

**Matematikari baten apologia [19-27 atalak]\***

G. H. HARDY

*A Mathematician's Apology*. Cambridge: Cambridge University Press, 1940**(A Mathematician's Apology [Sections 19-27])**

19

Oxfordeko nire apologiara itzuli eta 6. §-an gerorako utzitako zenbait puntu kontu handiagoz aztertu behar dut orain. Nabaria izango da honez gero arte sortzailea den heinean soilik nagoela interesatua matematikan. Baina badira kontuan hartu beharreko beste auzi batzuk ere eta bereziki hainbeste nahaspila sortu izan duen matematikaren «erabilgarritasunarena» (edo alferrikakotasunarena). Matematika benetan hain «kalterik gabekoa» ote den ere hausnartu egin behar dugu, Oxfordeko nire hitzaldian hala onartu nuen eta.

Zientzia edo arte bat «erabilgarria» dela esan daiteke, bere garapenak, zeharka bada ere, gizakien erosotasuna eta ongi-izate materiala handitzen baditu eta zorientasuna bultzatzen badu, hitzaren zentzu gordin eta ohikoan. Horrela medikuntza eta fisiologia erabilgarriak dira sufrimendua arintzen dutelako, eta ingeniariak erabilgarria da etxeak eta zubiak eraikitzen laguntzen digulako eta beraz bizi-maila hobetzen (ingeniaritzak, noski, kalteak ere eragiten ditu, baina ez da hau gure arazoa momentu honetan). Matematikaren zati batzuk ere, ordea, erabilgarriak dira zentzu honetan; ingeniariak ezin izango lukete beren lana egin, matematikaren lan ezagutza sakon samar bat izan ezean, eta fisiologian bertan ere matematikari aplikazioak aurkitzen hasiak dira. Hemen daukagu, beraz, matematikaren defentsarako oinarri posible bat; agian ez da onena izango, eta egin dezakegun defentsarik sendoena ere ez agian, baina aztertu beharrekoa da bai. Matematikaren erabilera «nobleenek», gainontzeko arte sortzaileekin partekatzen dituen erabilerek, gure azterketarako inongo garrantzirik ez dute izango. Matematikak, poesiak edo musikak bezala, «gogo ohitura gorenak bultzatu eta sostengatu» ditzake, eta bide honetatik matematikarien nahiz

---

\* Itzulpen hau Enez Ezenarrok egin du, *A Mathematician's Apology* liburua 1967ko edizioetik. Eskerrak eman nahi dizkio Jesus Mari Larrazabali, lan hau arretaz irakurri eta aholku zorrotzak emateagatik.

beste jendearen zoriontasuna handitu dezake; baina hau guztia oinarri horren gainean defendatzea, jadanik esandakoa birlantzea litzateke, besterik gabe. Matematikaren erabilera «landugabea» da orain hausnartu beharrekoa.

## 20

Honek guztiak oso begi bistakoa eman dezake, baina hemen ere maiz izan ohi da nahikoa nahaste, ikasgairik «erabilgarrienak» diren horiexek, normalean gutariko gehienontzat alferrikakoenak izan ohi direlako sarri samar. Probetxuzkoa da fisiologo eta ingeniarietako ondo hornituta egotea; baina fisiologia eta ingeniarietako ez dira ikasketak erabilgarriak gizaki arruntarentzat (gai hauen ikasketak beste oinarri batzuen gainean defenda badaiteke ere). Neuri dago-kidanez, ez dut neure burua inoiz matematika hutsetik kanpo daukadan jakintza zientifikoak abantailarik txikiena ere eskaini didanaren egoeran ikusi.

