

DOKTORETZA TESIA

Topologia optimizazio prozedura integratu baten garapena fabrikazio aditiborako “overhang” murrizpenekin / Development of an integrated topology optimization procedure with overhang restrictions for additive manufacturing

Alain Garaigordobil Jimenez

-ek aurkeztua

**Ingeniaritza Mekanikoa Saila
Bilboko Ingeniaritza Eskola
Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea
(UPV/EHU)
Espainia**

-ko kide dena

Industria Ingeniaritzan Doktorea

gradua lortzeko

Tesi zuzendaria:

Dr. Rubén Ansola Loyola

Bilbo, 2018ko abendua

Nire familiari

Esker-emateak

En unas pocas frases voy a intentar abarcar lo que han sido estos casi cuatro años para mí y aprovechar para agradecer a aquellos que me han acompañado en este largo camino. Mi primer contacto con la optimización de topología tuvo lugar durante mi proyecto de fin de carrera, en el que tuve la suerte de tener como tutor a Rubén Ansola. Si ya pensaba que haberle tenido de profesor en la asignatura de Resistencia de Materiales había sido un lujo, tenerle de tutor del trabajo de fin de carrera lo era mucho más. Una vez terminado este trabajo, y habiéndome picado el gusanillo de la optimización, Rubén no tardo en decir que sí a mi propuesta de hacer un Doctorado bajo su tutela. Por todo ello, y por la amabilidad y disponibilidad mostrada en estos años, quiero darte las gracias.

Quiero extender mi agradecimiento a todos los amigos de la sala de doctorandos que han sabido hacerme reír y pasar buenos momentos.

Reservo mis últimas palabras para mi familia, aquellos que me han apoyado y empujado para alcanzar todas y cada una de las metas que me he propuesto a lo largo de mi vida. A mi aita, porque siempre ha estado ahí, en la sombra, como un caballero oscuro que cuida y protege aquello que quiere. A mi ama, que es el pilar inamovible, que no se ve, pero sobre el que están construidos todos mis logros. A mi hermano, con el que he compartido la mayoría de los sucesos más importantes de mi vida y a quien le deseo que consiga todo lo que se proponga conseguir. Y en especial a ti, Olatz. Has sabido ayudarme, compartir mi carga, y muchas veces, abrirme los ojos ofreciéndome las palabras que necesitaba. Me has hecho disfrutar de momentos que sin ti no hubiera sido capaz de apreciar. Eskerrik asko nire alboan egoteagaitik.

Lan hau Europako Eskualde Garapenerako Funtsak (EEGF) eta Espainiar Gobernuko Hezkuntza eta Zientzia Ministerioak finantzatua izan da DPI2015-64863-R (MINECO/FEDER-UE) proiektuaren bitartez. Autoreak eskerrak eman nahi dizkio ere Eusko Jaurlaritzari IT919-16 –ren bidez jasotako finantziazioagatik. Halaber, eskerrak emango zaizkio Eusko Jaurlaritzako Hezkuntza Departamentuari doktoreak ez diren ikertzaileak prestatzeko Doktoratu Aurreko Programaren bidez jasotako laguntzagatik.

Laburpena

Lan honetan topologia optimizazio metodoen eta fabrikazio aditibo teknologien integraziorako prozesura bat aurkezten da, helburutzat 3D inprimaketa prozesuetan euskarri materialik behar izango ez duten diseinu guztiz eutsi eta optimoen garapena duena. Honakoa gogoan izanda, fabrikazio aditibo prozesuetan azaltzen den overhang arazoa kontrolatzeko murrizpen berri bat garatu da, non overhang arazoa angelu limite batetik beherako inklinazioa duten hegan dauden ingeradak sortzeko gaitasun falta den.

Tesi honek ingeraden dentsitate gradientearen kalkuluan oinarritutako metodo moldakor bat proposatzen du, diseinu guztiz eutsiak zein fabrikazio eta errendimendu konpromiso hoberena bilatzen duten estrategien bidez garatutako diseinuak lortzea ahalbidetzen duena. Estrategia mota hauek, ikerketa honetan ere tratatuak izan diren eutsitako mekanismo malguen diseinu optimoan oso erabilgarriak direla erakutsi dute. Orobat, algoritmoaren moldakortasunak literaturan proposatutako edozein overhang angelurekin lan egitea baimentzen du.

Optimizazio prozesuko iterazio bakoitzean egitura osatzen duten ingeradak detektatzeko, Irudi Digitalen Prozesaketa arloan garatutako, eta hemen lantzen den topologia optimizazio problemara moldatutako ingeraden detekzio algoritmo bat erabiliko da. Operadore honek Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus du izena, eta ingeraden kokapenari buruzko informazio zehatza emateaz gain, hauen inklinazioa ere ezagutzea baimentzen du. Ingeraden inklinazioa ezaguna dela, hauek ingeradak eutsi eta ez eutsi bezala sailkatzen dira, eta datu hauekin overhang murrizpena eraikitzen da.

Murrizpen honek permisibitate gradu moldakor bat baimentzen duen kontrol parametro bat hartzen du bere barnean, oso garrantzitsua izango dena mekanismo malguen diseinuan. Bertan, xedetzat euskarri material bolumen minimoa eta euskarri egitura kopuru kontrolatu batekin batera, helburu

funtzioaren erantzun optimoena ematen duen soluzioa bilatzea duten estrategiak definitzea ahalbidetuko du.

Proposatzen den murrizpena arrakasta handiarekin integratu da aipatutako ingerada detekzio teknikarekin batera aldagai jarraituetan oinarritutako topologia optimizazio algoritmo baten barnean, eta honen adierazle dira landutako zenbakizko emaitzak zein garatutako emaitza esperimentalak.

Aurkibidea

Irudien aurkibidea	ix
Taulen aurkibidea	xv
Laburduren aurkibidea	xvii
1 Egituren Optimizazioa	1
1.1 Sarrera	1
1.1.1 Egituren optimizazio problema	3
1.1.2 Optimizazio motak	5
1.2 Topologia optimizazioa	9
1.2.1 Topologia optimizazio problema	13
1.2.2 Topologia optimizazio problemaren parametrizazioa	15
1.2.3 Topologia optimizazio prozesua	26
1.2.4 Sentsibilitate analisia	28
1.2.5 Optimizazio problemaren ebazpena	30
2 Fabrikazio Aditiboa	33
2.1 Sarrera	33
2.2 Fabrikazio Aditiboa vs. Fabrikazio Metodo Klasikoak	35
2.3 Prozesu eta teknologia aditiboei sarrera	36
2.3.1 Kupel foto-polimerizazioa	37
2.3.2 Material injekzioa	38
2.3.3 Material estrusioa	39
2.3.4 Hauts oheetan oinarritutako prozesuak (PBF)	42
2.3.5 Aglutinatzaile injekzioa	45
2.3.6 Xafla laminazioa	46
2.3.7 Energia lagapen zuzena	48
2.3.8 Fabrikazio aditibo teknologiak	50
2.4 Fabrikazio aditiboaren mugak eta euskarri egiturak	52
2.4.1 Euskarri egitura naturalak	54
2.4.2 Euskarri egitura sintetikoak	55
2.4.3 Euskarri gabeziak sortutako arazoak	56
2.5 Fabrikazio Aditibo prozesuaren etapak	59

3	Ingeraden detekzio eta analisisa	63
3.1	Sarrera	63
3.2	Ingeradak detektatzeko operadoreak	66
3.2.1	Roberts operadorea	67
3.2.2	Prewitt operadorea	67
3.2.3	Sobel operadorea	68
3.2.4	Canny operadorea.....	69
3.2.5	LoG operadorea.....	72
3.3	Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus (SUSAN).....	73
3.3.1	SUSAN operadorearen oinarriko printzipioak	73
3.3.2	SUSAN operadorearen metodologia.....	76
4	Overhang murrizpenaren garapena	85
4.1	Sarrera	85
4.2	Topologia optimizazioaren eta Fabrikazio Aditibo teknologien integrazioa	86
4.3	Overhang murrizpena.....	91
4.3.1	Murrizpenaren beharra eta errendimendu estrukturala.....	91
4.3.2	Ingerada ebaluaziorako algoritmoaren moldaketa.....	91
4.3.3	Overhang murrizpenaren garapena.....	95
4.3.4	Overhang murrizpenaren deskribapena.....	101
4.4	Diseinu eremuaren modelizazioa	108
4.4.1	Analisi eremuaren hedapena elementu osagarriekin.....	108
4.4.2	Oinarri plateraren modelizazioa.....	109
5	“Self-supported” egituren topologia optimizazioa	119
5.1	Sarrera	119
5.2	Problemaren planteamendua	120
5.2.1	Dentsitate iragazkia eta Heaviside proiektzio metodoa	120
5.2.2	Problemaren formulazioa	122
5.2.3	Sentsibilitate analisia.....	123
5.2.4	Optimizazio prozesua	125
5.3	Zenbakizko adibideak	127
5.3.1	Barra bikoitzeko egitura.....	128
5.3.2	Cantilever habea.....	130
5.3.3	Messerschmitt-Bolkow-Blohm habea(MBB)	133
5.3.4	Gurpil itxurako egitura.....	135
5.4	Diseinu parametroen analisia	137
5.4.1	Bolumen frakzioa.....	138
5.4.2	Piezaren posizioa eta fabrikazio noranzkoa	141

5.4.3	Overhang murrizpeneko kontrol parametroa.....	146
5.4.4	Heaviside proiektzio metodoaren atalaseko parametroa	152
5.4.5	Iragazki erradioa	154
5.5	Emaitzen eztabaida	155
5.6	Analisi esperimentalak: “self-supported” egituren 3D inprimaketa	157
5.6.1	Erabilitako baliabideak.....	157
5.6.2	Emaitzak.....	159
6	“Self-supported” mekanismo malguen topologia optimizazioa	163
6.1	Sarrera	163
6.2	Problemaren planteamendua	164
6.2.1	Problemaren formulazioa eta optimizazio prozesua.....	164
6.3	Zenbakizko adibideak.....	166
6.3.1	Matxarda mekanismoa (Gripper).....	167
6.3.2	Mekanismo inbertsorea (Inverter).....	171
6.4	Diseinu parametroen eragina	173
6.4.1	Piezaren posizioa	173
6.4.2	Overhang murrizpenaren kontrol parametroa.....	177
6.5	Emaitzan eztabaida	181
6.6	Analisi esperimentalak: “Self-supported” mekanismo malguen 3D Inprimaketa	183
7	Ondorioak eta etorkizunerako ikerketa lerroak	187
7.1	Ondorioak	187
7.2	Etorkizunerako ikerketa lerroak	190
7.3	Ikerketa lanaren zabalpena	190
	Erreferentziak	193
	A Eranskina	203
A1	Matlab kodeak.....	203
A11	Oinarrizko atala.....	203
A12	Overhang detekzio atala	206
A13	Kodearen hedapena mekanismo malguen arlora.....	208

Irudien aurkibidea

Irudia 1.1.	Eraikuntza arloko egituren optimizazio adibide bat. Iturria [1].....	3
Irudia 1.2.	Zeharkako azalaren dimentsionaketa barrez osatutako egitura batean.....	6
Irudia 1.3.	Forma optimizazio problemaren parametroak.....	7
Irudia 1.4.	Forma optimizazioa	7
Irudia 1.5.	Topologia optimizazioa.....	8
Irudia 1.6.	Topologia optimizazio problemaren diseinu eremuaren adibide bat.....	13
Irudia 1.7.	Homogeneizazio metodoan aplikaturiko mikroegitura bat detailean.....	16
Irudia 1.8.	Zulo karratua duen gelaxka unitario baten dentsitate baliokideak	16
Irudia 1.9.	SIMP metodoaren bidezko propietate materialen interpolazioa.....	19
Irudia 1.10.	Propietate materialen interpolazio eskemak $E_0=1$ MPa kasurako.....	20
Irudia 1.11.	Forma baten LSM metodoaren bidezko definizioa.....	23
Irudia 1.12.	MMC metodoaren adibide teorikoa.....	25
Irudia 1.13.	(a) <i>B-Spline</i> kurba baten errepresentazio parametrikoa, eta (b) MMV metodoak kontsidera dezakeen abiatze eremu baten adibidea.....	26
Irudia 1.14.	Topologia optimizazio baten fluxu diagrama (goian) eta material eremuaren eboluzioa iterazioak joan ahala (behean).....	27
Irudia 1.15.	Sentsibilitateen kalkulurako erresoluzio metodo ezberdinen sailkapena	30
Irudia 1.16.	Optimizazio algoritmoen sailkapena.....	31

Irudia 2.1.	Eskaneatze bektorial bidezko kupel foto-polimerizazio prozesua.....	37
Irudia 2.2.	Material injekzio prozesua.....	38
Irudia 2.3.	Material estrusio prozesua.....	40
Irudia 2.4.	PBF prozesu baten eredu generikoa.....	42
Irudia 2.5.	PBF prozesuaren parametroak.....	44
Irudia 2.6.	Aglutinatzailerikido prozesuaren eskema grafikoa.....	46
Irudia 2.7.	Xafla laminazio prozesua.....	47
Irudia 2.8.	Pita bakarreko energia lagapen zuzenaren eskema.....	49
Irudia 2.9.	Euskarri egitura baten adibidea eta pieza euskarririk gabe inprimatzearen emaitza.....	54
Irudia 2.10.	Euskarri egituren faltak sortutako arazoak. (a) Tanten agerpena ingeradetan eta (b) warping efektua.....	58
Irudia 2.11.	Fabrikazio prozesu osoaren laburpen grafikoa.....	61
Irudia 3.1.	Gurutze motak. (a) X, (b) Y, (c) Y eta (d) L gurutzeak.....	64
Irudia 3.2.	Irudi funtzioaren I, lehen deribatuaren I' eta bigarren deribatuaren I'' errepresentazio grafikoa.....	66
Irudia 3.3.	Irudi batean ager daitezkeen hertz motak.....	66
Irudia 3.4.	Roberts operadorearen konboluzio nukleoak.....	67
Irudia 3.5.	Prewitt operadorearen konboluzio nukleoak.....	68
Irudia 3.6.	Sobel operadorearen konboluzio nukleoak.....	68
Irudia 3.7.	1D eremuan histeresi prozesua.....	71
Irudia 3.8.	Itxurazko pixel multzo batekin hedatutako irudi eremu baten adibidea.....	72
Irudia 3.9.	SUSAN operadorearen printzipioa. (a) Maskararen posizio ezberdinak irudi eremuaren barnean. (b) Maskara bakoitzaren USAN azalera (azalera beltzak).....	74
Irudia 3.10.	SUSAN operadorearen erantzuna froga irudi batekiko. (a) Froga irudia. (b) USAN azalera alderantzizko eskalan.....	75
Irudia 3.11.	3,4 pixeletako erradioa duen maskara.....	76
Irudia 3.12.	Distira mailaren konparaketa funtzioen adierazpen grafikoa. Funtzio diskretua (marra etena) eta funtzio jarraitua (marra beltza), $t=4$ atalaseko balio batentzako.....	77
Irudia 3.13.	Ingeradaren erantzunaren eboluzioa USAN azalaren magnitudearen menpe 37 pixeletako maskara batean.....	78
Irudia 3.14.	SUSAN operadorearen aplikazioa 3x3 maskaren gainean eta $t=10$ atalase balioarekin. (a) Inter-pixel ingerada. (b) Intra-pixel ingerada.....	81

Irudia 3.15.	SUSAN operadorearen aplikazioa geometria konplexuak dituen irudi batean. (a) Froga irudia eta (b) ingeraden mapa. Iturria [80]	82
Irudia 3.16.	SUSAN operadorearen erantzuna ingerada mota ezberdinen aurrean. Iturria [80].....	83
Irudia 4.1.	Overhang angelua.....	87
Irudia 4.2.	3x3 maskara baten bidezko ingeraden ebaluazio prozesua.....	92
Irudia 4.3.	Gradientearen eta ingeradaren inklinazioaren arteko erlazioa.....	93
Irudia 4.4.	Ingerada sailkapen prozesuaren hutsegiteak. (a) Positibo faltsua eta (b) negatibo faltsua.	102
Irudia 4.5.	Material jausi efektua.	103
Irudia 4.6.	Ingerada sailkapen ekuazioaren balioen mapa overhang murrizpenarekin optimizatutako MBB habearen kasurako. Gorriz dauden ingerada ez eutsiak.....	104
Irudia 4.7.	Overhang ratioaren eboluzioa egituraren kontrol parametroaren arabera $\phi_{\text{karakteristikoa}}=0.6$ izanik.....	105
Irudia 4.8.	Dentsitate gradiente bertikal eta hazkor baten analisia.....	106
Irudia 4.9.	Overhang murrizpenaren betetze lokala. (a) Grisen trantsizioa eta (b) ingerada oszilakorrak.	107
Irudia 4.10.	Ingerada analisiaren emaitzak. (a) Dentsitate gradienteen gris eskala. (b) ingeraden 3D errepresentazioa.	109
Irudia 4.11.	Hedatutako diseinu eremua eta maskararen posizioak.....	110
Irudia 4.12.	Eremu lauki zuzen bateko behe hertz baten analisia.	114
Irudia 4.13.	Hedatutako ingerada analisi eremua.....	116
Irudia 4.14.	Oinarri platera kontsideratzen eta kontsideratzen ez deneko kasuen ingerada prozesuaren emaitzak. (a) pieza, (b) oinarri platerik gabeko ingeraden sailkapena, eta (c) oinarri platerarekin ingeraden sailkapena.....	117
Irudia 5.1.	Maila funtzioaren hurbilpen jarraitua.	121
Irudia 5.2.	Proposatutako optimizazio problemaren ebazpen prozesuaren fluxu diagrama.....	126
Irudia 5.3.	Barra bikoitzeko egiturarentzako diseinu eremua.	128
Irudia 5.4.	Problemaren emaitzak (a) 45°, (b) 60°, (c) 80° eta (d) 90° angeluen kasuetan.....	129
Irudia 5.5.	Cantilever habearen diseinu eremua.	130
Irudia 5.6.	Overhang murrizpenik gabeko problemaren ingerada ez eutsiak.	131

Irudia 5.7.	Cantilever habearen overhang probleman soluzioak (a) 45°, (b) 69° eta (c) 90° angeluentzat.....	132
Irudia 5.8.	MBB habearen diseinu eremua.....	134
Irudia 5.9.	MBB habearen optimizazioaren emaitzak. (a) overhang murrizpenik gabe eta (b) 45°-tako overhang murrizpenarekin.....	134
Irudia 5.10.	Gurpil itxurako egituraren diseinu eremua.	136
Irudia 5.11.	Gurpil itxurako egituraren topologia optimizazioaren emaitzak. (a) overhang murrizpenik gabe eta (b) 45°-tako murrizpenarekin.....	137
Irudia 5.12.	Overhang murrizpen eta murrizpenik gabeko geometrien konparaketa.....	137
Irudia 5.13.	Bolumen ezberdineko egituren overhang egoeraren analisia. (a) $V_o=0.35$, $\Phi_{\text{karakteristikoa}}=0.811$, (b) $V_o=0.5$, $\Phi_{\text{karakteristikoa}}=0.816$ eta (c) $V_o=0.65$, $\Phi_{\text{karakteristikoa}}=0.869$	138
Irudia 5.14.	Bolumen frakzio ezberdinetarako optimizatutako Cantilever habea. (a) $V_o=0.35$, (b) $V_o=0.5$ eta (c) $V_o=0.65$	139
Irudia 5.15.	Energia elastikoaren handipena egituraren bolumenaren eta kontrol parametroaren menpe.....	140
Irudia 5.16.	Trakzio habe batean bolumen baxuen efektuak. (a) diseinu eremua, (b) overhang murrizpenik gabeko eta $V_o=0.5$ emaitza optimoa, (c) overhang murrizpenarekin eta $V_o=0.5$ emaitza optimoa, (d) overhang murrizpenik gabeko eta $V_o=0.3$ emaitza optimoa eta (e) overhang murrizpenarekin eta $V_o=0.3$ emaitza optimoa.....	141
Irudia 5.17.	Posizio bertikalean optimizatutako trakzio habea.....	141
Irudia 5.18.	Overhang angelu ezberdinetarako optimizatutako geometria. (a) $\psi=0$, $c=62.9704$ Nmm, (b) $\psi=45$, $c=62.9951$ Nmm, (c) $\psi=60$, $c=63.9056$ Nmm, (d) $\psi=80$, $c=90.4967$ Nmm eta (e) $\psi=90$, $c=175.4155$ Nmm.....	143
Irudia 5.19.	Puntu geometriko esanguratsuenen analisia. (a) $\psi=45/60$ y (b) $\psi=45/80$	143
Irudia 5.20.	Fabrikazio noranzkoen definizioa.....	144
Irudia 5.21.	Noranzko ezberdinen emaitzak. (a) He noranzkoa, (b) Ip noranzkoa, (c) E noranzkoa eta (e) Me noranzkoa.....	144
Irudia 5.22.	Geometrien konparaketa, murrizpenik gabekoa eta 45° murrizpena duena eta O noranzkoan diseinatu dena.	145

Irudia 5.23.	Fabrikazio noranzko bakoitzean lortzen den energia elastikoa.	145
Irudia 5.24.	Erantzun optimoarekiko desbideratzea (%) fabrikazio noranzko bakoitzean.	146
Irudia 5.25.	Bi barren egituraren diseinu optimoa overhang murrizpenik gabe.	147
Irudia 5.26.	Bi barren egituraren eboluzioa 90° angelurako eta kontrol parametro ezberdinen arabera.	148
Irudia 5.27.	Goi hertzen zorroztea. (a) $\phi_0=0.985$, (b) $\phi_0=0.99$ y (c) $\phi_0=0.999$	149
Irudia 5.28.	Topologiaren eta helburu funtzioaren eboluzioak kontrol parametroaren menpean.	151
Irudia 5.29.	Murrizpen eta murrizpen gabeko objektibo funtzioen balioen ratioa 5.28 Irudiko emaitzetarako.	152
Irudia 5.30.	Wheel egituraren optimizazioaren emaitzak proiektzio atalaseko balio ezberdinetarako. (a) $T=0.1$, (b) $T=0.28$, (c) $T=0.38$, (d) $T=0.385$, (e) $T=0.39$, (f) $T=0.44$ y (g) $T=0.5$	153
Irudia 5.31.	Heaviside proiektzio metodoaren atalaseko balio ezberdinen emaitzak. $V_0=0.5$, $r_{\min}=8.5$, $\psi=45^\circ$	154
Irudia 5.32.	Iragazki erradioaren eragina.	154
Irudia 5.33.	Erabilitako prototipazio makina eta materiala.	157
Irudia 5.34.	CAD ereduak eta .STL fitxategiak.	158
Irudia 5.35.	Cantilever eta MBB haben emaitzak.	159
Irudia 5.36.	MBB eta Cantilever haben fabrikazio datuen adierazpen grafikoa.	161
Irudia 6.1.	Fabrikazio-errendimendu konpromiso onenaren bilatze estrategia.	164
Irudia 6.2.	Mekanismo malgu baten malguki eredu.	165
Irudia 6.3.	Gripper mekanismoaren diseinu eremua.	168
Irudia 6.4.	Gripper mekanismo optimizatua.	168
Irudia 6.5.	45°-tako overhang murrizpenarekin eta $\phi_0=0.99$ -rekin optimizatutako gripper mekanismoa.	169
Irudia 6.6.	60° overhang murrizpenarekin optimizatutako gripper mekanismoa.	170
Irudia 6.7.	Inverter mekanismoaren diseinu eremua.	171
Irudia 6.8.	Problemaren emaitzak murrizpenik gabe eta 45° eta $\phi_0=0.995$ murrizpenarekin.	173

Irudia 6.9.	Gutziz eutsitako inbertsorea eta ingerada sailkapen ekuazioaren balioen mapa.	173
Irudia 6.10.	3D inprimaketa makinan inbertsoreak izan ditzakeen posizio ezberdinak.....	174
Irudia 6.11.	Optimizazio problemaren emaitzak. (a) murrizpenik gabe, (b) 45° eta $\phi_0=0.98$ murrizpenarekin goi eremu simetrikorako eta (c) 45° eta $\phi_0=0.995$ murrizpenarekin behe eremu simetrikorako.....	175
Irudia 6.12.	Mekanismo mihiztatuak.....	176
Irudia 6.13.	Irteera desplazamenduen konparaketa diseinu-fabrikazio estrategia ezberdinentzat.	176
Irudia 6.14.	Geometriaren eboluzioa kontrol parametroaren menpe eta ingerada sailkapen ekuazioaren balioen mapak. (a) $\phi_0=0$, $u_{out}=0.3724$ mm, (b) $\phi_0=0.976$, $u_{out}=0.3721$ mm, (c) $\phi_0=0.98$, $u_{out}=0.3719$ mm, (d) $\phi_0=0.9$, $u_{out}=0.3711$ mm, (e) $\phi_0=0.9999$, $u_{out}=0.3658$ mm, (f) $\phi_0=0.99999$, $u_{out}=0.3657$ mm.	179
Irudia 6.15.	Aurreko 6.14 Irudiko emaitzen artikulazioen geometriaren eboluzioa.	180
Irudia 6.16.	Helburu funtzioaren penalizazioa kontrol parametroaren arabera.....	180
Irudia 6.17.	Gripper eta inbertsore mekanismoen diseinu ez murriztuen prototipo inprimatuak.....	184
Irudia 6.18.	Gripper malgu baten geometria zuzendua. (a) Diseinua eta (b) murriztu eta murriztu gabeko diseinuen euskarri material bolumenaren arteko konparaketa.	185
Irudia 6.19.	Euskarria behar duten guneak agerian usten dituzten pieza garbituak.	185

Taulen aurkibidea

Taula 1.1.	Murrizpen mota ezberdinen sailkapena.....	4
Taula 2.1.	Teknologia gehigarrien egungo eta potentzialak diren aplikazioak.....	34
Taula 2.2.	Metodo klasikoak eta metodo aditiboak.....	36
Taula 2.3.	Prozesu eta teknologia aditiboak.....	51
Taula 2.4.	Teknologia aditiboak eta bakoitzak erabiltzen dituen materialak	52
Taula 3.1.	Roberts, Prewitt eta Sobel operadoreak.....	69
Taula 3.2.	LoG operadorearen ezaugarriak.....	73
Taula 4.1.	Dentsitate erlazio ekuazioa overhang angelu ezberdinetarako.	113
Taula 4.2.	Dentsitate erlazio ekuazioen deskribapen fisikoa 0°, 45° eta 90°-ko angeluentzat.....	113
Taula 4.3.	Oinarri plateraren konfigurazio posibleak.....	116
Taula 5.1.	3D inprimaketa makinaren ezaugarriak.....	158
Taula 5.2.	Fabrikazio denborak eta euskarri material bolumena.....	160
Taula 6.1.	Gripper mekanismoaren fabrikazio prozesuaren datuak.	185

Laburduren aurkibidea

1D: Dimentsio bakarra.

1EL: Integrazio maila 1.

2D: Bi dimentsio.

2EL: Integrazio maila 2.

3D: Hiru dimentsio.

3EL: Integrazio maila 3.

AESO: Additive Evoluntary Optimization.

A_i : Elementu baten azalera.

AM: Fabrikazio aditiboa.

ASTM: Amerikako Testatze eta Materialen Sozietatea.

AutoFab: Automated Fabrication.

AVM: Aldagai adjuntuaren metodoa.

BESO: Bidirectional Evolutionary Optimization.

c : Helburu funtzioa.

CAD: Ordenagailu bidez lagundutako diseinua.

c_b : Maskararen distira mailaren konparaketa funtzioa.

COC: Optimalitate Irizpide Jarraitua.

CONLIN: Linealizazio konbexua.

D: Overhang distantzia.

DIP: Irudien prozesaketa digitala.

$\text{dist}(e, i)$: i y e elementuen zentroen arteko distantzia.

DOC: Optimalitate Irizpide Diskretua.

d_0 : Hutsaren ardatzaren luzera.

d_1 : Hutsaren ardatzaren luzera.

d_2 : Hutsaren ardatzaren luzera.

d_3 : Hutsaren ardatzaren luzera.

e : Elementua

E : Ekialde fabrikazio noranzkoa.

E_{ad} : Young moduluen eremu onargarria.

E_e : Elementu finitu baten Young modulua.

EL: Integrazio maila.

E_m : Maskararen barneko elementu kopurua.

E_{min} : Young moduluen balio minimoa.

E_0 : Material solido isotropoaren Young modulua.

ESO: Evolutionary Structural Optimization

F : Kargen bektorea.

FCM: Urtutako lagapen bidezko modelaketa.

FEM: Elementu finituen metodoa.

f : Diseinu aldagaien funtzioa.

G : Iragazki Gaussiarra.

g_j : Ezberdintza murrizpenak.

g_u : Ingeraden erantzunaren atalase geometrikoa.

GL : Diseinuaren gris maila.

K: Zurruntasun matrize globala.

k_e : Elementu baten zurruntasun matrizea.

k_{in} : Sarrera portuko zurruntasuna.

k_0 : Unitate Young moduluko elementu baten zurruntasun matrizea.

k_{out} : Irteera portuko zurruntasuna.

k_x : Konboluzio nukleoa.

k_y : Konboluzio nukleoa.

H: Diseinu eremuaren altuera.

He: Hegoaldeko fabrikazio noranzkoa.

h_k : Berdintasun murrizpenak.

I: Irudi funtzioa.

I' : Irudi funtzioaren lehen deribatua.

I'' : Irudi funtzioaren bigarren deribatua.

Ip: Iparraldeko fabrikazio noranzkoa.

l_{Ω}^{mat} : Propietate materialen eskalatze faktorea.

l_k : Eraikitze blokearen luzera.

l : Irteera bektorea.

LoG: Gaussiarraren Laplaciarra.

LPS: Fase Likidoko Sinterizazioa.

LSM: Level Set Method.

M: Maskara nukleoen kopuru totala.

MBB: Messerschmitt-Bolkow-Blohm habea.

MDF: Diferentzia finituen metodoa.

Me: Mendebaldeko fabrikazio noranzkoa.

mLS: Laser Bidezko Metalen Sinterizazioa.

MMA: Asintota Mugikorren Metodoa.

MMC: Moving Morphable Components.

MMV: Moving Morphable Voids.

MPM: Programazio Matematiko Metodoak.

n : USAN kalkulurako funtzioa.

n_{max} : Maskararen USAN balio maximoa.

OC: Optimalitate irizpidea.

p : Penalizazio faktorea.

P_{in} : Sarrera portua.

P_{in}^1 : Sarrera portua 1.

P_{in}^2 : Sarrera portua 2.

P_{out} : Irteera portua.

P_{out}^1 : Irteera portua 1.

P_{out}^2 : Irteera portua 2.

PBF: Hauts oheetan oinarritutako prozesuak.

pLS: Polimeroen Laser bidezko Sinterizazioa.

p_{LSM} : Puntu batek LSM-an duen posizioa.

q : Distira konparazio funtzioko berretura faktorea.

q_x : Maskararen x ardatzeko momentu estatikoa.

q_y : Maskararen y ardatzeko momentu estatikoa.

r : Irudi baten barneko pixel baten posizioa.

R : Ingeradaren erantzuna.

r_f : Fabrikazio noranzkoa.

r_{min} : Dentsitate iragazkiaren erradioa.

\mathbf{r}_0 : Maskararen zentroaren posizioa.

RAMP: Rational Approximation of Material Properties.

RP: Prototipaketa azkarra.

SA: Metodo Semianalitikoa.

SERA: Sequential Element Rejection and Admission Method.

SIMP: Solid Isotropic Material with Penalization.

SLM: Laser bidezko Fusio Selektiboa.

SLS: Laser bidezko Sinterizazio Selektiboa.

SNR: Seinale-Zarata ratioa.

STL: Standard Triangle Language.

SUSAN: Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus.

t : Distira ezberdintasun atalase parametroa.

T : Dentsitateen proiektzio atalaseko parametroa.

t_k : Eraikuntza blokearen lodiera.

\mathbf{U} : Desplazamendu bektorea.

u_{out} : Irteera desplazamendua.

u_{out}^1 : 1 Irteera portuaren desplazamendua.

u_{out}^2 : 2 Irteera portuaren desplazamendua.

USAN: Univalued Segment Assimilating Nucleus.

UV: Ultra-morea.

V : Diseinu bolumen frakzioa.

V_0 : Helburu bolumen frakzioa.

\mathbf{v}_ψ : Bektore adjuntua.

ν_{cg} : Dentsitate gradientea.

w_i : Hastapen faktorea.

W: Diseinu eremuaren zabalera.

\mathbf{x} : Diseinu aldagaien bektorea.

x_c : Hutsaren zentroaren x koordenatua.

x_{cg} : Maskararen grabitate zentroaren x koordenatu lokala.

x_i^{min} : Diseinu aldagaien balio minimoa.

x_i^{max} : Diseinu aldagaien balio maximoa.

x_{ok} : Eraikuntza blokearen zentroaren x koordenatua.

x_r : Fabrikazio noranzko bektorearen x osagaia.

y_ψ : Bektore adjuntuaren osagai bertikala.

y_c : Hutsaren zentroaren y koordenatua.

y_{cg} : Maskararen grabitate zentroaren y koordenatu lokala.

y_{ok} : Eraikuntza blokearen zentroaren y koordenatua.

y_r : Fabrikazio noranzko bektorearen y osagaia.

α : Ingeradaren inklinazioa.

$\alpha_{desbideraketa}$: Desviación entre los ángulos real y teórico de los contornos

$\alpha_{erreala}$: Ingeraden benetako inklinazioa.

$\alpha_{teorikoa}$: Ingeraden inklinazio teorikoa.

β : Heaviside funtzioaren hurbilketa parametroa.

Γ_t : Aplikatutako kargak.

Γ_u : Muga baldintzak.

Δ : Overhang distantziaren aldaketa.

Δh : Diseinuaren altuera noranzkoan aldaketa.

Δw : Diseinuaren zabalera aldaketa.

τ_1 : Canny operadorearen goi atalaseko balioa.

τ_2 : Canny operadorearen behe atalaseko balioa.

θ_H : Gelaxkaren orientazioa.

θ_v : Hutsaren orientazioa.

λ : Lagrange biderkatzaileen bektorea.

μ : Gelaxkaren azalera.

μ_1 : Gelaxkaren zuloaren tamaina kontrolatzeko parametroa.

μ_2 : Gelaxkaren zuloaren tamaina kontrolatzeko parametroa.

ρ : Dentsitate eremua.

ρ : Dentsitate iragazien eremua.

$\bar{\rho}$: Dentsitate eremu proiektatua.

ρ_e : Elementu baten dentsitatea.

ρ_e^{min} : Elementu baten dentsitatearen balio minimoa.

ρ_e^{max} : Elementu baten dentsitatearen balio maximoa.

$\hat{\rho}_e$: Elementu baten dentsitate iragazia.

$\bar{\rho}_e$: Elementu baten dentsitate proiektatua.

ϕ_0 : Kontrol parametroa.

$\Phi_{karakteristikoa}$: Overhang ratio karakteristikoa.

$\tilde{\phi}$: Overhang murrizpena.

ϕ : Overhang murrizpen normalizatua.

φ : Ingeraden sailkapen ekuazioa.

φ^+ : Ingerada ez eutsien balio totala.

φ^- : Ingerada eutsien balio totala.

$\tilde{\varphi}$: Angeluen konparaketa funtzioa.

φ_{LSM} : Level-Set funtzioa.

ψ : Ingeraden inklinazio angelu limitea.

Ω : Diseinu eremua.

Ω^{mat} : Material solidoaren eremua.

Ω^{void} : Material hutsaren eremua.

1 Egituren Optimizazioa

1.1 Sarrera

Denboran zehar, industriak teknologia eta erreminta berriak diseinatzen bultzatu ditu ingeniariak, baina azken urteetan industria espezializatuak (industria aeronautikoa, industria aeroespaziala, automozio industria edo bioingeniaritza) eskatu izan dien exijentzia mailak kota berriak ezagutu ditu. Gaur egun, edozein pieza funtzionamendu kalitate ezin hobea izatera behartuta dago, eta erronka honi aurre egiteko proposatu den erantzunetarikoa bat dira egituren optimizazio prozesuak.

Hasiera batean, diseinu prozesuak saio-huts motako eskemetan oinarrituta zeuden, non diseinatzailearen sormena eta intuizioa garrantzia handiko faktoreak ziren betebeharrak jakin batzuetara moldatutako piezak diseinatu behar zirenean. Lan eskema hauen prozedura nahiko sinplea zen, eta aurredefinituriko diseinu eremu baten gainean zuzenketa intuitiboak eginez, betebeharrak funtzionalak honek baino hobeto konplizitzen zituen bukaerako geometria optimizatu bat lortzea zen oinarritzeko ideia. Hala ere, jokabide honek ez zion arreta handirik jartzen diseinu berriak beste edozein diseinuk baino era efizienteago batean lan egingo lukeen galderari. Hau da, helburua betebeharrak funtzionalekin abiadako diseinuak baino era zertxobait egokiagoan lan egiten zen pieza bat lortzea zen, ezin baitzen determinatu, ezta ezagutu ere, zein zen diseinu posibleen artean hoberena. Beraz, esan daiteke, optimizazio prozesuek diseinu prozesuak baino are urrunago begiratzen dutela, eta hauek edozein piezaren bertsio optimoena aurkitzea dute xede.

Esan bezala, diseinu prozesuek, jadanik existitzen ziren diseinuen gainean egin zitezkeen zuzenketa sinpleetan jartzen zuten arreta gehien bat, izan ere, puntu optimoa bilatzeko hautagai ziren diseinu posible guztien azterketari heltzea ezinezkoa baitzen. Era honetan, optimizazio algoritmo espezifikorik erabili gabe, posible zen edozein diseinuren gainean hobekuntza partzialak lortzea,

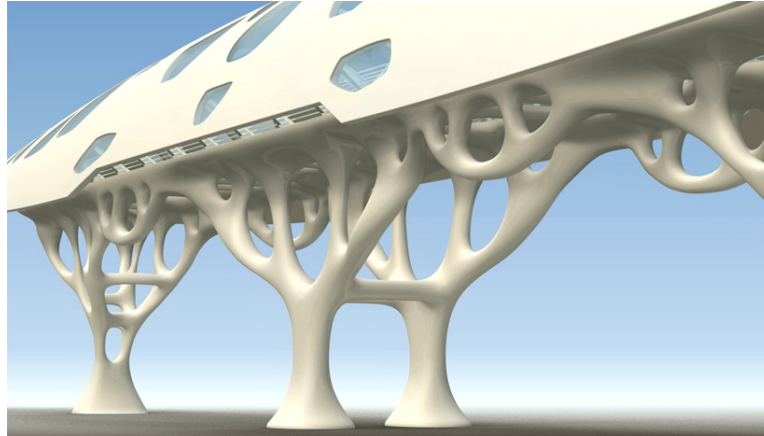
hala nola pisu murrizketak, kostu murrizketak edo edozein propietate mekaniko hobetuko duen diseinua.

Ingeniariiek esperientzian eta sormenean oinarritutako prozesuen ahalmenaren mugak sumatzen hasi zituztenetik, eta ordenagailuen eta analisi softwareen garapenarekin batera, prozesu hauek *Elementu Finituen Metodoan (FEM)* oinarritutako optimizazio metodo matematikoez progresiboki ordezkatuak izan dira. Azken hauek zuzenagoak eta efizientzia maila altuagokoak direla frogatu dute, eta lehenago aldaketa intuitiboak zirenak, oinarri eta esangura matematiko sakonagoa duten zuzenketetan bihurtu dituzte.

Konplexutasun handiko optimizazio ariketen ebazpena posible egiteaz gainera, *FEM*-ak, ordenagailuen garapenarekin batera, automatizaturiko lehen optimizazio prozesuak formulatzea ahalbidetu zuen. Hauetan, diseinu optimoa, optimizazio problema programazio numerikoen eta eragiketa konputazionalen bidez ebaztearen emaitza izango zen, gaur egun ezagutzen diren prozesu iteratiboen zimenduak ezarriz, non analisi eta optimizazio faseak txandakatzen diren.

Ingeniaritzaren arlo honetako aitzindari bezala kontsideratzen dena Lucien Schmit da, zeinek 60ko hamarkadan jadanik proposatu zuen diseinu prozesua programazio matematiko tekniken bitartez ebazteko ideia. Proposamen honek, diseinu eta kalkulu teknologien garapenarekin batera, diseinu optimoa hainbat faktoreen arteko konpromiso onuragarrienaren bilaketaren emaitza bezala lortzen zuten prozesu konputazional eta iteratiboen lehen belaunaldiari sarrera eman zion.

Urteak joan ahala, optimizazio prozesuen zahartzapena nabaria izan da, eta gaur egun industria espezializatuan burutzen diren diseinu prozesuen lagun garrantzitsuak bezala finkatu dira (ikus 1.1 Irudia). Egoera honetan, software garapenean dabilzan enpresa askok topologia optimizazio programak garatu dituzte, eta orain posible da analisi, optimizazio eta postprozesu eragiketak bateratzen dituzten softwareak topatzea.



Irudia 1.1. Eraikuntza arloko egituren optimizazio adibide bat. Iturria [1].

1.1.1 Egituren optimizazio problema

Egituren optimizazioa eragiketa iteratibo bat da, non egituraren errendimendua optimizatzen duten aldagai multzo baten balioak aurkitzea den helburua. Errendimendu hori, helburu funtzio bati ematen zaion erantzuna bezala definitzen da, hau da, azken honen balioa momentuko diseinuaren errendimenduaren adierazlea izango da. Kasu askotan, eta problemaren baldintzatze eskasa dela medio, beharrezkoa izaten da problemaren gainean muga baldintzak eta murrizketa ekuazioak ezartzea honek soluzio bat izan dezan. Horregatik, orokorrean, edozein optimizazio eragiketan funtsezko lau elementu topa daitezke: *helburu funtzioa*, *diseinu aldagaiak*, *murrizpen ekuazioak* eta *diseinu parametroak*.

Egituren optimizazio eragiketan agintzen duena, helburu funtzioa da. Problemaren iterazio bakoitzean, diseinu berri bat bezala uler daitekeen material distribuzio eguneratu bat lortzen da, eta honen errendimendua neurtzeko, eta aldi berean optimizazio prozesua emaitza optimora bideratzeko, helburu funtzioaren emaitza erabiltzen da. Funtzio honek diseinu aldagaien menpeko funtzio eskalar bat izan behar du, eta posible izan behar da bere balio numerikoa edozein iteraziotan lortzea [2]. Gainera, prozesu iteratiboaren eboluzioa, hau da, helburu funtzioak mutur balioak hartzen dituen puntuen bilaketa prozesua, funtzio honek deskribatzen duen fenomeno fisikoaren araberakoa izango da.

Diseinu aldagaiak problema definitzen duten ezezagunen multzoa da. Nahiz eta beren bukaerako balioak ezezagunak diren, problemaren hasieran balio bat esleitzen zaie, zeina iterazioetan zehar aldatzen joango den bere balio optimoa lortu arte. Hauen hasierako balioak hautatzean, kontutan izan beharrekoak

dira bai aldagaien kopuru totala zein hauek elkarrekiko dependentziarik ez izatea [3].

Esan bezala, optimizazio eragiketa emaitza zuzen batera bideratzeko, diseinu aldagaien gainean murrizpen batzuk ezartzea komeni izaten da. Murrizpen hauek egituraren funtzionamendu baldintza errealeen ordezkariak dira, eta diseinu aldagaien menpekoak diren murrizpen ekuazioen bitartez ezartzen dira. Ekuazio hauek murrizpenaren naturaren eta ekuazio motaren arabera sailkatu daitezke, alde batetik ekuazio esplizitu edo implizituetan, eta beste alde batetik, berdintasun edo ezberdintasun ekuazioetan. Sailkapen alternatibo bat egin daiteke ekuazioen mailen arabera, non ekuazio linealak eta ez linealak ezberdindu diren. 1.1 Taulan murrizpen ekuazioen sailkapen eta deskribapen labur bat aurkitu daiteke.

Azkenik, diseinu parametroek, murrizpen ekuazioak eta helburu funtzioa erlazionatuko dituzte, eta diseinu aldagaietan ez bezala, hauen balioa aurrez ezaguna izango da.

	MOTA	PROPIETATEAK	ADIBIDEAK
MURRIZPENAREN NATURAREN ARABERA	Murrizpen esplizituak	-Baldintzak diseinu aldagaien gainean ezartzen dituzte	-Aldagaien balio minimo eta maximoak
	Murrizpen implizituak	-Baldintzak diseinu aldagaien menpeko magnitudeetan inposatzen dituzte	-Zurruntasuna, bolumen frakzioa, tentsioak, desplazamenduak, deformazio energia ...
MURRIZPEN EKUAZIOAREN ARABERA	Berdintasun ekuazioak	-Baliozko diseinu batek berdintasun baldintza guztiak bete behar ditu	-Oreka baldintzak, materialen portaera legeak ...
	Ezberdintasun ekuazioak	-Elementuen erantzuna mugatzen dute -Baliozko diseinu batek baldintza hauek errespetatzera soilik dago behartuta	-Tentsioak, desplazamenduak, bibrazio frekuentziak ...

Taula 1.1. Murrizpen mota ezberdinen sailkapena.

Aurkeztutako elementu hauek edozein optimizazio problemaren nukleoa osatzen dute, eta behin hauek zehaztuta, posiblea da optimizazio problema era matematiko baten idaztea. Horrela, hurrengo adierazpena lortuko litzateke:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizatu} & f(\mathbf{x}) \\
 \text{Kontuan izanik :} & \begin{array}{l} g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \\ h_k(\mathbf{x}) = 0 \\ x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \end{array}
 \end{array} \tag{1.1}$$

non, $f(\mathbf{x})$ helburu funtzioa den, eta $g_j(\mathbf{x})$ eta $h_k(\mathbf{x})$ murrizpen ekuazioak deskribatzen dituzten. Bestalde \mathbf{x} , i -garren iterazioari esleitutako diseinu aldagaien bektorea da, x_i^{\min} eta x_i^{\max} , x_i diseinu aldagai bakoitzaren alde mugak direlarik.

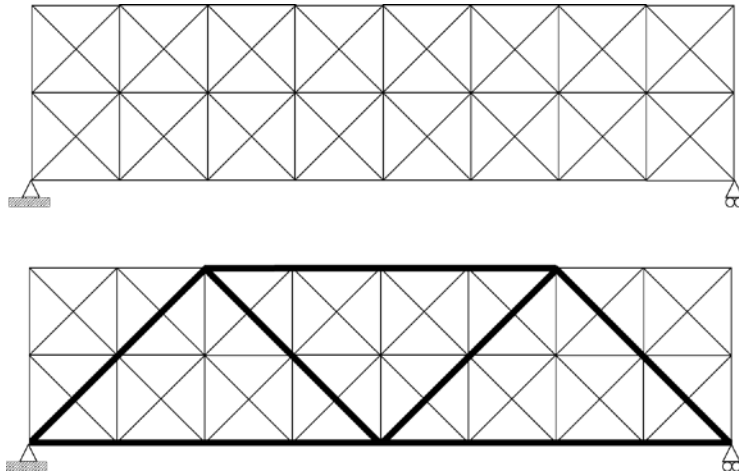
1.1.2 Optimizazio motak

Atal honetan egitura optimizazio mota ezberdinak azalduko dira. Horretarako, lehenik eta behin, optimizatzen duten aldagaien araberako sailkapen bat egingo da eta *tamaina*, *forma* eta *topologia optimizazioak* ezberdindu dira.

Bere izenak ulertarazten duen bezala, tamaina optimizazio problemak aldagai dimentsionalen balio optimoak zehaztea du helburu, lodiera plaken optimizazio problematan edo zeharkako azalera barren optimizazio problematan, esaterako. Forma optimizazioan, diseinu eremua definitzen duten kontrol puntuak izan ohi dira diseinu aldagaiak. Kontrol puntu hauen posizioak iterazio bakoitzean eguneratzen dira, eta hauekin batera, egituraren barne eta kanpo ingeradak ere aldatuko dira. Azkenik, optimizazio topologikoak, material banaketa optimoa bilatzen du definitutako diseinu eremuaren barnean. Optimizazio mota honetan, diseinu aldagai komunena elementuen dentsitatea izaten da, hala ere, badaude kasu batzuk non aldagai mota ezberdinak aurki ditzakegun. Jarraian, aurretik ikusitako optimizazio mota ezberdinak aurkeztuko dira.

1.1.2.1 Tamaina optimizazioa (Size optimization)

Tamaina optimizazio problema batek, egitura osatzen duten atal ezberdinen dimentsio optimoak aurkitzea du helburu. Probleman zehar, nahiz eta tamaina aldagaiak aldatu daitezkeen, egituraren forma eta topologia berdin mantentzen dira, eta honek esan nahi du, bukaerako diseinua jadanik “*ground structure*”-aren barnean dagoela, dimentsionatuta izatearen esperoan (ikusi 1.2 Irudia).



Irudia 1.2. Zeharkako azalaren dimentsionaketa barrez osatutako egitura batean.

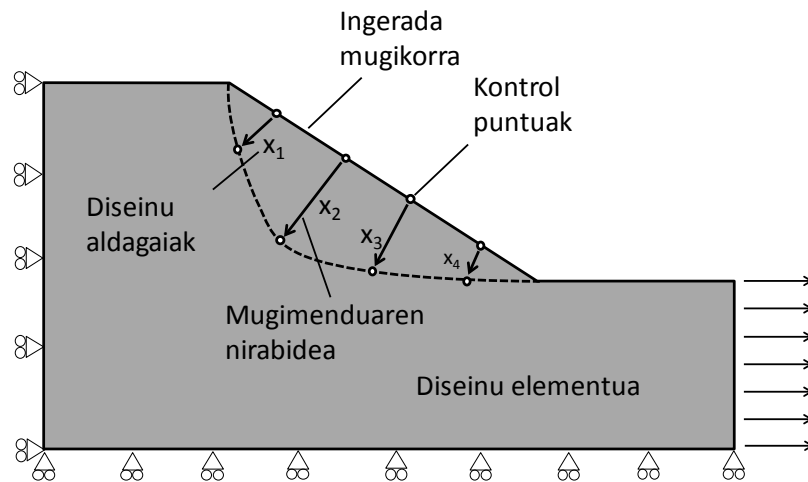
1.1.2.2 Forma optimizazioa (Shape optimization)

Elementu finituen bitartez modelizaturiko pieza batean, egituraren geometria eta forma, elementuen nodoen posizioak zehazten du. Hori dela eta, egituraren forma kontrolatzeko, nodo horien koordenatuak diseinu aldagai bezala erabiltzeko ideia era natural batean sortzen da [4,5]. Hala ere, halako planteamendu batek aldagai kopuru handi bat suposatzen du egitura jarraituen gainean aplikatzen denean.

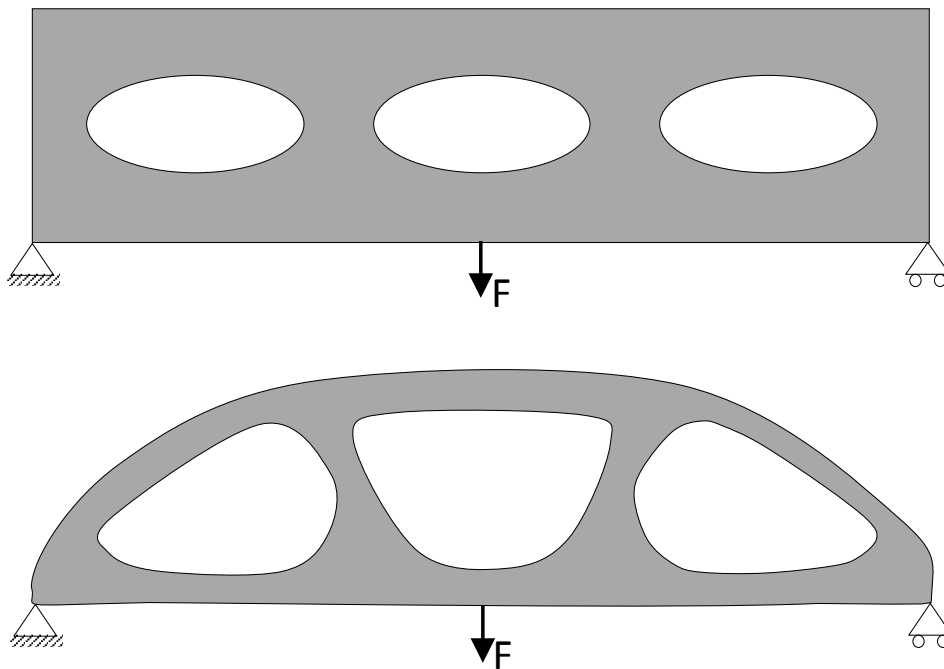
Forma optimizazio metodo oso nabarmen bat V. Braibant eta C. Fleury-k [6] proposatutakoa izan da. Metodo honek elementuen ingeradak konputagailu bidezko grafikoetan, kurben eta gainazalen definizioan erabiltzen diren funtzioen bidez deskribatzen ditu piezaren errepresentazio geometrikoa burutzeko. Ondoren, gainazalak geometria errazeko eta elementu finituen bidez diskretizatutako hainbat azpi-eremutan banatzen ditu, eta hauen artean, era egokian aukeraturiko batzuk, haien forma aldatuko dute optimizazio prozesuan zehar. Forma aldaketa horiek kontrol puntu kopuru mugatu bati esker lortzen dira, eta beraz, azpi-eremu hauen itxura aldaketan arduradunak diren diseinu aldagaiak, aurre determinaturiko kontrol puntuen noranzko batean gauzatutako desplazamenduei lotutako eskalarrak izango dira (1.3 Irudia).

Forma optimizazio batean egituraren topologia konstante mantenduko da prozesu guztian zehar eta diseinuaren hasierako eta amaierako topologiak berdinak izango dira, edo berdina dena, problemaren emaitza hasierako diseinuaren menpekoa izango da. Honi zor zaio, amaierako diseinuak zuloak

agertzea nahi izanez gero, hauek hasierako abiatze diseinuan definitu behar izatea (1.4 Irudia). Horrela ez bada, forma optimizazioak ezin ditu sortu.



Irudia 1.3. Forma optimizazio problemaren parametroak

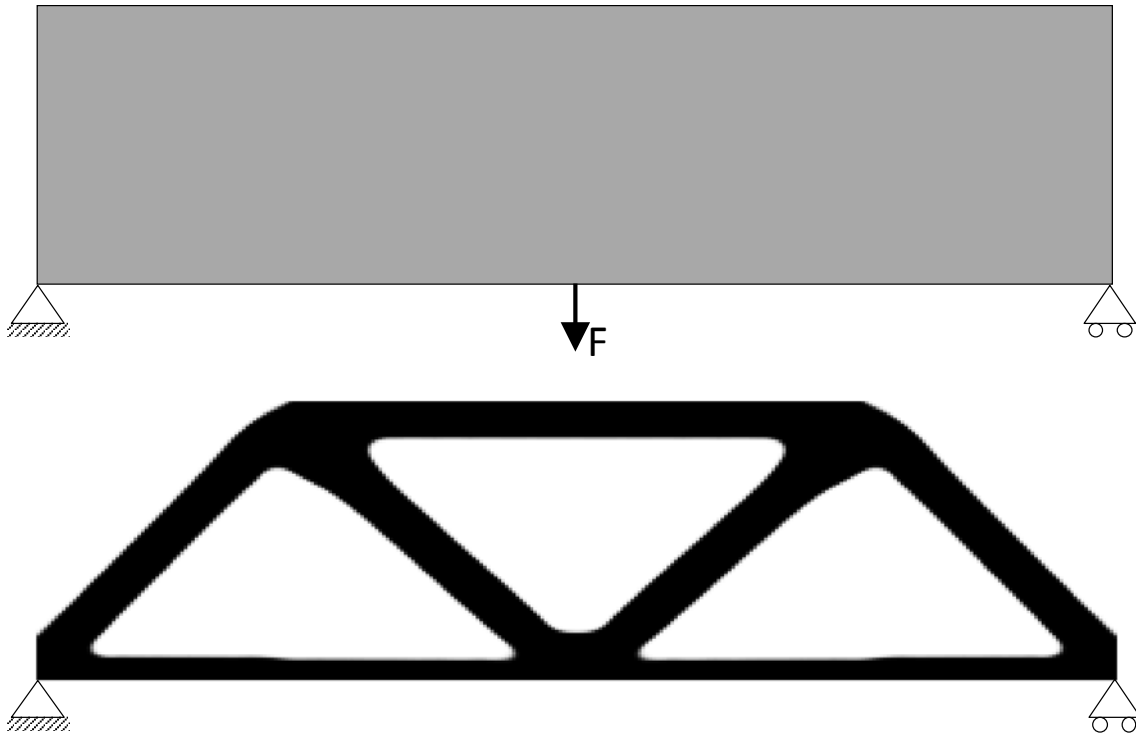


Irudia 1.4. Forma optimizazioa

Forma optimizazioaren aplikazio interesgarri bat, honakoa aurretik topologia optimizazio prozesu bat jasan duen egitura baten gainean aplikatzea da. Halako ikuspuntua oso erabilgarria suertatu daiteke, forma optimizazioa jadanik optimoa den topologia batetik abiatuko baita.

1.1.2.3 Topologia optimizazioa (Topology optimization)

Topologia optimizazioa diseinu eremuaren barnean materialaren distribuzio optimoa eta bere konektibitatea zehazteko prozesua bezala definitu daiteke [7]. Materialaren banaketa egitura osatzen duten zuloen kopuruak, kokapenak eta formak definitzen dute, hargatik, topologia optimizazioa aurrez ezarritako diseinu eremu batean zehar zuloak banatzeko prozesua bezala ere uler daiteke (1.5 Irudia).



Irudia 1.5. Topologia optimizazioa.

Topologia optimizazioa ulertzeko beste era bat, forma optimizazioaren abiada puntu optimoa topatzeko prozesua bezala ulertzea izan daiteke. Forma optimizazio metodoek ez daukate egituraren topologiaren barnean aldaketarik egiteko gaitasunik, eta forma aldaketa sinpleak gauzatzera mugatuta daude kontrol puntuen kokapena aldatuz. Bukaerako geometrian edozein motako zuloak agertzea nahi denean, hauek jadanik egon behar dira hasierako diseinuan definituta. Jatorrizko diseinu hau gutxitan izango da abiada puntu hoberena, horregatik da interesgarria bi optimizazio mota hauek segidan erabiltzea.

1.2 Topologia optimizazioa

1.1.2 atalean, materialaren banaketa eta bere konektibitatea lortzea helburua duen egituren optimizazio prozesu bat bezala definitu da optimizazio topologikoa, helburu funtzioaren erantzun onena ematen duten diseinu aldagaiak optimizazio prozesu iteratibo batekin topatuko dituen.

Tamaina optimizazioan egitura osatzen duten atalak ezin dira guztiz ezabatuarik izan, eta zabalera edo azalera minimo bat izan behar dute. Era beran, forma optimizazioan, beharrezkoa izaten da, amaierako diseinuaren itxuraren inguruko ideia hurbildu bat izatea, abiada diseinu egoki bat aukeratu ahal izateko. Topologia optimizazio problema batean ordea, ez da beharrezkoa izango amaierako diseinuaren gaineko inolako ezagutza izatea, zeina “*free design*”-a sustatzen duen. Horretaz aparte, egituraren topologia aldatzeko ahalmenak posible egiten du zuloak sortaraztea materiala diseinu eremutik ezabatuz.

Egituren optimizazioan aplikaturiko topologia optimizazio problemen helburua betidanik izan da material egoera bitarra duten material banaketak lortzea, hau da, bai solido zein huts azaltzen diren elementuak agertzea, eta ez tarteko dentsitatea daukatenak. Hala ere, problema hau ez dago ondo baldintzatua, eta optimizazio algoritmoen portaera alderraia eta ezegonkorra gauza dezake. Gainera, ezin da baieztatu emaitza optimoa aldagaien baimendutako eremuaren barnean egongo denik, eta baldin badago, puntu hori ez da orokorrean bakarria izango eta problemak minimo lokal ugari izango ditu.

Problemaren baldintzatze txarrari aurre egiteko aukerak bi dira. Problema zuzenean zenbakizko metodoen bitartez ebatzi nahi bada, alde batetik diseinu aldagaien baimenduriko eremua zabal daiteke, eta bestetik, hauen gainean murrizpenen bat inposatu daiteke beren eremu baimendua murriztuz. Lehen aukerari *problemaren erlaxamendua* deritzo, eta honen adibideak dira jadanik ezagunak diren *Homogenizazio Metodoa* eta *Material Solido Isotropikoaren Penalizazio metodoa (SIMP)*. Hala ere, problemaren erlaxazioa soila ez da askotan nahikoa izaten, eta badaude kasuak non lortutako emaitza ez den onargarria izango. Adibidez, egituren optimizazioan, zulo txiki asko agertzea bolumen total bereko zulo handi gutxi agertzea baino efizientzia handiagoa suposa dezakeenez, problemak mikroegiturak edo material konposatuz osatutako egiturak sortzeko tendentzia izango du. Arazo bat da hau, izan ere,

era horretako egiturak deskribatzea eta fabrikatzea oso zaila baita. Beraz, problemaren erlaxazioaz gain, askotan beharrezkoa izaten da murrizpen bat kontsideratzea.

Mikrozuloak sortzeko tendentziaz aparte, optimizazio problema erlaxatuaren soluzioa diseinu eremuaren diskretizazio mailaren menpekora dela frogatu dute elementu finituen metodoan oinarritutako hainbat aplikaziok. Egoera hau “*mesh-dependency*” bezala ezagutzen da [8], eta honi eta xake taula ereduei (“*checkerboard pattern*”) aurre egiteko, beharrezkoa izaten da optimizazio problemarekin konbinatutako murrizpenak ezartzea, hala nola perimetroaren gaineko murrizpenak [9], gradienteen gaineko murrizketak [10] edo iragazketa teknikak [11].

Topologia optimizazio metodoei dagokienez, 1988an M.P. Bendsoe eta N. Kikuchi-k *Homegeneizazio metodoa* [12] proposatu zutenetik, hauek nabarmen hazi dira. Gaur egun hedatuen dagoen metodoa *SIMP* bezala ezagutzen dena da, “*Solid Isotropic Material with Penalization*” izenaren akronimoa dena. Metodo honi “*Power Law Approach*” ere esaten zaio. Bertan, diseinu aldagaiak elementuen dentsitateak izango dira, eta konstante suposatzen dira diskretizaturiko eremuaren barneko elementuetan.

Badaude, M. Beckers-ek [13] bezala, optimizazio problema era diskretuan, edo gradienteetan oinarrituta ez dauden metodoen bitartez ebazten saiatu diren autoreak.. P. Hajela eta E. Lee-k [14] adibidez, algoritmo genetikoak erabili dituzte. Azken urteetan, J. Sokolowski eta A. Zochowski-ren topologia deribatuei buruzko ikerketan [15] eta J.A. Sethian eta A. Weigmann-en lanean [16] oinarrituta, bai forma zein topologia optimizazio problemak ebazteko aukera interesgarri bat bezala agertu da “*Level Set Method*” metodoa.

Aurretik azaldutako metodoez aparte, badaude ere intuizioan oinarritutako hainbat metodo heuristiko, zeinek jadanik frogatu duten hainbat tamaina, forma eta topologia optimizazio problema ebazteko kapaz direla. Topologia optimizazioaren arloan, metodo heuristikoen familia oso garrantzitsu bat, metodo ebolutiboek osatutakoa da. Hauetariko lehena “*Evolutionary Structural Optimization*” (*ESO*) metodoa izan zen, Y.M. Xie eta G.P. Stevenek proposatutakoa [17], eta elementu ez eraginkorren ezabaketa prozesu sistematikoan oinarritzen zena. Hasiera batean, egiturak “*fully stressed*” edo *Neke Diseinu Irizpidearen* arabera diseinatzeke proposatu zen metodo hau, hots, elementu guztiek egoera solidoa aurkezten zuten diskretizazio bat abiada puntu bezala izanda, material ez eraginkorraren ezabaketa, irizpide tentsional

baten arabera gauzatzen zuen. Nahiko intuitiboa zen pentsatzea era ez eraginkorrean lanean zegoen materiala tentsio baxua zuena izango zela, eta diseinu optimoa, puntu guztietan tentsio maximoa izango zuen material antolamenduak emango zuela. Beraz, emaitza hau lortzeko, iterazio bakoitzean tentsio maila baxuena zuten elementuak era sistematikoan ezabatzen ziren. Gaur egun, *ESO* metodoaren erabilpena oso zabala da eremu jarraituen optimizazio topologikoan [18], eta badago O.M. Querin, G.P. Steven eta Y.M. Xie-k [19] proposatutako metodo honen bertsio aditiboa ere, “*Additive ESO*” edo *AESO* moduan ezaguna dena.

Materialaren ezabaketa estrategia ezberdinak ere garatu dira, eta garapen hauek “*hard-kill*” eta efizienteagoak diren “*soft-kill*” estrategia bidirekzionalak sortarazi dituzte. “*Soft-kill*” estrategian oinarrituriko metodo bat, “*Bidirectional ESO*” edo *BESO* bezala ezagutzen den metodoa da, non material ez eraginkorra ezabatua izaten ari den bitartean, material eraginkorra elementu eraginkorren inguruan erazten den [20]. Honek jadanik egiaztatu du hainbat topologia problema ebazteko kapaza dela [21,22]. *BESO* metodoan, zerrenda batean jasotzen dira elementuak, beraien sentsibilitatearen balorearen arabera era beherakorren ordenatuta, eta elementuen eraginkortasuna erabakiko duen atalase balio bat definitzen da. Iterazio bakoitzean atalase balioa baino txikiagoa den sentsibilitatearen balio bat duten elementuak ezabatuak izango dira, atalasetik gorakoak barneratzen diren bitartean. *BESO* metodoak, dentsitateetan oinarritutako metodoek bezala, *SIMP* parametrizazio metodoa eta ohiko iragazpen teknikak erabiltzen ditu emaitzen egonkortzea lortzeko [23]. Horregatik, *BESO* metodoa *SIMP* metodoaren bertsio eguneratu bat bezala sailkatu daiteke [24].

Bai *ESO* zein *BESO* metodoak oso gaitzetsiak izan dira, kasu batzuetan huts egiteaz aparte, badaudelako beste kasu batzuk non problema emaitza ez optimoetara gidatzen duten [25,26]. Egoera hauek ekiditeko helburuarekin, G. Roznavy eta O.M. Querin-ek, *SERA* edo “*Sequential Element Rejection and Admission*” metodoa proposatu zuten [27]. Nahiz eta *SERA* metodoa egituren optimizazio problema ezberdinak eta mekanismo malgu optimoen diseinu problemak ebazteko hedatua izan den, hau ere, “*fully stressed*” kasuetarako garatua izan zen hasiera batean.

Bi metodoen arteko alde nabariak sentsibilitateak tratatzeko eta elementuak sailkatzeko erak dira. *BESO* metodoak ez bezala, elementuak bi lista ezberdinetan sailkatzen ditu *SERA* metodoak. Lista batek elementu solidoak

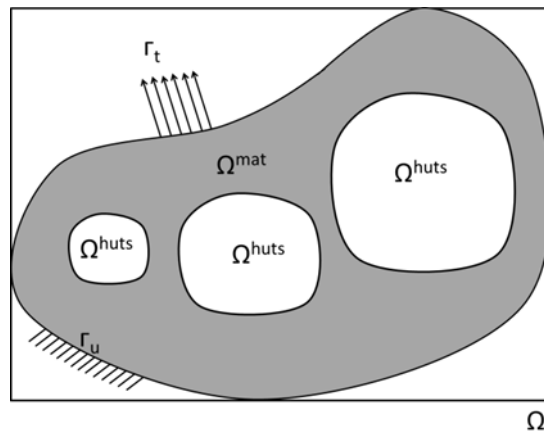
(material erreala) batuko ditu, eta besteak, elementu hutsak (material birtuala). Horrela, iterazio bakoitzean ezabatzen eta barneratzen diren elementuak ez dira berdinak izango metodo batean zein bestean. Hau da, bi zerrenda aintzakotzat hatzen direnean, material egoera aldatzen duten elementuak ez dira zerrenda bakarra kontsideratzean aldatzen dutenen berdinak, azken honetan elementuen egoera materiala zein den ez baita kontutan izaten. Antzeko metodo bat M. Victoria, P. Martí eta O.M. Querin-ek [28] proposatutako *Isolines Topology Design* edo *ITD* bezala ezagutzen dena da. Honetan, topologia eta diseinuaren forma algoritmo iteratibo baten menpe daude, zeinek materiala gehitu edo ezabatu egiten duen bilatzen den portaera mekanikoaren isolerroen banaketa eta formaren arabera.

Topologia optimizazioaren inguruko heziketa artikuluei dagokienez, bai garapen teknikoak zein *Matlab* inplementazioak aurkezten dituzten hainbat errekurtsio publiko daude eskuragarri. Esate baterako, O. Sigmund-ek [29] argitaratutako *Matlab*-erako hain ezaguna den 99 lerroko kodigoa, zeinek *SIMP* metodoan oinarritutako *Matlab* eremurako notazio simple eta ulergarri bat aurkezten duen. Lan honek ardura garrantzitsu bat izan du topologia optimizazio metodoen onespenean. E. Andreassen, A. Clausen, M. Schevenels, B.S Lazarov eta O. Sigmund-ek [30] aurreko metodoaren mihizadura eta iragazpen prozesuak hobetuz, 88 lerrotan trinkotuta dagoen bertsio optimizatu eta azkarrago bat proposatu dute. K. Liu y A. Tovar-en lanean [31] eremu tridimentsionalentzako hedapenak aurkitu daitezke, non karga anitzak, elementu aktibo eta pasiboak, jarraipen estrategiak, mekanismo malguen sintesia eta eroankortasun termikoa kontutan hartzen diren.

Aurretik aipatutako 99 lerrotako kodigoan oinarrituta eta honi aldaketa batzuk eraginez, *BESO* metodoan oinarritutako algoritmo bat ere argitaratu dute X. Huang eta Y.M. Xie-k [23]. Berriki, Pareto estrategien hedapenak argitaratu dira [32], eta baita elementu poligonalen bidezko diskretizazio alternatiboak erabiltzen dituzten algoritmoak ere [33,34]. A. Pereira, C. Talischi, G.H. Paulino, I.F. Ivan eta M.S. Carvalho-k [35] elementu poligonal hauek erabili dituzte jariakinen mekanika problemen topologia optimizazioan. Posible da ere, beste optimizazio metodo askoren *Matlab* kodigoa aurkitzea, adibidez [36,37]. Azkenik, fabrikazio aditiborako egokiak diren diseinuak lortzeko kapaza den *Matlab* eremurako *TOPslicer* erreminta garatu dute T. Zegard eta G.H. Paulino-k [38]. R. Ansola, O.M. Querin, A. Garaigordobil eta C. Alonso-k *SERA* metodoaren *Matlab* inplementazio bat azaltzen duen hezkuntza-argitalpen bat argitaratu dute duela gutxi [39].

1.2.1 Topologia optimizazio problema

Ingeniaritzaren arloan, egituren topologia optimizazio problemarik komunena energia elastiko minimoa edo zurruntasun maximoa helburu duen problema da. Topologia optimizazio problemetan, egitura bat, Ω^{mat} eremu material bat betetzen duen gorputz solidoa bezala kontsideratzen da. Ω^{mat} eremua, Γ_t kargak eta Γ_u eremu baldintzak aplikatzen zaizkion Ω erreferentzia eremu baten barnean dago, non erreferentzia eremu hau, materialak 2D zein 3D eremuetan hartu dezakeen azalera edo bolumen maximoa den, hurrenez hurren (1.6 Irudia). Optimizazio prozesua beraz, Ω^{mat} eta \mathbf{K} zurruntasun matrize optimoak aurkitzean amaituko da [8].



Irudia 1.6. Topologia optimizazio problemaren diseinu eremuaren adibide bat.

Aurreko (1.1) problemari heltzeko estrategia ezagunena elementu finitu sare batez baliatuz formulazio diskretu bat erabiltzea da, problema jarraian azaltzen den bezala azalduz:

$$\text{Minimizatu } c = \mathbf{F}^t \cdot \mathbf{U}$$

$$\text{Kontuan izanik: } \begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{K}(E_e) \cdot \mathbf{U} \\ E_e &\in \mathbf{E}_{ad} \end{aligned} \quad (1.2)$$

non, c egituraren energia elastikoa, \mathbf{F} aplikaturiko karga bektorea, eta \mathbf{U} desplazamendu bektorea diren. Oreak ekuazioa, $\mathbf{F} = \mathbf{K}(E_e) \cdot \mathbf{U}$ emanda dator, non E_e , e elementuaren Young modulua den, eta \mathbf{E}_{ad} honek har ditzakeen balio posibleen multzoa.

Zurruntasun matrize globalaren kalkulua problemaren iterazio bakoitzean egiten da elementuen \mathbf{K}_e zurruntasun matrizeen mihiztatzearen bidez, zeintzuk ordezkatzan duten elementuaren Young moduluen menpekoak diren. Problema diskretuaren kasuan, elementu baten Young modulua, honen

material egoeraren arabera izango da, hau da, egoera solidoan dagoen elementu batek, aukeratutako material solido isotropoak duen Young modularen balio bera izango du, eta elementu hutsek, modulu honen balio nulua izango dute. Horrela, Young modularen balio posibleen multzoa jarraian azaltzen den bezala definituta egongo da:

$$E_e = l_{\Omega^{mat}} \cdot E_o$$

$$l_{\Omega^{mat}} = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega^{mat} \\ 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega^{mat} \end{cases} \quad (1.3)$$

non E_o aurre definitutako material solido isotropoaren Young modulua den.

Hala eta guztiz ere, eta lehenago esan den bezala, problema diskretu originala txarto baldintzatuta dago. Hau ebazteko beharrezkoa izango da aurretik 1.2 atalean azaldutako proposamenen bat aplikatzea, bi proposamenen artean erabiliena problemaren erlaxazioa kontutan hartzen duena delarik. Honek, energia elastiko minimoaren problema (1.4) ekuazioen bidez definitzea ahalbidetzen du.

$$\begin{aligned} \text{Minimizatu: } \quad c(\boldsymbol{\rho}) &= \mathbf{U}^t \cdot \mathbf{F} = \mathbf{U}^t \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} \\ & \quad \mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} \\ \text{Kontuan izanik: } \quad V &\leq V_0 \\ 0 &< \rho_e^{min} \leq \rho_e \leq \rho_e^{max} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Ikus daiteke nola, diseinu aldagaiak diren dentsitate elementalak ez daudela behartuta 0 edo 1 izatera, baizik eta bi balio horien arteko edozein hartu dezaketela. Erlaxazioaz aparte, kasu honetan, eremuaren bolumenaren gaineko murrizpen bat kontsideratu da, non V momentuko frakzio bolumetrikoa den eta V_0 helburu frakzio bolumetrikoa.

Optimizazio prozesuan zehar, elementuen dentsitateak balio errealak hartu ditzala segurtatu behar da, hau da, bermatu egin behar da aldagai hauek ez dituztela inoiz 0 eta 1 bitartekoak ez diren balioak lortuko. Horretarako, murrizpen esplizitu batzuk ezarri zaizkie diseinu aldagaiei, eta hauen balio posibleen multzoa $[\rho_e^{min}, \rho_e^{max}]$ tartera murriztu da, non muga balio hedatuenak $\rho_e^{min} = 0.001$ eta $\rho_e^{max} = 1$ diren, betiere dentsitatearen muturreko balioak adieraziz. Nabarmentzekoa da, dentsitatearen mutur balio minimoa ez dela espero zitekeen balio hutsa, eta zerotik gertu dagoen balio bat dela ordea. Egoera hau, dentsitatearen balio nulu batek sortuko lukeen zeroz osaturiko zurruntasun matrizeak oreka ekuazioan eragingo zituzkeen singularitasunak ekiditeko asmoz gertatzen da.

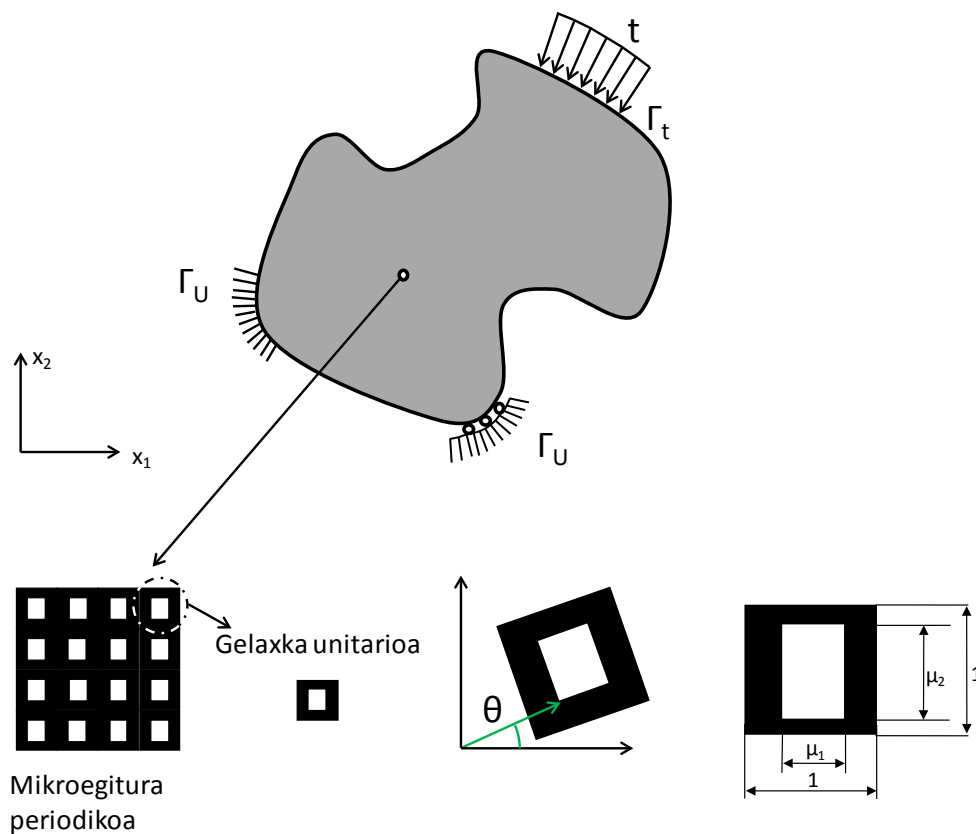
1.2.2 Topologia optimizazio problemaren parametrizazioa

80ko hamarkadan M.P. Bendsoe eta N. Kikuchi-k lehenengo topologia optimizazio metodoa proposatu zutenetik, teknologia honek garapen oso esanguratsua izan du. Hurrengo lerroetan orain arteko topologia optimizazio metodo komunak laburki eta era ulergarri batean azalduko dira.

