THEORIES SYLLOGISTIQUES ET DEONTIQUES

ANALYSEES COMME STRUCTURES ALGEBRIQUES*

Miguel SANCHEZ-MAZAS**

Plusieurs **théories logiques** classiques et modernes admettent une **interprétation algébrique** assez élémentaire qui peut être efficacement utilisée aussi bien pour faciliter l'**analyse** et la **comparaison** de leurs **structures** respectives que dans le but d'**unifier** et de **simplifier** les **méthodes** et les **algorithmes** de **décision**, apportant des **solutions** simples à certains **problèmes de décidabilité** jugés insolubles dans le cadre classique, comme -pour citer un exemple illustre et bien connu- celui qui concerne la prétendue **indécidabilité**, constatée par ŁUKASIEWICZ[1] pour les méthodes traditionnelles, de quelques **formules** bien formées de la **syllogistique aristotélicienne.**

Les exemples d'application de cette **interprétation algébrique** des **théories logiques** choisis pour notre exposé concernent les **trois théories** suivantes:

1. la **syllogistique d'Aristote,** dans sa version scolastique classique qui **exclut** la considération des **propriétés vides** -comme **centaure, syrène** ou **pègase**- et **admet** ainsi la **subalternation** et la **conversio per accidens.**

2. La **syllogistique** dans sa version moderne qui **admet** les **propriétés vides** et **exclut** donc la **subalternation** et la **conversio per accidens.**

3. La logique déontique de premier ordre de VON WRIGHT[2].

---

*Relation présentée au International Symposium on Structures in Mathematical Theories, San Sebastián, Spain, September 25-29, 1990.

THEORIA - Segunda Epoca - Año V
Nº 12-13, Noviembre 1990, 193-222

Notre **analyse**, par des moyens **algébriques**, de ces **théories** mettra bien en évidence, ou plutôt confirmera, entre autres, des **résultats** comme les suivants:

- que la **deuxième théorie** peut être formulée comme un **sous-système** propre de la **première** ou, si on veut, que la **syllogistique aristotélicienne** peut être obtenue comme une **extension** propre de la **syllogistique moderne** par l'adjonction à cette dernière des **présuppositions d'existence des propriétés, présuppositions**[3] que dans notre **interprétation algébrique de la syllogistique** sont des **conditions** précises sous forme d'**inéquations.**

- que les **deux dernières théories**, c'est-à-dire la **syllogistique** dans sa version **moderne** et la **logique déontique de premier ordre** de **Von Wright** sont **isomorphes** et admettent la même **interprétation**, soit **algébrique**, soit **arithmétique.**

Or, chacune des **trois théories** analysées peut être construite sur la base commune d'une **théorie élémentaire des propriétés** inspirée dans la **logique quantifiée des propriétés** de **VON WRIGHT**[4].

Dans cette perspective, nous donnerons à la notion de **propriété** une acception assez large pour inclure, dans le cadre **déontique,** les **propriétés** que le philosophe finlandais mentionné appelle **"propriétés-acte"**[5].

Soit maintenant, dans ce cadre général, un **univers** quelconque **U** de **propriétés, fermé** par rapport à la **négation,** la **disjonction** et la **conjonction** et comprenant donc nécessairement parmi ses éléments la propriété **universelle** ou **être** et la propriété **vide** ou **non être, disjonction** et **conjonction** respectivement de **toutes les propriétés** membres de **U.**

Un tel **univers fermé U**, que nous supposerons initialement **fini**, peut être toujours **défini** et **construit** comme l'ensemble de toutes les **propriétés** obtenues de l'**application recursive** des **opérations logiques** mentionnées à un **sous-ensemble S** de **n propriétés** que nous appellerons **"saturées dans** U", d'après la **définition** suivante:

- une **propriété x** est **saturée** dans un **univers fermé** U si et seulement si toute **conjonction x&y** de la **propriété donné x** avec une autre **propriété quelconque y de l'univers** U est nécessairement équivalente soit à la **propriété donnée x**, soit à la **propriété vide non être**[6].

Le TABLEAU I nous donne, dans sa partie supérieure A. un exemple d'un **processus de génération** d'un **univers fermé** U **de propriétés** à partir de **neuf propriétés saturées génératrices de** U, à savoir: **homme savant, homme non savant, femme savante, femme non savante, cheval, jument, tulipan, pierre** et **livre.** Le nombre des **classes d'équivalence** des **propriétés** qui sont membres d'un tel **mini-univers** est évidemment 2^9, que nous écrirons, **en** système **octal, 777**[7].

On constatera dans ce tableau que chacune des **propriétés** représentées est accompagnée d'un **nombre naturel,** écrit en **octal** et sous une double forme[8]: la première, écrite sur le **nom complet** de la propriété; la deuxième sous le **symbole** ou l'**expression** qui désigne la propriété. Il s'agit, naturellement, du **nombre caractéristique** de cette dernière, dans le sens le plus purement **leibnizien** de l'expression. En effet, le système des relations d'**inclusion** ou **implication**, de **compatibilité** et d'**incompatibilité** entre **propriétés** qui constitue la **structure** d'un **univers fermé de propriétés** admet une **interprétation arithmétique** tellement simple que la construction de notre **univers** U à partir de ses **9 propriétés saturées** et celle d'un **univers isomorphe** N de 2^9 **nombres**

naturels à partir des 9 **nombres saturés** qu'on aura **associé** aux premières peuvent être effectuées simultanément et de façon entièrement automatique.

Pour préciser: soit, pour un **entier positif n** quelconque, **l'ensemble** N des 2^n nombres compris entre **0** et 2^n**-1.** Nous désignerons par **0'** (en d'autres termes: **complément de 0**) ce dernier nombre **(**$0'=2^n-1$**)** et munirons l'ensemble N de trois opérations, à savoir: 1. **complément binaire** X', défini ainsi: $X'=0'-X$[9]; **2. infime binaire (X,Y)** -entre parenthèses-, défini comme le **plus grand composant binaire commun**[10] de X et Y et **3. suprême binaire [X,Y]** -entre crochets-, défini comme le **plus petit composé binaire commun**[11] de X et Y.

Dans ces conditions, **l'ensemble** N prend la structure d'une **algèbre de Boole** et d'un **treillis de Boole** de **nombres naturels,** dans lequel **0** est **l'extrême inférieur** ou **nombre vide,** son **complément 0'** **l'extrême supérieur** ou **nombre hypersaturé** et les **n compléments** des **puissances de 2** inférieures à **0'** seront appellés les **nombres saturés** de **l'ensemble** N en raison de leurs profondes analogies de comportement avec les **propriétés saturées** dont nous avons parlé ci-dessus.

Entre notre **univers fermé U de propriétés** et **l'ensemble N** de **nombres** ainsi structuré qui lui fournit une **interprétation arithmétique** s'établit la **correspondance logico-arithmétique** suivante:

1. A la **propriété universelle** <u>**être**</u> sera associé le **nombre 0;**

2. A la **propriété vide** <u>**non être**</u> sera associé **le nombre 0', complément de 0;**

3. A chacune des **n propriétés saturées** sera associé un des **n nombres saturés;**

4. A la **négation d'une propriété** sera associé le **complément du nombre caractéristique** de cette dernière;

5. A la **disjonction de propriétés** sera associé l'**infime de leurs nombres caractéristiques**;

6. A la **conjonction de propriétés** sera associé le **suprême de leurs nombres caractéristiques.**

Par l'application de cette correspondance, il est toujours possible de **calculer**, à partir, en dernière instance, des **nombres saturés de l'ensemble N**, le **nombre** qui doit rester associé à n'importe quelle **propriété de l'univers U**, une fois qu'elle sera **définie**, directement ou indirectement, **en fonction** de l'éventail des **propriétés saturées**, dont le rôle est précisément celui de **marquer les frontières de l'univers U, réduisant les possibilités de combinaison.**

Le **nombre caractéristique**, une fois correctement calculé, il devient un **invariant** de la **classe d'équivalence** de la propriété à laquelle il aura été associé, la véritable **carte d'identité logique** qui donne automatiquement, par l'**analyse** de sa **composition binaire**, l'expression de la **propriété** sous sa **forme normale conjonctive** ou **disjonctive** et qui contient ainsi implicitement en son sein, comme une véritable **monade numérique** ou **atome formel**, toutes ses **relations** avec les autres **éléments** de l'**univers** auquel la **propriété** appartient.

Il va sans dire que, dans ces conditions, même dans la perspective aussi bien **théorique** que **pratique** d'une nouvelle **taxonomie rationnelle** et toujours ouverte, ce genre de **nombres caractéristiques** n'a rien à envier, par son caractère **significatif** et **permanent**, aux innombrables, discordants et toujours vieillis et périmés **systèmes de classification** et de

documentation, y compris la **C.D.U.** et les **classifications à facettes.**

Il est clair, en effet, que ce cadre **leibnizien** de **représentation arithmétique** d'un **univers de propriétés** peut être très dynamique et rester toujours ouvert à l'élargissement continuel du cadre conceptuel, par l'utilisation d'**algorithmes** susceptibles de modifier automatiquement l'ensemble ou une partie des **nombres caractéristiques**, y compris bien entendu le **nombre hypersaturé**, dans la mesure précise exigée par l'introduction dans le **système** de nouvelles **propriétés saturées.**

Ces **nombres** ont en effet quelque chose de plus que les **codifications conventionnelles et** artificielles **en vigueur, dans la mesure où, contrairement à ces dernières,** ils permettent non seulement d'**identifier** correctement une propriété quelconque, mais encore de **calculer** correctement les **relations logiques** de cette dernière avec une autre **propriété**, même très éloignée d'elle dans le firmament conceptuel.

