula correctamente el trabajo	<b>41,5</b>
<b>A.1.</b> * Lo relaciona con la variación de la energía correctamente	20,5
<b>A.2.</b> No relaciona el trabajo y la energía	21,0
<b>B.</b> Tiene dificultades al calcular el trabajo y afirman que la energía varía:	<b>17,5</b>
<b>B.1.</b> Dificultades en el producto escalar	2,5

<b>B.2.</b> No tienen en cuenta el producto escalar y consideran la fuerza como un escalar	15,0
<b>C.1.</b> Elementos aislados del marco teórico energético	<b>2,0</b>
<b>C.2.</b> Elementos aislados del marco teórico dinámico	<b>7,0</b>
<b>D.</b> Incoherentes	<b>13,0</b>
<b>E.</b> No contesta o no razona	<b>19,0</b>

(\*) Respuesta que se considera correcta en este nivel académico

En esta cuestión, en la que se introducen fuerzas externas al sistema con un determinado ángulo, se observa que el porcentaje de estudiantes que calculan de forma correcta el trabajo y lo relacionan con la variación de energía del sistema (categoría A.1.) es alrededor del 20,5%, ejemplos para esta categoría son los siguientes:

*"El trabajo realizado será  $W=3 \cdot 2 \cdot \cos 90^\circ = 0$  Julios. El trabajo se transforma en la energía cinética de manera que  $W=\Delta K=0$ " (Estudiante 14, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado será  $W=F \cdot r \cdot \cos 0^\circ = 0$  Julios. El trabajo realizado por la fuerza aplicada y el cambio de energía cinética está relacionado por el siguiente teorema:  $W_t = \Delta E_z = 0$ " (Estudiante 91, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo realizado por ser el  $\cos 90^\circ = 0$  será  $W_F = 0$  Julios. El trabajo total está relacionado con la energía cinética del sistema" (Estudiante 32, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado es  $W=2 \cdot 3 \cdot \cos 90^\circ = 0$  Julios. El trabajo que realiza la fuerza de 3N es indiferente al movimiento y la energía de la caja. No hay variación en la energía de la caja, la fuerza es perpendicular al vector del movimiento" (Estudiante 103, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

El porcentaje de estudiantes que no relacionan el trabajo calculado con la variación de energía es de un 21,0%. Se puede observar que el porcentaje de respuestas correctas disminuye casi a la mitad, del 41,5 al 21,0%, cuando los estudiantes tienen que aplicar la relación entre el trabajo y la variación de energía. Ejemplos

donde se reflejan respuestas de los estudiantes que se correspondan con esta categoría:

*"El trabajo realizado es  $W=F \cdot x \cdot \cos\alpha=3 \cdot 2 \cdot \cos 90^\circ=0$  Julios" (Estudiante 26, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado es  $W=3 \cdot 2 \cdot \cos 90^\circ=0$  Julios" (Estudiante 81, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"La fuerza es perpendicular a la dirección del bloque por lo que  $W=0$ " (Estudiante 21, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado por la fuerza es 0, porque la fuerza se ha ejercido de forma perpendicular al movimiento y el  $\cos 90^\circ$  es 0" (Estudiante 67, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo depende de la fuerza que se realiza en una determinada distancia;  $W=F \cdot d \cdot \cos\alpha$ ;  $W=3 \cdot 2 \cdot \cos 90^\circ=0$  Julios" (Estudiante 8, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"No hace nada ya que no ejerce ninguna fuerza en X ya que no tiene fuerza de rozamiento" (Estudiante 99, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

El 2,5% de los estudiantes presenta dificultades para calcular el trabajo cuando aplican la definición de trabajo (categoría B.1.). Ejemplos de esta categoría son:

*"El trabajo realizado será  $W=3 \cdot r \cdot \cos 0^\circ=6$  Julios" (Estudiante 38, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado es  $F \cdot \cos 90^\circ=0$ ;  $W=f \cdot s$ ;  $W=0 \cdot 2 \text{ m}$ ;  $W=0$  Julios" (Estudiante 107, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre la caja es  $W=F \cdot \Delta s = F \cdot \Delta s \cdot \cos\theta = 3 \cdot 2 \cdot \cos 0^\circ = W = 6$  Julios" (Estudiante 6, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre el bloque es  $W=F \cdot d \cdot \cos\alpha = 3 \cdot 2 \cdot \cos 0^\circ = 6$  Julios" (Estudiante 111, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

Otro porcentaje de estudiantes algo más elevado (15,0%) no ha calculado bien el trabajo porque no ha aplicado el producto escalar de dos vectores y ha considerado la fuerza como un escalar (categoría B.2.). Los estudiantes que tienen dificultades en identificar la definición de trabajo con el producto escalar son en mayor porcentaje que los que lo identifican y presentan problemas en aplicar el producto escalar. Ejemplos de esta categoría son los que se muestran a continuación:

*"El trabajo realizado es  $W=F \cdot \Delta r = 3 \cdot 2 = 6 \text{ N}$ " (Estudiante 28, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado es  $W = f \cdot s = 3 \cdot 2 = 6 \text{ Julios}$ " (Estudiante 58, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo realizado será  $W = F \cdot \Delta S = 6 \text{ Julios}$ " (Estudiante 5, Escuela de Ingeniería IMH)*

Un porcentaje muy pequeño de estudiantes 2,0%, dan explicaciones relacionadas con el marco teórico propuesto, pero no terminan de responder a la pregunta que se hace (categoría C.1.), ejemplos de esta categoría son los que se muestran a continuación:

*"Cuando la caja está quieta no tiene energía cinética. Gracias a la fuerza realizada, la caja consigue movimiento, por lo tanto, se produce un cambio en la energía cinética" (Estudiante 46, escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo es la fuerza ejercida durante un espacio de tiempo" (Estudiante 23, Escuela de Ingeniería IMH)*

Los estudiantes que dan explicaciones aisladas de un marco dinámico, es decir, explicaciones dadas desde un punto de vista dinámico (categoría C.2.) son el 7,0%. Ejemplos para esta categoría son los siguientes:

*"En ambas situaciones cuando aparece la fuerza  $F$ ,  $\Sigma F$  cambia y como  $m$  es constante, como consecuencia la aceleración también y en consecuencia al cambiar  $\Sigma F$  hay un cambio en el  $W$ ;  $W = \int_0^2 F \cdot dx = 2F - 0F =$*

*2F J con cambio del  $W_T$  hay  $<$  cambio de la energía cinética;  $W_T = E_C = E_T + E_P$  ya que la  $h$  cambia" (Estudiante 41, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo realizado, quiere decir, cuánta fuerza se ha usado para mover la caja, que en los dos casos será distinta por supuesto" (Estudiante 27, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"Según lo que hace la fuerza, la energía aumentará o disminuirá" (Estudiante 68, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

Para terminar, el porcentaje de estudiantes que dan respuestas incoherentes, es decir, que no tienen lógica interna o que son recuerdos memorísticos mal asimilados, es de alrededor de un 13,0%. El porcentaje de estudiantes que no contestan o que no razonan la cuestión de forma cualitativa es de un 19,0%. Ejemplos de respuestas incoherentes son los siguientes:

*"Para anular la fuerza  $F$ , realizará una fuerza, porque lo demás el cuerpo irá para arriba y luego sufrirá otra fuerza hacia la derecha, la que le empujará. Para que el cuerpo tenga esa fuerza hay que realizar un trabajo" (Estudiante 55., Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

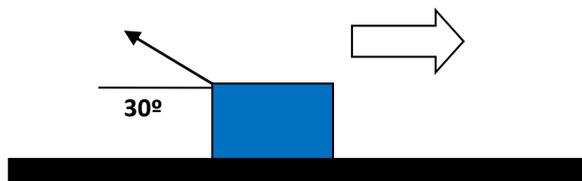
*"Tiene la misma energía cinética y la fuerza solo da lugar a cambio en la altura aumentando la energía potencial" (Estudiante 137, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Significa energía por el tiempo, no varía ya que tiene la misma energía" (Estudiante 20, Escuela de Ingeniería IMH)*

Tabla 3.4: Porcentajes de respuestas de cada categoría del ítem 3

Q3.- Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una fuerza  $F$  de 3 N y no hay fricción con la superficie. Las direcciones y sentido del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:

Se mueve hacia la derecha.



- ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? Justifica la respuesta
- ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la

variación de energía y justifica tu respuesta. Si no varía, justifica la respuesta.	
	<b>Porcentaje Estudiantes UPV/EHU (N=148)</b>
<b>A.*</b> Calcula correctamente el trabajo	<b>40,5</b>
<b>A.1.</b> * Lo relaciona con la variación de la energía correctamente	15,0
<b>A.2.</b> No relaciona el trabajo y la energía	25,0
<b>B.</b> Tiene dificultades al calcular el trabajo y afirman que la energía varía:	<b>23,0</b>
<b>B.1.</b> Dificultades en el producto escalar	6,0
<b>B.2.</b> No tienen en cuenta el producto escalar y consideran la fuerza como un escalar	17,0
<b>C.1.</b> Elementos aislados del marco teórico energético	<b>1,5</b>
<b>C.2.</b> Elementos aislados del marco teórico dinámico	<b>5,0</b>
<b>D.</b> Incoherentes	<b>10,0</b>
<b>E.</b> No contesta o no razona	<b>20,0</b>

(\*) Respuesta que se considera correcta en este nivel académico

En esta cuestión, donde la fuerza externa aplicada al sistema tiene un ángulo de  $30^\circ$  con la dirección del movimiento, el porcentaje de estudiantes que responde correctamente a la pregunta (categoría A.1., 15,0%) es menor que la cuestión anterior en la que la fuerza era perpendicular (20,5%), sin embargo, el porcentaje de estudiantes que relacionan el trabajo con la variación de energía (bien o mal) es del 40,5%. Ejemplos de respuestas para esta categoría:

*"El trabajo realizado es el trabajo realizado por la fuerza, hace que la caja aumente la energía cinética. El trabajo realizado es  $W = F \cdot \Delta X \cdot \cos 150^\circ$ " (Estudiante 128, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo es una fuerza igual al producto escalar del vector fuerza por el desplazamiento  $W = F \cdot x \cdot \cos(F, x) = 3 \cdot 2 \cdot \cos(5\pi/5) \approx 5,2$  Julios. Esto es la energía de la fuerza durante un periodo de tiempo que se añade o se resta a la energía propia del sistema sobre el que se aplica la fuerza" (Estudiante 17, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado es  $W = 3 \cdot 2 \cdot \cos 150^\circ = -5,196$  Julios. "El trabajo es negativo porque la fuerza ejercida es de sentido contrario al desplazamiento. Después de realizar ese trabajo sobre el sistema se reduce la energía cinética de la caja" (Estudiante 35, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"El trabajo realizado es  $W = F \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 3 \cdot (-2) \cos 30^\circ = -5,19$  Julios. El trabajo al ser negativo podemos decir que va perdiendo energía cinética y la energía de la caja va disminuyendo" (Estudiante 15, Escuela de Ingeniería IMH)*

El porcentaje de estudiantes que no relacionan el trabajo con la variación de energía, pero que han calculado el trabajo de forma correcta, sigue siendo minoritario, un cuarto de los estudiantes. El resultado es convergente con los datos anteriores que indican que los estudiantes presentan dificultades en aplicar el PGTE. Ejemplos de respuestas de estudiantes a esta categoría son los siguientes:

*"El trabajo realizado es  $W = F \cdot x \cdot \cos \alpha$  y es  $W < 0$ " (Estudiante 96, escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"El trabajo realizado es  $W = F \cdot d \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 5,19$  Julios" (Estudiante 96, escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

Los estudiantes que tienen dificultades en calcular el trabajo a la hora de aplicar el producto escalar son 6,0% que es más elevado que en el caso de la fuerza perpendicular. Además, el porcentaje de estudiantes que calculan el trabajo sin tener en cuenta el producto escalar aumenta (17,0%). Este porcentaje sigue siendo más elevado que en el caso de la fuerza perpendicular. Ejemplos de respuestas para estas categorías son:

*" El trabajo realizado es  $W = F \cdot \Delta X \cdot \cos \alpha = 5,2$  J, en este caso  $\alpha = 30^\circ$ , ya que es el ángulo que forma la fuerza y la dirección del movimiento. Hay un aumento de energía" (Estudiante 36, Escuela de Ingeniería IMH)*

*" El trabajo realizado es  $W = F \cdot s = 6$  J. Hay un aumento de energía" (Estudiante 110, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Hay un aumento de energía. El trabajo realizado es  $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 5,196$  Julios" (Estudiante 79, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Hay un aumento de energía. El trabajo realizado es  $W=F \cdot x= 3 \cdot 2 = 6$  Julios" (Estudiante 1, Escuela de Ingeniería IMH)*

En esta cuestión el porcentaje de estudiantes que dan respuestas que presentan elementos aislados del marco teórico propuesto (categoría C.1.) es de un 1,5%. Respuestas de los estudiantes como ejemplos, para esta categoría tenemos las siguientes:

*"Sí porque el que se esté realizando una fuerza sobre la caja implica que su velocidad sea variable,  $K_f - K_i = W_e$ " (Estudiante 126, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Cuando la caja está quieta, no tiene energía cinética. Gracias al trabajo de la fuerza aplicada la caja consigue moverse por lo tanto hay cambio de energía cinética" (Estudiante 24, Escuela de Ingeniería IMH)*

Las respuestas que engloban elementos aislados de un marco teórico dinámico (categoría C.2.), son alrededor de un 5,0%, a modo de ejemplo tenemos las siguientes:

*"Hay un aumento de energía. El trabajo realizado es  $W=F \cdot x= 3 \cdot 2 = 6$  Julios" (Estudiante 99, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Para que haya movimiento la  $F_x$  será mayor que la  $F_r$  y la  $F_y + mg$  será menor que la  $N$ " (Estudiante 99, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

El 10,0% de Los estudiantes dan respuestas que resultan incoherentes.

El porcentaje de estudiantes que no contestan o no razonan es similar a la de la cuestión anterior (20,0%). Ejemplos de respuestas incoherentes son los que se muestran a continuación:

*" $W_a = F_x \cdot r \cdot \cos \alpha = 3 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 \cdot \cos 180^\circ = -5,19$  Julios. El trabajo es negativo porque la fuerza es de sentido contrario al movimiento.  $W_t = \Delta K$ , en el caso a el trabajo es negativo, pero se mueve hacia la derecha, en este caso la energía cinética no disminuye, se moverá con  $v$  constante o con mayor velocidad" (Estudiante 88, EIG)*

*"No, ya que al final llegó al reposo ya que sólo recorrió 2 metros"*  
(Estudiante 89, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

*"No, porque no hay fricción que altere a la velocidad"* (Estudiante 6,  
Escuela de Ingeniería IMH)

Ahora entramos a analizar los resultados de la cuestión relacionada con la validez del Teorema de la Energía Cinética. Los resultados se muestran en la tabla 3.5.

Tabla 3.5: Porcentajes de respuestas de cada categoría del ítem 5

Q4. El Teorema de la Energía Cinética se suele expresar mediante la ecuación $\Delta K = W_{\text{externo}}$ . ¿Es válida esta ecuación para cualquier tipo de transformaciones que se analicen? Justifica tu respuesta con un ejemplo.	
	<b>Porcentaje Estudiantes UPV/EHU (N=148)</b>
<b>A.</b> Reconoce el campo de validez del Teorema	<b>29,5</b>
<b>A.1</b> * Relaciona correctamente W y $\Delta E$	3,0
<b>A.3</b> Afirmaciones generales en contra de la generalidad del teorema	26,5
<b>B.3</b> Argumentos incorrectos en contra de la generalidad del teorema	<b>5,5</b>
<b>C.3</b> De acuerdo con la información	<b>17,5</b>
<b>C.4</b> Argumentos genéricos incorrectos	<b>7,0</b>
<b>D.</b> Incoherentes	<b>17,5</b>
<b>E.</b> No contesta o no razona	<b>23,0</b>

(\*) Respuesta que se considera correcta en este nivel académico

El porcentaje de estudiante que responden correctamente a la cuestión justificando con afirmaciones correctas la relación entre trabajo y variación de energía es muy pequeño, es de alrededor del 3,0%. Ejemplos de respuestas de los estudiantes que corresponden a esta categoría:

*"Sería válida siempre y cuando en el sistema que tomemos haya sólo una partícula. Al tener una sola partícula no habrá variación de Energía"*

*Potencial, ya que no habría referencia alguna” (Estudiante 74, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*“No. Depende del sistema que se analice, si lanzamos una pelota y analizamos el sistema- pelota, la tierra ejerce un trabajo externo, pero si analizamos el sistema pelota-tierra no hay trabajo externo” (Estudiante 31, Escuela de Ingeniería IMH)*

*“No es válida para cualquier transformación que se analice, ya que por ejemplo si coges un sistema que tenga dos objetos  $W_{ext.} = 0$  y la  $\Delta EP$  entra en juego” (Estudiante 65, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

Las respuestas que se incluyen en la categoría A.3. están basadas en explicaciones que consideran que la afirmación no es correcta, pero lo justifican de manera muy general y sin concretar. El porcentaje de respuestas en ambos cursos es alto (26,5%). Se observa que los estudiantes cuyas respuestas se han incluido en esta categoría tienen claro que la relación entre trabajo y energía no es solo para el tipo de energía cinética, si no que existen otros tipos de energía. Ejemplos para esta categoría:

*“La energía mecánica es la suma de la energía cinética y la energía potencial.  $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + m \cdot g \cdot h$ . La energía cinética es la energía que tiene un cuerpo por el hecho de estar en movimiento. La energía potencial es la energía que tiene un cuerpo por el mero hecho de estar a una altura” (Estudiante 48, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*“No porque la energía mecánica es, energía potencial más la energía cinética:  $E_m = E_c + E_p$ . Aquí no tiene en cuenta la energía potencial” (Estudiante 5, Escuela de Ingeniería IMH)*

Existen respuestas donde se deja claro que el teorema no es siempre válido, sin embargo, las explicaciones que lo justifican son incorrectas (5,5%), ejemplos de respuestas de esta categoría:

*“No porque si en una grúa un peso que está a 20 metros lo subes a 50 metros el trabajo no es  $\Delta E_c$ ” (Estudiante 77, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"La ecuación no es siempre válida. Si en un sistema no hubiera fuerzas externas, nos basaríamos en la variación de energía cinética. La cosa es que a veces entra en juego otra fuerza, algunas veces a en el sentido del movimiento y otras en contra del movimiento, en este caso el trabajo realizado por esas fuerzas también hay que tenerlo en cuenta"* (Estudiante 34, Escuela de Ingeniería IMH)

El porcentaje de estudiante que afirma que esa expresión es válida en cualquier situación es del 17,5%. Ejemplos para esta categoría:

*"Si, el trabajo siempre es la variación de la energía cinética. En una competición el cambiar la velocidad del corredor le supone un trabajo y este trabajo suele ser la variación de energía cinética"* (Estudiante 87, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

*"Si es válida, la variación de energía cinética es igual al trabajo externo"* (Estudiante 22, Escuela de Ingeniería IMH)

El 7,0% de las respuestas es de tipo general (categoría C.4.). Ejemplos que responden a esta categoría:

*"No es siempre válida. Por ejemplo, si una partícula se mueve con velocidad constante, tendremos que  $\Delta K=0$ , pero sabemos que ha habido un trabajo porque ha habido una velocidad, pero  $V=cte$ ,  $\Delta K=0$ ,  $W_{tot}\neq 0$ "* (Estudiante 56, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

*"Es siempre válida, siempre que estamos en el eje y o en el eje x cuando una masa tiene movimiento, siempre tendremos energía cinética y cogiendo dos puntos, podemos sacar la energía cinética de esos dos puntos"* (Estudiante 16, Escuela de Ingeniería IMH)

El porcentaje de estudiantes que dan respuestas sin coherencia lógica es 17,5%. Los estudiantes que no contestan o que no razonan la cuestión son un 23,0%. Estos resultados son indicativos de que un porcentaje elevado de estudiantes tiene problemas en identificar las limitaciones que tiene el teorema de la energía cinética. Ejemplos para esta categoría son los siguientes:

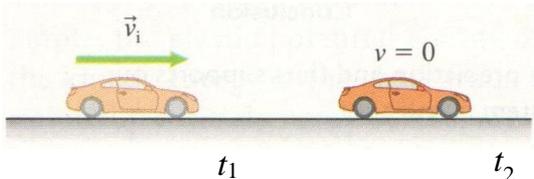
*"No, no es válido para todas las situaciones, en los que cuando la  $E_c$  inicial y final son iguales si le hacemos caso a la ecuación en la que el*

trabajo es cero y no es cero” (Estudiante 99, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

“La ecuación es válida en todos los casos. El trabajo será igual que las fuerzas que hacen energía. La energía cinética se transformará en potencial y sea será la energía que tendrá lugar y la misma que el trabajo” (Estudiante 24, Escuela de Ingeniería IMH)

“No, esta ecuación sólo es válida para ecuaciones que tengan sólo fuerzas externas, pero para ecuaciones con fuerzas internas no nos vale” (Estudiante 9, Escuela de Ingeniería IMH)

Tabla 3.6.: Porcentajes de respuestas de cada categoría del ítem 5

<p>Q5. En el instante <math>t_1</math> el coche se mueve con velocidad <math>v_1</math>. Después de pasar un tiempo, en el instante <math>t_2</math>, la velocidad del coche es 0. Aplica el Principio general de la energía, que viene representado por la ecuación <math>E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}}</math>, y comenta lo cambios de energía que han tenido lugar.</p>	
	
	<b>Porcentaje Estudiantes UPV/EHU (N=148)</b>
<b>A.4</b> *Utiliza el PGTE y argumenta correctamente que $E_i + W_{\text{externo}} = E_f + \Delta U$ .	<b>1,5</b>
<b>B.4</b> Hay trabajo externo de rozamiento $E_{ci} - W_{\text{rozamiento}} = 0 \text{ ---- } \frac{1}{2} m v_0^2 = W_{\text{rozam}}$	<b>22,0</b>
<b>B.5</b> El trabajo lo realiza una fuerza externa al coche: $E_{ci} - W_{\text{externo}} = 0 \text{ ---- } \frac{1}{2} m v_0^2 = W_{\text{externo}}$	<b>24,0</b>
<b>C.5</b> Utiliza casos particulares del PGTE: $(E_c + E_p)_i = (E_c + E_p)_f$	<b>3,0</b>
<b>C.6</b> Utiliza casos particulares del PGTE: Descriptiva con variación de energía cinética	<b>14,5</b>
<b>D.</b> Incoherentes	<b>16,0</b>

E. No contesta o no razona	<b>19,0</b>
----------------------------	-------------

(\*) Respuesta que se considera correcta en este nivel académico

Se puede observar que sólo 2 estudiantes responden correctamente a la cuestión (1,5%). La dificultad de los estudiantes en la interpretación y aplicación del PGTE es clara. Ejemplos para esta categoría:

"Sistema coche-tierra:  $E_i + W_{ext} = E_f$

$K_i + U_{gi} + U_{ei} + W_{ext} = K_f + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{interna}$

$U_{gi} = 0; U_{ei} = 0; W_{ext} = 0; K_f = 0; U_{gf} = 0; U_{ef} = 0$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = \Delta U_{interna}$ " (Estudiante 94, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)

El porcentaje de estudiantes que no definen el sistema y no consideran la variación de energía interna, aunque consideran la existencia de fuerzas externas es alto, es casi la mitad del grupo (46,0%; categoría B.4 y B.5). Hay un porcentaje significativo de respuestas (22,0%; categoría B.4.) que utilizan, sin mencionarlo explícitamente, el concepto de "pseudotrabajo". Es decir, utilizan la ecuación del centro de masas (CM) del coche y aplican al CM la segunda ley de Newton a este caso particular, pero no aplican el PGTE (Penchina, 1978), (Sherwood, 1983):

$$\overline{F_{rozamiento}} d_{CM} = \Delta \left( \frac{1}{2} M v_{cm}^2 \right)$$

donde  $F_{rozamiento}$  es la resultante de las fuerzas de rozamiento sobre las ruedas del coche. Esta fuerza de rozamiento hace posible la desaceleración del centro de masas, pero no realiza trabajo ya que los puntos de aplicación de las fuerzas de rozamiento en las ruedas no se desplazan si las ruedas no deslizan. Así pues, la parte izquierda de la ecuación no representa el trabajo realizado sobre el coche. Por ello, el producto escalar de la fuerza externa resultante y el vector traslación del centro de masas se denomina "pseudotrabajo" (Penchina, 1978). De la misma forma, la parte derecha de la ecuación del CM no representa la energía del coche sino "la energía cinética del CM". La ecuación se parece a la ecuación del PGTE, pero

utiliza ideas de energía y “pseudotrabajo” sin referirse a las fuerzas internas y esencialmente se desvía de nuestro punto de partida basado en el PGTE. Ejemplos para esta categoría:

*“Entendemos que el coche comienza con una energía cinética ya que tiene una velocidad  $v_1$ , entiendo que esa energía cinética se va disipando más bien transformando en  $f_r$  cada vez mayor, de tal forma que termina disminuyendo la velocidad hasta llegar a 0. Mientras que  $f_r$  va frenando el coche” (Estudiante 98, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*“En el instante  $t_1$  el coche tiene velocidad por lo que tendrá energía cinética, pero en el instante  $t_2$  la velocidad es 0, por lo cual, esa energía cinética también sería 0. Esto ocurre porque hay una fuerza externa que lo realiza el rozamiento y es esa fuerza la que contrarresta la de la energía cinética en el instante  $t_1$  y la que hace que  $V= 0$  m/s” (Estudiante 30, Escuela de Ingeniería IMH)*

El porcentaje de estudiantes que considera cualquier otra fuerza externa (categoría B.5.), es del 24,0%. A continuación, mostramos ejemplos de esta categoría:

*“Según el principio de conservación de la energía:  $U_{g1} + k_1 + W_{otras} = U_{g2} + k_2$ , como el coche se mueve horizontalmente la  $U_g$  no varía y como inicialmente tiene una velocidad, pero en  $t_2$  no, entonces:  $k_1 + W_{otras} = 0$ . Sabiendo esto, podremos deducir que  $W_{otras}$  será:  $W_{otras} = -1/2 \cdot m \cdot v_1^2$  J. Como el coche se para finalmente podremos decir que la energía del sistema se ha perdido debido al trabajo de las fuerzas externas” (Estudiante 87, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*“En primer lugar, podemos observar como el coche ha tenido una deceleración desde el primer instante hasta el último porque el coche ha pasado de estar moviéndose a pararse. Podemos decir que esta deceleración es a causa de una fuerza en sentido contrario a la del coche, en nuestro caso los frenos han sido los causantes de que se pare el coche” (Estudiante 76, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

Existe otro porcentaje de estudiantes (3,0%) que utilizan casos particulares del PGTE (categoría C.5.) y un 14,5% de explicaciones descriptivas que no aplican el PGTE (categoría C.6.) A continuación, se presentan ejemplos de esta categoría:

*" $E_{Mi} = E_{MF}$ ;  $E_M = U_g + k$ ;  $E_{MF} = U_g + k$ ; en las condiciones finales  $k = 0$ , entonces tenemos que  $E_{MF} = U_g$ ; el coche ha pasado de tener una energía tanto potencial como cinética ya que el coche se encontraba en movimiento a ir perdiendo energía cinética hasta llegar a 0 que es cuando el coche en el instante  $t_2$  ha perdido la velocidad que llevaba haciendo que su energía cinética se reduzca a 0 y la potencial aumente"* (Estudiante 25, Escuela de Ingeniería IMH)

*"El coche al pasar de  $t_1$  a  $t_2$  cambia de energía ya que en  $t_1$  va con una velocidad y al llegar al  $t_2$  no tiene, eso es por rozamiento que tiene la carretera, lo que hará que el coche vaya disminuyendo la velocidad hasta que sea 0. En el instante  $t_1$  el coche está con energía cinética y al final el coche acabará sin energía ya que está parado"* (Estudiante 40, Escuela de Ingeniería IMH)

Existe un porcentaje de estudiantes que dan respuestas sin coherencia lógica (16,5%) y que no responden a la cuestión (19,0%). Ejemplos de respuestas incoherentes son:

*" $E_i + W_{ext} = E_f$ ;  $W_{ext} = \Delta U_g + \Delta K + \Delta U_{interna}$ ;  $W_{ext} = (1/2 \cdot m \cdot v_f^2) - (1/2 \cdot m \cdot v_i^2) + \Delta U_{interna}$ "*

*Los cambios de energía que tienen lugar son:*

*$\Delta K = -1/2 \cdot m \cdot v_i^2$*

*$\Delta U_{interna} =$  La energía por la fuerza de rozamiento entre el suelo y las ruedas" (Estudiante 81, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

Tabla 3.7: Porcentajes de respuestas de cada categoría del ítem 6

<p>Q6. Una masa de 100 gramos está conectada a un muelle de constante elástica 5 N/m (ver figura i). Se desplaza 0,70 metros de la posición de equilibrio hacia la derecha (ver figura ii). Se suelta la masa desde esa posición de desplazamiento de 0,70 m cuando está en reposo. Al deslizar la masa sobre el suelo no hay rozamiento.</p> <p>Calcula la energía del sistema cuando la masa llega a 0,40 metros de la posición de equilibrio (ver figura iii), si:</p> <p>a) el sistema está formado por la masa de 100 g.</p> <p>b) el sistema está formado por la masa y el muelle.</p>	
	<p><b>Porcentaje Estudiantes UPV/EHU (N=148)</b></p>
<p><b>A.5.</b> * Argumenta correctamente el PGTE en:  Sistema bloque: <math>W_{\text{externo}} = E_{\text{cf}}</math> Sistema bloque-muelle: <math>E_{\text{pi}} = E_{\text{cf}}</math></p>	<p><b>10,0</b></p>
<p><b>B.6.</b> Argumenta incorrectamente el PGTE o no contesta en el sistema bloque, pero lo hace correcto en el sistema bloque-muelle</p>	<p><b>6,5</b></p>
<p><b>C.7.</b> No diferencia entre sistemas. Misma respuesta y aplicación incorrecta del PGTE</p>	<p><b>40,0</b></p>
<p><b>D-</b> Incoherente.</p>	<p><b>13,0</b></p>
<p><b>E-</b> No contesta</p>	<p><b>30,5</b></p>

(\*) Respuesta que se considera correcta en este nivel académico

En esta cuestión se plantea el cálculo y el análisis de respuestas para dos sistemas, es decir aplicar el PGTE en dos sistemas diferentes. Los resultados que se han obtenido en el análisis de esta cuestión son los siguientes:

El número de respuestas en las que se argumenta correctamente el PGTE para ambos sistemas planteados es 10,0%.