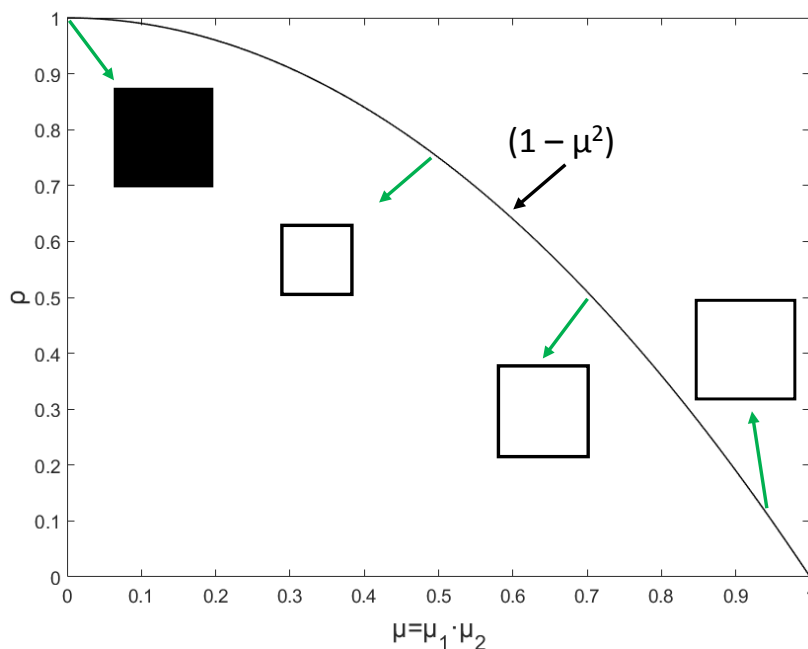
1.2.2.1 Homogeneizazio metodoa (Homogenization Method)

Homogeneizazio Metodoa forma optimizazio metodoen eboluzio bat bezala jaio zen. Izan ere, metodo honek, material konposatu artifizial baten laguntzarekin, forma optimizazio problema bat materialaren banaketa optimoa aurkitzeko problema batean bihurtzen du. Material konposatu hau, zulo mikroskopikoak dituzten gelaxkaz osatuta dago, 1.7 Irudiak erakusten duen bezala. Zulo hauek edozein itxura har dezakete, baina karratu forma da gehien erabiltzen dena. Karratu hauen dimentsioak kontrolatzeko μ_1 eta μ_2 parametroak definitzen dira, zeintzuk gelaxkaren orientazioa definitzen duen θ angeluarekin batera, problemaren diseinu aldagaiak izango diren. Aldagai hauen eboluzioak eremu ezberdinetan materialaren presentzia kontrolatzea ahalbidetzen du eta, esan den bezala, baita materialaren banaketa problema dimentsionaketa problema batean bihurtzea ere.

Interesgarriak diren egoera partikular batzuk μ_1 eta μ_2 -k 0 eta 1 balioak hartzen dituzten kasuak dira, hau da, $\mu_1 = \mu_2 = 0$ eta $\mu_1 = \mu_2 = 1$ direnekoak. Dimentsioen parametroen balio hauentzako gelaxka unitateek egoera solidoan edo hutsean dauden material eremuak deskribatuko dituzte, hurrenez hurren. Bestelako balioentzako, 0 eta 1 bitartekoak izango direnak, egoera semisolidoan dauden gelaxkak sortu daitezke, posible izanik bitarteko dentsitateak modelizatzea 1.8 Irudian aurkezten den bezala. Irudi berean, karratu itxurako mikrozuloa duen gelaxka unitario baten dentsitate baliokidea aurkezten da zuloaren azaleraren arabera. Kontuan izan behar da, kasu honetan $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ dela, eta beraz, zuloaren azalera μ^2 bezala kalkulatu daitekeela. θ angeluari dagokionez, egia bada ere posible dela hau diseinu aldagai bat bezala definitua ez izatea, eskuarki, aldagai bat bezala definitzea gomendatzen da, bestela, optimizatutako problemaren emaitzak dentsitateen bitarteko balioak dituzten eremu asko agertzeko tendentzia izango du. Laburbilduz, *Homogeneizazio Metodoaren* bidezko parametrizazioan, topologia optimizazio problema eremu porotsu bateko porotsutasun maila optimoa aurkitzeko problema dela esan daiteke.



Irudia 1.7. Homogeneizazio metodoan aplikaturiko mikroegitura bat detailean.



Irudia 1.8. Zulo karratua duen gelaxka unitario baten dentsitate baliokideak

Gelaxka unitario bakoitzaren tentsore elastikoa, gelaxkaren zuloaren azaleraren funtzio da, menpeketasun hori ez lineala delarik M.P. Bendsøe y N. Kikuchi-k [12] frogatu zuten bezala. Edozein zulo azalera duen gelaxka baten

konstante elastikoen kalkulua interpolazio bidez egiten da, baina horretarako, lehenik eta behin, interpolazio funtzio bat eraiki beharra dago.

Hasteko, zulo tamaina ezberdin kopuru finitu baten modulu elastikoa kalkulatzeko da *Homogeneizazio Metodoaren* bitartez, jarraian lortutako balioekin ekuazio hurbildu bat eraikitzeko. Horrela, funtzio honen bidez, posible izango da beste edozein zulo tamaina duen gelaxka baten modulua interpolatzea. Gelaxken sistema finko batekiko errotazioak ere eragina du modulu elastikoaren balioaren gainean, espezialki zulo tamaina handia duten gelaxketan. Gainera, tentsore honek, $\theta = 45^\circ$ angeluarekiko portaera simetrikoa erakusten du. Orobat, mikrogelaxkek portaera ortotropoa aurkezten dute, hots, ardatz ortogonal bakoitzaren norabidean propietate mekaniko ezberdinak dituzte.

Lehenago esan den bezala, optimizazio problema *Homogeneizazio Metodoaren* arabera parametrizatzen denean eta mikrogelaxkak kontsideratzen direnean, forma optimizazio problema material banaketa problema bat bihurtzen da. Problema berri honetan, bitarteko dentsitateak agertzea posible bada ere, normalean, eremu solidoak izaten dira emaitza bezala lortzen direnak. Hala ere, ingeradak latzak izaten direnez metodo honetan bi fase proposatzen dira. Lehenengo eta behin, aurretik azaldutako eragiketak egiten dira, non material banaketa optimoa lortzen den. Ondoren, forma optimizazio prozesu bat burutzen da banaketa optimoaren gainean.

Azken pausu hau burutu baino lehen, material banaketa optimoaren interpretazioa egin beharra dago ordea, beharrezkoa izango baita egitura deskribatzen duen geometria argi bat izatea. Hau ez da orokorrean gauza zuzena izaten, berez, optimizazio prozesuaren emaitzak interpretatzeko eta fabrikatzeko zailak diren mikroegiturak erakutsiko baititu. Hori dela eta, batze prozesu bat burutzen da [12], zeinek esanguratsuki errazten duen emaitzen interpretazioa eta ondorengo forma optimizazioa.

1.2.2.2 Material Solido Isotropoaren Penalizazio metodoa (Solid Isotropic Material with Penalization, SIMP)

M.P. Bendsoe-k proposatutako *SIMP* metodoa [40], *Power Law Approach* bezala ere ezagutzen dena, *Homogeneizazio Metodoaren* alternatiba bat bezala proposatu zen, eta gaur egun gehien erabiltzen diren metodoetako bat da. Honela, 1.2.1 atalean azaldu zenez, problema diskretuaren bandintzatze txarrari aurre egiteko erarik hedatuena, problemaren erlaxazioaren bitartekoa

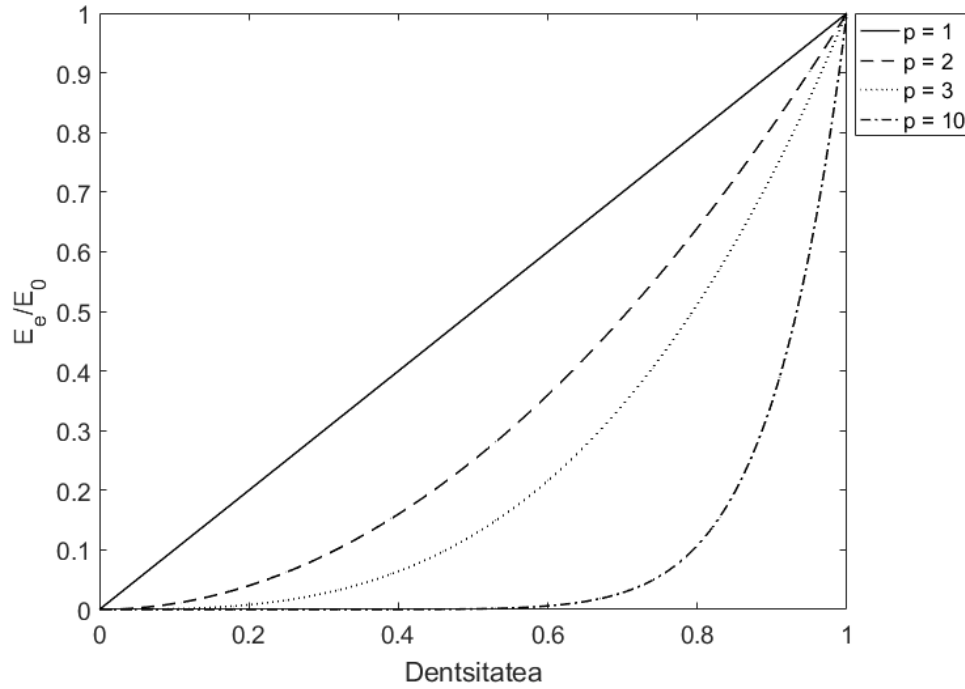
da, diseinu aldagaiek har ditzaketen balioen eremua zabaldu egiten duena. Energia elastiko minimoaren kasuan, diseinu aldagai hauek elementuen dentsitateak izan ohi dira, eta erlaxazioari esker, 0 eta 1 arteko edozein balio hartu dezakete, hau da, orain ez da aldagaien jokaera bitarrik egongo. Egoera honetan, ezin daiteke ziurtatu bukaerako diseinuak “*black and white*” erako material banaketa izango duenik, izan ere, azaldu den bezala, problemak mikrozuloz edo material konposatu batez konposaturiko eremuak sortzeko tendentzia izango baitu, bitarteko dentsitateak erakutsiz lortzen dena.

Jadanik azaldu da nola problemaren erlaxazioa ez den nahikoa izaten, eta honetaz gain, bitarteko dentsitateak deuseztatzen dituen estrategia bat ere beharrezkoa izaten dela. *SIMP* metodoak, problemak jatorrizko material banaketa bitarrean konbergentzia izan dezan, bitarteko dentsitatean gaineko zigor bat erantzten dio problemari. Zigor hau propietate materialak modelizatzen dituen eskalatze funtzio baten bidez gauzatzen da, material propietateak p penalizazio batez berrekaturako dentsitate erlatiboaren eta material solido isotropoaren propietateen arteko biderkadura bezala kalkulatzeko dituen.

$$E_e(\rho_e) = \rho_e^p \cdot E_0 \quad (1.5)$$

Hemen, $p > 1$ deneko balioek bitarteko dentsitateak ez efizienteak egiten dituzte, eta hauek aldagaiaren balio minimora (ρ_{min}) bultzatzen dituzte beraien Young modulua zigortzearen bitartez. Era honetan, bitarteko dentsitateen zurruntasuna bere kostearekin konparatuta (bolumena) oso baxua izatea lortzen da, eremuaren zurruntasun globalean duten eragina murriztuz, hau da, $p > 1$ izateak bitarteko dentsitateen presentzia ez ekonomikoa izatea gauzatzen du (1.9 Irudia).

Urte askotan zehar zalantzan jarri zen *SIMP* metodoaren bitartez parametrizaturiko egitura batek termino fisikoetan interpretaziorik bazuen, hau da, (1.5) ekuazioak deskribatzen zuen portaera zuen material bat aurkitzea posible zenaren ideia kuestionatu zen. Alabaina, arrazoizkoa zirudien tarteko egoeren gailentasun fisikoa baztertzea interpolazio eskemak problema 0-1 emaitza batera gidatzen baldin bazuen. Azkenik, M.P. Bendsøe y O. Sigmund [41] izan ziren *SIMP* ereduari interpretazio fisiko bat eman ziotenak, metodoaren teoria matematikoa mikroegitura jakin batzuekin bat zetorrela frogatuz.



Irudia 1.9. SIMP metodoaren bidezko propietate materialen interpolazioa.

Azken urteetan material isotropoen interpolazio metodo berriak proposatu dira, *SIMP* metodoaren aldean abantaila teoriko eta konputazionalak dituztenak. Eskema berri hauetariko bat *Hashin-Shtrikman bounds* edo *Hashin-Shtrikman* limiteak dira. Hauek, aurrez emandako material elastiko lineal eta isotropo ezberdin biz (edo gehiagoz) konposaturiko material isotropo baten bitarteko dentsitateen propietateen muturreko balioak ezartzen dituzte. Emaitza bezala, propietate materialak elementuen frakzio bolumetrikoen funtzioan erlazionatzen dituzten ekuazioak lortzen dira, *SIMP* metodoarekin gertatzen zen bezala, interpolazio funtzio bezala erabiliko direnak. Bi interpolazio eskemen arteko konparaketaren bidez, *SIMP* metodoan deskribaturiko materialak *Hashin-Shtrikman* limiteak errespetatu zitzaizkion, penalizazio faktoreak $p \geq 3$ obeditu behar zuela frogatu zen [41]. Fase solido batez (E_0) eta fase huts batez ($E = 0$) osaturiko material batentzako, Young moduluaren goi mutur balioa (1.6) ekuazioan bezala definitzen da.

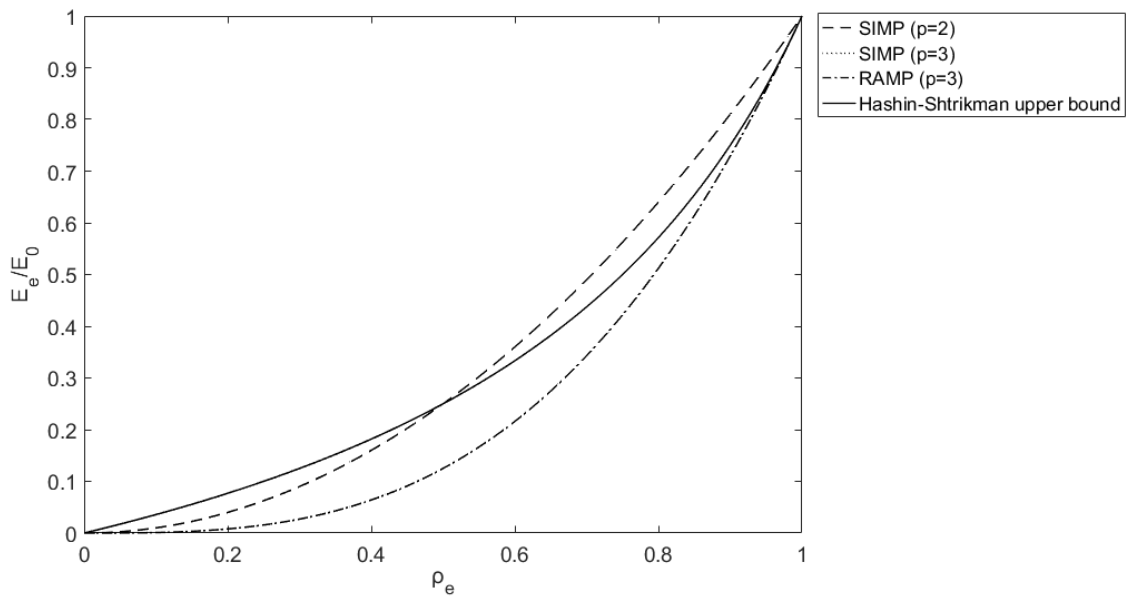
$$E_e(\rho_e) = \frac{\rho_e \cdot E_0}{3 - 2 \cdot \rho_e} \quad (1.6)$$

Beste interpolazio metodoetariko bat, eta *SIMP* metodoaren antzekoa dena, M. Stolpe eta K. Svanberg-ek [42] proposaturiko *Rational Approximation of Material Properties* edo *RAMP* metodoa da. Nahiz eta *SIMP* metodoan egiten den bezala propietate materialak penalizazio ekuazio baten bitartez lortzen diren, dentsitateen gaineko mutur balioak Young moduluaren gaineko mutur

balioez ordezkatzeko dira, non balio minimoa $E_{min} = 10^{-9}$ MPa izango den. Honek dentsitateen balio nuluak erabiltzea baimentzen du.

$$E_e(\rho) = E_{min} + (E_0 - E_{min}) \cdot \rho_e^p \quad (1.7)$$

Azpiko 1.10 Irudian interpolazio metodo ezberdinen bidez lor daitezkeen propietate materialen kurben arteko konparazio bat erakusten da $E_0 = 1$ MPa den kasurako. Ikus daiteke *RAMP* eta *SIMP* metodoek emandako balioak bateragarriak direla p -ren edozein baliorako, izan ere interpolazio eskemak matematikoki oso berdintsuak dira. Bertan, p penalizazio faktoreak $p \geq 3$ izatearen beharra ikus daiteke ere, p -ren balio baxuetarako lortutako kurbek ez baitute *Hashin-Shtrikman* goi mutur balioa errespetatuko.



Irudia 1.10. Propietate materialen interpolazio eskemak $E_0=1$ MPa kasurako

Azaldutako interpolazio metodoez aparte badaude beste hainbat eskema ere, hala nola, *Reuss-Voigt* interpolazio eskema [43], *Spline* kurbetan oinarritutako ikuspuntua [44] eta uhinen bidezko parametrizaioa (*wavelets*) [45].

1.2.2.3 Sequential Element Rejection and Admission Method (SERA)

Metodo ebolutiboak intuizioan oinarritutako metodo heuristikoak bezala jaiotzen ziren eta, *Homogeneizazio Metodoak* eta interpolazio eskemek ez bezala, ez dituzte dentsitateen balio jarraituak onartzen eta hauen balio diskretuekin lan egiten dute. Hau da, metodo hauek jatorrizko problema diskretua heltzen dute diseinu aldagaien erlaxaziorik aplikatu gabe.

SERA metodoa, *ESO* eta *BESO* metodoek jasandako kritikenganako erantzuna bezala azaldu zen, izan ere, badaudelako kasuak non azken hauek problema emaitza ez optimoetara gidatzen duten [25,26]. *SERA* metodoak ekartzen duen nobedade nagusienetarikoa bat, elementuen sentsibilitateak hauen egoera materialaren arabera bi zerrenda banatueta sailkatzen dituela da, non material egoerak elementuen egoera solido/erreal edo huts/birtualari egiten dion erreferentzia. Beste alde batetik, azpimarragarria da metodo honetan ez dagoela material propietateen interpolaziorik egiteko beharrik.

Garrantzitsua da esatea, bi zerrenda kontutan hartzen direnean, elementuen ezabapen eta barnerapen prozesuan zehar egoera materiala aldatzen duten elementuak, ez direla izango zerrenda bakar bat kontsideratzen deneko elementu berdinak, izan ere, zerrenda bakar batek ez duelako elementuen egoera materiala kontutan hartzen. Hau frogatu zen, hain zuzen ere, C. Alonso, O.M. Querin eta R. Ansolaren lanean [46].

SERA metodoak algoritmo bidirekzional bat deskribatzen du, non posiblea den elementuak diseinu eremutik baztertzea edo barneratzea. Eginkizun hau sentsibilitateen arabera egiten da, hala ere, *BESO* metodoan ez bezala, atalaseko balio bakarra beharrean, bi atalaseko balio definitu beharko dira, bat elementu zerrenda bakoitzerako. Berritua ere, atalaseko balio hauek izango dira elementu eraginkorrak eta ez eraginkorrak zeintzuk diren definituko dituztenak, hots, hauek izango dira elementuek zerrenda batetik besterako “saltoa” noiz ematen duten diktatuko dutenak. Salto hauek jarraian azaltzen den bezala ematen dira:

- Elementu errealeko zerrendarako definitu den atalaseko baliotik beherako sentsibilitatea aurkezten duten elementu solidoak ez eraginkor bezala sailkatuak izango dira, eta zerrenda horretatik salto egingo dute. Horretarako, automatikoki beren egoera materiala aldatu eta elementu hutsen zerrendan leku bat hartuko dute. Atalase balio horren gainetik daudenak elementu eraginkorrak izango dira, eta beraz solido bezala mantenduko dira.
- Material birtualaren zerrendak jokaera paretsua jarraitzen du, baina orainoan, atalase balioaren gaineko elementuak izango dira bere egoera materiala aldatuko dutenak.

Ezaxola, problemaren natura bidirekzionala dela eta, hau eremu guztiz solido, eremu guztiz huts edo ausazko eremu semisolido batetik abia daiteke, baina problema beti bi fase bereizgarritan banatuko da, materialaren baztertze edo

barneratze, eta materialaren birbanaketa faseetan alegia. Lehenengo fasea bolumen murrizpena aktibatu gabe mantentzen den bitartean ematen da, eta helburu bolumen frakzioa heltzeko, eremutik baztertzen eta barneratzen diren elementu kopurua ezberdina izan behar du derrigorrez. Zein kopuru izango den handiagoa hasierako puntuaren arabera izango da. Bolumen murrizketa aktibatzen den momentutik aurrera, bigarren fasea hasiko da. Bertan, bolumen totala konstante mantenduz, materialaren birbanaketa egiten da, non baztertutako eta barneratutako elementu kopurua berdina izango den, material egoera aldatzen duten elementu totalen balio absolutua hutsa izango delarik. Metodo honen eta beste hainbaten informazio sakonagoa aurkitu daiteke O.M. Querin, M. Victoria, C. Alonso, R. Ansola eta P. Martí-ren lan monografikoan [47].

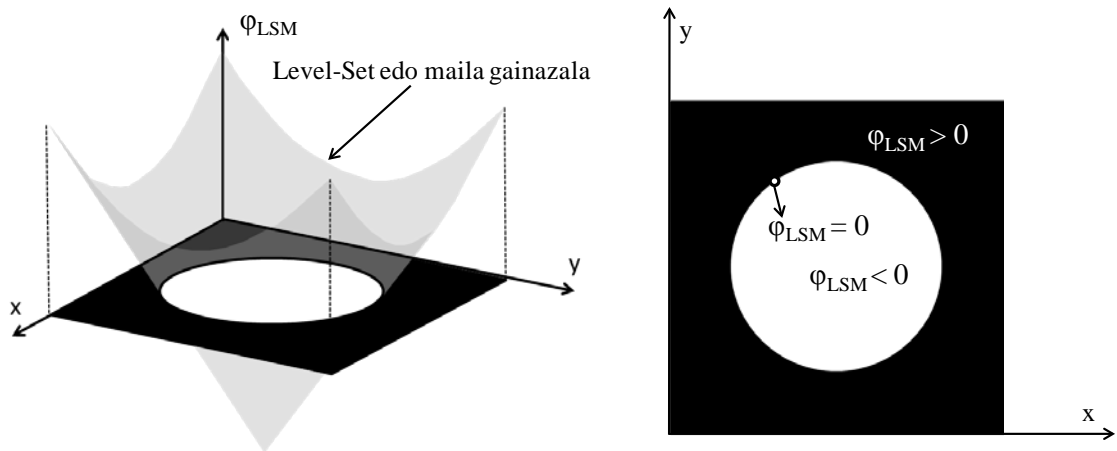
1.2.2.4 Beste optimizazio metodoak

Azalduriko metodoez aparte, hasiera batean intuitiboagoak eta zuzenagoak iruditu daitezkeenak, urteetan zehar optimizazio problema heltzeko gainerako beste hainbat metodo agertu dira, adibidez, *Level-Set* teknikan oinarritutakoak.

Level-Set (LSM) bezala ezagutzen dena, hasiera batean, inguru batean hedatzen diren ingeraden bilaketarako garatu zen metodo numeriko bat da [48]. Metodo honek bere geometria lazki aldatzen duten formen analisia ahalbidetzen du, eta proposatua izan zenetik, arlo oso anitzetan aurkitu ditu aplikazioak, hala nola, arrakalen propagazioen azterketa, olatuen airearen ondoriozko mugimenduaren azterketa eta gorputzen eskaneatua, eta ez zen denbora asko pasatu topologia optimizazioaren arlorako lehenengo aplikazioak agertu zirenerarte [16,49,50]. Bi kontzeptuen batzea, *Level-Set metodoa* eta topologia optimizazioa, era zuzenean suertatu zen, izan ere *LSM*-a beren topologia aldatzen duten formen analisi eta kontrolerako alternatiba erraz eta fidagarri bat bezala postulatu zen. Ondoko eragiketak burutzea erraz egiten zuen: bi ataletan banatzen den forma bat aztertzea, zuloen nukleazioa analizatzea, eta hauen kontrako eragiketen azterketari ekitea.

Eremu bidimentsional batean, edozein forma edo geometria, gainazal edo maila funtzio baten zero plano batenganako proiektzioa bezala definitu daitekeela proposatzen du *LSM*-ak. Forma horren ingeradak, maila funtzioak zero balioa hartzen dituen puntuak izango dira, (1.8) ekuazioak eta 1.11 Irudiak bai matematikoki zein grafikoki erakusten duten bezala.

$$\varphi_{LSM}(\mathbf{p}_{LSM}) \begin{cases} > 0 & \text{si } \mathbf{p}_{LSM} \in \Omega^{mat} \\ = 0 & \text{si } \mathbf{p}_{LSM} \in \partial\Omega^{mat} \\ < 0 & \text{si } \mathbf{p}_{LSM} \notin \Omega^{mat} \end{cases} \quad (1.8)$$



Irudia 1.11. Forma baten LSM metodoaren bidezko definizioa.

Ekuazio honetan, φ_{LSM} *level-set* edo maila funtzioa da, eta \mathbf{p}_{LSM} maila gainazaleko puntu baten posizioa.

Geometriak deskribatzeko ideia hau da hain zuzen ere metodo honen optimizazio topologikorako hedapenean hartzen dena, edozein egitura, kurba multzo batek mugatutako gainazal itxi bat bezala kontsideratu baitaiteke. Definizio honek posible egiten du egitura bat *level-set* funtzio baten bidez deskribatzea. Egitura eta bere ingeradak, *level-set* funtzioak balio nulu edo positiboak hartzen dituzten puntuez osatuta egongo dira, bestelako puntuek, eremu hutsak eta zuloak deskribatzen dituzten bitartean (ikusi 1.11 Irudia).

Gaur egun ez dago oraindik φ_{LSM} funtzioarentzako adierazpen konkreturik eta hau (1.8) baldintza egiaztatzen duen edozein funtzio izan daiteke. Hala ere, badago φ_{LSM} hasieratzeko era nahiko hedatu bat, non *level-set* funtzioa zeinudun distantzia funtzio bat bezala hasieratzen den. Behin optimizazio prozesua hasi den eta lehen iteraziotik aurrera, *level-set* funtzioak sentsibilitatearen analisi prozesuan lortutako emaitzen arabera aldatuko da, beti ere (1.8) baldintza errespetatzen delarik. Hau da, *LSM*-ak gainazal bat eboluzionarazten du, iterazio bakoitzean $\varphi_{LSM} = 0$ planoarekin mozten dena egitura eta bere ingeradak definitzeko.

LSM metodoak proposatzen duen ikuspuntua oso ezberdina da *SIMP* eta *RAMP* metodoek proposatzen zutenarekiko, izan ere, lehen honek, topologia optimizazio problema era diskretuan heltzen du, bitarteko dentsitateak saihestuz eta ingeraden definizio hobea lortuz. Beste diferentzia nabari bat da,

SIMP eta *RAMP* metodoek, elementu bakoitzaren sentsibilitatea kalkulatu duten bitartean, *LSM*-ak egitura osoaren sentsibilitatea kalkulatu duela, eta gainera, azken honetan, topologia ez da dentsitateen eguneraketaren arabera egiten, *level-set* gainazalaren menpeko ingeraden mugimenduaren arabera baizik.

Sentsibilitate analisia egituraren topologia eta forma deribatuen kalkulaz baliatzen da, eta hauek esango dute nola eguneratuko den *level-set* funtzioa. Prozesu hau nahiko konplikatu izaten da, *level-set* gainazala eboluzionarazteko beharrezkoa baita *eboluzio funtzio* bat definitzea, *Hamilton-Jacobi* motako funtzio bat esaterako, diferentziazio finitu eskema baten bidez ebatzi behar dena. Gainera, aukeratzen den eboluzio funtzioak determinatuko du zuloen nukleazioa posiblea den edo ez.

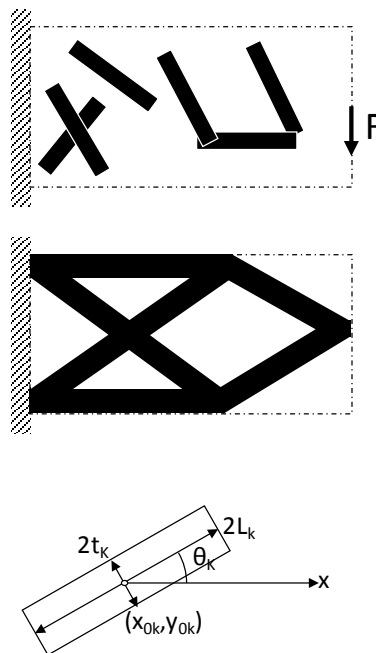
Azkenik, kontuan izan beharreko beste faktore bat da, *Level-Set* metodoak ez duela ziurtatzen bolumen murrizpena beteko denik, eta beharrezkoa egiten du topologia eta forma sentsibilitateen kalkulurako *Lagrange* funtzio bat erabiltzea.

Topologia problema diseinu eremuaren parametrizazio bat eginez abordatzen duten metodoen artean *Moving Morphable Component (MMC)* eta *Moving Morphable Voids (MMV)* metodoak aurki daitezke. Hauek nahiko berriak dira, eta nahiz eta beren jokaerak forma optimizazioak duenaren antza handia izan, eta oso erabiliak ez badira ere, era laburrean azalduko dira lan honekin duten erlazioagatik.

Metodo hauei jarri zaien aitzakietariko bat, abiadako diseinu eremuarekiko duten dependentzia da, izan ere, forma optimizazioa bezala, ez direlako egituraren topologia aldatzeko gai. Edozein egitura, diseinu eremu batean bolumen espezifikoa bat okupatzen duen material solido kantitate batez osaturiko objektu bat bezala definitu daitekeen ideian oinarritzen da X. Guo, W. Zhang eta W. Zhong-ek [51] proposatutako *MMC* metodoa. Ideia hori jarraituz, egitura bat, edozein topologia izanda ere, osagai kopuru finitu batean deskonposatu daiteke. Hargatik, metodo honek, abiada diseinu bezala, eremu huts batean ausazko eran sakabanaturiko eraikuntza bloke multzo bat kontsideratzea proposatzen du. Bloke hauek eremuan zehar desplazatzeko, biratzeko eta transformatzeko gaitasuna dute, honela, beraien posizio, orientazio, forma eta konektibitate optimoak lortzen dituztelarik. Ulergarriagoa bada, metodo hau barren optimizazio problemekin parekatu genezake, edo baita, oinarritzeko egitura moldagarria duen barra optimizazio problema bat bezala ulertu [51].

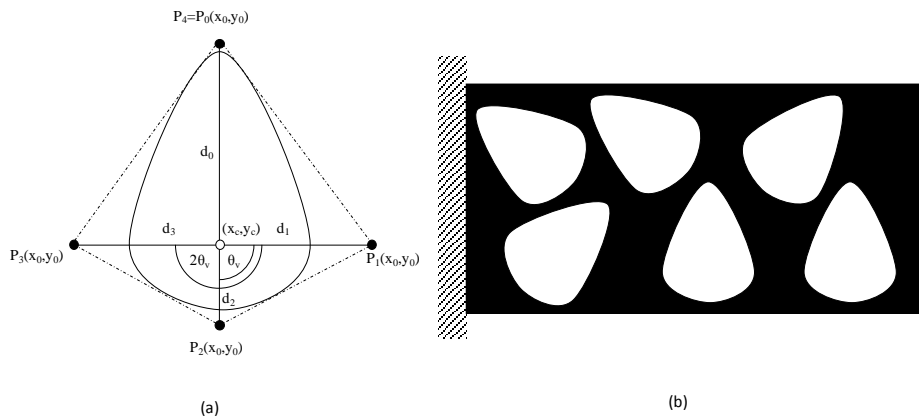
Bloke bakoitzak luzera, lodiera eta inklinazio bat esleituta izango ditu, eta bere zentroaren posizioarekin batera, diseinu aldagaiak izango dira, 1.12 Irudian erakusten den bezala. Bloke bakoitzaren aldagaiak bektore batean gorde egingo dira, eta bektore hauek aldagaien matrize batean batu. Ondorioz, problema honen helburua, helburu funtzioa minimizatzen duen, eta diseinu murrizpenak betetzen dituen aldagaien matrizea topatzea izango da.

Antzerako beste ikuspuntu batzuk [52–54] lanetan aurki daitezke, non nobedade nabarienak, *Herzats material ereduaren* eta *Solid Isotropic Material with Penalization* parametrizazioaren aplikazioa diren. Azken honek aldagai berriak behar ditu eta blokeen dentsitatea kontrolatzea ahalbidetzen du.



Irudia 1.12. MMC metodoaren adibide teorikoa.

MMV metodoak jokaera berdintsu bat du, baina orainoan, eraikuntza blokeen ordeztasunak erabiltzen dira. Beraz, kasu honetan topologia optimizazio problema forma optimizazio problema huts batean bilakatzen da. Dena den, ingraden gainean lokaturik dauden kontrol puntuekin kontrolatu beharrean, ingraden forma, hauek deskribatzen dituzten *B-Spline* kurbak definitzen dituzten parametro geometriko multzoarekin kontrolatuko da. Ondorioz, diseinu aldagaiak *B-Spline* kurben itxura definitzen dituzten kontrol puntuak, zentroaren posizioa eta ardatzen orientazioa dira (ikusi 1.13 Irudia). Argi dago, aldagai kopurua handitu egingo dela kontrol puntu gehiago kontsideratzen badira.



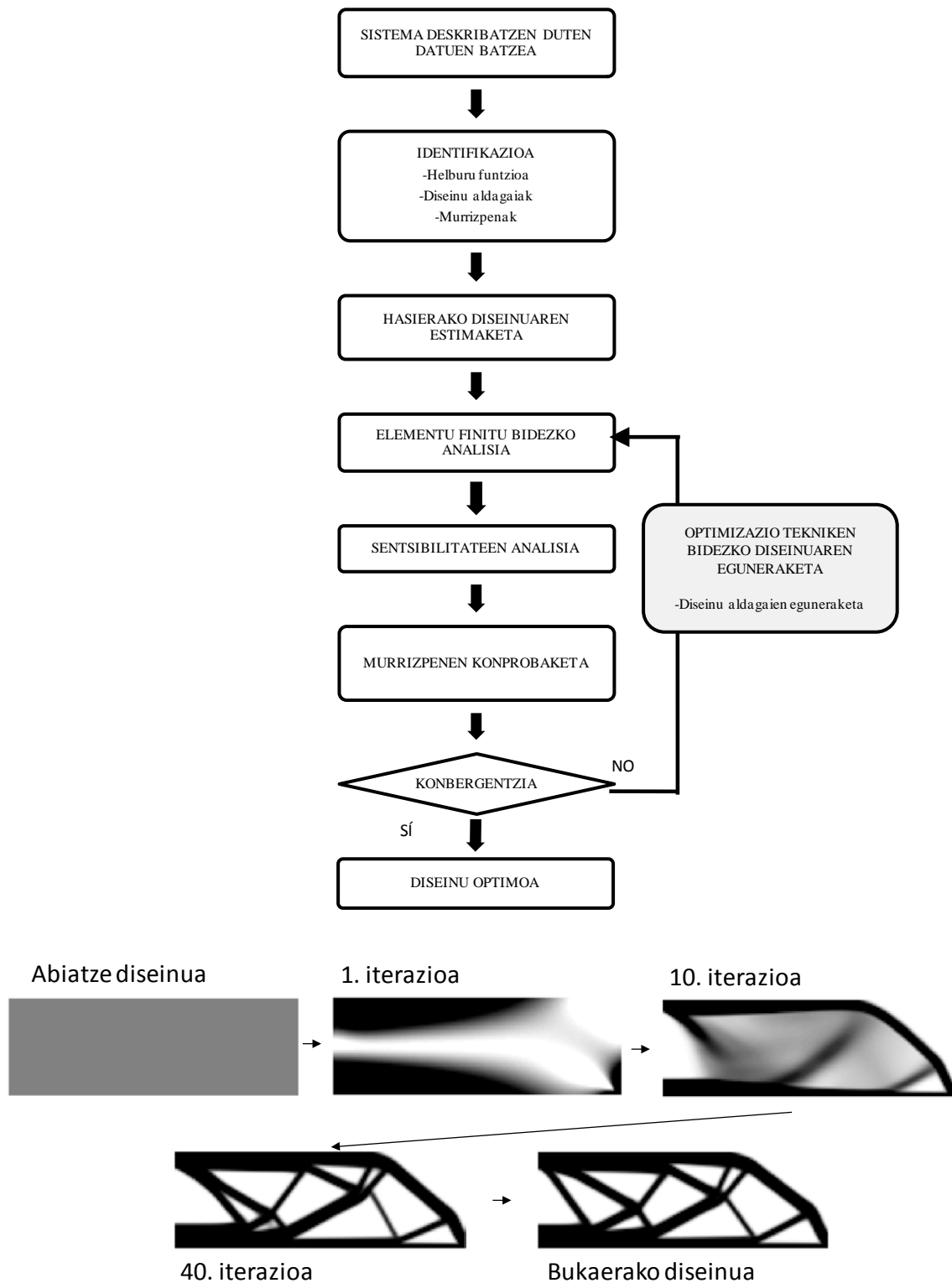
Irudia 1.13. (a) *B-Spline* kurba baten errepresentazio parametrikoa, eta (b) MMV metodoak kontsidera dezakeen abiatze eremu baten adibidea.

Diseinatzailea da hasierako eremuan egongo diren zulo kopurua definituko duena, eta hauen forma iterazio prozesuan zehar moldatzen joango da, ingradak forma optimizazioan aldatzen diren bezala, egituraren geometria esplizituki definitzen dituzten diseinu aldagaien menpean.

1.2.3 Topologia optimizazio prozesua

Erabiltzen den parametrizazio metodoa alde batera utziz, (1.4) problemaren erresoluzioa ez da gehienetan zuzena eta 1.14 Irudian erakusten den bezalako prozesu iteratibo bat behar izango da, non analisi eta optimizazio faseak txandakatzen diren.

Iterazio zikloaren lehenengo pausua, behin problema eta diseinu parametroak definituak izan diren, oreka ekuazioa ebatzea eta elementu finituen bidez desplazamenduen kalkulua egitea izango da, gerora iterazio horretako diseinuaren energia elastikoa kalkulatzeko. Ondoren, sentsibilitatearen analisisa burutzen da, eta hauek helburu funtzioaren eta murrizpenen gainean diseinu aldagaiek duten influentzia deskribatuko dute. Ondorioz, iterazio bakoitzean aldagai horiek eguneratzeko erabiliko ditu algoritmoak. Pausu guzti hauek errepikatuak izango dira aurre definitutako konbergentzia irizpide bat bete arte.



Irudia 1.14. Topologia optimizazio baten fluxu diagrama (goian) eta material eremuaren eboluzioa iterazioak joan ahala (behean).

Aurreko 1.14 Irudian *MBB* egitura batek iterazio prozesuko etapa ezberdinetan azaltzen duen topologiaren argazki pare bat erakusten dira, eta bertan ikus daiteke nola problema eremu semisolido batetik hasi eta material banaketa solido batean konbergitzen duen. Hartutako argazkiak analisi eta

optimizazio zikloaren emaitzak dira, 0 iteraziotik hasita konbergentzia irizpidea bete arte errepikatuko dena.

1.2.4 Sentsibilitate analisia

Diseinu jakin bat n -dimentsiotako espazio baten barneko puntu bat bezala ulertu daiteke, non espazio horretako ardatz bakoitza diseinu aldagai bakoitzarekin erlazionatuta egongo den. Topologia optimizazio problemak espazio horretan abantzatzen du, aurretik definitu beharko den ibilbide bat jarraituz, helburu funtzioaren balio egonkorra den eta aldi berean murrizpen guztiak betetzen dituen puntura heldu arte. Segitu beharreko ibilbidea topatzeko hainbat era existitzen dira, eta hauetariko bat helburu funtzioaren eta murrizpen ekuazioen gradienteen kalkulua da. Deribatu horien kalkulutik sortzen da Sentsibilitate Analisia.

Horrela ba, topologia optimizazioaren testuinguruan, Sentsibilitate Analisia egituraren diseinua konfiguratzeko duten aldagaien aldaketek, egiturak aplikaturiko kargei ematen dien erantzunean eragiten dituzten aldakuntzen kalkulua bezala ezagutzen da. Dependentsia hori ezagutzen denean, aldagai eta erantzunaren arteko erlazioa, erantzunak bere muga balioetara konbergitu dezan aldagaiek zelan aldatu behar duten erabakitzeke prest gaude. Hitz batez, Sentsibilitate Analisiak diseinu aldagai baten magnitudea aldatzean egiturari zer gertatzen zaion jakitea ahalbidetzen du.

Sentsibilitate Analisiaren beste aplikazio interesgarri bat diseinu parametro baten aldaketak jadanik optimizatua dagoen diseinu bati zelan eragiten dion ebaluatzea da. Diseinu optimo batetik abiatuz, honen sentsibilitateak ezagututa, eta lehenago konstante mantendu zen parametro bat aldatuz, perturbazio puntual horri lotutako diseinu optimo zuzenduak auresatea ahalbidetzen du Sentsibilitate Analisiak, optimizazio prozesu berri baten beharra saihestuz.

Azaldutakoak, Sentsibilitate Analisiaren aplikazio posibleetako batzuk dira soilik, halere, badaude beste hainbat eta hainbat aplikazio potentzial gehiago. Garrantzitsuenetariko batzuk hurrengo hauek dira:

- Diseinuaren gaineko informazio kuantitatiboa eransten du.

Sentsibilitateen balioek, diseinu aldagaiei eta hauek problemaren gainean duten eraginari buruzko informazioa gordetzen dute, diseinua forma interaktibo batean gidatzeko erabil daitekeena. Informazio hau

zurruntasun falta, erresistentzia falta, gehiegizko bibrazioak ... bezalako ahultasun posibleak zuzentzeko erabil daiteke ere.

- Diseinuaren modifikazioak kuantifikatu eta diseinu aldagaiak bere garrantziaren arabera sailkatu.

Sentsibilitate analisiak diseinuaren hobekuntzan diseinu aldagaien kontribuzioa nolako den identifikatzea ahalbidetzen du.

- Analisi hurbilduen kalkulua

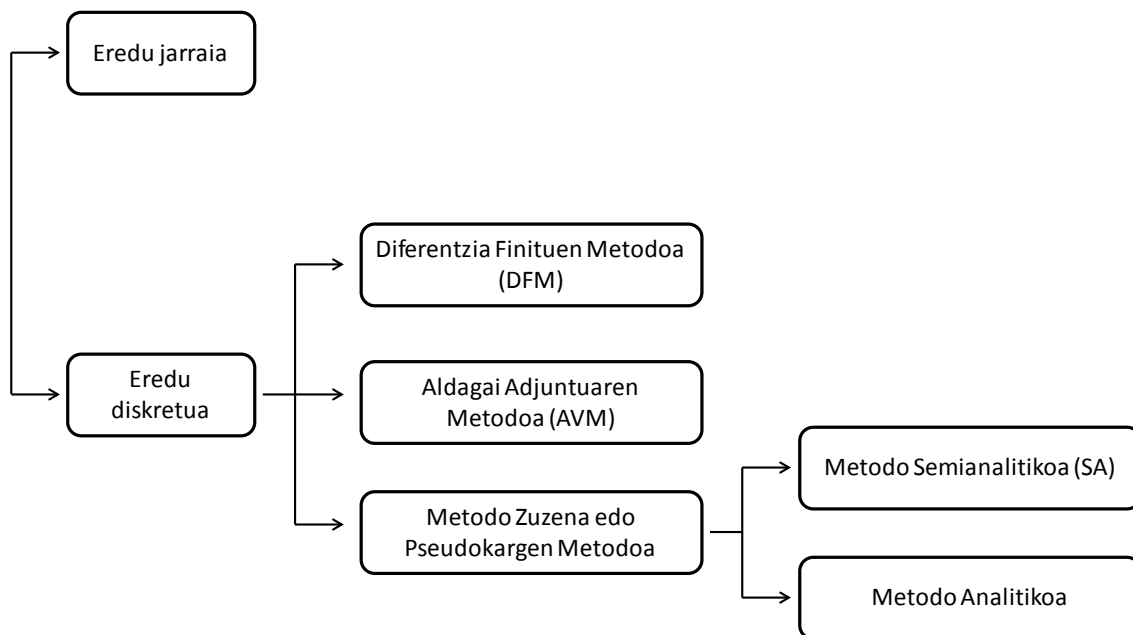
Funtsean, Sentsibilitate Analisiak ez du soilik optimizazio problemetan erabilgarria dela erakutsi, eta diseinu erreminta erabilgarri eta praktikoa dela ere frogatu du; hori dela eta, elementu finituen software komertzial gehienek beren prestazioen artean daukate. Optimizazio matematiko software hauek deribatu partzialak erabiltzen dituzte emaitza optimorako bilaketa ibilbidea ezagutzeko, zeinek egituren diseinu optimoaren arloan sentsibilitateen kalkuluak duen interesarekin konektatzen duen.

Deribatuko diren funtzioen izaera asko aldatu daiteke, kasu errazenetik kasu konplikatuenera. Alabaina, gaur egun, prozedura aukera oso zabala existitzen da eta, ziur asko, problemaren egoera konkretura moldatzen den bat egongo da. 1.15 Irudian ikus daitekeen bezala, eskuarki, sentsibilitateen kalkulua bi prozedura ezberdinen bidez egin daiteke [55]. Lehenengoak, abiada puntutzat egituraren eredu jarraitua duenak, ekuazio jarraituen kalkulu bariationalean du oinarri. Bigarren aukera, egituraren elementu finituekin diskretizaturiko eredutik abiatzen da, eta eredu honen portaera gobernatzen duten ekuazioen diferentziaketan oinarritzen da.

Eredu diskreturako garatutako metodoen artean hiru familia nagusi aurkitu ditzakegu, hala nola, *Diferentzia Finituen metodoa (DFM)*, *Aldagai Adjuntuaren metodoa (AVM)* eta *metodo Zuzena* edo *Pseudokargen metodoa*, non azken hau *metodo analitiko* eta *semianalitikoetan* adarkatzen den. Metodo bat edo bestearen arteko aukeraketa ingeniariaren esku dago, zeinek aurkituko duen funtzioaren arabera egin dezake aukera.

Diferentzia Finituen bidezko deribatzean, deribazio gaia beharrean gehikuntza gaia erabiltzen da, hau da eta edozein aldagairen sentsibilitatearen kalkulua egiteko erarik errazena. Metodo honek helburu funtzioaren kalkulua birritan (gutxienez) gauzatu behar delako desabantaila dauka. Gainera, kalkuluaren doitasunak, aplikatzen den perturbazioaren inkrementuarekiko dependentzia

oso nabaria dauka ere. Horrela ba, kasu batzuetan, saiaketa-huts entsegu batzuen segida bat beharrezkoa izaten da behar bezain egokia den balio hurbildu bat lortu arte.

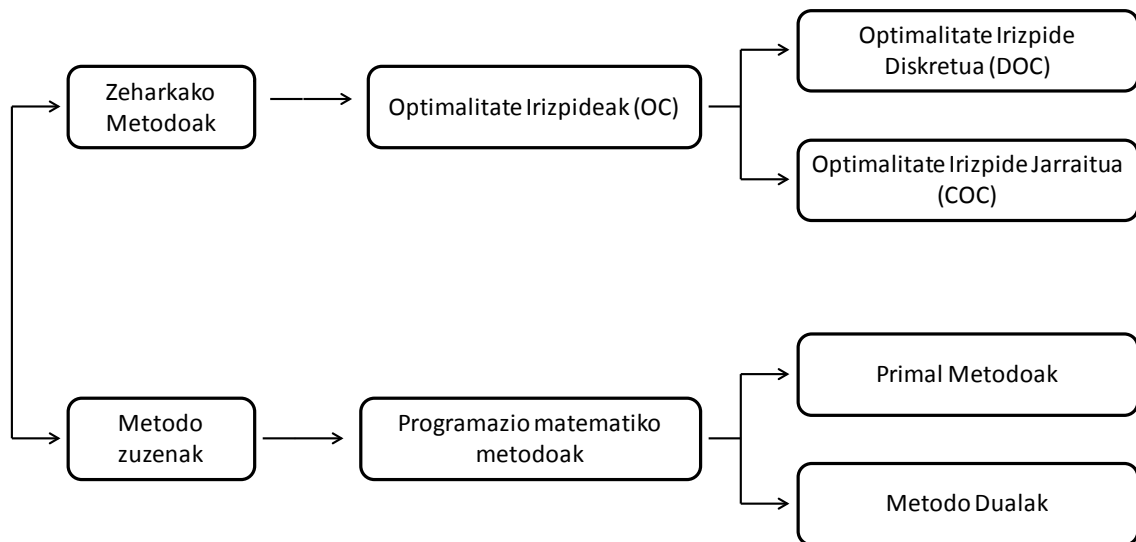


Irudia 1.15. Sentsibilitateen kalkulurako erresoluzio metodo ezberdinen sailkapena

Metodo Zuzena, bere izenak esaten duen bezala, ekuazioaren deribatze zuzena egitean datza, eta ekuazio esplizituentzako, edo erraz samarrak diren ekuazioentzako, metodo arin bat bezala prestatzen da. Kontrara, *aldagai adjuntuaren metodoa*, diseinu aldagaia sakonki ostendurik duten ekuazioetan aplikatzeko interes nabarmeneko da, izan ere, kontsiderazio matematiko sinpleen bidez, ekuazio hauen deribatuak era erraz batean garatzea ahalbidetzen baitu.

1.2.5 Optimizazio problemaren ebazpena

Nahiz eta sentsibilitateen balioak lortu diren, eta beraz aldagaiek (1.4) problemaren erantzunarengan duten efektua ezaguna den, problema ebazteaz eta diseinu aldagaien eguneraketaz arduratzen den optimizazio metodo edo algoritmo bat behar da. Optimizazio algoritmo aniztasun oso nabarmena aurkitu daitekeen arren, hauek *metodo zuzen* edo *zeharkako metodoetan* banatu daitezke, edo baita *optimalitate irizpideetan* oinarritutako eta *programazio matematiko algoritmoetan* oinarritutako prozeduretan (ikusi 1.16 Irudia).



Irudia 1.16. Optimizazio algoritmoen sailkapena

Optimalitate irizpideetan oinarritutako teknikak, murrizpen ekuazio batzuei jositako helburu funtzioa minimizatzeko problema era zuzenean heldu beharrean, emaitza optimoak errespetatu behar duen propietate bat ezartzen dute. Hots, emaitza optimoa izan dadin beharrezkoa (eta batzuetan nahikoa) den optimalitate baldintza bat definitzen dute. Propietate hori, adibidez, *Kuhn Tucker* baldintzen edo *Nekean lan egiten duen Diseinuaren (Fully-Stresses Design) irizpidearen* arabera definitu daiteke, eta bete dadin, problema puntu horretara gidatuko duen algoritmoa definitu beharko da.

Teknika honek badu bere interesa, batez ere erakusten duen programazio erraztasunagatik, eta gehienetan problemaren tamaina edozein izanda ere, optimotik gertu dauden emaitzetara gidatzen duelako. Gainera, programazio matematiko metodoekin (MPM) alderatzen badugu, analisi estruktural gutxi behar izaten ditu.

Bestalde, MPM-ak oinarri tekniko solidoagoa eta zehatzagoa duen aukera bat bezala aurkezten dira. MPM-ek, OC-ak ez bezala, emaitzak optimotik urrun gera daitezkeen egoerak saihesten dituzte. Alabaina, hurbilketa kontzeptua proposatu zenerarte, MPM-en aplikazioak topatzen zuen oztopo nabarmenena aldagai eta murrizpen inplizitu ugari zituzten problemekin lan egiteak suposatzen zuen koste konputazional altuan zuen iturburua. Hurbilketa kontzeptuak aukera oso garrantzitsu bat suposatu zuen metodo hauentzat, honekin batera zetorren jatorrizko optimizazio problema hainbat azpi-problema hurbildutan banatzeko gaitasunak, emaitza optimoak elementu finitu bidezko analisi gutxirekin lortzea ahalbidetu baitzuen. Azpi-problema

hurbilduak *Taylor-ren seriezko garapenen* eta aldagai lotura tekniken bidez lortutako hurbilpen esplizituekin egiten dira.

Programazio matematiko metodoen arloko garapena hainbat metodoren iturburua izan da, hauen artean, *Linealizazio Konbexua (CONLIN)* [56] eta *Asintota Mugikorren Metodoa (MMA)* [57], azken hau egituren optimizazio arloan oso erabilia delarik. Hala ere, gaur egun, bi irizpideek, bai *Optimalitate Irizpideak* zein *Programazio Matematiko Metodoak*, topologia optimizazio inplementazio askotan presente egoten jarraitzen dute.

2 Fabrikazio Aditiboa

2.1 Sarrera

Fabrikazio Aditiboa edo *Additive Manufacturing (AM)*, hasiera batean *Prototipazio Azkarra (RP)* bezala ezagutua izan zena, piezak materiala geruzaz geruza jarritzera erakitzen dituen fabrikazio metodo bat da. Teknologia honen abiadako helburua, diseinuaren egoerari buruzko informazio fidagarria emango zuten prototipoen fabrikazio azkarra zen, izan ere, edozein eredu solidok 3D eredu konputazional birtual batek baino informazio fidagarriagoa zuzkitzen du. Prototipo hauen azterketak hobekuntzarik onar zezaketen puntuak antzematea ahalbidetuko zuen gainera.

Fabrikazio metodo berri hauen garapen azkarraren eta agertutako aplikazio berrien ondorioz, *Prototipazio Azkarra* terminoa arin zaharkitu zen, fabrikazio teknika honen gaitasunen adierazgarri izateari utziz. Horrela ba, teknologia garatua izan den ahala, honi erreferentzia egiteko hainbat izen ezberdin agertu izan dira, hala nola, *Automated Fabrication (AutoFab)*, *Freeform Fabrication*, *Solid Freeform Fabrication*, *Layer-Based Manufacturing*, *Stereolithography* edo *3D printing*. Gaur egun zabalduen dagoen terminoa *Additive Manufacturing (AM)* edo *Fabrikazio Aditiboa* da.

Amerikako Testatze eta Materialen Sozietatearen arabera (*American Society for Testing and Materials, ASTM*), *AM*-a, 3D eredu batetik abiatuz objektu bat materiala geruzaz geruza lotuz eraikitzen duen prozesua bezala definitzen da.

Nahiz eta piezak metodo gehigarrien bidez eraikitzeke lehenengo saiakuntzak 70. hamarkadan gertatu ziren, badira arlo honekin zerikusia duten eta lehenago egin diren hainbat ikerketa, topografia eta foto-eskultura arloetan hain zuzen ere. 80. hamarkadaren hasieran, 1983. urtean zehatzago, Charles Hull-ek, gerora *3D Systems* enpresaren fundatzaile-ondokoa izango zena, *Estereolitografia* bezala ezagutzen den teknologia garatu zuen, zein gaur egunera arte *AM* teknologien garapenean eman diren mugarri garrantzitsuenetariko bat kontsideratzen den. Hurrengo urteetan zehar teknologia hau garatzen jarraitu

zen, eta enpresa eta ikerketa talde berrien agerpenarekin batera, prozesu berriak ere agertu ziren, hauen artean adibidez, *laser bidezko sinterizazioan* eta *lagatze urtu bidezko modelizazioan* oinarritutako lehen metodoak.

Esan bezala, teknologia hauek prototipazio azkarrera zuzendu ziren hasiera batean, baina gaur egunean industria prozesuetan, prozesu medikoetan, eta amaierako produktuetan aplikatzeraino izan dira garatuak. Azken urteetan eman diren aurrerapen garrantzitsuenetariko batzuk, 2000. urtetik honakoak, aireko gidari gabeko ibilgailu, automobilen, kontsumo produktuen, eta berriki, organo eta ehunen *3D inprimaketaren* gainean eman dira. Jarraian azaltzen den 2.1 Taulak fabrikazio aditiboak gaur egun dituen aplikazioen bilduma bat erakusten du.

INDUSTRIA	EGUNGO APLIKAZIOAK	APLIKAZIO POTENTZIALAK
AUTOMOBILISTIKOA 	<ul style="list-style-type: none"> -Prototipazio azkarra -Azken erabilpenerako osagaien fabrikazioa 	<ul style="list-style-type: none"> -Lankidetzeta proiektuetan garatu eta diseinatutako osagaiak
AERONAUTIKOA 	<ul style="list-style-type: none"> -Prototipazioa -Osagai estrukturalak -Osagaien ez estrukturalak -Bolumen baxuko ordezeko elementuak 	<ul style="list-style-type: none"> -Motoreen atal konplexuak -Hegazkin hegalen osagaiak -Osagai elektronikoak elementu estrukturalen barnean zopatzatzea -Hegazkinen osagai estrukturalak
ESPAZIALA 	<ul style="list-style-type: none"> -Osagaien espezializatuak -Erresistentzia altuko materialekin eraikitako egitura arinak 	<ul style="list-style-type: none"> -Eskaerapeko osagaien fabrikazioa espazioan -Tamaina handiko egituren fabrikazioa espazioan
OSASUNA 	<ul style="list-style-type: none"> -Inplante eta protesiak -Gailu eta tresna medikoak -Audiofono eta inplanteak 	<ul style="list-style-type: none"> -Transplanteak egiteko organo eta ehunak -Eskala handiko produkzio farmazeutikoa -Terapia erregereneratiboetarako giza ehunen garapena
KONTSUMOA 	<ul style="list-style-type: none"> -Prototipazio azkarra -Iterazio faseen testatzea eta ebaluazioa -Produktu pertsonalizatuak 	<ul style="list-style-type: none"> -Kontsumitzaileekin lankidetzan diseinaturiko produktuak -Produktuen pertsonalizazio masiboa

Taula 2.1. Teknologia gehigarrien egungo eta potentzialak diren aplikazioak.

Gaur egun, eta patente askoren iraungitzearen ondorioz, posible da fabrikazio *aditiborako makina* ugari eta ezberdinak aurkitzea, hauen arteko diferentzia nabariak erabil daitezkeen materialen sorta, geruzak sortzeko jarraturiko prozesua eta geruzen arteko loturak egiteko prozesua direlarik. Diferentzia hauek izango dira makinaren zehaztasuna, piezaren propietate mekaniko eta materialak, fabrikazio abiadura, makinaren tamaina, behar izango den post-prozesaketa maila eta makinaren kostua determinatuko dituztenak.

Hurrengo ataletan *AM* teknologia ezberdinak azalduko dira, eta fabrikazio prozesu orokorra pausuz pausu azalduko da baita, eredu birtualaren kontzeptiotik eredu eraikiaren postprozesatze pausuararte. Hala ere, lehenik eta behin, *AM* teknologiek fabrikazio arloan jokatzen duten papera zein garrantzitsua den jakiteko, hauen eta fabrikazio metodo klasikoaren arteko konparaketa egingo da.

2.2 Fabrikazio Aditiboa vs. Fabrikazio Metodo Klasikoak

Esan bezala, atal hau *AM* teknologien eta fabrikazio metodo klasikoaren arteko konparaketa egitera bideratu da, eta bertan, bi teknologien gaitasunak parekatu eta bakoitzaren abantailak eta desabantailak azpimarratuko dira.

Hitz batez, esan daiteke, *AM* teknologien oinarriko printzipioa objektu bat *Ordenagailu bidez Lagunduriko Diseinu* software (*CAD*) batekin garatutako *3D* eredu batetik abiatuz fabrikatzea dela. Fabrikazio metodo klasikoek ez bezala, hauek ez dute aurrez planifikatua izateko beharrik, eta *3D* objektu baten fabrikazio prozesua nabarmen errazten dute. Bestelako fabrikazio teknologiek eragingo den geometriaren azterketa eta analisi sakona behar izaten dituzte piezak makinan izan beharko duen posizioa, erabiliko diren erremintak eta gauzatu beharko diren eragiketen ordena aukeratzeko. Hala ere, *AM* teknologien ezaugarri nabarmenena, eta fabrikazio teknologia klasikoetatik bereizten dituenak, *3D* objektuen geruzaz geruzako eraikitzea da. Jokabide hau historikoki erabili izan ohi denaren guztiz kontrako da, izan ere fabrikazio teknologia klasikoak material harrotze prozesuetan dute oinarri.

Alabaina, *fabrikazio aditiboa* fabrikazio metodoen etorkizuna bezala azaltzen bada ere, teknologia hau momentuz guztiz ondu gabe dago, eta badaude oraindik aplikazioak non metodo klasikoak eraginkorragoak diren. Esaterako, kate-produkzioan, non azpi-prozesuak estazio finkoetan gauzatzen diren,

metodo klasikoek sorta luzeen fabrikazio kostuak amortizatzen dituzte. Metodo klasikoak oso garatuta daude gaur egun eta heldutasun maila oso garrantzitsu bat eskaintzen dute, erabiltzen dituzten material sorta zabalean eta piezen tamaina oso aldakorrean islatzen dena. Bere partetik, teknologia aditiboak oso lehiakorrek dira bolumen baxuko sortetan eta tamaina txikiko piezetan.

AM-en beste puntu gogorrenetariko bat, eta zehazki industriak gehien aprobetxatzen duena, beste edozein mekanizazio prozesurekin gauzatu ezinak izango liratekeen diseinu korapilatsuak, geometria konplexuak, barrunbeak, edo sareta formako mikroegiturak gauzatzeko gaitasuna da. Esate baterako, mikroegiturak eratzeko gaitasunak, industria aeronautikoan hain desiratuak diren egitura arinak diseinatzeko aukera ematen dio ingeniariari. Aldi berean, diseinu oso konplexuak materiarazteko gaitasun honek, “*free-design*”-erako gaitasuna faboratzen du.

AM-ak produktuen kustomizazioa ere ahalbidetzen du, izan ere, oso erraz egin daiteke edozein aldaketa aurredefinituriko eredu birtual batengan. Ezin da ahaztu ere egin, merkaturako irteera arina errazten dutela, eta honekin batera, eskaerapeko osagaien fabrikazioa sustatzen dutela. Azpiko 2.2 Taulan bai metodo klasikoak bai fabrikazio aditibo metodoen bereizgarritasun garrantzitsuenak aipatzen dira.

Metodo klasikoak	Metodo aditiboak
<ul style="list-style-type: none"> -Masa produkzioa. -Material erabilgarri sorta zabala. -Tamaina handiko osagaien produkzioa. -Teknologia helduak eta ondo ezarriak. 	<ul style="list-style-type: none"> -Diseinu konplexuagoak. -Merkaturako irteera azkarra. -Hondakinen gutxitzea. -Diseinu askatasuna. -Diseinua modifikatzeko flexibilitatea. -Ez dute mihiztatze prozesurik behar. -Ez dago mekanizazio prozesuen beharrik. -Eskaerapeko produkzioa. -Produktuen kustomizazioa.

Taula 2.2. Metodo klasikoak eta metodo aditiboak

2.3 Prozesu eta teknologia aditiboari sarrera

Edozein pieza, materiala geruzaz geruza gehitzean oinarritzen diren prozesuen bitartez fabrikatzeko ideia proposatu zenetik, fabrikazio aditiborako hainbat eta hainbat prozesu eta teknologia berri garatu izan dira, eta sail egiten da klasifikazio orokor bat ezartzea. Gaur egun badaude klasifikazio irizpide ezberdinak, eta batzuek erabilitako teknologiaren araberako sailkapena egiten

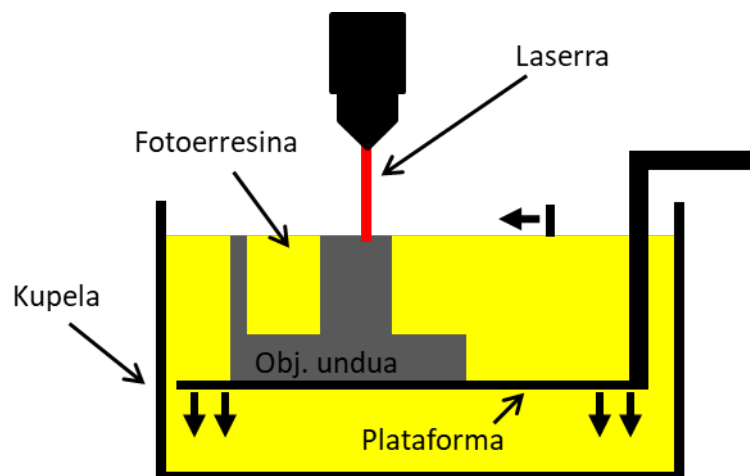
duen bitartean [58,59], beste batzuek sailkapen bidimentsional bat proposatzen dute, non prozesu ezberdinak erabilitako estratifikazio metodoen, eta erabilitako materialen arabera sailkatzen diren [60]. Kasua edozein izanda ere, gaur egun merkatuan aurkitu daitezkeen teknologiak 7 dira.

2.3.1 Kupel foto-polimerizazioa

Foto-polimerizazioa fabrikazio aditibo formarik zaharrena da. Prozesu honetan, oinarrizko materiala kupel batean gordetzen den foto-polimero likido bat da, fabrikazio prozesuan zehar kanpo erradiazio iturri baten bidez ondua izango dena. Materiala ontzen den bakoitzean geruza berri bat sortzen da, eta kupel barruko plataforma beheratu egiten da hurrengo geruza formatuko duen material likidoari lekua uzteko.

Materialaren ontzea burutzeko 3 aukera ezberdin daude: eskaneatze bektoriala, maskara eskaneatzea, eta laser sorta bidezko fotoi bikoitzeko eskema. Azpiko 2.1 Irudian ikusten dena eskaneatze bektorial bidezko ontze prozesua da, zein, gidatutako laser sorta bakarreko ontze prozesu batean datza. Bitartean, fotoi bikoitzeko eskeman laser sorta bi behar izango dira. Maskara bidezko eskemak, laserra gainazal handiago bat hartzea ahalbidetzen duen tamaina handiagoko erradiazio iturri baten bidez ordezkutzen du.

Eskaneatze bektorialaren eta maskara bidezko eskaneatzearen kasuetan pieza kupelaren gainazalean ontzen denez, askotan beharrezkoa izaten da piezak ikusgai izan duen gainazalaren gainean estaldura bat jartzea. Fotoi bikoitzeko eskeman ordea, hau ez da beharrezkoa izango, izan ere, kasu honetan piezaren ontzea hau guztiz murgilduta dagoelarik egiten da eta.

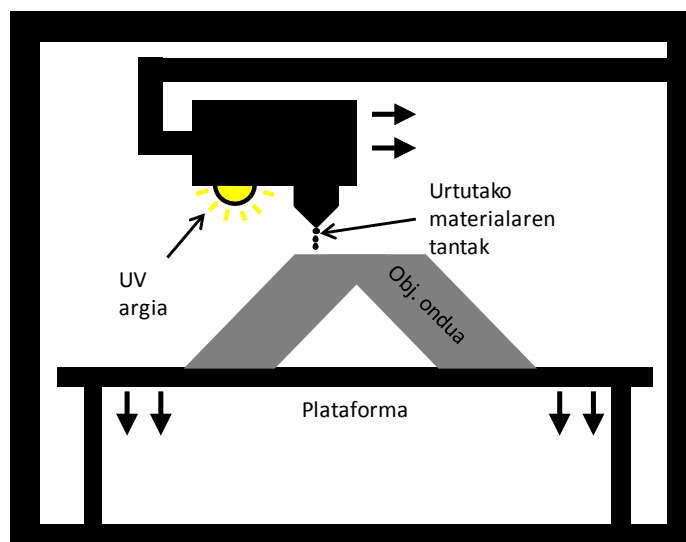


Irudia 2.1. Eskaneatze bektorial bidezko kupel foto-polimerizazio prozesua

2.3.2 Material injekzioa

Material injekzio prozesuak harreman estua du etxean eduki daitekeen edozein 2D inprimagailurekin, baina lehenengo hauetan, tinta bat beharrean, material bat injektatzen da, geruzak formatu ahala bertikalki hasiko den hirugarren dimentsio bat sortuko duena. Horretarako, buru higikor batek, hau inguratzen duen argi ultramore batez solidotzen diren material tantak lagako ditu fabrikazio eremuan zehar mugitzen den bitartean (2.2 Irudia).

Gaur egun material injekzio prozesuak ondo finkaturik daude eta potentzial handia aurkezten dute, baina hauen garapena zertxobaiten moteldua izan da aspektu tekniko eta fabrikazio prozesuaren gaineko zailtasunak direla eta. Oinarrizko faktorea, eta geraldiki honetan influentzia gehien izan duena, material tanten eraketa eta solidotze prozesuetatik eratortzen da. Materialak bi fase aldaketa jasaten ditu prozesuan zehar, solidotik likidora lehenengo eta likidotik solidora ondoren. Era honetan tantak sortu, pitatik pasatu eta material eremuan dagoen materialarekin fusionatuko dira piezaren forma progresiboki sortuz. Solidotik likidorako fase aldaketa ez da gauza erraza eta fabrikazio materialaren, inplikaturiko hardwarearen eta fabrikazio parametroen funtzioan dago. Bigarren pausua, solidotze fasea, tanta airean dagoela edo talka gertatu bezain laster eman behar da. Azken pausu hau nahiko kritikoa da eta erroreak ager daitezke tantek era uniforme baten solidotzen ez badute.



Irudia 2.2. Material injekzio prozesua

Material tanten lagatze fasea ere kontrolatu beharko da, eta beraz, tanten ibilbidea, talka, eta substratuarekin eta aurretik lagatako geruzekin duten interakzioa aztertu beharko dira. Tanten ibilbidea kalkulatzeko orduan,

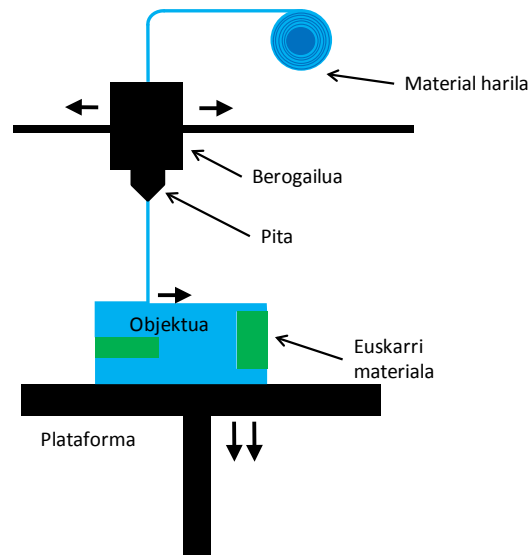
kontutan izan behar da bai substratua eta baita pita ere, mugitzen egon daitezkeela. Gainera, abiadura eta tamaina bezalako faktoreek ere tanta lagako den eremuan eragina dute, piezaren gainazal bukaera eta tolerantzia erasanez. Tanten talka kalitatearen analisiak arreta handia behar du baita, izan ere, tanta hegan dagoen bitartean apurtzeak edo talka egiterakoan koroa bat eratzeak, banaketa azalera afektatzen du.

Fabrikazio aditibo prozesu honen abantaila anitzen artean, inpliketzen duen kostu baxua, fabrikazio bizkortasuna, eskalatua izateko duen erraztasuna, piezak material anitzetan fabrikatzeko aukera eta pieza koloreztatuak inprimatzeko duen gaitasuna izendatu daitezke. Material injekzio makinak merkeagoak izan ohi dira gehienetan, neurri handi batean, laser unitaterik ez dituztelako behar. Gainera, erraz ordeztu daitezkeen osagaiak izaten dituzte. Halaber, erraza da prozesu hauek eskalatzea, non eskalabilitateak fabrikazio abiadura pita kopurua aldatuz kontrolatu ahal izateari egiten dion erreferentzia. Hala eta guztiz ere, esan beharra dago, nahiz eta hasiera batean material plastiko, zeramiko zein metalikoak erabiltzea posiblea den, komertzialki eskuragarri dauden materialak argizariak eta foto-polimeroak direla gehienbat, eta lor daitekeen zehaztasuna ez dela beste prozesu askotan lor daitekeena bezain ona.

2.3.3 Material estrusioa

Material estrusio prozesuen oinarrizko funtzionamendu kontzeptua oso erraza da, eta aurre berotutako pita baten bidez, fabrikazio eremuan harizpi moduan lagatzen den material termo-plastiko baten estrusioan datza (2.3 Irudia). Hau da prozesu ohikoena eta gehienetan, etxean eduki daitezkeen *3D inprimaketa* makinek erabiltzen dutena. Material estrusio prozesuak, nahiz eta hau erlatiboki erraza izan, aldagai kopuru handi bat dauka, adibidez, material emaria, materialaren gaineko estrusio presioa edo hariaren diametroa, zein aldi berean, pitaren desplazamendu abiaduraren menpekoa den. Halaber, materiala ahalik eta hoberen lotu eta piezaren forma mantentzen dela solidotu behar da.

Gaur egun, prozesu hau heltzeko bi aukera daude. Alde batetik, eta gehien erabiltzen dena, materialaren egoera tenperaturaren bidez kontrolatzean datza. Kasu honetan, materiala likido egoeran gordetzen da ganbara batean, zein materiala fabrikazio eremura jariatzen duen pitarekin konektatua dagoen. Bigarren aukeran, solidotzea erreakzio kimiko baten bidez ematen da, eta piezak onduak edo lehortuak izaten dira.



Irudia 2.3. Material estrusio prozesua

Edozein material estrusio prozesuren oinarrizko printzipioak, materiala hornitzeko metodoa, materialaren fusioa, materiala pitatik jariatu dadin honen gainean aplikatu beharreko presioa, estrusio prozesua, materialaren lagapena, materiala aurreko geruzen arteko lotura, eta euskarri materialaren lagapena dira.

Materiala hornitzerako orduan, posible da materiala ganberara bai likido zein solido egoeran kargatzea, azken honek pellet edo hauts partikula forma inplikutzen dituelarik. Kargatzeko egoera honek determinatuko du materiala hornitzeko prozesua zein izango den. Karga egoera likidoan egiten denean, hornidura prozesua materialaren ponpaketaren bidez egin daitekeen bitartean, karga egoera solidoan egiten denean, beharrezkoa da grabitate bidezko edo helize bidezko material horniketa metodoren bat aplikatzea. Orobat, karga egoera solidoan egitean, materiala urtu egin beharko da prozesuaren punturen batean, zein eskuarki, biltegitratze ganbararen inguruan kiribildutako berogailu multzo bat arduratzen denaz. Egoera perfektu eta ideal batean, ematen den beroa konstante mantendu beharko litzateke eta ganbararen temperatura materialaren egoera likidoa ziurtatzen duen temperaturarik baxuena izan beharko luke, aldi berean material polimerikoaren degradazioa saihestuko duena.

Hariak izango duen forma eta tamaina, pitaren forma eta tamainaren araberakoak izango dira. Logikoki, pita honen diametro handiagoek material emari handiagoa eta fabrikazio denbora laburragoak ahalbidetuko dituzte, baina prozesuaren zehaztasunaren kostuan. Pitaren diametroak badu eragina ere lortu daitekeen lodiera minimoaren gainean, eta jeneralean, diametro

horren bikoitzaren azpitiko tamainak (zabalerak) dituzten detaileak saihestea izaten da gomendioa. Printzipioz, era honetan, edozein xehetasun era egokian inprimatu ahal izango da.

Idealki, behin materiala estrapu denean, hariaren forma eta tamaina berdin mantendu beharko lirake, hau da, behin haria solidotu den, bere diametroak ez luke aldatu behar, ezta piezaren forma orokorra ere. Aitzitik, grabitateak eta gainazal tentsioek pieza distortsionatu dezakete, eta hozte eta sikatzeko prozesuek harien tamainaren aldaketa eragin dezakete. Material estrapu forman edo likido egoeran dagoenean, posible da solidotze prozesuan zehar materiala zertxobait uzkuetzea, eta gelaren kasuan material porotsu bat sor daiteke gainera. Bestalde, hozte prozesua oso ez lineala izan ahal izateak deformatutako eta distortsionatutako geometriak agertzea eragin dezake. Horrela ba, komenigarria izaten da bai hozte prozesua kontrolatzea, bai hozte ganbararen eta honen inguruko atmosferaren arteko tenperatura diferentzial minimoa bermatzea.

Kontutan izan beharreko beste aspektuetariko bat da, materiala inertzia duten objektu mugikor multzo baten bidez estrapu izaten ari dela, mugimenduaren noranzkoan ematen den edozein aldaketak dezelerazio-azelerazio ziklo bat jarraitzea eragiten duena. Material emaria abiadura aldaketa hauei egokitu behar zaio, lagako den material bolumena ez da homoginoa izango bestela.

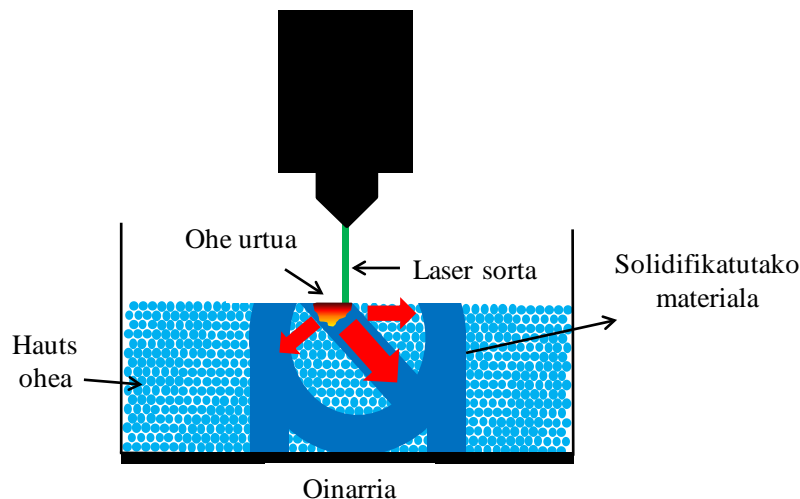
Azkenik, geruza ezberdinen arteko loturari arreta jarriko zaio. Geruza berrian mantentzen den energia maila alboko geruzak aktibatzeke nahikoa baldin ez bada, ez da hauen arteko fusioa emango eta geruza berria aske geratuko da, edo apurketa eremu bezala ezagutzen dena sortuko du. Bestalde, energia gordea lar altua denean, posible da aurretik lagatuko geruzako materiala ur dadila pieza deformatuz eta gainazal akabera kaxkarra sortuz. Haatik, badaude kasuak non, apurketa gainazal kontrolatu bat lagungarria izan daitekeen, adibidez, euskarri egituren eta egitura printzipalaren arteko lotura puntuetan bi hauek material ezberdinarekin eraiki izan badira. Era honetan, euskarri egituren kanporatzea erraztu egiten da.

