

GRADO EN INGENIERIA EN TECNOLOGIA
INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE GRADO

PARAMETRIZACION DE LA FLEXIBILIDAD DE LOS ANILLOS DE RODAMIENTOS DE VUELCO DE CUATRO PUNTOS DE CONTACTO

Alumno/Alumna: Fernández, Apezteguia, Iñaki

Director/Directora (1): Heras, Miguel, Iker

Curso: 2018-2019

Fecha: Bilbao, 27, junio, 2019

1929-1930



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

BILBOKO
INGENIARITZA
ESKOLA
ESCUELA
DE INGENIERÍA
DE BILBAO

INDICE

RESUMEN.....	4
ABSTRACT.....	4
LABURPENA.....	5
LISTA DE ILUSTRACIONES Y TABLAS.....	6
1. INTRODUCCIÓN.....	8
2. CONTEXTO.....	9
3. OBJETIVOS Y ALCANCE.....	12
4. BENEFICIOS DEL PROYECTO.....	14
5. ESTADO DEL ARTE.....	16
6. ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS.....	19
6.1. Análisis de software.....	19
6.2. Análisis de metodología.....	20
6.2.1. Funciones.....	20
6.2.2. Errores.....	20
6.2.3. Validación.....	21
7. PARAMETRIZACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ.....	22
7.1. Obtención de las distintas geometrías y matrices de rigidez.....	22
7.2. Obtención de la función.....	27
7.3. Unificación de las matrices.....	30
8. VALIDACION DE LA FORMULACIÓN PROPUESTA.....	32
8.1. Creación del modelo de elementos finitos.....	32
8.1.1. Geometría.....	32
8.1.2. Mallado.....	34
8.1.3. Contactos, condiciones de contorno y solicitaciones.....	37
8.2. Resultados del modelo de elementos finitos.....	39
8.3. Comparativa entre el modelo analítico y el modelo de elementos finitos.....	41

9. RESUMEN DE RESULTADOS	43
10. DESCRIPCION DE TAREAS. GANTT	45
11. PRESUPUESTO.....	47
12. CONCLUSIONES Y LINEAS FUTURAS	48
REFERENCIAS	49
ANEXOS.....	51
ANEXO I: Gráficos matrices.....	51
ANEXO II: Gráficos validación.....	57
ANEXO III: Tabla minimización.....	59
ANEXO IV: Distribución de presión.....	60

RESUMEN

El grupo de Análisis y Diseño Mecánico (ADM) de la Escuela de Ingeniería de Bilbao (EHU/UPV) centra una línea de investigación en los rodamientos de vuelco de aerogeneradores, cuyo modelo analítico de cálculo necesitaba una mejora para tener en cuenta la flexibilidad de los anillos. Para lograrlo, se creó un modelo de elementos finitos con el que se obtienen las matrices de rigidez de los anillos, que posteriormente se introducen en el modelo. Sin embargo, la dependencia de modelos de elementos finitos conlleva un alto coste (económico y de tiempo), por lo que disponer de una expresión paramétrica de estas matrices resultaría muy ventajoso. En este proyecto se propone una formulación que expresa las matrices de rigidez en función del diámetro del rodamiento. Esta expresión se obtiene en base a una serie de cálculos de elementos finitos, ajustándose a sus resultados satisfactoriamente.

Palabras clave: *rodamientos de vuelco, flexibilidad del anillo, matriz de rigidez, parametrización.*

ABSTRACT

The research line of the Mechanical Analysis and Design group (ADM) from the Faculty of Engineering of Bilbao (EHU/UPV) in the slewing bearings located on the wind turbines requested an improvement on the analytical model of the bearing rings, in order to consider the stiffness of the rings. With this aim, a finite element model was built, which was used to calculate a stiffness matrix that was later introduced on the analytic model. However, depending on finite elements entails high costs (economic and time), so, obtaining a parametric expression of this stiffness matrixes would be very beneficial. In this project, an formulation that expresses the stiffness matrixes according to the bearing diameter is proposed. This expression will be based on several finite elements calculations, fitting the results satisfactorily.

Key words: *slewing bearings, ring flexibility, stiffness matrix, parameterization.*

LABURPENA

Euskal Herriko Unibertsitateko Ingeniaritza Eskolako Analisi eta Diseinu Mekaniko (ADM) taldeak ikerketa lerro bat finkatzen du aerosorgailuetako iraultze errodamenduetan, zeinen kalkuluetarako modelo analitikoak hobekuntza bat behar zuen, eraztunen elastikotasuna kontuan hartzeko. Horretarako, elementu finituetako modelo bat sortu zen, zurruntasun matrize bat lortzen zuena ondoren modelo analitikoan sartuko zena. Hala ere, modeloaren menpekotasuna elementu finituetan kostu altuak ekartzen ditu, bai ekonomikoak baita denborazkoak ere. Beraz, matrize hauen adierazpen parametrikoko bat lortzea oso onuragarria izango litzateke. Modu honetan, proiektu honek, zurruntasun matrizeak errodamenduaren diametroaren arabera adierazten dituen formulazio bat proposatzen du. Adierazpen hau, elementu finituetako kalkuluen bidez lortzen da, emaitzekin bat etorritik.

Hitz gakoak: *iraultze errodamenduak, eraztunaren malgutasuna, zurruntasun matrizea, parametrizazioa.*

LISTA DE ILUSTRACIONES Y TABLAS

Ilustración 1. Dependencia energética de España y UE28 en 2016[2]	9
Ilustración 2. Rodamiento de vuelco de 4 puntos de contacto y cargas actuantes..	10
Ilustración 3. Rodamientos de vuelco en un aerogenerador	11
Ilustración 4. Capacidad total de generación de energía en la Unión Europea (2005-2017)[4].....	14
Ilustración 5. Representación gráfica del mecanismo para el modelo analítico [1]	17
Ilustración 6. Plano de la sección del rodamiento [15].....	18
Ilustración 7. Valores comunes de diseño [15].....	22
Ilustración 8. Sketch de la geometría del anillo exterior del MEF [12]	23
Ilustración 9. Condiciones de contorno: (a) libre (b) fijo.....	26
Ilustración 10. Matriz de rigidez obtenida por el MEF.....	26
Ilustración 11. Gráficos funciones elementales.....	28
Ilustración 12. Gráfico de la aproximación mediante la función obtenida.....	29
Ilustración 13. Sketch de la geometría.....	32
Ilustración 14. Geometría del sector del rodamiento	34
Ilustración 15. Resultado análisis de sensibilidad.....	35
Ilustración 16. Malla para $D_{pw}=1500\text{mm}$	35
Ilustración 17. Analisis de sensibilidad malla modelo EF para validacion.....	36
Ilustración 18. Malla final (modelo C, Tabla 6).....	37
Ilustración 19. Fuerza de reacción $D_{pw}=1500\text{mm}$	40
Ilustración 20. Distribución de la presión $D_{pw}=1500\text{mm}$	41
Ilustración 21. Validación para $D_{pw}=1500\text{mm}$	41
Ilustración 22. Malla del modelo EF super elementos [12]	44
Ilustración 23. Diagrama de Gantt.	46

Tabla 1. Parametros para la definicion de la geometria del rodamiento [15].....	18
Tabla 2. Número de bolas para los distintos diámetros	25
Tabla 3. Errores relativos.....	30
Tabla 4. Matrices después de relacionar	30
Tabla 5. Variación del error.....	31
Tabla 6. Datos modelos análisis de sensibilidad.....	36
Tabla 7. Matrices anillo interior.....	43
Tabla 8. Matrices anillo exterior	44
Tabla 9. Presupuesto.....	47

1. INTRODUCCIÓN

Los rodamientos de vuelco son un tipo particular de rodamientos utilizados principalmente en aplicaciones de orientación. Son un elemento de máquina de gran interés en el sector de las energías renovables, en especial en los aerogeneradores, y debido a el papel crucial que tienen en el diseño del resto de componentes del sistema, el cálculo de estos rodamientos cobra una gran importancia. Una de las principales cuestiones a calcular es el par de fricción que el sistema debe vencer para posicionar los elementos móviles, y para ello es necesario conocer la distribución de las cargas entre los elementos rodantes.

En este trabajo se va a proceder a mejorar el modelo analítico existente, llamado BIME (Bearing Interferences due to Manufacturing Errors) [1], para la obtención de la distribución de cargas. En este modelo, que tiene en cuenta la geometría del anillo, la precarga, los errores de fabricación y la flexibilidad de los anillos, se combinan el cálculo analítico con el uso de cálculos mediante elementos finitos. En el BIME, El Método de Elementos Finitos se utiliza para obtener una matriz de rigidez que simula la flexibilidad del anillo y que posteriormente es introducida en el cálculo analítico. Pese a su gran precisión, el uso de estos métodos trae consigo costes que en caso de ser evitados supondrían notorios beneficios.

Por lo tanto, en el presente trabajo se tratará de obtener una matriz de rigidez paramétrica eliminando así la necesidad de recurrir a los elementos finitos. Para ello, se calcularán las matrices de rigidez para distintas geometrías del rodamiento y posteriormente se buscará una función que las relacione. Una vez obtenida dicha función, se calcularán y minimizarán los errores entre los valores teóricos y los valores aproximados comprobando que se encuentren dentro de unos valores aceptables.

Puesto que existe una amplia variedad de geometrías de anillo, definidas principalmente por dos parámetros, el diámetro de bola (D_w) y el diámetro del anillo o diámetro principal (D_{pw}), este trabajo se limitará únicamente a variar el diámetro principal, por lo que se pretenderá analizar si la metodología es viable y servir de base para futuros trabajos que combinen cambios en ambos parámetros.

2. CONTEXTO

Las energías renovables son recursos limpios y casi inagotables obtenidas de fuentes naturales que, por su carácter autóctono, permiten disminuir la necesidad de los países de usar suministros externos además de favorecer el desarrollo tecnológico. Pese a su descenso en la última década los niveles de dependencia de combustibles fósiles para la obtención de energía eléctrica han vuelto a crecer en 2017 alcanzando niveles del 76%, según datos de la Asociación de Empresas de Energías Renovables (APPA) [2]. Este valor se sitúa 28 puntos por encima de los valores de la Unión Europea (Ilustración 1), por lo que resulta necesario volver a reforzar la generación renovable.

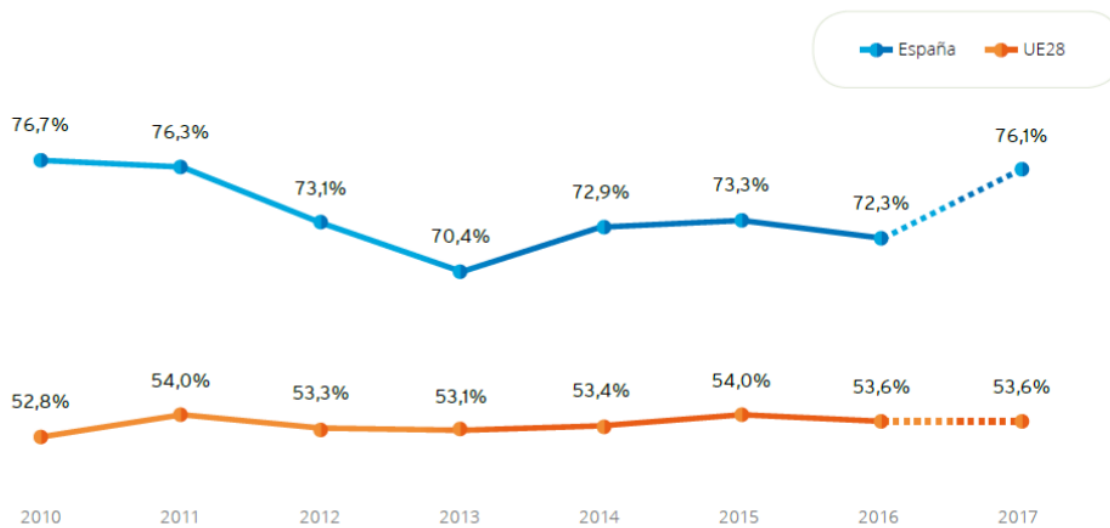


Ilustración 1. Dependencia energética de España y UE28 en 2016[2]

Dentro de estas energías renovables, la eólica se presenta como una de las más importantes, generando según la AEE (Asociación Empresarial Eólica) 23.500 MW [3] en 2018 y cubriendo así el 19% del consumo eléctrico anual. Las expectativas para los próximos años son de recuperar el crecimiento de años anteriores y para ello es necesario continuar con el desarrollo de los aerogeneradores obteniendo piezas de mayor rendimiento y fiabilidad. Una de las piezas fundamentales en los aerogeneradores son los rodamientos de vuelco.

Los rodamientos de vuelco, o comúnmente llamados "slewing bearings" en nomenclatura internacional, son rodamientos de grandes dimensiones que soportan cargas pesadas bajo regímenes lentos de giro. A diferencia de los rodamientos convencionales que generalmente van montados sobre un eje, estos rodamientos se ensamblan al conjunto y a la fuente de potencia mediante uniones

atornilladas. Existen distintas tipologías de rodamientos de vuelco en función del número de hileras y tipo de elemento rodante utilizado: bolas o rodillos cilíndricos.

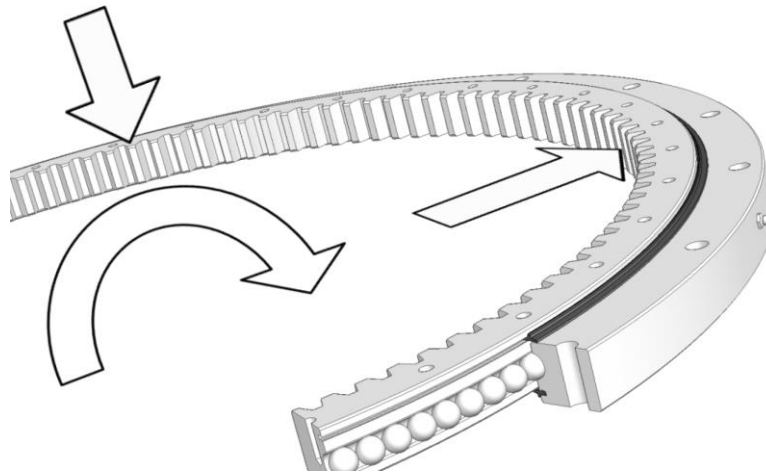


Ilustración 2. Rodamiento de vuelco de 4 puntos de contacto y cargas actuantes

Debido a su diseño, un solo rodamiento es capaz de soportar simultáneamente cargas axiales, radiales y momentos de vuelco (Ilustración 2), convirtiéndolos en un recurso muy útil en casos en los que el gran tamaño y peso generan cargas excéntricas tales como grúas, telescopios espaciales y, el caso que se analizará en este trabajo, los generadores eólicos. En estos generadores encontramos rodamientos de bola de 4 puntos de contacto, que a diferencia de los rodamientos convencionales contactan con cada anillo en dos puntos asegurando así su funcionamiento bajo cualquier caso de carga. Estos rodamientos son los más usados comúnmente debido a su versatilidad y bajo coste, y los cálculos realizados pueden ser posteriormente adaptados a otros más complejos.

Localizamos 4 rodamientos de vuelco en un aerogenerador (Ilustración 3), 3 en la unión del rotor con las palas, que controlan el ángulo de paso de las palas (sistema de pitch) y otro más grande en la unión de la torre con la góndola que permite controlar la orientación de esta última (sistema de yaw). Los primeros reciben cargas radiales del viento, axiales por la fuerza centrífuga creada por el movimiento y peso propio de las palas y un momento de vuelco producido por la fuerza que ejerce el viento sobre las palas. Los segundos en cambio, reciben una carga axial por el peso de la estructura, una radial por el viento y un momento de vuelco en un sentido por todo el peso del generador, y en el contrario por el empuje del viento.



Ilustración 3. Rodamientos de vuelco en un aerogenerador

Desde hace varios años el grupo de Análisis y Diseño Mecánico (ADM) del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad del País Vasco centra una línea de investigación en estos rodamientos llevando adelante diferentes proyectos con el objetivo de desarrollar herramientas de cálculo que permitan obtener diseños más precisos, optimizados y fiables, mejorando la eficiencia de la máquina y prolongando su vida útil.

El grupo ADM ha llevado a cabo varios estudios junto a la empresa IRAUNDI S.A. una de las empresas de Euskadi que trabaja en los rodamientos de vuelco. Entre ellos destacan los cálculos de capacidad de carga de los rodamientos bajo efectos de fuerzas axiales, radiales y/o momentos de vuelco y el cálculo de esfuerzos sufridos por la unión atornillada y la estructura.

Este Trabajo de Fin de Grado se ubica en esta línea estratégica de desarrollo continuando con los estudios previamente llevados a cabo y con la intención de obtener unos resultados que mejoren los sistemas de análisis ya existentes. Al finalizar del trabajo todo el material logrado quedará a disposición del grupo para futuras mejoras.

3. OBJETIVOS Y ALCANCE

En este trabajo se establecerán dos objetivos claros para avanzar en la investigación del grupo ADM en los rodamientos de vuelco ubicados en aerogeneradores:

- Mejora del modelo analítico para el cálculo de la distribución de cargas en un rodamiento, mediante la parametrización de la matriz de rigidez de los anillos.
- Validación de los resultados obtenidos mediante la creación de un modelo de Elementos Finitos parametrizado y su posterior comparación con los métodos utilizados previamente. Para evitar confusiones, este modelo se denominará "modelo de EF para validación".