Benetan aski harrigarria da, gizaki arruntentzat jakintza zientifikoak daukan balio praktiko eskasa, eta zein aspergarri eta arrunt den balioa duen heinean eta nola dirudien balio hori haren ustezko erabilgarritasunarekiko alderantzizko erlazioan aldatzen dela. Erabilgarria da aritmetika arruntean bizkor samarra izatea (eta hori matematika hutsa da, noski). Erabilgarria da frantsesa eta alemana pixka bat jakitea, historia eta geografia pixka bat eta agian baita ekonomia pixka bat ere. Baina kimika, fisika edo fisiologia pixka bat jakiteak ez du inongo baliorik bizitza arruntean. Badakigu gasa erre egingo dela, bere osaketa jakin gabe; gure automobilak hondatzen direnean tailerrera eramaten ditugu; urdailetik ondo ez gabiltzanean medikuarengana edo botikara joaten gara. Usadioen arabera edo beste pertsona batzuen jakintza profesionalari esker bizi gara.

Dena dela, alboko auzia da hori, pedagogia gaia, eskola-maisuek, bere seme-alabentzat hezkuntza «erabilgarri» bat biziki eskatzen duten gurasoei aholkuak emateko baino interesik ez duena. Fisiologia erabilgarria dela diogunean ez dugu esan nahi, noski, jende gehienak ikasi beharko lukeenik, baizik eta aditu talde murriz batek fisiologian egindako garapenak gehiengoaren erosotasuna handituko duela. Puntu honetan guretzat garrantzitsuak diren galderak ondokoak dira: Zenbateraino aldarrika dezake matematikak era honetako erabilgarritasuna duenik? Zein da aldarrikapenik irmoenak egin ditzakeen matematika klasea eta zenbateraino justifika daiteke oinarri horren gainean matematikaren ikasketak intentsiboa egitea, matematikariek honekin ulertzen dutenaren arabera?

## 21

Seguru asko argi egongo da dagoeneko zein ondoriotara iristen ari naizen; eman egingo ditut lehenbizi besterik gabe eta gero pixka bat garatuko ditut. Ukaezina da oinarrizko matematikaren zati on batek —eta «oinarriz-

ko» hitza matematikari profesionalen zentzuan darabilt, horrek, adibidez, beregan dituelarik kalkulu diferentzial eta integralaren lan ezagupen handi samarra—erabilera praktiko garrantzitsua duela. Matematikaren zati hauek, orokorrean, aski zozoak dira; balio estetikorik txikiena duten zatiak dira, hain zuzen ere. «Benetako» matematikariaren «benetako» matematika, Fermaten eta Eulerren eta Gaussen eta Abelen eta Riemannen matematika, ia oso-osorik «alferrikakoa» da (eta hau matematika «aplikatuari» dagokionean, matematika «hutsari» dagokionean bezain egiazkoa da). Ezin da benetako matematikari profesional baten bizitza bere lanaren «erabilgarritasunaren» gainean justifikatu.

Baina puntu honetara iritsita gaizki-ulertze bati heldu beharrean nago. Batzuetan matematikari hutsak beren lanaren alferrikakotasunaz laudatzen direla<sup>1</sup> eta aplikazio praktikorik ez izateaz arrotzen direla iradokitzen da. Egozte hau, kontu handirik izan gabe, Gaussi erantsi ohi zaion esaldi batean oinarritzen da, zeinaren arabera, matematika zientzien erregina bada, zenbakien teoria, bere erabateko alferrikakotasunagatik, matematikako erregina den—inoiz ezin izan dut aipamen zehatzik aurkitu. Seguru nago Gaussen esaldia (egiazki berea balitz) nahiko modu lotsagabea gaizki interpretatua izan dela. Zenbakien teoria helburu praktiko eta, nola ez, ohoragarri baterako erabili ahal izango balitz, fisiologia nahiz kimika bera erabil daitezkeen moduan giza zoriontasuna areagotzeko edo giza sufrimendua arintzeko zuzenean erabili ahal izango balitz, orduan ez Gauss eta ez beste edozein matematikari ez lirasteke aplikazio horiek deitoratu edo gaitzesteko bezain inozoak izango. Baina zientziak onerako bezainbat funtzionatzen du txarrerako (eta batez ere gerla garaian, noski); eta bai Gauss eta bai beste matematikari txikiago batzuen alaitasuna justifikatua egon daiteke, giza jarduera arruntetatik hain urrun egonik, leun eta garbi mantendu daitekeen zientzia bat badela eta: beraiena hain zuzen ere.