Alabaina, material injekzio metodoak ondo ezarriak daude gaur egungo industria prozesuetan, eta hauen aplikazioak oso ugariak dira, baina honek ez du esan nahi ordea, inolako eragozpenik ez dutela aurkezten. Ez da ahaztu behar metodo hauekin fabrikaturiko piezek portaera anisotropoak erakusten dituztela eta pitak zirkularrak izateak, hertz biziak eta ingerada biribilduak

lortzea ezinezkoa egiten duela. Gainera, metodo hauek xehetasun oso altuak ez dituzten piezetan gomendagarriak izaten dira soilik, izan ere zehaztasun eta definizio maximoak makina garestienetan bakarrik daude eskuragarri.

2.3.4 Hauts oheetan oinarritutako prozesuak (PBF)

PBF-ak material partikula oheetan oinarritutako prozesuak dira, non partikula hauek urtuak eta elkarrekin fusionatuak izaten diren laser edo elektroio sorta batetik eratorritako energia termikoari ezker. Hauts partikulak era programatu batean urtzen dira eratuko den geruzaren formaren arabera, eta behin geruza berria aurrekoarekin fusionatu den, hauts geruza berri bat hornitzen da aurreko prozesua berriro errepikatu dadin. Jarraian azaltzen den 2.4 Irudian *PBF* prozesu bat ikus daiteke, non gezi gorriek laser sortak eragindako beroaren disipazio prozesua deskribatzen duten.



Irudia 2.4. PBF prozesu baten eredu generikoa

PBF prozesu guztiek pareko ezaugarriak dituzte, energia termiko iturri bat (edo gehiago), hauts partikulen fusioa kontrolatzen duen metodoren bat, eta hauts geruzak leuntzen dituen mekanismoa. Gehien erabiltzen diren energia termiko iturriak laserrak dira, eta hauek erabiltzen dituzten prozesuak *Laser bidezko Sinterizazio Selektiboa*, edo *Selective Laser Sinterization (SLS)*, bezala ezagutzen dira. Aldi berean, hauek metaletarako eta polimeroetarako prozesuetan banatzen dira, *Metal LS (mLS)* eta *Polimer LS (pLS)* prozesuetan hain zuzen ere. Fabrikazio prozesu mota hau ganbera itxi baten barnean gauzatzen da, non berogailu infragorri sorta baten bidez, materiala urtze puntutik gertu dagoen temperatura batean mantentzen den. Aurre-beroketa honek laserrari eskatu beharko zaion energia maila gutxitu eta *warping* arazoak saihesten ditu.

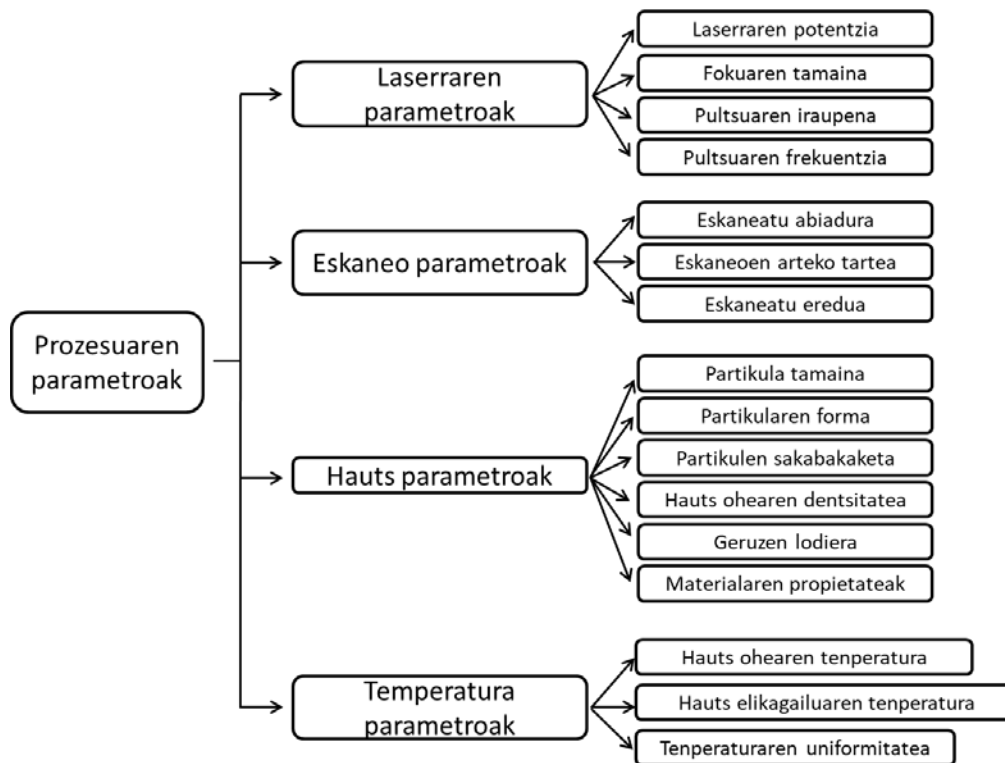
Gaur egun, bai material polimerikoekin, zein metaliko, zeramikoekin, eta konpositeekin lan egiteko gai dira *PBF* prozesuak. Halaber, fusio mekanismo diferenteak garatu dira [61], zeinen artean egoera solidoan dagoen materialaren sinterizazioa (*Solid-State Sintering*), kimikoki induzitutako sinterizazioa, sinterizazioa egoera likidoan (*Liquid-Phase Sintering, LPS*), eta urtze osoa (*full-melting*) aurkitu daitezkeen.

Sinterizazio bidezko eta urtze bidezko fusioen arteko diferentzia nagusia elkarrekin fusionatzen direnean hauts partikulek duten egoera materiala da. Sinterizazio prozesu batean, ganberaren tenperatura materialaren fusio tenperatura eta honen erdiaren arteko maila batean mantentzen da, beraz, hauts partikulak ez dira elkarrekin guztiz urtzen eta hauen fusio osorako denbora luzeago bat behar izaten da. Sinterizazioa albo-ondorio bat bezala ere ager daiteke, okasioetan ondorio zital bat delarik. Ganbara tenperatura oso altu batean mantentzean, posible da fusionatu beharko ez liratekeen material partikula batzuk sinterizazioaren kausaz fusionatzea, berrerabili egiten den hautsak partikula tamaina handiagoa edukitzea gauzatuz. Antzeko efektu bat antzeman daiteke material urtuaren inguruetan dauden hauts partikulak, honek disipatzen duen beroaren ondorioz, piezaren egiturari sinterizazioaren kausaz erazten zaizkionean. Kasu konkretu honi “*part growth*” edo piezaren hazkuntza esaten zaio. Beste alde batetik, urtze osoko mekanismoetan partikulen fusioa hauek egoera likidoan daudela ematen da, hala ere, materiala arin fusionatzeak ez ditu %100 dentsitatea duten piezak lortzen. Ondorioz, piezaren bizitza erabilgarrian zehar barne haustura baten bihurtu daitezkeen poroak azaltzen dira.

Hauts oheetan oinarritutako prozesuetan hainbat eta hainbat fabrikazio parametrok hartzen dute parte, aurrera eramateko erraza ez den kontrol zorrotza behar dutenak. Gainera, parametro hauetariko asko interdependenteak dira eta elkarri eragiten diote (2.5 Irudia).

Parametroen arteko intererlazioa argi ikus daiteke hautsaren forma, tamaina eta partikulen distribuzioaren, eta energia absortzio maila, hauts ohearen dentsitatea, hautsaren eroankortasun termikoa eta fabrikazio ganbaran materialak duen banaketaren kasuan, izan ere lehenengo hiru parametroek ondorengo guztiak baldintzatzen baitituzte. Esate baterako, partikula tamaina txikiago batek dentsitate altuagoko hauts ohe bat, berotze azalera handiagoa eta energia absortzioaren hobekuntza bat suposatzen du. Parametro ezberdinen balio optimoak aurkitzeko prozesua ez da gauza erraza, eta gaur

egun kasu bakoitzera egokitzen diren hainbat konbinazio ezberdin aurki daitezke.



Irudia 2.5. PBF prozesuaren parametroak.

Prozesu hauek duten beste zailtasun bat hautsaren manipulazioa da, eta edozein hauts banaketa sistemak hurrengo baldintzak betetzera behartua dago:

- Hauts erreserbak makinaren bolumen maximoa okupatu dezakeen edozein pieza material erretegia bat behar izan gabe eraikitzeko material nahikoa eduki behar du.
- Geruza baten formazioaren ondoren, hurrengo geruza sortzeko hauts nahikoa elikatu behar da, edozein elikadura soberakin saihestuz.
- Geruza mehe bat forma dezan banatu behar da hautsa, eta geruza hau pasada guztietan errepikagarria izan behar du.
- Hautsaren sakabanatzeak ez luke inolako indar tangentialik sortu behar, izan ere, hauek piezaren distortsioa gauzatu dezakete.

Gaur egun, PBF prozesuek oinarri oso solido bat dute, fabrikazio prozesuan parte hartzen duten parametroen definizioa, neurri batean, erraztu dezakeena. *Fabrikazio aditiborako* beste prozesu batzuekin parekatzen baditugu, hauek lan egin dezaketen material espektroa askoz zabalagoa da, baina espezialki

abantailatsuak dira material polimerikoekin lan egiten denean. Kasu hauetan, hauts materiala nahikoa izaten da egitura solidoari euskarri bezala eusteko, hau da, ez dira inolako kanpo euskarri egiturarik behar izango. Ondorioz, *PBF* prozesuak oso gomendagarriak dira geometria oso konplexua duten egiturak fabrikatzeko, barne errefrigerazio kanalak dituzten piezak esate baterako. Halaber, *PBF* prozesuak soldatua izan daitekeen edozein material metalikorekin lan egin dezakete, baina kasu hauetan euskarri egituren presentzia beharrezkoa da, 2.4 atalean azalduko den bezala.

Prozesu hauetan agertzen den desabantaila bat, piezetan lortzen den gainazal akabera da, zein exkaxa izaten da ohe likidoetan oinarritutako prozesuetan lortzen denarekin konparaturik. Hala eta guztiz ere, akabera fabrikazio parametroen menpean dago eta beraz maila batean kontrolatua izan daiteke. Piezaren forma eta akaberan eragina ere izango duena, honen uzkurdua da, %3-4 inguruan egoten dena.

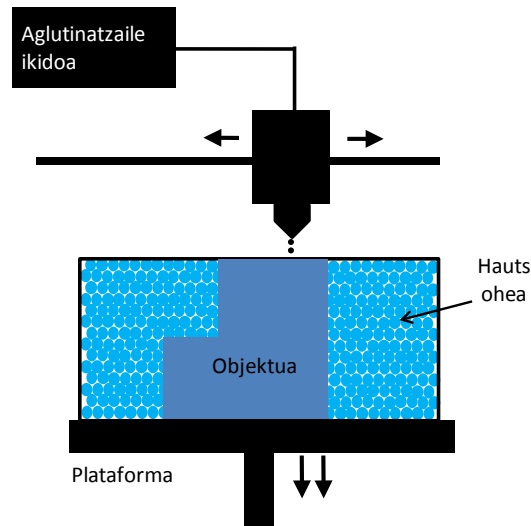
Beste teknika batzuekin alderatuta, erabiltzen den fabrikazio denbora totala luzeagoa izan ohi da, batez ere aurre-beroketa eta hozte zikloak kontutan hartzen badira, baina denbora hori gutxitzeko, tirada bakoitzean pieza soil bat beharrezkoa da hau solidotzen uztea zurruntasuna eta erresistentzia irabaz dezan. Ondoren, pieza hauts artetik askatu denean, ohikoa izaten da infiltrazioak egitea piezaren erresistentzia edo/eta propietate mekaniko jakinen bat areagotzeko. Hurrengo 2.6 Irudian prozesuaren eskema grafiko bat ikus daiteke.

2.3.5 Aglutinatzaile injekzioa

PBF-ak bezala, aglutinatzaile injekzio prozesuak hauts oheetan ere oinarrituak daude, baina azken hauetan partikulen fusioa agente aglutinatzaile likido baten bidez ematen da, adibidez lekeda bat. Behin pieza guztiz eratu denean, beharrezkoa da hau solidotzen uztea zurruntasuna eta erresistentzia irabaz dezan. Ondoren, pieza hauts artetik askatu denean, ohikoa izaten da infiltrazioak egitea piezaren erresistentzia edo/eta propietate mekaniko jakinen bat areagotzeko. Hurrengo 2.6 Irudian prozesuaren eskema grafiko bat ikus daiteke.

Aglutinatzaileretan oinarritutako teknikak, abantaila propioak ez ezik, *PBF* eta material injekzio prozesuen abantailak ere baditu. Alde batetik, aglutinatzaile injekzio prozesuek ez dute euskarri egiturarik behar, eta *PBF*-etan bezala, tirada bakarrean hainbat pieza fabrika daitezke aldi berean, fabrikazio prozesuak eramango duen denbora laburtzen duena. Gainera, hauts

soberakina ateratzea oso erraza denez, posiblea da ere mihiztatutako piezak eta giltzadura zinematikoak sortzea.



Irudia 2.6. Aglutinatzaile likido prozesuaren eskema grafikoa.

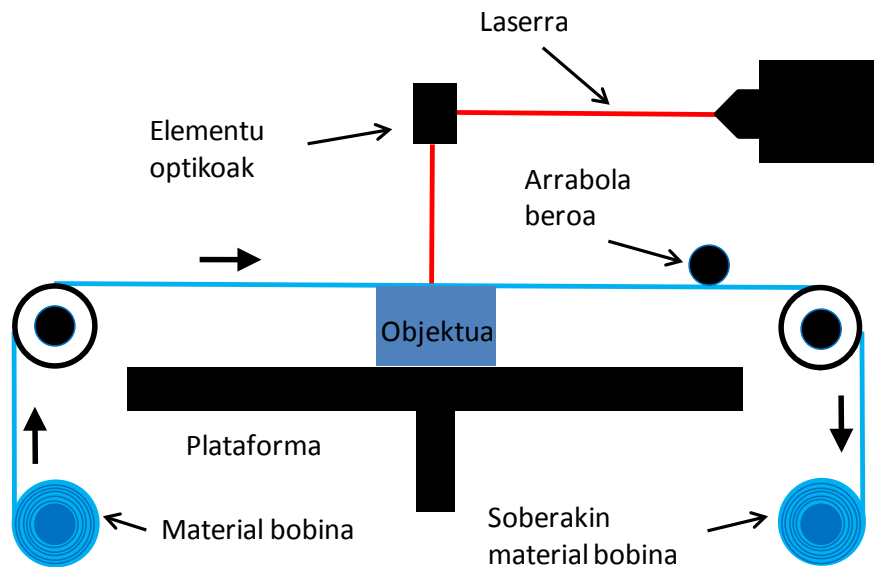
Material injekzio prozesuarekin alderatuta, pitatik injektaturiko material puska oso baxua da, eta honek prozesu arinagoa egiten du aglutinatzaile injekzio bidezkoa. Beste alde batetik, bi material faseen banaketak, hautsa alde batetik eta aglutinatzailea bestetik, posible egiten du edozein metodo zuzenekin lortzea oso zailak izango liratekeen material konposatuak lortzea. Ostera, teknika honekin lor daitezkeen zehaztasuna eta gainazal akaberak pobreak izateaz gainera, piezaren erresistentzia hobetzeko beharrezkoa izan ohi da infiltrazio prozesuak burutzea.

Edozein kasutan ere, aglutinatzaile injekzio bidezko teknikak erraz eskalagarriak izaten dira, eta prozesua azeleratzeko, pita kopurua handitzea ahalbidetzen dute. Orobat, potentzia altuko energia iturri bat behar ez izateak aukera merke eta ekonomikoak egiten ditu metodo hauek, eta badaukate bere merkatu-hobi propioa bildumazaletasun panpinen merkatuan. Beste aplikazio tipiko batzuk eredu prototipoen eraikitzea, fundizio moldeen fabrikaziorako eredu fabrikazioa, edo kasu batzuetan, pieza funtzionalen fabrikazioa dira.

2.3.6 Xafla laminazioa

Xafla laminazio prozesuak teknika gehigarriak ulertzeko adibide oso egokia dira. Prozesu hauek, material xafla meheen segidako ezarpenean datzate, zeinek lagapen prozesua ematen den bitartean, okupatuko duten gainazalaren

formarekin ebakiak izaten ari dira, adibidez, laser baten bidez. Behin xafla guztiak ordenatuta eta era egokian jarri diren, hauek elkarrekin batu egiten dira, bai itsaspen bidez, lotura termikoen bidez, “clamping” bidez, zein soldatu ultrasoniko bidez. Jarraian azaltzen den 2.7 Irudian prozesuaren eskema argigarri bat aurkitu daiteke.



Irudia 2.7. Xafla laminazio prozesua

Fabrikazio aditibo prozesu hauek bi era ezberdinetan egin daitezke, bai “*Bond-then-Form*” zein “*Form-then-Bond*” estrategiak erabiliz, hain zuzen ere. Lehenengo estrategiak, bere ingelesezko izenak esaten duen bezala, xaflak lotzen ditu lehenengo, eta ondoren xafla geruzaren formarekin ebaki egiten du. Bigarren estrategiak aldiz, xaflak lehenengo ebaki eta gero lotu egiten ditu.

“*Bond-then-Form*” teknikak material metaliko, zeramiko eta konpositeekin oso kapazak direla frogatzeaz gain, materialaren uzkuertze, hondar tentsio eta piezaren distortsio maila oso baxuak eragiten dituzte. Aldi berean, tamaina handiko piezen fabrikazio azkarra baimentzen dute, material posibilitate ugariarekin lan egiteko aukera daukate, eta nahiko ekonomikoak dira beste prozesuekin konparatuta. Gainera, prozesu ez toxikoak, egonkorak eta maneigarriak dira.

Bigarren estrategian, “*Form-then-Bond*”, barne barrunbe eta tutuak dituzten geometrien fabrikazioa faboratzen da. Xaflen lotura ebaketa baino lehen egiten denean geruza bakoitza aurrekoarekin lotuta dagoenez, material soberakina ateratzea asko zailtzen da, eta barrunbe itxien kasuan ateratze hori guztiz ezinezkoa egiten da. “*Form-then-Bond*” estrategien beste abantaila bat

aurreko geruzak kaltetzeko aukerarik ez dagoela da. Ebaketa egitean xafla ez dago oraindik bere lekuan jarrita, eta beraz, ebaketan erabiltzen den erreminta, laserra edo marraza, ez du beste geruzekin kontakturik izango. Honek, ebaketa elementuen gaineko kontrola lasaiagoa izatea baimentzen du. Bestalde, teknika honek beharrezkoak izaten ditu bai euskarri egiturak hegal guneetan, zein xafla ebakien kokapen zehatza bermatzen duen kontrol sistema bat.

Euskarri egituren edo geruza bakoitzeko material soberakinen eliminazio post-prozesua oso garestia dela da “*Bond-then-Form*” estrategien desabantaila nagusia. Bere aldetik, “*Form-then-Bond*” estrategietan geometria konplexu eta hautazkoetarako automatizazioa oso garestia da.

Jeneralean, xafla laminazio prozesuen abantaila esanguratsuenak tenperatura altuak, ezta hauts ganberarik behar ez izatea dira, eta beste *AM* prozesu batzuek ez bezala, eskailera eredu bat ez duten ingerada leun eta jarraituak lortzen dituztela.

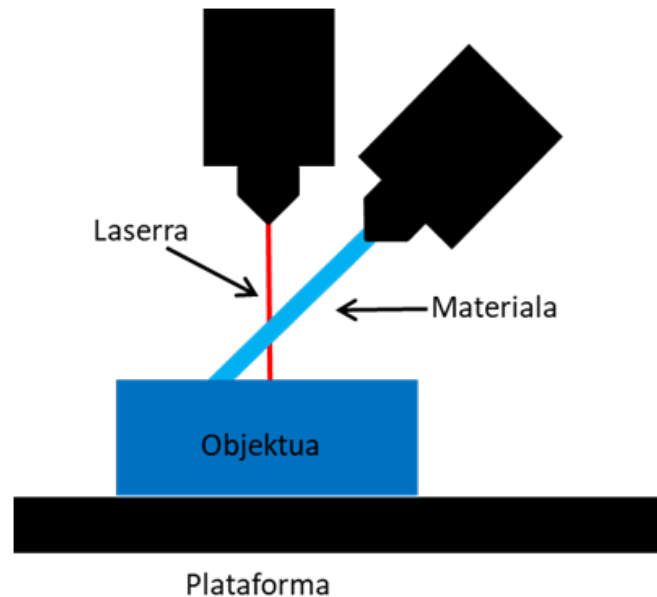
2.3.7 Energia lagapen zuzena

Aurreko prozesuetan gertatzen zen ez bezala, energia lagapen zuzen metodoetan fabrikazio materiala ez dago kupel batean edo oinarri plateraren gainean gordeta. Material hau pitatik elikatzen da energia iturri termiko batek bere fusioa eragiten duen energia aplikatzen dion bitartean. Ondorioz, fabrikazio eremuko lagapen eta urtze prozesuak batera ematen dira teknika gehigarri mota honetan.

Oso arrunta da prozesu hauetan tenperatura gradiente altuak eta hozte tasa oso arinak agertzea, baina egoera honetaz baliatuz, fabrikazio prozesu klasikoetan lortu ezingo liratekeen ale egiturak sortu daitezke. Edozein kasutan ere, hozte tasak maila baxuetara doitu, posible da galdaketa prozesuetan lortzen diren ale egitura berdintsuak lortzea.

Erabilgarri dauden materialei so eginez, energia lagapen zuzeneko prozesuek material polimeriko, zeramiko zein metalikoekin lan egitea ahalbidetzen dute, non hauek, hauts zein solido edo hari egoeran ager daitezkeen. Fabrikazio materiala hauts egoeran agertzen denean, honen injekzioa pita bakarra, 4 pita edo pita koaxialen bidez egin daiteke. Pita bakarreko injekzioan, 2.8 Irudian ikus daitekeena, pita, laser eta substratuaren intersekzio puntura zuzenduta dago. Teknika hau nahiko simple eta merkea da, eta 4 pitako teknika baino eraginkorragoa da hautsa harrapatu eta material lagapena eremu estuetan egiteko. Dena den, pita bakarreko eskemetan, ohe urtuaren forma eta

geometria pitak duen orientazio eta desplazamendu noranzkoaren menpe daude.



Irudia 2.8. Pita bakarreko energia lagapen zuzenaren eskema.

4 pita bidezko injekzioan, hauek 90° -tako tartearekin banatuak eta laserra eta ohe urtuaren intersekzio gunera zuzenduta daude. Ikuspuntu honek duen abantailetariko bat da, prozesua egonkorragoa egiten dutela geometria konplexuekin lan egiten denean. Azkenik, pita koaxialen bidezko injekzioan, materiala era toroidal batean elikatzen da laserraren inguruan, eta posiblea izaten da gas zurrusta batekin hautsaren kontzentrazio hobea lortzea. Azken honen abantailen artean daude, hauts partikula bolumen altuago bat harrapatzeko gaitasuna eta gas zurrustak material urtu ohea oxidazio posible batengandik babesten duela. Ez dago esan beharrik, materiala hari forman elikatzen denean materialaren harrapatze tasa %100-koa dela, eta eraginkorragoa dela geometria errazekin edo gainazalen estalduren formazioan.

Orokorrean, energia lagapen zuzeneko prozesuak dentsitate oso altuko piezak lortzeko kapazak izateaz gain, bere hiru dimentsioetan egitura aldakorra duten piezak lortzeko gaitasuna ere badaukate. Ohiko murrizpenen artean, pieza erresoluzio baxua, gainazal akabera pobrea, piezaren haziera abiadura baxua eta piezaren fabrikaziorako behar den denbora luzea daude. Hala eta guztiz ere, metodo hauek oso interesgarriak egiten dituen gaitasun apartak dituzte, adibidez, piezen materialen konposizioan aldaketak sortzeko gaitasuna eta kristal ale bakarrean solidotzen duten egiturak sortzeko gaitasuna. Beste

gaitasun interesgarri bat ondokoa da: oinarri platerik gabe prozesua jadanik eraikita dagoen pieza baten gainean egiteko gaitasuna. Gainera, material heterogeneoak eta konpositeak sortzeko, eta gainazalen estaldura prozesuak gauzatzeko aukera ematen dute.

Nahiz eta metodo hauekin lor daitekeen konplexutasun maila ez den beste metodo askotan, esaterako hauts ohe metodoetan, lortzen denaren bezain altua, energia lagapen zuzen metodoa beste edozein metodotatik gailentzen da, honek erreparazio prozesu bat izateko duen gaitasunagatik. Esan denez, posible da fabrikazio prozesua jadanik eraikita dagoen pieza batetik hasita, ondorioz, apurtu den edozein pieza konpondu daiteke bere gainean eraikiz. Teknologia honen erabilera hau oso aztertua izaten hari da aeronautika sektorean, konkretuki, turbina besoen mantenu eta konponketan.

2.3.8 Fabrikazio aditibo teknologiak

Jarraian, eta behin fabrikazio aditibo prozesuak deskribatuak izan diren, 2.3 Taularen bidez, prozesu bakoitzean oinarritutako teknologiak azaltzen dira, hauek erabiltzen dituzten materialak, eta dituzten abantaila eta desabantailak tratatuz.

Prozesu aditiboak	Teknologia	Materiala	Abantailak	Desabantailak
Kupel foto-polimerizazioa	Esterolitografia	-Foto-polimero likidoa. -Konpositeak.	-Geometria konplexuak. -Atal zehaztuak. -Akabera leuna.	-Bukaerako ontze prozesua -Euskarri egiturak
	Argi bidezko prozesu digitala	-Foto-polimero likidoa.	-Aldiberekotasun produkzioa -Forma eta tamaina konplexuak -Zehaztasun altua.	-Lodiera mugatua -Material eskuragarri mugatuak.
Material injekzioa	Multi-jet modelaketa	-Foto-polimeroak. -Argizariak.	-Gainazal zehaztasun eta akabera. -Euskarri egituren kanporaketa erraza.	-Argizari material eskuragarri mugatuak. -Fabrikazio abiadura motela.
Material estrusioa	Urtutako lagapen bidezko modelaketa	-Termo-plastikoak.	-Geometria konplexuak. -Parteen sendotasuna	-Gainazal akabera pobrea. -Fabrikazio abiadura motela.
Hauts ohe bidezko fusioa	Elektroi sorta bidezko fusioa	-Titanio hautsa. -Kobalto kromoa.	-Fabrikazio abiadura -Soberakin material bolumen baxua -Distortsio baxua.	-Akabera prozesuen beharra.
	Laser bidezko Sinterizazio Selektiboa	-Papera. -Metala. -Beira.	-Fabrikazio abiadura	-Zehaztasun mugatua. - Gainazal akabera.

		-Zeramika. -Konpositeak. -Plastikoak.		
	Bero bidezko Sinterizazio Selektiboa	-Termo-plastikoak.	-Geometria konplexuak.	-Historia murritzua.
	Laser Bidezko Metalen Sinterizazio Zuzena	-Altzairu herdoilgaitza. -Kobalto kromoa. -Nikel aleazioak	-Dentsitate maila altuko piezak. -Geometria konplexuak	-Amaierako bukaera prozesuak. -Tamaina mugatuta dago.
Aglutinatzailerik injekzioa	Hauts ohe eta tinta zurrusta pita bidezko inprimaketa	-Akrilikoak. -Area. -Konpositeak. -Zeramikoak. -Metal xaflak.	-Fabrikazio abiadura -Osagai koloreztatuak.	-Zehaztasun murritzua. -Gainazal akabera.
	3D inprimaketa igeltsuan	-Igeltsu kontsolidatua -Igeltsu konpositeak.	-Osagai koloreztatuak. -Fabrikazio abiadura.	-Material eskuragarri mugatuak. -Osagaien hauskortasuna.
Xafla laminazioa	Objektu laminazio bidezko fabrikazioa	-Papera. -Plastikoak. -Metalak. -Laminatuak. -Zeramikak. -Konpositeak.	-Tamaina handiko piezen fabrikazio azkarra.	-Zehaztasun baxua. -Parte ez homogeneoak.
	Ultrasoinu bidezko kontsolidazioa	-Metal aleazioak	-Tamaina handiko piezen fabrikazio azkarra.	-Zehaztasun baxua. -Kalitate ez sendoa -Post-prozesaketa beharra.
Energia lagapen zuzena	Metal laser lagapena	-Metal aleazioak.	-Multi-materialak. -Tamaina handiko osagaiak. -Produktzio flexiblea.	-Post-prozesaketa beharra.

Taula 2.3. Prozesu eta teknologia aditiboak.

Azkenik, komeni da esatea fabrikazio teknologien gainean egindako ikerketez aparte, badirela industriaren aldetik esfortzu oso nabarmenak prozesu gehigarrietan erabiltzen diren material teknikoaren propietate mekanikoak bereizteko. Honi zor zaio material efizienteagoak agertzea. Azpiko 2.4 Taulak, aurretik aurkezturiko *AM* teknologia bakoitzean erabiltzen diren materialak azaltzen ditu.

Teknologia	Polimeroak	Metalak	Zeramikak	Konpositeak
Estereolitografia	X			X
Argi bidezko prozesu digitala	X			
Multi-jet modelaketa	X			X
Urtutako lagapen bidezko modelaketa	X			
Elektroi sorta bidezko fusioa		X		
Laser bidezko Sinterizazio Selektiboa	X	X	X	X
Bero bidezko Sinterizazio Selektiboa	X			
Laser Bidezko Metalen Sinterizazio Zuzena		X		
Hauts ohe eta tinta zurrusta pita bidezko inprimaketa	X	X	X	X
3D inprimaketa igeltsuan			X	X
Objektu laminazio bidezko fabrikazioa	X	X	X	X
Ultrasoinu bidezko kontsolidazioa		X		
Metal laser lagapena		X		X

Taula 2.4. Teknologia aditiboak eta bakoitzak erabiltzen dituen materialak

2.4 Fabrikazio aditiboaren mugak eta euskarri egiturak

3D inprimaketari esker, ez dago lekuz kanpo pentsatzea, epe ertain zein luzera, posiblea izango dela fabrikazio materialaren eta inprimaketa prozesuaren funtzio diren propietate eta funtzionalitate anitzeko piezak fabrikatzea. Era honetan, pieza berdin batean propietate diferenteak nahi bezala lortuko lirarteke. Kontuan izanik teknika gehigarriak “*free design*”-erako aukera paregabea suposatzen dutela, dudarik gabe esan daiteke, metodo aditiboak fabrikazio prozesuen etorkizuna bezala aldarrikatzen direla. Hala ere, eta nahiz eta fabrikazio aditiborako metodoak edozein geometria, honen konplexutasuna edozein izanda ere, fabrikatzeko kapazak direla esan baldin bada, hau ez da guztiz egia. Bada egia prozesu aditiboetan ez direla ematen metodo klasikoetan ematen diren murrizpen gehienetarikoa, hala ere, lehenengo hauek badauzkate beren murrizpen propioak ere, hala nola, barrunbe itxien fabrikazioa, xehetasun meheen formazioa eta hegan dauden atalen fabrikazioa.

Barrunbe itxi bat pieza baten barnean sortzen den hutsune edo zulo itxi bat da, esfera itxi eta ez trinko bat esaterako. Honako hau, aurretik azaldutako prozesu askorentzat erronka bat izan daitekeen geometria mota bat da,

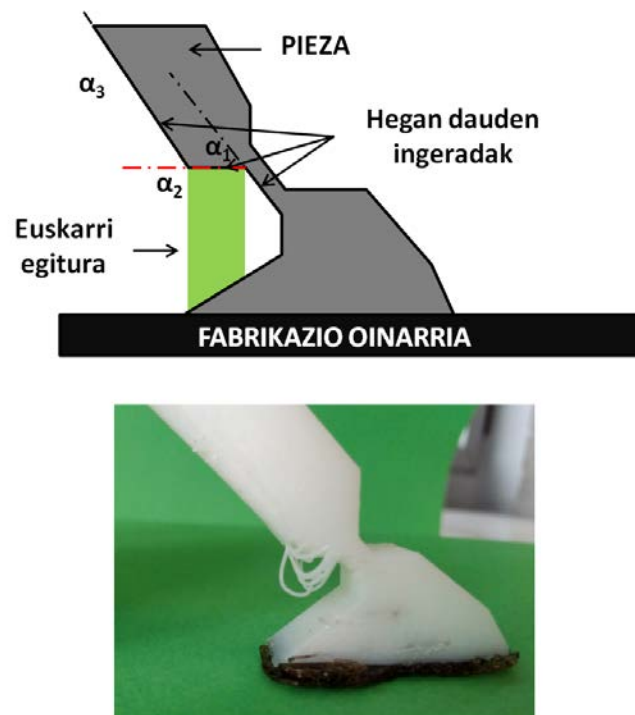
batzuetan lortu ezin daitekeena. Kontutan izan behar da, pieza bat geruzaz geruza fabrikatzen denean barrunbe bat eratzean, fabrikazio materialaren parte bat zuloaren barnean gera daitekeela, eta pieza zulatu ezean, honen kanporaketa ezinezkoa izango dela. Bestalde, eta hegan dauden atalekin erlazionatuta, badago inklinazio angelu kritiko bat zeinetatik aurrera beharrezkoa izango den eremu inklinatua eutsiko duen euskarri egitura bat sortzea. Honek esan nahi du, fabrikazio prozesuan zehar eta piezarekin batera, euskarri bezala jokatuko duten egiturak ere sortu behar direla, zeinek material kontsumoa eta fabrikazio denbora igoarazten dituzten. Gainera, euskarri egituren arazoa areagotu egiten da barrunbe itxien presentzian, azken hauen barnean sortzen diren egiturak ezin izango baitira kanporatu pieza apurtzen ez den bitartean. Ondorioz, piezaren pisua handiagotu egiten da, kasu batzuetan maila oso esanguratsu batean.

Xehetasun txikiak formatzeko erabili daitekeen lodiera minimoa erabiliko diren makina eta fabrikazio prozesuen araberakoa izango da. Adibidez, lagatze urtu bidezko modelizazio (*FDM*) prozesu batean lor daitekeen lodiera minimoa, pitaren diametroak eta erabilitako materialak determinatuko dute.

Beste alde batetik, hegan dauden eremuak sor dezaketen arazoa, egoera oso aztertua izaten ari da gaur egun, eta honi aurre egiteko proposatu diren ideien artean piezak fabrikazio eremuan duen kokapen eta orientazioaren optimizazioa, eta euskarri egituren formazioa aurkitu daitezke. Jarraian azaltzen den 2.9 Irudian euskarri faltak sor dezakeen fabrikazio arazoan adibide bat aurkitu daiteke. Hegan dauden eremuen arazoa eta euskarri egituren bolumena gutxitzeko helburuarekin, inklinazio ezegokia duten ingeraden kopurua murrizten duen fabrikazio eremu barneko piezaren orientazioa aurkitzea izugarri konplikatua izan daiteke, kontuan izan gabe, topologia optimizazioan lortzen diren geometriak, jeneralean, oso konplexu eta zailak izateko tendentzia dutela. Era berean, piezaren orientazioak honek izango dituen propietate mekanikoengan eta fabrikazio denbora eta zehaztasunarengan eragina izango du, izan ere, pieza altu bat fabrikatzeak denbora luzeago bat darama.

Euskarri egiturei dagokienez, hauek bi familietan banatzen dira: *euskarri egitura naturalak* eta *euskarri egitura sintetikoak*. Lehenengoak pieza inguratzen duen materialak eratutakoak dira. Hauek ez dira egitura trinkoak izaten eta beraien eraketa saihestezina da. Adibide bat aurki daiteke polimero hauts ohe prozesuetan pieza inguratzen duten material partikuletan. Hauek, nahiz eta osotasun estrukturalik ez duten erakusten, euskarri nahikoa bezala jokatu

dezakete. Beste alde batetik, kasu batzuetan, materiala zein erabilitako prozesuaren ondorioz, beharrezkoa izaten da egitura zurrinak sortzea, zeinek euskarria emateaz aparte, piezaren eroankortasun termikoa hobetzen duten, eta pieza kontrolatu eta oinarrira itsatsita mantentzen duten. Kasu hauetan, euskarri egitura sintetikoak erabiliko dira [62]. Edozein motako euskarri egiturak erabilia ere, behin piezaren fabrikazioa amaitu denean, beharrezkoa izango da post-prozesaketa fase bat egitea, non egitura horiek piezatik kanporatuko diren. Jarraian egitura mota bakoitzaren ezaugarriak azalduko dira.



Irudia 2.9. Euskarri egitura baten adibidea eta pieza euskarririk gabe inprimatzearen emaitza.

2.4.1 Euskarri egitura naturalak

Euskarri egitura naturalak piezaren material berarekin eratzen dira, eta nahiz eta, hertsiko berba egiten, hauek ez diren egitura zurrinak, pieza inolako inprimaketa arazorik gabe formatu dadin euspen maila nahikoa ematen dute. Egitura hauek polimero hauts ohe prozesuetan eta aglutinatzaile injekzio prozesuetan agertzen dira, eta kasu hauetan fabrikazio prozesuan zehar pieza kapsulatzen duen hautsak eratzen ditu.

Euskarri egitura hauen kanporaketa oso erraza izaten da, azken finean, piezaren garbiketa prozesu simple bat egitea soilik inplikatzeko delako, gehiago edo gutxiago iraungo duena geometriaren konplexutasunaren arabera.

Horretarako, behin fabrikatu den, pieza “*breakout station*” batera eramaten da non deskapsulatu eta inguratzen duen materialetik askatu egiten den.

2.4.2 Euskarri egitura sintetikoak

Euskarri egitura naturalak ez bezala, euskarri sintetikoak nahita sarraraziak dira betebeharrak jakin bat betetzeko. Azken hauek euskarri puntu bezala jokatzeko eta *overhang* problemak saihesteko, edo pieza *3D inprimaketa* makinaren oinarriarekin konektatzeko izan dezakete helburu. Normalean, egitura hauek, material solido bakar batez eratuak daude (ez daude hautsaz eginak), zein piezaren material bera edo material ezberdin bat izan daitekeen, material sekundario bat alegia.

Bai piezarako zein euskarri egituretarako material bera erabiltzen denean, fabrikazio prozesua faboratzeaz gain, honek inplikatzeko duen denbora laburtu egin daiteke. Hala ere, material bera erabiltzeak badauka desabantaila garrantzitsu bat, izan ere, euskarri egituren eliminazio prozesua zaildu egingo da post-prozesaketa denbora luzeago bat gauzatuz. Honen arrazoia da, fabrikazio materialean eraikitako euskarrien kanporaketa prozesuak eskuzko edo material harrotze fabrikazio teknikaren bat behar dutela. Material polimerikoen kasuan, posible da apurketa errazeko edo “*breakaway support*” euskarri egiturak diseinatzea material hauetan fabrikatutako euskarrien erresistentzia maila baxua aprobetxatuz. Era honetan, kanporaketa prozesua azeleratu egin daiteke. Material metalikoen kasuan, egoera guztiz diferentea da ordea, eta orokorrean, euskarri egituren kanporaketa mekanizazio teknika baten bidez lagundua izan behar da, prozesuak inplikatzeko dituen denbora eta kostean igoaraziz. Gainera, baliteke, piezaren geometria konplexuaren ondorioz ebaketa erreminta leku guztietara heldu ezin izatea, eta beraz, euskarri material guztiaren kanporaketa ezinezkoa izatea honek dakarren piezaren pisuaren gehikuntzarekin batera.

Beste alde batetik, euskarri egiturak material sekundario batean fabrikatu ezkeror, posible da hauen kanporaketa erraztea eta azeleratzea prozesua konplikatu edo luzatu egin gabe. Material polimerikoen kasuan oso erabiliak diren estrategia bi, pieza materialarekin erreakzionatzen ez duen agente disolbatzaile batean disolbagarria den material sekundario bat erabiltzea, edo piezaren osotasun estrukturalean eragin gabe urtua izan daitekeen material bat erabiltzea dira. Metaletan ere strategiak antzekoak izan daitezke, posible izanik pieza osatuko duen metalak baino fusio tenperatura baxuagoa duen metal sekundario bat erabiltzea, hala nola, piezaren metalarentzako neutroa den agente disolbatzaile batean disolbagarria den metal sekundario bat

erabiltzea. Edozein kasutan ere, euskarri egiturak sortzeak fabrikazio denbora totalaren hazkuntza bat dakar berarekin batera.

Euskarri egituren generazioa, hala nola beharrezkoa den euskarri material bolumena, piezak fabrikazio aditibo makinaren barnean duen orientazioaren menpe dago, izan ere, pieza bakoitzerako existituko da fabrikazio orientazio optimo bat non beharrezkoa den euskarri material bolumena minimoa izango den. Euskarri materialaren gutxipena interesgarria da esatea ere gainazal akaberaren ikuspuntutik, kontutan izanda euskarri egitura bat kanporatzen denean, pieza eta honen arteko lotura puntuan marka zimur edo “*witness mark*” bat gera daitekeela. Orobat, kontutan izan beharrezkoa da ere, geruzek piezarekiko duten posizio eta orientazio erlatiboek piezaren propietate mekanikoetan [63] eta fabrikazio denboran duten eragina, eta beraz, euskarri egitura kantitatearen murrizpenaren eta piezaren propietate mekaniko eta fabrikazio denboraren arteko konpromiso bat existituko da.

2.4.3 Euskarri gabeziak sortutako arazoak

Nahiko intuitiboa da *AM* prozesu batzuetan euskarri falta dela eta, geometria batzuen inprimaketa posible ez dela ikustea, hau da, kasu batzuetan ezinezkoa da materiala lagatzea hau ez badago azpiko materialarekin behar bezala eutsita. Honek, murrizpen geometriko batzuk sortzen ditu, kontuan hartu behar direnak inprimaketa arazo posibleak saihestu nahi izatekotan.

Euskarri gabeziak, erabilitako *AM* prozesuaren arabera, hainbat arazo ezberdinetan eratorri dezake. Adibidez, material injekzioan, material estrusioan, xafla laminazioan eta energia lagapen zuzenean arazo hauek mekanikoak dira, non euskarri falta arazo estruktural bat soilik den. Hauts ohe prozesuetan ordea, arazo honek natura termomekaniko bat dauka. Lehen lau kasuetan, euskarri faltak lagatako materialak non paratu ez duela inplikatzeko du eta honek 2.9 Irudian ikus zitekeen arazoan proboka dezake.

Euskarri falta arazo termomekaniko bat sortzen duenean, piezak beroa kanporatzeko duen gaitasuna ere izan behar da kontutan. Kasu honetan, euskarri faltak “*curling*” arazoak, piezaren distortsioa, “*warping*” arazoak eta ingeradetan tanta formazioak sortzeaz aparte, fabrikazio prozesuan zehar, piezaren kolapsoa sor dezake. Arazo hauen adibide bi ikus daitezke 2.10 Irudian.

Problema hauei eman zaien soluzio global eta jeneralizatua, euskarri egitura sintetikoak dira, zeinek piezari sostengu puntu bat ematen dioten honek behar

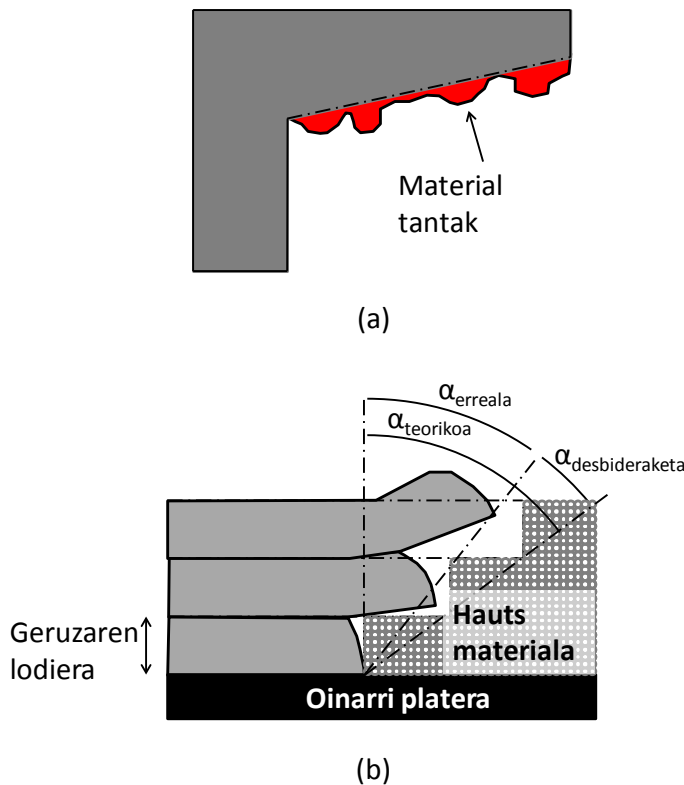
duen puntuetan. Era honetan, edozein pieza inprimatzea lortzen da, nahiz eta honek *overhang* problemaren bat izan [64]. Gainera, euskarri egitura sintetikoek posible egiten dute piezaren hozte prozesuan zehar sortzen diren hondar tentsioen efektuak gutxitzea. Dena den, ingerada guztiek ez dute euskarri egitura baten beharrik, izan ere, hau ingeradaren inklinazioaren arabera izango baita. Bibliografian esaten denaren arabera, hegan dagoen ingerada bat horizontalarekiko 45° -tako inklinazio baten azpitik dagoenean, orduan, ingerada hori eutsita ez dagoela kontsideratzen da, eta beraz, euskarri egitura bat behar izango duela [65]. Kontrara, inklinazioa 45° -en gainetik badago, ingerada era egokian eutsita (“*self-supported*”) dagoela kontsideratzen da, eta euskarri egiturarik gabe inprimatua izan daiteke.

45° -tako atalase balioa, ez da hitzarmen orokor bat baino, izan ere, angelu hau geruzen lodieraren eta hegaleko distantziaren funtzio da, azken parametro hau, laser sortaren erradioaren funtzio delarik [66]. Hona hemen M. Leary, L. Merli, F. Torti, M. Mazur eta M. Brandt [67] bezalako autore batzuk atalaseko balio ezberdinak proposatzearen arrazoia. Bitartean, B. Vayre, F. Vignat eta F. Villeneuve-k [68] bai inklinazio angelua, baita honen eta hegaleko luzeraren arteko ratioa kontutan izan behar dela proposatzen dutenak.

Material metaliko hauts oheetan oinarritutako prozesuetan, laser sortak intersekzio puntuan sortzen duen beroak, ohe urtua edo “*melt pool*” bezala ezagutzen dena sortzen duen beroketa lokal bat gauzatzen du. Ohe urtuaren solidotzeak piezari forma ematen dion material solidoa sortuko du. Horretarako, oso garrantzitsua da laserrak emandako energia kanporatu ahal izatea, baina gaitasun hori ez dago beti ziurtatuta. Piezaren atal batek euskarri zurrun bat baldin badauka, nahiz eta hau geometriak berak sortua edo euskarri egitura batetik eratorria izan, laserrak sortutako beroa material solidoaren bitartez kanporatuko da gehien bat kondukzio efektuaren ondorioz [69–71]. Kontrako kasuan, atal hori ez badago eutsita, energia ezin da azkartasun nahikoarekin disipatua izan, eta ondorioz, honen parte bat hauts materialera transferitua izaten da, zeinek material solidoak baino ehun aldiz txikiagoa den eroankortasun termiko koefiziente bat duen [66].

Hauts materialaren bero kondukziorako kapazitate murriztu horrek, laser eta materialaren intersekzio puntuan xurgatzen den energia maila handiagoa izatea gauzatzen du [66], zeinek puntu horren gain-berotze lokal, *melt-pool* tamaina handiago eta gradiente termiko zorrotzagoen agerpenak sortzen dituen. Efektu hauek porotasun akatsak, gainazal zimurrak eta hondar tentsioak eragiten dituzte, deformazio eta arrakalekin batera [72].

Melt-pool handitu batek tanta serie baten aparizioa eragiten du eutsiak ez dauden ingeradetan. Tanta hauek material urtuaren ondoratzearen ondorio dira, zein grabitate eta kapilaritate indarrek eragindakoa den. Fenomeno hau “*dross generation*” bezala ezagutzen da eta 2.10a Irudian ikus daiteke. Bestalde, “*warping*” efektua ohe urtuaren solidotze arinak eragiten dituen hondar tentsioak eragiten dituzten deformazioak bezala ezagutzen da (2.10b Irudia). Hondar tentsioaren balioak materialaren erresistentzia gainditzen duenean, deformazio plastikoak pizten dira, zeinen pilaketak akats oso serioetan bukatu dezakeen, edo piezaren apurketan akumulazioa hain handia bada non pieza deformatuaren eta lautze arrabolaren arteko talka eragiten duen. SLM prozesuen fabrikazio kalitatearen inguruan azterketa oso zabala aurkitu daiteke D. Wang, Y. Yang, Z. Yi eta X. Su-ren lanean [66], non *overhang angeluaren*, eskaneatze abiaduraren, laserraren energiaren, tentsio pilaketaren eta eskaneatze luzeraren influentzia analizatzen diren.



Irudia 2.10. Euskarri egituren faltak sortutako arazoak. (a) Tanten agerpena ingeradetan eta (b) warping efektua.

Azkenik, komeni da esatea, euspen faltak sorrarazten dituen problemak nabarmendu egiten direla piezaren geometria konplexutasuna handiagotzen denean, izan ere, konplexutasunaren hazkuntzarekin batera, era ez komenigarrian inklinatutako eta ez eutsitako ingeradak aurkitzeko probabilitatea ere hazi egiten da. Era berean, beharrezko euskarri material

bolumena handiagoa izango da. Hala ere, geometria batzuk hain konplexuak izan daitezke non euskarri egituren kanporatzea ezinezkoa den, zeinek desabantaila bat suposatzen duen diseinu prozesuan topologia optimizazioa kontsideratu baldin bada.

2.5 Fabrikazio Aditibo prozesuaren etapak

Gai honen hasieran azaldu zen bezala, Prototipazio Azkarraren helburua informazio azkar, zehatz eta fidagarriaren bidez diseinu prozesuan zehar *3F*-ak (*Form, Fit, Function*) bezala ezagutzen diren parametroei buruzko feedback-a lortzea zen. Izan ere, prototipo solido batek *3D CAD* eredu batek baino informazio gehiago eman dezake, azken honetan diseinuaren zenbait kualitate ikusgai egon ez daitezkeelako. Hurrengo lerroetan prototipo hauetariko bat sortzeko pausuak aurkeztuko dira, zeintzuk geroago 2.11 Irudian batuko diren eskema bisual baten bidez.

1 pausua: Eredu birtualaren sormena (CAD)

Edozein *AM* prozesu *3D CAD* eredu batetik edo piezaren gainazalen errepresentazio zehatz batetik hasten da.

2 pausua: *.STL* fitxategi motara konbertsioa

Aurretik eraikitako *CAD* modeloa fabrikazio makinara transferitua izan behar da, hala ere, makina hauek ez dute edozein fitxategi mota onartzen, eta hau, erabiltzen den makinaren arabera aldatu egin daiteke. Datuen trukea errazteko helburuarekin, fitxategi mota bat estandarizatu da, *.STL* fitxategi mota hain zuzen ere. *STL*-ek jatorrizko *CAD* fitxategi baten gainazalak errepresentatzen dituzte, eta geruza ezberdinak definituko dituzten ebaketen definizioa ahalbidetzen dute ere [62].

3 pausua: *.STL* fitxategiaren transferentzia eta transformazioa

Puntu honetan *.STL*-a *AM* makinara bidaltzen da. Piezaren edozein atalen tamaina, posizioa edo/eta makinan duen orientazioa aldatu nahi izanez gero, posible da aldaketa hauek pausu honetan definitzea fabrikanteak jeneralean eskaintzen duen software bati ezker.

4 pausua: *AM* makinaren set-up fasea

Egia bada ere *AM* prozesuek apenas behar dutela aurre planifikazio prozesu bat, batez ere fabrikazio metodo klasikoekin konparatzen baldin badira,

edozein pieza fabrikatu baino lehen, fabrikazio parametroak definitzea beharrezkoa izango da. Parametro hauen artean material murrizpenak, laserraren energia, geruzen lodiera eta fabrikazio denbora aurkitzen dira.

5 pausua: Fabrikazio prozesua

Behin makinaren doiketa fasea burutu den, posible da piezaren fabrikazio fasea burutzea. Pausu hau guztiz automatizaturik dago eta makina gainbegiratzailerik barik funtziona dezake soilik materialaren agorpena bezalako egoerak saihestu behar izango direlarik. Puntu honetan, kontutan izan beharreko aspektu bat da, pieza eta oinarri plateraren arteko kontaktu zuzena saihestuko duen eta egituraren parte izango ez den material geruza bat laga behar dela.

6 pausua: Pieza amaituaren askapena

Puntu honetan pieza jadanik fabrikatuta dago eta makinaren oinarritik askatu behar da. Pausu hau erabilitako fabrikazio prozesuaren eta materialaren arabera konplikatuagoa edo errazagoa izan daiteke. Polimeroen kasuan, posible da askapena esku hutsekin egitea espatula batez lagunduta, bestalde, material metalikoen kasuan, bada noizbait mekanizazio prozesuengana edo laser bidezko ebaketa prozesuetara jotzeko beharra.

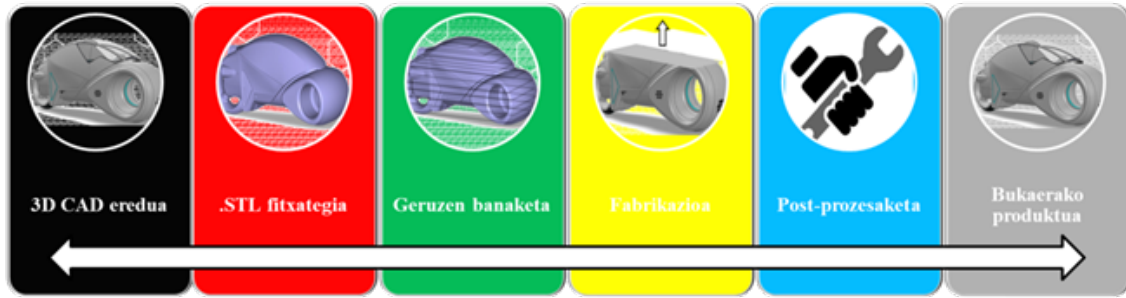
7 pausua: Post-prozesaketa

Fabrikaturiko pieza guztiz erabilgarri egon aurretik, bere fabrikazioan erabilitako prozesu eta materialaren arabera, posible da post-prozesaketa eragiketaren bat beharrezkoa izatea. Normalean, eragiketa hauek euskarri egitura posibleen kanporaketa eta gainazal akaberaren hobekuntza inpliketzen dituzte, eta kontu handiarekin egin behar dira, egoera honetan, piezak oraindik hauskorrak diren eremuak izan ditzakeelako.

Azkenik, piezaren akabera finala egiteko, inprimazio, marrazketa edo/eta mihiztadura eragiketak egin daitezke, bai pieza korrosiotik babesteko, zein bere propietateak hobetzeko edo pieza sistema konplexuago baten barruan mihiztatzeko.

8 pausua: Aplikazio praktikoa

Bukatzeko, behin pieza guztiz amaituta dagoela, erabiltzeko prest egongo da.



Irudia 2.11. Fabrikazio prozesu osoaren laburpen grafikoa.

Ezin da alde batera hutsi, nahiz eta fabrikazio aditibo prozesuen automatizazio maila oso altua den eta erlatiboki atentzio maila baxua behar dutela jakitea, badaudela fabrikazio kalitate minimo bat, eta material eta propietate mekaniko optimoak segurtatzeko kontutan izan beharreko hainbat aspektu. Honek, fabrikazio parametroen kontrol egokia inplikatzeko du. Beste alde batetik, arreta jarri behar zaio ere material gordinaren biltegitzeari, eta oso garrantzitsua izango da hau atmosfera egoki batean mantentzea, non desiratuak ez diren erreakzio kimikoak ez diren gertatzen [62]. Gainera, erabiltzen diren materialetako batzuk, galkorrak eta bizitza mugatukoak izaten dira. Fabrikatzaile askok erabiltzen duten errekurtsio bat, material soberakinaren hurrengo fabrikazio prozesuetan berrerabilpena da, espezialki hauts ohe prozesuen kasuan. Hala ere, materialaren berrerabilpenak honen propietateak kaltetzera heldu daiteke, eta horregatik, nahiz eta materiala berrerabiltzea ondo kontsideratuta dagoen, ez da gomendatzen hauts berarekin berrerabilpen ziklo asko egitea.

3 Ingeraden detekzio eta analisia

3.1 Sarrera

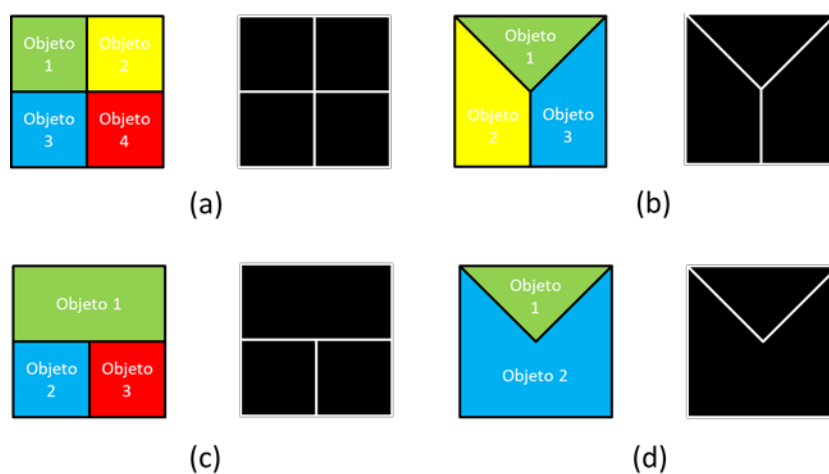
Gai honetan *overhang* murrizpen ekuazioa eraikitzeke erabili den erreminta azalduko da, zeinek aldi berean, optimizazio topologiko eta fabrikazio aditibo teknologiak bateratzea ahalbidetu duen. Erreminta hau Irudien Prozesaketa Digitalean edo *Digital Image Processing (DIP)* arloan garatutako ingeraden detekzio eta analisi algoritmo bat da, *Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus (SUSAN)* bezala ezagutzen dena.

Badirudi, hasiera batean, irudi baten ingerada definitzea erlatiboki erraza izango dela, hala ere, eragiketa honek erronka bat suposatzen du, eta ez dago oraindik kontzeptu hau deskribatzen duen definizio argirik. Gaur egunera arte, ingeradak matematikoki definitu beharrean, hauek irudi bateko bi eremuren arteko limite edo muga bezala definitu dira. Definizio hau giza esperientziak emanda dator eta nahiz eta argigarria izan, ez da zehatz nahikoa, izan ere, existitzen dira kasuak non ingerada batek ez dituen bi eremu ezberdin bereizten. Beraz, definizio zehatzago bat da, nahiz eta giza ikusmenean oinarritutakoa ere den, ingerada bat giza ikusle batek irudi batean ingerada bezala definituko lituzkeen lerro multzoa bezala definitzen duena [73].

Konputagailu bidezko ikuspenaren arloan, ingeraden detektatze prozesua, irudian dauden patroik esanguratsuenak atzemateko eragiketa bezala deskribatzen da. Patroi hauek irudiaren intentsitatearen etenaldiak bezala edo *2D* patroiak (ingerada biren ebaketa) bezala agertzen dira. Ingeraden detekzioaren helburua bariazio hauek detektatzea eta sortzen dituen fenomeno fisikoa identifikatzea da. Erabiltzen diren algoritmo/operadore asko *irudi funtzioa* bezala ezagutzen denaren deribatuen kalkuluan oinarrituta daude, non irudi funtzioak imajina pixeletan diskretizatu eta pixel bakoitzaren intentsitate maila bere kokapenaren arabera adierazten duen.

Irudi batean ager daitezkeen ingeradak irudi funtzioaren intentsitatearen etenaldiak bezala identifikatzen dira, eta maila, linea eta gurutze forman ager

daitezke. Mailak dira hiruren arteko ingerada mota arruntenak, eta adibide argia da intentsitate ezberdineko bi objekturen gainjartzea. Honako en adibide bat 3.2 Irudian ikus daitezke. Bere partetik, lerroak, objektu luze eta lerdinak sortuak izan ohi dira, eta izkina edo gurutzeak bi ingerada (gutxienez) elkartzen direnean agertzen dira. Irudi baten barruan, gurutze bat $2D$ patroia bat bezala definitzen da, zorrotza izango dena eta bi ingerada edo gehiago elkar ebakitzen diren puntuan agertuko dena. Gurutzeen formazio iturri posible bat ingerada batek beste ingerada bat solapatzea da, hau da, bi objektu gainjartzen direnean eta bata bestea tapatzen duenean hauen ingeradak elkar ebaki egin daitezke X, Y, T edo L formako gurutzeak sortuz, 3.1 Irudiak erakusten den bezala.



Irudia 3.1. Gurutze motak. (a) X, (b) Y, (c) Y eta (d) L gurutzeak.

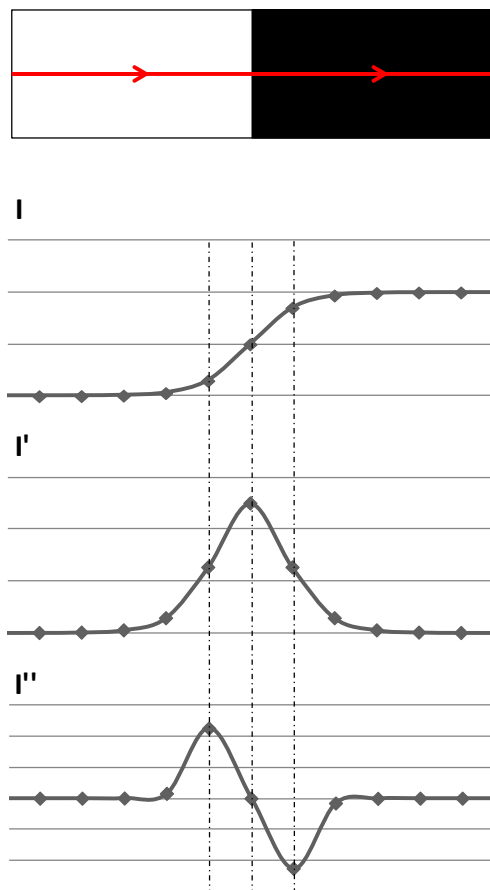
Patroi hauek detektatzeko eskemak ingeraden detekzioarako garatutako operadoreetan oinarritzen dira, non sarrera informazioa diskretizatutako irudi bat den eta prozesuaren emaitza bezala ingeradak irudikatzen dituen lerro mapa bat lortzen den. Orokorrean, operadore hauek, ingeraden kokapenari eta intentsitateari buruzko informazioa eskaintzen dute, eta badaude algoritmo batzuk informazio hori orientazioarekin osatzen dutenak. Historian zehar, operadore ezberdinak proposatu dira, eta posible da hauek *operadore lokaletan* edo *operadore globaletan* sailkatzea. Irudiari buruzko informazioa behar ez duten eta irudiaren beste puntuetan ematen den detekzioarekiko independenteak diren operadorei lokal esaten zaie. Operadore hauek malguak direla eta irudi jakin batera mugatuta ez daudela esan daitezke, baina ingurune gertu jakin baten barneko pixelak soilik kontutan hartzen dituzten detekzio lokalak bakarrik baimentzen dituzte. Operadore globalen kasuan, hauek aurretik lortutako emaitzekin gidatzen dira eta testuinguru jakin batzuetan soilik

eragiten dute, eta hauek, adibidez, oso eraginkorrak izaten dira irudi errepikakorrak prozesatzeko.

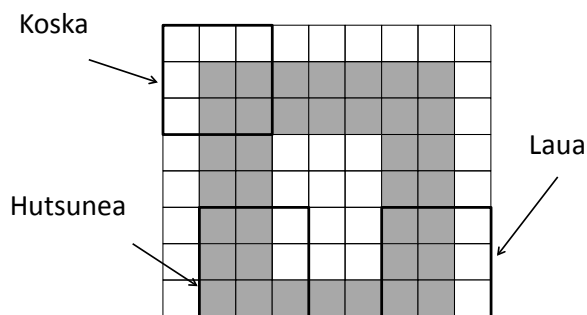
Kontzeptualki, operadore gehienek, bai lokalak zein globalak, hiru pausutako prozesu bat jarraitzen dute: diferentziazioa, leuntzea eta karakterizazioa. Lehenengo pausua, diferentziazioa, irudi funtzioaren deribatua ebaluatzean datza, horrela irudian presente dauden patroiak nabarmentzea lortuz. Jarraian, leuntze prozesuaren bidez, diferentziazio numerikoa erregularizatzen da, zeinek zarata arazoak gutxitzea lortzen duen. Azkenik, ingeradak detektatu egiten dira, eta ingerada faltsu edo faltsu positiboen ezabatzearen bitartez, seinale-zarata ratioa edo “*signal-to-noise ratio*” (SNR)-a areagotu egiten da. Badaude kasuak non lehen eta bigarren pausuk elkartrukatuak izan daitezkeen, hots, hauek gauzatu daitezkeen ordenak ez dio axola, biak irudiaren leunketarekin soilik gauzaten direlako, non leunketa hori iragazkiaren diferentziazioaren bidez egiten den. Arrazoi honegatik, filtro eta detektagailu terminoak berdin erabiltzen dira abagune ugaritan [74].

Aurrerago erakusten den 3.2 Irudian maila forma duen ingerada bat azaltzen da, honen presentziak, irudi funtzioan, $I(\mathbf{p}_{im})$, eta bere lehen eta bigarren deribatuetan, $I'(\mathbf{p}_{im})$ eta $I''(\mathbf{p}_{im})$, hurrenez hurren, duen eraginarekin batera. Funtzioetan agertzen den \mathbf{p}_{im} terminoak pixelaren posizioa adierazten duen. Irudian argi ikusi daiteke nola ingerada mota honek irudi funtzioan salto bat gauzaten duen bitartean, lehen deribatuan maximo bat gauzatu duela, eta zerotik pausu bat bigarrean. Jarraian, 3.3 Irudian aurki daitezkeen hertz mota ezberdinak aurkezten dira, zeinek koskak, hutsuneak edo hertz lauak izan daitezkeen.

Gai honetan gehiago sakondu baino lehen, komeni da zarata fenomenoak zer den azaltzea. Irudi digital batean hau osatzen duten pixeletan eman daitezkeen distira mailaren eta koloreen ausazko aldaketa bezala ezagutzen den fenomenoak da zarata. Efektu honek irudia egoki bereiztea usten ez duen pikorkatu efektu bat sortzen du. Pikorketa efektu hau hain latza izan daiteke non ingerada bezalako arrastoak sor ditzakeen, zeinek gerora, ingerada detekzio prozesuan erabiliko den operadorea nahastu dezaket. Posible da ere, zarataren eraginaren kausaz ingeradak hainbeste difuminatu izana, non operadoreak ez duen gehiago detektatuko. Beraz, posible da zarataren presentziak ingerada faltsuen detekzioa eragitea, hala nola, ingerada errealak ostentzea.



Irudia 3.2. Irudi funtzioaren I , lehen deribatuaren I' eta bigarren deribatuaren I'' errepresentazio grafikoak.



Irudia 3.3. Irudi batean ager daitezkeen hertz motak.

3.2 Ingeradak detektatzeko operadoreak

Esan den bezala, eta 3.2 Iruditik ondorioztatu daitekeenez, edozein irudi funtzio bat bezala karakterizatzen denean, honek dituen ingeradak irudiaren intentsitate mailaren aldaketa zorrotzak bezala agertuko dira, hots, lehen deribatuaren maximoak bezala. Egoera honek maximo horien bilaketan oinarritutako ingerada detekzio metodo batean pentsaraztea egin dezake, eta ideia honetan oinarritu dira hain zuzen ere hainbat autore irudi funtzioaren

deribatua hurbiltzen duten konboluzio teknikak garatzeko. Lehen deribatuetan oinarritutako operadore hauei *lehen ordenako operadoreak* esaten zaie.

Jarraian, gradienteen kalkuluan oinarritutako lehen mailako operadore lokal ezagunenak aurkeztuko dira.

3.2.1 Roberts operadorea

Roberts operadoreak gradiente espazialaren $2D$ analisi bat burutzen du, eta balio altuenak erakusten duten eremuak gailentzen ditu, eremu hauek ingeradekin bat egingo dutelarik. Operadore honi elikatu behar zaion input edo sarrera informazioa gris eskala batean dagoen irudi bat izaten da jeneralean, eta outputa pixel bakoitzean bere gradiente espazialaren magnitude absolutua aurkezten duen irudia izango da.

Roberts operadorea 2×2 ordenako bi konboluzio nukleotan oinarritzen da, non nukleo bakoitza bestearen errotazio sinplea den, 3.4 Irudian ikusi daitekeen bezala.

+1	0
0	-1

0	+1
-1	0

Irudia 3.4. Roberts operadorearen konboluzio nukleoak.

Konboluzio nukleo hauek 45° -tako malda duten ingeradei maximo batekin erantzuteko diseinatuta daude, eta posible da konboluzio prozesua banatuta egitea nukleo bakoitzarekin intentsitate gradientearen osagai bat lortuz. Ondoren, osagai horiek konbinatuz, irudiaren puntu bakoitzean gradientearen magnitude edo balio absolutua lortzen da. Halaber, osagai horiekin posible izango da gradientearen orientazioa determinatzeko beharrezko informazioa lortzea, nahiz eta eskuarki, erabiltzaileak ikus dezakeen informazio bakarria gradienteen magnitudea izango den.

3.2.2 Prewitt operadorea

Prewitt operadorea [75] Roberts operadorearen oso antzekoa da, baina honek ordena handiagoko konboluzio nukleoak erabiltzen ditu (3.5 Irudia). Era berean, nukleo bat biratuz, bestea lor daiteke.

-1	0	+1
-1	0	+1
-1	0	+1

+1	+1	+1
0	0	0
-1	-1	-1

Irudia 3.5. Prewitt operadorearen konboluzio nukleoak.

Beste diferentzia nabarmen bat da, Roberts operadoreak ez bezala, Prewitt operadoreak maximo batekin erantzungo diela ingerada horizontal eta bertikalei, horretarako diseinatuak izan baitira bere nukleoak. Gradienteen kalkulurako, posible da Roberts operadorean erabiltzen zen prozedura berbera erabiltzea eta kalkuluak nukleo bakoitzerako banaturik egitea. Era berean jokatuko da ere ingeraden orientazioa lortzeko. Hala ere, ordena handiagoko nukleoak erabiltzeak irudiaren eta informazio espazialaren lausopena eragiten du, gradienteak lokalizatzeko orduan honek dakarren zehaztasun faltarekin.

3.2.3 Sobel operadorea

Lehen ordenako beste operadore bat Sobel operadorea da [76,77]. Operadore hau zein Prewitt operadorearen zuzenketa bat da eta posible egiten du irudiaren lausopen problemai aurre egitea. Horretarako, konboluzio nukleoaren aldaketa bat egiten da gelaxkak zentrorako distantziaren funtzioan eskalaturik. Era honetan sortzen dira 3.6 Irudian erakusten diren Sobel nukleoak sortzen dira.

-1	0	+1
-2	0	+2
-1	0	+1

+1	+2	+1
0	0	0
-1	-2	-1

Irudia 3.6. Sobel operadorearen konboluzio nukleoak.

Jarraian, 3.1 Taularen bidez, aurretik azaldutako operadoreen laburpen zehatz bat erakusten da, eta aldi berean operadore bakoitzaren abantaila eta desabantaila nabariak izendatzen dira.

Lehen ordenako operadoreen desabantailak bat, hauek ingeradaren orientazioarekiko erakusten duten sentikortasuna da. Arrazoi honegatik, ekortze noranzkoarekin bat datozen orientazioa duten ingeraden detekzioak erronka nabarmena suposatuko du. Orobat, hertzak eta izkinak detektatzeko orduan posible da operadore hauek huts egitea, eta emaitza bezala hertz irekiak agertzea puntuen informazio galeraren ondorioz. Gainera, lehen

deribatuaren kalkuluaren oinarritutako operadoreak oso sentikorrek izaten dira edozein iruditan ager daitekeen zarata fenomenoarekiko, honen kausaz lausotutako eta gutxi definituriko ingeradak agertuz. Hala ere, irudi bateko zarata eliminatua izan daiteke, maila batean gutxienez, jatorrizko irudiaren gainean leuntze iragazkiak aplikatuz.

Operadorea	Konboluzio nukleoa	Abantailak	Desabantailak
Roberts	$K_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $K_y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	-Ingerada horizontal eta bertikalen detekzio zuzena -Ingeraden lokalizazio zehatza -Sinpletasuna eta kalkulu azkartasuna	-Nukleoen ordena baxua da -Ingeradaren orientazioari buruzko informazio eza -Ingeraden lodiera ez da zehatza eta pixel batzuen lodierakoa
Prewitt	$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $K_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	-Ingerada horizontal eta bertikalen detekzio zuzena -Zaratarekiko sentikortasun baxua	-Ingeradaren orientazioari buruzko informazio eza -Ingeraden lodiera ez da zehatza eta pixel batzuen lodierakoa
Sobel	$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $K_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	-Ingerada horizontal eta bertikalen detekzio zuzena -Zaratarekiko sentikortasun baxua	-Ingeraden lodiera ez da zehatza eta pixel batzuen lodierakoa

Taula 3.1. Roberts, Prewitt eta Sobel operadoreak.

3.2.4 Canny operadorea

1986. urtean John F. Canny-k operadore alternatibo bat proposatu zuen [78], bere ustean edozein ingeraden detekziorako algoritmok bete behar zituen hiru printzipiotan oinarritzen zena. Canny operadoreak oso nabarmenki hobetzen zuen beste operadoreen zaratarekiko sentikortasuna eta proposatu egiten zituen hiru printzipioak ingerada detekziorako edozein algoritmoren kalitatea ebaluatzeko irizpide global batean bihurtu ziren, gaur egun erabiltzen jarraitzen den irizpide bat izanik. Hiru printzipio hauek dira:

1. Detekzio zuzena

Posible da detekzio prozesuan zehar positibo eta negatibo faltsuak gertatzea, hau da, egon daiteke egoera bat non existitzen ez den ingerada bat detektatzea, edo baita, existitzen den ingerada bat ez

detektatzea gerta daitekeen. Detekzio on bat duen operadore batek positibo eta negatibo faltsuen kopuru minimoa izango du.

2. Lokalizazio zuzena

Bigarren printzipio hau nahiko garrantzitsua da, espezialki lan honi dagokionez, izan ere, ingeraden analisitik lortzen den informazioa topologia optimizazio algoritmoarekin trukatu baita. Lokalizazio zuzenak ingeradaren posizio zehatza topatzeari egiten dio erreferentzia, eta posizio hori posizio errealekiko ahalik eta gertuen egon beharko da.

3. Erantzun bakarra ingerada bakarrarentzako.

Ingerada bakarrarentzako erantzun bakarra eman behar du algoritmoak, eta honek pixel bakarreko zabalera izan beharko du.

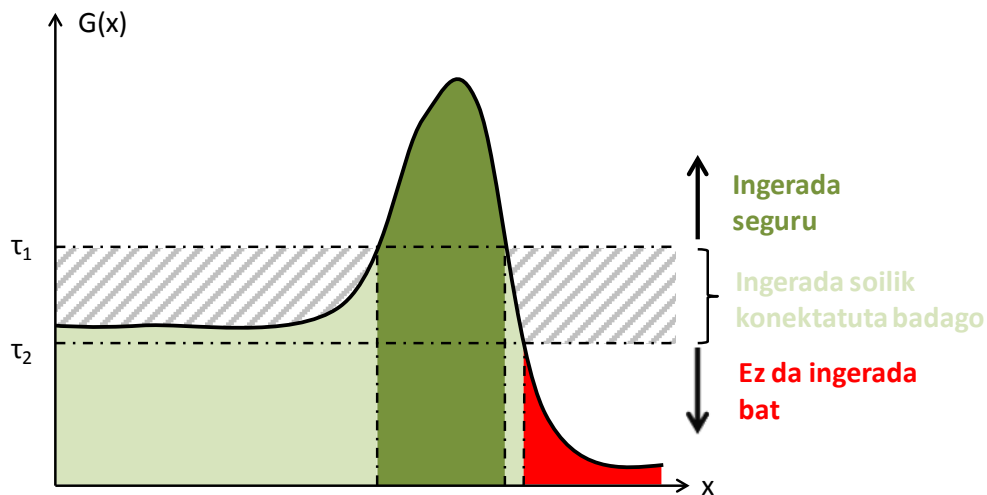
Canny operadoreak *iragazki Gaussiar* baten erabilera proposatzen du irudiaren gainean aplikatuko den beste edozein eragiketaren aurre pausu bat bezala. Iragazkiaren aplikazioak operadoreak duen zaratarekiko sentikortasuna gutxitu egiten du, honakoa bere aitzindariak diren Roberts, Prewitt eta Sobel operadoreak baino sendoagoa eginez. J.F. Canny-k proposaturiko operadorea, operadore multifase bat da eta ingeraden detekzioa 3 fase jarraituetan egiten du. Lehenik eta behin irudia *iragazki Gaussiarraren* bidez leundu eta diferentziatu egiten da, ondoren ez-maximoen ezabapen prozesu bat burutzeko. Azkenik, hirugarren pausua bezala, irudiaren zarata eliminatzeko histeresi prozesu bat egingo da.

Lehenengo pausuan egiten den leunketa prozesua irudiaren eta *iragazki Gaussiar* baten deribatuen arteko konboluzioa egitean datza, non ingeradak nabarmenduta agertzen dituen irudi bat izango den emaitza. Hala ere, posible da oraindik zarata arazo ez desiratuak agertzea, zeinek hurrengo pausura eramaten gaituen. Bertan, ingeraden definizio hobeago bat bilatuko da eta horretarako eremuaren garbiketa bat egiten da ez-maximoen ezabaketa baten bidez. Ezabaketa prozesua aurretik leundu den funtzioak pixel bakoitzean duen balioa analizatuz gauzatzen da. Era honetan, pixelean aurkitutako balioa gradientearen noranzkoan maximo lokal bat bada, pixel hori mantendu egiten da, eta alderantziz, aurreko baldintzak betetzen ez baditu, pixel horri zero balioa esleitzen zaio.

