

# MÁSTER UNIVERSITARIO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA ESPACIAL

## TRABAJO FIN DE MÁSTER

### *DISEÑO DE UN SISTEMA LOW-COST PARA LA MEDIDA DE LA DIFUSIVIDAD TÉRMICA MEDIANTE TERMOGRAFÍA INFRARROJA*

<b>Estudiante</b>	<i>Hormaetxe Romero, Ander</i>
<b>Director</b>	<i>Salazar Hernández, Agustín</i>
<b>Departamento</b>	<i>Física Aplicada I</i>
<b>Curso académico</b>	<i>2019-2020</i>

*Bilbao, 31 de Agosto de 2020*

## **RESUMEN**

En las últimas décadas, las técnicas más comunes utilizadas para medir la difusividad térmica de sólidos utilizando la termografía infrarroja se basan en la iluminación modulada y la iluminación pulsada. Han resultado ser métodos fiables pero con una gran sofisticación técnica y un coste asociado elevado.

En este trabajo, se propone un diseño de un sistema para la medida de la difusividad térmica mediante termografía infrarroja de sólidos utilizando la iluminación continua. Se persigue un modelo sencillo y de bajo coste (*low-cost*) que cuente con una cámara infrarroja de gama baja y con un láser de baja potencia.

Primeramente, se ha obtenido la solución analítica de la temperatura superficial para una muestra térmicamente gruesa y una muestra térmicamente delgada bajo una iluminación continua proporcionada por un haz láser gaussiano enfocado. Para cada caso concreto se estudian dos situaciones, considerando condiciones adiabáticas y teniendo en cuenta pérdidas por convección y radiación.

Los ensayos experimentales se llevaron a cabo con una cámara de vídeo infrarroja que graba y registra los cambios de temperatura en la superficie de la muestra. Realizando un ajuste por mínimos cuadrados de los perfiles radiales de temperatura, se obtiene la difusividad térmica del material con gran precisión. Además de las medidas experimentales, se ha hecho una simulación para reproducir el funcionamiento de una cámara infrarroja de menor resolución espacial. Los valores así obtenidos coinciden con los valores proporcionados por el sistema de alta resolución, corroborando la validez del sistema de bajo coste propuesto.

**Palabras clave:** difusividad térmica, termografía infrarroja, iluminación continua, low-cost, ensayos no destructivos.

## **LABURPENA**

Azken hamarkada hauetan, solido ezberdinen difusibitate termikoa termografia infragorriaren bitartez neurtzeko teknika ugari ezagutu dira, gehienak argiztapen modulatuan eta argiztapen pulsatuan oinarritzen direnak. Metodo eraginkorrak diren arren, zailtasun asko aurkezten dituzte eta oso garestiak omen dira.

Lan honetan, era jarrai batean argiztaturiko solido baten difusibitate termikoa neurtzeko, termografia infragorriaren bitartez, erabili daitekeen sistema baten diseinua proposatuko da. Diseinuari dagokionez, sinplea eta merkea (*low-cost*) izan beharko da, kamara infragorri ez oso sofistikatu batekin eta potentzia baxuko laser batekin.

Lehenik, enfokaturiko Gaussiar laser baten bidez era jarraian argiztaturiko lagin termikoki lodi eta lagin termikoki mehe baten gainazaleko tenperaturaren ebazpen analitikoa lortuko da. Kasu bakoitzeko bi egoera aztertuko dira, konbekzioaren eta erradiazioaren ondorioz ematen diren bero-galerak kontsideratuz eta bero-galerak kontsideratu gabe.

Entsegu esperimentalak kamara infragorri baten bitartez burutuko dira. Materialaren difusibitate termikoa zehaztasunez neurtzeko, esperimentalki lortutako tenperatura profilak matematikoki garatutako adierazpenekin doitu behar dira. Honetaz gain, kamara infragorri sinpleago bat erabiltzeak izango zuen efektua ikertu egin da, bereizmen espazial murriztua simulatuz. Lortutako emaitzek hurrengo berresten dute, proposaturiko diseinua difusibitate termikoa neurtzeko teknika merkea eta egokia dela.

**Hitz gakoak:** difusibitate termikoa, termografia infragorria, argiztapen jarraitua, low-cost, entsegu ez-suntsitzaileak.

## **ABSTRACT**

Nowadays, most techniques used for measuring the thermal diffusivity of solids rely on lock-in thermography or pulsed thermography. They proved to be reliable methods but the difficulty and cost associated to them is really high.

In this work, an infrared thermography setup is proposed to measure the thermal diffusivity of solids illuminated continuously, aiming at a low-cost setup that involves a not so sophisticated infrared camera and a low power laser.

An analytical solution for the surface temperature of a thermally thick and a thermally thin sample when the surface is illuminated by a continuous Gaussian laser beam focused at a fixed spot is obtained. Moreover, expressions considering adiabatic boundary conditions and heat losses by convection and radiation are obtained for each case.

Measurements on samples have been performed using an infrared camera. A least square fit of radial temperature profiles is used to retrieve the thermal diffusivity of the material. Apart from the experimental measurements, a simulation has been done to reproduce the operation of a simpler infrared camera, achieved by lowering the spatial resolution of the thermograms. A very good agreement between the nominal and retrieved thermal diffusivity is found, confirming the validity of the proposed low-cost model.

**Key words:** thermal diffusivity, infrared thermography, continuous illumination, low-cost, non-destructive evaluation.

---

## ÍNDICE DE CONTENIDO

---

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	1
1.1. PLANTEAMIENTO .....	1
1.2. OBJETIVOS Y ALCANCE .....	4
<b>2. MARCO TEÓRICO</b> .....	6
2.1. ILUMINACIÓN MODULADA .....	7
2.1.1. Material térmicamente grueso .....	10
2.1.2. Material térmicamente delgado .....	10
2.2. ILUMINACIÓN CONTINUA .....	11
2.2.1. Material térmicamente grueso .....	11
2.2.2. Material térmicamente delgado .....	14
2.2.3. Estudio de correlación para caso delgado .....	16
<b>3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL</b> .....	18
<b>4. RESULTADOS EXPERIMENTALES</b> .....	20
4.1. MEJORAS IMPLEMENTADAS EN EL POST-PROCESADO .....	20
4.1.1. Escala logarítmica natural .....	20
4.1.2. Promediado de circunferencias .....	21
4.1.3. Ajuste simultáneo .....	23
4.2. MATERIALES TÉRMICAMENTE GRUESOS .....	23
4.2.1. Polieteretercetona (PEEK) .....	23
4.2.2. Grafito .....	25
4.2.3. Carbono vítreo .....	26
4.2.4. AISI 304 .....	27
4.3. MATERIALES TÉRMICAMENTE DELGADOS Y TRANSPARENTES .....	28
4.3.1. AISI 304 (delgado) .....	28
4.3.2. Vidrio BK7 .....	29
4.4. RESULTADOS CON BAJA RESOLUCIÓN .....	30
<b>5. CONCLUSIONES</b> .....	33
5.1. CONCLUSIONES .....	33
5.2. TRABAJOS FUTUROS .....	34
<b>6. REFERENCIAS</b> .....	35

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Pasos a seguir para pasar de la solución modulada a la solución transitoria.....	7
<b>Figura 2.</b> Esquema de una lámina de espesor $l$ iluminado por un haz láser enfocado. ....	7
<b>Figura 3.</b> Simulación teórica entre 1 y 5 segundos para un material térmicamente grueso para estudiar la influencia del factor de pérdidas. Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones: $k = 16.3 \text{ W/mK}$ , $a = 0.2 \text{ mm}$ , $D = 4 \text{ mm}^2/\text{s}$ , $P_0 = 0.2 \text{ W}$ .....	13
<b>Figura 4.</b> Simulación teórica para un material térmicamente delgado. Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones: $k = 16.3 \text{ W/mK}$ , $a = 0.2 \text{ mm}$ , $D = 4 \text{ mm}^2/\text{s}$ , $P_0 = 0.2 \text{ W}$ , $l = 50 \text{ }\mu\text{m}$ . Izquierda: evolución de la temperatura superficial de 1 a 5 segundos, caso sin pérdidas. Derecha: estudio de la influencia del factor de pérdidas $h$ en un tiempo dado, $t = 5 \text{ s}$ . ....	15
<b>Figura 5.</b> Perfiles de temperatura normalizados de una lámina opaca y delgada para tres combinaciones de $D$ y $h$ . Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones: $t = 7 \text{ s}$ , $a = 0.2 \text{ mm}$ , $l = 0.1 \text{ mm}$ .....	16
<b>Figura 6.</b> Análisis de sensibilidad de la temperatura superficial normalizada de una muestra delgada y opaca bajo iluminación continua a la difusividad térmica y a la pérdidas por convección y radiación. Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones: $t = 7 \text{ s}$ , $a = 0.2 \text{ mm}$ , $l = 0.1 \text{ mm}$ , $D = 0.2 \text{ mm}^2/\text{s}$ , $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^2\text{K}^{-1}$ ....	17
<b>Figura 7.</b> Diagrama del dispositivo de termografía infrarroja con iluminación continua enfocada utilizado para medir la difusividad térmica de sólidos. La cámara IR cuenta con un objetivo de microscopio para aumentar la resolución espacial. ....	19
<b>Figura 8.</b> Simulación de un material térmicamente grueso y opaco ( $D = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , $k = 16.3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado ( $a = 0.2 \text{ mm}$ ) en 5 tiempos distintos. Izquierda: Incremento de temperatura en función de la distancia hasta el punto de calentamiento. Derecha: Logaritmo natural del incremento de temperatura en función de la distancia hasta el punto de calentamiento.....	21
<b>Figura 9.</b> Perfil de temperatura de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el instante $t = 10 \text{ s}$ . La línea roja representa el perfil vertical mientras que la línea negra representa un perfil realizado mediante el promediado de circunferencias.....	22
<b>Figura 10.</b> Ajuste simultaneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 3 y 33 segundos (intervalos de 1 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.....	24
<b>Figura 11.</b> Ajuste simultaneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de grafito bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.05 y 0.6 segundos (intervalos de 0.05 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de	

temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.....	25
<b>Figura 12.</b> Ajuste simultaneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de carbono vítreo bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.1 y 0.5 segundos (intervalos de 0.05 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.....	26
<b>Figura 13.</b> Ajuste simultaneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de AISI 304 bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.2 y 9.8 segundos (intervalos de 0.4 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.....	27
<b>Figura 14.</b> Ajuste simultaneo con pérdidas de una muestra delgada y opaca de AISI 304 bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.2 y 9.4 segundos (intervalos de 0.4 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.....	28
<b>Figura 15.</b> Ajuste simultaneo sin pérdidas de una muestra muy transparente de vidrio BK7 bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 1 y 28 segundos (intervalos de 1 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.....	29
<b>Figura 16.</b> Tamaño de píxel. En negro, tamaño de píxel original. En rojo, tamaño de píxel simulado.....	30
<b>Figura 17.</b> Perfil de temperatura de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el instante $t = 7$ s. Con y sin la resolución reducida.....	30
<b>Figura 18.</b> Ajuste simultaneo (resolución reducida) de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 3 y 33 segundos (intervalos de 1 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.....	31

---

## LISTA DE TABLAS

---

<b>Tabla 1.</b> Difusividad térmica ( $D$ ) medida en este trabajo con un error estadístico asociado. .....	32
--	----

---

## LISTA DE ACRÓNIMOS

---

$D$	Difusividad térmica
$k$	Conductividad térmica
$\rho$	Densidad
$C_p$	Calor específico
<i>END</i>	Ensayos no destructivos
<i>TIR</i>	Termografía infrarroja
<i>IR</i>	Infrarrojo
$t$	Tiempo
<i>PEEK</i>	Polieteretercetona
<i>AISI</i>	American Iron and Steel Institute
$T$	Incremento de temperatura
$f$	Frecuencia de modulación
$r$	Coordenada radial
$z$	Coordenada vertical (altura)
$l$	Espesor de la lámina
$\delta$	Variable conjugada de $r$ en el espacio de Hankel
$P_0$	Potencia del láser
$a$	Radio del haz láser
$h$	Coefficiente combinado por pérdidas por convección y radiación
$\mu$	Longitud de difusión térmica
<i>IC</i>	Iluminación continua
$s$	Variable conjugada de $t$ en el espacio de Laplace
$S_y(x)$	Coefficiente de sensibilidad de un parámetro de interés $x$
<i>Ge</i>	Germanio
<i>NETD</i>	Noise Equivalent Temperature Difference





# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. PLANTEAMIENTO

En condiciones estacionarias, la propagación del calor está gobernada por la conductividad térmica, mientras que las condiciones dinámicas se rigen por la difusividad térmica, un parámetro que mide la rapidez con la que se difunde el calor por un material debido a un gradiente térmico [1]. Es, además, un índice que expresa la velocidad de cambio en un material hasta alcanzar el equilibrio térmico. Por esta razón, un material con una mayor difusividad térmica alcanzará el equilibrio térmico en menos tiempo que otro material con una difusividad térmica menor. La difusividad térmica ( $D$ ) es directamente proporcional a la conductividad térmica ( $k$ ) de un material, e inversamente proporcional a su densidad ( $\rho$ ) y calor específico ( $C_p$ ),  $D = k/\rho C_p$ .

Se trata de un parámetro clave para entender la difusión del calor en situaciones dinámicas y, por consiguiente, en las últimas décadas se han propuesto diversas técnicas experimentales para medir la difusividad térmica de una variedad de materiales con diferentes formas: piezas gruesas, láminas delgadas, filamentos, etc. [2]

Si se quiere medir la difusividad térmica de un material mediante técnicas de ensayos no destructivos (END) es necesario mencionar la termografía infrarroja (TIR). A diferencia de otras técnicas END como pueden ser los líquidos penetrantes, los rayos-X o las partículas magnéticas; la termografía infrarroja es una técnica rápida, segura y que permite realizar mediciones sin necesidad de contacto físico con el objeto a estudiar. La TIR mide cambios de temperatura en la muestra, para ello registra las diferencias entre las emisiones infrarrojas de la superficie del material.