## 22

Bada tentuz ibili beharreko beste gaizki-ulertze bat ere. Aski naturala da matematika «hutsa» eta matematika «aplikatuaren» artean, erabilgarritasunean ezberdintasun handiak daudela pentsatzea. Okerrekoa da uste hau: bi matematika klaseen artean oraintxe azalduko dudan bereizketa zorrotza dago, baina honek ez du beren erabilgarritasunean eraginik.

---

<sup>1</sup> Ikuspegi hau neure egitea leporatu izan didate niri ere. Honakoa esan nuen behin: «Zientzia bat erabilgarria dela esaten da, bere garapenak ondasun banaketan ematen diren ezberdintasunak areagotzeko balio badu, edo zuzenean giza bizitzaren deuseztapena sustatzen badu». Eta perpaus hau, 1915ean idatzia, sarritan aipatu izan da (nire alde nahiz kontra). Apaindura erretoriko kontziente bat izan zen, noski, nahiz eta barkagarria izan zitekeen idatzitako garaia zein zen kontuan hartuz.

Zertan ezberdintzen dira matematika hutsa eta aplikatua bata bestetik? Argi eta garbi erantzun daitekeen galdera da hau, eta matematikarien artean adostasun orokor bat dago gai honetaz. Ez da nire erantzunean ohiz kanpoko ezer egongo, inondik inora, baina sarrera txiki bat beharrezkoa da.

Hurrengo bi atalek kutsu filosofiko arin bat izango dute. Ez gara asko sartuko filosofian, eta nire tesientzat ez da inola ere funtsezkoa izango; baina sarritan inplikazio filosofiko argiekin erabili ohi diren hitzak erabiliko ditut, eta irakurlea nahastu egin daiteke hitzok zein zentzutan erabiliko ditudan azaldu ezean.

Askotan erabili dut «benetako» adjektiboa, normalean elkarrizketetan egin ohi dugun eran. «Benetako matematika» eta «benetako matematikariez» hitz egin dut, «benetako poesia» eta «benetako poetez» hitz egin ahal izango nukeen bezala, eta halaxe egiten jarraituko dut. Baina «errealitate» hitza ere erabiliko dut eta bi konnotazio ezberdinekin erabili ere.

Lehenik eta behin «errealitate fisikoaz» hitz egingo dut, eta hemen berriz ere bere ohiko zentzuan erabiliko dut hitz hau. Mundu materiala ulertzen dut errealitate fisikotzat, gauaren eta egunaren mundua, lurrikaren eta eklipsea, zientzia fisikoa deskribatzen saiatzen den mundua.

Nekez pentsa dezaket orain artean nire hizkuntzarekin irakurleen batek arazorik izan zezakeenik, baina esparru zailagoan sartzekotan naiz orain. Niretzat eta, nik uste, matematikari gehienentzat bada beste errealitate bat, nik «errealitate matematiko» esango dudana, eta errealitate matematikoaren izaeraren inguruan ez dago adostasunik ez matematikarien artean, ez eta filosofoen artean ere. Batzuek hori gure «gogoetan» dagoela sostengatzen dute eta geuk eraikitzen dugula nolabait, beste batzuek kanpoko eta gugandik independentea dela sostengatzen dute. Errealitate matematikoaren azalpen konbentzigarri bat emateko gai litzatekeen gizakiak metafisikaren arazo zailenetako asko konponduko lituzke. Gainera bere azalpenean errealitate fisikoa sartzeko gauza izanez gero, metafisikaren arazo guztiak konponduta lagako lituzke.