En effet, en vertu de la **correspondance** établie, à toute **relation logique vraie entre propriétés** doit correspondre toujours une **relation arithmétique vraie entre leurs nombres caractéristiques,** et réciproquement. Ainsi, dans notre **mini-exemple** du Tableau I, toute **proposition catégorique vraie** reliant **deux propriétés** quelconques de l'**univers U** doit pouvoir être automatiquement **évaluée** comme telle seulement en fonction des **nombres caractéristiques** de ces **propriétés** et, bien entendu, du **nombre hypersaturé.**

Ayant trouvé heureusement ce dernier, d'une manière un peu moins réligieuse que l'**Evangéliste Saint-Jean**, lorsque dans son **Apocalypse** il nous revèle que le **nombre 666** peut être **"calculé"** comme nombre de la **Grande Bête** par "ceux qui ont de l'intelligence", nous pouvons l'appliquer à évaluer les **quatre propositions catégoriques** que **LEIBNIZ** définit précisément en fonction de la **notion** de **non être** (ici **arithmétisée par le 777**) dans un **Opuscule** de **deux pages** et **sans titre**, mais daté du 1er **Août 1690**[12] -donc postérieur aux **Generales Inquisitiones** mais très en rapport avec ces dernières- de la façon suivante:

> **Omnis homo est rationalis** sic concipi potest: **Homo non rationalis est non Ens;**
>
> **Quidam homo est doctus** dat: **Homo doctus est Ens;**
>
> **Nullus homo est lapis** dat: **Homo lapis est non Ens;**
>
> **Quidam homo non est doctus** dat: **Homo non doctus est Ens.**

LEIBNIZ n'exploita jamais **arithmétquement** le filon d'or qu'il avait découvert avec cette utilisation de la **notion intensionnelle du non être**[13] pour cette expression **de secundo adjecto** des **4 propositions catégoriques**, mais dans la partie inférieure du Tableau I nous l'utilisons pour **vérifier** ces quatre propositions à l'aide du **nombre hypersaturé 777.**

Les **matrices** des **opérations arithmétiques binaires infime, suprême** et **complément**, que nous associons respectivement à la **disjonction**, à la **conjonction** et à la **négation**, soit de **propriétés**, soit de **propositions**, figurent dans la partie supérieure -partie **A.-** du **TABLEAU II.** Ces opérations s'effectuent **en octal**, manuellement, colonne par colonne, avec une extrême facilité et rapidité.

La partie inférieure de ce Tableau II -partie **B.-** montre les différentes formes possibles **-six dans chaque cas-** que peuvent adopter les **conditions algébriques** pour la vérité des **8 propositions catégoriques** reliant deux **propriétés x et y.** Ces conditions sont des **équations** (pour les **propositions universelles**) et des **inéquations** (pour les **propositions particulières**) portant sur des **infimes** ou des **suprêmes** des **nombres associés aux propriétés** reliées par les propositions.

Maintenant, pour notre **interprétation algébrique** des **théories logiques** mentionnées -à savoir, **la syllogistique aristotélicienne**, la **syllogistique moderne** et la **logique déontique** de premier ordre de **Von Wright**- il nous suffit, initialement, de considérer, d'une part, **trois variables de propriété m, p** et s (**minuscules**) et, d'autre part, **trois variables numériques M,** P et S (**majuscules**), **réciproquement associées.**

Les premières prendront leurs valeurs dans un **univers fermé U de 2^n propriétés** et les dernières dans l'**ensemble des 2^n nombres naturels compris entre 0 et $0'=2^n-1$.**

Or, en vertu de l'association, déjà établie, entre les opérations **logiques** reliant des **propriétés** et les opérations **arithmétiques** reliant des **nombres,** à chaque **formule logique** obtenue à partir des **trois variables de propriéte m, p** et s par l'application recursive des **opérations logiques,** restera toujours **associée** une **formule algébrique** obtenue à partir des **trois variables numériques** correspondantes **M,** P et S par l'application recursive des **opérations arithmétiques** correspondantes.

Restent encore à **interpréter algébriquement,** dans la **logique quantifiée des propriétés,** justement les **formules quantifiées,** obtenues des **formules de propriété** que nous venons de mentionner par l'application des **quantificateurs d'existence E** et **d'universalité U.**

Voici cette interprétation:

Ex (x existe) sera interprétée:	$X<0'$
-Ex (x n'existe pas) sera interprétée:	$X=0'$
Ux (x est universelle) sera interprétée:	$X=0$
-Ux (x n'est pas universelle) sera interprétée:	$X>0$

La correspondance entre **formules algébriques**, d'une part, et **syllogistiques** et **déontiques**, d'autre part, qui est à la base de notre **interprétation algébrique** des **théories logiques** mentionnées apparaît au TABLEAU III.

Dans la partie supérieure de ce tableau, nous constatons que les **équations** de la deuxième colonne, abrégées, à gauche, par les huit premières lettres de l'alphabet, sont associées aussi bien aux **énoncés d'universalité** et aux **propositions catégoriques universelles** de la **logique** quantifiée **des propriétés** et de la **syllogistique** qu'aux formules exprimant des **obligations** dans la **logique déontique de premier ordre.** Ensuite, dans la partie inférieure, nous voyons que les **inéquations** de la deuxième colonne sont associées d'une part aux **propositions catégoriques particulières** et aux **conditions d'existence des propriétés** de la **syllogistique** qu'aux **formules de permission** de la **logique déontique.**

Notre **interprétation algébrique** des **théories logiques** mentionnées s'est révélée, à mon avis, un instrument précieux pour l'**analyse** en profondeur du **mécanisme de déduction** mis en oeuvre dans ces **théories.**

Du point de vue **algébrique**, l'essentiel de ce **mécanisme**, que nous présentons dans les **TABLEAUX IV, V, et VI** qui suivent respectivement pour chacune de ces **théories**, peut se résumer de la façon suivante:

Il n'y a, en tout et pour tout, dans l'**univers** de ces **theories**, que **8 atomes, gènes ou caractères, dans le sens leibnizien, irréductibles** que nous avons désigné par les **8 lettres minuscules a, b, c, d, e, f, g, h** et qui correspondent aux **8 équations initiales du Tableau III.**

Dans ce cadre, toute **déduction**, qu'elle soit **syllogistique** ou **déon-**

tique, prend la forme d'un **processus héréditaire** de **transmission de ces caractères** dès **prémisses** à la **conclusion**, suivant des **règles** extrêmement simples, qui font de la **représentation algébrique** de ce **processus** un agréable jeu d'enfants:

Voici ces règles:

Chacune des **12 propositions universelles** possibles, qu'elle soit **prémisse** ou **conclusion** n'est que l'**affirmation** conjointe d'un **couple** de ces **caractères**: ainsi, par exemple, **"nul m n'est p"** est défini par la conjonction **gh**; **"tout s est m"** par la conjonction **bd**, et ainsi de suite.

D'autre part, chacune des **12 propositions particulières** possibles n'est que le **refus** d'un **couplage** ou **conjonction** de ces **caractères**, ou, ce qui revient au même, le **refus alternatif** de l'un ou de l'autre. Ainsi, par exemple, **"quelque m est s"** est défini par le **refus** de la **conjonction fh** ou, si on veut, par le **refus alternatif** soit de **f**, soit de **h**.

Or, l'hérédité ou **génération d'un conclusion** ne fonctionne que dans **deux cas** bien précis, à savoir:

1. Lorsque **deux universelles** se rencontrent, il y aura **génération** si et seulement si chacune des **prémisses** peut y participer en apportant un et un seul des **deux caractères** qui définissent la **conclusion** qui, de ce fait, doit être aussi **universelle**. Tout se passe comme dans la **génération biologique**.

Celarent, par exemple, peut se résumer **algébriquement** ainsi:
couple gh plus couple bd donne quaterne bdgh, donc couple dh.

(Voir poste **17** dans le **Tableau IV**).

2. A son tour, lorsque **une universelle et une particulière** se rencontrent, leur **union** sera **feconde** et donnera une **conclusion** si et seulement si l'un des **caractères** du **couple** affirmé par l'**universelle** est aussi l'un des **caractères** dont le **couplage** est **réfusé** par la **particulière**, entraînant ainsi automatiquement le **refus** pur et simple de l'autre **caractère**, individuellement considéré et, comme dernière conséquence, le **refus** d'une **conjonction** dont il fait partie, **refus** qui définit la **conclusion**, qui, de ce fait, doit être **particulière**.

Ferio, par exemple, se résume ainsi (voir le poste **22** dans le **Tableau IV**): **couple gh plus non couple fh, donc non caractère f, donc non couple bf.**

Il faut noter sans malice que la **présupposition scolastique** de l'**existence** des **termes** considérés introduit dans ce **mécanisme héréditaire** un **élément extra-conjugal** -qui l'aurait suspecté de **Saint Thomas d'Aquin!**- représenté par le refus supplémentaire d'une **quaterne** -ainsi, par exemple, a présupposition de l'**existence** du **terme moyen m** entraînr **algébriquement** le **refus de la quaterne efgh**-, produisant de ce fait la naissance d'enfants logiquement **illégitimes** comme, dans le cas du **poste 2** du **TABLEAU VI**, la conclusion du **mode syllogistique Darapti**.

