Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

ZIENTZIA ETA TEKNOLOGIA FAKULTATEA
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Gradu Amaierako Lana
Fisikako Gradua

Denbora fisikan

Egilea:
Lurdes Ondaro Mallea
Zuzendaria:
Jon Urrestilla

Leioa, 2019ko ekainaren 21a

Gaien Aurkibidea

Kapitulua 1

Sarrera

Denbora oso presente dago egunerokoan. Etengabe darabilgu egitekoak antolatzeko: noiz jaiki, noiz den autobusa, zein ordutatik zein ordutara egin lan, noiz jan, noiz oheratu. Erlojuaren menpe bizi garela esatea ez da gehiegikeria. Baina lehenago ere neurtzen zuten denbora, eguzkiaren zeruko ibilbidearekin hasi eta izarren mugimenduetaraino. Neurtu beharrik gabe ere, zahartu ahala geure gorputzetan nabari dugu denbora "badoala". Omnipresentzia hori agerikoa da hizkuntzan: oso zaila da denbora markarik gabeko esaldirik eraikitzea, are zailagoa denborataz aurresuposiziorik egin gabe hitz egitea eta pentsatzea.

Hala ere, gehienok bat etorriko gara denbora aldaketarekin lotura duen zerbait dela esatean. Denbora igaro dela dakigu zerbait aldatu delako, eta aldatu ahal izateko denbora behar izan duelako, gauzak denboran aldatzen baitira. Beste galdera batzuk sortzen ditu honek: aldaketarik ezean bada denborarik? zein da oinarrizkoagoa, aldaketa ala denbora? Diskretua edo jarraitua da?

Antzina hasi zen denbora zer den ulertzeko ahaleginetan antzeko galderak erantzun nahian gizakia. Mendebaldeko kulturaren jatorria den Antzinako Grezian ere leku oparoa du mitologiatik hasi eta filosofiaraino. Presokratikoen artean Parmenides eta Heraklito alderatu ohi dira. Lehenengoak aldaketa oro ukatu zuen eta ondorioz baita denbora ere; bigarrenak aldaketa beste ezer ez dagoela defendatu zuen, hala denborari leku zentrala emanez bere mundu-ulerkeran. Ondoren etorriko ziren aldaketaren, edo zehatzago, mugimenduaren ukoa zehatzago planteatu zuten Zenon-en paradoxak. Honela dio euretako batek: demagun gezi bat bota dugula A puntutik B puntura. Iraupenik gabeko denbora aldiune batean gezia A eta B puntuen artean egongo da nonbait. Aldiunea iraupenik gabekoa denez, aldiune horretan geldi dago gezia. Halako aldiune bakoitzean gezia geldi badago, eta denbora iraupenik ez duten aldiunez osatuta badago, mugimendua ezinezkoa da. Ideia berari tiraka dio Platon-ek bere haitzuloaren alegorian denbora haitzuloko izakiek ikusten duten "eternitatearen isla" edo geriza dela. Heraklitoren ikuspuntutik hurbilago dago Aristoteles-ena. Honek "ondorengoaren eta aurrekoaren araberako mugimenduaren zenbakia" deitu zion denborari, hots, mugimenduaren ezaugarri bat edo mugimendutik eratortzen den zerbait da bere ustetan, eta beraz, mugimendurik ez badago denborarik ere ez dago. Zuzenean denborari dagozkion lehenengo paradoxak ere formulatu zituen. Lehenengoa: denbora jada ez den iraganak, oraindik ez den etorkizunak eta iraupenik ez duen orainak osatzen badute, nola esan dezakegu existitzen den zerbait dela? Bigarrena: denbora iraupenik ez duten aldiuneek osatzen badute, nola da posible denbora tarteek iraupen ez nulua izatea? Azkenez, denbora infinitua eta jarraitua dela uste zuen Aristotelesek.

Antzinako Greziako filosofoen ostean San Agustín filosofoa da aipagarriena. Berari zor diogu seguruenik denboraren inguruko esaldirik ospetsuena izango dena: "Zer da denbora? Galdetzen ez badidate, badakit zer den. Galdetzen badidate, ez dakit erantzuten".

Filosofiatik fisikarako jauzia ez zen egun batetik bestera egin. Apurka-apurka zeruko zein lurreko gorputzen higidurak aztertu eta hizkuntza matematikoan idazten hasi ziren pentsalariak (Ptolomeo, Koperniko, Kepler, Merton College-eko kalkulatzaileak, Oresme...) [1]. Hala, Galileo-k XVII. mendean zinematikaren oinarriak ipini eta denbora neurketa zehatzak egin ahal izango ziren mugimendua baliatuz.

Harrez geroztik fisikak ikaragarri egin du aurrera. Lan honetan fisikako teoria nagusietan denborak zein izaera eta ezaugarri dituen ikusiko dugu, hala nola, mekanika newtondarrean, erlatibitate berezian, mekanika kuantikoan, erlatibitate orokorrean eta kosmologian. Ondoren, denboraren gezietako bat aztertuko dugu: gezi termodinamikoa. Halaber, ikusiko dugu teoria hau sarritan ez datozela bat denbora fisikoa zer den esateko orduan, ezaugarri bateraezinak esleitzen baitizkio bakoitzak; ezaugarri sarritan ez-intuitiboak, bidenabar esanda.

Amaitzeko, zuzenean denborarekin zerikusirik izan ez arren, lanaren abantailetako bat fisikako hainbat alor ukitu eta elkarrekin lotzen dituela da. Gradua amaitzear garen honetan, denboraren ikuspuntutik baino ez bada ere, teoria hauek elkarren ondoan aztertu eta fisikaren ikuspuntu orokorrago eta osoago bat lortzea interesgarria da.

Kapitulua 2

Mekanika Newtondarra

1687an argitaratu zuen Newtonek *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, *Principia* [3] izenez ezaguna. Mekanikaren tratatu honetan higidurari bere kausa gehitu zion eta grabitazio unibertsalaren legea plazaratu zuen. Hala, era dinamikoan berreskuratzen ziren Galileoren eta Keplerren ekuazioak. Higidura aztertzeko kalkulu infinitesimala sortu eta erabili zuen.

Gorago aipatu dugun bezala, denbora fisikoki zer den azaltzeko ezinbestekoa da lehenago higidura azaltzea. Azken finean, zerk bereizten du fisika filosofiatik, edo Galileo eta Newton aurreko pentsalarietatik? Teoria fisikoek errealitatea azaltzeko balio dute teoria fisiko horietako aurreikuspenak gero errealitatean betetzen badira. Eta espazioa behatzen den eran denbora zuzenean behatu ez arren, higiduraren bidez neur dezakegu denbora, eta hala, gure teoriako aurreikuspenak betetzen diren ikusi.

2.1 Higidura

Partikula baten higidura deskribatzea aldiune bakoitzean partikularen $\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k}$ posizio bektorea edo (t, x, y, z) laukotea ezagutzea da, erreferentzia sistema (ES) jakin batean. ES osatzeko triedro kartesiarra, erregela eta erlojua behar ditugu.

2.1.1 Erlojuak

Erlojua denbora neurtzen duen tresna da. Bi elementuz osatuta dago: higidura periodikoa duen sistema dinamikoa eta periodo hauek zenbatzen dituen tresna. Periodo bakoitza denbora unitate bat da. Esate baterako, lurrak behin eta berriro ematen dio buelta bere buruari eta buelta bakoitza emateko egun bat behar du. Era berean, behin eta berriro ematen dio buelta eguzkiari eta buelta bakoitza emateko urte bat behar du. Eguna eta urtea denbora higidura periodiko banaren periodoak dira eta denbora unitate posibleak. Denboraren neurketa ona izan dadin, ezinbestekoa da periodo guztiek iraupen berbera izatea. Hau da, higidura periodikoa izateaz gain erregularra izan behar da.

Periodoen erregulartasuna bermatzeko higidura eragiten duten indarrak (higiduraren kausak) berberak izan behar dira periodo bakoitzean. Esaterako, pendulu baten higidura sokaren tentsioaren eta lurraren erakarpen indarraren ondorioa da, baina indar txikia izanik arbuiatu arren, ilargiak, planetek eta urrunagoko masek ere indarra eragiten dute penduluaren gainean. Argi dago unibertsoaren konfigurazioa, eta beraz, higidura sortzen duten indar guzti hauek ez direla errepikatzen. Gauza bera gertatzen da Newtonen legeekin: esperimentalak diren neurrian hurbilketak baino ez dira. Ondorioz, periodoak ez dira guztiz erregularrak eta denbora unitateak hurbilketak dira beti [2].

2.1.2 Aristotelesen eta Zenonen paradoxen ebazpena

Higiduraren bidez neurtzen da denbora, baina posible al da higidura? Zenonen paradoxa ebazteko espazioaren eta denboraren jarraitutasuna suposatu eta limitearen ideia ezagutzea ezinbestekoa da. Hala, higidura posizioaren denborarekiko deribatuen bidez azal daiteke. Denbora dt tartetxotan banatzen da, $dt \to 0$ izanik. Zenonen paradoxaren ebazpena bat-batekoa da horrela: A puntutik B puntura doan geziaren $\vec{v}$ abiadura t aldiunean:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \lim_{dt\to 0} \frac{\vec{r}(t+dt) - \vec{r}(t)}{dt}. \tag{2.1}$$

Gezia t aldiunean (edo $[t, t+dt]$ tartean, $dt \to 0$) $\vec{v} \neq 0$ abiaduraz higitzen dela lortu dugu: higidura posiblea da. Era berean, Aristotelesen denboraren iraupen ez-nuluaren paradoxa integrazio sinple batek ebazten du:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = t_2 - t_1. \tag{2.2}$$

Ohartu bi paradoxak ebazteko ezinbestekoa izan dela deribatuaren kontzeptua, eta horretarako denbora dt luzerako aldiune nahi bezain txiki baina ez-nuludunetan banatzea.

2.2 Galileoren transformazioak

Partikularen higidura hainbat ES-tan deskriba daiteke. ES ezberdinetako neurketak erlazionatzeko garrantzitsua da bi kontzeptu argitzea:

- Galileoren erlatibitatearen printzipioa: mekanikaren legeak era berean idazten dira ES inertzial guztietan.
- Erreferentzia sistema inertziala: "ES inertzial bat abiadura konstantez eta ardatzak biratu gabe higitzen da beste edozein sistema inertzialekiko eta, alderantziz, sistema inertzial batekiko abiadura konstantez eta biratu gabe higitzen den edozein ES inertziala da" [4].

Nola erlazionatzen dira S eta S' sistema inertzialetako neurketak? S eta S' sistemen koordenatu jatorriak O eta O' izanik, eta $\vec{R} = \vec{OO'}$ bi jatorriak lotzen dituen bektorea, $t = t' = 0$ aldiunean erlojuak sinkronizatu badira, honakoak dira Galileoren transformazio ekuazioak:

$$\begin{cases} t = t', \\ \vec{r} = \vec{r'} + \vec{R} = \vec{r'} + \vec{V}t, \end{cases} \tag{2.3}$$

non $\vec{V} = d\vec{R}/dt = kte$ den. Ekuaziootan nabaria da denboraren eta espazioaren arteko asimetria: posizioek sistemen arteko abiadura erlatiboen eta denboraren menpekotasuna duten artean, denborak ez du inongo abiaduraren menpekotasunik eta berbera da ES guztietan.

Kontsidera ditzagun bi gertaera: $G_1 \sim (t_1, \vec{r}_1) \sim (t'_1, \vec{r'}_1)$ eta $G_2 \sim (t_2, \vec{r}_2) \sim (t'_2, \vec{r'}_2)$ eta Galileoren transformazioak. Erraz ikusten denez, denbora tarteak[1] beti dira absolutuak, besteak beste aldiberekotasuna absolutua da eta gertaera-ordena edozein ES-tan mantentzen da:

$$\Delta t = \Delta t', \tag{2.6}$$

[1]Espazio tarteak ez dira absolutuak kasu orokorrean:

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r'} + \Delta\vec{R} = \Delta\vec{r'} + \vec{V}\Delta t, \tag{2.4}$$

non $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ eta $\Delta\vec{r'} = \vec{r'}_2 - \vec{r'}_1$ diren. Haatik, luzerei dagokienez, badira: luzera bat neurtzeko aldibereko neurketa egin non $\Delta t = t_2 - t_1$ eta $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ diren.

2.2.1 Newtonen denbora absolutua

Higiduraren deskribapenean hain era naturalean ageri diren espazioa eta denbora *zer diren* azaltzeko beharrik ez zuen ikusten Newtonek, "guztiontzat ezagunak" direlako bere hitzetan. Hala ere, higidura ulertzeko ezinbestekoak izaki, gaizkiulertuak ekiditeko ezaugarritu egin zituen. Bere hitzetan [3]:

"Denbora absolutua[2], egiazkoa eta matematikoa, berez eta bere izateagatik gauza materialekiko axolagabe doa uniformeki, eta jende arruntak iraupena deitu ohi dio: denbora erlatiboa, itxurazkoa eta arrunta, higiduraren bidezko iraupenen baten neurketa da, eta jende arruntak egiazko denborarekin nahastu ohi du; hala nola ordua, eguna, hilabetea, urtea."

Azter dezagun, bada, zer den Newtonek honekin esan nahi zuena. Jende arruntak ez bezala, denbora absolutua eta erlatiboa (iraupena) desberdindu egiten ditu: denbora absolutua neurtzeko ahaleginetan denbora erlatiboa da neurtzen duguna. Denbora absolutua egiazkoa edo objektiboa denez, ez du behatzailerik behar: nahiz eta ez egon inor denbora behatzeko, existitzen da. Ildo berean, *bertan* dagoen ezerk ez eragiteak gauza materialekiko independentzia ematen dio denborari. Besteak beste, unibertsoaren sorrerari dagokionez bi aukera geratzen dira: espazioa eta denbora egon bazeuden, eta une jakin batean unibertsoa jaio zen; edo bestela, beti existitu izan da unibertsoa. Lehenengoaren alde lerratu zen Newton, eta unibertsoa sortu zen unea Jainkoak aukeratu zuela defendatu zuen. Gainera, azken ezaugarri honek aldaketarekiko edo higidurarekiko independentzia ere inplikatzen du: materiarekiko menpekotasunik ez badu, ez du inporta materia higitzen den edo ez den higitzen, denbora bada higidurarekiko inpendente.

Denbora absolutuaren ezaugarriak tentuz irakurtzen badira, erraza da ohartzea matematikoki denbora zuzen errealarekin parekatzen duela Newtonek. Beraz, denborak zuzen errealaren ezaugarriak hartzen ditu. Alde batetik, jarraitua da, hots, bi aldiune t_1 eta t_2 nahi bezain hurbil hartuta ere beti egongo da euren artean beste t_3 aldiune bat. Bestetik, multzo ordenatua da: bi aldiune t_1 eta t_2 edozein hartuta irizpide argi baten arabera sailkatzen dira, $t_1 < t_2$, $t_1 > t_2$ edo $t_1 = t_2$ dira halabeharrez. Amaitzeko, infinitua da: t_1 oso zenbaki handi (txiki) bat hartuta ere beti dago beste t_2 bat non $t_2 > t_1$ ($t_2 < t_1$).

Denboraren irudi hau eta irudi intuitiboa bat datoz. Bere egitura hiru zatitan banatzen da: iragana (zuzen errealean aldiuneko zenbakia baino txikiagoak diren guztiek osatzen duten multzoa), etorkizuna (zuzen errealean aldiuneko zenbakia baino handiagoak diren guztiek osatzen duten multzoa) eta orainaldia (zuzen errealean aldiuneari dagokion zenbakia).

2.2.2 Denbora absolutuari kritikak

Nahiz eta Newtonen mekanikak sekulako arrakasta izan, hainbat filosofok kritika gogorrak egin zizkien denbora eta espazio absolutuei. Labur-labur azalduko ditugu euretan garrantzitsuenak, hurrengo fisikariengan, besteak beste Einsteinengan, izan zuten eragin handiagatik [5] .

Leibniz

Newtonen espazio eta denbora absolutuei kontra egiten lehena Leibniz izan zen. Bere argumentazioa bi printzipio edo legetan oinarritu zuen [6]:

behar da. Esaterako, hagaxka baten luzera neurtu nahi bada, aldiune berean ezagutu behar dira mutur baten eta bestearen posizioak, bestela, tarte horretan hagaxka mugitu daiteke.

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r'} + \vec{V} \Delta t = \Delta \vec{r'} + 0 = \Delta \vec{r'}. \tag{2.5}$$

[2]"Espazio absolutua objektiboa, homogeneoa eta higiezina da, beti berbera eta gauza materialekiko inongo menpekotasunik gabea".

- Bereiztezinen identitatearen legea: bi objektu edo egoera ezin badira euren ezaugarriak aztertuz bereizi, bereiztezinak eta identikoak dira. Objektu edo egoera bat bakarra dira bi beharrean.
- Arrazoi nahikotasunaren printzipioa: Gauzak arrazoiren batengatik dira beti diren bezalakoak.

Newtonen denbora absolutua onartuz gero, denbora beti egon dela eta Jainkoak mundua une jakin batean sortzea erabaki duela onartzen da. Bost minutu lehenago sortzea erabaki izan balu, ez litzateke ezer aldatuko, ordea: mundu "berri" hori bestea den bezalakoa izango litzateke. Leibnizen bereiztezinen identitaren legearen arabera, bi mundu horiek ez dira bi mundu diferente bat eta bakarra baizik. Era berean, Jainkoak ez dauka arrazoi nahikorik mundua sortutakoa baino bost minutu lehenago sortzeko, bere erabakiak ez bailuke ezer aldatuko[3].

Hala, denbora *gertaeren ordena* hutsetik harago ezer ez dela defendatu zuen Leibnizek. Espazioaren kasuan argumentazio analogoa eginez, espazioa *aldibereko gertaeren ordena* baino ez dela baieztatu zuen.

Kant

Kantek ere idatzi zuen denboraren eta espazioaren inguruan. Bere hitzetan, *intuizioaren forma puruak* dira denbora eta espazioa. Hasteko, banaketa bat egiten du objektuaren (*noumenoa*ren) eta intuizioaren bidez hautemandakoaren (*fenomenoa*ren) artean. Objektuak hauteman ahal izateko posibilitate baldintza dira intuizioaren forma puruak edo espazioa eta denbora, hau da, objektuak hauteman eta denboran eta espazioan kokatzen, ordenatzen ditugu halabeharrez: hori da fenomenoa. Forma puruak izateak esperientzia baino lehen (a priori) gure gogoan daudela esan nahi du, eta beraz, ez direla esperientziatik eratortzen edo esperientziarekiko independenteak direla; baina badaude fenomenoan ere: fenomenoa edo intuizioaren edukia presentatzeko modua dira intuizioaren forma puruak. Espazioa intuizio sentsiblearen edo kanpo intuizioaren (zentzumenen bidez hautemandakoa) forma purua da, eta denbora kanpo intuizioaren zein barne intuizioaren forma purua.

Beraz, Kanten ikuskera ez dator Newtonen espazio eta denbora absolutuekin bat. Newtonen arabera espazioa eta denbora absolutuak eta objektiboak dira, behatzailearen edo subjektuaren independenteak: objektuan daude. Kantek dioenez, ordea, espazioa eta denbora subjektuarengan baino ez daude, ez dira objektuen ezaugarriak: ezin daiteke euretaz hitz egin subjektuaren ezagutzari, fenomenoei dagokienean ez bada.

Hume eta Mach

Humek, enpirismoaren ordezkari gorenak, ideia guztiak esperientziatik eratortzen zirela defendatzen zuen. Denborari dagokionean, zuzenean hauteman ezin arren objektuen aldaketa hautemangarririk gabe gure gogoan ezin dugula denboraren ideiarik sortu zioen.

Machek sutsuki kritikatu zuen Newtonek denbora absolutua eta erlatiboa bereizi izana, are gehiago zientziaren lanabesa gizakiok hauteman ezin dugun denbora absolutua dela esatea. Izan ere, "denbora absolutu hori ezin daiteke inongo mugimendurekiko neurtu, eta beraz, ez du erabilgarritasun praktiko ez zientifikorik" [5]. Bere hitzetan denboraren ideia sortzen dugu esperientzia bat baino gehiago ditugulako: esperientzia horien arteko alderaketaren bitartez heltzen gara denboraren eta mugimenduaren ideietara.

2.3 Denbora alderanzketa: $t \to -t$ simetria

Simetria zer den definitzea erraza izan ez arren, zerbait aldaketa batekiko simetrikoa dela esango dugu aldaketa egin aurretik eta aldaketa egin ondoren gauza berbera bada, hots, aldaezina bada [10]. Atal honetan mekanika newtondarra $t \to -t$ aldaketarekiko simetrikoa den aztertuko dugu. Simetrikoa izatekotan, mekanika newtondarrak berdin balio du denboraren norantza bateko edo besteko prozesuak azaltzeko.