Para obtener estos objetivos principales se establecerán unos objetivos secundarios que fijarán la hoja de ruta a seguir durante la realización del trabajo:

- Analizar y comprender los modelos analíticos y de elementos finitos con los que trabaja el grupo ADM para poder trabajar con ello.
- Obtener las distintas geometrías del rodamiento y las matrices de rigidez correspondientes para cada caso. Esta matriz de rigidez actualmente se obtiene utilizando un modelo de elementos finitos por lo que se eliminará así la necesidad de recurrir a estos programas. Se tratará de buscar una función de no más de dos constantes que aproxime los valores obtenidos por el modelo de elementos finitos.
- Calcular los errores entre los valores teóricos y los que devuelve la función y asegurarse de que están en los niveles admitidos.
- Buscar una relación entre las matrices obtenidas para los distintos casos con el objetivo de simplificar la expresión lo máximo posible.

En lo referido al alcance del proyecto, en el primer objetivo las variaciones se limitarán únicamente a uno de los dos parámetros principales que definen la geometría del rodamiento, en el diámetro del anillo (o diámetro del rodamiento). Las variaciones en este parámetro influyen exclusivamente en el número de sectores que componen el rodamiento y en el tamaño de estos. Además, se analizarán únicamente dos situaciones de montaje, una con el anillo libre, y la otra con el anillo atornillado. Esta última, se modelizará como una unión completamente rígida

Para la validación posterior de los resultados obtenidos en el primer apartado se limitará a analizar únicamente la situación de carga axial con el anillo interior atornillado y la carga aplicada en el anillo exterior. Para la situación a analizar, esta validación será suficiente, pero de cara a un futuro cuando se incorporen más parámetros, estados de carga más complejos tendrán que ser evaluados con el objetivo de lograr una validación más completa.

4. BENEFICIOS DEL PROYECTO

La energía eólica es actualmente la mayor fuente de energía renovable del planeta. En el siguiente gráfico de los datos de Wind Europe [4] (Ilustración 4), puede observarse como la producción de este tipo de energía ha sobrepasado ya a la del carbón a nivel europeo y va camino de convertirse en la primera fuente de energía en Europa los próximos años. Para mejorar la eficiencia de los aerogeneradores, es preciso conocer mejor sus componentes, entre los que se encuentran los rodamientos de vuelco. Este tipo de proyectos que sirven como base de grandes mejoras en la competitividad y precisión de los métodos de análisis de estos elementos se presentan como imprescindibles para continuar con las mejoras.

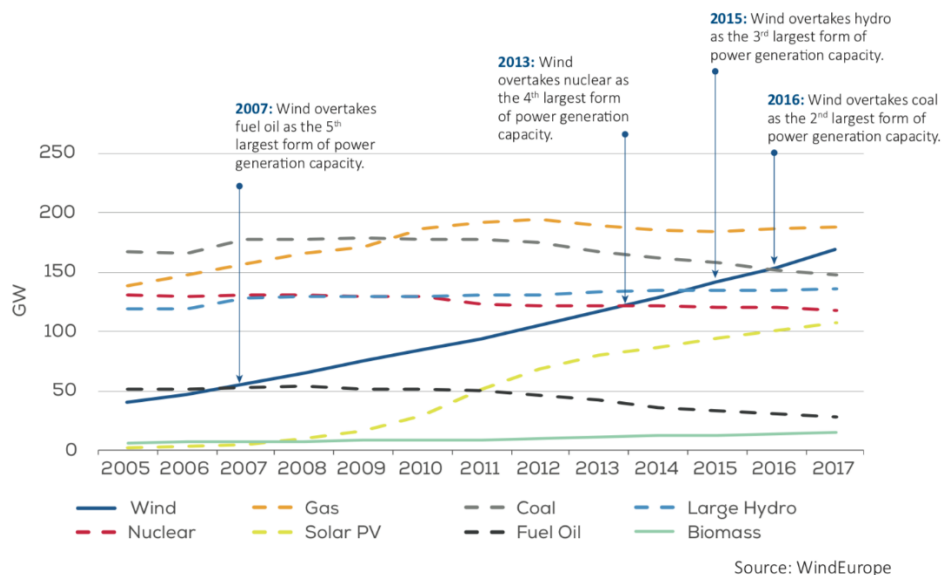


Ilustración 4. Capacidad total de generación de energía en la Unión Europea (2005-2017)[4]

Dentro del desarrollo de herramientas de cálculo que permiten simular el comportamiento de los rodamientos de vuelco tenemos el ya mencionado BIME. Trabajar en la mejora de este modelo permitirá eliminar la necesidad de utilizar modelos de elementos finitos, por lo que el beneficio más inmediato del proyecto es claro y muy relevante. El uso de estos modelos trae consigo además de los costes económicos y computacionales, grandes costes temporales a la hora de realizar cálculos con gran precisión, por lo que los diseñadores realizarían la misma cantidad de cálculos en menos tiempo ganando competitividad o dispondrían de una gran cantidad de tiempo extra para cálculos alternativos que supondrían una mejora en los diseños.

De esta forma las empresas que trabajan junto al grupo ADM y que producen los

rodamientos obtendrían la posibilidad de lograr un producto de mayor calidad con errores notablemente menores y con una vida útil mayor. Esto supondría unos beneficios económicos para las empresas que podrían ser invertidos en futuras investigaciones para continua mejora del diseño.

Paralelamente a esta mejora, una vez terminado el trabajo se habrá obtenido un modelo de EF completamente parametrizado de una sección entera del rodamiento: anillo interior, bola y anillo exterior. Este modelo, de gran utilidad para analizar la situación de los contactos bola-pista, quedará a disposición del grupo ADM que podría, en caso de necesidad, mejorarlo y adaptarlo para el análisis de situaciones más complejas y avanzadas.

5. ESTADO DEL ARTE

Los rodamientos de vuelco debido a sus características no pueden ser tratados como unos rodamientos convencionales por lo que las normas existentes para el diseño de estos últimos no pueden aplicarse para este caso [5]. Los modelos existentes para el cálculo de los rodamientos convencionales no tienen en cuenta que la precarga de la bola y las variaciones del ángulo de contacto afectan al momento de fricción, que el área de contacto es una función no lineal de carga, etc. Estas simplificaciones junto con la incertidumbre en la fricción llevaban a obtener sistemas de actuación sobredimensionados que se alejan de los diseños óptimos, generando así una pérdida de competitividad. Con la intención de solucionar el problema de la falta de una norma específica, la NREL (National Renewable Energy Laboratory) [6] publicó una guía de diseño para rodamientos de vuelco en aerogeneradores, que es ampliamente reconocida y utilizada por fabricantes incluso para otras aplicaciones. Sin embargo, esta guía fue planteada con bastantes simplificaciones que limitan significativamente su uso.

Por lo tanto, es de gran necesidad desarrollar modelos y expresiones analíticas de mayor precisión que se adapten a las distintas condiciones existentes en los rodamientos de vuelco. Para ello como hipótesis se despreciarán los efectos dinámicos, puesto que en funcionamiento trabajan a velocidades angulares muy pequeñas, ángulos de giro incompletos y número bajo de ciclos. Como en el caso de rodamientos convencionales, el criterio para calcular la máxima carga que puede soportar un rodamiento de vuelco es limitar la presión máxima entre el elemento rodante y las pistas de los anillos [5], por lo que es necesario conocer la distribución de cargas en los elementos rodantes, así como identificar el más cargado. Esta distribución de fuerzas es función de diferentes variables tales como, la combinación de fuerzas exteriores, la conformidad, el ángulo de contacto, rigidez de los anillos, etc.

En el grupo ADM se han realizado diversos estudios en esta línea de desarrollo que junto a estudios externos de otras investigaciones generan un recorrido bien definido mejorando los modelos y análisis paso a paso. La base para el cálculo de la distribución de cargas fue establecida en 2001 por Zupan y Prebil [6], que obtuvieron un modelo simplificado, asumiendo los anillos infinitamente rígidos. Tras distintos estudios [7,8] los analistas se percatan de que la variación del ángulo de contacto y la flexibilidad de los anillos son unos parámetros de notoria influencia en la

distribución de las cargas y por lo tanto era necesario tenerlos en cuenta. Para considerar la flexibilidad de los anillos, su comportamiento estructural puede ser simulado mediante unas matrices de rigidez obtenidas con análisis de Elementos Finitos. Estas matrices se obtienen por medio de métodos de condensación estática, también conocido como técnica de superelementos.

Apoyándose en estudios previos como el de Daidié et al. y Olave et al. [9,10] en 2017 Heras et al. [11] publicaron un modelo analítico para el cálculo de la distribución de cargas y el par de rozamiento teniendo en cuenta los errores de fabricación y precarga de las bolas, pero sin incluir aun la flexibilidad de los anillos. Este modelo, simulaba el contacto entre la bola y la pista mediante unos muelles que únicamente trabajan a tracción (Ilustración 5). Estos muelles se colocan de tal forma que unen los dos centros de curvatura que se encuentren en una misma diagonal, y los centros de las pistas de un mismo anillo se unen mediante una placa, en este caso infinitamente rígida.

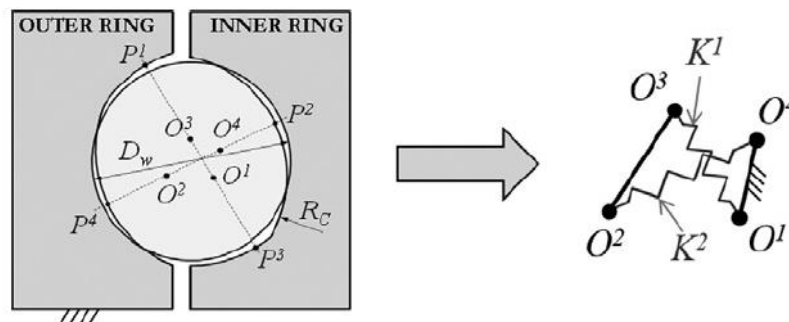


Ilustración 5. Representación gráfica del mecanismo para el modelo analítico [1]

Con el objetivo de mejorar el modelo e introducir la flexibilidad de los anillos, primero Olaguibel [12] crea un modelo de elementos finitos completamente parametrizado que obtiene las matrices de rigidez del anillo interior y exterior de un rodamiento utilizando la previamente citada técnica de superelementos. Este modelo de elementos finitos es el que será utilizado en este trabajo por lo que posteriormente se procederá a su análisis más detallado. Para evitar confusiones, este modelo se denominará "modelo EF de superelementos". Una vez obtenidas las matrices de rigidez el siguiente paso era introducirlas en el modelo analítico existente, trabajo que Goikolea [13] llevaría a cabo.

Finalmente, en 2019 Heras et al. [14] obtienen una metodología para el cálculo de la distribución de cargas en los rodamientos de vuelco de cuatro puntos de contacto teniendo en cuenta los efectos de la precarga, los errores de fabricación y la rigidez de los anillos. Esta metodología combina el uso de elementos finitos, para la

obtención de la matriz de rigidez, y los métodos analíticos.

El trabajo a realizar se ubica justo a continuación del artículo previamente mencionado mejorándolo para eliminar el uso de los métodos de elementos finitos. Para ello se intentará obtener una función que devuelva los valores de las matrices de rigidez, expresiones (12) y (13) de [14].

Junto con los estudios previamente mencionados, la Tesis Doctoral publicada en 2018 por Iker Heras [15] es de gran utilidad para la realización de este trabajo, puesto que en ella se recopilan gran parte de los resultados de las últimas investigaciones en este campo llevadas a cabo en el grupo ADM. Es de especial interés todo el trabajo realizado entorno a la geometría, puesto que sirve de base para el análisis que se llevará a cabo en este trabajo buscando relación entre los valores de la matriz de rigidez y las dimensiones del rodamiento.

En dicha tesis se propone un diseño estándar para los rodamientos de vuelco, de manera que la geometría depende únicamente de los dos parámetros principales previamente mencionados, D_w y D_{pw} . Para ello se comparan distintas geometrías de los catálogos de diferentes empresas que producen dichos rodamientos buscando las relaciones entre ellas. Podemos observar los resultados en las siguientes figuras, siendo la primera de ellas (Ilustración 6) la sección del rodamiento y la segunda (Tabla 1) la tabla con los valores de las constantes.

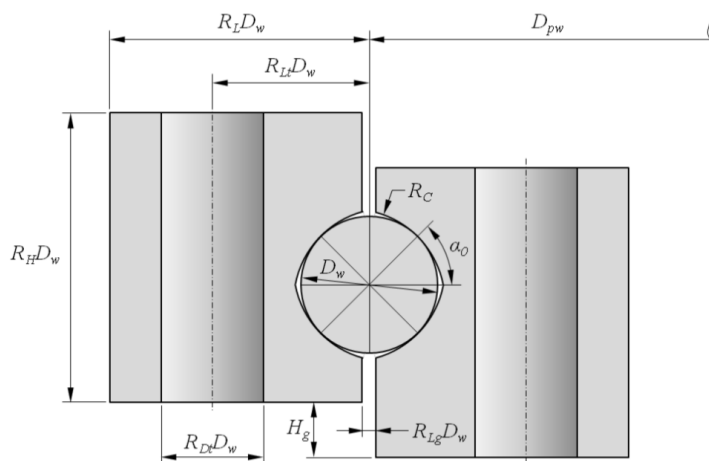


Ilustración 6. Plano de la sección del rodamiento [15]

Tabla 1. Parámetros para la definición de la geometría del rodamiento [15]

R_h	H_g	R_L	R_{Lg}	R_{Lt}	R_{Dt}	R_{Nh}
2.15	10mm	1.9	0.1	1.15	0.75	1

6. ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS

Una vez definida la naturaleza del trabajo, se procederá a realizar una evaluación de las distintas alternativas posibles para llevar a cabo su resolución. A la hora de tomar una decisión en cuanto a la herramienta de trabajo y los procedimientos a seguir habrá que tener en cuenta, además de los objetivos y beneficios del proyecto, que el proyecto forma parte de una línea de investigación del grupo ADM por lo que estas decisiones han de valorar también la coherencia con los trabajos previamente realizados, así como la utilidad para futuros proyectos. Se diferenciará por un lado el análisis de software y por el otro el análisis de metodología.

6.1. Análisis de software

Como se ha mencionado previamente en este trabajo se procederá a obtener unas matrices de rigidez mediante métodos de elementos finitos. Estos métodos requieren del uso de software para trabajar en el ordenador y actualmente existe una gran variedad de ellos en el mercado, cada uno con distintas características: Abaqus, ANSYS, NASTRAM, OpenFEM, etc. De entre todos ellos se eligió trabajar con ANSYS principalmente porque es el programa que el grupo ADM utiliza para sus proyectos y en el que está disponible el material necesario. Además, es el programa más dominado por el analista y los compañeros dentro del departamento y pese a requerir una licencia de pago, al ser parte de una línea de investigación de la Universidad del País Vasco varios ordenadores del departamento cuentan con dicha licencia.

Durante el proyecto, a la hora de crear el modelo para la obtención del segundo objetivo, se planteó la disyuntiva de utilizar otro software de diseño asistido por computadora (CAD, Computer Aided Design) que permitiría diseñar de manera más fácil la geometría del rodamiento. Esta idea fue rápidamente descartada porque a la sencillez de la geometría de los anillos se le une la búsqueda de un modelo de geometría parametrizada, el cual solo podía obtenerse de forma directa mediante el paquete Workbench del propio ANSYS.

Finalmente, en lo referido a la obtención de la función y la minimización del error se estudió la posibilidad de utilizar una hoja de cálculo en Microsoft Excel, o bien un programa de software matemático como podría ser Octave o Matlab.

Dado que el objetivo es aproximar unos datos obtenidos de simulaciones, la hoja de cálculo se presenta como la opción más viable por su mayor sencillez y facilidad

para ordenar los datos de distintos análisis. De esta forma se evitará también la necesidad de programar distintos algoritmos para la minimización del error puesto que el propio Excel cuenta con un complemento que permite llevar a cabo dichas tareas. Este complemento, llamado Solver y que viene incluido en el paquete de Excel, es una herramienta de análisis que realiza cálculos para la resolución de problemas diferentes problemas, en este caso la obtención de mínimos de una función a optimizar.

6.2. Análisis de metodología

A continuación, se expondrán las distintas decisiones tomadas en lo referente a la metodología a lo largo del desarrollo del proyecto. Durante el proyecto se toman 3 decisiones principales en este aspecto: una sobre las funciones utilizadas para aproximar los datos teóricos, otra sobre los errores que se van a minimizar y una última sobre los métodos para la validación de los resultados.

6.2.1. Funciones

Una vez se obtuviesen los valores de las distintas matrices de rigidez y con la intención de encontrar la forma ideal para aproximarlos se decidió graficar esos valores y posteriormente obtener una línea de tendencia que pasase por los distintos puntos. Para ello se decidió trabajar con funciones de dos constantes y se fijó como hoja de ruta empezar aprovechando las funciones elementales que propone Excel, tales como la polinómica, potencial, exponencial y logarítmica. El uso de estas funciones permitirá al analista familiarizarse con el proceso de minimización y establecer unas ideas del rango de error con el que se trabajará, puesto que se prevé que los resultados obtenidos mediante ellas no sean muy efectivos. Una vez probadas esas funciones, el analista buscara la forma de la función que mejor se adapte a los resultados obtenidos probando distintas combinaciones, pero siempre tratando de que el resultado final sea una función con dos constantes y priorizando la sencillez de las expresiones. Para ello será de gran relevancia observar cuidadosamente los gráficos obtenidos.

6.2.2. Errores

En este aspecto han de diferenciarse primero los errores que se utilizarán para optimizar las funciones obtenidas y por otro los errores que se utilizarán para comprobar la eficacia de los resultados obtenidos.