Hirugarren eta asken pausua, bi fasetan banatzen den histeresi prozesu bat izango da. Lehenengo fase bat non desiratuak ez diren ingeradak iragaziak izango diren, eta hauek ezabatuko dituen bigarren fase bat. Histeresi prozesuak atalaseko balio bi definitzea eskatzen du, eta lehenengo fasean

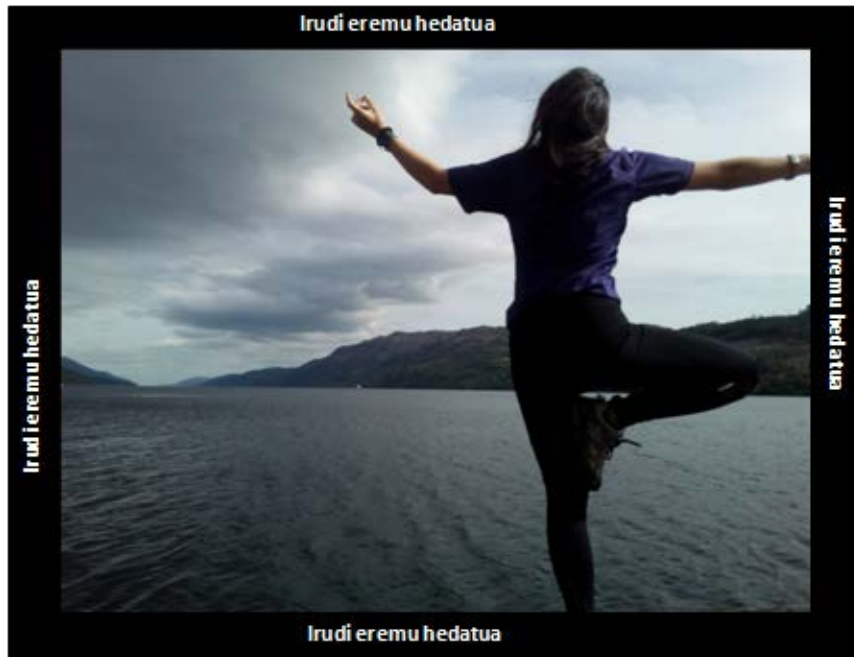
atalaseko balio minimotik beherako ingeradak ezabatuak izango dira. Bigarren fasean, bi atalaseko balioen artean dauden ingeradak aztertzen dira, eta hautatik atalaseko balio maximotik gorako ingeradekin konektaturik daudenak soilik mantenduko dira beste guztiak ezabatuz. Prozesu hau 3.7 Irudian aurkezten da $1D$ eremu baterako, non $G(x)$ ingeraden magnitudea den behin ez-maximoen ezabaketa aplikatu denean, eta τ_1 eta τ_2 atalaseko balioak diren.

Orobat, Canny operadorea, Sobel operadorearen bertsio hobetu bat bezala kontsideratu daiteke, izan ere, lehenengoaren input-a, bigarrenaren outputa da, hots, Canny operadoreari ematen zaion sarrerako informazioa Sobel operadorean lortutako gradienten magnitude eta orientazioak dira, eta hauen gainean aplikatuko dira ez-maximoen ezabaketa eta histeresi prozesua.



Irudia 3.7. 1D eremuan histeresi prozesua

Konboluzio nukleoaren posizionaketa kontuan izateko gai bat da. Nukleo hauen gelaxkak perfektuki ahokatu behar dira eremuaren mugen barnean, eta horregatik, konboluzioaren emaitza jatorrizko irudia baino zertxobait txikiagoa den eremu bat izango da, zeinetan kanpo ingeradak muxarratuak izango diren eta ez diren detektatuak izango. Kanpo ingerada hauek detektatzeko helburuarekin analista askok erabiltzen duten estrategia bat jatorrizko irudiaren eremua hedatzean datza honen inguruan itxurazko pixel batzuk gehituz, 3.8 Irudian erakusten den bezala. Horrela, konboluzio nukleoak eremua osatzen duten pixel guztien gainean jarri ahalko dira eta posible izango da kanpo ingeradak detektatzea.



Irudia 3.8. Itxurazko pixel multzo batekin hedatutako irudi eremu baten adibidea.

3.2.5 LoG operadorea

Orain arte aurkeztutakoak irudi funtzioaren lehenengo deribatuaren kalkuluan oinarritutako edo lehen ordenako operadoreak izan dira. Aldiz, David Marr eta Ellen C. Hildreth-ek, irudi funtzioaren bigarren deribatuaren zero pausuez baliatzen zen operadore berri bat proposatu zuten [79]. Ikuspuntu honek logika nabarmen bat zuen atzetik, izan ere, lehenengo deribatuan maximo bat bezala agertzen dena, bigarren deribatuan aldiz, zerotik pausu bat bezala agertuko da (3.2 Irudia). J.F. Canny-k proposatzen zuen bezala, D. Marr eta E.C. Hildreth-en ikuspuntuak *iragazki Gaussiar* bat ere inplikatzeko zuen, baina behin irudia leundu den eta bigarren deribatuaren zero pausuak bilatzen hasi baino lehen, *operadore Laplaciarr* bat aplikatzen dute azken hauek. Hemendik dator hain zuzen ere operadore honen izena, *Gaussiarraren Laplaciarra* edo “*Laplacian of a Gaussian*” (LoG).

Bigarren ordenako operadoreen abantaila bat, hauek ingeradaren direkzioarekiko independenteak direla da, eta posible egiten dutela analisiak konboluzio nukleo bakar batekin egitea eta edozein noranzko duten ingeradak detektatzea. Bestalde, desabantaila bezala, zaratarekiko sentikortasun handiagoa daukate, izan ere, diferentziazio prozesuan ingeradak nabarmentzeaz gain, presente dagoen zarata posiblea ere nabarmentzen da, eta diferentziazioa birritan gauzatzean, arazoa are eta okerragoa bilakatzen da.

Azpiko 3.2 Taulan *LoG* operadoreari buruzko informazio laburpen bat aurkitu daiteke.

Operadorea	Konboluzio nukleoa	Abantailak	Desabantailak
LoG	$\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	<ul style="list-style-type: none"> -Ingeraden detekzio oso zehatza. -Ingeraden lokalizazio oso zehatza. -Ingeraden lodiera optimoa. -Ingeraden noranzkoarekiko independentea. 	<ul style="list-style-type: none"> -Zaratarkiko oso sentikorra. -Positibo faltsuak sor ditzake. -Ingeradaren norabidearekiko informazio eza.

Taula 3.2. LoG operadorearen ezaugarriak.

Azaldutakoez aparte badaude beste hainbat operadore gradienteen kalkuluan oinarrituta ez daudenak, eta gradienteen menpean ez daudenez, zaratarekiko sendotasun handiagoa izan dezaketenak. Ingeraden detekzio eta analisirako metodo hauen artean *Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus* edo *SUSAN* operadorea topa dezakegu, lan honetan aurkezten den *overhang murrizpena* garatzeko erabilia izan dena.

3.3 Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus (SUSAN)

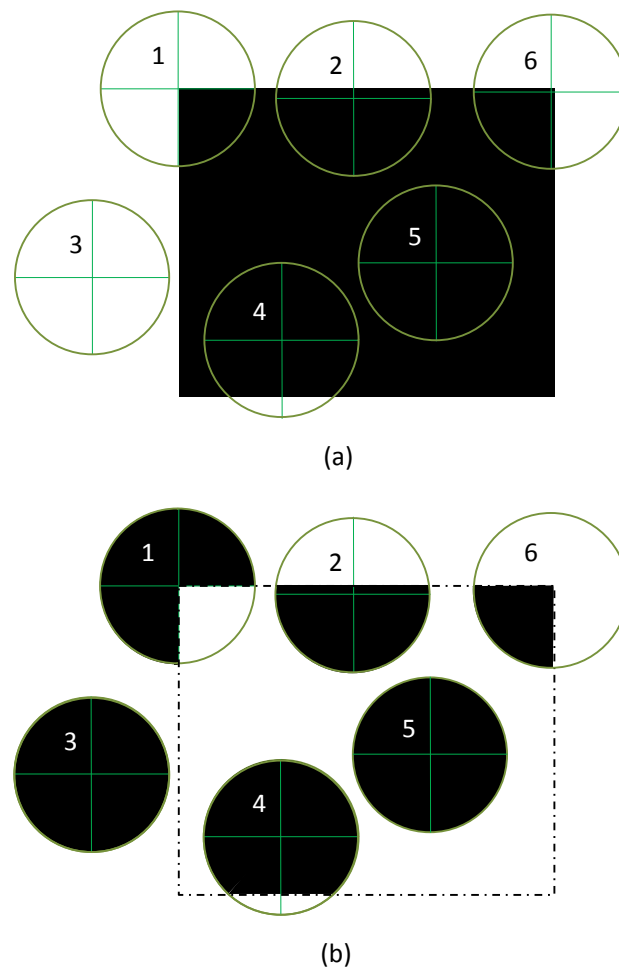
S.M. Smith eta J.M. Brady-ek [80] proposaturiko *SUSAN* operadorea, ingerada detekzio metodo oso ezaguna da, eta aurretik azaldutakoak ez bezala, ez du irudia diferentziatzen, eta ez dago hasierako zarata ezabatzeko beharrik. Orobat, *SUSAN* operadorea oso sendoa da zaratarekiko.

3.3.1 SUSAN operadorearen oinarritzko printzipioak

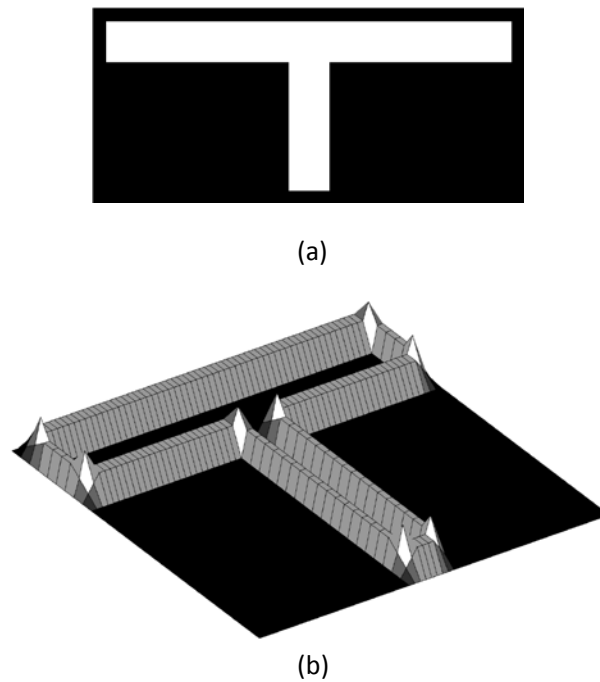
SUSAN algoritmoaren oinarritzko printzipioa hurrengoa da:

Maskara zirkular batekin irudiaren eremu osoa ekortu egiten da posizio bakoitzean maskara horren zentroa elementu batekin kointzidituaraziz. Elementu horri maskaren nukleoa esaten zaio. Posizio bakoitzean pixelen distira mailaren analisi bat egiten da, zeinetan maskararen barnean dauden pixel bakoitzaren distira maila maskararen nukleoren distira mailarekin konparatzen den. Antzekotasun balio hauek *Univalued Segment Assimilating Nucleus (USAN)* parametroaren baitan batuko dira, eta parametro horren bidez irudiaren barneko patrioiak nabarmendu eta ingerada eta formak detektatuko dira.

USAN parametroak maskararen nukleoaren distira maila bera duen maskararen azaleraren ordezkaria da, eta bere magnitudea bai maskararen kokapenaren zein aztertutako ingeradaren formaren menpekoa izango da. Hala ere, azterketa horretatik hainbat konklusio orokor atera daitezke. Jarraian azaltzen den 3.9 Irudian ikus daiteke nola maskara hertz batetik gertu dagoenean *USAN* azaleraren magnitudea maskararen azalera totalaren laurdenera erortzen den bitartean (6 maskara), maskara distira uniformeko inguru batean dagoenean (3 eta 5 maskarak) *USAN* parametroak bere balio maximoa hartuko duela, maskararen azalarekin bat datorrena. Bestalde, *USAN* parametroa azalera maximoaren erdira jautziko da ingerada lau baten kasuan (2 maskara). Hipotesi hauek egiaztatzeko ingerada analisi baten emaitza azaltzen da 3.10 Irudiaren bidez, non *USAN* parametroaren balioaren aldaketak ikus daitezkeen maskara-ingerada erlazioaren menpean.



Irudia 3.9. SUSAN operadorearen printzipioa. (a) Maskararen posizio ezberdinak irudi eremuaren barnean. (b) Maskara bakoitzaren *USAN* azalerak (azalera beltzak).



Irudia 3.10. SUSAN operadorearen erantzuna froga irudi batekiko. (a) Froga irudia. (b) USAN azalera alderantzizko eskalan.

Bai 3.9 zein 3.10 Irudiek argi erakusten dute *USAN* azalera bere balio minimoa hertzetan hartzen dutela, zeinek J.F. Canny-k proposaturiko hiru oinarrizko printzipioak gogoratzen badira, puntu hauen lokalizazio zuzena betetzen dela frogatzen duen. Halaber, printzipio hauez gain, S.M. Smith eta J.M. Brady-k laugarren printzipio bat proposatu zuten kontutan izanik ingeraden ateratze algoritmoak denbora errealeko analisi sistemetan aplikatuak izan zitezkeela. Beraz, operadore batek hurrengo lau printzipioak bete beharko ditu orain:

1. Detekzio zuzena.
2. Lokalizazio zuzena.
3. Erantzun bakarra.
4. Erantzun azkartasuna.

Haurretik esan den bezala, ingerada detekzio algoritmoak eta topologia optimizazio algoritmoak batuko dira lan honetan, ondorioz, oso komenigarria da erabiliko den operadorea erantzun azkarrekoa izatea, eta kontutan izanik ingeraden analisia iterazio guztietan egin beharko dela, ezaugarri hau are interesgarriagoa bilakatzen da.

3.3.2 SUSAN operadorearen metodologia

SUSAN ingerada detektagailua ingeraden erantzuna kalkulatzeko oinarritzen da, irudien maskara zirkular baten bidezko ekortze prozesu batekin. Maskara hori eremuko pixel bakoitzean kokatzen du, eta lortzen dituen ingeraden erantzun hauek prozesatuz, jatorrizko irudiaren adierazgarri den ingerada mapa bat lortzen du. Erabiltzen den maskara zirkunferentzia baten hurbilketa diskretua da, normalean 3,4 pixeletako erradioa eta 37 pixeletako azalera hartzen duena (3.11 Irudia). Maskararen nukleo esaten zaio maskararen zentroari, eta hau analizatu egingo den elementuarekin kointzidituaz egiten da. Jarraian agertzen den 3.11 Irudian nukleo hori gorritz markatutako pixelarekin bat dator.

		1	2	3		
	4	5	6	7	8	
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
	30	31	32	33	34	
		35	36	37		

Irudia 3.11. 3,4 pixeletako erradioa duen maskara.

Maskararen posizio bakoitzerako distira maila analisi bat burutzen da, non maskarak hartzen dituen elementu guztien distira maila nukleoak duenarekin konparatu egiten den. Emaitza modura, erantzun bitar bat lortzen da, (3.1) ekuazioan ikusten dena.

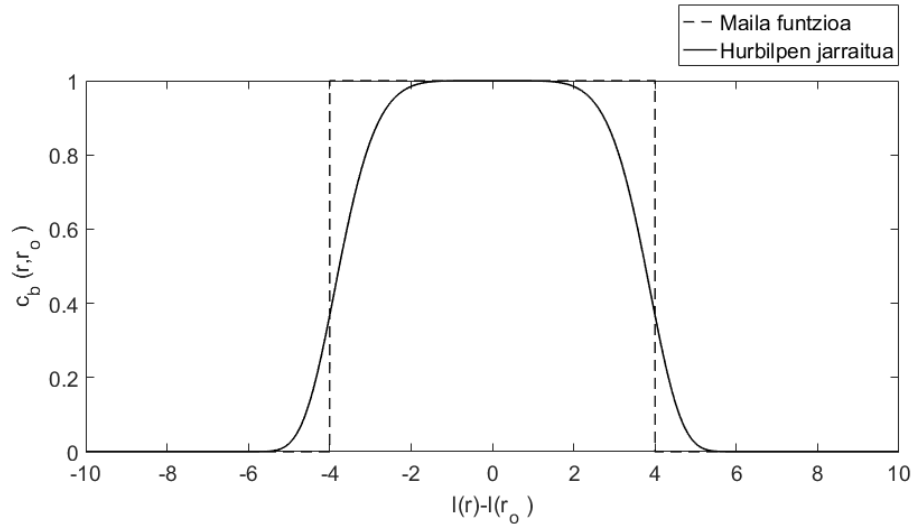
$$c_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o) = \begin{cases} 1 & \text{if } |I(\mathbf{r}) - I(\mathbf{r}_o)| \leq t \\ 0 & \text{if } |I(\mathbf{r}) - I(\mathbf{r}_o)| > t \end{cases} \quad (3.1)$$

Ekuazio honetan, $c_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o)$ maskararen barneko pixel bakoitzerako burutzen den distira analisiaren emaitza da, \mathbf{r}_o eta \mathbf{r} nukleoaren eta pixel aztertuaren eremu bidimentsionalaren barneko posizioak izango dira, hurrenez hurren, eta t parametroa, atalaseko balio bat. Ekuazio honen arabera, (3.1) ekuazioa, nukleoaren distira mailatik atalaseko balioak baimentzen duena baino magnitude handiago batekin urruntzen diren pixelak erantzun nulua izango dute, eta kontrara, atalaseko balioa bai gutxiago desbideratzen direnak, unitate balio batekin erantzungo dute.

Hala ere, (3.1) ekuazioa ez da jarraitua eta beraz ez da deribagarria. Ondorioz, hurrengo adierazpen alternatibo, baliokide eta jarraituarekin ordezkaturia izaten da normalean,

$$c_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o) = e^{-\left(\frac{l(\mathbf{r})-l(\mathbf{r}_o)}{t}\right)^q} \quad (3.2)$$

non q berretzaile bat den, zeinen balio optimoa 6 dela frogatu den [80]. Jarraian azaltzen den 3.12 Irudian funtzio diskretuaren eta funtzio hurbildu jarraituaren arteko konparaketa grafikoa egiten da.



Irudia 3.12. Distira mailaren konparaketa funtzioen adierazpen grafikoa. Funtzio diskretua (marra etena) eta funtzio jarraitua (marra beltza), $t=4$ atalaseko balio batentzako.

SUSAN algoritmoaren prozesuan, behin maskara batentzako distira mailen konparaketa amaitu denean, maskara horren *USAN* azaleraren magnitudea kalkulatzera jotzen da, non parametro hori maskara horretako c_b balioen batuketa bezala kalkulatu den,

$$n(\mathbf{r}_o) = \sum_{i=1}^{E_m} c_b(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_o) \quad (3.3)$$

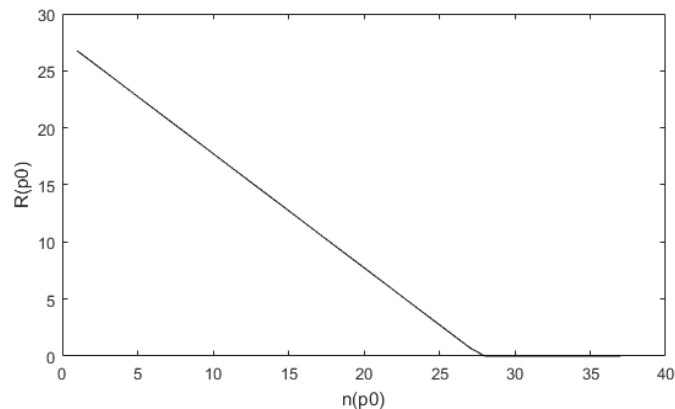
non E_m maskararen barneko elementu kopurua den.

Maskara bakoitzarekin detektaturiko *ingeradaren erantzuna* bezala ezagutzen dena, $R(\mathbf{r}_o)$, maskararen *USAN* azalera edo $n(\mathbf{r}_o)$ -ren balioa, atalase geometriko batekin (g_u) konparatuz lortzen da, (3.4) ekuazioak erakusten duen bezala. Atalase honen balioa $g_u = 3 \cdot n_{max}/4$ bezala hartu izan ohi da, non n_{max} , n izan dezakeen balio maximoa den, 37 hain zuzen ere 3.4 pixedetako erradioa duen maskararentzako.

Hurrengo 3.13 Irudian $R(\mathbf{r}_o)$ -ren *USAN* azaleraren menpeko eboluzioa erakusten da 37 pixedetako maskara baten kasurako. Ikus daitekeen moduan, *ingeradaren erantzuna* maximoa da *USAN* azalera minimoa denean, hau da,

$n(\mathbf{r}_o) = 1$ deneko kasuan. Orobat, erantzuna zero egiten da $n(\mathbf{r}_o) = 28$ denetik aurrera, izan ere, balio hori g_u atalase geometrikoa baino handiagoa den lehen balioa baita. Hala eta guztiz ere, kalkulu hau zarataren presentziaren aurrean soilik izango da beharrezkoa.

$$R(\mathbf{r}_o) = \begin{cases} g_u - n(\mathbf{r}_o) & \text{if } n(\mathbf{r}_o) < g_u \\ 0 & \text{if } n(\mathbf{r}_o) \geq g_u \end{cases} \quad (3.4)$$



Irudia 3.13. Ingeradaren erantzunaren eboluzioa *USAN* azaleraren magnitudearen menpe 37 pixeletako maskara batean.

Analisi prozesuaren altuera honetan, jadanik ezagunak dira beraz, ingeraden posizioa eta hauen intentsitatea, eta ondorioz, ingeraden noranzkoaren kalkulua soilik legoke egiteke. Informazio hori funtsezkoa izango da, deribatuen kalkuluan oinarritutako operadoreen kasuan bezala, ez-maximoen ezabaketa prozesua burutu eta definituago dauden ingeradak kalkulatu nahi izatekotan. Horretaz aparte, ingeraden orientazioari buruzko informazioa oso erabilgarria izan daiteke ere ingeraden detekzio algoritmoak erabiltzen dituzten hainbat aplikazioetan.

SUSAN operadoreak ingeradak nabarmentzeko hauen noranzkoak ez dituela behar dela medio, beharrezkoa izan da orientazio horiek kalkulatzeko estrategia bat garatzea. Horretarako, ingerada mota posible bien artean diferentziatu egin beharko da, *inter-pixel* edo *intra-pixel*.

Inter-pixel motako ingerada baten kasuan (3.14a Irudia) ingeraden inklinazioa maskararen *USAN* azaleraren gradientearen inklinazioa bezala lortuko da. Gradiente horrek, maskararen *USAN* azaleraren geometria eta grabitate zentroak lotzen dituen bektore bat osatuko du, betiere azkenengora zuzenduta dagoelarik eta ingeradarekiko normala delarik. Bektore hori jarraian azaltzen den (3.5) ekuazioaren bidez kalkulatu da,

$$\mathbf{v}_{cg} = \frac{\sum_{i \in S_i} \mathbf{r}_i \cdot c_{bi}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_0)}{\sum_{i \in S_i} \mathbf{r}_i} \quad (3.5)$$

non i pixelak diren eta S_i maskarak okupatzen duen azalera.

Bestalde, *intra-pixel* motako ingerada baten kasuan (3.14b Irudia) maskararen barruko termino simetrikoen elkar baliogabetzearen ondorioz, ezin izango da inklinazioa (3.5) ekuazioaren bidez kalkulatu. Hori dela eta, bigarren momentuen kalkulura jotzen da zuzenean (3.6-3.9) ekuazioen bitartez.

$$\overline{(x - x_0)^2}(\mathbf{r}_0) = \sum_i^E (x - x_0)^2 \cdot c(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \quad (3.6)$$

$$\overline{(y - y_0)^2}(\mathbf{r}_0) = \sum_i^E (y - y_0)^2 \cdot c(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \quad (3.7)$$

$$\alpha = \text{atang}\left(\frac{\overline{(y - y_0)^2}(\mathbf{r}_0)}{\overline{(x - x_0)^2}(\mathbf{r}_0)}\right) \quad (3.8)$$

$$\overline{(x - x_0)(y - y_0)}(\mathbf{r}_0) = \sum_i^E (x - x_0)(y - y_0) \cdot c(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \quad (3.9)$$

Ingeradaren inklinazioari α esaten zaio, eta $\overline{(y - y_0)^2}(\mathbf{r}_0)$ eta $\overline{(x - x_0)^2}(\mathbf{r}_0)$ -ren arteko erratioaren tangentea bezala kalkulatu da, (3.8) ekuazioak erakusten duen bezala. Ingerada diagonal baten gradienteak positiboa edo negatiboa baldin bada, (3.9) ekuazioaren zeinuak determinatuko du.

SUSAN operadorearen atzetik dagoen formulazio matematikoa ezaguna dela, ingeraden detekzio prozesuan jarraitu behar izango diren pasuen azalpena dator orain.

1. pausua: Maskararen posizionaketa. Maskararen nukleoa aztertuko den elementuarekin kointzidituarazi behar da.

2. pausua: Distira mailen konparaketa. Maskarak hartzen dituen elementu guztien distira maila, nukleoaren distira mailarekin konparatzen da (3.2) ekuazioaren arabera.

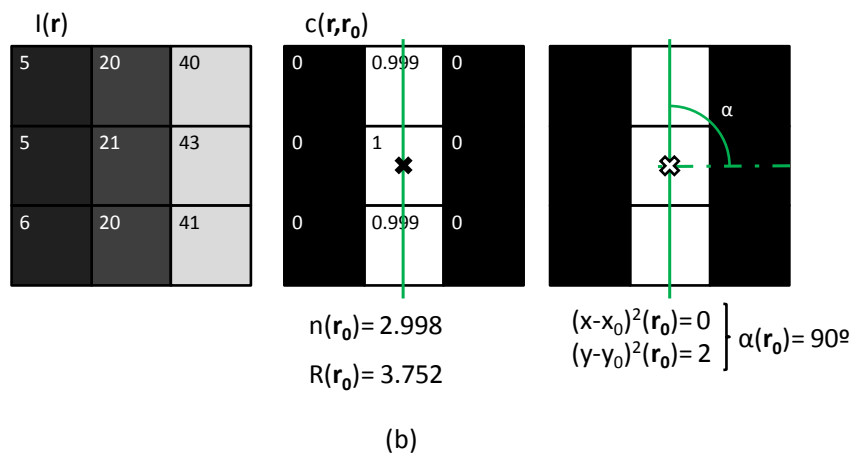
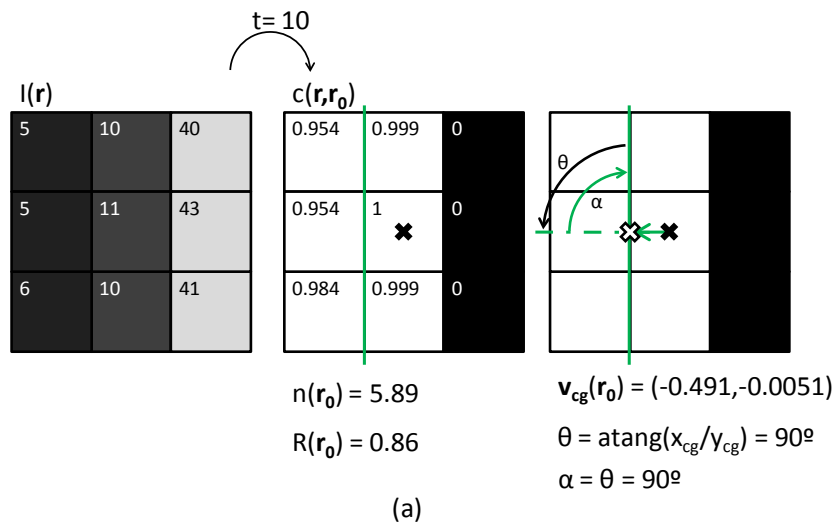
3. pausua: Maskararen *SUSAN* azalera kalkulatu (3.3) ekuazioaren arabera.

4. pausua: Beharrezkoa baldin bada, ingeradaren erantzuna kalkulatu (3.4) ekuazioaren arabera.

- 5. pausua:** Ingeraden noranzkoaren kalkulua egin (3.5-3.9) ekuazioen arabera.
- 6. pausua:** Aurreko pausu guztiak maskararen hurrengo posiziorako errepikatu.
- 7. pausua:** Ingeraden erresoluzio hobe behar baldin bada ez-maximoen ezabaketa aplikatu.

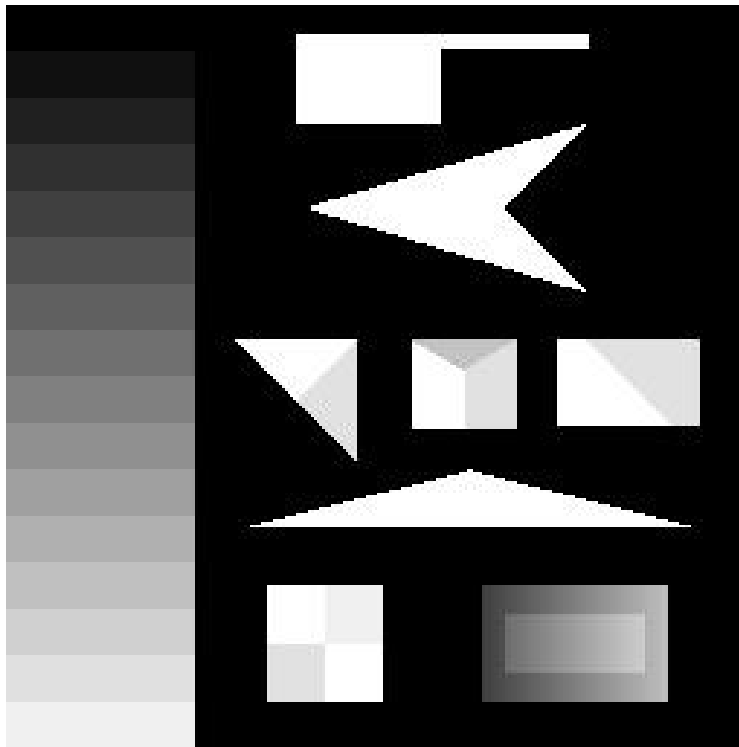
Adibide modura 3.14 Irudian ingerada detekzio prozesu simple bi azaltzen dira *inter-pixel* eta *intra-pixel* kasuetarako. Bertan posible da ikustea egindako kalkuluen ordena eta hautan lortutako magnitudeak, hala nola, maskaren itxura distira mailaren konparaketa behin gauzatu den. Bestalde, 3.15 Irudian geometria konplexu sorta baten kasurako *SUSAN* operadorearekin lortutako emaitzak azaltzen dira. Forma diferenteak proposatzen dira 3.15a Irudian, batzuk lauak, beste batzuk erliebearekin, eta baita ere noranzko bertikalean hasten den gradiente bat osatzen duen eremu bat. Halaber, 3.15b Irudian *SUSAN* operadoreak sortutako ingeraden mapa azaltzen da.

SUSAN operadoreak, ingeraden detekziorako erreminta sendoa, zehatza eta fidagarria dela frogatu du. Egia baldin bada operadore honentzako teilatu motako ingeraden detekzioa erronka bat izaten jarraitzen duela, *SUSAN* algoritmoaren erantzuna ezin hobe izaten jarraitzen du beste edozein motako ingerada motarentzako. Mota hauen artean pixel bakarrek hertzak, pixel biko hertzak, mailak, aldapak, gainjarritako hertzak dituzten aldapak eta gainjarritako mailak dituzten aldapak kontatzen dira. Beraz, *SUSAN* algoritmoa operadore gaitsuenetariko bat bezala azaltzen dela esan daiteke [81]. Jarraian azaltzen den 3.16 Irudian aipaturiko ingerada mota ezberdinak eta *SUSAN* operadoreak hauen aurrean sortzen duen erantzuna azaltzen dira. Esan den moduan, teilatu motako ingerada da operadore honi aurre egiten dion bakarra, zein argi ikus daitekeen 3.16g Irudian. *SUSAN* operadorea beste operadore ezberdin askorekin aurrez aurre jartzen duen azterketa sakon bat aurki daiteke S.M. Smith eta J.M. Brady-ren lanean [80]. Bertan operadore bakoitzak duen ingeraden lokalizazio zehaztasuna, zaratarekiko erantzuna eta sentikortasuna, ingeraden konektibitatea eta *2D* patroiak detektatzeko gaitasuna ebaluatzen diren. Azkenik, [82,83] lanetan *SUSAN* operadorearen *3D* eremuetarako hedapenak proposatzen dira.

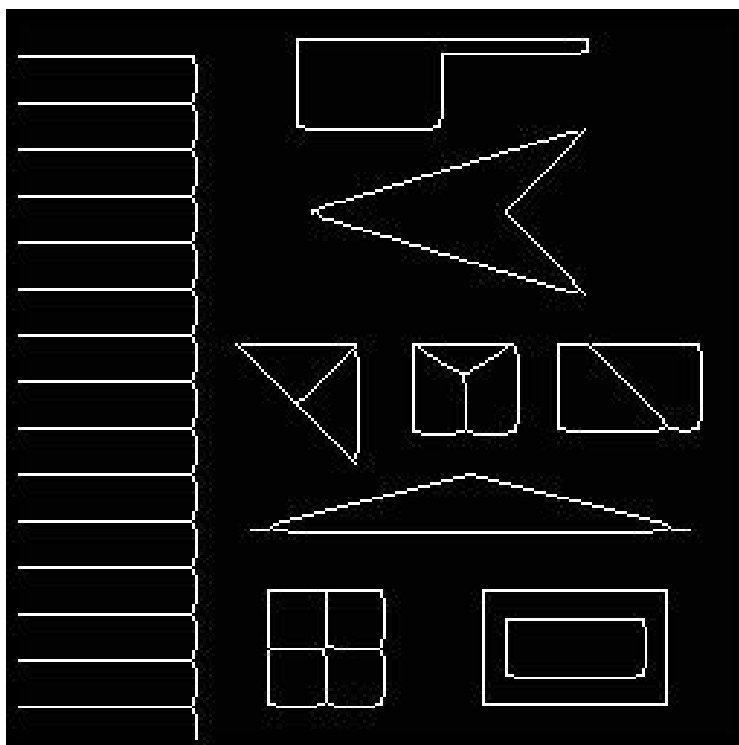


\times Maskararen zentro geometrikoa
 \otimes USAN azaleraren zentro geometrikoa

Irudia 3.14. SUSAN operadorearen aplikazioa 3x3 maskaren gainean eta $t=10$ atalase balioarekin. (a) Inter-pixel ingerada. (b) Intra-pixel ingerada.

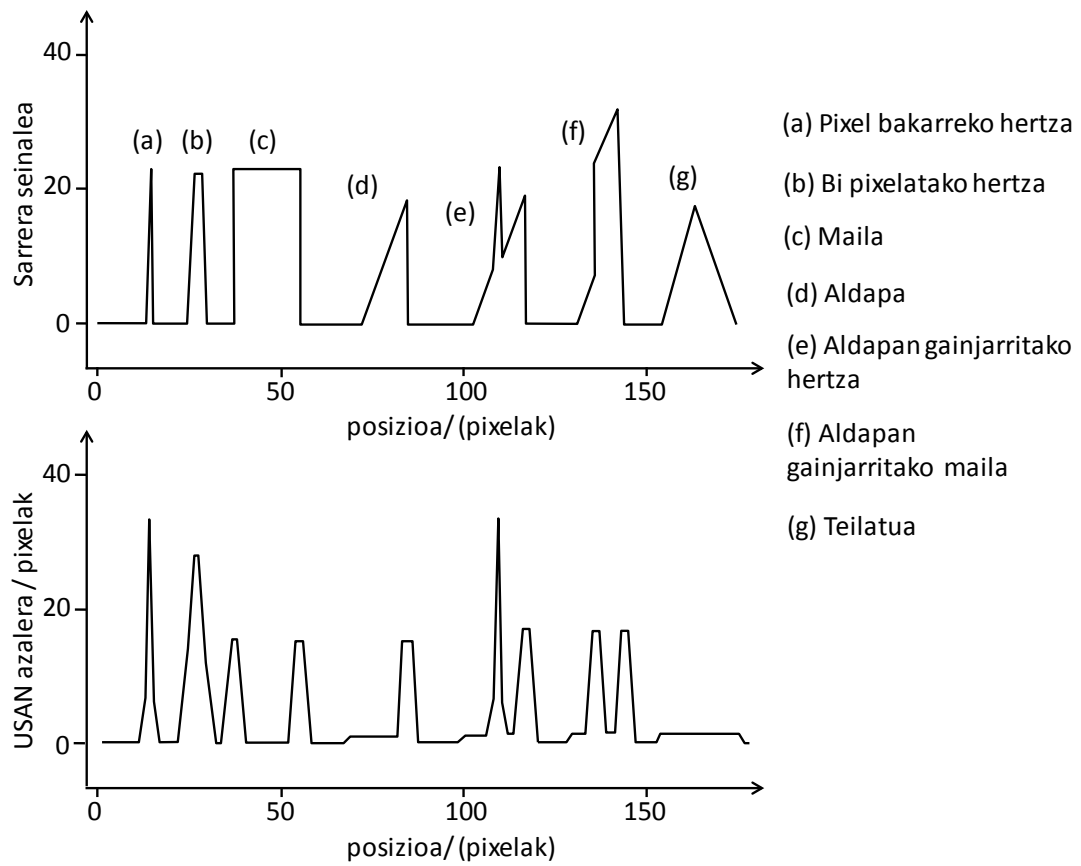


(a)



(b)

Irudia 3.15. SUSAN operadorearen aplikazioa geometria komplexuak dituen irudi batean.
 (a) Froga irudia eta (b) ingeraden mapa. Iturria [80]



Irudia 3.16. SUSAN operadorearen erantzuna ingerada mota ezberdinen aurrean. Iturria [80]

4 Overhang murrizpenaren garapena

4.1 Sarrera

Lehenengo gaian egituren diseinu optimorako erreminta oso indartsu bat bezala aurkeztu zen topologia optimizazioa. Gaur egunera arte teknologia hau ikerketa eta garapen arloetara murriztua izan da gehienbat, eta egia bada ere badaudela kasu batzuk non aplikazio errealetan erabilia izan den, hauek oso murriztuak dira. Arrazoi nagusienak, beste batzuen artean, topologia optimizazio prozesu bat jasan duen edozein piezak azaltzen duen geometria konplexutasuna, eta forma zail horiek era seguru eta fidagarrian fabrikatzeko ezintasuna dira.

Fabrikazio teknologia klasikoak (forjaketa, mekanizatua ...) erlatiboki mugatuta daude fabrikatu daitekeen geometria konplexutasunari dagokionez, eta hainbat kasutan, forma sinpleak soilik lortzea ahalbidetzen dute. Ondorioz, topologia optimizazioa diseinatzaileek azken diseinuak garatzeko erabili ditzaketen ereduak sortzera baztertuta geratu da. Hala ere, diseinu prozesuak oso esanguratsuki garatu dira fabrikazio aditibo teknologiek suposatu zuten erreboluziotik, eta honek topologia optimizazioa asko bultzatu du. Edozein motako geometriarekin, honek edozein mailako konplexutasuna bazuen ere, lan egiteko gaitasuna aurkezten zuen fabrikazioarekiko ikuspuntu berri honek, eta aldi berean, fabrikazio metodo klasikoaren limitazio askorekin amaitzen zuen.

Hasiera batetik argi geratu zen topologia optimizazio teknologien eta fabrikazio aditibo prozesuen arteko harreman estua, posible izanik hauen integrazioaren bidez optimizaturiko osagai funtzionalen fabrikazioan pentsatzen hasia. *AM* teknologia optimizazio topologikoaren kapazitateak bultzatzeko osagarri perfektua bezala agertzen dela esan daiteke, izan ere, edozein geometria fabrikatzeko ahalmena izanda, ez dago diseinatze orduan ager daitekeen mugarik eta errendimendu maila altuagoko diseinuak lortzea

posible izango da. Gaitasun honek erronka eta ikerketa eremu berriak zabaldu zituen, eta honekin batera topologia optimizazioa egitura osagai funtzionalen diseinuaren etorkizuna bezala aldarrikatu zen.

Doktoretza tesi hau kokatzen den ikerketa arloa optimizazio topologiko eta fabrikazio aditiboen integrazioa da hain zuzen ere, zein, nahiz eta zuzena dirudien, hainbat berezitasun teknikoren azterketa eskatzen du, haien artean, fabrikazio prozesuan zehar euskarri egiturak erabiltzearen beharra.

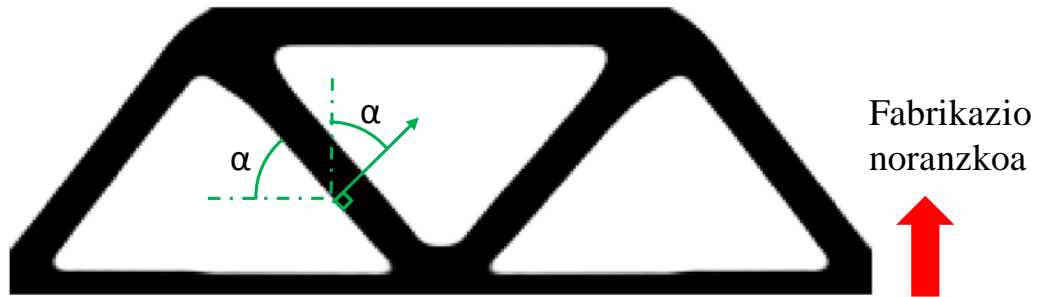
4.2 Topologia optimizazioaren eta Fabrikazio Aditibo teknologien integrazioa

Fabrikazio aditiboaren bidez edozein geometria inolako arazorik gabe fabrikatu daitekeen ideia oso zabaldua badago ere, geometria horren konplexutasun maila edozein izanda, enuntziatu hori ez da guztiz zuzena. Egia da bai teknologia aditiboek ez dituztela ezagutzen fabrikazio metodo klasikoek beste murrizpen, baina badaude zenbait muga tekniko, hala nola barrunbe itxiak, horma meheak eta hegan dauden ingeradak gauzatzea. Hiru ezaugarri horietakoren bat, edo gehiago, dituen edozein pieza era sendo batean fabrikatzeko beharrezkoa da piezak zenbait baldintza betetzea [84], eta 2.gaietan azaldu ziren euskarri egiturak kontsideratzea. Hala ere, posible da azken ikuspuntu honek piezaren pisua igotzea euskarri material guztia eliminatzea lortu ezin izanez gero.

Edozein fabrikazio prozesuan kontutan izan behar diren aipatutako murrizpenak, lodiera minimoa, eta hegan dauden ingeraden luzera eta angelua dira zehazki, non azken honi *overhang angelua* esaten zaion [85,86]. Gauzatu daitekeen lodiera minimoa erabiliko den makinaren, prozesuaren eta materialaren araberakoa izango da. Pieza baten osagai baten inprimaketa prozesua zuzena izan dadin, bere lodiera minimoa ez da makinak gauzatu dezakeen lodiera minimoaren azpitik egon behar, eta gainera, kontutan izan behar da, piezak hozketa prozesuan zehar sufritu dezakeen tamaina aldaketa posiblea. Hegan dauden ingeraden inklinazioari buruz, jadanik esanda dago, gehienetan 45°-tako muga erabiltzen dela ingeradek euskarri nahikoa duten aztertzeke.

Orokorrean, *overhang angeluari* so egin behar zaionean, ingeraden inklinazioa, hauen eta ardatz horizontalaren arteko angelua bezala definitzen da. Hala ere, lan honetan, angelu hau ingeradaren bektore normalaren eta piezaren

fabrikazio noranzkoaren arteko angelua bezala definituko da. Definizio biak baliokideak dira, 4.1 Irudian ikusgai dagoen bezala, baina lan honetan garatuko diren kalkuluen ulermena errazteko komenigarriagoa da bigarren definizioarekin lan egitea. Era honetan, ingerada bat euskarri falta duen edo ez determinatzeko definizio berri hau erabiliko da hemendik aurrera.



Irudia 4.1. Overhang angelua.

Oso zaila, edo ezinezkoa, izaten da era ezegokian eutsitako eremuak dituzten piezak euskarri egituren edo geometria zuzenketen laguntzarik gabe fabrikatzea. Euskarri egiturak piezarekin batera geruzaz geruza fabrikatzen dira era horretan posible eginik ingeradek euskarri puntuak izatea. Hala ere, euskarri egitura hauek fabrikazio denbora luzeagoa eta material kontsumo handiago bat suposatzen dute. Gainera, hauek erauziko dituen post-prozesaketa etapa bat behar izango da. Bigarren aukera bat, piezaren geometria *AM* prozesura egokitzeko zuzenketa intuitiboak egitean datza, baina estrategia honek nabarmenki zigortu dezake piezaren errendimendua helburu funtzioaren erantzuna optimotik urrunduz.

Diseinu optimo eta fabrikazio aditibo prozesuak batzeko ideia sortu zenetik, esfortzu handiak egin dira *AM* prozesuekin bat datozen diseinuak lortzea ahalbidetzen duten teknikak garatzeko, hala ere, gaur egunera arte ez dago hauek sailkatzen dituen inolako proposamenik. Lan honetan, *AM* eta diseinu prozesuaren arteko integrazio mailaren edo *Engagement Level*-aren (*EL*) araberako sailkapen bat proposatzen da. Ikuspuntu honen arabera, teknika ezberdinak lehen mailako integrazio mailan (*1EL*), bigarren mailako integrazio mailan (*2EL*) eta hitugarren mailako integrazio mailan (*3EL*) sailkatzen dira.

1EL teknikak bezala ezagutzen direnak optimizaturiko geometria zuzenean fabrikazio makinara bidaltzen dutenak dira, eta hauetan euskarri egiturak erabiltzea alternatiba bideragarria da. Lehen mailako integrazio maila duten tekniken oinarritzko abantaila hauek geometria optimoa fabrikatzen dutela da, betiere euskarri materiala egituratik erauzi ahal baldin bada. Hala ere, euskarri

materialak kostu gehiago suposatzen ditu, bai fabrikazio denbora luzeagoagatik zein materialak suposatzen dituen gastu ekonomikoengatik, eta beraz, material bolumen hau ahal den neurrian gutxitzea gomendatzen da. Azken ideia hau jarraituz, hainbat autorek, hala nola H.D Morgan, J.A. Cherry, S. Jonnalagadda, D. Ewing eta J. Sienz [87], piezaren orientazio optimoa aurkitzen duten estrategiak garatu dituzte, non orientazio hori euskarri material bolumen baxuena behar izango duena den. Hala ere, piezaren altueran eta geruzen orientazio erlatiboaren gaineko aldaketek fabrikazio denboraren gehikuntza eta multzoaren propietate mekanikoen murrizpena gauzatu dezakete. Beste alde batetik, A.M. Mirzendehtel eta K. Suresh [88] bezalako beste autore batzuk euskarri egituren formaren optimizazioari jartzen diote arreta gehiago, behar den euskarri material bolumena murrizten duten teknikak garatuz, baina hauek piezaren geometriari mugatuta daude. Euskarri material bolumena gutxitzeko beste metodo alternatibo batzuk [67,89,90] lanetan aurkitu daitezke. Azken honetan zehazki, metodoak berak optimizatzen ditu euskarri egiturak lortu den topologia optimoaren gainean. Hau da, behin bukaerako geometria lortu denean, 45° -tako angeluak osatzen dituzten euskarri egiturak sartzen dira. Alabaina, pisuaren hazkuntza bat suposatzen du honek.

$2EL$ mailako integrazio mailaren barnean, pieza optimoaren geometriaren gainean zuzenketa intuitiboak ezartzen dituzten teknikak aurkitzen dira. Behin optimizazio prozesua amaitu den, pieza optimoa AM prozesurako adeitsua edo ez izan daiteke. Adeitsua ez den kasuan, eta euskarri egituren erabilera aukera bat ez bada, diseinu optimoaren geometriaren gainean zuzenketa intuitiboak ezartzen dira. Teknika hauek diseinu optimoaren geometria AM prozesura egokitzean datzate, horrela, piezak geometria eutsiak bihurtuz eta euskarri materialaren beharra ezabatuz [91]. Teknika hauetan, soluzio posible multzo bat sortu behar du ingeniariak, elementu finituen bidez analizatuko direnak. Haien artean emaitza optimoena duena aukeratuko da problemaren soluzio bezala, baina ezin da bermatu teknika hauek lortutako soluzioa optimotik gertu dagoela.

Azkenik, $3EL$ mailan diseinu eta fabrikazio prozesuen integrazio totala duten metodoak barneratzen dira, topologia optimizazio formulazioaren barnean fabrikazio aditiboaren murrizpenak kontsideratuz lortzen dena. Era honetan, erraztu egiten da diseinu prozesuak euskarri arazorik ez duten eta zuzenean inprimatu daitezkeen piezetan konbergitzea. $3EL$ tekniken oinarriko abantailen artean, hauek diseinu eta fabrikazio teknologietan baimentzen

duten integrazio maila eta pieza eutsiak lortzeko gaitasuna aurkitu daitezke. Honek posible egiten du AM prozesuen bidez egitura euskarririk gabe edo geometrian zuzenketarik egin gabe fabrikatzeko prest dauden piezak sortzea. Gainera, pieza hauek optimotik gertu dagoen erantzun bat izan dezakete. Gai honekin erlazionatutako hainbat proposamen [92–99] lanetan aurkitu daitezke. Jarraian hauen deskripzio labur bat egingo da.

D. Brackett-en ikerketa taldeak, topologia optimizazioaren bidez eutsitako egiturak diseinatzeko arazoa ebazten zuen estrategia bat proposatu zuen [92]. Lan honetan proposatzen dena zera da, topologia optimizazioaren formulazioan *overhang angelua* kontsideratzea eta *overhang* arazoa deskribatzea ahalbidetzen duten prozedurak ezartzea. Hala eta guztiz ere, publikaturiko lanak ez zuen inolako aplikazio matematikorik erakusten. A.T. Gaynor eta J.K. Guest-en lanean [93] ziri formako filtro bat proposatzen da. Iragazki honek, topologia optimizazio problemarekin batera, eutsitako egiturak lortzea ahalbidetzen du. Beste alde batetik, M. Langelaar-ek eutsitako elementuen filtro bat proposatu zuen, zeinek elementuak hauek azpian dituzten elementuen dentsitatearen arabera inprimagarri eta ez inprimagarri bezala sailkatzen dituen [94,95]. Berriki, X. Qian-ek [96] optimizazio prozesuan zehar barrunbeen formazioa eta *overhang angeluak* kontrolatzea posible egiten duen dentsitate gradientean eta proiektaturiko perimetroan oinarrituriko prozesu bat aurkeztu du. Lan hauen gehiengoa topologia optimizazio problemaren ohizko formulazioaren barnean sartzen diren iragazkien garapenean oinarritzen dira, hala ere, badaude problema murrizpenen bidez kontrolatzen duten proposamenak [97]. Azkenik, X. Guo, J. Zhou, W. Zhang, Z. Du, C. Liu eta Y. Liu-k garatutako ikerketan [98] topologia optimizazio problema hau ikuspuntu esplizitu batetik egiten da. Azken honek 1.2.2 atalean aurkeztu diren MMC eta MMV metodoetan oinarritzen da, eta beraz, forma optimizazioaren luzapen bat da.

A.T. Gaynor eta J.K. Guest-ek proposaturiko proiektzio metodoa ez da konputazionalki efizientea, topologiaren definizioa eta dentsibilitatearen kalkuluak geruzaz geruza egiten baitu. Gainera, beste arazo bat, probleman inplikaturiko funtzio ez linealek eragindako konbergentzia arazo posibleak dira. Bere partetik, M. Langelaar-ek proposaturiko AM iragazkiak, elementu finituen sarearenganako dependentzia nabarmena erakustez aparte, oso ez lineala da eta dentsitateen balio maximoa gainditu dezake unitatearen gaineko balioak hartuz. Gainera, iragazkia 45° -tako murrizpenera finkatuta dago, eta angelu ezberdinekin lan egin nahi izanez gero, elementuen itxura erlazioa

aldatu behar izango da, honek dakarren elementuen zurruntasun matrizearen berdefinizioarekin.

X. Quian-ek proposaturiko barrunbeen perimetroa kontrolatzeko metodoak, murrizketa bakar bat ez ezik, lau murrizpen ekuazio ezberdin behar ditu, alde batetik *overhang* orokorra kontrolatzen duena eta bestetik aldeetako *overhang*-a eta dentsitatearen bitarteko balioen formazioa kontrolatzen dituztenak. Beraz, metodo hau ez da konputazionalki oso efizientea. Orobat, perimetro murrizpenaren natura ez erlatiboak honen balioa ezartzea zuzena ez izatea egiten du. Azkenik, X. Guo-k proposatutako estrategiak *MMC* eta *MMV* optimizazio metodo esplizitueta oinarrituta daude. Kasu honetan beharrezkoa da ere murrizpen ekuazio kopuru handi batera jotzea, bestela *overhang* arazoa konpontzea ezinezkoa izango den egoera batzuk existituko dira. Estrategia hauen beste arazo bereizgarri bat, optimizazio metodoei eskainitako gaian zaldu zen bezala, abiadako diseinu eremuarekiko duten dependentzia da. Emaidza optimoak erabilitako eraikuntza bloke edo hutsune kopuruarekiko dependentzia izango du *MMC* eta *MMV* metodoetan, hurrenez hurren. Horretaz aparte, bloke eta hutsune kopuru optimoa definitzea ez da lan erraza izango.

Doktoretza tesi honetan topologia optimizazio eta fabrikazio aditibo prozesuak integratzeko metodo berri bat aurkezten da, *overhang* murrizketa global, bakar eta zuzen baten garapenean oinarritzen dena. Energia elastiko minimorako problematan murrizpen hau esplizituki sartzen da problemaren formulazioaren barnean ezberdintasun ekuazio baten modura, bolumenaren gaineko ohiko murrizpenarekin batera. Bestalde, programazio matematikoan oinarritutako optimizazio algoritmoekin bateragarria da ere, hala nola, *Asintota Mugikorren Metodoa* edo *Method of Moving Asymptotes (MMA)* [57] metodoarekin. Oso erraza da gainera proposatutako estrategia beste optimizazio problema motetara hedatzea, mekanismo malguen inguruko gaian ikusiko den bezala. Proposatzen den murrizpen ekuazioaren berrikuntzetako bat da, honek elementu eutsi eta ez eutsi formulazio komunean oinarrituta egon beharrean, eutsitako ingeraden ratioari egiten diola erreferentzia. Halaber, aurretik esan den bezala, ingeradak identifikatzeko eta hauen inklinazioak kontrolatzeko metodologia, ingeraden detekzio eta analisirako garatutako *Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus (SUSAN)* operadorean oinarrituta da, *Irudi Digitalen Prozesamenduaren* arloan erabiltzen dena.

Azkenik, proposatutako prozedurak ez du soilik *overhang* angelu finko betekin lan egiten, eta literaturan proposatutako edozein angelurekin lan egitea

ahalbidetzen du. Gainera, posible da ere piezaren fabrikazio norabide ezberdinak definitzea, eta eutsitako ingeraden ratioa kontrolatzen duen *kontrol parametro* bati esker, *overhang* murrizpenaren gain permisibitate maila bat ezartzea.

4.3 Overhang murrizpena

4.3.1 Murrizpenaren beharra eta errendimendu estrukturala

Beste gauza askoren artean, topologia optimizazio eta fabrikazio aditibo teknologien integrazioak, *overhang angeluaren* gaineko murrizpen ekuazio baten garapena eskatzen du. Behin integrazio hori lortu den, posible da diseinu librean edo “*free design*”-ean eta euskarri materialik gabeko fabrikazio aditiboan pentsatzea. Guzti honek, teknologia bien kapazitateak maximora aplikatzea ahalbidetzen du.

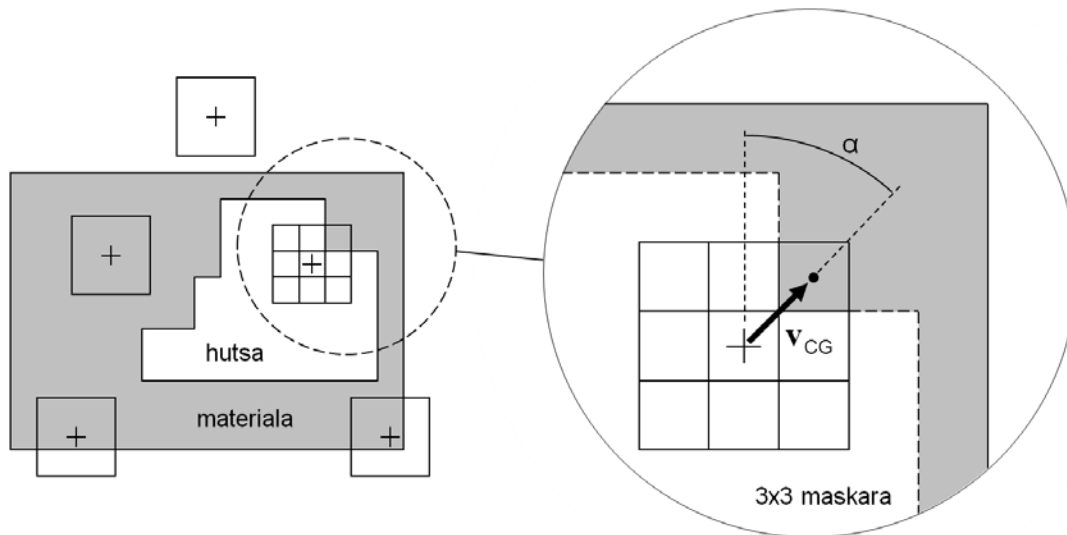
Hala ere, argi geratu behar da *overhang murrizpen* bat erabilgarria izango dela, baldin eta soilik baldin, lortzen den diseinuaren helburu funtzioarenganako erantzuna murrizpenik gabeko diseinu optimoak lortzen duenetik gertu badago. Hots, nahiz eta kasu bietan materialaren distribuzioa oso ezberdina izan, eta askotan era oso esanguratsuan aldatzen bada ere, diseinuaren errendimendua minimoki zigortua eta helburu funtzioaren balioa optimotik gertu egon beharko dira. Kontrara, piezaren errendimendua sakrifikatuko litzateke hau euskarri egiturarik gabe fabrikatzeko helburuarekin, eta hau ez da onegarria egituren diseinu optimoaren ikuspuntutik.

Beraz, diseinu optimoa eta errendimendu altuko piezak sortzeko gaitasuna sustatzeko helburuarekin, beharrezkoa da *overhang murrizpen* sendo eta eraginkor bat garatzea. Murrizpen honek emaitza optimotik ahalik eta gertuen dauden soluzioetara gidatu beharko du problema. Badago baina, gehienetan ordaindu beharreko ordainsari bat, izan ere lortuko diren diseinuen errendimendua optimoa baino zertxobait kaxkarragoa izango da.

4.3.2 Ingerada ebaluaziorako algoritmoaren moldaketa

Egituraren *overhang* egoera deskribatzen duen magnitude bat lortzeko helburuarekin, *Irudi Digitalen Prozesamenduaren* arloan garatutako ingeraden detekzio eta analisirako garatu den operadore batera jo izan da. Operadore honek *SUSAN* du izena eta posizio bakoitzean pixelen intentsitate gradientea analizatzen duen maskara zirkular baten bidezko ekortze prozesu batean

oinarrizten da [81]. Prozesu hau 4.2 Irudian aurkezten da 3×3 maskara baten kasurako. Operadore honek jadanik frogatu du oso sendoa eta fidagarria dela [80], kapaza izanik ingeradak eta hauen orientazioak era zehatz batean detektatzeko, positibo eta negatibo faltsu kopuru minimoarekin. Hau da hain zuzen ere lan honetan operadore hau hautatzeko arrazoi nagusia. Bestalde, *SUSAN* operadorea bizkortasun nahikoa du funtzioen ebaluazio iteratiboetan oinarrituriko optimizazio prozesuetan akoplatuta izateko [100].



Irudia 4.2. 3×3 maskara baten bidezko ingeraden ebaluazio prozesua.

SUSAN algoritmoaren aplikazioa gauzatu nahi den topologia optimizazio prozesuaren parte bezala heltzeko, beharrezkoa da hainbat kontsiderazio kontutan hartzea eta haien arabera *SUSAN* algoritmoa moldatzea.

- Distira maila kontsideratu beharrean, elementuen dentsitatearekin lan egingo da.

Irudi bat ez bezala, zein bera osatzen duten pixelen distira mailaren arabera definitzen den, egitura batek duen material distribuzioa hau osatzen duten elementuen dentsitatearen arabera definitzen da. Posible da beraz, pixelen distira maila elementuen dentsitatearekin ordezkatzeko ingeraden analisirako parametro bezala.

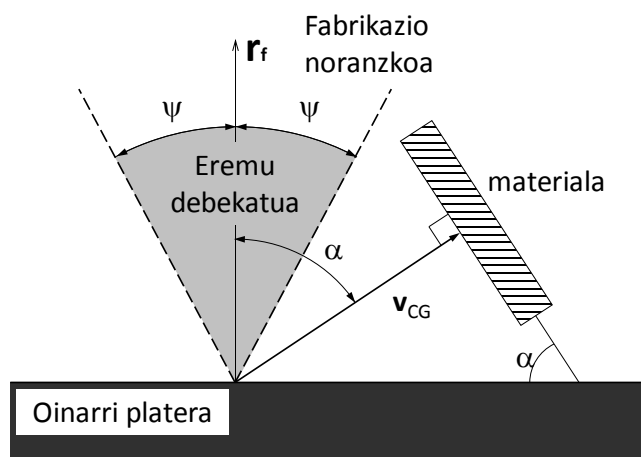
- Nahiz eta dentsitateak 0 eta 1 arteko edozein balio hartu dezakeen, helburua 0-1 motako eremuak lortzea da.

Bilatzen den 0-1 motako dentsitate eremuaren distribuzio batek, piezaren ingeraden analisia asko errazten du, izan ere, bitarteko balioek sortu dezaketzen zarata arazorik ez baita egongo eta ondorioz, ez da

beharrezkoa izango dentsitateen konparazio pausua gauzatzea. Gainera, proposatutako metodoan “*black-and-white*” motako distribuzioak *Heaviside* proiektzio metodoaz bermatuta daude.

- Maskara bakoitzean lortzen den gradientearen eremu solidora apunta dezan, ez da egingo $c_b(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_o)$ -ren kalkulua.

Dentsitatearen arteko konparaketa pausua gauzatuko balitz, maskararen nukleoak elementu huts bat okupatzen duen kasuan lortzen den gradienteak ez du material solidora apuntatzen, kontrako noranzkoan apuntatuko du. Hau da, eremu hutsaren grabitate zentrorra apuntatuko du. Eremu diskretu batean, non dentsitate eremua 0-1 den, eta non dentsitate gradienteek eremu materialera apunta dezaten komeni den, posible da konparaketa pausu hau saihestea. Era honetan, edozein puntutan 4.3 Irudian agertzen den egoera gertatuko da.



Irudia 4.3. Gradientearen eta inkeradaren inklinazioaren arteko erlazioa.

- *USAN* azalera maskararen masa totala bezala kalkulatu da.

Irudien prozesaketa digitalean, distira mailaren konparazio analisiaren ondorioz, *USAN* parametroaren balioa maskararen barnean dauden eta nukleoaren distira maila paretsua duten pixelen konparaketa magnitudeen batuketa bezala kalkulatu da. Hala ere, konparaketa pausu hori egiteko beharra ez dagoenean, maskararen *USAN* magnitudea, maskararen barnean dauden elementuen dentsitateen batuketa bezala lortuko da, hau da, *USAN* parametroa maskararen masa izango da orain.

- Topologia optimizazio problema batean, zarataren presentzia ez da gauza komuna izango, eta beraz, ez da egongo ingeraden erantzuna, $R(\mathbf{r}_o)$, kalkulatzeko arrazoirik.

Beharrezkoa izango ez den beste kalkulu bat ingeradaren erantzuna da, 0-1 material banaketa batean ez baita egongo inolako zarataren presentziarik, ezta honek sortutako arazorik. Irudi prozesaketa digitalean zarata fenomenoak ikusleak irudia ikusterakoan sentsazio pikortsua izan dezala gauzatzen duen pixelen intentsitate mailen hausazko aldaketa bezala definitzen da. Akabera pikortsuak ingeraden detekzioan aplikaturiko operadorearen zehaztasun falta edo/eta positibo eta negatibo faltsuak detekta ditzan egin dezake. Hala eta guztiz ere, dentsitate eremu bitarraren kasuan, eredu pikortsuen agerpena oso eztabaidagarria da, zeinek zarataren presentziak sortu ditzakeen efektu kaltegarriak baliogabetzen dituen.

- 3x3 dimentsioa duen maskara karratu bat erabiliko da.

SUSAN operadorea maskararen dimentsioarekiko independentea da, eta nahiz eta gehienetan 3.4 elementutako erradioa duen maskara zirkular bat aplikatzen den, honen dimentsioak aldatu egin daitezke. Proposatzen den metodoaren kasuan 1.5 elementutako erradioa duen maskara aplikatuko da, zein 3x3 ordenako maskara karratu batean bihurtzen den. Maskara tamaina hau da operadoreak erabil dezakeen tamaina minimoa hain zuzen ere. Dimentsio konkretu hauetako maskara erabiltzeko arrazoietariko bat da, prozesuan zehar oso zaila dela honelako maskara batek negatibo faltsuak detektatzea. Kasu honetan, negatibo faltsu baten presentzia soilik elementu bakarreko zabalera duen patroia baten ondorioz eman daiteke, baina eskala tamaina minimoa kontrolatzen duen azpi-errutinari esker ezin daiteke halakorik gertatu.

- Dentsitate gradientea maskararen geometria zentroa eta bere grabitate zentroa lotzen duen bektorea bezala lortuko da, jatorria lehenengoan duelarik.

Aurretik esan den bezala, problema honetan ez da beharrezkoa dentsitateen arteko konparaketa egitea, eta horregatik dentsitate gradientek beti izango du amaiera maskararen grabitate zentroan. Hots, bektore hau ingeradarekiko ortogonalak izango da beti.

Aurrean azaldutako kontsiderazioek, ingerada detekzio operadorearentzako 3.3 atalean proposatutako pausuetan zenbait doikuntza egitera behartzen dute. Hau oso baliagarria bihurtzen da, izan ere doikuntza hauek sinplifikazio batzuk suposatuko baitituzte. Ingerada detekzio prozesuan jarraituko diren pausuak dira hurrengoak izango dira beraz:

1. **pausua:** Maskararen nukleoa aztertzen ari den elementuarekin kointzidituaziz kokatu.
2. **pausua:** Maskararen grabitate zentroa topatu.
3. **pausua:** Dentsitate gradientea kalkulatu.
4. **pausua:** Ingeradaren inklinazio angelua kalkulatu
5. **pausua:** Prozesua maskararen gainerako posizioentzako errepikatu.

Ikus daitekeen moduan, ingeradaren inklinazioa kalkulatzeko bere orientazioa soilik behar denez, detekzio prozesurako beharrezko pausu kopurua murriztu egiten da. Behin prozesua amaitu den eta dentsitate gradienteen inklinazioak maskararen posizio guztientzako ezagunak direnean, posible izango da analizatua izaten ari den piezak fabrikazio prozesuan euskarri materiala behar izango duen edo ez ezagutzea, hala nola, zein tokitan jarri beharko den euskarri material hori.

4.3.3 Overhang murrizpenaren garapena

SUSAN operadore egokituak ingeraden inklinazioa maskararen posizio bakoitzerako dentsitate gradientearen kalkuluaren bidez kalkulatzeko du helburu. Orobat, posible da ingeradaren inklinazio eta noranzkoari, eta maskarak ingerada batekiko duen hurbiltasunari buruzko informazioa jasotzea. Gainera, gradiente hau ingeradarekiko normala izango da, jatorria maskararen geometria zentroan duela eta grabitate zentroan bukatzen delarik. Ondorioz, aurretik jadanik esan den bezala, dentsitate gradientearen eta fabrikazio noranzkoaren arteko angelua ezaguturik posible da ingeradaren eta fabrikazio prozesuko oinarriaren arteko angelua ezagutzea.

Definizioz, ingerada bat, dentsitate eremuan agertzen den intentsitate aldaketa bortitz bat da, zein dentsitate gradientearen magnitude altu bat bezala itzultzen den. Maskara baten ingerada batekiko hurbiltasuna ezagutzeko, modulu horren magnitudea kalkulatzeko besterik ez dago. Horretarako, beharrezkoa

izango da aurretik gradiente hori (\mathbf{v}_{cg}) bere osagaiekin eraikitzea, zein (4.1) eta (4.2) ekuazioen bidez kalkulatzen diren.

$$x_{cg} = \frac{\int_A (x_i \cdot \rho_i) dA}{\int_A \rho_i dA} = \frac{\sum_{i=1}^9 (x_i \cdot \rho_i)}{\sum_{i=1}^9 \rho_i} \quad (4.1)$$

$$y_{cg} = \frac{\int_A (y_i \cdot \rho_i) dA}{\int_A \rho_i dA} = \frac{\sum_{i=1}^9 (y_i \cdot \rho_i)}{\sum_{i=1}^9 \rho_i} \quad (4.2)$$

Osagai hauen balioak, x_{cg} eta y_{cg} , maskararen grabitate zentroaren koordenatuak izango dira jatorria maskararen nukleoan duen xy erreferentzia sistema lokal batekiko. x_i eta y_i sistema lokal horretan i elementuaren zentroaren koordenatuak izango dira, eta ρ_i bere dentsitatea. Kasu honetan bezala elementu karratuen sare bat kontsideratzen bada, elementuen gainazalaren azalera, A_i , ekuazioetatik sinplifikatu egin daiteke.

Fabrikazio noranzkoaren (noranzko bertikala) eta maskararen dentsitate gradientearen arteko angelua kalkulatzeko helburuarekin, (4.3) ekuazioan emandako erlazio trigonometrikoa besterik ez da aplikatu behar, maskararen grabitate zentroaren menpekoea dena, eta beraz, dentsitate eremuaren funtzio. Angelu hori garrantzia handikoa izango da aurredefinitutako atalaseko balioaren arabera ingeraden sailkapen eskema bat definitu ahal izateko, non hauek, ingerada eutsi eta ez eutsietan sailkatuko diren.

$$\alpha = \text{atang}\left(\frac{x_{cg}}{y_{cg}}\right) \quad (4.3)$$

Kontuan izanik bibliografia espezializatuan 45° -tako angelu limitea proposatzen dela, non angelu honetatik beherako malda duten ingeradek inprimaketa arazoak agertuko dituzten, esan daiteke, *overhang angeluak* $\alpha \geq 45^\circ$ inekuazioari men egin behar diola. Hala eta guztiz ere, balio hau oso orokorra bada ere, ez da bakarra, posible baita angelu diferenteak garatzea fabrikazio aditibo prozesu ezberdinetarako. Horra angelu limite ezberdinak proposatzen dituzten autoreak egotearen arrazoia. Lan honetan, edozein ingerada eutsita bezala kontsideratuko da, baldin eta bere maldak ψ atalaseko balio bat gainditzen badu (4.3 Irudia ikusi). Existitzen diren angelu limiteak ugariak direnez, atalaseko balio hori angelu horietariko edozein bezala definitu daiteke problema erabiliko den fabrikazio metodo konkretuarekiko zehaztuz. Halere, badaude metodo batzuk non angelu hau erabakitzea ez den posible eta 45° -ra finkatuta mantentzen den.

Esan den bezala, atalaseko angeluaren balioak ingeradak bi taldetan banatuko dituen konparazio eskema bat diseinatzea ahalbidetzen du, ingerada eutsiak eta ez eutsiak. Eskema hau faboratuta izango da angeluen balioak erabili beharrean, hauen kosinuen balioak erabiltzen badira. Era honetan, posible da (4.4) ekuazioa definitzea, zeinek balio positiboak edo negatiboak hartuko dituen α eta ψ -ren arteko erlazioaren arabera. Ekuazioak balio positiboak hartuko ditu ingeradaren inklinazioa atalaseko balioaren azpitik dagoen kasuetan, eta negatiboak beste kasuetan. Ingeradaren angeluak atalaseko balioarekin bat egiten duenean ekuazioak zero balioa hartuko du, eta kasu honetan ingerada ondo eutsita dagoela kontsideratuko da. Era honetan, euskarri faltarik ez duten ingeradek (4.4) ekuazioaren balio negatiboekin edo hutsekin bat egingo dute, euskarri egiturak behar dituztenak aldiz, balio positiboak aurkeztuko dituzte.

$$\tilde{\varphi}(\rho) = \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\psi)} - 1 = \frac{\mathbf{r}_f \cdot \mathbf{v}_{cg}}{|\mathbf{v}_{cg}| \cdot \cos(\psi)} - 1 \quad (4.4)$$

non $\mathbf{r}_f(x_{cg}, y_{cg})$ fabrikazio noranzkoa den.

Begi-bistakoa iruditu daiteke $\tilde{\varphi}(\rho)$ parametroaren balioen arabera ingeradak sailkatzea, hala ere, espresio hori definituta dagoen bezala arazoak sortzen ditu dentsitate eremu konstanteak agertzen dituzten eremuetan, kasu hauetan indeterminazio bat sortuko baita. Gainera, arazo hau deribatuen kalkulura ere hedatzen da, nahiz eta ekuazioa normalizatu. Eremu hauetan dentsitate gradientearen magnitudea oso txikia edo zero izango da, eta komenigarria da beraz ekuazioa beste era batean formulatzea. Momentu honetan, lan honetan proposatzen den ideia berritsuetariko bat agertzen da, eta hau, angeluak beharrean proiektzio bertikalak konparatzea da.

Ikuspuntu berri honetan gradientearen proiektzio bertikala y_{cg} eta $\mathbf{v}_{cg}(x_{cg}, y_{\psi})$ bektore osagarriaren y_{ψ} osagaia izaten dira kontutan, non y_{ψ} atalaseko parametro berria izango den x_{cg} bakoitzerako.

$$y_{\psi} = \frac{x_{cg}}{\tan(\psi)} \quad (4.5)$$

Azkenik, (4.4) ekuazioko berdintasuneko eskuineko lehen terminoa ordezkatzeko da, eta horrekin batera kalkulu arazo posibleak saihesten dira. Era honetan, (4.6) ekuaziora heldu gaitzezke, zein ingeradak sailkatzeko erabiliko den aurretik azaldutako estrategia berdintsu batekin.

$$\varphi(\rho) = \frac{y_{cg}}{y_\psi} - 1 \quad (4.6)$$

Azken ekuazio hau aurretik azaldutakoaren ordezkari bezala agertzea ez da zorizkoa, eta jarraian aurkeztuko den bezala, bi ekuazioak bateragarriak dira. Honako hau frogatzeko, lehenik eta behin, (4.4) ekuazioa garatuko da.

$$\frac{\mathbf{r}_f \cdot \mathbf{v}_{cg}}{|\mathbf{v}_{cg}| \cdot \cos(\psi)} - 1 = \frac{x_r \cdot x_{cg} + y_r \cdot y_{cg} - \sqrt{x_{cg}^2 + y_{cg}^2} \cdot \cos(\psi)}{|\mathbf{v}_{cg}| \cdot \cos(\psi)} \quad (4.7)$$

Ondoren, eta (4.4) ekuazioa zero balioarekin konparatua izango dela kontuan izanik, posible da hurrengo sinplifikazioa garatzea,

$$\frac{\mathbf{r}_f \cdot \mathbf{v}_{cg}}{|\mathbf{v}_{cg}| \cdot \cos(\psi)} - 1 \rightarrow x_r \cdot x_{cg} + y_r \cdot y_{cg} - \sqrt{x_{cg}^2 + y_{cg}^2} \cdot \cos(\psi) \quad (4.8)$$

Jarraian, gogoratu egiten da fabrikazio noranzkoa oinarri platerarekiko perpendikularra izaten dela, eta bertikala beraz. Ondorioz, noranzko hau $\mathbf{r}_f^T = (0, 1)^t$ bezala emanda datorrenez, posible da aurreko ekuazioa sinplifikatzea hurrengo inekuazioaren forman.

$$y_{cg} - \sqrt{x_{cg}^2 + y_{cg}^2} \cdot \cos(\psi) \leq 0 \quad (4.9)$$

Puntu honetan ekuazioko terminoen ordenazioa egiten da eta erro karratu barneko terminoak askatzen dira.

$$\begin{aligned} y_{cg}^2 &\leq (x_{cg}^2 + y_{cg}^2) \cdot \cos^2(\psi) \rightarrow y_{cg}^2 \cdot (1 - \cos^2(\psi)) \leq x_{cg}^2 \cdot \cos^2(\psi) \\ &\rightarrow y_{cg}^2 \cdot \sin^2(\psi) \leq x_{cg}^2 \cdot \cos^2(\psi) \rightarrow y_{cg}^2 \leq \frac{x_{cg}^2}{\tan^2(\psi)} \\ &\rightarrow y_{cg} \leq \sqrt{\frac{x_{cg}^2}{\tan^2(\psi)}} \rightarrow y_{cg} \leq \pm \frac{x_{cg}}{\tan(\psi)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Kontutan izan behar da ere y_{cg} koordenatuaren balio negatiboek era egokian eutsita dagoen ingerada batekin egiten dutela bat aztertzen izaten ari den kasua edozein bada ere. Proiekzio bertikalaren balio onargarri maximoa positiboa da beti dentsitate gradientearen osagai bertikalaren edozein balioerentzako. Arrazoi horregatik (4.10) ekuazioa hurrengo eran idatzi daiteke.

$$y_{cg} \leq \frac{|x_{cg}|}{\tan} \quad (4.11)$$

Ikus daitekeen bezala (4.11) ekuazioko eskuin aldeko terminoa dentsitate gradientearen osagarri bertikalaren balio maximoa da, aurretik y_ψ bezala izendatu dena. Beraz, (4.4) eta (4.6) ekuazioen arteko baliokidetasuna frogatua izan da, biak erabil daitezkeelarik ingeraden sailkapena egiteko. Azken espresio hau oso garrantzitsua da *overhang murrizpena* garatzeko, konkretuki hurrengo eran idatzia dagoenean,

$$\varphi(\rho) = y_{cg} \cdot \sin(\psi) - |x_{cg}| \cdot \cos(\psi) \quad (4.12)$$

Abiada ekuazioak ez bezala, azken espresio honek ez ditu indeterminaziorik agertzen. Bestalde, ekuazio berri honek aurrekoak bezalako portaera du ingeradak sailkatzeko orduan, balio positiboak ingerada ez eutsiekin bat egiten dutelarik, eta zero eta balio negatiboekin ingerada eutsiek. Gainera, frogatu egin daiteke (4.12) ekuazioa \mathbf{v}_{cg} eta \mathbf{v}_ψ bektoreen arteko biderkateta bektoriala dela, bi bektoreak lehen koadrantean kokatuta daudela suposatuz, izan ere ardatz bertikalarekiko simetrikoak diren bektoreen portaera berdina bilatzen da.

Jarraian, eta (4.1) eta (4.2) ekuazioak gogoratzuz, (4.12) ekuazioa sinplifikatzen jarraitu daiteke maskararen masa, $\sum_{i=1}^9 \rho_i$, ekuaziotik kanporatuz.

$$\varphi(\rho) = q_y \cdot \sin(\psi) - |q_x| \cdot \cos(\psi) \quad (4.13)$$

$$q_x = \sum_{i=1}^9 x_i \cdot \rho_i \quad (4.14)$$

$$q_y = \sum_{i=1}^9 y_i \cdot \rho_i \quad (4.15)$$

Kasu honetan q_x y q_y maskararen momentu estatikoak dira.

