

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

Ana RIOJA *

ABSTRACT

The formulation in 1927 of the so called *uncertainty principle* by Werner Heisenberg was originated to resolve a problem with which it apparently did not bear any relation: the possible intuitive content of the quantum theory, whose mathematic formalism had already been constituted at the end of 1925. The work's objective consists in the detailed showing of the ideas which lead to it's obtainment, apart from all discussion relative to the determinist or indeterminist behavior of atomic systems.

El principio de indeterminación de Heisenberg con frecuencia se ha convertido en la puerta de entrada en la ciencia de todo tipo de disquisiciones sobre el carácter determinista o indeterminista de los procesos físicos, sobre la validez universal de las leyes naturales, e incluso ha avivado el fuego de las polémicas acerca del eterno problema del libre albedrío. Sin embargo, la discusión que promovió su hallazgo en ningún momento giró en torno a este tipo de cuestiones.

Lo que aquí me propongo analizar no son estos debates producidos con posterioridad a 1927, sino el problema para el que las relaciones de incertidumbre se presentaron como una solución. Dicho problema consistía en un asunto de carácter metodológico, cuya mejor formulación viene expresada en el propio título del artículo de Heisenberg en el que aparecieron publicadas estas relaciones de incertidumbre: 'Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematic und Mechanik'¹.

Resulta sorprendente que el tema de la indeterminación se introdujera a propósito de algo con lo que aparentemente no guardaba ninguna relación: el posible contenido intuitivo de una teoría, la teoría cuántica, cuyo formalismo matemático estaba ya constituido a finales de 1925. Desde luego, no se trata de algo desconocido para cualquier lector de la obra de Heisenberg, pero sí constituye una de esas cuestiones más citadas que estudiadas, sobre la que no se ha llevado a cabo un análisis sistemático. El objetivo de este trabajo será, por tanto, la exposición detallada del origen de la formulación por Heisenberg del principio de indeterminación como respuesta al problema del contenido intuitivo de la recién creada mecánica cuántica.

I. Dificultades en torno al concepto de trayectoria

Heisenberg formula el principio de indeterminación en febrero de 1927. Este hallazgo es posterior a las intensas discusiones mantenidas fundamentalmente con

Bohr en Copenhague entre octubre de 1926 y febrero de 1927 sobre una peculiar y escurridiza cuestión: cómo explicar desde la mecánica cuántica el fenómeno de la trayectoria de un electrón en una cámara de niebla. El propio Heisenberg lo narra en estos términos:

Seguíamos sin saber cómo describir, dentro de la mecánica cuántica, un fenómeno tan fácil de observar como la trayectoria de un electrón en una cámara de niebla. El problema fue discutido en Copenhague entre los meses de octubre de 1926 y febrero de 1927 casi sin interrupción.(...) La respuesta quedó luego formulada en la forma de las relaciones de incertidumbre.²

O dicho más en general, el problema estriba en si es posible dar cuenta del *concepto de trayectoria* del electrón, es decir, de esa línea que el electrón supuestamente describe, bien en el espacio cerrado del interior del átomo, bien en una cámara de Wilson. Clásicamente hablar de movimiento es referirse al desplazamiento continuo de un cuerpo de un lugar a otro. Ahora bien, la discontinuidad introducida por el cuanto de Planck va a afectar al concepto de desplazamiento continuo, de modo que se suscitan dos cuestiones con respecto a los electrones, que serán estudiadas independientemente:

1. La explicación del movimiento de los electrones dentro de los átomos en torno al núcleo, es decir, la explicación de las órbitas electrónicas.
2. La explicación del movimiento de partículas libres cargadas, que al atravesar un recipiente lleno de un vapor saturado de un líquido, actúan como núcleos de condensación formando gotas. Esas gotas constituyen la huella visible del paso de la partícula, por lo que podríamos decir que en este caso, a diferencia del anterior, la trayectoria de los partículas es un fenómeno observable.

Con respecto al primer punto el tema fundamental a plantear en el contexto del modelo de átomo de Bohr propuesto en 1913, es si es posible conectar la idea de *estado estacionario* con la idea de una determinada *órbita* del electrón, si cabe hablar de permanencia de un electrón en su órbita o de "salto" de órbita y, en definitiva, si podían seguir refiriéndose al recorrido espacial o *trayectoria* de un electrón dentro de un átomo.

En el modelo de Bohr-Sommerfeld el electrón describe un movimiento periódico y, por tanto, se mueve con una determinada frecuencia alrededor del núcleo, pero ésta no se pone de manifiesto en las observaciones. Lo que se observa son las frecuencias que vienen determinadas por las diferencias de energía en las transiciones de un estado estacionario a otro. Y se da la circunstancia de que las frecuencias de la luz emitida por el átomo son diferentes de las frecuencias calculadas de rotación del electrón en su órbita alrededor del núcleo. Ello suscita inquietantes interrogantes:

¿Cómo es posible que la frecuencia del movimiento planetario del electrón en el átomo no se ponga de manifiesto en la frecuencia de la radiación emitida? ¿Significa esto que no existe tal movimiento planetario? Pero si la idea de este tipo de movimiento es incorrecta, ¿qué les sucede a los electrones dentro del átomo? Se puede ver el movimiento de los electrones en una cámara de niebla y, a veces, cómo se produce una colisión en un átomo, ¿por qué no se habrían de mover también dentro del átomo?³

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

A estas dificultades se sumaban otras contenidas en el tipo de los experimentos destinados a la determinación de la órbita del electrón. A fin de observar la trayectoria de un electrón dentro del átomo sería necesario un microscopio con gran poder de resolución. Pero la luz empleada para iluminar el objeto debería ser de longitud de onda extremadamente corta y, en consecuencia, de alta frecuencia. Luego la colisión entre un cuanto de luz de longitud de onda corta y un electrón haría que el electrón se saliera por completo de su órbita, no observándose de ésta más que un punto. No se veía pues la manera de dar cuenta empíricamente de las órbitas electrónicas. A ello se añadía una consideración teórica de implicaciones no menos graves. Establecer una correlación entre órbitas electrónicas y estados estacionarios discretos suponía, primero, limitar el número de órbitas permitidas a los electrones y, segundo, admitir que el paso de una órbita a otra se realiza de manera discontinua, o sea, sin atravesar las posiciones intermedias. Heisenberg lo expresa de este modo:

No hay manera de describir lo que ocurre entre dos observaciones consecutivas. Naturalmente es tentador decir que el electrón debe haber estado en algún lugar entre las dos observaciones y que, por tanto, debe haber descrito algún tipo de trayectoria u órbita, aun en el caso en que resulte imposible llegar a conocerla. Este sería un argumento razonable en física clásica, pero en la teoría cuántica sería un abuso de lenguaje que, como veremos más adelante, no está justificado.⁴

La verdad es que el minimodelo planetario comenzaba a resultar bastante extraño si se pretendía describirlo con los conceptos tradicionales de trayectoria, posición o velocidad.

Pues bien, llegados a este punto, Heisenberg toma una decisión tajante: *abandonar el concepto de órbita electrónica*, es decir, renunciar al concepto de trayectoria de un electrón dentro de un átomo, lo que significa *dejar de servirse de descripciones espacio-temporales*, que tan fundamentales habían sido en la mecánica clásica. Ahora toda la información vendrá dada por el estudio de la radiación emitida por los átomos; las ecuaciones entre las frecuencias de oscilación y las amplitudes (magnitudes que determinan las intensidades de las líneas espectrales), podían sustituir a las ecuaciones entre posiciones y velocidades del electrón. En la expresión de Fourier del movimiento clásico, especificar la frecuencia, amplitud e intensidad de las ondas luminosas emitidas por el átomo era equivalente a especificar la trayectoria del electrón. Partiendo del principio de correspondencia, se obtenía pues una forma de reemplazar las órbitas electrónicas.

Todo ello parecía conducir a una nueva mecánica que, según expresó Heisenberg en numerosas ocasiones, había de estar presidida por una idea: incluir en ella únicamente *magnitudes observables*.

Efectivamente en 1925 dedujo un nuevo formalismo matemático, al que posteriormente se denominaría mecánica de matrices, o también mecánica cuántica, que publicó en un trabajo que llevaba por título 'Über quantentheoretischer Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen'⁵. Como es sabido este trabajo tuvo su continuación en un primer escrito publicado por Born y Jordan también en 1925 en la misma revista, y en un segundo escrito finalizado en

noviembre, aunque no publicado hasta el año siguiente por ambos autores junto con el propio Heisenberg⁶.

Lo único que aquí conviene subrayar es que terminando el año 1925 se dispone ya de un formalismo matemático coherente que reemplaza las órbitas electrónicas por una serie de entidades matemáticas, las matrices, que representan la radiación observada emitida o absorbida por los osciladores atómicos. Se trata así de una nueva mecánica de matrices, que sustituye a la mecánica clásica, en la que las variables y funciones de ésta se reinterpretan en términos de matrices cuánticas. Como telón de fondo está la completa aceptación de la discontinuidad introducida por el cuanto de Planck, la consideración del concepto de partícula como concepto fundamental y el requisito de observabilidad de todas las magnitudes.

Sin embargo, los problemas en modo alguno han terminado. Heisenberg describe la situación con estas palabras:

El estado de nuestro conocimiento en Gotinga hacia finales de 1925 puede resumirse así: el formalismo matemático de la mecánica cuántica estaba claro, pero su desarrollo no era completo, como más tarde se comprobaría. Había juicios concretos acerca de cómo aplicar el formalismo a la experiencia, pero a la auténtica elucidación conceptual no se había llegado aún.⁷

¿A qué se refiere Heisenberg al afirmar que no se había llegado a una "elucidación conceptual"? El procedimiento metodológico seguido hasta aquí había prescindido de la idea de órbita electrónica conectada con la de estado estacionario discreto, pero sí había mantenido la de estado estacionario. Ello permitía tratar las radiaciones emitidas por el átomo, los valores energéticos de los estados estacionarios, etc. Pero al renunciar a la descripción espacio-temporal, se estaba en una casi total oscuridad a la hora de determinar los conceptos físicos más adecuados para dar cuenta de ciertas situaciones experimentales. Y con ello paso al punto segundo mencionado casi al comienzo de este apartado: *la explicación del movimiento de partículas libres cargadas en una cámara de Wilson*.