La termografía infrarroja puede ser activa o pasiva. En la termografía pasiva las zonas de interés están a una temperatura mayor o menor con respecto al fondo, se trata de un proceso natural. Mientras que en la termografía activa una fuente de calor externa interviene para crear contrastes térmicos significativos en la muestra que se está examinando. Los principales medios de excitación son los siguientes:

- Fuentes de excitación mecánica: también conocido como vibrotermografía, donde la energía es aplicada al espécimen por medio de oscilaciones mecánicas producidas por un transductor ultrasónico o sónico en contacto con el objeto. Se trata de un método apropiado para inspeccionar grietas muy pequeñas debido a que el calor se produce por la fricción en la interfase del defecto que, posteriormente, se transmite por conducción hasta la superficie de la muestra.
- Fuentes de excitación inductiva: se crean corrientes inducidas (*eddy currents*) en materiales conductores eléctricos y el calor se genera gracias a la circulación de dichas corrientes por la pieza (a partir del efecto Joule). Los defectos superficiales o sub-superficiales obstruyen el paso de las corrientes resultando en distribuciones de temperatura diferentes.
- Fuentes de excitación óptica: un haz de luz incide sobre el objeto y la radiación absorbida calienta la superficie del objeto que, posteriormente, se distribuye por todo el espesor de la pieza por conducción. La excitación óptica se puede proporcionar mediante láseres, lámparas incandescentes o flashes. Es la técnica más desarrollada, y de uso generalizado para medir la difusividad térmica de sólidos y para la detección y caracterización de defectos en piezas industriales [3] que cuenta, además, con diversas formas de empleo. Nos centraremos en esta última fuente de excitación, al ser objeto de análisis en este proyecto.

Dentro de la termografía infrarroja activa por excitación óptica, se tienen que explicar dos características fundamentales de la iluminación empleada. Por un lado, el perfil espacial de la iluminación, que puede tratarse de una iluminación plana o una enfocada. Se debe remarcar la importancia que tiene esta característica de la iluminación en la detección de grietas [4] y en la forma de medir la difusividad térmica del material.

Por otro lado, el perfil temporal de la iluminación, donde se encuentran la iluminación modulada y la iluminación transitoria (formada, a su vez, por la iluminación pulsada, la iluminación en escalón y la iluminación continua). La termografía modulada (conocida en inglés como *Lock-in thermography*) consiste en calentar una muestra con un haz de luz cuya intensidad varía armónicamente y al mismo tiempo, registrar la variación de la temperatura superficial con una cámara infrarroja (IR), descomponiendo la señal para obtener la amplitud y la fase de la temperatura. La termografía pulsada, por contrario, consiste en calentar la superficie de la muestra con un breve pulso de gran potencia, por ejemplo un flash, y monitorizar el enfriamiento de la superficie usando una cámara IR. Esta técnica requiere de menos tiempo que la termografía modulada pero a costa de una precisión menor. Las técnicas más generalizadas para medir la difusividad térmica de sólidos se basan en la iluminación modulada (basado en el “*slope method*” [5-8]) y la iluminación pulsada [9], pero requieren de dispositivos sofisticados de elevado coste: un generador de funciones sincronizado con la fuente de luz, un modulador acusto-óptico, un módulo *lock-in*, etc.

Con la idea en mente de diseñar un sistema de bajo coste para medir la difusividad térmica de sólidos y que no requiera mucho conocimiento por parte del operario, se optó por la iluminación continua. La iluminación continua no supone grandes dificultades técnicas y requiere de un equipo relativamente sencillo. Aun así, la mayor desventaja que presenta es que la señal que se obtiene está muy afectada por el ruido. Por esta misma razón, se presentarán más adelante una serie de medidas para mejorar considerablemente la calidad de la señal obtenida.

En la iluminación continua, la excitación incide sobre la muestra en el instante  $t = 0$  s y después, la fuente de luz continúa encendida hasta finalizar la medida. Una iluminación, por tanto, con una configuración de función escalón (también conocido por función de Heaviside). Una cámara IR registra la elevación de la temperatura en la superficie de la muestra respecto al ambiente y ajustando los perfiles de temperatura obtenidos al modelo analítico, la difusividad térmica del material puede ser obtenida con gran precisión.

Este trabajo está compuesto por cinco capítulos, incluyendo este apartado introductorio. En el primer bloque se describen las características principales del mismo: contextualizando el tema de la termografía infrarroja y explicando los objetivos y el alcance del proyecto.

El capítulo 2 se centra en el desarrollo de las expresiones de la temperatura tanto para una iluminación modulada como para una iluminación continua; partiendo de la ecuación de la difusión del calor, aplicando las condiciones de contorno correspondientes y culminando en las expresiones semianalíticas que se utilizarán en apartados posteriores. En ambos casos se hace una distinción entre un material térmicamente grueso y un material térmicamente delgado. Para acabar con este capítulo, se presenta un estudio de correlación para el caso delgado entre el factor por pérdidas y la difusividad térmica.

El capítulo 3 recoge el dispositivo experimental que fue desarrollado para medir la difusividad térmica de sólidos. Además, se explica brevemente el proceso a realizar, detallando los parámetros que se tienen que definir para tomar una medida.

El capítulo 4, el más extenso de todos, contiene los resultados experimentales. Se comienza explicando las medidas que se tomaron para que los resultados finales fueran más fiables, al haber mejorado notoriamente la calidad de los perfiles de temperatura. Luego, se presentan los casos a analizar y los resultados de la medida de la difusividad térmica en cada caso. Respecto a los materiales térmicamente gruesos se estudian cuatro materiales diferentes: polieteretercetona (PEEK), grafito, carbono vítreo y acero inoxidable AISI 304 (*American Iron and Steel Institute*). Más otros dos casos para materiales térmicamente delgados y transparentes: una lámina delgada de AISI 304 y una muestra de vidrio BK7 (material transparente). Acto seguido, se simula qué ocurriría si se repitiese la medida para la muestra del PEEK pero esta vez con una cámara infrarroja más

sencilla con una resolución espacial menor, un apartado fundamental para apoyar el objetivo de este proyecto. Finalmente, se presenta una tabla donde se recogen los valores medidos de la difusividad térmica y los valores de la literatura de la difusividad térmica para esos materiales.

Para finalizar con el proyecto, las conclusiones y las líneas futuras se presentan en el capítulo 5.

## 1.2. OBJETIVOS Y ALCANCE

El principal objetivo del presente Trabajo de Fin de Máster es diseñar y validar un sistema de bajo coste para la medida de la difusividad térmica mediante termografía infrarroja. Además, se persigue cumplir otra serie de objetivos parciales:

- Encontrar las expresiones analíticas de la temperatura superficial para una muestra opaca bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado, partiendo de las expresiones para la iluminación modulada. En concreto, se trata de lograr expresiones de la temperatura superficial para estos casos: muestra gruesa sin pérdidas, muestra gruesa con pérdidas, muestra térmicamente delgada sin pérdidas y muestra térmicamente delgada con pérdidas.
- Estudiar la influencia de las pérdidas por convección y radiación en el perfil radial de temperatura.
- Diseñar, montar y calibrar el dispositivo experimental.
- Diseñar el software encargado del post-procesado, que convierte los termogramas (adquiridos de la cámara infrarroja) en perfiles de temperatura de donde se puede obtener la difusividad térmica del material mediante ajustes por mínimos cuadrados.
- Estudiar las posibles medidas a implementar que mejoren la calidad de los perfiles de temperatura obtenidos experimentalmente.
- Simular la resolución reducida de un termograma.

Como se ha mencionado anteriormente, el objetivo principal de este proyecto consiste en diseñar un sistema para la medida de la difusividad térmica mediante termografía infrarroja, más concretamente se tratará de medir la difusividad térmica de una muestra bajo iluminación continua de un láser gaussiano enfocado. Quedan fuera del alcance de este trabajo el análisis de otros tipos de iluminaciones transitorias como pueden ser la iluminación pulsada o la iluminación en escalón.

En cuanto a los requisitos de diseño se refiere, las claves de un sistema de bajo coste son un láser de baja potencia y una cámara IR no muy sofisticada (de baja resolución espacial y pocas imágenes por segundo). Al no contar con una cámara IR sencilla, se tratará de simular el funcionamiento de una de ellas para corroborar el diseño propuesto.

Se pretenden validar las expresiones obtenidas teóricamente mediante medidas experimentales. Para ello, primeramente, una cámara IR convertirá la energía radiada por la muestra calentada por el láser enfocado en una imagen visible formada a partir de la temperatura superficial de la muestra (termograma). Después de introducir unos parámetros referentes al material de la muestra, el software se encargará de convertir esos termogramas en una serie de perfiles radiales de temperatura que se podrán ajustar a las expresiones teóricas desarrolladas para obtener, así, la difusividad térmica del material.

Se realizarán un total de 6 medidas. Cuatro correspondientes al estudio de una muestra térmicamente gruesa, cada medida para un material distinto: PEEK, grafito, carbono vítreo y AISI 304. Donde únicamente la muestra de PEEK contará con una fina capa de grafito cubriendo la superficie a estudiar para hacer la muestra de PEEK opaca. Las medidas restantes corresponden al estudio de una muestra térmicamente delgada y al estudio de materiales transparentes: una medida para una lámina delgada de AISI 304 y otra para una muestra de vidrio BK7 (único material no opaco).

Además, se realizará un caso extra donde se tratará de reproducir la resolución espacial de una cámara IR sencilla y barata agrupando píxeles y promediando los valores de dichos píxeles a un nuevo píxel. Partiendo del termograma de la medida del PEEK se simulará la reducción de la resolución espacial para más tarde comparar los resultados de la difusividad térmica obtenidos.

Cabe aclarar que en este trabajo por T se refiere al incremento de temperatura respecto al ambiente. Es decir, cuando se cite un perfil de temperatura en realidad se está haciendo referencia al perfil del incremento de temperatura respecto al ambiente.

## 2. MARCO TEÓRICO

Al ser el objetivo del trabajo estudiar la difusividad térmica de materiales por medio de técnicas de termografía infrarroja, conviene repasar cómo se propaga por el material el calor generado por la absorción de la luz.

La ecuación de difusión del calor (sin fuentes) para un material homogéneo e isotrópico es:

$$\nabla^2 T(\vec{r}, t) - \frac{1}{D} \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

donde  $D$  es la difusividad térmica del material.

Suponiendo una iluminación modulada ( $\omega = 2\pi f$ , donde  $f$  es la frecuencia de modulación), la temperatura total es el resultado de una contribución de la temperatura ambiente ( $T_{Ambiente}$ ), una componente estacionaria ( $T_{dc}$ ) y una componente oscilatoria ( $T_{ac}$ ), que muestra la misma dependencia temporal que la fuente de luz,  $T_{ac}(\vec{r}, t) = T_{ac}(\vec{r}, \omega) \cdot e^{i\omega t}$ .

Únicamente considerando la parte oscilatoria de la temperatura y sustituyendo los términos en la ecuación de difusión del calor (1), se obtiene la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 T_{ac}(\vec{r}, \omega) - \sigma^2 T_{ac}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (2)$$

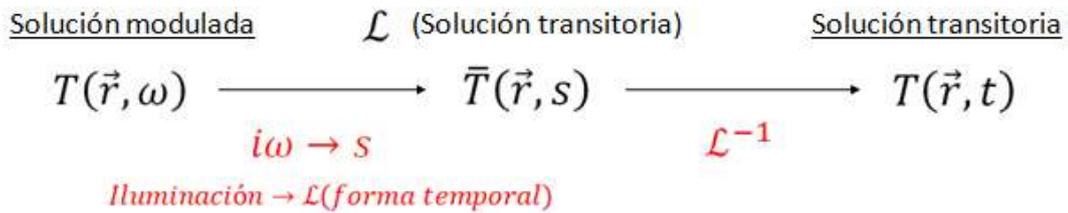
donde  $\sigma^2 = i\omega/D$ .

Para conocer cómo se propaga el calor por el material se debe de resolver la ecuación (2), cuya solución dependerá principalmente del tipo de iluminación (plana o enfocada) y de las propiedades térmicas del material.

Otra forma clásica de resolver la ecuación de difusión del calor (1) es aplicando la transformada de Laplace,  $\bar{T}(\vec{r}, s) = \int_0^\infty e^{-st} \cdot T(\vec{r}, t) dt$ . De esta forma, se obtiene:

$$\nabla^2 \bar{T}(\vec{r}, s) - \frac{s}{D} \cdot \bar{T}(\vec{r}, s) = 0 \quad (3)$$

Las ecuaciones (2) y (3) tienen la misma forma matemática, debido a esta semejanza las soluciones moduladas se emplean para obtener la transformada de Laplace de las soluciones transitorias. Los pasos a realizar, por tanto, para obtener la solución transitoria son los siguientes: se obtendrá la solución modulada para cada caso concreto (material térmicamente grueso sin pérdidas, grueso con pérdidas, material térmicamente delgado sin pérdidas y delgado con pérdidas), se empleará la similitud entre ecuaciones para lograr la transformada de Laplace de la solución transitoria y por último, se realizará la transformada inversa de Laplace para conseguir la solución transitoria.

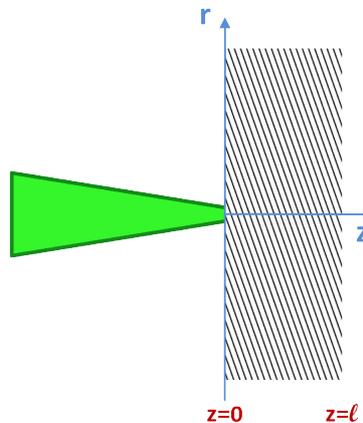


**Figura 1.** Pasos a seguir para pasar de la solución modulada a la solución transitoria.

El motivo por el que realizar estos pasos es que se ha trabajado mucho con la iluminación modulada antes de pasar a la iluminación transitoria (la cual incluye a la iluminación continua). Por ello, las expresiones para la iluminación modulada son conocidas, como se verá a continuación.