Ez nituzke auzi hauek hemen eztabaidatu nahi, ezta horretarako gai izango banintz ere, baina nire ikuspuntua azalpen gehiagorik gabe adieraziko dut, oker txikiak ekiditeagatik. Errealitate matematikoa gugandik kanpoko dela uste dut eta gure funtzioa hori aurkitzea edo *behatzea* dela, eta guk frogatu eta gure «sorkuntza» bailiran handitasunez deskribatzen ditugun teoremak gure behaketen oharrak baino ez direla. Ikuspuntu hau ospe handiko filosofo askok sostengatu izan dute modu batean edo bestean, Platonengandik hasi eta gaur egunera arte, eta nik ikuspuntu honi eusten dion gizaki batengan naturala den hizkuntza erabiliko dut. Filosofia atsegin ez duen irakurleak hizkuntza alda dezake: honek ez die ia ezertan eragingo nire ondorioei.

## 23

Geometrian ikus daiteke argien, agian, matematika huts eta aplikatuaren arteko aldea. Geometria hutsaren zientzia daukagu<sup>2</sup>, bere baitan geometria asko hartzen dituena: geometria proiektiboa, geometria euklidearra, geometria ez-euklidearra, etab. Hauetako geometria bakoitza *eredu* bat da, ideien multzo bat, eta bere interes eta edertasunagatik izan behar da epaitua. Hauetako bakoitza *errepresentazio* edo *irudi* bat da, esku askoren emaitza, errealtate matematikoaren atal baten kopia partzial eta inperfektua (nahiz eta dagoen lekuan zehatza). Baina momentu honetan guretzat garrantzia duena ondokoa da: dena dela, bada gauza bat eta geometria hutsak *ez* dira horren irudi eta gauza hori mundu fisikoaren espazio-denborazko errealtatea da. Seguru asko nabaria izango da horiek ezin dutela irudi izan, ez lurrikarak eta ez eklipseak ez baitira kontzeptu matematikoak.

Hau guztia pixka bat paradoxikoa iruditu dakioke gai honetan jantzia ez dagoenari, baina geometria batentzat egia nabaria da; eta adibide batekin argitzen saiatuko naiz. Eman dezagun geometria sistema bati buruz eskola ematen dihardudala, adibidez ohiko geometria euklidearrari buruz, eta arbelean irudiak marrazten ditudala nire entzulegoaren irudimena bizkortzeko: gutxi gorabehera marraztutako zuzen, zirkulu eta elipseak. Argi dago, lehenbizi, nire marrazkien kalitateak frogatzen ditudan teoremen egiazkotasunean inongo eraginik ez duela. Hauen funtzioa azalpenak nire entzulei hurbiltzea da, besterik gabe, eta hau lortuko banu, egia da baita ere marrazkilaririk onenak irudiak berriz marrazteak ez lukeela ezertan lagunduko. Eskuartearen darabilgun problemaren parte ez diren ilustrazio pedagogikoak dira.

Beste pausu bat eman dezagun. Eskola ematen ari naizen gela mundu fisikoaren zati da eta bere itxura propioa dauka. Itxura hau eta errealtate fisikoaren itxura orokorra aztertzea zientzia bat da bere horretan, «geometria fisiko» esan dezakeguna. Demagun orain dinamo indartsu bat edo gorputz oso astun bat sartzen dugula gelan. Kasu honetan gelaren geometria aldatu egin dela esaten digute fisikariek, bere itxura fisiko osoa modu arin baina behin betikoan aldatu dela. Nik frogatutako teoremak faltsuak al dira orain? Seguruenik ez luke zentzurik izango nik egindako frogapenek inolako eraginik pairatu dutela uste izateak. Irakurle batek bere tea Shakespeareren liburu baten orri batera isurtzean, honen antzezlanak aldatua izan dela pentsatzea bezala litzateke. Antzezlanak inprimatuta dagoen orriekiko independentea da, eta «geometria hutsak» ikasgelekiko edo mundu fisikoaren beste edozein xehetasunekiko independenteak dira.

---

<sup>2</sup> Argudio honen asmoetarako, noski, geometria huts esaten diogu matematikariek geometria analitiko esaten diotenari.