Behin sinplifikazio eta ordezkapen guztiak egin diren, (4.13) ekuazioa izango da ingeraden sailkapena egiteko erabiliko dena. Era berean, α angeluak ψ balio limitea gainditzen badu eta ingerada egoki eutsita badago, $\varphi \leq 0$ baldintza beteko da. Kontrara, α angeluak ψ balio limitea gainditzen ez badu $\varphi > 0$ baldintza beteko da. Horrela, posible da ingeradak bi array ezberdinetan sailkatzea, φ^- eta φ^+ , hurrenez hurren. Sailkapen hori egin ondoren, jarraian azaltzen diren (4.16) eta (4.17) ekuazioen bidez array bakoitzaren balio totala kalkulatu da,

$$\varphi^+(\rho) = \sum_{m=1}^M \max(0, \varphi_m(\rho)) \quad (4.16)$$

$$\varphi^-(\rho) = - \sum_{m=1}^M \min(0, \varphi_m(\rho)) \quad (4.17)$$

non M maskararen nukleo kopuru totala den.

Behin ingeradak sailkatuta dauden eta hauen *overhang* egoera ezaguna den, posible da *overhang murrizpena* garatzea, zein eutsitako ingeraden eta ingerada array bien batuketaren arteko ratioa bezala aurkezten den. Ratio honek egituraren *overhang* egoera deskribatzen du eta oso erabilgarria da euskarri egiturarik gabeko fabrikazio aditiboa posible den aztertzeko. Arrazoi honegatik murrizpen ekuazio honi *overhang ratioa* esaten zaio, eta kasu idealean, edozein egitura guztiz eutsita egon dadin, honek unitate balioa hartu beharko du.

Hala ere, *overhang ratioaren* balioa unitatearekin konparatzea oso murriztailea izan daiteke, eta positibo faltsuen detekzioen ondorioz optimizazio prozesua topologia ez optimoetara gidatua izan daitekeenez, konparazio termino bat azaltzen da, Φ_0 . Honek 0 eta 1 tarteko balioak har ditzake, diseinatzailaren esku dagoena, eta *kontrol parametro* izenari erantzuten dio. *Kontrol parametro* honen funtsezko eginkizuna *overhang murrizpen* ekuazioari permisibitate maila bat esleitzea izango da, problemaren konbergentzia positibo faltsuen ondorioz konprometitua izan ez dadin.

Kontrol parametroaren beste zehetasun bat da, lan honetan proposatzen den metodoa euskarri egitura hauek bai guztiz ezabatzeko zein hauek kontrolatu eta mugatzeko kapaza izatea egiten duela, momentura arte proposatu diren beste *3EL* metodoek ez bezala, zeintzuk euskarri egiturak edozein kostura ezabatzera gaituak soilik dauden. Propietate hau ekarpen berritsu eta nabarmen bat da, eta diseinu problema askotan garrantzi handiko portaera suposatuko du.

Beraz, aurretik azaldutako informazio guztia kontutan izanda, proposatzen den *overhang murrizketa* jarraian azaltzen den ekuazioan bezala agertzen da,

$$\tilde{\Phi}(\rho) = \frac{\varphi^-(\rho)}{\varphi^-(\rho) + \varphi^+(\rho)} \geq \Phi_0 \quad (4.18)$$

Esan bezala, murrizketa diseinu eremuan sortzen diren egoki eutsitako ingeraden *overhang* balioen batura eta ingerada guztien *overhang* egoeraren baturaren arteko ratioa bezala azaltzen da. Ratio horren magnitudea ϕ_0 *kontrol parametroarekin* konparatzen da, eta parametro horren balioak determinatuko du optimizatutako emaitzak agertuko dituen eutsi gabeko ingerada kopurua. Ondorioz, posible egingo du aurkezten den problemaren arabera estrategia diferenteak planteatzea.

4.3.4 Overhang murrizpenaren deskribapena

Atal honetan *overhang murrizketa* gidatzen duten oinarrizko kontzeptu eta magnitudeak garatuko dira. Helburu horrekin murrizketaren izaera, bibliografian aurkezten diren overhang angelu ezberdinekin lan egiteko gaitasuna, positibo faltsu posibleen agerpena, eta murrizketaren efektu lokalak aztertuko dira.

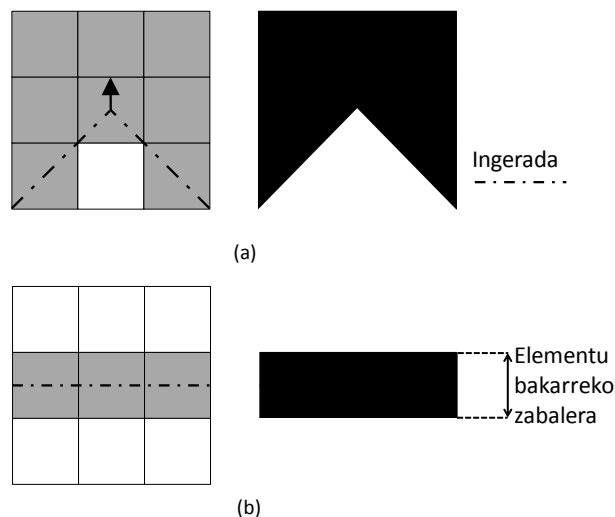
4.3.4.1 Positibo eta negatibo faltsuak

Ingerada detekzioari dagokionez, edozein operadoreri egiaztatzea eskatzen zaizkion baldintzen artean, positibo zein negatibo faltsu kopurua minimoa izatea dago. Positibo faltsuak ingerada ez errealean detekzioa bezala, eta negatibo faltsuak ingerada errealean ez detekzioa bezala ulertzen da. *Irudien Prozesaketa Digitalaren* arloan, bi egoera hauek hainbat faktoreren ondorio izan daitezke, hauen artean, gehiegizko zarata edo operadorearen gaitasun falta fenomeno honi aurre egiteko.

Lan hau kokatzen den arloan, positibo faltsu bat maskara batek era egokian eutsita dagoen ingerada bat ez eutsitako ingerada baten moduan sailkatzen duen kasua bezala definitzen da, kontrako kasua negatibo faltsu bat bezala definitzen den bitartean. Topologia optimizazio problematan, non 0-1 edo egoera bitarretik gertu dauden material banaketak bilatzea den helburua, zail samarra da zarata bezalako fenomenorik agertzea, eta zaila izango da ere aurretik deskribatutako egoerak eman daitezen.

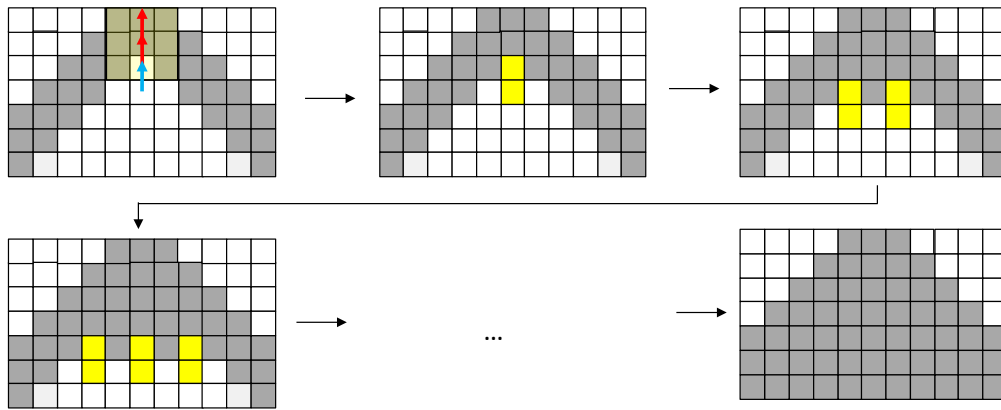
Positibo faltsuak begi-bistaz detektatu daitezkeen bitartean, negatibo faltsuak ez dira izango hauek bezain intuitiboak ezta detektatzeko hain errazak ere. Aukeratutako maskara tamainari esker, azken hauek, maskararen barnean elementu baten zabalerako tamaina duen patroiaren bat agertzean soilik ager daitezke, hots, ingerada irten bat detektatzen denean zeinen zabalera elementu baten zabaleraren baliokidea den. Honelako egoera bat topatzea ez da posible

izango, izan ere, topologia optimizazio algoritmoaren parte bezala iragazpen azpi-errutina bat inplementatu baita, eskala tamaina minimoa kontrolatzen duena. Jarraian azaltzen den 4.4 Irudian egoera hauen adibide pare bat aurkezten dira, non irudiko (a) kasuak azaltzen duen egoera interes handikoa izango den aurrerago egingo den analisisian. Gainera, egitura askotan agertzen den egoera komun zamarra deskribatzeaz aparte, *kontrol parametroak* abordatzen den problemaren gainean duen garrantzia azaltzeko balio izango du.



Irudia 4.4. Ingerada sailkapen prozesuaren hutsegiteak. (a) Positibo faltsua eta (b) negatibo faltsua.

Aurreko 4.4a irudiak deskribatutako konfigurazio batetik abiatzen den edo aurkezten duen egoera bat kontsideratu ezker, eta problemaren helburua 45° tako murrizpen angelu batekiko guztiz eutsita azaltzen den egitura bat lortzea izanik, ingerada detekzio eta analisi prozesuan dentsitate gradiente bertikal eta positibo bat deskribatuko duen maskara bat topatuko litzateke, eta honek esan nahi du eutsirik ez dagoen ingerada bat aurkituko litzatekeela. Jarraian emango den iterazioan, eta egoera hori zuzentzeko asmoarekin, gradientea sortzen duen eremuaren azpian euskarri bezala portatuko den materiala sartzeko tendentzia deskribatuko du algoritmoak, beraz, 4.4a irudiko maskara material solidoz beteko luke. Portaera hau elementu kopuru handiagoa duten eremuetara estrapolatzean, abiadako positibo faltsu honek, iterazio bakoitzean sortuko liratekeen positibo faltsuak zuzentzen arituko zen material jauzi bati emango lioke hasiera, 4.5 Irudian ikus daitekeen bezala. Fenomeno honen agerpenaren ondorioz, problemaren emaitza irudiaren amaieran azaltzen den geometrian buka daiteke, non barne ingerada desagertu egin den eta geometria guztiz solido bat azaltzen den.



Irudia 4.5. Material jausi efektua.

Aurreko irudi honetan aztertzen den kasua garrantzitsua da, izan ere, nahiko posiblea da horrelako kasuren bat edozein egituraren topologia optimizazio prozesuan zehar agertzea, espezialki ingeraden inklinazioaren kontrolerako murrizpen bat ezartzen zaionean. Kasu honetan, ingerada irtenak dituzten zuloak hiruki, karratu eta erronbo itxurako formak hartuko dituzte, beti ere forma geometriko hauen hertzetariko bat ardatz bertikalean zuloak goien duen puntua delarik.

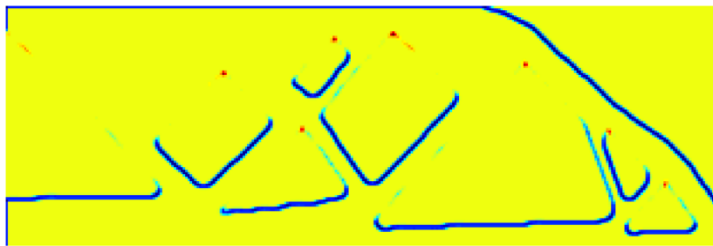
Ingeraden erortzea ez da egoera desiragarri bat eta ez litzateke agertu behar, izan ere, hau gauzatzen duen gradiente bertikal eta positiboa, positibo faltsu baten eskutik baitator. Beste era batean esanda, maskarak ez eutsizat hartzen duen ingerada era egokian eutsita dago, eta bere bi aldeetatik alegia. Proposatzen den metodoa horrelako arazoak gainditzeko kapaza da aipatutako *kontrol parametroak* baimentzen duen permisibitateari esker. *Kontrol parametro* honek eutsita ez dauden ingerada kopuru finitu baten presentzia ahalbidetzen du, eta bere balioa egoki aukeratzen denean, kopuru hori detektatutako positibo faltsuekin bat egingo du. Horrela, materialaren jausi efektua saihestu eta guztiz eutsitako egiturak lortzeko aukera legoke.

4.3.4.2 Kontrol parametroa eta overhang murrizpenaren portaera

Bere burua eusten duen geometria baldintza perfektuetan pentsatzen denean, bistakoa da eutsitako ingeraden presentzia hutsa izan behar dela. Hala ere, jadanik azaldu da positibo faltsuen kasua, batez ere barne zuloetan agertzen dena. Hori dela eta, *kontrol parametroa* bezalako kontzeptua sortu izan da, zeinek malgutasun maila bat ematen dion *overhang murrizpen* ekuazioari, eta optimizazio prozedura orokorrari ere. Bere balioak 0 eta 1 arteko edozein izan daitezke, hala ere, balio huts bat ematen zaionean optimizazio problemak

overhang murrizpenik gabeko problemaren antzera jokatuko du, murrizpena baliogabetua izango baita. Hargatik, problemaren emaitza, material distribuzio optimoan konbergituko du. Bestalde, *kontrol parametroari* unitate balioa esleitzen bazaio, problema bere burua guztiz eusten duten diseinuak sortzera indartuko da.

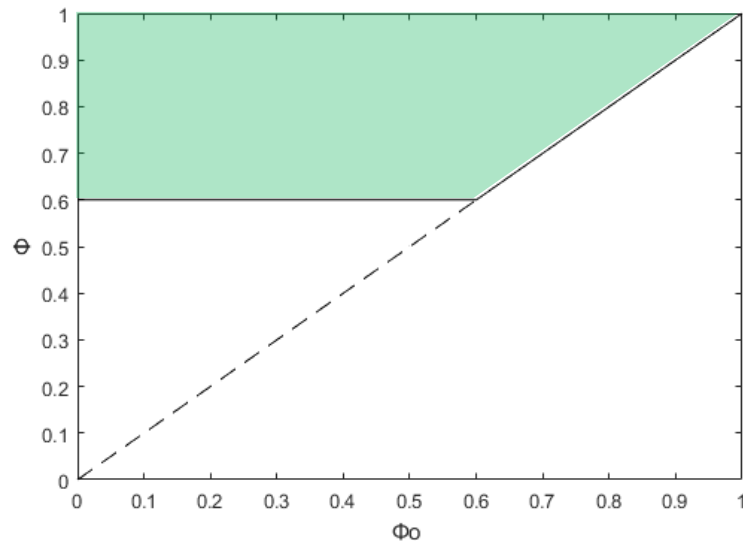
Positibo faltsuak ager daitezela kontutan izanik, $\phi_0 = 1$ definizioa ez da aukera zuzenena izango, estrukturalki optimoak ez diren material banaketetara gidatu baitezake optimizazio problema. Ondorioz, parametro honen balio egokienak 0 eta 1 arteko balioak dira, konkrituago, $\phi_0 \in [0,1)$ tartean dauden balioak. Lan honen garapenean zehar burututako analisi esperimentalen arabera, *kontrol parametroaren* balio optimoenak 0.97 eta 0.999 balioen artekoak direla ikusi da. Hauek estrukturalki egingarriak diren, bere burua eusten duten eta *overhang murrizpenik* gabeko problemaren erantzunarekiko desbideratze minimoa duten emaitzak lortzen dituztela frogatu da. Balio tarte horren barruan baimentzen den ingerada ez eutsien balioa %0.1 eta %3 artekoa da, positibo faltsuek soilik emanda etorriko dena eskuarki (4.6 Irudia).



Irudia 4.6. Ingerada sailkapen ekuazioaren balioen mapa overhang murrizpenarekin optimizatutako MBB habearen kasurako. Gorriz dauden ingerada ez eutsiak.

Overhang ratioaren balio interesgarri bat balio natural, karakteristiko edo berezkoa da, ($\phi_{\text{karakteristikoa}}$) zein *overhang murrizpenik* gabe optimizatu den egiturak aurkezten duen *overhang ratioa* bezala definitzen den. *Overhang ratio karakteristikoa* bakarra da egitura bakoitzerako, nahiz eta eremuaren diskretizazio mailaren menpekoa den. Magnitude honen bereizgarri bat da *overhang murrizpena* jokoan sar dadin *kontrol parametroak* izan behar duen balio minimoa adierazten duela, hots, *overhang murrizpena* aktibatu dadin balio minimoa. Ordea, $\phi_0 \leq \phi_{\text{karakteristikoa}}$ edozein baliorako, problemak beti konbergituko du murrizpen gabeko material banaketan, eta piezaren geometrian aldaketak agertzea nahi izanez gero, beharrezko izango da atalaseko balio hori gainditzen duten ϕ_0 -ren balioetara jotzea. Portaera hau argi ikusi daiteke 4.7 Irudian, non lerro beltza egituraren agertuko diren ingerada eutsien balio minimoa den ϕ_0 -ren balio bakoitzerako. Hala ere, nahiz eta

overhang murrizpena inekuazio egoeran adierazita dagoen eta beraz azalera berdeko edozein balio hartu dezakeen, jeneralean balio minimora jotzeko tendentzia du irudiko lerro beltza jarraituz. Ondorioz, *kontrol parametroaren* balioa, balio karakteristikoarekiko zenbat eta handiagoa izan, are eta nabarmenagoa izango da murriztu eta murrizpen gabeko geometrien arteko ezberdintasuna.



Irudia 4.7. Overhang ratioaren eboluzioa egituraren kontrol parametroaren arabera $\phi_{\text{karakteristikoa}}=0.6$ izanik.

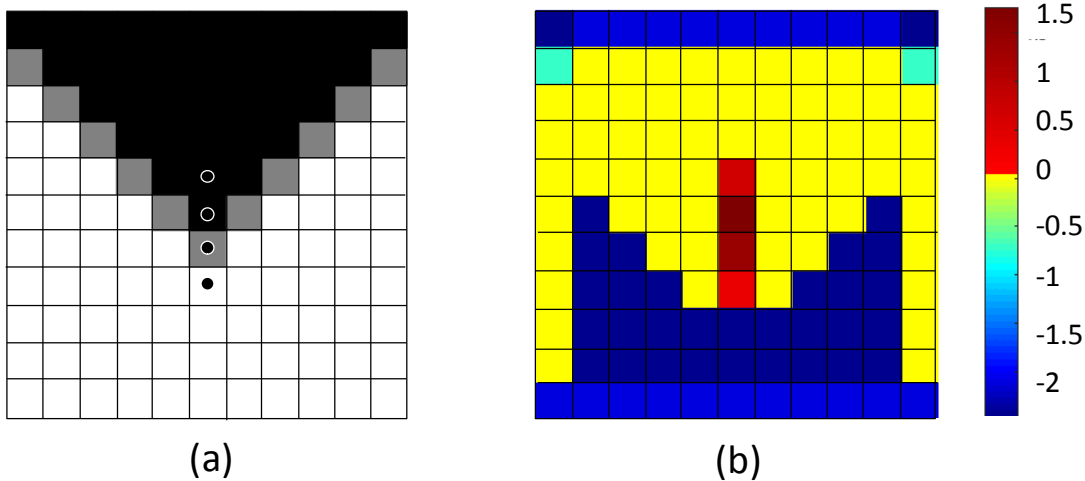
4.3.4.3 Murrizpenaren betetze lokala

Murrizpen ekuazioan baimentzen den permisibitateari leporatu dakioken eragozpen nagusia, bukaerako diseinuan eutsi gabeko ingeradak agertzea posible egiten duela da. Kasu honenean, kontrol parametroak baimentzen duen marjina txiki honek positibo faltsuetatik eratorritzen diren ingerada ez eutsiak soilik baimentzen dituen izan beharko luke. Nahiz eta honek kontrolatu ezin daitekeen egoera bat ematen duen, aplikazio praktikoentzat gorde den gaian ikusiko da egoera hau era naturalean betetzen dela bilatzen den material bolumena nahikoa denean, helburu funtzioa minimizatu eta *overhang murrizpena* era optimoan errespetatzen duen material banaketa bat sortzeko.

Overhang murrizpenarekiko erantzun normalena diseinu konpaktuago bat izaten da, zein, aldi berean, ingeraden maldak handitzeko aproposa dena baina baimenduriko eremu osoa okupatzea galarazten duena. Material bolumen baxuekin lan egitean, posible da algoritmoak *overhang murrizpena* eta eremuaren

konektibitate optimoa ziurtatzen duten atalak sortzeko material nahikoa ez izatea Egoera honetan, algoritmoa *overhang murrizpenaren* aktibazioak helburu funtzioari emandako erantzuna oso esanguratsuki kaltetze duela topa dezake, eta ondorioz murrizpenaren betetze lokalera jo dezake gradiente leunak edo ingerada oszilakorrak sortuz. Gradiente leunen kasuan, solido eta hutsaren arteko trantsizioa leunago izango da, baina inoiz ez ingeraden definizioa kaltetzen duen gris eskala bat sortuz. Egoera hauen ulerpena errazagoa izan dadin, jarraian hauek deskribatzen dituzten egoera pare bat aurkezten dira.

Suposatu dezagun 4.8 Irudian erakusten den material banaketa, non bertikalki astiro hasten den eta $\tilde{\phi} = 0.9628$ *overhang ratio* bat aurkezten duen gradiente bat erakusten den. Irudiarekin batera gradienteen analisisian lortzen den mapa aurkezten da, ingerada ez eutsiak soilik zentroan dauden elementuen gainean kokatutako maskarek detektatzen dituztela erakusten duena. Ingerada hauek, (a) irudian puntu batekin seinalaturiko elementuetan kokatutako maskarek detektatzen dituzte, eta bere balioa gorri kolorean azpimarratuta agertzen da (b) irudian. Kasu konkretu honetan, definitzen den *kontrol parametroaren* balioa 0.9628 balioaren azpitik badago, adibidez, $\phi_0 = 0.96$, posible da 4.8 Irudian deskribatzen den distribuzio bat emaitza finalean agertzea.

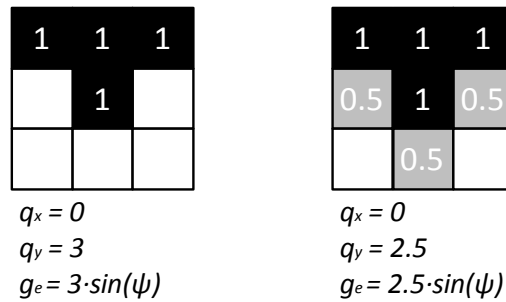


Irudia 4.8. Dentsitate gradiente bertikal eta hazkor baten analisisia.

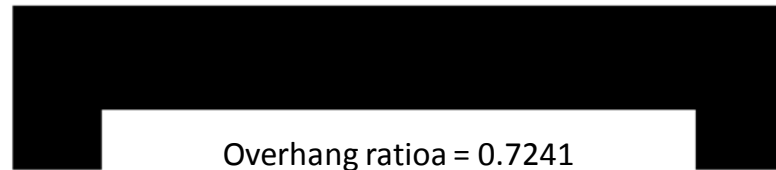
Gradiente edo gris eskala baten formazioak *overhang murrizpen ekuazioaren* betetze lokal bat dakar ondorio bezala, eta posible egiten du murrizpen hori aktibatuta mantentzea nahiz eta geometria guztiz mesedegarria ez bada ere. Honakoa, *overhang* baldintza gainditzen duen ingerada batentzako, solido eta hutsa arteko trantsizio leuna, matematikoki, trantsizio bortitz bat baino mesedegarriagoa izateari zor zaio. Hain zuzen ere, bitarteko dentsitateen

gainean etzanda dagoen ingerada batek, nahiz eta euskarri falta nabarmentzen duen, beti egongo da elementu hutsen gainean etzanda dagoen ingerada bat baino hobeto eutsita. Honako hau, 4.9a Irudiko kasuen azterketan ondorioztatu daiteke.

Bertan azaltzen diren egoerak, solido-huts trantsizioaren intentsitateaz aparte, egoera berdintsua deskribatzen dute. Kasu bakoitza numerikoki analizatu ondoren, kontua da, trantsizio leunagoa duen maskarak *overhang* egoera hobeak aurkezten duela.



(a)



(b)

Irudia 4.9. Overhang murrizpenaren betetze lokala. (a) Grisen trantsizioa eta (b) ingerada oszilakorrak.

Kontutan izatekoa da gradiente bertikalen formazioa kasu isolatu bat baino gehiago izan daitekeela, eta kasu txarrean posible da ingerada oszilakorrak agertzea hauen pilaketa efektu baten ondorioz. Fenomeno honen adibide bat 4.9b Irudian ikusi daiteke, non gainera, ingerada berdina eremu oszilakor horiek sortzen direnean *overhang* egoera hobeagoa erakusten duela frogatu den.

Beraz, puntu honetara behin heldu garen, posible da zalantzan jartzea *overhang murrizpen ekuazioari* eman zaion permisibitate maila egokia den. Hala ere, ez da ahaztu behar gris eskalen formazioa dentsitate iragazkiaren bitartez kontrolatu eta proiektzio metodoaren bitartez eliminatu daitekeela. Gainera, kasu gehienetan algoritmoa bera izango da ingerada oszilakorrak ezabatuko dituen, hauek ez baitute inolako esangura estrukturalik eta ez dute helburu funtzioaren erantzun hobeago batean eratoritzen ere. Honi batu behar zaio, ingerada oszilakorren formakuntza baimendutako material bolumena helburu funtzioa optimizatzen eta *overhang murrizpen ekuazioa* betetzen duen material distribuzio bat sortzeko nahikoa ez deneko problemetara soilik murrizten dela gehienetan.

4.4 Diseinu eremuaren modelizazioa

3. gaian jadanik aurkeztua izan da kanpo ingeradak detektatzeko diseinu eremu hedatuak erabiltzearen beharra dagoela. Konboluzio nukleoetan oinarritutako operadoreek, hala nola, maskarak erabiltzen dituztenak, irudia osatzen duten pixel guztiak aztertzea baimentzen duen hedatutako analisi eremu bat behar izaten dute, ezin izango dira bestela irudia mugatzen duten kanpo ingeradak detektatu, eta output bezala lortutako ingerada mapak sarrerako irudiak baino dimentsio txikiagoa izango du. Egoera hau arrunta da topologia optimizazio problemara egokitutako *SUSAN* algoritmoarentzako ere, eta beraz, honek ere analisi eremuaren hedapen bat behar izango du.

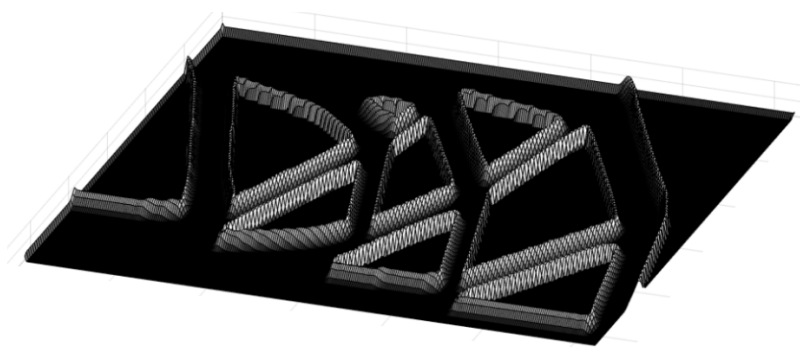
4.4.1 Analisi eremuaren hedapena elementu osagarriekin

Esan bezala, analisi eremuaren hedapen batek posible egiten du irudia mugatzen duten kanpo ingeradak detektatzea, eta lan honetan garatzen den kasuan, oso interesgarria da honako hau ingerada irtenak eremu hauetan ere agertu daitezkeelako. Proposatzen den prozeduran eremuaren inguruan era simetrikoan kokatutako 4 zutabe eta 4 lerro osagarriekin egiten da hedapena, eta lerro eta zutabe hauek osatzen dituzten elementuek dentsitate hutsa izango dute beti. Jakina, elementu osagarri hauek ingeraden analisirako erabiliko den eremuan soilik daude presente eta hauen detekzioa bermatzea dute helburu, beraz, ez dira kontsideratuko elementu finituen bidezko analisisian ezta egituraren bolumenaren kalkulan ere. Jarraian azaltzen den 4.10 Irudiak teknika honetan oinarritutako ingeraden detekzio prozesuaren efikazia erakusten du. Elementu ilunek dentsitate uniformedun eremuak deskribatzen dituzte, eta elementu argitsuak ingeradak dira. Irudian bertan posible da

aztertzen ari den *MBB* habearen ingerada guztiak bereiztea, eta baita egitura guztia inguratzen duten ingeraden presentzia argi eta garbi ikustea. Dena den, eta jarraian ikusiko den bezala, analisi eremuaren hedapena soilik ez da nahikoa fabrikazio prozesuan zehar agertzen diren ingeradak era zehatz batean erakusteko, beraz, hedapen soilaz gain, beharrezkoa da hau fabrikazio prozesua kontutan izanik moldatzea.



(a)

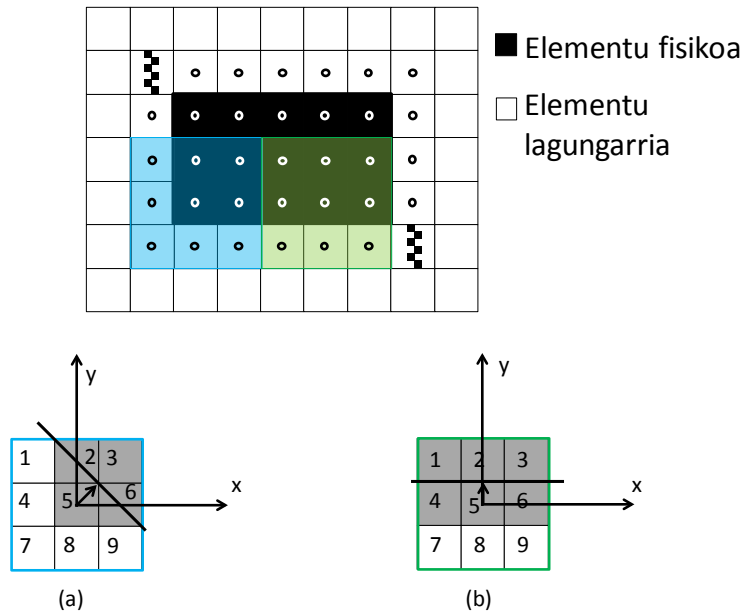


(b)

Irudia 4.10. Ingerada analisiaren emaitzak. (a) Dentsitate gradienteen gris eskala. (b) ingeraden 3D errepresentazioa.

4.4.2 Oinarri plateraren modelizazioa

Ingeraden detekzioari dagokionez, elementu osagarrien bidezko hedapena estrategia eraginkor eta abantailatsu bat da. Hala ere, esan bezala, kontutan izan behar da *AM* prozesuaren simulazioan eremu fisikoaren oinarrian dauden elementuak fabrikazio prozesuko oinarri platerarekin kontaktuan daudela beti, eta beraz, beti izango dutela euskarri egokia. Honako egoera hau ez litzateke zuzenki detektatuko ingeraden detekzio prozesua definituta dagoen bezala egonez gero. Definizio honen arabera eremu fisikoaren oinarri elementuak elementu hutsez osatutako bi lerroren gainean etzanda egongo lirateke analisi eremuan. Horrela, ingerada horiek analizatzean, gradiente bertikalak sortuko dira, hauek euskarririk gabeko ingerada moduan sailkatuz (4.11 Irudia).



Irudia 4.11. Hedatutako diseinu eremua eta maskararen posizioak

Lan honetan ikuskatu behar diren ingeradak fabrikazio aditibo prozesuan zehar sortzen direnak dira, hargatik, ingeraden detekzio eta analisi prozesua egoera honi moldatu behar zaio. Horretarako, analisi eremuko oinarria osatzen duten elementu osagarriei unitate balioko dentsitatea emango zaie, eremuan oinarri plateraren modelizazio bat barneratuz, zeinek, nahiz eta elementu finitu bidezko analisisan ez duen parterik hartuko, fabrikazio prozesuan sortzen diren ingeraden sailkapen prozesu errealistagoa baimenduko duen. Honako ideiarekin batera, ingeraden detekzio prozesuan zehar oinarri plateraren kontsiderazioa beharrezkoa dela frogatzen duen demostrazio matematiko bat garatuko da hurrengo lerroetan.

Honako hau burutzeko, 4 lerro eta 4 zutaberekin hedatutako analisi eremua kontsideratuz hasiko da. Hasiera batean, elementu osagarri guztiek dentsitate huts bat izango dute horrela lortuko den ingeraden mapa errealitatearekin bat ez datorrela frogatzeko asmoarekin. Ingeraden analisi prozesua 3x3 maskara ahokutzen den lehenengo posizioan hasten da, eta eremutik aitzinatzen doa maskararen elementuak eremutik kanpo geratzen diren posiziora heldu arte. Ekortze prozesu hau 4.11 Irudian ikus zitekeena da, non hasiera eta amaierako puntuak laukidun lerroekin azpimarratuta dauden eta maskararen bitarteko posizioen nukleoak puntuen bidez seinalatuta agertzen diren.

Irudian bertan eremu berde eta urdin batzuk bereizten dira, eta biek dentsitate gradiente bertikalak edo ingerada irtenak detektatzen dituzte. Berdez azpimarratutako eremuaren kasuan, zuzenean esan daiteke, honek euskarri

falta nabaria duela. Hala eta guztiz ere, kasu hori ezin da errealitatearekin bat etorri ingerada hori beti egongo delako behar bezala eutsita fabrikazio prozesuan zehar. Hortaz, gradienteak balio huts edo negatibo bat aurkeztu beharko luke. Era honetan, argi ikusten da ingerada analisirako eremuaren hedapen soila ez dela guztiz eraginkorra oinarri platerarekin kontaktuan dauden elementuen *overhang* egoera kuantifikatzeko, eta ekintza zuzentzaile bat behar izango da.

Honako hau matematikoki frogatzeko (4.13), (4.14) eta (4.15) ekuazioak erabiliko dira. Hasierako helburua maskararen elementuen dentsitateen arteko erlazioak ezartzen dituzten ekuazioak garatzea izango da, eta aurrerago, hauen bitartez, eremu hedatuaren oinarriko elementuek zein balio izan behar duten aztertuko da.

Kasu orokor batean, edozein maskararen kasuan, aipatutako ekuazioak era honetan garatu daitezke,

$$\begin{aligned} q_x &= x_1 \cdot \rho_1 + x_2 \cdot \rho_2 + x_3 \cdot \rho_3 + x_4 \cdot \rho_4 + x_5 \cdot \rho_5 + x_6 \cdot \rho_6 + x_7 \cdot \rho_7 \\ &\quad + x_8 \cdot \rho_8 + x_9 \cdot \rho_9 \\ q_y &= y_1 \cdot \rho_1 + y_2 \cdot \rho_2 + y_3 \cdot \rho_3 + y_4 \cdot \rho_4 + y_5 \cdot \rho_5 + y_6 \cdot \rho_6 + y_7 \cdot \rho_7 \\ &\quad + y_8 \cdot \rho_8 + y_9 \cdot \rho_9 \end{aligned} \tag{4.19}$$

non elementuen koordinatu lokalak aldeztu aurretik ezagunak diren, 4.11 Irudiko maskararen barneko posizioekin bat eginez.

$$\begin{aligned} x_1 &= x_4 = x_7 = -1 \\ x_2 &= x_5 = x_8 = 0 \\ x_3 &= x_6 = x_9 = 1 \\ y_1 &= y_2 = y_3 = 1 \\ y_4 &= y_5 = y_6 = 0 \\ y_7 &= y_8 = y_9 = -1 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Balio hauen ordezkapena eginez,

$$\begin{aligned} q_x &= -\rho_1 + \rho_3 - \rho_4 + \rho_6 - \rho_7 + \rho_9 = (\rho_3 + \rho_6 + \rho_9) - (\rho_1 + \rho_4 + \rho_7) \\ q_y &= \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 - \rho_7 - \rho_8 - \rho_9 = (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) - (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9) \end{aligned} \tag{4.21}$$

Momentu estatikoen adierazpen garatu hauek (4.13) ekuazioan ordezkatu dira orain.

$$\varphi(\rho) = ((\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) - (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9)) \cdot \sin(\psi) - |(\rho_3 + \rho_6 + \rho_9) - (\rho_1 + \rho_4 + \rho_7)| \cdot \cos(\psi) \quad (4.22)$$

Aurreko (4.22) ekuazio berri honek dentsitateen arteko erlazioak ezartzen ditu eta $x_{cg} > 0$ den kasu baterako hurrengo eran idatzi daiteke,

$$\varphi(\rho) = (\sin(\psi) + \cos(\psi)) \cdot (\rho_1 - \rho_9) + (\sin(\psi)) \cdot (\rho_2 - \rho_8) + (\sin(\psi) - \cos(\psi)) \cdot (\rho_3 - \rho_7) + (\cos(\psi)) \cdot (\rho_4 - \rho_6) \quad (4.23)$$

Espresio hau 4.11b irudian agertzen den maskararen kasurako zehaztuko da orain. Maskara honek ingerada horizontal bat detektatzen duela grafikoki argi ikusi da, eta hau matematikoki frogatzeko nahikoa da dentsitateen balioak ezagutzea. Hala nola, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = \rho_6 = \rho_e$ eta $\rho_7 = \rho_8 = \rho_9 = 0$

Balio hauek ordezkatzuz,

$$\varphi(\rho) = (\sin(\psi) + \cos(\psi)) \cdot (\rho_e - 0) + (\sin(\psi)) \cdot (\rho_e - 0) + (\sin(\psi) - \cos(\psi)) \cdot (\rho_e - 0) + (\cos(\psi)) \cdot (\rho_e - \rho_e) \quad (4.24)$$

Azkenik, ekuazio honen forma simple batera heltzen da, zeinek ingerada batek euskarri falta duen edo ez zehaztuko duen.

$$\varphi(\rho) = 3 \cdot \rho_e \cdot \sin(\psi) \quad (4.25)$$

Beraz, ingerada eremu hedatuaren definizio honetarako, 4.11b Irudian agertzen den maskarak eutsi gabeko ingerada bat detektatuko du 0° baino handiagoa den edozein ψ angelu limiteren kasurako. Matematikoki frogatu egin da beraz eremuaren hedapenaren definizioa oraindik osatugabe dagoela.

Definizio hori osatzeko helburuarekin, eremu fisikoaren azpian sartutako elementu osagarriek duten dentsitatearen balioa zein izan beharko den definituko duen analisi bat egingo da. Dentsitate erlazio ekuaziora joko da berriro ere, baina kasu honetan oinarriko elementuen dentsitatea ezezagun bezala definituko da.

$x_{cg} \geq 0$ eta $x_{cg} < 0$ kasuak kontsideratuz, (4.22) ekuazioa hurrengo eran banatu daiteke:

$$\underline{x_{cg} \geq 0} :$$

$$\varphi(\rho) = (\sin(\psi) + \cos(\psi)) \cdot (\rho_1 - \rho_9) + (\sin(\psi)) \cdot (\rho_2 - \rho_8) + (\sin(\psi) - \cos(\psi)) \cdot (\rho_3 - \rho_7) + (\cos(\psi)) \cdot (\rho_4 - \rho_6) \quad (4.26)$$

$$\underline{x_{cg} < 0} :$$

$$\begin{aligned} \varphi(\rho) = & (\sin(\psi) - \cos(\psi)) \cdot (\rho_1 - \rho_9) + (\sin(\psi)) \cdot (\rho_2 - \rho_8) \\ & + (\sin(\psi) + \cos(\psi)) \cdot (\rho_3 - \rho_7) + (\cos(\psi)) \cdot (\rho_6 - \rho_4) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Ekuazio hauen gainean, ψ -ren balio ezberdinak planteatuko dira, 4.1 Taulako adierazpenak lortuz.

$\psi = 0^\circ$

$$\begin{aligned} \underline{x_{cg} \geq 0} : & (\rho_1 + \rho_4 + \rho_7) \leq (\rho_3 + \rho_9 + \rho_6) \\ \underline{x_{cg} < 0} : & (\rho_1 + \rho_4 + \rho_7) \geq (\rho_3 + \rho_9 + \rho_6) \end{aligned}$$

$\psi = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \underline{x_{cg} \geq 0} : & (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) \leq (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9) \\ \underline{x_{cg} < 0} : & (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) \geq (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9) \end{aligned}$$

$\psi = 45^\circ$

$$\begin{aligned} \underline{x_{cg} \geq 0} : & 2 \cdot \rho_1 + \rho_2 + \rho_4 \leq \rho_6 + \rho_8 + 2 \cdot \rho_9 \\ \underline{x_{cg} < 0} : & \rho_2 + 2 \cdot \rho_3 + \rho_6 \leq \rho_4 + 2 \cdot \rho_7 + \rho_8 \end{aligned}$$

Taula 4.1. Dentsitate erlazio ekuazioa overhang angelu ezberdinetarako.

Aurreko espresio hauek maskararen barneko elementuen dentsitateen arteko erlazioa ψ angelu ezberdinetarako zein izan behar duen definitzen dute. Aldagai diskretu problemetan edo prozesu iteratiboaren egoera aurreratu batean aurkitzen den topologia optimizazio problema baten kasuan, non material eremuak 0-1 motako banaketa bat aurkezten duen, posible da erlazio hauek sare baten bidez grafikoki deskribatzea, 4.2 Taulan egiten den bezala.

	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 90^\circ$	$\psi = 45^\circ$
$\underline{x_{cg} \geq 0}$	$(\rho_1 + \rho_4 + \rho_7) \leq (\rho_3 + \rho_6 + \rho_9)$	$(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) \leq (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9)$	$(2 \cdot \rho_1 + \rho_2 + \rho_4) \leq (2 \cdot \rho_9 + \rho_6 + \rho_8)$
$\underline{x_{cg} < 0}$	$(\rho_3 + \rho_6 + \rho_9) \leq (\rho_1 + \rho_4 + \rho_7)$	$(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) \geq (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9)$	$(\rho_2 + 2 \cdot \rho_3 + \rho_6) \leq (\rho_4 + 2 \cdot \rho_7 + \rho_8)$

Taula 4.2. Dentsitate erlazio ekuazioen deskribapen fisikoa 0° , 45° eta 90° -ko angeluentzat.

Behin beharrezko erlazioak lortu diren, 4.11b Irudian agertzen zen egoeraren antzeko bat aztertzeraz jotzen da, nahiz eta orain analisi zabalagoa egingo den.

Kasu honetan 4.12 Irudiko behe ezkerreko ingerada aztertzen da eta 3, 13, 17, 6, 14, eta 18 elementuen dentsitatea berdina eta ρ_e balioa duela kontsideratuko da. Aldiz, 1, 2, 4 eta 5 elementuen kasuan, elementu hauek eremutik at geratzen direla ikusiz, hauei balio hutseko dentsitatea esleituko zaie.

Gainera, fabrikazio prozesuan zehar pieza definitzen duen eremu fisikoa solido egoeran egon beharko da, beraz $\rho_e = 1$ hartuko da, eta gainerako dentsitateak ezezagunak izango dira.

1	2	3	13	17				
4	5	6	14	18				
7	8	9	15	19				
10	11	12	16	20				

1	2	3
4	5	6
7	8	9

(a)

2	3	13
5	6	14
8	9	15

(b)

3	13	17
6	14	18
9	15	19

(c)

Irudia 4.12. Eremu lauki zuzen bateko behe hertz baten analisia.

Aurretik lortu diren dentsitate erlazio ekuazioetan ezagunak diren dentsitatearen balioak ordezkatzuz gero, hurrengo emaitzak lortuko lirateke:

a)

$\psi = 0^\circ$	$\psi = 90^\circ$	$\psi = 45^\circ$
-	$(\rho_e) \leq (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9)$	$(-\rho_e) \leq (2 \cdot \rho_9 + \rho_8)$

b)

$\psi = 0^\circ$	$\psi = 90^\circ$	$\psi = 45^\circ$
-	$(2 \cdot \rho_e) \leq (\rho_8 + \rho_9 + \rho_{15})$	$(2 \cdot \rho_{15} + \rho_9) \geq (0)$

c)

$\psi = 0^\circ$	$\psi = 90^\circ$	$\psi = 45^\circ$
-	$(3 \cdot \rho_e) \leq (\rho_9 + \rho_{15} + \rho_{19})$	$(3 \cdot \rho_e) \leq (2 \cdot \rho_{19} + \rho_{15})$

(4.28)

Ikusten denez, $\psi = 0^\circ$ kasua ez da kontsideratu honako *overhang angeluaren*

balioak *overhang murrizpen ekuazioa* deuseztatuko lukeelako. Gainerako angeluen kasuan, 7, 8, 9, 15 eta 19 elementuen dentsitateen balioa topatzea izango da helburua, non balio horiek, fabrikazio prozesuan zehar ingeraden *overhang* egoera erreala deskribatzen dutenak izango diren. Horretarako, $\psi = 90^\circ$ kasua aztertuko da jarraian aurkezten den inekuazio sistema ebatziz.

$$\begin{cases} (\rho_e) \leq (\rho_7 + \rho_8 + \rho_9) \\ (2 \cdot \rho_e) \leq (\rho_8 + \rho_9 + \rho_{15}) \\ (3 \cdot \rho_e) \leq (\rho_9 + \rho_{15} + \rho_{19}) \end{cases} \quad (4.29)$$

Goiko (4.29) inekuazio sistema aztertzean argi ikus daiteke hirugarren inekuazioa bete dadin aukera bakarra ρ_9 , ρ_{15} eta ρ_{19} dentsitateek balio unitarioa hartu dezatela dela. Gainerako inekuazioetan balio hauek ordezkatzuz jarraian lortzen dira baita ρ_8 eta ρ_7 dentsitateen balioak. Beraz, inekuazio sistema honetatik, eta $\psi = 90^\circ$ kasurako, hurrengo balioak lortzen dira, $\rho_7 = \rho_8 = \rho_9 = \rho_{15} = \rho_{19} = 1$.

$\psi = 45^\circ$ den kasurako, inekuazio sistema hurrengo eran definituta azaltzen da:

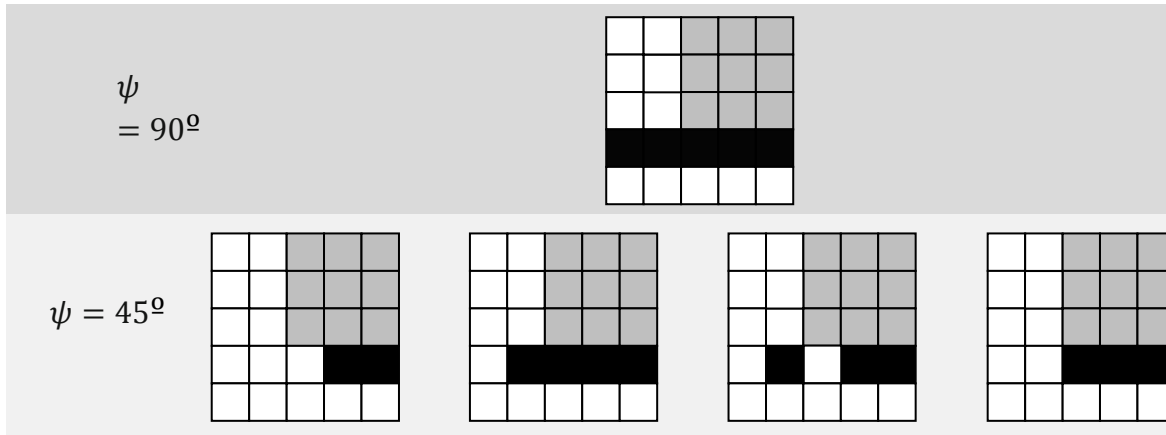
$$\begin{cases} (-1) \leq (2 \cdot \rho_9 + \rho_8) \\ (2 \cdot \rho_{15} + \rho_9) \geq 0 \\ (3 \cdot \rho_e) \leq (2 \cdot \rho_{19} + \rho_{15}) \end{cases} \quad (4.30)$$

Hasierako kasuan ematen zen era berean, hirugarren ekuazioak soluzioa izan dezan aukera bakarra ρ_{15} eta ρ_{19} dentsitateek unitate balioa izatea da. Hala ere, gainerako inekuazioetatik ez dira beste dentsitateen balio argirik askatzen eta inekuazio biak betetzen dituzten ρ_8 eta ρ_9 dentsitateen balio konbinazio ezberdinak agertzen dira. Konbinazio hauek $\begin{pmatrix} \rho_8 \\ \rho_9 \end{pmatrix} = [\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}]$ dira hurrenez hurren.

Hala eta guztiz ere, inekuazio sistema bietatik askatutako emaitzen analisitik hurrengo ondorioztatu daiteke:

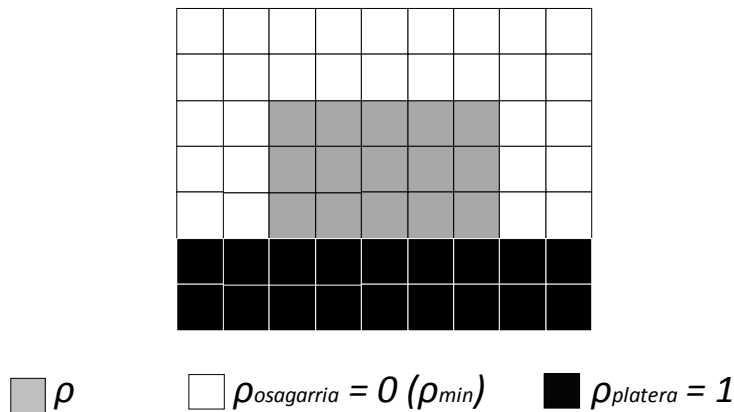
- Angelu limiteak 90° -tako balioa duen kasuan, oinarriko elementuek (7, 8, 9, 15 eta 19) dentsitatearen unitate balioa izan behar dute.
- 45° angelu limitea kontsideratu denean, konbinazio posible kopuru finitu bat existitzen da, beti ere oinarri elementuen unitate balioak inplikatzeko dituztenak (4.3 Taula).

Edozein kasutan, *overhang angelu* bakoitzaren kasuan erabili daitezkeen analisi eremuak 4.3 Taulan agertzen direnak dira.



Taula 4.3. Oinarri plateraren konfigurazio posibleak.

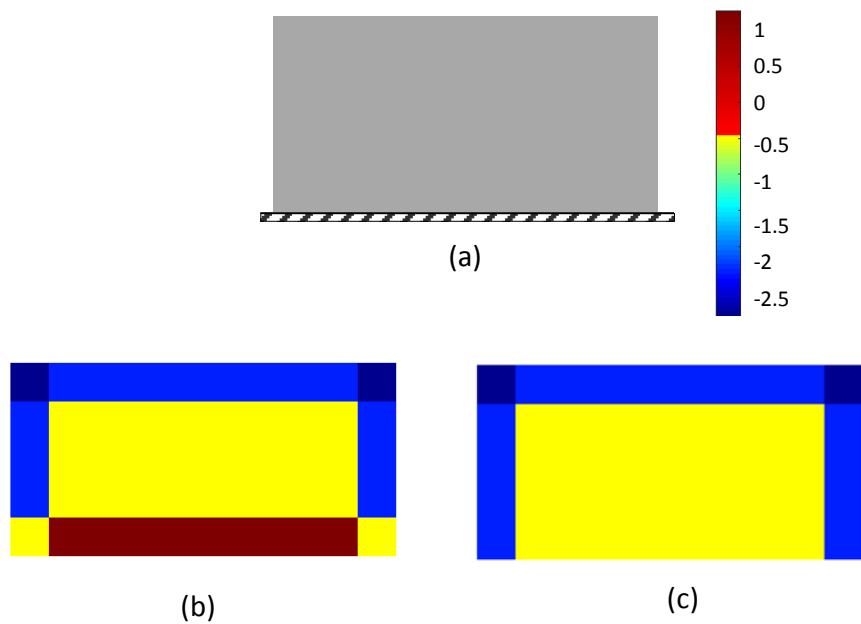
Egoera idealean, ingerada analisirako eremuaren hedapenak egoera jeneral bat deskribatu beharko luke, edozein *overhang angelurekin* erabilgarria litzatekeena. Hori dela eta, aurkeztutako posibilitateen artetik orokortasun gehiena erakusten eta beste kasu guztiak barneratzen dituen aukeratuko da. Hala ere, posible da aurretik burututako analisia lerro bat azpira eginez errepikatzea. Bigarren azterketa honetatik frogatu egiten da 4.12 Irudiko 8, 9 eta 15 elementuak nukleo bezala dituzten maskararen posizioak erabiliz, eremuaren azpieneko elementu osagarriek egoera solidoa ere aurkeztu behar dutela, bi mailako geruza bat osatuz. Ondorioz, ingeraden analisirako eremu hedatuak hurrengo itxura izan beharko luke:



Irudia 4.13.Hedatutako ingerada analisi eremua.

Aurreko lerroetan burututako analisiaren ondoren, argi geratzen da fabrikazio prozesuan agertzen den oinarri platera kontuan izan behar dela ingeraden analisi fasean. Honako hau kontsideratzen den eta ez den kasuen arteko ezberdintasuna ikusi dadin, era bakoitzean modelizatutako eremu hedatuen emaitzak azalduko dira 4.14 Irudiaren bitartez. Bertan, koloreek ingeraden *overhang* egoera deskribatzen dute aurkezten den eskalaren arabera.

Ikusi daitekeenez, 4.14b Irudian aurkeztutako emaitzak gorri koloreko ingerada bat aurkezten du, (4.13) ekuazioaren balio positiboak adierazten dituena. Erraza da ikustea ingerada gorri hori oinarri platerarekin kontaktuan dagoena dela, eta beraz *overhang* arazorik azaldu beharko ez lukeela. Beste alde batetik, irudi bereko (c) kasuak egoera guztiz ezberdina aurkezten du, eta kasu honetan ez dago euskarri falta duen ingeredarik, nahiz eta eremu berdina aztertzen ari garen. Beraz, ondorioztatu daiteke, oinarri platera deskribatzen duten elementuen inklusioa beharrezkoa dela ingeraden analisirako erabiliko den eremu hedatuan fabrikazio aditibo prozesuko ingeraden errepresentazio zehatz bat izan nahi denean.



Irudia 4.14. Oinarri platera kontsideratzen eta kontsideratzen ez deneko kasuen ingerada prozesuaren emaitzak. (a) pieza, (b) oinarri platerik gabeko ingeraden sailkapena, eta (c) oinarri platerarekin ingeraden sailkapena.

5 “Self-supported” egituren topologia optimizazioa

5.1 Sarrera

Behin lan honetan proposatutako metodoa garatu ahal izateko oinarrizko kontzeptuak azaldu diren eta aurkeztutako hiru teknologia handien integrazioa nola egin azaldu, bosgarren gai honetan metodoa “*self-supported*” egituren diseinuan aplikatzen deneko emaitzak aurkeztuko dira. Proposatutako metodoaren efikazia eta sendotasuna ebaluatzeko helburuarekin, problema gobernatzen duten parametroek material distribuzioarengan duten efektuak aztertuko dira baita.

Topologia optimizazio problema ingeniartzaren arlo askotara aplikatu daiteke, hala nola, egituren zurruntasunarekin, eroankortasun termikoarekin edo eremu fluidoan azterketarekin erlazionatutako arloetan. Lan honetan garatu den metodoaren gaitasunak, bibliografian azaltzen diren beste metodoekin konparatzeko helburuarekin, energia elastiko minimoko problema aztertuko da. Horretarako, problema pausuz pausu nola eraikitzen den eta *overhang murrizketa* nola ezartzen den azalduko da lehenengo. Jarraian azaltzen den (1.4) ekuaziotik abiatuz, topologia optimizazio problema ondoko eran definituta geratuko da:

Minimizatu: $c(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{U}^t \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(\rho_e) \cdot \mathbf{u}_e^t \cdot \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{u}_e$ Energia elastikoa

Kontuan izanik: $\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}$ Oreka ekuazioa

$V(\boldsymbol{\rho}) \leq V_0$ Bolumen murrizpena

$\tilde{\phi}(\boldsymbol{\rho}) \leq \phi_0$ Overhang murrizpena

$0 < E_e^{\min} \leq E_e \leq E_0$ Muga murrizpenak

(5.1)

non \mathbf{U} desplazamendu nodalen bektorea, \mathbf{K} elementuen E_e Young moduluaren menpeko zurruntasun matrize globala, \mathbf{F} indar nodalen bektorea, eta \mathbf{k}_0 unitate Young modulua duen elementu baten zurruntasun matrizea diren. $V(\boldsymbol{\rho})$ eta V_0 momentuko iterazioaren frakzio bolumetrikoa eta baimendutako frakzio bolumetrikoko maximoa deskribatzen dituzte hurrenez hurren. Azkenik, $\tilde{\phi}$ overhang murrizpena da, balio onargarridun ingeraden ratioa deskribatzen duena eta aurrez definitutako ϕ_0 balio bat gainditu behar duena.

5.2 Problemaren planteamendua

Problemaren parametrizaziorako *Rational Approximation of Material Properties (RAMP)* metodoa aplikatzen da. Azaldu zen bezala, metodo honek elementu bakoitzaren propietate materialak dentsitate-zurruntasun interpolazio eskema baten bidez eskalatzen ditu. Problemaren ebazpen eta aldagaien eguneraketa faseak *Asintota Mugikorren Metodoarekin* burutuko da

5.2.1 Dentsitate iragazkia eta Heaviside proiektzio metodoa

Egitura jarraituen topologia optimizazio problemek erakusten duten arazo komun bat, xake taula ereduak edo elementu solido eta hutsak alternatzen dituzten eremuen formazioa da. Ereku alterno hauen agerpena, formazio hauen zurruntasunaren kalkulu ez zuzen baten emaitza da eta material banaketa optimo bat izatetik urrun daude, A. Diaz eta O. Sigmund, eta C.S. Jog eta R.B. Haber-ek frogatu zuten bezala [101,102]. Hauek ez egonkortasun numerikoek eremu hauen zurruntasunaren neurritz kanpoko magnitude bat sortzen dutela ondorioztatu zuten. Gaur egun, xake taula motako patroien eta sare dependentziaren prebentzioaren inguruan aurkeztutako literatura ugari aurkitu daiteke, non estrategia ezberdinak proposatzen diren problema jarraitu originalak soluzioa izan dezan. Hauen artean, piezaren perimetroaren murrizpen bidezko kontrolarekin [9] edo sentsibilitateen iragazketarekin [103] erlazionatutako estrategiak aurkitzen dira, ikerketa kopuru zabal batean erabiliak izan direnak. Lan honetan ordea, iragazketa eta proiektzio eskema bateratu bat erabiltzen da, non proiektzioa *Heaviside* metodoaren bidez egingo den [104]. Estrategia hau sentsibilitate iragazketa metodoak baino eraginkorragoa dela frogatu du.

Iragazketa + proiektzio eskema honek aldagai jauzi bat sortzen du, $\rho_e \rightarrow \hat{\rho}_e \rightarrow \bar{\rho}_e$, matematikoki jarraian azalduko diren ekuazioek definituta dagoena. Aldagai

jauziaren lehenengo pausua $\hat{\rho}_e$ iragazitako dentsitate eremua lortzean datza (5.2) haztapen ekuazioaren bidez,

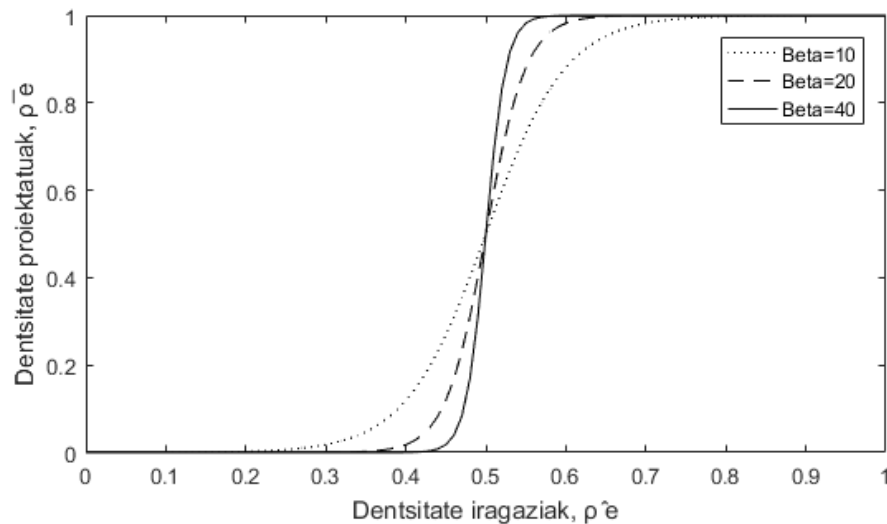
$$\hat{\rho}_e = \frac{\sum_{i \in S_e} w_i \cdot \rho_i}{\sum_{i \in S_e} w_i} \quad (5.2)$$

non w_i hastapen edo pisu faktorea den. S_e , e elementuaren influentzia eremu barruan dauden i elementuen multzoa da, hots, e elementuarekiko zentru-zentru distantzia r_{min} baino txikiagoa duten elementuen multzoa.

$$w_i = \max(0, r_{min} - |dist(e, i)|) \quad (5.3)$$

Aurreko leuntze ekuazioak diseinu espazioa mugatzen du eta sare menpekotasuna konpontzen du baita. Hala ere, diseinuaren leuntzeak solidohuts trantsizio eremuetan gris eskalak sortzea eragiten du [105]. Fenomeno hau saihesteko helburuarekin, proiektzio pausu betegarri bat erabiltzea proposatzen da, erregularizaturiko *Heaviside* funtzio baten bidez egiten dena. Funtzio honen hurbilpen jarraitua (5.4) ekuazioan azaltzen da, tangente hiperbolikoaren kalkuluan oinarritzen dena [106] eta T atalaseko balio baten azpitik dauden $\hat{\rho}_e$ dentsitateak zero baliora proiektatzen dituena. T baliotik gora daudenak unitatera proiektatuko ditu, 5.1 Irudiak erakusten duen moduan.

$$\bar{\rho}_e = \frac{\tanh(\beta \cdot T) + \tanh(\beta \cdot (\hat{\rho}_e - T))}{\tanh(\beta \cdot T) + \tanh(\beta \cdot (1 - T))} \quad (5.4)$$



Irudia 5.1. Maila funtzioaren hurbilpen jarraitua.

Goiko (5.4) proiektzio ekuazioko β parametroa hurbilpen jarraituak maila funtziora duen hurbiltasuna kontrolatzen duen eskala parametroa da. $\bar{\rho}_e$ proiektatutako dentsitateei dentsitate fisikoak esaten zaie eta ekuazioetan ohiko dentsitate aldagaiak ordezkaturiko dituzte. Arrazoi honegatik, optimizazio prozesuaren emaitza bezala proiektaturiko dentsitate eremu bat, $\bar{\rho}$, lortuko da, eta ez dentsitate aldagai originalen (ρ) eremu bat. Orobat, helburu eta murrizpen funtzioak dentsitate fisikoekiko kalkulaturiko dira.

Esan beharra dago, topologia optimizazio problemako sentzibilitateak ez daudela ondo baldintzatuta β parametroaren balio altuentzat, eta beraz, prozesu iteratiboan zehar parametro horren gainean jarraitasun eskema bat aplikatzea beharrezkoa izango dela [30]. Gainera, aldi berean parametro honen balio altuekin eta *MM4* algoritmoarekin lan egiteak oszilazio bortitzak sor ditzake maila unitario funtziorako hurbilpen bortitzaren ondorioz. Beraz, kontuan izanik iterazio kopuru batetik aurrera β parametroak balio altuak hartuko dituela, beharrezkoa izango da problemaren formulazioan ahokadura batzuk ezartzea. Ahokadura hauek J.K. Guest, Asadpoure eta Ha-ren [107] lanean proposatzen dira eta momentuko iterazio puntutik asintoten distantzia β parametroaren arabera aldatzean datzate. Era berean, eta lan berdinen gomendioak jarraituz, jarraipen eskema *RAMP* metodoan erabiliko den p penalizazio parametroaren gainean ere aplikaturiko da.

5.2.2 Problemaren formulazioa

Aurreko atalean esandakoaren arabera, dentsitate fisikoak izango dira erantzunaren magnitudea eta murrizpenen balioak determinaturiko dituztenak, beraz, gomendagarria da problema hauen menpe idaztea. Era honetan, topologia optimizazio problema, *overhang murrizpena* kontuan izanik, hurrengo eran definituta geratzen da:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min:} & c(\bar{\rho}) = \mathbf{U}^t \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(\bar{\rho}_e) \cdot \mathbf{u}_e^t \cdot \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{u}_e & \text{Energia elastikoa} \\
 \text{Kontuan izanik:} & \mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} & \text{Oreka ekuazioa} \\
 & V(\bar{\rho}) \leq V_0 & \text{Bolumen murrizpena} \\
 & \tilde{\phi}(\bar{\rho}) \leq \phi_0 & \text{Overhang murrizpena} \\
 & 0 < E_e^{\min} \leq E_e \leq E_0 & \text{Muga murrizpenak}
 \end{array} \tag{5.5}$$

Azaldutako (5.1) eta (5.5) ekuazioen konparaketa arin bat egin ondoren, ikus daiteke nola ekuazioen notazioa ezberdina dela, eta orain proiektatutako dentsitate eremuaren menpean adierazita agertzen direla.

Era berean, *RAMP* metodoan erabiliko den eskalatze funtzioak hurrengo itxura izango luke,

$$E_e(\bar{\rho}_e) = E_{min} + \bar{\rho}_e^p \cdot (E_0 - E_{min}) \quad (5.6)$$

Topologia optimizazio problema gobernatzeko dutenak aurreko ekuazio hauen soluzioak izango dira. Hala ere, eta nahiz eta problemaren emaitza proiektaturiko dentsitate eremuak emanda datorren, ez da ahaztu behar diseinu aldagaia dentsitate eremu originala (ρ) izaten jarraitzen duela, eta beraz, iterazio bakoitzean eremu hori izango dela optimizazio prozesuan eguneratua izango dena.

5.2.3 Sentsibilitate analisia

Jarraian topologia optimizazio problemaren parte hartzen duten ekuazioekiko sentsibilitate analisia egingo da. Kontuan izanik diseinu aldagaia ρ dentsitate eremua dela baina funtzio hauek $\bar{\rho}$ dentsitate fisikoaren eremuaren menpe idatzia agertzen direla, katearen erregela erabiliko da edozein $f(\bar{\rho})$ funtzioaren deribatua ezagutzeko, (5.7) ekuazioan erakusten den bezala.

$$\frac{\partial f(\bar{\rho})}{\partial \rho_e} = \frac{\partial f(\bar{\rho})}{\partial \bar{\rho}_e} \cdot \frac{\partial \bar{\rho}_e}{\partial \hat{\rho}_e} \cdot \frac{\partial \hat{\rho}_e}{\partial \rho_e} \quad (5.7)$$

Inplikaturako $f(\bar{\rho})$ funtzioa edozein dela ere, (5.7) ekuazioko berdintasunaren eskuin aldeko bigarren eta hirugarren terminoak komunak dira, eta (5.8)-(5.9) ekuazioen bidez deribatzen dira.

$$\frac{\partial \bar{\rho}_e}{\partial \hat{\rho}_e} = \frac{\beta [1 - \tanh^2(\beta \cdot (\hat{\rho}_e - T))]}{\tanh(\beta \cdot T) + \tanh(\beta \cdot (1 - T))} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial \hat{\rho}_e}{\partial \rho_e} = \frac{\omega_i}{\sum_{i \in S_e} \omega_i} \quad (5.9)$$

Beste alde batetik, (5.7) ekuazioaren berdintzaren eskuin aldeko lehen terminoari dagokionez, honek forma ezberdinak hartuko ditu $f(\bar{\rho})$ funtzioa zein denaren arabera. Proposatzen den topologia optimizazio problemarentzako funtzio honek energia elastikoaren ekuazioa, bolumen murrizketa ekuazioa edo *overhang murrizpen* ekuazioa izan daiteke.

Helburu funtzioaren kasuan, energia elastikoari dagokiona, jadanik ezaguna den espresio bat lortzen da.

$$\frac{\partial c(\bar{\rho})}{\partial \bar{\rho}_e} = -p \cdot (E_0 - E_{min}) \cdot \bar{\rho}_e^{p-1} \cdot \mathbf{u}_e^t \cdot \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{u}_e \quad (5.10)$$

Bestalde, bolumen murrizpen ekuazioaren proiektatutako dentsitate eremuarekiko deribatua hurrengo izango da,

$$\frac{\partial V(\bar{\rho})}{\partial \bar{\rho}_e} = v_e \quad (5.11)$$

non v_e , e elementuaren bolumena den.

Azkenik, *overhang murrizpen* ekuazioaren deribatuak lortzea soilik ez da geratzen, eta horretarako, lehenik eta behin, (4.18) ekuazioa normalizatu egingo da.

$$\phi(\bar{\rho}) = \frac{\varphi^-(\bar{\rho}) + \varphi^+(\bar{\rho})}{\varphi^-(\bar{\rho})} \phi_0 - 1 \leq 0 \quad (5.12)$$

Jarraian ekuazio normalizatu honen deribazioa formulatzen da, non notazioa sinplifikatzeko dentsitatearekiko dependentzia alde batera usten den.

$$\frac{\partial \phi(\rho)}{\partial \bar{\rho}_e} = \phi_0 \cdot \frac{\frac{\partial \varphi^+}{\partial \bar{\rho}_e} \cdot \varphi^- - \frac{\partial \varphi^-}{\partial \bar{\rho}_e} \cdot \varphi^+}{\varphi^{-2}} \quad (5.13)$$

Ingerada eutsi eta ez eutsi terminoen deribatuak, (4.16) eta (4.17) ekuazioen dentsitate proiektatuekiko deribatuak kalkulatz lortzen dira.

$$\frac{\partial \varphi^+}{\partial \bar{\rho}_e} = \sum_{m=1}^M \begin{cases} 0 & \varphi_m \leq 0 \\ \frac{\partial \varphi_m}{\partial \bar{\rho}_e} & \varphi_m > 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial \varphi^-}{\partial \bar{\rho}_e} = - \sum_{m=1}^M \begin{cases} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \bar{\rho}_e} & \varphi_m \leq 0 \\ 0 & \varphi_m > 0 \end{cases} \quad (5.15)$$

Nahiz eta M maskararen nukleo ezberdinen kopuru totala izan, elementu bakoitza bederatzi posiziotan soilik agertzen da, deribatuen prozesua erraztu egiten duena.

Azkenik, beharrezkoa da maskararen posizio bakoitzerako φ_m ingeraden balioen deribatuak kalkulatz. Ingeraden ebaluazio eta sailkapenerako (4.13) ekuazioa gogoratz, posible da deribatu hauek hurrengo espresioaren bidez kalkulatz:

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial \bar{\rho}_e} = \frac{\partial q_y^m}{\partial \bar{\rho}_e} \cdot \sin \psi - \frac{q_x^m}{|q_x^m|} \cdot \frac{\partial q_x^m}{\partial \bar{\rho}_e} \cdot \cos \psi \quad (5.16)$$

non q_x^m eta q_y^m momentu estatikoen deribatuak (4.14) eta (4.15) ekuazioak deribatuz lortzen diren,

$$\frac{\partial q_x^m}{\partial \bar{\rho}_e} = x_e^m \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial q_y^m}{\partial \bar{\rho}_e} = y_e^m \quad (5.18)$$

Bukatzeko, (5.16) ekuazioa jarraian ikusten den bezala agertuko litzateke,

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial \bar{\rho}_e} = y_e^m \cdot \sin \psi - \frac{q_x^m}{|q_x^m|} \cdot x_e^m \cdot \cos \psi \quad (5.19)$$

5.2.4 Optimizazio prozesua

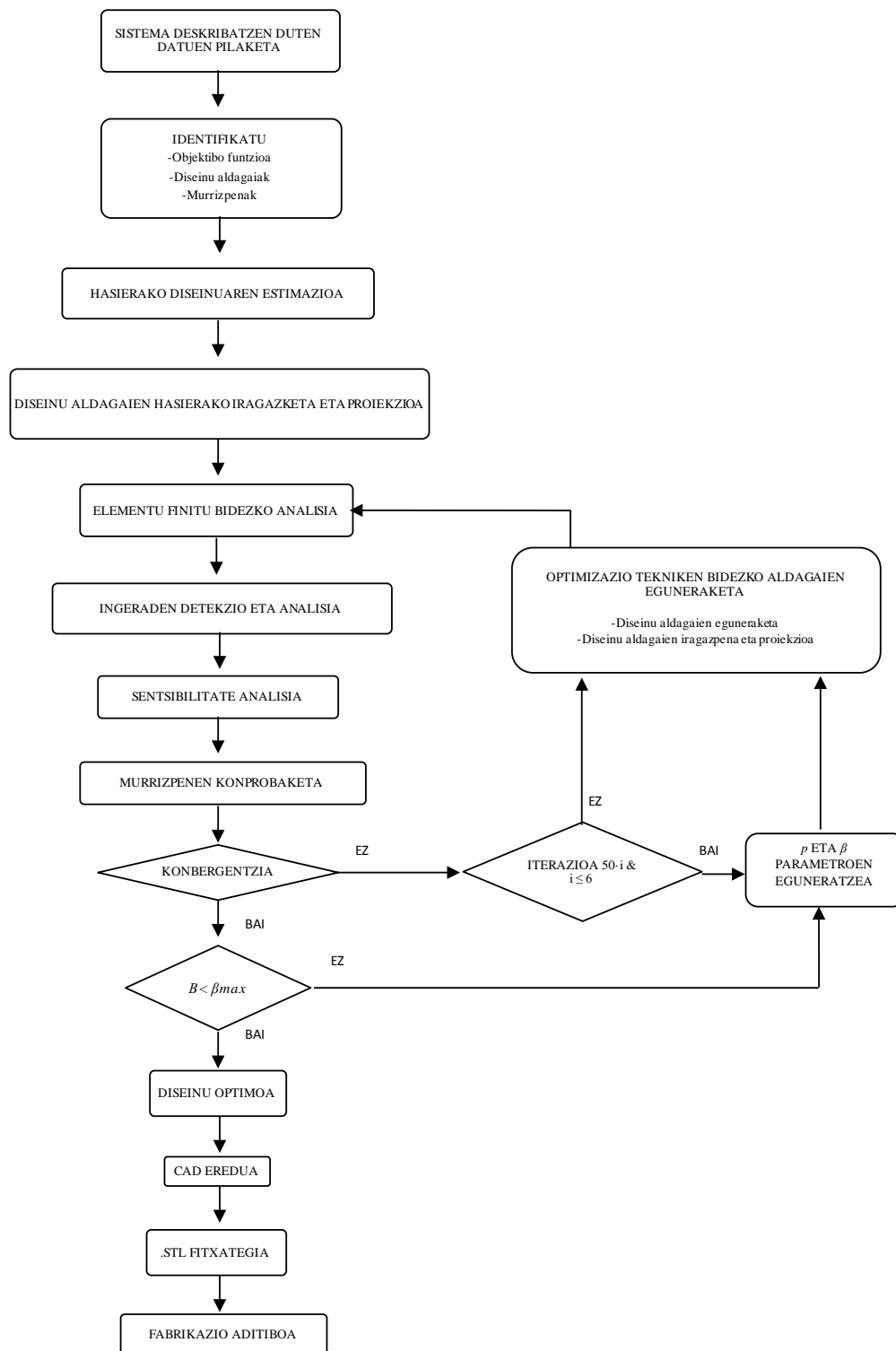
Behin sentsibilitate analisia definitua izan den, posible da optimizazio prozesuari hasiera ematea, *Asintota Mugikorren Metodoaren (MMA)* bidez ebatziko dena.

Lehenengo pausua diseinu eremua eta optimizazio problema gobernatzeko duten parametroak (kargak, muga baldintzak ...) definitzea izango da, fabrikazio noranzkoaz eta bolumen eta *overhang murrizpenekin* batera. Behin aldagaiak leuntze iragazkitik pasatu eta proiektatuak izan diren, eta dentsitate fisikoen eremua lortu den, ingraden detekzio eta analisi prozesua burutzen da, non dentsitate gradienteak lortuko diren maskararen posizio bakoitzerako. Ingraden egoera ezaguna denean, *overhang murrizpenaren* ebaluazioa egiten da. Ondoren, elementu finituen metodoaren bitartez, helburu funtzioa ebaluatzen da momentuko material banaketarentzako. Azkenik, sentsibilitate analisia burutzen da eta honekin batera diseinu aldagaien eguneraketa egiten da.

Iterazio bakoitzean pausu guzti hauek errepikatzen dira eta 50 iterazio edo konbergentzia irizpidea betetzen denean, p eta β parametroak eguneratzen dira. Behin parametro hauek bere balio maximoak hartu dituztenean, optimizazio problemak jarraitu egingo du helburu funtzioaren bi iterazio jarraituetarako aldaketa 10^{-4} -ren azpitik dagoenerarte.

Optimizazio problema bukatzen denean lortzen den material banaketaren adierazle den *CAD* eredu digitala eraikiko da, baina horretarako, bukaerako

geometria askok azaltzen duten konplexutasuna dela eta, emaitzen interpretazio aurre pausu bat behar izaten da. Azkenik, *CAD* fitxategia *.STL* motako fitxategi batean bihurtzen da zein *3D inprimaketa* makinara bidaltzen den honek adierazten duen pieza fabrikatu dadin. Jarraian azaltzen den 5.2 Irudian prozesuaren eskema bat aurkitu daiteke.



Irudia 5.2. Proposatutako optimizazio problemaren ebazpen prozesuaren fluxu diagrama.

5.3 Zenbakizko adibideak

Atal honetan, aplikazio numeriko bezala, lan honetan garatu den *overhang murrizpena* kontsideratzen duten egituren topologia optimizazio problemaren adibideak azaltzen dira. Eraitza numeriko hauekin proposatzen den metodoaren gaitasunak frogatuko dira.

Aurretik esan den bezala, problemaren parametrizazioa *Rational Approximation of Material Properties* metodoaren bidez egiten da, eta *Asintota Mugikorren Metodora* jo da problemaren ebazpena burutzeko. Aurkeztuko diren kasu guztietan $E_o = 1$ MPa baliodun Young modulua duen material solido isotropo bat eta $E_{min} = 10^{-9}$ MPa Young moduluko material huts bat erabili dira. *RAMP* eskemako p penalizazio eta *Heaviside* proiektzio metodoko β kontrol parametroen gain jarraipen eskema bat aplikatu da, eta parametro hauek 50 iterazio eta problema konbergitzen duenero eguneratuko dira. Eguneraketa bakoitzean beren balioak 2 eta 5 unitatetan handituko dituzte p eta β parametroek hurrenez hurren. Bi parametro hauek problemaren lehen fasean definitzen dira, parametroen definizio fasean, eta bere balioak diseinatzaileak aukeratuak izango dira. Kasu honetan, $p = 10$ eta $\beta = 10$ aukeratu dira balio maximoak 22 eta 40 direla hurrenez hurren. Behin azken balio hauek hartu dituztela, jarraipen eskema ez da gehiago emango eta problema konbergentzia irizpideak markatzen duenean bukatuko da. Irizpide honen arabera problema konbergitu egingo du helburu funtzioaren aldaketa bi iterazio jarraituetan 10^{-4} Nmm baino txikiagoa denean.