## 2.1. ILUMINACIÓN MODULADA

Se comenzará estudiando el caso de un material iluminado por un haz láser enfocado. Además de homogéneos e isotropos, los materiales a estudiar son opacos, es decir, toda la energía es absorbida y transformada en calor en la superficie. Se trabajará en coordenadas cilíndricas,  $r$  y  $z$ , por la simetría del problema.



**Figura 2.** Esquema de una lámina de espesor  $l$  iluminado por un haz láser enfocado.

Partimos de la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 T_{ac}(r, z) - \sigma^2 T_{ac}(r, z) = 0 \quad (4)$$

Aplicando la transformada de Hankel de la ecuación (4) y desarrollando [5], obtenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}_{ac}(\delta, z)}{\partial z^2} - \beta^2 \tilde{T}_{ac}(\delta, z) = 0 \quad (5)$$

donde  $\tilde{T}_{ac}(\delta, z) = \int_0^\infty [T_{ac}(r, z)] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$  es la transformada de Hankel de la temperatura, siendo  $\delta$  la variable conjugada de  $r$  en el espacio de Hankel,  $J_0$  la función de Bessel de orden cero y  $\beta^2 = \delta^2 + \sigma^2$ .

La solución general de esta ecuación es la siguiente:

$$\tilde{T}_{ac}(\delta, z) = A \cdot e^{\beta z} + B \cdot e^{-\beta z} \quad (6)$$

donde  $A$  y  $B$  son constantes que se obtienen de las condiciones de contorno.

Al estar trabajando en el espacio de Hankel el flujo entrante del láser enfocado también se tendrá que transformar a dicho espacio.

$$\phi(r) = \frac{P_0}{\pi a^2} e^{-2r^2/a^2} \rightarrow \tilde{\phi}(\delta) = \frac{P_0}{4\pi} e^{-(\delta a)^2/8} \quad (7)$$

donde  $P_0$  (W) es la potencia del láser y  $a$  el radio del perfil gaussiano (a una potencia de  $1/e^2$ ).

Primeramente se estudiará el caso de una lámina de espesor  $l$  (figura 2) sin considerar pérdidas, para ello, se tiene que resolver la ecuación (6) aplicando las condiciones de contorno de la continuidad del flujo de calor en ambas superficies,  $z = 0$  y  $z = l$ .

$$\left. \begin{aligned} \tilde{T}_{ac}(\delta, z) &= A \cdot e^{\beta z} + B \cdot e^{-\beta z} \\ -k \frac{d\tilde{T}_{ac}}{dz} \Big|_{z=0} &= \frac{P_0}{4\pi} e^{-(\delta a)^2/8} \\ -k \frac{d\tilde{T}_{ac}}{dz} \Big|_{z=l} &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} A = \frac{P_0}{4\pi k} \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \frac{e^{-\beta l}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \\ B = \frac{P_0}{4\pi k} \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \frac{e^{\beta l}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \end{cases} \quad (8)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del material, propiedad específica de cada material usada para caracterizar el transporte de calor como resultado de un gradiente de temperatura en una situación estacionaria. Cuanto mayor sea la conductividad térmica de un material, mejor conductor del calor será.

Realizando, por último, la transformada inversa de Hankel para obtener la expresión de la temperatura:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{ac}(\delta, z) &= \frac{P_0}{4\pi k} \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \left[ \frac{e^{-\beta} e^{\beta z} + e^{\beta l} e^{-\beta z}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \right] \\ T_{ac}(r, z) &= \frac{P_0}{4\pi k} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \left[ \frac{e^{-\beta l} e^{\beta z} + e^{\beta l} e^{-\beta z}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \end{aligned} \quad (9)$$

Si se fueran a considerar las pérdidas por convección y radiación para el caso de una lámina; las ecuaciones, las condiciones de contorno y las soluciones quedarían tal que así:

<b>Condiciones de contorno   Con pérdidas</b>
$\tilde{T}_{ac}(\delta, z) = A \cdot e^{\beta z} + B \cdot e^{-\beta z}$ $-k \frac{d\tilde{T}_{ac}}{dz} \Big _{z=0} = \frac{P_0}{4\pi} e^{-(\delta a)^2/8} - h\tilde{T}_{ac} \Big _{z=0}$ $-k \frac{d\tilde{T}_{ac}}{dz} \Big _{z=l} = h\tilde{T}_{ac} \Big _{z=l}$

<b>Caso general lámina de espesor <math>l</math>   Haz enfocado con pérdidas   Iluminación modulada</b>
$\tilde{T}_{ac}(\delta, z) = \frac{P_0}{4\pi k} \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \left[ \frac{(1-H)e^{-\beta l} e^{\beta z} + (1+H)e^{\beta l} e^{-\beta z}}{(1+H)^2 e^{\beta l} - (1-H)^2 e^{-\beta l}} \right]$ $T_{ac}(r, z) = \frac{P_0}{4\pi k} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \left[ \frac{(1-H)e^{-\beta l} e^{\beta z} + (1+H)e^{\beta l} e^{-\beta z}}{(1+H)^2 e^{\beta l} - (1-H)^2 e^{-\beta l}} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (10)$

donde  $h$  es el coeficiente combinado por pérdidas por convección y radiación, y  $H = h/k\beta$ .

Resulta interesante estudiar dos casos extremos para una lámina térmicamente delgada y una lámina térmicamente gruesa, división creada comparando el espesor de la muestra con la longitud de difusión térmica del material,  $\mu = \sqrt{D/\pi f}$ , parámetro que mide la penetración de una onda térmica en el material. Más concretamente, la distancia desde el lugar de iluminación hasta donde la amplitud decae un factor de  $1/e$  respecto a la amplitud de la componente oscilatoria de la temperatura superficial. La longitud de difusión térmica aumenta con la difusividad del material y disminuye con el incremento de la frecuencia de modulación.

### 2.1.1. Material térmicamente grueso

Una lámina se considera térmicamente gruesa cuando  $l \geq 2\mu$  y se puede aplicar la siguiente aproximación:

$$e^{-\beta l} \approx 0 \quad (11)$$

Partiendo de las ecuaciones (9) y (10), y realizando la aproximación (11) se llega a las siguientes ecuaciones para un material térmicamente grueso sin considerar y considerando pérdidas por convección y radiación:

<b>Lámina térmicamente gruesa sin pérdidas   Iluminación modulada</b>
$T_{ac}(r, z)_{thick} \approx \frac{P_0}{4\pi k} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} e^{-\beta z} \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (12)$

<b>Lámina térmicamente gruesa con pérdidas   Iluminación modulada</b>
$T_{ac}(r, z)_{thick} \approx \frac{P_0}{4\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \frac{e^{-\beta z}}{(1+H)} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (13)$

### 2.1.2. Material térmicamente delgado

Por otro lado, una lámina se considera térmicamente delgada cuando  $l \leq \mu/2$  y se puede aplicar la siguiente aproximación:

$$e^{\pm\beta l} \approx 1 \pm \beta l \quad (14)$$

Partiendo de las ecuaciones (9) y (10), y realizando la aproximación (14) se llega a las siguientes ecuaciones para un material térmicamente delgado sin considerar y considerando pérdidas por convección y radiación:

<b>Lámina térmicamente delgada sin pérdidas   Iluminación modulada</b>
$T_{ac}(r, z)_{thin} \approx \frac{P_0}{4\pi k l} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta^2} \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (15)$

<b>Lámina térmicamente delgada con pérdidas   Iluminación modulada</b>
$T_{ac}(r, z)_{thin} \approx \frac{P_0}{4\pi k l} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \left[ \frac{1}{2H + \beta l} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$
$T_{ac}(r, z)_{thin} \approx \frac{P_0}{4\pi k l} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{(\beta')^2} \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (16)$

donde  $\beta'^2 = \delta^2 + \sigma'^2$  y además  $\sigma'^2 = \sigma^2 + \frac{2h}{kl}$ .

## 2.2. ILUMINACIÓN CONTINUA

Partiendo de las expresiones para la iluminación modulada y siguiendo los pasos explicados en la figura 1, se procederá a calcular las expresiones para la iluminación continua (IC).

### 2.2.1. Material térmicamente grueso

Primeramente se estudiará el caso de un material térmicamente grueso sin considerar pérdidas. Tomando la ecuación (12) como referencia:

<b>Lámina térmicamente gruesa   Sin pérdidas   Modulada → Iluminación continua</b>	
$T(r, z) = \frac{P_0}{4\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{e^{-\beta z}}{\beta} \cdot e^{-(\delta a)^2/8} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$	
$\begin{array}{c} i\omega \rightarrow s \\ \frac{P_0}{2} \rightarrow \frac{P_0}{s} \end{array}$	
$\bar{T}(r, z, s) = \frac{P_0}{2\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-\beta z}}{\beta} \cdot e^{-(\delta a)^2/8} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (17)$	

notar que  $P_0/s$  es la transformada de Laplace de la función de Heaviside, que corresponde a la iluminación continua en la que el láser se enciende en  $t = 0$ , donde  $s$  es una variable conjugada del tiempo en el espacio de Laplace.

Para obtener la expresión de la temperatura, se debe realizar la transformada inversa de Laplace. Sin embargo, no existe una expresión analítica para la transformada inversa de Laplace de la ecuación (17). Limitándonos a la temperatura de la superficie, que es lo que registra la cámara infrarroja, podemos encontrar una solución analítica.

<b>Lámina térmicamente gruesa   Láser gaussiano enfocado sin pérdidas   Iluminación continua</b>	
$\bar{T}(r, 0, s) = \frac{P_0}{2\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\sqrt{\delta^2 + \frac{s}{D}}} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$	
$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta^2 + \frac{s}{D}}} \right] = \frac{\text{Erf}[\delta\sqrt{Dt}]}{\delta}$	
$T(r, 0, t) = \frac{P_0}{2\pi k} \int_0^\infty \text{Erf}[\delta\sqrt{Dt}] \cdot e^{-(\delta a)^2/8} \cdot J_0(\delta r) d\delta \quad (18)$	

donde  $\beta = \sqrt{\delta^2 + \frac{s}{D}}$ .

Tomando la ecuación (13) como referencia se realizará el mismo proceso para obtener la expresión de la temperatura de la superficie para una muestra térmicamente gruesa pero esta vez teniendo en cuenta las pérdidas por convección y radiación.

**Lámina térmicamente gruesa | Con pérdidas | Modulada → Iluminación continua**

$$T(r, z) = \frac{P_0}{4\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \frac{e^{-\beta z}}{(1+H)} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$$

$i\omega \rightarrow s$   
 $\frac{P_0}{2} \rightarrow \frac{P_0}{s}$

$$\bar{T}(r, z, s) = \frac{P_0}{2\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta} \cdot \frac{e^{-\beta z}}{(1+H)} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$$

$$\bar{T}(r, 0, s) = \frac{P_0}{2\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta + \frac{h}{k}} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (19)$$

Realizando ahora la transformada inversa de Laplace, se obtiene la expresión de la solución transitoria.

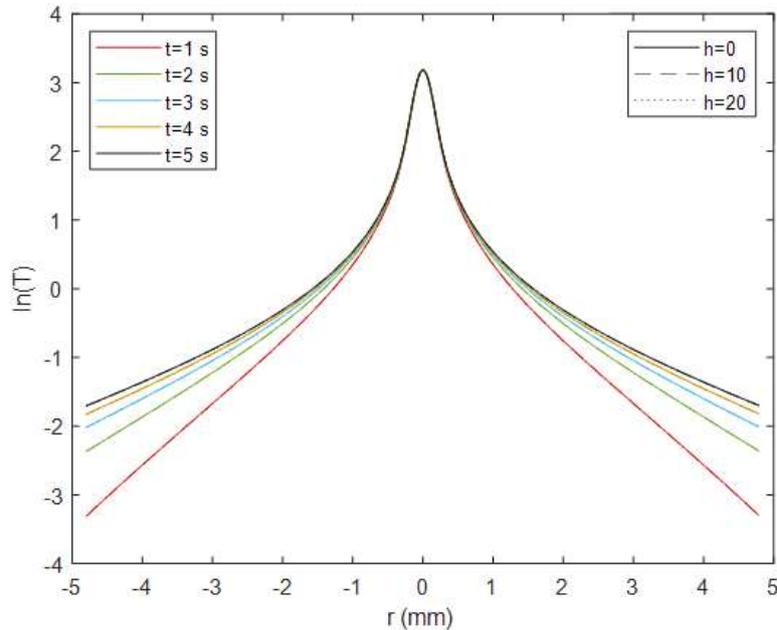
**Lámina térmicamente gruesa | Láser gaussiano enfocado con pérdidas | Iluminación continua**

$$\bar{T}(r, 0, s) = \frac{P_0}{2\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta + \frac{h}{k}} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$$

$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\beta + \frac{h}{k}} \right] = \frac{\text{Erf}[\delta\sqrt{Dt}]}{\delta} - \frac{h^2 \cdot \text{Erf}[\delta\sqrt{Dt}]}{\delta \cdot (h^2 - k^2\delta^2)} - \frac{hk\delta \cdot \left( -1 + e^{Dt \cdot \left( \frac{h^2}{k^2} - \delta^2 \right)} \cdot \text{Erfc} \left[ \frac{h\sqrt{Dt}}{k} \right] \right)}{\delta \cdot (h^2 - k^2\delta^2)}$

$$T(r, 0, t) = \frac{P_0}{2\pi k} \int_0^\infty \left[ \frac{\delta \cdot \text{Erf}[\delta\sqrt{Dt}] - \frac{h}{k} + \frac{h}{k} \cdot e^{Dt \cdot \left( \frac{h^2}{k^2} - \delta^2 \right)}}{\delta^2 - \frac{h^2}{k^2}} - \frac{\frac{h}{k} \cdot e^{Dt \cdot \left( \frac{h^2}{k^2} - \delta^2 \right)} \cdot \text{Erf} \left[ \frac{h\sqrt{Dt}}{k} \right]}{\delta^2 - \frac{h^2}{k^2}} \right] \cdot e^{-(\delta a)^2/8} \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (20)$$

A través de una simulación teórica se pretende estudiar la influencia del factor de pérdidas y la evolución de la temperatura de la superficie con el tiempo. A partir de la ecuación (20), se estudiarán tres casos en un rango comprendido entre 1 y 5 segundos: cuando  $h = 0 \text{ W/m}^2\text{K}$ , es decir, cuando no hay pérdidas; cuando  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$  (valor típico del coeficiente de pérdidas a temperatura ambiente) y cuando  $h = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Para comprender mejor la influencia del factor de pérdidas se mostrarán todos los casos en la misma gráfica, con un color dado para cada tiempo.