Hau da matematikari huts baten ikuspuntua. Matematikari aplikatuek eta fisikari matematikoeke beste ikuspuntu bat daukate, normala den bezala, berarekin, izan ere, mundu fisikoarekin berarekin arduratuta baitaude, eta honek bere estruktura edo itxura propioa dauka. Ezin dezakegu itxura hau zehazki deskribatu, geometria hutsarena deskriba dezakegun moduan, baina posible zaigu horretaz zerbait esanguratsua esatea. Bera osatzen duten zatien arteko erlazioak nahikoa zehaztasunez deskriba ditzakegu batzuetan eta nola edo hala ko hurbilpenez beste batzuetan eta geometria hutsezko sistemaren bat osatzen duten zatien arteko erlazio zehatzekin alderatu. Bi erlazio multzo hauen artean nolabaiteko antzekotasuna aurkitzeko gai izan gaitezke, eta orduan geometria hutsa fisikariarentzat interesgarria bihurtuko da; neurri horretan, mundu fisikoko «gertaerekin bat datorren» errepresentazio bat eskainiko du. Geometrik errepresentazio multzo oso bat eskaintzen dio aukeran fisikariari. Agian errepresentazio bat besteak baino hobeto egokituko zaie gertaerei eta orduan errepresentazio hori eskaintzen duen geometria izango da matematika aplikaturako garrantzitsuena. Matematikari huts batek ere geometria horrekiko duen balorazioa hazi egin daitekeela erantsi dezaket, ez baitago mundu fisikoarekiko inongo interesik ez izaterainoko matematikari hutsik; baina tentaldi honetan erortzen den heinean bere matematikari hutsaren posizioa uzten du.

## 24

Bada hemen egin beharreko beste ohar bat, fisikariek paradoxikotzat har dezaketena, nahiz eta paradoxa hau duela hemezortzi urte baino askoz txikiagoa irudituko zaigun ziur aski. 1922an *British Association*-eko A atalerako komunikazio batean erabilitako hitz berberekin azalduko dut. Orduan fisikariek osatzen zuten nire entzulego ia osoa, eta hau kontuan izanda agian pixka bat zirikatzaile jardun nuela esan daiteke; baina oraindik ere funtsean esan nuenari eutsiko nioke.

Matematikari eta fisikari baten jarreraren artean, seguru asko orokorrean pentsatu izan dena baino alde txikiagoa dagoela esanaz hasi nintzen, eta nire ustean ezberdintasunik garrantzitsuena matematikaria errealtatearekin askoz kontaktu zuzenagoan egotean datzala. Honek paradoxa irudi dezake, fisikaria baita «errealizat» deskribatu ohi ditugun arazoekin lan egiten duena; baina hausnarketa ñimiño bat aski da fisikariaren errealtateak, dena delarik ere, sen onak instintiboki errealtateari lotzen dizkion ezaugarri gutxi (edo batere ez) dauzkala ikusteko. Aulkia biraka dabiltezan elektroien bilduma izan daiteke, edota baita Jainkoaren gogoan dagoen ideia bat ere: bi azalpen hauetako bakoitzak bere merituak izan ditzake, baina bietako bat ere ez dator bat sen onak iradokitzen digunarekin.

Ez fisikariek eta ez filosofoek ez dutela inoiz «errealtate fisikoaren» edo fisikariak lanari ekiteko duen gertaera eta sentsazioen zurrumbilotik «erreal»

deituko dituen objektuen eraikuntzara pasatzeko moduaren azalpen konbenzigtarririk eman esanez jarraitu nuen aurrera. Horrela bada ezin daiteke esan fisikaren eremua zein den, baina honek ez digu fisikari batek egin nahi duena gutxi gorabehera ulertzea ekiditen. Argi dago aurrean duen koherentziarik gabeko gertaera soilen multzoa erlazio abstraktuen eskema ordenatu eta ziur batekin korrelazioan jartzen saiatzen dela; matematikatik baino maileguan hartu ezin duen eskema-modua.

