

MÁSTER UNIVERSITARIO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA ESPACIAL

TRABAJO FIN DE MÁSTER

***ESTUDIO TEÓRICO DE
CONCENTRADORES SOLARES
BASADOS EN FIBRAS
LUMINESCENTES PARA
APLICACIONES EN ENTORNOS
ESPACIALES***

Estudiante *Vieira Arjona, Ander*
Director/a *Illarramendi Leturia, M.^a Asunción*
Codirector/a *Zubia Zaballa, Joseba*
Departamento *Física Aplicada I*
Curso académico *2019/2020*

Bilbao, 15 de septiembre de 2020

Índice

Lista de figuras.....	3
Lista de tablas.....	3
Abstract/Resumen.....	4
Introducción.....	5
Contexto y estado del arte.....	6
Historia de los concentradores solares.....	6
Fibras ópticas como concentradores solares luminescentes.....	6
Conceptos básicos de los concentradores solares.....	7
Objetivos del trabajo.....	8
Beneficios.....	8
Metodología.....	9
Modelo teórico.....	9
Efecto del <i>quenching</i> por concentración.....	13
Inclusión de múltiples dopantes.....	14
Adaptación a dopantes de tierras raras.....	14
Modelo de la célula solar.....	16
Irradiancia solar en distintos entornos.....	17
Prototipo de concentrador solar.....	18
Métodos de simulación.....	19
Resultados.....	22
Comparación con resultados experimentales.....	22
Resultados del prototipo.....	24
Conclusiones.....	25
Referencias.....	26
Anexo 1: Desarrollo del modelo teórico.....	27
Conversión entre dP y dN_2	27
Eficiencia de la absorción solar ($\eta_{\text{absorption}}$).....	27
Primera aproximación.....	27
Efecto de la refracción.....	28
Efecto de la reflexión.....	29
Fibra con recubrimiento.....	30
Adaptación a múltiples dopantes.....	33
Modelo de la célula solar.....	33
Anexo 2: Caracterización de los materiales.....	35
Conversión de N a ppm.....	35
PMMA.....	35
Rodamina 6G (Rh6G).....	36
Rodamina B (RhB).....	37
Lumogen Red.....	38
Coumarina 1 (C1).....	39
Coumarina 6 (C6).....	40
AC46 (europio).....	41
AC56 (europio).....	42
Anexo 3: Código.....	43
oneDopantFDM (FDM directo).....	43
oneDopantIterative (FDM con iteración).....	46
combinedDopantIterative (múltiples dopantes de varios tipos).....	48
oneDopantStationary (sistema lineal).....	54
solarCellConversion (modelo de la célula solar).....	56

Lista de figuras

Figura 1: Diagrama de una POF usada como LSC.....	6
Figura 2: Absorción de luz (dos niveles de energía).....	10
Figura 3: Niveles de energía de $\text{Eu}(\text{TfFA})_3\text{Phen}$	15
Figura 4: Circuito eléctrico de una célula solar.....	16
Figura 5: Espectro solar AM0 y AM1.5 del estándar ASTM G173.....	18
Figura 6: Distancia recorrida en la fibra (sin refracción).....	28
Figura 7: Distancia recorrida en la fibra (con refracción).....	29
Figura 8: Fibra con dos interfaces.....	30
Figura 9: Atenuación del PMMA en fibra.....	35
Figura 10: Espectro de absorción y emisión (Rh6G).....	36
Figura 11: Espectro de absorción y emisión (RhB).....	37
Figura 12: Espectro de absorción y emisión (Lumogen Red).....	38
Figura 13: Espectro de absorción y emisión (C1).....	39
Figura 14: Espectro de absorción y emisión (C6).....	40
Figura 15: Espectro de absorción y emisión (AC46).....	41
Figura 16: Espectro de absorción y emisión (AC56).....	42

Lista de tablas

Tabla 1: Combinaciones de dopantes simuladas.....	22
Tabla 2: Resultados experimentales y simulados (con 6 cm).....	23
Tabla 3: Resultados experimentales y simulados (longitud de saturación).....	23
Tabla 4: Comparación de sistemas fotovoltaicos en el espacio (AM0).....	24

Abstract/Resumen

The viability of doped plastic optical fibers (POFs) as luminescent solar concentrators to be used in space applications has been studied. For this purpose, a set of computational tools has been developed with the ability to simulate the behavior of doped POFs given known operational parameters. The capabilities of these computational tools include the simulation of multiple organic dye dopants and rare earth dopants in the same fiber. The tools have been adapted for the particularities of space applications.

Se ha estudiado la viabilidad del uso en aplicaciones espaciales de fibras ópticas de plástico (POFs) dopadas como concentradores solares luminiscentes. Con este propósito se ha desarrollado un conjunto de herramientas computacionales capaces de simular el comportamiento de las POFs dopadas dados parámetros operacionales conocidos. Las capacidades de estas herramientas computacionales incluyen la simulación de múltiples dopantes orgánicos y dopantes de tierras raras en la misma fibra. Las herramientas se han adaptado para las particularidades de las aplicaciones espaciales.

Plastikozko fibra optiko (POF) dopatuak espazio aplikazioetan eguzki kontzentragailu lumineszente gisa erabiltzearen bideragarritasuna ikertu da. Muga honekin parametro operazional ezagunak emanda POF dopatuen portaera simulatzeko gai diren tresna konputazional sorta bat garatu da. Tresna hauen gaitasunek hainbat dopatzaile organiko eta lur arraro dopatzaile fibra berean simulatzea barne hartzen dute. Tresnak espazio aplikazioen berezitasunentzat egokitu dira.

Palabras clave: concentrador solar, fibra óptica, simulación, fotovoltaica, aeroespacial

Introducción

Durante el último siglo, la tecnología usada en el sector espacial ha sido objeto de un desarrollo rápido y continuo; la tecnología utilizada en la fabricación de un satélite moderno es incomparable con la utilizada en los primeros vuelos orbitales. Estos avances se dan en todos los aspectos del sector aeroespacial, desde la estructura de un satélite hasta los sistemas de propulsión utilizados para llevar dicho satélite a órbita. Algunas de las tecnologías desarrolladas (por entidades civiles o militares) con fines aeroespaciales encuentran aplicaciones fuera de dicho sector, con lo que la investigación aeroespacial supone también una contribución a la sociedad civil. Este es el caso de la tecnología fotovoltaica.

Un satélite en órbita alrededor de la Tierra, o en cualquier otra trayectoria, tiene unos costes energéticos asociados, como mínimo, con sus sistemas de control y comunicación. La carga útil de un satélite también suele requerir una cantidad de energía eléctrica, y hay tecnologías de propulsión que utilizan electricidad. Ya que el satélite está en el espacio, las fuentes de energía utilizables son limitadas. La fuente de energía más utilizada es el Sol, ya que es una energía disponible (en mayor o menor medida) en todo el sistema solar. Para convertir esa energía en energía eléctrica utilizable se utilizan paneles solares.

Los paneles solares utilizados en el espacio funcionan del mismo modo que los utilizados en tierra. Por ello, investigaciones en el ámbito de las energías renovables son aplicables al sector aeroespacial y viceversa. En este trabajo se presenta una línea de investigación que busca mejorar las tecnologías fotovoltaicas existentes: los concentradores solares.

Un concentrador solar es un sistema óptico diseñado para concentrar la luz solar incidente sobre la superficie del concentrador en una superficie menor. Incorporar un concentrador solar a un sistema fotovoltaico permite reducir el tamaño de las células solares necesarias para producir la misma energía. Debido al elevado coste de dichas células, esto supone en muchos casos una reducción del coste del sistema. Además, las células solares tienen una huella ecológica significativa, principalmente durante su fabricación y reciclaje. Por ello, los concentradores solares suponen también un paso hacia un modelo energético más verde.

Los concentradores solares geométricos se han utilizado durante décadas, principalmente en instalaciones fotovoltaicas a gran escala en la Tierra. Estos concentradores se basan en el uso de espejos para concentrar la luz en un foco. No obstante, en este trabajo se tratan los concentradores solares luminescentes (LSC), que utilizan un mecanismo distinto. Los LSC utilizan una guía de onda capaz de confinar la luz, junto con materiales luminescentes que absorben la luz solar incidente y la emiten en el interior de dicha guía de onda.

El grupo de Fotónica Aplicada de la UPV/EHU ha realizado un número de trabajos de investigación sobre el uso de fibras ópticas de plástico dopadas como concentradores solares. Las fibras ópticas funcionan como concentradores solares cilíndricos, y utilizando un gran número de fibras se puede fabricar un tejido que absorba la luz solar. La ventaja de utilizar fibras ópticas proviene de su versatilidad: las fibras ópticas dopadas se utilizan para otros propósitos además de como concentradores solares, tales como amplificadores ópticos. Por ello, la motivación de este trabajo es realizar un estudio teórico de las fibras dopadas como LSC, desarrollando herramientas de simulación mediante métodos numéricos.

Contexto y estado del arte

Historia de los concentradores solares

La idea de concentrar la luz del sol mediante sistemas ópticos existe desde la antigüedad. Existen registros del uso de lentes en la antigua Grecia[1], y una leyenda narra el uso por parte de Arquímedes de un sistema de este tipo para prender fuego a barcos durante el asedio de Siracusa. En tiempos modernos, el concepto ha sido aplicado principalmente con el propósito de generar energía eléctrica, bien mediante procesos mecánicos en el caso de la energía heliotérmica, o bien utilizando el efecto fotoeléctrico.

Aunque una célula solar es capaz de generar corriente eléctrica mediante el efecto fotoeléctrico sin necesidad de un método para concentrar la luz, dado el elevado coste económico y mediambiental que conlleva la fabricación de dichas células, los concentradores solares han sido objeto de estudio de forma paralela al desarrollo de la tecnología fotovoltaica en sí. No obstante, los concentradores solares geométricos tradicionales presentan varios inconvenientes, tales como la necesidad de controlar la temperatura y orientar el sistema apropiadamente a lo largo del día. Además, estos diseños se utilizan principalmente en instalaciones de gran tamaño.

Con el objetivo de resolver los problemas de las instalaciones fotovoltaicas tradicionales, en las últimas décadas ha aumentado la investigación en el campo de los concentradores solares luminescentes. A diferencia de lo que se conoce comúnmente como concentrador solar, los concentradores solares luminescentes (LSC, Luminescent Solar Concentrator) se basa en el uso de compuestos químicos con propiedades luminescentes, capaces de absorber la luz solar y emitirla posteriormente. Combinar estos dopantes luminescentes con guías de onda que confinan la luz y la depositan en una superficie reducida, se consigue en la práctica concentrar luz en una célula solar de poco tamaño utilizando materiales de menor coste económico y densidad que la célula en sí.

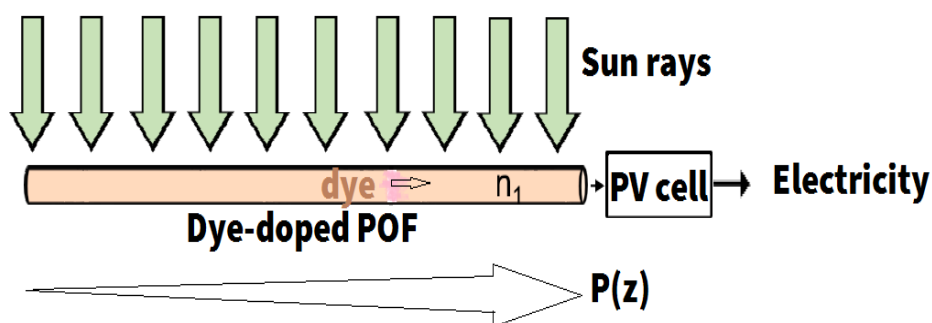


Figura 1: Diagrama de una POF usada como LSC

Fibras ópticas como concentradores solares luminescentes

Aunque los LSC tradicionales no están limitados en la geometría de la guía de onda que utilizan, en la práctica el diseño de LSC más utilizado es el LSC planar, que consiste de una lámina plana de un material transparente embebida durante su fabricación con los dopantes luminescentes que se

desean utilizar. Otras geometrías, especialmente aquellas con aristas y otras discontinuidades, causan problemas a la hora de confinar la luz que reducen la eficiencia del concentrador. Estos LSC planares son especialmente útiles cuando se utilizan a modo de ventana, permitiendo instalaciones fotovoltaicas que serían imposibles de otro modo por motivos estéticos o arquitectónicos[2].

En este trabajo se plantea el uso de fibras ópticas de plástico (POF, Plastic Optical Fiber) como concentradores solares luminescentes. La fabricación de POF dopadas con compuestos luminescentes de varios tipos es un campo investigado en profundidad, ya que las POF dopadas tienen otros usos; además de como concentradores solares, pueden ser utilizadas como amplificadores ópticos para telecomunicaciones[3][4][5], o en sensores capaces de medir diversas magnitudes físicas. Además, el uso de POF dopadas como concentradores solares ha sido objeto de estudio de trabajos de investigación tanto teóricos[5][6][7] como experimentales[6][8][9][10].

Conceptos básicos de los concentradores solares

Los concentradores solares han cobrado especial relevancia en los últimos años por dos motivos fundamentales. Uno de ellos es la cada vez mayor variedad de materiales luminescentes que se han inventado, tales como el lumogen, la rodamina o los quelatos de europio. Los colorantes orgánicos son dopantes muy adecuados para los LSC, debido a su fuerte absorción espectral en el rango de longitudes de onda de alta irradiancia solar, y también por su alto desplazamiento de Stokes, que contribuye a reducir las pérdidas por reabsorción[8][9]. Por otra parte, los dopantes de tierras raras tienen menor absorción pero son mucho más resistentes a la degradación por irradiación solar y por radiación ionizante. Las desventajas de cada tipo de dopante se compensan si se emplean dos o más dopantes simultáneamente [8].

El otro argumento fundamental en favor del uso de POF como LSC es que hoy en día las POF se pueden dopar fácilmente con estos nuevos materiales luminescentes, además de que son flexibles y fáciles de manejar, y tienen su menor atenuación en la zona roja del espectro, que es donde las células solares de silicio tienen mayor responsividad. Es por ello que una POF dopada es el candidato ideal para un LSC. La función de dicha POF es absorber la luz solar incidente mediante los materiales luminescentes con los que se dopa y emitirla de nuevo, confinada en la fibra para ser guiada hacia una célula solar [2][8][11]. Frente a la opción de usar guías de onda planas para el mismo propósito, podemos decir que una fibra óptica circular tiene como ventaja una mayor capacidad de atrapar fotones de manera que se propaguen en direcciones guiadas [12][13]. Por tal motivo, se encuentra que la concentración de luz de una POF dopada es mayor que la que sale de una guía plana luminescente con la misma superficie de exposición al sol y el mismo volumen [14].

El rendimiento global del sistema se suele caracterizar por su eficiencia óptica, que se define como el ratio entre el número de fotones que alcanzan los extremos de la fibra y el número de fotones incidentes en la superficie de la fibra. Dicha eficiencia depende de las concentraciones y características particulares de los dopantes empleados [2][14][15]. Para poder predecir si una combinación de parámetros es efectiva, en este trabajo se pretende utilizar simulación mediante métodos numéricos para calcular dicha eficiencia.

Objetivos del trabajo

Los objetivos del presente trabajo son los siguientes:

- Examinar la viabilidad del uso de concentradores solares luminescentes basados en fibras ópticas de plástico dopadas en el ámbito aeroespacial, especialmente en comparación con las tecnologías utilizadas actualmente (instalaciones fotovoltaicas tradicionales).
- Proveer a futuras investigaciones de un modelo teórico que permita estudiar el comportamiento teórico de dichas fibras.
- A partir del modelo teórico establecido, desarrollar un conjunto de herramientas de simulación numérica capaz de predecir el rendimiento de concentradores solares basados en fibras ópticas de plástico dopadas.
- Particularizar el modelo teórico y herramientas de simulación para su uso en aplicaciones aeroespaciales, considerando los factores que diferencian a estas aplicaciones y que puedan afectar a un concentrador solar (variación del espectro solar, temperatura, radiación ionizante, etcétera).