**Figura 3.** Simulación teórica entre 1 y 5 segundos para un material térmicamente grueso para estudiar la influencia del factor de pérdidas. Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones:  $k = 16.3 \text{ W/mK}$ ,  $a = 0.2 \text{ mm}$ ,  $D = 4 \text{ mm}^2/\text{s}$ ,  $P_0 = 0.2 \text{ W}$ .

Como se puede apreciar en la figura 3, la influencia del factor de pérdidas para el caso de un material térmicamente grueso es despreciable. Pese a tratarse de 3 casos distintos y estar diferenciados por el tipo de línea utilizado en la gráfica, solamente se puede observar una única línea continua puesto que las tres líneas se solapan. Esto quiere decir que considerando o no considerando las pérdidas por convección y radiación para una muestra térmicamente gruesa se obtendrán los mismos resultados y, por ello, para realizar los ajustes simultáneos posteriores que requieren de un coste computacional alto se optó por usar la expresión (18) que no incluye las pérdidas. De esta forma, se reducirá el coste computacional sin perder precisión alguna.

### 2.2.2. Material térmicamente delgado

De la misma forma que para el caso anterior, en este apartado se conseguirán las soluciones transitorias para el caso de una lámina térmicamente delgada bajo iluminación continua. Primeramente se estudiará el caso de una lámina térmicamente delgada sin considerar pérdidas. Tomando la ecuación (15) como referencia:

Lámina térmicamente delgada   Láser gaussiano enfocado sin pérdidas   Iluminación continua
$T(r, z)_{thin} \approx \frac{P_0}{4\pi kl} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta^2} \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$
$\begin{matrix} i\omega \rightarrow s \\ \frac{P_0}{2} \rightarrow \frac{P_0}{s} \end{matrix}$
$\bar{T}(r, z, s)_{thin} \approx \frac{P_0}{2\pi kl} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta^2} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$
$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\left(\delta^2 + \frac{s}{D}\right)} \right] = \frac{1}{\delta^2} - \frac{e^{-Dt\delta^2}}{\delta^2}$
$T(r, z, t)_{thin} \approx \frac{P_0}{2\pi kl} \int_0^\infty \left[ e^{-(\delta a)^2/8} \cdot \left( \frac{1}{\delta^2} - \frac{e^{-Dt\delta^2}}{\delta^2} \right) \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (21)$

donde  $\beta^2 = \delta^2 + \frac{s}{D}$ .

Tomando la ecuación (16) como referencia se realizará el mismo proceso pero esta vez teniendo en cuenta las pérdidas por convección y radiación.

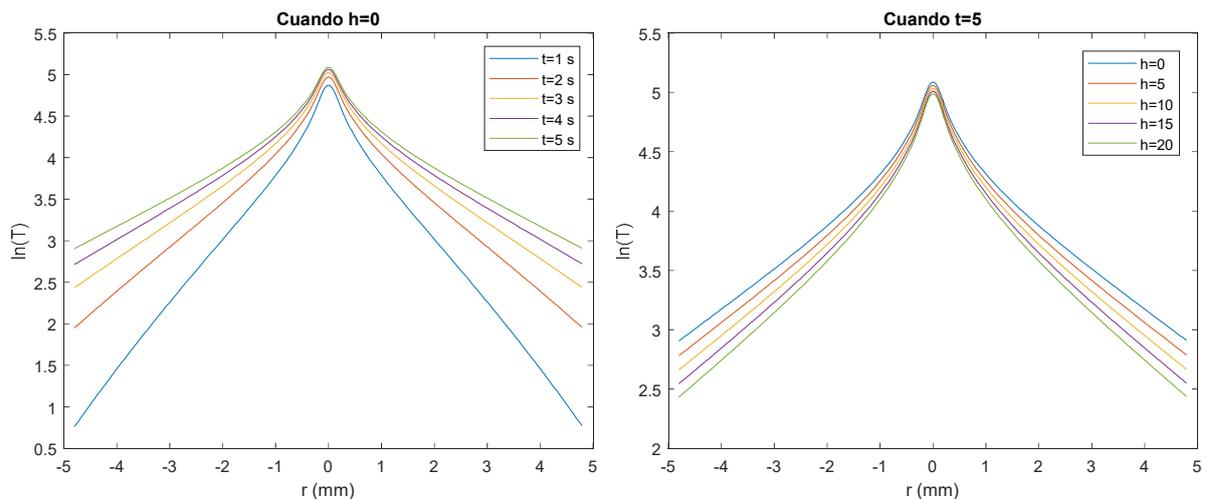
Lámina térmicamente delgada   Láser gaussiano enfocado con pérdidas   Iluminación continua
$T(r, z)_{thin} \approx \frac{P_0}{4\pi kl} \int_0^\infty \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta'^2} \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$
$\begin{matrix} i\omega \rightarrow s \\ \frac{P_0}{2} \rightarrow \frac{P_0}{s} \end{matrix}$
$\bar{T}(r, z, s)_{thin} \approx \frac{P_0}{2\pi kl} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-(\delta a)^2/8}}{\beta'^2} \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta$

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\left( \delta^2 + \frac{s}{D} + \frac{2h}{kl} \right)} \right] = \frac{1}{\frac{2h}{kl} + \delta^2} - \frac{e^{-Dt \left( \frac{2h}{kl} + \delta^2 \right)}}{\frac{2h}{kl} + \delta^2}$$

$$T(r, z, t)_{thin} \approx \frac{P_0}{2\pi kl} \int_0^\infty \left[ e^{-(\delta a)^2/8} \cdot \left( \frac{1}{\frac{2h}{kl} + \delta^2} - \frac{e^{-Dt \left( \frac{2h}{kl} + \delta^2 \right)}}{\frac{2h}{kl} + \delta^2} \right) \right] \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (22)$$

donde  $\beta'^2 = \delta^2 + \sigma'^2$  y además  $\sigma'^2 = \sigma^2 + \frac{2h}{kl}$ . Por tanto,  $\beta'^2 = \delta^2 + \frac{s}{D} + \frac{2h}{kl}$ .

De la misma forma que se hizo en el apartado anterior, se pretende estudiar la influencia del factor de pérdidas y la evolución de la temperatura de la superficie con el tiempo pero para el caso de una lámina térmicamente delgada. Se han realizado dos graficas: en la primera se muestra la evolución de la temperatura superficial de 1 a 5 segundos para el caso sin pérdidas, ecuación (21); mientras que en la segunda para un tiempo dado ( $t = 5$  s) se muestra el efecto que tendrían distintos valores de  $h$ , para esta simulación se utilizó la ecuación (22).

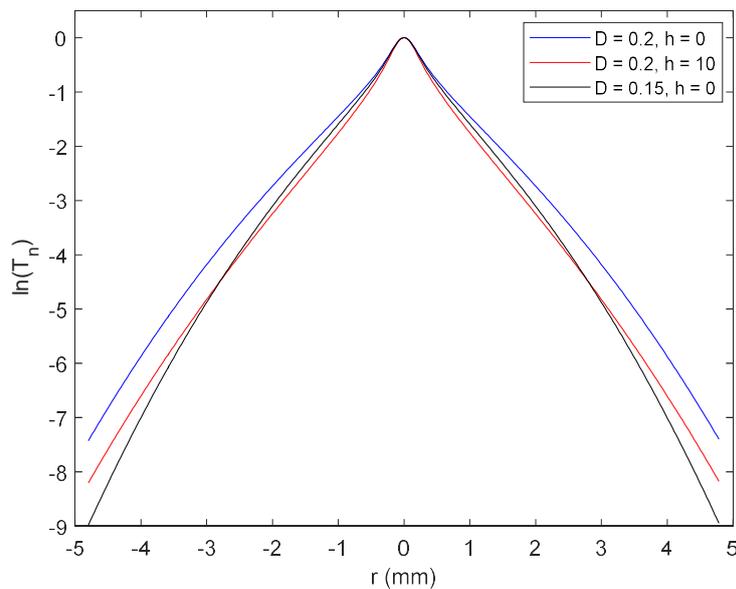


**Figura 4.** Simulación teórica para un material térmicamente delgado. Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones:  $k = 16.3$  W/mK,  $a = 0.2$  mm,  $D = 4$  mm<sup>2</sup>/s,  $P_0 = 0.2$  W,  $l = 50$  μm. Izquierda: evolución de la temperatura superficial de 1 a 5 segundos, caso sin pérdidas. Derecha: estudio de la influencia del factor de pérdidas  $h$  en un tiempo dado,  $t = 5$  s.

Al contrario que para el caso térmicamente grueso, la influencia de las pérdidas por convección y radiación es notoria. No se podrá, por tanto, despreciar si se quiere obtener una medida precisa de la difusividad térmica.

### 2.2.3. Estudio de correlación para caso delgado entre el factor de pérdidas y la difusividad térmica

En este apartado se pretende estudiar la correlación que pueda existir entre el factor combinado por pérdidas por convección y radiación, y la difusividad térmica para el caso de un material térmicamente delgado (una lámina delgada). Si no están correlacionados se demostraría que solo existe una combinación posible de los parámetros  $h$  y  $D$  para cada ajuste. Se comprobará de dos formas, intentado ajustar perfiles de temperatura teóricos variando estos dos parámetros y realizando un análisis de sensibilidad.



**Figura 5.** Perfiles de temperatura normalizados de una lámina opaca y delgada para tres combinaciones de  $D$  y  $h$ . Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones:  $t = 7$  s,  $a = 0.2$  mm,  $l = 0.1$  mm.

Para evitar que otros parámetros, tales como la potencia del láser y la conductividad del material, influyan en el análisis a realizar, se optó por normalizar los perfiles de temperatura. Esto se consigue dividiendo la expresión de la temperatura para un material térmicamente delgado con pérdidas, ver ecuación (22), por la misma expresión de la temperatura pero en el centro del haz láser (donde  $r = 0$ ).

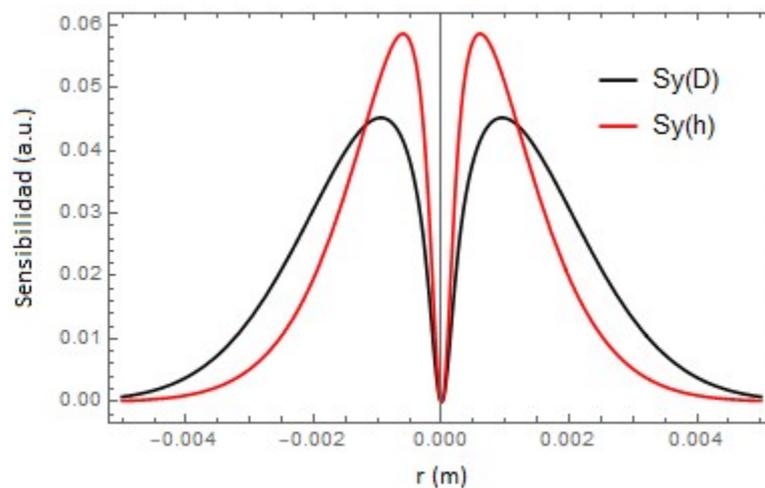
$$T_n(r, t) = \frac{T(r, t)}{T(0, t)} \tag{23}$$

Como se puede apreciar en la figura anterior, el perfil de temperatura para una difusividad dada y suponiendo pérdidas (curva roja) no se puede aproximar para una difusividad menor y sin suponer pérdidas (curva negra) puesto que estas curvas se cruzan. De esta forma, se demuestra que estos dos parámetros no están correlacionados, pero para corroborarlo se realizará un análisis de sensibilidad.

El coeficiente de sensibilidad  $Sy(x)$  de la temperatura normalizada respecto a un parámetro de interés  $x = \{D, h\}$  está definido de la siguiente manera:

$$Sy(x) = x \cdot \frac{\partial T_n(r, t)}{\partial x} \quad (24)$$

En este caso concreto, se realizaron simulaciones numéricas para evaluar la sensibilidad local de la temperatura normalizada de la superficie de una muestra delgada y opaca ( $D = 0.2 \text{ mm}^2/\text{s}$ ,  $l = 0.1 \text{ mm}$ ,  $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^2\text{K}^{-1}$ ) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado ( $t = 7 \text{ s}$ ,  $a = 0.2 \text{ mm}$ ) a la difusividad térmica ( $D$ ) y al factor combinado por pérdidas por convección y radiación ( $h$ ). Los resultados se presentan a continuación.



**Figura 6.** Análisis de sensibilidad de la temperatura superficial normalizada de una muestra delgada y opaca bajo iluminación continua a la difusividad térmica y a la pérdidas por convección y radiación. Los siguientes parámetros han sido utilizados en las simulaciones:  $t = 7 \text{ s}$ ,  $a = 0.2 \text{ mm}$ ,  $l = 0.1 \text{ mm}$ ,  $D = 0.2 \text{ mm}^2/\text{s}$ ,  $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^2\text{K}^{-1}$ .