Suivant la perspective, que je considère bien fondée, de mon ancien ami, le grand logicien allemend **Albert MENNE**, favorable à l'inclusion, dans le grand **répertoire** définitif des modes syllogistiques concluants ou valides aussi les modes dont l'une des prémisses ou les deux et/ou la conclusion portent sur des **termes négatifs** -par exemple, **"nul non moine est non stupide"**, j'ai complété, à l'aide de l'**analyse algébrique**, la liste des nouveaux syllogismes que **MENNE** initia avec ses fameux **Liberö -avec tréma- et Noverï -lui aussi avec tréma-** qui occupent respectivement les postes **43** et **59** dans le **Tableau IV**, en ajoutant -comme on peut le voir dans le même tableau- les **14 nouveaux modes** qui, d'après de règles précises[14], seront nommés: **Camelé, Barrocón, Bajarán, Datilín, Beberán, Demolí, Crearé, Belleza, Fetichón, Demoni, Disuadí, Bierzo, Bocardón y Doveri, et qui occupent les postes 4, 7, 10, 13, 20, 23, 26, 27, 29, 32, 33, 36, 49 et 52 dans ce** Tableau **IV.**

Quant à la **"Cathédrale"** du TABLEAU IX, elle représente la situation actuelle -que nous n'avons pas le temps de commenter- du millénaire **carré logique** de notre compatriote **Pedro Hispano**[15].

Pour terminer, un mot sur l'**arithmétisation**, qui suit et contrôle l'**algébrisation des théories** mentionnées **et dont les fondements sont présentés dans le** TABLEAU X.

Les résultats obtenus en ce qui concerne le domaine déjà **arithmétisé -algèbre des propriétés, syllogistique aristotélicienne** et **moderne, logique déontique de premier ordre...-** peuvent être synthétisés dans le fait d'avoir pu unifier toutes leurs **méthodes de décision**, en les réduisant à une seule **méthode**, la suivante:

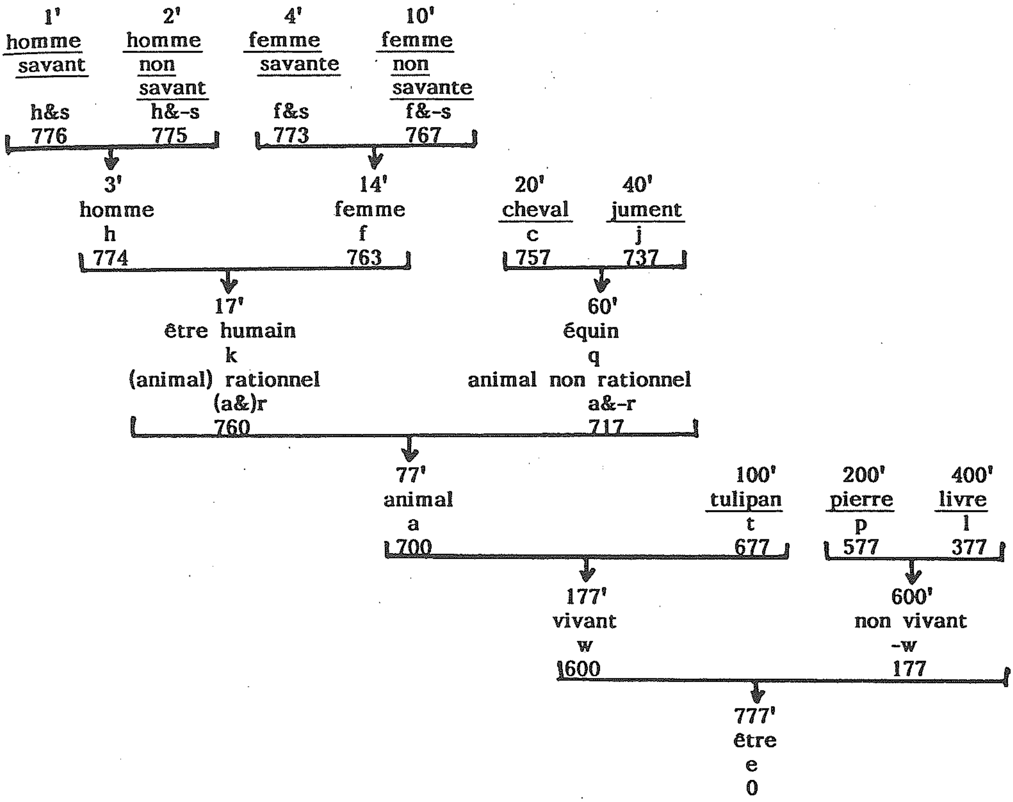
Une conclusion est valide si et seulement si l'infime de son nombre caractéristique et du complément du suprême des nombres caractéristiques des prémisses est égal à 0.

T A B L E A U X

TABLEAU I.

A. Processus de génération d'un univers fermé U de propriétés à partir de n propriétés saturées génératrices et de l'interprétation arithmétique de ce dernier dans un ensemble fermé N de nombres naturels.

0'
non être
-e
777



B. Exemples de vérification "more arithmetico" des propositions catégoriques vraies.

Propriétés	Définition	Nombres naturels associés (en octal)	
h (homme)	(h&s)v(h&-s)	H=(776,775)=	774
r (rationnel)	hvf	R=(774,763)=	760
-r (non rationnel)	-(hvf)	R'=760'=777-760=	17
s (savant)	(h&s)v(f&s)	S=(776,773)=	772
-s (non savant)	-((h&s)v(h&-s))	S'=772'=777-772=	5
p (pierre)		P=200'=	577

Propositions catégoriques	Expression selon LEIBNIZ	Egalités ou inégalités qui vérifient les propositions	
Ahr (tout homme est rationnel)	h&-r=-e	[774,17]=777	q.e.d.
Ihs (quelque homme est savant)	h&s≠-e	[774,772]=776≠777	q.e.d.
Ehp (nul homme n'est pierre)	h&p=-e	[774,577]=777	q.e.d.
Ohs (quelque homme n'est pas savant)	h&-s≠-e	[774,5]=775≠777	q.e.d.

TABLEAU II.

A. Matrices des opérations arithmétiques binaires en octal

(X,Y) — Infime binaire

X \ Y	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1
2	0	0	2	2	0	0	2	2
3	0	1	2	3	0	1	2	3
4	0	0	0	0	4	4	4	4
5	0	1	0	1	4	5	4	5
6	0	0	2	2	4	4	6	6
7	0	1	2	3	4	5	6	7

[X,Y] — Suprême binaire

X \ Y	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	3	3	5	5	7	7
2	2	3	2	3	6	7	6	7
3	3	3	3	3	7	7	7	7
4	4	5	6	7	4	5	6	7
5	5	5	7	7	5	5	7	7
6	6	7	6	7	6	7	6	7
7	7	7	7	7	7	7	7	7

X' — Complément binaire

X	0	1	2	3	4	5	6	7
X'	7	6	5	4	3	2	1	0

B. Chacune des 8 propositions catégoriques reliant deux propriétés x et y peut être algébriquement interprétée par 6 équations ou inéquations équivalentes portant sur les infimes et les suprêmes des nombres caractéristiques des propriétés.

Propositions catégoriques	Infimes				Suprêmes			
	(X,Y)	(X,Y')	(X',Y)	(X',Y')	[X,Y]	[X,Y']	[X',Y]	[X',Y']
Axy	=Y		=0	=X'	=X	=0'		=Y'
Oxy	<Y		>0	<X'	>X	<0'		>Y'
Ayx	=X	=0		=Y'	=Y		=0'	=X'
Oyx	<X	>0		<Y'	>Y		<0'	>X'
Exy		=Y'	=X'	=0	=0'	=X	=Y	
Ixy		<Y'	<X'	>0	<0'	>X	>Y	
E-x-y	=0	=X	=Y			=Y'	=X'	=0'
I-x-y	>0	<X	<Y			>Y'	>X'	<0'

TABLEAU III.