Beneficios

A corto y medio plazo, el beneficio principal de este trabajo afecta a futuros trabajos de investigación en el campo de los concentradores solares aplicados a la energía fotovoltaica, que pueden utilizar las herramientas desarrolladas para predecir el comportamiento de experimentos prácticos antes de llevarlos a cabo, reduciendo en gran medida el coste y tiempo de dichas investigaciones.

A modo de ejemplo de estos beneficios, considérese un prototipo de concentrador solar que se incluyera en un satélite con el objetivo de estudiar su comportamiento en órbita. Este prototipo tendría un coste económico muy elevado, debido al coste del lanzamiento, y estaría supeditado a la existencia de lanzamientos en los que se pudiera incorporar, por lo que las ventanas de tiempo para el experimento también serían limitadas. Si fuera posible predecir con antelación la combinación de parámetros que dieran al prototipo el máximo rendimiento, la probabilidad de que fueran necesarios múltiples prototipos disminuiría drásticamente.

A largo plazo, los concentradores solares prometen ser un avance importante en el campo de la energía fotovoltaica, incluyendo el sector aeroespacial. Debido a la baja densidad de las fibras ópticas de plástico y su bajo coste de fabricación, además de la elevada durabilidad de algunos dopantes[8], esta tecnología puede ser un competidor serio de la tecnología fotovoltaica convencional.

Metodología

Modelo teórico

Se desea estudiar el comportamiento de una fibra de plástico dopada con materiales luminescentes utilizada como concentrador solar. Para ello, el primer paso es especificar las magnitudes físicas involucradas en los procesos que ocurren en la fibra. En este caso, ya que la fibra se va a utilizar como concentrador solar, la magnitud más importante es la potencia de la luz que circula por el interior de la fibra. Esta potencia se denomina en este trabajo mediante la letra P en general. El método utilizado para calcular el valor de esta magnitud se detalla a continuación.

Además del concentrador solar, en este trabajo se desea estudiar también el siguiente elemento del sistema fotovoltaico: una célula solar que recoge la luz en un extremo de la fibra y genera una corriente eléctrica. La potencia eléctrica generada por dicha célula solar se denota como P_e , y se obtiene a partir de P como se explica en secciones posteriores.

La magnitud P se ve afectada por múltiples fenómenos ópticos que suceden en el interior de la fibra. Si se considera el efecto de estos fenómenos en su conjunto, el resultado es una ecuación diferencial de la magnitud P respecto a dos variables, el tiempo (t) y la posición a lo largo de la fibra z. Nótese que se utiliza la simetría de rotación de la fibra para eliminar las variables x e y, simplificando el análisis considerablemente. Esta ecuación tiene, en general, la siguiente forma:

$$\frac{dP}{dz} = \sum_{process} \left(\frac{dP}{dz} \right)_{process} \quad (1)$$

La ecuación anterior significa que el efecto de los distintos fenómenos físicos se añaden a la ecuación diferencial de forma aditiva. La dependencia respecto a la variable t es introducida por uno de estos efectos. Las ecuaciones que describen cada proceso se detallan en las secciones correspondientes.

Cabe destacar que la ecuación (1) considera la potencia de la fibra como una única magnitud. En la práctica, la potencia de la luz se distribuye en un espectro de longitudes de onda. Por ello, en la simulación la magnitud P se considera como M valores independientes correspondientes a M longitudes de onda. Además, la ecuación diferencial debe ser resuelta también M veces.

La primera componente de la ecuación diferencial en (1) corresponde a la **propagación de la luz** a través de la fibra. Esta componente surge de una versión de primer orden de la ecuación de onda (se utiliza la ecuación de primer orden para simplificar la resolución):

$$\left(\frac{dP}{dz} \right)_{propagation} = \pm \frac{n}{c} \frac{dP}{dt} \quad (2)$$

En la ecuación (2), n se refiere al índice de refracción en el interior de la fibra. El diferencial respecto a t implica que, en principio, la magnitud P depende del tiempo. No obstante, como se verá posteriormente, es posible considerar únicamente el estado estacionario de la solución, en cuyo caso este término se anula.

La segunda componente corresponde a la **atenuación de la luz** como consecuencia de la absorción del material del que está compuesta la fibra (en este caso, PMMA). Su expresión es la siguiente:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{\text{attenuation}} = -\alpha_{\text{PMMA}} P \quad (3)$$

La atenuación del PMMA es medible y se encuentra fácilmente en la literatura. Para realizar cálculos se utiliza este dato con unidades de m^{-1} , pero se suele proporcionar con unidades de dB/m, por lo que es importante utilizar las unidades adecuadas. El factor de conversión es:

$$\alpha(m^{-1}) = \alpha(dB/m) \cdot \frac{\ln 10}{10} = \alpha(dB/m) \cdot 0.23 \quad (4)$$

El resto de fenómenos que se producen en la fibra están asociados a las propiedades luminescentes de los dopantes utilizados. Por ello, es necesario examinar los dopantes desde un punto de vista cuántico. Los dopantes luminescentes tienen un número muy elevado de niveles de energía posibles; considerar todos los niveles por separado no es práctico para una simulación. Cuando un dopante absorbe un fotón de luz, pasa de un estado de menor energía a uno de mayor energía, en función de la longitud de onda del fotón (fotones con menor longitud de onda poseen más energía). A la inversa, cuando un fotón es emitido, la molécula de dopante emisora desciende a un estado menos energético. Por ello, en este trabajo se considera un modelo simplificado de los niveles de energía.

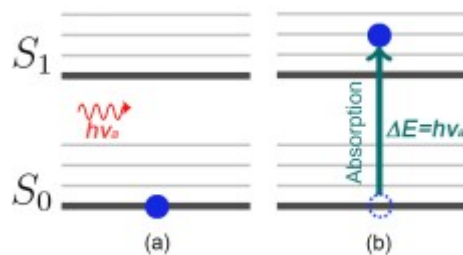


Figura 2: Absorción de luz (dos niveles de energía)

En el caso de los dopantes orgánicos, se utiliza un modelo con dos niveles de energía. Esto da lugar a que la concentración total de moléculas de dopante en la fibra (denominada N , con unidades de moléculas/ m^3), que se supone constante, se distribuya en dos concentraciones (N_1 y N_2) correspondientes a los dos niveles. Por otra parte, estas dos concentraciones no son independientes, por lo que se pueden reducir a una sola magnitud, N_2 . Esta magnitud tiene las mismas unidades que la concentración, aumenta cuando el dopante absorbe luz y disminuye cuando la emite. Todos los procesos restantes en esta sección corresponden a dopantes orgánicos.

Ya que los procesos que se incluyen en la ecuación (1) afectan también a N_2 , el resultado es una segunda ecuación diferencial para la magnitud N_2 , que describe la evolución de la concentración a lo largo del tiempo. Esta ecuación tiene una forma análoga a la anterior:

$$\frac{dN_2}{dt} = \sum_{process} \left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{process} \quad (5)$$

Las ecuaciones (1) y (5) forman un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas. El proceso inicial causado por las propiedades luminescentes del dopante es la **absorción de la luz solar** a través de la superficie de la fibra. Este fenómeno es el que permite el funcionamiento de las POFs dopadas como concentradores solares. Describir analíticamente este fenómeno con precisión es complicado, y por ello es común utilizar técnicas de *raytracing* [16] para trabajos de simulación de concentradores solares. La magnitud que se suele utilizar para cuantificar la absorción es la eficiencia de la absorción ($\eta_{absorption}$) [2]. La eficiencia de la absorción es la fracción de la luz incidente que es absorbida por el dopante, y depende de numerosos factores, incluyendo la concentración del dopante, la geometría y dimensiones del concentrador solar (en este caso, la fibra tiene una sección circular), la refracción y reflexión en las superficies del concentrador, y la capacidad de absorción del dopante (cuantificada mediante la sección eficaz de absorción σ^a).

En este trabajo, se utiliza la siguiente expresión obtenida analíticamente (la derivación completa se encuentra en el anexo 1):

$$\eta_{absorption} = \int_0^1 \hat{e}_1 \cdot \hat{A}^{-1}(u) \cdot \vec{v}(u) du \quad (6)$$

En la ecuación (6), la matriz A y el vector v provienen de la resolución de un sistema de ecuaciones lineales. Este sistema surge de la consideración de un modelo de dos interfases para una fibra con recubrimiento. Las definiciones de A y v incluyen el efecto del diámetro de la fibra, el grosor del recubrimiento, los índices de refracción de la fibra y el recubrimiento, la atenuación del PMMA, y la absorción de cada uno de los dopantes presentes en la fibra.

Una vez definida la eficiencia de la absorción, la energía absorbida en una longitud de onda concreta en un intervalo de tiempo dt y en un segmento de la fibra de longitud dz es

$$dE_{absorbed} = I_{sol} \cdot dt \cdot dz \cdot d\lambda \cdot D \cdot \eta_{absorption} \quad (7)$$

donde I_{sol} representa la irradiancia espectral del sol que alcanza el concentrador solar y D es el diámetro de la fibra. En una sección posterior se analiza en mayor detalle la irradiancia solar en aplicaciones terrestres y espaciales. A partir de la energía absorbida, es posible calcular el efecto de dicha energía sobre la concentración N_2 mediante la siguiente expresión:

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{sol} = \frac{1}{\pi \cdot h \cdot c \cdot D} \int I_{sol}(\lambda) \eta_{absorption}(\lambda) \lambda d\lambda \quad (8)$$

En esta ecuación, h representa la constante de Planck. La integral se realiza sobre el espectro completo de longitudes de onda de la radiación solar, aunque en la práctica solo es necesario considerar las longitudes de onda en las que los dopantes utilizados pueden absorber luz.

Después de absorber la luz solar incidente, el siguiente paso es la **emisión espontánea** de luz por parte del dopante. Esta emisión se produce como consecuencia del decaimiento natural del dopante de un nivel más energético al nivel menos energético. Aunque parte de dicho decaimiento se

produce mediante mecanismos de emisión no radiativa, que no contribuyen favorablemente al funcionamiento del concentrador solar, para los dopantes considerados en este trabajo la fracción de emisiones no radiativas es lo suficientemente pequeña para ser ignorada.

Otro factor de pérdidas a tener en cuenta es la fracción de la emisión que se pierde al escapar de la fibra. Para que la luz se propague por el interior de la fibra es necesario que se produzca el fenómeno de reflexión total interna en la superficie de la fibra. Ya que la emisión espontánea es omnidireccional, solo una parte de la emisión cumple este requisito. La fracción de la emisión espontánea que es guiada por el interior de la fibra se denomina β y depende del índice de refracción n de la fibra del siguiente modo:

$$\beta = \frac{n-1}{2 \cdot n} \quad (9)$$

Nótese que esta fracción corresponde a la emisión guiada en el interior de la fibra en un sentido de propagación, por lo que realmente se conserva el doble de esta fracción. Para el caso del PMMA, esta fracción es de alrededor del 15%.

Debido a que la emisión del dopante se produce desde un número infinito de niveles energéticos, es necesario considerar la longitud de onda de la emisión. Esta longitud de onda se modela mediante una distribución de probabilidad. Esta distribución de probabilidad se representa como WNSP (*Weights of Normalized SPontaneous emission*) y en este trabajo se asume que tiene la misma forma que la sección eficaz de emisión (σ^e).

El efecto de la emisión espontánea sobre la magnitud N_2 se describe mediante la siguiente ecuación (donde τ representa la vida media del estado excitado del dopante):

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{spontaneous} = -\frac{N_2}{\tau} \quad (10)$$

Y el efecto de la emisión espontánea sobre P (con longitud de onda λ) como:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{spontaneous} = \frac{N_2}{\tau} \cdot \beta(\lambda) \cdot WNSP(\lambda) \cdot \frac{Y}{\lambda} \quad (11)$$

En la ecuación (11) se introduce el símbolo Y . Este símbolo representa la constante de conversión entre potencias (P) y concentraciones (N_2), que aparece en numerosas ocasiones en este desarrollo y por ello es conveniente definir de la siguiente manera:

$$Y = \frac{\pi \cdot h \cdot c \cdot D^2}{4} \quad (12)$$

La absorción y posterior emisión de la luz por parte del dopante es suficiente para el funcionamiento de un concentrador solar. No obstante, en la práctica se produce otro fenómeno que afecta significativamente al rendimiento, y por ello es necesario modelar: la **reabsorción**, es decir, la absorción por parte del dopante de la luz que se propaga ya por el interior de la fibra. Este fenómeno no deseado reduce la luz que llega a los extremos del concentrador solar, y por ello es importante minimizar. El efecto de la reabsorción sobre P se describe matemáticamente como:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{\text{reabsorption}} = -(N - N_2) \cdot \sigma^a(\lambda) \cdot P(\lambda) \quad (13)$$

Por otra parte, el efecto de la reabsorción sobre N_2 es la suma de la reabsorción de la luz en todo el espectro de longitudes de onda, y corresponde a la siguiente expresión:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{reabsorption}} = \frac{(N - N_2)}{Y} \cdot \int \sigma^a(\lambda) P(\lambda) \lambda d\lambda \quad (14)$$

Además de la reabsorción, merece la pena incluir otro fenómeno que se produce, conocido como **emisión estimulada**. La emisión estimulada se produce cuando un fotón de luz interactúa con una molécula de dopante, causando la emisión de un segundo fotón que es idéntico al primero, tanto en longitud de onda como en dirección. La emisión estimulada es de gran importancia para fibras dopadas utilizadas como amplificadores ópticos, pero en un concentrador solar su efecto es mínimo. No obstante, incluir este efecto en la simulación es trivial. El efecto de la emisión estimulada sobre P es:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{\text{stimulated}} = N_2 \cdot \sigma^e(\lambda) \cdot P(\lambda) \quad (15)$$

Y sobre N_2 :

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{stimulated}} = -\frac{N_2}{Y} \cdot \int \sigma^e(\lambda) P(\lambda) \lambda d\lambda \quad (16)$$

Efecto del *quenching* por concentración

El *quenching* (o extinción de la emisión) es una consecuencia de las interacciones no radiativas entre múltiples moléculas de dopante. Estas interacciones pueden producirse entre moléculas del mismo dopante o entre múltiples dopantes. A día de hoy existen pocas simulaciones teóricas de este efecto. No obstante, a partir de trabajos de investigación experimentales [17] ha sido posible incluir el efecto del *quenching* para algunos dopantes. El *quenching* se modela mediante una tasa de decaimiento r_{quench} que depende de la concentración N pero permanece constante durante la simulación. Su expresión es la siguiente:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{quench}} = -r_{\text{quench}} N_2 \quad (17)$$

Se han realizado con éxito simulaciones incluyendo este efecto para varios dopantes. En todos los casos se ha podido constatar que para los rangos de concentraciones utilizados en este trabajo, el efecto del *quenching* por concentración es mínimo, con una variación en la potencia generada menor al 0.5%. Estos resultados coinciden con las conclusiones alcanzadas en el trabajo experimental original[17]. No obstante, es un fenómeno que sería necesario tener en cuenta si se deseara aumentar la eficiencia de un concentrador solar a base de aumentar la concentración de dopante.

Inclusión de múltiples dopantes

El concepto más básico de concentrador solar luminescente utiliza un solo dopante para absorber la luz solar y emitirla en el interior de la guía de onda. No obstante, el uso de múltiples dopantes es una forma de aumentar la eficiencia del concentrador solar, ya que los dopantes pueden aprovechar un rango mayor de longitudes de onda de la radiación solar. El método de simulación presentado en este trabajo es capaz de simular este tipo de concentradores. En esta sección se detallan las modificaciones al modelo teórico necesarias para ello.

La modificación más importante se da en el cálculo de la absorción de la luz solar. Ya que la luz solar atraviesa la sección transversal de la fibra, la absorción depende de muchos factores; en el caso de una fibra con múltiples dopantes, la absorción de cada dopante depende de los espectros de absorción de todos los dopantes. La expresión de A y v en la ecuación (6) debe ser modificada, como se detalla en el anexo 1.

La otra modificación corresponde al resto de procesos causados por los dopantes: la emisión espontánea, la reabsorción y la emisión estimulada. En el caso de múltiples dopantes, estos procesos deben considerarse para cada dopante por separado. Por lo tanto, para una fibra con M dopantes, la ecuación (1) tendrá M términos correspondientes a cada uno de estos procesos, uno por cada dopante.