Si ambos parámetros estuviesen correlacionados las curvas que se muestran en la figura 6 serían proporcionales, pero no lo son. La señal muestra una sensibilidad mayor al factor por pérdidas que a la difusividad en las cercanías al centro del láser, este fenómeno se puede apreciar en la figura 5 donde en las zonas cercanas al centro la curva roja discrepa más de la curva azul (curva de referencia) pero al aumentar la distancia la curva roja comienza a tener la misma curvatura que la propia curva azul (por eso el coeficiente de sensibilidad cae rápidamente a cero para  $Sy(h)$ ). Por contrario, la sensibilidad a la difusividad es mayor que al factor por pérdidas en las zonas más alejadas.

Se puede concluir que el factor combinado por pérdidas por convección y radiación, y la difusividad térmica no están correlacionados. Se podrá, por consiguiente, realizar el ajuste simultáneo para una lámina opaca y térmicamente delgada considerando pérdidas.

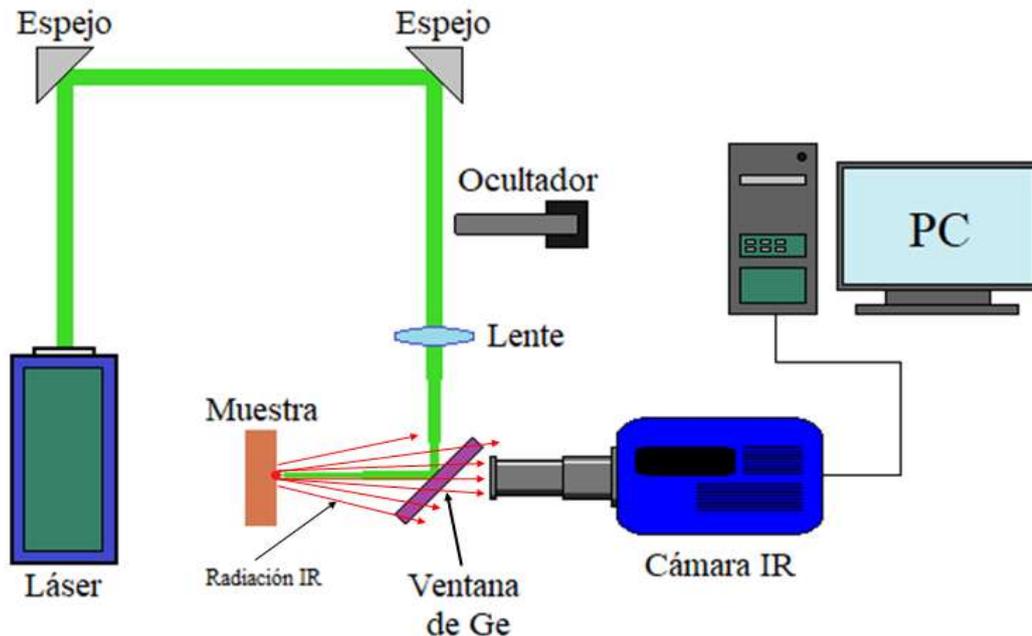
### 3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

En la figura 7 se muestra el esquema del dispositivo de termografía infrarroja con iluminación continua enfocada que se ha desarrollado para medir la difusividad térmica de diferentes sólidos. Un láser continuo (532 nm, hasta 6 W) con perfil gaussiano se dirige hasta la superficie de la muestra a través de una serie de espejos. El haz láser se concentra mediante una lente convergente de 10 cm de focal logrando un *spot* de 200  $\mu\text{m}$  de radio y se redirige perpendicularmente sobre la superficie de la muestra mediante una ventana de germanio (Ge) que refleja la luz visible del láser, pero que es transparente para longitudes de onda del IR. Por otra parte, la ventana de Ge impide que la luz del láser alcance la lente de la cámara. La potencia del láser se ajusta en función del material a estudiar, con la idea de obtener el mismo incremento de temperatura para cada material (de unos 10 K) en el centro del haz del láser.

En el esquema de iluminación continua el láser incide sobre la muestra en el instante  $t = 0$  y después continúa encendido hasta finalizar el experimento. Para reproducir esta configuración de función escalón lo ideal es utilizar un disparador (*shutter*) sincronizado con la cámara para que se abra en el instante requerido. Como no se dispuso del suficiente tiempo como para programarlo, se optó por colocar una lámina obstruyendo el paso del haz del láser que se retiraría manualmente cuando se comenzase la adquisición de datos, funcionando como si fuese un interruptor. Este método presenta la desventaja de que no es instantáneo, de forma que durante los primeros milisegundos la superficie de la muestra no está excitada por un haz completamente circular.

Una cámara de vídeo IR (FLIR, modelo SC7500) con un detector de InSb (un rango espectral de 2.5-5  $\mu\text{m}$ ) graba y registra la radiación IR emitida por la muestra a una velocidad máxima de 380 imágenes/s. El tamaño de las imágenes (termogramas) es de 320 x 256 píxeles, siendo cada píxel un cuadrado de 30  $\mu\text{m}$  de lado. La diferencia de temperatura equivalente de ruido (*Noise Equivalent Temperature Difference, NETD*) de la cámara IR es de 20 mK [10]. Para aumentar la resolución espacial la cámara cuenta con un objetivo de microscopio con una relación de magnificación 1:1, lo que significa que cada

píxel mide la temperatura media de un cuadrado de  $30\ \mu\text{m}$  de lado sobre la muestra. La interfaz entre la cámara y el ordenador, y el software utilizado para la adquisición de datos fueron suministrados por el proveedor de la cámara.



**Figura 7.** Diagrama del dispositivo de termografía infrarroja con iluminación continua enfocada utilizado para medir la difusividad térmica de sólidos. La cámara IR cuenta con un objetivo de microscopio para aumentar la resolución espacial.

En la teoría se ha calculado el incremento de temperatura sobre el ambiente que se produce como resultado de la iluminación de la muestra. En el experimento, la cámara IR proporciona una temperatura absoluta, por lo que en cada película registrada hay que restar el primer termograma (antes de que el láser caliente la muestra) para obtener una película que refleje el aumento de la temperatura respecto al ambiente.

Se puede cambiar la cantidad de imágenes que saca la cámara ajustando la frecuencia de adquisición de datos y el tiempo de captura, unos parámetros muy importantes que condicionarán el tamaño del archivo final (que muchas veces supera los 500MB) y los intervalos de tiempo que se quiera analizar. Así, unas frecuencias de toma de datos altas posibilitarían estudiar la evolución de la temperatura en la superficie en intervalos de tiempo muy pequeños pero se necesitaría almacenar una cantidad de fotografías inmensa para llegar a tiempos largos (más allá de 8 s).

## 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos con el equipo experimental que se describió en el apartado anterior. Además del equipo experimental, cabe destacar la importancia del software encargado del post-procesado, una parte vital del sistema de bajo coste que mediante una serie de funciones y programas es capaz de convertir unos termogramas en unos ajustes simultáneos de perfiles de temperatura de la muestra a unas distancias dadas del centro del haz del láser y en un rango de tiempo definido, de donde se puede obtener la difusividad térmica del material. En principio, para el diseño de un sistema *low-cost* que no requiere mucho grado de conocimiento por parte del operario lo ideal sería agrupar todos estos programas en un paquete comercial donde bastaría con introducir una serie de parámetros iniciales y el software hiciese el resto del trabajo.

Para validar el sistema completo se realizarán diferentes medidas de la difusividad térmica de materiales con propiedades térmicas y ópticas muy distintas: PEEK, carbono vítreo, grafito, AISI 304 y un vidrio BK7.

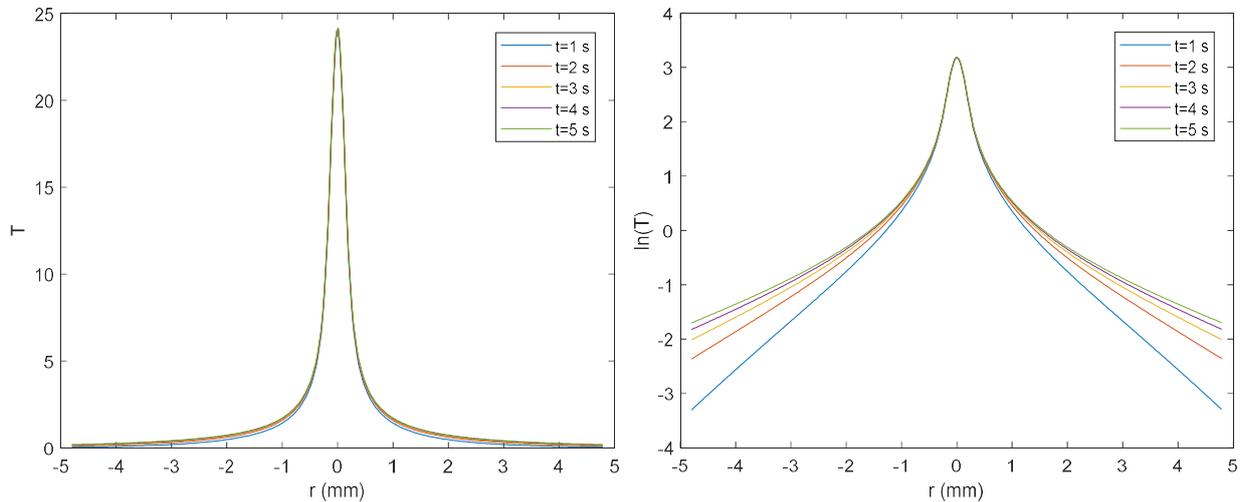
### 4.1. MEJORAS IMPLEMENTADAS EN EL POST-PROCESADO

Antes de comenzar con los casos a analizar, se comentarán algunas medidas que se implementaron en el post-procesado y que mejoraron notoriamente los perfiles de temperatura obtenidos, consiguiendo señales menos ruidosas y medidas de la difusividad térmica más fiables y veraces.

#### 4.1.1. Escala logarítmica natural

El primer cambio que se introdujo con un impacto significativo fue el de pasar de analizar perfiles de temperatura representando la temperatura en Kelvin en función de la distancia al centro a representar el logaritmo neperiano de la temperatura en función de la distancia al centro. De esta forma, se consiguió realzar las diferencias que surgen en las zonas más lejanas al centro cuando avanza el tiempo. Las zonas más alejadas al centro son unas zonas muy importantes puesto que gran parte de la información de las

propiedades del material reside ahí; para demostrarlo en la siguiente figura se presentan dos perfiles de temperatura idénticos (mismos parámetros iniciales: potencia, radio del haz del láser, difusividad y conductividad) que únicamente difieren en la representación del perfil (escala lineal en un caso y escala logarítmica natural en el otro). Mencionar que se trata de una simulación para una muestra térmicamente gruesa sin considerar pérdidas por convección o radiación.



**Figura 8.** Simulación de un material térmicamente grueso y opaco ( $D = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $k = 16.3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado ( $a = 0.2 \text{ mm}$ ) en 5 tiempos distintos. Izquierda: Incremento de temperatura en función de la distancia hasta el punto de calentamiento. Derecha: Logaritmo natural del incremento de temperatura en función de la distancia hasta el punto de calentamiento.

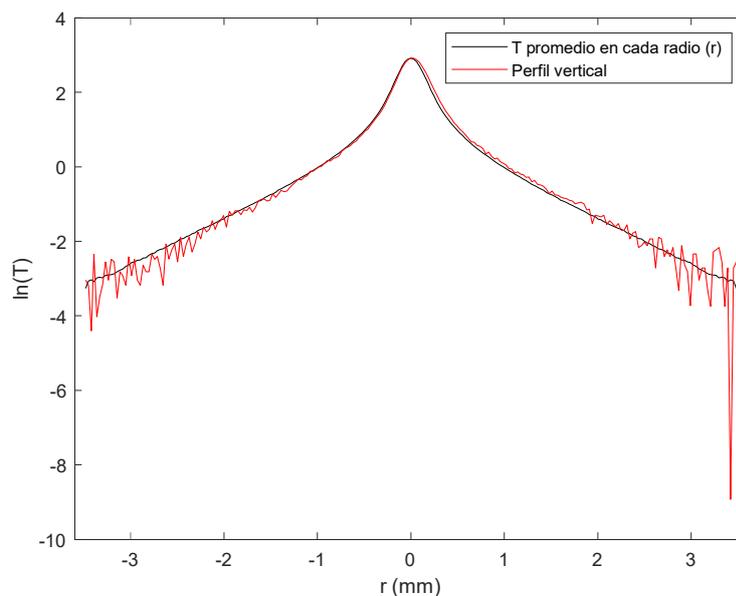
Como bien se puede apreciar en la figura anterior, en ambos casos la parte central se mantiene constante con el tiempo pero las zonas más alejadas de la zona central crecen a medida que pasa el tiempo y estos cambios se distinguen muchísimo mejor en la imagen de la derecha, la cual representa el logaritmo natural del incremento de temperatura. De esta manera, las diferencias serán más claras y el ajuste a realizar para determinar la difusividad térmica del material será más preciso.

#### 4.1.2. Promediado de circunferencias

Tradicionalmente, el perfil de temperatura se suele extraer a partir de un eje transversal recto que pasa por el centro del haz del láser, se recoge el valor de todos los píxeles que formen parte de ese eje y se crea el perfil de temperatura. Un método sencillo pero que puede derivar a resultados imprecisos por muchos motivos: la orientación del eje afecta dado que es probable que se obtengan perfiles diferentes, la influencia de un píxel defectuoso es muy grande puesto que solo se toma un único píxel por unidad de distancia y las señales que se obtienen son bastante ruidosas en general.