INTERPRETATION ALGEBRIQUE DES FORMULES SYLLOGISTIQUES ET DEONTIQUES

Abréviations	Interprétation algébrique	Interprétations logiques		
		Logique des propriétés	Syllogistique	Logique déontique
	Equations			
		Formules initiales		
a	(M,P,S)=0	U(mvpvs)		O(mvpvs)
b	(M,P,S')=0	U(mvpv-s)		O(mvpv-s)
c	(M,P'S)=0	U(mv-pvs)		O(mv-pvs)
d	(M,P',S')=0	U(mv-pv-s)		O(mv-pv-s)
e	(M',P,S)=0	U(-mvpvs)		O(-mvpvs)
f	(M',P,S')=0	U(-mvpv-s)		O(-mvpv-s)
g	(M',P',S)=0	U(-mv-pvs)		O(-mv-pvs)
h	(M',P',S')=0	U(-mv-pv-s)		O(-mv-pv-s)
		Formules dérivées		
		Propositions catégoriques universelles		Obligations de disjonctions de deux actes
ab	(M,P)=0	U(mvp)	E-m-p	O(mvp)
cd	(M,P')=0	U(mv-p)	Apm	O(mv-p)
ef	(M',P)=0	U(-mvp)	Amp	O(-mvp)
gh	(M',P')=0	U(-mv-p)	Emp	O(-mv-p)
ac	(M,S)=0	U(mvs)	E-m-s	O(mvs)
bd	(M,S')=0	U(mv-s)	Asm	O(mv-s)
eg	(M',S)=0	U(-mvs)	Ams	O(-mvs)
fh	(M',S')=0	U(-mv-s)	Ems	O(-mv-s)
ae	(P,S)=0	U(pvs)	E-s-p	O(pvs)
bf	(P,S')=0	U(pv-s)	Asp	O(pv-s)
cg	(P',S)=0	U(-pvs)	Aps	O(-pvs)
dh	(P',S')=0	U(-pv-s)	Esp	O(-pv-s)
	Inéquations	Propositions catégoriques particulières		Permissions de conjonctions de deux actes
-(ab)	(M,P)≠0	E(-m&-p)	I-m-p	P(-m&-p)
-(cd)	(M,P')≠0	E(-m&p)	Opm	P(-m&p)
-(ef)	(M',P)≠0	E(m&-p)	Omp	P(m&-p)
-(gh)	(M',P')≠0	E(m&p)	Imp	P(m&p)
-(ac)	(M,S)≠0	E(-m&-s)	I-m-s	P(-m&-s)
-(bd)	(M,S')≠0	E(-m&s)	Osm	P(-m&s)
-(eg)	(M',S)≠0	E(m&-s)	Oms	P(m&-s)
-(fh)	(M',S')≠0	E(m&s)	Ims	P(m&s)
-(ae)	(P,S)≠0	E(-p&-s)	I-s-p	P(-p&-s)
-(bf)	(P,S')≠0	E(-p&s)	Osp	P(-p&s)
-(cg)	(P',S)≠0	E(p&-s)	Ops	P(p&-s)
-(dh)	(P',S')≠0	E(p&s)	Isp	P(p&s)
		Conditions d'existence des propriétés		Permissions d'actes isolés
-(abcd)	M≠0	E-m	I-m-m	P-m
-(efgh)	M'≠0	Em	Imm	Pm
-(abef)	P≠0	E-p	I-p-p	P-p
-(cdgh)	P'≠0	Ep	Ipp	Pp
-(aceg)	S≠0	E-s	I-s-s	P-s
-(bdfh)	S'≠0	Es	Iss	Ps

TABLEAU IV.

Table de vérification algébrique des modes syllogistiques valides dans la syllogistique moderne admettant les propriétés vides (centaure, syrène ou pégase) et excluant donc la subalternation.

Prémisse mineure / Prémisse majeure	Asm bd A-m-s bd Es-m bd E-ms bd	Ams eg A-s-m eg Em-s eg E-sm eg	Ems fh Esm fh Am-s fh As-m fh	E-m-s ac E-s-m ac A-ms ac A-sm ac	I-m-s -(ac) I-s-m -(ac) O-ms -(ac) O-sm -(ac)	Ims -(fh) Ism -(fh) Om-s -(fh) Os-m -(fh)	Oms -(eg) O-s-m -(eg) Im-s -(eg) I-sm -(eg)	Osm -(bd) O-m-s -(bd) Is-m -(bd) I-ms -(bd)
Amp ef A-p-m ef Em-p ef E-pm ef	Amp&Asm bdef Asp bf Barbara 1	2	3	Amp &E-s-p acef E-s-p ae Camelé 4	5	Amp&Ism ef-h Amp&Ims ef-h Isp -(dh) Darii Datisi 6	Amp&Oms ef-g O-s-p -(cg) Barrocón 7	8
Apm cd A-m-p cd Ep-m cd E-mp cd	9	Apm&Ams cdeg A-s-p cg Bajarán 10	Apm&Esm cdfh Apm&Ems cdfh Esp dh Camestres Calemes 11	12	Apm &I-m-s cd-a I-s-p -(ae) Datilín 13	14	15	Apm&Osm cd-b Osp -(bf) Baroco 16
Emp gh Epm gh Am-p gh Ap-m gh	Emp&Asm bdgh Epm&Asm bdgh Esp dh Celarent Cesare 17	18	19	Emp &E-m-s acgh A-s-p cg Beberán 20	21	Emp&Ism gh-f Epm&Ism gh-f Emp&Ims gh-f Epm&Ims gh-f Osp -(bf) Ferio,Festino 22 Ferison,Fres.	Emp&Oms gh-e I-s-p -(ae) Demolí 23	24
E-m-p ab E-p-m ab A-mp ab A-pm ab	25	E-m-p &Ams abeg E-s-p ae Crearé 26	E-m-p &Esm abfh Asp bf Belleza 27	28	E-m-p &I-s-m ab-c O-s-p -(cg) Fetichón 29	30	31	E-m-p &Osm ab-d Isp -(dh) Demoni 32
I-m-p -(ab) I-p-m -(ab) O-mp -(ab) O-pm -(ab)	I-m-p &Asm bd-a I-s-p -(ae) Disuadí 33	34	35	I-m-p &E-m-s ac-b Osp -(bf) Bierzo 36	37	38	39	40
Imp -(gh) Ipm -(gh) Om-p -(gh) Op-m -(gh)	41	Imp&Ams eg-h Ipm&Ams eg-h Isp -(dh) Disamis 42 Dimatis	Imp&Ems fh-g O-s-p -(cg) Libero de Menne 43	44	45	46	47	48
Opm -(cd) O-m-p -(cd) Ip-m -(cd) I-mp -(cd)	Opm&Asm bd-c O-s-p -(cg) Bocardón 49	50	51	Opm &E-m-s ac-d Isp -(dh) 52 Doveri	– 53	54	55	56
Omp -(ef) O-p-m -(ef) Im-p -(ef) I-pm -(ef)	57	Omp&Asm eg-f Osp -(bf) Bocardo 58	Omp&Esm fh-e I-s-p -(ae) Noverí de Menne 59	60	61	62	63	64

TABLEAU V.

Table de vérification algébrique des schémas de déduction valides dans une logique déontique de premier ordre isomorphe de la syllogistique moderne.

Prémisse reliant m et s / Prémisse reliant m et p	O(s→m) bd O(-m→-s) bd -P(s&-m) bd	O(m→s) eg O(-s→-m) eg -P(m&-s) eg	-P(m&s) fh O(m→-s) fh O(s→-m) fh	-P(-m&-s) : ac O(-m→s) ac O(-s→m)	P(-m&-s) -(ac)	P(m&s) -(fh)	P(m&-s) -(eg)	P(s&-m) -(bd)
O(m→p) ef O(-p→-m) ef -P(m&-p) ef	O(m→p) &O(s→m) bdef O(s→p) bf Barbara déont. 1	2	3	O(m→p) &-P(-m&-s) acef -P(-s&-p) ae Camelé déont. 4	5	O(m→p) &P(m&s) ef-h P(s&p) -(dh) Daril déont. Datisi déont. 6	O(m→p) &P(m&-s) ef-g P(p&-s) -(cg) Barrocón déont. 7	8
O(p→m) cd O(-m→-p) cd -P(p&-m) cd	9	O(p→m) &O(m→s) cdeg O(p→s) cg Bajarán déont. 10	O(p→m) &-P(m&s) cdfh -P(p&s) dh Camestres déont. Calemes déont. 11	12	O(p→m) &P(-m&-s) cd-a P(-s&-p) -(ae) Datilín déont. 13	14	15	O(p→m) &P(s&-m) cd-b P(s&-p) -(bf) Baroco déont. 16
-P(m&p) gh O(m→-p) gh O(p→-m) gh	-P(m&p) &O(s→m) bdgh -P(s&p) dh Celarent déont. Cesare déont. 17	18	19	-P(m&p) &-P(-m&-s) acgh O(p→s) cg Beberán déont. 20	21	-P(m&p) &P(m&s) gh-f P(s&-p) -(bf) Ferio déont. Festino déont. Ferison déont. 22 Fres. déont.	-P(m&p) &P(m&-s) gh-e P(-s&-p) -(ae) Demolí déont. 23	24
-P(-m&-p) ab O(-m→p) ab O(-p→m) ab	25	-P(-m&-p) &O(m→s) abeg -P(s&-p) ae Crearé déont. 26	-P(-m&-p) &-P(m&s) abfh O(s→p) bf Belleza déont. 27	28	-P(-m&-p) &P(-s&-m) ab-c P(-s&p) -(cg) Fetichón déont. 29	30	31	-P(-m&-p) &P(s&-m) ab-d P(s&p) -(dh) Demoni déont. 32
P(-m&-p) -(ab)	P(-m&-p) &O(s→m) bd-a P(-s&-p) -(ae) Disuadí déont. 33	34	35	P(-m&-p) &-P(-m&-s) ac-b Bierzo déont. 36	37	38	39	40
P(m&p) -(gh)	41	P(m&p) &O(m→s) eg-h P(s&p) -(dh) Disamis déont. 42 Dimatis déo.	P(m&p) &-P(m&s) fh-g P(-s&p) -(cg) Liberó déont. 43	44	45	46	47	48
P(p&-m) -(cd)	P(p&-m) &O(s→m) bd-c P(-s&p) -(cg) Bocardón déont. 49	50	51	P(p&-m) &-P(-m&-s) ac-d P(s&p) -(dh) 52 Doveri déo.	53	54	55	56
P(m&-p) -(ef)	57	P(m&-p) &O(m→s) eg-f P(s&-p) -(bf) 58 Bocardo déo.	P(m&-p) &-P(s&m) fh-e P(-s&-p) -(ae) 59 Noverí déo.	60	61	62	63	64

TABLEAU VI.