Estas dos modificaciones permiten simular una fibra con múltiples dopantes con suficiente precisión en la mayor parte de supuestos. No obstante, existen otras interacciones entre dopantes que no se han considerado, ya que su efecto para concentraciones razonables de los dopantes es muy pequeño. Por ejemplo, es posible que se produzcan transferencias de energía entre los dopantes[18], en las que una molécula de un dopante transfiere directamente la energía a una molécula de otro dopante, sin emisión de luz, y en dicha transferencia se producen pérdidas de energía que reducen la eficiencia del concentrador. Estos efectos pueden ser una fuente de error significativa si se simulan fibras con concentraciones muy elevadas de dopantes.

Adaptación a dopantes de tierras raras

Se han descrito los procesos luminescentes que tienen lugar en una fibra dopada con colorantes orgánicos. Para ello, se ha utilizado para el dopante orgánico un modelo simplificado con dos niveles de energía. En esta sección se pretende encontrar expresiones análogas que describan el comportamiento de un dopante basado en una tierra rara.

Los dopantes basados en tierras raras tienen una estructura energética diferente a los colorantes orgánicos. Consisten en un átomo de una tierra rara rodeado de un ligando orgánico, ya que los átomos de tierras raras no se disuelven correctamente en la matriz de PMMA por sí mismos. El ligando orgánico absorbe de la luz incidente, y transfiere la energía absorbida al átomo de tierra rara. Posteriormente, el átomo pasa del nivel más energético a un nivel menos energético y emite un fotón de luz. Esta estructura dual hace que el modelo de los niveles energéticos del dopante sea más complicado. Una vez más, en este trabajo se utiliza un modelo simplificado. En este caso, se consideran tres niveles energéticos: el nivel de menor energía corresponde a una molécula de dopante antes de absorber un fotón; el segundo nivel es el resultado de la absorción de luz por parte del ligando, pero antes de transferir la energía a la tierra rara; y el tercer nivel corresponde a la ionización de la tierra rara en el estado más energético.

En la figura 3 se muestra un esquema más completo de los niveles de energía del sistema europio-ligando. Los niveles de energía superiores se pueden despreciar, y 5D_1 y 5D_0 se tratan como un solo nivel D en el modelo, ya que la transición entre ambos niveles (W_2 en la figura) es muy rápida. Por otra parte está el nivel de energía T del ligando, que es un nivel de energía triplete, por lo que la transmisión de T a S_0 es muy reducida y domina la transferencia entre los niveles D y T, que forman un estado de equilibrio.

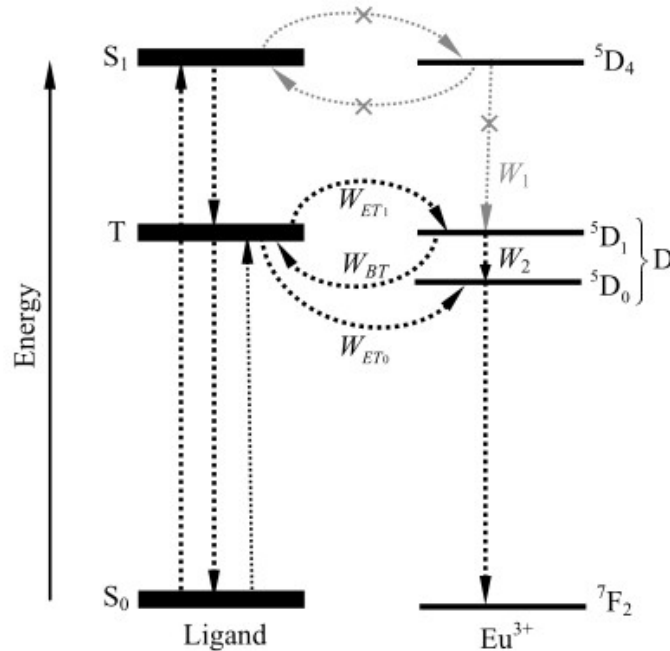


Figura 3: Niveles de energía de $Eu(TTFA)_3Phen$

Para representar este modelo con tres niveles de energía, se definen dos concentraciones N_D y N_T , análogas a N_2 para dopantes orgánicos. En la figura 3 se ven las siguientes transiciones energéticas a considerar: de S_0 a T mediante absorción de luz por el ligando; de T a D y viceversa, mediante transferencia no radiativa; de T a S_0 vía decaimiento del nivel de energía triplete, con una tasa de decaimiento muy reducida; y de D al nivel inicial mediante emisión por parte del europio.

Por lo tanto, el coeficiente de atenuación causado por un dopante de este tipo es el siguiente:

$$\alpha_{earth} = \sigma^a \cdot (N - N_D - N_T) \approx \sigma^a \cdot N \quad (18)$$

Este coeficiente de atenuación se utiliza en el cálculo de la absorción de luz solar (ver anexo 1). Además de la absorción de luz solar, el dopante también causa reabsorción de la potencia en la fibra:

$$\left(\frac{dP}{dz} \right)_{reabsorption} = -(N - N_D - N_T) \cdot \sigma^a(\lambda) \cdot P(\lambda) \quad (19)$$

Y dicha reabsorción causa un aumento de la concentración N_T :

$$\left(\frac{dN_T}{dt} \right)_{reabsorption} = \frac{(N - N_D - N_T)}{Y} \cdot \int \sigma^a(\lambda) P(\lambda) \lambda d\lambda \quad (20)$$

Por otra parte, la emisión espontánea afecta por separado a N_T y N_D , de la siguiente manera:

$$\left(\frac{dN_T}{dt}\right)_{spontaneous} = \frac{-N_T}{\tau_T} \quad (21)$$

$$\left(\frac{dN_D}{dt}\right)_{spontaneous} = \frac{-N_D}{\tau_D} \quad (22)$$

Como se ha dicho antes, el decaimiento del nivel de energía T es despreciable, y además se da principalmente por mecanismos no radiativos, por lo que se considera que no afecta significativamente a P. La emisión del nivel D del europio, por otra parte, es significativa, y análoga al funcionamiento de los dopantes orgánicos, y se describe mediante la siguiente expresión:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{spontaneous} = \frac{N_D}{\tau_D} \cdot \beta(\lambda) \cdot WN_{SP}(\lambda) \cdot \frac{Y}{\lambda} \quad (23)$$

Finalmente, la emisión estimulada es análoga a la reabsorción una vez más:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{stimulated} = N_D \cdot \sigma^a \cdot P \quad (24)$$

$$\left(\frac{dN_D}{dt}\right)_{stimulated} = \frac{-N_D}{Y} \cdot \int \sigma^a(\lambda) P(\lambda) \lambda d\lambda \quad (25)$$

Modelo de la célula solar

Aunque el objeto de estudio del presente trabajo es la fibra óptica de plástico dopada utilizada como concentrador solar, para poder comparar esta tecnología con una instalación fotovoltaica tradicional es necesario trabajar en términos de potencia eléctrica. No obstante, un concentrador solar genera potencia en forma de luz, por lo que es necesario analizar el siguiente elemento del sistema, es decir, la célula solar a la que alimenta el concentrador, que realiza la conversión de potencia de luz a potencia eléctrica. En esta sección se detalla el método para simular esta célula solar.

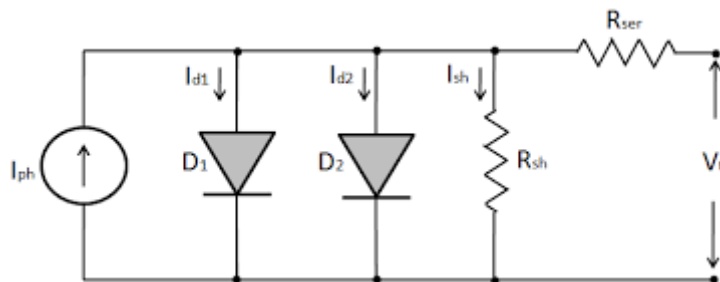


Figura 4: Circuito eléctrico de una célula solar

El modelo comúnmente utilizado para describir el comportamiento eléctrico de una célula solar se muestra en la figura 4. Este modelo incluye un generador ideal de corriente, que representa la corriente producida por el efecto fotoeléctrico, y dos diodos que representan la juntura P-N que compone la célula solar. Se utilizan dos diodos para representar con mayor precisión un diodo no ideal, y uno de ellos tiene un factor de idealidad de 2 en lugar de 1. Estos diodos causan que parte de la corriente generada se pierda, en función de la tensión a la que se someta la célula. Por ello, existe una potencia máxima que se puede obtener de la célula solar.

Para obtener la potencia máxima que se puede obtener, se aplican las leyes de Kirchhoff junto con la ecuación de Shockley al circuito de la figura 4. El resultado es la siguiente ecuación, que relaciona la corriente de salida I con la tensión V :

$$I(V) = I_{ph} - I_{sat1} \left(e^{\frac{V}{V_t}} - 1 \right) - I_{sat2} \left(e^{\frac{V}{2 \cdot V_t}} - 1 \right) \quad (26)$$

La potencia máxima se obtiene igualando la derivada de la potencia respecto a la tensión a 0, lo que permite obtener el valor V_{max} para el que se maximiza la potencia eléctrica:

$$\frac{dP}{dV}(V_{max}) = 0 \rightarrow I(V_{max}) + V_{max} \cdot \frac{dI}{dV}(V_{max}) = 0 \quad (27)$$

Sustituyendo la ecuación (26) en la ecuación (27) se obtiene la ecuación a resolver. No obstante, esta ecuación no tiene una solución analítica en términos de funciones elementales. Por ello, se ha optado por resolver numéricamente el valor V_{max} mediante el método de Newton-Raphson. La resolución completa se encuentra en el anexo 1. Una vez obtenida la tensión máxima V_{max} , obtener la potencia máxima es simple:

$$P_{max} = V_{max} \cdot I(V_{max}) \quad (28)$$

Irradiancia solar en distintos entornos

Debido a que el objetivo de un concentrador solar es la absorción de luz solar para su conversión en energía eléctrica, es evidente que la irradiancia solar es un factor fundamental a la hora de estudiar el rendimiento de un concentrador solar. El término “irradiancia solar” denota la potencia total por unidad de superficie que se recibe del sol, así como a la distribución de esta potencia en el espectro de longitudes de onda. También se utiliza comúnmente la “constante solar”, que representa el valor total de la potencia por unidad de superficie, y en el exterior de la atmósfera tiene un valor medio de 1367 W/m^2 .

La irradiancia solar varía en función del entorno. De hecho, la irradiancia solar es una de las diferencias más importantes entre una instalación fotovoltaica en la superficie de la Tierra y una en el espacio. La atmósfera terrestre tiene un efecto importante en la radiación solar: una parte de la radiación es absorbida, otra parte es desviada (*scattering*) y otra parte alcanza la superficie. En general, la atmósfera presenta un gran número de franjas de absorción, correspondientes a distintos compuestos químicos, que eliminan rangos de longitudes de onda. Además, las longitudes de onda que el sol produce en mayor medida (alrededor de 500 nm) son absorbidas en un 25% por la atmósfera. El resultado es una potencia total menor, de alrededor de 900 W/m^2 comparado con 1367 W/m^2 en el exterior de la atmósfera.

Además de los efectos de la atmósfera, otro factor importante que afecta a la irradiancia solar es la distancia respecto al Sol. Aunque la distancia no afecta a la distribución espectral de la radiación solar, sí afecta a la potencia incidente. La potencia total que incide sobre una superficie es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al Sol. Esto es una consideración vital en el caso de misiones interplanetarias; por ejemplo, la constante solar en órbita sobre Marte es de 587 W/m^2 , un 43% de su valor en órbita sobre la Tierra. También hay una ligera variación de la constante solar en el entorno terrestre, debido a la ligera excentricidad de la órbita de la Tierra alrededor del sol, que causa variaciones de hasta un 5% respecto al valor nominal.

Existen estándares que definen el valor y distribución espectral de la radiación solar. El efecto de la atmósfera se cuantifica mediante el coeficiente de masa de aire (AM), que representa la longitud media del camino óptico que recorre la luz. El estándar AM0 corresponde a la radiación solar fuera de la atmósfera, mientras que el estándar AM1.5 es la referencia para la radiación solar en la superficie de la Tierra, en condiciones atmosféricas normales.

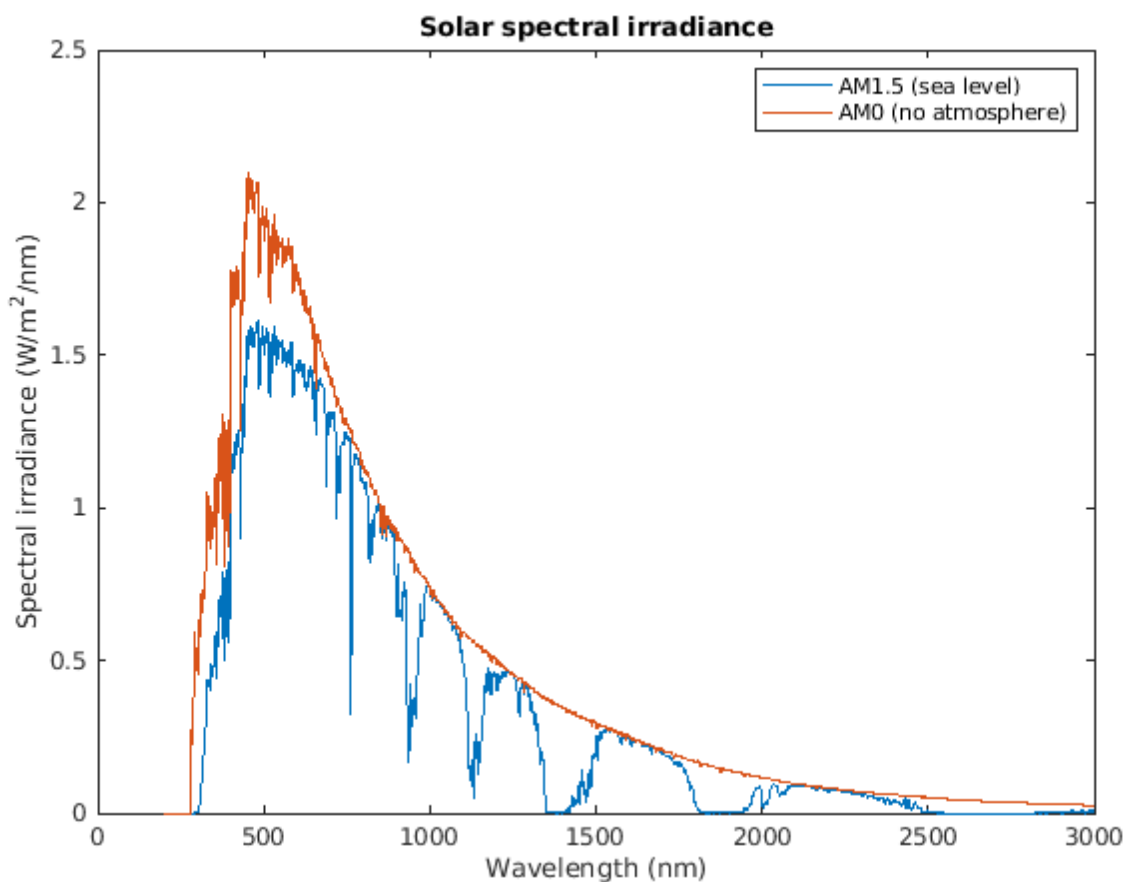


Figura 5: Espectro solar AM0 y AM1.5 del estándar ASTM G173

Prototipo de concentrador solar

Con el propósito de ofrecer una comparación entre un sistema fotovoltaico tradicional y un sistema con un concentrador solar luminescente, en esta sección se presenta un posible concepto de concentrador solar basado en fibras ópticas de plástico dopadas, así como un sistema tradicional equivalente. Este prototipo está pensado para su uso en una aplicación aeroespacial: concretamente, el objetivo es sustituir los paneles solares desplegable de un satélite ficticio en órbita alrededor de

la Tierra con concentradores solares. Ya que uno de los costes más importantes en el despliegue de un satélite es el lanzamiento, y el coste del lanzamiento escala con la masa del satélite, se establece que ambos sistemas (prototipo y tradicional) tendrán la misma masa.