[3]Newton eta Leibniz garaikideak ziren eta elkarren ikuspuntuak ezagutzen zituzten. Leibnizek Clarke, Newtonen idazkariarekin izan zuen korrespondentzia ezaguna da euren arteko eztabaidaren erakusgarri. Bertan, Newtonek Clarken bidez aurre egin zion Leibnizi eta espazio absolutuaren existentzia frogatzeko urez betetako baldearen esperimentu ospetsua proposatu zuen. Ikus [6].

2.3.1 Newtonen bigarren legea eta Maxwell-en legeak

Newtonen bigarren legeak fisika klasikoan[4] partikula baten gainean eragiten duten indarrak eta partikularen zinematika lotzen ditu. Ekuazio honetan $t \to -t$ aldaketa eginez gero zer gertatzen den aztertu behar dugu.

$$\vec{F}(\vec{r},t) = \frac{d\vec{p}(\vec{r},t)}{dt} \to \vec{F}(\vec{r},-t) = \frac{d\vec{p}(\vec{r},-t)}{d(-t)}, \tag{2.7}$$

non $\vec{p}$ partikularen momentu lineala eta $\vec{F}$ bere gainean eragiten duen indarra diren. Alde zinematikoari dagokionez, $\vec{p}(\vec{r},-t) = -\vec{p}(\vec{r},t)$, eta denborarekiko deribatua kontutan hartuta ekuazioaren eskumako aldea $t \to -t$ simetrikoa da. Hurrena mundu klasikoan esanguratsuak diren bi indar motak aztertu behar dira: grabitatorioa ($\vec{F}_g$) eta elektromagnetikoa ($\vec{F}_{em}$). Lehenengoaren kasuan nabaria da $t \to -t$ simetria betetzen dela. G grabitazio unibertsalaren konstantea eta M eta m hurrenez hurren masa grabitatorio aktiboa eta pasiboa eta $\vec{r} = r\hat{r}$ bi masak lotzen dituen bektorea dira:

$$\vec{F}_g = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}. \tag{2.8}$$

Indar elektromagnetikoa edo Lorentz-en indarra bi zatitan bana daiteke: zati elektrikoa eta zati magnetikoa.

$$\vec{F}_{em} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = \vec{F}_e + \vec{F}_m, \tag{2.9}$$

non q eta $\vec{u}$ partikularen karga eta abiadura eta $\vec{E}$ eta $\vec{B}$ eremu elektriko eta magnetikoa diren. Eremu elektrikoaren egitura eremu grabitazionalaren egituraren parekoa da, $\frac{1}{r^2}$-rekiko proportzionala, eta beraz, $t \to -t$ simetria betetzen du. Zati magnetikoari so eginda, $\vec{u} \to -\vec{u}$ dela argi ikusten da, baina zer gertatzen zaio eremu magnetikoari? Indar magnetikoa $t \to -t$ simetrikoa izan dadin, eremu magnetikoa antisimetrikoa izan behar da t-rekiko.

Eremu magnetikoa aztertzeko Maxwellen hutseko ekuazioak kontsideratuko ditugu. $\vec{J}$ korronte dentsitatea, μ_0 hutsaren iragazkortasun magnetikoa, ϵ_0 hutsaren permitibitate elektrikoa eta ρ karga dentsitatea dira.

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0, \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}). \end{cases} \tag{2.10}$$

Lehenengo ekuazioan (Gauss-en ekuazioa) berretsi egiten da eremu elektrikoa $t \to -t$ aldaketarekiko simetrikoa dela. Bigarren ekuazioak ez digu informaziorik ematen eremu magnetikoaren denborarekiko jokamoldeari buruz, baina bai hirugarren eta laugarren ekuazioek (Maxwell-Faraday eta Ampère ekuazioak hurrenez hurren): eremu elektrikoa $t \to -t$ simetrikoa denez, eremu magnetikoa antisimetrikoa izan behar da nahitaez. Beraz, indar magnetikoak ere $t \to -t$ simetria betetzen du.

Honek esan nahi du mekanika newtondarra $t \to -t$ simetrikoa dela, hau da, denboraren norantza bateko zein besteko prozesuak deskribatzeko berdin balio duela.

2.3.2 Marruskadura

Marruskadura ($\vec{F}_r \propto \vec{u}$) kontutan hartuta ez da jada halakorik gertatzen. Berriz ere $t \to -t$ aldaketa eginda,

$$\vec{F}_r \propto \vec{u} \to \vec{F'}_r \propto -\vec{u}. \tag{2.11}$$

Argi dago $\vec{F}_r \neq \vec{F'}_r$ dela. Kontutan hartu behar da, ordea, marruskadura kontutan hartzean termodinamika kontutan hartzen ari garela zeharka. Hala, marruskaduraren ondoriozko itzulezintasuna itzulezintasun termodinamikoa da.

[4] Ohartu azterketa honek berdin balio duela erlatibitate berezian, Newtonen eta Maxwellen legeak eta indarrak berberak baitira.

Amaitzeko, ohartu mekanika newtondarra determinista dela: aldiune bateko unibertsoaren konfigurazioa ezagutzen bada, hurrengo zein aurreko aldiune guztietako konfigurazioak ezagunak dira. Halako unibertso batean aldiunea etiketa bat baino ez da eta orainaldiko aldiuneak ez du inongo berezitasunik. Hau da, denboraren joana ilusio hutsa da. Bere garaian Laplace-ren unibertsoa deitu zitzaion munduaren ulerkera mekanizista muturrera eraman zuen unibertso mota honi. Gaur egun, *block universe* izendatzen da.

Kapitulua 3

Erlatibitate berezia

XIX. mendean elektromagnetismoak sekulako garapena izan zuen. Hasieran, Newtonek grabitazioaren lege unibertsalean egin zuen eran, karga eta korronteen arteko aldiuneko elkarrekintzaren bila ibili baziren ere, Faraday-k elkarrekintza honek hedatzeko denbora behar zuela ondorioztatu zuen bere esperimentuetan [5]. Faradayren ideia hauetan oinarrituta, Maxwell-ek eremu magnetiko eta elektrikoa definitu, eta azkenik elektromagnetismoaren ekuazioak (2.10) ondorioztatu zituen bere *A Treatise on Electricity and Magnetism* ospetsuan [7]. Ekuazio hauek fenomeno elektromagnetiko guztiak deskribatzeaz gain, argia uhin elektromagnetikoa zela aurresaten zuten.

Maxwellen ekuazioek argiari c abiadura esleitzen die. Galileoren transformazioen arabera, baina, argiak ezin du abiadura bera izan sistema guztietan. Gainera, garai hartan uhinak ingurune materialetan baino ez zirela hedatzen uste zen, eta beraz, abiadura hori ingurune jakin batekikoa izan behar zela. Hasiera batean abiadura hori eterraren sistema pribilegiatuari esleitu zitzaion. Elektromagnetismoaren legeak ES horretan idatzita zeudela uste zenez, Lurraren eterrarekiko abiadura neurtzea ezinbestekoa bilakatu zen, soilik hala deskribatu ahal izango baitziren Lurreko fenomeno elektromagnetikoak zuzen. 1887an, Michelson-ek eta Morley-k abidadura hori neurtzea zuten helburu argiaren abiadura Lurrean, urtaro ezberdinetan bere c baliotik zenbat urruntzen zen neurtuta [8]. Baina, urtaro guztietan abiadura berbera zela izan zen euren ondorioa.

Gainera, Einsteinek erlatibitate berezia plazaratu zuen artikuluan [9] zioen eran, garai hartako fisika asimetrikoa zen. Alde batetik, Newtonen *Principia*tik abiatuta garatu zen mekanikaren legeak berberak ziren ES inertzial guztietan (Galiloren erlatibitatearen printzipioa). Beste alde batetik, elektromagnetismoak ez zuen ezaugarri hori betetzen. Einsteinek artikulu hasieran zioen moduan, asimetria honen ondorioak nabariak dira elkarren arteko higidura erlatiboa duten iman eta eroale baten arteko elkarrekintzan: ES non ipintzen den, hau da, higitzen ari dena imana edo eroalea izan, ondorio fisiko berbera baina azalpen teoriko ezberdina (aplikatu beharreko lege ezberdinak) ematen zaizkio fenomenoari. Eroalea bada higitzen ari dena, eroaleko elektroiei indar elektroeragileak eragingo die. Alderantziz, imana higitzen bada, eremu magnetiko aldakor batek eremu elektrikoa induzitzen du (Faradayren legearen arabera).

Hala, legeek ES aldatzean azalpen ezberdina baina ondorio berbera aurresaten zutela ikusita; eta horrez gain Michelson eta Morleyren esperimentuak bultzatuta, erlatibitate berezia plazaratu zuen Einsteinek. Espazioa eta denboraren ulerkera guztiz aldarazi zuen teoria hau garatzeko bi postulatu baino ez zituen onartu:

- Erlatibitatearen printzipioa: fisikaren legeak berdin idazten dira ES inertzial guztietan.
- Argiaren abiadura hutsean c da ES inertzial guztietan.

3.1 Aldiberekotasuna eta denboraren definizioa

Denboraren definizioa emateko, Newton ez bezala, fisikara murrizten da Einstein: denboraren aldagaiak fisikan zein eratan parte hartzen duen ikusi eta bere balioa emateko behar duguna zehaztuz, denboraren definizio operazionala ematen du. Hala, fisikan denborataz ari garenean, aldibereko gertaerez ari garela azaltzen du: "trena 7retan iritsi da" diogunean, trena iristea eta erlojuak 7rak markatzea aldibereko gertaerak izan direla esan nahi dugu. Hots, gertaera bati dagokion unea gertaeratik datorren argi seinalea erlojura heltzean erlojuak markatzen duen unea da [9].

Denboraren definizio hau egokia da erlojua gertaera izan den lekuan baldin badago. Haatik, erloju berberarekin beste puntu batzuetan izan diren gertaeren unea finkatu nahi bada, definizio hau ez da nahikoa. Izan ere, argiaren abiadura finitua izanik, gertaera izan den unetik erlojuak gertaeratik datorren argi seinalea ikusi arte denbora tarte jakin bat pasatu da. Beraz, ES-ren jatorrian dagoen erlojuak $\vec{r_0}$ puntuko gertaerari dagokion unea finkatu nahi badu, neurtu duenari argi-seinaleak beraganaino heltzeko behar izan duen denbora-tartea kendu behar dio. Era honetan sinkronizatzen dira ES jakin bateko puntu ezberdinetan kokatuta dauden erlojuak, hau da, era honetan esleitzen da gertaera bakoitzaren unea, edo, beste era batean esanda, ES jakin bateko t denbora.

3.2 Lorentzen transformazioak

Nola erlazionatzen dira, ordea, elkarrekiko abiadura konstantez higitzen diren S eta S' sistema inertzialetan egindako $G \sim (t,x,y,z) \sim (t',x',y',z')$ neurketak?

S sistema, $OXYZ$ triedroak eta jatorrian kokatutako erlojuak osatzen dute; S' sistema, berriz, $O'X'Y'Z'$ triedroak eta jatorrian kokatutako erlojuak. $t = t' = 0$ unean bi triedroak elkarren gainean egonik, S' $u\hat{\imath}$ abiadura erlatiboz higitzen da Sren X ardatzean zehar, OYZ eta $O'Y'Z'$ planoak elkarrekiko paralelo mantenduz. Erlatibitatearen printzipioa eta argiaren abiadura ES inertzial guztietan konstantea dela kontuan hartuta, hauek dira Galileoren transformazioen parekoak diren Lorentzen transformazio ekuazioak [4]:

$$\begin{cases} ct = \gamma\,(ct' + \beta x')\,, \\ x = \gamma\,(x' + \beta ct')\,, \\ y = y', \\ z = z'. \end{cases} \tag{3.1}$$

non $\beta = u/c$ eta $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ diren. $\beta \to 0$ limitean, hots, gure egunerokotasuneko abiaduretan, $\gamma = 1$ eta $t = t'$ berreskuratzen dugu, Galileoren transformazioa (2.3)[1]. Bestetik, $u = c$ denean $\gamma = \infty$ lortzen da. Horrez gain, Y eta Z ardatzetan higidura erlatiborik ez dagoenez ez ditugu kontsideratuko.

Galileoren transformazio ekuazioetan ez bezala, denborak ere ES-en arteko abiaduraren menpekotasuna du. Nolabait esatearren, ES aldatzean "denbora espazio bihurtzen da" eta "espazioa denbora bihurtzen da", guztiz era simetrikoan. Elkarrekin lotuta dauden dimentsioak dira, beraz, espazioa eta denbora; eta ez dute elkarrekiko independentziarik. Espazioa eta denbora bakoitza bere aldetik aztertu beharrean, espazio-denbora da aztertu beharrekoa.

Bi gertaera $G_1 \sim (t_1, x_1) \sim (t'_1, x'_1)$ eta $G_2 \sim (t_2, x_2) \sim (t'_2, x'_2)$ kontsideratzen badira, era berean idazten dira espazio eta denbora tarteei dagozkien transformazio ekuazioak.

$$\begin{cases} c\Delta t = \gamma\,(c\Delta t' + \beta \Delta x')\,, \\ \Delta x = \gamma\,(\Delta x' + \beta c \Delta t')\,. \end{cases} \tag{3.2}$$

Ekuazio hauek hainbat ondorio ez tribial dituzte denborari dagokionean, eta merezi du banan-banan aztertzea.

[1] Bigarren ekuazioan ere Galileoren transformazioa lortzen da: $x = \gamma(x' + \beta ct') = \gamma(x' + \frac{v}{c}ct') \to (x' + ut')$.

3.2.1 Denboraren zabalkuntza

Hasierako sistemarekin jarraituz beti, izan bitez G_1 eta G_2 S' sisteman puntu berean izan diren bi gertaera. S erreferentzia sisteman, zein da neurtuko dugun denbora tartea? (3.2) ekuazioetatik:

$$c\Delta t = \gamma(c\Delta t' + \beta\Delta x') = \gamma(c\Delta t' + 0) = \gamma c\Delta t'. \tag{3.3}$$

$\gamma \geq 1$ denez,

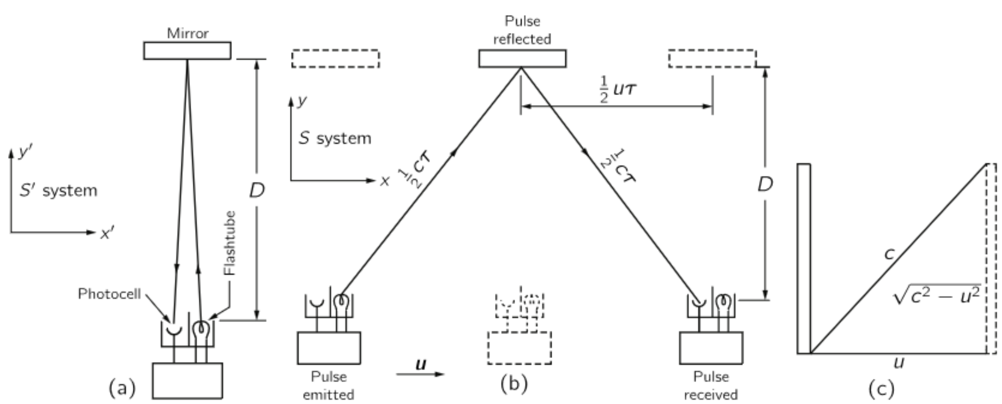
$$\Delta t = \gamma\Delta t' \geq \Delta t'. \tag{3.4}$$

S sisteman denbora tarte luzeagoak neurtuko dira S' sisteman baino. *Denboraren zabalkuntza*[2] hau prespektibaren ondorio bat baino ez da: S sisteman S' sistemako denbora tarteak zabaldu egiten direla ikusiko da, eta S' sisteman S sistemakoak zabaltzen direla. Izan ere, erlatibitatearen printzipioaren arabera bi sistemetan lege fisikoak berberak direnez, bi sistemak dira guztiz baliokideak (ez dago ES pribilegiaturik). Ondorioz, ezin da esan zein den "benetan higitzen" ari den ES eta zein den "benetan geldi" dagoena: inporta duen bakarra euren arteko higidura erlatiboa da.

3.2.2 Argi erlojua

Denboraren zabalkuntza azaltzeko erloju mota berezi bat erabiliko dugu: argi erlojua. Argi erlojua elkarrekiko D distantziara dauden L luzerako bi ispilu paralelok osatzen dute. Argi pultsu bat igortzen da, esaterako, beheko ispilutik goiko ispilura. Goiko ispilura heltzean islatu eta behekora joko du; behekora heltzean berriro gora... Bi ispiluen arteko distantzia D eta argiaren abiadura c dira, beraz, isladen arteko denbora tarteak konstanteak izango dira. Ispiluei isladak kontatzeko detektore bat gehitzen bazaie, argi erlojua dugu. (3.1a) irudian ageri den bezala, detektorea ispilu batean ipinita, denbora unitatea argi pultsuak joan-etorrian behar duen denbora izango da.

Demagun halako bi erloju ditugula, bata S sisteman eta bestea S' sisteman. Bi erlojuak sinkronizatzeko, $t_0 = t'_0$ unean igorri dugu lehenengo argi pultsua beheko ispilutik bi kasuetan. Ze denbora tarte dago ispilu bereko bi isladaren artean sistema bakoitzean? S' sistema S' sistematik ikusita geldi dago. Beraz, isladen



Irudia 3.1: *Argi erlojuko argi-pultsu baten joan-etorria irudikatu da behatzaile ezberdinetarako. (a)-n, S' sistema argi erlojuarekin batera higitzen da. (b)-n, argi erlojua S sistemarekiko $u\hat{\imath}$ abiaduraz higitzen ari da. (c)-n S sistemak ikusita ispiluen artean argi pultsuak egin duen bidea irudikatu da.* ([10] erreferentziatik hartutako irudia).

[2] Pareko efektua da, espazioaren kasuan, *Lorentzen uzkurdura.* Kasu honetan, geldi dagoen ESaren ikuspuntutik luzerak higitzen ari den ESan direnak baino laburragoak dira:

$$\Delta l = \frac{\Delta l'}{\gamma} \leq \Delta l'. \tag{3.5}$$

arteko denbora tartea $2D$ distantzia c abiaduran egiteko behar dena da zuzenean:

$$\Delta t' = \frac{2D}{c}. \tag{3.6}$$

S sistematik ikusita, S' sistema higitzen ari da ((3.1b) irudia). X ardatzean denez higidura erlatiboa, Y ardatzeko distantziak ez dira aldatzen: bi ispiluen artean D distantzia dago. Argi pultsua beheko ispilutik igorri eta goikoan islatu arte, ordea, ispilua bera higitu egin da, eta beraz, argi pultsuak D distantzia baino handiagoa egin behar du ispiluan islatzeko. Pitagorasen teorema aplikatuz ((3.1c) irudia):

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2 + D^2. \tag{3.7}$$

Δt askatzen bada, denboraren zabalkuntzan lortutako adierazpena lortzen da:

$$\Delta t = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \gamma \Delta t'. \tag{3.8}$$

S' sistemaren S sistemarekiko abiadura zenbat eta handiagoa izan, S sistematik ikusita handiagoa da argi izpiak egin behar duen distantzia ispilura heltzeko. S' sistemaren abiadura argiarenera hurbiltzen denean, $\gamma \to \infty$ eta $\Delta t \to \infty$: distantzia infinitua egin behar du argiak ispilura heltzeko. Gauza bera ikus daiteke ispiluen higiduraren eta argiaren higiduraren norabideen arteko angelua kalkulatzen bada:

$$\theta = \arctan\left(\frac{2D}{u\Delta t}\right) = \arctan\left(\frac{\sqrt{c^2 - u^2}}{u}\right) \to 0. \tag{3.9}$$

S' sistemaren abiadura argiarenera hurbiltzean, ispiluen higidura eta argiarena paraleloak dira, eta zuzen paraleloak ebakitzen ez diren eran, higidurek ez dute inoiz bat egingo: argi pultsua ez da islatuko, eta denborak ez du aurrera egingo.

3.2.3 Espazio-denborako tarte absolutua eta kausalitatea

Aurreko atalean ikusi dugu denbora tarteak ez direla absolutuak erlatibitate berezian. Zentzu berean, Lorentzen transformazio ekuazioak (3.2) hartuta argi ikusten da aldiberekotasuna ere ez dela unibertsala:

$$c\Delta t = \gamma \left(c\Delta t' + \beta \Delta x'\right) = \gamma \beta \Delta x'. \tag{3.10}$$

S' sisteman bi gertaera aldiberekoak badira S sisteman ez dira inoiz aldiberekoak izango. Honek arazo larriak dakartza denboraren *orainaldia* definitzerako orduan. Orainaldia (edo beste edozein $t = kte$ "une") aldiberekoak diren gertaerek osatzen badute, baina aldiberekotasuna ES-ren menpekoa bada, orainaldia ere ES-ren menpekoa da! Hau da, espazio-denbora hiru dimentsioko gainazal espazialak eta denborak osatzen dute, baina ES bakoitzean gainazal espaziala eta denbora gauza ezberdinak dira (ez dago gainazalak aukeratzeko modu bakar bat).