El problema que este hecho empírico origina es el siguiente. Por no ser observables, las órbitas electrónicas han sido suprimidas en la nueva mecánica matricial, y con ello el concepto mismo de trayectoria. Pero las trayectorias sí son observables en una cámara de niebla. Luego la cuestión que en un cierto momento planteará Einstein parece de suyo evidente: es absurdo que la trayectoria del electrón exista en la cámara de niebla, pero no en el interior del átomo; el concepto de trayectoria no puede depender del tamaño del espacio en que tengan lugar los movimientos del electrón⁸.

El tema de fondo que con ello se suscita no recae sobre la consistencia del formalismo mismo, sino sobre algo de mucho mayor alcance teórico: *sobre la aplicabilidad del formalismo a la naturaleza*, pues como el propio Heisenberg reconoce, es un hecho que las trayectorias pertenecen a la realidad física.

Para mí era por aquel entonces absolutamente clara la enorme importancia de esa forma matemática, cerrada y bella, que Born y Jordan habían dado a la nueva teoría.(...) Pero desde el principio me rondaba la sensación de que las mayores dificultades no estribaban en la matemática, sino en el punto donde ésta hay que aplicarla a la naturaleza. Al fin y al cabo queríamos describir la naturaleza, no

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

hacer matemática pura, y yo intuía que con el "trabajo de los tres hombres" [se refiere al trabajo publicado junto con Born y Jordan en 1926] no quedaba resuelto el problema. Cierto que se podía calcular la energía de los estados estacionarios o la intensidad de las líneas, pero cómo describir, por ejemplo, la trayectoria de un electrón en la cámara de niebla -trayectoria que es directamente visible-, eso no lo sabíamos. *Nos habíamos propuesto no hablar de trayectorias, pero al fin y al cabo las trayectorias pertenecían de un modo u otro a la realidad física.*⁹

Parece pues que lo que está sobre la mesa es nada menos que la aplicabilidad de la matemática a la naturaleza, o también si se quiere, la interpretación física de un formalismo matemático, puesto que la física no se reduce a la matemática. La pregunta que una y otra vez Heisenberg se hace, especialmente a partir de octubre de 1927, es cómo puede representarse matemáticamente en la mecánica cuántica la trayectoria de un electrón en la cámara de niebla. El problema se refiere específicamente a su *conexión*, ya que tanto la trayectoria del electrón, como el esquema matemático de la mecánica cuántica, por razones distintas, podían considerarse hechos probados.

En general la cuestión a dilucidar es cómo debe usarse el formalismo matemático para describir una situación experimental dada, cómo pasar de la matemática a la naturaleza. La respuesta no será otra que el principio de indeterminación. Pero antes es necesaria una reflexión acerca de los términos a usar por la física y, en definitiva, acerca del *lenguaje*.

II. Consideraciones sobre el lenguaje

Encontrar un modo de tender un puente entre teoría y experiencia consiste en establecer los términos adecuados con los que referirse a ella. O dicho con más precisión, *interpretar los experimentos es hallar el modo de correlacionar los símbolos del lenguaje matemático con los términos del lenguaje ordinario*, única forma que está a nuestro alcance de decir algo acerca de la naturaleza. Esta es la tesis que Heisenberg defendió (no sin que mediara la influencia de Bohr) y que paso a analizar a continuación¹⁰.

Ateniéndonos a la naturaleza de los procesos atómicos, caben en principio tres posibilidades con respecto al tipo de lenguaje a emplear para describir éstos.

La primera posibilidad sería limitarse al uso del lenguaje matemático, o si se quiere, al uso de un lenguaje científico altamente formalizado. Con ello ganamos en precisión y rigor. Pero "justamente cuando [el lenguaje científico, a diferencia del lenguaje natural] se hace muy preciso o completamente preciso, en ese momento ya no conocemos en qué medida se refiere a la naturaleza. Siempre estamos en ese dilema. Si usamos un lenguaje preciso, esto es un lenguaje que puede ser transformado en matemáticas, entonces desconocemos cómo este modelo matemático se adecúa a la naturaleza"¹¹. En cambio mediante el lenguaje natural nos referimos a la naturaleza, si bien de modo extraordinariamente vago e impreciso.

Así pues "sería una conclusión prematura afirmar que podemos evitar las dificultades, limitándonos al uso del lenguaje matemático. *Esta no es una salida real*, pues no sabemos hasta qué punto puede aplicarse el lenguaje matemático a los fenómenos. A fin de cuentas, también la ciencia natural tiene que recurrir al

lenguaje habitual, que es el único que nos permite captar realmente los fenómenos"¹².

Heisenberg hace estas afirmaciones con posterioridad a 1960, mucho después de los años en que se debate el problema de la aplicabilidad a la naturaleza del formalismo matemático recién construido. Según narra a Kuhn en una entrevista mantenida el 25 de febrero de 1963, en aquella época pensaba que lo fundamental era hallar el esquema matemático coherente y que sólo a partir de éste podría encontrarse el lenguaje adecuado. Aprender a hablar consistentemente exigía servirse del formalismo. Posteriormente volveré sobre esta cuestión. Por el momento baste con indicar que la firme oposición de Bohr a esta prioridad de lo matemático y su insistencia en la necesidad del uso de los *conceptos clásicos* convenientemente interpretados, tuvieron una confesada influencia en Heisenberg y en su reconsideración del papel a jugar por el lenguaje natural a la hora de dar cuenta de situaciones experimentales tan sencillas como la trayectoria de un electrón en la cámara de niebla.

Con la expresión "conceptos clásicos" tanto Bohr como Heisenberg se refieren a los de la física clásica, tales como onda, corpúsculo, posición, cantidad de movimiento, energía, espacio, tiempo, etc. Ahora bien, estos conceptos o términos con los que describimos los objetos físicos clásicos no son cualitativamente distintos de aquellos con los que designamos los objetos de la experiencia común; su diferencia es meramente de grado en cuanto que se originan a partir del refinamiento y depuración del lenguaje ordinario. Lo que sí son es más objetivos en el sentido de ser independientes de nuestras vivencias subjetivas¹³.

La cuestión que se plantea entonces, y con ello pasamos a la segunda de las posibilidades antes mencionadas, es si el lenguaje a desarrollar para referirse, no a los procesos físicos clásicos sino a los procesos físicos cuánticos, ha de hacer uso de conceptos nuevos específicamente cuánticos, o bien si debe servirse igualmente de los conceptos clásicos, y en este último caso bajo qué condiciones. La segunda posibilidad pues con respecto al lenguaje apto para dar cuenta de la naturaleza microfísica es acuñar nuevos términos diferentes de los tradicionales (espacio, tiempo, onda, corpúsculo, trayectoria, etc).

En este punto Heisenberg admite que desde que conoció a Bohr en 1922 en Gotinga, con motivo de unas conferencias que éste último fue a pronunciar a dicha ciudad, sacó la impresión de que los conceptos clásicos no se adecuarían exactamente a la descripción del mundo atómico, si bien por otro lado no podrían ser sustituidos por otros nuevos a la hora de describir situaciones experimentales concretas¹⁴. Esta tesis irá calando en Heisenberg aunque, según sabemos, con anterioridad a 1926 procurará eludir la cuestión del lenguaje para atenerse estrictamente al formalismo matemático. Con todo, a comienzos de 1927 asistimos a la recuperación, previa revisión, de los conceptos clásicos precisamente en el artículo sobre las relaciones de incertidumbre. Pero no adelantemos acontecimientos.

El hecho es que el científico alemán nunca intentará acuñar un nuevo lenguaje diferente y ajeno al lenguaje clásico. Los argumentos con los que posteriormente se manifestará en contra de esta opción son los mismos que los de Bohr. Nuestras

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

observaciones y experimentos se realizan mediante aparatos de medida que son objetos clásicos mesofísicos, no objetos cuánticos. Necesitamos un lenguaje precisamente para expresar y comunicar el resultado de nuestras operaciones, y éste ha de ser el lenguaje clásico. La diferencia entre el empleo del lenguaje clásico en la física clásica y el empleo del lenguaje clásico en la física cuántica es que ahora no es posible establecer la nítida separación entre el objeto a medir y el aparato de medida, debido a la discontinua e incontrolable interacción entre ellos regida por el cuanto de Planck. Esta situación introduce confusiones y paradojas en nuestras descripciones, pero no altera el fondo del tema: sin el lenguaje clásico no podemos dar cuenta de ningún tipo de experimento.

Las cuestiones que planteamos a la naturaleza mediante el experimento siempre se formulan recurriendo a los conceptos intuitivos de la física clásica, sirviéndonos en particular de los conceptos de espacio y tiempo; pues no poseemos ningún otro lenguaje adecuado a los objetos que cotidianamente nos rodean con que nos sea posible, por ejemplo, describir la estructura de nuestros objetos de medición, y no podemos hacer experiencias más que en el espacio y en el tiempo.¹⁵

En definitiva llega a asumir el punto de vista de Bohr según el cual pertenece a la esencia de un experimento describir lo observado con el lenguaje de la física clásica. No tenemos ningún otro lenguaje para poder expresar nuestros resultados. En tales circunstancias, carece de todo interés pretender renunciar a los conceptos clásicos para hablar de los fenómenos atómicos con un lenguaje específicamente creado para ello. La ciencia de la naturaleza consiste en observar fenómenos y comunicar el resultado a otros para que puedan reproducirlo y contrastarlo, y con ello hacerlo objetivo. Y todo este proceso de observación y comunicación se realiza dentro del marco conceptual de la física clásica¹⁶.

Cuando Heisenberg fue entrevistado por Kuhn el 27 de febrero de 1963, tras manifestar el punto de vista que aquí acabo de exponer (necesidad del lenguaje clásico para describir los experimentos), éste último le pregunta si no hubiera deseado sobrepasar el lenguaje clásico más de lo que Bohr estaba dispuesto a permitir (se refiere a los años 1926-1927). Su respuesta fue la siguiente.