Para el sistema tradicional, existen múltiples tecnologías que pueden utilizarse como referencia. Entre las tecnologías en uso actualmente, la mayor eficiencia de conversión se obtiene utilizando células solares de triple unión, que utilizan tres materiales semiconductores con saltos de banda diferentes para absorber un rango más amplio de longitudes de onda. Los paneles con esta tecnología suelen tener una eficiencia de conversión de alrededor del 33%[19]. Por otra parte, merece la pena considerar también células solares de una sola unión, entre las cuales las células de silicio son las más asequibles y usadas en misiones con menor consumo energético. Estas células logran una eficiencia de alrededor de un 17%[19]. Se toma para ambas tecnologías una densidad por unidad de superficie del panel de 4.12 kg/m^2 [19].

Por otra parte, es necesario definir las características que debe tener el prototipo de concentrador solar para maximizar la potencia generada. El concentrador consiste en un tejido de fibras de plástico dopadas tendidas sobre una superficie reflectante de grosor despreciable. En el extremo de las fibras se sitúan células solares que absorben la luz capturada por el concentrador. El factor más importante a la hora de determinar la densidad por unidad de superficie del concentrador es el diámetro de las fibras utilizadas, que a su vez determina el grosor del concentrador. Un diámetro menor permite abarcar una superficie mayor con la misma masa; en este trabajo no se ha considerado la dificultad de almacenar y desplegar los paneles de mayor tamaño. Por otra parte, un diámetro menor implica también una menor absorción de la luz solar. Se toma para el prototipo un diámetro de fibra de $100 \mu\text{m}$.

La densidad del PMMA es de 1180 kg/m^3 . Asumiendo un grosor del concentrador de $100 \mu\text{m}$, la densidad por unidad de superficie del concentrador es de 0.118 kg/m^2 . Para incluir la masa adicional de los componentes electrónicos necesarios, los elementos estructurales para soportar la masa del panel y los mecanismos de despliegue, este valor se incrementa un 50% adicional. Por lo tanto, se toma una densidad de 0.177 kg/m^2 para el concentrador.

Utilizando la masa de referencia de 20 kg y la densidad de ambos sistemas, se obtiene que el panel solar tradicional tendría una superficie de 4.85 m^2 , y el concentrador solar tendría 113 m^2 . La superficie mayor es el factor clave que permite a un concentrador solar competir con un panel solar tradicional.

Se han realizado simulaciones para comparar el rendimiento de ambos sistemas en el entorno espacial en el que deben operar. Los resultados de estas simulaciones se presentan en una sección posterior.

Métodos de simulación

Para la implementación práctica de los algoritmos presentados en este trabajo, ha sido necesario utilizar un lenguaje de programación orientado a la computación científica. Ejemplos de estos lenguajes de programación incluyen MATLAB, Python (utilizando librerías especializadas como por ejemplo SciPy), y R. Se ha tomado la decisión de utilizar MATLAB, principalmente por un mayor nivel de conocimiento previo del lenguaje, así como la existencia de desarrollos previos que utilizan MATLAB.

La simulación se basa en la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales descrito anteriormente por métodos numéricos. La elección de los métodos a utilizar y los parámetros introducidos en dichos métodos determinan la precisión de las simulaciones así como el tiempo de computación. En lo que respecta a los métodos, en la realización de este trabajo se han considerado varios métodos de resolución.

El primer método considerado es aplicar FDM (método de diferencias finitas) directamente al sistema. Ya que el sistema tiene dos variables independientes (t y z), es necesario aplicar diferencias finitas a ambas variables. Para ello se definen intervalos de paso respectivos dt y dz, se determinan las condiciones iniciales correspondientes y se realiza la simulación.

Al poner en práctica este método, uno se da cuenta del segundo problema que presentan las ecuaciones presentadas: su dependencia de la longitud de onda de la luz. Las propiedades ópticas de la fibra y de los dopantes utilizados varían en función de dicha longitud de onda, y el resultado es que la luz que circula por la fibra tiene a su vez un espectro, en lugar de una sola magnitud. Para determinar la forma de dicho espectro, la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales se realiza también en función de la longitud de onda. Para ello, es necesario discretizar también la variable λ ; se introduce un intervalo $d\lambda$ y se divide el espectro.

Dejando de lado imprecisiones causadas por la inexactitud del modelo teórico, este método de resolución es capaz de lograr un nivel de precisión arbitrario reduciendo los intervalos dt, dz y $d\lambda$ lo suficiente. No obstante, este método también tiene un coste computacional muy elevado debido a la necesidad de iterar respecto a tres parámetros. Si se desea lograr mayor granularidad en los resultados, el tiempo de simulación resulta impráctico. Por ello, es conveniente desarrollar un nuevo método que permita reducir este tiempo.

Al realizar simulaciones de fibras como concentradores solares utilizando el primer método, se observa un comportamiento asintótico por parte de la potencia, que tiende a estabilizarse en un valor constante muy rápido. El tiempo de estabilización en el caso de fibras con colorantes orgánicos es del orden de nanosegundos, y en el caso de dopantes de tierras raras es del orden de milisegundos. En ambos casos, este tiempo de estabilización es despreciable, y el valor que realmente se desea obtener es el alcanzado al final, es decir, en el estado estacionario de la fibra. Resolver el sistema de ecuaciones anterior para el estado estacionario se simplifica, ya que por definición, en dicho estado estacionario todos los diferenciales respecto a la variable t se anulan. Utilizando esta condición, el problema se simplifica.

Concretamente, la ecuación (5) se convierte en la siguiente:

$$\sum_{process} \left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{process} = 0 \quad (29)$$

Sustituyendo los términos para los procesos más comunes en una fibra con un solo colorante orgánico:

$$-\frac{N_2}{\tau} - \frac{N_2}{Y} \int (\sigma^e(\lambda) + \sigma^a(\lambda)) P(\lambda) \lambda d\lambda + \frac{N}{Y} \int \sigma^a(\lambda) P(\lambda) \lambda d\lambda = 0 \quad (30)$$

Las variables a resolver son P (para cada valor de λ) y N_2 . La ecuación (30) muestra que N_2 es una combinación lineal de los valores de P . Por ello, calcular N_2 a partir de P en cada iteración es posible. Por otra parte, la ecuación (1) sigue siendo una ecuación diferencial respecto a la variable z . Además, esta ecuación se repite para cada valor de λ , y en general las ecuaciones están acopladas entre sí. Por ello, si se han tomado M valores discretos de λ , el sistema a resolver es un sistema de ecuaciones diferenciales respecto a la variable z con M ecuaciones y M variables dependientes. Esto se cumple en general, para fibras con múltiples dopantes de diferentes tipos, aunque las ecuaciones concretas serán diferentes.

El siguiente paso es la resolución de dicho sistema. Ya que este sistema tiene una sola variable independiente, la decisión natural es aplicar FDM una vez más al nuevo sistema. El problema de aplicar FDM directamente aparece posteriormente, cuando se desea simular la propagación de la luz a lo largo de la fibra en ambas direcciones, lo que duplica la ecuación (1) con distintas condiciones de contorno. En ese caso, la expresión para N_2 obtenida de la ecuación (30) pasa a depender de los valores de P en ambas direcciones.

Para permitir la resolución del sistema en ambas direcciones al mismo tiempo, sin necesidad de iterar respecto a la variable t , se utiliza una variación del método anterior. Una vez más, los valores de P se obtienen mediante FDM sobre la variable independiente z , pero no se sustituye ninguna expresión para N_2 . En su lugar, se realizan varias iteraciones: en cada iteración, se calcula el valor de N_2 a partir de los valores de P en ambas direcciones obtenidos en la iteración anterior, y después se realiza FDM utilizando los valores calculados de N_2 . Esto resuelve el problema anterior, y supone una reducción importante del tiempo de simulación, ya que aunque es necesario realizar FDM respecto a z varias veces, este método converge rápidamente, en general en menos de una docena de iteraciones, a diferencia del método FDM bidimensional, que supone en todos los casos al menos varios cientos de iteraciones respecto a t .

Resultados

Comparación con resultados experimentales

A modo de prueba de concepto de la precisión obtenida por las simulaciones, en esta sección se presentan resultados experimentales extraídos de la literatura científica, junto con los resultados que predicen las simulaciones para las mismas condiciones.

En este trabajo se han simulado resultados publicados[8] de fibras con dopantes de tierras raras (concretamente, un compuesto con base de europio) y dopantes orgánicos. Las características relevantes de las fibras se presentan en la tabla 1. Todas las medidas corresponden a fibras de 1 mm de diámetro, 6 cm de longitud iluminada y 3 cm de longitud no iluminada.

Tabla 1: Combinaciones de dopantes simuladas

Identificador	Dopante 1	N (dopante 1) (m ⁻³)	Dopante 2	N (dopante 2) (m ⁻³)
1	Eu(TTFA) ₃ Phen	$5.923 \cdot 10^{21}$	Coumarin 1	$1.777 \cdot 10^{21}$
2	Eu(TTFA) ₃ Phen	$1.777 \cdot 10^{22}$	Coumarin 1	$5.330 \cdot 10^{21}$
3	Eu(TTFA) ₃ Phen	$5.923 \cdot 10^{21}$	Lumogen Orange	$5.923 \cdot 10^{21}$
4	Eu(TTFA) ₃ Phen	$1.777 \cdot 10^{22}$	Lumogen Orange	$1.777 \cdot 10^{22}$
5	Eu(TTFA) ₃ Phen	$2.961 \cdot 10^{22}$	Lumogen Orange	$1.777 \cdot 10^{22}$
6	Eu(TTFA) ₃ Phen	$5.923 \cdot 10^{21}$	Coumarin 6	$1.777 \cdot 10^{22}$
7	Eu(TTFA) ₃ Phen	$1.777 \cdot 10^{22}$	Coumarin 6	$5.923 \cdot 10^{22}$
8	Eu(TTFA) ₃ Phen	$2.961 \cdot 10^{22}$	Coumarin 6	$2.961 \cdot 10^{22}$
9	Coumarin 1	$3.554 \cdot 10^{22}$	Coumarin 6	$5.923 \cdot 10^{21}$
10	Coumarin 1	$1.185 \cdot 10^{23}$	Coumarin 6	$1.777 \cdot 10^{22}$
11	Coumarin 1	$4.146 \cdot 10^{22}$	Coumarin 6	$5.923 \cdot 10^{22}$

Se han realizado simulaciones utilizando los datos de la tabla 1. En la tabla 2 se presentan los valores experimentales[8] de la potencia de luz P, junto con los resultados simulados correspondientes.

Tabla 2: Resultados experimentales y simulados (con 6 cm)

Identificador	P (experimental) (μW)	P (simulada) (μW)
1	4.8	2.9
2	8.7	8.1
3	85	56
4	125	126
5	140	126
6	83	148
7	121	338
8	136	204
9	69	70.8
10	95	163
11	120	341

En la tabla 2 se observa como los resultados simulados muestran la misma tendencia general que los resultados experimentales, y de los 11 valores simulados, 6 de ellos muestran una diferencia de menos de un 30%. En los casos con un error mayor, hay varias causas posibles: por un lado, es posible que se esté produciendo un fenómeno no incluido en el modelo teórico (por ejemplo, *quenching* por concentración[17]); por otro lado, el error puede deberse a haber utilizado parámetros incorrectos para modelar los dopantes. El error también puede estar causado por defectos de fabricación de la fibra o error experimental, que no se consideran en el modelo.

En otro trabajo[20] se estudia el comportamiento de fibras con los mismos dopantes y concentraciones, en esta ocasión aumentando la longitud de las fibras hasta alcanzar un estado de saturación. Para las combinaciones de dopantes 5, 8 y 11 de la tabla 1, se da la longitud de saturación de la fibra así como la potencia P obtenida con dicha longitud. En la tabla 3 se comparan los resultados experimentales con las simulaciones realizadas con los mismos parámetros.

Tabla 3: Resultados experimentales y simulados (longitud de saturación)

Diámetro (mm)		0.6	0.75	1	1.5	2
[Eu/L] ₃ ID: 5	L _{sat} (cm)	138	203	240	173	301
	P (experimental) (μW)	140	256	563	615	1041
	P (simulada) (μW)	140	266	500	921	2008
[EU/C6] ₃ ID: 8	L _{sat} (cm)	288	458	647	308	280
	P (experimental) (μW)	158	380	1005	876	935
	P (simulada) (μW)	596	1291	2768	3368	5118
[C1/C6] ₃ ID: 11	L _{sat} (cm)	235	496	624	203	213
	P (experimental) (μW)	203	430	890	895	1022
	P (simulada) (μW)	689	1484	2632	2974	4758

Se observa que los resultados simulados siguen la curva general de los datos experimentales, pero son significativamente mayores de lo esperado. La diferencia es más pronunciada en el caso de longitudes de saturación mayores. Un motivo probable es el efecto de fenómenos de transferencia energética u otros que no están considerados en el modelo.

Resultados del prototipo

En esta sección se compara el rendimiento del prototipo de concentrador solar presentado anteriormente con las tecnologías actualmente en uso en el sector aeroespacial. Se ha mostrado que un concentrador solar puede tener una densidad menor que un panel fotovoltaico tradicional, y por tanto abarcar una mayor superficie. Bajo estas condiciones, y suponiendo una masa del sistema fotovoltaico de 20 kg en todos los casos, se compara la potencia producida por los distintos sistemas, de acuerdo con las simulaciones realizadas.

En el caso del concentrador solar, hay varios factores adicionales que es necesario determinar. En primer lugar, la longitud de los segmentos de fibra utilizados: las fibras de mayor longitud tienden a saturarse a partir de un punto, por lo que segmentos más cortos pueden obtener mayor potencia en la misma superficie. Pero el uso de segmentos más cortos obliga a incluir en el sistema un mayor número de células solares, por lo que reducir esta longitud en exceso conlleva un aumento de la densidad. Se han llevado a cabo simulaciones con múltiples longitudes. Todas las simulaciones se han llevado a cabo usando el espectro solar AM0.

En segundo lugar, los dopantes utilizados en el concentrador y sus concentraciones. En la sección anterior se observa que de las combinaciones de dopantes simuladas, los mejores resultados se obtienen con la combinación de europio y coumarina 6, por lo que se ha decidido utilizar esta misma combinación. Respecto a las concentraciones, debido al menor diámetro de las fibras utilizadas, es conveniente utilizar una concentración mayor para aumentar la absorción de luz. Todas las simulaciones presentadas utilizan una concentración de coumarina 6 de 0.12 mol% y una concentración de europio de 0.005 mol%. Como se ha mencionado antes, las concentraciones de dopante por encima de un límite resultan en pérdidas causadas por el *quenching* por concentración; de no ser por este fenómeno, sería más conveniente utilizar concentraciones aun mayores. En la tabla 4 se muestran los valores de la potencia para los distintos casos.

Tabla 4: Comparación de sistemas fotovoltaicos en el espacio (AM0)

Sistema	Potencia generada (W)	Densidad de potencia (W/kg)	Eficiencia (%)
Concentrador solar (5 cm)	626	31.3	28.7
Concentrador solar (10 cm)	620	31.0	28.4
Concentrador solar (20 cm)	612	30.6	28.1
Fotovoltaico (unión única, Si)	1117	55.9	51.3
Fotovoltaico (triple unión)	2180	109	100

En la tabla se observa que el rendimiento obtenido por el LSC aumenta según disminuye el tamaño de las fibras utilizadas. El mejor LSC genera un 60% de la potencia de un panel solar de silicio y un 30% de la potencia de un panel de triple unión.

Conclusiones

Se ha estudiado teóricamente el comportamiento de fibras ópticas de plástico (POF) dopadas con diversos dopantes para su uso como concentradores solares luminescentes (LSC). Este estudio teórico se ha llevado a cabo principalmente mediante simulaciones, para lo cual se ha desarrollado un conjunto de herramientas de simulación utilizando métodos numéricos. Se han analizado teóricamente por primera vez fibras codopadas con quelatos de europio y colorantes orgánicos, y se ha estudiado la viabilidad de estas fibras como LSC para aplicaciones aeroespaciales, considerando los factores que diferencian dichas aplicaciones de aplicaciones en tierra. También se ha diseñado un prototipo ficticio de panel solar que utiliza un LSC para reducir la masa total del sistema fotovoltaico y así reducir costes.