En algunas de las respuestas se ha visto que a pesar de que se ha argumentado correctamente el PGTE, se ha calculado mal el trabajo para alguno de los sistemas, ejemplos de esta categoría:

*"  $U_{el1} + K_1 = U_{el2} + K_2$ , ya que no hay otros tipos de energía en el conjunto. En el apartado a) si nos referimos a la caja solamente, tendrá una energía cinética, equivalente a la potencial inicial menos la potencial en ese instante, ya que no hay pérdidas en este conjunto hipotético" (Estudiante 143, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Cuando el muelle está totalmente estirado  $E_{sist} = K_{el} + K + U_{grav} = 1/2 \cdot k \cdot x^2 \rightarrow 1/2 \cdot 5 \cdot 7^2 = 122,5 \text{ J}$ , una vez el muelle se suelta y está en una posición de 4 metros calculamos la velocidad que tendrá primero  $\rightarrow E_A = E_B \rightarrow 122,5 = 1/2 \cdot k \cdot x^2 + 1/2 \cdot m \cdot V_B^2$ ;  $V_B = 40,6 \text{ m/s}$ ; Por lo tanto la energía total en el punto B es  $E_{TOTAL} = K + K_{el} + U_{grav} \rightarrow 1/2 \cdot 0,1 \cdot (0,46)^2 + 1/2 \cdot 5 \cdot 4^2 = 122,5 \text{ julios}$ , con esto comparamos que se cumple la ley de conservación de las fuerzas" (Estudiante 107, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

No existen respuestas que argumentan correctamente el PGTE para el sistema bloque y de forma incorrecta el sistema bloque-muelle. Sin embargo, se puede observar que un 6,5% de las respuestas indican que son correctos los argumentos que justifican el PGTE para el sistema bloque-tierra e incorrectos para el sistema bloque. Los resultados parecen indicar que los estudiantes, a la hora de llevar a cabo el desarrollo de una actividad, tienden implícitamente, a analizar el sistema completo. Ejemplos para esta categoría son los siguientes:

*"El apartado a) no contesta y en el b)  $\Delta E_{elas.} = E_{elas2} - E_{elas1} = 1/2 \cdot k \cdot x^2 - 1/2 \cdot k \cdot x^2 = \Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = 1/2 \cdot m \cdot V^2$ " (Estudiante 110, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

*"Para el segundo sistema con el muelle  $1/2 \cdot k \cdot x^2 = 1/2 \cdot m \cdot V^2$ . Para el primer sistema de la masa de 0,1 Kg  $W = f \cdot s$ ;  $W = 5 \cdot (7-4) = 15 \text{ J}$ " (Estudiante 134, Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa)*

El porcentaje más elevado de respuestas (40,0%) es para la categoría C.7. en la que no se diferencian los sistemas planteados en la cuestión, a la hora de aplicar el PGTE. Así pues, los datos indican que los estudiantes presentan dificultades a la hora de diferenciar

sistemas en la resolución de una misma actividad y que la tendencia es resolverlo para sistemas que consideran todos los cuerpos del fenómeno, sin trabajo de fuerzas externas. Ejemplos de esta categoría:

*"La energía del muelle  $E = 1/2KX^2$  por lo tanto la energía del sistema no depende la masa en los dos casos la energía del sistema  $E = 1/2 \cdot 5 \cdot (7-4)^2 = 22,5 \text{ J}$ " (Estudiante 7, Escuela de Ingeniería IMH)*

El porcentaje de estudiantes que dan respuestas sin coherencia lógica es del 13,0%, los ejemplos de respuestas de esta categoría son:

*"El sistema cuando está formado únicamente por la masa de 100 g para moverlo de 7 m a 4 m alguien le ha aplicado una fuerza, en consecuencia si no tenemos otra fuerza la fuerza sobre el sistema es  $F=1/2 \cdot K \cdot X^2$ ;  $F = 1/2 \cdot 5 \cdot (7-4)^2 = 22,5 \text{ N}$ . El muelle hace una fuerza a la caja hacia punto inicial encogiendo el muelle" (Estudiante 2, Escuela de Ingeniería IMH)*

*"Podemos decir que el sistema formado por la masa de 100 g solo necesita más fuerza para volver a la posición inicial. Si el sistema está formado por la masa de 100 g y el muelle, el sistema pesa menos y regresa mejor" (Estudiante 37, Escuela de Ingeniería IMH)*

El número de estudiantes que no contestan, es decir, que están en blanco o no responden a la pregunta, es elevado (33,0%). He aquí ejemplos para esta categoría:

*"La energía la calculamos con  $E = 1/2 \cdot m \cdot (v-v_0)^2$  si es solo para el bloque y con  $E = 1/2k(x-x_0)^2$  si está el muelle en el sistema, para el caso a)  $E = 1/2 \cdot 100 \cdot (v-0)^2 = 50V^2 \text{ J}$ . Para el caso b)  $E = 1/2 \cdot 5 \cdot (4-0)^2 = 40 \text{ J}$ " (Estudiante 35, Escuela de Ingeniería IMH)*

Los resultados obtenidos para las cuestiones analizadas permiten identificar algunas dificultades conceptuales y procedimentales en relación a los indicadores definidos y que son comunes en muchos estudiantes. La descripción de los estudiantes se concentrará en algunas dificultades persistentes y específicas, las cuales se resumen a modo de conclusión en los siguientes puntos:

- Los estudiantes presentan dificultades al calcular el trabajo realizado por una fuerza externa al sistema y/o al aplicar la definición de trabajo (indicador i1), por varios motivos:
  - Aplican de manera incorrecta el producto escalar.
  - No consideran como vectores las magnitudes del producto escalar, esto es, no tienen en cuenta el ángulo entre la dirección de la fuerza y la dirección del movimiento. Consideran las magnitudes de la ecuación para el cálculo del trabajo como magnitudes escalares.
- Presentan dificultades en establecer relaciones correctas entre el trabajo realizado por una fuerza externa al sistema y la variación de energía producida en dicho sistema (indicador i2).
- Los estudiantes tienen dificultades en reconocer los límites de aplicabilidad del Teorema de la Energía Cinética (indicador i3), por varios motivos:
  - No tienen en cuenta los diferentes tipos de energía que pueden estar involucrados en el sistema analizado.
  - Los estudiantes no son capaces de identificar el tipo de energía que tiene el sistema, ni las fuerzas externas al mismo.
- Los estudiantes no consideran que la aplicación del PGTE depende del sistema que se defina. Tiene muchas dificultades en aplicar el PGTE a diferentes sistemas en un mismo fenómeno (indicador i4).

Las dificultades encontradas nos permiten establecer la alta o baja demanda de aprendizaje que supone para los estudiantes alcanzar los indicadores de aprendizaje definidos mediante la enseñanza habitual.

El salto entre objetivos a aprender y dificultades se indica en la tabla 3.8 para cada uno de los indicadores de aprendizaje que se han establecido en el tema del PGTE.

*Tabla 3.8: Demandas de aprendizaje para los indicadores de aprendizaje definidos*

Dificultades de aprendizaje	Indicadores aprendizaje	Demanda de aprendizaje
- Dificultades en calcular el trabajo realizado por una fuerza externa al aplicar la definición de trabajo, por varios motivos: - Aplicar incorrectamente el producto escalar - No considerar como vectores las magnitudes del producto escalar. - No definir de forma explícita el sistema sobre el que se aplica la fuerza	i.1.; i.2.	Media  Media Baja  Alta
- Dificultades en establecer una relación correcta entre el trabajo realizado por una fuerza externa y la variación de energía.	i.2.	Media
- Dificultades en establecer los límites de aplicación del Teorema de la Energía Cinética	i.3.	Alta
- Dificultades en definir los tipos de energía que tiene el sistema.	i.2.	Media
- No definir energía interna del sistema. No distinguir el trabajo externo y el trabajo realizado por una fuerza disipativa	i.2.; i.3.	Alta
- No considerar que la aplicación del PGTE depende del sistema definido. Dificultades en aplicar de forma correcta el PGTE	i.4.	Alta

Las dificultades de aprendizaje de la primera columna se basan en los resultados obtenidos en el estudio sobre dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de los conceptos y teorías incluidos en los indicadores de aprendizaje (Tabla 3.1).

*3.1.3. Resultados sobre la calidad de la SEA que influyen en el rediseño del orden de contenidos del programa de la Secuencia*

La SEA tiene por objetivo ayudar a los estudiantes en la construcción del significado de los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos a través del PGTE. Combinando las tres dimensiones comentadas anteriormente, la secuencia se basa en una serie de problemas y actividades cuyo desarrollo permite a los estudiantes alcanzar los indicadores de aprendizaje establecidos (La estructura de la SEA se desarrolla aplicando la fase Diseñar). La secuencia incluye dos fases de desarrollo que se integran de forma

iterativa: a) La secuenciación del programa de contenidos; b) Concreción de las estrategias de ayuda al aprendizaje y actividades.

a) *La secuenciación del programa de contenidos*

En relación al orden de presentación del programa de contenidos, éste se estructura en relación a tres grandes problemas fundamentados en el análisis epistemológico (ver capítulo 1.2). Estos dos grandes problemas cuya contestación permite elaborar un modelo explicativo contemporáneo de los conceptos de trabajo, energía y del PGTE se enuncian de la siguiente forma:

- ¿Qué interés tiene estudiar los conceptos de trabajo y energía?
- ¿Cómo se mide el trabajo realizado por la fuerza externa aplicada a un sistema de partículas?
- ¿Cómo se cuantifican las relaciones entre trabajo realizado y energía?

La respuesta a estos problemas da origen a una primera versión de SEA (en adelante SEA1) durante el curso 2015/16 que se indica a continuación:

- I. Trabajo realizado sobre un sistema por una fuerza constante, por una fuerza variable y sobre el centro de masas de un sistema.
- II. Fuerzas conservativas y no conservativas.
- III. Teorema de la Energía cinética
- IV. Energía potencial y fuerzas conservativas
- V. Teorema de conservación de la energía mecánica
- VI. Principio Generalizado del trabajo y energía

La secuencia de contenidos del programa es similar a la de otros libros de texto para Física general de primer curso para ciencias e ingeniería (ver, p.e., Tipler y Mosca sexta edición; Fishbane et al. 2004). El tiempo disponible dentro del plan de estudios de

Fundamentos Físicos de la Ingeniería para estudiantes de Ingeniería en la Escuela de Ingeniería es de 7 horas para teoría y 3,5 horas para problemas. Así pues, las actividades de nuestra SEA se debían limitar a 7 horas de clase presencial. Sin embargo, las anotaciones de los tres profesores que implementaron la SEA en su "Diario del Profesor" indican claramente que el tiempo de implementación se excedió en 2,5 horas más de lo previsto. De sus anotaciones se deduce que en el apartado I y II del programa se puede reducir alguna actividad y simplificar el trabajo de discusión. Por ejemplo:

*"En la introducción del concepto de trabajo, se realizan 10 actividades en total. Pienso que lleva demasiado tiempo. Como los estudiantes ya tiene una idea del concepto debido a cursos anteriores, hay que centrarse en construir las características científicas del concepto (definir sistema, magnitudes escalares y vectoriales) y en el desarrollo matemático (producto escalar, integral)" (profesor 1).*

*"Hay que suprimir algunas actividades del apartado de definición de trabajo por repetitivas. Ya tiene ejercicios en el libro de texto" (Profesor 2).*

Así mismo, los profesores identifican algunas debilidades en actividades concretas en relación con la consecución del objetivo de aprendizaje. Por ejemplo, en la actividad A.2 de la de la SEA1, los tres profesores coinciden en señalar que una de las respuestas a discutir por los estudiantes puede ser prematura y no coincide con el objetivo de aprendizaje. El profesor 2 en su diario indica:

"En la actividad **A.2. (SEA1)** El trabajo realizado sobre la partícula por la fuerza  $F$ , se puede definir de la siguiente manera:

A.  $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$

B.  $W_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

C.  $W = F \cdot r \cdot \cos\theta$

D. A y C

E. Todas

*"La opción B establece una relación entre trabajo y energía, que es prematura para la discusión. En este momento nos centramos en la definición de trabajo sobre una partícula/sistema producido por una fuerza externa. Se aconseja suprimir la opción B para la próxima versión"*

Otra cuestión que reflejan los tres profesores es la confusión que presentan los estudiantes en su "cuaderno de Trabajo" en relación con tres contenidos: Teorema de la Energía cinética, Teorema de la Energía mecánica y Principio Generalizado de la Energía (secciones III, IV, V, VI). Los profesores presentan evidencias del "Cuaderno de trabajo del estudiante". Por ejemplo:

*"Parece que algunos estudiantes piensan en tres principios diferentes para las relaciones trabajo y energía en Mecánica. Copio el resumen de un estudiante que es una respuesta estándar:*

*Las relaciones entre trabajo y energía se pueden definir de tres maneras: Teorema de la energía cinética, teorema de la energía mecánica (con la energía potencial) y teorema de conservación de la energía (con la energía interna). Se elige uno dependiendo del tipo de problema, pero los tres son válidos (Cuaderno del estudiante 17).*

*Este razonamiento es seguido por una fracción importante de estudiantes y supone un modelo erróneo sobre las relaciones trabajo y energía. Hay que cambiar la secuencia del programa de contenidos"*

Esta impresión de los profesores respecto a que la secuencia hace un relato de casos particulares antes de llegar al PGTE que puede ser un distractor en el aprendizaje de los estudiantes, queda confirmado con los resultados de aprendizaje de los estudiantes en las cuestiones referidas al PGTE y en particular a la cuestión Q4.B y Q5.B (ver capítulo 2.5). Estos resultados se exponen en la sección 3.2 de este capítulo. En esta sección se puede ver (tabla 3.19.) que en la primera versión de la SEA el número de respuesta correcta a la cuestión Q4 (límites de validez del Teorema de la Energía Cinética) responden argumentando adecuadamente 29,5% (Grupo de control), 57,5% (Grupo Experimental). Mientras que, en la segunda versión, en la que se han tenido en cuenta estos resultados (se discutirá más adelante), en el grupo experimental responde correctamente un 74%

estudiantes (de respuestas correctas) frente al 33,5% del grupo de control.

De acuerdo con lo anterior se procedió a la modificación de la secuencia de los contenidos de la SEA, teniendo en cuenta los resultados anteriormente citados. Los cambios se realizaron en dos dimensiones: i) disminución del número de actividades; ii) cambio en el orden y presentación de los contenidos del programa. A continuación, se presenta la secuenciación de la segunda versión de la SEA (en adelante SEA2) aplicada en el curso 2016/17:

I. Trabajo realizado sobre un sistema por una fuerza constante, por una fuerza variable y sobre el centro de masas de un sistema.

II. Fuerzas conservativas y no conservativas.

III. Relaciones entre trabajo y energía en un sistema. Definición de sistema. Formas de energía. Transformación y transferencia de energía

IV. Principio Generalizado del trabajo y energía. Casos particulares.

b) *Concreción de las estrategias de ayuda al aprendizaje y actividades.*

Una presentación general sobre las estrategias de ayuda y actividades de la SEA se resumen en las tablas 3.9 y tabla 3.10. Las columnas de la tabla se refieren a: 1) La secuencia de problemas, cuya resolución, abarca el conocimiento necesario para enseñar y aprender; 2) Los indicadores de aprendizaje que incluyen las habilidades a desarrollar y usar, junto el conocimiento conceptual que hay que aprender; 3) Estrategias de ayuda al aprendizaje. 4) Actividades y trabajos.

Tabla 3.9: Secuencia enseñanza-aprendizaje para el problema ¿Cómo se mide el trabajo realizado por la fuerza externa aplicada a un sistema de partículas?

Problema guía	Indicadores de aprendizaje	Estrategias de ayuda al aprendizaje	Actividades y comentarios Implementación y re-diseño
<p>¿Qué interés tiene estudiar los conceptos de trabajo y energía?</p> <p>¿Cómo se mide el trabajo realizado por la fuerza externa aplicada a un sistema de partículas?</p>	<p>i.0.</p> <p>i.1.</p>	<p>a) Motivar la necesidad de informarse sobre el tema para entender el funcionamiento energético de las máquinas mecánicas y sus consecuencias tecnológicas y sociales</p> <p>b) Concretar el problema de trabajo realizado por las fuerzas externas en un sistema de partículas</p> <p>c) Analizar las variables que intervienen en la definición de trabajo mecánico en un sistema de partículas</p> <p>d) Emitir hipótesis sobre la trayectoria del sistema, la fuerza aplicada y el resultado del trabajo. Definir fuerzas conservativas</p> <p>e) Analizar las variables que intervienen en la definición de trabajo mecánico en un sistema de partículas</p> <p>f) Analizar las afirmaciones generales sobre las actividades trabajadas</p> <p>g) Analizar los límites de una definición (Fuerzas conservativas)</p>	<p><b>0. Interesar a los estudiantes sobre el tema</b></p> <p>A-0. lecturas y videos youtube</p> <p><b>I. Permitir a los estudiantes explorar su conocimiento sobre la definición de trabajo (producto escalar).</b></p> <p>A-1 (Definición trabajo aplicando a un sistema)</p> <p>A-2 (Trabajo depende del desplazamiento)</p> <p>A-3 (Trabajo depende de la fuerza)</p> <p>A-4 (Trabajo de fuerzas variables)</p> <p><b>II. El recorrido realizado por la fuerza que actúa sobre el sistema influye en el resultado del trabajo realizado (fuerzas conservativas y no conservativas)</b></p> <p>A-5 (Trabajo de fuerzas conservativas)</p> <p>A-6 (Trabajo de fuerzas no conservativas)</p> <p>A-7 (Trabajo de fuerzas conservativas)</p> <p>A-8 (Trabajo de fuerzas no conservativas)</p> <p>A-9 (Trabajo de fuerzas conservativas)</p>

Tabla 3.10: Secuencia enseñanza-aprendizaje para ¿Cómo se cuantifican las relaciones entre trabajo y energía?

Problema guía	Indicadores de aprendizaje	Estrategias de ayuda al aprendizaje	Actividades y comentarios Implementación y re-diseño
¿Cómo se cuantifican las relaciones entre trabajo realizado y energía?	i.2. i.3. i.4.	<p>a) Familiarizar a los estudiantes con el análisis de los fenómenos que muestran las relaciones entre el trabajo y la variación de energía:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definir el sistema</li> <li>- Diagrama de fuerzas</li> <li>- Definir el trabajo interno y externo al sistema</li> </ul> <p>b) Organizar información empírica y proponer hipótesis sobre la relación entre trabajo y energía</p> <p>c) Aplicación del PGTE en diferentes escenarios</p>	<p><b>III. Relaciones entre trabajo y energía. Estudio de varios fenómenos:</b></p> <p>A-10 (W-<math>\Delta E</math> cambio con el movimiento)</p> <p>A-11 (W-<math>\Delta E</math> cambio elástico)</p> <p>A-12 (W-<math>\Delta E</math> energía interna)</p> <p>A-13 (Definir sistema y relacionar con el W y <math>\Delta E</math>)</p> <p><b>IV. PGTE: Escenarios para aplicar el principio:</b></p> <p>A-14 (Relaciones entre W y <math>\Delta E</math>: escenario muelle)</p> <p>A-15 (Evaluar la relación entre W y <math>\Delta E</math>; escenario muelle)</p> <p>A-16 (Relaciones entre W y <math>\Delta E</math>; escenario gravedad sin rozamiento)</p> <p>A-17 (Relaciones entre W y <math>\Delta E</math>; escenario campo gravitatorio, muelle sin fricción)</p>

En relación con los resultados de los informes del observador externo que observó el desarrollo de algunas clases, sus comentarios indican que los tres profesores trabajaban correctamente los objetivos de cada actividad y las estrategias de enseñanza eran las previamente consensuadas. Este resultado no es de extrañar ya que los tres profesores (el autor de este trabajo y sus dos directores de tesis) han participado en el diseño de la SEA y, además, son expertos en aplicación de metodologías activas en el aula. Sin embargo, en el caso de que la SEA aplicada por profesores externos a la investigación, será necesario, en el futuro, realizar un curso de formación para garantizar que se desarrolla la SEA de acuerdo con los objetivos del diseño, además de la guía del profesor que acompaña la SEA.

#### *3.1.4. Resultados sobre la calidad de la SEA que influyen en el rediseño para hacer frente a las dificultades metacognitivas de los estudiantes*

Algunas de las dificultades al desarrollar las actividades se han debido a la falta de comprensión del objetivo de la actividad por parte de los estudiantes. A veces los estudiantes no son capaces de reflexionar en profundidad las respuestas a las cuestiones y es necesario reformular la actividad de cara a superar las dificultades metacognitivas de los estudiantes. Se indican a continuación un par de ejemplos de modificación de la actividad con la intención de superar las dificultades metacognitivas de los estudiantes.

En la actividad A.10 de la primera versión de la SEA (ver tabla 3.10) en el cuaderno de trabajo de muchos estudiantes se observaba una respuesta basada en una fórmula sin argumentos explicativos sobre el fenómeno analizado y los procesos que intervienen:

*"El trabajo es igual a la variación de energía cinética. La energía cinética de la pelota es  $\frac{1}{2} mv^2 = 2,25J$ " (estudiante 84)*

En el enunciado de la SEA1 los estudiantes no necesitan plantearse el problema, recurren a su conocimiento anterior de la ecuación  $W=\Delta E$ , no explicitan que el análisis se refiere al sistema "pelota" y no consideran ningún otro tipo de energía. Por ejemplo, si

consideran el sistema “pelota-tierra”, se puede hablar de la altura de la pelota en relación con el suelo y asumir que permanece constante. En definitiva, se considera que los estudiantes no ven cuestionada su estrategia de resolución de la actividad, ni sus convicciones teóricas. La respuesta no responde al objetivo de la actividad que persigue, además de los cálculos numéricos, la discusión de las relaciones entre el trabajo realizado y los cambios de energía que sufre la pelota. Por ello se transformó la actividad para la versión 2 de la SEA (ver tabla 3.11).

Tabla 3.11: Cambios introducidos en Actividad 10

A.10 (versión 1)	A.10 (versión 2)																				
 <p data-bbox="263 929 774 1144">Un jugador de beisbol lanza una pelota de 0,15 Kg. A una velocidad de 30m/s. Calcular: a) el trabajo realizado sobre la pelota durante el lanzamiento; b) El cambio de energía de la pelota.</p>	 <p data-bbox="853 929 1375 1032">Un jugador de beisbol lanza una pelota de 0,15 Kg. A una velocidad de 30m/s.</p> <p data-bbox="853 1041 1358 1070">Rellenar y explicar la siguiente tabla:</p> <table border="1" data-bbox="853 1077 1375 1346"> <thead> <tr> <th colspan="3" data-bbox="858 1077 1370 1115">Sistema</th> </tr> <tr> <th data-bbox="858 1115 1029 1153">Tiempo</th> <th data-bbox="1029 1115 1185 1153"><math>t_{\text{inicio}}</math></th> <th data-bbox="1185 1115 1370 1153"><math>t_{\text{final}}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="858 1153 1029 1191"><math>\Delta e</math></td> <td colspan="2" data-bbox="1029 1153 1370 1191"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="858 1191 1029 1229">F</td> <td colspan="2" data-bbox="1029 1191 1370 1229"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="858 1229 1029 1267">W</td> <td colspan="2" data-bbox="1029 1229 1370 1267"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="858 1267 933 1305" rowspan="2"><math>\Delta E</math></td> <td data-bbox="933 1267 1029 1305">Tipo</td> <td data-bbox="1029 1267 1370 1305"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="933 1305 1029 1346">valor</td> <td data-bbox="1029 1305 1370 1346"></td> </tr> </tbody> </table>	Sistema			Tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$	$\Delta e$			F			W			$\Delta E$	Tipo		valor	
Sistema																					
Tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$																			
$\Delta e$																					
F																					
W																					
$\Delta E$	Tipo																				
	valor																				

En la nueva versión se utiliza una “hoja de trabajo” que los estudiantes deben completar para resolver las preguntas. Los estudiantes tienen que argumentar los diferentes elementos del análisis al completar la hoja de trabajo. Por ejemplo, la gran mayoría de los estudiantes definen el sistema “pelota”, emiten hipótesis sobre la trayectoria del lanzamiento y su longitud, así como la fuerza aplicada. Establecen con argumentos la relación entre el trabajo y la energía. Por ejemplo, las anotaciones de la mayoría de los cuadernos de trabajo indican:

*“Tomamos como sistema la pelota, por tanto, las fuerzas son las aplicadas sobre la pelota y el espacio es el recorrido por la pelota. Suponemos que la trayectoria de la pelota en la mano del jugador es*

*horizontal. No vamos a calcular el trabajo como fuerza por espacio, ya que el problema nos da la variación de energía cinética. La pelota pasa de 0 m/s a 30 m/s. No hay otros tipos de energía y por tanto  $W = \frac{1}{2} m v^2 = 2,25 J$ ".*

Hay que resaltar que la gran mayoría de estudiantes responde correctamente a la A.10 en ambas versiones. Sin embargo, la forma de afrontar y resolver la cuestión es radicalmente diferente.

En la versión 2 los estudiantes deben reflexionar sobre el sistema y sobre los diferentes conceptos que aparecen en la actividad. Esto prepara a los estudiantes en habilidades propias de resolución de problemas que serán necesarias para afrontar actividades no tan sencillas.

Otro ejemplo de reformulación de la actividad para superar las dificultades metacognitivas de los estudiantes es la actividad A.13 (ver tabla 3.11). En la primera versión los estudiantes se limitan a resolver matemáticamente la actividad. Por ejemplo, una respuesta estándar en el cuaderno de trabajo de los estudiantes es:

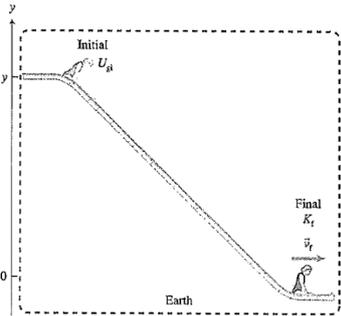
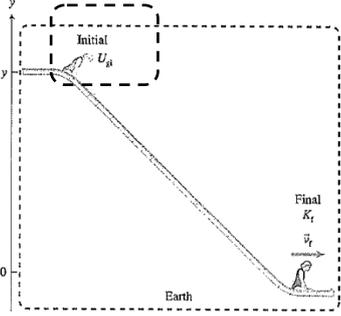
*"La energía potencial que tiene la niña al comienzo se transforma en energía cinética, por tanto:  $E_p = E_c$  y  $mgh = \frac{1}{2} m v^2$ . Se calcula la velocidad de llegada de la niña" (cuaderno estudiante 28)*

En este tipo de respuesta ni siquiera se considera un rozamiento. Otro tipo de respuesta más sofisticada pero minoritaria es:

*"La energía potencial se transforma en energía cinética menos una parte que se disipa en rozamiento:  $E_p = E_c - E_{rozamiento}$ . Por tanto:  $mgh = \frac{1}{2} m v^2 - E_{rozamiento}$ " (cuaderno estudiante 45)*

No se hace ninguna mención al sistema ni a las relaciones entre el trabajo y la energía en ninguna de las respuestas.