En el primer caso, basándose en experiencias previas de los compañeros del grupo ADM y en las buenas propiedades de este tipo de error de cara a la optimización, se decide trabajar con el error cuadrático. Es un error de gran estabilidad y velocidad de convergencia y que se define como el cuadrado de la resta entre el valor teórico obtenido mediante elementos finitos y el valor aproximado mediante la función:

$$Error_{cuad} = (k^{fem} - k^{aprox})^2 \quad (1)$$

Como se puede observar en la expresión anterior, se trata de un error absoluto por lo que no es de gran utilidad a la hora de saber si los resultados son precisos o no, es decir cuanto mayor sea la magnitud de los valores, mayor será la del error. Por lo tanto, para comprobar la precisión del método utilizado y obtener unos valores de error que nos permitan analizarlo de forma más visual se calculara el valor del error relativo, que se define como el cociente entre el error absoluto y el valor teórico. Se multiplicará por 100 para obtener así el porcentaje del error:

$$Error_{rel}(\%) = \frac{k^{fem} - k^{aprox}}{k^{fem}} \times 100 \quad (2)$$

Una vez obtenidos los valores de los errores para cada uno de los coeficientes de la matriz se buscará el valor medio y el máximo de entre ellos para evaluar los resultados.

6.2.3. Validación

Para la validación de la fórmula que expresa las matrices de rigidez en función del diámetro del rodamiento, se compararán 3 formas de conseguir la curva de rigidez axial en un rodamiento. Por un lado, se creará un modelo de elementos finitos con la geometría parametrizada en una situación de carga axial pura. Por otro lado, se utilizará BIME y se incluirán ahí las matrices parametrizadas por el analista. Finalmente, se trabajará con una fórmula desarrollada también el grupo ADM [16] pero que es más sencilla y de uso más limitado. Esta fórmula (3) relaciona la deformación axial (δ_a) del anillo con la fuerza axial realizada (F_a) y el diámetro de rodamiento (D_{pw}). Por lo tanto, se aprovecharán los resultados obtenidos por los dos primeros métodos para validar también esta fórmula para el caso de carga axial.

$$\delta_a |_{rings} = \left[\frac{F_a}{3300D_{pw}^{0,35}} \right]^{1,6} \quad (3)$$

7. PARAMETRIZACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

En el siguiente apartado se procederá a la explicación del procedimiento seguido para la obtención del primer objetivo, la parametrización de la matriz de rigidez para su posterior uso en el modelo analítico.

7.1. Obtención de las distintas geometrías y matrices de rigidez.

El primer paso en este apartado será obtener las matrices de rigidez para las distintas geometrías mediante el llamado modelo EF de superelementos, siendo necesario para ello lograr todos los parámetros que definen la geometría en dicho modelo. Este proyecto se limita a variar únicamente uno de los parámetros principales que definen la geometría, el diámetro del anillo (D_{pw}). Por lo tanto, se fijará un diámetro de bola y se procederá a calcular el resto de valores para los casos que van a analizarse. Para definir los valores de los parámetros principales se tomó como referencia el análisis realizado por Iker Heras en [15] que mostraba los valores generalmente utilizados en el diseño. En la siguiente ilustración se muestra dicho análisis y en el proyecto se utilizará como base el DP7, trabajando con 5 valores distintos.

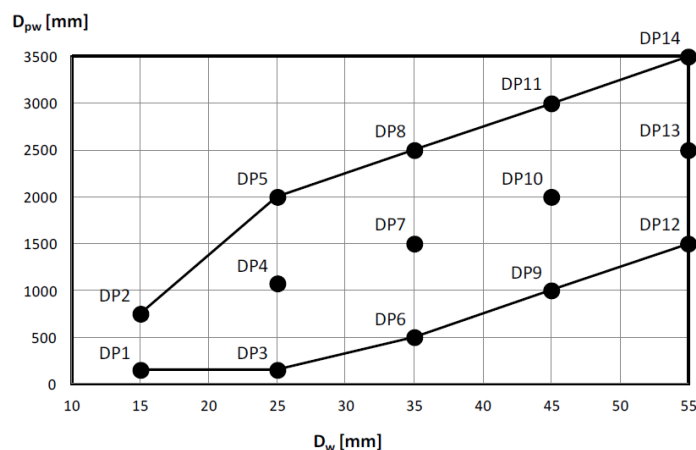


Ilustración 7. Valores comunes de diseño [15].

Como se ha mencionado previamente, las variaciones en el diámetro del anillo tienen relación con el número de bolas y por lo tanto con el número de sectores y su tamaño. Con el objetivo de simplificar los cálculos, se considerará en caso sin espaciadores, es decir, sin espacio entre las bolas. Para el desarrollo de este trabajo se utilizará el modelo de EF de superelementos [12] por lo que se presenta de especial interés describirlo brevemente.

El modelo obtenido mediante el software ANSYS estudia de forma independiente el anillo exterior e interior pese a que los parámetros que definen la geometría de ellos serán los mismos. Al igual que en este proyecto, en la geometría de los anillos se desprecian las uniones atornilladas, así como los agujeros para dichos tornillos. Por lo tanto, para definir la geometría de los anillos serán necesarios los siguientes parámetros. En la imagen inferior se muestra un sketch de la geometría (Ilustración 8):

- D_w : Diámetro de bola [m]
- D_{pw} : Distancia desde el centro del rodamiento a centro de la pista [m]
- Alpha: Ángulo de contacto entre bola-pista [grados]
- H1: Altura desde el centro de la bola a la cara superior del anillo [m]
- H2: Altura desde el centro de la bola a la cara inferior del anillo [m]
- T: Anchura del anillo [m]
- G: Distancia entre el centro de la bola y la cara interior del anillo [m]
- S: Conformidad bola-pista [-]
- N: Numero de bolas.
- a,b: semiejes de la elipse de contacto [m]
- m: Tamaño del elemento de la malla [m]

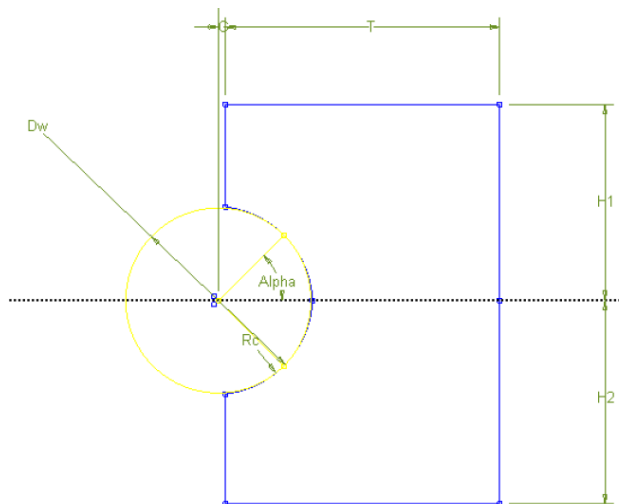


Ilustración 8. Sketch de la geometría del anillo exterior del MEF [12]

Además de esto será necesario definir el radio de las pistas R_c [m] en función de la conformidad bola-pista.

$$R_c = \frac{D_w}{2 * s} \quad (4)$$

Una vez obtenida la geometría y definidas todas las condiciones de contorno deseadas, se ejecutará el programa que generará una serie de archivos siendo de interés un archivo .txt en el que se representa la rigidez del anillo mediante una matriz de dimensiones 6x6 obtenida mediante la técnica de condensación estática (método de Guyan), también conocido como método de los superelementos.

El principal problema se encontró en que los parámetros que se obtenían mediante las relaciones obtenidas en [15] no eran los mismos que definían la geometría en el modelo EF de superelementos [12] por lo que hubo que realizar una serie de cálculos para adaptar los resultados obtenidos con las relaciones y valores de la tabla 1 e (Ilustración 6) a los solicitados por el MEF (Ilustración 8).

Estos cálculos dependen únicamente del valor del diámetro de bola por lo que los valores obtenidos serán los mismos para todos los casos:

$$D_w = 0,035 \text{ m} \quad (5)$$

$$G = \frac{R_{Lg} * D_w}{2} = \frac{0,1 * 0,035}{2} = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (6)$$

$$T = R_L * D_w - G = 1,9 * 0,035 - 1,75 \cdot 10^{-3} = 0,06475 \text{ m} \quad (7)$$

$$H = R_h * D_w + H_g = 2,15 * 0,035 + 0,01 = 0,08525 \text{ m} \quad (8)$$

$$H_1 = \frac{H}{2} = \frac{0,08525}{2} = 0,042625 \text{ m} \quad (9)$$

$$H_2 = \frac{H}{2} - H_g = \frac{0,08525}{2} - 0,01 = 0,032625 \text{ m} \quad (10)$$

Posteriormente se procedió al cálculo del número de bolas en los distintos rodamientos. Para ello se obtuvo primero el perímetro de cada anillo y posteriormente se truncó su valor ya que si se redondea puede pasar que sea imposible que el número de bolas obtenido entre en el rodamiento. Así, se logró el mayor número de bolas que pueden entrar en el rodamiento. Los valores obtenidos se muestran en la siguiente tabla (Tabla 2).

$$Perimetro = \pi * D_{pw} \quad (11)$$

$$N = \text{TRUNCAR}\left(\frac{\text{Perimetro}}{D_w}\right) \quad (12)$$

Tabla 2. Número de bolas para los distintos diámetros

D_{pw} [mm]	P [mm]	N
500	1570,80	44
1000	3141,59	89
1500	4712,39	134
2000	6283,19	179
2500	7853,98	224

Otros parámetros necesarios para el modelo son los semiejes de la elipse de contacto a y b. Para su cálculo se recurrió a las formulas siguientes [17] y a las normas ISO 76-2006 que establecen la presión máxima entre el elemento rodante y el anillo en 4200MPa para rodamientos de bolas.

$$a = 1,3085(1 - s)^{-0,4091} \left(\frac{1 - \nu^2}{E}\right)^{1/3} \left(\frac{D_w}{2}\right)^{1/3} Q^{1/3} \quad (13)$$

$$b = 1,1687(1 - s)^{0,1974} \left(\frac{1 - \nu^2}{E}\right)^{1/3} \left(\frac{D_w}{2}\right)^{1/3} Q^{1/3} \quad (14)$$

$$P_{max} = 1805(1 - s)^{0,2117} \frac{Q^{1/3}}{D_w^{2/3}} \quad (15)$$

Donde a es el semieje mayor, b el semieje menor, E el módulo de elasticidad, P_{max} la presión máxima admisible, Q fuerza normal en el contacto y ν el coeficiente de Poisson. Siendo $D_w = 35\text{mm}$, $E = 200\text{GPa}$, $s = 0,943$ y $\nu = 0,3$ se obtiene que:

$$Q = 95191,0726\text{N} ; a = 8,298\text{mm} ; b = 1,1304\text{mm}$$

Habiendo logrado adaptar los parámetros de la geometría a los solicitados por el programa, se prepararon los distintos modelos, diferenciando anillo interior y exterior, y anillo libre y fijo. El caso del anillo libre, equivale a la situación en la cual el rodamiento esta recién ensamblado, es decir se montan los dos anillos y la bola. En este caso no existe ninguna condición de contorno que limite algún movimiento. El caso de anillo fijo se da cuando el rodamiento se monta en la máquina en la que va a trabajar. Como se ha mencionado previamente esta unión es atornillada y se

simula en el programa de elementos finitos fijando la superficie que se encuentra en contacto. En el siguiente dibujo se muestran de forma simplificada las condiciones de contorno de ambos casos (Ilustración 9).

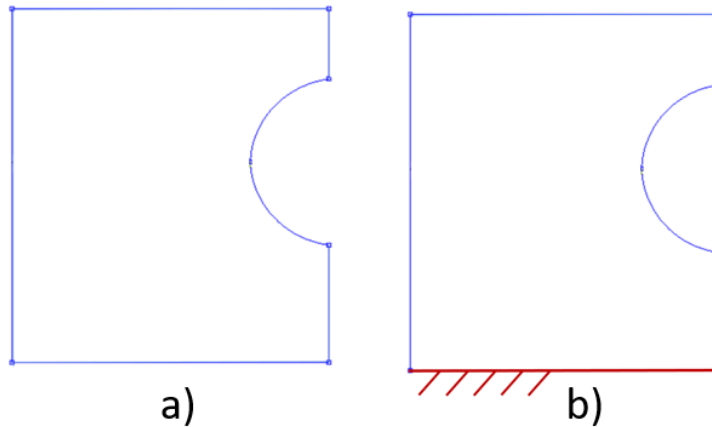


Ilustración 9. Condiciones de contorno: (a) libre (b) fijo

Por lo tanto, se trabajará con 2 condiciones de contorno distintas (libre/fijo), con dos anillos para cada modelo (interior/externo) y con 5 diámetros distintos en cada caso (tabla), resultando en un total de 20 modelos diferentes. A continuación, se muestra una captura del archivo .txt obtenido por el modelo de elementos finitos (Ilustración 10). Esta matriz corresponde a el caso del anillo interior libre con diámetro de anillo 1500mm y será el caso elegido como ejemplo a lo largo de todo el trabajo, puesto que el proceso se repetirá para todos los modelos.

STIFF:

[1,1]: 5,396e+08	[1,2]: 5,626e+02	[1,3]: -3,722e+08	[1,4]: -5,119e+08	[1,5]: 2,073e+03	[1,6]: -3,569e+08
[2,1]: 5,626e+02	[2,2]: 2,658e+07	[2,3]: -2,231e+03	[2,4]: -4,108e+02	[2,5]: -3,590e+04	[2,6]: -3,076e+02
[3,1]: -3,722e+08	[3,2]: -2,231e+03	[3,3]: 5,600e+08	[3,4]: 3,525e+08	[3,5]: -1,452e+03	[3,6]: 2,486e+08
[4,1]: -5,119e+08	[4,2]: -4,108e+02	[4,3]: 3,525e+08	[4,4]: 5,422e+08	[4,5]: -2,396e+03	[4,6]: 3,798e+08
[5,1]: 2,073e+03	[5,2]: -3,590e+04	[5,3]: -1,452e+03	[5,4]: -2,396e+03	[5,5]: 2,671e+07	[5,6]: -3,753e+03
[6,1]: -3,569e+08	[6,2]: -3,076e+02	[6,3]: 2,486e+08	[6,4]: 3,798e+08	[6,5]: -3,753e+03	[6,6]: 5,926e+08

Ilustración 10. Matriz de rigidez obtenida por el MEF

Analizando la matriz, se observa que sus dimensiones son de 6x6 y se percibe una diferencia en algunos de sus valores. Mientras que la mayoría son del orden de 10^8 , los correspondientes a las filas y columnas 2 y 5 son significativamente inferiores. Esto sucede porque el mecanismo con el que se simplifica el sector del rodamiento únicamente trabaja en el plano xy, es decir, cada punto del mecanismo del modelo simplificado nuestro únicamente tiene 2 grados de libertad de desplazamiento, el axial y el radial. Los valores arriba mencionados, son unos valores asignados por el

modelo de EF de superelementos, pero son unos valores irreales que hay que eliminar.

7.2. Obtención de la función

Una vez obtenidas las matrices de rigidez necesarias, se procedió a trasladarlas a la hoja de cálculo en EXCEL. Gracias a la facilidad del programa para introducir archivos .txt se consiguieron todas las matrices en 4 archivos distintos, interior y exterior libre e interior y exterior fijo. A partir de ahora, se explicará el procedimiento únicamente para el caso de anillo interior libre siendo exactamente el mismo en los cuatro casos.

Estando todas las matrices en el mismo archivo, se eliminaron los valores de las filas y columnas 2 y 5, logrando entonces 5 matrices simétricas de dimensiones 4x4 con las que se trabajaría a partir de ese momento.

Por comodidad se decidió diferenciar en dos hojas de cálculo distintas los valores de la diagonal principal y los del resto de la matriz, y se procedió a rellenar zona de los valores teóricos de la tabla del *ANEXO III*. En esta tabla se fueron ordenando los valores de cada elemento de la matriz respecto al diámetro de anillo del cual se obtuvieron, en orden ascendente para después dibujar el gráfico que los relaciona.

Una vez obtenidos los gráficos se comenzó con la búsqueda de la función que mejor aproximase los valores y la forma de la curva. Para ello se partió de las funciones elementales incorporadas por el programa, tales como la parabólica, la logarítmica, la exponencial y la potencial. El procedimiento a seguir se limitó a solicitar al programa que dibujase las líneas de tendencia que pasaban por los puntos previamente obtenidos y mostrase las ecuaciones de dichas curvas. Los resultados, a simple vista y tal y como se esperaba no fueron nada positivos ya que la diferencia en la curva de tendencia era notoria pese a que algunos valores se aproximasen aceptablemente. De todas formas, se calcularon los valores del error cuadrático rellenando la zona de la tabla correspondiente y ratificando así numéricamente la anterior conclusión. En los siguientes gráficos observamos de entre las previamente mencionadas la funciones que mejor escenario representaban: la potencial y la logarítmica (Ilustración 11). Se muestran los gráficos correspondientes al elemento [1,1] de la matriz de rigidez.

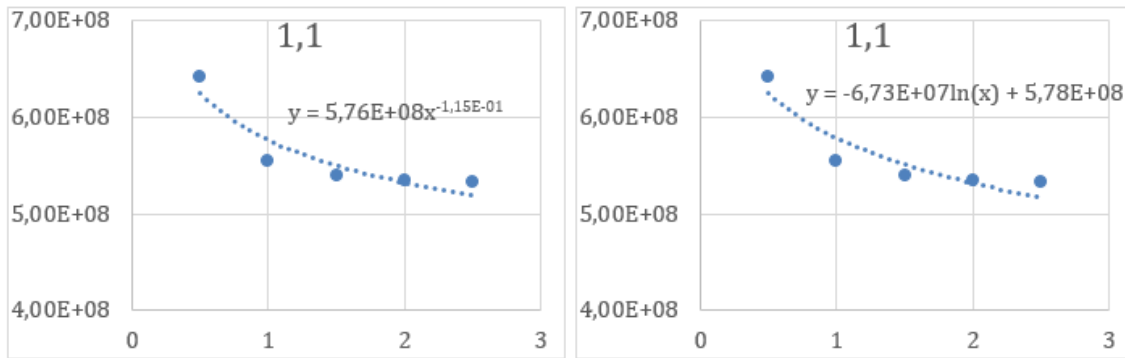


Ilustración 11. Gráficos funciones elementales

Por lo tanto, el siguiente paso cobraba una gran importancia ya que el analista debía decidir el tipo de las funciones con las que trabajar. Se realizaron varias pruebas y finalmente por motivos de sencillez y precisión, se obtuvo una función con la siguiente forma:

$$f(x) = \frac{a}{x^c} + b \quad (16)$$

donde c sería una constante a determinar, pero igual para todos los casos, y a y b serían unas constantes distintas para cada uno de los distintos estados.