Bestalde matematikari batek bere errealitate matematiko propioarekin lan egiten du. 22. §-an azaldu dudan bezala, errealitate honen ikuspegi «errealista» daukat eta ez «idealista». Edozein eratan (eta hau izan zen nire puntu nagusia) ikuspegi errealista hau, errealitate matematikoari dagokionean errealitate fisikoari dagokionean baino askoz plausibleagoa da, objektu matematikoak objektu fisikoak baino askoz gehiago hurbiltzen direlako diruditen horretara. Aulki bat edo izar bat ez dira inondik inora ematen dutena; beraietaz zenbat eta gehiago pentsatu orduan eta lausoagoak bihurtzen dira inguratzen dituen indefinizio sentsazio horren barruan; baina «2'-k edo «317'-k ez dute zerikusirik sentsazioekin, eta hurbilagotik aztertu ahala garbiago ikus daitezke beren propietateak. Gerta liteke fisika modernoa filosofia idealista baten markoari hobeto egokitzea—nik ez dut hori pentsatzen, baina badira halaxe dioten goi-mailako fisikariak. Beste alde batetik, matematika hutsa idealismo guztiak hondoratzen dituen harkaitza bezalakoa iruditzen zait: 317 zenbaki lehena da, ez guk hala pentsatzen dugulako edo gure adimenak modu batean eta ez bestean modelatuak izan direlako, *halaxe delako* baizik, errealitate matematikoa horrela eraikita dagoelako.

## 25

Matematika hutsa eta aplikatuaren arteko ezberdintasun hauek garrantzitsuak dira beren horretan, baina oso eragin txikia daukate matematikaren «erabilgarritasunaren» inguruko gure eztabaidan. 21. §-an hitz egin dut Fermaten eta beste matematikari handi batzuen «benetako» matematikaz; balio estetiko iraunkorra duen matematikaz, matematika greziarrik onenak, adibidez, izan dezakeen moduan; betierekoa den matematikaz, bere onenak, literaturarik onenarekin gertatzen den bezala, milaka pertsonarengan asebetetze emozional sakon bat sortzen jarrai dezakeelako milaka urteren ostean. Gizon hauek guztiak, beste edozeren gainetik matematikari hutsak izan ziren (garai hartan bereizketa hau gaur den bezain nabarmena ez izan arren, noski); baina ez nuen soilik matematika hutsaz pentsatzen. Maxwell eta Einstein, edo Eddington eta Dirac ere «benetako» matematikarien artean sartzen ditut. Matematika aplikatuaren lorpen moderno handiak erlatibitate teoriarik eta mekanika kuantikoan eman dira, eta gai hauek oraingoz behintzat, ia zenbakien teoria bezain alferrikakoak dira. Onerako edo txarrerako matema-

tika aplikatuaren nahiz matematika hutsaren zatirik oinarrizko eta arrunte-nak dira erabilgarrienak. Denborak agian aldatuko du hau guztia. Inor ez zen matrizeen teoriak, taldeen teoriak edo soilik matematikoak ziren beste teoria batzuk fisika modernoan zituzten aplikazioak auresateko gauza izan, eta gerta daiteke matematika aplikaturik bikainenek ustekabeko erabilgarritasuna izatea; orain artean, dena dela, bai gai batean zein bestean, bizitza praktikorako balio duena aspergarria eta arrunta dela adierazten du ebidentziak.

Eddington gogora ekarri dezaket, zientzia «erabilgarrien» erakargarritasun faltaren adibide egoki bat jartzen. *British Association*-ek bilera bat antolatu zuen Leedsen, eta bilerako partaideei zientziak artilearen ehun industria handian zituen aplikazioen inguruko zerbait entzutea gustatuko litzaiekeela pentsatu zen. Baina asmo honekin antolatutako hitzaldi eta erakustaldiak porrot bat izan ziren. Bazirudien bilera hartako partaideek (Leedseko biztanleak izan edo ez) entretenimendua nahi zutela, eta artile industria handia ez zela gai entretenigarri bat. Hitzaldi hauetara bertaratutako jende kopurua etsigarria izan zen; eta, haatik, Knossoseko indusketei buruz, erlatibitate teoriari buruz nahiz zenbaki lehenen teoriari buruzko hitzaldiak eman zituztenak oso pozik geratu ziren biltzea lortutako entzule kopuruarekin.