Tabla 3.11: Cambios introducidos en Actividad 13

A.13 (versión 1)	A.13 (versión 2)																				
<p>Una niña de 20 kg está quieta en la parte alta de un tobogán de 6 m de longitud (ver sistema en el dibujo). Desciende el tobogán y aunque hay un coeficiente de rozamiento de 0,2, llega al final con una velocidad.</p> 	<p>Una niña de 20 kg está quieta en la parte alta de un tobogán de 6 m de longitud (ver sistema en el dibujo). Desciende el tobogán y aunque hay un coeficiente de rozamiento de 0,2, llega al final con una velocidad.</p> 																				
<p>a) ¿Cuánto trabajo ha realizado el trabajo externo?</p> <p>b) ¿Ha cambiado la energía del sistema?, ¿Qué tipos de energía hay en el sistema?, ¿Cómo se transforman?</p>	<p>Rellenar y explicar la siguiente tabla cuando el sistema es el recuadro punteado grande y cuando el sistema es el recuadro punteado pequeño que sólo incluye a la niña.</p> <table border="1" data-bbox="831 1301 1361 1570"> <thead> <tr> <th colspan="3">Sistema</th> </tr> <tr> <th>Tiempo</th> <th><math>t_{\text{inicio}}</math></th> <th><math>t_{\text{final}}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\Delta e</math></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>F</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>W</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="2"><math>\Delta E</math></td> <td>tipo</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Valor</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Sistema			Tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$	$\Delta e$			F			W			$\Delta E$	tipo		Valor	
Sistema																					
Tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$																			
$\Delta e$																					
F																					
W																					
$\Delta E$	tipo																				
	Valor																				

La actividad se reformó diseñando una hoja de trabajo para guiar a los estudiantes en la discusión de las características del fenómeno en relación a los conceptos de trabajo y energía. Además, se les proponen dos tipos de sistema para que ellos mismos discutan sobre la importancia de elegir el sistema a la hora de aplicar las relaciones entre trabajo y energía.

Por ejemplo, una explicación estándar a la hora de explicar cómo se rellena la tabla es la siguiente:

*"En el sistema "niña" no hay energía potencial ya que es un sistema formado por una sola partícula, pero ahora el peso es una fuerza externa y realiza trabajo cuyo valor es  $W = P_x L \cos\theta = mg \sin\alpha L$ . El rozamiento contribuye a disipar energía dentro del sistema. Por tanto:  $W_{ext} = E_{cf} + \Delta E_{interna}$ " (cuaderno estudiante 33)*

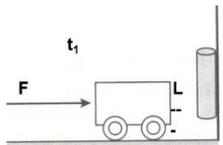
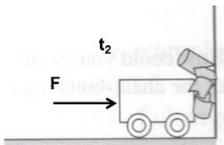
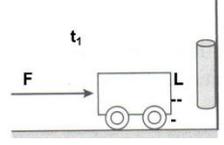
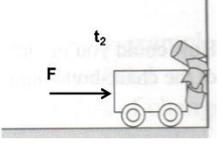
Como se puede observar las explicaciones a los datos que se utilizan para rellenar la tabla indican argumentos que aplican los conceptos científicos y las relaciones entre trabajo y energía.

*3.1.5. Resultados sobre la calidad de la SEA que influyen en el rediseño para hacer frente a las dificultades de los estudiantes en interpretación del enunciado y figuras*

En la actividad A.12 y en la actividad A.14 los estudiantes presentan confusión en imaginar la situación final del sistema. Realizan gran cantidad de preguntas al respecto, dificultando la actividad de los grupos y el feedback entre ellos y el profesor.

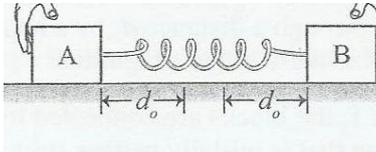
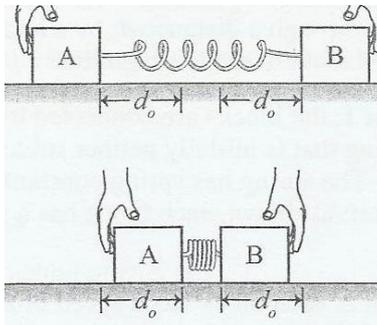
Se ha propuesto una segunda versión (ver tabla 3.12) que permite un trabajo más autónomo de los grupos de estudiantes y una discusión más de acuerdo con el objetivo de la actividad.

Tabla 3.12: Cambios introducidos en la actividad A.12

A.12 (Versión1)	A.12 (Versión2)																					
<p>Un bloque A está inicialmente en reposo en una superficie sin rozamiento. En el tiempo <math>t_1</math> se la aplica una fuerza <math>F</math> hacia el cilindro de cristal B que está apoyado en la pared. En el instante <math>t_2</math> el bloque A se ha movido una distancia <math>L</math> hasta chocar con el cilindro y romperlo.</p> <p>1) ¿Durante el intervalo <math>t_1</math> a <math>t_2</math> el trabajo neto externo sobre el sistema A-B es positivo, negativo o cero?</p> <p>2) ¿El cambio de energía cinética del sistema A-B es positivo, negativo o cero?</p> <p>3) De acuerdo con las respuestas anteriores, ¿Es consistente la relación <math>W_{\text{neto,externo}} = \Delta E_C</math>?</p> <p style="margin-left: 40px;">A. Si</p> <p style="margin-left: 40px;">B. No</p>	<p>Un bloque A está inicialmente en reposo en una superficie sin rozamiento. En el tiempo <math>t_1</math> se la aplica una fuerza <math>F</math> hacia el cilindro de cristal B que está apoyado en la pared. En el instante <math>t_2</math> el bloque A se ha movido una distancia <math>L</math> hasta chocar con el cilindro y romperlo.</p> <p>Rellenar y explicar la siguiente tabla</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 10px 0;"> <thead> <tr> <th colspan="3" style="text-align: left; padding: 2px;">Sistema</th> </tr> <tr> <th style="padding: 2px;">tiempo</th> <th style="padding: 2px;"><math>t_{\text{inicio}}</math></th> <th style="padding: 2px;"><math>t_{\text{final}}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>\Delta e</math></td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>F</math></td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>W</math></td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>\Delta E</math></td> <td style="padding: 2px;">tipo</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 2px;">valor</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;">   </div>	Sistema			tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$	$\Delta e$			$F$			$W$			$\Delta E$	tipo			valor	
Sistema																						
tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$																				
$\Delta e$																						
$F$																						
$W$																						
$\Delta E$	tipo																					
	valor																					

En el caso de la otra actividad se puede observar la segunda versión en la tabla 3.13. donde la situación final del sistema se presenta de manera más clara que lo que se hacía inicialmente

Tabla 3.13: Cambios introducidos en la Actividad 14

A.14 (Versión1)	A.14 (Versión 2)
<p>Dos bloques A y B están inicialmente en reposo en una superficie sin rozamiento, unidos por un muelle de constante elástica K (ver figura). En el tiempo <math>t_1</math> se aplica una fuerza F constante a cada bloque, de forma que en el tiempo <math>t_2</math> se ha desplazado cada bloque una longitud <math>d_0</math>.</p>	<p>Dos bloques A y B están inicialmente en reposo en una superficie sin rozamiento, unidos por un muelle de constante elástica K (ver figura1). En el tiempo <math>t_1</math> se aplica una fuerza F constante a cada bloque, de forma que en el tiempo <math>t_2</math> se ha desplazado cada bloque una longitud <math>d_0</math> (ver figura2)</p>
	
<p>Calcular el trabajo realizado sobre el sistema formado por los dos bloques y el muelle</p>	<p>Calcular el trabajo realizado sobre el sistema formado por los dos bloques y el muelle</p>

3.1.6. Diseño de la SEA una vez introducidos los cambios mencionados

A continuación, se muestra la SEA2 que se implementó en el segundo año (2016-2017) con estudiantes de primero de ingeniería en la escuela de Ingeniería de Gipuzkoa y la escuela de ingeniería dual IMH ambas de la UPV/EHU. Se muestra cada una de las actividades con los comentarios correspondientes. En los comentarios se recogen las orientaciones de los investigadores para el profesor. Estos comentarios completan la guía del profesor que tiene como objetivo que la SEA se pueda desarrollar según los objetivos marcados, respetando las actividades que son necesarias para el correcto desarrollo de la SEA y dando cierta libertad a los profesores en las actividades complementarias.

De acuerdo con las condiciones del contexto docente explicadas anteriormente, se realizó la implementación de las actividades en el aula. Las estrategias de enseñanza están basadas en el uso de metodologías activas, es decir, las actividades se llevan a cabo en pequeños grupos de tres o cuatro estudiantes donde discuten la actividad y proponen una respuesta, bien mediante el "click" (Sistema de Respuesta Rápida) o bien, mediante puesta en común. El profesor/a dirige la discusión de las respuestas en el grupo completo y orienta el aprendizaje para que los estudiantes construyan los significados adecuados.

### **0.- ¿Qué interés tiene estudiar los conceptos de trabajo y energía?**

**A.0.** Observa los vídeos que aparecen en las direcciones que se muestran a continuación:

<https://www.youtube.com/watch?v=4b8ZsFszE8I>

[https://www.youtube.com/watch?v=S2KmS\\_cPo-c&feature=youtu.be](https://www.youtube.com/watch?v=S2KmS_cPo-c&feature=youtu.be)

Una vez vistos los vídeos los estudiantes responden a un cuestionario de manera que se vaya desarrollando un debate del tema a partir de las respuestas dadas por los estudiantes y moderada por el profesor y que genere la curiosidad en los estudiantes sobre los conceptos de trabajo y energía

### **Comentario A.0.**

En esta actividad el profesor tiene que provocar un debate por parte de los estudiantes, viendo cuáles son las respuestas dadas al cuestionario planteado sobre los vídeos que se presentan. El objetivo de debatir las respuestas dadas al cuestionario es generar la curiosidad por parte de los estudiantes en este tema.

### **1.- ¿Cómo se mide el trabajo realizado por la fuerza externa aplicada a un sistema de partículas?**

**A.1.** El trabajo realizado sobre la partícula por la fuerza  $F$ , se puede definir de la siguiente manera:

- A.  $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$
- B.  $W = F \Delta s$
- C.  $W = F \cdot r \cdot \cos \theta$
- D. A y C
- E. Todas

**Comentario A.1.**

El objetivo principal de esta actividad es que los estudiantes puedan explorar su conocimiento sobre la definición de trabajo. Se lanza la pregunta a toda la clase para que en pequeños grupos puedan discutir y entre todos. Mediante la intervención guiada por profesor podrán llegar a dar la definición correcta de trabajo. Se pretende que con esta actividad aprendan que el trabajo es el producto escalar de dos magnitudes vectoriales (fuerza y desplazamiento). En esta actividad la respuesta correcta sería la d)

**A.2.** Calcula el trabajo que está realizando el hombre mientras mantiene un peso de 100 kg a una altura de 1,65 metros

- A. 1617 J
- B. -1617 J
- C. 0 J
- D. Otro



**Comentario A.2.**

El objetivo principal de esta actividad es que el estudiante analice las variables de la definición de trabajo. Los estudiantes deben comprender que para que el trabajo realizado por una fuerza no sea nulo debe haber un desplazamiento. En esta actividad el enunciado se ha planteado de forma que la fuerza realizada por el

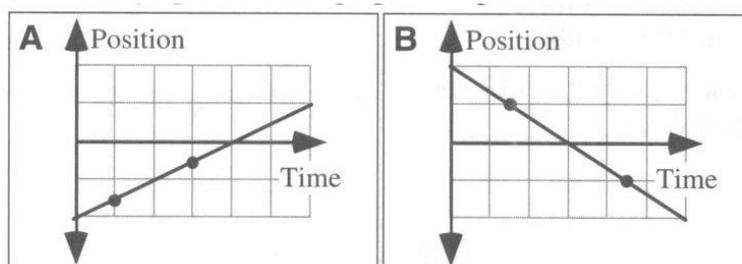
hombre no realiza un desplazamiento, y por lo tanto, no realiza trabajo. En esta actividad se trabaja planteando la pregunta a toda la clase y en pequeños grupos de discusión intentarán obtener la respuesta correcta, finalmente se hace una puesta en común de toda la clase para llegar a la solución correcta con la ayuda del profesor. En esta actividad la respuesta correcta es la c).

**A.3.** Tenemos dos gráficos donde se indica la posición respecto al tiempo de dos barcos que navegan por un canal rectilíneo. En cada gráfico se muestran dos puntos correspondientes a dos instantes. Un grupo de estudiantes llega a la siguiente conclusión para esta situación:

*"En nuestra opinión, se ha hecho más trabajo sobre el barco B, ya que, como se puede ver en la gráfica, el desplazamiento es mayor."*

A. Verdadero

B. Falso



**Comentario A.3.**

En esta actividad se continúa con el objetivo de que los estudiantes exploren su conocimiento sobre el concepto de trabajo. En este caso se representa el cambio de la posición de los barcos se produce a velocidad constante, con lo cual, la fuerza resultante sobre las mismas es cero porque no hay aceleración. Los estudiantes deben comprender, que si no hay aceleración la fuerza total que actúa sobre el barco es cero y por lo tanto el trabajo realizado es nulo. Los estudiantes, deben darse cuenta de que la variable fuerza es necesaria para que se realice un trabajo. Se ha planteado como objetivo en esta actividad que el estudiante se dé cuenta de que existe una relación entre el cambio de velocidad y el trabajo realizado.

**A.4.** Sobre una mesa horizontal se empuja un bloque contra un muelle. La constante de recuperación del muelle es  $K=100\text{N/m}$  y se desplaza desde la posición de equilibrio hasta  $x=0,2\text{ m}$ . Si la fuerza que hace el muelle es  $F=-Kx$ , ¿qué trabajo ha realizado la fuerza de recuperación que ha ejercido el muelle sobre el bloque?

- A. 20 J
- B. 4 J
- C. 2 J
- D. 0 J
- E. Necesitamos saber la masa del bloque

**Comentario A.4.**

En esta actividad se introduce el trabajo debido a una fuerza variable. Hasta ahora se ha trabajado la definición de trabajo con fuerzas constantes, pero con esta actividad el estudiante debe recordar que hay fuerza que dependen de la posición. Además, analizará cómo debe realizar el cálculo y valorará si la definición anterior de fuerza es válida para el caso de este tipo de fuerzas. Llegará a conclusión de que la definición de fuerza debe ser revisada y definida mediante una integral definida como una suma infinitesimal de fuerzas constantes. El que los estudiantes conozcan y comprendan la definición integral del trabajo es el objetivo principal de esta actividad. Se presenta la actividad a toda la clase, los estudiantes tienen que hacer de forma individual el cálculo del trabajo y discutir la solución en pequeños grupos. Para terminar, se plantea entre toda la clase la solución y se intenta dar la respuesta correcta justificando el resultado. La respuesta que correcta es la C)

**A.5.** Un bloque de masa  $M$  se desplaza una longitud  $L$  por un plano inclinado de  $30^\circ$  hasta una altura  $h$ . A continuación, se baja por la vertical hasta el suelo y finalmente, se lleva al pie del plano inclinado horizontalmente. ¿Cuánto **trabajo ha realizado la fuerza de la gravedad** en el recorrido completo?

- A. +Mgh
- B. 0
- C. Otro

**Comentario A.5.**

En esta actividad se pretende introducir el concepto de fuerza conservativa. Al responder la pregunta de la actividad, el estudiante debe reconocer una de las características de este tipo de fuerzas. El trabajo total sobre un recorrido cerrado para una fuerza conservativa es cero. Se define la fuerza de la gravedad como una fuerza conservativa. Se presenta la actividad a toda la clase, los estudiantes tienen que hacer de forma individual el cálculo del trabajo y discutir la solución en pequeños grupos. Para terminar, se plantea en toda la clase la solución y se construye la respuesta correcta justificando el resultado. Sería interesante que, en el debate surgido en clase sobre el resultado obtenido, fueran los propios estudiantes los que dedujeran que el resultado se debe a la propiedad conservativa de la fuerza de la gravedad. En esta actividad la respuesta correcta es la D)

Aplicando la definición del trabajo a cada tramo del plano inclinado obtenemos los resultados que se muestran abajo:

$$W(A-B) = mg \text{ sen } \theta L \cos 180 = -mg \text{ sen } \theta L$$

$$W(B-C) = m g h = m g L \text{ sen } \theta$$

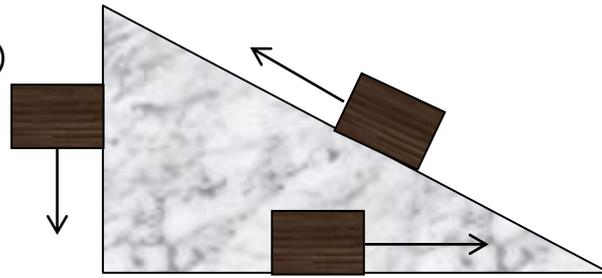
$$W(C-A) = P \times \cos 90 = 0$$

$$W_{\text{total}} = -mg \text{ sen } \theta L + m g L \text{ sen } \theta + 0 = 0 \text{ Julios}$$

**A.6.** Un bloque de masa M se desplaza una longitud L por un plano inclinado de 30° hasta una altura h. A continuación, se baja por la vertical baja el suelo y finalmente, se lleva al pie del plano inclinado horizontalmente. ¿Cuánto **trabajo ha realizado la fuerza de rozamiento** en el recorrido completo?

- A.  $\mu MgL \cos 30$
- B.  $-\mu MgL(\cos 30 + \text{sen } 30)$

- C.  $-\mu MgL(\cos 30 - \sin 30)$
- D. 0
- E. Otro



**Comentario A.6.**

En esta actividad se pretende introducir el concepto de fuerza no conservativa y a través de la pregunta que se plantea en la actividad el estudiante debe descubrir una de las características que presentan este tipo de fuerzas. El trabajo total sobre un recorrido cerrado para una fuerza no conservativa no es cero. El objetivo que se plantea es que los estudiantes vean que la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa. Se presenta la actividad a toda la clase, los estudiantes tienen que hacer de forma individual el cálculo del trabajo y discutir la solución en pequeños grupos. Para terminar, se plantea entre toda la clase la solución y se intenta dar la respuesta correcta justificando el resultado. Sería interesante que, en el debate surgido en clase sobre el resultado obtenido, fueran los propios estudiantes los que dedujeran que el resultado se debe a las propiedades de la fuerza no conservativa. En esta actividad la respuesta correcta es la E)

Aplicando la definición de trabajo a cada tramo del plano inclinado obtenemos los resultados que se muestran a continuación:

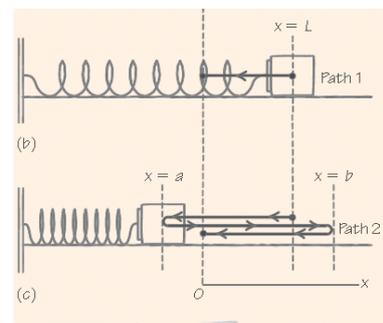
$$W(A-B) = \mu N L \cos 180 = -\mu N L = -\mu mg \cos \theta L$$

$$W(B-C) = \mu N h \cos 90 = 0$$

$$W(C-A) = \mu N x \cos 180 = -\mu N x = -\mu mg x = -\mu mg L \cos \theta$$

$$W_{total} = -\mu mg \cos \theta L + 0 + (-\mu mg L \cos \theta) = -2\mu mg L \cos \theta$$

**A.7.** En la figura se muestra el movimiento que ha realizado un bloque atado a un muelle. El muelle ha realizado dos recorridos distintos a pesar de que el punto inicial ( $x=L$ ) y final ( $x=0$ ) hayan sido iguales. En el recorrido 1 se ha llevado el bloque del punto inicial al final directamente. En el



recorrido 2, el bloque ha realizado el siguiente recorrido  $x=L \Rightarrow x=a \Rightarrow x=b \Rightarrow x=0$ . ¿Cómo relacionas los **trabajos realizados por el muelle** en ambos recorridos?

- A. Mayor en el recorrido 1
- B. Mayor en el recorrido 2
- C. Es el mismo en los dos
- D. Es 0 en los dos

**Comentario A.7.**

El objetivo que se plantea en esta actividad es doble. Por un lado, los estudiantes deben comprender que la fuerza de Hooke es una fuerza conservativa, pues deben obtener el mismo resultado cuando realicen los cálculos del trabajo realizado por la fuerza que ejerce el bloque sobre el muelle. Por otro lado, y mediante el análisis de este resultado, deberán concluir que el trabajo realizado por una fuerza conservativa sólo depende del punto inicial y el final de la trayectoria que realizará. Se presenta la actividad a toda la clase, los estudiantes tienen que hacer de forma individual el cálculo del trabajo y discutir la solución en pequeños grupos. Para terminar, se plantea entre toda la clase la solución y se intenta dar la respuesta correcta justificando el resultado. Sería interesante que en el debate surgido en clase sobre el resultado obtenido sean los propios estudiantes los que dedujeran que el resultado se debe a que se trata de una fuerza conservativa. En esta actividad la respuesta correcta es la C).

En el recorrido directo:

$$W_{path1} = \int_L^0 -kx dx = \left. \frac{-kx^2}{2} \right|_L^0 = \frac{kL^2}{2}$$

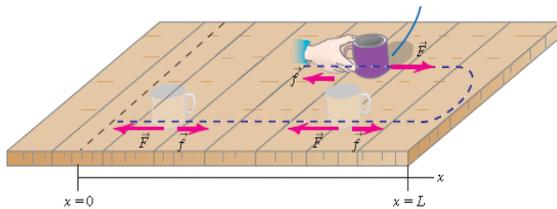
Teniendo en cuenta el desplazamiento hasta los puntos a y b:

$$W_{path2} = \int_L^a -kx dx + \int_a^b -kx dx + \int_b^0 -kx dx$$

$$W_{path2} = \frac{kL^2}{2}$$

El resultado es el mismo, ya que, se trata de una fuerza conservativa.

**A.8.** Supongamos que empujamos una taza de café sobre un superficie horizontal rugosa de  $x=0$  a  $x=L$  (ida) y de  $x=L$  a  $x=0$  (vuelta). ¿Cuál es el trabajo que hace la fuerza de rozamiento?



- A.  $\mu k mg L$
- B.  $-\mu k mg L$
- C.  $-2 \mu k mg L$
- D. 0
- E.  $2 \mu k mg L$

**Comentario A.8.**

En esta actividad, al calcular el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, el estudiante debe comprender que esta fuerza no es conservativa, ya que el trabajo realizado por la fuerza depende del recorrido y no sólo de los puntos iniciales y finales del mismo. Se presenta la actividad a toda la clase, los estudiantes tienen que hacer de forma individual el cálculo del trabajo y discutir la solución en pequeños grupos. Para terminar, se plantea entre toda la clase la solución y se intenta dar la respuesta correcta justificando el resultado. Sería interesante que en el debate surgido en clase sobre el resultado obtenido sean los propios estudiantes los que dedujeran que el resultado se debe a que se trata de una fuerza no conservativa. En esta actividad la respuesta correcta es la C).

Aplicando la definición de trabajo al sistema tenemos que:

$$\text{De } x = 0 \text{ a } x = L: \mathbf{f} = - m_k mg \mathbf{i} \Rightarrow W_{f(0-L)} = - m_k mg L$$

$$\text{De } x = L \text{ a } x = 0: \mathbf{f} = m_k mg \mathbf{i} \Rightarrow W_{f(L-0)} = m_k mg (-L)$$

$$W_f(0-0) = W_f(0-L) + W_f(L-0) = - 2 m_k mg L$$

El resultado es distinto de 0

**A.9.** Un grupo de estudiantes está discutiendo sobre dos definiciones de fuerzas conservativas. ¿Con quién estás de acuerdo?

*Mikel: El trabajo realizado por una fuerza conservativa al mover un objeto de un sitio a otro no depende del recorrido realizado.*

*Nagore: El trabajo realizado por una fuerza conservativa sobre un objeto en un recorrido cerrado es nulo.*

- A. Con Mikel
- B. Con Nagore
- C. Con los dos
- D. Con ninguno

### **Comentarios A.9.**

El objetivo de esta actividad es observar si los estudiantes se implican en procesos metacognitivos para justificar la definición de fuerzas conservativas. No se debe olvidar que las fuerzas conservativas son aquellas que al mover un objeto de un sitio a otro el trabajo realizado por la fuerza no depende del recorrido y cuando la fuerza conservativa mueve el objeto a lo largo de un recorrido cerrado el trabajo realizado por la fuerza es nulo. La respuesta correcta en esta actividad es la C)

### **2.- ¿Cómo se cuantifican las relaciones entre el trabajo realizado sobre un sistema y la energía del mismo?**

**A.10.** Un jugador de Beisbol lanza una pelota de 0,15 kg con una velocidad de 30 m/s.

- a) Realiza el diagrama de fuerzas
- b) ¿Qué valor tiene la energía cinética de la pelota cuando sale de la mano?



- c) ¿Cuánto trabajo ha realizado la mano sobre la pelota mientras ha durado el lanzamiento?

Sistema		
Tiempo	t <sub>inicio</sub>	t <sub>final</sub>
Δr		
F		
W		
ΔE	tipo	
	valor	

### Comentarios A.10.

En esta actividad se trabajan las relaciones entre el trabajo realizado sobre un sistema y cómo se relacionan estos con los cambios de energía que sufre el sistema. En este caso deben ser capaces de: a) identificar un sistema (sistema-pelota) y resolver la actividad para el sistema concreto que definen; b) Identificar correctamente las fuerzas que actúan en el sistema y determinar si son externas o internas al sistema; c) Calcular la energía cinética de la pelota; d) Calcular el trabajo realizado sobre la pelota, aplicando la definición de trabajo vista anteriormente; e) Establecer argumentos para justificar la relación que existe entre el trabajo y la energía, llegando a deducir el caso particular del PGTE para esta situación que es conocido como el teorema de la energía cinética.

El teorema de energía cinética tiene la siguiente expresión:

$$W = \Delta E_c$$

La tabla quedaría completada de la siguiente manera:

Sistema: PELOTA			
tiempo		$t_{ini}$	$t_{final}$
		cio	
$\Delta r$		$\Delta r=r-0=r$	
F		$F=ma$	
W		$W=F \cdot \Delta r=\Delta E_C$	
$\Delta E$	tipo	$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_i^2$	$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_f^2$
	valor	0	67,5 J

La variación de energía es de 67,5 Julios y el caso particular del PGTE (aplicando el teorema de la energía cinética) el trabajo realizado es de 67,5 Julios. Esta actividad se plantea en grupos de discusión pequeños y una vez resuelto, entre toda la clase se hace el trabajo de argumentar las respuestas, guiado por el profesor. Los estudiantes deberían terminar deduciendo la expresión que relaciona el trabajo y energía cinética a la que se le conoce en mecánica como el teorema de la energía cinética.

**A.11.** La goma de un tiragomas se encuentra en reposo y en la posición de equilibrio, figura1. El dueño del tiragomas, lo estira y lo tensa hasta dejarlo de nuevo en reposo, figura 2.



Figura 1



Figura2

Rellenar y explicar la siguiente tabla

Sistema			
tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$	
$\Delta r$			
F			
W			
$\Delta E$	tipo		
	Valor		

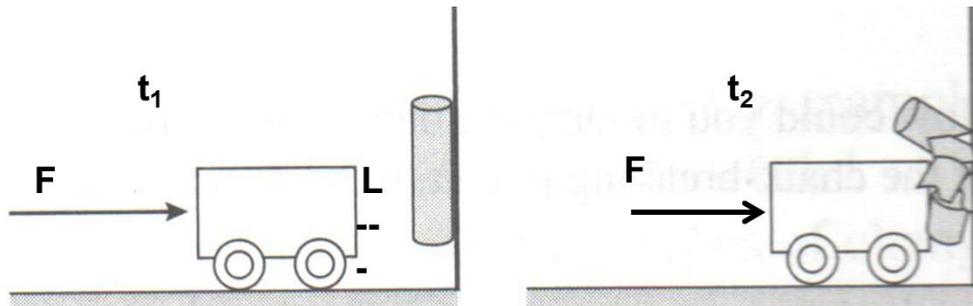
### Comentarios A.11.