Para solucionar todos esos problemas y lograr señales menos ruidosas se adoptó un nuevo método basándose en el promediado de circunferencias. Este método se basa en promediar los píxeles que se encuentran a la misma distancia desde el centro (correspondiente al radio de la circunferencia) y asignar ese valor a la distancia equivalente en el perfil de temperatura. Cada vez se escogerán radios mayores para promediar píxeles a mayor distancia del centro y completar, así, el perfil de temperatura de ese termograma. Un perfil de temperatura que será simétrico puesto que se le ha asignado el mismo valor promediado a las distancias positivas y negativas desde el centro. Este método supone una ventaja ya que al estar promediando el valor de varios píxeles que se encuentran a esa distancia concreta se evita cualquier indeterminación que pueda derivar de algunos píxeles defectuosos o algún error sistemático.

Con el propósito de ilustrar todo lo descrito anteriormente se muestra una figura donde se recogen ambos casos: por un lado el perfil vertical de temperatura y por otro lado uno realizado mediante el promediado de circunferencias. El termograma utilizado corresponde a una medida del material PEEK.



**Figura 9.** Perfil de temperatura de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el instante  $t = 10$  s. La línea roja representa el perfil vertical mientras que la línea negra representa un perfil realizado mediante el promediado de circunferencias.

Se puede distinguir fácilmente como el promediado de circunferencias logra un perfil mucho más limpio y menos ruidoso en todo el rango de distancias (desde -3.5 mm hasta 3.5 mm).

### 4.1.3. Ajuste simultáneo

Por último, se debe mencionar una de las características más importantes de todo el post-procesado, el ajuste simultáneo. Se trata de recoger todos los perfiles de temperatura para los tiempos seleccionados y realizar un ajuste simultáneo de todos esos perfiles. De esta forma se obtiene un resultado de la difusividad mucho más fiable que si se obtuviese a partir del perfil de temperatura a un único tiempo. Es decir, en vez de medir la difusividad para un tiempo dado ( $t = 1$  s, por ejemplo) se está midiendo la difusividad evaluando los distintos perfiles de temperatura de la muestra en un rango de tiempo (entre 1 y 30 s, por ejemplo).

En el siguiente apartado se presentarán los resultados que se obtuvieron a través de los ajustes simultáneos para los materiales estudiados. Se comenzará presentando los casos para los materiales térmicamente gruesos y después, los materiales térmicamente delgados y transparentes.

## 4.2. MATERIALES TÉRMICAMENTE GRUESOS

### 4.2.1. Polieteretercetona (PEEK)

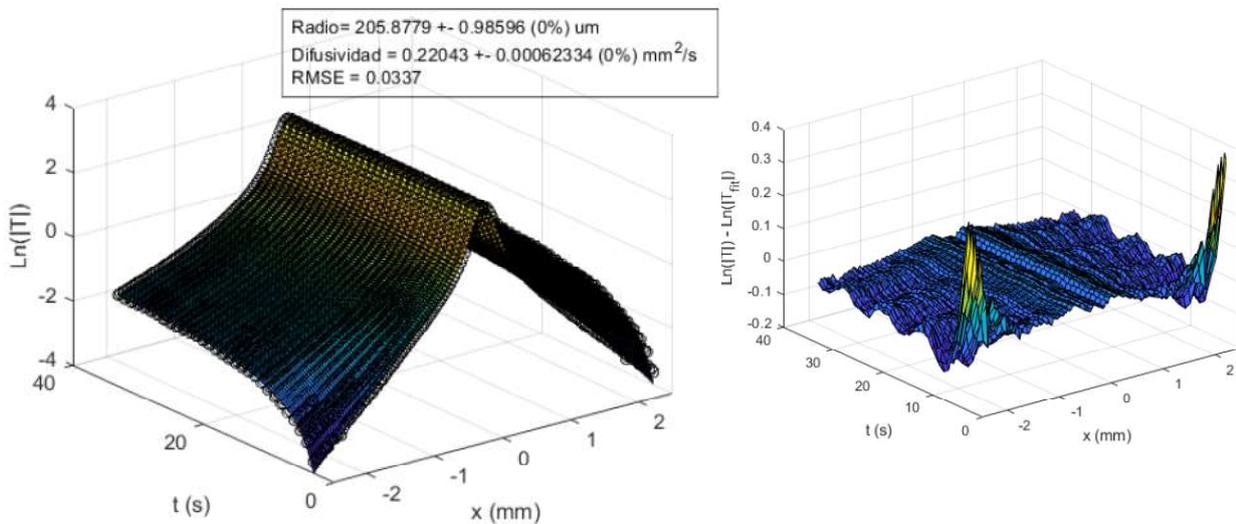
La polieteretercetona (PEEK) es un polímero orgánico termoplástico incoloro empleado en la industria aeroespacial y en la industria biomédica por la combinación única de excelentes propiedades mecánicas, resistencia química y resistencia a la degradación térmica que ofrece [11]. Respecto a las propiedades térmicas se trata de un material poco conductor ( $k = 0.25 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ) y con una difusividad térmica baja, características que influenciarán en el tipo de análisis a realizar.

La muestra en cuestión tiene 4 mm de espesor y se ha depositado una fina capa de grafito cubriendo la superficie a estudiar. Habitualmente se suelen recubrir con grafito las superficies de materiales muy reflectivos para aumentar la absorción en el visible, reducir el “Efecto Narciso” (cuando la radiación IR del propio sensor se ve reflejada en el objeto) y para aumentar la emisividad en el IR. En este caso concreto, se cubre la superficie del PEEK con grafito para hacerla opaca, es decir para que la luz del haz del láser se absorba en la capa de grafito y no penetre en el interior del PEEK. Esto se debe a que el PEEK no es totalmente opaco y además difunde la luz que penetra en su interior generando fuentes de calor en todo el volumen, fenómeno que no se ha tenido en cuenta en el modelo sencillo desarrollado en el apartado 2.1.1.

Se ha elegido una frecuencia de adquisición de datos de 100 Hz (100 imágenes/s), para garantizar que el instante en el que se enciende el láser se toma con precisión (10 ms). Se registró una película de 35 s. Cabe mencionar que una limitación del software (Matlab) que se ha utilizado para obtener la difusividad térmica a partir de los perfiles de temperatura es la imposibilidad de seleccionar unas distancias más cercanas al centro en los primeros instantes y luego ir ampliando esa distancia con el tiempo (al mismo ritmo

que se propaga el calor por la muestra). Es decir, solo se pueden estudiar los perfiles de temperatura a una distancia máxima fija. Esto plantea dos alternativas: estudiar todos los perfiles a una distancia tal que los instantes iniciales se puedan incluir (distancias cercanas al centro) o no considerar los primeros instantes para poder aumentar esa distancia. Y como bien se explicó en el apartado 4.1.1. las mayores diferencias con el paso del tiempo se observan a distancias lejanas del centro, por ello, se lograrían resultados más veraces y adecuados descartando los primeros instantes y estudiando el resto a una distancia considerablemente lejana del centro. De esta forma, se decidió suprimir los primeros dos segundos y estudiar el incremento de temperatura de la superficie de la muestra de PEEK en un rango comprendido entre los 3 y 33 segundos y a una distancia de 2.5 mm del centro. Por último, recordar que para el caso grueso la influencia de las pérdidas por convección y radiación es insignificante y por ello, las pérdidas solo se tendrán en cuenta al trabajar con muestras delgadas.

Para evaluar la calidad de los ajustes se han incluido un gráfico de residuos que mide la diferencia entre los valores experimentales y los valores ajustados a partir del modelo teórico.



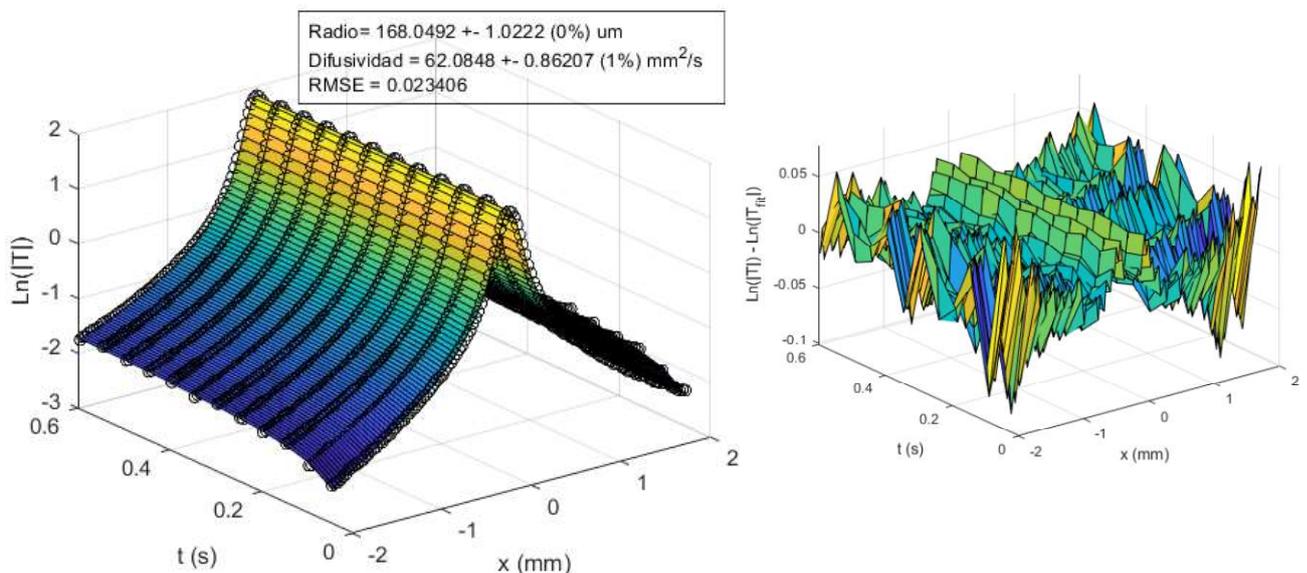
**Figura 10.** Ajuste simultaneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 3 y 33 segundos (intervalos de 1 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.

Aun habiendo recortado los primeros dos segundos se puede observar como los primeros instantes tienen un error relativamente alto en las zonas más lejanas (cerca de 2.5 mm), probablemente debido a que no ha pasado suficiente tiempo como para que el calor se propague por esos lugares. Pese a ello, se obtiene una difusividad de  $0.22 \text{ mm}^2/\text{s}$  con una incertidumbre muy baja y el radio del haz del láser es similar al que se ha medido por medios ópticos.

#### 4.2.2. Grafito

El grafito es una formación natural del carbono cristalino, es de color negro, opaco y se desprende en láminas. Su uso está bastante generalizado en toda la industria principalmente debido a sus propiedades térmicas y eléctricas (el único no metal común que es buen conductor de electricidad), además de ser utilizado para fabricar la mina de los lápices [12]. El grafito es un muy buen conductor térmico ( $k = 100 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ) con una difusividad térmica alta, características que, de nuevo, influenciarán en el tipo de análisis a realizar.

La muestra en cuestión tiene 9 mm de espesor, un espesor relativamente pequeño para un material con una difusividad tan alta. Es por ello, que el rango de tiempos a estudiar deberá de ser pequeño, de lo contrario, la muestra dejaría de comportarse como una muestra gruesa y su comportamiento se asemejaría más al caso de una lámina delgada. De esta forma, se decidió estudiar el incremento de temperatura de la superficie de la muestra de grafito en un rango comprendido entre los 0.05 y 0.6 segundos (intervalos de 0.05 s) y a una distancia de 2 mm (a diferencia del PEEK, el calor se propaga tan rápido que permite estudiar estas distancias desde los instantes iniciales). De nuevo, no se tendrán en cuenta las pérdidas por convección y radiación.



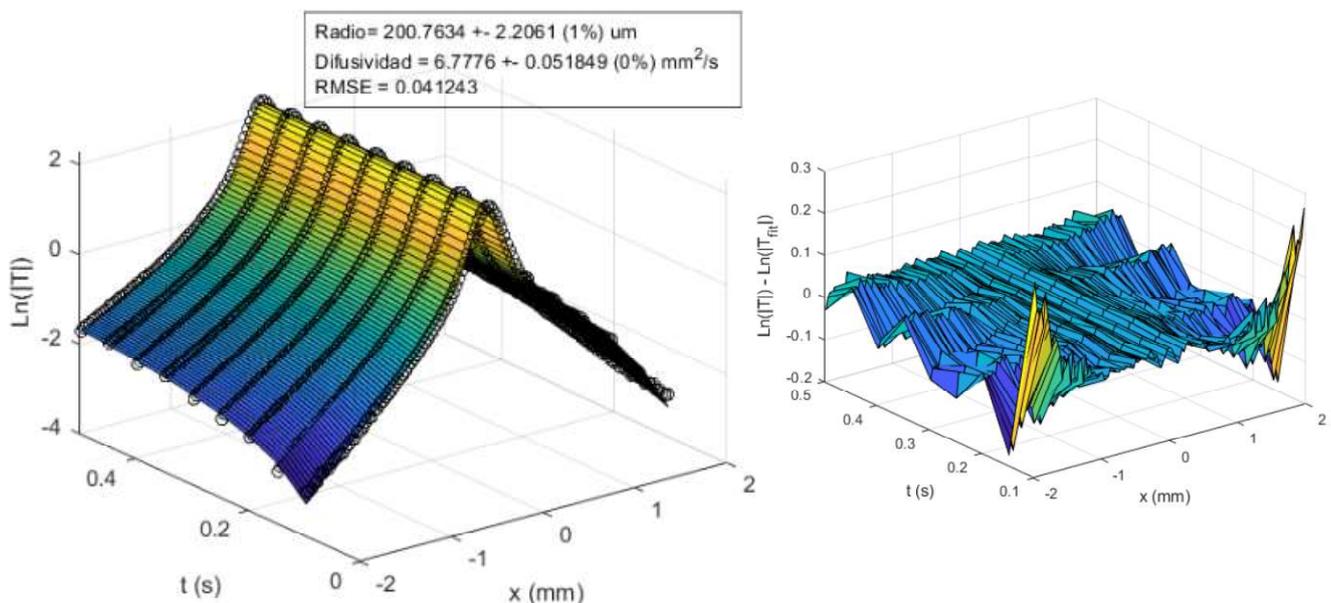
**Figura 11.** Ajuste simultáneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de grafito bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.05 y 0.6 segundos (intervalos de 0.05 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.