Bien, pienso que esto es perfectamente correcto, y al mismo tiempo también es verdad decir que a través de las discusiones con Bohr aprendí que lo que en cierto modo pretendía, no podía realizarse. Esto es, no podemos apartarnos por entero de los viejos términos porque hemos de hablar acerca de algo. Esto lo vi con toda claridad a propósito del microscopio con rayos gamma". Pese a que el uso de conceptos clásicos como onda o partícula introduce paradojas, "tuve que admitir que no podía evitar el uso de estos poco convincentes términos que hemos usado durante años para describir lo que vemos.¹⁷

Heisenberg llegará así a asumir como tesis enteramente propia la necesidad del lenguaje clásico. Y la defenderá con un segundo tipo de argumentos más contundentes quizá que los referidos a su vinculación a los aparatos de medida. Los intentos de reemplazar el lenguaje tradicional para la descripción de los fenómenos por un nuevo lenguaje que estuviera mejor adaptado al formalismo matemático de la teoría cuántica, no tienen más futuro que el esperanto.

El desarrollo del lenguaje es un proceso histórico, y un lenguaje artificial como el esperanto nunca ha tenido mucho éxito. Durante los últimos cincuenta años -afirma en 1977- los físicos han preferido usar el lenguaje tradicional (...). No se ha desarrollado un lenguaje más preciso, y de hecho no se necesita.¹⁸

Si el físico ha de salir del ámbito del lenguaje matemático no es para crear un segundo lenguaje tan artificial como el anterior, por mucho que fuera más preciso que el lenguaje natural. Los términos que se han ido acumulando a lo largo de siglos en contacto con la realidad circundante, constituyen un polo obligado de conexión con cualquier lenguaje formal y abstracto que podamos construir. No tender un puente hacia ellos es condenar a la teoría a una estéril inaplicabilidad. En definitiva, llega a afirmar Heisenberg, "el empleo de los conceptos clásicos es, en última instancia, consecuencia del modo humano de pensar"¹⁹.

Puestas así las cosas, es manifiesto que tras haber rechazado la limitación a un lenguaje exclusivamente matemático, y también la creación de un lenguaje específicamente cuántico, no queda más que una tercera posibilidad: admitir en la teoría, junto a un formalismo matemático nuevo, el lenguaje clásico como única manera de garantizar la aplicabilidad a la naturaleza de dicho formalismo. Es la correlación entre los símbolos matemáticos de la mecánica cuántica y los conceptos del lenguaje común la que va a permitir la interpretación de los experimentos.

Heisenberg expresa este punto de vista de manera decidida y tajante: la tarea de formular un enunciado acerca de la naturaleza, lo cual es por otra parte la misión propia de la ciencia natural, consiste en "pasar del lenguaje matemático al lenguaje ordinario"²⁰, (naturalmente se entiende que al lenguaje ordinario depurado por la física clásica). Es el lenguaje natural el que va a permitir comprender el modo como se acoplan matemáticas y experimento.

Pues bien si esto es así, o sea, si el problema que estaba planteado (la imposibilidad del formalismo cuántico para dar cuenta de situaciones experimentales tales como la trayectoria de un electrón en una cámara de niebla), pasa por la utilización del lenguaje clásico²¹ resulta lo siguiente: la teoría ha de recuperar conceptos no debidamente incluidos en ella, como son los de trayectoria, posición, velocidad, tiempo, etc. En definitiva, la teoría en algún sentido ha de restablecer las descripciones espacio-temporales.

La cuestión que ahora se suscita, y que abordaré posteriormente, es con qué límites o condiciones ha de llevarse a cabo esta recuperación, puesto que ello supone adentrarse en el ámbito de lo inobservable. Precisamente es este carácter de inobservable el que había llevado a Heisenberg a la exclusión de las órbitas electrónicas. Su reinclusión no puede hacerse sin un atento examen de los requisitos teóricos que la hacen posible. Pero antes será preciso atender a la evolución del pensamiento de Heisenberg sobre el procedimiento a seguir para restablecer la relación entre formalismo y experimentación. Sólo entonces estaremos en disposición de comprender el peculiar modo como el físico alemán halla esos requisitos teóricos, que no serán otros que las relaciones de incertidumbre.

III. Teoría y observación

Las consideraciones de Heisenberg en torno al lenguaje nos han conducido a este punto: en una teoría física, que como tal ha de dar cuenta de la naturaleza, el

problema de la interpretación y aplicación del formalismo matemático revierte en el problema de la estipulación del tipo de lenguaje que, siendo compatible con los requisitos de dicha teoría, sea al mismo tiempo apto para describir toda situación experimental.

A diferencia de Bohr, Heisenberg estaba firmemente convencido de que la formulación del esquema matemático debía preceder a la cuestión del lenguaje. Sólo tras la resolución del problema matemático podía plantearse el problema lingüístico.

Existía desde el comienzo la impresión -cuenta Heisenberg a Kuhn en 1963- de que si encontrábamos un esquema matemático consistente, antes o después sería posible evitar las contradicciones (...). Después de todo matemático significa ser consistente; si la matemática es no consistente, entonces está equivocada. Así, *tan pronto como se encontrara un esquema matemático consistente, se estaría en disposición, antes o después, de encontrar las palabras correctas con las que hablar acerca de ello.*

Kuhn interviene a continuación resumiendo la situación: "Habría quizá dos estadios en esto; *primero encontrar un esquema matemático consistente y seguidamente utilizarlo como guía para descubrir qué lenguaje usar de modo que se pueda hablar de ello consistentemente*"²².

Esta opción tiene mucho que ver con su concepción del papel que la matemática juega en el conocimiento de la naturaleza, mucho más próxima en este punto a Einstein que a Bohr. En efecto, considera que la simplicidad de las leyes de la naturaleza tiene carácter objetivo, de modo que, "cuando la naturaleza nos lleva a formas matemáticas de gran sencillez y belleza, (...) no se puede dejar de creer que son *verdad*, es decir, que representan un rasgo auténtico de la naturaleza". Heisenberg reconoce estar aceptando con ello un criterio estético de verdad²³.

Pero por otro lado, Heisenberg ha adoptado el criterio empirista de no hacer uso sino de magnitudes observables. ¿Qué entiende el físico alemán por *observabilidad*? El hecho es que nunca ha abordado esta cuestión explícitamente; conviene sin embargo tratar de darle alguna respuesta. Así, cuando afirma haber suprimido las órbitas de los electrones "porque no se pueden observar", nos planteamos qué quiere esto decir. Desde luego no parece que pueda significar que de ellas no hay experiencia directa, pero sí podría estar aludiéndose a que no hay de ellas una descripción cuantitativa o mensurable en el espacio y en el tiempo. No cabe dar cuenta de lo que sucede en el interior de un átomo en términos espaciotemporales de modo que, con independencia de que lo veamos con nuestros ojos o no, el comportamiento de los electrones dentro del átomo es inobservable. En cambio la trayectoria de un electrón en la cámara de niebla sí resulta ser observable, precisamente porque podemos describirla en el espacio y en el tiempo.

En el formalismo cuántico los observables son representados no mediante variables numéricas sino mediante operadores lineales en un espacio abstracto de configuración. Ahora bien, tal y como el propio Heisenberg reconoce:

En física observamos los fenómenos en el espacio y en el tiempo.(...) Pero en este punto comienzan las dificultades reales. Observamos los fenómenos en el espacio y en el tiempo, no en un espacio de configuración o espacio de Hilbert. ¿Cómo podemos

trasladar el resultado de una investigación al esquema matemático? Por ejemplo, observamos un electrón en una cámara de niebla moviéndose en determinada dirección con determinada velocidad. ¿Cómo puede expresarse este hecho en el lenguaje matemático de la mecánica cuántica?²⁴

Tal vez podríamos aventurar que Heisenberg usa el término "observable" en dos sentidos. Por un lado tiene un significado enteramente formal y abstracto que viene simbolizado mediante operadores en el espacio de Hilbert, y por otro tiene un significado intuitivo e inmediato, referido a lo que puede aprehenderse y medirse en el espacio euclideo y en el tiempo. En definitiva tendríamos una acepción cuántica y una acepción clásica del término. La primera viene establecida por el formalismo, mientras que la segunda queda excluida de él. El problema es poner ambas clases de observables en correlación. La solución habrá de llegar por medio de la especificación del *lenguaje* que, ateniéndose a los requisitos del algoritmo cuántico, sea al mismo tiempo apto para hablar de los observables clásicos. Pero puesto que la observabilidad de los hechos empíricos no queda definida desde la teoría, no se ve cómo los requisitos o condiciones que los conceptos hayan de reunir para describir la realidad cuántica, podrían venir estipulados desde la propia teoría. De manera que lejos de ser el formalismo matemático el juez que decida el tipo de conceptos y su modo de empleo cuando se trata de microfenómenos, serían las experiencias y los experimentos los que cumplieran este papel.

Puestas así las cosas, no es de extrañar que cuando Heisenberg se plantee el problema de la interpretación del formalismo y su aplicación a hechos experimentales, primero, formule la pregunta en estos términos: "cómo pasar de una situación experimental dada a su representación matemática"²⁵ y, segundo, no halle en modo alguno la respuesta. Pues, en efecto, por un lado parte de la experiencia, esto es, de lo observable en sentido clásico, asumiéndose de manera positivista que la observabilidad no se define desde la teoría, mientras que por otro entiende que es la teoría la que ha de decidir cómo ir de la experiencia a la matemática, con un marcado carácter matematicista.

Heisenberg ha confesado en numerosas ocasiones que fue de Einstein de donde le vino la inspiración para resolver el problema de la aplicabilidad del esquema matemático, a partir de una clara y contundente afirmación de éste último en el contexto de una conversación entre ambos: "*sólo la teoría decide lo que se puede observar*".

En la primavera de 1926 Heisenberg viaja a la universidad de Berlín para participar en un coloquio sobre la nueva mecánica cuántica. En aquel momento Einstein era profesor en dicha universidad, por lo que constituía una oportunidad para intercambiar personalmente sus puntos de vista sobre "el fundamento filosófico de la mecánica cuántica"²⁶. Según ha narrado Heisenberg bastantes años después, el diálogo se abrió con la problemática cuestión de la supresión de las órbitas de los electrones en el átomo en la descripción mecanico-cuántica. Einstein se preguntaba qué razón podía haber conducido a tal supresión, puesto que la trayectoria del electrón podía observarse directamente en una cámara de niebla. Y parecía absurdo afirmar que tal trayectoria existía en la cámara de niebla pero no en el interior del átomo, como si el concepto de trayectoria pudiera depender del

tamaño del espacio en que tuvieran lugar los movimientos del electrón. Al contestar su interlocutor que el motivo de tal supresión residía en su inobservabilidad, la conversación se centró en este último concepto.