El objetivo de esta actividad es introducir un nuevo tipo de energía, la energía potencial elástica. El estudiante debe ver la relación entre el trabajo realizado sobre el sistema y el cambio de energía experimentado por el sistema debido al trabajo externo que se ha realizado sobre este. La actividad se plantea a toda la clase y se abre un debate guiado por el profesor donde los estudiantes van dando ideas que permitan llegar a deducir este nuevo tipo de energía.

Sistema: TIRAGOMAS			
Tiempo	$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$	
$\Delta r$	$\Delta r = L - 0 = L$		
F	$F = ma$		
W	$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ$		
$\Delta E$	Tipo	$\frac{1}{2} kx_1^2$	$\frac{1}{2} kx_2^2$
	valor	0	$\frac{1}{2} kx^2$

En esta actividad se considera el tiragomas como sistema donde se ejerce la fuerza que hace el niño. La fuerza y el trabajo van en la misma dirección del desplazamiento y el trabajo realizado se transforma energía potencial elástica.

**A.12.** Un carrito está inicialmente en reposo sobre una superficie sin rozamiento. En el instante  $t_1$  se le aplica una fuerza  $F$  (como se muestra en la figura) hacia el cilindro de cristal que está apoyado en la pared. En el instante  $t_2$ , el carrito se ha movido una distancia  $L$  hasta chocar con el cilindro y romperlo.



Rellenar y explicar la siguiente tabla

Sistema			
Tiempo		$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$
$\Delta r$			
F			
W			
$\Delta E$	Tipo		
	valor		

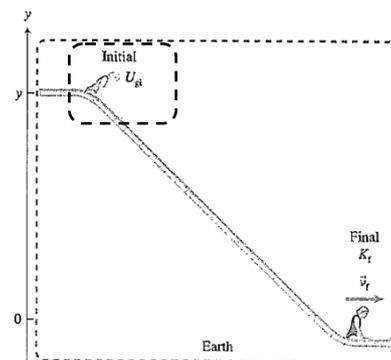
**Comentarios A.12.**

El objetivo principal de esta actividad es introducir un nuevo tipo de energía, la energía interna. El estudiante debe saber que en situaciones como las que se plantean en esta actividad donde se produce una rotura del cilindro de cristal se rompe la estructura interna y se produce un cambio en la energía interna del cilindro que es parte del sistema. Esta rotura es debida al trabajo realizado sobre el sistema cuando se mueve el cilindro y lo golpea.

Sistema: Carrito bloque			
Tiempo		$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$
$\Delta r$		$x_{\text{ini}}=0; x_{\text{fin}}=L$	
F		$F=kte$	
W		$W=F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ$	
$\Delta E$	Tipo	Interna	
	valor	FL	

La actividad se plantea a toda la clase y se abre un debate guiado por el profesor, donde los estudiantes van dando ideas que permitan organizar la información empírica y realizar hipótesis sobre la relación del trabajo con el cambio de este nuevo tipo de energía.

**A.13.** Una niña de 20 kg está quieta en la parte alta de un tobogán de 6 m de longitud (ver sistema en el dibujo). Desciende el tobogán y aunque hay un coeficiente de rozamiento de 0,2, llega al final con una velocidad.



Rellenar y explicar la siguiente tabla cuando el sistema es el recuadro punteado grande (niña-tierra-tobogán) y cuando el sistema es el recuadro punteado pequeño que sólo incluye a la niña.

Sistema			
Tiempo		$t_{\text{inicio}}$	$t_{\text{final}}$
$\Delta r$			
F			
W			
$\Delta E$	Tipo		
	Valor		

### Comentarios A.13.

Esta actividad tiene más de un objetivo. Uno de ellos, es el de introducir otro nuevo tipo de energía, la energía potencial gravitatoria. Por otro lado, en el caso de sistema "grande" vuelve a aparecer el concepto de energía interna debida a la fuerza de rozamiento. Además, se analiza el problema definiendo dos sistemas diferentes. El análisis de una misma situación mediante la definición de dos sistemas diferentes debe llevar a los estudiantes a concluir por un lado, que la velocidad final de la niña cuando llega al final del tobogán es única e independiente del sistema, y por otro, a comprender que las fuerzas externas hacen trabajo sobre el sistema y varían la cantidad de energía del mismo y que las fuerza internas transforman la energía del sistema sin aumentar o disminuir la cantidad. En esta actividad se introduce el Principio Generalizado de Trabajo y Energía:

$$E_i + W_{\text{externo}} = E_f$$

$$E_{Ci} + U_{gi} + U_{ei} + W_{\text{externo}} = E_{Cf} + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{\text{interna}}$$

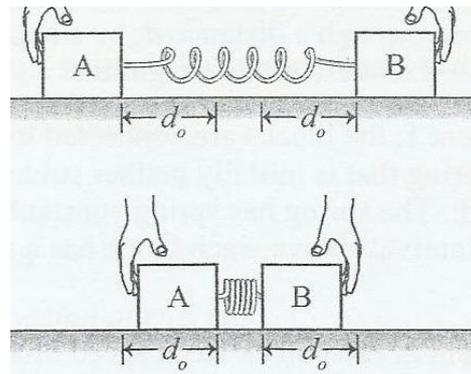
En el caso de escoger el sistema completo no existen fuerzas externas por lo tanto no hay trabajo externo. Esto implica que la energía del sistema no variará sino que se transformará. Inicialmente tiene energía potencial gravitatoria y en la parte final tiene energía cinética porque llega con velocidad. La energía cinética final es menor que la potencial inicial, ya que, la fuerza de rozamiento (fuerza interna) ha transformado parte la energía potencial gravitatoria inicial en energía interna.

En el caso del sistema "niña" todas las fuerzas son externas. El peso hace un trabajo positivo y el rozamiento un trabajo negativo. La energía que le resta al sistema es cinética.

La actividad se presenta a toda la clase, los estudiantes lo resuelven de manera individual, cuando ya han resuelto discuten en pequeños grupos y finalmente se discute entre todos para poder ir detallando todos los aspectos comentados para esta actividad.

En el caso de esta actividad, el profesor debe hacer especial hincapié en la definición del PGTE. Los estudiantes deben comprender que este principio es válido para cualquier sistema que definan. Sería interesante hacer conscientes a los estudiantes, que a pesar de que el principio se ha introducido en un contexto de mecánica, este principio, es igualmente válido para otros contextos de la física general como el electromagnetismo.

**A.14.** Dos bloques iguales A y B están inicialmente en reposo sobre una superficie sin rozamiento y conectados por un muelle de constante  $K$ . En el tiempo  $t_1$  las manos aplican a cada bloque con una fuerza horizontal y constante  $F$ . En el tiempo  $t_2$  cada bloque se ha movido una distancia  $d_0$  desde la posición inicial



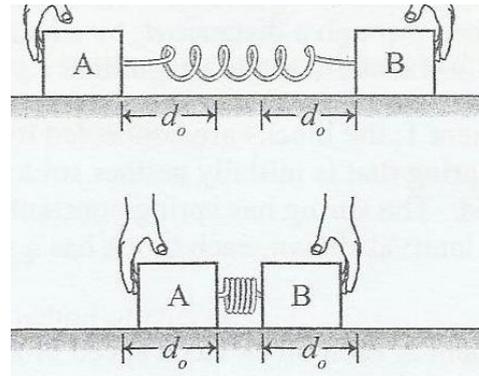
1) ¿Durante el intervalo de tiempo  $t_1$  a  $t_2$  el trabajo neto externo sobre el sistema A-B-muelle es positivo, negativo o cero?

### Comentarios A.14.

El objetivo principal de esta actividad es calcular de forma correcta el trabajo que hacen las manos sobre el sistema formado por dos bloques y el muelle. A pesar de que las fuerzas sean de sentido contrario, los desplazamientos también lo son (cada uno del mismo sentido que la fuerza) con lo cual, el trabajo neto total sobre el sistema es positivo.

La actividad se plantea de manera individual y se comentan los resultados en pequeños grupos de discusión. Finalmente, las conclusiones sacadas en los pequeños grupos se comentan para llegar al resultado correcto.

**A.15.** Dos bloques iguales A y B están inicialmente en reposo sobre una superficie sin rozamiento y conectados por un muelle de constante  $K$ . En el tiempo  $t_1$  las manos aplican a cada bloque con una fuerza horizontal y constante  $F$ . En el tiempo  $t_2$  cada bloque se ha movido una distancia  $d_0$  desde la posición inicial



¿El cambio de energía del sistema A-B-muelle es positivo, negativo o cero?

**Comentarios A.15.**

En esta actividad donde el sistema es bloques-muelle las fuerzas externas son las de las manos, las cuales hacen un trabajo positivo aumentando la cantidad de energía que tendrá el sistema. Además de hablar de la relación entre el trabajo externo y la variación de energía del sistema, en este caso, hay que explicitar que el aumento se da en la energía potencial elástica del sistema. Sería interesante recordar el carácter escalar tanto del trabajo como de la energía, ya que, a los estudiantes les puede resultar complicado aceptar que cuando la suma de fuerzas sobre el sistema es cero, estas fuerzas hagan un trabajo que aumente la energía del sistema. Puede resultar interesante volver a este ejercicio cuando se analice la dinámica de sistemas. Entonces comprenderán que a pesar de que cambie la energía del sistema el centro de masas del mismo seguirá en reposo.

La actividad se presenta a toda la clase, la resuelven de manera individual, cuando ya han resuelto discuten en pequeños grupos y finalmente se discute entre todos para poder ir detallando todos los aspectos relacionados con los objetivos de aprendizaje de esta actividad.

**A.16.** Una pelota inicialmente en reposo desciende hacia abajo desde una altura de 7 m en el instante  $t_1$ . En el instante  $t_2$  llega a la altura de 2,5 m. se considera despreciable el rozamiento con el aire. Analicemos las relaciones trabajo energía para los siguientes sistemas: pelota y pelota-tierra.



**Pelota**

Rellena la tabla

	<b>Diagrama de fuerzas</b>	<b><math>W_{\text{neto,externo}}</math></b>	<b><math>E_i</math></b>	<b><math>E_f</math></b>	<b><math>E_i + W = E_f</math></b>
Sistema I					

**Pelota-tierra**

Rellena la tabla

	<b>Diagrama de fuerzas</b>	<b><math>W_{\text{neto,externo}}</math></b>	<b><math>E_i</math></b>	<b><math>E_f</math></b>	<b><math>E_i + W = E_f</math></b>
Sistema II					

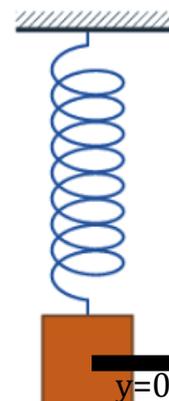
**Comentarios A.16.**

En este problema volvemos a la importancia de la definición del sistema para la correcta aplicación del PGTE. En esta actividad se propone aplicar el PGTE para un escenario con gravedad, pero sin rozamiento. En el sistema I la fuerza de la gravedad es una fuerza externa que genera un trabajo externo y provoca un cambio en la energía (cinética) del sistema pelota. En el sistema II no hay fuerzas externas por lo que no hay trabajo externo. Inicialmente, el sistema, tiene una energía potencial gravitatoria que se convierte en energía cinética. Una vez más, obtenemos el mismo valor de la velocidad de la pelota independientemente del sistema elegido.

	<b>Diagrama de fuerzas</b>	<b>W<sub>neto,exter</sub> no</b>	<b>E<sub>i</sub></b>	<b>E<sub>f</sub></b>	<b>E<sub>i</sub> + W = E<sub>f</sub></b>
Sistema I	$F_{p-t} = P$	$P.s =$ $mg h$	$\frac{1}{2}mv_f^2$	0	$\frac{1}{2} m v_f^2$ $= W$
Sistema II	$F_{p-t} - F_{t-p}$ $p = 0$	0	$\frac{1}{2}mv_f^2$	Mgh	$\frac{1}{2} m v_f^2$ $+ mgh$ $= 0$

En esta actividad se plantea el problema a la clase, se trabaja de manera individual y luego se discute en pequeños grupos de discusión para llegar a una solución final entre todos.

**A.17.** Un bloque de 300 g está unido a un muelle de  $K=5N/m$  en su posición de equilibrio  $y=0$  colgando del techo. Se realiza una fuerza sobre el bloque que le hace descender 6 metros desde la posición de equilibrio y en ese momento  $t_1$  se suelta. En el momento  $t_2$  el bloque ha ascendido hasta situarse a 2 metros de la posición de equilibrio.



Vamos a considerar el trabajo y los cambios en la energía en el intervalo  $t_1$  y  $t_2$ , considerando

**El sistema I: bloque A**

Rellena la tabla

	<b>Diagrama de fuerzas</b>	<b>W<sub>neto,externo</sub></b>	<b>E<sub>i</sub></b>	<b>E<sub>f</sub></b>	<b>E<sub>i</sub> + W = E<sub>f</sub></b>
Sistema I					

## El sistema II: Bloque y muelle

Rellena la tabla

	<b>Diagrama de fuerzas</b>	$W_{\text{neto,externo}}$	$E_i$	$E_f$	$E_i + W = E_f$
Sistema II					

### Comentarios A.17.

En esta actividad se propone aplicar el PGTE para un escenario con bloque y muelle donde además participa el campo gravitatorio, pero sin rozamiento. En el sistema I la fuerza del muelle en el bloque es una fuerza externa que genera un trabajo externo y produce un cambio en la energía en el sistema bloque. Ocurre lo mismo con el peso. Como consecuencia de la suma del trabajo realizado sobre el sistema, varía la energía cinética de esta. En el sistema II la única fuerza externa es el peso. En este caso, la energía potencial elástica inicial del sistema disminuye debido al trabajo realizado por el peso y la que resta, se transforma de potencial elástica a cinética.

Cabe la posibilidad de discutir con los estudiantes si la definición de algún otro sistema sería posible. Una vez planteada esta cuestión es posible volver a resolver el problema para los sistemas bloque-muelle-tierra o bloque-tierra.

El profesor debe tener especial atención en este problema con el cálculo de la energía potencial elástica, ya que, es la primera vez que el punto inicial o final no coincide con el punto de equilibrio del muelle y esto puede generar errores de cálculo.

En esta actividad se plantea el problema a la clase, se trabaja de manera individual y luego se discute en pequeños grupos de discusión para llegar a una solución final entre todos.

	<b>Diagrama de fuerzas</b>	<b>W<sub>neto,externo</sub></b>	<b>E<sub>i</sub></b>	<b>E<sub>f</sub></b>	<b>E<sub>i</sub> + W = E<sub>f</sub></b>
Sistema I	F <sub>t-b</sub> - F <sub>m-b</sub>	$W = \int_6^2 ky \cdot dy + mg \cdot 4 \cdot \cos 180^\circ$	0	$\frac{1}{2}mv_f^2$	W=ΔK
Sistema II	F <sub>t-b</sub>	W=mg·4·cos180°	0	$\frac{1}{2}mv_f^2$ + $\frac{1}{2}kx_f^2$ - $\frac{1}{2}kx_i^2$	W=ΔK + ΔU <sub>e</sub>

### 3.2. Resultados sobre el aprendizaje logrado en el desarrollo iterativo de la Secuencias de Enseñanza Aprendizaje.

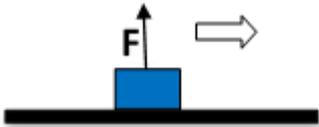
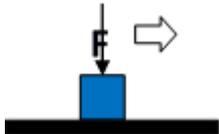
Para poner a prueba que la implementación de la Secuencia de Enseñanza-Aprendizaje diseñada produce un mayor aprendizaje en los estudiantes del grupo experimental del primer curso de la Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa y de la Escuela de Ingeniería dual IMH se llevan a cabo los cuatro diseños que se han descrito en el apartado 2.6. del capítulo 2.

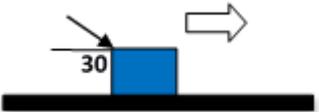
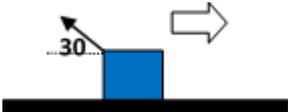
Con el objetivo de poder contrastar la mejora del aprendizaje logrado tras la aplicación de la SEA a los estudiantes, se identifican los indicadores de aprendizaje, ya establecidos en la tabla 3.1. de este capítulo, para cada una de las cuestiones del postest y las del pretest (ver tabla 3.15). Las cuestiones correspondientes al postest se han descrito en el apartado 2.5 del capítulo 2. En la tabla que se indica a continuación se recuerdan brevemente las cuestiones y su relación con los indicadores de forma esquemática. Como se puede observar no hay cuestión sexta para el pre-test ya que, en un estudio previo con una muestra de un grupo de estudiantes (45), se observó, que los estudiantes no entendían el concepto de sistema y no sabían interpretar adecuadamente la cuestión. Por ello, todas las respuestas que se obtuvieron no contestaban a la pregunta o eran incoherentes.

Por ello, hemos decidido no contabilizar estos resultados en el pre-test.

Tabla 3.14.: Cuestiones del pretest y postest

<p><b>Q.1.A.1</b> Una masa de 10 Kg se empuja con una fuerza de 20 N durante 10 m del punto A al punto B sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Calcular el trabajo realizado por la fuerza</p>  <p><b>Objetivo:</b> Definición de trabajo <math>W = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ</math></p>	<p><b>Q.1.B.1</b> Una pastilla de hockey de 50 gramos es arrastrada 3 metros por el stick del jugador con una fuerza de 2 Newton (ver figura). Suponemos que no hay fricción al deslizarse la pastilla por la superficie de hielo. a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? <b>Justifica tu respuesta.</b></p>  <p><b>Objetivo:</b> Definición de trabajo <math>W = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ</math></p>
<p><b>Q.1.A.2</b> Sobre un objeto de 2 kg actúa una fuerza resultante durante 5 segundos, como consecuencia su velocidad pasa de 3 m/s a 7 m/s. ¿El trabajo realizado aumenta o disminuye la energía del objeto? Calcula la variación de energía y explica la respuesta.</p> <p><b>Objetivo:</b> Definir el sistema y entender el trabajo como una transferencia de energía, que implica una variación de la energía del sistema</p>	<p><b>Q.1.B.2.</b> Una pastilla de hockey de 50 gramos es arrastrada 3 metros por el stick del jugador con una fuerza de 2 Newton (ver figura). Suponemos que no hay fricción al deslizarse la pastilla por la superficie de hielo. b) ¿Varía la energía de la pastilla de hockey al recorrer los 3 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta.</b></p> <p><b>Objetivo:</b> Definir el sistema y entender el trabajo como una transferencia de energía, que implica una variación de la energía del sistema.</p>

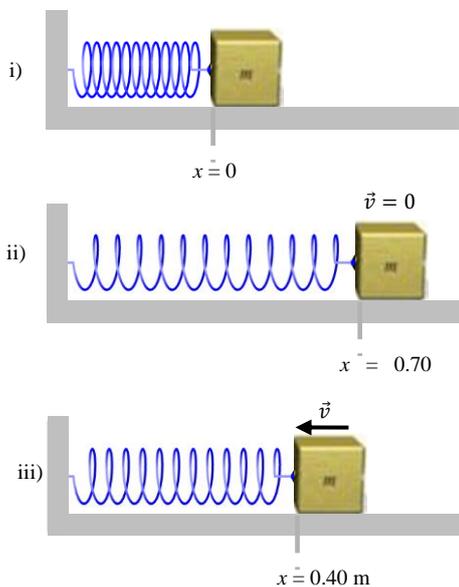
<p><b>Q.2.A.</b> Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y no hay fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura.</p> <p>a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? <b>Justifica tu respuesta.</b> b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p>Se mueve hacia la derecha.</p>  <p><b>Objetivo:</b> Definición de trabajo <math>W = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ</math> Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>	<p><b>Q.2.B.</b> Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y no hay fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura.</p> <p>a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza? <b>Justifica tu respuesta.</b> b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p>Se mueve hacia la derecha.</p>  <p><b>Objetivo:</b> Definición de trabajo <math>W = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ</math> Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>
<p><b>Q.3.A.</b> Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y sin fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:</p> <p>a) Calcula el trabajo hecho por la fuerza <math>F</math> sobre la caja al recorrer los 2 metros. <b>Justifica tu respuesta;</b> b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p>Se mueve hacia la derecha.</p>	<p><b>Q.3.B.</b> Una caja se desplaza 2 metros actuando sobre ella una sola fuerza <math>F</math> de 3 N y sin fricción con la superficie. Las direcciones del movimiento y de la fuerza se indican en la figura:</p> <p>a) Calcula el trabajo hecho por la fuerza <math>F</math> sobre la caja al recorrer los 2 metros. <b>Justifica tu respuesta;</b> b) ¿Varía la energía de la caja al recorrer los 2 metros? Si es que sí, calcula la variación de energía y <b>justifica tu respuesta.</b> Si no varía, <b>justifica tu respuesta</b></p> <p>Se mueve hacia la derecha</p>

 <p><b>Objetivo:</b> Definición de trabajo <math>W=F \cdot d \cdot \cos 30^\circ</math> Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>	 <p><b>Objetivo:</b> Definición de trabajo <math>W=F \cdot d \cdot \cos(-30^\circ)</math> Definir el sistema y establecer las relaciones trabajo y variación de energía</p>
<p><b>Q.4.A.</b> Un estudiante ha llegado a la siguiente conclusión: "Si sobre un sistema se realiza un trabajo, la energía cinética del sistema aumenta". ¿Estás de acuerdo con el estudiante? Justifica tu respuesta.</p> <p><b>Objetivo:</b> Límites de validez del Teorema de la energía cinética</p>	<p><b>Q.4.B.</b> El Teorema de la Energía Cinética se suele expresar mediante la ecuación <math>\Delta K=W_{\text{externo}}</math>. ¿Es válida esta ecuación para cualquier tipo de transformaciones que se analicen? Justifica tu respuesta con un ejemplo.</p> <p><b>Objetivo:</b> Límites de validez del Teorema de la energía cinética</p>
<p><b>Q.5.A.</b> Un coche se mueve a velocidad constante. ¿Se realiza trabajo sobre el coche? ¿Existe variación de energía del sistema?</p> <p><b>Objetivo:</b> Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía. <math>E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}}=E_{\text{final}}</math> <math>E_{\text{ci}}=E_{\text{cf}} + \Delta U</math></p>	<p><b>Q.5.B.</b> Una niña de 20 kg se desliza por un tobogán de 3.0 m de altura. Ella comienza desde el reposo, y su velocidad en la parte inferior es de 2.0 m/s. Describe y calcula los cambios de energía que ocurren durante el deslizamiento.</p> <p><b>Objetivo:</b> Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía. <math>E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}}=E_{\text{final}}</math></p>
<p><b>Q.6.A</b> Una masa de 100 gramos está conectada a un muelle de constante elástica 5 N/m (ver figura i). Se</p>	<p><b>Q.6.B</b> Una masa de 100 gramos está conectada a un muelle de constante elástica 5 N/m (ver figura i). Se</p>

desplaza 0,70 metros de la posición de equilibrio hacia la derecha (ver figura ii). Se suelta la masa desde esa posición de desplazamiento de 0,70 m cuando está en reposo. Al deslizar la masa sobre el suelo no hay rozamiento.

Calcula la energía del sistema cuando la masa llega a 0,40 metros de la posición de equilibrio (ver figura iii), si:

- a) el sistema está formado por la masa de 100 g.
- b) el sistema está formado por la masa y el muelle.



**Objetivo:**

Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía.

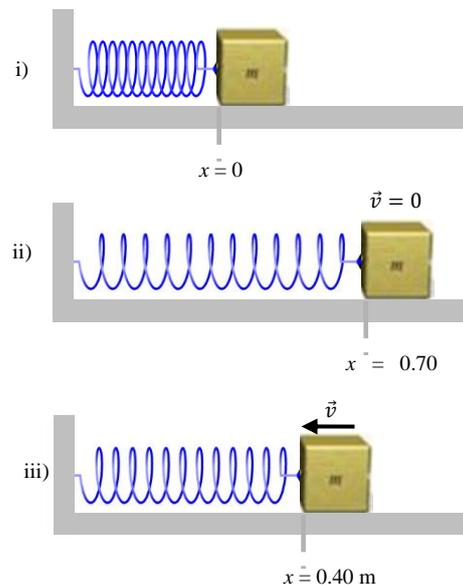
$$E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}}$$

Indagar si lo estudiantes entienden que dependiendo del sistema elegido cada miembro de la ecuación del principio tiene un significado, pero que el resultado de aplicación del principio debe ser el mismo.

desplaza 0,70 metros de la posición de equilibrio hacia la derecha (ver figura ii). Se suelta la masa desde esa posición de desplazamiento de 0,70 m cuando está en reposo. Al deslizar la masa sobre el suelo no hay rozamiento.

Calcula la energía del sistema cuando la masa llega a 0,40 metros de la posición de equilibrio (ver figura iii), si:

- a) el sistema está formado por la masa de 100 g.
- b) el sistema está formado por la masa



y el muelle.

**Objetivo:**

Aplicación del Principio Generalizado de Trabajo y Energía.

$$E_{\text{inicial}} + W_{\text{externo}} = E_{\text{final}}$$

Indagar si lo estudiantes entienden que dependiendo del sistema elegido cada miembro de la ecuación del principio tiene un significado, pero que el resultado de aplicación del principio debe ser el mismo.

*Tabla 3.15.: Tabla indicadores contenidos en las cuestiones pre y postest*

<b>Indicadores de aprendizaje</b>	<b>Cuestiones pretest</b>	<b>Cuestionario postest</b>
<b>i.1.</b>	1.A.1.	1.B.1.
<b>i.2.</b>	1.A.2.	1.B.2.
<b>i.1. y i.2.</b>	2.A.	2.B.
<b>i.1. y i.2.</b>	3.A.	3.B.
<b>i.3.</b>	4.A.	4.B.
<b>i.2. y i.4.</b>	5.A.	5.B.
<b>i.2. y i.4.</b>	6.A.	6.B.

### *3.2.1. Resultados de las cuestiones del pre y post test en los diferentes grupos y años de implementación*

Como ya se ha indicado la SEA se implementó en su primera versión en el curso 2015/16 en tres grupos experimentales de 50, 45 y 65 estudiantes respectivamente (N=160) y en su segunda versión en el curso 2016/17 en tres grupos con un total de 175 estudiantes. Debido a que los resultados entre los grupos experimentales no presentan diferencias estadísticamente significativas (estadístico chi cuadrado) se han agrupado en las tablas que se presentan a continuación. El grupo de control está formado por dos grupos del mismo curso con un total de 115 estudiantes durante los dos años de implementación.