Egoera honetan zilegia da ea espazio-denborako tarteekin zer gertatzen den galdetzea. Lorentzen ekuazioak erabiliz, erraz frogatzen da Δs^2 espazio-denborako tarteak absolutuak direla:

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = -c^2 \Delta t'^2 + \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2. \tag{3.11}$$

Espazio-denborako tarte absolutuaren zeinuaren arabera, (3.1) irudiko Minkowskiren diagraman adierazi diren hiru kasu bereizten dira:

- $\Delta s^2 < 0$, denbora motako tartea: $c^2 \Delta t^2 > \Delta \vec{r}^2$ betetzen denean. Minkowskiren diagraman etorkizuneko eta iraganeko argi kono barruko gertaerak konoaren jatorriko gertaerarekin lotzen dituzten tarteak dira.
- $\Delta s^2 > 0$, espazio motako tartea: $c^2 \Delta t^2 < \Delta \vec{r}^2$ betetzen denean. Minkowskiren diagraman argi konoetatik kanpora dauden gertaeren eta konoaren jatorria osatzen duen gertaeraren arteko tarteak dira.

- $\Delta s^2 = 0$, argi-motako tartea: $c^2\Delta t^2 = \Delta \vec{r}^2$ betetzen denean. Minkowskiren diagraman etorkizuneko eta iraganeko argi konoetako gertaerak konoaren jatorriko gertaerarekin lotzen dituzten tarteak dira.

Denbora tarteak nola transformatzen diren ikusiko dugu kasu bakoitzean. Berriz ere higidura X ardatzean hartu eta hurrengo definizioa egiten bada:

$$v_t = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{3.12}$$

Denbora tarteei dagokien ekuazioa (3.2) v_t-ren funtzioan berridatziz:

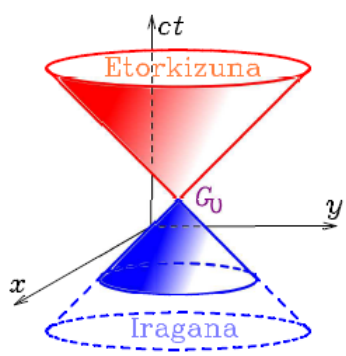
$$c\Delta t' = \gamma\left(c\Delta t - \beta\Delta x\right) = \gamma\Delta t\left(c - \beta v_t\right). \tag{3.13}$$

Kausalitatea fisikan berebiziko garrantzia duen printzipioa da. Kausak ondorioak baino lehenago gertatu behar direla esan nahi du. Hau da, G_1 gertaera G_2 gertaeraren kausa izan bada, sistema guztietan G_1 G_2 baino lehenago gertatu behar izan da. Erlatibitate berezian, G_1 eta G_2 gertaeren arteko tartea sistemaren araberakoa izan arren, zeinua mantendu egin behar dela esan nahi du.

- Denbora eta argi motako tarteetan, $c^2\Delta t^2 \geq \Delta x^2$ eta beraz, $v_t \leq c$. Sistemen arteko $u < c$ denez, (3.13) ekuazioko parentesi arteko gaia positiboa da beti eta $\Delta t'$ eta Δt-ren zeinua berbera da.

- Espazio motako tarteetan, $c^2\Delta t^2 < \Delta x^2$ eta beraz, $v_t > c$. Sistemen arteko $u < c$ denez, (3.13) ekuazioko parentesi arteko gaia positiboa, nulua edo negatiboa izan daiteke. Negatiboa den kasuan, $\Delta t'$ eta Δt-ren zeinuak kontrakoak dira: gertaera ordena aldatu egin da.

Kausalitatearen printzipioa mantendu nahi bada, G_2 gertaeraren kausa posible guztiak bere iraganeko argi konoan daudela suposatu behar da, hau da, G_2-ren eta bere kausa izan daitekeen edozein G_1-en arteko tartea denbora edo argi motakoa izan behar dela. Gauza bera gertatzen da G_2-ren ondorio izan daitezkeen G_3 guztiekin: bere etorkizuneko kono barruan egon behar dira, euren arteko tartea denbora edo argi motakoa izanik. Beraz, ES bakoitzean gertaera baten iragana iraganeko konoarekin eta etorkizuna etorkizuneko konoarekin lot ditzakegu nolabait.



Irudia 3.2: *G_0 gertaeraren etorkizuneko eta iraganeko argi-konoak Minkowskiren diagraman.* ([4] erreferentziatik hartutako irudia).

Seinaleak c baino abiadura handiagoz ezin direla hedatu esatearen baliokidea da hau. Izan ere, G_1 gertaera G_2-ren kausa izateko G_1-etik G_2-ra informazioa hedatu behar izan da, G_1-ek G_2-n eragiteko kantitate fisikoren bat hedatu behar izan da batetik bestera. Informazio edo kantitate hori c baino abiadura handiagoz ezin dela hedatu esatean, G_2-rekin kausalki lotuta egon daitezkeen gertaera guztiak argi konoen barruan egon behar direla esaten gabiltza: G_2-ren argi konotik kanpoko G_1 gertaeratik bidalitako seinalea G_2-ra heltzeko c baino abiadura handiagoz hedatu beharko litzateke. Seinaleen hedapen abiaduran muga hori ipintzean espazio motako tarteak osatzen dituzten gertaerek elkarri ezin diotela eragin esaten dugu, eta hala, gertaeren ordena aldaketa saihestu kausalki lotuta dauden gertaeren artean.

3.3 Denbora propioa

Denbora propioa aldiune bakoitzean partikula geldi dagoen sisteman neurtutako denbora da. Baliteke partikula azeleratuta egotea, baina behar bezain tarte laburrak hartuz gero, beti defini daiteke partikula pausagunean dagoen aldiuneko sistema inertziala. Tarte diferentzialak tarte finituak bezala transformatzen direnez, (3.11) ekuazioa honela berridazten da:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + d\vec{r}^2. \tag{3.14}$$

Partikularen pausaguneko aldiuneko erreferentzia sisteman, partikula jatorrian ($\vec{r^*} = 0$, $dt^* = d\tau$) eta geldi dago. Goiko ekuazioan denbora propioa isolatuz:

$$d\tau = \frac{\sqrt{-ds^2}}{c}. \tag{3.15}$$

Unibertso-lerro jakin batean espazio-denborako tartea absolutua denez, denbora propioa ere absolutua da. Partikula bakoitzak erloju bat dauka, eta horren arabera sentitzen du denboraren joana.

Espazio-denborako tartearen zeinuaren araberako azterketa egin daiteke:

- Denbora motako tarteetan ($ds^2 < 0$) denbora propioa ondo definituta dago.
- Espazio motako tarteetan ($ds^2 > 0$) denbora propioa irudikaria da, eta horrek ez du zentzurik. Masadun partikulak ezin daitezke argia baino arinago joan: hurrengo aldiuneko posizioa beti dago aurreko aldiuneko etorkizuneko konoaren barruan.
- Argi motako tarteetan ($ds = 0$) denbora propioa nulua da eta partikulek ez dute denboraren joanik sentitzen. Hala, denbora izoztuta dago eta ezin dute eboluzionatu, ezin dute ezaugarririk aldatu.

Laburbilduz, masa duten partikulen ibilbidea denbora-motakoa da eta masarik ez duten partikulek ez dute denboraren joanik sentitzen. Esan liteke, beraz, masa dela partikulei denboraren sentsazioa ematen diena: masarik gabe ez legoke denborarik.

Kapitulua 4

Mekanika kuantikoa

Mekanika kuantikoaren hastapenetatik denborak leku berezia izan du teorian. Heisenberg-ek ziurgabetasun printzipioa plazaratu zuen artikuluan [11] espazio eta momentu linealaren arteko ziurgabetasun erlazioaren pare ipini bazuen ere denbora eta energiaren ziurgabetasun erlazioa, ez zuen ezer esan azken bikote honen berezitasunei buruz. Denbora eta energiaren arteko ziurgabetasun erlazioaren hamaika interpretazio egiten hasi ziren orduan, eta gaur egunera arte iraun du eztabaidak.

Urte gutxi batzuk geroago, Paulik oin ohar batean arrazoitu zuen denbora ez zela behagarria mekanika kuantikoan, parametro soil bat baizik [12]. Haatik, zilegia da zenbait gertaera *noiz* gertatzen diren galdetzea: noiz desintegratzen diren nukleoak, noiz heltzen den partikula bat espazioko puntu jakinetara... Galdera hauei ohiko eran erantzun ezinda, beste era batzuk bilatu dira denbora sistema kuantikoen deskribapenean txertatzeko, neurketen teoria orokortu eta POVM (*positive-operator valued measure*)[1] neurketak baliatuz

[1] Geroago azaltzen da zer diren.

esate baterako. Fisika kuantikoari dagozkion atal guztian zehar dimentsio espazial bakarra (x) kontsideratu dugu.

4.1 Pauliren teorema

Mekanika kuantiko ez-erlatibistan behagarriak eragile autoadjuntuak[2] dira. Pauliren teorema frogatu[3][4] eta mekanika kuantiko ez-erlatibistan denbora ez dela behagarria ikusiko dugu [13].

Demagun $\hat{T}$ denbora eta $\hat{H}$ hamiltondarra bi eragile autoadjuntu ditugula. Demagun gainera bi behagarri hauek bikote kanonikoa osatzen dutela, hots, $\hat{H}$-k sistemaren translazioak eragiten dituela denboran (eboluzioa deritzoguna) eta $\hat{T}$-k sistemaren translazioak eragiten dituela energian. Hala bada, hurrengo erlazioa betetzen dute:

$$[\hat{T}, \hat{H}] = i\hat{I}, \tag{4.1}$$

non $\hat{I}$ identitate matrizea den. $\hat{T}$ autoadjuntua denez $\hat{\mathcal{U}}_\beta = exp(-i\beta\hat{T})$ unitarioa da $\beta \in \mathbb{R}$ guztietarako. Esponentzialaren garapena egin daiteke,

$$\hat{\mathcal{U}}_\beta = exp(-i\beta\hat{T}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\beta\hat{T})^k}{k!}. \tag{4.2}$$

Hurrengo konmutatzailea garatuz gero:

$$\begin{aligned}[\hat{\mathcal{U}}_\beta, \hat{H}] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\beta)^k}{k!}[\hat{T}^k, \hat{H}] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\beta)^k}{k!}\left(\hat{T}^{k-1}[\hat{T}, \hat{H}] + [\hat{T}^{k-1}, \hat{H}]\hat{T}\right) = \\ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\beta)^k}{k!} \sum_{n=0}^{k-1} \hat{T}^{k-(n+1)}[\hat{T}, \hat{H}]\hat{T}^n.\end{aligned} \tag{4.3}$$

(4.1) ekuazioa ordezkatzen bada:

$$[\hat{\mathcal{U}}_\beta, \hat{H}] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\beta)^k}{k!} ki\hat{T}^{k-1} = \beta\hat{\mathcal{U}}_\beta. \tag{4.4}$$

Bestetik, demagun $|\phi_E\rangle$ hamiltondarraren E autobaliodun autofuntzioa dela:

$$\hat{H}\,|\phi_E\rangle = E\,|\phi_E\rangle\,. \tag{4.5}$$

(4.4) eta (4.5) erlazioak erabiliz,

$$\hat{H}\hat{\mathcal{U}}_\beta\,|\phi_E\rangle = (\hat{\mathcal{U}}_\beta\hat{H} - \beta\hat{\mathcal{U}}_\beta)\,|\phi_E\rangle = (E-\beta)\hat{\mathcal{U}}_\beta\,|\phi_E\rangle\,. \tag{4.6}$$

Argi ikusten da (4.6) ekuazioan $\hat{\mathcal{U}}_\beta\,|\phi_E\rangle$ $\hat{H}$ hamiltondarraren $(E-\beta)$ autobaliodun autofuntzioa dela. $\beta \in \mathbb{R}$ denez, hamiltondarrak zuzen erreal osoa barnebiltzen duen espektro jarraitua du. Ohartu $\hat{T}$ behagarriak eragin duela denborako translazio hori (bertatik dator β). Mekanika kuantikoan, ordea, energiaren espektroak ez du zertan jarraitua izan; are gehiago, energiaren espektroa erdimugatua da beti: energiak balio positiboak baino ezin ditzake hartu.

---

[2]Azken finean behagarriak proiektoreak dira. Edozein $\hat{A}$ behagarri hurrengo eran eraiki daiteke: $\{|i\rangle\}$ bektore ortonormalez osatutako oinarria izanda eta $\hat{P}_i = |i\rangle\langle i|$, $|i\rangle$ bektore bakoitzari dagokion proiektorea, $\hat{A}$ behagarria proiektore bakoitzari a_i autobalio erreal bat esleituta eraikitzen da: $\hat{A} = \sum_i a_i\hat{P}_i = \sum_i a_i\,|i\rangle\langle i|$. Ohartu $\sum_i \hat{P}_i = \hat{I}$ itxitura erlazioa eta $\hat{P}_i\hat{P}_j = \hat{P}_i\delta_{ij}$ proiektore ortonormalak izateko baldintza betetzen direla eta $\hat{A} = \hat{A}^\dagger$ eragile autoadjuntua dela.

[3]Izatez hemen egingo duguna baino froga zorrotzagoa egin behar da, baina honek gutxi gorabeherako ideia bat emateko balio du.

[4]Frogan $\hbar = 1$ hartuko dugu.

4.1.1 Osziladore harmonikoa eta partikula askea

Azter dezagun osziladore harmonikoaren kasua. Osziladore harmonikoaren $\hat{H}$ hamiltondarra hurrengoa da:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2, \tag{4.7}$$

non $\hat{p}$ momentu lineala eragilea, $\hat{x}$ posizio eragilea, m partikularen masa eta ω osziladorearen maiztasun angeluarra diren. Hamiltondarraren autofuntzioen ekuazioa (4.5) ebatzita lortzen dira osziladore harmonikoaren E autobalioak:

$$E = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}), \quad n = 0, 1, 2.... \tag{4.8}$$

Adibide honetan ikusten denez, energiaren espektroa diskretua eta erdimugatua da (balio positiboak baino ez ditu hartzen). Partikula askearen kasuan $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m}$ izanik, (4.5) ebatzita lortzen diren energiaren autobalioek

$$E > 0, \tag{4.9}$$

zuzenerdi erreala osatzen dute. Bigarren adibide honetan energiak espektro jarraitua baina erdimugatua du, eta (4.6) ekuazioan ondorioztatutakoarekin bateraezina da.

Bi adibide hauek erakusten duten eran, ondorio zuzena da hipotesia ($\hat{H}$ hamiltondarraren konjokatu kanonikoa den $\hat{T}$ eragile autoadjuntuaren existentzia) okerra dela. Zer esan nahi du honek? Behagarriak "proiektore ortonormalen batura" direla esan dugu lehenago. Beraz, sistema bat neurtzean sistema norabide batean (oinarriko bektore batean) proiektatzen ari gara. $|\Psi\rangle$ uhin-funtziodun sisteman $\hat{A}$ behagarria neurtu eta a_n autobalioa lortu bada, uhin-funtzioa $|n\rangle$ autobektorera kolapsatu da. Hurrengo aldiunean berriro $\hat{A}$ neurtuz gero, jakina da a_n neurtuko dugula ziurtasun osoz[5]. Zer gertatuko litzateke balizko $\hat{T}$ behagarria existituko balitz? Demagun aldiune batean neurtu eta t_n balioa neurtzen dela. Neurketaren teoriaren arabera, berehala neurtuz gero balio berbera neurtu beharko genuke, uhin-funtzioa kolapsatu egin delako. Baina denborak aurrera egin du, eta beraz, autobalio berbera neurtzea ezinezkoa da! Argumentu honen bidez uler daiteke neurri batean zergatik ezin den denbora behagarria izan mekanika kuantikoan, nahiz eta era intuitiboan baino ez izan. Hala ondorioztatu zuen Paulik: "*mekanika kuantikoan $\hat{T}$ eragile autoadjuntua idazteko ahaleginak albo batera utzi behar dira*" [12].

Ordutik, denbora parametro soil bat izan da mekanika kuantiko ez-erlatibistan, sistemaren dinamikarekin zerikusirik ez duen kanpo aldagaia. Denbora ez bezala, posizioa sistemako behagarria, eta beraz, eragilea izateak arazo handia ekarri dio mekanika kuantikoari: erlatibitate bereziarekin bateratu ezin izana. Izan ere, erlatibitate berezian espazioa eta denbora ez dira bi gauza banatu espazio-denbora bat bakarra baizik, non espazioa eta denbora era banaezinean lotuta ageri diren eta eurek bakarrik jada ez duten zentzu fisikorik (3.2 atala). Mekanika kuantiko erlatibista batean espero izatekoa litzateke N partikulako sistema bat izanda, partikula bakoitzak bere denbora behagarria izatea posizio behagarria duen eran. Ondoren garatutako kuantika erlatibistan kontrako bidea egin da posizioa eta denbora berdintzeko ahaleginetan: posizioari bere behagarri izaera ukatu zaio eta denboraren pareko parametro soil bilakatu da. Hala ere, lan honetan ez dugu kuantika erlatibista landuko.

4.2 Denboraren adierak

Denborari bere behagarri izaera ukatu zitzaionetik, mekanika kuantikoan duen papera ez da sekula argi egon. Besteak beste, denbora eta energiaren ziurgabetasun printzipioa hainbat bidetatik ondorioztatu izan da. Buschek denborak izan dituen adierak azaldu eta sailkatu ditu, hala ziurgabetasun printzipio bakoitzaren interpretazio zuzena egin ahal izateko [14].

- *Denbora pragmatikoa* edo *kanpo denbora*: Schrödingerren ekuazioan[6] ageri den denbora parametroa da. Sistema bat laborategian preparatzean, sistema hau espazioan eta denboran kokatzeko behar diren

[5] Azterketa erraztearren endekapena ez dugu kontuan hartuko.

[6] Mekanika kuantiko ez erlatibista Schrödingerren zein Heisenbergen formalismoan idatz daiteke. 4.3.1 atalean Heisenbergen formalismoa baliatuko dugu.

lau parametroetako bat da (beste hirurak koordenatu espazialak dira). Hau da, aztertzen ari garen sistema kuantikoan dena delako neurketa noiz egin den zehazteko balio du. Sistemaren dinamikarekin loturarik ez duen laborategiko erreferentziazko erloju batekin neurtzen da. Hala ere, kontutan hartzekoa da hemen laborategiko denbora pragmatikoa deitu dioguna beste sistema fisiko baten dinamikatik ondorioztatutako denbora dela, erloju guztiak sistema dinamikoak diren neurrian.

- *Denbora intrintsekoa* edo *denbora dinamikoa*: Sistema kuantikoen aldaketarekin lotuta dago denbora intrintsekoa edo dinamikoa, sistema kuantikoek denboran nola eboluzionatzen duten neurtzen du. Zentzu honetan denboran aldatzen den edozein behagarrik ematen du denboraren neurketa kuantitatibo bat, eta aldaketa hori denbora tarte konstanteetan egiten bada, erloju kuantikoa dugu. Hala, behagarri bakoitzaren eboluzioarekin lotuta denbora karakteristiko bat defini daiteke.

- *Denbora behagarria* edo *gertaera denbora*: Denbora intrintsekoaren haritik, *gertaeren* denbora zein den galde dezakegu. Mekanika kuantikoan gertaera bat behatzea neurketa bat egitea da, hau da, edozein $\hat{A}$ behagarriren gainean sistema proiektatzean erregistratzen den E proiekzioari deritzogu gertaera. Sistema *noiz* proiektatzen den galdetzen badugu, gertaeren denbora zein den galdetzen ari gara. Hala, printzipioz behagarri bakoitzeko denbora-unitateak dituen behagarri bat defini daiteke. Horrez gain, behagarri hauek zentzu fisikoa izan dezaten proiekzioak ausazkoak[7] izan behar dira.

Sakonago azalduko dugu ideia berbera. Sistemaren aldagai dinamiko batetik abiatuta bi galdera egin daitezke: ohiko behagarriak definitzera garamatzana eta denbora behagarriak definitzeko aukera ematen diguna. Hauek dira, hurrenez hurren, bi galdera motak [14]:

- Zein da W egoeran preparatu den sistema batean E gertaera t unean behatzeko $p(t, E, W)$ probabilitatea?
- Zein da W egoeran preparatu den sistema batean E gertaera Θ denbora tartean behatzeko $p(\Theta, E, W)$ probabilitatea?