Table de vérification algébrique des modes syllogistiques valides dans la syllogistique aristotélicienne excluant les propriétés vides (centaure, syrène ou pégase) et admettant donc la subalternation.

Prémisse mineure / Prémisse majeure	Asm bd Iss -(bdfh) Ism -(fh) Ims -(fh)	Ams eg Imm -(efgh) Ims -(fh) Ism -(fh)	Ems fh Imm -(efgh) Oms -(eg) Esm fh Iss -(bdfh) Osm -(bd)			Ims -(fh) Ism -(fh)	Oms -(eg)	Osm -(bd)
Amp ef Imm -(efgh) Imp -(gh) Ipm -(gh)	Amp&Asm bdef Asp bf Iss -(bdfh) Isp -(dh) Barbara 1 Barbari	Amp&Ism ef-h Isp -(dh) Darapti 2	3	4	5	Amp&Ism ef-h Amp&Ims ef-h Isp -(dh) Darii 6 Datisi	7	8
Apm cd Ipp -(cdgh) Ipm -(gh) Imp -(gh)	9	Apm&Ams cdeg Aps cg Ipp -(cdgh) Ips -(dh) Isp -(dh) Bamalip 10	Apm&Esm cdfh Apm&Ems cdfh Esp dh Iss -(bdfh) Osp -(bf) Camestres(op) 11 Calemes(op)	12	13	14	15	Apm&Osm cd-b Osp -(bf) Baroco 16
Emp gh Imm -(efgh) Omp -(ef) Epm gh Ipp -(cdgh) Opm -(cd)	Emp&Asm bdgh Epm&Asm bdgh Esp dh Iss -(bdef) Osp -(bf) Celarent(ont) 17 Cesare(op)	Emp&Ims gh-f Epm&Ims gh-f Osp -(bf) Felapton 18 Fesapo	19	20	21	Emp&Ism gh-f Epm&Ism gh-f Emp&Ims gh-f Epm&Ims gh-f Osp -(bf) Ferio,Festino, 22 Ferison,Fres.	23	24
	25	26	27	28	29	30	31	32
	33	34	35	36	37	38	39	40
Imp -(gh) Ipm -(gh)	41	Imp&Ams eg-h Ipm&Ams eg-h Isp -(dh) Disamis 42 Dimatis	43	44	45	46	47	48
Opm -(cd)	49	50	51	52	53	54	55	56
Omp -(ef)	57	Omp&Ams eg-f Osp -(bf) Bocardo 58	59	60	61	62	63	64

TABLEAU VII.

Représentation algébrique et arithmétique des relations entre les propositions catégoriques reliant 2 termes m et p, dans le cadre d'une théorie générale des classes d'équivalence de toutes les formules possibles reliant 3 propriétés m, p et s, généralisable a n propriétés.

Dans une syllogistique moderne admettant les propriétés vides (centaure, syrène ou pégase) et excluant donc la subalternation, la contrariété et la subcontrariété.

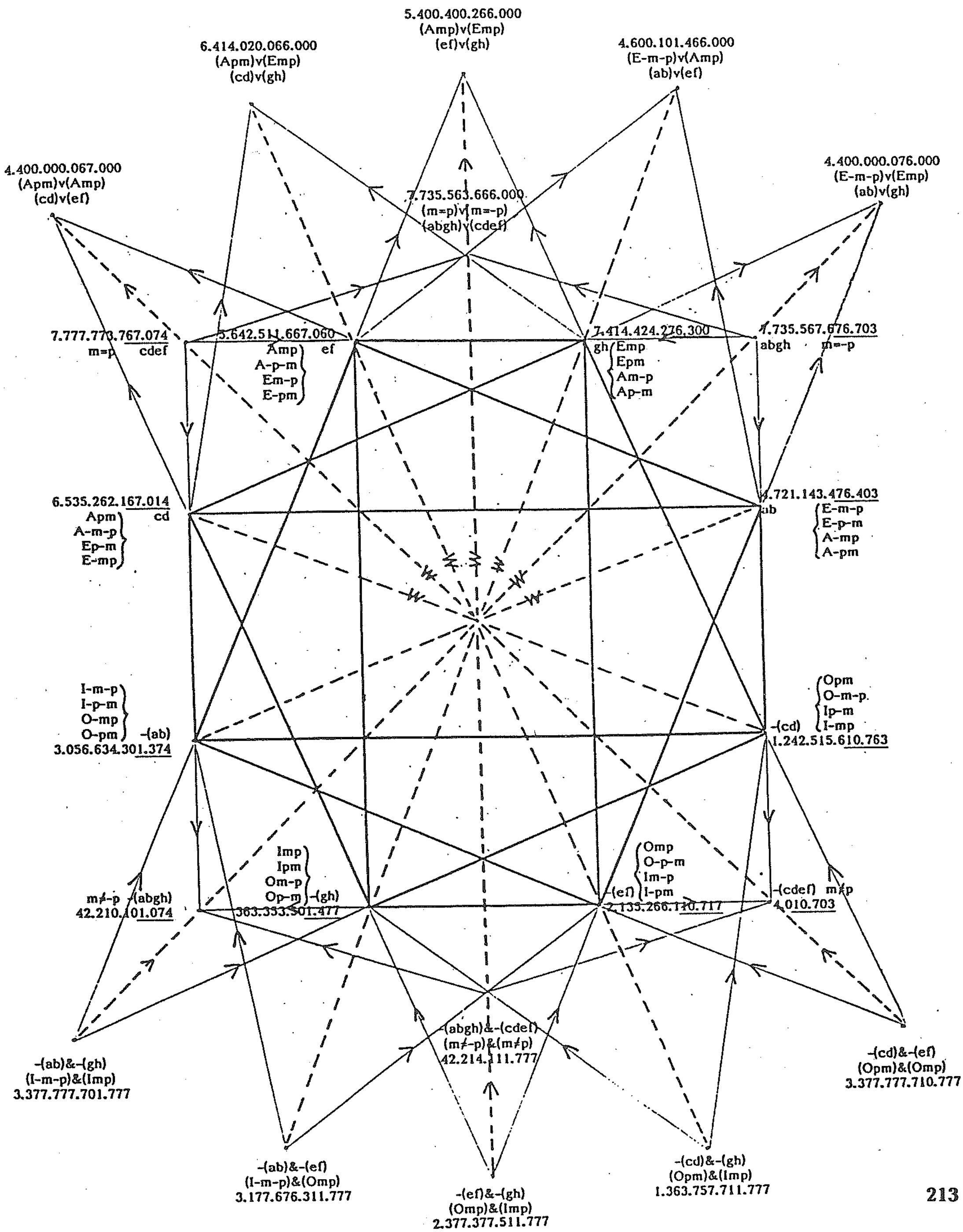


TABLEAU VIII.

Représentation algébrique et arithmétique des relations entre les propositions déontiques reliant 2 actes m et p, dans le cadre d'une théorie générale des classes d'équivalence de toutes les formules possibles reliant 3 propriétés m, p et s, généralisable a n propriétés. Dans une logique déontique de premier ordre, isomorphe de la syllogistique moderne.