Frente al principio positivista esgrimido por Heisenberg según el cual en una teoría sólo se han de introducir magnitudes directamente observables, Einstein opuso la opinión abiertamente contraria: cualquier teoría entraña magnitudes inobservables. Más aún, siempre según el testimonio de Heisenberg, Einstein manifestó "ser completamente falsa la pretensión de fundamentar una teoría sólo sobre magnitudes observables. Porque en realidad sucede exactamente al revés: sólo la teoría decide sobre lo que se puede observar". Y es que el proceso que conduce desde el objeto a observar hasta la impresión sensible pasando por la mediación de aparatos es un proceso muy complejo que exige el conocimiento de las leyes que lo rigen, si es que pretendemos argumentar a partir de la impresión sensible y decir que hemos observado algo. Así por ejemplo el propio Heisenberg, al limitarse a conceptos ópticos (frecuencias y amplitudes), ha de presuponer todo el mecanismo de radiación de la luz desde el átomo hasta el ojo, regido por las leyes de Maxwell. De lo contrario, "no podría observar las magnitudes que designa como observables". De modo que afirmar que sólo introduce magnitudes observables es hacer de hecho una suposición acerca de una propiedad de la teoría, a saber, la validez de la descripción tradicional de los procesos de radiación en los puntos que aquí interesan, lo cual por otro lado no es seguro. Nos encontramos pues con que si esas leyes han de ponerse en duda a consecuencia de la moderna física atómica, el concepto de observación tiene que modificarse. En conclusión, la observabilidad viene definida desde la teoría.

Cuando esta conversación tuvo lugar Heisenberg no quedó convencido, pero tampoco consideró trivial el enfoque de Einstein. Muy al contrario recurrió a él meses después, cuando se enfrentó decididamente al agobiante problema de dar cuenta desde el formalismo de situaciones experimentales concretas sin encontrar una salida razonable.

Tras un estado de literal desesperación y enfrentamiento permanente con Bohr, éste último marcha a Noruega en febrero de 1927 para esquiar y descansar, permaneciendo Heisenberg en Copenhague. Es durante esos días de soledad cuando afirma haber hallado la solución. El problema estaba mal planteado. Hay que partir, como defendió Einstein, de la prioridad lógica de la teoría sobre la observación, lo cual se traduce en una fundamental modificación de la pregunta a responder.

La cuestión hasta ahora se ha reflejado de este modo: "cómo representar en la mecánica cuántica la trayectoria de un electrón que se observa en la cámara de niebla", o también dicho de manera más general, "cómo puede expresarse una situación experimental dada con el esquema matemático conocido", "cómo trasladar el resultado de una observación al esquema matemático", en definitiva, "*cómo describir la naturaleza mediante esquemas matemáticos*". Así planteados, no se encuentra el modo de responder a estos interrogantes. Pero tal vez sí lo haya si admitimos con Einstein que es la teoría la que estipula qué tipo de observación tiene lugar de la trayectoria de un electrón en la cámara de niebla, con lo que el punto de partida para dar cuenta de este hecho es la teoría misma y las condiciones de

observabilidad que ésta defina. Ello supondría invertir los términos de los anteriores interrogantes, quedando entonces formulados de esta otra manera: "sólo se pueden presentar aquellas situaciones experimentales que puedan expresarse con el formalismo cuántico", "en la naturaleza o en los experimentos sólo pueden darse situaciones que puedan representarse en el esquema matemático de la mecánica cuántica", "la naturaleza sólo permite que ocurran situaciones experimentales que puedan describirse en el formalismo de la mecánica cuántica", "sólo pueden tener lugar en la naturaleza o ser realizados experimentalmente aquellos estados que puedan ser representados como vectores en el espacio de Hilbert", "*la naturaleza siempre actúa de modo que el esquema matemático pueda aplicársele*"²⁷.

Queda naturalmente por investigar cuáles son esas situaciones que pueden describirse por medio de la mecánica cuántica. Aquí, la investigación arrojará como resultado que sólo son posibles en la naturaleza y en los experimentos situaciones a las que se apliquen ciertas *relaciones de incertidumbre*. Dedicaré el próximo epígrafe a estas relaciones de incertidumbre en cuanto solución aportada por Heisenberg al problema de la conexión entre teoría y observación.

IV. El contenido intuitivo de la mecánica cuántica: las relaciones de incertidumbre²⁸

En los días de tranquilidad y sosiego que la marcha de Bohr a Noruega le han proporcionado, Heisenberg afirma haber tenido la feliz ocurrencia de invertir los términos de la pregunta cuya respuesta busca incesantemente desde hace meses. En vez de indagar cómo dar cuenta de una situación experimental mediante el formalismo cuántico, se parte del supuesto de que en los experimentos, e incluso en la naturaleza, sólo se pueden presentar situaciones que puedan ser expresadas en él. Las condiciones de lo observable se estipulan desde la teoría, no desde la experiencia, de modo que la mirada habrá de dirigirse a aquélla a fin de conocer cuáles son esas condiciones. Es importante subrayar que son ellas las que van a asegurar la conexión entre el formalismo matemático y la experiencia.

Ahora bien, por otro lado tenemos, primero que la aplicación del formalismo matemático a la naturaleza supone el establecimiento del tipo de lenguaje con que describirla; segundo, que ese lenguaje no puede ser específicamente cuántico sino que es necesario servirse de los conceptos clásicos; tercero, que no es posible un uso indiscriminado de los conceptos clásicos dada su inadecuación a los objetos cuánticos. En consecuencia la teoría ha de recuperar ciertos conceptos clásicos que permiten las descripciones en el espacio y en el tiempo de la experiencia ordinaria y la aplicación de los principios de conservación -de la cantidad de movimiento o de la energía-, pero su aplicabilidad habrá de ser profundamente revisada. Sólo así podrá garantizarse el contenido intuitivo, y no meramente formal de la mecánica cuántica.

'Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik'²⁹: éste es precisamente el título del famoso artículo que Heisenberg envía para su publicación a un revista alemana en marzo de 1927. Al final de las dos primeras páginas introductorias, tras referirse a los obstáculos que se

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

interponen a la interpretación intuitiva de la mecánica cuántica, encontramos la siguiente declaración:

Surge así la pregunta sobre si mediante un análisis más preciso de los conceptos cinemáticos y mecánicos no será posible resolver las contradicciones hasta ahora existentes en la interpretación intuitiva de la mecánica cuántica y llegar a una comprensión intuitiva de las relaciones mecánico-cuánticas.³⁰

La primera cuestión a plantear es en qué consiste el contenido intuitivo de una teoría. El artículo de Heisenberg sobre las relaciones de incertidumbre comienza con estas palabras:

Creemos entender intuitivamente una teoría física cuando en todos los casos sencillos podemos representarnos cualitativamente las consecuencias experimentales de dicha teoría, y cuando al mismo tiempo hemos establecido que la aplicación de la teoría en ningún caso contiene contradicciones interna.³¹

Según esto la comprensión intuitiva de una teoría supone dos condiciones: la representación *cualitativa* de sus consecuencias experimentales y su aplicación *sin contradicción*. La dualidad onda -partícula pone en entredicho la segunda de las condiciones por lo que será necesario una revisión de los principios de la teoría capaz de garantizar un planteamiento no contradictorio de la continuidad y la discontinuidad cuánticas. Ninguna representación del objeto es posible si viene definido mediante términos contradictorios. En lo que se refiere a la primera condición, Heisenberg no es muy explícito a la hora de aclarar en qué consiste la representación cualitativa de las consecuencias experimentales de una teoría. Sin embargo, podría proponerse la siguiente explicación.

Cualitativo se opone a cuantitativo, y lo cuantitativo viene recogido en el formalismo matemático de la teoría. Luego, lo intuitivo desborda necesariamente el ámbito de lo formal. Además se nos dice que se trata de formar una representación cualitativa "de las consecuencias experimentales" de una teoría; o sea, una representación no meramente formal del resultado de un experimento, aunque conforme a las exigencias de la teoría. Pues bien, dicha representación no parece que pueda consistir sino en la traducción en términos físicos clásicos del algoritmo matemático a fin de poder describir y comunicar lo que sucede en una situación experimental determinada. La descripción de un fenómeno físico no puede desligarse totalmente de las condiciones en que las cosas se nos presentan en la experiencia, y por tanto no puede desprenderse de los conceptos formados a partir de ella. Así, representarse cualitativamente las consecuencias experimentales de una teoría es representárselas dentro del marco conceptual clásico. Digo restrictivamente "en cierto modo" porque, dado que el uso de los conceptos clásicos va a tener que ser definido desde la teoría, bien pudiera resultar que ésta impusiera unas condiciones limitativas que no permitieran pese a todo un marco de representación clásico para los objetos cuánticos. "Tratándose de fenómenos atómicos es posible una descripción intuitiva, si bien dentro de ciertos límites", límites de exactitud que "estarán definidos por las relaciones de indeterminación"³².

Nos encontramos por tanto con que el aparato formal matemático no puede dar una representación inmediata de lo que acontece en el espacio y en el tiempo, y en

ese sentido carece de contenido intuitivo. Pero tal representación es necesaria para expresar los resultados de observaciones y experimentos. Luego, la mecánica cuántica ha de recuperar un cierto contenido intuitivo hasta donde le sea posible. ¿Cómo? Haciendo uso de los conceptos físicos clásicos, puesto que toda descripción intuitiva "ha de utilizar los conceptos de la física clásica".

Volviendo al artículo de 1927 sobre las relaciones de incertidumbre, Heisenberg declara que, pese a las dificultades, no debe concluirse "que sea imposible una interpretación de la mecánica cuántica con los conceptos habituales cinemáticos y mecánicos"; lo que sí es necesaria es una revisión de estos conceptos³³.

¿Cuáles son los conceptos a revisar? Heisenberg se refiere explícitamente a los de *posición, trayectoria, velocidad, energía* (y *tiempo* a propósito del de energía). O sea, se trata, bien de los *conceptos cinemáticos* referidos a la descripción espacio-temporal, bien de los *conceptos mecánicos* necesarios para el estudio de la evolución de los sistemas aplicando principios de conservación. A partir de aquí el camino a seguir ha de cubrir tres etapas:

1. Definición de los conceptos a partir de contextos experimentales cuánticos, y no clásicos.
2. Deducción teórica de los límites de validez de dichos conceptos.
3. Comprobación experimental de los límites de validez deducidos.