Para determinar las constantes, se utilizó la parte de valores aproximados de la tabla del ANEXO III. En esta zona, se fijaron unas constantes como base y se calculó el error cuadrático para cada uno de los elementos de la matriz. A continuación, se obtuvo la suma de los errores del mismo elemento, pero de distintas geometrías y se prosiguió a minimizar esta cifra. Para ello, se utilizó el anteriormente mencionado complemento Solver de Excel, que mediante método GRG Nonlinear, el utilizado por defecto por el programa, modifica el valor de unas constantes minimizando el valor solicitado. El complemento ofrece distintas formas para obtener la solución, pero vista la precisión de los resultados se concluye que el método y criterios de convergencia que vienen de serie son suficientemente precisos para este análisis. Cabe destacar también, que la solución que da el Solver posee una gran cantidad de cifras decimales, por lo que será necesario en este caso redondear los valores obtenidos.

A la hora de calcular las constantes, se decidieron hacer 2 rondas de minimización, la primera para obtener los valores de c y la segunda para los valores definitivos de a y b . En la primera minimización se seleccionaron 3 constantes a minimizar y observando los resultados se decidió fijar el coeficiente c en un valor igual a 2. Una vez fijado esto, se realizó un segundo cálculo para obtener los nuevos valores de las

constantes a y b. Por lo tanto, se obtuvieron 2 matrices constantes [A] y [B] que introduciéndolas en la siguiente ecuación matricial aproximan la matriz de rigidez del anillo.

$$[K] = \left(\frac{1}{D_{pw}^2} [A] + [B] \right) * 10^8 \quad (17)$$

donde,

$$[A] = \begin{pmatrix} 0.285 & -0.209 & 0.318 & 0.251 \\ -0.209 & 0.148 & -0.239 & -0.187 \\ 0.318 & -0.239 & 0.342 & 0.269 \\ 0.251 & 0.257 & 0.269 & 0.209 \end{pmatrix} \wedge [B] = \begin{pmatrix} 5.27 & -3.63 & -5.26 & -3.68 \\ -3.63 & 5.54 & 3.63 & 2.57 \\ -5.26 & 3.63 & 5.27 & 3.68 \\ -3.68 & 2.57 & 3.68 & 5.84 \end{pmatrix}$$

Los resultados muestran una gran precisión tanto gráficamente como numéricamente como puede observarse en el siguiente gráfico (Ilustración 12) y tras calcular el error relativo. Este error se calculó para cada uno de los elementos de la matriz y posteriormente se logró la media y el valor máximo (Tabla 3). En la siguiente tabla se observan los errores obtenidos para todos los casos. El resto de gráficos serán adjuntados en el ANEXO I.

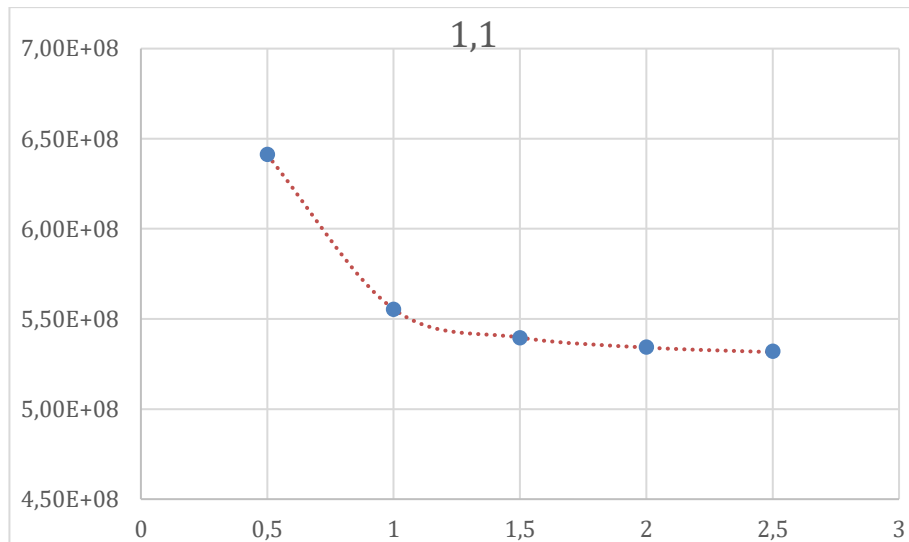


Ilustración 12. Gráfico de la aproximación mediante la función obtenida

Tabla 3. Errores relativos

	Anillo interior		Anillo exterior	
	Libre	Fijo	Libre	Fijo
Error relativo medio	0.14%	0.20%	%0.22	%0.3
Erro relativo máximo	0.51%	0.67%	%0.72	%1.66

7.3. Unificación de las matrices

El último paso consiste en buscar una relación entre las matrices obtenidas en los diferentes casos con la intención de lograr una sola para todos ellos. Esta única matriz podría ser la misma en todos los casos o alguna expresión que las relacione mediante constantes.

Para ello, se comenzó dividiendo las matrices de los distintos casos para ver si los productos obtenidos tenían alguna relación entre ellos. Solo se observó una relación de semejanza en las matrices [B] del anillo interior y exterior con el anillo libre. En este caso los coeficientes eran bastante parecidos por lo que se decidió fijar una matriz común para los dos casos. Por lo tanto, se repitió el proceso de minimización pero esta vez el error a minimizar sería la suma de los dos casos y los coeficientes de la matriz [B] serían los mismos. Una vez minimizados los errores, las matrices obtenidas fueron las siguientes:

Tabla 4. Matrices después de relacionar

	Anillo interior	Anillo exterior
[A]	$\begin{pmatrix} 0.285 & -0.209 & 0.318 & 0.251 \\ -0.209 & 0.148 & -0.239 & -0.187 \\ 0.318 & -0.239 & 0.342 & 0.269 \\ 0.251 & 0.257 & 0.269 & 0.209 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.281 & 0.243 & 0.193 & -0.138 \\ 0.243 & 0.221 & 0.145 & -0.104 \\ 0.193 & 0.145 & 0.242 & -0.201 \\ -0.138 & -0.104 & -0.201 & 0.178 \end{pmatrix}$
[B]	$\begin{pmatrix} 5.31 & -3.70 & -5.28 & -3.68 \\ -3.70 & 5.74 & 3.68 & 2.59 \\ -5.28 & 3.68 & 5.31 & 3.70 \\ -3.68 & 2.59 & 3.70 & 5.74 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5.31 & 3.70 & -5.28 & 3.68 \\ 3.70 & 5.74 & 3.68 & 2.59 \\ -5.28 & 3.68 & 5.31 & -3.70 \\ 3.68 & 2.59 & -3.70 & 5.74 \end{pmatrix}$

Se calcularon asimismo los errores relativos para los nuevos coeficientes y se puede observar en ellos un ligero aumento (Tabla 5). Este aumento es lógico puesto que se ha perdido precisión al fijar uno de los coeficientes en un valore diferente al minimizado. El error mantiene un valor bastante bajo pero dado que únicamente se han podido relacionar dos matrices de las 8 con las que se trabajaba, se concluye que dicha perdida de precisión no es de gran beneficio por lo que se mantendrán los primeros resultados.

Tabla 5. Variación del error

	Antes de juntar		Después de juntar	
	Interior	Exterior	Interior	Exterior
Error relativo medio	0.14%	%0.22	1,16%	%1,05
Erro relativo máximo	0.51%	%0.72	3,77%	%3,84

8. VALIDACION DE LA FORMULACIÓN PROPUESTA

En el próximo apartado se procederá a explicar los procedimientos seguidos para la validación de los resultados obtenidos mediante la construcción de un modelo de elementos finitos y el uso de una formula ingenieril.

8.1. Creación del modelo de elementos finitos

Como se ha mencionados anteriormente, el principal instrumento para la validación de los resultados será la creación de un modelo de elementos finitos de uno de los sectores del rodamiento completo, es decir anillo interior bola y anillo exterior. Este modelo estará completamente parametrizado para facilitar los cambios en la geometría y se realizará íntegramente en el programa ANSYS Workbench quedando a disponibilidad del grupo ADM para futuras mejoras y modificaciones en caso de ser necesarias. El proceso puede dividirse en 3 partes.

8.1.1. Geometría

El primer paso será la creación de la geometría parametrizada. Para ello se abrirá el bloque denominado *Geometry* asegurándonos de que en la pestaña de propiedades el tipo de análisis está definido como 3D.

A la hora de comenzar con la geometría colocaremos los ejes de forma que el eje X pase por el centro de la bola y el eje Y sea el eje de revolución. Por lo tanto, el sketch de la geometría se dibujará en el plano XY. A continuación, se muestra una imagen del sketch de la geometría. (Ilustración 13)

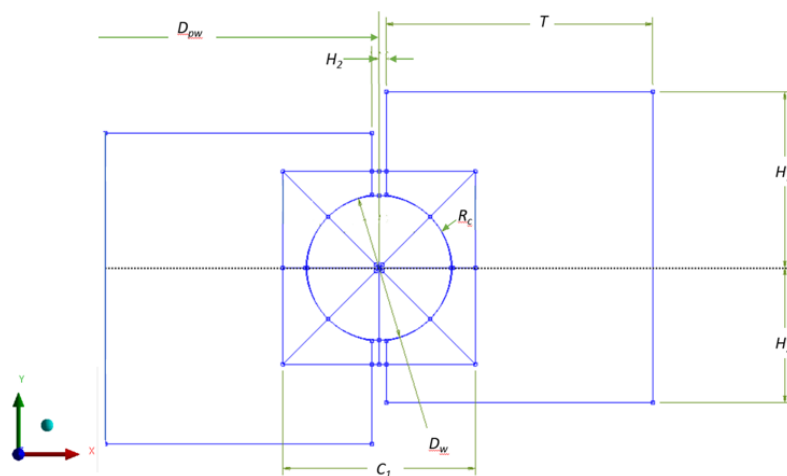


Ilustración 13. Sketch de la geometría

Para lograr que la geometría del sketch estuviese parametrizada fue necesario incluir todos los cálculos realizados previamente en las ecuaciones (2) a (7) que adecuaban los parámetros del plano de la sección a unos más sencillos de usar en el programa. Esto se realizó mediante la pestaña *Parameters* que pone a disposición del analista una hoja de cálculo más simple que la de EXCEL, pero suficiente para lo que quería realizarse. En esta hoja de cálculo, se muestran los parámetros de entrada y de salida del modelo. En los parámetros de entrada que son los que afectan a la geometría, las celdas en blanco indican que esos parámetros deben ser introducidos por el usuario mientras que las celdas en gris indican que dichos parámetros se calcularán automáticamente. Los parámetros que solicitará el modelo serán los dos parámetros principales que definen la geometría, D_w y D_{pw} , así como el número de bolas del rodamiento, que define el número y tamaño de los sectores.

Una vez dibujado el sketch y trabajando con el eje Y como eje de revolución se le dio volumen mediante la función *revolve*. En este momento se tuvo en cuenta además de la simetría cíclica que permite analizar solo un sector del rodamiento, que el propio sector es simétrico respecto al plano XY por lo que para ahorrar coste computacional solo se trabajará con medio sector. Para facilitar el posterior proceso de mallado, se realizaron una serie de cortes en ambos anillos que permitirían que los diferentes tamaños de elemento se acoplen mejor. Estos cortes incluyen en la lista de parámetros dos nuevas variables, C1 y C2 que serán calculadas por el programa y su valor será:

$$C1 = C2 = \frac{4}{3} D_w \quad (18)$$

Además, se decidió dividir la bola en 4 partes para facilitar el contacto. Para ello primero se pensó en cortarla en forma de X logrando así situar un nodo en el punto exacto en el que se inicia el contacto. Se descartó esta idea, porque suponía establecer contactos entre más de dos regiones a la vez, es decir una región contactaría con otras dos a la vez que simultáneamente contactarían con otras dos etc. Puesto que la zona del contacto es una de las más críticas en el análisis, se optó por una forma más simple que asegurase la convergencia facilitase el proceso de postprocesado, un corte en forma de cruz vertical como el que podrá observarse en la ilustración 14.

Una vez definidas todas las dimensiones y divisiones, se obtuvo la geometría final del sector del anillo constituida por 5 cuerpos distintos y que tendría la siguiente forma para el caso $D_{pw} = 1500\text{mm}$ (Ilustración 14).

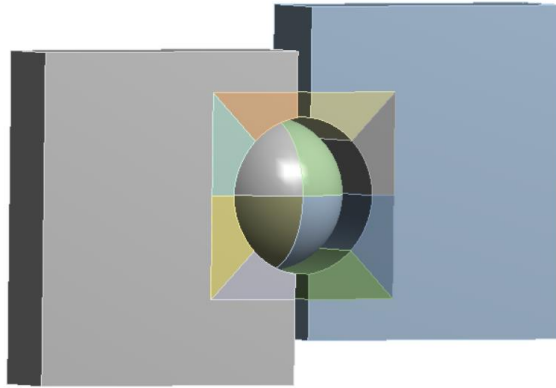


Ilustración 14. Geometría del sector del rodamiento

8.1.2. Mallado.

En lo referente a la malla, primero se realizó un análisis de sensibilidad para obtener el tamaño de elemento que se iba a utilizar. Lo ideal para ahorrar coste computacional era lograr el mayor tamaño de elemento para el cual el cambio en los resultados fuese mínimo. Una vez obtenido este tamaño de elemento, se combinarán los siguientes métodos de mallado:

- Sweep: en este método, el programa selecciona dos caras en lados opuestos del cuerpo, llamadas origen y destino, mallando la primera y copiando dicha malla en la segunda. Posteriormente, genera los elementos que conectan estas dos caras siguiendo la morfología del cuerpo. Gracias a este método se reducen el número de elementos de la malla además del tiempo necesario para crearlos.
- Body Sizing: mediante este método el programa permite al analista tener el control del tamaño de los elementos de la malla, controlando así el grado de precisión de los resultados.
- Hex dominant: este método, muy útil para geometrías complejas, trata de generar una malla de hexaedros, pero en caso de ser necesario introduce también elementos pirámide o triángulo.

En el análisis de sensibilidad mencionado previamente, partiendo del tamaño de elemento utilizado por el modelo EF de superelementos, $0,1 \cdot D_w$ se obtuvieron los valores de la rigidez para tamaños de elemento cada vez mayores con la intención

de encontrar el mayor tamaño para el que las variaciones eran insignificantes. En la siguiente ilustración se muestran los resultados de dicho análisis estableciéndose ese valor en $0,5 * D_w$, es decir 5,25mm, el punto señalado en el gráfico (Ilustración 15).

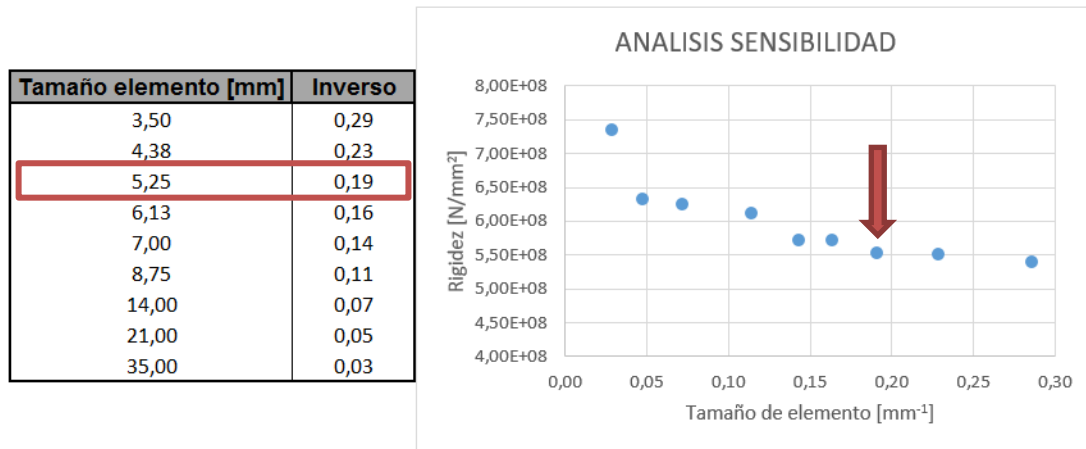


Ilustración 15. Resultado análisis de sensibilidad

Puesto que los contactos suponen un punto crítico a la hora de realizar análisis en los programas de elementos finitos y han de ser tratados cuidadosamente, se decidió realizar un análisis de sensibilidad para comprobar que como afectaban las distintas calidades de la malla a los resultados finales.

Primero se buscó la forma más simple, refinando la malla en la zona de la bola y la superficie próxima del anillo, únicamente reduciendo el tamaño de elemento. A continuación, se muestra la malla para el caso de $D_{pw}=1500\text{mm}$ (Ilustración 16).

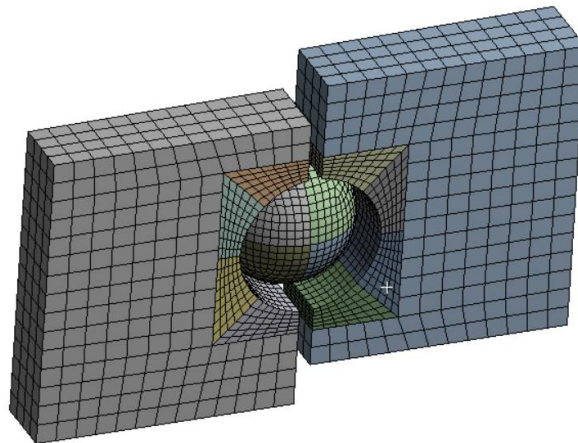


Ilustración 16. Malla para $D_{pw}=1500\text{mm}$

Posteriormente se trató de mejorar más la zona próxima al contacto y mediante un *vortex sizing*, que permite controlar el tamaño del elemento en la zona contenida por una esfera con centro en un punto elegido y con un radio variable por el usuario.