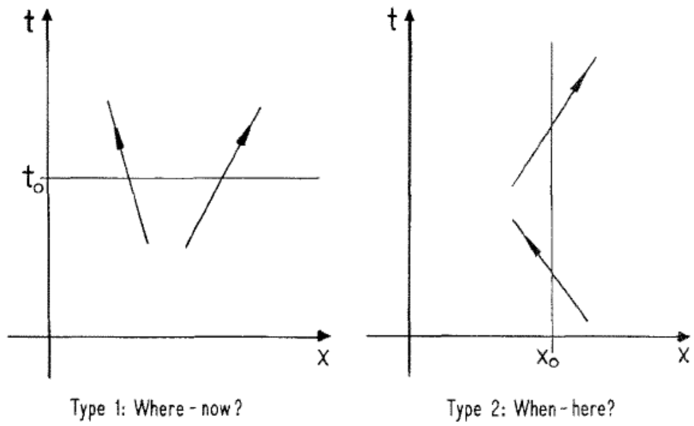
Adibide gisan, partikulen kokapena ezagutu nahi izanez gero, (4.1) irudian adierazi diren bi galderak egin ditzakegu: *"Non dago partikula orain?"* edo *"Noiz dago partikula hemen?"*. Lehenengoaren erantzuna posizio eragile arruntaren bidez neurketak egitean lortzen da. Bigarrenak, denbora eragileak definitzeko bidea irekitzen du, eta esanguratsua izan liteke, esate baterako, desintegrazioak aztertzean. Noiz desintegratzen da atomo ezegonkor bat? Erreaktiboa desintegrazioko produktuak detektatzeko gai den sentsorez inguratu, eta sentsoreetako batek produktua detektatzean desintegrazio unea ezagutu daiteke.

Denbora behagarri honek zentzua duen edo ez jakiteko atomo ezegonkorraren desintegrazio unea determinatuta dagoen edo ausazko prozesua den erabaki behar da. Denbora baleko behagarri kuantikoa balitz, zenbait gertaera aldiune jakinetan gertatu direla neurtzeko probabilitatea emango liguke. Baina baliteke emaitzetan behatutako ziurgabetasuna kuantikaren ziurtabetasun intrintsekotik beharrean sistemaren gaineko kontrol ezetik eratortzea. Hau da, neurketak hamar atomo ezegonkorretan egin baina ez bada atomo guztiak hasierako W egoera berberean preparatzea lortu, emaitzetako ziurgabetasuna multzoaren gaineko ezjakintasunetik dator neurri batean behintzat.

Nukleoen α desintegrazioa

Denbora behagarriaren ausazko izaera zer den hobeto ulertzeko α desintegrazioen kasua aztertuko dugu. Desintegrazio hauei dagokienean oinarrizko bi indar dira esanguratsuak: indar elektromagnetikoa eta indar nuklear bortitza. Lehenengoak protoien arteko aldarapena eragiten du eta bigarrena erakarlea da. Distantzia txikietarako bigarrena askoz indartsuagoa denez, erakarpenak aldarapenari irabazi eta nukleoak osatzen dira. Distantzia handitu ahala, ordea, indar nuklear bortitza oso bizkor ahultzen da

[7] Egoera geldikorra da salbuespena. Egoera geldikorrean energia neurtuz gero beti lortuko dugu gauza bera, autofuntzio bakar batek duelako neurtzeko probabilitate osoa. Orokorrean, ordea, hainbat autofuntzioren konbinazio lineala da uhin-funtzioa, eta neurketa egitean ausaz proiektatzen da autofuntzio batera; probabilitate-banaketa bati segika, jakina. $refKolapsoa$ atalean aztertzen da neurketaren mekanismo hau sakonago.



Irudia 4.1: *Behagarri ezberdinak eraikitzeko abiapuntu diren bi galdera esperimentalak irudikatuta.* ([14] erreferentziatik ateratako irudia).

eta aldarapenak irabazten dio erakarpenari hainbat fermiko distantzian (nukleoen neurriaren ordenan, hain justu).

Nukleo baten α desintegrazioa aztertzeko α partikula nukleoak sortutako potentzial langaren barruan harrapatuta dagoela suposa dezakegu. Klasikoki, α partikula ezin izango da inoiz langatik kanpora ikusi; mekanika kuantikoan, aldiz, tunel efektuaren bidez lor dezake potentzial langa igarotzea. Goian azaldu bezala, gure neurketa aparatua nukleoaren inguruan ipintzen badugu, α partikula langaren kanpoaldean noiz agertzen den neur dezakegu. Jakina da tunel efektua efektu kuantikoa den neurrian ausazkoa dela: transmisio eta islapen koefizienteek adierazten dituzte α partikulak langa igarotzeko eta ez igarotzeko, hots, nukleoa desintegratzeko eta ez desintegratzeko probabilitateak, hurrenez hurren. Hala bada, nukleoen α desintegrazio unea ausazkoa da, eta "*noiz desintegratuko da nukleoa?*" galderari erantzunez osatutako denbora behagarriak zentzu fisikoa du.

Baina nola eraikitzen dira denbora behagarri hauek? Mekanika kuantiko ez-erlatibista estandarrean lehen erako galderei erantzunez eraikitzen dira behagarriak: t parametroak finkatutako aldiune bakoitzean E gertaera behatuko dela aurresaten du teoriak probabilitate jakin batekin. Bigarren erako behagarriak eraikitzeko neurketen teoria orokortu beharra dago. Hemen landuko ez den arren, eragile autoadjuntu arrunten lekuan POVM neurketak dira behagarriak teoria horretan. Neurketen teoria orokortu honetan behagarriak proiektoreak dira baina jada ez dute zertan proiektore ortonormalak izan[8]. Hala, neurketa bat egitean uhin-funtzioa ez da autobalio bakar batera kolapsatzen, eta probabilitate banaketa bat lortzen da neurketa bakoitzean. Gorago denbora mekanika kuantikoan behagarria ez izateko emandako argumentu intuitiboaren harira, POVM-ek ziurtatzen dute neurketa egin eta hurrengo aldiunean berriz neurtzean, ez dugula zertan lehenago neurtutako $\hat{T}$ eragilearen autobalio berbera neurtu.

POVM-ak informazio kuantikoaren teoriarekin batera garatu dira eta oso erabilgarriak dira denbora behagarria eraikitzeaz gain neurketa ez-idealak egiteko orduan, hau da, inguruneak sisteman duen eragina kontutan hartu nahi bada (dekoherentzia aztertzeko, adibidez). Neurketa arruntak edo Von-Neumann neurketak euren kasu partikular bat dira, zeinetan proiektore guztiak ortonormalak diren eta PVM (*projection-valued measure*) izendatzen dira.

[8]Behagarria eraikitzeko baldintza nahikoa dira $\sum_i \hat{E}_i = \hat{I}$ itxitura erlazioa eta $E_i \geq 0$ positiboak izatea, non $\hat{E}_i = \hat{M}_i^\dagger \hat{M}_i$ eta $\hat{M}_i$ proiektoreak diren, $\hat{M}_i \hat{M}_j \neq \hat{M}_i \delta_{ij}$ izanik.

4.3 Energia eta denboraren ziurgabetasun printzipioa

Lehenago esan dugun eran, sistemen aldagai dinamikoak behagarriak dira mekanika kuantiko ez-erlatibistan, eta era berean, behagarriak eragile autoadjuntuak dira. Bestetik, $\hat{Q}$ eta $\hat{P}$ bikote kanonikoki konjokatuek hurrengo erlazioa betetzen dute:

$$[\hat{Q}, \hat{P}] = i\hbar\hat{I}. \tag{4.10}$$

Horrez gain, Heisenbergen ziurgabetasun printzipio orokorrak dioenez, edozein bi behagarri $\hat{A}$ eta $\hat{B}$ neurtzean, behagarri bakoitzaren neurketetako ziurgabetasunak (ΔA eta ΔB hurrenez hurren) hurrengo erlazioa betetzen du:

$$(\Delta A)^2(\Delta B)^2 \geq -\frac{1}{4}\langle[\hat{A}, \hat{B}]\rangle^2. \tag{4.11}$$

$\hat{A}$ eta $\hat{B}$ elkarren konjokatu kanonikoak badira, (4.10) ekuazioaren arabera Heisenbergen ziurgabetasun printzipioa honela idazten da:

$$\Delta Q \Delta P \geq \frac{\hbar}{2}. \tag{4.12}$$

Posizioak eta momentu linealak bikote hauetako bat osatzen dute: biak dira eragile autoadjuntuak eta elkarren konjokatu kanonikoak. Denbora eta energiaren kasuan, ordea, Pauliren teoremaren arabera ez dago denbora eragile autoadjunturik hamiltondar eragile autoadjuntuaren konjokatu kanonikoa denik (4.1 atala). Beraz, ezin da (4.10) ekuaziotik ondorioztatu denbora eta energiaren arteko ziurgabetasun printzipio ospetsu eta hain erabilia:

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}. \tag{4.13}$$

Bide zuzen eta orokorraren faltan, hamaika era ezberdinetan ondorioztatu izan da denbora eta energiaren arteko ziurgabetasun printzipioa, eta horrek berak interpretazio fisikoa egiteko zailtasunak areagotu egin ditu. Ziurgabetasun printzipioon sailkapen sistematiko bat denboraren zein adieratatik datozen kontutan hartuz egin daiteke. Hala, denbora eta energiaren arteko ziurgabetasun printzipio pragmatikoak, dinamikoak eta behagarrien bidezkoak genituzke. Hemen ziurgabetasun erlazio dinamikoak landuko ditugu.

4.3.1 Mandelstam-Tamm ziurgabetasun printzipioa

Denbora eta energiaren arteko ziurgabetasun printzipio orokorrenetarikoa eta ziurrenik onartuena Mandelstamek eta Tammek ondorioztatu zuten [15].

Hasteko, Mandelstam-Tamm ziurgabetasun printzipioaren esanahia zein den ikus dezagun. Mekanika kuantikoan sistema deskribatzen duen $|\Psi\rangle$ uhin-funtzioa hamiltondarraren $\{|\psi_i\rangle\}_i$ autofuntzioen batura gisa garatu daiteke,

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_i c_i(t) |\psi_i\rangle, \tag{4.14}$$

non $c_i(t) = c_{0i}e^{-iE_it/\hbar}$ eta $|c_i(t)|^2$ energiaren neurketa egitean E_i balioa lortzeko probabilitatea diren. Beraz, neurketa egin aurretik energiaren balioa ez dago finkatuta orokorrean; energiaren balioa finko dagoen egoera bakarra, hots, probabilitate osoz zein energia neurtuko dugun dakigun egoera bakarra egoera geldikorra da, non:

$$|\Psi(t)\rangle = c_i |\psi_i\rangle. \tag{4.15}$$

Egoera geldikorrean uhin-funtzioa ez da aldatzen denboran fase konplexu bat salbu. Uhin-funtzioa beste oinarri batean idatz daiteke, esate baterako, $\hat{A}$ behagarriaren autofuntzioek osatzen dute $\{|\psi_a\rangle\}_a$ oinarrian:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_a c_a |\psi_a\rangle. \tag{4.16}$$

Egoera geldikorra denez, garapena ez da aldatuko denboran: c_a koefizienteek ez dute denboraren menpekotasunik fase konplexu global bat salbu. Ondorioz, neurketa egin eta a autobalioa lortzeko $|c_a|^2$ probabilitatea konstantea da, baita neurketaren ΔA ziurgabetasuna eta $A = \langle\hat{A}\rangle$ batazbestekoa ere.

Aztertu berri duguna kasu limitea da: egoera geldikorra edo energiaren ziurgabetasun nuludun egoera. Bestela, espero izatekoa da energia zenbat eta zehaztuagoa izan, c_a koefizienteek emandako probabilitate-banaketak eta hauek finkatutako bataz besteko zein ziurgabetasuna orduan eta geldoago aldatzea. Mandelstam-Tamm ziurgabetasun printzipioak eragin hau neurtzen du: zein neurritan eragiten dion energiaren ziurgabetasunak beste behagarri baten ezaugarrien (bataz bestekoa eta ziurgabetasuna) iraunkortasunari.

Demagun $\hat{A}$ behagarriak ez duela denborarekiko menpekotasun espliziturik. A-ren eboluzioa denboran hurrengo ekuazioak emana da kasu horretan,

$$i\hbar\frac{dA}{dt} = \langle[\hat{A}, \hat{H}]\rangle. \tag{4.17}$$

Izan bedi $\tau(A)$ denbora karakteristikoa,

$$\tau(A) = \frac{\Delta A}{|\frac{d}{dt}A|}. \tag{4.18}$$

A-k aldaketa esanguratsua izan dezan igaro behar den denbora tartea da $\tau(A)$. Aldaketa esanguratsua izan dadin hasierako eta amaierako egoerak bereizgarriak izan behar dira. ΔA handia bada, A asko aldatu beharko da hasierako bataz besteko baliotik bereizi ahal izateko: A-ren denbora karakteristikoa handia da. Alderantziz, ΔA txikia bada, A-n aldaketa txiki bat nahikoa da hasierako eta amaierako egoerak bereizi ahal izateko.

(4.17) adierazpena (4.11) ekuazioan ordezkatuz:

$$(\Delta A)^2(\Delta H)^2 \geq -\frac{1}{4}\langle[\hat{A}, \hat{H}]\rangle^2 = -\frac{1}{4}\langle i\hbar\frac{dA}{dt}\rangle^2. \tag{4.19}$$

(4.18) denbora karakteristikoaren menpe berridatz daiteke azken ekuazioa:

$$\tau(A)\Delta H \geq \frac{\hbar}{2}. \tag{4.20}$$

Ekuazio honetan ΔH $\hat{A}$ behagarriaren bataz-bestekoa A den uneko energiaren ziurgabetasuna da. Zenbat eta txikiagoa izan energiaren ziurgabetasuna, A-ren denbora karakteristikoa orduan eta handiagoa da: denbora gehiago igaro beharko da A-k aldaketa esanguratsua izan dezan. Egoera geldikorrean, energiaren ziurgabetasuna nulua da eta denbora karakteristikoa infinitua. Espero genuena berreskuratu dugu: A konstantea da egoera geldikorrean, eta jakina, aldaketa esanguratsua izan dezan denbora infinitua behar du.

Propietate baten bizi-denbora

Mandellstam-Tamm ziurgabetasun printzipioaren aplikazio bat propietate baten bizi-denbora aurkitzea da [16]. Demagun $t = 0$ aldiunean sistema $|\psi_0\rangle$ egoeran dagoela, $\hat{P} = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|$ egoera honi dagokion proiektorea izanik. Hurrengo $t > 0$ aldiunetan sistema $|\psi(t)\rangle$ egoeran egongo da, eta $\hat{P}$-n proiektatzen bada lortutako $p(t)$ proiekzioa:

$$p(t) = \langle\psi(t)|\hat{P}|\psi(t)\rangle = \langle\hat{P}\rangle, \quad 0 \leq p(t) \leq 1. \tag{4.21}$$

Hasierako egoeran $p(0) = 1$ da, jakina. Bestetik, $\hat{P}$ proiektorea denez

$$\hat{P}^2 = \hat{P}, \tag{4.22}$$

eta ΔP ziurgabetasunak hurrengoa betetzen du:

$$(\Delta P)^2 = \langle\hat{P}^2\rangle - \langle\hat{P}\rangle^2 = p(t)(1 - p(t)). \tag{4.23}$$

(4.20) berridatzi daiteke $p(t)$ren funtzioan:

$$\left|\frac{dp(t)}{dt}\right| \leq \frac{2}{\hbar}\Delta_0 H\sqrt{p(t)(1 - p(t))}, \tag{4.24}$$

non $\Delta_0 H$, $t=0$ aldiuneko energiaren ziurgabetasuna den. Kontuan hartuta $0 \leq p(t) \leq 1$ eta $p(0)=1$ dela, $\frac{d}{dt}p(t) \leq 0$ da. Hala, goiko ekuazioa integra daiteke:

$$p(t) \geq \cos^2 \frac{\Delta_0 H t}{\hbar}, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi\hbar}{2\Delta_0 H}, \tag{4.25}$$

non denbora tartearen baldintza $\frac{d}{dt}p(t) \leq 0$ baldintzatik datorren. Propietatearen bizi-denbora finkatzeko hurrengo baldintza ipiniko dugu: $p(\tau) = 1/2$. Hala, azken ekuazioan ordezkatuz zuzenean lortzen da propietate baten bizi-denboraren eta bere energia ziurgabetasunaren arteko erlazioa:

$$\tau_P \Delta_0 H \geq \frac{\pi\hbar}{4}. \tag{4.26}$$

Hasierako aldiunean ($t=0$) energiaren ziurgabetasuna zenbat eta handiagoa izan, orduan eta arinago "desagertuko" da $|\psi(0)\rangle$ hasierako egoera eta bere proiekzioari dagokion propietatea.

Erloju kuantikoa

Lehenago esan bezala, erlojuak sistema dinamikoak dira. Denbora bera zuzenean behagarria izan ez arren, beste behagarriek denborarekiko duten menpekotasuna ezaguna bada, behagarrien garapena ezagutuz denboraren joana kuantifika daiteke. Hala da fisika klasikoan ere: erlojuko orratzen orientazioa $\theta = \omega t (\mod 2\pi)$ angeluak ematen du $\omega = kte$ izanik. Abiadura angeluarra konstantea denez, denbora tarte beretan angelu berberak aurreratzen dituzte orratzek eta hala angelua ezagututa denbora ezagutzen da[9].

Dena dela erlojuak ez dira soilik abiadura angeluar konstantez biraka ari diren orratzak. Orokorrean, elkarrekiko bereizgarriak diren $|\psi_1\rangle$,$|\psi_2\rangle$... egoeretatik denbora tarte konstanteetan igarotzen den edozein sistema dinamiko da erlojua. Egoera horietako bakoitzak orratzaren funtzioa betetzen du, eta elkarren atzetik datozen orratzaren orientazioak bereiz daitezen, elkarren atzetik datozen egoerak ortogonalak izatea eskatuko dugu:

$$\langle\psi_k|\psi_{k+1}\rangle = 0. \tag{4.27}$$

Hala eraikitako erlojuaren bereizmena elkarren atzetik datozen egoeren arteko denbora tartea da: $\delta t = t_{k+1} - t_k$.

Propietate baten bizi-denboraren (4.21) adierazpenarekin lor dezakegu δt-ren adierazpena [16]. Izan ere, $|\psi_k\rangle$ eta $|\psi_{k+1}\rangle$ ortogonalak direnez eta $\hat{P}_k$ t_k aldiuneko bektoreari dagokion proiektorea izanik:

$$p(\delta t) = \langle\psi_{k+1}|\, \hat{P}_k \,|\psi_{k+1}\rangle = \langle\psi_{k+1}|\psi_k\rangle \langle\psi_k|\psi_{k+1}\rangle = |\,\langle\psi_k|\psi_{k+1}\rangle\,|^2 = 0. \tag{4.28}$$

Hau (4.25) ekuazioan ordezkatu eta geratzen den ekuazioa askatuz, zuzenean lortzen da hala eraikitako erlojuaren δt bereizmena:

$$\delta t \geq t_0 \equiv \frac{\pi\hbar}{2\Delta_k H}. \tag{4.29}$$

Zenbat eta zehaztuago egon hasierako egoeraren energia, orduan eta geldoago aldatuko da banaketa funtzioa eta askoz denbora gehiago beharko du hurrengo egoera ortogonalera heltzeko. Energia guztiz zehaztuta badago ($\Delta_k H = 0$), $|\psi_k\rangle$ hamiltondarraren autobektorea da eta sistema bertan mantenduko da: aldaketa esanguratsu bat gerta dadin, hots, sistema hasierako egoerarekiko bereizgarria den egoera batera heltzeko pasa behar den δt denbora infinitua da.