1. El primer punto a dilucidar es el *significado* de términos como posición, velocidad, etc. aplicado a objetos cuánticos. Aquí lo que se pretende no es fijar los requisitos derivados de la teoría que gobiernan su uso, sino establecer si se trata de palabras con o sin sentido ("Sinn"). Y para ello no acude al aparato formal sino a los experimentos. Pues si resultara que no hubiera experimento alguno con el que poder medir la posición, la velocidad o la energía, habrían de considerarse como sin sentido. Así dice, por ejemplo, a propósito de la posición:

Se deben indicar experimentos precisos con cuya ayuda se establezca la medida de la posición del electrón; de lo contrario esta palabra carece de sentido.³⁴

Se ha querido ver en estas palabras de Heisenberg una actitud marcadamente operacionalista, sin embargo creo que ello debiera matizarse. Es cierto que se liga la definición de los conceptos a operaciones de medida. Pero también es cierto que se está juzgando acerca de la posibilidad de considerar determinados conceptos clásicos como aplicables en mecánica cuántica. Si resultara que no hay posibilidad alguna de medida de esos conceptos, querría decirse pura y simplemente que no son magnitudes (al menos en el ámbito microfísico, como no lo es la temperatura), y la física desde Galileo habla de propiedades susceptibles de medida. Por tanto, aunque la literalidad de las palabras se ajuste exactamente al credo operacionalista, convendría tener presente el contexto en el que se pronuncian, absolutamente ajeno a toda discusión sobre filosofía de la ciencia, y sí en cambio teñido de la preocupación por encontrar el contexto experimental en el que se pueda dar cuenta de los conceptos cinemáticos y mecánicos con absoluta precisión, de modo que se asegure su entrada en el vocabulario cuántico³⁵.

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

No voy a seguir el detalle de los experimentos de los que Heisenberg se sirve para definir los conceptos en cuestión. Baste con indicar el resultado general: es posible determinar con un grado de exactitud ilimitado la posición, velocidad, energía, etc. de los electrones (la posición, por ejemplo, con un microscopio que ilumine el objeto con luz de longitud de onda muy corta -rayos gamma-; la velocidad, en cambio, iluminando el objeto con luz de longitud de onda larga -luz roja-); en consecuencia son términos con significado microfísico. Heisenberg resume los resultados obtenidos con estas palabras:

Todos los conceptos que se usan en la teoría clásica para describir un sistema mecánico, son susceptibles de ser definidos exactamente también para los procesos atómicos, análogamente a los conceptos clásicos.³⁶

El problema que aparece ya en el análisis de los experimentos, aunque su justificación no sea experimental, es la imposibilidad de dar cuenta simultáneamente de ciertos pares de estas magnitudes con un arbitrario grado de precisión. Se puede medir con exactitud la posición o el momento, pero no ambos a la vez. El famoso experimento de rayos gamma ejemplificaría esta posibilidad. Y con ello paso a considerar el punto 2.

2. Los conceptos se definen operacionalmente mediante experimentos. Sin embargo, aquí encontramos una dificultad desconocida para la física clásica; resulta que los experimentos con los que se obtienen las correspondientes definiciones están afectados por una radical *indeterminación* ("Unbestimmtheit"), cuando se pretende la fijación simultánea de dos magnitudes canónicamente conjugadas. Dos interrogantes surgen a propósito de esta indeterminación: primero, en qué se basa, cuál es su origen; segundo, cuál es su medida o grado.

Con respecto a la primera cuestión hay que decir que Heisenberg en principio situó su fundamento en la *discontinuidad* de los procesos cuánticos introducida por el cuanto de acción de Planck. Toda operación de observación y medida supone una interacción entre el objeto y los instrumentos con los que se llevan a cabo tales operaciones. Esto también sucede desde luego en la física clásica, pero allí esta interacción entre el objeto observado y el instrumento de observación, al establecerse mediante magnitudes continuas, admite una reducción indefinida que tiende a cero. Planck, por el contrario, ha hecho intervenir una cantidad mínima de acción, que se traduce en una cantidad mínima de interacción observacional o, si se quiere, de perturbación imposible de eliminar no sólo de hecho sino también y sobre todo de derecho. En las conferencias pronunciadas en Chicago en 1929, Heisenberg se refiere a esta cuestión:

En las teorías físicas clásicas se admite siempre que, o bien esta interacción [entre el observador y el objeto] es despreciablemente pequeña, o que su efecto puede ser eliminado.(...) Pero este supuesto no es permisible en física atómica; la interacción entre el observador y el objeto produce grandes cambios incontrolables en el sistema que está siendo observado, debido a los cambios discontinuos característicos de los procesos atómicos.

Y a continuación añade:

La consecuencia inmediata de este hecho es que en general todo experimento diseñado para determinar una cierta magnitud convierte en quimérico el conocimiento de las otras, ya que la incontrolable perturbación del sistema observado altera los valores de las magnitudes previamente determinadas. Si seguimos esta perturbación en sus detalles cuantitativos, resulta que en muchos casos *es imposible obtener una exacta determinación de los valores simultáneos de dos variables, y que más bien hay un límite inferior a la precisión con que pueden ser conocidos.(...)* Este límite inferior puede ser postulado como una ley de la naturaleza (en la forma de las denominadas relaciones de incertidumbre).³⁷

Así pues Heisenberg responsabiliza de la imprecisión experimental a la discontinuidad propia de los fenómenos cuánticos³⁸. Tal y como se pone de manifiesto en el experimento mental del microscopio de rayos gamma (tan divulgado que no es necesario reproducir aquí), es posible el conocimiento exacto de la posición de un electrón, pero a costa del total desconocimiento del momento y viceversa. Cabe determinar tan precisamente como se quiera la posición o el momento, pero no ambos, o también la energía o el tiempo, pero no ambos. La razón estriba en que se requieren condiciones experimentales diferentes para cada uno de estos pares de magnitudes y en la teoría cuántica se da la circunstancia de que inevitablemente "todo experimento destruye parte del conocimiento del sistema que había sido obtenido mediante experimentos anteriores"³⁹.

Pasemos a la segunda cuestión anteriormente planteada. ¿Cuál es el grado de precisión con el que se pueden medir simultáneamente pares de magnitudes canónicamente conjugadas? La respuesta a este interrogante constituye el *principio de indeterminación*⁴⁰. Para acceder a su formulación Heisenberg no acude a los experimentos sino a la teoría; o sea, no nos hallamos antes una mera generalización empírica sino ante un principio deducido del formalismo de la teoría. Concretamente en 1927 lo deriva de la formulación de Dirac-Jordan de la mecánica cuántica (teoría de la transformación), de modo que en una sola página, partiendo de la relación de conmutación mecánico-cuántica: $pq - qp = h / 2\pi i$, llega a la ecuación: $p_1 q_1 = h / 2\pi$ (siendo p_1 la precisión con que es determinable el valor p , y q_1 la precisión con que es determinable el valor q)⁴¹.

La relación fundamental de conmutación de la mecánica cuántica había sido publicada por primera vez por Born y Jordan en su artículo de 1925⁴². En ella las coordenadas q y los momentos p se representan mediante matrices cuyo producto no es conmutativo. Puesto que el orden en que se establezcan las mediciones influye en el resultado de éstas, la asignación de valores definidos a p y q es mutuamente incompatible. La verdad es que era éste un rasgo del formalismo matemático cuya significación física se desconocía en 1925. Sin embargo Heisenberg considera en su artículo sobre las relaciones de incertidumbre que experimentos como el del microscopio de rayos gamma en el que cuanto más precisamente se determina la velocidad más imprecisamente se determina la posición y viceversa, ponen de manifiesto "una explicación intuitiva directa" de las relaciones de conmutación. O dicho en otros términos, la expresión formal del resultado de dicho experimento es la relación de incertidumbre $p_1 q_1 = h / 2\pi$. Resulta así que mientras por un lado esta ecuación deriva de la relación de conmutación $pq - qp = h / 2\pi i$, por otro se constituye en su condición de interpretabilidad, permitiendo que "el significado físico" de las de las magnitudes p y q no varíe⁴³.

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

Aunque posteriormente modificará su criterio, en este momento por tanto considera que es posible mantener el significado físico de las variables clásicas, con la importante novedad de que ahora les corresponden operadores que no conmutan, lo que impide que puedan tener valores determinados a la vez. Se trata de observables no compatibles. Por supuesto ello abrirá importantes debates acerca de si tiene o no sentido afirmar que los sistemas cuánticos poseen propiedades *antes de y con independencia de* las operaciones de medida. Pero este tema desborda los límites del presente trabajo.

Volviendo al asunto principal, Heisenberg ha obtenido una conclusión fundamental: *el grado de precisión con el que es posible utilizar los conceptos de la mecánica clásica aplicados a las micropartículas viene regulado por las relaciones de incertidumbre*. Dichas relaciones establecen un límite inferior para el producto de las imprecisiones en la determinación simultánea de los pares de magnitudes conjugadas, que coincide con la constante de Planck. Esa incertidumbre es tanto mayor cuanto menor es la masa de la partícula, siendo en cambio despreciable para cuerpos meso- o macro-físicos. Precisamente por ello los conceptos clásicos se ajustan a un mundo de dimensiones no atómicas, mientras que exigen un uso mucho más cuidadoso cuando se trata de fenómenos atómicos; en particular su aplicabilidad está restringida por las relaciones de incertidumbre. Quedaría por mostrar que estas relaciones deducidas de las ecuaciones de la teoría son consistentes con los experimentos; o dicho de otro modo, que los experimentos las cumplen en todos los casos. A ello me referiré en el punto 3.

3. En las páginas previas a la derivación de las relaciones de incertidumbre Heisenberg se refiere en su artículo de 1927 a una serie de experimentos (experimento del microscopio de rayos gamma o experimento de Stern-Gerlach, por ejemplo) que permiten definir los conceptos clásicos cinemáticos y mecánicos y que en todos los casos van a mostrar su adecuación a las relaciones de incertidumbre. Sin embargo considero que Heisenberg no pretende verificar o contrastar experimentalmente la validez de sus relaciones de incertidumbre. En todo caso esto constituiría un elemento persuasivo añadido, pero no su fundamento.