Dentsitate iragazkiaren erradioa, (r_{min}) eta *Heaviside* metodoaren atalaseko balioa (T) momentuan tratatzen ari den problemari egokituak aukeratu dira. Azalduko den kasu bakoitzean erabilitako balioak eraginkorrak direla erakusteaz aparte, problema eraitza geometrikoki zehatzetara gidatzeko kapazak direla frogatu dute. Fabrikazio noranzkoari dagokionez, bertikalean definituko da beti, eta pieza izango da eremuaren barnean biratu behar izango dena bestelako orientaziorik bilatzen den kasuan. Gai honetan bertan, baina aurreragoko atal batean, optimizazio problema gobernatzen duten parametroek duten influentzia eta eragina aztertuko da.

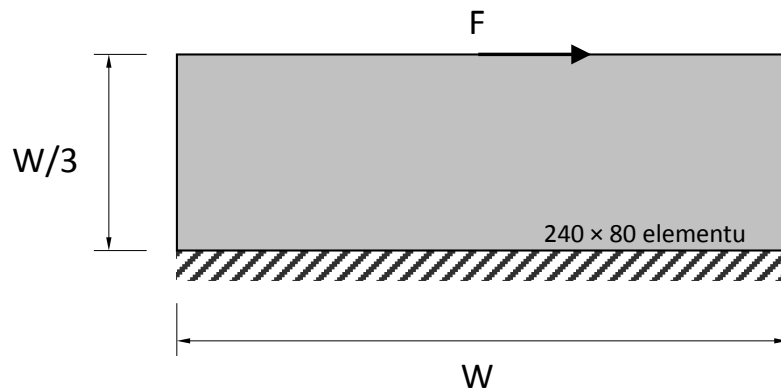
Azkenik, esan beharra dago, nahiz eta *2D* piezak beti era seguru eta zuzen batean fabrikatu daitezkeen euskarri egiturarik gabe, ebatzitako eraitzak baliagarriak izaten jarraitzen dutela proposatutako metodoaren eraginkortasuna frogatzeko *overhang angelua* kontrolatzeari dagokionez.

5.3.1 Barra bikoitzeko egitura

Lehen adibide honekin ingerada detekzio eta analisi metodoaren eta proposatutako *overhang murrizpen ekuazioaren* prozedurak azaltzea bilatzen da. Bertan erabiliko diren diseinu eremua eta muga baldintzak 5.3 Irudian azaltzen dira, non W zabalerako eta $H=W/3$ altuerako eremu laukizuzen bat ikus daitekeen. Eremu hori 240×80 elementu karraturekin diskretizatuko da. Goiko hegalarren erdiko nodoan $F=1$ N-etako indar horizontal bat aplikatzen da, diseinu eremuko behe hegaleko nodo guztien askatasun graduak mugatuta daudelarik. Energia elastiko minimoko problemaren helburu frakzio bolumetrikoa 0.2 da eta *kontrol parametroari* 0.985-ko balioa esleitzen zaio kasu guztietan 90° -tako *overhang angelua* aplikatuta duen kasuan izan ezik, non parametro honek 0.9999 balioa hartuko duen. Iragazki erradioak eta *Heaviside* proiektzioko atalaseko parametroak 8.5 mm eta 0.35 balioak hartuko dituzte hurrenez hurren.

Algoritmoaren gaitasunak eta moldakortasuna erakusteko, problema berdina 45° , 60° , 80° eta 90° -tako *overhang angeluekin* ebatziko da, horrela, ingeradak detektatzeko eta zuzentzeko gaitasuna *overhang angelua* edozein izanda ere bermatzen dela frogatuz.

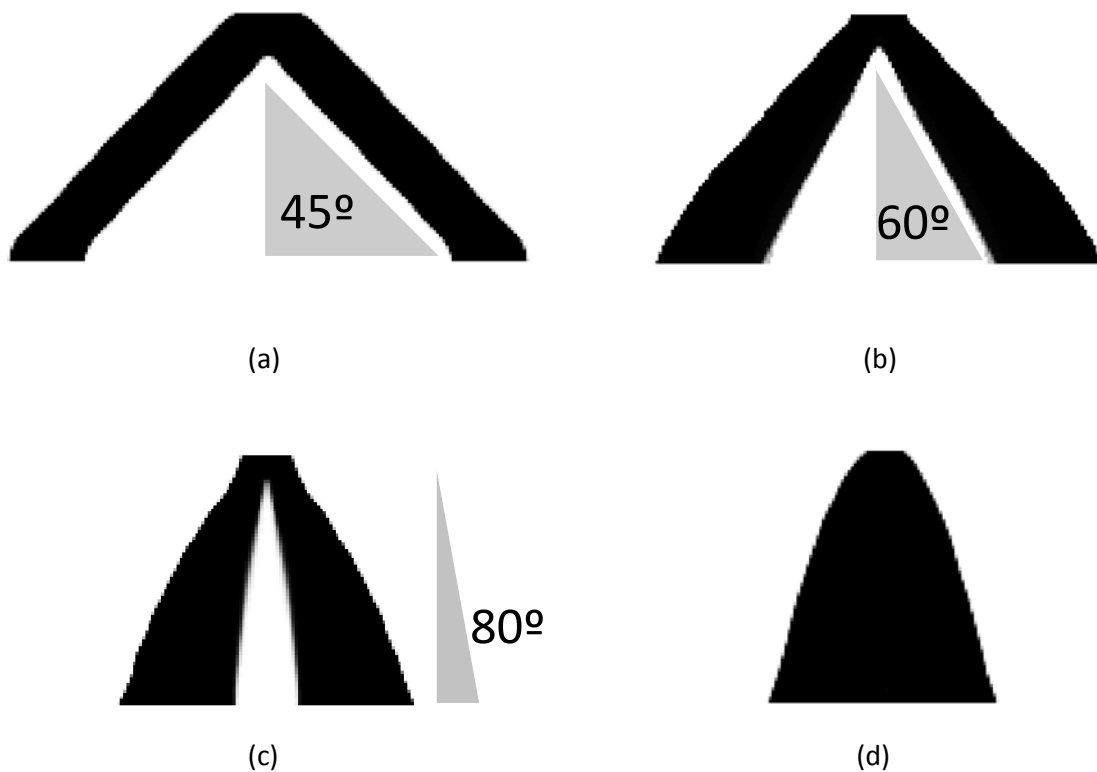
Problema konkretu honen emaitza analitikoa soberan ezaguna da, eta horizontalarekin 45° osatzen dituzten barra biz osatutako egitura batekin dator bat. Emaitza honekin, sumatu daiteke, 45° tako *overhang angeluarekin* murriztu den problema murrizpenik gabeko problemaren emaitzan konbergituko duela. Angelu nagusiagoen kasua aldiz, barren inklinazioa nabarmenki bertikalagoa izango da. Arrazoi honegatik da hain egokia honako adibide hau, izan ere oso garbi erakusten baitu algoritmoaren portaera.



Irudia 5.3. Barra bikoitzeko egiturarentzako diseinu eremua.

Jarraian agertzen den 5.4 Irudian *overhang angelu* ezberdinekiko emaitzak erakusten dira, eta bertan ikusi daiteke barren barne ingeradak aplikatu zaien *overhang angeluarekin* bat datorren malda agertzen dutela. Portaera hau itxaron zitekeenarekin bat dator, izan ere, 45° -tako inklinazioa optimoa izanik, algoritmoak angelu honekiko gertuen eta baimenduta dagoen baliora joko du. Beraz, *overhang murrizpena* duen topologia optimizazio problemaren material banaketak formatuko dituen ingeraden maldek, baimenduriko angelu optimoenera jotzeko tendentzia izango dutela ondorioztatu daiteke. Honek esan nahi du, aztertua izaten ari den kasu honetan, bi barren arteko intersektzio angelua txikitzen joango dela *overhang angelua* mugatuta izaten ari den bitartean, eta barrak posizio bertikalago bat hartzeko joera izango dutela plano horizontalarekin duten angelua handituz. Beti ere 45° -tako baliotik gertuen eta baimenduta dagoen angelua hartzen dutelarik.

45° -tako angelutik beherako murrizpen bat aplikatuta duten kasuetan problemak diseinu ez murriztuan konbergituko dute energia elastiko minimoko puntu hau baimendutako eremuaren barnean egongo delako.



Irudia 5.4. Problemaren emaitzak (a) 45° , (b) 60° , (c) 80° eta (d) 90° angeluen kasuetan.

Goiko 5.4 Irudian argi ikusi daitekeenez, barne ingeraden maldak gradualki zuzendu egiten dira *overhang murrizpena* aktibatuz mantentzeko helburuarekin, eta bitartean, kanpo ingeradak libre dira nahi duten kurba osatzeko. Azken

hauek ez dute inolako influentziarik ingerada irtenen formazioan ezta fabrikazio aditibo prozesuan zehar ager daitezkeen euskarri egituren formazioan ere. Zentzu honetan, 90° -tako murrizpen angelua duen problemaren emaitza oso esanguratsua da, izan ere murrizpen honekin ez baitago baimenduta inolako ingerada irtenik, eta beraz, eremu guztiz solido bat da aukera bakarra. *Overhang angeluaren* balio honentzako, dentsitate gradiente guztiek bektore horizontal edo/eta beheranzkoak izan behar dira, eta beraien proiektzio bertikalak, y_{cg} , beti izango dira hutsak edo negatiboak. Guzti honek paraboliko izatetik gertu dagoen forma batean konbergitzen du.

5.3.2 Cantilever habea

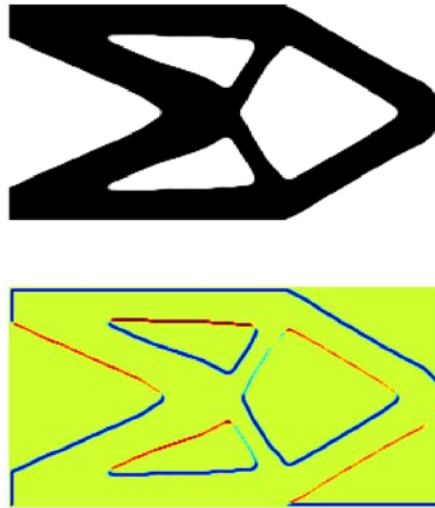
Hurrengo adibidean 45° , 60° eta 90° -tako *overhang murrizpen angeluen* arabera Cantilever habe baten topologia optimizazio problema ebazten da. Diseinu eremua, 5.5 Irudian agertzen dena, H altuerako eta $L=2H$ zabalerako laukizuzen bat da, non ezker aldeko hegaleko nodoen askatasun graduak mugatuta agertzen diren, eta eskuma aldeko hegaleko erdiko nodoan $F=1$ N indar bertikal bat aplikatzen den. Helburu bolumena eremuaren %50 da, zein 260×130 elementu karraturekin diskretizatuta dagoen.



Irudia 5.5. Cantilever habearen diseinu eremua.

Jarraian erakusten den 5.6 Irudian optimizazio prozesu askearen emaitza azaltzen da, *overhang murrizpenik* gabe lortu dena, non gorritz azpimarratutako ingeradak eutsirik gabe egongo diren eta *3D inprimaketa* prozesuan zehar euskarri egituren laguntza behar izango duten. Daukan konplexutasuna izanda, ariketa hau espezialki egokia da *overhang angeluak* zuzentzeko eta diseinua egitura optimo batera bideratzeko algoritmoaren gaitasuna erakusteko. Konplexutasun maila hori eredu optimoak azaltzen

dituen hegan dauden ingeraden luzeratik eta hauen inklinazio ia horizontaletik eratorritakoa da, faktore hauek egituraren bere burua eusteko gaitasuna zailtzen baitute. Jarraian egingo diren eragiketen erreferentzia modura, ebazpen honen energia elastikoaren balioa hartuko da, zein 62.9704 Nmm-takoa den.



Irudia 5.6. Overhang murrizpenik gabeko problemaren ingerada ez eutsiak.

Jarraian azaltzen diren 5.7 Irudiko emaitzek *overhang murrizpena* aplikatuta dute, eta dentsitate iragazkiaren erradiorako 7.5mm eta *Heaviside* metodoaren atalaserako 0.4 balioak aplikatu zaizkie. Bitartean, *kontrol parametroaren* balioa 0.99 izan da.

Emaitzetan ikus daitekeen lehenengo gauza adar kopurua angelu limitearekin batera hasten dela da. Portaera hau nahiko intuitiboa da kontuan izanda *overhang murrizpena* naturaz murrizpen geometriko bat dela, eta malda desegokiak dituzten adarrak saihesteko, tamaina handiko zuloak ekidin behar izango direla. Azken honek, adar meheago eta kopuru handiago baten agerpena suposatzen du. Hala ere, *overhang angeluaren* balio zorrotz bat ezartzen denean, piezak altuera galtzen du eta materiala era konpaktuago batean banatzen da, argi eta garbi ikus daitekeena 90° angeluaren kasuan, erabil daitekeen angeluaren baliorik zorrotzena. Hala ere, aurrerago ikusiko denez, geometriaren deformazio hau ez dago soilik angeluaren menpe. Dena den, egituraren osotasunari dagokionez, adar hauek kasu guztietan oinarrian hasi eta piezaren goi parteraino hasten dira kargak bideratuz eta goi parte horri euskarria ematen diotelarik *overhang murrizpena* betez.

Aurretik esan den bezala, 90° inklinazio angelu minimoa ezartzen denean edozein motatako barrunbeak galarazita daude, izan ere, barrunbe hauek

agertzekotan *overhang murrizpena* hautsiko lukete. Arrazoi horregatik, 5.7c Irudiko problemaren emaitza bezala eremu guztiz solido eta jarraitu bat azaltzen da, patente utziz gainera, proposatutako algoritmoak horrelako angelu zorrotzen kasuan ere emaitza koherenteak lortzen dituela.



(a)



(b)



(c)

Irudia 5.7. Cantilever habearen overhang problemaren soluzioak (a) 45° , (b) 69° eta (c) 90° angeluentzat.

Arreta deitzen duen beste ezaugarri bat ingeradek murrizpen angelu ezberdinekin hartzen dituzten formak dira. *Overhang* arazorik suposatzen ez dituzten ingeradek segmentu zuzen zein kurboak sortzeko askatasuna duten bitartean, ingerada irtenek segmentu zuzenak sortzeko joera erakusten dute. Gainera, azpiko hertzek biribiltzeak erakusten dituzte bitartean, goi hertzek forma zorrotzagoekin sortzen dira, *overhang murrizpenarekiko* geometria eraginkorragoa suposatzen duena.

Jokabide honek guztiz bat egiten du *overhang murrizketarekin*, ingerada kurbo irtenek, punturen batean, inklinazio desegokiak dituzten tangenteak izan baititzakete, non erremediorik gabe, murrizpena hautsiko litzatekeen. Hori

dela eta, ingerada hauek aplikaturiko angelu limitea errespetatzen duten maldak dituzten segmentu zuzenak sortzeko tendentzia izango dute.

Diseinuen "grey-level" edo gris mailari dagokionez, argi dago material banaketak "black-and-white" banaketak direla bere osotasunean, elementu gris frakzio txiki batean izan ezik. Gris mailen balioak (GL), O. Sigmund-ek [108] proposatzen duen (5.19) ekuazioarekin ebaluatu daiteke, non n elementu kopuru totala den. Lortutako emaitzek (5.7 Irudia) aurkezten dituzten balioak 0.01866, 0.05850 eta 0.00661 dira 45° , 60° eta 90° angeluen kasuetarako hurrenez hurren, eta itxaron zitekeenez, zerotik gertu dauden balioak dira, 0-1 distribuzioak ditugula konfirmatzen dutenak.

$$GL = \frac{\sum_{i=1}^n 4 \cdot \bar{\rho}_i \cdot (1 - \bar{\rho}_i)}{n} \quad (5.20)$$

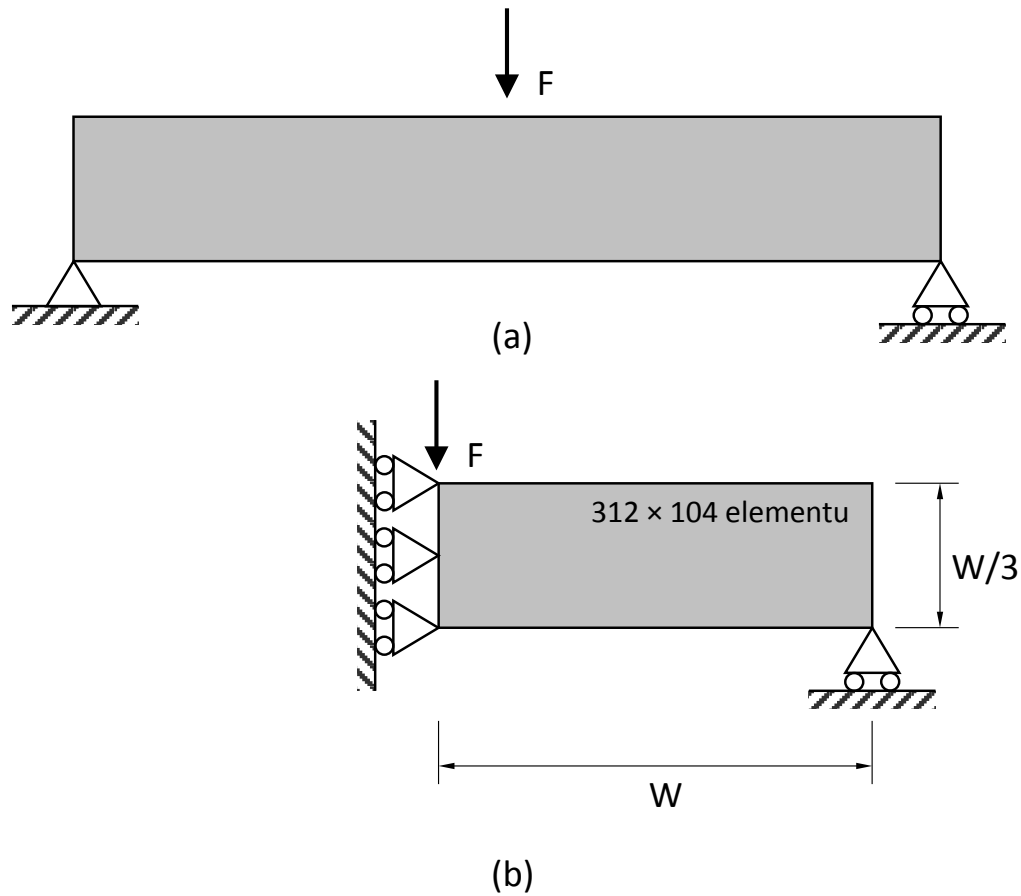
Gainera, egitura hauek helburu funtzioari ematen dizkioten erantzunen balioak 70.1388 Nmm, 87.0406 Nmm eta 205.3686 Nmm dira hurrenez hurren. Argi ikus daiteke 45° -tako murrizpenarekin lortutako emaitza optimotik nahiko gertu dagoela, %11.38 desbideratze soil batekin. Nahiz eta kasu biek geometria nahiko ezberdinak agertzen dituzten, *overhang murrizpena* errespetatuz helburu funtzioari optimotik gertu dagoen erantzun bat ematen dion material banaketa aurkitzeko kapaza dela erakusten du algoritmoak.

5.3.3 Messerschmitt-Bolkow-Blohm habea(MBB)

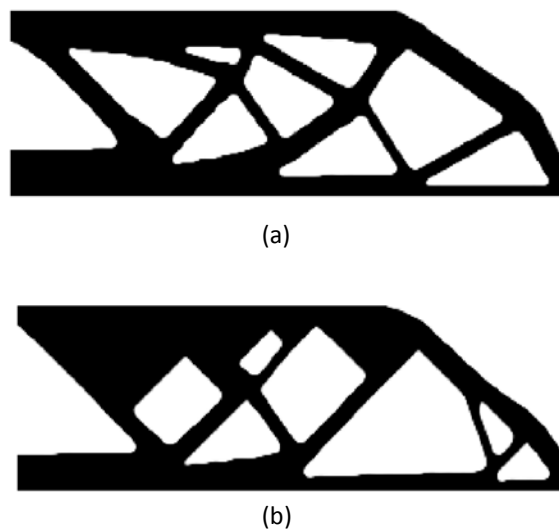
Jarraian *MBB* habearen optimizazio problemaren emaitzak erakusten dira. Diseinu eremu errektangeluarra bere bi behe hertzetan du euskarria eta goi hegaleko erdiko nodoan $F=1$ N indar bertikal bat aplikatzen da (ikus 5.8 Irudia). Hala ere, diseinu eremuaren simetria baliatuz eta dagokion muga baldintzak ezarriz, posible da eremuaren erdia soilik aztertzea. Eremu simetriko hau 312×104 elementu finitu karraturekin diskretizatzen da, bolumen murrizpena %50-ra ezartzen da eta *overhang angelu limitea* 45° -tan definitzen da. Bere aldetik, T eta ϕ_0 parametroei dagozkienez, hauek 0.35 eta 0.99 balioak hartzen dituzte, hurrenez hurren.

Beheko 5.9 Irudian argi geratzen dira *overhang murrizpena* duen geometriaren eta geometria optimoaren arteko diferentziak. *Overhang murrizpenik* gabeko emaitzak ingerada ia horizontal kopuru nabarmena azaltzen, *overhang murrizpena* duen optimizazio problemarentzako egoera zailenak direnak. Honekin batera,

hegan dauden ingeraden luzerak ere nabarmenak direla kontuan hartuz gero, optimizazio prozesuaren zailtasuna are gehiago igotzen da.



Irudia 5.8. MBB habearen diseinu eremua.



Irudia 5.9. MBB habearen optimizazioaren emaitzak. (a) overhang murrizpenik gabe eta (b) 45° -tako overhang murrizpenarekin.

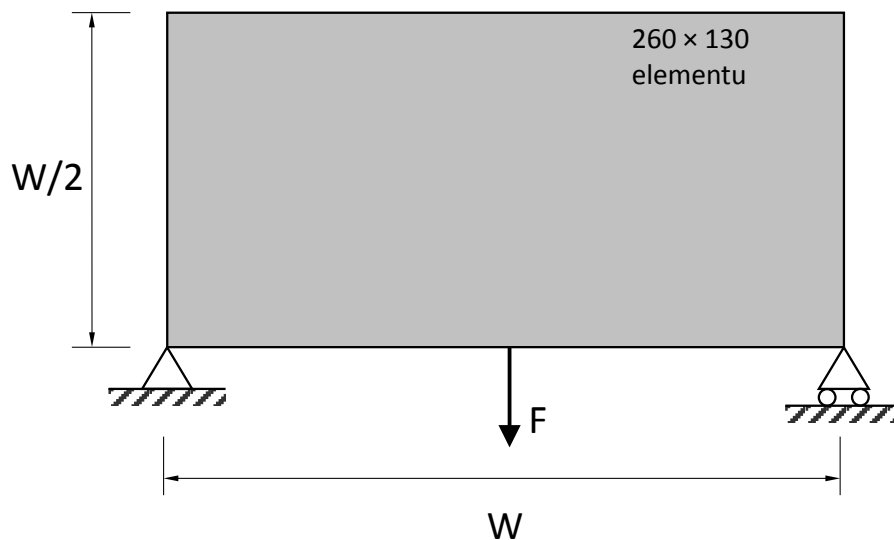
Materiala diseinu eremuan banatzeko patroia berdin bat aurkezten dute emaitza biek, betiere materiala eremuaren goi eta behe hegaletan kontzentratzea lehentasuna duelarik. Hegal hauetan sortzen dira adar sendoenak, zeinek problemaren naturen eta sortzen diren barne indarren fluxuaren ondorioz, zurruntasun gehiena ematen dioten egiturari. Gainerako materiala eremuaren barne aldean kokatzen da goi eta behe hegalek konektatzen dituzten eta helburu funtzioaren hobekuntzan laguntzen duten adarrak sortuz.

Murriztutako problemaren kasuan, barne aldeko adarrak *overhang murrizpenak* agintzen duen angeluaren arabera sortzen dira. Erdi alde honetako material disposizio berriak, lehen ia horizontalak ziren ingeradak zituzten zuloek forma triangeluar, karratu edo erronbikoa hartu dezatela gauzatzen du. Portaera logikoa da hau, forma hauek oso aproposak dira eta bere burua eusten duten ingeradak sortzerakoan. Izan ere, posible egiten dute hertzetako bat goi aldean jarritz, hegan dauden ingeradek baimendutako angelu batekin formatzea behe ingeradek edozein kurba deskribatzen duten bitartean.

Hala eta guztiz ere, nahiz eta geometria oso ezberdinak aurkezten dituzten bi emaitza izan, diseinuen arteko energia elastiko mailaren diferentzia %10-ean mantentzen da, 188.3254 Nmm eta 207.2548 Nmm balioekin, murrizpen gabeko eta murriztutako kasuentzako hurrenez hurren. Maila honetako desbideratze batek argi usten du proposatutako metodoak *overhang murrizpena* betetzeaz gain, puntu optimotik gertu dauden diseinuetara gidatzen duela problema, eta posible egiten duela euskarri egiturarik gabeko fabrikazio aditiborako egokiak diren diseinu optimizatuak lortzea.

5.3.4 Gurpil itxurako egitura

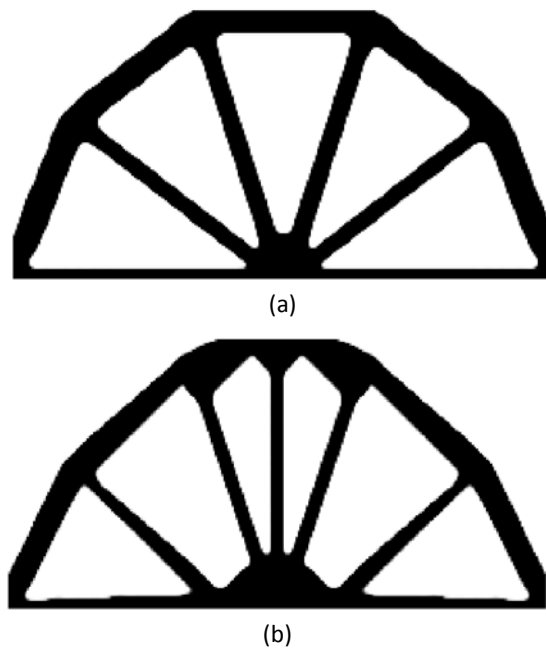
Topologia optimizazio beste adibide klasikoetariko bat gurpil itxurako edo "wheel" egitura da. Diseinu eremuak, kasu honetan ere, W zabalera eta $H=W/2$ altuera ditu, eta 260x130 elementu karraturekin diskretizatzen da. Azalduko den 5.10 Irudian ikus daitekeen bezala, ezker hegaleko beheko nodoaren askatasun graduak eta eskuin hegaleko behe aldeko nodoaren askatasun gradu bertikala murriztu egiten dira. Behe hegaleko erdiko nodoan $F=1$ N indar bertikal bat aplikatzen da, *Heaviside* proiektzio metodoaren atalaseko parametroaren eta *kontrol parametroaren* balioak 0.5 eta 0.992 izango dira hurrenez hurren, eta definitutako *overhang angelu* limitea 45°-tako da.



Irudia 5.10. Gurpil itxurako egituraren diseinu eremua.

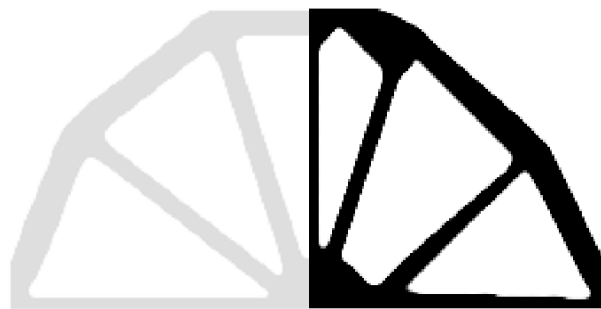
Berriro ere, optimizazio problema zuzenaren emaitza, *overhang murrizpenik* gabekoa, soberan ezaguna da, eta badakigu eremuaren goiko hegalean adar horizontal eta luze bat sortuko dela. Gainera, egituraren zurruntasuna honek hartzen duen zabalera eta altueraren menpekoa da, hots, zenbat eta hobeto aprobetxatu eremuak baimentzen duen azalera, are eta zurruntasun handiagoko egitura izango dugu. Honek konpromiso egoera bat sortzen du *overhang murrizpen* bat kontsideratzen denean, izan ere, eta esan den moduan, egitura hau ahalik eta zurrunena izan dadin adar luze eta horizontalaren agerpena sustatu beharra dago, eremuaren azaleraren gehiengoa okupatzea ahalbidetzen den bitartean. Beste alde batetik, adar horizontal hori eusten duten beste adar batzuk sortzeko, beharrezkoa izango da materiala beste eremu batzuetatik hartzea piezaren altuera eta zabalera konprometituz (ikusi 5.11 Irudia).

Egitura honen *overhang* arazoari eman zaion erantzuna egituraren beheko hegalean erdian hasi eta goi hegalean sortzen zen adar horizontalaren erdira arte hazten den adar bertikal bat sortzeagatik bereizten da. Era berean, W alderantzikatu baten antza duen forma bat ere sortzen da, eta biek batera adar horizontalari euskarria ematen diote. Materiala era honetan banatu ondoren, itxaron zitekeenez, egiturak zabalera eta altuera galtzen du, dena den, goi adar horizontalaren formazioa sustatzea lortzen da bukaerako egitura zurrunago bat lortuz. Gainerako ingeradek ere zuzenketak jasaten dituzte, baina hauek xeheagoak dira, 5.12 Irudian ikusi daitekeena. Emaitza hau oso esanguratsua da, izan ere problema honetan badirudi algoritmoak ingeradak zuzentzea baino, euskarri egiturak sortzeko tendentzia duela.



Irudia 5.11. Gurpil itxurako egituraren topologia optimizazioaren emaitzak. (a) overhang murrizpenik gabe eta (b) 45°-tako murrizpenarekin.

Optimizazio problema bien emaitzek 22.7772 Nmm eta 24.6358 Nmm-ko balioak aurkezten dituzte, non bien arteko desbideratzea %8.16-koa den *overhang* arazoari ematen zaion soluzioa arrazoizkoa eta eraginkorra dela frogatuz. Egoera hau ez da zorizkoa kontutan hartzen bada geometria bien arteko berdintasuna.



Irudia 5.12. Overhang murrizpen eta murrizpenik gabeko geometrien konparaketa.

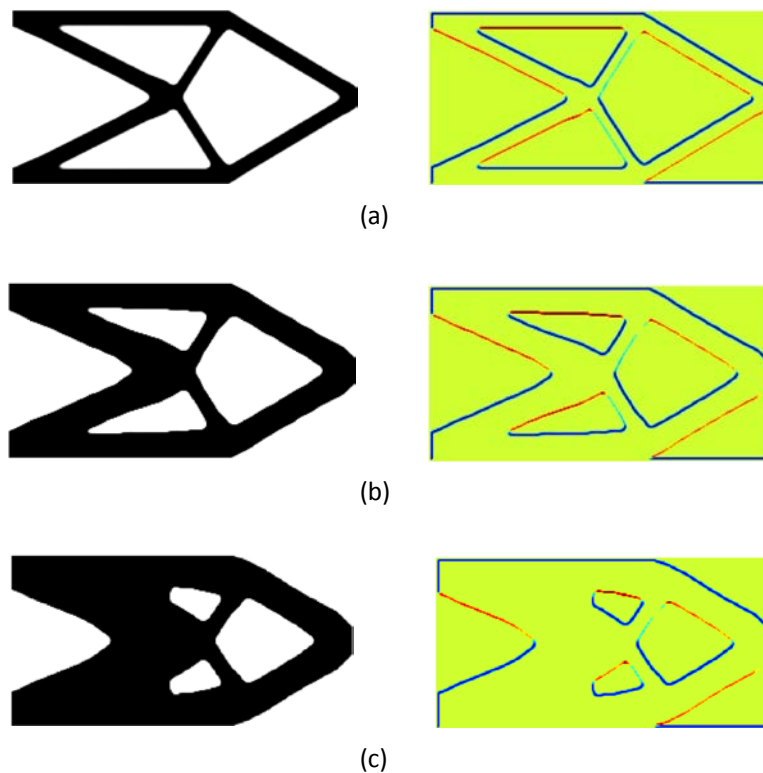
5.4 Diseinu parametroen analisisia

Atal honetan, hainbat adibideren laguntzarekin, proposatzen den metodoa gidatzen duten parametro guztien azterketa egingo da.

5.4.1 Bolumen frakzioa

Frakzio bolumetrikoaren efektuak analizatzeko asmoarekin Cantilever habearen problema planteatzen da berriro, non diseinu eremua aurreko kasuan bezala definitzen den (5.5 Irudia). Erreferentziazat, aurretik 0.5 frakzio bolumetrikoarekin optimizatutako emaitza hartuko da. Orain beste frakzio bolumetriko ezberdin birekiko emaitzak lortuko dira, balio altuago bat eta beste balio baxuago bat. Edozein kasutan, *overhang angelua* eta *kontrol parametroa* 45° eta 0.99 balioekin definituko dira hurrenez hurren.

Zurruntasun maximoko topologia optimizazio problema honetan bolumen frakzio baxuenganako portaera normala, azalera handi bat okupatzen duten eremu hutsak sortzera jotzea da, 5.13 Irudian argi ikusten dena. Bertan habe honen 0.35, 0.5 eta 0.65 frakzio bolumetrikoentzako emaitzak azaltzen dira dagozkien ingraden klasifikazio ekuazioaren balioen maparekin batera.



Irudia 5.13. Bolumen ezberdineko egituren overhang egoeraren analisia. (a) $V_o=0.35$, $\Phi_{\text{karakteristikoa}}=0.811$, (b) $V_o=0.5$, $\Phi_{\text{karakteristikoa}}=0.816$ eta (c) $V_o=0.65$, $\Phi_{\text{karakteristikoa}}=0.869$.

Argi ikusi daiteke, bolumen baxuenari dagokion kasuan agertzen diren ingrada ez eutsiek luzera nabarmenagoa dutela, eta beraz, aurkezten duen *overhang ratio karakteristikoak* balioa baxuagoa izango duela. Ondorioz, *overhang egoera* latzago bat moduan agertuko da. *Overhang* arazoaren ikuspuntutik, bolumen baxuek suposatzen duten arazo nabarietako bat da, euskarri

modura jokatuko duten adarrak sortzeko eskuragarri dagoen material bolumena baxua dela. Honi zor zaio 5.14a Irudiko emaitzak altuera galera zamarra edukitzeak eta baimendutako espazioa ez aprobetxatzea. Kontrako kasuetan, bolumena nahiko handia denean, materiala gehien behar duten guneetan ezartzeko aukera du algoritmoak, izan ere, ez baitu inolako eragozpenik topatuko egiturari euskarria ematen dioten adarrak osatzeko.



(a)



(b)



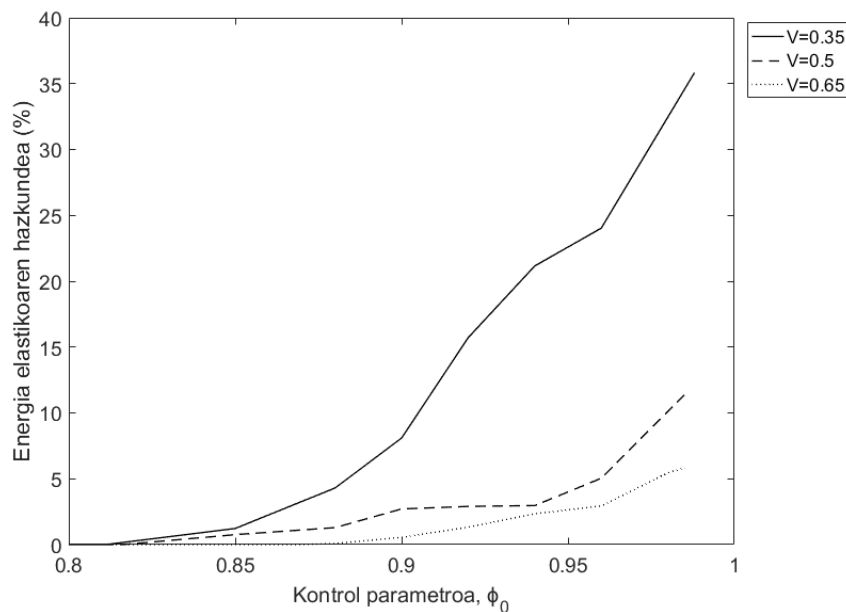
(c)

Irudia 5.14. Bolumen frakzio ezberdinetarako optimizatutako Cantilever habea. (a) $V_o=0.35$, (b) $V_o=0.5$ eta (c) $V_o=0.65$.

Aurreko lineetan aipatutakotik eratortzen den portaera aipagarri bat, errendimendu galerak bolumen txikiagoen kasuan nabarmenagoak direla da. Honako hau frogatzeko 5.14 Irudian azaltzen diren emaitzek sufritzen dituzten galerak konparatzea soilik ez da behar, zeinek 45° -tako *overhang* angeluari eta 0.99-ko *kontrol parametro* bati dagozkien. Galera hauen arteko konparaketa 5.15 Irudian batzen da.

Berriro ere gogorarazten da *overhang murrizpenak* izaera geometrikoa duela, eta beraz, bolumen frakzio baxuak helburu izatean, algoritmoak problemak izan ditzakeela helburu funtzioa zein *overhang murrizpena* era optimo eta koherente batean konplitzen dituen soluzio bat aurkitzeko. Esan bezala, honen arrazoi

nagusia, adarrak angelu egokiekin eta aldi berean kargak aplikazio puntutik euskarrietara transferi dezaten forma egokiarekin sortzeko materiala eskuragarri ez izatea da. Hori dela eta, ohikoa izaten da kasu hauetan soluzio lokaletara jotzea ingerada oszilakorrak sortuz, zeinek piezaren *overhang ratio*aren balioa hobetzea baimentzen duen, sortzen den egiturak helburu funtzioari optimoki erantzuten dion bitartean. Honakoaren adibide bat 5.16 Irudian dago ikusgai. Bertan eskuineko goi izkinan trakzio indar bat aplikatuta duen habe bat agertzen da, ezkerreko goi hertzeko nodoaren askatasun graduak eta eskuin aldeko goiko nodoaren askatasun gradu bertikala mugatuta daudela.

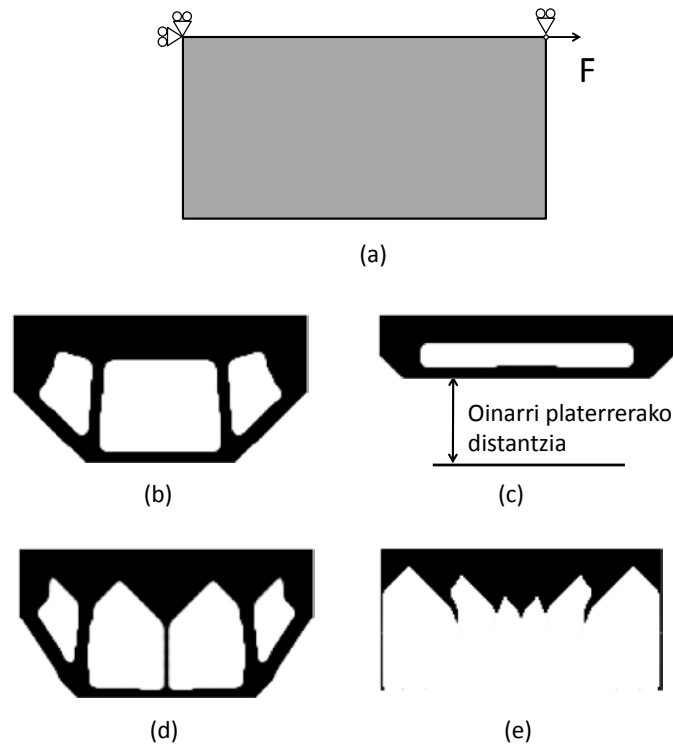


Irudia 5.15. Energia elastikoaren handipena egituraren bolumenaren eta kontrol parametroaren menpe.

Frakzio bolumetrikoa 0.5-eko balioan ezartzen denean, algoritmoak “*wheel*” egituraren kasuan erakutsi zuen portaera antzekoa dauka. Baina frakzio bolumetrikoa 0.3-ra doitzen denean, problemak ingerada oszilakorrak dituen habe horizontal batean konbergitzen du. Honako emaitza hau ez da oso harrigarria, *overhang murrizpenik* gabeko topologia optimoak jadanik erakusten baitu geometria ez dela diseinu eremua betetzeko kapaza eta guztiz hegan dagoela. Arrazoi horregatik, eta definitu den diseinu eremurako, oso zaila da geometria zuzentzea eta erantzun optimoa mantentzea. Jakina, diseinu eremuaren berdefinizio bat egin daiteke, hala nola fabrikazio norabide hobeko bat bilatzea posiblea den baita. Hain zuzen ere, diseinu optimoago bat lortuko litzateke 5.17 Irudian agertzen den norabidea erabiliz gero.

Emaitza ezberdinak analizatu ondoren, posible da ondorioztatzea, bilatzen den bukaerako bolumenak eragin zuzena duela problemari ematen zaion

soluzioan, eta bolumenaren balioaren arabera material distribuzioa trinkoagoa agertuko dela.



Irudia 5.16. Trakzio habe batean bolumen baxuen efektuak. (a) diseinu eremua, (b) overhang murrizpenik gabeko eta $V_o=0.5$ emaitza optimoa, (c) overhang murrizpenarekin eta $V_o=0.5$ emaitza optimoa, (d) overhang murrizpenik gabeko eta $V_o=0.3$ emaitza optimoa eta (e) overhang murrizpenarekin eta $V_o=0.3$ emaitza optimoa.



Irudia 5.17. Posizio bertikalean optimizatutako trakzio habe.

5.4.2 Piezaren posizioa eta fabrikazio noranzkoa

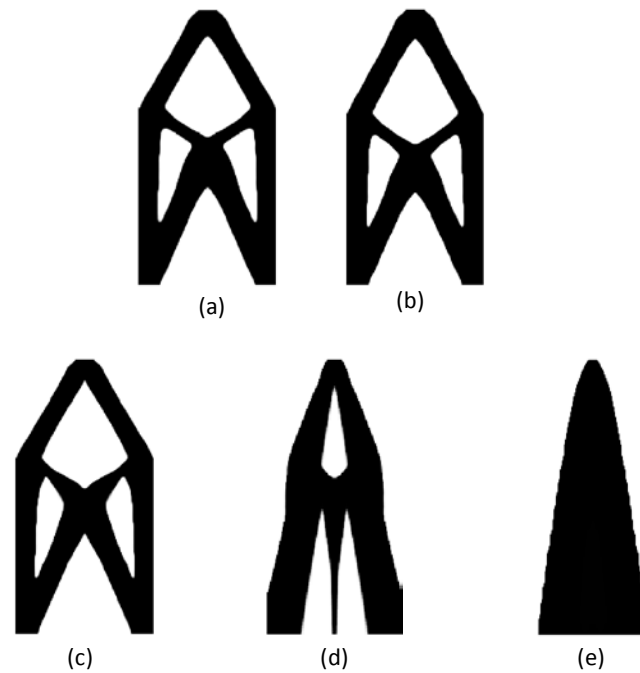
Fabrikazio aditibo prozesuetan garrantzia handia duen ezaugarrietako bat fabrikatuko den piezak *3D inprimaketa* makinaren barruan izango duen posizioa edo orientazio da. Hots, piezaren eta fabrikazio noranzkoaren arteko posizio erlatiboa. Orientazio honek beharrezkoa den euskarri material

bolumena eta fabrikazio prozesuak hartuko duen denbora baldintzatuko ditu, hala nola bukaerako piezaren propietate mekanikoak [109].

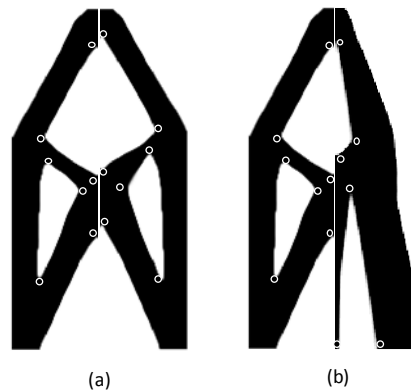
Aurreko gaian azaldu zen bezala, *EL1* taldearen barruan biltzen diren topologia optimizazio eta fabrikazio aditibo prozesuen integrazio metodoetako batzuk, euskarri materialaren bolumen minimoa suposatzen duen fabrikazio noranzkoa, edo *fabrikazio noranzko optimoa*, bilatzea dute helburu. Hala eta guztiz ere, lan honetan kontzeptu berri bat proposatzen da, *diseinu posizio optimoa*. Posizio hau optimoarekiko bukaerako material banaketa berdintsuena ematen duen diseinu posizioa bezala definitzen da. Kontzeptu bi hauek, nahiz eta izenez ezberdinak izan, ideia berari egiten diote erreferentzia, izan ere, euskarri material bolumena minimizatzen duen posizioan lortutako diseinuarengan egin beharreko *overhang* zuzenketak minimoak izango dira eta ondorioz, optimoarekiko oso berdintsuak diren zuzendutako material banaketak emango ditu.

Cantilever habe baten kasuan noranzko edo posizio hau 5.18b Irudian azaltzen dena da, zein irudi bereko (a) kasuarekin konparatuta, material banaketa optimoa deskribatzen duena, argi husten du bi geometrien arteko berdintasuna oso nabarmena dela. Hauek erakusten dituzten energia elastikoaren balioak 62.9704 Nmm eta 62.9951 Nmm dira *overhang murrizpen* gabeko eta murriztutako diseinuentzat hurrenez hurren. Ikus daitekeenez, balio biak oso gertu daude eta beraz, 45°-tako angelu limitearekiko egitura honen posizio bertikala horizontala baino optimoagoa dela frogatzen da. Halabeharrez, problema partikular honetan, diseinu posizio optimoak egituraren simetria ardatza mantentzea posible egiten du.

Angelu ezberdinek soluzio ezberdinak sortzen dituzte, zeinek diseinu optimoa oinarritzat dutela, eta murrizpen angeluaren balioa latzagoa egiten den neurrian, geometria gutxika “luzatzen” doazela dirudien, 90°-tako angeluaren kasuan geometria guztiz solido, jarraitua eta zulorik gabekoa sortzera helduz. Azken emaitza hau bat dator Cantilever habe solido baten diseinu zurrun optimoarekin. Jarraian azaltzen den 5.19 Irudian 45°, 60° eta 80°-tarako geometrien arteko konparaketa sinple bat erakusten da, non egituraren puntu esanguratsuenak puntuekin seinalatzen diren hauen posizioak nola aldatzen diren miatzeko.



Irudia 5.18. Overhang angelu ezberdinetarako optimizatutako geometria. (a) $\psi=0$, $c=62.9704$ Nmm, (b) $\psi=45$, $c=62.9951$ Nmm, (c) $\psi=60$, $c=63.9056$ Nmm, (d) $\psi=80$, $c=90.4967$ Nmm eta (e) $\psi=90$, $c=175.4155$ Nmm.

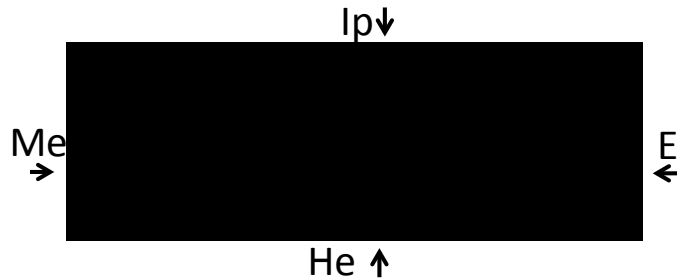


Irudia 5.19. Puntu geometriko esanguratsuenen analisia. (a) $\psi=45/60$ y (b) $\psi=45/80$.

Emaitzen konparaketa egin ondoren posible da esatea, geometria *overhang angeluaren* balio handiagoetara moldatzeko, hau “luzatu” egiten dela lotura puntuen kate-desplazamendu bati hasiera emanez. Jokaera honen adibide argi bat 80° -tako angelua aplikatuta duen kasua da, zeinek garbi erakusten duen piezak zabalera galtzen duela geometria konpaktuago bat sortuz malda handiagoak dituzten ingeradak sortzeko helburuarekin. Honek geometria “luzatu” itxura ematen dio. Topologia konpaktuago hori lortzeko, egituraren puntu esanguratsu asko, 45° -tako kasuan ez bezala, fusionatu egiten dira puntu bakar bat sortuz.

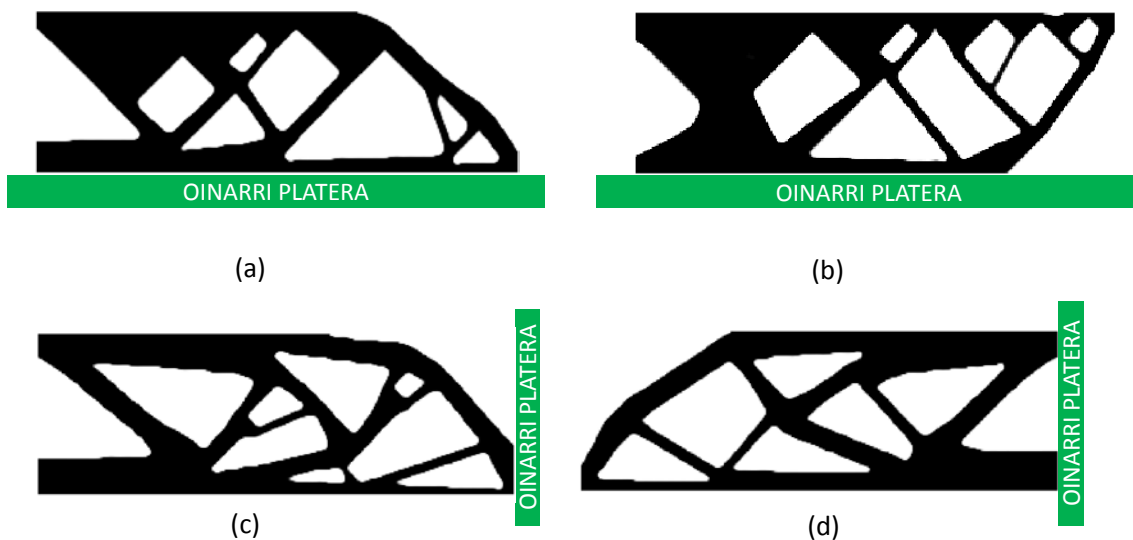
Analisi honetan gehiago sakontzeko helburuarekin, *MBB* habe baten kasurako diseinu eremuaren errotazio oso batean, edo berdina dena, *AM* makinaren

barnean piezaren errotazio oso batentzako, lortutako emaitzak aztertuko dira. Honekin batera, *diseinu posizio optimoaren* existentzia frogatuko da. Beraz, 45°-tako angelu limite bat eta 4 posizio ezberdin definitzen dira, puntu kardinalak erreferentzia eginez I, H, E eta M deituko direnak (5.20 eta 5.21 Irudiak).

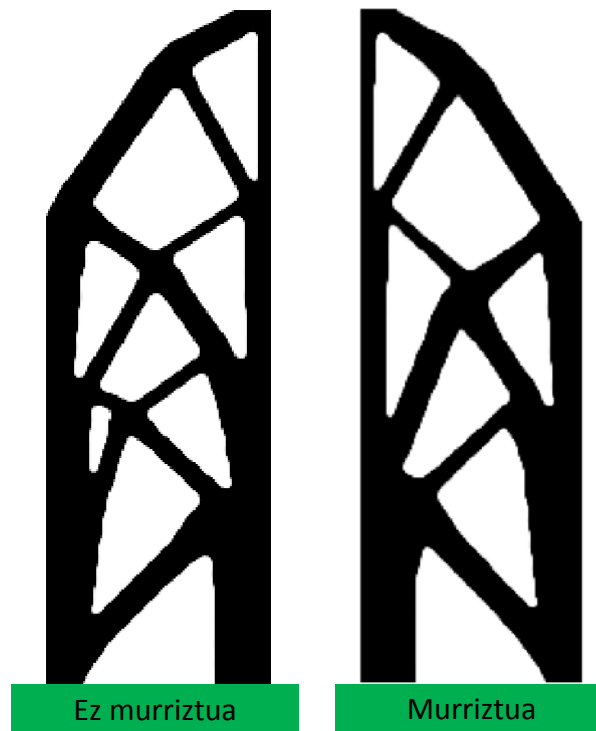


Irudia 5.20. Fabrikazio noranzkoen definizioa.

Aurretik 5.3.3 atalean aurkeztu zenez eta hemen berriz ikus daitekeen bezala, 45°-tako angeluarekin eta H posizioan lortutako geometria oso ezberdina da *overhang murrizpen* gabeko geometriarekiko. Ordea, geometria optimoaren eta M orientazioarekin lortutako geometriak konparatuz gero, arin ikusi daiteke bi hauen arteko antzekotasuna (5.22 Irudia). Gainera, energia elastikoaren balioak 188.13254 Nmm eta 189.4561 Nmm-koak dira kasu optimo eta murriztuarentzako hurrenez hurren. Beraz, kasu bien artean % 0.7-ko ezberdintasun bat dago soilik, zein kontuan izanda 5.3.3 atalean lortutako emaitzaren energia elastikoa, argi usten duen M orientazioa optimoagoa dela pieza honentzako.

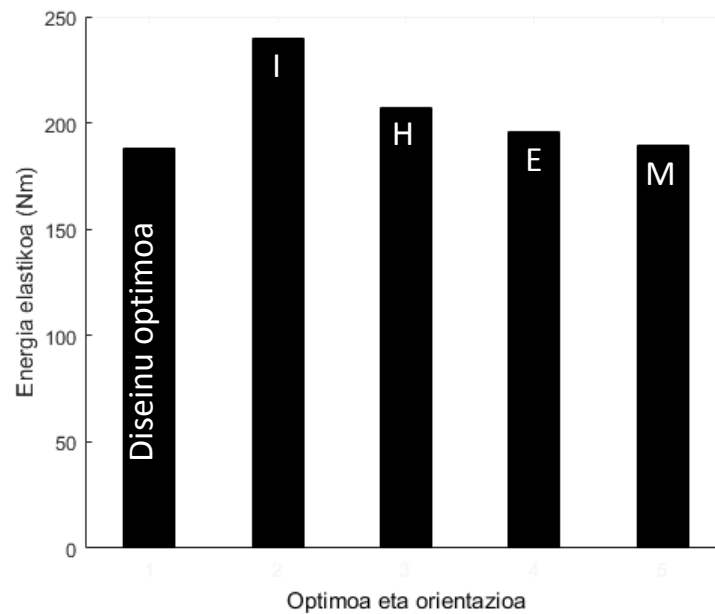


Irudia 5.21. Noranzko ezberdinen emaitzak. (a) He noranzkoa, (b) Ip noranzkoa, (c) E noranzkoa eta (d) Me noranzkoa.

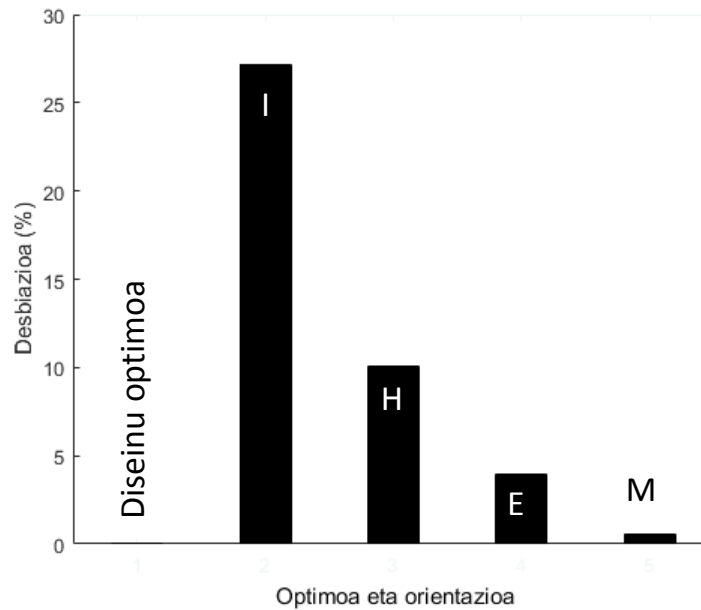


Irudia 5.22. Geometrien konparaketa, murrizpenik gabekoa eta 45° murrizpena duena eta O noranzkoan diseinatu dena.

Ondorio hau indartzeko, 5.23 eta 5.24 Irudietan piezaren posizio ezberdinetarako energia elastikoaren balioak eta optimoarekiko desbideratzeak batzen dira, non berriro ere, M orientazioaren egokitasuna ikus daitekeen.



Irudia 5.23. Fabrikazio noranzko bakoitzean lortzen den energia elastikoa.



Irudia 5.24. Erantzun optimoarekiko desbideratzea (%) fabrikazio noranzko bakoitzean.

Analisi honen ondoren geometria batzuentzako *diseinu posizio optimo* bat egongo dela ondorioztatu daiteke, non direkzio hori, diseinu “inprimagarria” optimotik gertuen dagoen material banaketa batekin lortzen duen direkzioa bezala ulertzen den. Hala ere, kontuan izan behar da *EL1* prozesuen barnean *fabrikazio noranzko optimo* euskarri material bolumen baxuena behar duen noranzkoa bezala definitzen duten autoreak daudela, eta honek errorera gidatu dezakeela.

5.4.3 Overhang murrizpeneko kontrol parametroa

Jadanik 4.3.4 atalean aurkeztu den bezala, *overhang murrizpenari* askatasun gradu bat emateko eta problema emaitza baliagarrietara konbergitzen laguntzeko kapaza da *kontrol parametroa*. Lehenagoko adibideetan parametro honentzako erabili diren balioak 0.97-0.9999 tartean daude, eta kasu guztietan emaitza egitura eutsi eta optimo bat izan da. Atal honetan parametro honek azken emaitzaren geometriarengan kausatzen dituen efektuetan sakonduko da, eta horretarako bi barren adibidea aztertuko da berriro. Oraingoan 90°-tako angelu batentzako *kontrol parametroaren* balio ezberdinak erabiliko dira.

Beheragoko 5.25 Irudian azaltzen den emaitza *overhang murrizpenik* gabeko topologia optimoa da, zein ardatz horizontalarekiko 45° osatzen duten bi barra erakusten dituen, eta 45° hauekiko 0.992 balioa duen *overhang ratio karakteristikoa* ($\phi_{\text{karakteristikoa}}$) aurkezten duen. Beraz, 0.992 baino balio txikiagoak dituen edozein ϕ_0 -rako emaitza beti izango da soluzio optimoa.

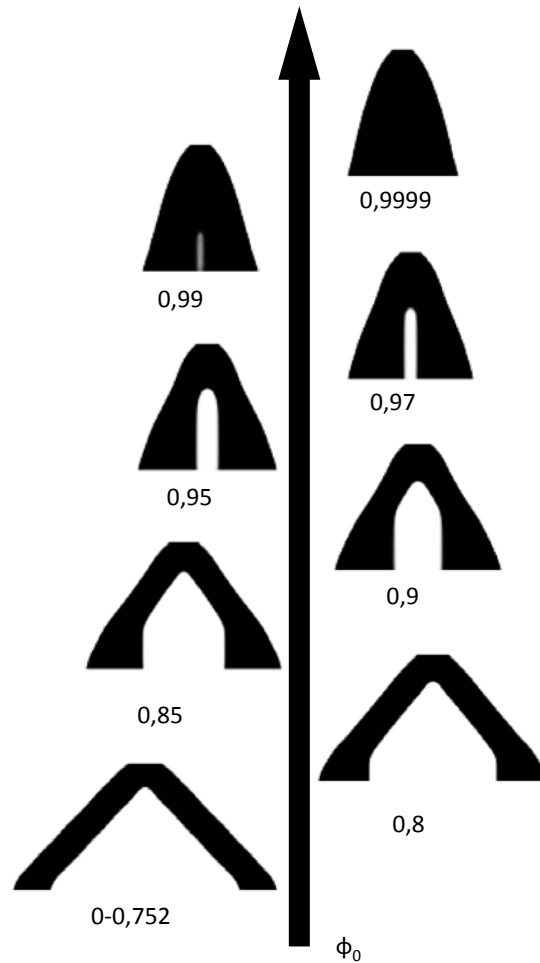


Irudia 5.25. Bi barren egituraren diseinu optimoa overhang murrizpenik gabe.

Jarraian, (5.26 Irudia) 90° -tako angelu limitea duen problemaren emaitzen eboluzioa azaltzen da *kontrol parametroaren* balioak progresiboki hazten diren heinean. Angeluaren balio honetarako egiturak duen *overhang ratio karakteristikoaren* balioa 0.752 da. Balio honetatik gora, baina honekiko gertu, dauden balioetarako, nahiz eta ingerada irtenetan zuzenketak egiten diren, oraindik agertzen direla zuzendu gabeko gunek. Hala ere, ϕ_0 -ren balioa hazten den heinean, ingeradak ezarritako angeluaren balio limitearekin bat datorren forma batera zuzentzen dira, eta muturreko egoeran, *kontrol parametroak* unitatearekiko oso gertu dagoen balio bat hartzen duenean, lortzen den material banaketak egitura guztiz solido, eutsi, trinko eta jarraitu bat osatzen du.

Kontrol parametroak overhang murrizpen ekuazioarengan duen efektua argi ikusten da adibide honekin. Balio karakteristikoetik gertu dauden balioetarako murrizpenak apenas efekturik izango duen bitartean, balio altuagoetarako murrizpenak ingerada guztiak zuzenduko ditu. Gainera, 0.97 eta 0.99 artean dauden balioetarako ingerada ez eutsien kantitate oso murriztu baten presentzia baimentzen da, zein kasu honetan positibo faltsuekin egiten duten bat eta bi barra bereizgarriren formazioa baimentzen duten 4. gaian azaltzen zen elementuen jauzia saihestuz.

Kontrol parametroaren efektuak ikuskatzeko beste egoera posible bat ematen da *MBB* habearen kasuan. Aurreko 5.9 Irudian kasu honen murriztu eta murrizpen gabeko optimizazioen emaitzak azaltzen ziren, 45° *overhang angelu* baten eta *kontrol parametroak* 0.99 balioa zuen kasurako. Emaitza horrek frogatu zuen, nahiz eta geometrikoki optimoarekiko nahiko ezberdina izan, posible zela euskarri egiturarik gabeko fabrikazio aditiborako prest dagoen eta energia elastiko maila ia optimoa duen egitura bat lortzea. Kasu horretan optimoarekiko desbideratzea %10-ekoa zen. Oraingoan *kontrol parametroak* helburu funtzioa zelan afektatzen duen aztertuko da, eta horretarako, diseinu eremu bererako baina ϕ_0 parametroaren balio ezberdinentzako emaitzak aurkeztuko dira.

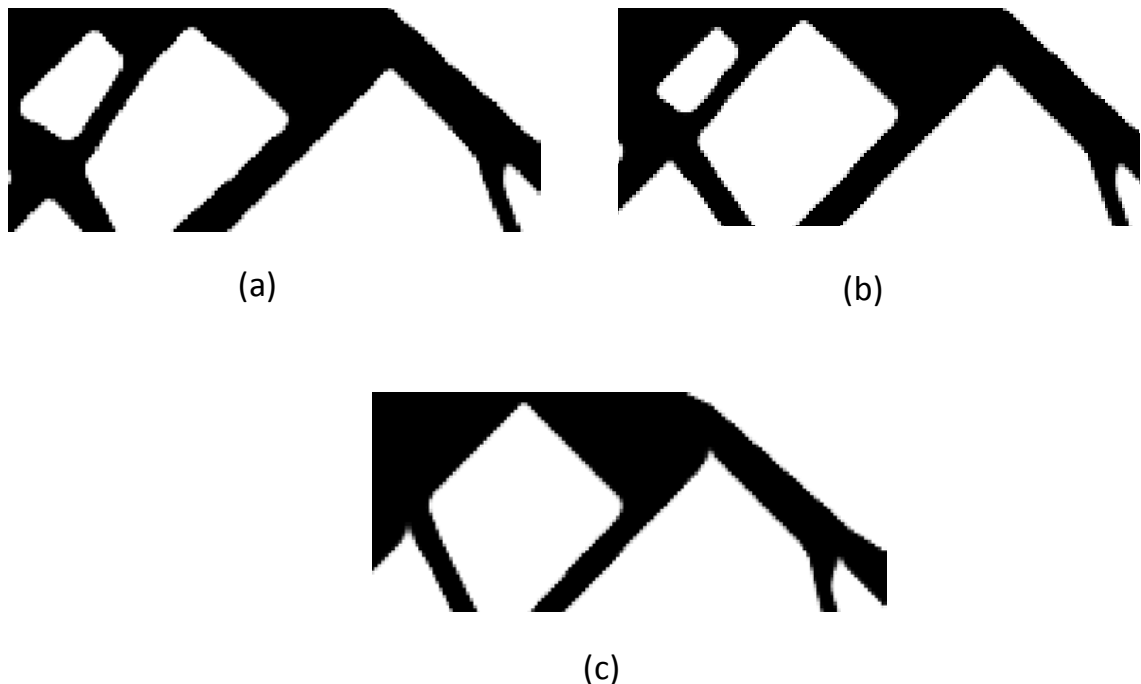


Irudia 5.26. Bi barren egituraren eboluzioa 90° angelurako eta kontrol parametro ezberdinen arabera.

Kontrol parametroaren balioa $\phi_{\text{karakteristiko}}$ baliotik gorakoa izaten hasten denean geometriak aldaketa progresiboak jasaten hasiko da, helburu funtzioarengan eragin txikiena duten ingeradetan aldaketa arinak eginez eta optimoarekin konparatuz oso ezberdinak diren geometriak sortzeraino. Lehen kasuetarako, zuzenketak ez dira oso deigarriak eta normalean korapiloen edo barren lotura puntuen berposizionaketa eta hegaleko distantzien laburtzea inplikatzan dute. *Kontrol parametroaren* balioa hazten doan ahala geometria gero eta gehiago ezberdintzen da *overhang murrizpenik* gabeko emaitza optimotik, eta zuloek geometria trianguluar, karratu edo erronbikoak hartzen dituzte. Portaera hau jadanik ezaguna da eta *overhang egoeraren* kontrola errazten du eta geometria hauek aukera natural eta logikoa dira eutsita ez dauden ingeraden kopurua murriztea bilatzen bada. Berez, forma geometriko hauen eta *kontrol parametroaren* balioaren aukeraketa egoki baten konbinazioarekin, *overhang murrizpenak* zulo hauen goi hertzetan soilik aurkituko ditu puntu arriskutsuak, baina hauek positibo faltsu batek emandakoak izango dira. Parametro honen

balioa oso esanguratsua bihurtzen da egoera honetan, izan ere eta aurretik esan zen bezala, unitatearen azpiko balio batek algoritmoa emaitza optimoetara konbergitzea baimenduko du positibo faltsuen ondorioz blokeatu barik. Lupa batekin zulo hauen goi hertzetara joz gero, posible da ikustea zelan hertz hauek gutxika zorrotzu egiten diren *kontrol parametroaren* balio altuetarako. Portaera hau parametro honen magnitudea handitzean *overhang murrizpena* bortxatu dezaketen puntu bakarrak hertz hauek direnari zor zaio, eta horregatik elementu soil bateko zabalera izateraino zorrotzen ditu hertzak. Guzti hau 5.27 Irudian ikus daiteke xehetasun handiarekin, non *MBB* ereduaren uneko argazkiak atera diren $\phi_0 = 0.985, 0.99$ eta 0.999 kasuetarako.

Zentzu honetan, baliteke, *kontrol parametroaren* kontrolaren bidez egituren agertuko diren zulo kopuruaren kontrola izateko ideia izatea. Parametro hau hazten den heinean, egiturek hertz biziak soilik dituzten zuloak aurkezten badituzte, ϕ_0 -ren balio handiago batentzako positibo faltsuen kopurua murriztu behar izango da, eta beraz, zulo gutxiago sortuko ditu algoritmoak. Hala ere, unitatea bezain balio latza ezartzerakotan baliteke material jausia ematea.

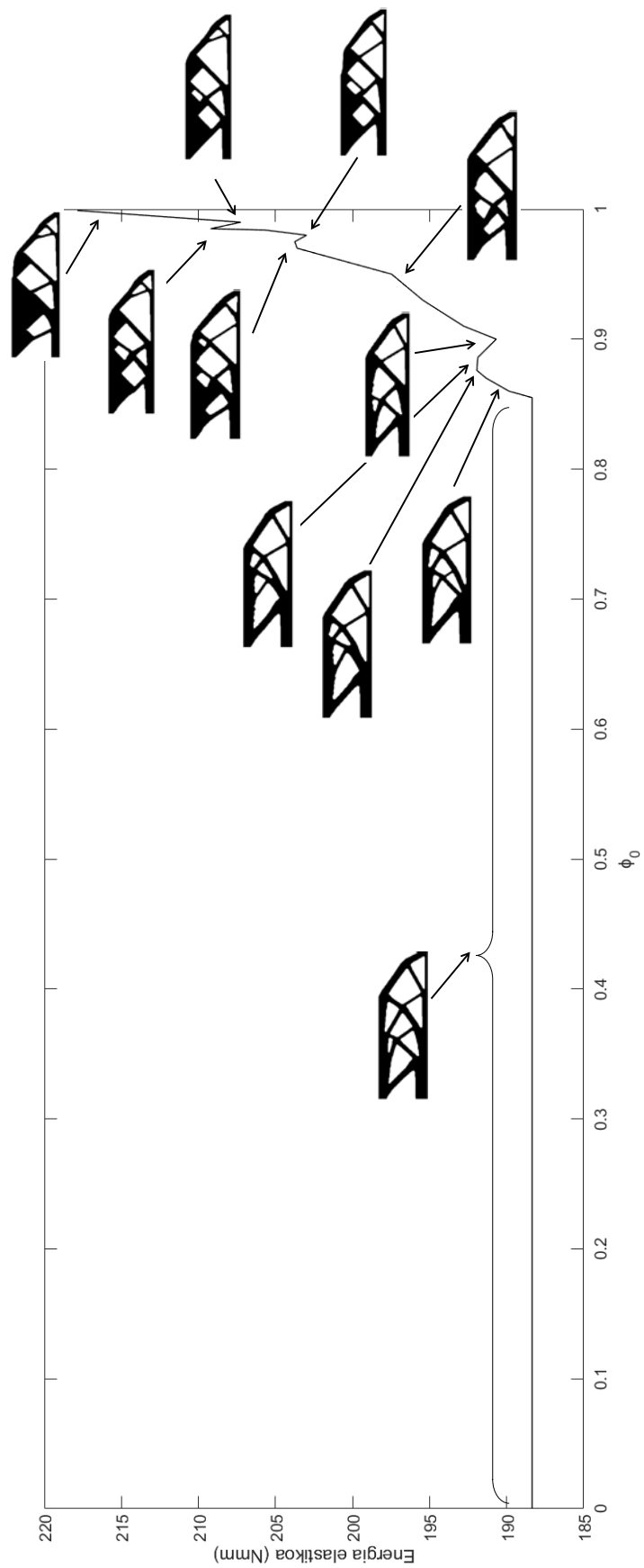


Irudia 5.27. Goi hertzen zorrotzea. (a) $\phi_0=0.985$, (b) $\phi_0=0.99$ y (c) $\phi_0=0.999$.

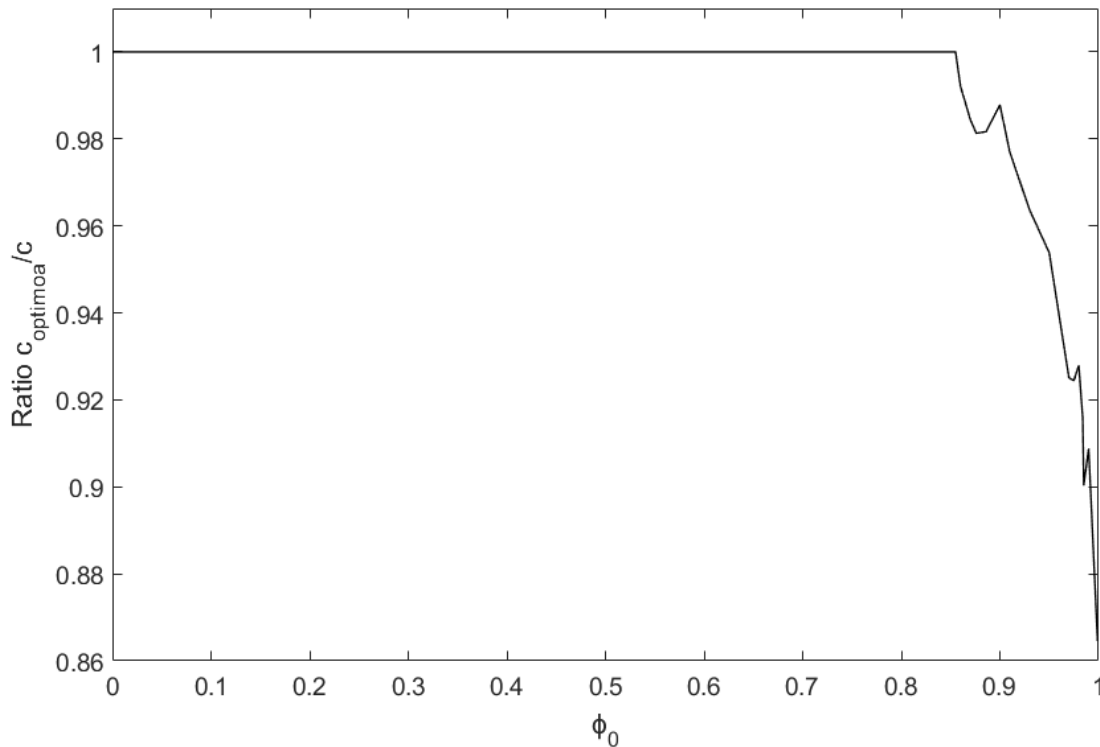
Helburu funtzioaren balioari dagokionez, espero zitekeen moduan, ϕ_0 -ren balioa zenbat eta handiago izan egituren erantzunaren balioa gero eta gehiago urrunduko da erantzun optimoaren baliotik. Honako hau argi ikus daiteke 5.28 Irudian, non funtzio honen balioen eboluzioa azaltzen den 45° -

tako murrizpenarekin eta *kontrol parametroaren* balioen menpean. Hala ere, badaude egoera batzuk non parametro honen balioaren hazkunde puntual eta txiki batek onurak izan ditzakeen helburu funtzioaren balioarengan.

Teorikoki, *overhang murrizpena* aplikatuta duen eta murrizpenik gabeko emaitzen helburu funtzioaren balioen arteko ratioa unitatetik ahalik eta gertuen egon behar da [98]. *Overhang murrizpena* aplikatuta duten emaitzen eraginkortasun maila ezagutzeko beste metodo bat da hau, 5.29 Irudian azaltzen dena.



Irudia 5.28. Topologiaren eta helburu funtzioaren eboluzioak kontrol parametroaren menpean.



Irudia 5.29. Murrizpen eta murrizpen gabeko objektibo funtzioen balioen ratioa 5.28 Irudiko emaitzetarako.

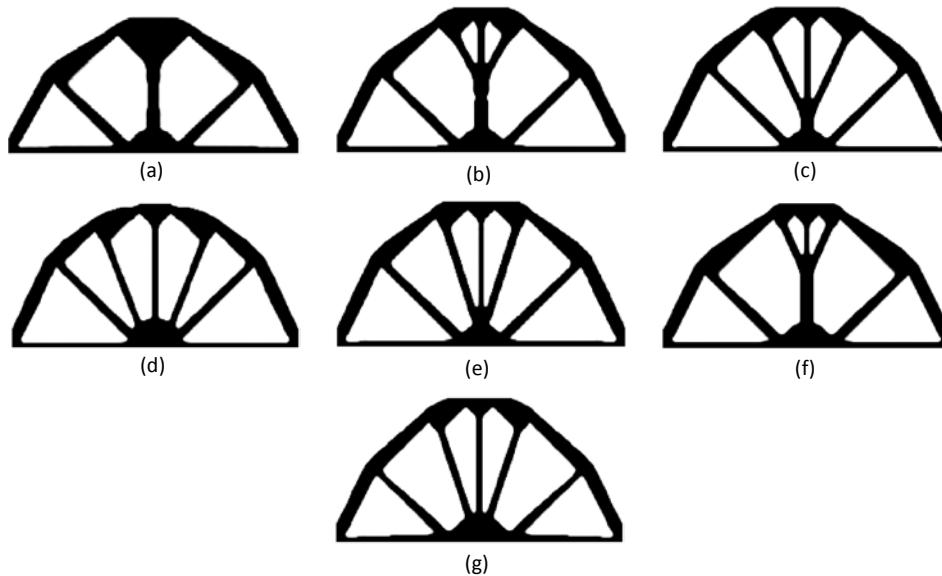
5.4.4 Heaviside proiektzio metodoaren atalaseko parametroa

Jadanik 5.2.1 atalean definitu zen bezala, *Heaviside* proiektzio metodoak dentsitate iragaziak atalase balio baten arabera proiektatzen ditu hauen mutur balioetara. Atal honetan atalaseko parametro honen balio ezberdinek egituraren geometriarengan duten eragina aztertuko da, eta horretarako 5.3.4 ataleko gupil itxurako egituraren gaineko optimizazio eragiketa sorta bat planteatuko da T -ren 0.1-0.5 arteko balioekin.

Lortutako emaitzen bereizgarri nagusia, lehenik ikusi izan den bezala, simetria ardatzean azaltzen duten zurtoina da. Adar bertikal honek problemak material banaketa optimotik gertu dagoen distribuzio batera konbergitu dezala baimentzen du, ezberdintasun bakarra diseinu optimoan agertzen den goi adar horizontalari euskarria emateko erantziz den materiala izanik. *Heaviside* proiektzio metodoaren atalaseko T parametroak geometriaren gain duen eragina argi ikusi daiteke 5.30 Irudian agertzen diren diseinuetan. Kasu honetan argi geratzen da tiranteak kasu bakoitzean sortzen diren eran eragina duela.

Parametro honen beste efektuetariko bat topologia trinkoagoen sormena da balio baxuenen kasurako, 5.31 Irudian hauteman daitekeen bezala. Teorikoki, atalaseko balio baxuagoek material banaketa trinkoagoetara gidatu beharko







lukete problema, balio altuagoenak zulo kopuru handiagoa duten egituretara, eta beraz adar mehe eta ahulagoak dituztenetara, gidatzen duten bitartean. Halako efektuak 5.31 Irudian sumatu daitezke, non *MBB* egitura bati T parametroaren balio desberdinak aplikatzen zaizkion. Bertan 0.35 eta 0.45 bitarteko balioak aplikatzen dira gainerako parametroen balioak konstante mantentzen direlarik irudiko lerro bakoitzarentzako.