4.4 Denbora alderanzketa: $t \to -t$ simetria

4.4.1 Schrödingerren ekuazioa

Mekanika newtondarrean Newtonen bigarren legeak dio zein den sistemen higiduraren eta euren gainean eragiten den indarraren arteko erlazioa. Mekanika kuantiko ez-erlatibistan, erlazio hori Schrödingerren

[9] Biraketa eragiten duena J akzioa da, eta momentu angeluarraren unitateak ditu. Mekanika kuantikoan ideia berari jarraiki eraikitzen dira erlojuak, baina orratzen angelua eta akzioa eragileak dira. Erloju mota orokor hauen garapenak aurki daitezke, besteak beste [16]-n.

ekuazioak ematen digu. Ikus dezagun bada zein den Schrödingerren ekuazioaren $t \to -t$ aldaketarekiko portaera:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \left|\Psi(x,t)\right\rangle}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \left|\Psi(x,t)\right\rangle}{\partial x^2} + V(x,t)\left|\Psi(x,t)\right\rangle \to \\ i\hbar \frac{\partial \left|\Psi(x,-t)\right\rangle}{\partial (-t)} &= -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \left|\Psi(x,-t)\right\rangle}{\partial x^2} + \hat{V}(x,-t)\left|\Psi(x,-t)\right\rangle , \end{aligned} \tag{4.30}$$

non m masa eta $\hat{V}(x,t)$ potentziala diren. Potentziala $t \to -t$ simetrikoa dela suposatuko dugu oraingoz[10]. Hala, $|\Psi(x,t)\rangle$ Schrödingerren ekuazioaren soluzioa bada, $|\Psi^*(x,-t)\rangle$ ere soluzioa da. $\hat{T} : t \to -t$ eragilea antiunitarioa dela esan nahi du horrek: $\hat{T} = \hat{U}\hat{K}$ erako eragilea da, $\hat{U}$ eragile unitarioa eta $\hat{K}$ uhin-funtzio baten konplexu konjokatua ematen duen eragilea izanik:

$$\hat{T}\left|\Psi(x,t)\right\rangle = \left|\Psi^*(x,-t)\right\rangle . \tag{4.31}$$

Hau ez da problema Schrödingerren ekuazioaren $t \to -t$ simetriari dagokionean, uhin-funtzioak berak ez baitu esanahi fisikorik. Esanahi fisikoa bere moduluaren karratuak du eta hurrengo berdinketan ageri denez, unitarioa zein antiunitarioa izan eragilea, balio hori ez da aldatzen:

$$\langle \Psi(x,-t)|\Psi(x,-t)\rangle = \langle \Psi^*(x,-t)|\Psi^*(x,-t)\rangle . \tag{4.32}$$

Beraz, Schrödingerren ekuazioa $t \to -t$ simetrikoa da.

4.4.2 CPT teorema

Baina ondorio hauetara heltzeko potentziala $t \to -t$ simetrikoa dela suposatu dugu. Oinarrizko fisikan hipotesi hau betetzen den edo ez aztertuko dugu orain. Lau indar mota daude: indar nuklear bortitza, indar nuklear ahula, indar elektromagnetikoa eta indar grabitazionala. Azken hau ezin dugu aztertu gaur gaurkoz ez dagoelako grabitazioaren teoria kuantikorik. Gainera, mekanika kuantiko estandarrak muga handiak ditu oinarrizko fisika aztertzeko orduan, besteak beste ez-erlatibista delako. Azterketa teoriko zorrotz bat egiteko QFT edo eremuen teoria kuantikoa garatu beharra dago eta bere $t \to -t$ aldaketarekiko jokaera zein den ikusi indar mota bakoitzerako.

Beste aukera bat laborategira jotzea da. Erreakzio bat indar mota jakin batek eragin badu, indar hori $t \to -t$ simetrikoa da jatorrizko erreakzio eta alderantzizkoa gertatzeko probabilitatea berbera bada:

$$E \to P \quad ; \quad P \to E, \tag{4.33}$$

non E erreaktiboak eta P produktuak diren. Indar nuklear bortitzaren eta indar elektromagnetikoaren kasuan esperimentua egin daiteke eta indarrak $t \to -t$ simetrikoak direla da ondorioa[11]. Indar nuklear ahularen kasuan, ordea, sarritan gertatzen da E jatorrizko erreaktiboek indar nuklear ahularen bidez erreakzionatu beste erremediorik ez dutela, baina P produktuek indar nuklear bortitzaren edo indar elektromagnetikoaren bidez erreakzionatzea gehienetan, askoz probableagoa delako. Hala gertatzen da, esate baterako, Λ barioiaren desintegrazioarekin:

$$\Lambda \to p + \pi^- \quad ; \quad p + \pi^- \to \Lambda. \tag{4.34}$$

Jatorrizko erreakzioan, Λ barioia indar nuklear ahularen bidez baino ezin da desintegratu s quarka duen barioi arinena delako. Baina askoz probableagoa da alderantzizko erreakzioa indar nuklear bortitzaren bidez gertatzea: $p + \pi^- \to n$, adibidez. Honek interesatzen zaigun erreakzioa "ezkutatu" eta asko zailtzen du ondorio garbirik ateratzea indar nuklear ahularen $t \to -t$ simetriaren inguruan.

Beraz, beste era bat aurkitu behar da indar nuklear ahulak $t \to -t$ simetria betetzen duen jakiteko. Tresna hori da eremuen teoria kuantikoko $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$ teorema. Teorema honen arabera, paritatea ($\hat{P}$), karga konjugazioa

[10] Mekanika kuantiko ez-erlatibistan agertu ohi diren potentzialek betetzen dute baldintza hori. Are gehiago, gehienetan ez dute denboraren menpekotasunik izaten.

[11] Indar elektromagnetikoaren kasuan mekanika newtondarrean frogatutakoa berresten du honek.

($\hat{C}$) eta denbora alderantzikatzea ($\hat{T}$) bata bestearen atzetik edozein ordenatan sistema bati aplikatuz gero, sistema aldaezin geratzen da. Hau da, edozein hamiltondarrentzako hurrengo erlazioa betetzen da:

$$[\hat{C}\hat{P}\hat{T}, \hat{H}] = 0. \tag{4.35}$$

$\hat{C}\hat{P}$ simetria aztertuz $\hat{T}$ simetria betetzen ote den ondorioztatu daiteke hala. Indar elektromagnetikoa eta indar nuklear bortitza $\hat{C}\hat{P}$ simetrikoak dira, are gehiago, $\hat{C}$ eta $\hat{P}$ simetrikoak dira bakoitza bere aldetik. Ondorioz, $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$ teoremaren arabera $\hat{T}$ simetria ere betetzen dute. Indar nuklear ahulak $\hat{C}$ eta $\hat{P}$ simetriak bakoitza euren aldetik ez, baina biak batera betetzen zituela uste zen 1964an kaoien desintegrazioetan $\hat{C}\hat{P}$ simetria arinki apurtzen zela ikusi zen arte [17]. Geroago beste mesoi batzuen desintegrazioetan ere behatu den $\hat{C}\hat{P}$ simetria hausturak halabeharrez $\hat{T}$ simetria ez dela betetzen inplikatzen du. Indar nuklear ahulak ezartzen du, gaur gaurkoz, denboraren norantza markatzen duen lege mikroskopiko bakarra. Hala ere, oso asimetria txikia da eta ez da uste unibertsoan behatzen den itzulezintasunaren kausa denik.

4.4.3 Uhin funtzioaren kolapsoa

Esan bezala sistema itxi bati bere kabuz eboluzionatzen utziz gero, mekanika ez-erlatibistan uhin-funtzioaren eboluzioa $t \to -t$ simetrikoa da. Gainera, Schrödingerren ekuazioa guztiz determinista da: neurketarik egin ezean, aldiune bateko uhin-funtzioa ezaguna bada aurreko zein hurrengo aldiuneetako uhin-funtzioa zein den esaten digu. Zer gertatzen da, ordea, neurketa bat egindakoan? Demagun $\hat{A}$ behagarria neurtu nahi dugula. $\hat{A}$ behagarriaren autofuntzioek osatutako oinarria $\{|\psi_a\rangle\}$ bada, $|\Psi\rangle$ uhin-funtzioa oinarri horretan idatz daiteke. Mekanika kuantikoko neurketaren postulatuaren arabera, neurketa egitean $|\Psi\rangle$ uhin-funtzioak $|\psi_k\rangle$ autofuntziora kolapsatuko du $|c_k|^2$ probabilitatez,

$$|\Psi\rangle = \sum_a c_a |\psi_a\rangle \longrightarrow |\Psi\rangle = |\psi_k\rangle\,. \tag{4.36}$$

Hasteko, neurketaren emaitza neurketa egin arte *determinatu* gabe dago: neurketa egin aurretik ezin da jakin zein izango den emaitza[12]. Gainera, behin kolapsoa gertatuta ez da aurreko egoeraren aztarnarik geratzen uhin-funtzioan, hau da, lehen begiratuan prozesu itzulezina dela dirudi.

Hala ere, uhin-funtzioaren kolapsoaren esanahia ez dago batere argi. Sistema kuantikoen eboluzioa bi mekanismo hain ezberdinek ematea mekanika kuantikoaren ahulgune handi bat da: itxia denean Schrödingerren ekuazio deterministak eta $t \to -t$ simetrikoak eta behatzaile klasiko bat dagoenean uhin-funtzioaren kolapso indeterministak eta itzulezinak. Gainera, zer da behatzailea? Zer da neurketa? Zerk eragiten du?

Izan ere, neurketa bat egiteko sistema ireki egin behar da. Honek dekoherentziak (sistema kuantikoek ingurune klasikoarekin elkarrekintzan koherentzia galtzea) uhin-funtzioaren kolapsoa azal lezakeela esatera bultzatu du hainbat, bietan (neurketan eta dekoherentzian) baitago sistema irekita. Haatik, behin eta berriro azpimarratu den eran, dekoherentziak ez du uhin-funtzioaren kolapsoa azaltzen[13] [18].

Informazio kuantikoaren teoriaren ikuspuntutik ere saiatu dira uhin-funtzioaren kolapsoa interpretatzen. Teoria honen arabera informazioak paper zentrala du mundu kuantikoan. Mundu klasikoan ez bezala, ezin da sistema kuantikoen informaziorik lortu sistemari eragin gabe: beraz, sistemaren informazioa lortzeak sistema aldatzen du (zirrikitu bikoitzaren esperimentuan argi ikusten da) [19].

Irtenbideak proposatze aldera, zenbaitek neurketa prozesuan termodinamikako bigarren legeak nolabait eragiten duela proposatu dute, beste batzuek balizko grabitatearen teoria kuantikoak eboluzio unitarioa eta

[12] Esan bezela, egoera geldikorra da salbuespena.

[13] Asko jota problema lekualdatu baino ez du egiten, sistemak eta inguruneak, biek batera, sistema itxi bat osatzen baitute.

kolapsoa bilduko lituzkeela, lege mikroskopiko $t \to -t$ ez simetriko bat agertaraziz [20].

Kapitulua 5

Erlatibitate orokorra eta kosmologia

Erlatibitate berezia plazaratu ondoren, erlatibitatearen printzipioa ES azeleratuetara orokortzeko lanetan hasi zen Einstein. Lan horien fruitua da 1915ean plazaratu zuen teoria: erlatibitate orokorra. Teoria honen oinarrian *baliokidetasun printzipioa* deritzoguna dago: lokalki, ezin da bereizi behatzaile bat azeleratuta edo eremu grabitazional batean erorketa askean dagoen. Hau da, bi behatzaile hauek euren inguruko fisika deskribatzeko lege berberak darabiltzate. Erlatibitate orokorreko hitzarmen, definizio eta notazio oro A eranskinean aurkeztu da.

5.1 Einsteinen ekuazioak

Hauek dira espazio-denboraren kurbatura eta bertako masa eta energia lotzen dituzten Einsteinen ekuazioak, [21]:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}, \quad \kappa \equiv \frac{8\pi G}{c^4}. \tag{5.1}$$

Ekuazio hauek ebaztea energia-momentu tentsore bat izanda ekuazioak betetzen dituen metrika bat aurkitzea da. 16 ekuazio diferentzial ez linealetan, ezkerraldean espazio-denboraren geometria ageri da eta eskumaldean masa eta energiaren informazioa. Tentsoreak simetrikoak direnez gero, 6 ekuazio ez dira independenteak. Gainera, energia eta momentuaren kontserbazioak dioenez:

$$T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0. \tag{5.2}$$

Lau lotura diferentzial hauek beste lau ekuazio funtzionalki elkarren menpeko egiten dituzte eta Einsteinen ekuazioak 6 ekuazio diferentzial ez linealetara murrizten dira. Haatik, metrikak lau gauge askatasun gradu ditu, lau koordenatuen aukerari dagozkionak hain zuzen. Honek asko zailtzen du Einsteinen ekuazioen soluzioen interpretazioa, irizpiderik ezean ez baita argi geratzen koordenatu bakoitzaren esanahia zein den, ezta soluzio horrek esanahi fisikoa duen ere.

5.1.1 Denbora motako kurba itxiak: Gödelen unibertsoa

Esanahi fisikoa ote duen zalantzazkoa den soluzio horietako bat da Gödelen unibertsoa: unibertso estatiko eta espazialki homogeneoa (espazio-denbora homogeneoa) du, hau da, espazio-denborako gertaera guztiak elkarren baliokideak dira [22].

Hurrengoa da Gödelen metrika [23]:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + dx^2 - \frac{1}{2} e^{2\sqrt{2}\omega x} dy^2 + dz^2 - 2e^{\sqrt{2}\omega x} dt dy, \tag{5.3}$$

non $\omega > 0$ konstantea den. Unibertsoaren energia-momentu tentsorea fluido perfektuarena bada ($T_{\mu\nu} = \rho u_\mu u_\nu$, u^μ abiadura kuatribektorea eta ρ energia dentsitatea izanik), $u^a = \delta^a_0$ eta Λ konstante kosmologikoak hurrengo erlazioa betetzen badu:

$$\Lambda = -\omega^2 = -\frac{4\pi G}{c^4} \rho, \tag{5.4}$$

metrika hau Einsteinen ekuazioen soluzioa da.

Metrika honek ezaugarri arraroak ditu: denbora motako kurba itxiak. Beste erreferentzia sistema batean idatziko dugu metrika $(t,x,y,z) \to (t',r,\phi,z)$ aldagai aldaketa eginez:

$$\begin{cases} \exp(\sqrt{2}\omega x) = \cosh 2r + \cos\phi \sinh 2r, \\ \omega y \exp(\sqrt{2}\omega x) = \sin\phi \sinh 2r, \\ \tan\frac{1}{2}(\phi + \omega t - \sqrt{2}t') = \exp(-2r)\tan\frac{1}{2}\phi. \end{cases} \tag{5.5}$$

non $t' \in (-\infty,\infty)$, $r \in (0,\infty)$ eta $\phi \in (0,2\pi)$ eta $\phi = 0$ eta $\phi = 2\pi$ identifikatu egiten diren. Espazio-denborako tarte infinitesimalaren adierazpena koordenatu hauetan [23]:

$$ds^2 = \frac{2}{\omega^2}(-dt'^2 + dr^2 - (\sinh^4 r - \sinh^2 r)d\phi^2 + 2\sqrt{2}\sinh^2 r d\phi dt' + dz^2). \tag{5.6}$$

Defini dezagun r_0 $\sinh r_0 = 1$ izateko eran. Hala, $r_0 = \log(1+\sqrt{2})$ da. Sinu hiperbolikoaren formatik berehalakoa da $R > r_0$ denean $\sinh R > 1$ dela. Ondorioz, $(\sinh^4 R - \sinh^2 R) > 0$ beteko da $R > r_0$ guztietan. Hala, $r = R > r_0$ eta r, z eta t' konstanteak hartzen badira (5.6) ekuazioan:

$$ds^2 = -\frac{2}{\omega^2}(\sinh^4 r - \sinh^2 r)d\phi^2 < 0. \tag{5.7}$$

Alde batetik, $ds^2 < 0$ izanik denbora motako kurba deskribatu dugu. Bestetik, ϕ periodikoa izaki, denbora motako kurba hauek kurba itxiak dira.

Argi ikusten da, beraz, Gödelen unibertsoak kausalitatearen printzipioa apurtzen duela. *Aitonaren paradoxa*ren bidez azal daiteke honek dakarren problema: demagun P puntuan ume bat dagoela. Bere unibertso lerroa denbora motako kurba itxi bat bada *etorkizunera* joan ahala *iraganera* doa eta posiblea da Q puntura heltzea eta han bere aitonarekin biltzea ama jaio aurretik. Hor, aitona hil dezake, eta unibertso lerroan aurrera egin, baina, aitona hil badu bere ama jaio orduko, bera ezin izan da inoiz jaio eta ezin izan du aitona hil...

Gure unibertsoa hedatzen ari denez berau deskribatzeko metrika egokia ez izanagatik, erlatibitate orokorraren teorian kausalitatea apurtzen duten soluzioak baimentzen direla eta ondorioz teoria honetan "denbora" deritzogunaren esanahia ez dela bat-batekoa frogatzen du, denboraren iragana-oraina-etorkizuna egitura bera zalantzan jarriz: zer da *etorkizunera* edo *iraganera* joatea unibertso honetan?

Einsteinen ekuazioak aztertzean azaldu dugun bezala, interpretazio zailtasun hau koordenatuak aukeratzeko orduan dugun askatasunetik dator. Izan ere, lau dimentsioko espazio-denbora nahieran bana dezakegu 3 dimentsioko gainazal espazial eta dimentsio bateko denboran, nahieran egin ditzakegu espazio-denboraren *foliazioak*. Irizpide fisiko argirik ezean, gainazal espazial hauen eta denboraren esanahia zein den jakitea ez da batere erraza, nahiz eta Einsteinen ekuazioen soluzioa izan.

5.1.2 Denbora kosmikoa

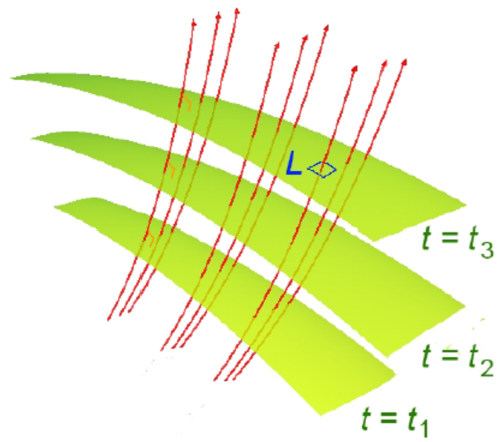
Kosmologia da erlatibitate orokorraren aplikazio garrantzitsuenetako bat. Eskala handiko unibertsoaren egitura eta eboluzioa aztertzen ditu eta horretarako ezinbesteko tresna zaio erlatibitate orokorra. Baina nola definitu koordenatuak? Weylen postulatuari jarraika, unibertsoa hiru dimentsioko gainazal espazial isotropo eta homogeneotan banatu eta gainazalekiko norabide ortogonala da denbora kosmikoaren norabidea.

Unibertsoaren isotropia eta homogeneotasuna[1] kontsideratzeko behar bezain eskala handian unibertsoa fluido perfektua dela onartzen da, zeinaren energia-momentu tentsorea G gertaera baten aldiuneko pausaguneko sisteman:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}. \tag{5.8}$$

[1] Pritzipio kosmologikoa deritzogu honi.

Hemen $c = 1$, ρ energia dentsitatea eta p presioa dira. Unibertsoa homogeneoa denez, p-k eta ρ-k ez dute menpekotasun espazialik. Bestetik, $\rho \neq p$ denean, bi balio propio ditu tentsoreak eta ρ balio propioari dagokion bektore propioak markatzen duen norabide pribilegiatua esleitzen zaio denborari. Gainera, norabide hau p balio propiodun bektore propioekiko ortogonala da. Behatzaile pribilegiatua fluido-elementu baten parekoa da: bere denbora motako unibertso lerroak geodesikoak dira, eta ondorioz, neurtzen duen t denbora propioa.



Irudia 5.1: *Denbora kosmikoak gainazal espazial homogeneo eta isotropo bakoitza etiketatzen du, eta koordenatu espazialek gainazaleko puntua. Puntu bakoitzaren koordenatu espazialak edozein t gainazaletarako berberak dira baina espazioa hedatzen ari denez, euren arteko distantzia haziz doa (ikus A.3).* ([21] erreferentziatik ateratako irudia).

Energia-momentu tentsorea lokala den neurrian, ordea, denboraren definizio hau lokala da: gertaera bakoitzeko halako oinarrizko behatzaile bat dago. Oinarrizko behatzaile guztien denbora neurketak bateratzeko, Weylen postulatuan aipatutako gainazal espaziala oinarrizko behatzaile bakoitzaren gainazal espazial lokalak (irudian, L) uztartuz osatzen dira, gainazal osoan zehar behatzaile guztiek neurtutako t denbora propioa berbera izateko eran. Fluidoko elementu espazial bakoitzean oinarrizko behatzaile bat egonik, geodesiko bakoitza beste korronte-lerroak mozten ez dituen korronte-lerro baten parekoa da, eta behatzaileek neurtzen duten t denbora propioa.
Egin berri duguna denboraren definizio *global* bat ematea izan da. Besteak beste, unibertsoaren orainaldia definitu dugu. Behatzaile pribilegiatuak ditugulako egin ahal izan dugu hau, hots, energia-momentu tentsoreak (unibertsoko materia banaketak, azken finean) norabide bereizgarriak eta beraz, pribilegiatuak txertatu dituelako. Erlatibitate orokorrean, materia-banaketa orokorrekin lan egitean ezinezkoa da horrelako argumentazio baten bidez denbora globalik definitzea.

Minkowskiren unibertsoa

Fluido perfektua tribiala denean (hutsa) Minkowskiren unibertsoa berreskuratzen da. Kasu horretan, puntu guztietan $p = \rho = 0$ da eta ondorioz ez dago norabide pribilegiaturik: denbora kosmikoaren hautua guztiz ausazkoa da. Hau bat dator ohiko erlatibitate bereziko egoerarekin: behatzaile bakoitzaren t konstanteko hiperplanoak aldiberekoak diren gertaerez osatzen dira eta aldiberekotasuna behatzaileren menpekoa da. Behatzaile guztiak baliokideak direnez, ezin da denbora kosmiko global bakar bat definitu.