Las simulaciones realizadas se han comparado con trabajos de investigación existentes con el objetivo de verificar su validez. Los resultados obtenidos coinciden en su mayoría con los datos experimentales con un margen de error razonable. Por ello, se puede concluir que las simulaciones permiten predecir al menos el comportamiento aproximado de las POF usadas como LSC en función de diversos parámetros, así como dar una idea de la capacidad de generación de potencia. No obstante, se observa también una discrepancia significativa entre las simulaciones y los datos experimentales para longitudes de fibra mayores, lo que indica que hay fenómenos físicos que no se están considerando en el modelo teórico.

En el caso del prototipo diseñado, se han realizado simulaciones utilizando los parámetros decididos. Los resultados se han comparado con datos de la NASA sobre los paneles fotovoltaicos utilizados a día de hoy en aplicaciones aeroespaciales. Utilizando fibras con dopantes y concentraciones posibles a día de hoy, se ha obtenido una eficiencia de alrededor del 30% de la eficiencia máxima con células solares de triple unión, utilizando para ello paneles de mayor superficie. Por ello, se puede concluir que el uso de tecnologías más eficientes puede fácilmente producir LSC competitivos.

Referencias

- [1] D. Plantzos (1997). Crystals and Lenses in the Graeco-Roman World. *American Journal of Archaeology*, 101(3), 451-464
- [2] M. G. Debije, P. P. C. Verbunt (2012). Thirty Years of Luminescent Solar Concentrator Research: Solar Energy for the Built Environment. *Advanced Energy Materials*, 2, 12-35
- [3] K. Kuriki, Y. Koike (2002). Plastic optical fiber lasers and amplifiers containing lanthanide complexes. *Chem. Rev.*, 102, 2347–2356
- [4] A. Tagaya, Y. Koike, E. Nihei, S. Teramoto, K. Fujii, T. Yamamoto, K. Sasaki (1995). Basic performance of an organic dye-doped polymer optical fiber amplifier. *Appl. Opt.*, 34, 988–992
- [5] J. Arrue, B. García-Ramiro, F. Jiménez, M. A. Illarramendi, I. Ayesta, J. Zubia, R. Evert, D. Zaremba (2018). Gain in europium-chelate-doped polymer-optical-fiber amplifiers. *Journal of the Optical Society of America B*, 35 (11), 2770-2779
- [6] A. Tagaya, S. Teramoto, T. Yamamoto, K. Fujii, E. Nihei, Y. Koike, K. Sasaki (1995). Theoretical and experimental investigation of rhodamine B-doped polymer optical-fiber amplifiers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 31, 2215–2220
- [7] J. Arrue, F. Jiménez, M. A. Illarramendi, J. Zubia, I. Ayesta, I. Bikandi, A. Berganza (2010). Computational Analysis of the Power Spectral Shifts and Widths along Dye-Doped Polymer Optical Fibers. *IEEE Photonics Journal*, 2 (3), 521-531
- [8] I. Parola *et al.* (2018). High performance fluorescent fiber solar concentrators employing double-doped polymer optical fibers. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 178, 20-28
- [9] I. Parola, E. Arrospide, F. Recart, M. A. Illarramendi, G. Durana, N. Guarrotxena, O. García, J. Zubia (2017). Fabrication and Characterization of Polymer Optical Fibers Doped with Perylene Derivatives for Fluorescent Lighting Applications. *Fibers*, 5, 28
- [10] R.H. Inman, G.V. Shcherbatyuk, D. Medvedko, A. Gopinathan, S. Ghosh (2011). Cylindrical luminescent solar concentrators with near-infrared quantum dots. *Opt. Express*, 19
- [11] A. Jaeger-Waldau (2011). Photovoltaics: Status and perspectives until 2020. *Green–International Journal of Sustainability*, 1, 241-298
- [12] W. H. Weber, J. Lambe (1976). Luminescent greenhouse collector for solar radiation. *Appl. Opt.*, 15(10), 2299–2300
- [13] O. Y. Edelenbosch, M. Fisher, L. Patrignani, W. G. J. H. M. van Sark, A. J. Chatten (2013). Luminescent solar concentrators with fiber geometry. *Optics Express*, 21 (3), 503-514
- [14] O. Y. Edelenbosch (2012). Luminescent solar concentrator with a Fibre Geometry. Doctoral dissertation, Imperial College of London.
- [15] G. Griffini (2019). Host Matrix Materials for Luminescent Solar Concentrators: Recent Achievements and Forthcoming Challenges. *Front. Mater.*, 6, 29
- [16] B. Zhang, H. Yang, T. Warner, P. Mulvaney, G. Rosengarten, W. W. H. Wong, K. P. Ghiggino (2020). A luminescent solar concentrator ray tracing simulator with a graphical user interface: features and applications. *Methods Appl. Fluoresc.*, 8, 037001
- [17] A. P. Green, A. R. Buckley (2015). Solid state concentration quenching of organic fluorophores in PMMA. *Phys. Chem. Chem. Phys.*, 17, 1435
- [18] T. Förster (1965). Delocalized Excitation and Excitation Transfer. *Institute of Molecular Biophysics Bulletin*, 18
- [19] Solar Power Technologies for Future Planetary Science Missions, NASA (2017) <https://solarsystem.nasa.gov/resources/548/solar-power-technologies-for-future-planetary-science-missions/>
- [20] I. Parola, M. A. Illarramendi, F. Jakobs, J. Kielhorn, D. Zaremba, H.-H. Johannes, J. Zubia (2019). Diameter dependence analysis for the design of cylindrical luminescent solar concentrators based on hybrid-doped polymer optical fibers. *Polymers*, 11 (7), 1187

Anexo 1: Desarrollo del modelo teórico

Conversión entre dP y dN₂

En el caso de los efectos del dopante sobre la potencia que circula a través de la fibra P, y el efecto correspondiente sobre N₂, ambas contribuciones tienen signos opuestos (ya que para aumentar la concentración N₂, el dopante debe absorber luz de la fibra) y son proporcionales. La proporción entre ambas tiene dos componentes: por un lado, la conversión de la energía a fotones, y por otro lado, la conversión del número de moléculas n₂ a la concentración N₂, utilizando el volumen de la sección de la fibra que se considera. Por ejemplo, en el caso de la reabsorción:

$$dP_{reabsorción} = dN_{reabsorción} \cdot \frac{E_{fotón}}{dt} \cdot V_{sección} \quad (A.1)$$

E_{fotón} se define de la siguiente manera:

$$E_{fotón} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (A.2)$$

Y V_{sección} es la siguiente:

$$V_{sección} = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot dz}{4} \quad (A.3)$$

Combinando estas expresiones se obtiene la constante Y definida en (12):

$$\frac{dP}{dz} = \frac{dN_2}{dt} \frac{Y}{\lambda} \quad (A.4)$$

Eficiencia de la absorción solar ($\eta_{absorption}$)

En la expresión (6) se presenta una definición de la eficiencia de la absorción solar sin entrar en detalle. La derivación de la expresión presentada no es trivial, y por ello se presenta en esta sección. Para ello, se sigue el orden lógico que permite derivar la eficiencia aumentando la complejidad del sistema gradualmente.

Primera aproximación

En primer lugar, considérese una fibra óptica de sección circular, orientada de modo que la luz solar incida perpendicular al eje de la fibra. El eje Y se asigna arbitrariamente a la dirección de la luz, y por ello el eje X es perpendicular. Si se considera una sección de grosor dz y la luz que atraviesa dicha sección, se puede observar de manera intuitiva que la luz que incide sobre el centro de la fibra no recorre la misma distancia en el interior que la luz que incide sobre los extremos. Por ello, la distancia recorrida depende de la posición en el eje X. La figura X muestra esta dependencia de la distancia d.

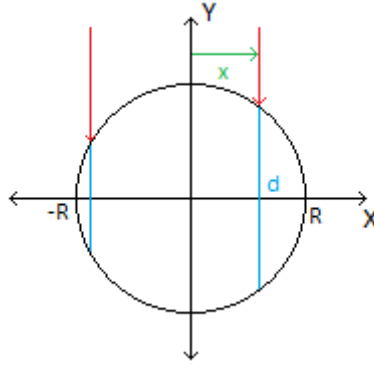


Figura 6: Distancia recorrida en la fibra (sin refracción)

La figura 6 es una primera aproximación del comportamiento de la luz en el interior de la fibra. Utilizando la variable x , se puede obtener una expresión para la fracción de luz absorbida en el interior de esta sección de grosor dz en un intervalo dt :

$$E_{absorption} = I_{sol} \cdot dz \cdot dt \cdot \int_{-R}^R (1 - e^{-\alpha d(x)}) dx \quad (A.5)$$

$$E_{incident} = I_{sol} \cdot dz \cdot dt \cdot D \quad (A.6)$$

$$\eta_{absorption} = \frac{E_{absorption}}{E_{incident}} = \frac{1}{D} \cdot \int_{-R}^R (1 - e^{-\alpha \cdot d(x)}) dx \quad (A.7)$$

En este momento conviene definir un nuevo parámetro u , correspondiente a la posición en el eje X normalizada: $x = u \cdot R$. Además, en la figura 6 se observa que el valor de $d(x)$ es simétrico respecto al eje Y, por lo que la expresión (A.7) se simplifica a la siguiente:

$$\eta_{absorption} = \int_0^1 (1 - e^{-\alpha \cdot d(u)}) du \quad (A.8)$$

El parámetro u se utiliza en esta sección para referirse a integrales sobre el eje X de la fibra. En (A.8), α es la atenuación del dopante, que tiene la siguiente expresión:

$$\alpha = \sigma^a \cdot (N - N_2) \approx \sigma^a \cdot N \quad (A.9)$$

Por otra parte, la distancia d se obtiene mediante razonamientos geométricos de la figura 6:

$$d(u) = D \cdot \sqrt{1 - u^2} \quad (A.10)$$

Efecto de la refracción

La figura 6 presenta un problema importante al observarla en detalle. La luz recorre la fibra de arriba a abajo, pero no se desvía en la interfase fibra-aire. Ya que el índice de refracción del PMMA no es igual que el del aire, realmente se produce refracción en este punto. Incluir el efecto de la refracción en el cálculo lleva a la figura 7.

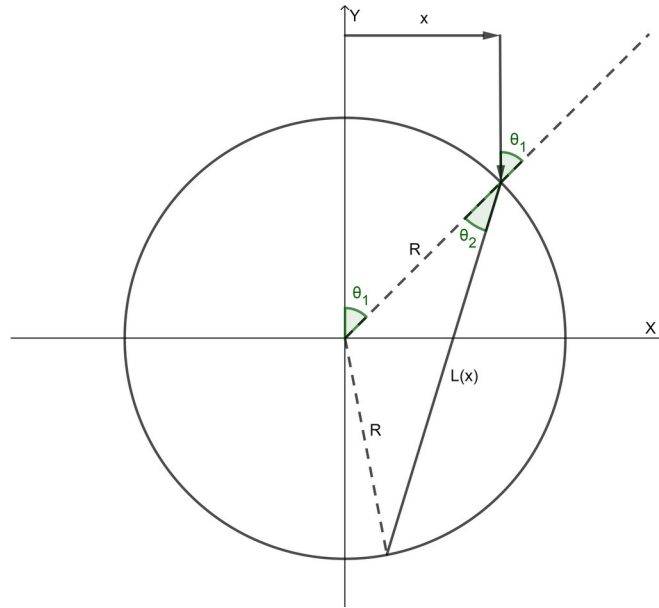


Figura 7: Distancia recorrida en la fibra (con refracción)

En el caso de la figura 7 no es inmediatamente obvio el valor de la distancia d (o L). Aplicar la ley de Snell a los ángulos θ_1 y θ_2 y usar trigonometría permite llegar a esta expresión:

$$d(u) = D \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{n^2}} \quad (\text{A.11})$$

Aparte de la expresión de la distancia d , el resto del cálculo de la eficiencia es igual al apartado anterior.

Efecto de la reflexión

Una vez se ha introducido la refracción en el sistema óptico, es natural considerar el efecto que tendría incluir la reflexión del mismo modo. En la interfaz aire-fibra donde se produce la refracción, tiene lugar al mismo tiempo una reflexión parcial. Ya que parte de la luz incidente se refleja antes de entrar a la fibra, ello lleva a una reducción de la eficiencia. La fracción reflejada se obtiene mediante los coeficientes de Fresnel y depende del parámetro u . La expresión de la eficiencia queda como:

$$\eta_{\text{absorption}} = \int_0^1 T_F(u) (1 - e^{-\alpha \cdot d(u)}) du \quad (\text{A.12})$$

Donde la expresión de los coeficientes de Fresnel es la siguiente:

$$R_F(u) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\sqrt{1-u^2} - n \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{n^2}}}{\sqrt{1-u^2} + n \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{n^2}}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{n^2}} - n \cdot \sqrt{1-u^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{n^2}} + n \cdot \sqrt{1-u^2}} \right)^2 \right) \quad (\text{A.13})$$

$$T_F(u) = 1 - R_F(u) \quad (\text{A.14})$$

La expresión (A.12) incluye el efecto de la reflexión en la interfase aire-fibra. No obstante, la reflexión también tiene lugar en la interfase fibra-aire, al abandonar la luz la fibra. En ese caso, parte de la luz se refleja por el interior de la fibra. Pero en tal caso, dicha luz reflejada llegará a su vez a la interfase fibra-aire, y se reflejará de nuevo. Por ello, incluir este efecto lleva a un número infinito de reflexiones, todas las cuales contribuyen a la absorción de la fibra.

Si se escribe la expresión de las reflexiones sucesivas, sabiendo que la expresión (A.12) representa la fracción absorbida antes de la primera reflexión, se llega a la siguiente expresión:

$$\eta_{\text{absorption}} = \int_0^1 T_F(u) \frac{1 - e^{-\alpha \cdot d(u)}}{1 - R_F(u) \cdot e^{-\alpha \cdot d(u)}} du \quad (\text{A.15})$$

Fibra con recubrimiento

En todos los casos anteriores, la fibra se ha tratado como un único material. En realidad, las fibras ópticas suelen estar compuestas de un núcleo y de un recubrimiento, para proteger el interior. Por ello, el modelo para la refracción y la reflexión utilizado hasta ahora no es válido. En su lugar, es necesario un modelo con varias interfases.

En un modelo con varias interfases, es necesario distinguir entre los distintos estados en los que puede estar un rayo de luz. En la figura 8 se muestran los estados posibles.

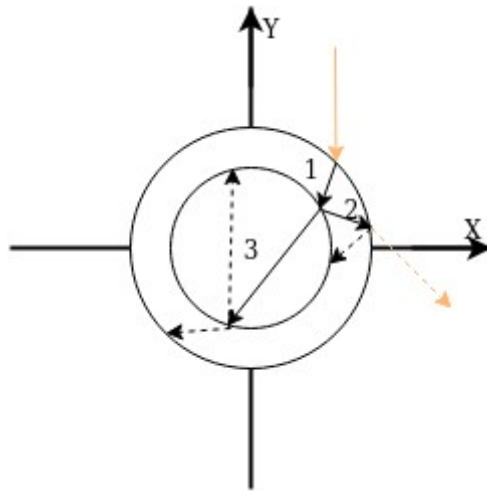


Figura 8: Fibra con dos interfases

En la figura se observa la trayectoria principal de un rayo de luz (ignorando las reflexiones). En general, el rayo pasará por la interfase externa (el recubrimiento), entrará en el núcleo y saldrá por el recubrimiento una vez más. En general, el dopante solo se encuentra en el núcleo de la fibra, por lo que la absorción solo se dará allí, aunque el material del recubrimiento puede causar una atenuación. También es fácil ver en la figura que, por motivos de simetría, todos los rayos (reflejados o no) en el recubrimiento recorren la misma distancia de una interfase a la otra. El mismo principio aplica en el núcleo.