No hay diferencias estadísticas significativas en los resultados del pre-test entre estudiantes experimentales y de control. Este resultado es convergente con los resultados obtenidos por los estudiantes en el cuestionario Force Concept Inventory, que realizaron todos los estudiantes al comenzar el cuatrimestre. Los resultados indican que los estudiantes conocen los conocimientos básicos de mecánica, pero tiene dificultades en su aplicación. No hay diferencias significativas entre los grupos de estudiantes. Por tanto, los resultados del pretest se han agrupado en un solo grupo de 275 estudiantes. Los objetivos y criterios de evaluación de cada cuestión del postest han sido descritos en el apartado 2.5. Como las cuestiones del pretest son equivalentes en los objetivos que persiguen y en los criterios de análisis, no se describirán de nuevo. Se indican a continuación los resultados obtenidos para cada cuesti

Tabla 3.16: Resultados de las cuestiones Q.1.1 y Q.1.2

Categoría	SEA 1 (2015/16) Porcentaje de respuestas			SEA 2 (2016/2017) Porcentaje de respuestas		
	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=160	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp N=175
A. Calcula el trabajo correctamente y lo relaciona adecuadamente con la variación de la energía	2,5	35,5	63,5	10,0	20,0	72,0
B.1. No relaciona adecuadamente el trabajo y la variación de energía, aunque calcula correctamente el trabajo	29,0	5,0	12,5	13,0	20,5	8,0
B.2. Tiene dificultades al calcular el trabajo, aunque indica que la energía varía	31,5	21,0	3,0	33,5	26,0	8,0
C. Elementos aislados del marco teórico sin comprensión	10,0	0,0	10,5	12,5	0,0	4,0
D- Incoherente	13,5	19,5	5,0	17,0	19,5	3,0
No contesta	13,5	19,0	6,5	14,0	14,0	5,0

En la tabla 3.16. se puede observar que los estudiantes del grupo experimental en la SEA1 han mejorado sustancialmente después de aplicar la Secuencia de Enseñanza Aprendizaje (SEA) en el cálculo del trabajo y en relacionar el trabajo realizado por las fuerzas externas del sistema con la variación de energía de este. El porcentaje de estudiantes que lo hacen correctamente para el grupo control es inferior que, para el grupo experimental, esto es indicativo de que la enseñanza tradicional permite asimilar bien los conceptos a un porcentaje reducido de estudiantes (alrededor de un tercio), pero el aprendizaje de concepto de los estudiantes a través de la SEA es superior (más del 60%). Durante la aplicación de la SEA2 para el grupo experimental el margen de mejora para el cálculo del trabajo y el relacionar el trabajo con variación de energía es un 10% mayor que para la SEA1, por lo que las mejoras introducidas en la SEA para este curso han tenido su efecto. Ejemplos de respuestas de la categoría A son:

*"El trabajo realizado por el jugador es  $W=F \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta S \cdot \cos 0^\circ = 2N \cdot 3m \cdot 1 = 6J$ ;  $W_0 = \Delta E_1$  y  $W_{past.} = \Delta E_2$ ;  $W_{past.} = W_0 + 6J = \Delta E_2$  y tiene la misma  $E_0$  del inicio por lo tanto el trabajo realizado hacia la pastilla aumenta su energía" (Experimental curso 2015-2016)*

*"Una masa de 2 kg al pasar de una velocidad de 3m/s a 7m/s, el trabajo realizado sobre el objeto produce un aumento de la energía, porque el cuerpo se mueve más rápido" (Experimental curso 2016-2017)*

*"El trabajo realizado es  $W=F \cdot r \cdot \cos \alpha = 6$  Julios. Teniendo en cuenta el Principio de la Energía  $W = \Delta K$ , si no hay energía potencial, la energía aumenta en 6 Julios" (Control, curso 2016-2017)*

Tanto para la aplicación de la SEA1 como de la SEA2 se puede apreciar una disminución en la dificultad que los estudiantes presentan a la hora de relacionar el trabajo realizado por las fuerzas externas al sistema y la variación de energía (categoría B.1), tras la aplicación de la SEA en clase se produce una disminución de la dificultad (12,5% a 8,0%), sin embargo, para el grupo control no se aprecia disminución de la dificultad, incluso en mayor el porcentaje en la SEA2 que en la SEA1. Ejemplos de esta categoría son:

*"El trabajo aumenta. El stick aplicará una fuerza de 2 N a una pastilla que se está moviendo. Dicha fuerza aplicada por el palo tiene la misma dirección que la del movimiento de la pastilla, con lo que el trabajo en este sistema será positivo" (Control, curso 2015-2016)*

*" $W=F \cdot d \cdot \cos \theta$ ;  $W=2 \cdot 3 \cdot \cos 0^\circ$ ;  $W= 6$  Julios; El trabajo es la fuerza que se ejerce en una distancia o que lo desplaza una distancia, por el coseno del ángulo que forma el movimiento y la fuerza ejercida al cuerpo" (Experimental, curso 2016-2017)*

Los resultados muestran que los estudiantes presentan también dificultades para calcular el trabajo de las fuerzas externas al sistema, bien porque no aplican el producto escalar debido a que tanto la correctamente el producto escalar de dos vectores o bien, porque no consideran fuerza como el desplazamiento se consideran como escalares (categoría B.2). En los dos cursos académicos se ve que la aplicación de la SEA en el grupo experimental tiene un efecto positivo en cuanto a la disminución de esta dificultad (3,0% y 8,0%), sin embargo, en el grupo de control los estudiantes en un porcentaje elevado (21,0% y 26,0%) continúan con esta dificultad. Ejemplos de respuesta de esta categoría son:

*"El trabajo realizado es  $W=F \cdot x=2 \cdot 3=6$  Julios" (Control, curso 2015-2016)*

*"El trabajo realizado por el jugador es  $W=F \cdot x \cdot \cos 180^\circ=-6$  Julios. La energía aumenta con un valor absoluto de 6 Julios" (Experimental, curso 2016-2017)*

*"El trabajo realizado por el jugador es  $W= F \cdot \Delta r=F (r_2-r_1) = 2 \cdot 3= 6$  Julios. Como consecuencia de ello la energía aumenta" (Experimental, curso 2015-2016)*

*"El trabajo realizado por el jugador es  $W=F \cdot \Delta r = 2 (3-0) = 6$  J. El jugador ha desplazado la pastilla del lugar inicial dándole una velocidad, por lo tanto, ha aumentado su energía" (Experimental, curso 2015-2016)*

Para terminar, se aprecia que los estudiantes de los grupos experimentales saben enfocar mejor sus explicaciones en relación con lo que solicita la cuestión. Así el número de respuestas incoherentes

(5,0% y 3,0%) es mucho menor que en el grupo de control (19,5%). Así mismo, una minoría de estudiantes experimentales (entre el 10% y 4%) que no contesta a la cuestión tiende conceptos físicos generales, pero con coherencia lógica. Esto supone un avance desde el punto de vista del razonamiento de los estudiantes en relación con el grupo de control. Un ejemplo de respuesta que utiliza elementos generales de la teoría, pero no contesta a la cuestión:

*"El trabajo realizado disminuye la energía del sistema" (Experimental, curso 2015-2016)*

Un ejemplo de respuesta incoherente es:

*"La energía se calcula como fuerza/distancia. Esto es cuando se le aplica más fuerza la energía aumenta proporcionalmente" (Control, curso 2015-2016)*

Tablan 3.17: Resultados cuestión Q.2.

Categoría	SEA 1 (2015/16) Porcentaje de respuestas			SEA 2 (2016/2017) Porcentaje de respuestas		
	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=160	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp N=175
A. Calcula el trabajo correctamente y lo relaciona adecuadamente con la variación de la energía	17,5	20,5	57,0	20,0	36,0	52,5
B.1. No relaciona adecuadamente el trabajo y la variación de energía, aunque calcula correctamente el trabajo	8,0	21,0	3,5	5,5	29,0	25,0
B.2. Tiene dificultades al calcular el trabajo, aunque indica que la energía varía	39,5	17,5	19,0	37,5	6,0	7,0
C. Elementos aislados del marco teórico sin comprensión	11,5	9,0	9,5	8,5	4,5	0,0
D- Incoherente	9,5	13,0	6,0	17,0	13,0	2,0
No contesta	14,0	19,0	5,0	11,5	11,5	13,5

En esta cuestión se puede observar que las tendencias son parecidas a la de la cuestión anterior. Más de la mitad contestan correctamente en ambos cursos académicos (categoría A) y en el grupo de control el porcentaje es menor, aunque significativo (20,5% y 36,0%). Respuestas estándar de esta categoría son:

*"El trabajo realizado será  $W=3 \cdot 2 \cdot \cos 90^\circ = 0$  Julios. El trabajo se transforma en la energía cinética de manera que  $W=\Delta K=0$ " (Control, curso 2015-2016)*

*"El trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre el bloque es  $W=F \cdot L \cdot \cos 90^\circ = 0$  Julios. La fuerza no influye en la energía del bloque" (Experimental, curso 2015-2016)*

El porcentaje de estudiantes que calculan bien el trabajo, pero presentan dificultades a la hora de relacionar éste con la variación de energía (categoría B.1), es menor en el grupo experimental (3,5% y 25,0%) que en el grupo de control (21,0% y 29,0%). Sin embargo, en el grupo experimental persiste una minoría de estudiantes con esta dificultad. Ejemplos de respuesta:

*"No hace nada ya que no ejerce ninguna fuerza en X ya que no tiene fuerza de rozamiento" (Control, curso 2016-2017)*

*"El trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre el bloque es  $W=3 \cdot 2 \cdot \cos 90^\circ = 0$  Julios" (Experimental, estudiante 155)*

En el caso de los estudiantes que presentan dificultades para calcular el trabajo porque no aplican el producto escalar o porque no consideran a la fuerza y desplazamiento como magnitud vectorial (categoría B.2), para el grupo experimental se observa una disminución en el porcentaje de estudiantes que presentan esta dificultad (19,0% y 7,0%). Para el grupo control el porcentaje de estudiantes que presentan esta dificultad es similar al de los experimentales, lo que significa que, para esta cuestión, la enseñanza habitual consigue buenos resultados en superar la dificultad de aplicar el producto escalar de dos vectores en la definición de trabajo.

*"El trabajo realizado es  $W=F \cdot \Delta r=3 \cdot 2=6$  N" (Control, curso 2016-2017)*

*"El trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre la caja es  $W = F \cdot \Delta s = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 2 \cdot \cos 0^\circ = W = 6 \text{ Julios}$ " (Experimental, estudiante 56)*

Los estudiantes que presentan argumentaciones derivadas de conceptos correctos que tienen sobre Física, pero que no tienen relación con lo que se le pregunta (categoría C) en ambos cursos académicos disminuye considerablemente después de aplicar la secuencia de enseñanza aprendizaje, en la SEA2 disminuye radicalmente, por lo tanto, en esta cuestión también se puede observar el efecto de las mejoras introducidas en la SEA durante este curso. En el grupo de control el porcentaje de estudiantes que presentan esta dificultad es pequeña. Sin embargo, el número de respuestas incoherentes y "no contesta" en el grupo de control (categorías D y "no contesta" entre el 32% y el 44, 5%) es muy superior que en el grupo experimental (entre el 11% y el 15%). Esto indica que la comprensión de los estudiantes experimentales hace que sus respuestas estén más enfocadas a razonamientos científicos y por tanto, con una mejor calidad del aprendizaje.

Tabla 3.18: Resultados cuestión Q.3.

Categoría	SEA 1 (2015/16) Porcentaje de respuestas			SEA 2 (2016/2017) Porcentaje de respuestas		
	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=160	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp N=175
A. Calcula el trabajo correctamente y lo relaciona adecuadamente con la variación de la energía	5,5	15,5	42,5	31,5	21,0	45,5
B.1. No relaciona adecuadamente el trabajo y la variación de energía, aunque calcula correctamente el trabajo	29,5	25,5	31,5	10,0	13,0	20,0
B.2. Tiene dificultades al calcular el trabajo, aunque indica que la energía varía	25,0	23,0	16,0	35,5	34,0	20,0
C. Elementos aislados del marco teórico sin comprensión	0,0	2,0	0,0	0,0	7,5	1,5
D- Incoherente	4,0	10,0	5,0	4,5	9,0	7,5
No contesta	36,0	24,0	5,0	18,5	15,5	5,5

En esta cuestión se ve que la tendencia de la categoría A donde los estudiantes calculan bien el trabajo y relacionan con la variación de energía de manera correcta es la misma que la de las cuestiones anteriores para ambos cursos académicos. El porcentaje de respuestas correctas es significativamente mayor en el grupo experimental (más del 40%) frente al grupo de control (entre el 15% y 20%). Ejemplos de esta categoría:

*"El trabajo realizado es el trabajo realizado por la fuerza, hace que la caja aumente la energía cinética. El trabajo realizado es  $W = F \cdot \Delta X \cdot \cos 150^\circ$ " (Control, curso 2016-2017)*

*"El trabajo realizado es  $W = F_x \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = 3 \cdot \cos 30^\circ (2-0) \cdot \cos 180^\circ = -5,19$  Julios. El trabajo realizado sobre la caja produce un cambio en la energía del cuerpo por su movimiento, es decir, se realiza un desplazamiento en un espacio. En este caso tenemos el caso particular de que  $W = \Delta K$ , por lo tanto,  $W = 1/2 \cdot m \cdot V_b^2 - 1/2 \cdot m \cdot V_o^2$ ,  $W = 1/2 \cdot m \cdot V_b^2$ , la energía cinética cambia con la velocidad, en este caso como la fuerza realizada es de sentido contrario al movimiento  $\cos 180^\circ = -1$ , el trabajo será negativo" (Experimental, curso 2016-2017)*

En relación con el cálculo correcto del trabajo (categoría B.2) los estudiantes del grupo experimental (16,0% y 26,0%) obtienen mejores resultados que los de control (23,0% y 34,0%). Sin embargo, no parece que hay una mejora entre las dos versiones de la SEA en el grupo experimental. Esto puede ser debido a que en la cuestión Q3.B., a los estudiantes les confunde que el sentido de la fuerza sea contrario al del movimiento, les cuesta darse cuenta de que la fuerza actúa sobre un cuerpo en movimiento y que no se mueve por la fuerza que se le aplica. Sin embargo, los estudiantes experimentales sí consideran el producto escalar de dos vectores, aunque el ángulo es elegido incorrectamente. Esta diferencia en la calidad de la respuesta se puede observar en los siguientes ejemplos estándar de los estudiantes de control y experimentales:

*"El trabajo realizado es  $W = F \cdot s = 6$  J. Hay un aumento de energía" (Control, curso 2016-2017)*

*"El trabajo realizado es  $W=F_x \cdot r \cdot \cos \alpha = 3 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 4,5$  Julios. El trabajo realizado es igual que la energía de la caja." (Experimental, curso 2016-2017)*

En la categoría B.1, los resultados del grupo experimental calculan correctamente el trabajo, pero fallan en razonar si la variación de energía es positiva o negativa (31,5% y 20,0%), se nota una mejoría entre la aplicación de la SEA 1 y la SEA 2. Los resultados indican que los estudiantes de control tienen esta dificultad en menor medida que los estudiantes experimentales (25,5% y 13,0%). Esto puede ser debido a que más de un cuarto de los estudiantes del grupo de control (34,0% y 24,5%) indican respuestas incoherentes o "no contesta", frente al 10% de los estudiantes experimentales. Respuestas estándar de la categoría B.1 son:

*"Usando la fórmula  $W=F \cdot r$  y teniendo en cuenta que se aplica una fuerza con un ángulo de  $30^\circ$  el valor del trabajo es de 5,19 Julios" (Control, curso 2016-2017)*

*"El trabajo realizado es  $W=3 \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 5,19$  Julios, es la fuerza que nos cuesta mover el objeto en dicha dirección" (Experimental, curso 2016-2017)*

Los resultados para el grupo experimental muestran que existe una influencia del aprendizaje a través de la SEA ya que, en general, sus explicaciones ofrecen razonamientos propios de la metodología científica aplicados al concepto incluido en la cuestión. Consecuencia de ello es el hecho de que el porcentaje de respuestas sin contestar en ambos cursos académicos ha disminuido después de la SEA y el porcentaje del postest en el grupo de control es superior.

Tabla 3.19: Resultados cuestión Q.4.

Categoría	SEA 1 (2015/16) Porcentaje de respuestas			SEA 2 (2016/2017) Porcentaje de respuestas		
	Pre- test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=160	Pre- test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=175
	A. Reconoce el campo de validez del Teorema	31,0	29,5	57,5	28,5	39,5
B- Argumentos incorrectos en contra de la generalidad del teorema	7,0	5,5	15,0	5,0	13,0	5,0
C.1. De acuerdo con la afirmación.	40,0	17,5	5,	38,0	4,0	4,0
C.2. Argumentos incorrectos	4,0	7,0	0,0	7,0	20,0	2,0
D- Incoherente.	4,0	17,5	14,0	10,0	15,0	11,0
NC- No contesta	14,0	23,0	9,0	11,5	8,5	4,0

En esta cuestión se mide el campo de validez del teorema de la energía cinética. La mayoría de los estudiantes experimentales (57,5% y 74,0%) responder correctamente (categoría A). En la SEA2 el incremento es bastante superior a la SEA1, se ve la influencia de las mejoras introducidas en la SEA que están relacionadas con el aprendizaje del teorema. Ejemplos estándar son:

*"Sería válida siempre y cuando en el sistema que tomemos haya sólo una partícula. Al tener una sola partícula no habrá variación de Energía Potencial, ya que no habría referencia alguna". (control, curso 2015-2016)*

*"No porque la energía mecánica es, energía potencial más la energía cinética:  $E_m = E_C + E_p$ . Aquí no tiene en cuenta la energía potencial". (Experimental, curso 2015-2016)*

*"La ecuación no es siempre válida, por ejemplo, no se puede usar cuando actúan fuerzas no conservativas. En ese caso la energía no es siempre la misma, no se conserva. Por ello, esa fórmula solo se puede usar con fuerzas conservativas" (Control, curso 2016-2017)*

*"No porque si tiene fuerza de rozamiento, por ejemplo la ecuación sería  $W_{ext} = \Delta K + \Delta EP + \Delta ET$ , porque siempre que hay fuerza de rozamiento hay calentamiento. La ecuación general del principio de la energía mecánica es  $W_{ext} = \Delta E_m$ ". (Experimental, curso 2016-2017)*

*"Sería válida siempre y cuando en el sistema que tomemos haya sólo una partícula. Al tener una sola partícula no habrá variación de Energía Potencial, ya que no habría referencia alguna". (Experimental, curso 2015-2016)*

El porcentaje de respuestas correctas en el grupo experimental es muy superior al del grupo de control. Aunque la enseñanza habitual muestra un porcentaje de entre el 29,5% y 39,5%, los resultados del grupo experimental son muy superiores. Además, la sucedida aplicación de la SAE hace que aumente el tipo de respuestas que aplican correctamente la relación trabajo y energía para cualquier sistema (categoría A.1.). Así mismo, una minoría de estudiantes del grupo experimental (15,0% y 5,0%) y del grupo de control (5,5% y 13,0%) no consideran que el Teorema sea válido en cualquier

situación, pero sus argumentos son científicamente incorrectos (categoría B). Por ejemplo:

*"Si esa ecuación siempre es válida, no puede la energía cinética final transformarse en energía potencial, y al final eso será el trabajo total que tengamos" (Control, curso 2016-2017)*

*"No porque si en una grúa un peso que está a 20 metros lo subes a 50 metros el trabajo no es  $\Delta E_c$ " (Experimental, curso 2016-2017)*

Además, una minoría de estudiantes del grupo experimental (5% y 6%) están de acuerdo con que el teorema tiene una validez para cualquier situación o realizan un razonamiento incorrecto (categorías C.1 y C.2), mientras que el porcentaje de los estudiantes del grupo de control es muy superior (24,5% y 24,0%). Ejemplos de la categoría C.1:

*"Sí, el teorema es válido ya que la variación de energía cinética es igual al trabajo externo" (Experimental, curso 2015-2016)*

Para terminar, igual que en otras cuestiones, el porcentaje de respuestas incoherentes y "no contesta" es mayor en el grupo de control que en el grupo experimental. Además, el porcentaje de estudiantes que no contestan a la cuestión disminuye en el grupo experimental después de implementar la SEA en los dos años y en el grupo de control el porcentaje del postest es superior al experimental en las dos SEAs.

*"No, no es válido para todas las situaciones, en los que cuando la  $E_c$  inicial y final son iguales si le hacemos caso a la ecuación en la que el trabajo es cero y no es cero" (Control, curso 2016-2017)*

*"El principio de conservación de la energía se cumple en todas las situaciones" (Experimental, curso 2016-2017)*

Tabla 3.20: Resultados cuestión Q.5.

Categoría	SEA 1 (2015/16) Porcentaje de respuestas			SEA 2 (2016/2017) Porcentaje de respuestas		
	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=160	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=175
A: Utiliza el PGTE y argumenta correctamente que $E_i + W_{\text{externo}} = E_f + \Delta U$ .	0,0	0,0	16,5	0,0	1,5	52,5
B. Aplicaciones incorrectas del PGTE	7,0	51,0	52,5	0,0	43,5	37,5
B.1. No considera la variación de energía interna	4,0	21,0	32,5	0,0	22,5	29,0
B.2. Hay fuerza de rozamiento externa	3,0	30,0	20,0	0,0	21,0	8,5
C. Descripciones que contienen elementos aislados del cuerpo teórico aplicados de forma incorrecta.	63,0	21,0	8,0	69,5	15,0	2,0
D- Incoherente.	19,0	10,0	11,5	20,0	20,0	6,5
NC- No contesta	11,0	18,0	11,5	10,5	20,0	1,5

En esta cuestión se analiza la aplicación de Principio Generalizado de Trabajo y Energía (PGTE) a un sistema. La correcta resolución de la cuestión implica tener en cuenta la energía disipada por rozamiento y por tanto la variación de la energía interna del sistema. Estas dificultades se muestran tanto en los resultados del pre-test (ningún estudiante aplica el PGTE de forma correcta), como en los resultados después de aplicar la SEA 1 con un porcentaje del 16,5% (categoría A). Sin embargo, son resultados mejores que la nula eficacia de la enseñanza habitual en relación con esta cuestión (0,0%). En la sucesiva aplicación de la secuencia, SEA 2, las modificaciones realizadas mejoran notablemente el aprendizaje logrado en el grupo experimental (más de la mitad de los estudiantes) frente a la casi nula incidencia de la enseñanza tradicional (1,5%). Una respuesta correcta requiere definir el sistema donde se aplica el PGTE, por ejemplo, sistema chica-tobogán-tierra. Esto lleva a explicar que con el sistema elegido no hay trabajo externo, pero que existe variación de energía interna  $\Delta U$  (rozamiento) y la aplicación del Principio:  $E_{pi} + 0 = E_{cf} + \Delta U$ . Ejemplo de respuestas correctas:

*" $E_{gi}=E_{zi}$ ;  $m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot V^2 + \Delta U_{interna}$ ;  $20 \cdot 9,8 \cdot 3 = 1/2 \cdot 20 \cdot 2^2 + \Delta U_{interna}$ ;  $588 = 40 + \Delta U_{interna}$ ;  $\Delta U_{interna} = 548$  J. La energía que se pierde durante el deslizamiento puede ocurrir por las fuerzas de rozamiento" (Experimental, curso 2015-2016)*

*"La niña de 20 kg está situada en lo alto con una energía mecánica que la potencial total al principio, ya que es la altura el factor que le da energía. Cuando desciende la energía potencial se convierte en energía cinética progresivamente y es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento la que hará parar a la niña" (Control, curso 2015-2016)*

*" $K_i + U_{gi} + U_{ei} + W_{ext} = K_f + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{interna}$ :  $U_{gi} = m \cdot g \cdot h = 20 \cdot 9,8 \cdot 3 = 588$  J;  $K_f = 1/2 \cdot m \cdot V^2 = 1/2 \cdot 20 \cdot 2^2 = 40$  J;  $U_{gi} = K_f + \Delta U_{interna}$ ;  $\Delta U_{interna} = 548$  Julios" (Experimental, curso 2016-2017)*

Existe un porcentaje de estudiantes que no aplican de forma correcta el PGTE, algunos no consideran la variación de energía interna en el sistema (categoría B.1.) y otros consideran a la fuerza de rozamiento como una fuerza externa al sistema "niña-tierra" o "niña" (categoría B.2.). Los estudiantes que han

pasado la SEA1 presentan porcentajes más elevados (32,5%) que los estudiantes del grupo control (21,0%) para la categoría B.1., sin embargo, en la categoría B.2. sucede al revés, grupo experimental (20,0%) y grupo control (30%). Una vez implementada la SEA2 las tendencias son parecidas a las del curso anterior, pero con porcentajes más bajos; en el caso de la categoría B.1. para los estudiantes que han llevado a cabo la SEA2 (29%) y para el grupo control (22,5%), sin embargo, en el caso de la categoría B.2. para el grupo experimental (8,5%) y para el grupo control (21%). Ejemplos de respuestas de estas categorías:

*"Sistema niña-tierra.  $K_i + U_{gi} + U_{ei} + W_{ext} = K_f + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{interna}$ ;  $U_{gi} = K_f$ ; En este caso, durante el deslizamiento no hay rozamiento. Al principio tenemos energía potencial gravitatoria y después se convierte en energía cinética final.  $U_{gi} = K_f$ ;  $m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot V^2$ ;  $20 \cdot 9,8 \cdot 3 = 1/2 \cdot 20 \cdot V_f^2$ ;  $V_f = 7,67 \text{ m/s}$ " (Control, curso 2016-2017)*

*"Al principio la niña tiene una energía potencial de  $E_{pi} = 20 \cdot 9,8 \cdot 3 = 588$ , una energía cinética  $E_{ci} = 1/2 \cdot m \cdot V_0^2 = 1/2 \cdot 20 \cdot 0^2 = 0$  porque estaba en reposo. Al deslizarse por la txirristra, la energía potencial pasa a ser 0 porque  $E_{pf} = m \cdot g \cdot h = 20 \cdot 9,9 \cdot 0 = 0$  y la energía cinética final pasa a ser  $E_{cf} = 1/2 \cdot m \cdot V_f^2 = 1/2 \cdot 20 \cdot 2^2 = 40$ " (Experimental 2016-2017)*

*" $E_{mi} = E_{mf}$ ;  $K_i + U_{gi} + U_{ei} + W_{ext} = K_f + U_{gf} + U_{ef} + \Delta U_{interna}$ . Al principio, dado que está en reposo, no tiene energía cinética, como está en altura tiene energía potencial gravitatoria y como no hay ni energía potencial elástica ni trabajo externo, la  $E_{mi} = U_{gi} + W_{ext}$ ;  $U_{gi} = m \cdot g \cdot h = 20 \cdot 9,8 \cdot 3 = 588 \text{ J}$ , puesto que la  $E_{mi} = E_{mf}$  y al final solo tiene  $K_f$ ;  $E_{mf} = 1/2 \cdot m \cdot V^2 = 1/2 \cdot 20 \cdot 2^2 = 40 \text{ J}$ ;  $588 + W_{ext(\text{rozamiento})} = 40 \text{ J}$ ;  $W_{ext} = -548 \text{ J}$ " (Experimental, curso 2015-2016)*

*" $U_p = m \cdot g \cdot h = 20 \cdot 9,8 \cdot 3 = 588 \text{ J}$ ;  $E_c = 1/2 \cdot m \cdot V^2 = 1/2 \cdot 20 \cdot 2^2 = 40 \text{ J}$ ;  $U_p = E_c$ ;  $588 \text{ J} = 40 \text{ J}$ " (Control, curso 2015-2016)*

El porcentaje de estudiantes que presentan justificaciones derivadas de conceptos correctos que tienen sobre Física, pero que no tienen relación con lo que se le pregunta (categoría C), disminuye en ambos cursos académicos después de aplicar la secuencia. En la SEA2 disminuye en porcentaje más elevado (69,5% a 2,0%) que para el curso anterior (63,0% a 8,0%), por lo tanto, en esta cuestión

también se puede observar el efecto de las mejoras introducidas en la SEA durante este curso. En el grupo de control el porcentaje de estudiantes que presentan esta dificultad es pequeña. Sin embargo, el número de respuestas incoherentes y "no contesta" en el grupo de control (categorías D y "no contesta" entre el 28,0% y el 40,0%) es muy superior que en el grupo experimental (entre el 8,0% y el 23,0%). Esto indica que la comprensión de los estudiantes experimentales hace que sus respuestas estén más enfocadas a razonamientos científicos y, por tanto, con una mejor calidad del aprendizaje.

Tabla 3.21: Resultados de la cuestión

Categoría	SEA 1 (2015/16) Porcentaje de respuestas			SEA 2 (2016/2017) Porcentaje de respuestas		
	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=160	Pre-test N=275	Post-test Co. N=115	Post-test Exp. N=175
A: Argumenta correctamente que $E_i + W_{\text{externo}} = E_f + \Delta U$ en ambos sistemas	0,0	7,5	32,0	0,0	9,0	40,5
B.1. Aplica correctamente el PGTE en el sistema bloque, pero no contesta o lo hace incorrectamente en el sistema bloque-muelle	0,0	3,5	14,0	0,0	2,0	12,0
B.2. Aplica correctamente el PGTE en el sistema bloque-muelle, pero no contesta o lo hace incorrectamente en el sistema bloque	8,0	6,5	35	7,0	8,0	21,5
B.3. No diferencia entre sistemas. Misma respuesta y aplicación incorrecta del PGTE	10,0	35,5	5,5	12,0	32,0	4,5
B.4- Argumentos incorrectos en la aplicación del PGTE en ambos sistemas	35,0	0,0	4,0	35,0	0,0	0,0
D- Incoherente.	25,0	16,5	2,0	19,0	21,0	9,0
NC- No contesta	22,0	30,5	7,5	27,0	28,0	2,5

En esta cuestión se plantea el cálculo y el análisis de respuestas para dos sistemas que se muestran explícitamente. Se trata de ver la comprensión de los estudiantes sobre la influencia del sistema en el análisis del PGTE. En ambos casos el resultado de la aplicación del PGTE es la misma, aunque, evidentemente, los resultados de los sumandos de la ecuación varían.