Además, con intención de dotar al modelo de una mayor precisión, se trabajó con una malla continua, es decir, se eliminó la división del anillo creando 1 solo cuerpo para el anillo interior y para el exterior. De esta forma se eliminaba también el contacto entre las divisiones que podía suponer faltas de precisión en el modelo. Partiendo de este diseño, se fueron variando los parámetros generando una malla de peor calidad y analizando como afectaba a los resultados. A continuación, se muestran dichas variaciones y en el grafico se ilustra el efecto que tienen en la reacción final (Ilustración 17; Tabla 6). El último caso (F), corresponde al de la ilustración 16, siendo el diseño menos preciso.

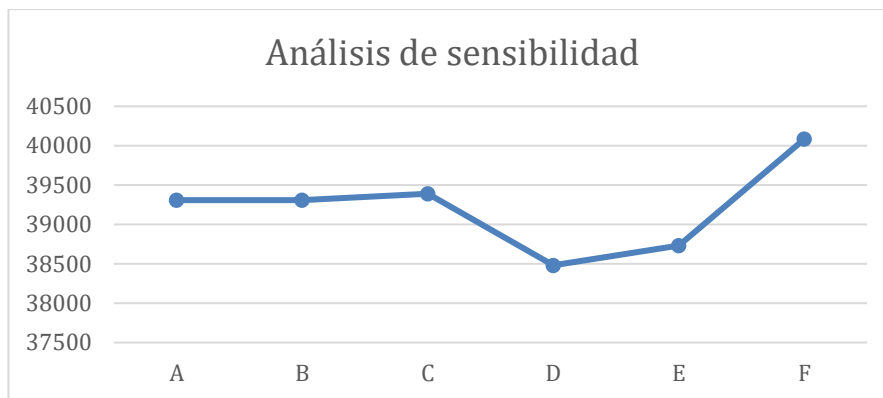


Ilustración 17. Analisis de sensibilidad malla modelo EF para validacion

Tabla 6. Datos modelos análisis de sensibilidad

	A	B	C	D	E	F
Tamaño elemento malla exterior [mm]	3,5	5,25	5,25	5,25	5,25	5,25
Tamaño elemento contacto [mm]	0,5	0,5	0,5	0,5	1	2
Radio esfera [mm]	10	10	8	8	8	-
Malla continua?	Si	Si	Si	No	No	No
Coste computacional [s]	549,5	516,1	250,1	348,6	112,6	134,7
Numero de nodos	166359	157378	108186	97987	43882	32090

En el análisis de sensibilidad se observa por un lado como el anterior análisis de sensibilidad es efectivo ya que la variación del tamaño de elemento de la malla exterior no tiene influencia en el resultado. Por otro lado, se aprecia como la utilización de la malla continua hace que el anillo sea más rígido, hecho que posteriormente será analizado. Finalmente se detecta también como el aumento del tamaño de elemento en el contacto rigidiza el comportamiento del modelo, lo cual es coherente con la teoría del Método de Elementos Finitos. Teniendo en cuenta la precisión, así como el coste computacional se decide trabajar con la malla del modelo C, que se muestra en la siguiente imagen (Ilustración 18).

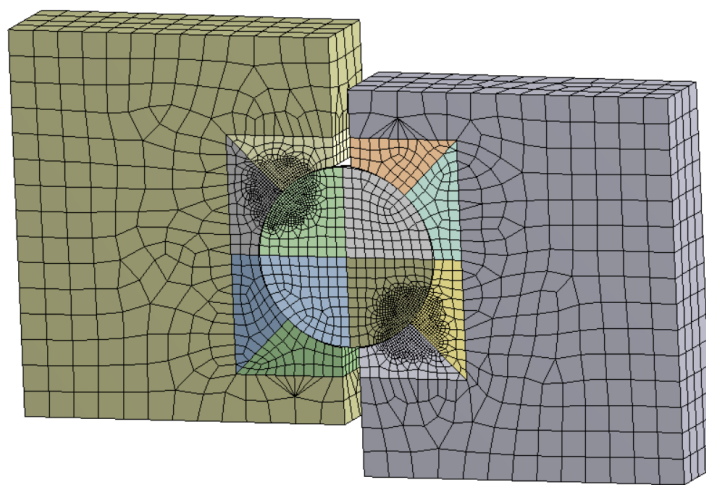


Ilustración 18. Malla final (modelo C, Tabla 6)

8.1.3. Contactos, condiciones de contorno y solicitaciones

El siguiente paso consiste en definir los contactos, uno de los puntos críticos a la hora de crear un modelo de elementos finitos. En el modelo se trabajó con dos tipos de contactos, *bonded*, que simula un contacto completamente rígido, es decir no permite desplazamiento relativo entre los dos cuerpos, y *frictional*, que simula un contacto normal con un coeficiente de rozamiento que en este caso se estableció en 0,1. Este valor es el comúnmente utilizado para los contactos con grasas como los que se encuentran en estos rodamientos y como puede leerse en [15] los ensayos así lo demuestran.

Los contactos *bonded* se utilizaron para las uniones entre las divisiones de un mismo cuerpo, es decir las partes de los anillos, mientras que los *frictional* para los contactos bola-pista. Para introducir un contacto, el programa solicita que se elija una de las superficies como *contact* y la otra como *target*. Esta elección es de gran importancia puesto que el programa detectara como inicio del contacto el

momento en el que un nodo de la superficie *contact* se introduzca en la malla de la superficie *target*. Por lo tanto, en caso de elegir incorrectamente, podría suceder que el programa no detecte contactos que en la realidad debería de estar produciéndose, perdiendo precisión en los resultados. Para evitar estos errores, se elegirá como superficie *contact*, la superficie más convexa y en caso de gran similitud la que tenga una malla más fina.

Una vez definidos todos los contactos, el programa nos permite insertar una herramienta llamada *contact tool* que nos facilita su análisis. Gracias a esta herramienta se sabrá si existe algún problema y como solucionarlo.

Para finalizar con los contactos se comentarán varias decisiones tomadas modificando parámetros que el programa asigna automáticamente para lograr mejorar la precisión y velocidad de convergencia en el análisis. Estas modificaciones se basan en la experiencia en análisis similares.

- Para asegurar el contacto al principio, en todos los contactos *frictional*, en el apartado *Interface treatment* se selecciona *Adjust to touch*.
- Para asegurar los resultados en caso de que el usuario haya seleccionado incorrectamente las superficies *contact* y *target*, el programa automáticamente crea dos contactos para cubrir las dos situaciones posibles. Puesto que en este caso se eligió cuidadosamente cada una de las superficies, esto es innecesario por lo que para poder postprocesar los resultados más fácilmente en el apartado *Behaviour* se selecciona *Asymetric*. Ahorra coste
- En los contactos sucede una penetración en la malla que hace que el modelo pierda rigidez. Esto supone un problema porque en caso de que dicha penetración sea significativa, la fuerza real que se estaría aplicando se vería notablemente reducida. Para evitarlo, se le obliga a el programa a una penetración máxima de 1 micra (*Penetration Tolerance Value*), un valor que dista significativamente del desplazamiento que se utilizará para introducir la fuerza, asegurando el funcionamiento deseado. Esta modificación podría suponer un aumento significativo en el tiempo necesario para converger por lo que en el apartado *Update Stiffness* se selecciona *Each iteration*. De esta manera, pese a que el coste computacional sea mayor en cada iteración, se reducirá el número de iteraciones por lo que el resultado será beneficioso.

En lo referente a las **condiciones de contorno**, a la hora de trabajar con la simetría de la geometría, el programa ofrece la opción de insertar una región de simetría creada por el usuario o la opción de insertar dicha simetría mediante condiciones de contorno. Puesto que en este trabajo se encuentran dos simetrías distintas se aplicará una opción a cada una de ellas pudiendo ser modificadas posteriormente si así se desea. Por lo tanto, por un lado, se creará una *symetry region* en el plano XY aplicada en las caras interiores de la mitad del sector, que nos permitirá trabajar con la mitad del rodamiento. Por otro lado, para la simetría cíclica se introducirán unas condiciones de contorno llamadas *frictionless support* en la cara exterior del sector que introducen una restricción al movimiento en la dirección normal permitiendo la traslación y la rotación en el resto de direcciones. Finalmente, será necesario introducir una unión fija simulando la unión atornillada del anillo interior mediante el uso de *fixed support*.

Para terminar, en cuanto a las **solicitaiones**, a la hora de aplicar fuerza axial sobre el rodamiento, se introducirá mediante un desplazamiento en la cara superior del anillo exterior mediante la función *displacement*, que simulará la fuerza deseada. Para calcular este desplazamiento se recurrió a las normas ISO 76-2006 [5], que fijan la presión máxima entre el anillo y el elemento rodante en 4200MPa, y a un modelo analítico basado en Hertz que calcula el desplazamiento máximo que puede darse sin alcanzar dichos niveles de presión. El desplazamiento en este caso será de 0,420mm y será el mismo para cualquier diámetro de rodamiento.

8.2. Resultados del modelo de elementos finitos

En lo referente a los resultados, se solicitó al programa que muestre la fuerza de reacción en el apoyo fijo y la presión en el contacto entre la bola y la pista. La fuerza de reacción será la utilizada para validar los resultados obtenidos con la parametrización de la matriz mientras que la presión indicará si el modelo creado no tiene ningún fallo grave.

Puesto que se trata de un modelo con una carga axial pura, tan solo es de interés la componente axial de la fuerza de reacción. Puesto que la intención es graficar la variación de esta fuerza de reacción respecto al desplazamiento, será necesario fijar el número de substeps que se desea que tenga el análisis. Este número serán la cantidad de resultados que se irán mostrando y se fijará en 10. El resultado será una tabla de valores que fácilmente podrá ser copiada en una hoja de cálculo de EXCEL para obtener ahí el gráfico. Es necesario tener en cuenta que mediante el modelo se

está calculando la fuerza de reacción para un solo sector, y puesto que la fuerza axial en un rodamiento se distribuye uniformemente entre todos los elementos rodantes, la fuerza de reacción total será el producto de la fuerza de reacción de un sector por el número de sectores, que en este caso coincidirá con el número de bolas.

$$F_{y\ tot} = F_y * N \quad (19)$$

A continuación, se muestran los resultados para el caso $D_{pw}=1500\text{mm}$ y por lo tanto $N=134$ bolas (Ilustración 19).

d	Fy tot
0	0
0,042	277
0,084	787
0,126	1.485
0,168	2.340
0,21	3.346
0,252	4.503
0,294	5.801
0,336	7.241
0,378	8.834
0,42	10.558

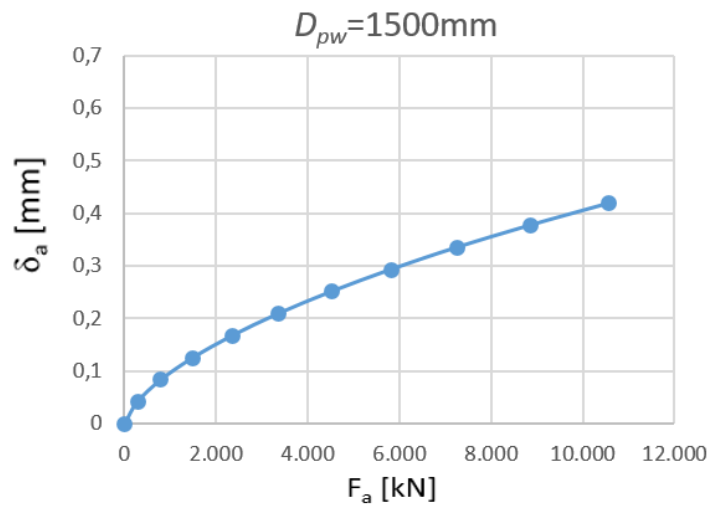


Ilustración 19. Fuerza de reacción $D_{pw}=1500\text{mm}$

Para valorar si la presión se encuentra dentro de los valores admitidos, únicamente se tendrá en cuenta el valor máximo, que no debería superar el previamente mencionado valor de 4200MPa establecido por las normas ISO [5]. En la siguiente imagen (Ilustración 20) se muestra una captura de la distribución de la presión en la bola, para $D_{pw}=1500\text{mm}$. Los valores de la presión son muy similares en el resto de casos variando en un margen de $\pm 100\text{MPa}$ como puede observarse en el ANEXO IV. Pese a que el valor es superior al límite mencionado, se encuentra en un rango similar por lo que se trata de un valor aceptable.

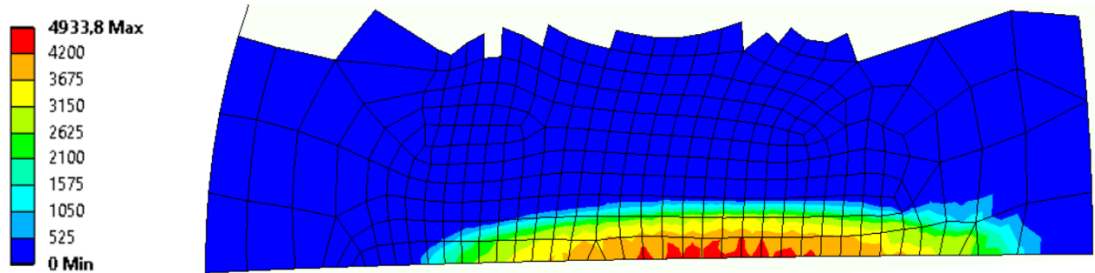


Ilustración 20. Distribución de la presión $D_{pw}=1500mm$

8.3. Comparativa entre el modelo analítico y el modelo de elementos finitos

Para concluir con este apartado, se unirán las tres formas de obtener la fuerza de reacción en un solo grafico comprobando así que los valores obtenidos son similares. Como se ha mencionado previamente, el verdadero interés reside en la similitud entre el modelo analítico y el modelo de elementos finitos creado por el analista, dado que estos dos son los que tienen exactamente la misma geometría y condiciones de contorno. De todas formas, se añadirá también el método de la fórmula (3) previamente mencionada aprovechando el trabajo realizado para validar también este método alternativo.

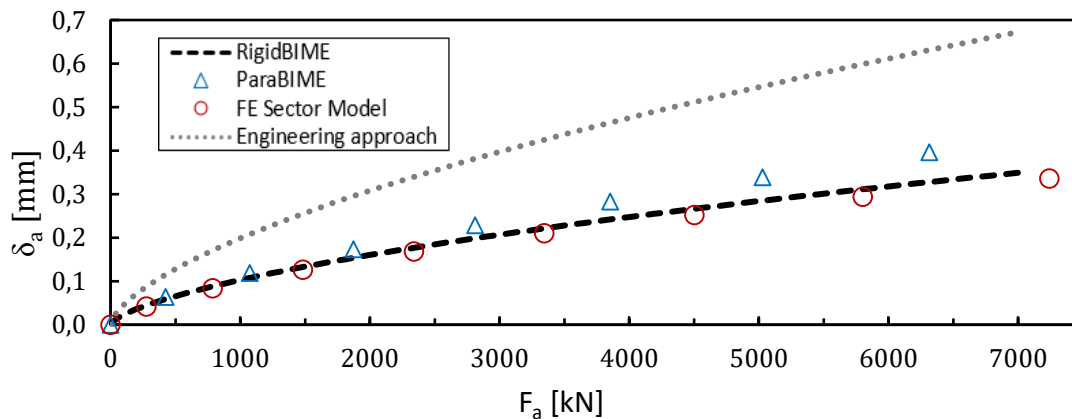


Ilustración 21. Validación para $D_{pw}=1500mm$

En el gráfico (Ilustración 21), se observan 4 series distintas. Por un lado, se muestra el modelo analítico con anillos infinitamente rígidos, llamado RigidBIME, Por otro lado, se presentan los resultados del modelo analítico con anillos flexibles y las con matrices parametrizadas obtenidas por el analista, llamado ParaBIME. Se observa, como en el modelo con anillos flexibles, para una misma fuerza el desplazamiento es mayor, lo cual es lógico porque el anillo debería deformarse más. Además, se enseñan los resultados obtenidos con la fórmula ingenieril, (*Engineering approach* en la Ilustración 21), que muestran mayores deformaciones de los anillos. Esto se

debe a que esta fórmula considera una situación más cercana a la realidad, teniendo en cuenta las uniones atornilladas que pueden abrirse y deslizar. En lo el modelo de EF para la validación y en los modelos analíticos en cambio, por simplicidad estas uniones se consideran infinitamente rígidas por lo que los resultados son correctos. Finalmente se muestran los resultados obtenidos por el modelo de elementos finitos creado por el analista. Los graficos para el resto de diámetros se incluyen en el *ANEXO II*.

En estos resultados, puede observarse una falta de correlación, puesto que el modelo de elementos finitos no puede dar unos resultados que se encuentren por debajo del método analítico con anillos rígidos ya que se ha tenido en cuenta la flexibilidad de dichos anillos. De todas formas, teniendo en cuenta que las diferencias son muy pequeñas, se decide que los resultados están correctamente validados y se procede a explicar las razones que pueden traer esta falta de precisión.

Analizando el modelo de elementos finitos, se concluye que tras realizar el segundo análisis de sensibilidad su calidad es suficientemente buena como para no tener fallos en el diseño. De todas formas, los análisis de elementos finitos traen consigo siempre pequeños errores numéricos a la hora de realizar los cálculos por lo que estos errores pueden traer imprecisiones.