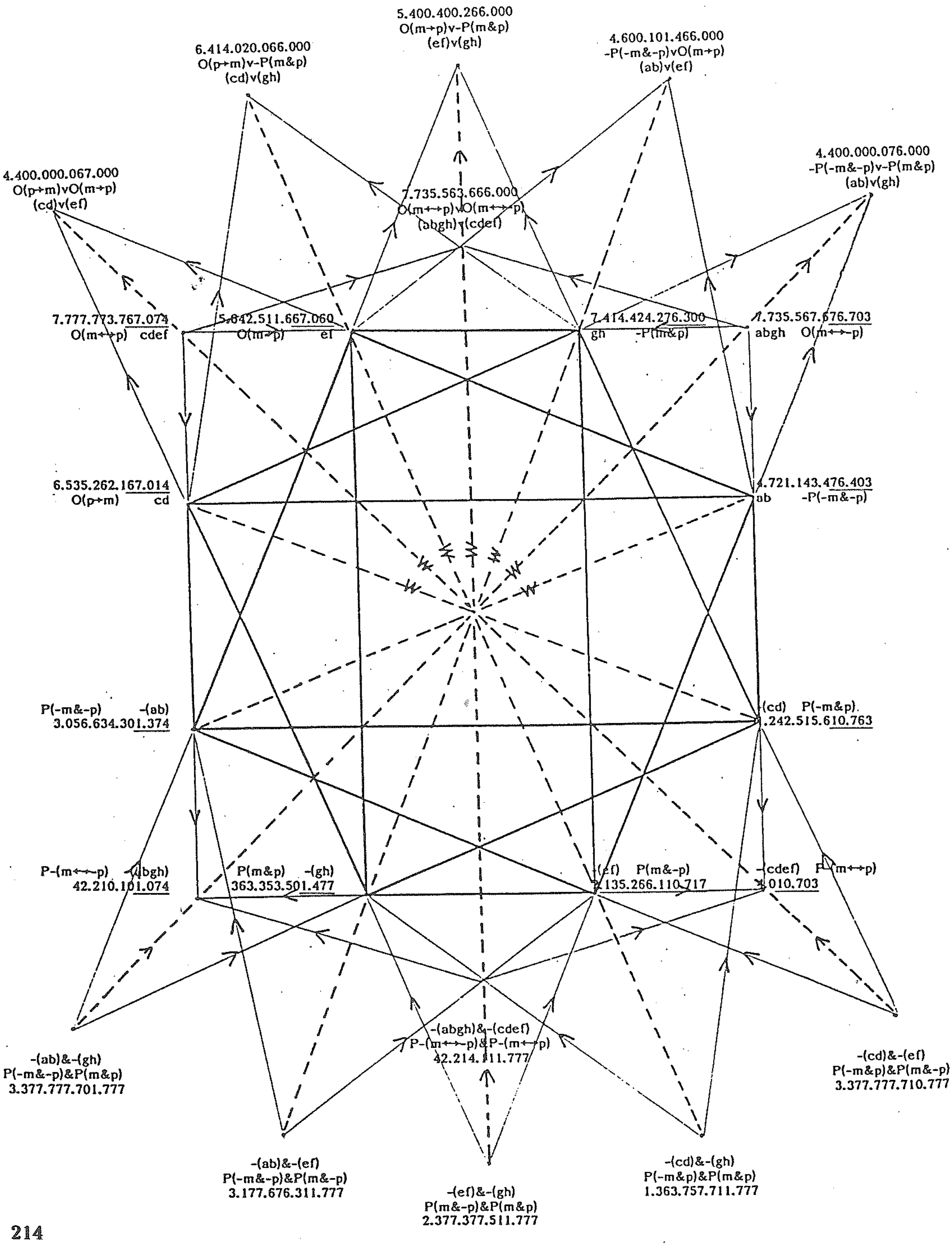


TABLEAU IX.

Représentation algébrique et arithmétique des relations entre les propositions catégoriques reliant 2 termes m et p, dans le cadre d'une théorie générale des classes d'équivalence de toutes les formules possibles reliant 3 propriétés m, p et s, généralisable a n propriétés.

Dans une syllogistique aristotélicienne excluant les propriétés vides (centaure, syrène ou pégase) et admettant donc la subalternation (→), la contrariété (|) et la subcontrariété (v).

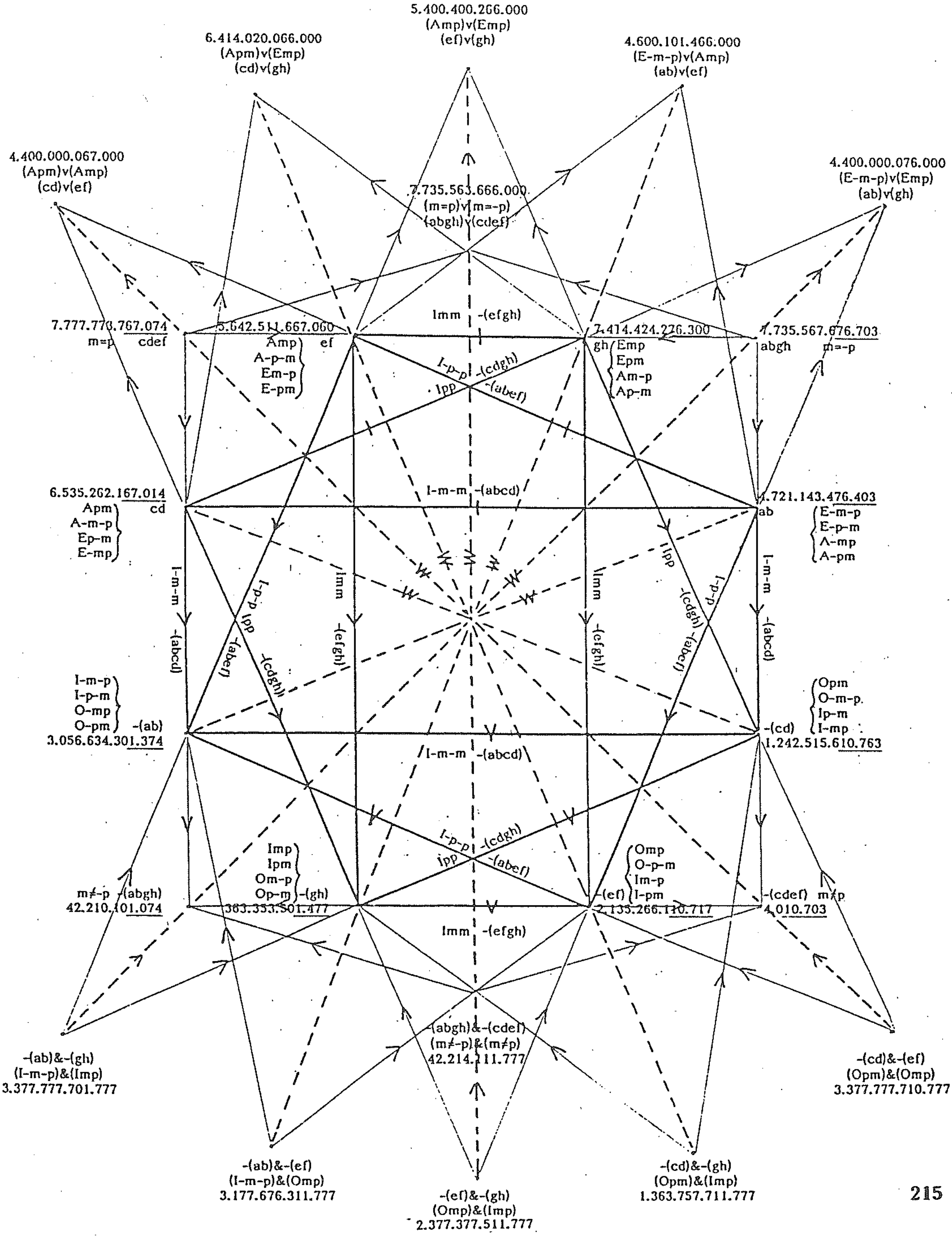


TABLEAU X.

ARITHMETISATION[16]

Invariants numériques caractéristiques -en octal- des classes d'équivalence des formules respectivement algébriques, syllogistiques et déontiques [17]

Formules initiales

Abréviations	Algèbre	Syllogistique	Logique déontique	Nombres caractéristiques
a	(M,P,S)=0	U(mvpvs)	O(mvpvs)	701.001.052.401
b	(M,P,S')=0	U(mvpv-s)	O(mvpv-s)	4.320.142.434.002
c	(M,P',S)=0	U(mv-pvs)	O(mv-pvs)	2.511.220.107.004
d	(M,P',S')=0	U(mv-pv-s)	O(mv-pv-s)	6.124.242.161.010
e	(M',P,S)=0	U(-mvpvs)	O(-mvpvs)	1.642.411.261.020
f	(M',P,S')=0	U(-mvpv-s)	O(-mvpv-s)	5.242.110.407.040
g	(M',P',S)=0	U(-mv-pvs)	O(-mv-pvs)	3.410.424.234.100
h	(M',P',S')=0	U(-mv-pv-s)	O(-mv-pv-s)	7.004.004.052.200

NOTES

[1]En effet, dans le Chapitre V ("Le problème de la décidabilité") de son livre classique sur **La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique formelle moderne**, Łukasiewicz écrit: "Notre **système** d'axiomes et de règles **ne suffit pas** à donner à lui seul une description adéquate de la **syllogistique aristotélicienne:** il existe des expressions -par exemple, **CIabCNAabAba-** qui sont **douées de sens** mais dont **on ne peut démontrer ni la vérité ni la fausseté** dans le cadre de notre système, où elles sont dites **"expressions indécidables". Or, ces expressions sont les unes vraies, les autres fausses, dans la logique d'Aristote - (CIabCNAabAba est fausse, bien entendu)"**. (Voir **ŁUKASIEWICZ, Jan (1957)**, p. 100, trad. franç., Paris: A. Colin, 1972, p. 114).

D'après les résultats de notre travail, nous sommes en mesure de prouver que l'expression présentée par le grand logicien polonais comme **"indécidable"** dans son **système** devient (comme d'ailleurs, **toutes les expressions syllogistiques possibles**) immédiatement **décidable** dans le cadre de notre **interprétation**, d'abord **algébrique**, ensuite **arithmétique** de la **syllogistique**.

En effet, nous pouvons écrire cette expression successivement: **CImpCNAmpApm, (-Imp)v(Amp)v(Apm), (Emp)v(Amp)v(Apm)**, dont les **interprétations algébrique** et **arithmétique** (voir <u>TABLEAU IX</u>) sont respectivement les suivantes:

(gh)v(ef)v(cd)

(7.414.424.276.300,5.642.511.667.060,6.535.262.167.014)=4.400.000.066.000≠0

Nous constatons que le **nombre caractéristique** de l'**expression syllogistique testée n'est pas égal à 0.** La formule est donc effectivement **fausse** dans le système, comme le prévoyait **Łukasiewicz**, sans pouvoir le prouver. En effet, d'après notre **interprétation**, une expression est une **thèse** du **système** ou **vraie** dans ce dernier **si et seulement si son nombre caractéristique est égal à 0.**

Sur le sujet: **Łukasiwicz, Leibniz et l'arithmétisation du syllogisme**, dans une perspective bien différente de la nôtre, voir **MARSHALL, David, Jr. (1977).** Mais nous n'entrerons pas ici dans la discussion de cette perspective.