En la figura se distinguen tres tipos de rayos: 1, 2 y 3. Los rayos 1 y 2 se propagan en el recubrimiento, mientras que los rayos 3 se propagan en el núcleo. Al alcanzar una interfaz, los rayos generalmente se dividirán en dos por la reflexión. En primer lugar, conviene definir un nuevo parámetro, relacionado con el grosor del recubrimiento:

$$q = \frac{R_{inner}}{R_{outer}} \quad (A.16)$$

El parámetro q es una forma más conveniente de relacionar el radio interior con el radio exterior. También cabe diferenciar entre n_{core} , el índice de refracción del núcleo, y n_{clad} , el del recubrimiento; lo mismo para la atenuación α_{core} y α_{clad} , y la distancia d_{core} y d_{clad} . A partir de estas definiciones, se puede describir la figura 8 analíticamente.

Para obtener las distancias, se recurre a un análisis geométrico análogo al de las secciones anteriores:

$$d_{core} = D \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{core}^2}} \quad (A.17)$$

$$d_{clad} = D \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{u^2}{n_{clad}^2}} - \sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{clad}^2}} \right) \quad (A.18)$$

En este punto cabe destacar que, como prerequisite para la fabricación de una fibra óptica, el índice de refracción del recubrimiento n_{clad} debe ser menor que n_{core} para permitir que haya reflexión total interna y la luz se propague por el interior. Sabiendo esto, en la expresión (A.18) se observa un comportamiento extraño. Para valores lo suficientemente pequeños de q , es posible que se cumpla la condición $q \cdot n_{clad} < 1$. Si se cumple esa condición, el valor de la expresión deja de ser real y pasa a ser complejo. Ya que la expresión viene de un análisis geométrico, la conclusión es que hay un error en el planteamiento. En ese caso, debido al tamaño reducido del núcleo, parte de la luz incidente entra en el recubrimiento pero no en el núcleo. En ese caso, las expresiones (A.17) y (A.18) no son válidas.

Ya que se ha establecido que la luz solo será absorbida por el dopante dentro del núcleo, no es necesaria una expresión alternativa. Ya que la fracción de la luz absorbida para esos valores de u es nula, basta con modificar el intervalo de la integral a realizar. Esto solo es necesario si se cumple la condición $q \cdot n_{clad} < 1$.

Usando los parámetros conocidos, es posible definir también los coeficientes de Fresnel para cada interfase, de forma análoga a la sección anterior:

$$R_{F1}(u) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\sqrt{1-u^2} - n_{clad} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{n_{clad}^2}}}{\sqrt{1-u^2} + n_{clad} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{n_{clad}^2}}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{n_{clad}^2}} - n_{clad} \cdot \sqrt{1-u^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{n_{clad}^2}} + n_{clad} \cdot \sqrt{1-u^2}} \right)^2 \right) \quad (A.19)$$

$$R_{F2}(u) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{clad}^2} - \frac{n_{core}}{n_{clad}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{core}^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{clad}^2} + \frac{n_{core}}{n_{clad}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{core}^2}}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{core}^2} - \frac{n_{core}}{n_{clad}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{clad}^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{core}^2} + \frac{n_{core}}{n_{clad}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{q^2 \cdot n_{clad}^2}}} \right)^2 \right) \quad (A.20)$$

A continuación, se desea analizar la fracción de la luz incidente que se absorbe en la fibra. Para ello, hay que considerar los tres tipos de rayo definidos en la figura 8. Aunque de los tres tipos, solamente los rayos de tipo 3 serán absorbidos por el dopante directamente, los rayos de tipo 1 y 2 serán sujetos a un número teóricamente infinito de reflexiones, en las cuales parte de la luz de estos rayos terminará en un rayo de tipo 3 y será absorbida. Por lo tanto, todos los tipos de rayos son relevantes.

Se define un conjunto de cantidades adimensionales S_1 , S_2 y S_3 , correspondientes a los tres tipos de rayos. Estos símbolos denotan la fracción de un rayo de cada tipo que será absorbida en algún momento por la fibra, incluyendo todas las reflexiones; es decir, si se parte de un rayo de tipo n con energía unidad, la energía absorbida en la fibra será S_n . Se desea obtener expresiones para las cantidades S_n . Para ello, se puede definir un sistema de ecuaciones que relacione estas cantidades.

Considérese por ejemplo un rayo de tipo 1. Dicho rayo de tipo 1 no será absorbido directamente por la fibra, pero producirá dos rayos que pueden serlo, uno de tipo 2 y uno de tipo 3. Estos rayos tendrán solamente una fracción de la energía del rayo original, debido a la atenuación y la división de potencia inherente a la reflexión. Entonces, se puede decir que toda la energía del rayo 1 que se absorba será la energía de los rayos producidos que se absorba. Esto se puede escribir como:

$$S_1 = B_{12} \cdot S_2 + B_{13} \cdot S_3 \quad (A.21)$$

Para un rayo de tipo 2, el proceso es análogo, excepto que este rayo solo produce un rayo de tipo 1 (ya que el segundo rayo abandona la fibra y se pierde). Entonces, se puede escribir también:

$$S_2 = B_{21} \cdot S_1 \quad (A.22)$$

Y en último lugar, se tiene un rayo de tipo 3. A diferencia de los otros, parte de este rayo se absorberá directamente, pero también se producirán dos rayos más, que también pueden ser absorbidos en parte. Por lo tanto:

$$S_3 = v_3 + B_{32} \cdot S_2 + B_{33} \cdot S_3 \quad (A.23)$$

Las expresiones (A.21), (A.22) y (A.23) forman un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas. Este sistema se puede resolver para obtener los valores de S_n . Los coeficientes B y v presentados dependen de la atenuación, la distancia recorrida y los coeficientes de Fresnel definidos en esta sección. Escribiendo el sistema en forma matricial:

$$\hat{I} \cdot \vec{S} = \vec{v} + \hat{B} \cdot \vec{S} \rightarrow \hat{A} \cdot \vec{S} = \vec{v} \quad (A.24)$$

Invirtiendo la matriz A se obtienen los valores de S_n deseados. Finalmente, se desea relacionar estos valores con la fracción absorbida de un rayo incidente. Para ello, nótese que un rayo incidente pasa a ser un rayo de tipo 1 después de una reflexión inicial. El coeficiente de Fresnel

correspondiente a dicha reflexión se puede incluir en la definición del vector v . En tal caso, la eficiencia deseada es el componente S_1 , que se obtiene en la expresión (6) y se integra sobre todos los valores de u .

Estas son las expresiones resultantes de A y v :

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1 & -R_{F2} \cdot e^{-\alpha_{clad} d_{clad}} & -T_{F2} \cdot e^{-\alpha_{clad} d_{clad}} \\ -R_{F1} \cdot e^{-\alpha_{clad} d_{clad}} & 1 & 0 \\ 0 & -T_{F2} \cdot e^{-\alpha_{core} d_{core}} & 1 - R_{F2} \cdot e^{-\alpha_{core} d_{core}} \end{bmatrix} \quad (A.25)$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_{F1} \cdot (1 - e^{-\alpha_{core} d_{core}}) \end{bmatrix} \quad (A.26)$$

Adaptación a múltiples dopantes

El análisis geométrico de las secciones anteriores no se ve afectado por la existencia de uno o varios dopantes en la fibra. La absorción de la luz se ve afectada solamente en un aspecto: la atenuación del núcleo. La presencia de un dopante causa una atenuación que supone también la absorción de energía por parte de dicho dopante. La expresión para la atenuación total del núcleo es la siguiente:

$$\alpha_{core} = \alpha_{PMMA} + \sum_{dopant} N_{dopant} \cdot \sigma_{dopant}^a \quad (A.27)$$

Esta expresión se aplica tanto a dopantes orgánicos como a dopantes de tierras raras. No obstante, se ha realizado una aproximación en el proceso: se ha considerado que la concentración de niveles de energía excitados (N_2 , N_D , N_T) no afecta a la concentración total. Para un LSC normal a una distancia al Sol superior a la de Venus, esta aproximación se cumple, ya que la luz solar no afecta significativamente a la concentración.

Además, en presencia de más de un dopante, la energía absorbida por la fibra se distribuye entre los distintos dopantes. También hay una parte de dicha energía que se pierde por la atenuación del núcleo. Por ello, se introduce en la expresión de la eficiencia un nuevo término:

$$\eta_{dopant} = \frac{N_{dopant} \cdot \sigma_{dopant}^a}{\alpha_{core}} \quad (A.28)$$

Modelo de la célula solar

Se desea resolver la expresión (27) para obtener la tensión en la que la potencia de la célula solar es máxima. Sustituir la expresión (26) resulta en:

$$I_{ph} - I_{sat1} \left(e^{\frac{V_{max}}{V_T}} - 1 \right) - I_{sat2} \left(e^{\frac{V_{max}}{2 \cdot V_T}} - 1 \right) + V_{max} \cdot \left(\frac{-I_{sat1}}{V_T} \cdot e^{\frac{V_{max}}{V_T}} - \frac{I_{sat2}}{2 \cdot V_T} \cdot e^{\frac{V_{max}}{2 \cdot V_T}} \right) = 0 \quad (A.29)$$

Reorganizando la expresión (A.29):

$$I_{ph} + I_{sat1} + I_{sat2} = I_{sat1} \cdot \left(1 + \frac{V_{max}}{V_T}\right) \cdot e^{\frac{V_{max}}{V_T}} + I_{sat2} \cdot \left(1 + \frac{V_{max}}{2 \cdot V_T}\right) \cdot e^{\frac{V_{max}}{2 \cdot V_T}} \quad (A.30)$$

Y realizando las siguientes sustituciones para simplificar el álgebra:

$$a = \frac{V_{max}}{2 \cdot V_T} \quad b_2 = \frac{I_{sat2}}{I_{sat1}} \quad b_{ph} = \frac{I_{ph}}{I_{sat1}} \quad (A.31)$$

La ecuación resultante es:

$$1 + b_2 + b_{ph} = (1 + 2a) \cdot e^{2a} + b_2 \cdot (1 + a) \cdot e^a \quad (A.32)$$

Esta ecuación no tiene una solución analítica. Por ello, se desea resolver utilizando métodos numéricos; específicamente, el método de Newton-Raphson. Para mejorar la convergencia del método se reorganiza la ecuación:

$$(1 + b_2 + b_{ph}) \cdot e^{-2a} - (1 + 2a) - b_2 \cdot (1 + a) \cdot e^{-a} = 0 \quad (A.33)$$

Aplicando el método de Newton-Raphson, el paso en cada iteración es:

$$\Delta a = \frac{(1 + b_2 + b_{ph}) \cdot e^{-2a} - (1 + 2a) - b_2 \cdot (1 + a) \cdot e^{-a}}{2 \cdot (1 + b_2 + b_{ph}) \cdot e^{-2a} + 2 - b_2 \cdot a \cdot e^{-a}} \quad (A.34)$$

Utilizando esta iteración y un valor inicial $a = 0$, se puede obtener el valor de a en menos de 20 iteraciones en general. El código utilizado para ello se encuentra en el anexo 3. A partir de a se recupera V_{max} :

$$V_{max} = 2 \cdot V_T \cdot a \quad (A.35)$$

Anexo 2: Caracterización de los materiales

Conversión de N a ppm

Los algoritmos utilizados manejan valores de N en moléculas/m³. Estos valores son más comprensibles expresados como partes por millón (ppm). La siguiente fórmula permite realizar la conversión de unidades, donde M_{dopant} es la masa molar del dopante, N_A es el número de Avogadro, y ρ es la densidad del medio (en este caso, PMMA):

$$N(m^{-3}) = N(ppm) \cdot \frac{N_A(mol^{-1}) \cdot \rho(g \cdot m^{-3})}{M_{\text{dopant}}(g \cdot mol^{-1})} \cdot 10^{-6} \quad (B.1)$$

PMMA

El PMMA es el polímero utilizado como matriz para las POF dopadas fabricadas por el grupo de Fotónica Aplicada; en este trabajo se considera una matriz de PMMA para las simulaciones.

Densidad: 1.18 g/cm³

Atenuación: ver figura 9.

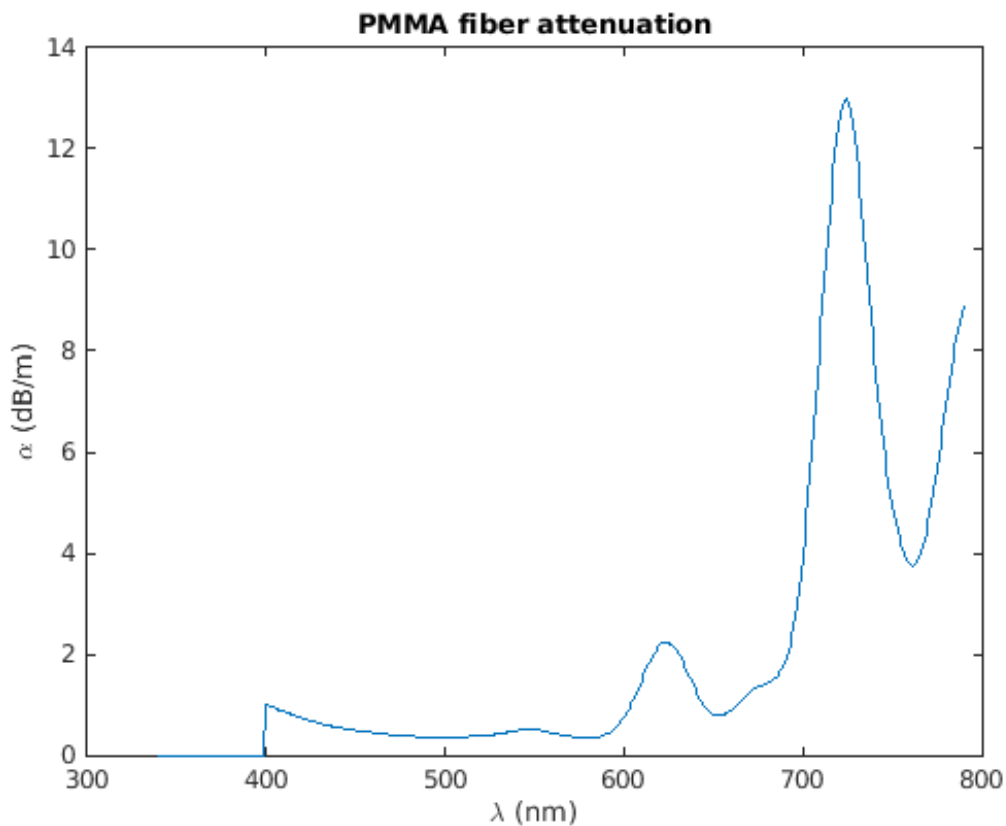


Figura 9: Atenuación del PMMA en fibra

Rodamina 6G (Rh6G)

Masa molar: 442.559 g/mol.

Vida media del estado N_2 (τ): 6 ns.

Sección eficaz de absorción y emisión: ver figura 10.