Recordemos que Heisenberg, bajo la influencia de Einstein, ha postulado que es el formalismo cuántico el que determina lo que se puede observar y experimentar. En consecuencia no es posible que se den otras circunstancias experimentales que las permitidas por la teoría. Es la teoría, que incluye las relaciones de indeterminación, la que delimita el ámbito de posibilidades de los experimentos, de modo que por principio no puede presentarse ninguno que viole dichas relaciones. O la mecánica cuántica no es posible, o todos los experimentos estarán afectados de una radical indeterminación.

Todos los experimentos que podemos usar para definir estos términos [cinemáticos y mecánicos], necesariamente contienen la imprecisión indicada por la ecuación (1) [relaciones de incertidumbre], incluso si permiten definir exactamente los conceptos p y q considerados aisladamente. *En el caso de que hubiera experimentos que hicieran posible una determinación de p y q más exacta de lo que corresponde a la ecuación (1), entonces la mecánica cuántica no sería posible.*⁴⁴

El principio de indeterminación es intrínsecamente necesario a la teoría cuántica, si bien ésta desde luego no es una teoría necesaria de los fenómenos microfísicos. Pero supuesta la mecánica cuántica, el principio de indeterminación no puede ser refutado aisladamente; la refutación sería al conjunto de la teoría⁴⁵. En definitiva, tras la definición operacional de los conceptos cinemáticos y mecánicos y tras la deducción de las relaciones de incertidumbre que establecen las condiciones de uso válido de los conceptos clásicos en el ámbito mecánico, cabe considerar que se inicia una tercera fase de comprobación de los resultados de las observaciones en tanto que sujetas a dichas relaciones. Y sin embargo esta fase resulta en rigor innecesaria puesto que si las observaciones vienen definidas por la teoría, no pueden sino ser compatibles con el formalismo de ésta. Heisenberg llega a decir que la confirmación experimental de la validez de las relaciones de incertidumbre es un resultado "trivial. En efecto, si el proceso de observación mismo está sujeto a las leyes de la teoría cuántica, ha de ser posible representar su resultado en el esquema matemático de esta teoría"⁴⁶.

La conclusión que se obtiene a partir de todo lo anterior es que no puede haber experimentos microfísicos que violen las relaciones de incertidumbre, o bien, que si ese fuera el caso, entonces el resultado de estos experimentos no podría expresarse mediante el algoritmo cuántico. *La imprecisión en la medida es condición necesaria de la aplicabilidad del formalismo a la naturaleza*. El principio de indeterminación establece la precisión máxima con que es posible conectar formalismo y experiencia, partiendo del principio de que en la naturaleza sólo se dan aquellas situaciones que cabe representar en el esquema matemático de la mecánica cuántica. Con ello se fija además el máximo *contenido intuitivo* que es posible conceder a la teoría cuántica, o lo que es equivalente, su *contenido físico*. La equivalencia entre interpretación intuitiva e interpretación física será el tema del próximo y último epígrafe.

V. La interpretación física de la mecánica cuántica

El asunto detonante de las reflexiones que han conducido a Heisenberg a la formulación de un principio de indeterminación ha sido la imposibilidad de dar cuenta desde la mecánica cuántica de la noción de trayectoria de los electrones, tanto si se trata de un hecho inobservable -órbitas electrónicas alrededor del núcleo dentro del átomo-, como si se trata de un hecho observable -recorrido espacial en la cámara de niebla. Pero éste no es sino un episodio concreto dentro de una problemática más general consistente en la incapacidad de la mecánica constituida en 1925 para describir procesos que tengan lugar en el espacio y en el tiempo. El punto de partida ha sido la renuncia a descripciones espacio-temporales, y en general a los conceptos cinemáticos y mecánicos de los que se había servido la física clásica; al menos esto es así en el caso de los físicos que trabajaban en torno a Copenhague y Gotinga. Sin duda este modo de proceder resultó fecundo para la formulación del nuevo formalismo cuántico pero, una vez obtenido, la cuestión era cómo referirse desde él a ciertas situaciones experimentales.

El abandono de las descripciones espacio-temporales clásicas implicó además la pérdida de contenido intuitivo en favor de una teoría (la mecánica matricial de

Heisenberg) que no permitía formarse ninguna representación pictórica ("picture") de los fenómenos atómicos. Esto desde luego no constituye por sí mismo un problema, puesto que no es requisito necesario de una explicación física posibilitar tal tipo de representación. Cosa distinta es, en cambio, que no haya manera de describir fenómenos observables en un laboratorio o en la propia naturaleza. Lo que ello quiere decir entonces es que se trata de un algoritmo matemático tal vez perfectamente consistente, pero no interpretado en términos físicos. Y no hay que olvidar que la física es una ciencia natural.

Lo que está en juego, por tanto, es la aplicabilidad del formalismo a los procesos físicos, especialmente en aquellos contextos en los que el empleo de categorías espacio-temporales parece ineludible, y ello de modo compatible con la teoría misma. En este sentido Heisenberg entiende que especificar las condiciones de uso legítimo de ciertos conceptos cinemáticos y mecánicos que hacen posible, no sólo las descripciones espacio-temporales (posición y tiempo), sino también la aplicación de los principios de conservación (cantidad de movimiento o energía), constituye la manera de recuperar un contenido intuitivo para la mecánica cuántica. Esas condiciones son las relaciones de incertidumbre las cuales, al poner un límite al empleo simultáneo de ciertos pares de conceptos, aseguran el carácter intuitivo de una teoría hasta ahora meramente abstracta, tal como Schrödinger denunciaba.

Ahora bien ¿qué tipo de representación inmediata de los fenómenos atómicos permiten las relaciones de incertidumbre? Es claro que debido a la propiedad no conmutativa de los operadores que definen los observables cuánticos, es más que problemático seguir interpretando los objetos microfísicos como entes estables con propiedades definidas con independencia de las operaciones de observación y medida. Efectivamente el resultado de éstas varía con sólo invertir el orden en el que se llevan a cabo. No pretendo entrar aquí en las discusiones ontológicas que tuvieron lugar a propósito de esta cuestión (especialmente entre Bohr y Einstein), sino sólo poner de relieve la imposibilidad de una interpretación intuitiva clásica de los fenómenos cuánticos. Las relaciones de incertidumbre preservan el contenido intuitivo de la cinemática y de la mecánica cuánticas, según reza el título del artículo de Heisenberg, en cuanto que hacen posible la descripción de procesos espacio-temporales, pero no permiten su visualización al modo de los objetos meso-físicos con posiciones y velocidades definidas en el espacio y en el tiempo.

De ahí que el término *intuición* deba ser redefinido, cosa que Heisenberg no hace explícitamente. Cassidy, sin embargo, tiene razón cuando sostiene que el sentido de *anschaulich* queda modificado, no haciendo ya referencia al carácter pictórico o visualizable, sino al significado físico o experimental. El haber logrado referir el formalismo cuántico a las operaciones de medida en un laboratorio es lo que permite interpretarlo intuitiva o perceptivamente⁴⁷. Dadas las limitaciones impuestas por el principio de indeterminación, la teoría no puede ser intuitiva en sentido clásico, pero sí puede tener significado físico, lo que supone que incluya conceptos (los conceptos clásicos) con los que poder caracterizar y comunicar los resultados experimentales.

Es en este sentido en el que *contenido intuitivo* es equivalente a *contenido físico*. De hecho en la versión inglesa del artículo de Heisenberg, el título alemán 'Über den

anschaulichen Inhalt...' se traduce como 'The Physical Content of Quantum Kinematics and Mechanics'⁴⁸. Las relaciones de incertidumbre han dotado de contenido intuitivo a la teoría al permitir representarnos y expresar sus consecuencias experimentales mediante conceptos físicos (posición, momento, energía, tiempo, etc.), y no mediante conceptos meramente matemáticos (matrices, operadores hermíticos, vectores de estado, espacio de Hilbert, etc). Pero estos conceptos físicos no son sino los de la física clásica, que a su vez tienen su origen en la depuración del lenguaje ordinario formado a partir del contacto con el mundo empírico. Ello garantiza la necesaria conexión de la teoría con la experiencia. Ya no se trata de visualizar los fenómenos sino de hallar el lenguaje con que describirlos de manera objetiva. Las relaciones de incertidumbre proporcionan las condiciones de uso de ese lenguaje, sus posibilidades y sus límites. No es pues de extrañar que Heisenberg afirmara:

*Lo que nació en Copenhague en 1927 fue no sólo una prescripción inequívoca para la interpretación de los experimentos, sino también un lenguaje con el que hablar de la naturaleza a escala atómica y hasta una cierta filosofía.*⁴⁹

Y posteriormente dice: "*La interpretación de Copenhague se basa en la existencia de procesos que pueden simplemente describirse en términos de espacio y tiempo, esto es, en términos de los conceptos clásicos...*"⁵⁰.

En efecto, el principio de indeterminación posibilita el contenido intuitivo de la teoría o su interpretación física al asegurar la posibilidad de empleo de conceptos y descripciones espacio-temporales. Sin embargo, a diferencia del mundo newtoniano o laplaciano, la importante novedad es que ahora hay que pagar un alto precio: entre las descripciones espacio-temporales y las explicaciones causales (mediante la utilización de principios de conservación) se da una relación de mutua exclusión o de mutua limitación de modo que la determinación de las coordenadas implica la indeterminación de la evolución dinámica del sistema y viceversa. Heisenberg denomina a este hecho "la paradoja de la teoría cuántica".

La interpretación de Copenhague parte de una paradoja. Todo experimento físico, ya se refiera a fenómenos de la vida diaria o a acontecimientos atómicos, debe ser descrito en términos de la física clásica (...). No podemos ni debemos reemplazar estos conceptos por otros. Sin embargo, su aplicación está restringida por las relaciones de incertidumbre. Debemos tener siempre presente esta limitación de los conceptos clásicos mientras los usamos, pero no podemos ni debemos tratar de mejorarlos.⁵¹

Es ineludible tanto el uso de los conceptos clásicos, como el carácter restringido de este uso. Ello puede resultar sorprendente y paradójico, pero no hay que tratar de eliminar este rasgo que se deriva de la teoría y por tanto es de obligado cumplimiento, si es que la teoría es válida. Más bien resulta, puesto que es la teoría la que determina la observación, que todo lo observable ha de serlo dentro del grado de precisión que aquélla permita. Así, y sólo así, será posible traducir los resultados al lenguaje matemático de la mecánica cuántica.