[2]Les difficultés inhérentes à tout essai possible de **formalisation parallèle** des deux **théories syllogistiques** -la première **sans** propriétés vides, la deuxième **avec** propriétés vides- dans un même cadre sont mises en relief d'une manière assez significative par **STRAWSON, P.F. (1952)**, spécialement dans le Chapitre VI: Subjects, Predicates and Existence, pp. 152-194. Voir aussi une très large discussion de ce problème dans **CHURCH, Alonzo (1965)**. Pour la **logique déontique** de **premier ordre**, voir **WRIGHT, Georg Henrik Von (1982)** et **SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel (1987).**

[3]Cette **présupposition** de l'**existence** des **termes** ou des **propriétés**, présente déjà dans la **logique** de **OCKHAM** sous forme de **"constantia"**, doit être explicitement formulée dans toute **présentation axiomatique** de la **syllogistique aristotélicienne.** Ainsi, par exemple, dans **BOCHEŃSKI, (1962)**, p. 22, elle prend la forme de **l'axiome 15** (deuxième **axiome spécifique** de la **théorie du syllogisme catégorique**) qui établit: **Iaa ("quelque a est a"**, en d'autres termes, **"a existe")**. Dans **ŁUKASIEWICZ, Jan (1957)**, p. 46, la même exigence prend la forme de son **deuxième axiome: 2. A belongs to some A** (trad. franç.: **"A appartient à quelque A"**, p. 64). A remarquer que toutes les relations de **subalternation, contrariété** et **subcontrariété** de l'ancien **carré** ou du moderne **octogone des oppositions** -voir, p. ex. **HACKER, Edward A. (1975), p. 353-** et notre <u>TABLEAU IX</u>- sont valides seulement sur la base de la **présupposi-**

tion mentionnée. Voir également, à ce propos, **HILBERT, D. und ACKERMANN, W. (1959)**, p. 63; **KLEENE, Stephen Cole (1967)**, p. [illegible]; **QUINE, Willard van Orman (1972)**, p. 77, etc.

[4]Voir **WRIGHT, Georg Henrik von (1957b)**, pp. 33-43.

[5]Voir déjà dans **WRIGHT, Georg Henrik von (1951a)**, p. 1 et **(1951b)**, p. 36: **"act-properties"**.

[6]En d'autres termes, une **propriété** x est **saturée** dans un **univers fermé** U si et seulement si, **pour toute propriété** y de U, ou bien x **implique** y, ou bien x **est incompatible avec** y.

[7]En **système décimal**, avec lequel le calcul manuel serait beaucoup plus compliqué dans ce conteexte, nous écririons ce nombre, naturellement, **511**.

[8]Le rapport entre les **deux formes** X' et Y est clair: X'=777-X=Y.

[9]Une **puissance de 2** est un **composant binaire** du **complément binaire** X' d'un nombre X si et seulement si elle <u>n'est pas</u> un **composant binaire de** X.

[10]Une **puissance de 2** est un **composant binaire** de **l'infime** de deux nombres X et Y si et seulement si elle est un **composant binaire** de X <u>et</u> de Y.

[11]Une **puissance de 2** est un **composant binaire** du **suprème** de deux nombres X et Y si et seulement si elle est un **composant binaire** de X <u>ou</u> de Y.

[12]Voir **LEIBNIZ, C**, p. 232 (**PHIL. VII, B, II**, 3 (1. Aug. 1690).

[13]Sur notre **conception** et **formalisation** de notre **notion intensionnelle du non être** -décisive, à notre avis, pour la construction de **systèmes logico-arithmétiques** <u>more leibnitiano</u> consistants et complets-, voir spécialement **SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel (1977), (1979), (1981) et (1988)**, ainsi que **THIEL, Christian (1979)** et **RONCAGLIA, Gino (1988)**.

[14]1. <u>á</u> avec accent aigu indique: **A-x-y (tout non-x est non-y)**;
2. <u>é</u> avec accent aigu indique: **E-x-y (aucun non-x n'est non-y)**;
3. <u>í</u> avec accent aigu indique: **I-x-y (quelque non-x est non-y)**;
4. <u>ó</u> avec accent aigu indique: **O-x-y (quelque non-x n'est pas non-y)**.

[15]La base de cette **représentation graphique** des **relations logiques** entre **propositions catégoriques** et/ou leurs **disjonctions, conjonctions**, etc. est évidemment **l'octogone des oppositions** dans sa forme la plus moderne, qui inclut les **propositions** dont **les deux termes sont négatifs**, comme celles qui sont énumérées à la **note 14**. Les expressions classiques des **propositions catégoriques** et de **leurs combinaisons** sont accompagnées dans le <u>TABLEAU IX</u> (comme dans les précédents <u>VII</u> et <u>VIII</u>) non seulement des respectives **interprétations algébriques**, mais aussi de leurs respectives **interprétations arithmétiques**, sur la base de <u>**l'arithmétisation**</u> de toutes les **expressions syllogistiques ou déontiques**, dont les fondements nécessaires et suffisants sont indiqués dans le <u>TABLEAU X</u>.

[16]Des **arithmétisations** sur des bases **analogues** (mais **non identiques**) à celles de ce travail seront trouvées dans **SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel (1987) et (1989)**.

[17]Toutes les **thèses** de la **logique déontique de premier ordre de Von Wright** -par exemple, les **7** fameuses **lois de l'obligation dérivée** de **VON WRIGHT, Georg Henrik (1951a) et (1951b)**- sont **évaluées** à l'aide des **8 nombres ci-dessus** bien plus rapidement qu'aves la méthode des matrices utilisée par l'auteur.

REFERENCES

ARISTOTE: **Organon.** Traduction nouvelle et notes par J. Tricot. Paris: J. Vrin. 5 volumes. **I. Catégories; II. De l'Interprétation** (1977). **III. Les Premiers Analytiques** (1971).

BOCHENSKI, I.M. (1947): **La Logique de Théophraste**, Fribourg en Suisse: Librairie de l'Université, 1947.

BOCHENSKI, I.M. (1962): "On the Categorical Syllogism". In: A. Menne (éd.): **Logico-Philosophical Studies**, Dordrecht: Reidel, 1962, 15-39 (first published in **Dominican Studies**, 1 (1948), 35-37).

BRENTANO, Franz (1925): **Psychologie vom empirischen Standpunkt**, Hamburg: Felix Meiner. 1971 (réimpression en 1971 de l'édition de 1925). 3 volumes.

BURKHARDT, Hans (1980): **Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz.** München: Philosophie Verlag, 1980.

CARNAP, Rudolf (1958): **Introduction to Symbolic Logic and its Applications.** Translated by William H. Meyer and John Wilkinson. New York: Dover, 1958.

CASTAÑEDA, Héctor-Neri (1976): "Leibniz's Syllogistico-Propositional Calculus". In: **Notre Dame Journal of Formal Logic**, XVII, 4 (October 1976), 481-500.

CASTILLON, F. (1803): "Mémoire sur un nouvel algorithme logique". In: **Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres.** Classe de Philosophie Spéculative 1803 (1805), 3-24.

CAYLEY, Arthur (1871): "Note on the Calculus of Logic". In: **The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics**, Vol. 11 (1871), 282-283.

CHURCH, Alonzo (1965): "The History of the Question of Existential Import of Categorical Propositions". In: **Proceedings of the 1964 International Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science** (Jerusalem), Amsterdam: North-Holland, 1965, 417-424.

COUTURAT, Louis (1901): **La Logique de Leibniz, d'après des documents inédits**, Paris, Alcan, 1901.

COUTURAT, Louis (1913): "Des propositions particulières et de leur portée existentielle". In: **Revue de Métaphysique et de Morale**, 21 (1913), 256-259.

DÜRR, Karl (1947): "Die mathematische Logik von Leibniz". In: **Studia Philosophica**, 7 (1947), 87-102.

DÜRR, Karl (1949): "Leibniz' Forschungen im Gebiet der Syllogistik". In: **Leibniz su seinem 300. Geburstag (1646-1946)**, hersg. von E. Hochstetter, Berlin: Walter de Gruyter and Co., 1949, Lieferung 5, 1-40.

GERICKE, H. (1952): "Algebraische Betrachtungen zu den Aristotelischen Syllogismen". In: **Archiv der Mathematik**, 3 (1952), 421-433.

HACKER, Edward A. (1975): "The Octagon of Opposition". In: **Notre Dame Journal of Formal Logic**, XVI, 3 (July 1975), 352-353.

HAMILTON, William (1874): **Lectures on Metaphysics and Logic** (in four volumes), Edinburgh and London: Blackwood and Sons, 1874.

HERGET, Don Emil (1987): "Non-standard Categorical Syllogisms: Four that Leibniz Forgot". In: **History and Philosophy of Logic**, 8 (1987), 1-13.

HILBERT, D. und ACKERMANN, W. (1959): **Grundzüge der theoretischen Logik**, Vierte Auflage, Berlin: Springer, 1959.

JØERGENSEN, Jørgen (1931): **A Treatise of Formal Logic. Its Evolution and Main Branches, with its Relations to Mathematics and Philosophy**, Copenhagen: Levin and Munsgaard/London: Humphrey Milford, Oxford University Press, 1931.