Las respuestas que aplican correctamente el PGTE para ambos sistemas planteados requieren que se considere para el Sistema 1:  $0 + W_{\text{muelle}} = E_{\text{cf}}$  indicando que no hay energía potencial (sistema masa) y que  $E_{\text{inicial}}$  es cero. Se calcula correctamente el  $W_{\text{muelle}}$ . Para el sistema 2 la aplicación del PGTE:  $E_i + 0 = E_f$ . Se indica que la  $E_i$  es potencial ( $1/2 k 0,7^2$ ) y que la  $E_f$  es cinética ( $1/2 m v^2$ ) y potencial ( $1/2 k 0,4^2$ ). El porcentaje de respuestas correctas (categoría A) de los estudiantes experimentales aumenta al pasar de la SEA1 a la SEA2 (32,0% y 40,5%) y es muy superior a los porcentajes obtenidos con la enseñanza habitual (7,5% y 9%). En esta categoría también se han incluido algunas respuestas que aplican bien el PGTE, pero tienen equivocaciones en el cálculo numérico. Un ejemplo de respuesta estándar es:

*“En el apartado a) el trabajo de la fuerza del muelle es igual a la energía cinética que adquiere el bloque. En el apartado b), tenemos que  $U_{e1} + K_1 = U_{e2} + K_2$ , ya que no hay otros tipos de energía en el conjunto. En el apartado tendrá una energía cinética, equivalente a la potencial inicial menos la potencial en ese instante, ya que no hay pérdidas en este conjunto hipotético” (Experimental, curso 2016-2017)*

Las categorías B agrupan respuestas incompletas (B.1 y B.2) e incorrectas (B.3 y B.4). Un poco más del 10% de los estudiantes del grupo experimental aplican el PGTE de forma correcta al sistema bloque, pero no responden o lo hacen incorrectamente en el sistema bloque-muelle. En el caso de los estudiantes del grupo de control prácticamente no hay respuestas de este tipo (menos del 5,0%). Un porcentaje significativo (35,0% y 21,5%) de los estudiantes del grupo experimental aplican correctamente el PGTE para el sistema bloque-muelle, pero no contestan al sistema bloque. Parece que sólo consideran un sistema posible para resolver el problema (categoría B.2). En el caso de los estudiantes del grupo de control el porcentaje

de respuesta para esta categoría es menos del 10% en los dos cursos considerados. Ejemplos estándar de este tipo de respuestas son:

*"El apartado a) no contesta y en el b)  $\Delta E_{elas.} = E_{elas2} - E_{elas1} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$ " (Control, curso 2016-2017)*

*"Para el segundo sistema con el muelle  $\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$ . Para el primer sistema de la masa de 0,1 Kg  $W=f \cdot s$ ;  $W=5 \cdot (7-4)=15J$ " (Experimental, curso 2015-2016)*

En la categoría B.3. se agrupan aquellas respuestas que no mencionan el sistema al que aplican el PGTE y, además, lo hacen incorrectamente. Hay muy pocas respuestas de este tipo entre los estudiantes del grupo experimental (alrededor del 5,0%), mientras que el porcentaje es significativo en el grupo de control (35,5% y 32,0%), lo que indica que en la enseñanza habitual más de un tercio de los estudiantes tiene dificultades para entender que es necesario definir el sistema donde se aplicará el PGTE. Así pues, los datos indican que los estudiantes del grupo de control presentan dificultades a la hora de diferenciar sistemas en la resolución de una misma actividad y que la tendencia es resolverlo para sistemas que consideran todos los cuerpos del fenómeno, sin trabajo de fuerzas externas. Un ejemplo de esta categoría:

*"La energía del muelle  $E=1/2KX^2$  por lo tanto la energía del sistema no depende la masa en los dos casos la energía del sistema  $E=1/2 \cdot 5 \cdot (7-4)^2 = 22,5 J$ " (Control, curso 2015-2016)*

La categoría B.4 agrupa respuestas que no aplican el PGTE a los sistemas propuestos, sino que indican comentarios generales sobre la energía y trabajo. Estas respuestas son muy minoritarias en ambos grupos de estudiantes, aunque son más de un tercio de los estudiantes en el pretest. Por ello hemos definido esta categoría.

El alto porcentaje de "No contesta" e Incoherente en el grupo de control (47% y 49,0%) puede dar una idea de la dificultad que tiene la cuestión para estos estudiantes. En cambio, este tipo de respuestas se reducen drásticamente en el grupo experimental (9,5% y 11,5%), lo que indica un mayor aprendizaje de los indicadores incluidos en esta cuestión.

### 3.2.2. Resultados que muestran una mejora en el nivel de comprensión de los indicadores de aprendizaje

Para ver la mejora obtenida en los resultados se realizan medidas que permiten recabar información en tres direcciones: a) variación de la comprensión de los estudiantes experimentales al comienzo y al final de la SEA (estadístico Ganancia de Hake) ; b) diferencias en el aprendizaje de los estudiantes experimentales y de control en relación a los indicadores de aprendizaje (estadístico Chi cuadrado); c) la magnitud de la diferencia entre el aprendizaje logrado por los estudiantes experimentales y de control (estadístico Tamaño del Efecto).

Los estadísticos ya se han definido en el apartado 2.6. y en este capítulo se aplican para obtener datos y poder analizarlos.

*Variación de la comprensión de los estudiantes experimentales al comienzo y al final de la SEA. Índice de ganancia de Hake:*

Permite ver la mejora o no, de los estudiantes experimentales en el nivel de comprensión respecto a los indicadores de aprendizaje. La ganancia  $g$  se aplica a la frecuencia de las respuestas correctas ( $F$ ) para cada una de las cuestiones en el pretest y el posttest, calculado con el porcentaje de respuestas correctas respecto al total de estudiantes de cada uno de los grupos,  $N=275$  para el pretest y  $N=160$  para el post-test al aplicar la SEA1 (curso 2015-2016). En el pre-test  $N=275$  y  $N=175$  para el postest al aplicar la SEA2 (curso 2016-2017). Con estos datos se obtiene el estadístico ganancia ( $g_x$ ) para cada una de las cuestiones, aplicando la siguiente ecuación:

$$g_x = \frac{F_2(post) - F_1(pre)}{1 - F_1(pre)}$$

En la figura se indican las frecuencias de respuestas correctas en el pre-test y post-test del grupo experimental para la SEA1 y SEA2.

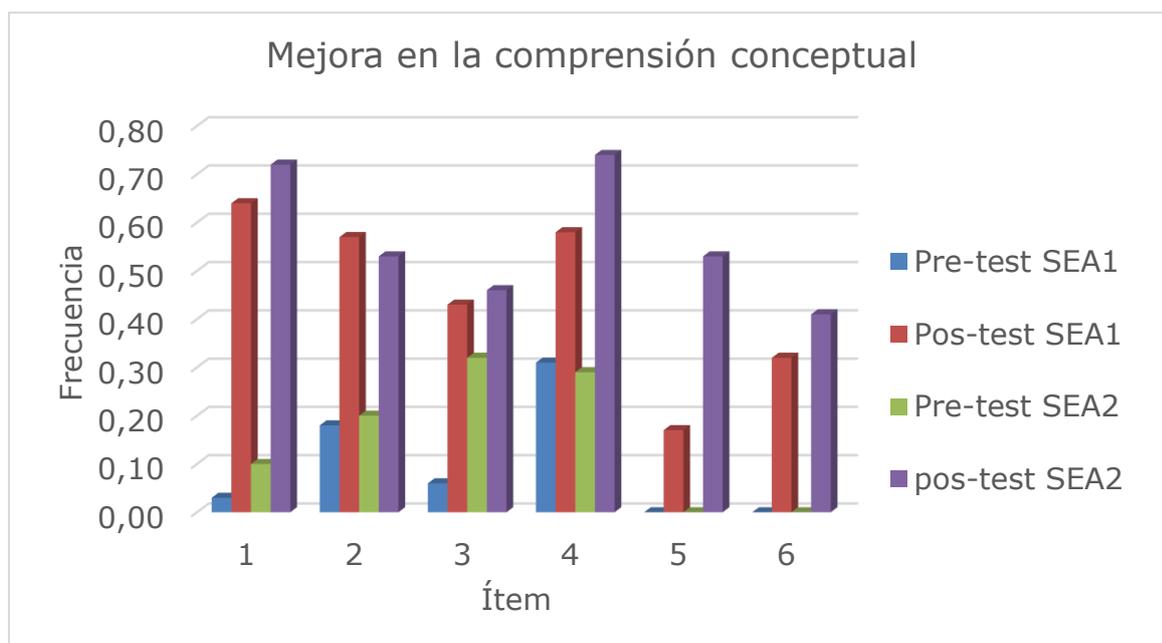


Gráfico 3.1.: Frecuencia de las respuestas correctas para la implementación de la SEA1 (2015-16) y de la SEA2 (2016-17)

En la tabla 3.22. se muestra la ganancia ( $g_x$ ) en cada uno de los ítems del cuestionario para la SEA1 y la SEA2. En el gráfico 3.1. se muestran las frecuencias de las respuestas correctas ( $F$ ) en cada ítem del pretest y el posttest para el mismo curso académico. Los datos se han obtenido de la tabla del apartado 3.2.1. del informe.

Tabla 3.22.: Índice de Hake cursos SEA 1 2015-2016 y SEA 2 2016-2017

Cuestiones	SEA1			SEA2		
	$F_1(\text{pre})$	$F_2(\text{post})$	$g_x$	$F_1(\text{pre})$	$F_2(\text{post})$	$g_x$
Q1	0,03	0,64	<b>0,58</b>	0,10	0,72	<b>0,69</b>
Q2	0,18	0,57	<b>0,48</b>	0,20	0,53	<b>0,41</b>
Q3	0,06	0,43	<b>0,39</b>	0,32	0,46	<b>0,21</b>
Q4	0,31	0,58	<b>0,39</b>	0,29	0,74	<b>0,63</b>
Q5	0,00	0,17	<b>0,17</b>	0,00	0,53	<b>0,53</b>
Q6	0,00	0,32	<b>0,32</b>	0,00	0,41	<b>0,41</b>
		<b>Mediana</b>	<b>0,39</b>		<b>Mediana</b>	<b>0,48</b>

Como se puede observar en la tabla 3.22. cada uno de los índices de Hake que se han calculado es mayor que 0,10 (en el capítulo 2 se comenta que un valor de ganancia por debajo de 0.10, implica que la mejora no es suficiente y que el aprendizaje de los conceptos no ha sido muy bueno) esto es indicativo de que hay una mejora sustancial en la comprensión conceptual y por lo tanto se ha

conseguido una ganancia con la secuencia de enseñanza aprendizaje aplicada en el grupo experimental. La mediana nos indica que los estudiantes han alcanzado un 0,39 para la SEA1 y un 0,48 para la SEA2 del máximo conocimiento que podían adquirir con la aplicación de la Secuencia de Enseñanza Aprendizaje, es decir, los estudiantes han mejorado en la globalidad de las cuestiones un 0,39 y un 0,48 respecto al de una mejora nula mirando a los indicadores de aprendizaje. Un valor que indica una mejora sustancial porque son valores de ganancia por encima de 0,10 en ambos cursos académicos. Se refiere a valores medios en cuanto a la mejora de la comprensión de los conceptos que se trabajan en general en ambas SEAs.

Si se hace un análisis relacionando los resultados de las cuestiones con los indicadores de aprendizaje, vemos que para los dos primeros indicadores (cuestiones Q1, Q2 y Q3) la progresión en el aprendizaje es relevante por encima del 30% de mejora sobre el resultado del comienzo. Además, en el segundo año de implementación de la SEA2 los buenos resultados se mantienen. La comprensión de indicadores no ha variado significativamente.

Para el caso del ítem 4 el valor de  $g_4 = 0,39$  indica que la comprensión de los estudiantes ha mejorado un 39% respecto al nivel inicial, sobre el teorema de la energía cinética. Además, hay una mejora significativa respecto a la aplicación de la SEA2 ( $g_4 = 0,63$ ), lo que indica que los cambios introducidos en la SEA para la enseñanza de este indicador han sido eficaces.

Con el análisis del ítem 5 y 6 se busca saber si los estudiantes aplican bien el Principio Generalizado de Trabajo y Energía (indicadores 2 y 4), esto es, ver si entiende que es necesario definir un sistema para aplicar el PGTE y si se relaciona bien el trabajo realizado por la fuerza externa al sistema con el cambio de energía mecánica que experimenta el sistema. En esta ocasión el índice  $g_5 = 0,17$  para la SEA1 y  $g_5 = 0,53$  para la SEA2 por lo que se puede observar que la ganancia ha sido pequeña para los estudiantes después de la SEA1 y muy importante para el caso de los estudiantes después de la SEA2, por lo tanto, las mejoras introducidas en el diseño de la SEA ha permitido que los estudiantes comprendan mejor

el PGTE. Sin embargo, para la cuestión 6 los valores son  $g_6=0,32$  para la SEA1 y  $g_6=0,41$  para la SEA2, en este caso la mejora es mucho más acusada pudiéndose justificar con el hecho de que en esta cuestión se definen los sistemas en el enunciado de la cuestión y en la anterior no se plantean, por lo que esos resultados indican la dificultad por parte de los estudiantes para definir los sistemas.

Si se observan los resultados obtenidos en el cálculo del índice de Hake para la SEA2, se puede concluir en que los resultados en cuanto a la mejora en la comprensión del concepto son mejores. La mediana ha aumentado hasta el 0,48 por lo que se puede concluir que las mejoras introducidas en la SEA han tenido su fruto. En las cuestiones 2 y 3 la ganancia baja un poco respecto a los resultados obtenidos en el curso anterior. El motivo de este descenso puede ser que partimos de unos resultados del pretest mejores que en el curso académico anterior.

*Diferencias en el aprendizaje de los estudiantes experimentales y de control en relación con los indicadores de aprendizaje. Chi-cuadrado:*

Con este estadístico se trata de ver si el aprendizaje del grupo *experimental*, además de ser significativo, tiene unas diferencias significativas en comparación con sus compañeros que han recibido una formación convencional sobre los conceptos de trabajo, energía y el PGTE.

Se ha calculado el chi cuadrado partiendo de la hipótesis nula de que los resultados no dependen del método de enseñanza que se aplica y que los resultados obtenidos, son debidos al azar. Si el valor de  $p$  obtenido para el chi cuadrado es menor de 0.05 los resultados serán contrarios a esta hipótesis y en ese caso se puede decir que los resultados obtenidos dependen del método de enseñanza utilizado y que las diferencias entre el grupo experimental y el de control son significativas.

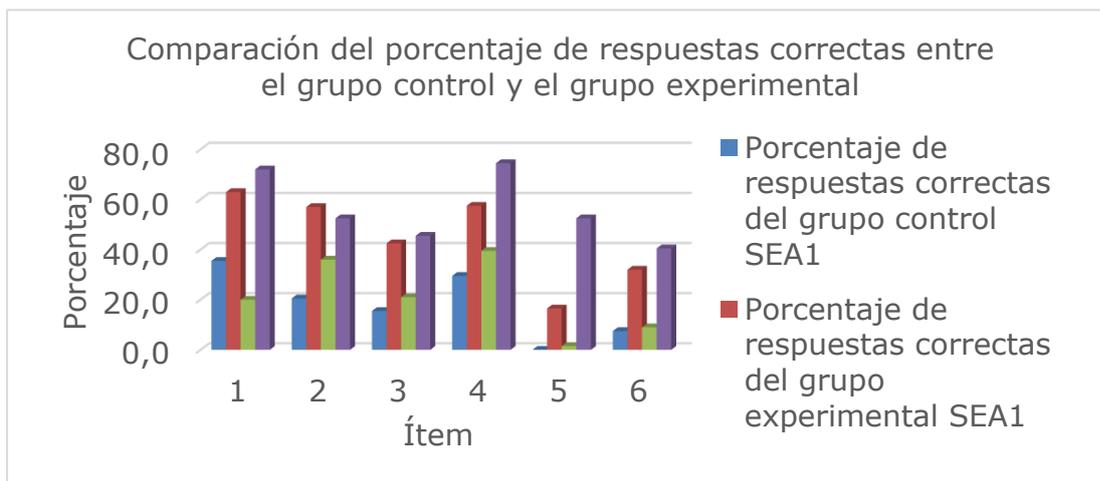
En este trabajo se aplica el estadístico al grupo experimental y control de la SEA1 y la SEA2. Los resultados que se obtienen se presentan en la tabla 3.23. Además, se muestra de forma visual el

porcentaje de respuestas correctas para la implementación de la SEA1 y SEA2 en la gráfica 3.2

*Tabla 3.23: Resultados del estadístico chi-cuadrado para la implementación de la SEA1 (curso 2015-2016) y la implementación de la SEA2 (curso 2016-2017)*

Comparación de los porcentajes de respuestas correctas de los ítems del cuestionario postest de los estudiantes del grupo experimental y los estudiantes del grupo de control para SEA1 y SEA2								
SEA1					SEA2			
	% de respuestas correctas del grupo de control	% de respuestas correctas grupo experimental	$\chi^2$	P	% de respuestas correctas del grupo de control	% de respuestas correctas grupo experimental	$\chi^2$	P
1	35,5	63,0	<b>15,1</b>	<b>0,0080</b>	20,0	72,0	<b>4,0</b>	<b>0,000005</b>
2	20,5	57,0	<b>28,1</b>	<b>0,0003</b>	36,0	52,5	<b>5,5</b>	<b>0,1091</b>
3	15,5	42,5	<b>17,7</b>	<b>0,0041</b>	21,0	45,5	<b>3,5</b>	<b>0,0122</b>
4	29,5	57,5	<b>15,9</b>	<b>0,0064</b>	39,5	74,0	<b>4,2</b>	<b>0,0007</b>
5	0,0	16,5	<b>18,0</b>	<b>0,0038</b>	1,5	52,5	<b>5,8</b>	<b>0,000003</b>
6	7,5	32,0	<b>18,9</b>	<b>0,0029</b>	9,0	40,5	<b>6,6</b>	<b>0,0004</b>

*Gráfico 3.2: Comparación entre grupo experimental y grupo control curso para la SEA 1 y SEA2*



Los resultados de la tabla 3.23. muestran que en el curso académico 2015-2016 todas las cuestiones están por debajo del valor crítico (0.05), por lo que no se cumple la hipótesis nula y por ello se puede afirmar que los resultados obtenidos sí dependen del método de enseñanza empleado en clase y que las diferencias entre los dos grupos son significativas.

Se debe tener en cuenta que la SEA está diseñada para mejorar en la comprensión del concepto de trabajo donde se plantean actividades para que los estudiantes apliquen el producto escalar a la hora de aplicar el concepto de trabajo. También se ha diseñado la SEA para trabajar la relación entre trabajo y variación de energía mecánica. Se han introducido actividades para calcular los diferentes tipos de energía y se incide en la importancia que tiene la definición de los sistemas para aplicar dicha relación. Esta definición de los sistemas permite poder trabajar en las actividades el Teorema de la energía cinética. Por último, en la SEA se trabaja el Principio Generalizado de Trabajo y Energía.

Los valores que se muestran en la tabla corroboran la aportación que la SEA hace en todos los indicadores de aprendizaje definidos. Las cuestiones 2 y 3 preguntan sobre el mismo indicador, pero la fuerza externa que se aplica sobre el sistema en una cuestión es perpendicular y en la otra tiene un ángulo respecto a la dirección del movimiento, se puede observar que en la cuestión 2 hay mayor diferencia significativa que en la cuestión 3, por ello se puede deducir que los estudiantes presentan mayor dificultad a la hora de calcular el trabajo y relacionarlo con la variación de energía del sistema para fuerzas que presentan un cierto ángulo respecto a la dirección del desplazamiento y el método de enseñanza no afecta tanto en los estudiantes para este caso. En el caso de las cuestiones 5 y 6 los estudiantes que han seguido la secuencia han tenido un mejor aprendizaje que los que han seguido una enseñanza tradicional, pero es menos significativa la diferencia en la cuestión 6 que en la cuestión 5, en general se puede decir que las mejoras introducidas en SEA2 han permitido mejorar la asimilación del PGTE.

Los resultados de la tabla 3.23. muestran que para la aplicación de la SEA1 y SEA2 se han obtenido tendencias en los resultados

similares, siendo las diferencias mayores para la aplicación de la SEA2 en todas las cuestiones excepto en la cuestión 2, quizás debido a que los resultados del grupo de control mejoran mucho respecto a del año anterior.

En este caso la cuestión 1 donde se pide calcular el trabajo realizado por la fuerza que se aplica sobre el sistema y relacionarlo con la variación de energía, el valor de  $\chi^2$  es mayor respecto al de la SEA1, se puede decir que las mejoras introducidas en la SEA han tenido efecto. El valor obtenido para la cuestión 4, donde se pregunta sobre las limitaciones del teorema de la energía cinética muestra que los estudiantes que siguen la SEA han asimilado mejor las limitaciones que los estudiantes que han llevado una metodología tradicional siendo mejores los resultados para la SEA2 que para la SEA1. En la SEA2 el valor de p es mucho más pequeño que la SEA1 por lo que la diferencia es más significativa, es decir, que los estudiantes que han seguido la Secuencia de Enseñanza Aprendizaje han conseguido un aprendizaje mucho mejor que los estudiantes que han seguido la metodología tradicional. Es un dato que corrobora en que los estudiantes parten de un nivel bajo en cuanto al PGTE y con la secuencia se produce un aprendizaje muy significativo respecto al aprendizaje obtenido con la metodología tradicional. El valor más significativo es para la cuestión 5 y en SEA 2 los resultados han mejorado mucho respecto a la SEA1. Los valores de p en todas las cuestiones no han mejorado si comparamos la SEA2 con la SEA1, pero los porcentajes de respuestas acertadas en el grupo experimental en general son superiores a los de la SEA1. Una vez más con este resultado, podemos ver que las mejoras introducidas en la SEA han supuesto una mejora en el aprendizaje de los estudiantes.

*La magnitud de la diferencia entre el aprendizaje logrado por los estudiantes experimentales y de control. V de Cramer para el tamaño del efecto*

La V de Cramer se propuso para poder estudiar el tamaño del efecto. El cálculo se realiza con la siguiente fórmula:

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(k-1)}}$$

En nuestro estudio  $n=200$ , porque los cálculos se han realizado sobre porcentajes de respuestas correctas en el grupo de control y el grupo experimental, por lo tanto, el número total de datos son 200, serían 100 por cada uno de los grupos estudiados en el trabajo. El valor de  $k$  en nuestro caso es 2, por lo que el valor máximo que obtenemos al aplicar Chi cuadrado es 200. Cramer propuso un índice, llamado  $V$  de Cramer para poder transformar la Chi cuadrado y así poder obtener un valor que permite interpretar el tamaño del efecto.

Los valores de este índice van desde 0 donde se considera que no existe relación hasta 1 donde la relación es máxima. Es necesario considerar unos valores concretos de la  $V$  (o de cualquier tamaño del efecto) para concluir si hay efecto o no hay efecto, Jacob Cohen suministró una guía de tal manera que:

- De 0 a 0,10, se puede decir que no hay efecto
- De 0,10 hasta 0,30, el efecto es pequeño
- De 0,30 hasta 0,50, el efecto es mediano.
- Y desde 0,50 hasta 1,00, el efecto es grande

En el caso de los datos obtenidos de chi cuadrado en nuestro estudio para comparar el grupo experimental del grupo control en la SEA1 y en la SEA2, la transformación a la  $V$  de Cramer da los siguientes resultados:

Tabla 3.24: Resultados de la  $V$  de Cramer para SEA 1 2015-2016 y SEA 2 2016-2017

Cuestiones	SEA1		SEA2	
	$\chi^2$	V	$\chi^2$	V
Q1	15,1	<b>0,27</b>	44,0	<b>0,47</b>
Q2	28,1	<b>0,37</b>	5,5	<b>0,17</b>
Q3	17,7	<b>0,30</b>	13,5	<b>0,26</b>
Q4	15,9	<b>0,28</b>	24,2	<b>0,35</b>
Q5	18,0	<b>0,30</b>	45,8	<b>0,48</b>
Q6	18,9	<b>0,31</b>	26,6	<b>0,36</b>

Se puede observar que en todas las cuestiones se obtienen valores superiores a 0,10 lo cual indica que el tamaño del efecto no es pequeño al aplicar la SEA1 y SEA2. En la mayoría de las cuestiones el valor es próximo a 0,30 e incluso por encima lo que indica que la implementación de ambas Secuencias tiene un efecto mediano.

Los valores del tamaño del efecto para la SEA2 en las tres primeras cuestiones se encuentran alrededor del valor de  $V$  igual a 0,30, lo que indica un tamaño pequeño del efecto al aplicar la SEA2. No es de extrañar el resultado ya que esta parte de la secuencia es similar a una secuencia de enseñanza tradicional y con características de contenido muy similares para la definición de trabajo de una fuerza. Sin embargo, las diferencias con la enseñanza tradicional en el orden de los contenidos y en la forma de trabajar la Secuencia son importantes en la parte de las relaciones de trabajo y energía. En particular, en la presentación del PGTE y su aplicación a diferentes fenómenos. Esta diferencia de enfoque se ve reflejada claramente en los resultados del tamaño del efecto de la SEA2 para la cuestión sobre los límites de validez del teorema de la energía cinética (cuestión Q4), que obtiene un tamaño mediano del efecto. Así mismo, en las cuestiones Q5 y Q6 que tratan sobre la comprensión y aplicación del PGTE, el valor del tamaño del efecto se encuentra entre los valores superiores del tamaño mediano, lo que indica un tamaño satisfactorio del efecto de la aplicación de la SEA2.

Además, el tamaño del efecto, en general, es mayor para la aplicación de la SEA2 que de la SEA1. Esto implica que los cambios introducidos en la segunda versión de la SEA ayudan a mejorar los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

### *3.2.3. Resultados que muestran la evolución de las dificultades de aprendizaje del Principio Generalizado de Trabajo y Energía*

En el apartado 1.1.2. del capítulo 1 se ha llevado a cabo la revisión bibliográfica para la identificación de dificultades en torno a los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ellos y de la misma manera en el apartado 3.1.2 ver tabla 3.8, se lleva a cabo un estudio sobre las dificultades detectadas en relación con los indicadores de aprendizaje. Con todo ello, se han detectado a lo largo

del estudio una serie de dificultades que se han clasificado de la siguiente manera:

D.1.: Los estudiantes presentan dificultades al aplicar la definición de trabajo como producto escalar de dos vectores.

D.2.: Los estudiantes presentan dificultades para relacionar el trabajo con la variación de energía en el sistema.

D.3.: Los estudiantes no reconocen el campo de validez del Teorema de la Energía cinética, como un caso particular del PGTE.

D.4.: Los estudiantes presentan dificultades para aplicar de forma correcta el Principio Generalizado de Trabajo y Energía, en relación con los intercambios de la energía interna del sistema.

D.5.: Los estudiantes no definen el sistema en el que aplican el Principio Generalizado de Trabajo y Energía, estableciendo relaciones incorrectas en el balance de energía.

En este apartado nos interesa ver la evolución de dificultades en aquellas respuestas donde aparece explícitamente la dificultad que hemos definido. Por ello, en cada cuestión se ha tenido en cuenta aquellas *respuestas que responden explícitamente a la dificultad mencionada*. Por ejemplo, en las tres primeras cuestiones (Q1, Q2 y Q3) se ha contabilizado la dificultad D.1. "aplicación incorrecta de la definición de trabajo" sólo en la categoría B.2. porque se incluían aquellas respuestas que explícitamente mostraban dificultades en el cálculo del trabajo a través del producto escalar o de no tener en cuenta el carácter vectorial de los conceptos implicados. Esto no quiere decir que en todas categorías de las cuestiones Q1, Q2 y Q3 se haya calculado bien el trabajo. Por ejemplo, en la categoría C, muchas de las respuestas no lo calculan explícitamente o dan explicaciones descriptivas.

De la misma manera, en las cuestiones Q1, Q2 y Q3 para la dificultad D.2. "relaciones entre trabajo y energía" se ha tenido en cuenta la categoría B.1. que incluye respuestas de los estudiantes con menciones explícitas a estas relaciones, aunque en la categoría C

también hay muchas respuestas que no establecen una relación correcta entre trabajo y energía.

Para la dificultad D.3 "campo de validez del teorema de energía cinética" se ha seguido el mismo criterio. Sólo se han tenido en cuenta las respuestas que explícitamente indican que el teorema tiene validez general (categoría C.1 de la cuestión Q4), aunque hay respuestas en otras categorías que no justifican adecuadamente el campo de validez del teorema.