Asimismo, el modelo analítico utilizado tiene en cuenta una serie simplificaciones que generan unas limitaciones que pueden llevar a una pérdida de precisión. Esta pérdida de precisión puede verse numéricamente en la siguiente tabla que muestra la estimación aproximada del error relativo máximo entre el ParaBIME y el modelo de EF para validación y RigidBime.

Tabla 7. Errores en la validacion

	ParaBime
RigidBime	5%
Modelo EF	20%

Para obtener resultados que se asemejen más a la realidad, la solución iría encaminada hacia trabajar con modelos con unas condiciones de contorno más flexibles, que permitan al anillo alcanzar deformaciones parecidas a las obtenidas con la formula ingenieril.

9. RESUMEN DE RESULTADOS

Este apartado se limitará a incluir los resultados obtenidos en la parametrización de la matriz de rigidez facilitando al lector el uso de los mismos, ya que estos son en definitiva los que realmente interesan al diseñador. La fórmula que mejor aproxima las curvas obtenidas de las matrices de rigidez es:

$$[K] = \left(\frac{1}{D_{pw}^2} [A] + [B] \right) * 10^8 \quad (20)$$

Tabla 8. Matrices anillo interior

	ANILLO INTERIOR	
	Libre	Fijo
[A]	$\begin{pmatrix} 0.285 & -0.209 & 0.318 & 0.251 \\ -0.209 & 0.148 & -0.239 & -0.187 \\ 0.318 & -0.239 & 0.342 & 0.269 \\ 0.251 & 0.257 & 0.269 & 0.209 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.051 & -0.038 & 0.036 & 0.025 \\ -0.038 & 0.023 & -0.032 & -0.027 \\ 0.036 & -0.032 & 0.025 & 0.016 \\ 0.025 & -0.027 & 0.016 & 0.016 \end{pmatrix}$
[B]	$\begin{pmatrix} 5.27 & -3.63 & -5.26 & -3.68 \\ -3.63 & 5.54 & 3.63 & 2.57 \\ -5.26 & 3.63 & 5.27 & 3.68 \\ -3.68 & 2.57 & 3.68 & 5.84 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7.91 & -5.47 & -1.85 & -1.12 \\ -5.47 & 6.82 & 1.25 & 0.77 \\ -1.85 & 1.25 & 12.23 & 10.37 \\ -1.12 & 0.77 & 10.37 & 12.92 \end{pmatrix}$
Error relativo medio	0.14%	0.20%
Error relativo máximo	0.51%	0.67%

Tabla 9. Matrices anillo exterior

	ANILLO EXTERIOR							
	Libre				Fijo			
[A]	$\begin{pmatrix} 0.281 & 0.243 & 0.193 & -0.138 \\ 0.243 & 0.221 & 0.145 & -0.104 \\ 0.193 & 0.145 & 0.242 & -0.201 \\ -0.138 & -0.104 & -0.201 & 0.178 \end{pmatrix}$				$\begin{pmatrix} 0.036 & 0.022 & 0.050 & -0.036 \\ 0.022 & 0.0089 & 0.030 & -0.022 \\ 0.050 & 0.030 & 0.133 & -0.124 \\ -0.036 & -0.022 & -0.124 & 0.124 \end{pmatrix}$			
[B]	$\begin{pmatrix} 5.34 & 3.77 & -5.29 & 3.67 \\ 3.77 & 5.95 & 3.72 & 2.60 \\ -5.29 & 3.72 & 5.34 & -3.71 \\ 3.67 & 2.60 & -3.71 & 5.64 \end{pmatrix}$				$\begin{pmatrix} 12.28 & 10.4 & -1.81 & 1.23 \\ 10.4 & 12.94 & -1.1 & 0.76 \\ -1.81 & -1.1 & 8.06 & -5.61 \\ 1.23 & 0.76 & -5.61 & 6.97 \end{pmatrix}$			
Error relativo medio	%0.22				%0.3			
Error relativo máximo	%0.72				%1.66			

En la siguiente imagen se muestra la malla para la cual se han obtenido dichos resultados, siendo el tamaño de elemento 3,5mm, es decir $D_w/10$ (Ilustración 22).

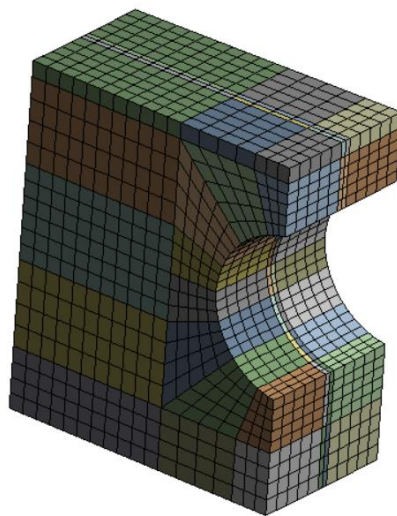


Ilustración 22. Malla del modelo EF superelementos [12]

10. DESCRIPCION DE TAREAS. GANTT

En el siguiente apartado se mostrará la planificación de actividades o tareas llevadas a cabo para la consecución del proyecto. Esta planificación se ha llevado a cabo en el programa Microsoft Project y se ilustra con un listado de tareas y un diagrama Gantt (Ilustración 23) que permite al lector seguir de forma visual el procedimiento que se ha desarrollado.

El proyecto dio comienzo el 16 de octubre de 2018 y la fecha para su finalización era el 12 de julio 2019 con la defensa del mismo, teniendo una duración como puede observarse en el diagrama de 146 días y 225 horas de trabajo y siendo el ingeniero técnico el único responsable de estas horas.

Para realizar la planificación primero se definió en el programa el calendario, señalando los días en los que no se dedicará tiempo a la realización del proyecto. Estos días serán, entre otros, los periodos de exámenes de la universidad de enero y mayo, las vacaciones de navidad y semana santa y los festivos como el día del trabajador.

Tras la adjudicación del trabajo, la planificación de tareas sigue prácticamente de forma íntegra el orden descrito en este documento, estableciéndose como tareas principales el análisis inicial, la obtención de las matrices parametrizadas, la validación de la formulación obtenida y la redacción del trabajo. En todas las tareas el recurso utilizado ha sido el ordenador.

Asimismo, se han establecido una serie de hitos que pueden observarse en el diagrama que ayudan al analista a controlar los tiempos del trabajo, ya que al ser este un trabajo de fin de grado se ha realizado durante el curso escolar lo cual complica una planificación precisa. Estos hitos se han fijado al concluir cada una de las tareas principales.

Finalmente, se han programado reuniones periódicas semanales con el director del trabajo a lo largo del proyecto.

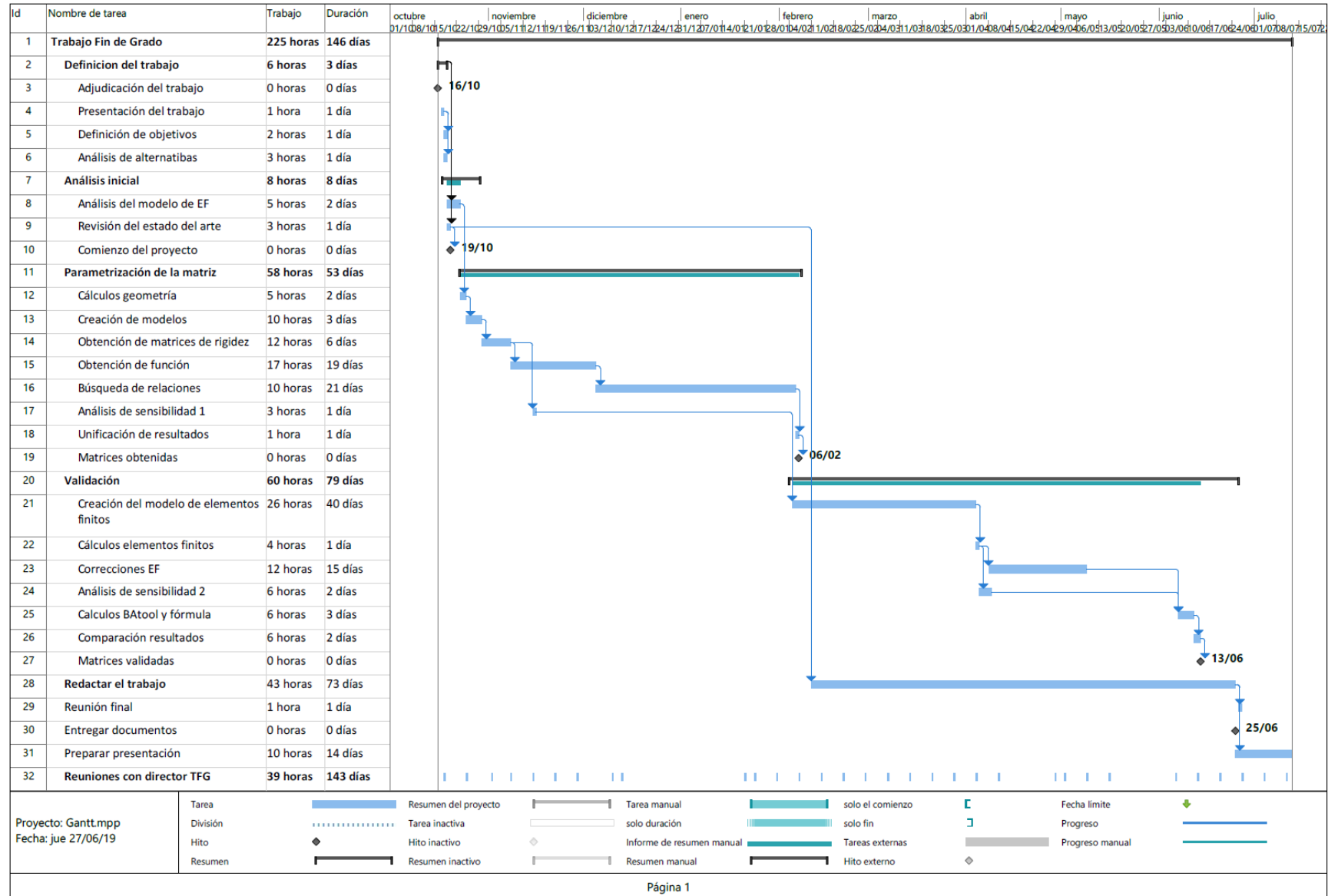


Ilustración 23. Diagrama de Gantt.

11. PRESUPUESTO

A continuación, se realizará el presupuesto del proyecto para obtener una aproximación a los costes económicos. Este presupuesto se desglosa en tres partes: horas internas, amortizaciones y licencias, y gastos. En la siguiente tabla se muestran los datos:

Tabla 10. Presupuesto

Concepto	Unidad	Cantidad	Coste unitario	Coste
Horas internas				6.500,00 €
Ingeniero superior	h	50	40 €/h	2.000,00 €
Ingeniero técnico	h	225	20 €/h	4.500,00 €
Amortizaciones				915,08 €
Ordenador	h	225	0,28 €/h	63,00 €
Ansys	meses	2	5000 €/año	833,33 €
Office	h	125	0,15 €/h	18,75 €
Gastos				22,00 €
Material de oficina				10,00 €
Electricidad	kWh	80	0,15 €	12,00 €
TOTAL				7.437,08 €

Como se puede observar en la tabla, las horas internas suponen la mayor parte del presupuesto que junto a la licencia de Ansys dejan al resto en un lugar prácticamente despreciable. Dentro de este apartado las horas de ingeniero superior corresponden a las reuniones previstas en la planificación además de unas horas extra durante su realización y las de ingeniero técnico al alumno que ha realizado el trabajo.

Para realizar la amortización del programa Ansys pese a que la duración del proyecto ha sido mayor, se ha estimado que el tiempo dedicado a este programa equivale a dos meses. Para el ordenador y la licencia de Office se ha calculado su coste por hora.

12. CONCLUSIONES Y LINEAS FUTURAS

Para confirmar que el trabajo realizado cumple con lo planificado y los resultados obtenidos son los deseados, este apartado deberá encontrarse en correlación con los objetivos definidos en el apartado 3. Brevemente resumido, estos objetivos definían la búsqueda de una forma paramétrica de las matrices de rigidez utilizadas en el modelo analítico y su posterior validación mediante un modelo de elementos finitos. De esta forma las principales conclusiones obtenidas son las siguientes:

- Se ha conseguido obtener una formulación simple y precisa expresa las matrices de rigidez en función del diámetro del rodamiento, cumpliendo así el primer objetivo.
- Se demuestra que es posible parametrizar la matriz de rigidez, justificando así futuros trabajos en los que se irán incluyendo progresivamente el resto de parámetros que influyen en sus valores. La inclusión de estos parámetros probablemente llevara e a expresiones más complejas y difíciles de obtener por lo que el analista recomienda valorar la posibilidad de trabajar con software matemáticos, como Octave o Matlab para la minimización. De todas formas, pese a la complejidad, se considera que las mejoras que traerá serán altamente ventajosas para los diseñadores por lo que se concluye que debería de ser el camino a seguir en el futuro cercano.
- Se ha logrado validar los resultados de la formulación obtenida mediante la creación de un modelo de elementos finitos, cumpliendo así con el segundo objetivo.
- Se ha detectado también, que pese a obtener valores muy aproximados al modelo de EF, el modelo analítico BIME tiene ciertas limitaciones de precisión (hasta un 20% en el caso estudiado) por lo que se recomienda también analizar la posibilidad de plantear mejoras en dicho modelo en un futuro.

REFERENCIAS

- [1] Heras, J. Aguirrebeitia, M. Abasolo. Load distribution and friction torque in four-point contact slewing bearings considering manufacturing errors and ring flexibility. Mech. Mach. Theory (2019), doi:
<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.03.008>.
- [2] Asociación de Empresas de Energías Renovables. (n.d.). Renovables en España. Retrieved June 24, 2019, from <https://www.appa.es/energias-renovables/renovables-en-espana/>
- [3] AEE Asociación Empresarial Eólica. (n.d.). La eólica y sus ventajas. Retrieved June 24, 2019, from <https://www.aeeolica.org/sobre-la-eolica/la-eolica-y-sus-ventajas>
- [4] Wind Europe, 2017 European Statistics, February 2018.
- [5] Rod. ISO 76:2006. Rolling bearings - Static load ratings, 2006.
- [6] NREL. T.A. Harris, J.H. Rumbarger, C.P. Butterfield, Wind Turbine Design Guideline DG03: Yaw and Pitch Rolling Bearing Life. NREL/TP-500-42362, 2009.
- [7] S.Zupan, I.Prebil, Carrying angle and carrying capacity of a large single row ball bearing as a function of geometry parameters of the rolling contact and supporting structure stiffness, 2001
- [8] Amasorrain, Load distribution in a four contact-point slewing bearing, 2003
- [9] Leblanc, Ball motion and sliding friction in a four-contact-point ball bearing, 2007
- [10] Daidié, 3D simplified finite elements analysis of load and contact angle in a slewing ball bearing, 2008
- [11] Olave, Design of four contact-point slewing bearing with a new load distribution procedure to account for structural stiffness, 2010
- [12] I. Heras, J. Aguirrebeitia, M. Abasolo. Friction torque in four contact point slewing bearings: Effect of manufacturing errors and ring stiffness, Mech. Mach. Theory (2017), doi:
<https://10.1016/j.mechmachtheory.2017.02.009>.
- [13] R. Olaiuibel. Cálculo de la rigidez de los anillos en rodamientos de vuelco, mediante técnicas de condensación de elementos finitos, e implantación en modelo analítico. Curso 2015-2016.
- [14] E. Goikolea. Efecto de la flexibilidad de los anillos y los errores de la pista en

la distribución de la precarga de las bolas del anillo. Curso 2016-2017

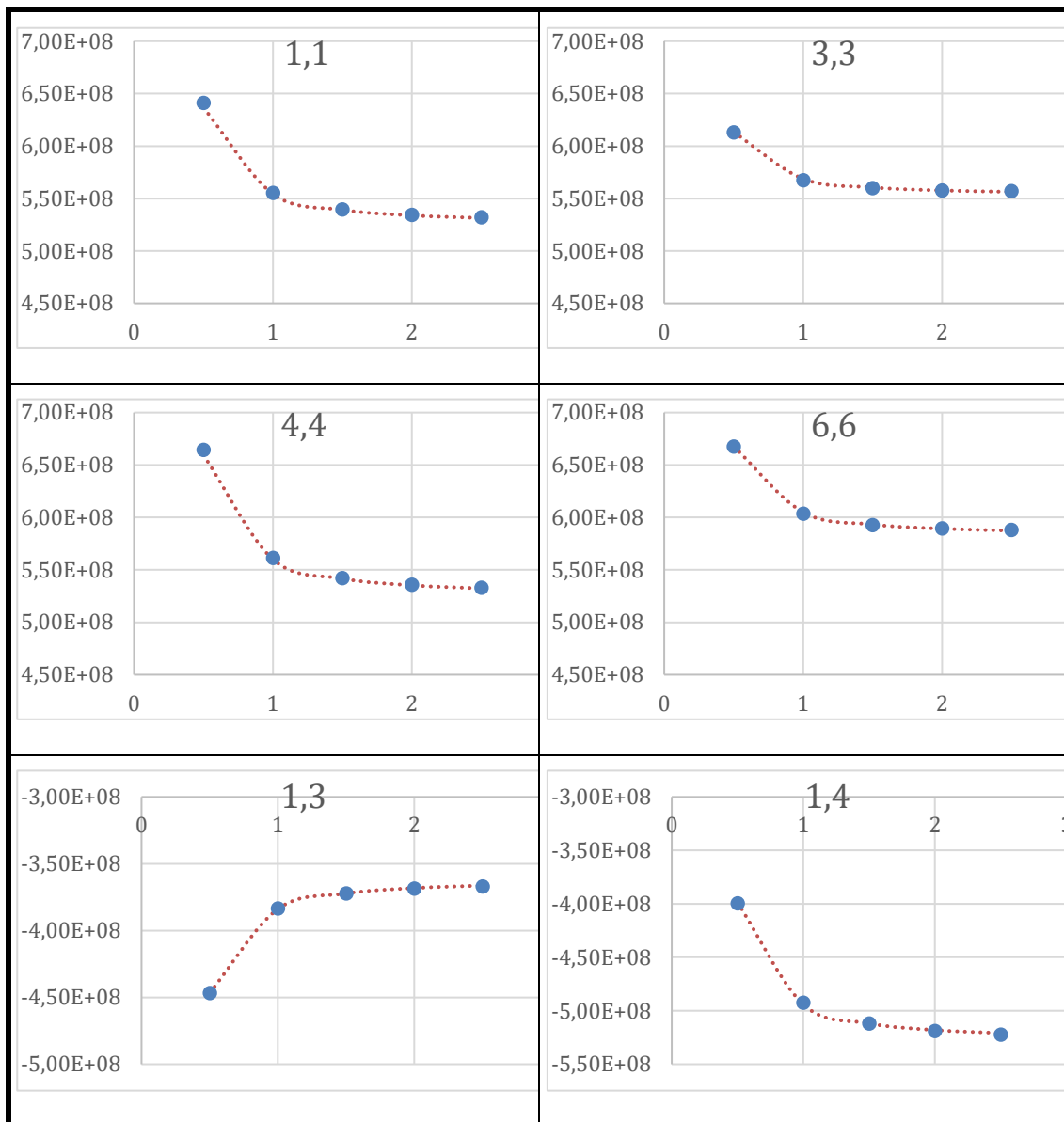
- [15] I. Heras. "Four-point contact slewing bearings for wind turbines: advances in structural modelling and friction torque calculation." Thesis, Dept. Ing. Mec., Univ. del País Vasco, Bilbao, 2018.
- [16] Heras I, Aguirrebeitia J, Abasolo M, Coria I. An engineering approach for the estimation of slewing bearing stiffness in wind turbine generators. Wind Energy. 2019;22:376–391. <https://doi.org/10.1002/we.2292>
- [17] Houpert L. (2001). An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity —Part I. Journal of Tribology, 123(3). <https://doi.org/10.1115/1.1308043>