KEYNES, John Neville (1928): **Studies and Exercices in Formal Logic**, London: Macmillan, 1928.

KLEENE, Stephen Cole (1967): **Mathematical Logic**, New York: John Wiley and Sons, 1967.

KRÜGER, Lorenz (1969): **Rationalismus und Entwurf einer universalen Logik bei Leibniz**, Frankfurt/Main: Klostermann, 1969.

LEIBNIZ:

AKAD: G.W. Leibniz philosophische Schriften, hersg. Leibniz-Forschungsstelle der Universität Münster, Berlin: Akademie Verlag.

C: Opuscules et fragments inédits de Leibniz, extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale de Hanovre par Louis Couturat, Paris: Alcan, 1903.

GP: C.I. Gerhardt (éd.): Die philosophischen Schriften von G.W. Leibniz, 7 vol., Berlin, 1875-1890.

P: G.H.R. Parkinson: Leibniz - Logical Papers - A selection, Oxford: Clarendon Press, 1966.

VOR: G.W. Leibniz - Vorausedition zur Reihe VI - Philosophische Schriften, Manuskriptausdruck, Leibniz-Forschungsstelle der Universität Münster, 1982-.

LENZEN, Wolfgang (1983): "Zur extensionalen und 'intensionalen' Interpretation der Leibnizschen Logik". In: Studia Leibnitiana, XV, 2 (1983), 129-148.

LENZEN, Wolfgang (1984): "Leibniz und die Boolesche Algebra". In: Studia Leibnitiana, XVI, 2 (1984), 187-203.

LEWIS, Clarence Irving (1918): A Survey of Symbolic Logic, Berkeley: University of California Press, 1918.

LORENZEN, Paul (1956): "Zur Interpretation der Syllogistik". In: Archiv für mathematische Logik, 2 (1956), 100-103.

LORENZEN, Paul (1957): "Über die Syllogismen als Relationenmultiplikationen". In: Archiv für mathematische Logik, 3 (1957), 112-116.

LORENZEN, Paul (1962): Formale Logik, Berlin, 1958, deuxième édition, 1962.

ŁUKASIEWICZ, Jan (1957): Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic, Second Edition Enlarged, Oxford: Clarendon Press, 1957.

Mc CALL, Storrs (1963): Aristotle's Modal Syllogisms, Amsterdam: North-Holland, 1963.

Mc COLL, Hugh (1878): "The Calculus of Equivalent Statements and Integration Limits". In: Proceedings of the London Mathematical Society, 9 (1878), 9-20.

MARSHALL, David, Jr. (1977): "Łukasiewicz, Leibniz and the Arithmetization of the Syllogism". In: Notre Dame Journal of Formal Logic, XVIII, 2 (April 1977), 235-242.

MENNE, Albert (1954): Logik und Existenz. Eine logistische Analyse der kategorischen Syllogismusfunktoren und das Problem der Nullklasse, Meisenheim/Glan: Anton Hain, 1954.

MENNE, Albert (1962a): "The Logical Analysis of Existence". In: A. Menne (éd.): Logico-Philosophical Studies, Dordrecht: Reidel, 1962, 88-96 (Conférence donnée le 11 décembre 1958 à l'Université de Hambourg).

MENNE, Albert (1962b): "Some Results of Investigation of the Syllogism and their Philosophical Consequences". In: A. Menne (éd.): Logico-Philosophical Studies, Dordrecht: Reidel, 1962, 55-63.

PADOA, Alessandro (1912): La logique déductive dans sa dernière phase de développement, Paris: Gauthier-Villars, 1912.

QUINE, Willard van Orman (1972): Methods of Logic, Hart, Rinehart and Winston, 1972.

RESCHER, Nicholas (1954): "Leibniz's Interpretation of his Logical Calculi". In: The Journal of Symbolic Logic, Vol. XIX, 1 (March 1954), 1-13.

RONCAGLIA, Gino (1988): "Modality in Leibniz' Essays on Logical Calculus of April 1679". In: Studia Leibnitiana, XX (1988), 43-62.

RUSSELL, Bertrand (1919): Introduction to the Mathematical Philosophy, London: G. Allen & Unwin, 1919.

SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel (1952): "Notas preliminares para la fundamentación de una lógica matemática comprehensiva". In: Theoria, I, 1 (1952), 25-26.

SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel (1955): Formalización de la lógica según la perspectiva de la comprehensión, Madrid: C.S.I.C., Departamento de Filosofía e Historia de la Ciencia, Cuadernos de Lógica, Epistemología e Historia de la Ciencia, Nº 4, 1955.

SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel (1963): Fundamentos matemáticos de la Lógica Formal, Caracas, Universidad Central de Venezuela, 1963.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1977): "Un modèle mathématique de la logique peut-il se fonder sur l'intension?". In: Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles, Berne, 1977, 361-387.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1978): "Modelli aritmetici per l'informatica giuridica". In: A.A. Martino, E. Maretti et C. Ciampi (éds.): Logica, Informatica, Diritto, 2 volumes, Informatica e Diritto, IV, 2 (1978), 163-215.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1979): "Simplification de l'arithmétisation leibnitienne de la syllogistique par l'expression arithmétique de la notion intensionnelle du 'Non Ens'". In: A. Heinekamp et F. Schupp (éds.): Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart, Symposion der Leibniz-Gesellschaft Hannover (10-11 novembre 1978), Wiesbaden: Steiner, 1979, 46-58.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1980): "La Caractéristique numérique de Leibniz comme méthode de décision". In: Theoria cum Praxi. Akten des III. Internationalen Leibniz-kongresses (Hannover, 12-17 novembre 1977), Wiesbaden: Steiner, 1980, 168-182.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1981): "Un modelo aritmético para la silogística". In: Lógica, Epistemología y Teoría de la Ciencia. Actas del Seminario del I.N.C.I.E., Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1981, 35-53.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1987): "Une nouvelle méthode arithmétique de décision immédiate pour la logique déontique". In: Revue européenne des sciences sociales, XXV, 77 (1987), numéro spécial en hommage à Jean-Blaise Grize, 75-113.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1988): "Un lenguaje aritmético como instrumento de análisis y de decisión en lógica y en derecho". In: Actas del III Congreso de Lenguajes Naturales y Lenguajes Formales, Barcelona: Sección de Lingüística General de la Universidad, 1988, Vol. I, 105-170.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1989): "Identification et analyse des classes d'équivalence de la logique modale par des invariants numériques". In: Logique et analyse, XXX, 120 (Décembre 1987), 401-439.

SMITH, Henri Bradford (1924): "A further note on subalternation and the disputed syllogistic moods". In: The Journal of Philosophy, 21 (1924), 631-633.

STRAWSON, P.F. (1952): Introduction to Logical Theory, London: Methuen, 1952, reprinted in 1967.

THIEL, Christian (1975): "Beurteilung der intensionalen Logik bei Leibniz und Castillon". In: Akten des II. Internationalen Leibniz-Kongresses Hannover 17-27 Juli 1972, Bd. 1-4, Wiesbaden: Steiner, 1973-1975 (Studia Leibnitiana, Suppl. 12-15). Bd. 4: Logik, Erkenntnistheorie, Methodologie, Sprachphilosophie, 1975, 27-37.

THIEL, Christian (1979): "Die Quantität des Inhalts. Zu Leibnizens Erfassung des Intensionsbegriffs durch Kalküle und Diagramme". In: A. Heinekamp et F. Schupp (éds.): Die Intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart, Symposion der Leibniz-Gesellschaft Hannover (10-11 novembre 1978), Wiesbaden: Steiner, 1979, 10-23.

THIEL, Christian (1980): "Leibnizens Definition der logischen Allgemeingültigkeit und der 'arithmetische Kalkül'. In: Theoria cum Praxi, Akten des III. Internationalen Leibniz-Kongresses, Hannover, 12. bis 17. November 1977, Wiesbaden: Steiner, 1980, 14-22.

THOMAS, Ivo (1962): "CS(n): An Extension of CS". In: A. Menne (éd.): Logico-Philosophical Studies, Dordrecht: Reidel, 1962, 40-54. (First published in Dominican Studies, 2 (1949), 145-160).

WRIGHT, Georg Henrik von (1951a): "Deontic Logic". In: Mind, LX, 237 (1951), 1-15.

WRIGHT, Georg Henrik von (1951b): An Essay in Modal Logic, Amsterdam: North-Holland, 1951.

WRIGHT, Georg Henrik von (1957a): "Form and Content in Logic". In: Georg Henrik von Wright: Logical Studies, London: Routledge and Kegan Paul, 1957, 1-21.

WRIGHT, Georg Henrik von (1957b): "On the Idea of Logical Truth (I)". In: Georg Henrik von Wright: Logical Studies, London: Routledge and Kegan Paul, 1957, 22-43.

WRIGHT, Georg Henrik von (1982): "Norms, Truth and Logic". In: A.A. Martino (éd.): Deontic Logic, Computational Linguistics and Legal Information Systems, Amsterdam: North-Holland, 1982, 3-20.

WRIGHT, Georg Henrik von (1989): "Truth-Logics". In: Logique et Analyse, XXX, 120 (Décembre 1987), 311-334.

**Professeur Emérite de l'Université du Pays Basque