En la dificultad D.4 "no considerar la variación de energía interna al aplicar el PGTE" se han considerado aquellas respuestas donde explícitamente se ignora la variación de energía interna al aplicar el PGTE, es decir, la categoría B.1 de la cuestión Q5. De la misma forma en la cuestión Q.6 sólo se ha considerado la categoría B para ver la evolución de la dificultad D.5 "no se considera el sistema al aplicar PGTE", ya que en esta categoría las respuestas indican explícitamente que es igual el sistema para analizar los tipos de energía.

Así pues, las fluctuaciones de los porcentajes no se consideran en valores absolutos, ni se buscan diferencias estadísticas, sino que se intenta observar una evolución de la presencia de la dificultad en el progreso del aprendizaje del colectivo de estudiantes.

De acuerdo con los criterios de análisis de las dificultades comentados, en la tabla 2.1. se muestra la evolución de las dificultades en relación con la enseñanza tradicional (grupo de control) y en relación a la nueva implementación con la SEA1 y SEA2. En el caso de las dificultades D1 y D2 se ha realizado una media de las cuestiones Q1, Q2 y Q3 implicadas.

Para finalizar vamos a comparar la evolución de las dificultades en los grupos de control y experimental a lo largo de los dos cursos de aplicación de la SEA 1 y SEA 2.

En el gráfico siguiente se muestra la evolución de las dificultades de la SEA1 a la SEA2.

A continuación, se muestra de forma visual la evolución de las dificultades para la SEA1 y la SEA2

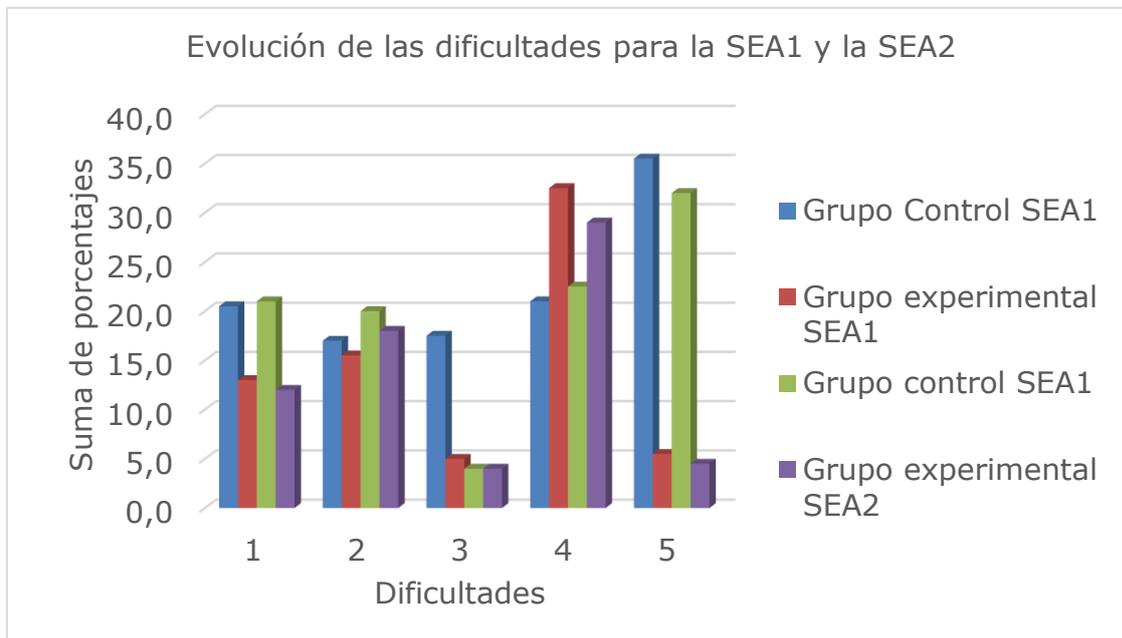


Gráfico 3.3: Evolución de las dificultades de aprendizaje para la SEA1 y SEA2

Los valores obtenidos para el grupo control y grupo experimental tanto en SEA1 como en la SEA2 y que ya se han representado en la gráfica de arriba, se muestran en la siguiente tabla de datos:

Tabla 3.25: Resultados de la variación de dificultades para el grupo control y grupo experimental de la SEA1 y la SEA2

Tipo de dificultad	SEA1		SEA2	
	Porcentaje control	Porcentaje experimental	Porcentaje control	Porcentaje experimental
D.1	<b>20,5</b>	<b>13,0</b>	<b>21,0</b>	<b>12,0</b>
D.2	<b>17,0</b>	<b>15,5</b>	<b>20,0</b>	<b>18,0</b>
D.3	<b>17,5</b>	<b>5,0</b>	<b>4,0</b>	<b>4,0</b>
D.4	<b>21,0</b>	<b>32,5</b>	<b>22,5</b>	<b>29,0</b>
D.5	<b>35,5</b>	<b>5,5</b>	<b>32,5</b>	<b>4,5</b>

En relación con la primera dificultad D.1, alrededor del 20,5% de los estudiantes del grupo control para la SEA1 presentan explícitamente dificultades en la aplicación de la definición de trabajo,

mientras que esta dificultad desciende a valores próximos a la mitad (alrededor del 13%) para los estudiantes experimentales. En el caso de la SEA2 el grupo control obtiene valores del 21,0% y casi la mitad (12,0%) en el caso de los estudiantes del grupo experimental. En esta dificultad los resultados son similares para el caso de la SEA1 y la SEA2. Esto no es de extrañar ya que casi no hubo modificaciones de la primera versión a la segunda en esta parte de la SEA.

En la dificultad D.2, en el grupo control el 17,0% de los estudiantes presentan esta dificultad para la SEA1 y alrededor del 20,0% en el caso de la SEA2. Si comparamos estos resultados con los estudiantes experimentales tenemos que para la SEA1 el 15,5% de los estudiantes presentan la dificultad D.2. y en el caso de la SEA2 el 18,0% de los estudiantes. En este caso, la dificultad de relacionar el trabajo realizado con el cambio de energía en contextos de una fuerza exterior aplicada a un cuerpo persiste en ambos grupos, aunque la dificultad ha disminuido un poco en el grupo experimental respecto al grupo control. Para este tipo de problemas no se realizaron modificaciones de la primera versión a la segunda y ello se refleja en que no se aprecian cambios sustanciales entre la SEA1 y la SEA2.

En la dificultad D.3 relacionada con la cuestión Q4, los resultados de aprendizaje parece que han superado dicha dificultad en el grupo experimental. Sólo, alrededor del 5% de los estudiantes experimentales presentan dicha dificultad explícitamente. En el grupo de control los resultados son muy diferentes de una SEA a la otra (del 17,5% al 4,0%). Esto puede ser debido a que, en el segundo curso, los profesores de los grupos de control hicieron mayor énfasis en esta dificultad, ya los autores de la investigación comentaron con ellos los resultados del primer año.

Las dificultades D.4 y D.5 están relacionadas con la aplicación del PGTE. En particular, la dificultad D.4 está relacionada con la variación de energía interna. Esta dificultad permanece y afecta a un porcentaje significativo de estudiantes tanto en el grupo de control (alrededor del 20%), como en el grupo experimental (alrededor del 30%). El aumento de la dificultad en el grupo experimental puede ser debido a que una progresión en el aprendizaje lleva los estudiantes a

pasar de un estadio donde no saben a aplicar el PGTE a otro en el que han avanzado en su aplicación, pero siguen sin considerar la energía interna del sistema. Hay que tener en cuenta que frente alrededor del 30% de los estudiantes de control que no responden o lo hacen de forma incoherente, en el caso de los estudiantes experimentales es menos del 10% para la SEA2, donde se hicieron cambios importantes en relación a la primera versión de la secuencia (mirar la tabla 3.20). Estos datos apoyan nuestra interpretación de progresión en el aprendizaje que establece estadios intermedios, donde se aborda el problema científico, pero incompleta. La gran mayoría de los estudiantes experimentales avanzan en el planteamiento de la resolución del problema presentado en la cuestión Q5, pero en una parte importante surge ahora la dificultad D.4.

En relación a la dificultad D5, hay una disminución importante en el grupo experimental en relación al grupo de control. Una pequeña minoría de estudiantes experimentales (alrededor del 5%) no tiene en cuenta explícitamente el sistema donde se aplica el PGTE, frente a un porcentaje significativo de estudiantes de control (más del 30%). Parece que la SEA diseñada es efectiva en el tratamiento de esta dificultad.

Capítulo 4:

Conclusiones y perspectivas de futuro

---



## 4. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE TRABAJO

### 4.1. Introducción

En este trabajo se abordan tres aspectos fundamentales en los que se ha basado la investigación:

- La relevancia de las relaciones entre energía y trabajo expresado por el principio generalizado del trabajo y la energía (en adelante PGTE) en mecánica en la enseñanza/aprendizaje en cursos de Física General para primer curso de Ciencias e Ingeniería en la Universidad.
- El interés del diseño, implementación y evaluación de Secuencias de Enseñanza Aprendizaje (en adelante SEA) como productos teóricos de diseño y como productos prácticos de aplicación para el profesorado.
- La importancia de la evaluación de las SEA en relación con el refinamiento de la propia Secuencia y con la mejora del aprendizaje de los estudiantes.

Los tres aspectos mencionados se incluyen en dos preguntas de investigación:

1. ¿Cómo diseñar una SEA del *Principio generalizado de trabajo y la energía en primero de universidad* que constituya un producto de conocimiento didáctico que pueda ser transmitido y acumulado en el cuerpo de conocimiento de la línea de investigación en SEA?
2. ¿En qué medida la SEA diseñada puede hacer que los estudiantes aprendan más y mejor con relación a los objetivos clave definidos en el currículo?

Las posibles respuestas a estas preguntas se han enunciado en forma de objetivos utilizando la metodología del Diseño Basado en la Investigación (en adelante por sus siglas en inglés DBR), que son los siguientes:

01. Definir los indicadores de aprendizaje o ideas claves para un aprendizaje del Principio Generalizado de Trabajo y Energía en curso universitarios de Física General.

02. Establecer las dificultades de los estudiantes Universitarios en el aprendizaje del Principio Generalizado de Trabajo y Energía. En concreto, aportar nuevo conocimiento que permita profundizar en las ideas y razonamientos de los estudiantes cuando aprenden dicho principio.

03. Diseñar una SEA basada en la metodología DBR y estrategias de enseñanza basadas en metodologías activas. Se explicitarán los problemas de diseño y las diferentes formas de abordar la resolución.

04. Implementar y evaluar la SEA mediante un proceso iterativo, con relación a la comprensión de las actividades de la SEA y con relación a la mejora del aprendizaje de los estudiantes

En este capítulo, trataremos de resumir las principales conclusiones a las que hemos llegado al tratar de cumplir los objetivos planteados, los cuales han sido puestos a prueba con el diseño, evaluación y mejora de la SEA. El diseño de la SEA se ha implementado en estudiantes de 1º curso de ingeniería en la Escuela de Ingeniería en alternancia del IMH y la Escuela de Ingeniería de Guipúzcoa ambas pertenecientes a la UPV/EHU para Física General de primer curso para ciencias e Ingeniería.

A continuación, se presentarán las conclusiones respecto a las dificultades de aprendizaje de los estudiantes y las dificultades de enseñanza respecto a los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos. Posteriormente se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes después de la aplicación de la SEA. Finalmente se plantearán las futuras perspectivas del trabajo que se presentan en este trabajo.

#### **4.1. Conclusiones sobre lo que significa comprender y aplicar el concepto de trabajo, energía y la relación entre ambos para aplicar el Principio Generalizado de Trabajo y Energía.**

Existe una preocupación en el profesorado e investigadores sobre el tema de trabajo, energía y la relación entre ambos al ser conscientes de las dificultades que los estudiantes tienen a la hora de comprender el PGTE. Para el diseño de una SEA es necesario conocer la historia y epistemología. La estructura de la Ciencia, la naturaleza de la metodología científica y la validación de los juicios de los científicos, son algunas de las áreas en las que la Historia y Filosofía de la ciencia puede representar un componente de enriquecimiento de la Enseñanza de las Ciencias. Los conceptos y teorías científicas no emergen milagrosamente, sino que son el resultado de un proceso arduo de resolución de problemas y de contrastación rigurosa de hipótesis iniciales. En consecuencia, conocer el desarrollo de las ideas explicativas que dieron lugar al modelo científico actual puede aportar información importante a la hora de diseñar secuencias de enseñanza.

En este trabajo consideramos la Historia de la Ciencia en la enseñanza de las ciencias como un instrumento útil para identificar dónde estuvieron los problemas en la construcción de los conceptos y teorías, indicando qué barreras epistemológicas hubieron de superarse y las ideas que permitieron avanzar, el contexto social y las repercusiones tecnológicas que tuvieron y tienen los conocimientos adquiridos. A partir de esta información es posible elaborar secuencias de enseñanza que puedan ayudar a mejorar de forma significativa el aprendizaje de conceptos y teorías. Sin embargo, para que esta información sea útil en la tarea de diseñar la secuencia didáctica, se requiere un estudio histórico y epistemológico realizado con 'intencionalidad didáctica' y conocer las dificultades de aprendizaje de los estudiantes. De esta manera, lo primero en lo que se ha trabajado es en definir qué es lo que se debe saber sobre los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos a partir de la epistemología sobre este tema en Física. Con todo esto, se han definido los siguientes indicadores de aprendizaje:

i.1. Definir y aplicar la definición de trabajo como el producto escalar de dos magnitudes.

i.2. Definir el sistema y entender el trabajo como una transferencia de energía, que implica una variación de la energía del sistema.

i.3. Reconocer que el Teorema de la energía cinética es un caso particular del Principio Generalizado de Trabajo y Energía.

i.4. Saber aplicar el Principio Generalizado de Trabajo y Energía.

En resumen, la definición de los indicadores de aprendizaje nos ha servido para establecer las claves conceptuales en torno a las cuales se desarrollarán las actividades de la SEA

Como ya hemos indicado, el análisis epistemológico también permite detectar posibles dificultades de aprendizaje de los conceptos relacionados con el PGTE.

En el apartado siguiente mostraremos los diseños realizados para contrastar experimentalmente las posibles dificultades de aprendizaje.

#### **4.2. Conclusiones sobre las principales dificultades de aprendizaje de los estudiantes y de enseñanza de los profesores sobre los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos.**

Los resultados de diseños experimentales realizados para la detección de dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del PGTE, han demostrado que, en general, es posible afirmar que los estudiantes universitarios tienen dificultades en el análisis y cálculo del trabajo y su relación con la energía mecánica. El análisis realizado de los datos obtenidos de los cuestionarios de preguntas abiertas que se han pasado a los estudiantes. Con el objetivo de caracterizar las respuestas se codifican las explicaciones de los estudiantes en categorías con rasgos fácilmente reconocibles, tales como

declaraciones científicas y argumentación. En resumen, se han identificado principalmente las siguientes dificultades:

*D.1.: Los estudiantes presentan dificultades al aplicar la definición de trabajo como producto escalar de dos vectores.*

Esta dificultad se analiza en las cuestiones 1, 2 y 3, las tres cuestiones presentan contextos diferentes, pero el porcentaje de respuestas es similar en las tres cuestiones, lo que indica que existe cierta consistencia en las respuestas de los estudiantes ante cuestiones con el mismo objetivo. Se puede observar que la mayoría de los estudiantes presentan dificultades a la hora de calcular el trabajo porque no tienen en cuenta el producto escalar y consideran la fuerza como un escalar.

*D.2.: Los estudiantes presentan dificultades para relacionar el trabajo con la variación de energía en el sistema.*

Esta dificultad se analiza también en las cuestiones 1,2 y 3 donde una parte significativa de los estudiantes presentan esta dificultad. Se observa que los estudiantes no saben aplicar el PGTE a situaciones simples donde solo existe el trabajo realizado por una fuerza externa y la variación de energía cinética. Los estudiantes se quedan en la parte operativa del ejercicio sin llegar a entender conceptualmente que el trabajo hecho por la fuerza externa tiene una consecuencia sobre el sistema.

*D.3.: Los estudiantes no reconocen el campo de validez del Teorema de la Energía cinética, como un caso particular del PGTE.*

Esta dificultad se analiza en la cuestión 4 donde se puede observar que los estudiantes al analizar la validez del teorema no pueden explicar un argumento o lo hacen de manera memorística.

Se mezclan dificultades conceptuales de la comprensión de los conceptos incluidos en el teorema. Los estudiantes argumentan que el teorema es una ley general en Mecánica o que es válida si la fuerza es conservativa.

También se observa que una proporción significativa de estudiantes presentan confusión entre diferentes conceptos del marco teórico. En las respuestas se observan también algunos de ellos confunden los conceptos de fuerza y trabajo o trabajo y energía.

*D.4.: Los estudiantes presentan dificultades para aplicar de forma correcta el Principio Generalizado de Trabajo y Energía, en relación con los intercambios de la energía interna del sistema.*

Al analizar las respuestas de los estudiantes a la cuestión 5 se puede observar que un porcentaje elevado de los estudiantes considera que la variación de energía interna del sistema es debido exclusivamente a una fuerza externa que actúa sobre el sistema o debido a un trabajo externo de la fuerza de rozamiento.

*D.5.: Los estudiantes no definen el sistema en el que aplican el Principio Generalizado de Trabajo y Energía, estableciendo relaciones incorrectas en el balance de energía.*

Al analizar las respuestas de los estudiantes a la cuestión 6 se observa que casi la mitad de los estudiantes no diferencian entre posibles diferentes sistemas a la hora de desarrollar estrategias de resolución del problema.

### **4.3. Conclusiones sobre los resultados obtenidos al aplicar la SEA sobre el PGTE a estudiantes de Física general de primer curso para ciencias e ingeniería**

#### *4.3.1. El diseño de la SEA*

Este trabajo comparte los supuestos de la teoría social-constructivista del aprendizaje. La visión constructivista reúne las características del plano social-interactivo y el del plano personal entendido como "construir-conocimiento". Se basa en un enfoque sociocultural del aprendizaje en términos de desarrollar un razonamiento causal. Otro aspecto que hay que tener en cuenta es los intereses de los estudiantes, así como los valores y normas. Se diseñan actividades que relacionen aspectos de la ciencia, la técnica,

la sociedad y el medio ambiente que permite presentar la ciencia socialmente contextualizada que favorece el interés de los estudiantes.

Aunque los materiales didácticos en forma de secuencias no son los únicos factores que influyen en el aprendizaje en las aulas, desempeñan un papel importante en los resultados del aprendizaje.

Se han propuesto diferentes enfoques para diseñar SEAs para enseñar temas científicos, sin embargo, estas propuestas carecen de detalles sobre como teoría y resultados de la investigación se han integrado en el diseño. Además, no todas las SEAs incluyen una evaluación de resultados de aprendizaje y en pocas ocasiones estos resultados de aprendizaje se relacionan con su diseño. Con el objetivo de conseguir una SEA que permita mejorar su diseño, se plantea una metodología del diseño de la SEA que se denomina Investigación basada en el diseño o en inglés Design Based Research (DBR) que consta de las siguientes fases de desarrollo: Contexto, definir, comprender, diseñar, implementar y evaluar.

Este trabajo se ha definido para Física General de primer curso para ciencias e ingeniería en el tema de trabajo y energía mecánica (fase: Contexto) y teniendo en cuenta las dificultades del aprendizaje encontradas en la bibliografía y en el estudio previo expuesto en el capítulo 1 (Fase: Comprender).

El marco teórico que orienta la definición de los objetivos de aprendizaje para un tema específico (fase: definir) es una combinación de tres dimensiones; la epistemológica, que incluye la naturaleza de la ciencia, es decir, la metodología científica de justificación del conocimiento y el análisis de la evolución de las teorías científicas; la dimensión psico-cognitiva a través de la perspectiva social-constructivista y las teorías psicológicas de la metacognición; y la dimensión afectiva del aprendizaje a través de las actitudes o intereses de los estudiantes en relación al aprendizaje.

A partir de todo lo anterior se diseña una primera propuesta de secuencia (fase: diseñar) para implementar en el aula (fase: implementar) y terminar realizando una evaluación de esta primera

propuesta que permita mejorar la propuesta inicial (fase: evaluar), se ha propuesto una SEA1 para el curso 2015-2016 y tras la evaluación se han introducido las mejoras oportunas para rediseñar la SEA y aplicar una nueva (SEA2) durante el curso académico 2016-2017.

De acuerdo con los objetivos expuestos, se ha presentado una secuencia donde se trata de trabajar las dificultades de aprendizaje y cumplir con los indicadores de enseñanza establecidos para trabajar el PGTE. La secuencia consiste en ir trabajando los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos mediante la realización de actividades donde los estudiantes deben dar respuesta a las preguntas que se proponen en cada actividad. En este contexto de resolución de actividades, los conceptos y modelos se introducen por los estudiantes y/o profesor, como hipótesis fundamentadas que tendrán que ser puestas a prueba. Esta secuencia, desarrollada en el grupo de investigación, se propone como una unidad didáctica sobre el PGTE para Física general de primer curso para ciencias e ingeniería. Se ha llevado a cabo en estudiantes de dos escuelas de ingeniería de la UPV/EHU durante los cursos académicos 2015-2016 y 2016-2017. El tiempo destinado para trabajar el tema de Trabajo y Energía de Fundamentos Físicos de Ingeniería es de 7 horas de teoría y 3,5 horas para problemas, por ello las actividades de la SEA se deben limitar a 10,5 horas de clase presencial.

Los resultados de la aplicación de la SEA en el aula han servido para evaluar la eficacia de esta propuesta a través de metodologías cuantitativas y cualitativas. La primera dimensión o evaluación de la calidad de la propuesta se realiza con las herramientas didácticas "el diario del profesor", "informe de los evaluadores externos" y "Análisis de los informes de trabajo de los grupos de estudiantes". La segunda dimensión o evaluación del aprendizaje se lleva a cabo con herramientas de investigación cuantitativa, tales como cuestionarios de preguntas abiertas para la comprensión de los conceptos y teorías (cuestionarios pre y post para grupos control y experimental), pruebas que incluyen problemas para el aprendizaje de leyes y la adquisición de habilidades científicas (post-test para el grupo experimental).

*4.3.2. Conclusiones sobre la mejora en el nivel de aprendizaje sobre los conceptos de trabajo, energía, la relación entre ambos y el PGTE en los estudiantes del grupo experimental.*

Una de las maneras de poder evaluar la eficacia de la SEA que se ha utilizado es viendo la mejora que los estudiantes han obtenido en la comprensión de los indicadores de aprendizaje, es decir, si el grupo experimental ha aumentado la comprensión de los conceptos trabajados. Para ello se utiliza el índice de Hake, con el que permite ver las diferencias entre el pretest y el posttest de dicho grupo. Este índice se conceptualiza como la fracción de máxima ganancia posible de aprendizaje conseguida por los estudiantes, teniendo en cuenta la situación inicial del grupo. Hemos supuesto que si el índice es menor o igual a 0,1 (10%) la aplicación de la SEA no ha sido eficaz.

Los índices de Hake que han salido después de la aplicación para la SEA1 entre 0,17 y 0,58 con una media de 0,39 y en el caso de la SEA2 entre 0,21 y 0,69 con una media de 0,48. Con estos datos podemos concluir que la implementación de la SEA ha sido eficaz respecto a la situación de los conocimientos iniciales y las mejoras introducidas han causado un buen efecto porque la media del índice de Hake ha mejorado de la SEA1 a la SEA2 y en consecuencia la comprensión de los conceptos han aumentado todavía más para el grupo experimental.

*4.4.3. Conclusiones sobre la mejora en el nivel de comprensión global sobre los conceptos de trabajo, energía, la relación entre ambos y el PGTE, en los estudiantes del grupo experimental y el grupo control*

En nuestra investigación, además de ver la mejora de los estudiantes en la comprensión de los conceptos de trabajo, energía y la relación entre ambos, se ha realizado la comparación de este grupo de estudiantes a los que se les ha aplicado la secuencia con el grupo de estudiantes que han seguido una enseñanza tradicional.

En este caso el estadístico que se ha utilizado es el chi cuadrado, partiendo de la hipótesis nula de que los resultados obtenidos, son debidos al azar. Si el valor de p obtenido para chi

cuadrado es menor de 0,05 los resultados serán contrarios a la hipótesis nula y entonces se puede decir que los resultados obtenidos dependen del método de enseñanza utilizado y las diferencias entre el grupo control y el grupo experimental son significativas.

Si comparamos los resultados obtenidos en el grupo experimental con los obtenidos para el grupo de control, se puede observar que las diferencias son significativas prácticamente en todas las cuestiones tanto en la SEA1 como en la SEA2. Se puede concluir que los estudiantes que han llevado a cabo la SEA han obtenido una comprensión de los conceptos mejor que los estudiantes que han llevado a cabo una formación convencional. Los resultados en la SEA2 son mejores en todas las cuestiones excepto en una. Estos resultados indican que las mejoras introducidas en la SEA1 de las actividades correspondientes al PGTE han tenido efecto positivo.

Por otra parte, se puede concluir que para la aplicación de la SEA1 y SEA2 se han obtenido tendencias en los resultados similares, siendo las diferencias mayores para la aplicación de la SEA2 en todas las cuestiones excepto en una.

#### *4.4.4. Conclusiones sobre el tamaño del efecto del grupo experimental respecto del grupo control.*

En este caso para poder analizar el tamaño del efecto para la SEA1 y la SEA2 se utiliza el estadístico V de Cramer. La escala que permite ver el tamaño del efecto a partir de este estadístico lo estableció Jacob Cohen de la siguiente manera:

- De 0 a 0,10, se puede decir que no hay efecto
- De 0,10 hasta 0,30, el efecto es pequeño
- De 0,30 hasta 0,50, el efecto es mediano
- Y de 0,50 hasta 1,00 el efecto es grande.

Los resultados obtenidos indican que todas las cuestiones presentan valores superiores a 0,10 lo que supone que el tamaño del efecto no es pequeño cuando se aplican la SEA1 y la SEA2, obteniendo valores superiores a 0,30 en la mayoría de las cuestiones lo que nos indica que la implementación ha tenido un efecto mediano.

También se puede llegar a la conclusión después del análisis de este estadístico que los valores son inferiores en la SEA2 para las tres primeras cuestiones y superiores en las tres últimas debido a que la primera parte de la secuencia es similar a una secuencia de enseñanza tradicional y con características de contenido similares a las de la definición del trabajo mecánico. La segunda parte de la secuencia, sin embargo, es muy diferente en relación a una secuencia de enseñanza tradicional y por eso, las cuestiones referentes a las relaciones entre trabajo y energía, la validez del teorema de la energía cinética y la aplicación del PGTE obtienen resultados más relevantes.

Los resultados de la SEA2 son mejores y por lo tanto también podemos decir a modo de conclusión que las modificaciones introducidas en SEA han tenido efecto en mejorar el tamaño del efecto.

#### *4.4.5. Conclusiones en la evolución de las dificultades de aprendizaje en los conceptos de trabajo, energía, la relación de ambos y la aplicación del PGTE.*

En este apartado se estudia la evolución de los estudiantes con respecto a las dificultades de aprendizaje comparando las dificultades de los estudiantes del grupo control con el grupo experimental respecto a la SEA1 y la SEA2.

Los resultados obtenidos permiten concluir que la dificultad D.1 experimenta un descenso entre el grupo control respecto al experimental de 20,5% a 13,0% en la SEA1. Además, si se observan los resultados con la SEA2 el descenso es parecido.

En la D.2 no se observan cambios importantes entre el grupo control y el experimental. Así mismo, los resultados son, como en el caso de la D.1, similares para la SEA1 y la SEA2. En las dificultades D.1 y D.2 se han obtenido valores similares en ambas SEAs debido a que no se introdujeron modificaciones de una versión a otra

En la D.3. los resultados indican que la dificultad D.3 prácticamente desaparece para los estudiantes experimentales. En el caso de los estudiantes de control la dificultad persiste

Para terminar las dificultades que están relacionadas con la aplicación del PGTE son las D.4. y la D.5. En el caso de la dificultad relacionada con la dificultad en explicar la variación de energía interna en el PGTE (D.4), se constatan porcentajes elevados tanto para el grupo de control como para el experimental. En el caso del experimental el porcentaje es mayor, esto puede ser debido a que hay una progresión del aprendizaje desde no saber aplicar el PGTE a aplicarlo parcialmente, sin tener en cuenta la variación de energía interna. En el caso de los estudiantes de control, sigue siendo mayoritario el porcentaje de estudiantes que no han avanzado en el aprendizaje y no saben aplicar el teorema. En el caso de la D.5 (definir el sistema donde se realiza el análisis), sí se puede observar una disminución importante de la dificultad al comparar el grupo experimental al grupo control. En este caso la aplicación de la secuencia en el aula, así como las modificaciones introducidas en la SEA2 han tenido su efecto en la disminución de la D.5. ya comentada.