Irudia 5.30. Wheel egituraren optimizazioaren emaitzak proiektzio atalaseko balio ezberdinetarako. (a) $T=0.1$, (b) $T=0.28$, (c) $T=0.38$, (d) $T=0.385$, (e) $T=0.39$, (f) $T=0.44$ y (g) $T=0.5$.

Atalaseko parametroaren balio nagusienak dituzten geometriek material banaketa irekiagoak erakusten dituzte eta baita adar kopuru handiago bat ere. Honako portaera hau proiektzio metodotik espero zitekeena da, izan ere, atalase balio baxuagoetarako dentsitate baxuagoak ere izango dira unitatera proiektatuak, adar sendoagoak formatuz, edo berdina dena, zuloen tamaina eta bere kopurua murriztuz. Diseinu honen kasuan T -ren balio handiagoenak dira helburu funtzioaren balio optimoenak lortzen dituztenak, hala ere, azken portaera hau optimizatu nahi den kasu partikular bakoitzerako analizatu beharra legoke.

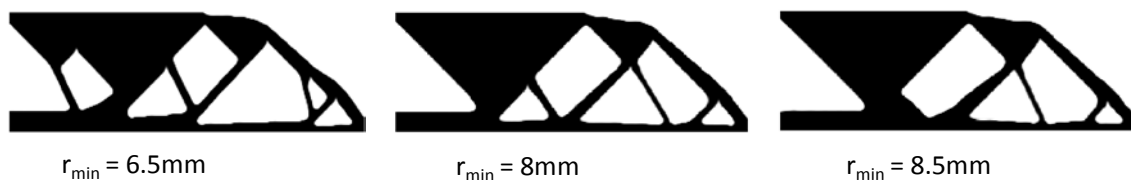
Lortutako emaitzek argi utzi dute T parametroaren aukeraketa ez dela kritikoa piezaren fabrikazioaren ikuspuntutik, izan ere analizatu diren balio ezberdinekin, eta adibide ezberdinetarako, lortu diren bukaerako topologiak fabrikazio aditibo metodoen bitartez euskarri materialik gabe lortzeko egokiak izan dira. Hala ere, parametro honek izan du eraginik egituraren portaeran, eta aukeratutako balioak helburu funtzioaren balioarengan eragin zuzena duela ikusi da.

T=0,35			
	$\phi_0=0.985$ C=232.2405 Nmm	$\phi_0=0.99$ C=241.7410 Nmm	$\phi_0=0.999$ C=245.6755 Nmm
T=0,45			
	$\phi_0=0.985$ C=211.4968 Nmm	$\phi_0=0.99$ C=224.4555 Nmm	$\phi_0=0.999$ C=217.3524 Nmm

Irudia 5.31. Heaviside proiektzio metodoaren atalaseko balio ezberdinen emaitzak. $V_0=0.5$, $r_{\min}=8.5$, $\psi=45^\circ$.

5.4.5 Iragazki erradioa

Atal honetan, tesian proposatutako murrizpena aplikatzen denean iragazkiaren erradioak bukaerako emaitzarengan duen efektua aztertuko da. Horretarako, iragazkiaren erradioaren balioa izan ezik, beste parametro guztien balioak konstante mantentzen dituen *MBB* habe baten emaitzak proposatzen dira (5.32 Irudia). Bertan azaltzen diren diseinuen parametro komunak hurrengoak dira, $V_0 = 0.5$, $\phi_0 = 0.999$, $\psi = 45^\circ$ y $T = 0.35$. Aldi berean 6.5, 8 eta 8.5 mm-ko balioak emango zaizkio iragazkiaren erradioari.



Irudia 5.32. Iragazki erradioaren eragina.

Ikusi daitekeen moduan, iragazkiaren erradioaren balioak ez du efektu partikularrik adar meheen eliminazioaz aparte, baina honako efektu hau edozein topologia optimizazio probleman duen berdina da. Nahiz eta orain arte proposatu diren *overhang* kontrolerako estrategien artean ingeraden oszilazioak kontrolatzeko iragazki erradio erlatibo oso handiak erabiltzen dituztenak aurkitu daitezkeen, lan honetan garatzen den metodoan parametro honek ez du edozein topologia optimizazio prozesutan azaltzen duena baino gainerako efekturik. Hala ere, nahiz eta globala izan, *overhang murrizpena* geometriaren neurri lokalekin eraikitzen da, eta *overhang* problemaren soluzio

lokalak saihesteko, iragazki erradioa optimizazio problema klasikoetan duena baino balio zertxobait altuagoa izatera behartzen du honek. Era honetan *overhang problemarekiko* soluzio lokalen agerpena saihesten da, hala nola ingerada oszilakorrak.

5.5 Emaizzen eztabaida

Gai honetan zehar, *overhang murrizpenaz* aparte, optimizazio problemak hau gobernatzen duten parametroen menpe agertzen dituen jokabideak ere aztertu dira. Zenbakizko adibideetan lortutako emaitzek, non bi barradun egitura, Cantilever habe, MBB habe eta "wheel" egiturak tratatu diren, garatu den algoritmoak topologia optimizazio prozesuetan eman daitezkeen *overhang* arazoak eraginkorki heltzeko duen gaitasuna frogatu dute. Halaber, metodo honen bitartez bere burua eusten duten egitura ezberdinen diseinuari ekin dakiokela argi geratu da, *overhang angelu limitea* edozein delarik. Gainera, lortutako diseinuen helburu funtzioaren balioa bere puntu optimotik gertu egotea lortu da. Posible da beraz osagai optimo eta fabrikazio aditiboari guztiz moldatutakoak asmatzea. Baliteke baina, euskarri egitura guztiak ezabatu nahi ez izatea, zein posible izango den *kontrol parametroaren* kontrolaren bitartez.

Espero zitekeenez, ingerada irtenak, definitu diren angelu limitearen eta *kontrol parametroaren* arabera zuzentzen ditu algoritmoak. Emaizta bezala, egiturak azaltzen dituen zuloen geometria, hertz bat zuloaren puntu gorena bezala kokatzea baimentzen duten formetan transformatu egiten da, triangelu, lauki eta erronbo formetan hain zuzen ere. Era honetan posible da *overhang arazoak* suposatzen dituzten ingeradak segmentu zuzenak bezala definitzea, behe ingeradek helburu funtzioari egokiagoa zaizkion formak hartzen dituzten bitartean. Proposatzen den algoritmoak naturalki sortzen dituen forma hauek dira hain zuzen ere, topologia optimizazioa eta fabrikazio aditiboa integratzeko proposatu diren metodo esplizituek parametrizazio definitzen dituzten formak. Hala ere, mota honetako metodoentzat forma hain konplexuak erabiltzeak parametrizazio konplexua ere erabiltzea derrigortzen du, zeini zuloak definitzen dituzten kurben arteko ebaketak saihesten dituzten baldintzak ezartzea gehitu behar zaio. Tesi honetan proposatzen den metodoa zuzenagoa eta aplikatzen errazagoa da.

Probleman agertzen diren parametroen efektuari dagokionez, dentsitate iragazkiaren erradioaren influentzia eskasa nabarmentzen da. Proposatutako metodo askotan erradio honen balioa oso garrantzitsua da ingerada

oszilakorrak ekiditeko eta piezaren fabrikazio aditiboa hobetzeko, baina lan honen kasuan ikusi denez, topologia optimizazio problema klasikoetan ikusi daitekeenaz aparte, parametro honek ez du izango efektu nabarmenik. Esan beharra dago ordea, *overhang murrizpena* geometriari lotuta egoteagatik erabiltzen den iragazki erradioaren balioa normala baino zerbait altuagoa dela algoritmoak *overhang murrizpenaren* soluzio lokalak saihestu ditzan.

Bestalde, bilatzen den bukaerako diseinuaren bolumenak garrantzia handia dauka. Frogatu den bezala, bolumen baxuek, *overhang murrizpen* flexiblea era lokalean bete daitekeela aprobeztatuz, materiala ingerada oszilakorrak sortzen banatzera bultzatu dezakete problema. Gainera, frogatu egin da ere, errendimendu galerak askoz esanguratsuagoak direla *overhang murrizpena* bolumen txikiagoko egitura berean aplikatzen denean, espezialki *kontrol parametroaren* balio altuetarako.

Orobat, trakzio indarpeko habearen kasuan ikusi denez, egitura batzuetan posible da bolumen baxuen efektuak murriztea diseinu posizio egoki baten bitartez, zein berriro ere 5.4.2 atalean frogatu den. Azken kasu honetan *MBB* egitura beraren fabrikazio posizio ezberdinak aztertu eta konparatu egin dira. Emaitzek erakutsi dute pieza bakoitzak *diseinu posizio optimo* bat izango duela, zeinek egituraren gain egin behar izango diren zuzenketak minimizatuko dituen. Aldi berean, posizio honek *fabrikazio noranzko optimoa* definituko du, non fabrikazio aditibo prozesuan behar izango den euskarri material bolumena minimoa izango den. Ondorioz, diseinu posizio honekin helburu funtzioaren balio optimoagoak dituzten egitura eutsiak lortuko dira.

Tesi honen ekarpen originala eta optimizazio problemaren nolabaiteko moldakortasuna eskaintzen duena, *kontrol parametroa* da. Honek eragin zuzena du egituraren euspenik gabe ager daitezkeen ingerada kopuruan, eta baita agertzen diren zuloen geometriaren ere. Parametro honen balio altuekin guztiz eutsitako egiturak bilatzean azaltzen diren zuloak triangelu, lauki eta erronbo formekin sortzen direla konprobatu da.

Azkenik eta *Heaviside* proiektzio metodoan dentsitateak zein balioerekiko proiektatzen diren definitzen duen atalaseko parametroari dagokionez, honen balio baxuenak geometria trinkoagoen sinonimo direla ikusi da. Balio altuenek aldiz, adar gehiago eta zulo gehiago dituzten geometriak sortzera bideratzen dute problema. Azken hauek egitura zurrunagoak lortu izan dituzte, hala ere, honako hau ezin da barreiatu eta kasu bakoitzerako analizatu beharra legoke.

Oro har, problema gobernatzen duten parametroen konbinazioa edozein delarik ere, fabrikazio aditibora guztiz egokitutako egituren diseinu optimoak lortzeko kapaza dela erakutsi du algoritmoak, hortaz, proposatzen den metodoa “*self-supported*” egituren diseinu optimorako erreminta sendo eta fidagarria dela ondoriozta daiteke.

5.6 Analisi esperimentalak: “self-supported” egituren 3D inprimaketa

5.6.1 Erabilitako baliabideak

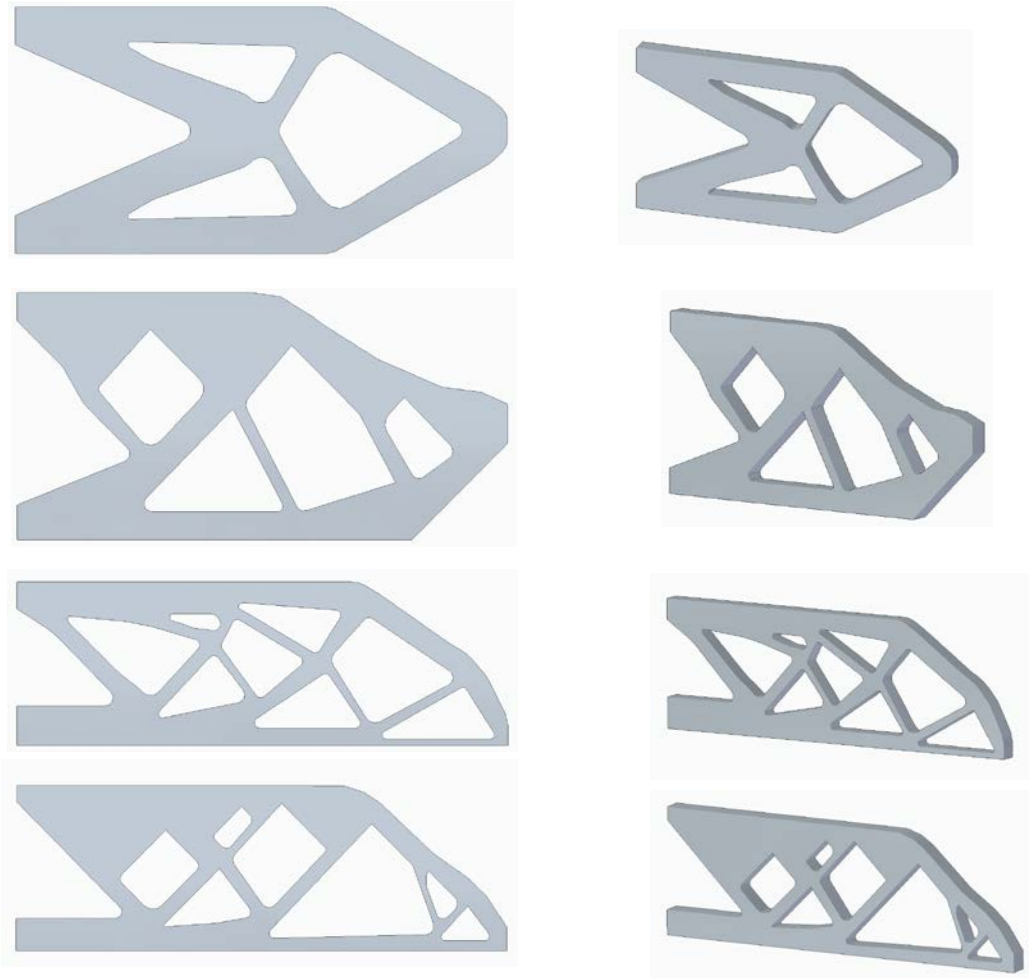
Gai honek lortutako emaitza teorikoen konprobaketa esperimentala tratatzera bideratu da. Horretarako *Fused Deposition Modeling* makina bat erabili da, *Stratasys* etxeko *SST 768* modeloa hain zuzen ere, eta erabilitako material estrukturala *ABS P400* plastikoa izan da (5.33 Irudia). Nahiz eta makinak geruza lodiera ezberdinak sortu ditzakeen (5.1 Taula), prototipoen generaziorako erabili den geruza lodiera 0.254mm izan da. Eredu birtualak *Siemens* etxearen *Solid-Edge* sofwarrean eraiki dira, eta hauek 5.34 Irudian daude ikusgai.



Irudia 5.33. Erabilitako prototipazio makina eta materiala.

Feature	BST 768	SST 768	Elite
.007 in. slice (.178 mm)			X
.010 in. slice (.254 mm)	X	X	X
.013 in. slice (.330 mm)	X	X	
P400 Model Material	X	X	
P430 Model Material			X
BST (Breakaway Support Material)	X		
SST (Soluble Support Material)		X	X

Taula 5.1. 3D inprimaketa makinaren ezaugarriak.

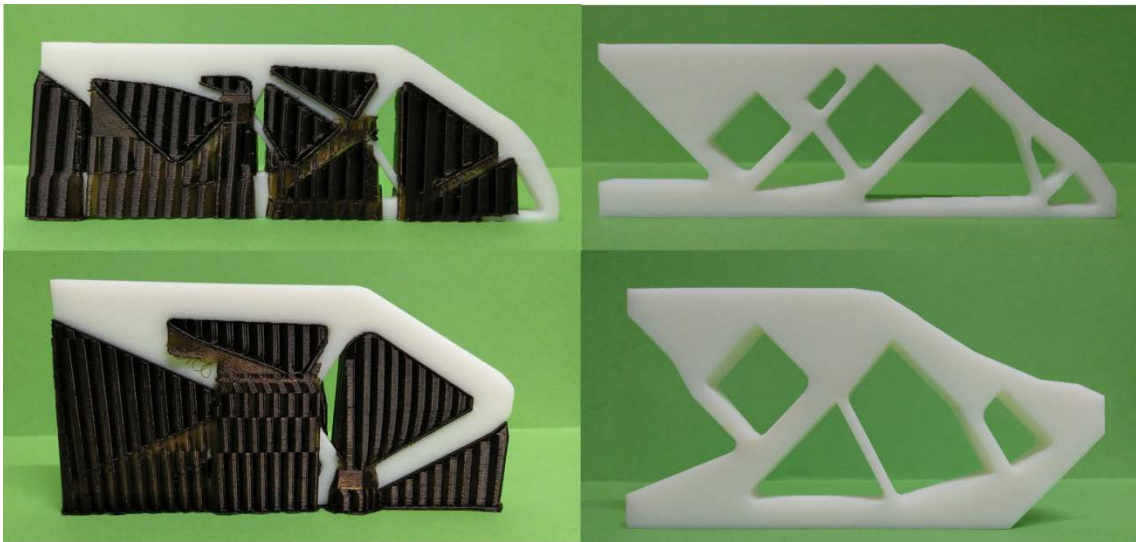


Irudia 5.34. CAD ereduak eta .STL fitxategiak.

5.6.2 Emaitzak

Egituren diseinuari dagokionez, helburu nagusia beti izan da euskarri materialik behar izango ez duten diseinuak lortzea, eta landutako diseinu numerikoek erakutsi dutenez, honako hau posible izateaz gain, posible izan da ere optimotik gertu dauden “*self-supported*” diseinuak lortzea.

Esandakoaren balioztatze esperimentalak, Cantilever eta MBB habeen bidez egin da, eta emaitzak 5.35 Irudian ikus daitezke. Eredu esperimentalak lortzeko erabilitako ereduak 5.7a eta 5.9b Irudietako emaitza numerikoak izan dira, hurrenez hurren, kasu bietan erabili den *kontrol parametroa* $\phi_0 = 0.99$ izan delarik.



Irudia 5.35. Cantilever eta MBB habeen emaitzak.

Laugarren gaian erakusten zen 4.6 Irudiak jadanik erakusten zuen *kontrol parametroaren* balio egokientzat detektatzen ziren ingerada ez eutsi bakarrak zuloen goi hertzetako positibo faltsuek eragindakoak zirela. Guztiz eutsitako diseinuak lortu izanak ez du beraz inolako sorpresarik suposatzen, nahiz eta kasu hauetan erabilia izan den *kontrol parametroak* unitate balioa ez eduki.

Euskarri materialaren presentzia oso esanguratsua da *overhang murrizpena* aplikatu gabeko emaitza optimoetan, eta esan daiteke pieza biak euskarri materialen guztiz murgilduta daudela. Fabrikazio prozesuei dagozkien informazioa 5.2 Taulan eta 5.36 Irudian batzen da.

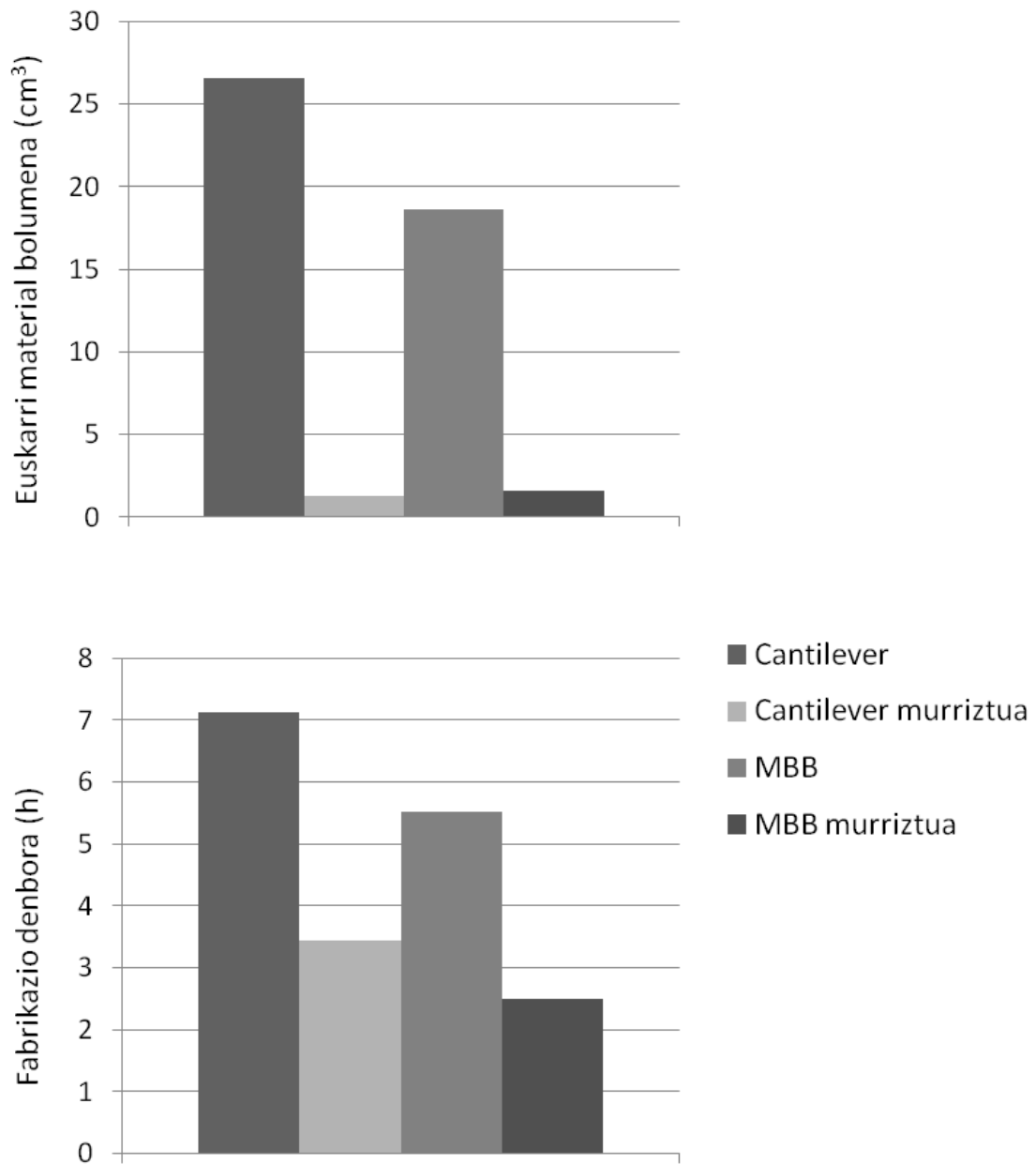
Datu esperimental hauek frogatu egiten dute *overhang murrizpena* topologia optimizazio probleman aplikatzearen efikazia, eta ikusi daitekeenez, lan honetan proposatutako algoritmoak, euskarri material eta fabrikazio denbora

murrizpen oso nabarmenak lortu ditu analizatutako kasuetan. Erabilitako euskarri materialari dagokionez, Cantilever habearen kasuan euskarri materiala erabilitako material totalaren % 42.952 izatetik % 3.55 izatera pasatzen da, eta MBB habearen kasuan % 44.495 izatetik % 6.272 izatera pasatzen da. “*Self-supported*” diseinuetan euskarri materialak 1.29 cm³ eta 1.58 cm³-tako bolumenak hartzen ditu, baina bolumen hauek piezaren eta oinarri plateraren arteko kontaktu zuzena saihesten duen materialaren ordezkari dira soilik. Fabrikazio denborari dagokionez, egitura ez eutsiekin konparatuz gero, denbora erdia behar da landutako diseinu eutsiak fabrikatzeko.

Emaitza esperimental hauek aurretik lortutako emaitza numerikoak praktikan erabilgarriak direla frogatzen dute. Gainera, frogatu egiten dira ere doktoretza tesi honetan garatutako *overhang murrizpena* erabiltzearen abantailak eta sendotasuna, honek posible egiten duen modurik euskarri egiturarik gabe inprimagarriak diren diseinu optimoak garatzea. Diseinu hauek material bolumen eta fabrikazio denbora aurrezpen oso esanguratsuak inplikitzen dituzte, eta beraz, industria errealean abantailatsuak izango dira.

	Overhang murrizpena	Euskarri material bolumena (cm ³ / %)		Fabrikazio denbora
Cantilever habea	Ez	26.57	42.952	7h08min
	Bai	1.29	3.55	3h26min
MBB habea	Ez	18.59	44.495	5h31min
	Bai	1.58	6.272	2h30min

Taula 5.2. Fabrikazio denborak eta euskarri material bolumena.



Irudia 5.36. MBB eta Cantilever habeen fabrikazio datuen adierazpen grafikoa.

6 “Self-supported” mekanismo malguen topologia optimizazioa

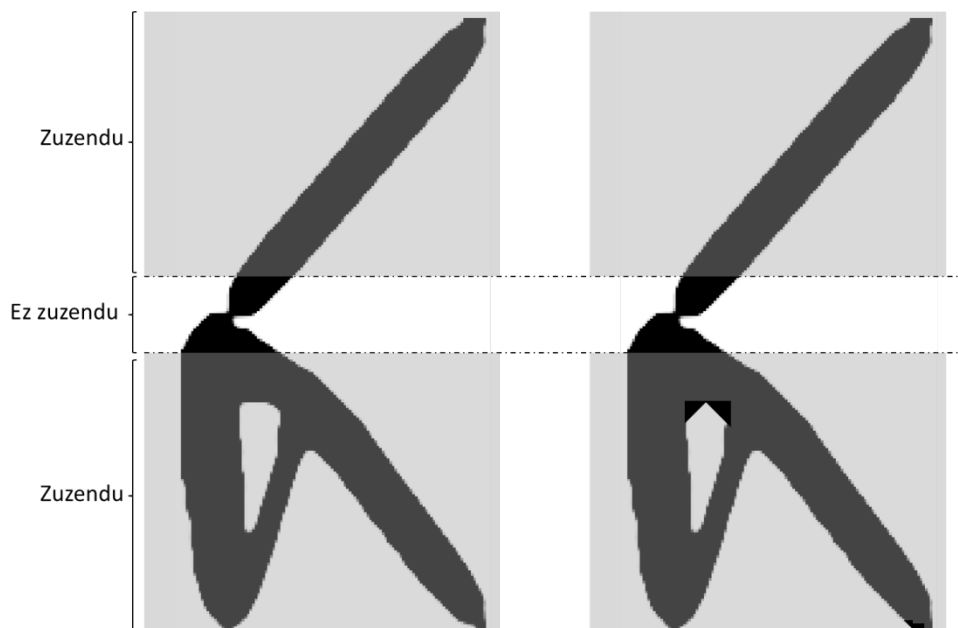
6.1 Sarrera

Aurreko 5. gaia lan honetan topologia optimizazio eta fabrikazio aditibo prozesuak integratzeko proposatzen den metodoaren gaitasunak “*self-supported*” egituren arloan zelatzeko balio izan du. Aurreko gai hau era horretan garatzeko arrazoa momentura arte “*self-supported*” mekanismo malguen diseinura bideratutako metodorik proposatu ez dela izan da, eta momentuz guztiak daude egiturengan eskusiboki aplikatuta. Horregatik, aproposa ikusi da gai berri hau bete-betean dispositibo garrantzitsu hauengana bideratzea. Gai honetan beraz “*self-supported*” mekanismo malguen optimizazioa landuko da.

Gailu hauen diseinua oso trabatsua izan daiteke eta zalantzarik gabe ez da egitura eutsien diseinua bezain zuzena. Egiturak ez bezala, zeinetan errendimendua hauen konfigurazio globalaren menpe dagoen, mekanismo malguen errendimendua lokalki kontzentratuta dagoela esan daiteke, flexio puntu, “*hinge*” edo errotula bezala ezagutzen diren puntuetan hain zuzen ere. Mekanismo hauen flexio puntuak irteera portuaren desplazamenduaren magnitudea maximizatu dezaten sortzen ditu topologia optimizazio problema klasikoak, baina hauen formak ez dira normalean fabrikazio aditiboarekin mesedegarriak izaten. Kontuan izanik *overhang murrizpenak* geometria murrizpen bat dela, honek esan nahi du, mekanismo malgu guztiz eutsi batean flexio puntuak berantolatuak izan beharko dira honek dakarren errendimendu galerarekin. Sumatu daiteke beraz osagai hauetan fabrikabilitate aditiboaren eta errendimenduaren arteko konpromiso bat existituko dela.

Hurrengo ataletan *overhang murrizpen* flexibleak konpromiso horri aurre egiteko duen gaitasuna aztertuko da, izan ere, errendimendu eta fabrikazio

gaitasunaren arteko konpromiso optimoa bilatzen duten estrategien definizioa baimenduko du *kontrol parametroak*. Hau da, posible izango da ingerada guztiak *overhang murrizpenaren* arabera zuzenduak izango diren bitartean errotula puntuak berdin mantentzea ahalbidetzen duen *kontrol parametroaren* balio bat aukeratzea. Era honetan osagaiaren errendimenduan eragin gehien duten puntuen “degradazioa” saihestuko da eta osagaiaren errendimendu optimoa ziurtatzen duen euskarri material bolumen minimoko diseinuak lortuko dira. Laburbilduz, euskarri materiala flexio puntuetara murriztea bilatuko da (ikusi 6.1 Irudia).



Irudia 6.1. Fabrikazio-errendimendu konpromiso onenaren bilatze estrategia.

Berrito ere, 5. gaiko $2D$ egiturekin pasatzen zenez ere, mekanismoaren planoarekiko ortogonal den fabrikazio noranzko batek ez lituzke inolako *overhang arazorik* aurkeztuko eta beraz posible da osagai hauek zuzenean inprimatzea inolako euskarri materialik gabe. Hala eta guztiz ere, $2D$ ereduak oso baliagarriak dira kasu honetan ere *overhang* arazoa aztertzeko eta lortzen diren emaitzetatik $3D$ eremurako hedapena egiteko, non mekanismo konplexuagoak agertuko diren.

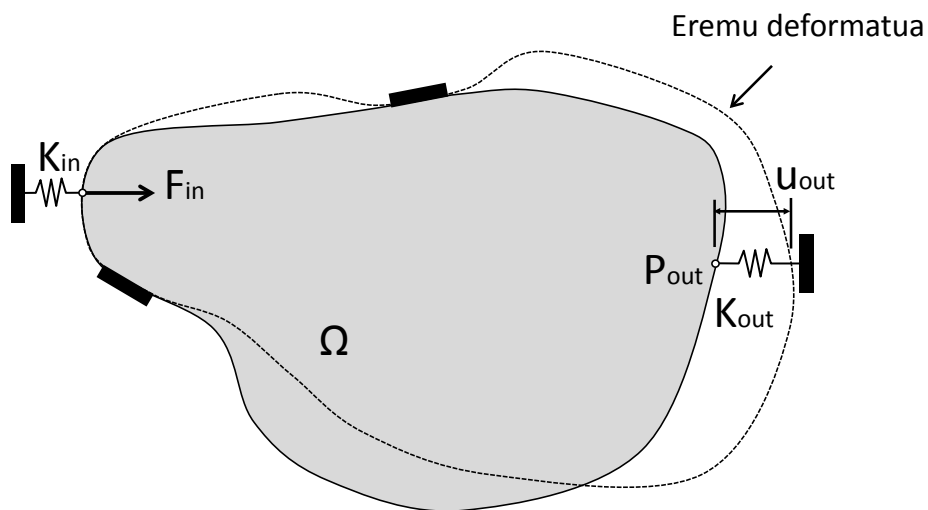
6.2 Problemaren planteamendua

6.2.1 Problemaren formulazioa eta optimizazio prozesua

Aurreko gaian egin zen era berean, mekanismo malguen kasuan ere *Heaviside* proiektzio metodoa erabili da, eta beraz, berriro ere agertuko zaigu $\rho_e \rightarrow \hat{\rho}_e \rightarrow$

$\bar{\rho}_e$ diseinu aldagaien katea. Hori dela eta problema $\bar{\rho}_e$ -ren funtzioan idatziko da berriro nahiz eta diseinu aldagai independentea ρ_e izaten jarraitzen duen. Beraz problemaren enuntziatua hurrengoa izango litzateke:

$$\begin{array}{ll}
 \min: & c(\bar{\rho}) = u_{out} & \text{Irteera desplazamendua} \\
 \text{Kontuan izanik: } & \mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} & \text{Oreka ekuazioa} \\
 & u_{out} = \mathbf{l}^t \cdot \mathbf{U} & \text{Irteera desplazamenduaren ekuazioa} \\
 & V(\bar{\rho}) \leq V_0 & \text{Bolumen murrizpena} \\
 & \tilde{\phi}(\bar{\rho}) \leq \phi_0 & \text{Overhang murrizpena} \\
 & 0 < E_e^{min} \leq E_e \leq E_0 & \text{Albo murrizpenak}
 \end{array}
 \tag{6.1}$$



Irudia 6.2. Mekanismo malgu baten malguki eredua.

non u_{out} irteera portuaren desplazamendua den, \mathbf{K} zurruntasun matrize globala, \mathbf{U} desplazamenduen bektorea eta \mathbf{F} karga bektorea (6.2 Irudia). $V(\bar{\rho})$ eta V_0 piezaren frakzio bolumetrikoa eta helburu frakzio bolumetrikoa dira hurrenez hurren. Azkenik, $\tilde{\phi}(\bar{\rho})$ *overhang murrizpena* da eta \mathbf{l} bektore bat da zeinen balio nulu ez bakarria irteera portuaren askatasun graduari dagokiona den, eta balio hori unitatea da.

RAMP parametrizazio metodoan erabiltzen den eskalatze ekuazioa hurrengo eran idatziko da:

$$E_e(\bar{\rho}_e) = E_{min} + \bar{\rho}_e^p \cdot (E_0 - E_{min}) \tag{6.2}$$

Aurreko 5. gaian aurkeztutako ereduarekin jarraituz, optimizazio problemaren parte hartzen duten funtzioen tentsibilitate analisia egingo da orain. Gogoratu egiten da diseinu aldagai independentea ρ izaten jarraitzen duela eta ondorioz

problemako edozein $f(\bar{\rho})$ funtzio deribatzeke katearen erregela aplikatuko dela. Helburu funtzioaz aparte, gainerako ekuazioak eta beraien deribatuak jadanik dira ezagunak.

Irteera desplazamenduaren sentzibilitatea aldagai independentearen aldaketa batekiko jarraian azalduko diren (6.3) eta (6.4) ekuazioen bidez kalkulatu da.

$$\frac{\partial u_{out}(\bar{\rho})}{\partial \bar{\rho}_e} = \lambda^t \cdot \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \bar{\rho}_e} \cdot \mathbf{U} \quad (6.3)$$

$$\lambda^t \cdot \mathbf{K} = -\mathbf{l}^t \quad (6.4)$$

Aurreko ekuazio hauetan λ parametroa *Lagrange* biderkatzaileen bektorea da.

Behin sentzibilitate analisia definituta izan den, ordua da optimizazio prozesuari hasiera emateko, *Asintota Mugikorren Metodoaren* bidez ebatziko dena. Prozesuak 5.2.4 atalean 5.2 Irudian proposatutako eredua jarraituko du.

6.3 Zenbakizko adibideak

Hurrengo atal honetan hainbat zenbakizko adibide aurkezten dira, zeintzuekin proposatzen den metodoaren “*self-supported*” mekanismo malgu optimoak diseinatzeko gaitasuna erakutsi nahi den. Aurkezten diren adibideak literaturan oso aztertuak izan diren mekanismoak dira, eta beraz, posible izango da proposatutako *overhang murrizpen* flexiblea aplikatzerakoan lortutako emaitzak analizatu eta topologia diseinu problema klasikotan lortutakoekin konparatzea. *Kontrol parametroak* proposatutako adibide hauen topologiarengan duen eragina ezagutzeko, parametro honen gaineko azterketa bat egingo da, non arreta handiena flexio puntuen formaren eboluzioan jarriko den.

Esan bezala, problemaren parametrizazioa *RAMP* metodoarekin egingo da, eta problema ebazteko *Asintota Mugikorren Metodoa* erabiliko da. Kasu guztietan $E_0 = 1$ MPa-eko Young modulua duen material solido isotropo bat eta $E_{min} = 10^{-9}$ MPa-eko Young modulua duen material huts bat erabiliko dira. Egituren kasuan bezala, parametrizazio metodoko p penalizazio eta *Heaviside* proiektzio metodoko β malda kontrol parametroen gaineko kontinuazio eskema bat aplikatuko da, baina oraingoan, konbergentzia hobetzeko, parametro hauen hasierako balioak $p = 3$ eta $\beta = 5$ izango dira, bukaerakoak 15 eta 35, hurrenez hurren, diren bitartean. Parametro hauek eguneratzeko irizpidea berdina izaten jarraitzen du, 50 iterazioro $p = 2$ unitatetan delarik eta $\beta = 5$ unitatetan hasten direlarik. Behin parametro hauek bere balio maximoak

lortzen dituzten, problema bukatu egingo da konbergentzia irizpideak horrela indikatzen duenean. Gainera, konbergentzia gehiago hobetzeko *MMA* algoritmoaren *asyincr* eta *asydecr* parametroak 1.05 eta 0.65 balioekin definitzea proposatzen da.

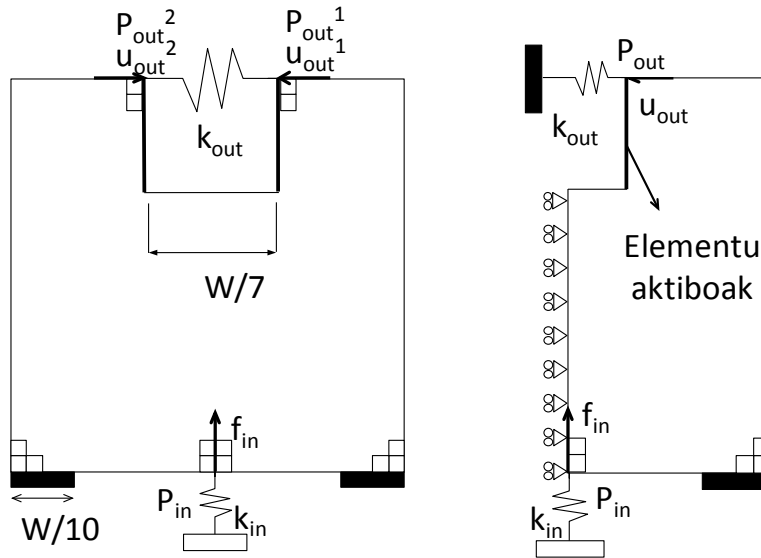
Dentsitate iragazkiaren erradioari eta *Heaviside* metodoaren atalaseko parametroari dagokienez, hauek tratatzen den kasu bakoitzera egokituko zaizkio. Adibideetako bakoitzean erabiltzen diren balioak, eraginkorrak izatea frogatzeaz aparte, problema geometriaren erresoluzio oso zehatzetara gidatzeko kapazak direla ikusi da. Bestalde, fabrikazio noranzkoaren kasuan, orain arte egin den bezala bertikala izango da eta pieza izan beharko da diseinu eremuaren barruan biratu behar izango dena orientazio berri bat bilatzen bada.

Aurrerago, eta adibide beraz baliatuz, optimizazio problemaren parametro esanguratsuenen efektuak aztertuko dira.

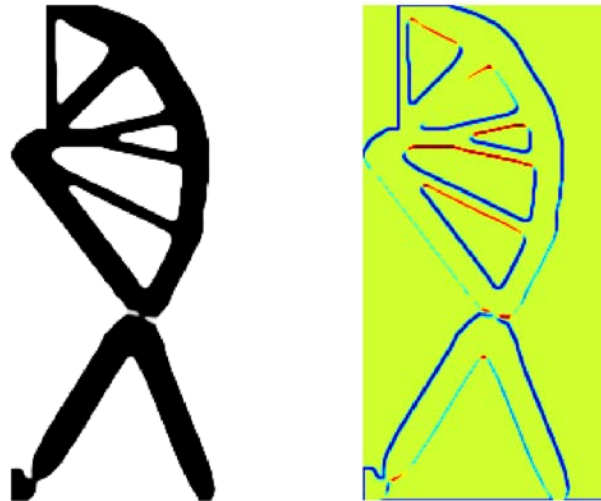
6.3.1 Matxarda mekanismoa (Gripper)

Proposatzen den lehen adibide hau *gripper* mekanismo bat da (6.3 Irudia). Ikusi daitekeen bezala eremu karratu bat da, W zabalera, $H=W$ altuera eta simetria ardatz bertikal bat dituen. Oinarriaren alboetan dauden nodoen askatasun graduak mugatuak daude eta behe hegal honen erdiko nodoan, $f_{in}=1$ N balioko indar bertikala aplikatzen da, irteera portuetan bertikalarekiko ortogonalak diren, u_{out}^1 y u_{out}^2 desplazamenduak sortuz. Bestalde, k_{in} y k_{out} -ek irteera eta sarrera portuetan sufritzen den desplazamendurekiko erresistentzia adierazten dute. Azkenik, mekanismoaren matxardak sortzeko elementu aktibo sorta bat sartzen da. Optimizazio problema simetria kontutan hartuz burutuko da, beharrezko muga baldintzak eta alde simetrikotako bat soilik kontsideratuz.

Lehenik eta behin *overhang murrizpena* aplikatu gabe ebatziko da problema eta lortutako emaitza erreferentzia bezala erabiliko da murrizpena aplikatuta dagoela lortuko diren kasuetarako. Definituko diren parametroen balioak hurrengoak dira, $V_0 = 0.3$, $r_{min} = 6.5$ y $T = 0.35$, eta eremua simetrikoa 140x280 elementurekin diskretizatu da. Problema honen emaitza 6.4 Irudian agertzen da, irteera portuan 0.3474 mm-ko desplazamendua duena. Orobat, *overhang erratio karakteriatikoa* 0.910 da. Irudian gorritz azpimarratutako ingeradak *overhang arazoak* sortzen dituztenak dira, eta ikusi daitekeenez ugariak eta luzera irten nabarmenak dituzte.



Irudia 6.3. Gripper mekanismoaren diseinu eremua.

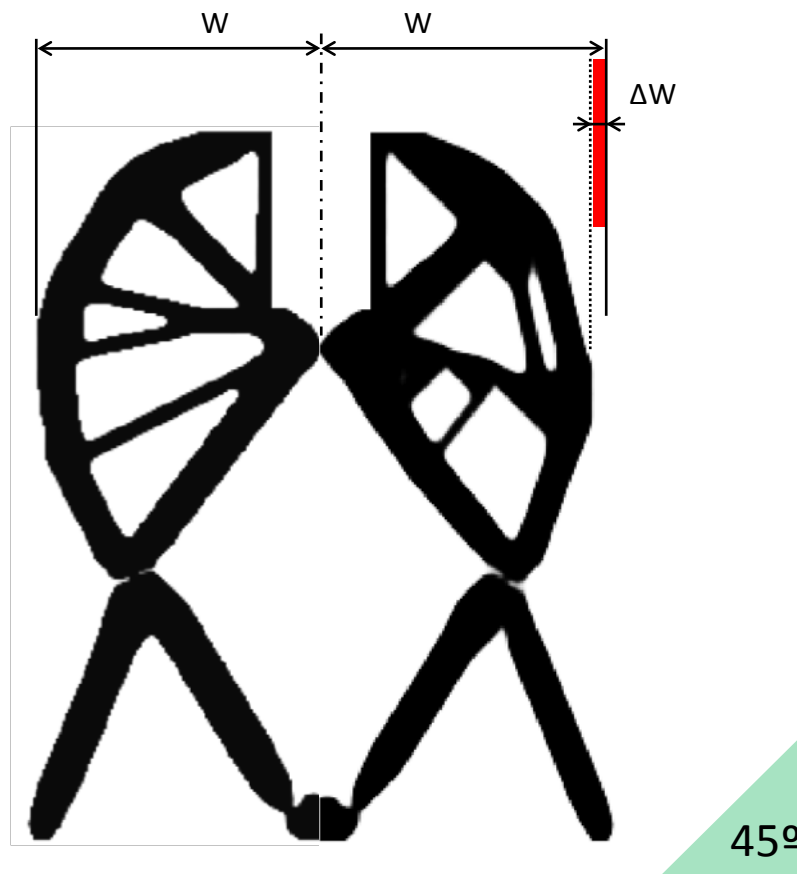


Irudia 6.4. Gripper mekanismo optimizatua.

Jarraian problema honetan *overhang murrizpena* aplikatzen deneko emaitzak aurkezten dira, non 45° -tako angelu limitea eta $\phi_0 = 0.99$ -ko *kontrol parametroa* aplikatzen diren. Problema honen emaitza 6.5 Irudian agertzen dena da, zeinek argi agertzen duen matxardako zuloen ingeraden zuzenketa bat, hala nola artikulazioaren eta matxardaren arteko lotura guneko ingeraden maldaren zuzenketa bat ere. Halaber, posible da ikustea matxardak galerak dituela zabalera dimentsioan, zuloen ingeraden maldak zuzentzeko materiala trinkotzeko beharrari zor zaiona. Egiturretan ikusi zen bezala zuloek forma trianguluar, karratu edo/eta erronbikoak hartzen dituzte.

Hala ere, definitu den *kontrol parametroarekin* %1-eko tartea baimendu da, eta kasu honetan margen txiki honek positibo faltsuak eta artikulazioaren goi aldeko ingerada soilik batzen ditu. Baimendutako tarte honek beharrezkoa den

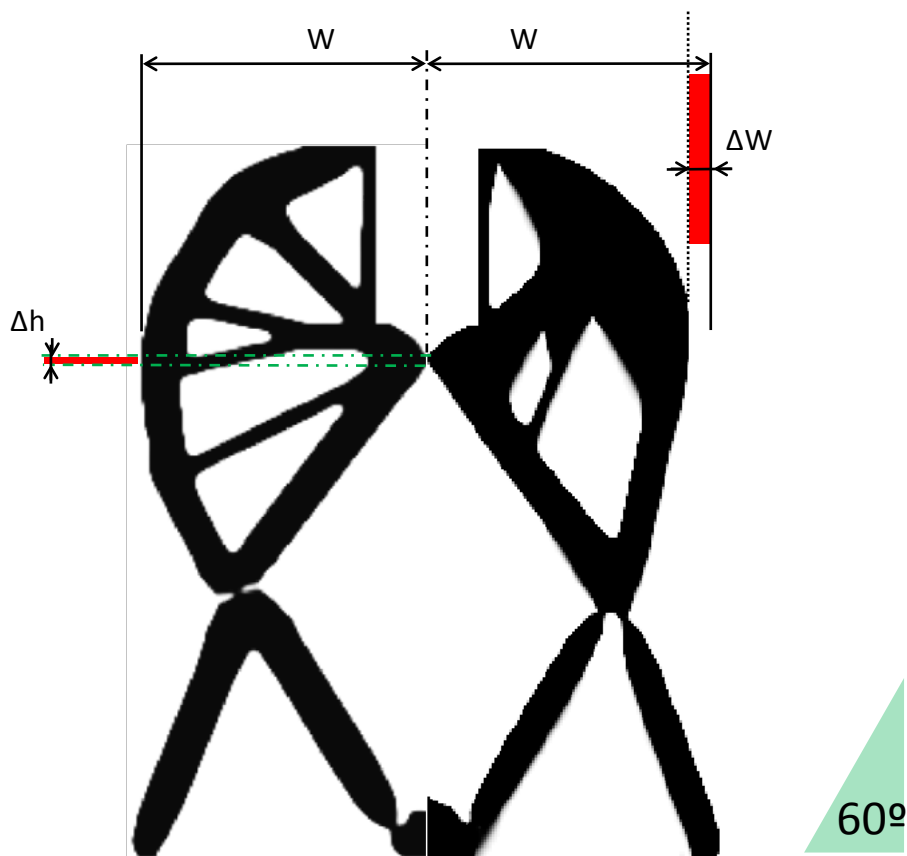
euskarri material bolumena minimizatzea baimentzen du mekanismoaren errendimendua maximizatzen den bitartean, hau da, *kontrol parametroak* ingeradak zuzentzea ahalbidetzen du, baina bitartean, flexio puntuen forma optimoa bilatzeko askatasuna eskaintzen dio algoritmoari. Portaera hau sakontasun gehiagorekin aztertuko da 6.4.2 atalean, baina halere jadanik ikusi daiteke 6.5 Irudia, non nahiz eta ingerada gehienak zuzenduak izan diren artikulazioa eta bere inguruko azalera *gripper* optimoan duten forma mantentzen duten.



Irudia 6.5. 45°-tako overhang murrizpenarekin eta $\phi_0=0.99$ -rekin optimizatutako gripper mekanismoa

Lortutako emaitzak 0.3383 mm-ko irteera desplazamendua aurkezten du, zeinek optimoarekiko %2.619-ko diferentzia soilik suposatzen duen. Balio hauekin sumatu egin daiteke posible dela euskarri materiala murriztea, flexio puntuaren geometria mantentzea eta helburu funtzioa apenas zigortzea. Horrela posible da errendimendu maila aproposa mantentzea geometria *AM* prozesuetara egokitzen den bitartean. Hala ere, gauzak urrunago eraman nahiez gero eta euskarri materiala minimizatu beharrean honen presentzia guztiz ezabatu nahi baldin bada, murrizpenaren baimenkortasun maila gutxitzea baino ez legoke *kontrol parametro* gogorrago bat ezarritz.

Bukaerako diseinuaren beste ezaugarrietako bat matxardaren topologiaren transformazioa da, zeinetan barne zuloen ezarpen berri bat eta ΔW magnitudeko zabalera galera bat nabari daitezkeen. Emaitzaren irudiarekin batera angeluen inklinazioaren konprobaketarako irakurleak erabil dezakeen 45° deskribatzen dituen ziri bat zuzkitzen da. Murrizpen angulu ezberdin bat bilatzen den beste edozein kasutan, posible izango da mekanismo honetarako optimizatutako emaitzak lortzea, 6.6 Irudian 60° -tako angulu limitearekiko egiten den bezala. Azken problema honetan parametro ezberdinentzako definitu diren balioak $V_0 = 0.3$, $r_{min} = 6.5$, $T = 0.5$ eta $\phi_0 = 0.97$ dira alegia.



Irudia 6.6. 60° overhang murrizpenarekin optimizatutako gripper mekanismoa.

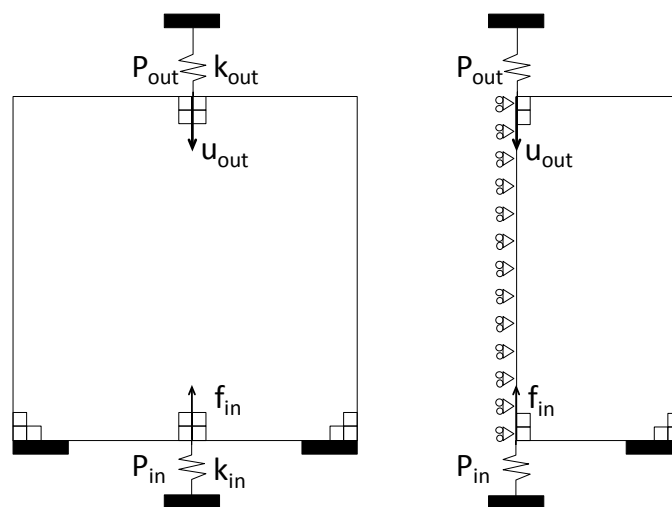
Espero zitekeen moduan, zabalera galerak aurreko kasuan baino nabarmenagoak dira. Honela, materiala matxardaren barne aldean are eta gehiago trinkotu eta 60° -ko murrizpenarekin bat datozen inklinazioak lortzen dira. Errotularen geometriaren aldaketa eta simetria planoko pibotearen posizio altuagoa ere sumatu daitezke lortutako emaitza optimoarekin konparatzean. Aurrenekoa murrizpen angulu bortitza goari moldatzearen ondorio da, izan ere, honako forma berri hau mesedegarriagoa da eta *3D inprimaketa* prozesua bermatzen den bitartean irteera desplazamendua

optimizatzea ahalbidetzen du. Bestalde, simetria ardatzeko artikulazioaren kokapen altuagoak barne hirukiaren zuzenketa errazten du.

Kasu honetan 0.3307 mm-ko desplazamendua lortzen da irteera portuan, %4.807-ko desbideratzea inplikutzen duena. Esan daiteke beraz, lan honetan proposatzen den metodoarekin teknologia aditiboetara moldatutako geometria optimoak lortu daitezkeela angelu limite zorrotzagoentzat ere. Gainera, ikuspuntu mekanikotik, geometria hauek diseinu optimotik gertu egongo dira.

6.3.2 Mekanismo inbertsorea (Inverter)

Azpiko 6.7 Irudian azaltzen den mekanismo inbertsoreak, sarrera portuan aplikatutako indar bat irteera portuan ematen den eta indar horren kontrako noranzkoa duen desplazamendu batean sortzen du. Diseinu eremua karratua da, W zabalerakoa eta $H=W$ altuerakoa, eta 280x280 elementu karraturekin diskretizatzen da. Sarrera portua (P_{in}), non $f_{in}=1$ N indarra aplikatzen den, oinarriaren erdiko nodoan kokatuta dago, eta honi kontrajarritako hertzetan daude mugatutako askatasun graduak. Bestalde, irteera portua goi hegaleko erdiko nodoa izango da. Diseinu parametroari dagokienez, $V_0 = 0.3$ -ko helburu bolumen frakzioa eta 45° -tako *overhang angelua* kontsideratzen dira. Iragazki erradioaren balioa $r_{min} = 6.5$ mm da, *Heaviside* proiektzioaren atalaseko parametroaren balioa $T = 0.4$ da, eta fabrikazio noranzko bertikal bat kontsideratuko da. Diseinu eremu osoa 6.7 Irudian azaltzen da, hala ere, kalkuluak azkartzeko diseinu eremu simetrikoa erabiliko da dagokion muga baldintzak aplikatuz. Eremu simetriko hau 140x280 elementurekin diskretizatuko da.



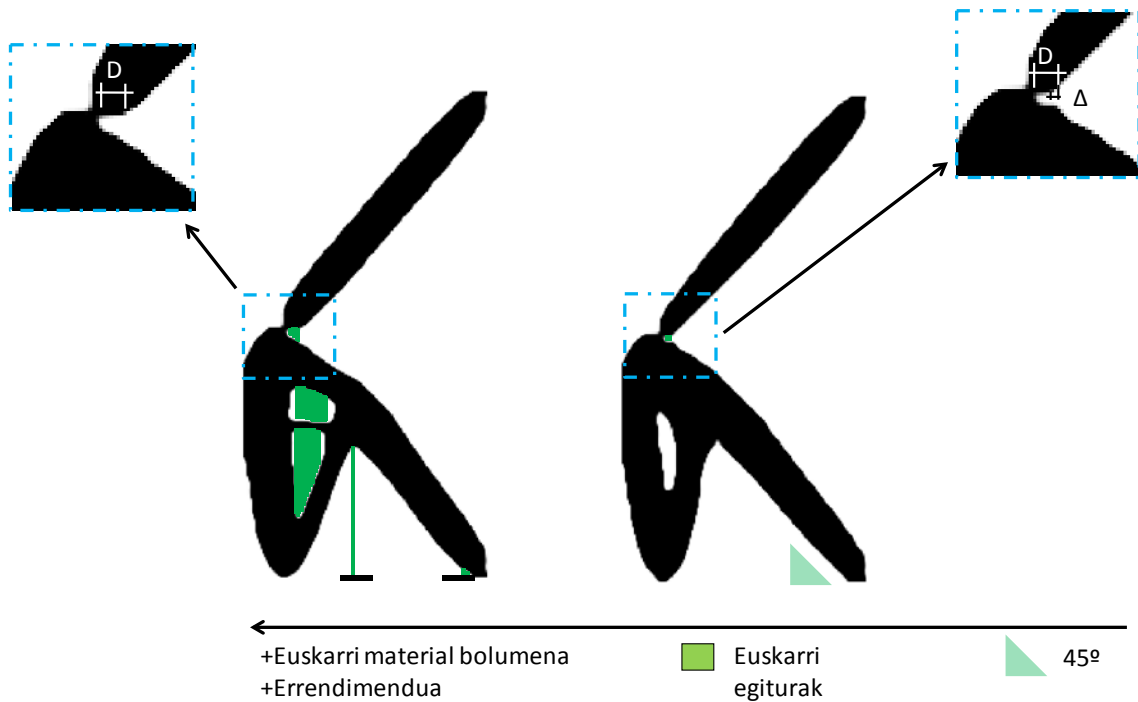
Irudia 6.7. Inverter mekanismoaren diseinu eremua.

Mekanismo inbertsorearen emaitza ez murriztua eta 45° -tako angelu limitea eta 0.995 *kontrol parametroa* aplikatua duena erakusten ditu 6.8 Irudiak. Murrizpenik gabeko probleman lortzen den material distribuzioak $\Phi_{\text{karakteristikoa}} = 0.96$ eta 0.3724 mm-ko desplazamenduak dituen bitartean, diseinu murriztuak 0.3699 mm-ko desplazamendua sortzen du irteera portuan. Honek optimoarekiko %0.671-eko desbideratzea soilik inplikutzen du. Irudi berean egitura fabrikatzeko beharrezkoak izango diren euskarri egitura minimoen adierazgarriak diren berde koloreko eremu batzuk azaltzen dira. Hauek argi usten dute kasu batetik bestera euskarri material bolumena oso nabarmenki murrizten dela. Orobat, posible da ere artikulazioaren goi aldeko ingeradan *overhang* distantziaren murrizpen bat nabaritzea.

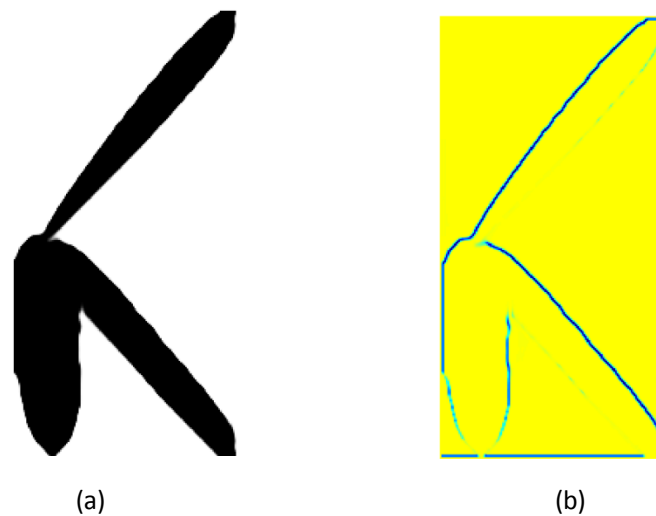
Aspektu oso garrantzitsu bat artikulazioaren inguruko geometria erlatiboki aldagaitz mantentzen dela da, gainerako geometrian agertzen diren ingeradak zuzentzen diren bitartean. Honek, mekanismoaren errendimendua optimotik gertu mantentzea baimentzen du. Esan denez, helburu funtzioaren balioa errotulen geometriarekin dago zuzenki erlazionatuta, kasu honetan lortzen den errendimendu bariazio arinak salatzen duena. Hala ere, *overhang murrizpenik* gabeko mekanismo inbertsorearen diseinu optimoak duen geometriak posible egiten du *kontrol parametroaren* balio oso altuak kontutan hartzea. Jarraian 0.99999 balioko *kontrol parametroa* aplikatuta duen *overhang murrizpenarekin* optimizatutako mekanismoaren emaitza erakusten da, non angelu limitea 45° izango den (6.9 Irudia).

Irudi honetako (a) kasuan mekanismo inbertsore malgu guztiz eutsia azaltzen da dagokion ingeraden sailkapen ekuazioaren balioen maparekin batera (ikus (4.10) ekuazioa). Mapa horretan zerotik gorako balioak gorri kolorez margotuta agertuko lirateke, baina ikusi daitekeenez, eta aplikatzen den *kontrol parametroarekin* bat eginez, ez dago kolore honen presentziarik. Honek erakusten du, hain zuzen ere, lortutako emaitzak guztiz eutsita dagoen material banaketa bat deskribatzen duela, eta beraz, zuzenean fabrikatu daitekeela material adizioan oinarritutako edozein prozedurarekin. Gainera, azpimarragarria da azken kasu honetan lortutako desplazamendua 0.3657 mm-koa dela zein optimoarekiko %1.799-an soilik desbideratzen den. Era honetan patente geratzen da mekanismo inbertsore baten kasuan posible dela guztiz eutsitako geometriak lortzea, baina aldi berean portaera funtzional optimo bat dutenak.

Hurrengo ataletan *kontrol parametroak* artikulazioen geometriarengan eta problemaren portaeran dituen efektuak aztertuko dira.



Irudia 6.8. Problemaaren emaitzak murrizpenik gabe eta 45° eta $\phi_0=0.995$ murrizpenarekin.



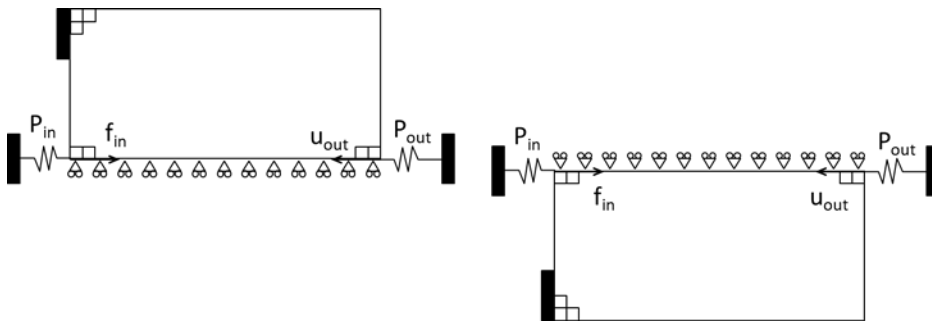
Irudia 6.9. Guztiz eutsitako inbertsorea eta ingerada sailkapen ekuazioaren balioen mapa.

6.4 Diseinu parametroen eragina

6.4.1 Piezaren posizioa

Atal honetan piezaren posizio ezberdinek bukaerako diseinuarengan duten eragina aztertuko da. Azterketa hau burutzeko 6.3.2 atalean aurkeztu zen mekanismo inbertsorearen posizio ezberdinak kontsideratuko dira, bere alboetako batean etzandako posizioa esaterako (ikusi 6.10 Irudia). Diseinu

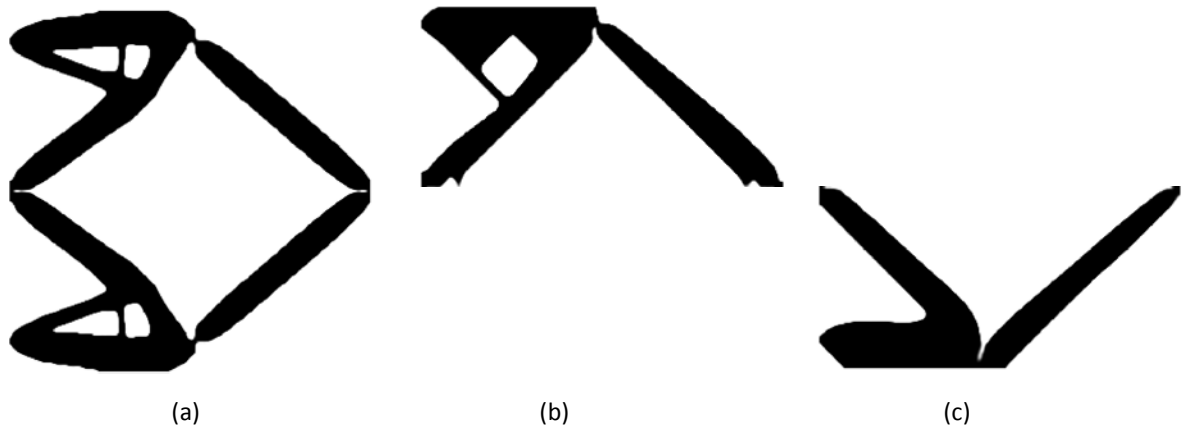
eremua definitzeko aukera ezberdinen artean, posible izango da mekanismo osoa edo simetria erabiliz goi eta behe aldeak bereizirik optimizatzea. Kontuan izan azken aukera honek mihiztadura prozesu baten beharra izango duela mekanismoa osatzeko. Diseinu eremua definitzeko aukeretako bakoitzak emaitza ezberdin batean konbergituko du. Proposatzen den fabrikazio noranzkoan mekanismo inbertsore osoa kontsideratzen bada, goi eta behe aldeetan zuzendu behar izango diren ingeradak alderantzikaturik agertuko dira. Zuzenean asma genezake simetriaren haustura emango dela goi eta behe alde guztiz ezberdinak sortuz. Beraz, agerikoa da eremu osorako soluzioa inbertsore ez simetrikoa dela. Azken ideia hau kontuan izanik eta irteera puntuaren desplazamendua ardatz zentralean eman dadin, komenigarria litzateke desplazamenduaren gaineko murrizpen bat ezartzea, baina hau ez da lan honi dagokion zerbait. Beraz, osagaiaren simetria mantentzeko nahiarekin eta irteera desplazamendua guztiz horizontala izan dadin, goi eta behe pare simetrikoen optimizazio bereizia kontsideratuko da soilik, dagokien mihiztatze prozesuarekin batera (ikusi 6.11 Irudia). Buruz beherako posizioa ez da kontsideratu, zeren eta, nahiz eta posizio hau optimoena ematen duen, prozesuak huts egin baitezake pieza inertziak eraginda jauzten bada, izan ere ez du izango oinarri azalera nahikoa.



Irudia 6.10. 3D inprimaketa makinan inbertsoreak izan ditzakeen posizio ezberdinak.

Zuzkitzen den 6.11 Irudiak, goi eta behe eremuak kontsideratzen direneko emaitzak aurkezten ditu *overhang murrizpenik* gabeko emaitzarekin batera. Irudi bereko (b) kasuan azaltzen den goi eremuaren emaitza aztertzean erraz ikusi daiteke hegan dauden ingeradak 45° -tako maldetara zuzendua izan direla. Diseinu ez murriztuko bi zuloak forma erronbikoa duen zulo bakarragatik ordezkatzeko dira, aurrekoak baino azalera handiagoa okupatzen duena eta goi ezker ingerada zuzendua izan dadin baimentzen duen posizio bat hartzen duena. Behe eskuin eta ezker aldeetan barne triangelua sarrera eta irteera portuak erasotu gabe zuzendua izatea errazten duten irtengune bi formatzen dira. Irtengune hauen agerpenak ingeraden *overhang* distantzia horizontala

murriztea eta barne triangeluaren goi eta behe puntuak segmentu zuzen baten bidez lotzea baimentzen du. Gainera, barne triangeluaren barne ingeradek malda handiagoa hartzean goi flexio puntuaren kurbatura erradioa txikitzea eragiten du, zeinek aldi berean, puntu horren *3D inprimaketa* bermatzen duen.

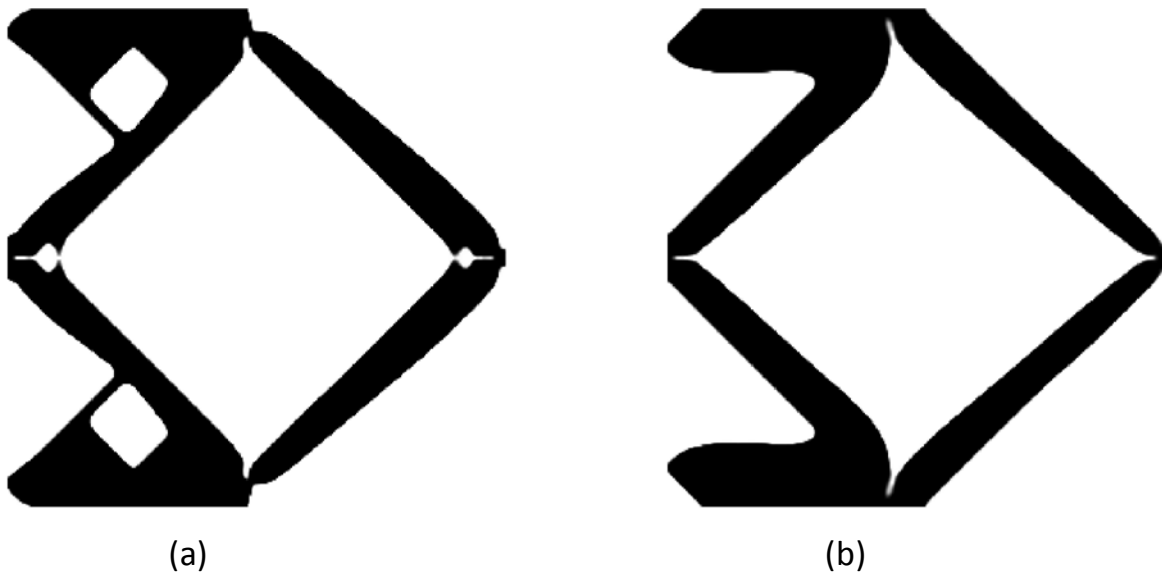


Irudia 6.11. Optimizazio problemaren emaitzak. (a) murrizpenik gabe, (b) 45° eta $\phi_0=0.98$ murrizpenarekin goi eremu simetrikorako eta (c) 45° eta $\phi_0=0.995$ murrizpenarekin behe eremu simetrikorako.

Bestalde, mihizadura behin egin den (6.12 Irudia), aipatutako irtenguneak beraien artean kontaktuan ez daudela ikustea da posible. Igarri daiteke ere, fabrikazio prozesuan zehar ez dutela oinarri platerarekin kontakturik egingo. Irtengunak elkarrekin kontaktua egin ez dezatela oso komenigarria zaigu mekanismoaren funtzionamendu zuzenerako, bien arteko loturak irteera portuaren desplazamenduarengan negatiboki erasango lukeen zurruntasun igoera ez desiragarria suposatzen duelako. Kontutan izan behar da ere edozein pieza metodo gehigarriekin fabrikatzen denean, pieza eta oinarri plateraren arteko kontaktu zuzena saihestu egiten dela, bai material ahul batez zein piezaren material beraz osatutako substratu geruza mehe baten adizioarekin. Ondorioz, aztertua izaten ari den emaitzak agertzen dituen irtenguneen azpian euskarri egitura txiki bat formatu daiteke inolako kostu gehigarririk gabe.

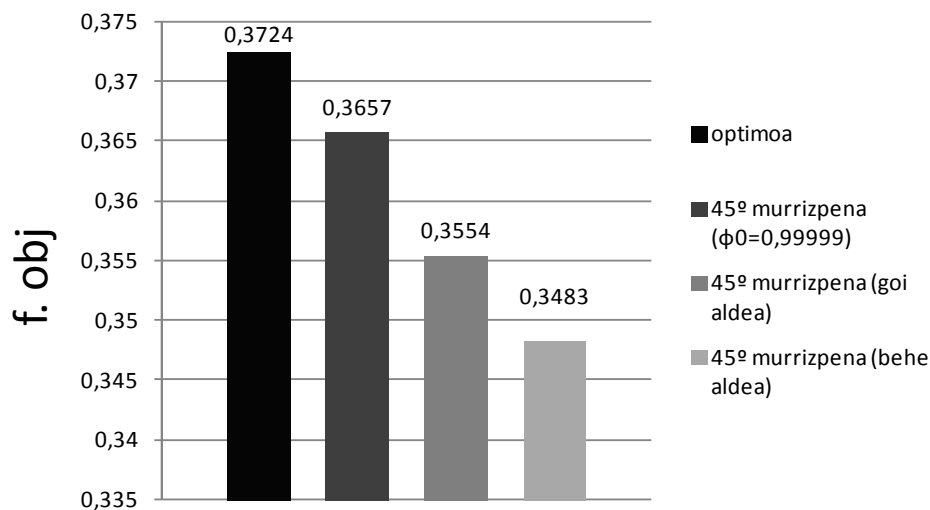
Bere partetik, eremuaren behe parte kontsideratzen denean (6.12c Irudia), posizio honekiko diseinu ez murriztuak duen geometria dela eta, *kontrol parametroaren* balio bortitzagoak erabili daitezke. Kasu honetan 0.995 balioa aplikatzen da, eta efektu nabargarrien artean, eskuaira zuloaren ezabapena eta landapen eremuko materialaren elebazioa daude. Artikulazioa osatzen duen materiala oinarri platererantza bultzatzen dela ere ikusi daiteke. Artikulazioaren behe aldea, fabrikazio aditiboa sustatzeko, ingerada guztiz zuzen batean bihurtzen da eta sekzio murrizpena flexio puntuaren goi aldean

soilik mantentzen da. Gainerako ingerada irtenak 45° -tako angeluarekiko egokiak diren angeluetara zuzentzen dira.



Irudia 6.12. Mekanismo mihiztatuak.

Proposatu diren konfigurazioen irteera desplazamenduaren konparazioa bat egin da (6.13 Irudia), non *overhang murrizpenik* gabeko optimizazio problemaren lortutako desplazamendurekin konparatuak izan diren.



Irudia 6.13. Irteera desplazamenduen konparaketa diseinu-fabrikazio estrategia ezberdinentzat.

Grafiko honetan batutako datuekin posible da hurrengoa ondorioztatzea: inbertsorearen kasuan diseinu posizioak nabarmenki baldintzatuko du problemaren emaitza. Gainera, inbertsore honen kasurako analizatutakoen artean optimoena izango den diseinu posizioa, posizio bertikala izango da,

kasu horretan diseinu guztiz eutsi eta optimo bat lortzea posible izango delarik. Orobat, esan daiteke, orientazioa edozein dela ere, posible dela diseinu zuzendu zein guztiz eutsiak lortzea, proposatutako metodoaren eraginkortasuna frogatzen duena eta lan honetan proposatzen den bezalako *overhang murrizpen* flexible bat izatearen abantailak agerian uzten dituen.

6.4.2 Overhang murrizpenaren kontrol parametroa

Hainbaten errepikatu egin den bezala, *kontrol parametroak* askatasun gradu bat ematen dio optimizazio problemari, eta *overhang murrizpena* geometriarekin guztiz murriztailea izan ez daiten baimentzen du. Jadanik eskaini zaio atal oso bat parametro honek egituren diseinu optimoan eragiten dituen ondorioak azaltzeari (5.4.3 atala), hala ere, mekanismo malguen arloan parametro hau inplikatzeko eta analisi sakonago bat behar duten egoerak azaltzen dira.

Ez da zorizkoa izan gai honetan zehar artikulazioen geometriak mekanismo osoaren errendimenduarengan duen influentzia behin eta berriz errepikatu izana. Topologia optimizazio problema baten emaitza bezala agertzen direnean, eremu hauek euskarri egiturarik gabeko fabrikazio aditiborako geometria konplexuak azaltzen dituzte. Hori dela eta esan da mekanismo malgu guztiz eutsi bat errendimenduaren murrizpen batekin batera datorrela, kasu honetan irteera portuaren desplazamendua bezala neurtzen dena. Nahiz eta mekanismo inbertsore baten kasuan penalizazio hau oso txikia dela ikusi den, kontuan izan beharra dago, honako hau mekanismo plano bat dela, *2D* eremuan modelizatua, eta artikulazio bi soilik dituela (bakarra eremu simetrikoa kontsideratzen bada). posible da baina, flexio puntu gehiago dituzten mekanismo konplexuagoen edo *3D* mekanismoen kasuetan, helburu funtzioaren galera hau nabarmenagoa izatea. Atal honetan kontzeptu hau aztertuko da, zein zuzenean dago *kontrol parametroarekin* erlazionatuta.

Helburu horrekin, 6.14 Irudiak *kontrol parametroaren* balio ezberdinentzako lortutako mekanismo inbertsorearen diseinuak eskaintzen ditu, diseinu bakoitzaren *ingerada klasifikazio ekuazioaren* balioen maparekin batera. Mapa hauetan ingerada ez eutsiak gorri kolorez azpimarratuak agertuko dira. Igarri daiteke nola *kontrol parametroak overhang ratio karakteristikotik* ($\phi_{\text{karakteristikoa}} = 0.96$) gorako balioak hartzen dituen geometriaren eboluzioa hasten den. Lehen aldaketa esanguratsua zulo bakarreko eskuairaren agerpena da. Diseinu ez murriztuari dagokion ingeraden mapa ikusirik (6.14a Irudia) argi dago horrelako aldaketa bat espero zitekeela, zulo bikoitzeko eskuairak gainazal horizontal biren formazioa inplikatzeko baitu. Mapa berdin horretan,

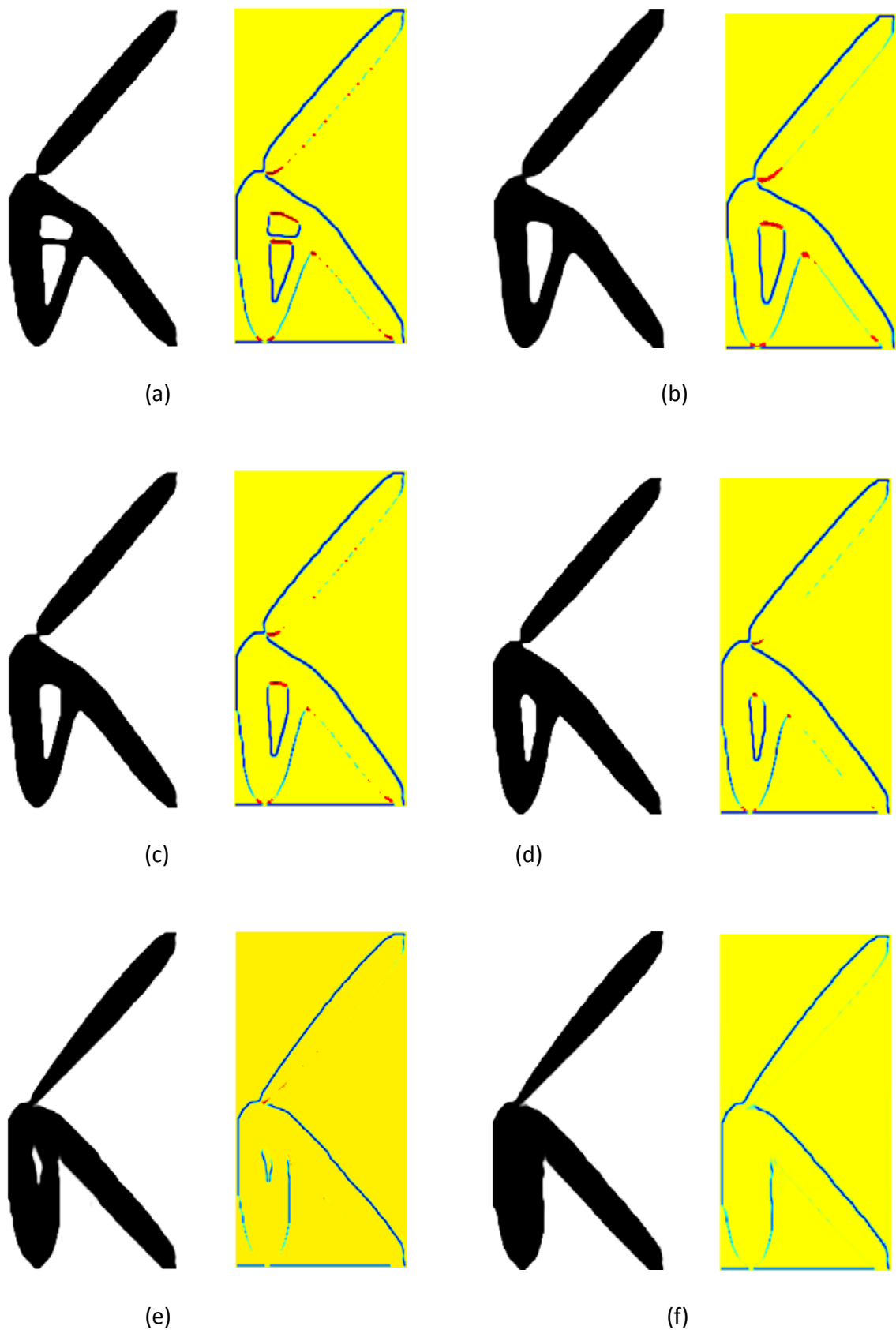
aurredefinitutako angelu limitearen baliotik beherako inklinazioak dituzten gainontzeko ingeradak ikusi daitezke ere. Ingerada hauek geometria osoan zehar agertzen dira lokalizatuta, hala nola barne triangeluan, flexio puntuen inguruan, eta behe triangeluaren, landapenaren eta sarrera portuaren inguruetan.