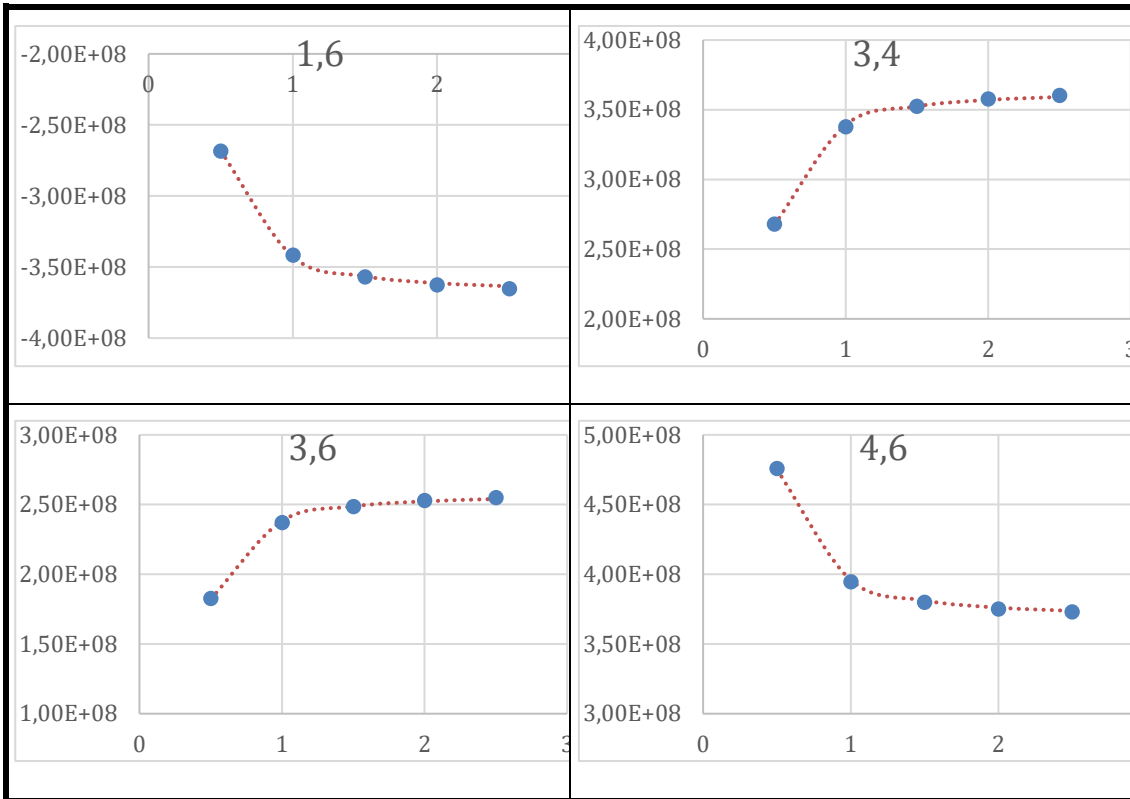
ANEXOS

ANEXO I: Gráficos matrices

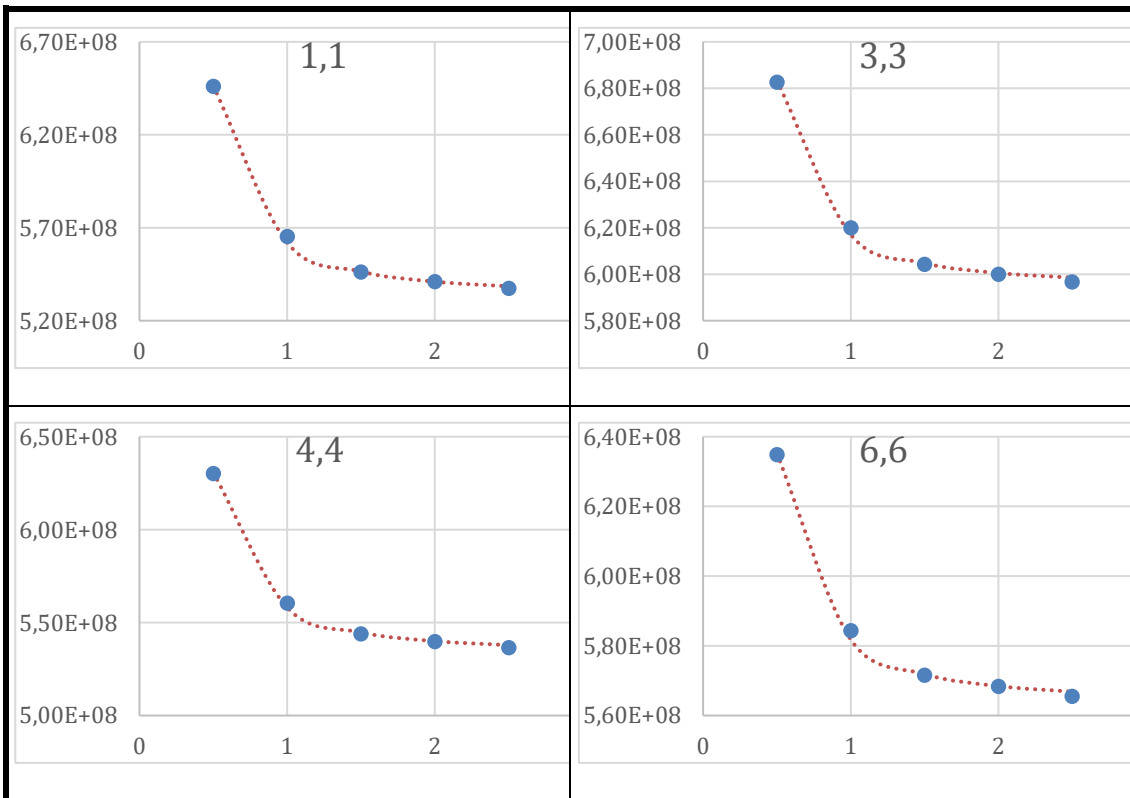
En el siguiente anexo se muestran los gráficos con los valores reales de la matriz de rigidez y la curva de la función que los aproxima de todos los casos. Se puede observar en ellos la gran precisión de la aproximación en prácticamente todos los puntos.