## 26

### Matematikaren zein zati dira erabilgarriak?

Lehenbizi eskolako matematikaren zatirik handiena, hau da, aritmetika, oinarrizko algebra, oinarrizko geometria euklidearra eta oinarrizko kalkulu diferentziala eta integrala. «Especialistei» bakarrik erakusten zaizkien zenbait zati kendu behar ditugu, geometria proiektiboa bezala. Matematika aplikatua mekanikaren elementuak erabilgarriak dira (elektrizitatea, eskoletan erakusten den eran fisika bezala sailkatu beharra dago).

Gero, unibertsitateko matematikaren zati handi bat ere erabilgarria da, batez ere, benetan eskolako matematikaren teknika landuago baten bidezko garapena baino ez den zatia edo jadanik eduki fisiko handiagoa duten elektrizitate edo hidromekanika bezalako gaien zenbait zati. Gogoan izan behar dugu ezagutza erretserba bat izatea abantaila izan dela beti, eta matematikaririk praktikoena ere neurri handi batean ezindua aurkituko dela bere ezagutza lanerako beharrezkoa duen minimoa baino ez baldin bada. Arrazoi honengatik lehen aipatu ditugun esparruei ezagutza pixka bat gehitu behar diegu. Hala ere gure ondorio orokorra ondokoa izan behar da: matematika hori goi mailako ingeniari edo erdi mailako fisikari batek behar duen heinean da soilik erabilgarria; eta hau gutxi gorabehera matematika horrek meritu estetiko askorik ez duela esatearen parekoa da. Geometria euklidearra, adibidez, erabilgarria da arrunta den heinean—ez baitugu behar ez zuzen parale-



loen axiomatikaririk, ez proportzioaren teoriarik, ez eta pentagono erregularraren eraikuntzarik ere.

Ondorio nahiko bitxia da agerian geratzen dena, hau da, matematika hutsa orotara matematika aplikatua baino askoz erabilgarriagoa dela. Matematikari hutsak bai alderdi praktikoan zein alderdi estetikoan abantaila daukala dirudi. *Teknika* baita guztiaren gainetik erabilgarria dena, eta teknika matematikoa matematika hutsaren bidez erakusten da nagusiki.

Espero dut fisika matematikoari garrantzia kentzerik ez dudala nahi esan beharrik ez izatea. Gai bikaina da fisika matematikoa, ikaragarriko problemen sorlekua, eta bururik emankorrenek beren irudimena zeharo askatu izan duten esparrua. Baina ez al da era batean pixka bat patetikoa ohiko matematikari aplikatu baten posizioa? Modu arruntez lan egin behar du erabilgarria izan nahi badu eta ezin dio bere irudimenari hegan egiten utzi gailurrik garaienetara igo nahita ere. «Irudizko» unibertsoak hain era ergelean eraikitako unibertso «erreal» hau baino askoz ederragoak dira; eta matematikari aplikatu baten emaitzarik onenen zatirik handiena, sortu orduko baztertua izan behar da ondoko arrazoi ikaragarri baina nahikoa den hau dela eta: ez da gertaeretara egokitzen.