Irudian zuzkitutako emaitzak multzo bat bezala ikusiz gero, inbertsorearen geometriaren *kontrol parametroaren* menpeko eboluzio progresiboa ikusi daiteke. Bertan eskuariaren zuloak desagertzeko duen tendentzia irudikatuta agertzen da, normala dena kontuan izanik *kontrol parametroaren* goi mugako balioek ez dituztela inolako positibo faltsuren presentzia baimenduko, eta ondorioz, ez dituztela behar beharrezkoak ez diren inolako goi hertzik onartuko. Behin parametro honen balio altuak atzeman diren, diseinuaren geometria guztiz eutsia lortzen da, 6.14f Irudian erakusten dena, non gorri koloreko ingeradak ez diren gehiago agertzen.

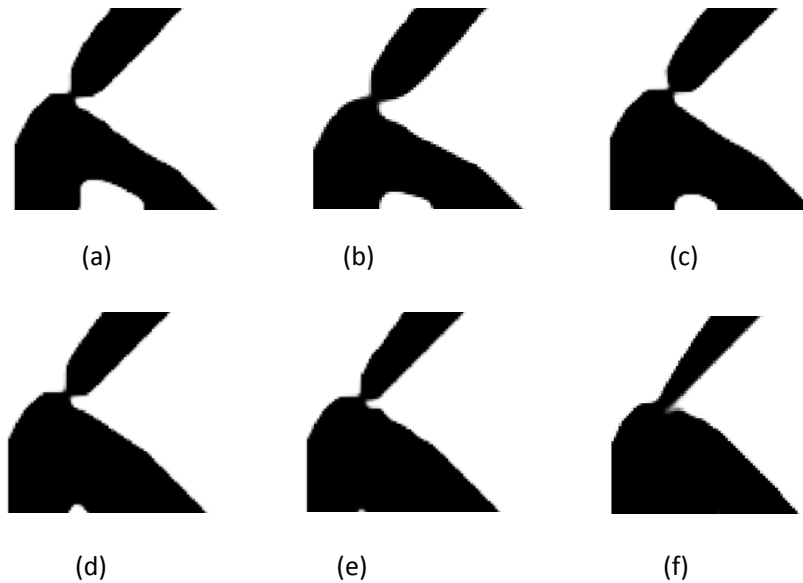
Halaber, 6.14 Irudiak argi usten du mekanismoaren artikulazioek jasaten duten eboluzioa. Deigarria bada ere (a) egoeratik (b) egoerara artikulazioaren gaineko ingeradaren *overhang luzera*, txikitu beharrean, handitu egiten dela, honek badu azalpen erraz bat, izan ere, eskuairako zulo baten ezabapenarekin algoritmoari nahikoa zaio *overhang ratioaren* balioa hobetzeko. *Kontrol parametroaren* gainerako balioentzat, diseinuaren eboluzioak *overhang distantziaren* murrizpen progresibo bat erakusten du, 6.15 Irudian zehaztasun handiagoarekin erakusten dena.

Problemak kasu bakoitzean *helburu funtzioari* ematen dion erantzunari dagokionez, hauek ez daude oso esanguratsuki penalizatuta *kontrol parametroaren* balio handienetarako. Hala ere, eta lehenago esan den bezala, honako hau mekanismo inbertsore simple honek irteera eta sarrera portu bakarrak eta artikulazio kopurua ere oso murriztua izateari zor zaio.

Hala ere, mekanismoa konplexuago baldin bada (artikulazio kopuru handiagoarekin) ezin daiteke jakin errendimenduaren gaineko galera hori pilatu egiten den, ezta horrela izatekotan, pilaketa hori lineala, exponentziala edo beste edozein izaera izango zuen. Landutako kasurako 6.16 Irudian ikusi daitezke *kontrol parametroaren* hazkuntzak sortzen dituen galerak ehunekotan adierazita.

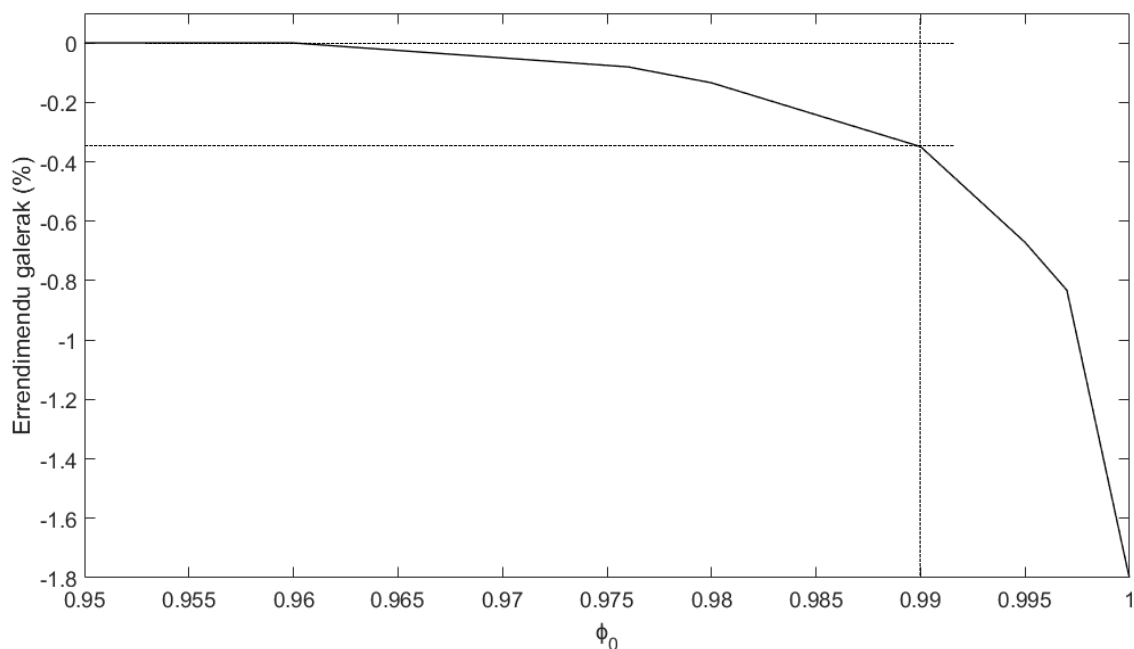


Irudia 6.14. Geometriaren eboluzioa kontrol parametroaren menpe eta ingerada sailkapen ekuazioaren balioen mapak. (a) $\phi_0=0$, $u_{\text{out}}=0.3724$ mm, (b) $\phi_0=0.976$, $u_{\text{out}}=0.3721$ mm, (c) $\phi_0=0.98$, $u_{\text{out}}=0.3719$ mm, (d) $\phi_0=0.9$, $u_{\text{out}}=0.3711$ mm, (e) $\phi_0=0.9999$, $u_{\text{out}}=0.3658$ mm, (f) $\phi_0=0.99999$, $u_{\text{out}}=0.3657$ mm.



Irudia 6.15. Aurreko 6.14 Irudiko emaitzen artikulazioen geometriaren eboluzioa.

Gailu hauetan azaltzen den fabrikazio aditibo eta errendimenduaren arteko konpromesuari dagokionez, ez dago oraindik hau kuantifikatzen duen metodorik, baina posible da honen eta euskarri material minimoa eta errendimendu maximoa ziurtatzen dituen *kontrol parametroaren* balio baxuenaren artean erlazio bat antzematea. Erlazio hau heuristikoa da, baina landutako inbertsorearen kasurako, 6.14d Irudian azaltzen den diseinuan lortzen dela esan daiteke, $\phi_0 = 0.99$ *kontrol parametroaren* balioarekin optimizatu dena.



Irudia 6.16. Helburu funtzioaren penalizazioa kontrol parametroaren arabera.

6.5 Emaiztan eztabaida

Gai honetan egitura eutsien optimizazioari buruzko gaian egin zen antzeko garapen bat egin da, eta mekanismo malgu mota ezberdinentzako emaitzak erakutsi dira. Era berean, eutsitako mekanismo malguen topologia optimizazio problema gobernatzen duten parametroen azterketa egin da, baina oraingoan, *kontrol parametroaren* azterketa sakonagoa izan da. Fabrikazio eta errendimenduaren arteko konpromisoa ere ikertu egin da, zein *kontrol parametroari* eta flexio puntuen geometriaren zuzenketari lotuta dagoen.

Aplikazio numerikoetan lortutako emaitzek berriro ere frogatu dute algoritmoa optimizazio problemako *overhang* egoerak kontrolatzeko eraginkorra dela. Egituren kasuan gertatzen zen bezala, optimizazio problema edozein *overhang angelu limiterentzako* ebatzi daiteke optimotik gertu dauden diseinuak lortuz. Orobat, geometria guztiz eutsia eta teknika aditiboen bidez euskarri material gabe fabrikatzeko prest dauden mekanismo malguak lortzea ere posible dela ikusi da. Honek, posible egiten du beraz, *3D inprimaketa* zuzendutako osagai optimoen diseinu eta produkzioa

Hala eta guztiz ere, badago proposatu den beste estrategia bat, euskarri materiala eliminatu ordez, bere bolumen minimoa bilatzen duena mekanismoaren errendimendua maximoa izan dadin. Honako estrategia hau *kontrol parametroaren* kontrolaren bitartez egiten da eta mekanismo konplexuenera eta *3D* mekanismoetara legoke beren-beregi zuzenduta. Mekanismo malguen errendimendua artikulazio puntuen geometriarekin dago zuzenean lotuta, baina puntu hauen forma optimoa zaila izaten da fabrikazio aditibo metodoentzako. Beraz, mekanismo batean euskarri materiala guztiz ezabatu nahi denean, algoritmoak flexio eremu hauek zuzendu ditzala behar izango da, honek dakartzan errendimendu galerekin. Egoera honetan, oso interesgarria suertatzen da *overhang murrizpen* moldakorra edukitzea.

Bai lortutako emaitzetan zein *kontrol parametroaren* ikazketari buruzko atalean ikusi izan denez, euskarri materiala eliminatu beharrean, honen bolumen kontrolatu baten presentzia ahalbidetzen duten estrategiek helburu funtzioaren erantzunaren hobekuntza bat suposatzen dute. Emaizta bakar bat lortu ordez, non geometria guztiz eutsia helburu funtzioaren penalizazioarekin batera azalduko den, emaitza sorta zabalago bat lortzeko aukera ematen dio honek diseinatsaileari. Kasu bakoitzean *overhang murrizpenak* kontrol ezberdinekin lan egingo du eta flexio puntuen zuzenketa maila kontrolatzea posible izango da. Beraz, esan bezala, fabrikabilitate eta errendimenduaren

arteko oreka optimoa bilatzen duten estrategiak ezartzea posible izango da. Proposatutako algoritmoaren gaitasunen adibide argia da tratatu den mekanismo inbertsorearen kasua. Eraitza bakarra lortu beharrean, 6.14f Irudian azaltzen den diseinua izango zena, eraitza sorta zabalagoa lortzen da, optimoaren eta guztiz eutsitakoaren tartean daudenak. Irudi berean, algoritmoak ingerada guztiak progresiboki nola zuzentzen dituen sumatu daiteke, artikulazioen geometria optimoaren berdintsua izaten jarraitzen duen bitartean. Esan daiteke, *kontrol parametroaren* balio egokientzat, algoritmoak errendimenduari ematen diola preferentzia eta horretarako, ez duela flexio puntuen geometria deformatzen.

Algoritmoaren funtzionamenduari dagokionez, mekanismoetan aurkezten duen portaera, egituren kasuan azaltzen zutenaren antzekoa da, eta espero zitekeenez, hegaleko angeluak aurredefinitutako balio limitearen eta *kontrol parametroaren* arabera zuzentzen ditu. Tendentzia triangelu, karratu eta erronbo formak dituzten zuloak sortzea izaten jarraitzen du, *gripper* mekanismoaren kasuan argi ikusi daitekeena. Horrela, ingerada irtenak angelu limitearen baliora zehaztea faboratzen da, behe ingeradek kasu bakoitzean optimoagoa den forma izan dezaketean bitartean.

Parametro ezberdinak gauzatzen dituzten efektuei dagokienez, hauek ere egituren kasuan azaltzen ziren berdinak dira, baina nabarmentzekoa da *kontrol parametroak* mekanismo malguen kasuan duen garrantzia.

Arlo honetan garrantzia nabarmeneko beste aspektu bat irteera desplazamenduaren noranzkoa da. Muntza handikoa da desplazamendu horiek dagokien noranzkoan gauzatzea, horregatik izango da hain kritikoa piezaren posizioa *overhang murrizpena* kontsideratzen denean. Mekanismo inbertsorearen kasuan diseinu posizio ezberdinak aztertu dira, eta optimoa posizio bertikala dela frogatu da. Eremua bere alboetako batean etzanda dagoenean, eraitza asimetriko bat lortzen da, desplazamendu guztiz horizontalak ziurtatzen ez dituenak. Honakoari aurre egiteko, eremuaren goi eta behe pare simetrikoak separaturik fabrikatzeko ideia proposatu da, baina honek, fabrikazio ondoko mihiztatze prozesu bat dakar berarekin. Ondorioz, eta kontutan izanda *overhang murrizpenaren* helburuetariko bat fabrikazio prozesua erraztea eta baliabide, denbora eta diruaren murrizketa bat lortzea dela, ez da aukera egokia izango.

Edozein kasutan ere, garatutako algoritmoa “*self-supported*” mekanismo malguen garapenerako erreminta oso eraginkorra dela frogatu du. Euskarri

egiturak flexio puntuetara soilik murrizteko aukera ematen dio diseinatzaileari, aldi berean errendimendu optimoa eta euskarri material bolumen minimoa duten gailuak lortzea ahalbidetuz. Hots, mekanismoaren errendimenduan gehien eragiten duten puntuen geometria berdintsu mantenduz, gainerako geometria zuzentzea lortzen da, baina diseinatzaileak hala nahi baldin badu, guztiz eutsitako mekanismoak lor ditzake, fabrikazio aditibo prozesuan zehar euskarri egiturarik behar izango ez dituztenak.

6.6 Analisi esperimentalak: "Self-supported" mekanismo malguen 3D Inprimaketa

Egiturei eta mekanismoei zuzendutako gaien arteko homologiarri jarraipena emanez, azken gai honetan lortutako emaitzak esperimentalki balioztatzea ekingo zaio. "*Self-supported*" egiturak optimizatzean helburua euskarri materiala murriztea zela esan bazen ere, mekanismo malguen testuinguruan, bilaketa estrategien bitartez, euskarri material minimoa eta gailuaren errendimendu maximoa ematen dituen puntua aurkitzea da helburua. Beraz, oraingo honetan, euskarri materiala artikulazioen inguruetara murriztean datzako da problema. Emaitza numerikoek jadanik frogatu dute estrategia hauen eraginkortasuna, eta hauek praktikara eramatea soilik dago egiteke.

Landutako *gripper* eta inbertsore mekanismoak "*self-supported*" mekanismo malgu optimoen diseinurako proposatzen den ikuspuntuaren eraginkortasun praktikoa egiaztatzeko oso egokiak direla erakutsi dute, eta bereziki, *gripper* mekanismoarentzako lortutako emaitzak euskarri material bolumenaren minimizazio adibide argiak dira. Topologia optimizazio ez murriztuan lortutako diseinua erakusten duen argazkian (6.17 Irudia) zail egiten da egitura sortzen duen ABS materiala euskarri material bolumen hain altuaren azpian ikuskatzea. Bitartean, *overhang murrizpena* kontsideratzen duen problemaren emaitzak (6.18 Irudia) euskarri material honen bolumen oso baxua erakusten du. Irudi berean agerian usten da murriztu eta murriztu gabeko diseinuen fabrikazioetan lortzen den euskarri material bolumen diferentzia. Datu gehiago 6.1 Taulan ikusi daitezke. Bertan, agerian usten da diseinu bakoitza sortzeko behar den fabrikazio denbora, eta ikusi daitekeenez diseinu ez murriztuak 4h eta 11 minutu gehiago behar ditu. Orobat, diseinu honek inpliketzen duen euskarri material bolumena pieza bera sortzeko erabili behar den material bolumenaren parean dago, eta erabiliko den material bolumenaren %45.31 inpliketzen du.



Irudia 6.17. Gripper eta inbertsore mekanismoen diseinu ez murriztuen prototipo inprimatuak.

Bestalde, eta mekanismo inbertsorearen kasu homologoak ere erakusten duen bezala, problemari hegan dauden ingeraden maldak kontrolatzeko aukera ematen zaionean, euskarri egiturak artikulazioaren inguruko puntuetara mugatzea lortzen da. Honek, fabrikazio eta errendimenduaren arteko konpromiso optimoko puntuaren bilaketan oinarritutako estrategiekin lortutako emaitza numerikoak sendotzen ditu.

Aurrerago azaltzen den 6.19 Irudian erakusten den mekanismo inbertsoreari euskarri material soberakina kendu zaio, horrela, diseinu murriztu eta ez murriztuan sortutako euskarri egituren arteko ezberdintasunak agerian utziz. Diseinu ez murriztuan euskarri egiturak irteera portuari, behe triangeluaren goi hertzari, eskuairari eta artikulazioari euskarri emateko sortzen diren bitartean, *overhang murrizpena* kontsideratzen duen diseinuan, euskarri hauek artikulazioa eusteko soilik eratzen dira. Berrito ere ikusten da beraz, algoritmoa errendimendu maximoko eta euskarri material bolumen minimoko diseinuak lortzeko eraginkorra dela. Gainera, fabrikazio eta errendimendu konpromisoaren egoera optimoak lortzea baimentzen du baita.



(a)



(b)

Irudia 6.18. Gripper malgu baten geometria zuzendua. (a) Diseinua eta (b) murriztu eta murriztu gabeko diseinuen euskarri material bolumenaren arteko konparaketa.

	Overhang murrizpena	Euskarri material bolumena (cm ³ / %)		Fabrikazio denbora
Gripper mekanismoa	Ez	38.79	45.31	11h20min
	Bai	7.56	13.73	7h09min

Taula 6.1. Gripper mekanismoaren fabrikazio prozesuaren datuak.



Irudia 6.19. Euskarria behar duten gunek agerian ustentzen dituzten pieza garbituak.

7 Ondorioak eta etorkizunerako ikerketa lerroak

7.1 Ondorioak

Doktoretza tesi honen oinarritzko helburua, topologia optimizazio metodoen eta fabrikazio aditibo prozesuen arteko integrazioa lortzea izan da, horrela, metodo gehigarriekin euskarri materialik gabe fabrikatuak izan daitezkeen diseinu optimizatuen sorrera ahalbidetuz. Garatutako prozedura zurruntasun maximoko egituretan aplikatu da lehenengo, eta ondoren, mekanismo malguen sintesira hedatu da.

Tesi honetako ekarpenak, aurkeztutako garapen originalak batzen dituen ondoko puntu sortan bildu daitezke, zenbakizko hainbat aplikazioetan lortutako emaitzekin batera.

1. Fabrikazio aditibo prozesuek sufritzen duten *overhang murrizpenarekin* erlazionatutako murrizpen berri bat garatu da. *Overhang* arazo honek, orokorrean 45° bezala hartzen den angelu limite baten azpitiko inklinazioak dituzten hegan dauden ingeradak euskarri materialik gabe sortzeko ezintasunari egiten dio erreferentzia.
2. Egituretan azaltzen diren ingeradak detektatzeko eta analizatzeko gai den metodo bat garatu da. Metodo honek, edozein dentsitate banaketa jarraituentzat, topologia optimizazio prozesuan zehar ingeradek azaltzen dituzten maldak kontrolatzeko gai dela ere frogatu du. Algoritmo hau garatzeko, *Irudi Prozesaketa Digitalean* erabiltzen den ingerada detekzio eta analisi operadore batera jo egin da, *Smallest Univalve Segment Assimilating Nucleus* edo *SUSAN* bezala ezagutzen dena.
3. Operadore hau erreferentziatzat hartuz, ingeradak bi taldetan bereiztea baimentzen duen ekuazio bat garatu da, talde hauek ingerada eutsiak eta ingerada ez eutsiak banaturik batuko dituztelarik. Talde hauek erabiliko dira *overhang murrizpen* ekuazioa eraikitzeko, zein eutsitako ingeraden eta

ingerada guztien balioen arteko balioaren arteko ratioa bezala definitzen den.

4. *Overhang murrizpen* ekuazioarekin batera, sor daitezkeen positibo faltsuen eraginak saihestuko dituen *kontrol parametro* bat proposatu da. Teorikoki, *overhang ratioak* unitate balioa hartu beharko luke egitura bat guztiz eutsia egon dadin, baina ingerada sailkapen ekuazioak positibo faltsuak detekta ditzake hegan dauden ingeraden goi hertzetan. Bestalde, unitatera berdindutako ratio batek positibo faltsurik ez existitzera behartzen du, eta beraz, edozein barne ingeraden presentzia ezabatzeraz bultzatu dezake diseinu guztiz solidoak garatuz. Eragozpen honi aurre egiteko proposatu da *kontrol parametroa*. Diseinatzailea izango da bere balioa aukeratuko duena eta *overhang erratioari* emango zaion permisibitate maila erabakiko duena.
5. Garatutako metodoaren bi aplikazio proposatu dira. Alde batetik zurruntasun maximoko egituren diseinu optimoko aplikazio klasikoa, eta bestetik, mekanismo malgu guztiz edo partzialki eutsien diseinua.
6. Metodoaren egituren diseinu optimorako aplikazioa zuzena dela ikusi da, izan ere, egituren errendimendua material eremuaren banaketa eta konektibitateak determinatuta dago, eta ez eremu isolatu konkretu batzuen geometriak determinatuta. Egoera honetan, algoritmoak eraginkortasun altua duela frogatu du landutako kasu guztietan diseinu optimoak lortuz.
7. Mekanismo malguen kasuan, zurruntasun maximoko egituren kasua baino konplexutasun maila altuagoa inplikatzeko duena, garatutako algoritmoak geometria guztiz eutsien garapenean ere oso gaitsua dela frogatu du. Bestalde, *overhang murrizpenak* euskarri material bolumen minimoa eta erantzun optimoa bilatzen duten estrategien definizioa baimendu izan du ere. *Kontrol parametroak* zuzkitzen duen permisibitate mailari eta mekanismo malguk errendimendua eremu konkretuetan zentratzeko duten bereizgarritasunari esker, posible da errendimenduan eragin altuena duten eremuak aldaketa gabe mantentzen eta gainerako eremuak zuzentzen dituzten strategiak definitzea. Horrela, euskarri material bolumena gailuaren errendimenduaren galera nabarmenik gabe minimizatzea lortu da.
8. Mahaigaineratu den optimizazio problemak bera gobernatzen duten parametroekiko duen sentsibilitatearen analisi bat burutu da. Azterketa

honetan ikusi denez, dentsitate iragazki erradioak azaltzen duen portaera topologia optimizazio problema klasikoetan duenaren antzekoa da. Lan honetan normalean erabiltzen diren iragazki erradio zertxobait handiagoak erabili izana, *overhang murrizpenak* duen izaera geometrikoaren ondorioa da. Nahiz eta *overhang murrizpena* globala den, geometriaren neurketa lokalekin eraikia dago, eta honek, dentsitate iragazki erradioa handitzera behartzen gaitu *overhang* soluzioa lokalak agertu ez daitezten. Bestalde, helburu frakzio bolumetrikoa eta *kontrol parametroa* izan dira problemarengan eragin nabarmenenak dituztela erakutsi duten parametroak. Hauen artean, frakzio bolumetrikoko baxuenek ez dute *overhang* problema ebazteko proposenak ez direla soilik erakutsi, baizik eta errendimendu galera nabarmenagoak ere sortzen dituztela erakutsi dute. Bere partetik, *kontrol parametroaren* kasuan, balio altuenak izan dira errendimendu galera esanguratsuenak sortu dituztenak.

9. *Kontrol parametroak*, “*self-supported*” diseinuak lortzea baimentzeaz aparte eta euskarri materiala guztiz ezabatzeaz gain, honako honen presentzia kontrolatu eta partzialki eliminatzen duten estrategiak definitzeko permisibitate maila nahikoa eskaintzen dio optimizazio problemari.
10. Orobat, proposatutako prozedurak edozein angelu limite definitzeko aukera ematen du, eta ondorioz, *overhang murrizpena* literaturan proposatzen den edozein angelurekin aplikatzea ahalbidetzen du. Era honetan, murrizpena erabiliko diren prozesu eta makina konkretuei zehaztea baimenduko da.
11. Diseinu posizioa eta fabrikazio noranzkoa aztertu direnean, problema konkretu bakoitzerako geometriaren eragin beharko diren zuzenketak edo fabrikazio aditibo prozesuan erabili beharko den euskarri materiala minimizatuko dituen posizio optimo bat existituko dela ondorioztatu da.
12. Fabrikazio aditiboko makinaren oinarri platera diskretizaturiko ingerada analisi eremuan kontsideratzea beharrezkoa dela frogatzen duen analisi matematiko erraz bat burutu da. Kontsiderazio honen bidez, aztertzen den ingerada eremuak *3D inprimaketa* prozesuak agertzen dituen ingeraden egoera errealekin bat egitea lortu da.
13. Bukaerako ondorio orokor bezala, garatu den prozedurak topologia optimizazio metodoen eta fabrikazio aditibo teknologien arteko

integraziorako erreminta oso eraginkorra dela frogatu duela esan daiteke. Lan honetan topologia optimizazio algoritmo moldakorra garatu da, lortu nahi den fabrikazio eta errendimendu arteko erlazioaren arabera guztiz zein partzialki eutsitako diseinuak garatzeko aukera eskaintzen duena.

7.2 Etorkizunerako ikerketa lerroak

Doktoretza tesi honetan zehar proposatzen den metodoa hobetu eta sustatu dezaketen etorkizuneko lanei zabalik geratzen zaizkien ikerketa lerro posibleei dagokienez, hurrengo hauek zerrendatu daitezke:

1. Topologia optimizazio metodoaren hiru dimentsiotako eremuetarako hedapena aldagai jarraituen problemak kontsideratuz.
2. Garatutako metodoaren hedapena proposatutako topologia optimizazio problema aldagai diskretuekin eta bi zein hiru dimentsiotako eremuetan ebazteko.
3. Abiada puntu egokiagoak detektatzeko helburuarekin, piezaren hasierako posizio optimoa aukeratzeko estrategia edo tekniken garapena.
4. Metodoaren zabalkuntza helburu funtzio ezberdinak dituzten problemen ebazpenerako.
5. Efiakazia numerikoari dagokionez, algoritmoen hobekuntza aztertzea komeni daiteke neurri handiagoko eta aldagai kopuru altuagoko problemak ebazteko.
6. Ingeraden analisi eta sailkapen prozesuan aplikatu daitezkeen maskararen bestelako forma eta tamainen gaineko azterketa

7.3 Ikerketa lanaren zabalpena

Doktoretza tesi honetan garatu den ikerketa lanaren parte bat, eragin handiko aldizkari zientifikoetan argitaratu da jarraian azaltzen diren tituluaren arabera:

- Ansola, R., Querin, O. M., Garaigordobil, A., & Alonso, C. (2018). A sequential element rejection and admission (SERA) topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. <http://doi.org/10.1007/s00158-018-1939-x>

- Garaigordobil, A., Ansola, R., Santamaría, J., & Fernández de Bustos, I. (2018). A new overhang constraint for topology optimization of self-supporting structures in additive manufacturing. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1–15. <https://doi.org/10.1007/s00158-018-2010-7>
- Garaigordobil, A., Ansola, R., Santamaría, J., & Veguería, E. (2018). Overhang constraint for topology optimization of self-supported compliant mechanisms considering additive manufacturing. *Computer Aided Design*, berrikuste prozesuan, argitaratua izateko zain.

Halaber, doktoretza tesi honen garapenean zehar egindako aurrerapen ezberdinak, nazio zein nazio arteko hainbat kongresutan izan dira aurkeztuak.

- Garaigordobil, A., Ansola, R., Veguería, E., & Canales, J. (2018). Optimización topológica de mecanismos flexibles considerando restricciones de fabricación aditiva. In J. I. Pedrero (Ed.), *Anales de la ingeniería mecánica, Revista de la Asociación Española de Ingeniería Mecánica* (pp. 972–978).
- Garaigordobil, A., & Ansola, R. (2018). A flexible overhang constraint for topology optimization of compliant mechanisms. Advantages of controlling the additive manufacturability/performance ratio. In *EngOpt 2018 Proceedings of the 6th International Conference on Engineering Optimization*. Lisbon. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97773-7_34
- Garaigordobil, A., Ansola, R., & Veguería, E. On a flexible overhang constraint in Topology Optimization for Additive Manufacturing, in *12th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimisation, WCSMO12*, Braunschweig, Germany, 5-9 June 2017.
- Garaigordobil, A., Ansola, R., & Veguería, E. (2017). Discretización del dominio de diseño en problemas de Optimización de Topología con Restricciones de Fabricación Aditiva. In *CMN 2017 Congress on Numerical Methods in Engineering* (pp. 1412–1426).
- Garaigordobil, A., Ansola, R., & Veguería, E. Developments of an overhang constraint for topology optimization and additive manufacturing, in *5th International Conference on Engineering Optimization, EngOpt2016*, Iguassu Falls, Brazil, 19-23 June 2016
- Garaigordobil, A., Ansola, R., & Veguería, E. (2016). Sequential element rejection and admission method (SERA) for topology optimization using a constraint on Perimeter. In *International Conference on Numerical Optimisation Methods for Engineering Design Proceedings of the 11th ASMO UK / ISSMO / NOED2016 conference* (pp. 33–39). ASMO-UK, University of Leeds, LS2 9JT, UK.

-
- Garaigordobil, A., Ansola, R., & Veguería, E. (2016). Study of Topology Optimization parameters and scaffold structures in Additive Manufacturing. In *ECCOMAS Congress 2016 VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering* (Vol. II, pp. 3700–3710).

Erreferentziak

- [1] <https://blog.altair.com/celebrating-20-years-of-optistruct/>, (n.d.).
- [2] K. Suzuki, A homogenization method for shape and topology optimization, *Comput. Methods Appl. Mech.* 93 (1991) 291–318. doi:10.1016/0045-7825(91)90245-2.
- [3] J.S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, 2004. doi:10.1016/B978-0-12-064155-0.X5000-9.
- [4] K. Svanberg, Optimization of Geometry in Truss Design, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 28 (1981) 63–80.
- [5] O.C. Zienkiewicz, J.S. Campbell, Shape Optimization and Sequential Linear Programming, *Optim. Estructural Des.* (1973) 1973.
- [6] V. Braibant, C. Fleury, Shape Optimal Design using B-Splines, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 44 (1984) 247–267.
- [7] J.D. Deaton, R. V. Grandhi, A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: Post 2000, *Struct. Multidiscip. Optim.* 49 (2014) 1–38. doi:10.1007/s00158-013-0956-z.
- [8] M.P. Bendsøe, O. Sigmund, *Topology optimization: theory, methods, and applications*, 2003. doi:10.1063/1.3278595.
- [9] R.B. Haber, C.S. Jog, M.P. Bendsoe, A new approach to variable-topology shape design using a constraint on perimeter, *Struct. Optim.* 11 (1996) 1–12. doi:10.1007/BF01279647.
- [10] T. Borrvall, Topology optimization of elastic continua using restriction, *Arch. Comput. Methods Eng.* 8 (2001) 351–385. doi:10.1007/BF02743737.
- [11] T.E. Bruns, D.A. Tortorelli, Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 190 (2001) 3443–3459. doi:10.1016/S0045-7825(00)00278-4.

- [12] M.P. Bendsøe, N. Kikuchi, Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 71 (1988) 197–224. doi:10.1016/0045-7825(88)90086-2.
- [13] M. Beckers, Topology optimization using a dual method with discrete variables, *Struct. Optim.* 17 (1999) 14–24. doi:10.1007/BF01197709.
- [14] P. Hajela, E. Lee, Genetic algorithms in truss topological optimization, *Int. J. Solids Struct.* 32 (1995) 3341–3357. doi:10.1016/0020-7683(94)00306-H.
- [15] J. Sokolowski, A. Zochowski, On the Topological Derivative in Shape Optimization, *SIAM J. Control Optim.* 37 (1999) 1251–1272. doi:10.1137/S0363012997323230.
- [16] J.A. Sethian, A. Wiegmann, Structural Boundary Design via Level Set and Immersed Interface Methods, *J. Comput. Phys.* 163 (2000) 489–528. doi:10.1006/jcph.2000.6581.
- [17] Y.M. Xie, G.P. Steven, A simple evolutionary procedure for structural optimization, *Comput. Struct.* 49 (1993) 885–896. doi:10.1016/0045-7949(93)90035-C.
- [18] Y.M. Xie, G.P. Steven, *Evolutionary structural optimization*, Springer, New York, 1997.
- [19] O.M. Querin, G.P. Steven, Y.M. Xie, Evolutionary structural optimisation using an additive algorithm, *Finite Elem. Anal. Des.* 34 (2000) 291–308. doi:10.1016/S0168-874X(99)00044-X.
- [20] O.M. Querin, *Evolutionary Structural Optimisation*: Stress Based Formulation and Implementation, (1997).
- [21] O.M. Querin, G.P. Steven, Y.M. Xie, Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm, *Eng. Comput.* 15 (1998) 1031–1048. doi:10.1108/02644409810244129.
- [22] X.Y. Yang, Y.M. Xie, G.P. Steven, O.M. Querin, Bidirectional Evolutionary Method for Stiffness Optimization, *AIAA J.* 37 (1999) 1483–1488. doi:10.2514/2.626.
- [23] X. Huang, Y.M. Xie, A further review of ESO type methods for topology optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.* 41 (2010) 671–683. doi:10.1007/s00158-010-0487-9.
- [24] O. Sigmund, K. Maute, Topology optimization approaches: A comparative review, *Struct. Multidiscip. Optim.* 48 (2013) 1031–1055. doi:10.1007/s00158-013-0978-6.

- [25] M. Zhou, G. Rozvany, On the validity of ESO type methods in topology optimization, (2001) 80–83.
- [26] G. Rozvany, A critical review of established methods of structural topology optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.* 37 (2009) 217–237. doi:10.1007/s00158-007-0217-0.
- [27] G. Rozvany, O.M. Querin, Theoretical Foundations of Sequential Element Rejections and Admissions (SERA) Methods and Their Computational Implementation in Topology Optimization, in: 9th AIAA/ISSMO Symp. Multidiscip. Anal. Optim., American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002. doi:10.2514/6.2002-5521.
- [28] M. Victoria, P. Martí, O.M. Querin, Topology design of two-dimensional continuum structures using isolines, *Comput. Struct.* 87 (2009) 101–109. doi:10.1016/j.compstruc.2008.08.001.
- [29] O. Sigmund, A 99 line topology optimization code written in Matlab, *Struct. Multidiscip. Optim.* (2009) 120–127. doi:10.1007/s001580050176.
- [30] E. Andreassen, A. Clausen, M. Schevenels, B.S. Lazarov, O. Sigmund, Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code, *Struct. Multidiscip. Optim.* 43 (2011) 1–16. doi:10.1007/s00158-010-0594-7.
- [31] K. Liu, A. Tovar, An efficient 3D topology optimization code written in Matlab, *Struct. Multidiscip. Optim.* 50 (2014) 1175–1196. doi:10.1007/s00158-014-1107-x.
- [32] K. Suresh, A 199-line Matlab code for Pareto-optimal tracing in topology optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.* 42 (2010) 665–679. doi:10.1007/s00158-010-0534-6.
- [33] C. Talischi, G.H. Paulino, A. Pereira, I.F.M. Menezes, PolyMesher: A general-purpose mesh generator for polygonal elements written in Matlab, *Struct. Multidiscip. Optim.* 45 (2012) 309–328. doi:10.1007/s00158-011-0706-z.
- [34] C. Talischi, G.H. Paulino, A. Pereira, I.F.M. Menezes, PolyTop: A Matlab implementation of a general topology optimization framework using unstructured polygonal finite element meshes, *Struct. Multidiscip. Optim.* 45 (2012) 329–357. doi:10.1007/s00158-011-0696-x.
- [35] A. Pereira, C. Talischi, G.H. Paulino, I.F. Ivan, M.S. Carvalho, Fluid flow topology optimization in PolyTop: stability and computational implementation, *Struct. Multidiscip. Optim.* 54 (2016) 1345–1364. doi:10.1007/s00158-014-1182-z.

- [36] T. Zegard, G.H. Paulino, GRAND — Ground structure based topology optimization for arbitrary 2D domains using MATLAB, *Struct. Multidiscip. Optim.* 50 (2014) 861–882. doi:10.1007/s00158-014-1085-z.
- [37] T. Zegard, G.H. Paulino, GRAND3 — Ground structure based topology optimization for arbitrary 3D domains using MATLAB, *Struct. Multidiscip. Optim.* 52 (2015) 1161–1184. doi:10.1007/s00158-015-1284-2.
- [38] T. Zegard, G.H. Paulino, Bridging topology optimization and additive manufacturing, *Struct. Multidiscip. Optim.* 53 (2016) 175–192. doi:10.1007/s00158-015-1274-4.
- [39] R. Ansola, O.M. Querin, A. Garaigordobil, C. Alonso, A sequential element rejection and admission (SERA) topology optimization code written in Matlab, *Struct. Multidiscip. Optim.* (2018). doi:10.1007/s00158-018-1939-x.
- [40] M.P. Bendsøe, Optimal shape design as a material distribution problem, *Struct. Optim.* 1 (1989) 193–202. doi:10.1007/BF01650949.
- [41] M.P. Bendsøe, O. Sigmund, Material interpolation schemes in topology optimization, *Arch. Appl. Mech. (Ingenieur Arch.* 69 (1999) 635–654. doi:10.1007/s004190050248.
- [42] M. Stolpe, K. Svanberg, An alternative interpolation scheme for minimum compliance topology optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.* (2001) 116–124. doi:10.1007/s001580100129.
- [43] C.C. Swan, I. Kosaka, Voigt-Reuss topology optimization for structures with linear elastic material behaviours, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 40 (1997) 3033–3057. doi:10.1002/(SICI)1097-0207(19970830)40:163.3.CO;2-Q.
- [44] N.L. Pedersen, Topology optimization of laminated plates with prestress, *Comput. Struct.* 80 (2002) 559–570.
- [45] N.I. Didenko, Optimal distribution of bending stiffness of an elastic freely supported plate, *Mech. Solids.* 24 (1981) 985–1004.
- [46] C. Alonso, Topology optimization of multidisciplinary compliant mechanisms with a Sequential Element Rejection and Admission method, University of the Basque Country, 2013.
- [47] O.M. Querin, M. Victoria, P. Martí, R. Ansola, C. Alonso, *Topology Design Methods for Structural Optimization*, 2017.
- [48] S.J. Osher, J.A. Sethian, *Fronts Propagating with Curvature Dependent*

- Speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations, *Comput. Phys.* 79 (1988) 1–5. doi:10.1007/s13398-014-0173-7.2.
- [49] M. Wang, X. Wang, D. Guo, A level set method for structural topology optimization, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 192 (2003) 227–246. doi:10.1016/S0045-7825(02)00559-5.
- [50] G. Allaire, F. Jouve, A.M. Toader, Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, 2004. doi:10.1016/j.jcp.2003.09.032.
- [51] X. Guo, W. Zhang, W. Zhong, Doing Topology Optimization Explicitly and Geometrically—A New Moving Morphable Components Based Framework, *J. Appl. Mech.* 81 (2014) 081009. doi:10.1115/1.4027609.
- [52] X. Guo, W. Zhang, J. Zhang, J. Yuan, Explicit structural topology optimization based on moving morphable components (MMC) with curved skeletons, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 310 (2016) 711–748. doi:10.1016/j.cma.2016.07.018.
- [53] W. Zhang, J. Yuan, J. Zhang, X. Guo, A new topology optimization approach based on Moving Morphable Components (MMC) and the ersatz material model, *Struct. Multidiscip. Optim.* 53 (2016) 1243–1260. doi:10.1007/s00158-015-1372-3.
- [54] J.A. Norato, B.K. Bell, D.A. Tortorelli, A geometry projection method for continuum-based topology optimization with discrete elements, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 293 (2015) 306–327. doi:10.1016/j.cma.2015.05.005.
- [55] E.J. Haug, K.K. Choi, V. Komkov, *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, 1986.
- [56] C. Fleury, CONLIN: An efficient dual optimizer based on convex approximation concepts, *Struct. Optim.* 1 (1989) 81–89. doi:10.1007/BF01637664.
- [57] K. Svanberg, The method of moving asymptotes. A new method for structural optimization, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 24 (1987) 359–373. doi:10.1002/nme.1620240207.
- [58] J.P. Kruth, M.C. Leu, T. Nakagawa, Progress in additive manufacturing and rapid prototyping, *CIRP Ann. - Manuf. Technol.* 47 (1998) 525–540. doi:10.1016/S0007-8506(07)63240-5.
- [59] M. Burns, *Automated fabrication: Improving productivity in manufacturing*, 1993.

- [60] D.T. Pham, R.S. Gault, A comparison of rapid prototyping technologies, *Int. J. Mach. Tool Manuf.* 38 (1998) 1257–1287.
- [61] J.P. Kruth, P. Mercelis, J. Van Vaerenbergh, L. Froyen, M. Rombouts, Binding mechanisms in selective laser sintering and selective laser melting, *Rapid Prototyp. J.* 11 (2005) 26–36. doi:10.1108/13552540510573365.
- [62] I. Gibson, D. Rosen, B. Stucker, *Additive Manufacturing Technologies*, 2015. doi:10.1007/978-1-4939-2113-3.
- [63] P. Hanzl, M. Zetek, T. Bakša, T. Kroupa, The influence of processing parameters on the mechanical properties of SLM parts, *Procedia Eng.* 100 (2015) 1405–1413. doi:10.1016/j.proeng.2015.01.510.
- [64] A. Hussein, L. Hao, C. Yan, R. Everson, P. Young, Advanced lattice support structures for metal additive manufacturing, *J. Mater. Process. Technol.* 213 (2013) 1019–1026.
- [65] D. Thomas, *The Development of Design Rules for Selective Laser Melting*, University of Wales Institute, 2009.
- [66] D. Wang, Y. Yang, Z. Yi, X. Su, Research on the fabricating quality optimization of the overhanging surface in SLM process, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 65 (2013) 1471–1484. doi:10.1007/s00170-012-4271-4.
- [67] M. Leary, L. Merli, F. Torti, M. Mazur, M. Brandt, Optimal topology for additive manufacture: A method for enabling additive manufacture of support-free optimal structures, *Mater. Des.* 63 (2014) 678–690. doi:10.1016/j.matdes.2014.06.015.
- [68] B. Vayre, F. Vignat, F. Villeneuve, Designing for additive manufacturing, *Procedia CIRP.* 3 (2012) 632–637. doi:10.1016/j.procir.2012.07.108.
- [69] M. Badrossamay, T.H.C. Childs, Further studies in selective laser melting of stainless and tool steel powders, 2007. doi:10.1016/j.ijmachtools.2006.09.013.
- [70] A. Hussein, L. Hao, C. Yan, R. Everson, P. Young, Advanced lattice support structures for metal additive manufacturing, 2013. doi:10.1016/j.jmatprotec.2013.01.020.
- [71] I.A. Roberts, C.J. Wang, R. Esterlein, M. Stanford, D.J. Mynors, A three-dimensional finite element analysis of the temperature field during laser melting of metal powders in additive layer manufacturing, *Int. J. Mach. Tools Manuf.* 49 (2009) 916–923. doi:10.1016/j.ijmachtools.2009.07.004.

- [72] J.A. Van Toor, A knowledge based system to support design for selective laser melting, *A Knowl. Based Syst. to Support Des. Sel. Laser Melting*. (2014).
- [73] G. Papari, N. Petkov, Edge and line oriented contour detection: State of the art, *Image Vis. Comput.* 29 (2011) 79–103. doi:10.1016/j.imavis.2010.08.009.
- [74] S. Tabbone, *Edge Detection Techniques - An Overview*, (2015) 1–41.
- [75] O.R. Vincent, O. Folorunso, A Descriptive Algorithm for Sobel Image Edge Detection, *Proc. Informing Sci. IT Educ. Conf. 2009*. (2009) 1–11.
- [76] I. Sobel, An Isotropic 3x3 Gradient Operator, *Mach. Vis. Fro Three-Dimensional Scenes*. (1990) 376–379.
- [77] G.H. Levkine, Prewitt, Sobel And Scharr Gradient 5X5 Convolution Matrices, (2012) 1–14.
- [78] J. Canny, A computational approach to edge detection., *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 8 (1986) 679–698. doi:10.1109/TPAMI.1986.4767851.
- [79] D. Marr, E. Hildreth, Theory of edge detection, *Proc. R. Soc. London - Biol. Sci.* 207 (1980) 187–217. doi:10.1098/rspb.1980.0020.
- [80] S.M. Smith, J.M. Brady, SUSAN - A new approach to Low Level Image Processing, *Int. J. Comput. Vis.* 23 (1997) 45–78.
- [81] W. Mokrzycki, S. M, Using SUSAN method to color contour producing, 2009.
- [82] N. Walter, O. Aubreton, Y.D. Fougerolle, O. Laligant, SUSAN 3D operator, principal saliency degrees and directions extraction and a brief study on the robustness to noise, in: *2009 16th IEEE Int. Conf. Image Process.*, 2009: pp. 3529–3532. doi:10.1109/ICIP.2009.5414078.
- [83] N. Walter, O. Aubreton, O. Laligant, Susan 3D Characterization for Manufactured Cylinder Edge Detection, in: *Int. Conf. Qual. Control by Artif. Vis.*, Wels, AUstria, 2009.
- [84] Z. Doubrovski, J. Verlinden, J. Geraedts, Optimal design for additive manufacturing: opportunities and challenges, in: *ASME 2011 Int. Des. Eng. Tech. Conf. Comput. Inf. Eng. Conf.*, 2011: pp. 635–646.
- [85] K.-H. Chang, P.-S. Tang, Integration of design and manufacturing for structural shape optimization, *Adv. Eng. Softw.* 32 (2001) 555–567. doi:10.1016/S0965-9978(00)00103-4.

- [86] M. Leary, M. Brandt, M. Babaei, A. Subic, Feasible build orientations for self-supporting fused deposition manufacture: a novel approach to space filling tessellated geometries, *Adv. Mater. Res.* 633 (2013) 148–168.
- [87] H.D. Morgan, J.A. Cherry, S. Jonnalagadda, D. Ewing, J. Sienz, Part orientation optimisation for the additive layer manufacture of metal components, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 86 (2016) 1689. doi:10.1007/s00170-016-8709-y.
- [88] J. Vanek, J.A.G. Galicia, B. Benes, Clever Support: Efficient Support Structure Generation for Digital Fabrication, *Comput. Graph. Forum.* 33 (2014) 117–125. doi:10.1111/cgf.12437.
- [89] F. Calignano, Design optimization of supports for overhanging structures in aluminum and titanium alloys by selective laser melting, *Mater. Des.* 64 (2014) 203–213. doi:10.1016/j.matdes.2014.07.043.
- [90] A.M. Mirzendehtdel, K. Suresh, Support structure constrained topology optimization for additive manufacturing, *CAD Comput. Aided Des.* 81 (2016) 1–13. doi:10.1016/j.cad.2016.08.006.
- [91] K. Hu, S. Jin, C.C.L. Wang, Support slimming for single material based additive manufacturing, *CAD Comput. Aided Des.* 65 (2015) 1–10. doi:10.1016/j.cad.2015.03.001.
- [92] D. Brackett, I. Ashcroft, R. Hague, Topology optimization for additive manufacturing, in: *Solid Free. Fabr. Symp.*, Austin, Texas, 2011: pp. 348–362.
- [93] A.T. Gaynor, J.K. Guest, Topology optimization considering overhang constraints: Eliminating sacrificial support material in additive manufacturing through design, *Struct. Multidiscip. Optim.* 54 (2016) 1157–1172. doi:10.1007/s00158-016-1551-x.
- [94] M. Langelaar, Topology optimization of 3D self-supporting structures for additive manufacturing, *Addit. Manuf.* 12 (2016) 60–70. doi:10.1016/j.addma.2016.06.010.
- [95] M. Langelaar, An additive manufacturing filter for topology optimization of print-ready designs, *Struct. Multidiscip. Optim.* 55 (2017) 871–883. doi:10.1007/s00158-016-1522-2.
- [96] X. Qian, Undercut and overhang angle control in topology optimization: A density gradient based integral approach, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 111 (2017) 247–272. doi:10.1002/nme.5461.
- [97] M.R. Serphos, Incorporating AM-specific Manufacturing Constraints

- into Topology Optimization PRESENTATION, 2014.
- [98] X. Guo, J. Zhou, W. Zhang, Z. Du, C. Liu, Y. Liu, Self-supporting structure design in additive manufacturing through explicit topology optimization, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 323 (2017) 27–63. doi:10.1016/j.cma.2017.05.003.
- [99] A. Garaigordobil, R. Ansola, A new overhang constraint for topology optimization of self-supporting structures in additive manufacturing, *Struct. Multidiscip. Optim.* (2018).
- [100] J. Fynbo, J. Rasmussen, N. Olhoff, A Directional Topology Optimisation Method, in: C. Kiaoning Electronic Press, Shenyang (Ed.), *Proc. 4th World Congr. Struct. Multidiscip. Optim. WCSMO-4*, Dalian, 2001.
- [101] A. Díaz, O. Sigmund, Checkerboard patterns in layout optimization, *Struct. Optim.* 10 (1995) 40–45. doi:10.1007/BF01743693.
- [102] C.S. Jog, R.B. Haber, Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 130 (1996) 203–226. doi:10.1016/0045-7825(95)00928-0.
- [103] O. Sigmund, J. Petersson, Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima, *Struct. Optim.* 16 (1998) 68–75. doi:10.1007/BF01214002.
- [104] B. Bourdin, Filters in topology optimization, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 50 (2001) 2143–2158. doi:10.1002/nme.116.
- [105] J.K. Guest, J.H. Prévost, T. Belytschko, Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 61 (2004) 238–254. doi:10.1002/nme.1064.
- [106] F. Wang, B.S. Lazarov, O. Sigmund, On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.* 43 (2011) 767–784. doi:10.1007/s00158-010-0602-y.
- [107] J.K. Guest, A. Asadpoure, S.H. Ha, Eliminating beta-continuation from Heaviside projection and density filter algorithms, *Struct. Multidiscip. Optim.* 44 (2011) 443–453. doi:10.1007/s00158-011-0676-1.
- [108] O. Sigmund, Morphology-based black and white filters for topology optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.* 33 (2007) 401–424. doi:10.1007/s00158-006-0087-x.

-
- [109] E. Hofland, I. Baran, D. Wismeijer, Correlation of Process Parameters with Mechanical Properties of Laser Sintered PA12 Parts., *Adv. Mater. Sci. Eng.* (2017).
- [110] Technical University of Denmark, Topopt, (n.d.).
<http://www.topopt.mek.dtu.dk/>.

A Eranskina

A1 Matlab kodeak

Eranskin honetan tesian proposatutako metodoaren lorpenerako garatutako optimizazio kodeak batzen dira. Topologia optimizazio programaren nukleoa osatzeko [30] lanean proposatutako gidalerroak jarraitu dira, eta oinarri horren gainean eragin dira kodea lan zehatz honetara moldatzeko beharrezko doiketak, adibidez, *Heaviside* proiektzio metodoa edo *overhang* analisi blokea.

Helburu funtzioaz eta testuan jadanik azaldu diren doiketez aparte, erabili den kodea berdina izan da bai “*self-supported*” egituren zein mekanismo malguen problema homologoaren kasuetan. Kodeak oinarrizko hiru atal ditu, topologia optimizazio problema klasikoa burutzen duen atal bat, *overhang* analisirako bigarren atal bat, eta azkenik, problema ebazteaz eta aldagaien eguneraketaz arduratzen dena. Topologia optimizazio problema burutzen duen atala, algoritmoaren nukleoa da, bestelako azpi errutinei informazioa bidaltzen diena eta hauek sortutako emaitzak bateratzen dituen problemaaren outputa eratzeko.

Jarraian, erabili diren oinarrizko atal eta azpi errutinak batzen dituzten kodeak azaltzen dira. Asintota Mugikorren Metodoari dagokion azpi errutina [57,110]-n dago eskuragarri.

A11 Oinarrizko atala

```
1 function structures_OV_PhD(nelx,nely,volfrac,rmin,T0,limitangle,tr)
2 clc;
3 %% MATERIALAREN PROPIETATEAK
4 E0 = 1;
5 Emin = 1e-9;
6 nu = 0.3;
7 %% ELEMENTU FINITU BIDEZKO ANALISIAREN PRESTAKETA
8 A11=[12 3 -6 -3; 3 12 3 0; -6 3 12 -3; -3 0 -3 12];
9 A12=[-6 -3 0 3; -3 -6 -3 -6; 0 -3 -6 3; 3 -6 3 -6];
10 B11=[-4 3 -2 9; 3 -4 -9 4; -2 -9 -4 -3; 9 4 -3 -4];
11 B12=[ 2 -3 4 -9; -3 2 9 -2; 4 9 2 3; -9 -2 3 2];
```

```

12 KE=1/(1-nu^2)/24*([A11 A12;A12' A11]+nu*[B11 B12;B12' B11]);
13 nodenrs=reshape(1:(1+nelx)*(1+nely),1+nely,1+nelx);
14 edofVec=reshape(2*nodenrs(1:end-1,1:end-1)+1,nelx*nely,1);
15 edofMat=repmat(edofVec,1,8)+repmat([0 1 2*nely+[2 3 0 1] -2 -1],
16 nelx*nely,1);
17 iK=reshape(kron(edofMat,ones(8,1))',64*nelx*nely,1);
18 jK=reshape(kron(edofMat,ones(1,8))',64*nelx*nely,1);
19 %% APLIKATUTAKO KARGEN ETA EREMU BALDINTZEN DEFINIZIOA (MBB HABE
20 ERDIA)
21 F=sparse(2,1,-1,2*(nely+1)*(nelx+1),1);
22 fixeddofs=union([1:2*2*(nely+1)],[2*(nelx+1)*(nely+1)]);
23 U=zeros(2*(nely+1)*(nelx+1),1);
24 alldofs=[1:2*(nely+1)*(nelx+1)];
25 freedofs=setdiff(alldofs,fixeddofs);
26 %% IRAGAZKIAREN PRESTAKETA
27 iH=ones(nelx*nely*(2*(ceil(rmin)-1)+1)^2,1);
28 jH=ones(size(iH));
29 sH=zeros(size(iH));
30 k=0;
31 for i1=1:nelx
32   for j1=1:nely
33     e1=(i1-1)*nely+j1;
34     for i2=max(i1-(ceil(rmin)-1),1):min(i1+(ceil(rmin)-1),nelx)
35       for j2=max(j1-(ceil(rmin)-1),1):min(j1+(ceil(rmin)-1),nely)
36         e2=(i2-1)*nely+j2;
37         k=k+1;
38         iH(k)=e1;
39         jH(k)=e2;
40         sH(k)=max(0,rmin-sqrt((i1-i2)^2+(j1-j2)^2));
41       end
42     end
43   end
44 end
45 H=sparse(iH,jH,sH);
46 Hs=sum(H,2);
47 %% ITERAZIO PARAMETROEN HASIERAKETA
48 x=repmat(volfrac,nely,nelx);
49 betahe=10;penal=10;
50 xTilde=x;
51 xPhys=max(0.001,(tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(xTilde-tr)))/
52 (tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(1-tr))));
53 loopbetahe=0;
54 looppenal=0;
55 loop=0;
56 change=1;
57 %% MMA-REN PRESTAKETA
58 m=2; % Murrizpen jeneralen kopurua.
59 n=nelx*nely; % x_j diseinu aldagaien kopurua.
60 xmin(1:nelx*nely,1)=0.001;% x_j diseinu aldagaien behe limiteak
61 gordetzen dituen zutabe bektorea.
62 xmax=ones(n,1); % x_j diseinu aldagaien goi limiteak
63 gordetzen dituen zutabe bektorea.
64 xold1=x(:); % xval, duela iterazio bat (baldin iter>1).
65 xold2=x(:); % xval, duela bi iterazio (baldin iter>2).
66 low=zeros(n,1); % Aurreko iterazioko behe asintotak gordetzen
67 dituen zutabe bektorea (baldin iter>1).
68 upp=zeros(n,1); % Aurreko iterazioko goi asintotak gordetzen
69 dituen zutabe bektorea (baldin iter>1).
70 a0=1; % a_0 konstanteak a_0*z terminoetan.
71 a=zeros(m,1); % a_i konstanteak a_i*z terminoetan gordetzen
72 dituen zutabe bektorea.

```



```

83 c_MMA=1000*ones(m,1); % c_i konstanteak c_i*y_i terminoetan
84 gordetzen dituen zutabe bektorea.
85 d=zeros(m,1); % d_i konstanteak 0.5*d_i*(y_i)^2 terminoetan
86 gordetzen dituen zutabe bektorea.
87 %% PROZESU ITERATIBOAREN HASIERA
88 while change>0.001
89     loopbetahe=loopbetahe+1;
90     looppenal=looppenal+1;
91     loop=loop+1;
92     %% ELEMENTU FINITU BIDEZKO ANALISIA FEA
93     sK=reshape(KE(:)*(Emin+xPhys(:)'.^penal*(E0-Emin)),
94         64*nelx*nely,1);
95     K=sparse(iK,jK,sK); K = (K+K')/2;
96     U(freedofs)=K(freedofs,freedofs)\F(freedofs);
97     %% HELBURU FUNTZIOAREN ETA SENTSIBILITATEEN ANALISIA
98     ce=reshape(sum((U(edofMat)*KE).*U(edofMat),2),nely,nelx);
99     c=sum(sum((Emin+xPhys.^penal*(E0-Emin)).*ce));
100    dc=-penal*(E0-Emin)*xPhys.^(penal-1).*ce;
101    dv=ones(nely,nelx)/(volfrac*n);
102    %% OVERHANG ANALISIA
103    [overhangrate,dS0,gMasks]=overhang(nelx,nely,xPhys,T0,
104        limitangle);
105    %% DENTSITATEEN IRAGAZKETA
106    dx=(betahe*(1-tanh(betahe*(xTilde-tr)).^2))/
107        (tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(1-tr)));
108    dc(:)=H*(dc(:).*dx(:)./Hs);
109    dv(:)=H*(dv(:).*dx(:)./Hs);
110    dS0(:)=H*(dS0(:).*dx(:)./Hs);
111    %% MMA DISEINU ALDAGAIEN EGUNERAKETA ETA DENTSITATE FISIKOEN
112    KALKULUA
113    xval=x(:);
114    f0val=c;df0dx=dc(:);df0dx2=zeros(n,1);
115    fval(1,1)=sum(xPhys(:))/(volfrac*n)-1;dfdx(1,1:n)=dv(:);
116    dfdx2(1,1:n)=0;
117    fval(2,1)=overhangrate-1;dfdx(2,1:n)=(dS0(:)');dfdx2(2,1:n)=0;
118    [xmma,ymma,zmma,lam,xsi,eta,mu,zet,s,low,upp]=mmasub(m,n,loop,
119        xval,xmin,xmax,xold1,xold2, f0val,df0dx,df0dx2,fval,dfdx,dfdx2,
120        low,upp,a0,a,c_MMA,d,betahe);
121    xnew=reshape(xmma,nely,nelx);
122    move=0.2;
123    xnew=max(0.001,max(x-move,min(1.,min(x+move,xnew))));
124    xold2=xold1(:);
125    xold1=x(:);
126    xTilde(:)=(H*xnew(:))./Hs;
127    xPhys=max(0.001,(tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(xTilde-tr)))/
128        (tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(1-tr))));
129    %% KONBERGENTZIA IRIZPIDEA
130    if loop>1
131        change=abs(c-cold);
132    end
133    cold=c;
134    x=xnew;
135    grayness=4*sum(sum(xPhys.*(1-xPhys)))/n;
136    %% EMAITZAK AZALDU
137    fprintf(' It.:%5i Obj.:%11.4f Vol.:%7.3f ch.:%15.10f
138    gMasks.:%7.3f grayness.:%7.5f\n',loop,c,mean(xPhys(:)),change,
139    gMasks,grayness);
140    %% DENTSITATEAK IRUDIKATU
141    colormap(gray); imagesc(1-xPhys); caxis([0 1]); axis equal; axis
142    off; drawnow;
143    %% KONTINUAZIO ESKEMA

```

```

144 if betahe<40 && (loopbetahe>=50 || change<=0.001)
145     betahe=betahe+5;
146     penal=penal+2;
147     loopbetahe=0;change=1;
148     fprintf('Valor del parámetro beta %g.\n',betahe);
149     fprintf('Valor del parámetro penal %g.\n',penal);
150 end
151 end

```

A12 Overhang detekzio atala

```

1 function
2 [overhangrate,dS0,gMasks]=overhang(nelx,nely,xPhys,T0,limitangle);
3 xr=0;yr=1;angle=limitangle*(pi/180);matrix=zeros(nely+4,nelx+4);
4 xcg=matrix;ycg=matrix;qx=matrix;qy=matrix;maskrho=matrix;ge=matrix;
5 dAN=matrix;dBN=matrix;dCN=matrix;dDN=matrix;dEN=matrix;dFN=matrix;
6 dGN=matrix;dHN=matrix;dIN=matrix;
7 dA=matrix;dB=matrix;dC=matrix;dD=matrix;dE=matrix;dF=matrix;
8 dG=matrix;dH=matrix;dI=matrix;
9 x1(1:nely+4,1:nelx+4)=0.001;
10 x1(3:nely+2,3:nelx+2)=xPhys;
11 %% OINARRI PLATERAREN DISKRETIZAZIOA
12 x1(nely+3:nely+4,1:nelx+4)=1;
13 %% INGERADEN ANALISI ETA KLASIFIKAZIOA
14 for elx=2:nelx+3
15     for ely=2:nely+3
16         maskrho(ely,elx)=(x1(ely-1,elx-1)+x1(ely-1,elx)+x1(ely-
17 1,elx+1)+x1(ely,elx-1)+x1(ely,elx)+x1(ely,elx+1)+x1(ely+1,elx-
18 1)+x1(ely+1,elx)+x1(ely+1,elx+1));
19         xcg(ely,elx)=((-1)*(x1(ely-1,elx-1)+x1(ely,elx-1)
20 +x1(ely+1,elx-1)))+(x1(ely-1,elx+1)+x1(ely,elx+1) +x1(ely+1,elx+1));
21 /maskrho(ely,elx);
22         ycg(ely,elx)=((-1)*(x1(ely+1,elx-1)+x1(ely+1,elx)+
23 x1(ely+1,elx+1)))+(x1(ely-1,elx-1)+x1(ely-1,elx)+x1(ely-1,elx+1));
24 /maskrho(ely,elx);
25         qx(ely,elx)=((-1)*(x1(ely-1,elx-1)+x1(ely,elx-1)
26 +x1(ely+1,elx-1)))+(x1(ely-1,elx+1)+x1(ely,elx+1)+x1(ely+1,elx+1));
27         qy(ely,elx)=((-1)*(x1(ely+1,elx1)+x1(ely+1,elx)+
28 x1(ely+1,elx+1)))+(x1(ely-1,elx-1)+x1(ely-1,elx)+x1(ely-1,elx+1));
29     end
30 end
31 xcg=round(xcg,3);ycg=round(ycg,3);
32 vcg_mod=sqrt(xcg.^2+ycg.^2);
33 vcg = vcg_mod(3:nely+2,3:nelx+2);
34 qx=round(qx,3);qy=round(qy,3);
35 ge=(ycg*sin(angle)-abs(xcg)*cos(angle)).*maskrho;
36 gb=sum(max(0,ge(:)));gg=abs(sum(min(0,ge(:)))));
37 gMasks=gg/(gb+gg);overhangrate=T0/gMasks;T00=T0/(gg)^2;
38 %% SENTSIBILITATE ANALISIA
39 for elx=3:nelx+2
40 for ely=3:nely+2
41     if abs(xcg(ely-1,elx-1))>10^-10
42         dAN(ely,elx)=(-1)*sin(angle)-sign(qx(ely-1,elx-1))*
43 (1)*cos(angle);
44     else
45         dAN(ely,elx)=(-1)*sin(angle)-(1)*cos(angle);
46     end
47     if ge(ely-1,elx-1)>0
48         dA(ely,elx)=(dAN(ely,elx))*gg*T00;

```

```

49     else
50         dA(ely,elx)=(dAN(ely,elx))*(gb)*T00;
51     end
52     if abs(xcg(ely,elx-1))>10^-10
53         dBN(ely,elx)=(0)*sin(angle)-sign(qx(ely,elx-1))*
54         (1)*cos(angle);
55     else
56         dBN(ely,elx)=(0)*sin(angle)-(1)*cos(angle);
57     end
58     if ge(ely,elx-1)>0
59         dB(ely,elx)=(dBN(ely,elx))*gg*T00;
60     else
61         dB(ely,elx)=(dBN(ely,elx))*(gb)*T00;
62     end
63     if abs(xcg(ely+1,elx-1))>10^-10
64         dCN(ely,elx)= (1)*sin(angle)-sign(qx(ely+1,elx-1))*
65         (1)*cos(angle);
66     else
67         dCN(ely,elx)=(1)*sin(angle)-(1)*cos(angle);
68     end
69     if ge(ely+1,elx-1)>0
70         dC(ely,elx)=(dCN(ely,elx))*gg*T00;
71     else
72         dC(ely,elx)=(dCN(ely,elx))*(gb)*T00;
73     end
74     if abs(xcg(ely-1,elx))>10^-10
75         dDN(ely,elx)=(-1)*sin(angle)-sign(qx(ely-1,elx))*
76         (0)*cos(angle);
77     else
78         dDN(ely,elx)=(-1)*sin(angle)-0*(0)*cos(angle);
79     end
80     if ge(ely-1,elx)>0
81         dD(ely,elx)=(dDN(ely,elx))*gg*T00;
82     else
83         dD(ely,elx)=(dDN(ely,elx))*(gb)*T00;
84     end
85     if abs(xcg(ely,elx))>10^-10
86         dEN(ely,elx)=(0)*sin(angle)-sign(qx(ely,elx))*
87         (0)*cos(angle);
88     else
89         dEN(ely,elx)=(0)*sin(angle)-0*(0)*cos(angle);
90     end
91     if ge(ely,elx)>0
92         dE(ely,elx)=(dEN(ely,elx))*gg*T00;
93     else
94         dE(ely,elx)=(dEN(ely,elx))*(gb)*T00;
95     end
96     if abs(xcg(ely+1,elx))>10^-10
97         dFN(ely,elx)=(1)*sin(angle)-sign(qx(ely+1,elx))*
98         (0)*cos(angle);
99     else
100        dFN(ely,elx)=(1)*sin(angle)-0*(0)*cos(angle);
101    end
102    if ge(ely+1,elx)>0
103        dF(ely,elx)=(dFN(ely,elx))*gg*T00;
104    else
105        dF(ely,elx)=(dFN(ely,elx))*(gb)*T00;
106    end
107    if abs(xcg(ely-1,elx+1))>10^-10
108        dGN(ely,elx)=(-1)*sin(angle)-sign(qx(ely-1,elx+1))*(-1)*
109        cos(angle);

```

```

110     else
111         dGN(ely,elx)=(-1)*sin(angle)+(-1)*cos(angle);
112     end
113     if ge(ely-1,elx+1)>0
114         dG(ely,elx)=(dGN(ely,elx))*gg*T00;
115     else
116         dG(ely,elx)=(dGN(ely,elx))*(gb)*T00;
117     end
118     if abs(xcg(ely,elx+1))>10^-10
119         dHN(ely,elx)=(0)*sin(angle)-sign(qx(ely,elx+1))*(-1)*
120         cos(angle);
121     else
122         dHN(ely,elx)=(0)*sin(angle)+(-1)*cos(angle);
123     end
124     if ge(ely,elx+1)>0
125         dH(ely,elx)=(dHN(ely,elx))*gg*T00;
126     else
127         dH(ely,elx)=(dHN(ely,elx))*(gb)*T00;
128     end
129     if abs(xcg(ely+1,elx+1))>10^-10
130         dIN(ely,elx)=(1)*sin(angle)-sign(qx(ely+1,elx+1))*(-1)*
131         cos(angle);
132     else
133         dIN(ely,elx)=(1)*sin(angle)+(-1)*cos(angle);
134     end
135     if ge(ely+1,elx+1)>0
136         dI(ely,elx)=(dIN(ely,elx))*gg*T00;
137     else
138         dI(ely,elx)=(dIN(ely,elx))*(gb)*T00;
139     end
140 end
141 end
142 dS=dA+dB+dC+dD+dE+dF+dG+dH+dI;
143 dS0=dS(3:(nely+2),3:(nelx+2));

```

A13 Kodearen hedapena mekanismo malguen arlora

```

1 function mecanisms_OV_PhD(nelx,nely,volfrac,rmin,T0,limitangle,tr)
2 clc;
3 %% MATERIALAREN PROPIETATEAK
4 E0 = 100;
5 Emin = 1e-9;
6 nu = 0.3;
7 ksin = 1;
8 ksout = 1;
9 i_in=2*(nely+1);
10 i_out=2*(nely+1)*(nelx/7)+1;
11 %% ELEMENTU FINITU BIDEZKO ANALISIAREN PRESTAKETA
12 A11 = [12 3 -6 -3; 3 12 3 0; -6 3 12 -3; -3 0 -3 12];
13 A12 = [-6 -3 0 3; -3 -6 -3 -6; 0 -3 -6 3; 3 -6 3 -6];
14 B11 = [-4 3 -2 9; 3 -4 -9 4; -2 -9 -4 -3; 9 4 -3 -4];
15 B12 = [ 2 -3 4 -9; -3 2 9 -2; 4 9 2 3; -9 -2 3 2];
16 KE = 1/(1-nu^2)/24*([A11 A12;A12' A11]+nu*[B11 B12;B12' B11]);
17 nodenrs = reshape(1:(1+nelx)*(1+nely),1+nely,1+nelx);
18 edofVec = reshape(2*nodenrs(1:end-1,1:end-1)+1,nelx*nely,1);
19 edofMat = repmat(edofVec,1,8)+repmat([0 1 2*nely+[2 3 0 1] -2 -1],
20 nelx*nely,1);
21 iK = reshape(kron(edofMat,ones(8,1))',64*nelx*nely,1);
22 jK = reshape(kron(edofMat,ones(1,8))',64*nelx*nely,1);
23 % KARGEN ETA EREMU BALDINTZEN DEFINIZIOA
24 F = sparse(i_in,1,1,2*(nely+1)*(nelx+1),1);

```

```

25 lin = sparse(i_in,1,-1,2*(nely+1)*(nelx+1),1);
26 lout = sparse(i_out,1,1,2*(nely+1)*(nelx+1),1);
27 U = zeros(2*(nely+1)*(nelx+1),1);
28 fixeddofs = union(union([1:2:2*(nely+1)],[2*(nely+1)*(nelx+1)-1-
29 2*(nely+1)*(nelx/5):2*(nely+1):2*(nely+1)*(nelx+1)-1]),
30[2*(nely+1)*(nelx+1)-2*(nely+1)*(nelx/5):2*(nely+1): 2*(nely+1)*
31 (nelx+1)]);
32 alldofs = [1:2*(nely+1)*(nelx+1)];
33 freeddofs = setdiff(alldofs,fixeddofs);
34 %% IRAGAZKIAREN PRESTAKETA
35 iH = ones(nelx*nely*(2*(ceil(rmin)-1)+1)^2,1);
36 jH = ones(size(iH));
37 sH = zeros(size(iH));
38 k = 0;
39 for i1 = 1:nelx
40     for j1 = 1:nely
41         e1 = (i1-1)*nely+j1;
42         for i2 = max(i1-(ceil(rmin)-1),1):min(i1+(ceil(rmin)-1),nelx)
43             for j2 = max(j1-(ceil(rmin)-1),1):min(j1+(ceil(rmin)-1),nely)
44                 e2 = (i2-1)*nely+j2;
45                 k = k+1;
46                 iH(k) = e1;
47                 jH(k) = e2;
48                 sH(k) = max(0,rmin-sqrt((i1-i2)^2+(j1-j2)^2));
49             end
50         end
51     end
52 end
53 H = sparse(iH,jH,sH);
54 Hs = sum(H,2);
55 %% ITERAZIO PARAMETROEN HASIERAKETA
56 x = repmat(volfrac,nely,nelx);
57 passive= zeros(nely,nelx);
58 passive(1:nely/4,1:nelx/7)=1;
59 active= zeros(nely,nelx);
60 active(1:nely/4,1+nelx/7:3+nelx/7)=1;
61 betahe=5;penal=3;
62 betahe0=betahe;
63 x(passive>0)=0;
64 x(active>0)=1;
65 xTilde = x;
66 xPhys = max(0.001,(tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(xTilde-tr)))/
67(tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(1-tr))));
68 xPhys(passive>0)=0;
69 xPhys(active>0)=1;
70 loopbetahe = 0;
71 loop = 0;
72 change = 1;
73 %% MMA PARAMETROEN HASIERAKETA
74 xval = x(:);
75 m = 2;
76 n = length(xval);
77 xmin = zeros(n,1);
78 xmax = ones(n,1);
79 xold1 = xval;
80 xold2 = xval;
81 low = zeros(n,1);
82 upp = zeros(n,1);
83 a0 = 1;
84 a = zeros(m,1);
85 c_MMA = 1000*ones(m,1);

```

```

86 d = zeros(m,1);
87 %% MEKANISMOAREN PARAMETROEN DEFINIZIOA
88 lambda = zeros(2*(nely+1)*(nelx+1),1);
89 %% ITERAZIO PROZESUAREN HASIERA
90 while change > 0.01
91     loopbetahe=loopbetahe+1;
92     loop = loop + 1;
93 %% ELEMENTU FINITU BIDEZKO ANALISIA
94     sK = reshape(KE(:)*(Emin+xPhys(:)'.^penal*(E0-Emin)), 64*nelx*
95     nely,1);
96     K = sparse(iK,jK,sK); K = (K+K')/2;
97     K(i_in,i_in) = K(i_in,i_in) + ksin;
98     K(i_out,i_out) = K(i_out,i_out) + ksout;
99     U(freedofs) = K(freedofs,freedofs)\F(freedofs);
100     %% HELBURU FUNTZIOAREN ETA SENTSIBILITATE ANALISIAREN KALKULUA
101     lambda(freedofs) = K(freedofs,freedofs)\lout(freedofs);
102     ce = reshape(sum((lambda(edofMat)*KE).*U(edofMat),2),nely,nelx);
103     oc = lout'*U;
104     dc = -penal*(E0-Emin)*xPhys.^(penal-1).*ce;
105     dv = ones(nely,nelx)./(volfrac*(n-sum(sum(passive)))));
106     %% OVERHANG ANALISIA
107 [overhangrate,dS0,ge,gMasks,gb,vcg_mod,vcg]=overhang(nelx,nely,
108     xPhys,T0,limitangle);
109     %% DENTSITATEEN IRAGAZKETA / SENTSIBILITATEAN DOIKETA
110     dx = (betahe*(1-tanh(betahe*(xTilde-tr)).^2))/(tanh(betahe*tr)+
111     tanh(betahe*(1-tr)));
112     dc(:) = H*(dc(:).*dx(:)./Hs);
113     dv(:) = H*(dv(:).*dx(:)./Hs);
114     dS0(:) = H*(dS0(:).*dx(:)./Hs);
115     %% MMA DISEINU ALDAGAIEN EGUNERAKETA
116     xval=x(:);
117     f0val=oc;df0dx=dc(:);df0dx2=zeros(n,1);
118     fval(1,1)=sum(xPhys(:))/(volfrac*(n-sum(sum(passive))))-1;
119     dfdx(1,1:n)=dv(:);dfdx2(1,1:n)=0;
120     fval(2,1)=overhangrate-1;dfdx(2,1:n)=(dS0(:)');dfdx2(2,1:n)=0;
121     [xmma,ymma,zmma,lam,xsi,eta,mu,zet,s,low,upp,alfa,beta]=mmasub(m,
122     n,loop,xval,xmin,xmax,xold1,xold2,f0val,df0dx,df0dx2,fval,dfdx,
123     dfdx2,low,upp,a0,a,c_MMA,d,betahe,betahe0);
124     xnew=reshape(xmma,nely,nelx);
125     move=0.2;
126     xnew=max(0.001,max(x-move,min(1.,min(x+move,xnew))));
127     xnew(passive>0)=0.001;
128     xnew(active>0)=1;
129     xold2=xold1;
130     xold1=xval;
131     xTilde(:)=(H*xnew(:))./Hs;
132     xTilde(passive>0)=0.001;
133     xTilde(active>0)=1;
134     xPhys=max(0.001,(tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(xTilde-tr)))/
135     (tanh(betahe*tr)+tanh(betahe*(1-tr))));
136     xPhys(passive>0)=0.001;
137     xPhys(active>0)=1;
138     xval=xnew;
139     %% KONBERGENTZIA IRIZPIDEA
140     if loop>1
141         change=abs(oc-oldoc);
142     end
143     oldoc=oc;
144     x=reshape(xval,nely,nelx);
145     %% EMAITZAK ERAKUTSI

```

```
146 fprintf(' It.:%5i Obj.:%11.4f Vol.:%7.3f ch.:%7.6f gMasks.:%7.3
147 f\n',loop,oc,mean(xPhys(:)),change,gMasks);
148 %% DENTSITATEAK IRUDIKATU
149 colormap(gray);imagesc(1-xPhys);caxis([0 1]);axis equal;axis off;
150 drawnow;
151 %% KONTINUAZIO ESKEMA
152 if betahe<35 && (loopbetahe>=50 || change<=0.01)
153     betahe = betahe+5;penal=penal+2;betahe0=0;
154     loopbetahe = 0;change = 1;
155     fprintf('Parameter betahe increased to %g.\n',betahe);
156     fprintf('parameter penal increased to %g.\n',penal);
157     fprintf('parameter betahe0 is %g.\n',betahe0);
158 end
159 end
```