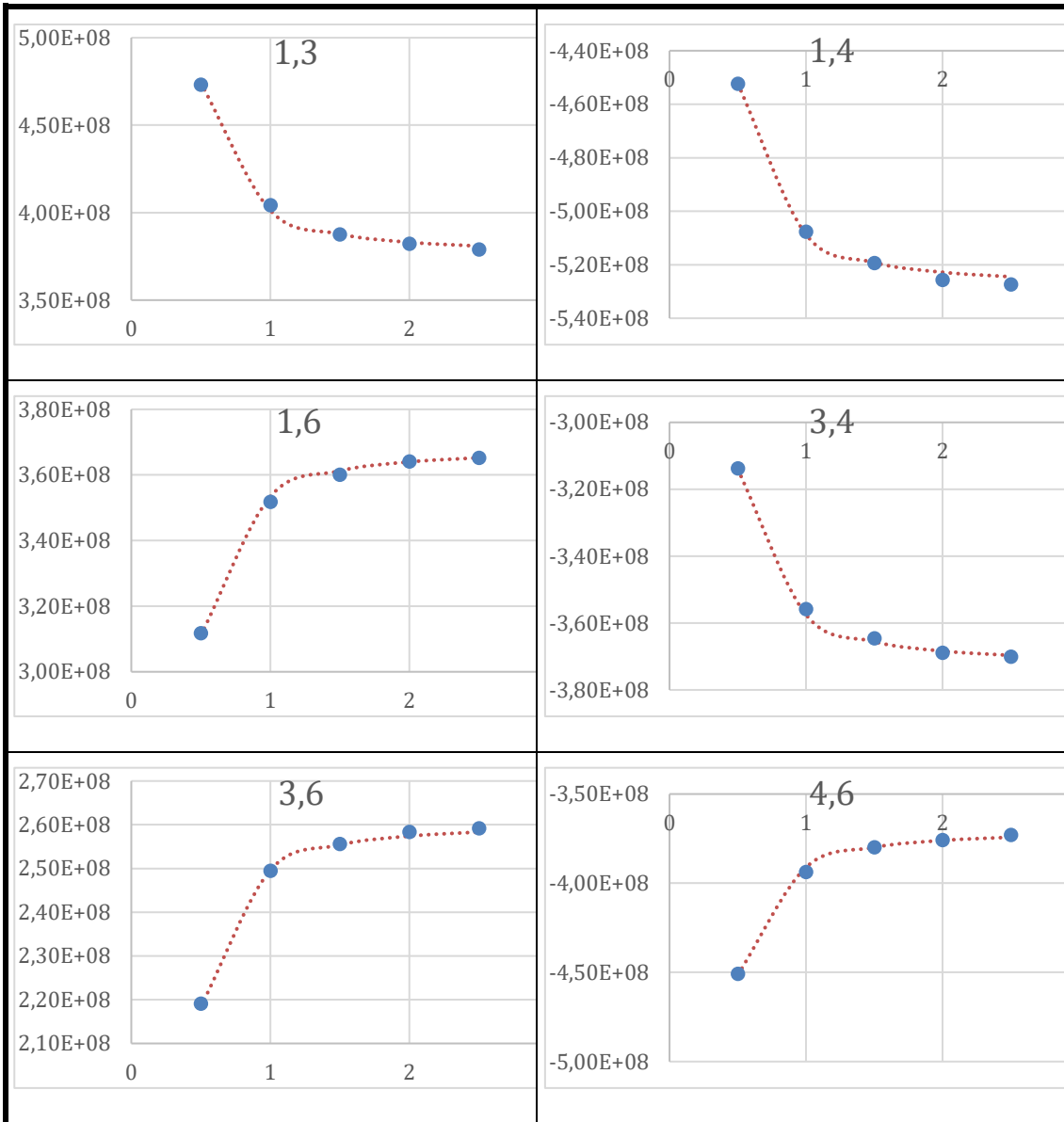
Anillo interior libre



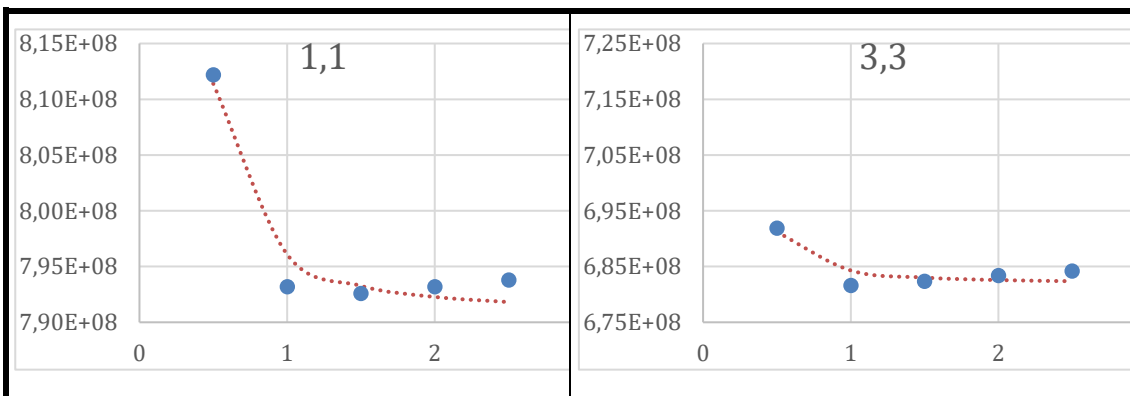


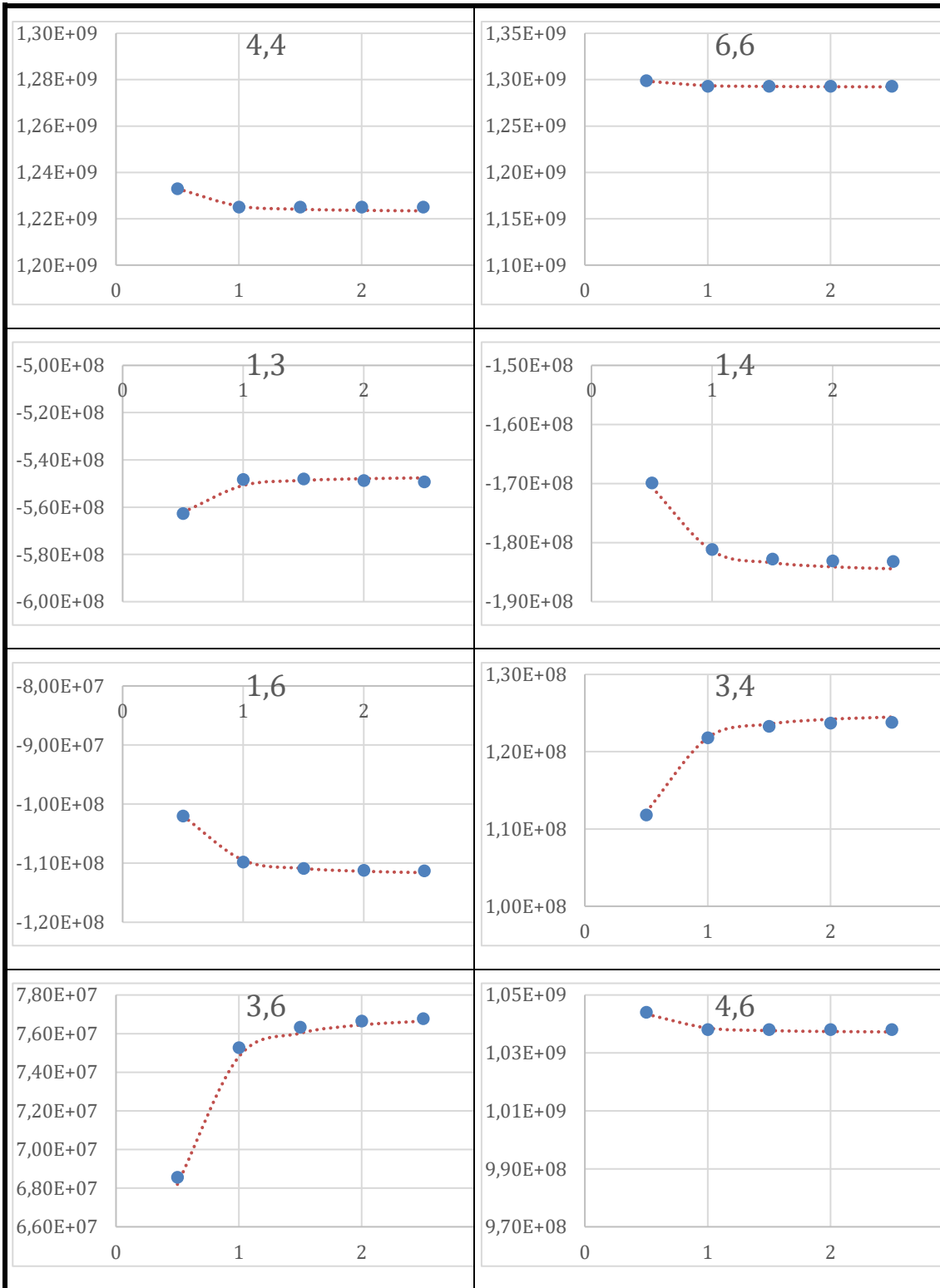
Anillo exterior libre



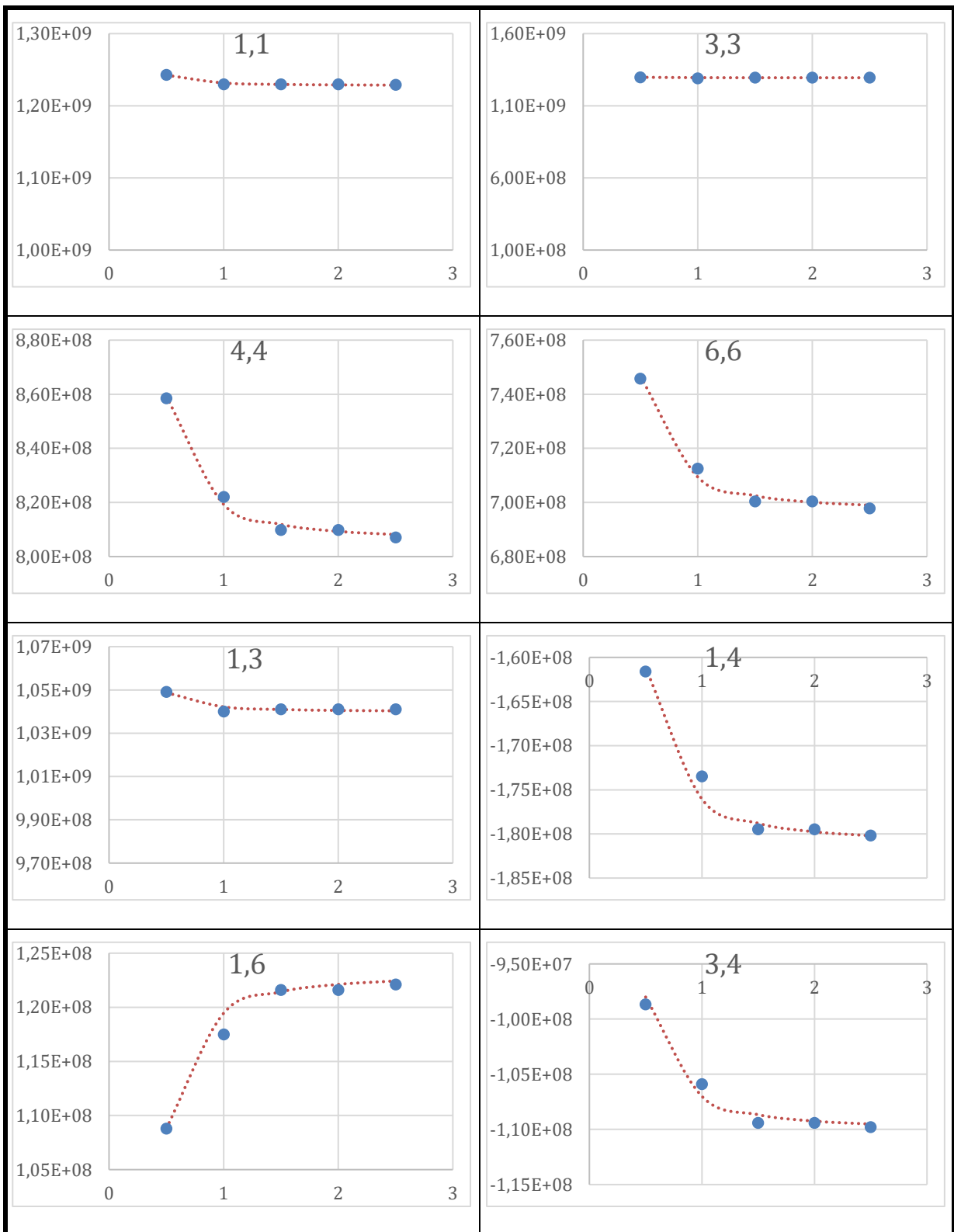


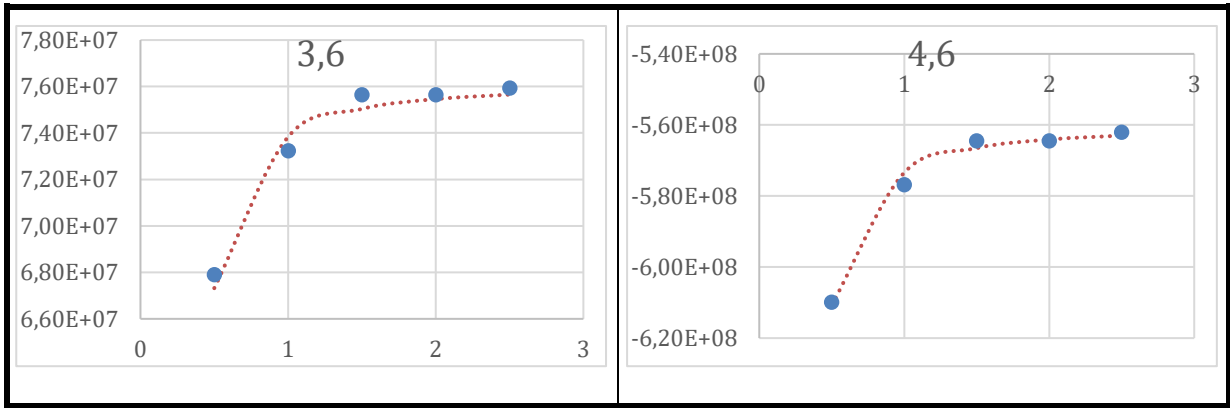
Anillo interior fijo





Anillo exterior fijo

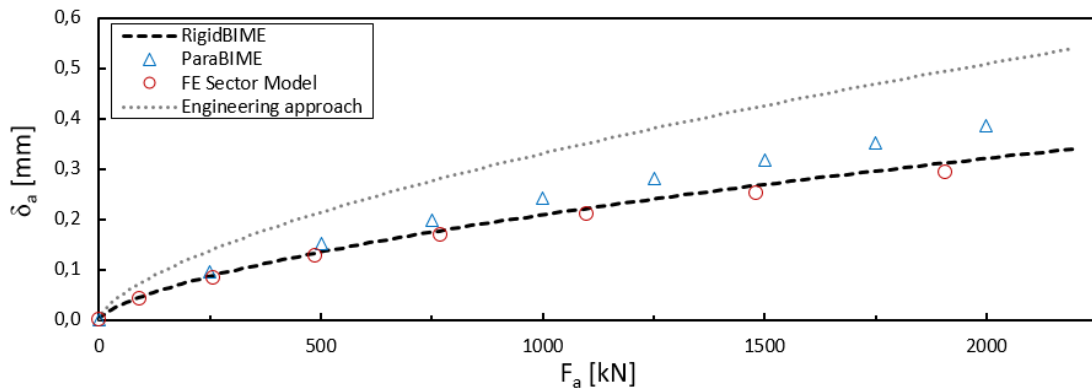




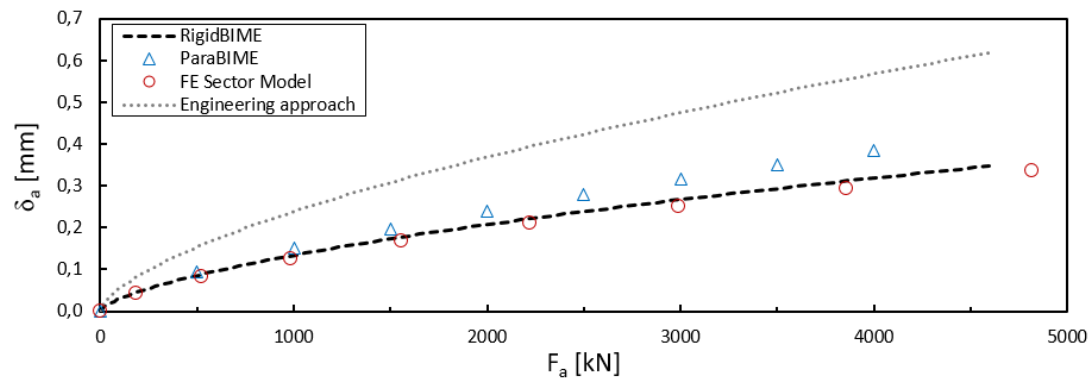
ANEXO II: Gráficos validación

A continuación, se muestran el resto de gráficos de la validación, pudiendo observarse que la tendencia es igualo en todos los casos.

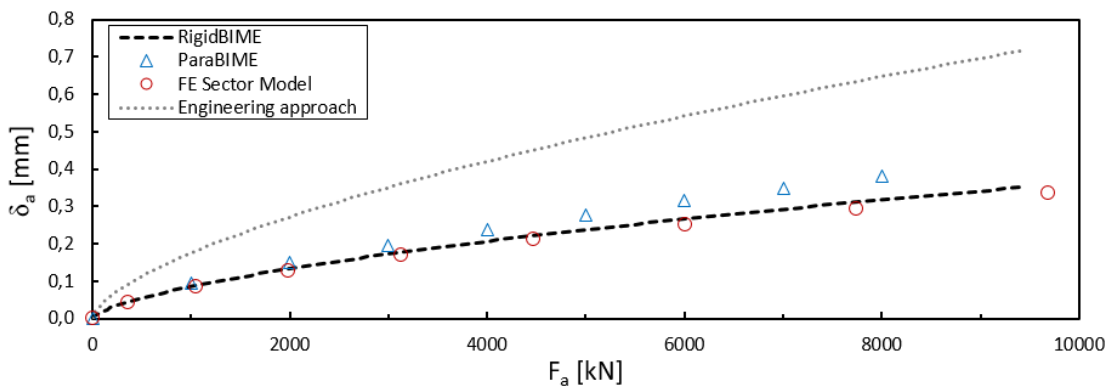
N = 44



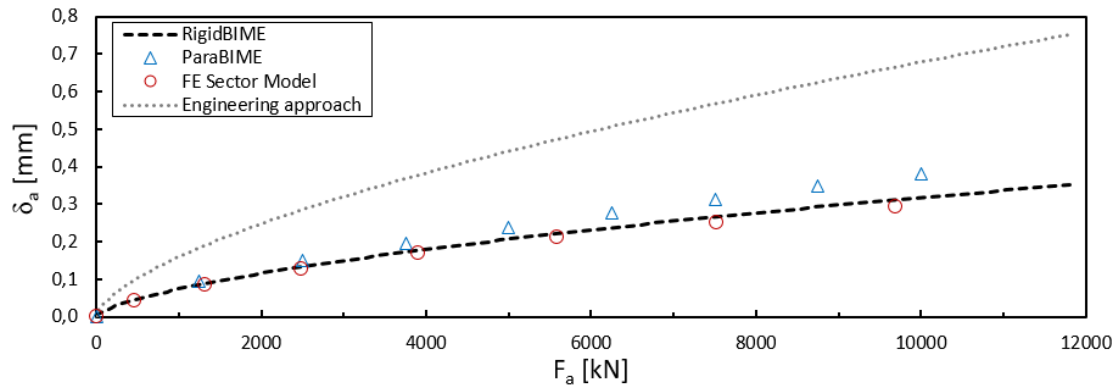
N = 89



N = 179



N = 224



ANEXO III: Tabla minimización

Ejemplo de una de las tablas utilizadas para la minimización, caso de anillo interior libre:

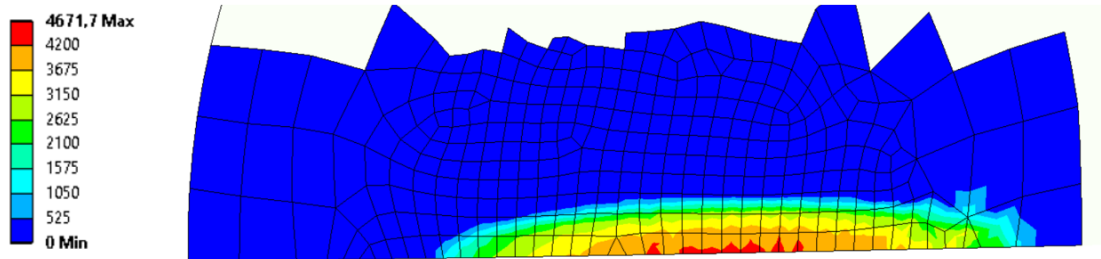
BESTEAK	VALORES REALES						VALORES APROXIMADOS					
	1,3	1,4	1,6	3,4	3,6	4,6	1,3	1,4	1,6	3,4	3,6	4,6
0,5	-4,47E+08	-4,00E+08	-2,68E+08	2,68E+08	1,83E+08	4,76E+08	-4,47E+08	-3,99E+08	-2,68E+08	2,68E+08	1,82E+08	4,76E+08
1	-3,84E+08	-4,93E+08	-3,42E+08	3,38E+08	2,37E+08	3,95E+08	-3,84E+08	-4,94E+08	-3,43E+08	3,39E+08	2,38E+08	3,95E+08
1,5	-3,72E+08	-5,12E+08	-3,57E+08	3,53E+08	2,49E+08	3,80E+08	-3,72E+08	-5,12E+08	-3,57E+08	3,53E+08	2,49E+08	3,80E+08
2	-3,69E+08	-5,19E+08	-3,63E+08	3,58E+08	2,53E+08	3,75E+08	-3,68E+08	-5,18E+08	-3,62E+08	3,57E+08	2,52E+08	3,75E+08
2,5	-3,67E+08	-5,22E+08	-3,65E+08	3,60E+08	2,55E+08	3,73E+08	-3,67E+08	-5,21E+08	-3,64E+08	3,59E+08	2,54E+08	3,72E+08
C1	-2,09E-01	3,18E-01	2,51E-01	-2,39E-01	-1,87E-01	2,69E-01	VALORES APROXIMADOS redondeados					
C2	-3,63E+00	-5,26E+00	-3,68E+00	3,63E+00	2,57E+00	3,68E+00	1,3	1,4	1,6	3,4	3,6	4,6
C1 aprox	-0,209	0,318	0,251	-0,239	-0,187	0,269	-4,47E+08	-3,99E+08	-2,68E+08	2,67E+08	1,82E+08	4,76E+08
C2 aprox	-3,63	-5,26	-3,68	3,63	2,57	3,68	-3,84E+08	-4,94E+08	-3,43E+08	3,39E+08	2,38E+08	3,95E+08
	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-3,72E+08	-5,12E+08	-3,57E+08	3,52E+08	2,49E+08	3,80E+08
							-3,68E+08	-5,18E+08	-3,62E+08	3,57E+08	2,52E+08	3,75E+08
							-3,66E+08	-5,21E+08	-3,64E+08	3,59E+08	2,54E+08	3,72E+08

ERROR CUADRATICO						
1,3	1,4	1,6	3,4	3,6	4,6	
18297568414	2,0758E+11	1,41274E+11	1,3364E+11	9,4641E+10	1,0472E+10	
3,24853E+11	3,59489E+12	2,49128E+12	2,4E+12	1,7398E+12	1,8992E+11	
77469895698	23631996160	38350312809	2,1971E+10	3,7765E+10	8,9048E+10	
31946007611	4,43656E+11	2,84152E+11	2,4712E+11	2,25E+11	1,6816E+10	
3,09779E+11	1,22219E+12	9,57329E+11	8,8862E+11	6,2966E+11	3,0199E+11	
7,62345E+11	5,49194E+12	3,91239E+12	3,6914E+12	2,7269E+12	6,0824E+11	
4,00E+10	4,90E+11	6,40E+11	2,50E+11	2,50E+11	4,00E+10	
1,60E+11	2,89E+12	1,69E+12	1,69E+12	1,44E+12	9,00E+10	
7,90E+09	1,11E+09	3,09E+09	1,49E+10	7,90E+09	2,42E+10	
1,41E+11	7,23E+11	6,01E+11	6,01E+11	3,31E+11	7,56E+10	
5,72E+11	1,66E+12	1,48E+12	1,50E+12	7,96E+11	4,84E+11	
9,20E+11	5,76E+12	4,41E+12	4,05E+12	2,82E+12	7,14E+11	

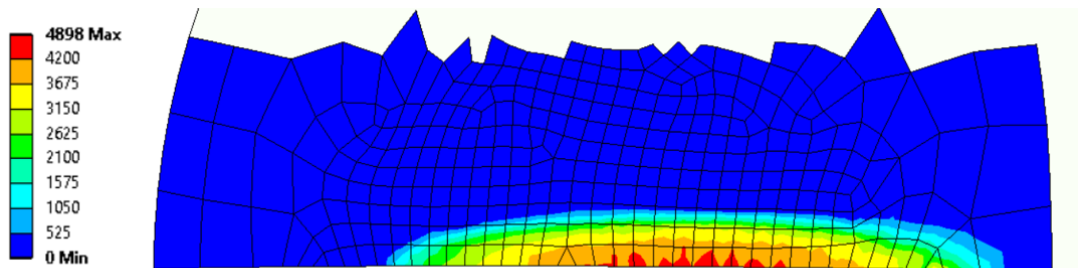
ANEXO IV: Distribución de presión

Distribución de presiones para los distintos rodamientos

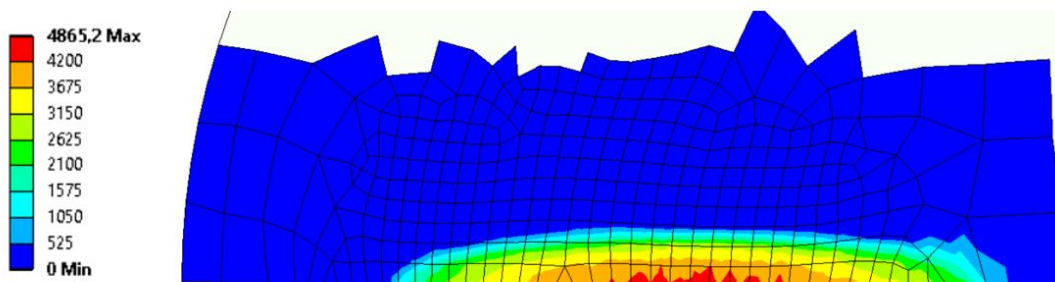
$D_{pw} = 500\text{mm}$



$D_{pw} = 1000\text{mm}$



$D_{pw} = 2000\text{mm}$



$D_{pw} = 2500\text{mm}$