5.2 Denboraren zabalkuntza grabitatorioa

Erlatibitate berezian ES-en arteko higidura erlatiboaren ondorioz bataren eta bestearen denbora neurketen artean *denboraren zabalkuntza* bat zegoela ondorioztatu dugun eran, antzeko efektu bat aurkituko dugu azeleratuta edo eremu grabitatorio batean dauden behatzaileen denbora neurketen artean [21].

Partikula baten denbora propioa partikulak berak neurtutakoa da. Baliokidetasun printzipioak dioenez, partikula erorketa askean baldin badago lokalki ikusten duen fisika erlatibitate berezikoa da. Hala, (3.15) baliatuz idatz dezakegu denbora propioa:

$$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{-\eta_{\rho\sigma}dX^\rho dX^\sigma} = \frac{1}{c}\sqrt{-g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu} = \frac{1}{c}. \tag{5.9}$$

Koordenatu orokorretan neurtutako denbora tartea isolatzen bada:

$$dt = c\left(-g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{dt}\frac{dx^\nu}{dt}\right)^{-1/2} d\tau. \tag{5.10}$$

Koordenatu sistema orokor horretan partikula geldi badago, $\frac{dx^i}{dt} = 0$ da:

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{-g_{00}}}. \tag{5.11}$$

Metrikaren limite newtondarra egiten bada, hau da, partikula ez-erlatibista dela eta eremu grabitatorio estatiko ahul batean higitzen dela suposatzen bada, erraz froga daiteke metrikako denbora-denbora gaiak hurrengo adierazpena duela [21]:

$$g_{00} \approx -\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right), \tag{5.12}$$

non Φ potentzial grabitatorioa eta c argiaren abiadura diren. Eremu grabitazionala negatiboa dela kontutan hartzen bada, zuzenean $dt > d\tau$ da: eremu grabitazionalaren eraginpean dagoen partikulak behatzaile orokorraren denbora tarteak zabaldu egin direla ikusten du. Denboraren zabalkuntza hau, erlatibitate berezian ez bezala, ez da prespektibaren ondorioa: behatzaile orokorrak eremu grabitazionalaren eraginpean dagoen partikularen denbora tarteak txikitu egin direla ikusiko du, bere aldean denbora *geldoago* doala nolabait. Erlatibitate berezian denboraren zabalkuntzaren kausa higidura erlatiboa zenez, bi behatzaileek ezin zuten adostu zein zen bietan higitzen ari zena. Kasu honetan, denboraren zabalkuntzaren kausa eremu grabitazionala edo espazio-denboraren kurbadura da; behatzaileen arteko higidura erlatiboarekiko independentea den zerbait, eta beraz, erabaki ahal izango dute bietatik zein eremu grabitazionalaren eraginpean dagoena.

5.3 Denbora alderanzketa: $t \to -t$ simetria

Hemen frogatuko ez dugun arren, erlatibitate orokorreko Einsteinen ekuazioek $t \to -t$ simetria betetzen dute [20]. Horren adibide dira zulo beltzak eta zulo zuriak: biak ala biak Einsteinen ekuazioen soluzio eta elkarren t alderantzizkoak. Zulo beltzetan gertaera horizontearen barruan dagoen ezer ezin da irten eta, zulo zurietan, aldiz, gertaera horizontearen barruan dagoena irten egiten da baina ezin da ezer sartu.

Haatik, Einsteinen ekuazioen soluzioa diren arren ez da sekula zulo zuririk behatu. Badirudi naturak bi soluzioetako bat aukeratzen duela, nahiz eta gaur egun ditugun teoriekin zergatik ezin esan. Hala ere, gogoan izan behar da zulo zurien existentzia eza ez dagoela frogatuta gaur-gaurkoz, eta balitekeela, sinpleki, egon bai baina guk behatu ez izana.

Kapitulua 6

Denboraren gezia

Ikusi dugun bezala, fisikako teoria nagusiak $t \to -t$ simetrikoak eta deterministak dira (oraingoz alde batera utziko ditugu indar nuklear ahula eta uhin funtzioaren kolapsoa). Lehenengo ezaugarriak, iraganaren eta etorkizunaren arteko bereizketa oro deuseztatzen du. Bigarrenaren ondorioz, une bateko konfigurazioa ezagutuz gero, fisikaren legeak aplikatu eta etorkizuneko zein iraganeko konfigurazio guztiak ezagunak dira. Bestetik, erlatibitatearen teorien arabera aldiberekotasuna ez da absolutua eta orainaldia behatzailearen menpekoa da: ez dago orainaldi absoluturik. Unibertsoaren *block universe* ikuspuntua nagusitzen da hala: unibertsoa lau dimentsioko espazio-denbora finko bat da, eta gertaera bakoitza espazio-denbora horretako puntu bat. Guztia dago definituta, eta denboraren joana ilusio hutsa da.

Eguneroko esperientzia, ordea, itxuraz behintzat honekin kontraesanean dago. Fisikako lege guztiak $t \to -t$ simetrikoak, eta beraz, eurek deskribatzen dituzten prozesuak itzulgarriak badira, zergatik apurtzen dira kopak baina ez dira gero sekula berrosatzen? Zergatik zahartzen gara baina inoiz ez gara gaztetzen? Gainera, iragana eta etorkizuna oso gauza ezberdinak dira guretzat: iragana gogoratzen dugu baina etorkizuna ez. Ez da oroitzapenetara mugatzen den zerbait: iragana zerbait finkoa dela uste dugu iraganeko aztarnak ditugulako, historia liburuek eta fosilek iragana nolakoa izan zen esaten digute. Haatik, etorkizuna finkatu gabe dago: ez dago etorkizuneko fosilik edo historia libururik.

Esperientziaren eta fisikako teorien aurreikuspenen arteko amildegi[1] hau desagertarazteko hainbat bide eta ahalegin daude. Gezi termodinamikoak oinarrizko lege fisikoak aldatu beharrik gabe azaltzen du zergatik gauden prozesu itzulezinez inguratuta. Baina bide honetan oraindik erantzunik ez duten beste galdera batzuk sortzen dia. Termodinamikako geziaz gain badira beste hainbat gezi (gezi kosmologikoa, erradiazio gezia, kausalitatearena) itzulezintasuna azaltzeko baina ez ditugu hemen landuko.

6.1 Gezi termodinamikoa

XIX. mendean fisikan mekanika newtondarra zen nagusi. XVIII. mendean jaio berri zen termodinamikak gorputz makroskopiko beroak aztertzeari ekin zion. Sistema makroskopikoetan salbuespenik gabe behatzen diren jokaerak postulatutzat hartu eta hortik abiatuta edozein sistema makroskopikoren garapena azaltzen zuen.

Postulatu hauetan bigarrenak naturan norantza jakin batean baino behatzen ez diren prozesuak ditu jomuga: tenperatura ezberdinean dauden bi gorputz elkarrekin kontaktuan ipintzean, gorputz beroagoa hoztu eta hotzagoa berotu egiten da biak tenperatura berera heldu arte; baina alderantzizkoa ez da inoiz behatzen espontaneoki. Gauza bera gertatzen da difusio prozesuekin: espazioaren gune batean partikula dentsitate handia badugu eta beste gune batean txikia, bi guneok kontaktuan ipintzean partikulak sakabanatu egiten

[1] Sistema sinpleetan egindako esperimentuetan behin eta berriro frogatu da fisikako teorien aurreikuspenak bat datozela errealitatearekin oso zehaztasun handiz. Sistema konplexuen (gizakiok, esate baterako) eboluzioa azaltzean, ordea, huts egiten dute.

dira eremu guztian, baina kontrakoa inoiz ez da behatzen.

6.1.1 Termodinamikako bigarren printzipioa

Termodinamikako bigarren printzipioak norantza batean bai baina bestean behatzen ez diren prozesu hauek ze norantzatan gertatzen diren zehazten du. Printzipioaren Clausiusen enuntziatuak *hozkailuak* darabiltza. Demagun T_L eta T_H tenperaturatako bi bero iturri ditugula, $T_L < T_H$ izanik. Hozkailua ziklikoki lan egiten duen makina bat da, zeinaren gainean W lana egitean T_L tenperaturako bero iturritik Q_L beroa xurgatu eta T_H tenperaturako bero iturrira Q_H beroa isurtzen duen. Termodinamikako lehenengo printzipioaren arabera, ziklo batean barne energia aldatzen ez denez:

$$|Q_L| + |W| - |Q_H| = 0. \tag{6.1}$$

Termodinamikako bigarren printzipioaren *Clausiusen enuntziatua*ren arabera: “Ezinezkoa da ziklo batean behe-tenperaturako bero iturritik goi-tenperaturako bero iturrira beroa garraiatu besterik egingo ez duen hozkailurik sortzea” [24]. Beste era batean esanda, $|W| > 0$ izan behar dela dio termodinamikako bigarren printzipioak, hots, tenperatura altuko bero iturritik tenperatura baxuko bero iturrira ez bezala, tenperatura baxuko bero iturritik tenperatura altuko bero iturrira ez dela sekula espontaneoki bero garraiorik egongo.

Termodinamikako formalismoan oreka egoeran definitzen den $S = S(E, V, N)$ entropia funtzioaren bidez adierazten dira era honetako jokaerak (E sistemaren energia, V bolumena eta N partikula kopurua dira). Norantza bakarrean gertatzen diren prozesu itzulezinak sistemaren entropia hazten den norantzan gertatzen dira. Bi norantzatan gerta daitezkeen orekako prozesu itzulgarriek entropia aldaezin uzten dute:

$$\Delta S \geq 0. \tag{6.2}$$

Termodinamikako bigarren printzipioak denboraren norantza markatzen du. Sistema baten bi egoera ezagutu eta lehenengo zein gertatu den jakin nahi bada nahikoa da entropia zein den kalkulatzea: entropia txikiena duena gertatu da lehenengo.

6.1.2 *H*-teoremaren ikuspuntu zinetikoa

Hasieran, termodinamikak eta mekanikak fenomeno ezberdinak aztertzen zituztela uste zen arren, gasen teoria zinetikoa garatu ahala gasen eboluzioa gasa osatzen zuten molekulen eboluzioak finkatzen zuela konturatu ziren fisikariak. Molekulen eboluzioa, baina, lege mekanikoen araberakoa zela jakina zen. Bestetik, gasa molekula kopuru oso handi batek osatzen du. Hori hala, XIX. mendearen bigarren zatian Maxwell eta Boltzmann mekanikaren legeak eta probabilitatea batuz gasen eboluzioa sistema mikroskopikoen eboluziotik ondorioztatzen ahalegindu ziren. Gasen eboluzioa finkatzen duten lege makroskopikoen artean dago termodinamikaren bigarren printzipioa.

Lehenago ere termodinamikako bigarren printzipioa molekulei aplikatutako mekanikatik ondorioztatzen ahalegindu zen arren, 1872ko *Further studies on the Thermal Equilibrium of Gas Molecules* artikuluan [25] eman zuen pauso erabakigarria Boltzmannek. Bertan, oreka egoeratik kanpo dauden gasen eboluzioa finkatzen duen ekuazioa ondorioztatzen du (Boltzmannen ekuazioa), baita orekara heldu arteko ibilbidean beti txikitzen den t-ren funtzio bat definitu ere (H-teorema).

Boltzmannen ekuazioa

Demagun V bolumenean N molekulaz osatutako gasa dugula. Gasak osatzen duen sistema beste unibertsotik guztiz isolatuta dago. Mekanikako legeek deskribatzen dute molekula bakoitzaren higidura: molekulen arteko indarrik ezean, abiadura zuzen uniformez higitzen dira inertziaz (Newtonen lehenengo legea). Euren higidura egoera aldatzeko era bakarra elkarrekin talka egitea da (Newtonen bigarren legea). Elkarrekintza potentziala ezagutu beharra dago higidura egoera berriak nolakoak izango diren finkatu ahal izateko.

Horrela problema ondo definituta dagoen arren, ezinezkoa da gas molekula guztien higidura-ekuazioak ebaztea eta sinplifikazio hipotesiak egin beharra dago:

- Gas molekulen artean binakako talkak baino ez daude. Gasetan dentsitatea oso baxua denez, zentzuzko hipotesia da.

- Kaos molekularra edo *Stosszahlansatz*: talka egiten duten molekulen abiadurak independenteak dira, hau da, talka egiten duten molekulen artean ez dago korrelaziorik. Talkaren ondoren, ordea, molekulen abiadurek elkarren menpekotasuna dute talkak elastikoak direlako. Hipotesi hau aldiune orotan erabili daiteke gasetan dentsitateak oso baxuak direlako: molekulek tarte handiak igarotzen dituzte talka eta talka artean, eta beraz, lehenago elkarrekin talka egindako molekulek berriz talka egitea oso inprobablea da. Sekula berriz talka egiten badute, denbora tarte handiak igarota eta beste hainbat talka egin ondoren izango da, eta talka guzti horietan hasierako korrelazioak desegin egiten dira.

- Gasaren egoera makroskopikoa probabilitatearen legeek emana da. Oso dentsitate baxua izan arren, gasak oso arin higitzen diren molekula kopuru handiak dira. Beraz, makroskopikoki bataz bestekoak baino ez dira behatzen: denbora tarte jakin batean espazio eta abiadura tarte bakoitzean dagoen bataz besteko molekula kopuruak ezaugarritzen du gasa eta euren arteko talkak probabilitatearen legeen bidez kalkulatzen dira.

Hiru sinplifikazio hipotesi hauek eta Newtonen mekanika batzen badira, Boltzmannen ekuazioa lortzen da. Izan bedi $f(\vec{r},\vec{v},t)d^3\vec{r}d^3\vec{v}$ t aldiunean posizioa $[\vec{r},\vec{r}+d\vec{r}]$ tartean eta abiadura $[\vec{v},\vec{v}+d\vec{v}]$ tartean duen partikula kopurua. Hala, $[t,t+dt]$ tartean partikulen higidura aztertuz, $t+dt$ aldiunean posizioa $[\vec{r},\vec{r}+d\vec{r}]$ tartean eta abiadura $[\vec{v},\vec{v}+d\vec{v}]$ tartean duen partikula kopurua $f(\vec{r},\vec{v},t+dt)d^3\vec{r}d^3\vec{v}$ lortzen da. Kalkulu hori egiten du Boltzmannen ekuazioak:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{m}\vec{F}(\vec{r})\cdot\nabla_{\vec{v}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{talka}, \tag{6.3}$$

non $\vec{F}(\vec{r})$ kanpo indarra, m partikulen masa eta $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{talka}$ hurrengo adierazpenak emana den eta,

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{talka} = \int\int g\sigma(g,\Omega)\left[f(\vec{r'_A},\vec{v'_A},t)f(\vec{r'_B},\vec{v'_B},t) - f(\vec{r_A},\vec{v_A},t)f(\vec{r_B},\vec{v_B},t)\right] d\Omega d^3\vec{v_A}, \tag{6.4}$$

A eta B talkan parte hartzen duten bi abiadura eta espazio tarteak izanik, banaketa funtzio primatuak talka ondorengo banaketak eta primatu gabeak talka aurrekoak, $g = |\vec{p_B} - \vec{p_A}| = |\vec{p'_B} - \vec{p'_A}|$ talka egitera doazen bi momentuen arteko diferentzia, Ω angelu solidoa eta $\sigma(g,\Omega)$ elkarrenkintza potentzialaren araberako talkako sekzio eragile diferentziala. Integrala $\vec{v_A}$ abiadura posible guztietarako egiten da talka posible guztiak kontsideratzeko.

$\boldsymbol{H}$-teorema

Bestetik, f Boltzmannen ekuazioa betetzen duen banaketa funtzioa izanik, $H(t)$ funtzioa definitzen da:

$$H(t) = \int\int f(\vec{r},\vec{v},t)\ln f(\vec{r},\vec{v},t)d^3\vec{r}d^3\vec{v}. \tag{6.5}$$

Integrala $\vec{r}$ posizio eta $\vec{v}$ abiadura posible guztietarako egiten da. Boltzmannen ekuazioa erabiliz froga daiteke H denboraren funtzio beherakorra eta behetik bornatua dela:

$$\frac{dH}{dt} \leq 0. \tag{6.6}$$

Hurrengoa da Boltzmannen ekuazioak eta H-teoremak diotena: edozein dela ere hasierako egoera, gasa osatzen duten molekulen arteko talka bidez oreka egoerara doa sistema, bidean beti H kantitatea txikituz eta orekara heltzean H kantitatea minimoa da. Oreka hau oreka dinamikoa da; molekulen arteko talkak badira orekan ere, hau da, molekulek aldatzen dute euren higidura egoera. Multzo gisa, ordea, f banaketa funtzioa ez da aldatzen: posizioa $[\vec{r},\vec{r}+d\vec{r}]$ tartean eta abiadura $[\vec{v},\vec{v}+d\vec{v}]$ tartean duen partikula kopuru totala konstante mantentzen da. $\frac{\partial f}{\partial t}=0$ orekako baldintzarekin Boltzmannen ekuazioa askatuz gero orekako Maxwell-Boltzmann banaketa funtzioa lortzen da:

$$f_{MB}(v) = n\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-(mv^2/2k_BT)}, \tag{6.7}$$

non $n = N/V$, k_B Boltzmannen konstantea, T tenperatura eta m molekulen masa diren.

H-teoremaren froga

Froga orokorra egin beharrean, kasu murriztu batena egingo dugu: gas bakarra kontsideratuko dugu bolumen konstantean, kanpo indarrik gabe eta banaketa uniformearekin (f-k ez du $\vec{r}$-rekiko menpekotasunik) [26]. Beraz, Boltzmannen ekuazioa (6.3) honela idazten da:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{talka} = \int\int (f' f'_A - f f_A) g\sigma d\Omega d^3\vec{v_A}. \tag{6.8}$$

H-ren denborarekiko aldaketa kalkulatzeko t-rekiko deribatuko dugu. H kalkulatzeko denborarekiko ez denez integratzen, integral barrura sar dezakegu denborarekiko deribatua:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\int f \ln f d^3\vec{v}\right) = \int \frac{\partial f}{\partial t}(\ln f + 1) d^3\vec{v} = \frac{d}{dt}\int f d^3\vec{v} + \int \frac{\partial f}{\partial t} \ln f d^3\vec{v}. \tag{6.9}$$

Lehen integralean $[\vec{v}, \vec{v} + d\vec{v}]$ tarte guztietan dagoen molekula kopurua batzen ari gara: N. Molekula kopurua konstantea duen gasean, bere denborarekiko deribatua nulua da. Bigarren integralean (6.8) ekuazioa ordezkatuz:

$$\frac{dH}{dt} = \int_\Omega \int_{v_B} \int_{v_A} (f'_A f'_B - f_A f_B) g\sigma \ln f_B d\Omega d^3\vec{v_A} d^3\vec{v_B}. \tag{6.10}$$

Integral hirukoitz honetan orientazio guztiak (Ω) eta talka posible guztiak ($\vec{v_B}$ eta $\vec{v_A}$) batzen ditugu. Integrazio aldagaiak baino ez direnez, talkako B eta A tarteak trukatu egin daitezke.

$$\frac{dH}{dt} = \int_\Omega \int_{v_A} \int_{v_B} (f'_B f'_A - f_B f_A) g\sigma \ln f_A d\Omega d^3\vec{v_A} d^3\vec{v_B}. \tag{6.11}$$

Tarteak trukatzean g ez denez aldatzen, σ ere ez da aldatzen. (6.10) eta (6.11) ekuazioak batuz:

$$\begin{aligned}\frac{dH}{dt} = \frac{1}{2}\int_\Omega \int_{v_A} \int_{v_B} (f'_B f'_A - f_B f_A) g\sigma (\ln f_A + \ln f_B) d\Omega d^3\vec{v_A} d^3\vec{v_B} = \\ \frac{1}{2}\int_\Omega \int_{v_A} \int_{v_B} (f'_B f'_A - f_B f_A) g\sigma \ln(f_A f_B) d\Omega d^3\vec{v_A} d^3\vec{v_B}.\end{aligned} \tag{6.12}$$

Talketan bi molekulak baino parte hartzen ez dutenez, talka bakoitzak alderantzizko talka bakarra dauka. Horrez gain, talka posible guztietarako batzen ari garenez integralean, aldagai primatuak eta primatu gabeak truka ditzakegu integrala aldatu gabe:

$$\begin{aligned}\frac{dH}{dt} = \frac{1}{2}\int_\Omega \int_{v'_A} \int_{v'_B} (f_B f_A - f'_B f'_A) g\sigma \ln(f'_A f'_B) d\Omega d^3\vec{v'_A} d^3\vec{v'_B} = \\ \frac{1}{2}\int_\Omega \int_{v_A} \int_{v_B} (f'_B f'_A - f_B f_A) g\sigma \ln\left(\frac{1}{f'_A f'_B}\right) d\Omega d^3\vec{v_A} d^3\vec{v_B}.\end{aligned} \tag{6.13}$$

Hala, berriro ere (6.12) eta (6.13) ekuazioak batuz:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{2}\frac{1}{2}\int_\Omega \int_{v_A} \int_{v_B} (f'_B f'_A - f_B f_A) g\sigma \ln\left(\frac{f_A f_B}{f'_A f'_B}\right) d\Omega d^3\vec{v_A} d^3\vec{v_B}. \tag{6.14}$$

Integral honetan $g \geq 0$ eta $\sigma \geq 0$ dira definizioz, $d^3\vec{v_A} d^3\vec{v_B} > 0$ bolumen infinitesimalak dira, eta, $\ln \frac{x}{y}(y - x) \leq 0$ da $y > 0$ denean (hau beti beteko da probabilitateak beti direlako positiboak). Batugai negatibo edo nuluen batura negatiboa edo nulua denez, H-teorema frogatu dugu:

$$\frac{dH}{dt} \leq 0. \tag{6.15}$$

6.1.3 H-teoremaren ikuspuntu estatistikoa

Problema honen ikuspuntu estatistikoa fase-espazioaren kontzeptuan oinarritzen da. Lehen esan bezala, partikula baten egoera finkatzeko sei koordenatu ezagutu behar dira: hiru koordenatu espazialak eta abiaduraren edo momentuaren hiru koordenatuak. Ardatzetan sei koordenatu hauek lituzkeen erreferentzia sistema da fase espazioa eta aldiune bakoitzean partikularen egoera bertako puntu batek deskribatzen du.