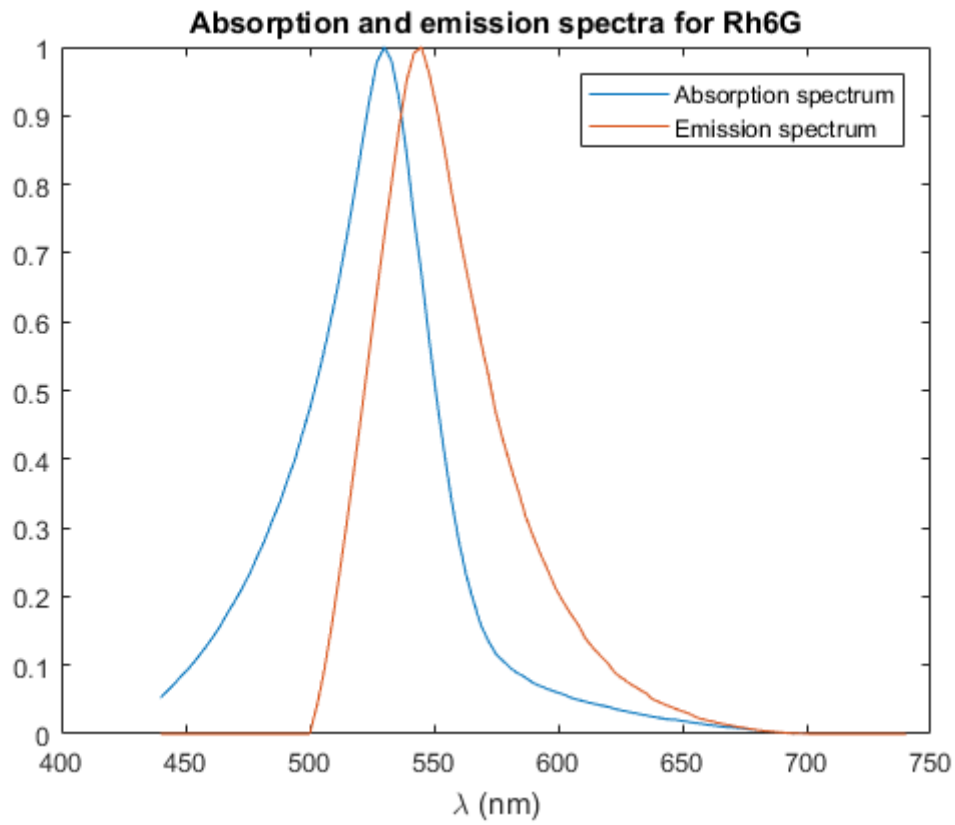


Figura 10: Espectro de absorción y emisión (Rh6G)

Rodamina B (RhB)

Masa molar: 479.017 g/mol.

Vida media del estado N_2 (τ): 6 ns.

Sección eficaz de absorción y emisión: ver figura 11.

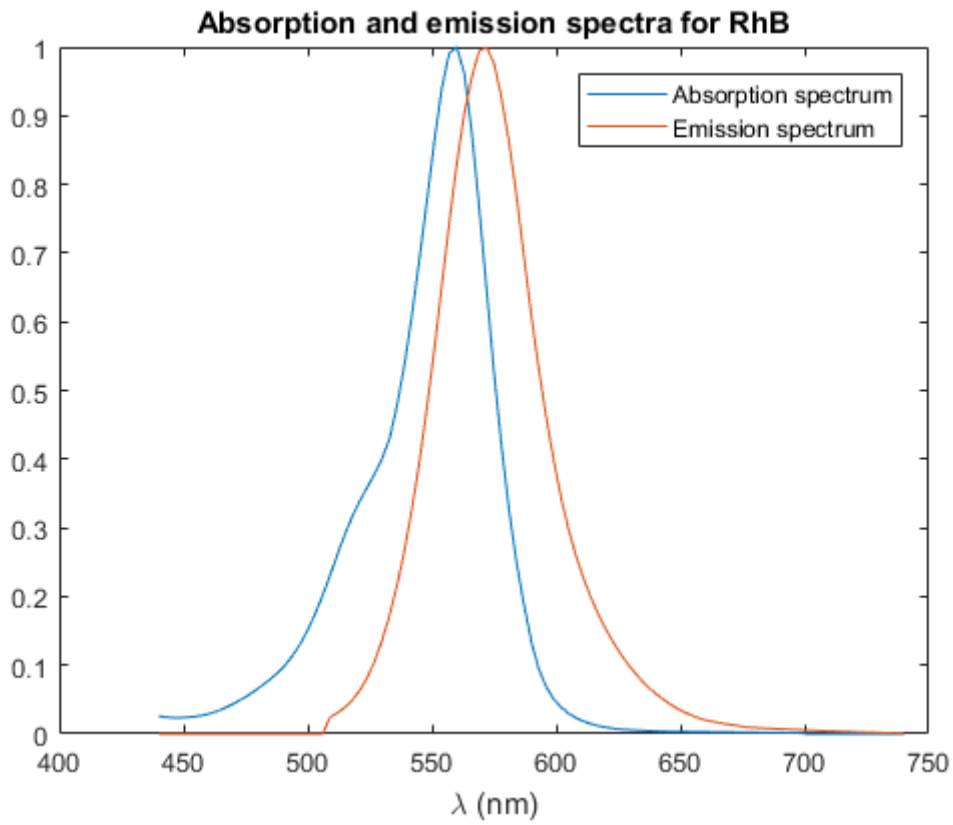


Figura 11: Espectro de absorción y emisión (RhB)

Lumogen Red

Masa molar: 1079.24 g/mol.

Vida media del estado N_2 (τ): 4.8 ns.

Sección eficaz de absorción y emisión: ver figura 12.

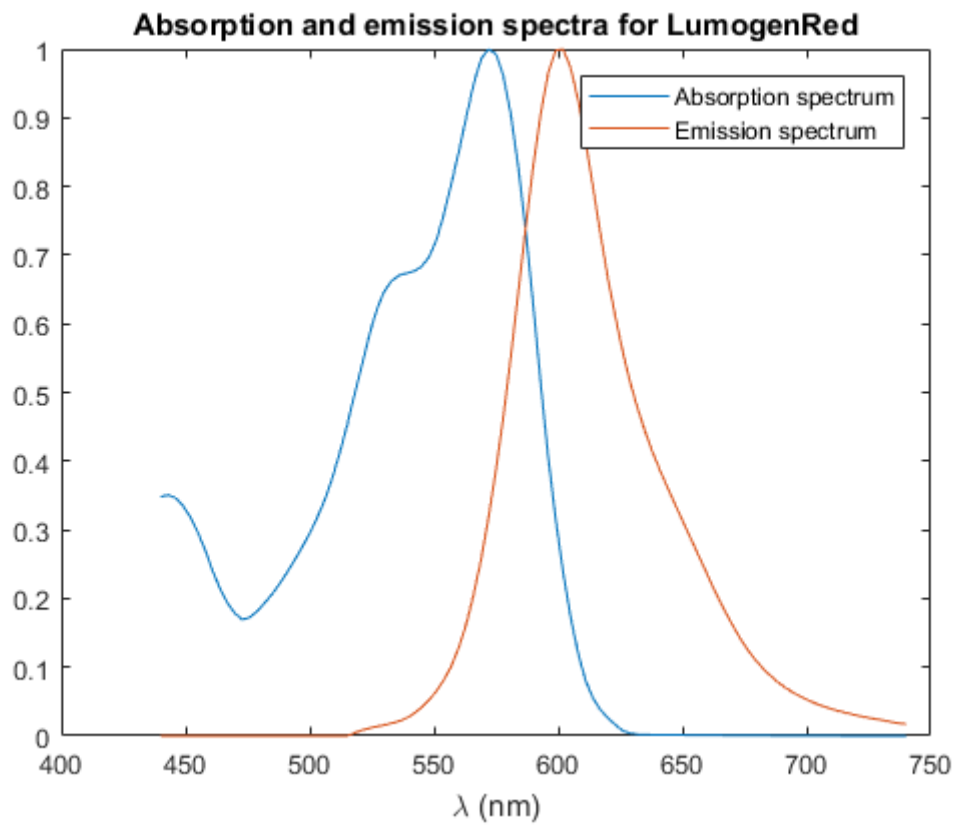


Figura 12: Espectro de absorción y emisión (Lumogen Red)

Coumarina 1 (C1)

Masa molar: 146 g/mol

Vida media del estado N_2 (τ): 3.4 ns.

Sección eficaz de absorción y emisión: ver figura 13.

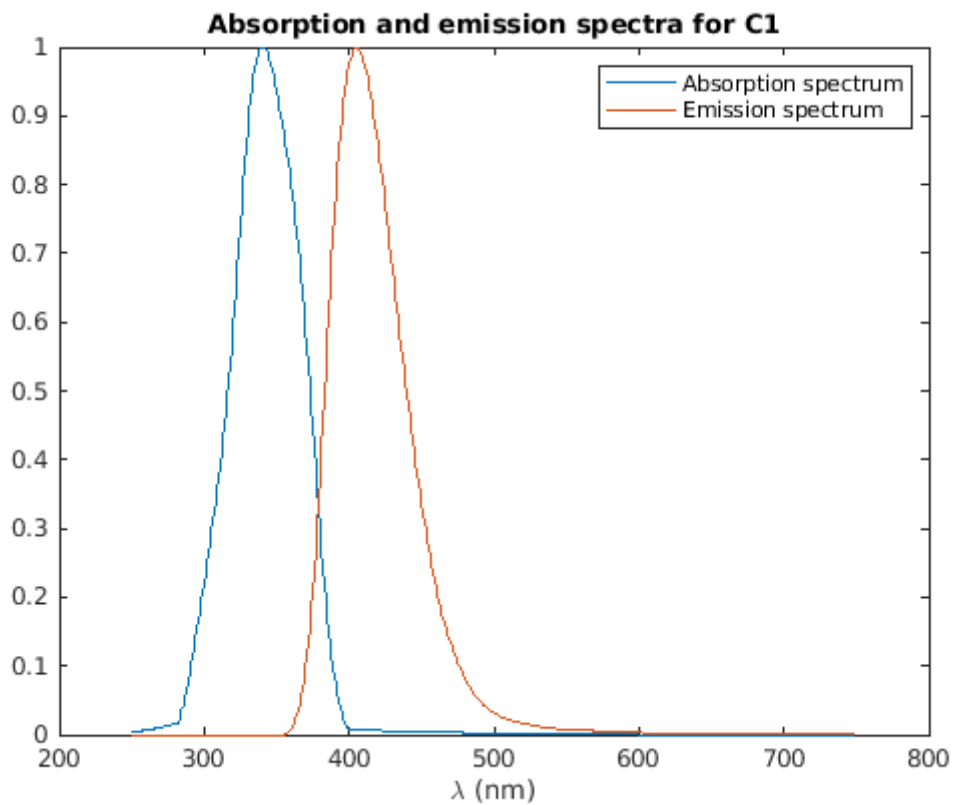


Figura 13: Espectro de absorción y emisión (C1)

Coumarina 6 (C6)

Masa molar: 146 g/mol

Vida media del estado N_2 (τ): 3.4 ns.

Sección eficaz de absorción y emisión: ver figura 14.

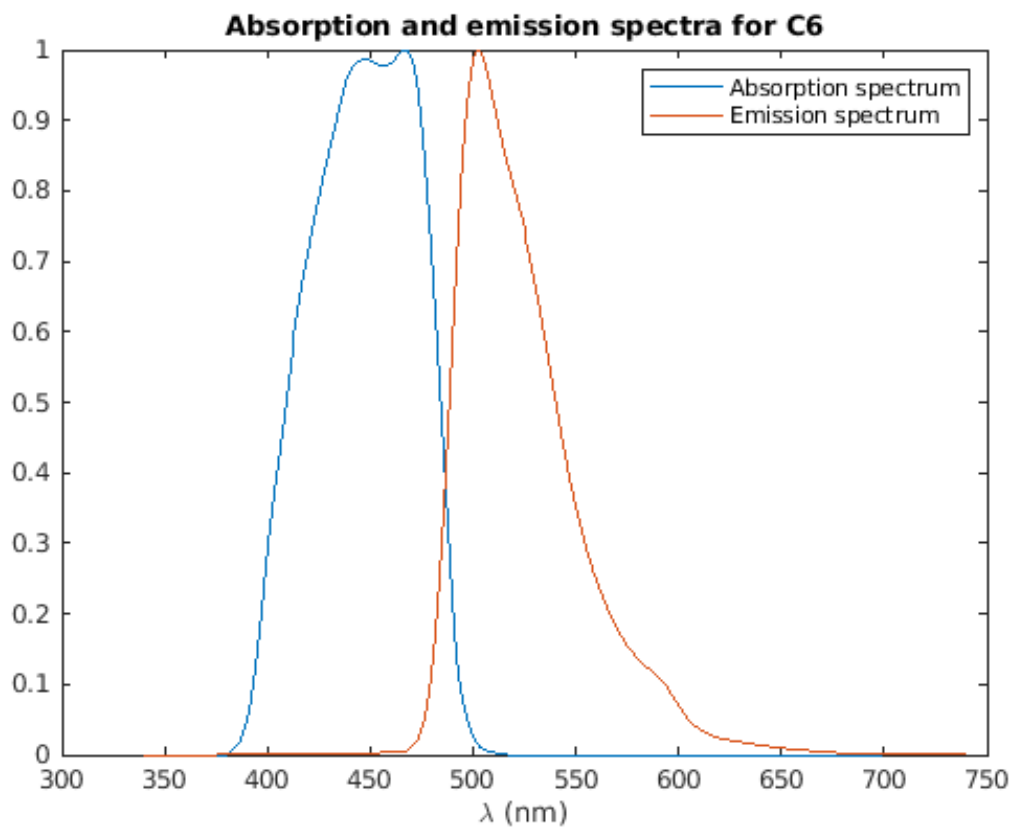


Figura 14: Espectro de absorción y emisión (C6)

AC46 (europio)

Vida media del estado D (τ_D): 1.02 ms.

Vida media del estado T (τ_T): 10 μ s.

Sección eficaz de absorción y emisión: ver figura 15.

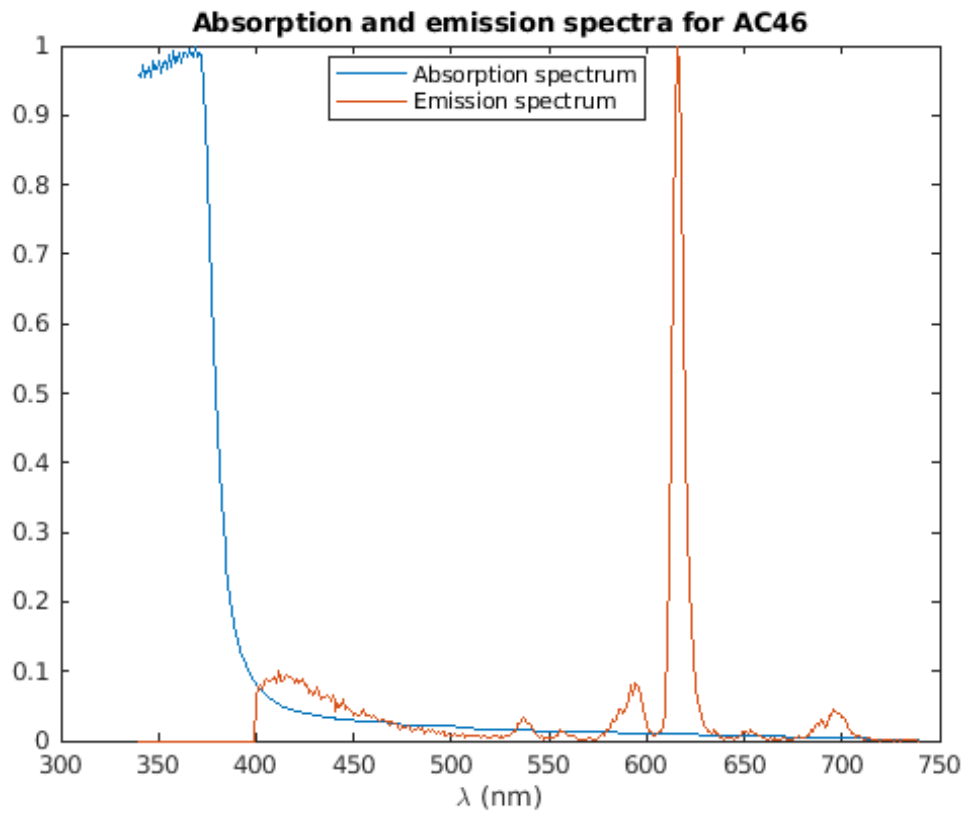


Figura 15: Espectro de absorción y emisión (AC46)

AC56 (europio)

Vida media del estado D (τ_D): 1.02 ms.

Vida media del estado T (τ_T): 10 μ s.

Sección eficaz de absorción y emisión: ver figura 16.