#### **4.5. Conclusiones generales**

Al extraer conclusiones e implicaciones para la enseñanza, es necesario tener en cuenta que la investigación se llevó a cabo en dos escuelas de ingeniería en el País Vasco. Por lo tanto, no podemos producir evidencia para contextos más generales. Sin embargo, hemos verificado que los resultados obtenidos en este estudio coinciden con los resultados encontrados en otros estudios llevados a cabo con muestras de estudiantes de otros países (Lindsey 2009). Sugerimos que la investigación de este enfoque que diseña materiales didácticos y los implementa con los estudiantes es necesaria para reducir la brecha entre enseñar y aprender el principio del trabajo y la energía mecánica.

Los resultados de este estudio muestran que es necesario enfatizar el significado de cada concepto que toma parte en el principio de trabajo-energía generalizado. Es necesario definir el

sistema y las fuerzas que actúan sobre él y analizar la trayectoria descrita por el objeto en primer lugar.

Nuestros hallazgos sugieren que la mayoría de los estudiantes avanzan desde una concepción de "trabajo cotidiano" de energía y trabajo caracterizada por su inconsistente razonamiento y respaldada por la intuición, hacia un modelo explicativo basado en el Principio Generalizado de Trabajo y Energía que interpreta el trabajo mecánico como una forma de cambiar diferentes tipos de energía en un sistema definido que interactúa con el entorno. Hemos encontrado que la mayoría de los estudiantes abandonan el razonamiento basado en casos particulares y que son capaces de analizar los fenómenos desde un principio general.

La principal implicación de nuestro trabajo es la importancia y la viabilidad de abordar el diseño de la SEA siguiendo la metodología de DBR. Esta metodología permite rediseñar la SEA de acuerdo con los datos empíricos obtenidos en la implementación y evaluación.

Nuestros resultados muestran ganancias de aprendizaje que están conectados al rediseño de la SEA. Nuestro enfoque de la evaluación nos ha permitido mostrar mejoras significativas usando una combinación de métodos cualitativos (hoja de trabajo de los estudiantes, diario de docentes, observación externa) y cuantitativos (cuestionarios, prueba basada en problemas).

Este estudio proporciona a la comunidad de profesores y diseñadores una propuesta viable con una metodología común para el diseño, implementación y evaluación de SEA, que puede facilitar el establecimiento de comparaciones entre diferentes materiales SEA.

Para finalizar teniendo en cuenta lo que ya hemos indicado a lo largo de este trabajo, podemos concluir que los resultados son convergentes y suficientes para dar respuesta a las dos preguntas de investigación planteadas en este trabajo.

#### **4.6. Perspectivas futuras del trabajo**

En relación a la validez general de la SEA diseñada, es necesario indicar que su calidad y eficacia está indudablemente unida al contexto educativo. En este sentido, el trabajo realizado muestra la aplicabilidad y utilidad de la SEA para tres profesores en dos instituciones educativas diferentes (UPV/ EHU y IMH). Los resultados muestran que no hay diferencias estadísticamente significativas en el aprendizaje realizado por los tres grupos experimentales. Sin embargo, no tenemos datos sobre la aplicabilidad a otros colectivos de profesores y otros países. Este aspecto será objeto de investigación en futuros trabajos.

Por otro lado, estos resultados tienen claras implicaciones para investigadores en Enseñanza de la Física, autores de libros de texto y profesorado de física. El profesorado debe tener en cuenta que los estudiantes necesitan un marco coherente sobre las relaciones entre trabajo y energía y, diseñar estrategias educativas basadas en la investigación. En futuros trabajos se tratará de realizar un diseño de secuencias de enseñanza que destaque los límites de este teorema de la energía cinética, la importancia de la definición del sistema como instrumento de análisis y las diferentes energías que podrían transformarse en trabajo mecánico.

**BIBLIOGRAFÍA**

- Alonso, M., & Finn, E. (1996). Un enfoque integrado de la termodinámica en el curso de Física General. *Revista Española de Física, 10*(2), 25–31.
- Ametller, J., Leach, J., & Scott, P. (2007). Using perspectives on subject learning to inform the design of subject teaching: an example from science education. *Curriculum Journal, 18*(4), 479–492.
- Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher, 41*(1), 16–25.
- Andersson, B., & Bach, F. (2005). On designing and evaluating teaching sequences taking geometrical optics as an example. *Science Education, 89*(2), 196–218.
- Arons, A. B. (1989). Developing the Energy Concepts in Introductory Physics. *The Physics Teacher, 27*(8), 506–517.
- Arons, A. B. (1999). Development of energy concepts in introductory physics courses. *American Journal of Physics, 67*(12), 1063–1067.
- Arós, R. B. (1997). *La formación permanente y los grupos de trabajo en el desarrollo profesional del docente en secundaria*. Universitat Rovira i Virgili.
- Bächtold, M., & Guedj, M. (2014). Teaching Energy Informed by the History and Epistemology of the Concept with Implications for Teacher Education. In M. R. Matthews (Ed.), *International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching* (pp. 211–243). Springer, Dordrecht, Bruselles.
- Bauman, R. H. (1992). Physics that textbook writers usually get wrong: II. Heat and energy. *Physics Teacher, 30*, 353–356.
- Bennett, J., Lubben, F., & Hogarth, S. (2007). Bringing science to life: A synthesis of the research evidence on the effects of context-based and STS approaches to science teaching. *Science*

*Education, 91, 347.*

Bernard, W. H. (1984). Internal work: A misinterpretation. *American Journal of Physics, 52(3), 253–254.*

Besson, U. (2001). Work and Energy in the Presence of Friction: The Need for a Mesoscopic Analysis. *European Journal of Physics, 22, 613–622.*

Besson, U. (2003). The distinction between heat and work: An approach based on a classical mechanical model. *European Journal of Physics, 24, 245–252.*

Besson, U., Borghi, L., De Ambrosis, A., & Mascheretti, P. (2010). A three-dimensional approach and open source structure for design and experimentation of teaching learning sequences. The case of friction. *International Journal of Science Education, 32, 1289–1313.*

Besson, U., & De Ambrosis, A. (2014). Teaching energy concepts by working on themes of cultural and environmental value. *Science & Education, 23(6), 1309–1338.*

Beynon, J. (1990). Some myths surrounding energy. *Physics Education, 25(6), 314–316.*

Black, P., & Harrison, C. (2000). Formative assessment. In M. Monk & J. Osborne (Eds.), *Good Practice in Science Teaching: What research has to say* (pp. 25–40). Buckingham, England: Open University Press.

Boohan, R., & Ogborn, J. (1996). *Energy and change: Introducing a new approach*. London: Institute of education, University of London.

Buty, C., Tiberghien, A., & Le Maréchal, J. (2004). Learning hypotheses and an associated to design and to analyse teaching learning sequences. *International Journal of Science Education, 26(5), 579–604.*

Carr, M., & Kirkwood, V. (1988). Teaching and learning about energy in New Zealand secondary school junior science classroom. *Physics Education, 23(2), 87–91.*

- Carr, W., & Kemmis, S. (1986). Becoming critical. In *Education, knowledge and action research*. London: Falmer.
- Casado, A., Prieto, L., & Alonso, J. (1999). El tamaño del efecto de la diferencia entre dos medidas: ¿estadísticamente significativo o clínicamente relevante? *Medicina Clínica*, 112(15), 584–588.
- Chabay, R. W., & Sherwood, B. A. (1999). Bringing atoms onto first year physics. *Journal of Physics*, 67(12), 1045–1050.
- Chinn, C. A., & Brewer, W. F. (1993). The role of anomalous data in knowledge acquisition: A theoretical framework and implications for science instruction. *Review of Educational Research*, 63(1), 1–49.
- Chrisholm, D. (1992). Some energetic thoughts. *Physics Education*, 27, 215–220.
- Coe, R. (2002). It's the Effect Size, Stupid. What effect size is and why it is important. In *British Educational Research Association*. Exeter.
- Coe, R. (2010). Effect Size resources. Retrieved from <http://www.cemcentre.org/evidence-based-education/effect-size-resources>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences 2nd edn*. New York: Academic Press.
- Colonnese, D., Heron, P. R., Michelini, M., Santi, L., & Stefanel, A. (2012). A vertical pathway for teaching and learning the concept of energy. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, 6(1), 21–50.
- Dawson-Tunik, T. L., & Stein, Z. (2008). It has bounciness inside! In *Developing conceptions of energy*.
- Deal, A. (2007). "Classroom Response Systems. A Teaching with Technology hite Paper." Carnegie Mellon. Retrieved from <http://www.cmu.edu/teaching>, accedido en noviembre de 2011
- Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational*

*Researcher*, 32(1), 5–8.

Doménech, J. L., Gil-Pérez, D., Gras, A., Guisasola, J., Martínez-Torregrosa, J., & Salinas, J. (2001). La enseñanza de la energía en educación secundaria: Un análisis crítico. *Revista de Enseñanza de La Física*, 14(1), 45–60.

Doménech, J. L., Gil-Pérez, D., Gras, A., Guisasola, J., Martínez-Torregrosa, J., Salinas, J., ... Vilches, A. (2007). Teaching of energy Issues: A Debate Proposal for Global Reorientation. *Science & Education*, 16, 43–64.

Doménech, J. L., & Martínez-Torregrosa, J. (2010). ¿Los estudiantes de secundaria terminan sus estudios con una comprensión adecuada de los conceptos de trabajo, calor y de su relación con la energía? *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 32(1), 1308–1310.

Driver, R. (1986). Psicología cognitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. *Enseñanza de Las Ciencias*, 4(1), 3–15.

Driver, R. (1989). Students' conceptions and the learning of science. *International Journal of Science Education*, 11, 481–490.

Driver, R., Newton, P., & Osborne, J. (2000). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. *Science Education*, 84(3), 287–312.

Driver, R., & Warrington, L. (1985). Students' use of the principle of energy conservation in problem situations. *Physics Education*, 20(4), 171–176.

Duit, R. (1981). Understanding Energy as Conserved Quantity-Remarks on the Article by RU Sexl. *European Journal of Science Education*, 3(3), 291–301.

Duit, R. (1986). In search of an energy concept. In R. Driver & R. Millar (Eds.), *Energy matters* (pp. 67–101). Leeds: University of Leeds.

Duit, R. (1987). Should energy be illustrated as something quasi-material? *International Journal of Science Education*, 9(2), 139–145.

- Duit, R. (2009). Bibliography-STCSE.
- Duit, R., Gropengieber, H., Kattmann, K., Komorek, M., & Parchmann, I. (2012). The Model of Educational Reconstruction- A Framework for Improving Teaching and Learning Science. In D. Jorde & J. Dillon (Eds.), *Science Education Research and Practice in Europe Retrospective and Prospective* (pp. 13–38). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Duit, R., Treagust, D., & Mansfield, H. (1996). Investigating students understanding as prerequisite to improve teaching and learning in science and mathematics. In D. Treagust, R. Duit, & B. J. Fraser (Eds.), *Improving teaching and learning in science and mathematics* (pp. 17–31). New York: Teachers Press College.
- Easterday, M., Rees Lewis, D., & Gerber, E. (2014a). Design-based research process: Problems, phases, and applications. In J. L. Polman, E. A. Kyza, D. K. O'Neill, I. Tabak, W. R. Penuel, A. S. Jurow, ... L. D'Amico (Eds.), *International Conference of Learning Science* (pp. 317–324). The International Society of the Learning Sciences, Boulder, CO.
- Easterday, M., Rees Lewis, D., & Gerber, E. (2014b). Design-based research process: Problems, phases and applications. In J. L. Polman, E. A. Kyza, D. K. O'Neill, I. Tabak, W. R. Penuel, A. S. Jurow, ... L. D'Amico (Eds.), *Proceedings of International Conference of Learning Sciences* (pp. 317–324). Boulder, CO: International Society of the Learning Sciences.
- Engel Clough, E., & Driver, R. (1986). A study of consistency in the use of students' conceptual framework across different task contexts. *Science Education*, 70(4), 473–496.
- Erlichson, H. (1977). Work and kinetic energy for an automobile coming to a stop. *American Journal of Physics*, 45(8), 769–769.
- Erlichson, H. (1984). Internal energy in the first law of thermodynamics. *American Journal of Physics*, 52(7), 623–625.
- Erlichson, H. (1986). Are microscopic pictures part of macroscopic

- thermodynamics. *American Journal of Physics*, 54(7), 665–666.
- Feynman, R. P., Eighton, R. B., & Sands, M. (1963). *The Feynman lectures on physics. Vol. 1*. Addison-Wesley.
- Fishbane, P. M., Gasiorowicz, S., & Thornton, S. T. (1994). *Física: para ciencias e ingeniería*. Hispanoamericana: Prentice Hall.
- Fishman, B. J., & Krajcik, J. (2003). What does it mean to create sustainable science curriculum innovations? A commentary. *Science Education*, 87(4), 564–573.
- Fredette, A., & Lochhead, J. (1981). Students' conceptions of electric current. *The Physics Teacher*, 18, 194–198.
- Gailiunas, P. (1988). Is energy a thing? Some misleading aspects of scientific language. *School Science Review*, 69(587–590).
- Gil-Pérez, D., Furió-Mas, C., Valdés Castro, P., Salinas, J., Martínez Torregrosa, J., Guisasola Aranzabal, J., ... Carvalho, A. M. P. (1999). ¿Tiene sentido seguir distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel y realización de prácticas de laboratorio? *Enseñanza de Las Ciencias*, 17(2), 311–321.
- Guisasola, J., Almudi, J. M., Ceberio, M., & Zubimendi, J. L. (2009). Designing and evaluating research based instructional sequences for introducing magnetic fields. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(4), 699–722.
- Guisasola, J., Furió Más, C., & Ceberio, M. J. (2008). Science education based on developing guided research. In *Science Education in Focus* (Nova Scien, pp. 173–201). New York: Inc. Hauppauge.
- Hake, R. R. (1998). Interactive-Engagement vs. Traditional Methods: A six-Thousand-Student Survey of Mechanics Test Data for Introductory Physics Courses. *American Journal of Physics*, 66(1), 64.
- Halliday, D., Resnick, R., Krane, K. S., Pullkia, A., & Cicala, L. (1982). *Física*. México: Compañía Editorial Continental.

- Hammer, D. (2000). Student resources for learning introductory physics. *American Journal of Physics*, 68(S1), S52. <https://doi.org/10.1119/1.19520>
- Harman, P. M. (1990). *Energía, fuerza y materia*. Madrid: Alianza.
- Hicks, N. (1983). Energy is the capacity to do work - or is it? *Physics Teacher*, 21, 529–530.
- Hirn, C., & Viennot, L. (2000). Transformation of didactic intentions by teachers: The case of geometrical optics in grade 8 in France. *International Journal of Science Education*, 24(4), 357–384.
- Jewett, J. W. (2008a). Energy and the Confused Student II: Systems. *The Physics Teacher*, 46(4), 81–86. <https://doi.org/10.1119/1.2895670>
- Jewett, J. W. (2008b). Energy and the Confused Student III: Language. *The Physics Teacher*, 46(4), 149–153. <https://doi.org/10.1119/1.2840978>
- Jewett, J. W. (2008c). Energy and the Confused Student IV: A Global Approach to Energy. *The Physics Teacher*, 46(4), 210–217. <https://doi.org/10.1119/1.2895670>
- Jewett, J. W. (2008d). Energy and the Confused Students I: Work. *The Physics Teacher*, 46(4), 38–43.
- Jorba, J., Gómez, I., & Prat, A. (2000). *Hablar y escribir para aprender*. (I. de la U. A. de Baelona, Ed.). Madrid: Síntesis.
- Juuti, K., & Lavonen, J. (2006). Design-Based Research in Science Education: One Step towards Methodology NorDiNa: Nordic Studies in Science Education. *Science Education*, 4, 54–68.
- Kemp, H. R. (1985). Internal work: A thermodynamic treatment. *Ameri*, 52(10), 1008.
- Kortland, K., & Klaassen, K. (2010). *Designing theory-based teaching-learning sequences for science education*. Utrecht: CDBeta Press.

- Leach, J., Ametller, J., & Scott, P. (2010). Establishing and communicating knowledge about teaching and learning scientific content: The role of design briefs. In K. Kortland & K. Klaassen (Eds.), *Designing theory-based teaching-learning sequences for Science Education* (pp. 7–36). Utrecht: CDBeta Press.
- Leach, J., & Scott, P. (2002). Designing and Evaluating Science Teaching Sequences: An Approach Drawing upon the Concept of Learning Demand and a Social Constructivist Perspective on Learning. *Studies in Sciences Education*, 38(1), 115–142.
- Leach, J., Scott, P., Ametller, J., Hind, A., & Lewis, J. (2006). *Improving Subject Teaching Lessons from Research in Science Education*. Routledge.
- Leach, J., & Scott, P. H. (2008). Teaching for the conceptual understanding: An approach drawing on individual and sociocultural perspective. In S. Vosniadou (Ed.), *International handbook of research on conceptual change*. (pp. 647–675). New York: London, Routledge.
- Leff, H. S., & Mallinckrodt, A. J. (1993). Stopping objects with zero external work: Mechanics meets thermodynamics. *American Journal of Physics*, 61(2), 121–127.
- Lehrman, R. L. (1973). Energy is not the ability to do work. *The Physics Teacher*, 11(1), 15–18.
- Leslie-Pelecky, D. L. (2000). Interactive worksheets in large introductory physics courses. *The Physics Teacher*, 38(3), 165–167.
- Lijnse, P. L. (1995). "Developmental research" as a way to an empirically based "didactical structure" of science. *Science Education*, 79(2), 189–199.
- Lijnse, P. L. (2004). Didactical structures as an outcome of research on teaching learning sequences? *International Journal of Science Education*, 26(5), 537–554.
- Lijnse, P. L., & Klaassen, C. W. J. M. (2004). Didactical structures as an outcome of research on teaching-learning sequences? *International Journal of Science Education*, 26(5), 537–554.

- Lindsey, B. A., Heron, P. R., & Shaffer, P. S. (2009). Student ability to apply the concepts of work and energy to extend systems. *American Journal of Physics*, 77(11), 999–1009.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and initiative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255–276.
- Mallinckrodt, A. J., & Leff, H. S. (1992). All about work. *American Journal of Physics*, 60(4), 356–365.
- Marton, F. (1981). "Phenomenography-Describing conceptions of the world around us." *Instructional Science*, 10, 177–200.
- Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and awareness*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- McDermott, L. C. (1984). Research on conceptual understanding in mechanics. *Physics Today*, 37(7), 24–32.
- McDermott, L. C. (1991). Millikan Lecture 1990: What we teach and what is learned-Closing the gap. *American Journal of Physics*, 59(4), 301–315.
- McDermott, L. C., & Shaffer, P. . (1998). *Tutorials in introductory physics*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- McDermott, L. C., & Shaffer, P. S. and W. P. E. (2002). *Tutorials in Introductory Physics: homework*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Méheut, M. (2004). Designing and validating two teaching-learning sequences about particle models. *International Journal of Science Education*, 26(5), 605–618.
- Méheut, M., & Psillos, D. (2004). Teaching-learning sequences: aims and tools for science education research. *International Journal of Science Education*, 26(5), 515–535.
- Mestre, J. P., Thaden-Koch, T. C., Dufresne, J., & Gerace, W. J. (2004). The dependence of knowledge deployment on context among Physics novices. In *Research on Physics Education, Proceedings of the international School of Physics "Enrico Fermi."* Amsterdam: IOS Press.

- Michinel, J. L., & D'Alessandro, A. (1994). El concepto de la energía en los libros de texto: de las concepciones previas a la propuesta de un nuevo sublenguaje. *Enseñanza de Las Ciencias*, 12(3), 369–380.
- Millar, R. (2014). *teaching and learning of energy in K-12 education*. (R. F. Chen, A. Eisenkraft, D. Fortus, J. Krajcik, K. Neumann, J. C. Nordine, & A. Scheff, Eds.). New York: Springer.
- Monleón, M. (1991). Analysis of a trivial example and critical considerations following from it regarding the historiography of energy conservation. In *Thermodynamics: History and Phylosophy* (pp. 81–90). Singapore: World Sci. Pu.
- Mungan, C. E. (2005a). A classic chase problem solved from a physics perspective. *European Journal of Physics*, 26(6), 985.
- Mungan, C. E. (2005b). A primer on work-energy relationships for introductory physics. *Physics Teacher*, 43, 10–16.
- Nieveen, N. (2009). Formative evaluation in educational design research. In *An introduction to educational design research* (pp. 89–101). Enschede: SLO.
- Ogborn, J. (1986). Energy and fuel-the meaning of the “go” of things. *School Science Review*, 68, 30–35.
- Ogborn, J., Kress, G., & Martins, I. (1996). *Explaining science in the classroom*. Mcgraw-Hill Education (UK).
- Osborne, J. F., Erduran, S., & Simon, S. (2004). Enhancing the Quality of Argumentation in School Science. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(10), 994–1020.
- Osborne, R., & Wittrok, M. (1985). The generative learning model and its implications for science education. *Studies in Sciences Education*, 12, 59–87.
- Osuna García, L., Martínez Torregrosa, J., Carrascosa Alís, J., & Verdú Carbonell, R. (2007). La enseñanza problematizada: El ejemplo de la óptica geométrica en educación secundaria. *Enseñanza de Las Ciencias*, 25(2), 277–294.

- Penchina, C. M. (1978). Pseudowork-energy principle. *American Journal of Physics*, 46(3), 295–296.
- Pfundt, H., & Duit, R. (1998). *Bibliography: Students' alternative frameworks and science education* (6th ed.). Kiel-Germany: Institute for Science Education at the University of Kiel.
- Pintó, R. (2005). Introducing curriculum innovations in science: Identifying teachers transformations and the design of related teachers education. *Science Education*, 89(1), 1–12.
- Pintrich, P. R., Marx, R. W., & Boyle, R. A. (1993). Beyond cold conceptual change: The role motivational beliefs and classroom contextual factors in the process of conceptual change. *Research Review of Educational*, 63, 167–199.
- Posner, G., Strike, K., Hewson, P., & Gertzog, W. (1982). Accomodation of scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education*, 66(6), 211–227.
- Prain, V., & Hand, B. (1999). Students perceptions of writing for learning in secondary school science. *Science Education*, 83(2), 151–162.
- Psillos, D. (2004). An epistemological analysis of the evolution of didactical activities in teaching-learning sequences: the case of fluids. *International Journal of Science Education*, 26(5), 555–578.
- Psillos, D., & Kariotoglou, P. (2016). *Iterative design of teaching-learning sequences: Introducing the science of materials in European schools*. Dordrecht, The Netherland: Springer.
- Resnick, R., Halliday, D., & Krane, K. S. (1993). *Física Vol.1*. México: Compañía Editorial Continental.
- Rivard, L. P. (1994). A review of writing to learn in science: Implications for practice and research. *Journal of Research in Science Teaching*, 31, 969–983.
- Robardet, G., & Guillaud, J. G. (1995). *Éléments d'épistémologie et de didactique des sciences physiques: de la recherche à la pratique*. Grenoble: Publications de l' IUFM de Grenoble.

- Rowell, J. A., Dawson, C. J., & Pollard, J. M. (1993). First year university physics. Who success? *Research in Science & Technological Education*, 11(1), 85–94.
- Ruthven, K., Laborde, C., Leach, J., & Tiberghien, A. (2009). Design tools in didactical research: instrumenting the epistemological and cognitive aspects of the design of teaching sequences. *Educational Researcher*, 38(5), 329–342.
- Savinainen, A., Mäkynen, A., & Nieminen, P. (2017). The Effect of Using a Visual Representation Tool in a Teaching Learning Sequence for Teaching Newton's Third Law. *Research in Science Education*, 119–135.
- Scott, P., Asoko, H., & Leach, J. (2008). Student conceptions and conceptual learning science. In A. K. Abell & N. G. Lederman (Eds.), *Handbook of research on science education*. New York: Routledge.
- Sebastiá, B. M., & Torregrosa, J. M. (2005). Preservice elementary teachers' conceptions of the Sun-Earth model: A proposal of teaching-learning sequences. *Astronomy Education Review*, 4(1), 121–126.
- Sexl, R. U. (1981). Some observations concerning the teaching of the energy concept. *European Journal of Science Education*, 3, 285–289.
- Sherwood, B. A. (1983). Pseudowork and real work. *Journal of Physics*, 51(7), 597–602.
- Sherwood, B. A., & Bernard, W. H. (1984). Work and heat transfer in the presence of sliding friction. *American Journal of Physics*, 52(11), 1001–1007.
- Shuell, T. (1987). Cognitive psychology and conceptual change. *Science Education*, 71, 239–250.
- Solbes, J. (2009). Dificultades de aprendizaje y cambio conceptual, procedimental y axiológico (II) nuevas perspectivas. *Eureka Sobre Enseñanza Y Divulgación de Las Ciencias*, 6(1), 2–20.
- Solbes, J., Guisasola, J., & Tarin, F. (2009). Teaching energy

- conservation as an unifying principle in physics. *Journal of Science Education and Technology*, 18(3), 265–274.
- Solbes, J., & Tarin, F. (1998). Algunas dificultades en torno a la conservación de la energía. *Enseñanza de Las Ciencias*, 16(3), 387–397.
- Taber, K. S. (2006). Constructivism's new clothes: The trivial, the contingent and a progressive research programme into learning of science. *Foundations of Chemistry*, 8, 189–219.
- Tarsitani, C., & Vicentini, M. (1991). *Calore, energía, entropía*. Ed. Franco Angeli Milán.
- Tiberghien, A. Vince, J. Gaidioz, P. (2009). Desig based Research: Case of a teaching sequence on mechanics. *International Journal of Science Education*, 31(7), 2275–2314.
- Tipler, P. A., & Mosca, G. (2005). *Física para la ciencia y la tecnología*. Reverte.
- Triola, M. F. (2009). *Estadística (10ma edición)*. México: Pearson Education.
- Trna, J., & Trnova, E. (2014). Design based research as an innovation approach in the construction and evaluation of IBSME. In *Proceedings of the Frontiers in Mathematics and Science Education Research Conference* (pp. 187–191). Famagusta, North Cyprus.
- Trumper, R. (1990). Being constructive: an alternative approach to the teaching of the energy concept part one. *International Journal of Science Education*, 12, 343–354.
- Trumper, R. (1991). Being constructive. An alternative approach to the teaching of the energy concept part two. *International Journal of Science Education*, 13, 1–10.
- Trumper, R. (1993). Children's energy concepts: a cross-age study. *International Journal of Science Education*, 15, 139–148.
- Trumper, R. (1998). A longitudinal Study of Physics Students' Conceptions on Energy in Pre-Service Training for High School

- Teachers. *Journal of Science Education and Technology*, 7(4), 75–86.
- Van Huls, C., & Van Den Berg, E. (1993). Teaching energy: a systems approach. *Physics Education*, 28(3), 146–153.
- Viennot, L. (1979). Spontaneous reasoning in Elementary Dynamics. *European Journal of Science Education*, 1, 205–222.
- Vosniadou, S. (2012). Reframing the Classical Approach to Conceptual Change Preconceptions, Misconceptions and Synthetic Models. In B. J. Fraser, K. G. Tobin, & C. J. McRobbie (Eds.), *Second International Handbook of Science Education. Vol I*. London: Springer.
- Vygotsky, L. S. (1978). Interaction between learning and development. In M. Gauvain & M. Cole (Eds.), *Readings on the development of children*. New York: W.H. Freeman and Company.
- Wandersee, J. H., Mintzes, J. J., & Novak, J. D. (1994). Research on alternative conceptions in Science. In D. L. Gabel (Ed.), *Handbook of Research on Science teaching and Learning*. New York: Mcmillan Publications.
- Warren, J. W. (1982). The nature of energy. *European Journal of Science Education*, 4(3), 295–297.
- Watts, D. M. (1983). Some alternative views of energy. *Physics Education*, 18, 213–217.
- Zabalza, M. A. (1991). *Los diarios de clase. Documentos para estudiar cualitativamente los dilemas prácticos de los profesores*. Barcelona: PPU, S.A.
- Zembylas, M. (2005). Three perspectives on linking the cognitive and emotional in science learning: Conceptual change, socio-constructivism and Poststructuralism. *Studies in Sciences Education*, 41, 91–115.
- Zuza, K., Almudi, J. M., Leniz, A., & Guisasola, J. (2014). Addressing students' difficulties with Faraday's law: A guided problem solving approach. *Physical Review Special Topics- Physics Education Research*, 10(1), 1–16.