Analicemos cómo se acata este requisito teórico en la situación experimental que ha desencadenado toda esta reflexión: la trayectoria de un electrón en la cámara

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

de niebla. Pareciera ser un hecho observable que desborda los límites de precisión impuestos, pero no es así. Inspirándose en Einstein, Heisenberg ha asumido que en la naturaleza o en los experimentos sólo ocurren situaciones que puedan representarse en el esquema matemático de la mecánica cuántica. Traduciendo esto al experimento concreto que nos ocupa, significa lo siguiente:

... no había una trayectoria real del electrón en la cámara de niebla. Había una serie de gotitas de agua. Cada gota determinaba imprecisamente la posición del electrón, y la velocidad podía deducirse imprecisamente de la serie de gotitas. Una situación tal puede de hecho representarse en el esquema matemático; el cálculo da un límite inferior para el producto de las imprecisiones de la posición y el momentum.⁵²

La trayectoria por tanto no es, como en las descripciones clásicas, una línea continua infinitamente delgada con posiciones y velocidades bien definidas, sino una sucesión discontinua de regiones mucho más extensas que el tamaño del electrón que sólo permite una imprecisa determinación de estas magnitudes. La precisión máxima que se puede tener es la que estipula el principio de incertidumbre. Una serie discreta de puntos a distancias finitas ha sustituido a la línea continua, lo que significa que no podemos representarnos el recorrido espacial de un móvil como la ocupación sucesiva de lugares infinitamente próximos. Si dibujáramos una gráfica, no obtendríamos una curva sino una serie de puntos separados, tal como Heisenberg muestra en su artículo de 1927⁵³. La idea de una trayectoria discontinua desde luego no es visualizable, y en ese sentido no estamos ante un proceso intuitivo clásico. Pero ahora podemos describirlo desde el formalismo cuántico gracias a las relaciones de incertidumbre.

Vemos pues que éste es el tipo de observables discontinuos que la teoría permite. A esta conclusión se ha llegado, no adoptando una posición positivista o verificacionista, sino desde un cierto racionalismo matemático. Heisenberg ha establecido a partir de 1927 la prioridad de lo teórico sobre lo empírico. La teoría delimita los experimentos posibles porque las condiciones y limitaciones teóricas coinciden con las de la naturaleza, de modo que en la propia naturaleza únicamente es posible encontrar situaciones que puedan describirse por medio de la mecánica cuántica, o sea situaciones en las que se dé una relación de incertidumbre entre p y q .

*"La naturaleza imita el esquema matemático", "el nuevo esquema matemático dice lo que puede darse y lo que no puede darse, y la naturaleza sigue el esquema". Una vez que disponemos de un esquema matemático consistente, "éste nos dice todo cuanto puede observarse. No hay nada en la naturaleza que no pueda describirse mediante este esquema"*⁵⁴.

La naturaleza se adecua a la matemática, y no al contrario. La cuestión tal vez estribe en cómo deba entenderse el concepto de naturaleza. En 1955 Heisenberg afirmará que "el objeto de la investigación no es la naturaleza en sí misma, sino la naturaleza sometida a la interrogación de los hombres"⁵⁵, es decir, en interacción con los sujetos y sus procesos de observación y medida. Resulta así, como sugiere Peterson, que la conjetura del físico alemán según la cual los experimentos permitidos por el esquema cuántico son los mismos que los permitidos por la propia naturaleza en el dominio atómico, no se funda en la hipótesis de un isomorfismo

entre el formalismo y el mundo a nivel cuántico. El formalismo clásico refleja el mundo clásico, en el marco de una concepción realista de la ciencia, pero el formalismo cuántico no refleja el mundo cuántico. Mas bien representa la estructura de la *interacción* entre el aparato de medida clásico y el mundo cuántico. Y puesto que las posibilidades experimentales están restringidas por el formalismo, los propios fenómenos también lo están. En definitiva, "el formalismo asume el papel que normalmente adjudicamos a la naturaleza, esto es, el de maestro del que aprendemos cómo describir los fenómenos naturales"⁵⁶.

Hemos llegado al final. El principio de indeterminación se ha revelado como la condición de posibilidad de la descripción intuitiva de los fenómenos atómicos, haciendo de la mecánica cuántica construida en 1925 una verdadera teoría física. El precio a pagar por ello no ha sido pequeño. Heisenberg alude a él muy someramente al final de su escrito sobre las relaciones de incertidumbre. Primero, ha de renunciarse a un *principio de causalidad* estricto ya que si no podemos conocer el presente con precisión, tampoco es posible predecir el futuro. Segundo, carece de sentido plantear la suposición de un *mundo real* tras el mundo observado en el que se restablezca la validez del principio de causalidad. Más bien hay que afirmar que "puesto que todos los experimentos están sujetos a las leyes de la mecánica cuántica y por lo tanto a la ecuación (1) [relaciones de incertidumbre], se sigue que mediante la mecánica cuántica queda establecida definitivamente la invalidez del principio de causalidad"⁵⁷.

Determinismo y realismo serán cuestiones ampliamente debatidas con posterioridad a 1927 entre la comunidad de físicos y filósofos, pero eso queda para otro momento y otro lugar.

* Universidad Complutense

Notas

- 1 'Sobre el contenido intuitivo de la cinemática y de la mecánica teórico-cuánticas', Heisenberg (1927).
- 2 Heisenberg 1977, pp. 60-61.
- 3 Heisenberg 1958, p. 22.
- 4 Heisenberg 1958, p. 33.
- 5 Heisenberg (1925).
- 6 Born, Jordan (1925) y Born, Jordan, Heisenberg (1926).
- 7 Heisenberg 1977a, p. 57.
- 8 Heisenberg 1977a, p. 122.
- 9 Heisenberg 1977a, pp. 55-56. La cursiva ha sido añadida.
- 10 Heisenberg se ha pronunciado en diversos escritos sobre cuestiones relativas al lenguaje. Cf. 'Cuestiones de principio en la física moderna', en Heisenberg 1935, pp. 175-191. 'Lenguaje y realidad en la física moderna', en Heisenberg 1958, pp. 140-158. 'Discursos sobre el lenguaje', en Heisenberg 1969, pp. 156-175. AHQP, interview with W. Heisenberg conducted by Th.S. Kuhn (27 Feb. 1963), pp. 1-29.
- 11 AHQP, interview with W. Heisenberg conducted by TH.S. Kuhn (27 Feb. 1963), p. 26.
- 12 Heisenberg 1971, p. 186.

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

- 13 "Los conceptos de la física clásica, dice Heisenberg, son simplemente un refinamiento de los términos de la vida diaria, y constituyen una parte esencial del lenguaje en que se apoya toda la ciencia natural" (Heisenberg 1958, p. 40).
- 14 Salam, Heisenberg, Dirac 1990, pp. 135-136.
- 15 Heisenberg 1935, pp. 113-114.
- 16 Heisenberg 1969, pp. 161-162.
- 17 AHQP, interview with Heisenberg conducted by Th.S. Kuhn (27 Feb. 1963), p. 26.
- 18 Heisenberg 1977b, p. 6.
- 19 Heisenberg 1958, p. 40.
- 20 Heisenberg 1969, p. 169.
- 21 Para lo que aquí me propongo no es necesario que ésta sea una tesis incontrovertible, sino que basta con que sea la que defiende Heisenberg, puesto que se trata de reconstruir el hilo argumental que le llevará a las relaciones de incertidumbre.
- 22 AHQP (25 Feb. 1963), interview with Heisenberg, conducted by Th.S. Kuhn, p. 5. La cursiva ha sido añadida.
- 23 Heisenberg 1969, p. 87.
- 24 Heisenberg 1977b, p. 4.
- 25 Heisenberg 1955a, p. 15.
- 26 Cf. Heisenberg 1969, pp. 79-80 y Heisenberg 1977a, pp. 121-124.
- 27 Heisenberg 1958, p. 28; Heisenberg 1955a, p. 15; Heisenberg 1967, p. 105; Heisenberg 1977b, p. 5; Salam, Heisenberg, Dirac 1990, p. 154; AHQP (25 Feb. 1963), interview with Heisenberg, conducted by Th.S. Kuhn, p. 16.
- 28 Los términos "relaciones de indeterminación" traducen la expresión alemana "Unbestimmtheitsrelationen". Sin embargo Heisenberg se sirve también de otros términos tales como "Ungenauigkeit" (imprecisión), "Unsicherheit" (incertidumbre). En alemán el término más utilizado es "Ungenauigkeit", mientras que en los escritos en inglés suele preferir hablar de "uncertainty relations". Utilizaré unos u otros indistintamente sin pretender con ello aludir a diferencias interpretativas.
- 29 'Sobre el contenido intuitivo de la cinemática y de la mecánica teórico-cuánticas' (Heisenberg 1927).
- 30 Heisenberg 1927, p. 10.
- 31 Heisenberg 1927, p. 9.
- 32 Heisenberg 1935, p. 206.
- 33 Heisenberg 1927, pp. 9-10.
- 34 Heisenberg 1927, p. 11.
- 35 Jammer considera precipitado calificar a Heisenberg como un puro operacionalista, puesto que es la teoría la que decide sobre lo observable. Cf. Jammer 1974, p. 58. Gibbins, por su parte, habla de una "superficial tendencia positivista u operacionalista" en Heisenberg. Cf. Gibbins 1989, p. 52.
- 36 Heisenberg 1927, p. 16.
- 37 Heisenberg 1930, p. 3. La cursiva se ha añadido al original.
- 38 Aun cuando Heisenberg hace jugar a la discontinuidad el papel fundamental en relación con el tema de la indeterminación, terminará por aceptar el punto de vista de Bohr que concede el protagonismo a la dualidad onda-corpúsculo. Así, tras resistirse durante algún tiempo, aceptará incluir un suplemento de unas pocas líneas al final del artículo de 1927 en el que manifiesta haber reparado gracias a aquél en que la incertidumbre en la observación no se basa exclusivamente en la discontinuidad sino en la exigencia de hacer intervenir términos corpusculares y ondulatorios en la descripción de los experimentos. La necesaria corrección que el físico danés hizo del experimento de rayos gamma (al mostrar que no se había tenido en cuenta la abertura