Como era de esperar, se obtiene una difusividad alta de  $62 \text{ mm}^2/\text{s}$  para la muestra de grafito con una incertidumbre aun menor que en el caso anterior. Se podrían analizar más perfiles y estudiar el comportamiento a tiempos más largos, pero eso requeriría una muestra de grafito de mayor espesor.

### 4.2.3. Carbono vítreo

El carbono vítreo es una clase de carbono no grafitico que combina las propiedades del grafito con las propiedades de un vidrio y un material cerámico. Tiene una excelente resistencia a una amplia gama de entornos químicos agresivos y es utilizado como alternativa a los materiales preciosos para equipos de laboratorios y como material para electrodos [13]. En comparación con el grafito es un conductor térmico peor ( $k = 4.6 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ) con una difusividad bastante más baja.

La muestra en cuestión tiene 3 mm de espesor y hay que ajustar en el intervalo de tiempos en el que se mantiene térmicamente grueso: entre los 0.1 y 0.5 segundos en intervalos de 0.05 s y a una distancia de 2 mm (se descartó el primer instante, correspondiente a 0.05 s, debido a que el calor no se había difundido a esas distancias). De nuevo, no se tendrán en cuenta las pérdidas por convección y radiación.



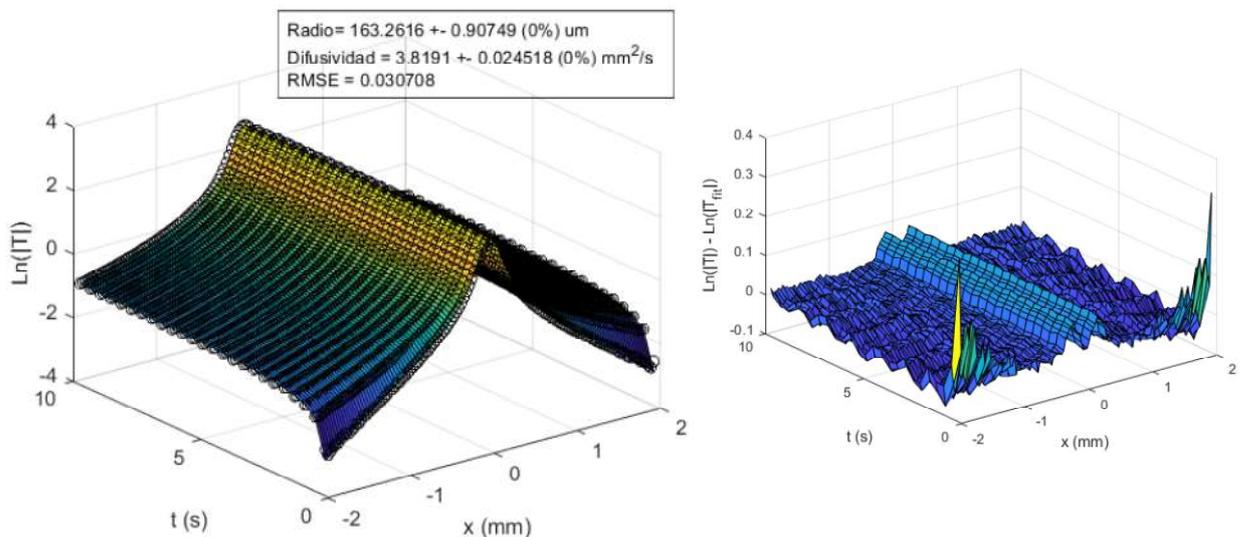
**Figura 12.** Ajuste simultáneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de carbono vítreo bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.1 y 0.5 segundos (intervalos de 0.05 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.

En el caso del carbono vítreo, se obtiene una difusividad de  $6.8 \text{ mm}^2/\text{s}$  con una incertidumbre baja. De nuevo, se puede apreciar como en los instantes iniciales el error es grande en las zonas más lejanas porque no ha pasado suficiente tiempo para que el calor se propague por esos lugares, algo que no ocurre en el caso del grafito para el mismo intervalo de tiempos y mismas distancias dado que la difusividad térmica del grafito es muchísimo más grande.

#### 4.2.4. AISI 304

La aleación 304 es un acero inoxidable austenítico, aleado con cromo, níquel y bajo contenido de carbono que es comúnmente utilizado en la industria por la combinación de una buena resistencia a la corrosión y unas características mecánicas excelentes que ofrece. Es un mejor conductor térmico que el carbono vítreo ( $k = 16.3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ) pero tiene una difusividad térmica menor, características que influenciarán en el tipo de análisis a realizar (permitirá estudios a tiempos más largos que los casos anteriores).

La muestra en cuestión tiene 2 cm de espesor y pese a ser un material reflectivo con baja absorptividad en el visible y baja emisividad en el IR, se decidió no aplicar una capa de grafito en la superficie. La razón para esto es que la superficie ya era suficientemente mate (gracias a un tratamiento superficial) y que un ensayo de una muestra pintada donde la difusividad del material difiere de la difusividad de la fina capa de grafito tiene como consecuencia una subestimación de la difusividad térmica calculada gracias al ajuste simultáneo. Pudiendo estudiar tiempos más largos gracias al espesor de la muestra y la difusividad térmica del AISI 304, se decidió estudiar el incremento de temperatura de la superficie de la muestra en un rango comprendido entre los 0.2 y 9.8 segundos (intervalos de 0.4 s) y a una distancia de 2 mm. De nuevo, no se tendrán en cuenta las pérdidas por convección y radiación.



**Figura 13.** Ajuste simultáneo de una muestra térmicamente gruesa y opaca de AISI 304 bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.2 y 9.8 segundos (intervalos de 0.4 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.

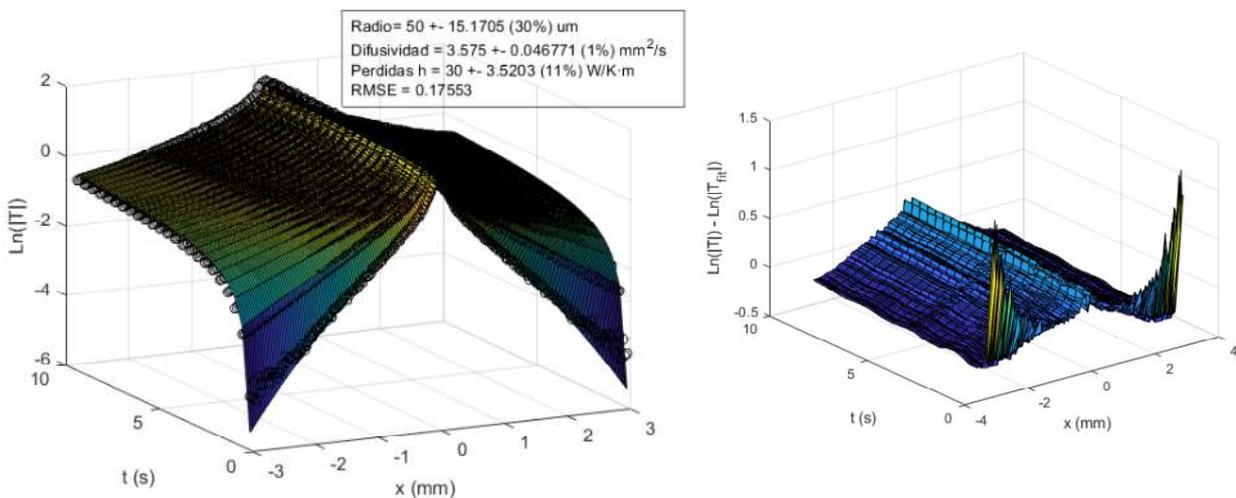
Se obtiene una difusividad de  $3.8 \text{ mm}^2/\text{s}$  con una incertidumbre muy baja, resultado muy bueno para tratarse de un metal reflectivo sin capa de grafito en la superficie.

### 4.3. MATERIALES TÉRMICAMENTE DELGADOS Y TRANSPARENTES

#### 4.3.1. AISI 304 (delgado)

Se trata del mismo material que en el caso anterior pero esta vez la muestra a estudiar tiene 0.2 mm de espesor, convirtiéndola en una muestra térmicamente delgada. Las ecuaciones cambian y la influencia de los parámetros también. Por ejemplo, a diferencia de los materiales térmicamente gruesos la influencia de las pérdidas por convección y radiación en los materiales delgados es significativa y por tanto no se puede despreciar. Será, en consecuencia, un término que se añadirá a los ajustes. Del mismo modo, el espesor de la muestra también tendrá que añadirse como un parámetro.

Se decidió estudiar el incremento de la temperatura de la superficie de la muestra de AISI 304 delgada en un rango comprendido entre los 0.2 y 9.4 segundos (intervalos de 0.4 s) y a una distancia de 3 mm. De nuevo, se decidió no aplicar una capa de grafito en la superficie. De esta forma, se estaría realizando un análisis casi idéntico al anterior (mismo material, mismo rango de tiempo, distancias parecidas, superficie sin pintar) pero para un caso totalmente distinto al tratarse de una lámina delgada.



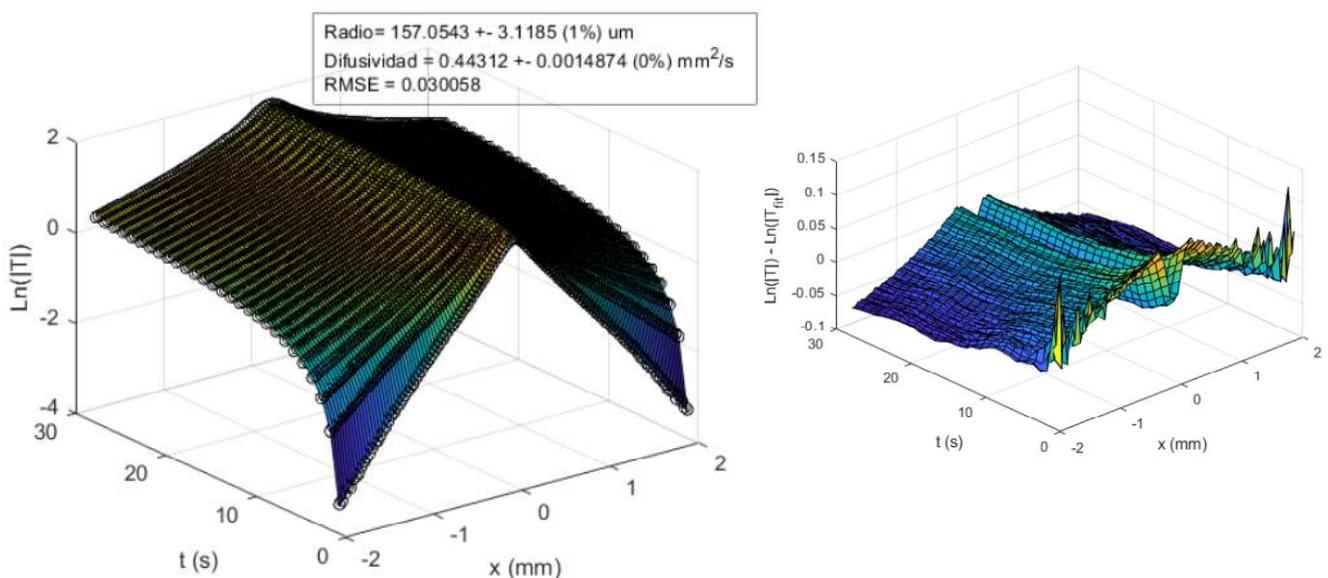
**Figura 14.** Ajuste simultáneo con pérdidas de una muestra delgada y opaca de AISI 304 bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 0.2 y 9.4 segundos (intervalos de 0.4 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.

A diferencia del caso anterior, para una lámina delgada de AISI 304 se obtiene una difusividad de 3.6  $\text{mm}^2/\text{s}$  con una incertidumbre bastante mayor, claramente visible en la gráfica de residuos. Aunque el valor que se obtuvo de la difusividad térmica pueda aproximarse al valor real, tanto el valor del radio del haz del láser como el factor de pérdidas por convección y radiación se han saturado (alcanzando los valores límites impuestos a estos parámetros). Por tal motivo, no se puede dar por válido el modelo para el estudio de metales delgados sin pintura, al tratarse de una medida de baja fiabilidad, y se requerirán de más ensayos en un futuro.

### 4.3.2. Vidrio BK7

El vidrio BK7 es un tipo de vidrio crown borosilicatado de alta calidad, utilizado con frecuencia para la producción de lentes, ventanas, espejos y otros componentes ópticos [13]. Entre sus propiedades destaca la excelente transmitancia que tiene en el visible y en el IR cercano, convirtiéndose en un material muy transparente. Un material transparente se comporta como un material térmicamente delgado y opaco, solamente cuando están iluminados por un haz láser enfocado. Esta semejanza se debe a que en ambos casos el calor se propaga en forma de ondas cilíndricas a partir del eje del láser por todo el espesor de la muestra, es decir, no depende de la coordenada  $z$ . Aprovechando dicha similitud se pretende realizar un ajuste de una medida experimental del vidrio BK7 con el mismo modelo que para una lámina delgada sin pérdidas, corroborando, de esta forma, el modelo y la semejanza de las expresiones.

En nuestro caso se trata de un filtro Schott RG6, de color azul pálido y de 2 mm de espesor. Se decidió estudiar el incremento de la temperatura de la superficie de la muestra del filtro en un rango comprendido entre los 1 y 28 segundos (intervalos de 1 s) y a una distancia de 2 mm. Dado su espesor, las pérdidas se consideraron despreciables.

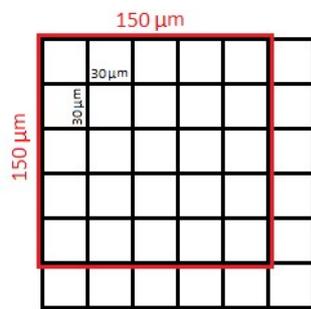


**Figura 15.** Ajuste simultáneo sin pérdidas de una muestra muy transparente de vidrio BK7 bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 1 y 28 segundos (intervalos de 1 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.