Esandakotik eratortzen den ondorio nagusia nabarmena da seguru asko. Aurrez behin-behingo hitzartu dugun moduan, ezagutza erabilgarria, orain edo etorkizun konparatiboki hurbilean seguruenik gizadiaren ongizate materiala bultzatuko duena bada, asebetetze intelektual hutsak inolako garrantzirik ez duelarik, goi mailako matematikaren zatirik handiena ez da erabilgarria. Geometriak eta algebra modernoak, zenbakien teoriak, multzoen eta funtzioen teoriak, erlatibitateak eta mekanika kuantikoak... ez lukete erabilgarritasunaren froga batak besteak baino hobeto gaindituko, eta ez dago erabilgarritasunaren izenean bere bizitza justifikatu ahal izango lukeen benetako matematikaririk batere. Hau izango balitz froga, Abel nahiz Riemann eta Poincarék beren bizitzak alferrik galdu zituzten, giza ongizateari egin zioten ekarpena hutsala litzateke, eta mundua beraiek gabe beraiekin bezain zoriontsua izango zatekeen.

Nire «erabilgarritasun» kontzeptua mugatuegia dela argudiatu daiteke, «zoriontasunaren» eta «erosotasunaren» arabera soilik definitu dudala eta gaur egungo hainbat autorek, oso sinpatia ezberdinekin, hainbeste azpimarratu dutena, hau da, matematikak «gizartean» dituen eraginak alde batera utzi ditudala. Horrela Whitehead (matematikari izan dena) «jakintza matematikoak gizakien bizitzan, beren eguneroko zereginetan eta gizartearen antolaketan izandako itzelezko eraginaz» mintzo da; eta Hogbenek (nik eta

beste matematikari batzuk matematika esaten dugunarekin bat ez datorrena, Whiteheadek aldiz bat egiten duen neurri berean) «matematikaren, hots, tainaren eta ordenaren gramatikaren ezagutzarik izan ezean, ezinezkoa da guztiontzako astia eta pobrezia aldiz inorentzako izango ez duen gizarte arrazionalik planifikatzea» esaten du (eta antzeko gauza askoz gehiago ere bai).

Ez dut uste hitz eder hauek guztiek matematikariak kontsolatzeko asko egin dezaketarik. Bi idazleon hizkuntza gehiegizkoa da, eta biek ala biek oso begi bistako ñabardurak ahazten dituzte. Oso arrunta da hau Hogbenen kasuan, bera ez baita inondik ere matematikaria; «matematika» dioenean, ulertzen duen matematikaz dihardu, «eskolako» matematika deitu dudana hain zuzen ere. Matematika *honek* erabilera asko ditu, onartu dudana bezala, nahi badugu matematikaren «gizarte» erabilera esan genezakeena eta Hogbenek aurkikuntza matematikoen historiari hartutako bitxikeria interesgarriekin azpimarratzen duena. Hau da bere liburuaren meritua, inoiz matematikariak izan ez diren eta inoiz izango ez diren irakurle askori, matematikan beraiek uste dutena baino gauza gehiago dagoela argitzeko aukera ematen baitie. Hala ere Hogbenek ez dauka benetako matematikaren ulermen handirik (Pitagorasen teorema edo Euklideri eta Einsteini buruz dioena irakurtzen duen edonork berehala antzemango duenez), eta gainera ez du hura begiko (garbi erakusten duen moduan). Erdeinuzko errukia zor dion objektua da beretzat «benetako matematika».

Whiteheaden kasuan arazoa ez da ulertze edo sinpatia falta; baina beroldian beretzat ohikoak diren hainbat bereizketa ahazten ditu. «Gizakien eguneroko zereginetan» eta «gizartearen antolakuntzan» «itzelezko eragin» hori duen matematika ez da Whiteheaden matematika, Hogbenena baizik. «Gizaki arruntek ohiko zereginetarako» erabil dezaketan matematika hutsala da, eta ekonomilari eta soziologoek erabil dezaketena nekez iristen da «maila akademikora». Whiteheaden matematikak eragin sakona izan dezake astronomian edo fisikan, edo baita era seinalagarrian filosofian ere—esparru batean ematen den goi-mailako pentsamenduak beste esparru bateko goi-mailako pentsamenduan eragin dezake—baina beste edozertan izan dezakeen eragina oso txikia da. «Itzelezko eragina» ez da gizakien gainekoa izan orokorrean, Whitehead bera bezalako gizakien gainekoa baizik.