- angular del microscopio), sin duda influyó en la decisión final de Heisenberg. Cf. Heisenberg 1967, p. 106.
- 39 Heisenberg 1930, p. 20.
- 40 Aunque Heisenberg sólo reconoce su deuda con Einstein, otros autores también contribuyeron a allanarle el camino hacia el principio de indeterminación. Así lo manifiesta Cassidy, quien cita por ejemplo a Pauli. Concretamente se refiere a una carta de Pauli a Heisenberg enviada desde Hamburgo el 19 de octubre de 1926, en la que se habla acerca de la imposibilidad de controlar simultáneamente p y q . Cf. Cassidy 1991, pp. 231-233. Jammer por su parte destaca la influencia de Dirac y Jordan. En 1926 Dirac había ya afirmado que "no podemos responder a ninguna cuestión en la teoría cuántica que se refiera al valor numérico de q o p . Podemos, sin embargo, ser capaces de responder a cuestiones en las que sólo q o p tengan valores numéricos dados". A una conclusión similar llega Jordan un año después: "Para un valor dado de q , todos los valores de p son igualmente posibles". Cf. Jammer 1989, p. 346. La diferencia entre estos planteamientos y el de Heisenberg es que en todos ellos se trata de pronunciamientos meramente cualitativos acerca de la imposibilidad de una medida exacta de p y q , mientras que Heisenberg establece el valor de esa inexactitud. De ahí que no pueda hablarse de un principio de indeterminación en los físicos mencionados.
- 41 Heisenberg 1927, p. 17.
- 42 Born, Jordan (1925).
- 43 Heisenberg 1927, pp. 12 y 17.
- 44 Heisenberg 1927, pp. 16-17. La cursiva se ha añadido al original. La ecuación (1) es la relación de incertidumbre para p y q .
- 45 Según esto creo que han de matizarse las palabras de Jammer cuando afirma que el principio de Heisenberg no tenía el carácter de conclusión lógicamente necesaria, sino que "al igual que toda interpretación de una relación matemática, suponía un acto de asociar símbolos con operaciones, y en ese sentido contenía un cierto elemento de arbitrariedad". Jammer 1966, p. 350. El principio de Heisenberg no es lógicamente necesario porque ninguna aplicación del formalismo matemático a la naturaleza lo es, pero si lo que se quiere decir es que dentro de la mecánica cuántica el principio podría eliminarse sin afectar al resto de la teoría, entonces estoy en total desacuerdo con Jammer.
- 46 Heisenberg 1977b, p. 6.
- 47 Así Cassidy propone traducir "anschaulich" como "perceptual". Cf. Cassidy 1991, p. 233. Por el contrario Petersen considera que Heisenberg mantiene el sentido clásico de este término en cuanto que el contenido intuitivo de la teoría proporciona una comprensión visualizable de las relaciones cuánticas. Cf. Petersen 1968, p. 97. En el texto defenderé un punto de vista próximo al de Cassidy, y no al de Petersen.
- 48 Cf. Wheeler, Zureck 1983, pp. 62-84. Estos autores asimismo siempre traducen "anschauliche Deutung" o "anschauliches Verständnis" como "physical interpretation" o "physical understanding". En general los anglosajones no mantienen la literalidad del adjetivo alemán "anschaulich" ("intuitivo"). Pais, por ejemplo, afirma haberse tomado la libertad de traducirlo como "physical" "ya que considero que esto es lo que mejor conviene al propósito de Heisenberg" (Pais 1991, p. 304). A.I. Miller sería la excepción al traducir el título del artículo como "On the intuitive content..." (Cf. Feshbach et al. (eds) 1988, p. 36).
- 49 Heisenberg 1955a, p. 16. La cursiva ha sido añadida.
- 50 Heisenberg 1955a, p. 28. La cursiva ha sido añadida.
- 51 Heisenberg 1958, p. 30.
- 52 Heisenberg 1977b, p. 5. Cf. Heisenberg 1977a, pp. 35 y 61.
- 53 Heisenberg 1927, p. 10.

- 54 AHQP (25 Feb. 1963), interview with Heisenberg, conducted by Th.S. Kuhn, p. 18. La cursiva se ha añadido al original.
- 55 Heisenberg 1955b, p. 20.
- 56 Petersen 1968, pp. 139 y 145.
- 57 Heisenberg 1927, p. 34.

BIBLIOGRAFIA

Archive for History of Quantum Physics (AHQP)[†]

- Born, M., Jordan, P.: 1925, 'Zur Quantenmechanik', *Zeitschrift für Physik* 34, 858-888.
- Born, M., Jordan, P., Heisenberg, W.: 1926, 'Zur Quantenmechanik II', *Zeitschrift für Physik* 35, 557-615.
- Cassidy, D.C.: 1984, *Werner Heisenberg. A Bibliography of His Writings*, Berkeley, University of California, Office for History of Science and Technology.
- 1991, *Uncertainty. The Life and Science of Werner Heisenberg*, New York, W.H. Freeman and Company.
- Fierz, M., Weisskopf, V.F. (eds.): 1960, *Theoretical Physics in the Twentieth Century*, New York, Interscience.
- Gibbins, P.: 1987, *Particles and Paradoxes*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Heelan, P.A.: 1965, *Quantum Mechanics and Objectivity. A Study of the Physical Philosophy of Werner Heisenberg*, The Hague, Martinus Nijhoff.
- Heisenberg, W.: 1925, 'Über quantentheoretischer Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen', *Zeitschrift für Physik* 33, 879-893.
- 1927, 'Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischer Kinematic und Mechanik', *Zeitschrift für Physik* 43, 172-198. Contenido en: Heisenberg, Bohr 1963, pp. 9-35. Las citas corresponden a esta última edición.
- 1930, *The Physical Principles of the Quantum Theory*, Chicago, Univ. of Chicago Press. Las citas corresponden a una edición posterior: New York, Dover 1949.
- 1931, 'Kausalgesetz und Quantenmechanik', *Erkenntnis* 11, 172-182.
- 1935, *Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaft*, Leipzig, S. Hirzel. Trad. castellana: *Los nuevos fundamentos de la ciencia*, Madrid, Edit. Norte y Sur, 1962. Las citas corresponden a la edición castellana.
- 1948, 'Der Begriff *Abgeschlossene Theorie* in der modernen Naturwissenschaft', *Dialectica*, vol. 2, Nº 3/4, 331-336.

- 1955a, 'The Development of the Interpretation of the Quantum Theory', in Pauli (ed.) 1955, pp. 12-29.
 - 1955b, *Das Naturbild der heutigen Physik*, Hamburg, Rowohlt. Trad. castellana: *La imagen de la naturaleza en la física actual*, Barcelona, Ariel, 1976. Las citas corresponden a la edición castellana.
 - 1958, *Physics and Philosophy. The Revolution in Modern Science*, New York, Harper and Row. Trad. castellana: *Física y Filosofía*, Buenos Aires, Ediciones La Isla, 1959. Las citas corresponden a la edición castellana.
- Heisenberg, W., Bohr, N.: 1963, *Die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie*, Stuttgart, Ernst Battenberg Verlag.
- Heisenberg, W.: 1967, 'Quantum Theory and its Interpretation', in Rozental (ed.) 1967, pp. 94-108.
- 1969, *Der Teil und das Ganze. Gespräche im Umkreis der Atomphysik*, München, R. Piper & Co. Verlag. Trad. castellana: *Diálogos sobre Física Atómica*, Madrid, B.A.C., 1972. Las citas corresponden a la edición castellana.
 - 1971, *Schritte über Grenzen. Gesammelte Reden und Aufsätze*, München, R. Piper & Co. Verlag. Trad. castellana: *Más allá de la física*, Madrid, B.A.C., 1974. Las citas corresponden a la edición castellana.
 - 1977a, *Tradition in der Wissenschaft*, München, R. Piper & Co. Verlag. Trad. castellana: *Encuentros y conversaciones con Einstein y otros ensayos*, Madrid, Alianza Editorial, 1979. Las citas corresponden a la edición castellana.
 - 1977b, 'Remarks on the Origin of the Relations of Uncertainty', in Price, Chissick (eds.) 1977, pp. 3-6.
 - 1977c', 'Die Einheit der Natur bei A. von Humboldt und in der Gegenwart', in Pfeiffer (ed.) 1977, pp. 12-23.
- Jammer, M.: 1966, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York, Mc.Graw-Hill. Las citas corresponden a una edición posterior: Tomash Publishers 1989.
- 1974, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, New York, John Wiley & Sons.
- Pais, A.: 1991, *Niels Bohr's Times in Physics, Philosophy and Polity*, Oxford, Clarendon Press.
- Pauli, W. (ed.): 1955, *Niels Bohr and the Development of Physics*, London, Pergamonn Press LTD.
- Petersen, A.: 1968, *Quantum Physics and the Philosophical Tradition*, Massachusetts, The MIT Press.
- Pfeiffer, H. (ed.): 1977, *Denken und Umdenken. Zu Werk und Wirkung von W. Heisenberg*, München-Zürich, R. Piper & Co. Verlag.

LOS ORIGENES DEL PRINCIPIO DE INDETERMINACION

Price, W.C., Chissick, S.S. (eds.): 1977, *The Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics*, London-New York, John Wiley and Sons.

Rozental, S. (ed.): 1967, *Niels Bohr. His Life and Work*, Amsterdam, North-Holland Publ. Co.

Salam, A., Heisenberg, W., Dirac, P.: 1990, *Unification of Fundamental Forces*, Cambridge, New York, Melbourne, Cambridge Univ. Press. Trad. castellana: *La unificación de las fuerzas fundamentales*, Barcelona, Gedisa, 1991. Las citas corresponden a la edición castellana.

Wheeler, J.A., Zureck, M.Z. (eds.): 1983, *Quantum Theory and Measurement*, Princeton, Princeton University Press. Contiene la traducción inglesa de Heisenberg 1927, pp. 62-84.

† Se trata del Archivo de Historia de la Física Cuántica elaborado por Th.S. Kuhn y otros. Una copia de este archivo en forma de microfilms ha sido cedida por *The American Philosophical Society* de Philadelphia a la Universidad Autónoma de Madrid, a cuyo Vicerrector de Investigación, Javier Ordóñez, agradezco las facilidades dadas para su utilización y consulta.