Por último, para un filtro Schott RG6 se obtiene una difusividad de  $0.44 \text{ mm}^2/\text{s}$  con una incertidumbre muy baja. Queda demostrado, por tanto, la semejanza descrita entre las expresiones (sin considerar pérdidas) para una lámina opaca delgada, ecuación (21), y para una lámina transparente (tanto gruesa como delgada).

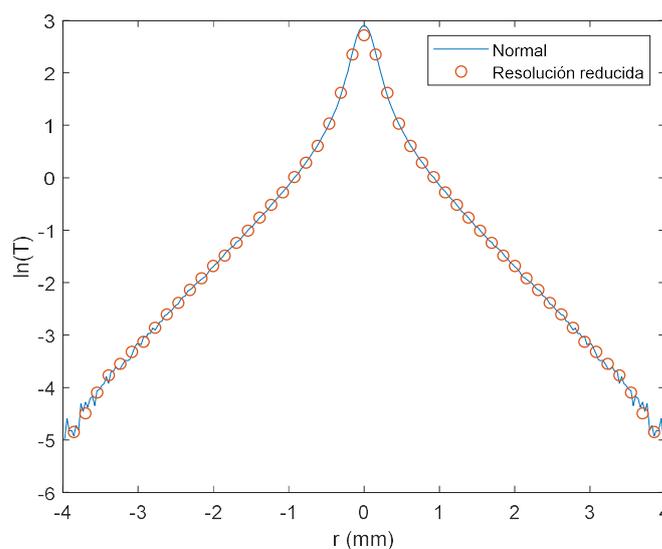
#### 4.4. RESULTADOS CON BAJA RESOLUCIÓN

Dado que el objetivo de este trabajo consiste en desarrollar un sistema de bajo coste para medir la difusividad térmica en un entorno industrial, se trata de repetir los procesados de los apartados anteriores, pero reproduciendo la resolución espacial de una cámara IR sencilla y barata. La cámara con la que se realizaron las medidas cuenta con un objetivo de microscopio que posibilita una resolución espacial de hasta  $30\ \mu\text{m}$ , pero un sistema así es demasiado sofisticado y costoso como para ser parte de un sistema *low-cost*. Por ello, se reproducirá la resolución espacial de una cámara IR sencilla agrupando píxeles y promediando los valores de dichos píxeles a un nuevo píxel más grande, pasando de una resolución espacial de  $30\ \mu\text{m}$  a  $150\ \mu\text{m}$ . Dicho de otra forma, se harán reducciones de 25 píxeles a 1 (reducciones de píxeles de factor 25).



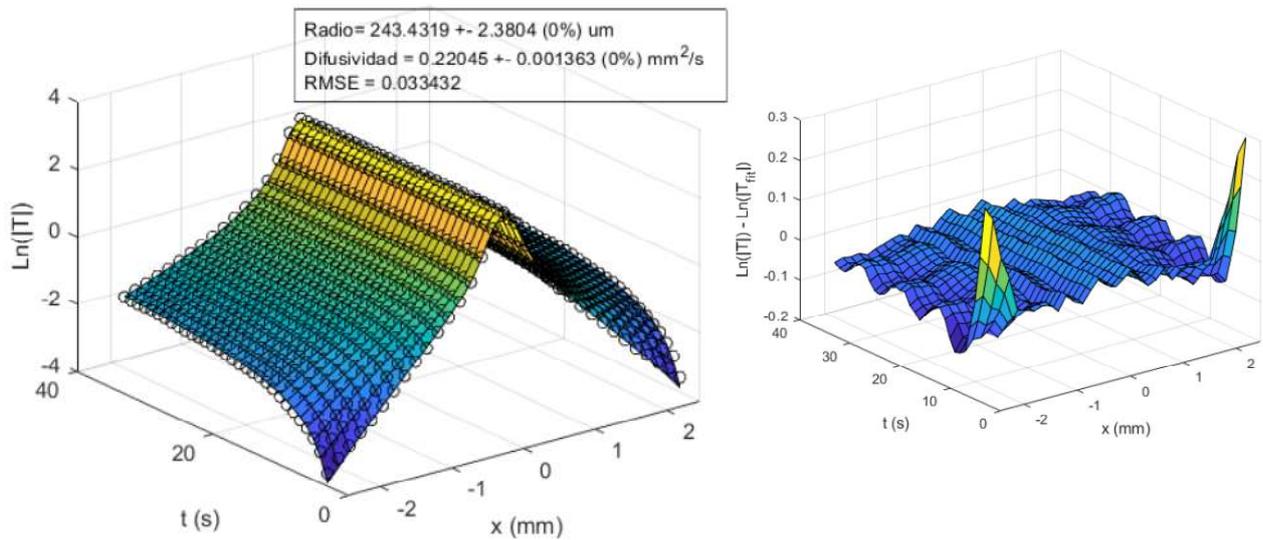
**Figura 16.** Tamaño de píxel. En negro, tamaño de píxel original. En rojo, tamaño de píxel simulado.

En la siguiente figura se muestra como quedaría un perfil de temperatura a un tiempo dado ( $t = 7\ \text{s}$ ) para el caso del PEEK con y sin la reducción de la resolución espacial.



**Figura 17.** Perfil de temperatura de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el instante  $t = 7\ \text{s}$ . Con y sin la resolución reducida.

Finalmente, se procedió a realizar el ajuste simultáneo en las mismas condiciones que para el caso de máxima resolución, es decir, en un rango comprendido entre los 3 y 33 segundos y a una distancia de 2.5 mm del centro.



**Figura 18.** Ajuste simultáneo (resolución reducida) de una muestra térmicamente gruesa y opaca de PEEK (pintado) bajo iluminación continua de láser gaussiano enfocado en el rango comprendido entre 3 y 33 segundos (intervalos de 1 s). Izquierda: Ajuste simultáneo de los perfiles de temperatura incluyendo parámetros medidos a partir del ajuste. Derecha: Gráfica de residuos.

La difusividad térmica del PEEK que se obtiene reduciendo la resolución espacial es de  $0.22 \text{ mm}^2/\text{s}$ , exactamente el mismo valor que se obtuvo en el apartado 4.2.1. con la resolución espacial completa. Habiendo reproducido una resolución espacial menor y habiendo obtenido un resultado excelente se podría decir que el método es aplicable con cámaras sencillas.

Para finalizar con los resultados experimentales, se presenta una tabla que recoge los resultados de la difusividad térmica para comparar los valores medidos en los apartados anteriores con los valores de la literatura. Hay que mencionar que la incertidumbre que se indica (del orden del 5%) no es el resultado de una única medida, que como se ha mencionado en cada uno de los materiales analizados es muy baja, sino el resultado esperable de un análisis estadístico donde se repite la misma medida varias veces. Dada la situación especial que hemos vivido con la pandemia del COVID-19, no ha habido tiempo de realizar este estudio estadístico, por lo que el valor de la incertidumbre es un valor estándar conservador. En el caso del AISI-304 delgado la incertidumbre la hemos estimado en un 10% debido a que la calidad de los ajustes es peor que con el resto de materiales.

**Tabla 1.** Difusividad térmica ( $D$ ) medida en este trabajo con un error estadístico asociado.

Material	$l$ [mm]	$D$ , en este trabajo [mm <sup>2</sup> /s]	$D$ , literatura <sup>(1)</sup> [mm <sup>2</sup> /s]
PEEK	4	0.22 ± 0.01 0.22 ± 0.01 <sup>(2)</sup>	0.20
Grafito	9	62 ± 3	60
Carbono vítreo	3	6.8 ± 0.3	6.0
AISI 304	20	3.8 ± 0.2	4.0
AISI 304	0.2	3.6 ± 0.4	4.0
Vidrio BK7	2	0.44 ± 0.02	0.45

(1) Referencias [13-16].

(2) Simulación de la reducción de la resolución espacial de 30 μm a 150 μm.

## 5. CONCLUSIONES

### 5.1. CONCLUSIONES

A continuación, se explicarán brevemente las conclusiones obtenidas tras la realización del proyecto. Se recuerda que el objetivo principal era diseñar un sistema de bajo coste capaz de medir la difusividad térmica de los materiales mediante termografía infrarroja.

Los resultados obtenidos en los 4 ensayos para muestras térmicamente gruesas indican que el diseño propuesto cumple con los requisitos establecidos. Unos valores medidos para la difusividad térmica que se aproximan a los valores de la literatura y por si fuese poco, se ha cubierto un rango amplio de materiales, desde buenos conductores hasta aislantes, en unos rangos de tiempos razonablemente grandes lo cual refuerza aún más los resultados obtenidos. Asimismo, la medida realizada para reproducir el funcionamiento de una cámara IR más sencilla con una resolución espacial menor ha dado el mismo resultado que la medida del PEEK realizada en primera instancia, corroborando que sería posible utilizar una cámara IR más barata y seguir obteniendo los mismos resultados con la misma precisión. Algo desfavorable a remarcar es que a la hora de estudiar los metales se requieren de láseres más potentes para conseguir cambios de temperatura significativos en la superficie de la muestra, en el caso de este proyecto se utilizó una potencia máxima de 1 W, un factor que tiene que tenerse en cuenta debido a que puede limitar el coste del equipo experimental.

Respecto a las muestras térmicamente delgadas y transparentes, los resultados no son concluyentes en vista de que son pocas las medidas realizadas. Sí que se puede confirmar la semejanza entre las expresiones de los materiales térmicamente delgados y los materiales transparentes, al haber obtenido unos resultados de la difusividad térmica para el vidrio BK7 iguales que los valores encontrados en literatura y tener una gráfica de residuos con valores muy pequeños. Pero solo hubo tiempo para estudiar una lámina térmicamente delgada de AISI 304, lo cual no es suficiente como para poder afirmar que el diseño de bajo coste propuesto es válido para trabajar con muestras térmicamente delgadas.

## 5.2. TRABAJOS FUTUROS

Quedan abiertos una serie de estudios que se proponen contemplar como futuros desarrollos.

- Modificar el código para que permita seleccionar distancias más cercanas al centro en los primeros instantes y luego ir ampliando esa distancia al ritmo que se propaga el calor por la muestra.
- Agrupar las funciones y programas utilizados en un paquete comercial.
- Verificar la validez del método ensayando otros materiales no contemplados en el proyecto, más muestras de metales delgados sin pintar.
- Repetir las medidas varias veces más, validando los resultados obtenidos.
- Trabajar con perfiles de láser diferentes al gaussiano (perfil top-hat), al tratarse de láseres menos sofisticados.
- Sincronizar la apertura del *shutter* del láser con la cámara IR para que se abra en el instante requerido.

## 6. REFERENCIAS

- [1] A. Salazar, "On thermal diffusivity", *Eur. J. Phys.* **24**, 351-358 (2003).
- [2] A. Abad et al., "Non-contact methods for thermal properties measurement", *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **76**, 1348-1370 (2017).
- [3] X.P.V. Maldague, *Nondestructive evaluation of materials by infrared thermography*, (Springer-Verlag, Londres, 1993).
- [4] N. W. Pech-May, A. Oleaga, A. Mendioroz, A. J. Omella, R. Celorrio y A. Salazar, "Vertical cracks characterization using lock-in thermography: I infinite cracks", *Meas. Sci. Technol.* **25**, 115601 (2014).
- [5] R. Fuentes, "Thermal and optical characterization of heterogeneous materials by Infrared Lock-in Thermography", tesis doctoral (UPV/EHU, Bilbao, 2012).
- [6] A. Mendioroz, R. Fuente, E. Apinaniz y A. Salazar, "Thermal diffusivity measurements of thin plates and filaments using lock-in thermography", *Rev. Sci. Instrum.* **80**, 074904 (2009).
- [7] A. Salazar, A. Mendioroz, R. Fuente y R. Celorrio, "Accurate measurements of the thermal diffusivity of thin filaments by lock-in thermography", *J. Appl. Phys.* **107**, 043508 (2010).
- [8] A. Salazar, A. Mendioroz y R. Fuente, "The strong influence of heat losses on the accurate measurement of thermal diffusivity using lock-in thermography", *Appl. Phys. Lett.* **95**, 121905 (2009).
- [9] N. W. Pech-May, "Analysis of the thermal properties of semitransparent materials and characterization of vertical cracks in opaque solids using infrared thermography", tesis doctoral (Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional Unidad Mérida, México, 2016).

- [10] "FLIR SC7500-MB Datasheet",  
<http://www.mra.pt/repositorio/1c36/pdf/2464/2/termografo-flir-sc7500-series.pdf?d=1>, (FLIR systems, 2009).
- [11] Mariano, "Poliéter éter cetona (PEEK)", *Tecnología de los Plásticos*, 1 Agosto 2011. Disponible en:  
<https://tecnologiadelosplasticos.blogspot.com/2011/08/polieter-eter-cetona-peek.html>
- [12] Anónimo, "Grafito", *Minería en línea*, 10 Junio 2020. Disponible en:  
[https://mineriaenlinea.com/rocas\\_y\\_minerales/grafito/](https://mineriaenlinea.com/rocas_y_minerales/grafito/)
- [13] Consultar el catálogo Goodfellow en <http://www.goodfellow.com> para encontrar información sobre PEEK, AISI-304, vidrio óptico BK7 y carbono vítreo.
- [14] Y.A. Çengel, *Transferencia de calor*, 2ª edición (McGraw-Hill, Boston, 2003).
- [15] D.P. Almond y P.M. Patel, *Photothermal Science and Techniques*, (Chapman & Hall, Londres, 1996).
- [16] L.R. Touloukian, R.W. Powell, C.Y. Ho y M.C. Nicolasu, *Thermal Diffusivity*, (IFI/Plenum, New York, 1973).