Gure sisteman N partikula ditugu. Sistemaren egoera zehatza ezagutzeko, N puntu marraztu beharko genituzke fase espazioan. Koordenatu hauen balioak zehaztasun osoz ezagutzea oso zaila denez, fase espazioa $\Delta\tau = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ bolumen elementutan banatzen da, bolumen osoa $\Delta\tau$ bolumen-elementu guztien batura izanik. Ondorioz, sistemaren egoera zehazterako orduan, partikula bakoitzaren koordenatuetan $\Delta\tau$ ziurgabetasuna dugu: partikula bakoitzaren egoera partikula zein bolumen elementutan dagoen esanaz finkatzen da, eta bolumen horren barruko aldaketak ez dira kontutan hartzen. Bolumen-elementu ezberdinetako bi partikula elkar trukatuz gero, egoera berri bat da: partikulak *bereizgarriak* dira. Hau da egin dezakegun sistemaren deskripzio zehatzena: zein *mikroegoeratan* dagoen finkatzea.

Gasen eboluzioa ikuspuntu zinetikotik aztertzean esan den eran, ordea, behatzen dena (sistemari buruz dakigun bakarra) ez da partikula edo molekula bakoitzaren higidura, multzo gisa duten jokaera baizik, hau da, f banaketa funtzioaren aldaketa. Beraz, sistemaren *makroegoera*, behatzen dena, bolumen elementu bakoitzean dagoen partikula kopuruak finkatzen du: $\{N_1, N_2, N_3, ...\}$ multzoak. Ikuspuntu zinetikoko adierazpenarekin alderatuta, $N_i = f_i \Delta\tau$ dela ikustea erraza da: $f_i \Delta\tau$ $x \in [x_i, x_i + \Delta x_i]$, $y \in [y_i, y_i + \Delta y_i]$... tartean duen partikula kopurua $(= N_i)$ da [27].

Aipatutako makroegoera bakoitzarekin hainbat mikroegoera dira bateragarriak: $\{N_1, N_2, N_3, ...\}$ banaketa hainbat mikroegoerak errespetatzen dute[2]. N partikula izanda, sistema makroegoera jakin batean egoteko $W(N_1, N_2, N_3, ...)$ probabilitatea makroegoerarekin bateragarriak diren mikroegoera kopuruaren eta mikroegoera bakoitzaren probabilitatearen biderkadura da:

- $\{N_1, N_2, N_3, ...\}$ makroegoerarekin bateragarriak diren mikroegoera kopurua N partikula N_1, N_2... multzotan bana ditzakegun era ezberdin kopurua da. Beraz;

$$\frac{N!}{N_1!N_2!...}. \tag{6.16}$$

- Mikroegoera guztiek *a priori* probabilitate bera dute, ekiprobableak dira. Probabilitate honi g^N deritzogu.

Hala, $\{N_1, N_2, N_3, ...\}$ makroegoeraren probabilitatea:

$$W(N_1, N_2...) = \frac{N!}{N_1!N_2!...} g^N. \tag{6.17}$$

Orekako *makroegoera* banaketa probableenak emana da, hots, $N!/(N_1!N_2!...)$ maximizatzen duen banaketak emana[3]. Partikula kopurua eta energia konstante hartuz, Lagrangeren biderkatzaileen metodoarekin egiten da maximizazioa. Besteak beste, ondoko adierazpena lortzen da maximizazio honetan [27]:

$$\ln W = konst - \sum N_i \ln N_i. \tag{6.18}$$

Behin lan-eremua definituta, idatz dezagun H-teorema notazio honetan. Aldagai jarraituak diskretutzat hartu eta integrala baturarekin ordezkatuz, $\sum N_i = N$ dela eta $\Delta\tau_i = \Delta\tau$ bolumen elementu guztiak berdinak direla kontuan hartuta:

$$H = \sum f_i \ln f_i \Delta\tau = \sum N_i \ln (N_i/\Delta\tau) = \sum N_i \ln N_i - N\Delta\tau. \tag{6.19}$$

[2] Ohartu partikulak bereiztezinak balira, makroegoera bakoitzeko mikroegoera bakarra izango genukeela.

[3] Ikuspuntu zinetikoan oreka dinamikoa definitu dugu: probabilitate-banaketa funtzioa aldaezin uzten duen egoera da oreka. Ikuspuntu estatistikoan oreka beste era batean definitzen da: banaketarik probableena dena da orekako banaketa.

Azken bi ekuazioak alderatzen badira, ondoko berdinketa dugu:

$$H = -\ln W + konst. \tag{6.20}$$

Hren aldaketa idazten bada:

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{1}{W}\frac{dW}{dt}, \tag{6.21}$$

non $\frac{1}{W} > 0$ den definizioz, beraz:

$$\frac{dW}{dt} \geq 0. \tag{6.22}$$

(6.22) eta (6.15) ekuazioak baliokideak direnez argia da H teoremaren interpretazio estatistikoa: sistema gero eta makroegoera probableagoetara joateko eran eboluzionatuko da, makroegoera probableenera heldu arte. Makroegoera probableenera heltzean bertan geldituko da: oreka egoerara heldu dela esaten da.

H-teoremaren eta termodinamikako bigarren printzipioaren arteko lotura

Demagun N molekulaz osatutako gas ideala dugula V bolumenean sartuta oreka egoeran. Oreka egoeran dagoenez, uniformeki banatuta dago gasa bolumen osoan eta abiadura tarte bakoitzeko partikula kopurua Maxwell-Boltzmann banaketak finkatzen du. Maxwell-Boltzmann banaketa (6.7) H-ren adierazpenean (6.5) ordezkatuz [26]:

$$H = \int_V \int_{-\infty}^{\infty} f_{MB} \ln f_{MB} d^3\vec{r} d^3\vec{v} = \int_V \int_{-\infty}^{\infty} f_{MB} \left(\ln n + \frac{3}{2}\ln\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right) - \frac{mv^2}{2k_B T}\right) d^3\vec{r} d^3\vec{v}. \tag{6.23}$$

A magnitudearen bataz bestekoa $\langle A \rangle = \int_V \int_{-\infty}^{\infty} f A d^3\vec{r} d^3\vec{v}$ idazten delarik:

$$H = N\left[\ln n + \frac{3}{2}\ln\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right) - \frac{m}{2k_B T}\langle v^2\rangle\right]. \tag{6.24}$$

Gas idealak oreka egoeran ekipartizio teorema betetzen duenez, $\frac{m\langle v^2\rangle}{2} = \frac{3k_B T}{2}$:

$$H = N\left[\ln n \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} - \frac{3}{2}\right]. \tag{6.25}$$

Hurrena, H S-ren aldagai naturaletan (E, V, N) idazteko kontutan hartu behar dira ondorengo erlazioak:

$$\begin{cases} E = \frac{3}{2} N k_B T, \\ V = N/n. \end{cases} \tag{6.26}$$

Ordezkapenak eginez,

$$H = N\left\{\ln\left[\left(\frac{m}{\frac{4}{3}\pi}\right)^{3/2} \frac{N^{5/2}}{VE^{3/2}}\right] - \frac{3}{2}\right\}. \tag{6.27}$$

Energia eta bolumena aldatzean Hren aldaketa:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial H}{\partial E}\right)_V = -\frac{3N}{2E} = -\frac{1}{kT}, \\ \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_E = -\frac{N}{V} = -n. \end{cases} \tag{6.28}$$

Beraz,

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial E}\right)_V dE + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_E dV = -\frac{1}{kT}dE - ndV. \tag{6.29}$$

Bestetik, Eulerren ekuazioaren arabera [24]:

$$dE = TdS - PdV + \mu dN, \tag{6.30}$$

non μ potentzial kimikoa eta P presioa diren. Gure kasuan partikula kopurua konstantea da: $dN = 0$. Entropia aldaketa isolatuz:

$$dS = \frac{dE}{T} + \frac{P}{T}dV. \tag{6.31}$$

Energia eta bolumena aldatzean entropiaren aldaketa kalkulatuko dugu. Gas idealean $PV = Nk_BT$ betetzen da:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial S}{\partial E}\right)_V = \dfrac{1}{T}, \\ \left(\dfrac{\partial S}{\partial V}\right)_E = \dfrac{k_BN}{V} = nk_B. \end{cases} \tag{6.32}$$

(6.31) ekuazioan ordezkatuz:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_V dE + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_E dV = \frac{1}{T}dE + nk_BdV. \tag{6.33}$$

Hala, (6.29) eta (6.33) konparatzen badira argia da H eta Sren arteko erlazioa:

$$S = -k_BH. \tag{6.34}$$

Era berean, (6.20) ordezkatuz:

$$S = k_B \log W - konst. \tag{6.35}$$

Ekuazio honek hainbat ate zabaltzen ditu. Alde batetik, entropia eta makroegoera bati dagokion probabilitatea lotzean, entropia *desordenaren* neurritzat jotzen da. Izan ere, makroegoera bat zenbat eta ordenatuagoa izan orduan eta murriztuagoak dira partikulak fase espazioan kokatzeko erak, eta beraz, txikiagoa bere probabilitatea. Bestetik, nahiz eta termodinamikan entropia oreka egoeran baino ez definitu, definizioa orekaz kanpoko egoeretara hedatzeko aukera ematen du. H-teoremari jarraiki,

$$\frac{dS}{dt} = -k_B\frac{dH}{dt} \geq 0. \tag{6.36}$$

6.1.4 Paradoxak eta ebazpena

Boltzmannen ekuazioak eta H-teoremak eragin handia izan zuten, baita hautsak harrotu ere. Hona H-teoremaren baliozkotasuna zalantzan jarri zuten bi paradoxa:

Zermelo-ren paradoxa

Zermeloren paradoxa Poincaré-ren errepikapenaren teoreman oinarritzen da. Teorema honen arabera, mekanikaren legeak jarraitzen dituen partikula kopuru finituko sistema isolatua izanda, denbora tarte finitu bat igarotakoan sistemak lehendik izandako konfigurazioetatik oso hurbil dauden konfigurazioak hartuko ditu: hau da, partikula guztien posizio eta abiadurak beste aldiune batean izan dituzten posizio eta abiaduretatik nahi bezain hurbil egongo dira nahitaez (higidura kuasiperiodikoa).

Demagun t_0 aldiunean $\Gamma_0 = (\vec{r_1}, \vec{p_1}, \vec{r_2}, \vec{p_2}, ..., \vec{r_n}, \vec{p_n})$ konfigurazioan dagoen H_0 baliodun N partikulako sistema isolatu bat. Orekatik kanpoko egoera bada, denbora aurrera joan ahala mekanikako legeei segika eboluzionatuko da sistema H balioa txikituz minimora (orekara) heldu arte. Denbora tarte finitu bat igarota, ordea, sistema Γ_0-tik (edo igaro duen edozein konfiguraziotik) nahi bezain hurbil egongo da berriro: $|\Gamma_0^* - \Gamma_0| < \epsilon$, ϵ nahi bezain txikia izanik. Beraz, $H_0 \sim H_0^* > H_{min}$. Denborak aurrera egin ahala, hau izango da H-ren eboluzioa.

$$H_0 > H_1 > ... > H_{min} ... < H_0^* ... \tag{6.37}$$

Ondorioz, H kantitatea bere balio minimora jaitsi den beste alditan igo beharko da balio altuetara.

Zermeloren paradoxa H-teoremaren kontraesana barik berrespena da. Izan ere, H-teoremak (eta mekanika estadistikoak) egia probabilistikoak esaten dituzte. Poincaréren errekurrentziaren teorema zuzena izanik, N partikula kopuru finitua duen sistemak higidura kuasiperiodikoa izango du, baina periodo horiek oso luzeak dira, inola ere ez denbora tarte neurgarriak. Hau da, H kantitatea bere balio probableenean egongo da ia denbora guztian, baina balio horren inguruan fluktuazio estadistikoak izango ditu, zenbat eta H balioa gehiago urrundu orekako baliotik orduan eta inprobableagoak izango direnak, eta beraz, orduan eta denbora gehiago itxaron beharko da beha daitezen.

Loschmidt-en paradoxa

H-teorema ondorioztatzeko erabili ditugun bi tresna garrantzitsuenak mekanika newtondarra eta estatistika edo probabilitatea izan dira: biak ala biak $t \to -t$ aldaketarekiko simetrikoak. Nola da posible, orduan, lege simetrikoetatik abiatuta lege asimetriko bat lortzea?

Demagun N partikulako gasa dugula, t_0 aldiunean guztien posizioa eta abiadurak ezagunak izanik: $\Gamma_0 = (\vec{r_1}, \vec{p_1}, \vec{r_2}, \vec{p_2}, ..., \vec{r_n}, \vec{p_n})$. Mekanikaren legeak baliatuz partikula bakoitzaren posizioa eta abiadurak zehaztu ditzekegu $t_1 = t_0 + \tau$ aldiunean: $\Gamma_1 = (\vec{r_1'}, \vec{p_1'}, \vec{r_2'}, \vec{p_2'}, ..., \vec{r_n'}, \vec{p_n'})$. f_0 eta f_1 banaketa funtzioak ezagunak dira horrela eta H_0 eta H_1 kantitateak kalkula daitezke. Hasierako t_0 aldiunean gasa oreka egoeratik kanpo bazegoen, H-teoremaren arabera H kantitatea txikiagoa da t_1 aldiunean t_0 aldiunean baino:

$$H_0 > H_1. \tag{6.38}$$

t_1 aldiunean gasa ez bada orekara iritsi (H_1 minimoa ez bada), pausu berberak emanda ondorioztatu daiteke $t_2 = t_1 + \tau$ aldiunean H_2 kantitatea H_1 baino txikiagoa izango dela; eta berdin $t_3 = t_2 + \tau$ aldiunean... oreka egoerara heldu arte.

$$H_0 \geq H_1 \geq H_2 \geq ... \geq H_n \geq ... \tag{6.39}$$

Orain, t_1 aldiunean partikula guztien abiaduren noranzkoa alda dezagun: $\Gamma_1^* = (\vec{r_1'}, -\vec{p_1'}, \vec{r_2'}, -\vec{p_2'}, ..., \vec{r_n'}, -\vec{p_n'})$. H funtzioaren definiziotik ikusten denez,

$$H_1 = H_1^*. \tag{6.40}$$

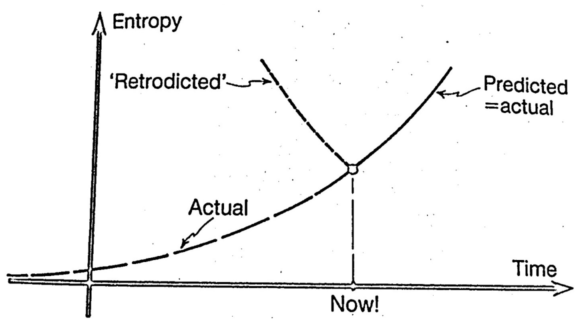
Izan ere, abiadura posible guztietarako integratu behar dugunez, abiaduraren zeinua aldatzen dugunean batugaien ordena aldatzen baino ez gara ari. Hurrengo aldiunean partikula bakoitzaren konfigurazioa ezagutzeko mekanikaren legeak aplikatuz, t_0 aldiuneko konfigurazio berbera lortuko dugu, baina abiaduren norantza aldatuta. Era berean, sistema berriaren (izardun sistema) aurreko aldiuneko konfigurazioa jatorrizko sistemaren (izar gabekoa) t_2 aldiunekoa izango da, abiadurak trukatuta. Denborak aurrera egin ahala izardun sistemak hartzen dituen H balioak:

$$...H_2^* \leq H_1^* \leq H_0^*... \tag{6.41}$$

Beraz, jatorrizko sisteman difusio prozesu bat deskribatzen bada, berrian difusioaren kontrako joera duen sistema bat deskribatzen da. Eboluzioan H txikitzen zaion konfigurazio bakoitzeko, H handitzen zaion beste bat existitzen da.

Hala dirudien arren, adibide hau ez da H-teoremaren kontraesana konfigurazio bakar bat (mikroegoera bat) baita argumentuaren oinarria. Ikuspuntu zinetikotik begiratuta, noranzko batean H-teorema aplikatu bada, beste noranzkoan ezin daiteke H-teorema aplikatu: noranzko batean talka egitera doazen molekulen abiadurak independenteak dira eta beste noranzkoan korrelazioak daude (hau da kaos molekularraren hipotesia). Ikuspuntu estatistikotik begiratuta, abiadurak trukatuta H balioa handitzen zaion sistema oso ordenatuta dago, eta beraz, oso inprobablea da. Horrek ez du esan nahi gerta ezin daitekeenik, baina H-teoremak egia estadistikoak esaten ditu eta estatistikoki H_1 baliodun konfigurazio batek $H_0 > H_1$ baliora eboluzionatzeko probabilitatea nulua da: euren H balioa txikituko zaien H_1 baliodun askoz konfigurazio gehiago daude haziko zaienak baino.

Haatik, adibide honek ez du Loschmidten paradoxa bere osotasunean ordezkatzen. Egia da lege simetrikoetatik abiatuta ezin daitekeela lege asimetrikorik ondorioztatu, eta hala da: H-teorema denborarekiko simetrikoa da. Orain arte asimetrikoa zela uste bagenuen denboraren norantza etorkizunerantz izango zela aurrez aukeratuta genuelako zen (etorkizunera begira geundelako), baina era berean eraiki daiteke H-teorema iraganerantz. Ikuspuntu zinetikoan, denboran atzeranzko H-teorema eraikitzeko t_0 aldiunetik abiatu eta iraganeranzko talkak kontsideratu behar dira [28]. Boltzmannen ekuazioa eta H-teorema lehen egin dugun era berean eraikitzen dira, hain zuzen, mekanikaren legeak eta probabilitatea $t \to -t$ aldaketarekiko simetrikoak direlako. Antzera ikuspuntu estatistikoan: H-teoremak $H_0 > H_{min}$ balioa oso inprobablea dela dio eta eboluzioan H_{min}-era joko duela beti probableagoa delako; baina gauza bera iraganean. Beste ezer jakin barik, aldiune batean sistemaren $H_0 > H_{min}$ dela badakigu, etorkizunean zein iraganean probableagoa da H balio txikiagoetan egotea sistema (6.1 irudia). Hau da, une batean ordenatuta dagoen sistemak desordenatzera joko du denborak aurrera egin ahala, baina horrek ez du esan nahi iraganean are ordenatuago zegoenik. Hasierako uneko konfigurazio ordenatua ezagututa iraganerantz ere berdin balio du argumentuak: H_{min} baliora joko du.



Irudia 6.1: *Sistema baten entropiaren eboluzioa. Entropiaren oraingo balioa jakinda, termodinamikako bigarren printzipioak (H-teoremak) denborak aurrera egin ahala hazi (txikitu) egingo dela dio, baina beste ezer jakin gabe, aurreikuspena berbera da denboran atzerantz. Iraganean entropiaren (H-ren) balioa are txikiagoa izatea ezin du termodinamikako bigarren printzipioak (H-teoremak) hasierako baldintzarik inposatu gabe azaldu.* ([20] erreferentziatik hartutako irudia).

Hasierako baldintzak edo iraganeko hipotesia

Nondik dator inguruan behatzen dugun asimetria orduan? Esperientziak esaten digu denborak aurrera egin ahala H (S) beti txikitzen (hazten) dela, hau da, oso inprobablea den arren mundua orain ordenatuta dagoela eta iraganean are ordenatuago zegoela. Asimetria hau azaltzeko gaur gaurkoz dagoen era bakarra hasierako baldintza unibertsoaren sorreran jartzea da: unibertsoa oso H altuko (S baxuko) egoera batean zegoen sortu zenean[4]. Behin hasierako baldintza ezagututa, H-teoremak dioen eran eboluzionatuko du sistemak denborak aurrera egin ahala. Beste era batean esanda: sistema baten eboluzioa ezagutzeko ez da nahikoa fisikako legeak ezagutzea, sistema hasieran nola zegoen ere ezagutu behar da (problema legeek eta hasierako egoerak osatzen dute). Gezi termodinamikoaren kasuan, sistema unibertsoa da eta entropiaren etengabeko hazkuntza ez da fisikaren legeetatik ondorioztatzen, unibertsoaren hasierako egoeratik baizik[5].

Hau da, fisikako legeek ez dute denboraren norantzarik definitzen. Gure unibertsoak hasierako H handiko baldintza zuenez, denboraren norantza entropia hazten den norantzarekin identifikatzen dugu, baina ez du zertan hala izan. Ondorio honetara heldu zenean, Boltzmannek lehen eredu kosmologikoa proposatu zuen behatzen dugun entropiaren etengabeko hazkuntza azaltzeko. Kontsidera dezagun H balio minimoa egiten duen oreka egoeran dagoen Boltzmannen unibertsoa [29]. Oreka hau estadistikoa izaki, han eta hemen fluktuazio estadistikoak gertatzen dira; zenbat eta gehiago urrundu H balioa bere balio minimotik, orduan

[4] Ohartu unibertsoaren "hasierako unea" zein den esan dezakegula denbora kosmikoa definitu ahal izan dugulako.

[5] Unibertsoa hasieran hain entropia baxuko egoeran zergatik zegoen azaltzea kosmologiari dagokio. Ondorioz, esan dezakegu termodinamikako bigarren printzipioak dakarren asimetriak jatorri kosmologikoa duela.

eta fluktuazio inprobableagoak. Gure kasuan, H balio altu batetik H_{min}-eranzko zonaldean geundeke eta horregatik da denboraren norantza entropia hazten den norantza guretzat. H_{min}-etik H balio altu bateranzko zonaldean, denboraren norantza entropia txikitzen dena dela esango genuke, eta orekan dagoen unibertsoan ezin izango genuke denboraren norantzarik bereizi.

Kapitulua 7

Ondorioak eta gogoetak

Denborak fisikan duen esanahia argitzea izan da lan honen helburua. Hasieran, espero izatekoa zen bezala mekanika newtondarrean gizakion intuizioarekin bat datorren denbora deskribatzen da: behatzaileekiko eta materiarekiko independientea, hiru zati argitan banatuta: iragana-oraina-etorkizuna. Zientziak aurrera egin eta egoera orokorragoetara jo ahala, ordea, "berezkoak" zaizkiola uste dugun ezaugarriak galtzen ditu denborak: erlatibitate berezian jada behatzaileen arteko higiduraren menpekotasuna du eta ondorioz bi behatzailek neurtutako denbora tarteak ez dira berberak, aldiberekotasuna ez da absolutua... Besteak beste, iragana-oraina-etorkizuna banaketa ezin da era globalean egin. Gertaera bakar bati dagokionean, kausalitatea mantentzea baldintzatzat hartuta, iragana iraganeko konoarekin parekatu daiteke eta etorkizuna etorkizuneko konoarekin. Bestetik, denbora propioaren atalean azpimarratzekoa da masarik ez duten partikulek ez dutela denboraren joanik sentitzen, hots, masa dela denboraren joanaren sentsazioa ematen duena. Honek zuzenean lotzen du denbora aldaketarekin: masarik ez duten partikulek, fotoiek esaterako, ez dute denborarik sentitzen, eta beraz, ezin dute ezaugarririk aldatu.

Aztertu dugun hurrengo teoria nagusia mekanika kuantikoa da. Mekanika kuantiko ez-erlatibistako formulazio estandarrean, espazioa ez bezala, denbora ez da behagarria eta hau oztopo handia da mekanika kuantikoa erlatibitate bereziarekin batzeko orduan. Hala ere, definitu izan dira denbora unitatedun beste kantitate batzuk eta eurek baliatuz idatzi energiaren eta denboraren ziurgabetasun printzipioak, besteak beste, sistema kuantikoen dinamikarekin lotutako denbora intrintsekoa deritzogunaren bidez. Gainera, gaur egun mekanika kuantiko ez-erlatibistan behagarrien definizio zabalagoa egin, neurketen teoria orokortu eta gertaeren denbora behagarria dela kontsidera daiteke kasu zehatz batzuetan. Kasu hauetan, uhin-funtzioaren kolapsoa ausazkoa izaki, gertaeren denbora ez dago neurketa egin aurretik determinatuta.

Erlatibitate orokorra eta aurreko teoria guztien arteko ezberdintasuna da espazio-denborak energia eta masa banaketaren menpekotasuna duela, hots, Newtonen denbora absolutuaren definiziora itzulita, jada ez da bakarrik denbora ez dela behatzaileen higiduraren independientea; materiaren menpekotasuna ere badu. Orokorrean, lau koordenatuak aukeratzeko askatasuna dugu eta horrek asko zailtzen du denboraren interpretazioa. Gödelen unibertsoan adibidez, kausalitatea apurtzen duten denbora motako kurba itxiak lortzen dira. Bestetik, erlatibitate berezian ez bezala, energia-momentu tentsore egokiak ditugunean (fluido perfektuarena, esaterako, kosmologian) koordenatu egokiak aukeratu eta denbora global bat defini dezakegu, eta hala, unibertsoaren iragana-oraina-etorkizuna banaketa egin.

Teoria hauek euren artean ezberdintasun handiak badituzte ere, uhin-funtzioaren kolapsoa eta indar ahula albo batera utzita, deterministak eta $t \to -t$ simetrikoak dira guztiak. Gure inguruan nabari dugun itzulezintasuna eta denboraren joanaren sentsazioa denboraren gezien bidez azaltzen da: gezi termodinamikoa, besteak beste. Gezi honen jatorria unibertsoaren hasierako egoerako entropia baxuko egoera da. Kalkuluen arabera, unibertsoaren hasierako $10^{10^{23}}$ egoera posibleetatik bat da gure unibertsoari dagokiona:

ikaragarri inprobablea da. Hala bada, arrazoi sendoagoren baten bila dabiltza fisikariak, zori hutsetik harago beharrezkotasuna inplikatuko duen arrazoiren baten bila. Bi proposamen nagusi daude: alde batetik, printzipio antropikoa deritzoguna erabiltzen da, hots, unibertsoa den bezalakoa da gu existitu ahal izateko. Beste proposamenak balizko grabitatearen teoria kuantiko baten ondorioa litzatekeela suposatzen du [31].

Behin unibertsoaren hasierako egoerako entropia baxuko hipotesia eginda, ordea, gezi termodinamikoa $t \to -t$ simetrikoak diren legeei jarraika lortzen da. Hau da, geziak gezi, fisikako legeei dagokienean unibertsoa $t \to -t$ simetrikoa da. Beti egin ezin den iragana-oraina-etorkizuna banaketa egin ahal izanda ere (denbora globala definitu), fisikaren arabera hirurak maila berean daude, ez du ezerk bereizten iragana etorkizunetik, baliokideak dira: itxura guztien arabera *block universe* batean bizi gara. Uhin-funtzioaren kolapsoa kontsideratzen bada, indeterminismoa azterketaren baitan hartu eta EBU edo *evolving block universe* litzateke gu bizi garen unibertsoa: iragana finkatuta dago eta etorkizuna ezezaguna da orainaldian uhin-funtzioak kolapsatu arte[1]. Dena dela, uhin-funtzioaren kolapsoaren jatorri fisikoa zein den ikusteke dago oraindik. Gainera, gure sistema kuantikoa unibertsoa bada, zein da behatzailea? Zeinek egiten du kolapsoa eragiten duen neurketa? Testuinguru honetan entzutesua da Wheeler-DeWitt fisikariaren unibertsoaren eboluzio ekuazioa: $\hat{H}\,|\Psi\rangle = 0$, $\hat{H}$ unibertsoaren hamiltondarra eta $|\Psi\rangle$ unibertsoaren uhin-funtzioa izanik. Ekuazio honen arabera unibertsoak ez du eboluzionatzen eta bat dator *block universe* ikuspuntuarekin.

Azken ikuspuntu honen aldekoak dira denbora eta denboraren joana ilusioa direla diotenak, denbora ez dela fisikaren oinarrizko osagaia eta ezabatu daitekeela fisikako ekuazioetatik [32]. EBU-ren aldekoek, berriz, denboraren joana erreala dela eta denbora fisikaren oinarrizko osagaia dela argumentatzen dute.

Orain arte aipatu ez dugun beste gezi posible bat gezi kosmologikoa da: denboraren norantza espantsioaren norantza da. Gure aroan, gezi hau eta gezi termodinamikoa bat datoz, baina zer gertatuko litzateke balizko *Big Crunch* batean? Entropia txikitu egingo litzateke? Hazi? Bat letorke gezi kosmologikoarekin?

Halaber, erlatibitate orokorra $t \to -t$ simetrikoa izan arren, zulo beltzak bai baina zulo züririk ez da behatzen. Hau denboraren gezi bat dela esatea gehiegizkoa da akaso, baina arrazoiren bat egon behar da naturak denboraren norantza bateko soluzioak bai baina beste norantzakoak ez hautatzeko. Zulo beltzei dagokienean, esanguratsua da Bekenstein–Hawking entropia semiklasikoa, zeinek zulo beltzei euren azalerarekiko proportzionala den entropia esleitzen dien. Materia xurgatu ahala, zulo beltzen azalera haziz doa eta, beraz, baita entropia ere. Hala, termodinamika eta erlatibitate orokorra batuz, zulo beltzetan termodinamikako bigarren printzipioa haustea ekiditen da.

Denborak fisikan duen esanahia argitu beharrean denbora ez dela batere gauza sinplea eta ulerterraza geratu da argi lan honetan. Hasteko, bete ditzan eskatzen dizkiogun baldintzak gure esperientzia murriztutik datoz. Honek Newtonen denbora absolutua kritikatzen zuten filosofoak gogorarazten ditu, Kant albo batera utzita, denboraren ideia esperientziatik datorrela ziotelako. Esperientzia murriztua bada, gure denboraren ideia ere murriztua da eta ez du zertan denbora orokorrak bete. Zentzu honetan, hain dira intuizioaren kontrakoak fisikaren arabera denborari dagozkion ezaugarriak, askotan oso zaila baita denbora fisikoa eta gure denboraren ideia intuitiboa bateratzea. Beste kontzeptu fisiko batzuekin ez da hau gertatzen, ez da hain zaila gure esperientziatik urrun egon arren gertatzen dena ulertzea. Sarreran esan bezala, ordea, denbora hain dago gure pentsamoldean erroraino sartuta, oso zaila baita hortik kanpo pentsatzea.

Antzinako Greziatik gaur arte asko aurreratu den arren, galderak berberak dira oraindik. Existitzen da denbora? Zein dira bere ezaugarriak? Etorkizunera begira, balizko grabitazioaren teoria kuantiko batek denbora zer den ulertzeko bide berriak zabalduko lituzke, bai unibertsoaren hasierako entropia baxuko egoera azaltzeko orduan, zenbaiten arabera baita uhin-funtzioaren kolapsoari dagokionean ere.

[1] Orainaldiak iraupen nulua duen edo ez ikusteko dago. Izan ere, gertaeren denbora behagarria dela kontsideratzen bada, ziurgabetasunak dagozkio berari ere [30].

Eranskina A

Erlatibitate orokorrerako eta kosmologiarako tresnak

Eranskin honetan 5 atalean erabiliko ditugun tresnak aurkeztuko ditugu. Hasteko, Einsteinen ekuazioak idaztea errazten digun hitzarmena zein den esango dugu, ondoren definizio batzuk egin eta amaitzeko 5.1.2 atala borobiltzeko FLRW metrika aurkeztuko dugu.

A.1 Einsteinen hitzarmena

Einteinsen hitzarmenaren arabera adierazpen batean errepikatutako indizeak ageri badira euren balio posible guztien batura egin behar da. Honek baturak era konpaktoagoan idazten laguntzen du. Esate baterako, biderketa eskalarra adierazteko:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sum_i u_i v^i \tag{A.1}$$

Einsteinen hitzarmena erabiltzen badugu,

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_i v^i \tag{A.2}$$

Balio posible guztiak esanda, balio posible horiek zeintzuk diren jakin behar dugu. Hitzarmenez, indizean letra grekoa ipiniz gero balio posibleak zerotik hirura doaz; letra latinoa ipiniz gero, batetik hirura. Adibidez,

- $\mu = 0, 1, 2, 3$
- $i = 1, 2, 3$

Goian ipintzen diren indizeak indize kontrabarianteak dira eta behekoak indize kobarianteak [21].

A.2 Definizioak

Einsteinen ekuazioen osagaiak izendatuko ditugu orain:

- $g_{\mu\nu}$ metrika orokorra. Hemen gordetzen da espazio-denboraren geometriaren informazio guztia.
- $\eta_{\rho\sigma}$ Minkowskiren metrika.
- x^μ koordenatu orokorrak.
- X^ρ koordenatu inertzial lokalak.
- $G_{\mu\nu}$ Einsteinen tentsorea. Behin metrika ezagututa, Einsteinen tentsorea ere ezaguna da metrikaren funtzioa baita. Definizio zehatza [21] erreferentzian.
- $T^{\mu\nu}$ energia-momentu tentsorea. Definizioz, energia-momentu tentsorea tentsore kontrabariantea da. Einsteinen ekuazioetan ageri dena metrikaren bidez indizeak jaitsiz lortzen da: $T_{\mu\nu} = g_{\mu\lambda} g_{\nu\gamma} T^{\lambda\gamma}$.

- Λ konstante kosmologikoa.
- ; deribatu kobariantea. Hurrengo eran aplikatzen zaio tentsore bati, esaterako: $T^{\mu\nu}_{;\nu}$. Zehaztasun gehiago [21] erreferentzian.

A.3 FLWR metrika

Kosmologian asko erabiltzen den metrika da FLRW metrika. Printzipio kosmologikoa onartzen bada eta konstante kosmologikoa zero eginda, Einsteinen ekuazioen soluzioa da metrika hau.

Egoera honetan, behin denbora kosmikoa definituta (ikus 5.1.2 atala), zati espazialari zer gertatzen zaion galde dezakegu. Printzipio kosmologikoa bete nahi bada edozein bi une kosmikotan unibertsoak antzekoa izan behar du. Hau da, galaxien arteko distantziak aldatu daitezke baina distantzia guztiak neurri berean aldatu behar dira. Hala, koordenatu espazialak puntu finkoetan definitzen dira, hots, bakoitza espazioko puntu berean (fluido-elementu berean) dago une kosmiko guztietan. Ondorioz, koordenatuen posizioak finkoak dira baina euren arteko distantziek ez dute zertan finkoak izan. Definitu berri ditugun koordenatu hauek koordenatu kohigikorrak dira. Euretan idazten bada FLRW metrika [21]:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a(t)^2\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right], \tag{A.3}$$

non t denbora kosmikoa, $a(t)$ eskala-faktorea, (r, θ, ϕ) koordenatu kohigikorrak eta k kurbaduraren zeinua diren. Eskala-faktoreak biderkatzen duen zati espaziala homogeneoa eta isotropoa da, behar zuen bezala. Argi ikusten da eskala-faktoreak unibertsoko puntu finkoen arteko distantziak nola aldatzen diren informazioa ematen duela. Hedatzen ari den unibertso batean, $a(t)$ positiboa da, jakina.

Bibliografia

[1] C. Truesdell: *Ensayos de la historia de la mecánica*, Tecnos (1975).

[2] H. Poincaré: *La mesure du temps* (*The measure of time*), Revue de métaphysique et de morale 6: 1-13 (1898).

[3] I. Newton: *Philosophiae naturalis principia matemática*(*Principios matemáticos de la filosofía natural*), Royal Society (1687).

[4] J. M. Agirregabiria: *Mekanika klasikoa*, Euskal Herriko Unibertsitatea (2016).

[5] M.G. Doncel: *El tiempo en la física: de Newton a Einstein*, Enrahonar, quaderns de filosofía (1989).

[6] H. Erlichson: *The Leibniz-Clarke Controversy: Absolute vs Relative Space and Time*, American Journal of Physics **35**: 89 (1967), *DOI: 10.1119/1.1973976.*

[7] J.C. Maxwell: *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Oxford Clarendon Press (1873).

[8] A.A. Michelson, E.W. Morley :*On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether*, American Journal of Science. **34** (203): 333–345 (1887), *DOI:10.2475/ajs.s3-34.203.333.*

[9] A. Einstein: *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (*On the Electrodynamics of Moving Bodies*), Annalen der Physik. (1905).

[10] R.P. Feynmann, R.B. Leighton, M.L. Sands: *The Feynmann lectures on physics*, Addison-Wesley (1964).

[11] W. Heisenberg: *Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik* (*The actual content of quantum theoretical kinematics and mechanics*), Z. Phys. **43**: 3-4 (1927).

[12] W. Pauli: *Handbuch der Physik* (*Encyclopedia of Physics*) Springer, vol. 24 (1933).

[13] E. Galapon: *Pauli's Theorem and Quantum Canonical Pairs: The Consistency Of a Bounded, Self-Adjoint Time Operator Canonically Conjugate to a Hamiltonian with Non-empty Point Spectrum*, Proc. R. Soc. Lond. A (2002), *DOI: 10.1098/rspa.2001.0874.*

[14] P. Busch: *On the Energy-Time Uncertainty. Part I: Dynamical Time and Time Indeterminacy*, Foundations of Physics, Vol. 20, No. 1 (1990), *DOI: 10.1007/BF00732932.*

[15] L. Mandelstam, Ig. Tamm: *The Uncertainty Relation Between Energy and Time in Non-relativistic Quantum Mechanics*, J.Phys. USSR 9, 249-254 (1945).

[16] J.G Muga, R. Sala Mayato, I.L. Egusquiza: *Time in quantum mechanics*, Springer (2002).

[17] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, R. Turlay: *Evidence for the 2π Decay of the K_2^0 Meson System*, Physical Review Letters. **13** (4): 138 (1964), *DOI:10.1103/PhysRevLett.13.138.*

[18] S.L. Adler: *Why Decoherence has not Solved the Measurement Problem:A Response to P.W. Anderson*, Stud. Hist. Philos. Mod. Phys. **34**:135-142 (2003), *DOI: 10.1016/S1355-2198(02)00086-2.*

[19] W.H. Zurek: *Decoherence, einselection, and the quantum origins of classical*, Rev. Mod. Phys. 75,715 (2003), *DOI: 10.1103/RevModPhys.75.715.*

[20] R. Penrose: *The Emperor's new mind*, Oxford University Press (1990).

[21] J.M. Agirregabiria: *Erlatibitate Orokorra*, Euskal Herriko Unibertsitatea (2017).

[22] K. Gödel: *An example of New Type of Cosmological Solutions to Einstein's Field Equations of Gravitation*, Rev. Mod. Phys., **21**: 3 (1949), *DOI: 10.1103/RevModPhys.21.447*.

[23] S. Hawking, G. Ellis: *Large scale structure of spacetime*, Cambridge University Press (1973).

[24] M.W. Zemansky, R.H. Dittman : *Heat and Thermodynamics*, The McGraw-Hill Companies, Inc. (1997).

[25] L. Boltzmann: *Weitere Studien über das Wörmegleichgewicht unter Gasmolekülen* (*Further studies on the thermal equilibrium of gas molecules*), Sitzungsberichte Akad. Wiss. **66**:275–370 (1872).

[26] https://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-55-ionized-gases-fall-2014/lecture-notes/MIT16_55F14_Lecture9.pdf

[27] R.D. Present: *Kinetic theory of gases*, The McGraw-Hill Companies, Inc. (1958).

[28] https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-333-statistical-mechanics-i-statistical-mechanics-of-particles-fall-2013/lecture-notes/MIT8_333F13_Lec9.pdf

[29] L. Boltzmann: *Lectures on gas theory*, Dover Publications, Inc. (2018).

[30] G. Ellis: *The arrow of time and the nature of spacetime*, Studies in History and Philosophy of Modern Physics **44**: 3 (2013), *arXiv:0903.3489*.

[31] D. Brizuela: *Denboraren gezia*, EKAIA Euskal Herriko Unibertsitateko Zientzi eta Teknologi Aldizkaria (2015) *DOI: 10.1387/ekaia.11967*.

[32] J. Barbour: *The Nature of Time* (2009), *arXiv:0903.3489*.