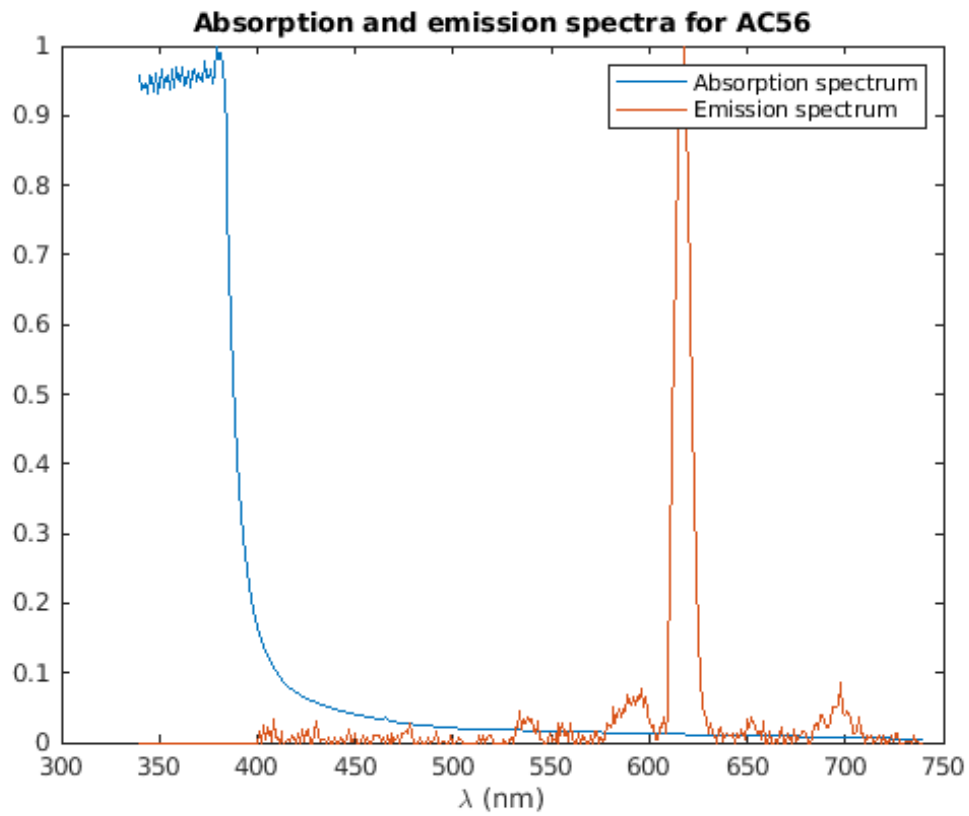


Figura 16: Espectro de absorción y emisión (AC56)

Anexo 3: Código

En este anexo se incluyen los ficheros de código desarrollados que son relevantes para mostrar los criterios de desarrollo descritos en la sección “Métodos de simulación”. Estos ficheros no son ejecutables como se presentan aquí, ya que dependen de ficheros auxiliares no incluidos por brevedad.

Todo el código presentado se ha desarrollado utilizando la versión R2020a de MATLAB.

oneDopantFDM (FDM directo)

```
function [lightPout, electricPout, ll, Pout] = oneDopantFdm(dopant, N, diameter,
lightL, darkL)

tic;

if nargin < 5
    darkL = 0;
end

% Constants
c = 3e8; % Speed of light (m/s)
h = 6.63e-34; % Planck constant (J*s)

minlambda = 240e-9;
dlambda = 2e-9;
maxlambda = 740e-9;

dt = 3e-11;
dz = 5e-5; % m

zz = 0:dz:(lightL+darkL);
numzz = length(zz);
lightj = lightL/dz;

ll = minlambda:dlambda:maxlambda;
numll = length(ll);

[tau, sigmaabsFun, sigmaemiFun] = getDyeDopantAttributes(dopant);
sigmaabs = sigmaabsFun(ll);
sigmaemi = sigmaemiFun(ll);
wnsp = sigmaemi / sum(sigmaemi);

alfaPMMA = valuesalfaPMMA(ll);

isol = solarIrradianceSpline(ll);

ncore = refractionIndexPMMA(ll);
beta = (ncore - 1)./(2*ncore);

efficiency = zeros(1, numll);
for k = 1:numll
    alfaCore = alfaPMMA(k) + sigmaabs(k)*N + realmin;
```

```

    efficiency(k) = fiberAbsorptionTwoInterfaces(ncore(k), 1.4, diameter, .98,
sigmaabs(k)*N, alfaCore, alfaPMMA(k));
end

% Precalculated constants
concentrationToPower = pi*h*c*diameter^2./(4*ll);
Nespconst = dt/tau;
Nsolconst = sum(isol*dlambda*dt*diameter.*efficiency./concentrationToPower);
Nabsconst = sigmaabs*dt./concentrationToPower;
Nestconst = sigmaemi*dt./concentrationToPower;
Ppropconst = ncore*dz/(c*dt);
Pattconst = alfaPMMA*dz;
Pabsconst = sigmaabs*dz;
Pestconst = sigmaemi*dz;
Pespcconst = concentrationToPower.*beta.*wnsp*dz/tau;

P = zeros(2, numzz, numll);
Pleft = zeros(2, numzz, numll);
N2 = zeros(2, numzz-1);

i = 0;
imin = 100;
error = 0;
while i < imin || error > 1e-8
    P(1, :, :) = P(2, :, :);
    Pleft(1, :, :) = Pleft(2, :, :);
    N2(1, :) = N2(2, :);

    % Boundary condition for P
    P(2, 1, :) = zeros(1, 1, numll);
    Pleft(2, end, :) = zeros(1, 1, numll);

    % Update N2
    for j = 1:numzz-1
        evalN2 = N2(1, j);

        N2(2, j) = N2(1, j);

        N2(2, j) = N2(2, j) - evalN2*Nespconst;

        if j <= lightj
            N2(2, j) = N2(2, j) + Nsolconst;
        end

        for k = 1:numll
            evalP = (P(1, j, k)+P(1, j+1, k)+Pleft(1, j, k)+Pleft(1, j+1, k))/2;

            N2(2, j) = N2(2, j) + Nabsconst(k)*evalP*(N-evalN2);
            N2(2, j) = N2(2, j) - Nestconst(k)*evalP*evalN2;
        end
    end
end

% Update P
for j = 1:numzz-1

```

```

evalN2 = N2(2, j);

for k = 1:numll
    evalP = P(2, j, k);
    evaldP = P(2, j, k)-P(1, j, k);

    P(2, j+1, k) = P(2, j, k);

    P(2, j+1, k) = P(2, j+1, k) - Ppropconst(k)*evaldP;
    P(2, j+1, k) = P(2, j+1, k) - Pattconst(k)*evalP;

    P(2, j+1, k) = P(2, j+1, k) + Pespconst(k)*evalN2;
    P(2, j+1, k) = P(2, j+1, k) + Pestconst(k)*evalP*evalN2;
    P(2, j+1, k) = P(2, j+1, k) - Pabsconst(k)*evalP*(N-evalN2);
end
end

% Update Pleft
for jinv = numzz:-1:2
    evalN2 = N2(2, jinv-1);

    for k = 1:numll
        evalP = Pleft(2, jinv, k);
        evaldP = Pleft(2, jinv, k)-Pleft(1, jinv, k);

        Pleft(2, jinv-1, k) = Pleft(2, jinv, k);

        Pleft(2, jinv-1, k) = Pleft(2, jinv-1, k) - Ppropconst(k)*evaldP;
        Pleft(2, jinv-1, k) = Pleft(2, jinv-1, k) - Pattconst(k)*evalP;

        Pleft(2, jinv-1, k) = Pleft(2, jinv-1, k) + Pespconst(k)*evalN2;
        Pleft(2, jinv-1, k) = Pleft(2, jinv-1, k) +
Pestconst(k)*evalP*evalN2;
        Pleft(2, jinv-1, k) = Pleft(2, jinv-1, k) - Pabsconst(k)*evalP*(N-
evalN2);
    end
end

    i = i + 1;
    % Calculate the error (for the loop condition)
    error = max(abs((P(2, end, :)-P(1, end, :))./(P(2, end, :)+realmin)));
end

elapsedTime = i*dt;

Pout = squeeze(P(2, end, :))';
lightPout = sum(Pout);

diodeSurface = pi*diameter^2/4; % m^2
electricPout = solarCellConversion(ll, Pout, diodeSurface);

estimatedError = max(N2(2, :))*diameter*max(sigmaabs);

if nargout == 0

```

```

fprintf('Simulation time: %.1f s\n', toc());
fprintf('Elapsed time: %.1f ns\n', elapsedTime*1e9);
fprintf('Output power of fiber: %g uW\n', lightPout*1e6);
fprintf('Output power of solar cell: %g uW\n', electricPout*1e6);
fprintf('Estimated error of approximation: %g\n', estimatedError);

figure(1);
plot(ll*1e9, Pout*1e-3/dlambda);
title('Power spectrum at end of fiber (FDM method)');
xlabel('\lambda (nm)');
ylabel('Power spectrum (\muW/nm)');
end
end

```

oneDopantIterative (FDM con iteración)

```

function [lightPout, electricPout] = oneDopantIterative(dopant, N, diameter,
lightL, darkL)

tic;

if nargin < 5
    darkL = 0;
end

% Constants
c = 3e8; % Speed of light (m/s)
h = 6.63e-34; % Planck constant (J*s)

minlambda = 240e-9;
dlambda = 2e-9;
maxlambda = 740e-9;

dz = 5e-5; % m

zz = 0:dz:(lightL+darkL);
numzz = length(zz);
lightj = lightL/dz;

ll = minlambda:dlambda:maxlambda;
numll = length(ll);

[tau, sigmaabsFun, sigmaemiFun] = getDyeDopantAttributes(dopant);
sigmaabs = sigmaabsFun(ll);
sigmaemi = sigmaemiFun(ll);
wnsp = sigmaemi / sum(sigmaemi);

alfaPMMA = valuesalfaPMMA(ll);

isol = solarIrradianceSpline(ll);

ncore = refractionIndexPMMA(ll);
beta = (ncore - 1)./(2*ncore);

```

```

efficiency = zeros(1, numll);
for k = 1:numll
    alfaCore = alfaPMMA(k) + sigmaabs(k)*N + realmin;
    efficiency(k) = fiberAbsorptionTwoInterfaces(ncore(k), 1.4, diameter, .98,
sigmaabs(k)*N, alfaCore, alfaPMMA(k));
end

% Precalculated constants
concentrationToPower = pi*h*c*diameter^2./(4*ll);
Nsolconst = diameter*sum(isol*dlambda.*efficiency./concentrationToPower);
Nabsconst = sigmaabs./concentrationToPower;
Nestconst = sigmaemi./concentrationToPower;
Pattconst = (alfaPMMA+N*sigmaabs)*dz;
PNconst1 = concentrationToPower.*beta.*wnsp*dz/tau;
PNconst2 = (sigmaabs+sigmaemi)*dz;

P = zeros(numzz, numll);
Pleft = zeros(numzz, numll);
N2 = zeros(numzz, 1);

error = 1;
while error > 1e-8
    % Boundary condition for P
    P(1, :) = zeros(1, numll);
    Pleft(end, :) = zeros(1, numll);

    previousP = P(end, :);

    % Update N2
    for j = 1:numzz-1
        evalP = (P(j, :)+P(j+1, :)+Pleft(j, :)+Pleft(j+1, :))/2;
        wabs = sum(Nabsconst.*evalP);
        west = sum(Nestconst.*evalP);

        A = 1/tau+wabs+west;

        if j <= lightj
            b = Nsolconst+N*wabs;
        else
            b = N*wabs;
        end

        N2(j) = A\b;
    end

    % Update P
    for j = 1:numzz-1
        evalN2 = N2(j);

        for k = 1:numll
            evalP = P(j, k);

            P(j+1, k) = P(j, k);

```

```

        P(j+1, k) = P(j+1, k) - Pattconst(k)*evalP;
        P(j+1, k) = P(j+1, k) + PNconst1(k)*evalN2;
        P(j+1, k) = P(j+1, k) + PNconst2(k)*evalN2*evalP;
    end
end

% Update Pleft
for jinv = numzz:-1:2
    evalN2 = N2(jinv-1);

    for k = 1:numll
        evalP = Pleft(jinv, k);

        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv, k);

        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) - Pattconst(k)*evalP;
        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + PNconst1(k)*evalN2;
        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + PNconst2(k)*evalN2*evalP;
    end
end

% Calculate the error (for the loop condition)
error = max(abs((P(end, :)-previousP)./(P(end, :)+realmin)));
end

Pout = P(end, :);
lightPout = sum(Pout);

diodeSurface = pi*diameter^2/4; % m^2
electricPout = solarCellConversion(ll, Pout, diodeSurface);

estimatedError = max(N2)*diameter*max(sigmaabs);

if nargout == 0
    fprintf('Simulation time: %.1f s\n', toc());
    fprintf('Output power of fiber: %g uW\n', lightPout*1e6);
    fprintf('Output power of solar cell: %g uW\n', electricPout*1e6);
    fprintf('Estimated error of approximation: %g\n', estimatedError);

    figure(1);
    plot(ll*1e9, Pout*1e-3/dlambda);
    title('Power spectrum at end of fiber (FDM method)');
    xlabel('\lambda (nm)');
    ylabel('Power spectrum (\muW/nm)');
end
end
end

```

combinedDopantIterative (múltiples dopantes de varios tipos)

```

function [lightPout, electricPout] = combinedDopantIterative(dyeDopant, dyeN,
earthDopant, earthN, solarType, diameter, lightL, darkL)
%COMBINEDDOPANTITERATIVE Simulate a POF with dye and rare earth dopants

```



```

% Allows multiple dye dopants AND multiple rare earth dopants
% Iterative method: gets the stationary state of the fiber
% but still allows simulating bidirectional propagation
%
% dyeDopant: array with the names of each dye dopant
% dyeN: array with the concentration of each dye dopant (m^-3)
% Must be the same length as dyeDopant
% earthDopant: array with the names of each rare earth dopant
% earthN: array with the concentration of each rare earth dopant (m^-3)
% Must be the same length as earthDopant
% diameter: the fiber's diameter (m)
% lightL: illuminated length of the fiber (m)
% darkL: non-illuminated length at the end of the fiber (m)

% Example calls:
% combinedDopantIterative(["C1" "C6"], [.7 1]*5.9226e22, [""], [0], 1e-3, .06,
%.03);
% combinedDopantIterative([""], [0], ["AC46"], [3e23], 1e-3, .1);
% combinedDopantIterative([""], [0], ["AC46" "AC46"], [2e23 1e23], 1e-3, .1);
% combinedDopantIterative(["LumogenRed"], [1.77e22], ["AC46"], [2.96e22], 1e-
3, 0.045, .03);

tic;

if nargin < 8
    darkL = 0;
end

% Constants
c = 3e8; % Speed of light (m/s)
h = 6.63e-34; % Planck constant (J*s)

minlambda = 340e-9;
dlambda = 2e-9;
maxlambda = 740e-9;

dz = 5e-5; % m

zz = 0:dz:(lightL+darkL);
numzz = length(zz);
lightj = lightL/dz;

ll = minlambda:dlambda:maxlambda;
numll = length(ll);

numDyeDopants = length(dyeDopant);
dyeTau = zeros(numDyeDopants, 1);
dyeSigmaabs = zeros(numDyeDopants, numll);
dyeSigmaemi = zeros(numDyeDopants, numll);
dyeWnsp = zeros(numDyeDopants, numll);

for m = 1:numDyeDopants
    [dyeTau(m), sigmaabsFun, sigmaemiFun] =
getDyeDopantAttributes(dyeDopant(m));

```

```

    dyeSigmaabs(m, :) = sigmaabsFun(ll);
    dyeSigmaemi(m, :) = sigmaemiFun(ll);
    dyeWnsp(m, :) = dyeSigmaemi(m, :)/sum(dyeSigmaemi(m, :));
end

numEarthDopants = length(earthDopant);
earthTauT = zeros(numEarthDopants, 1);
earthTauD = zeros(numEarthDopants, 1);
earthwTD = zeros(numEarthDopants, 1);
earthwDT = zeros(numEarthDopants, 1);
earthSigmaabs = zeros(numEarthDopants, numll);
earthSigmaemi = zeros(numEarthDopants, numll);
earthWnsp = zeros(numEarthDopants, numll);

for m = 1:numEarthDopants
    [earthTauT(m), earthTauD(m), earthwTD(m), earthwDT(m), sigmaabsFun,
sigmaemiFun] = getEarthDopantAttributes(earthDopant);

    earthSigmaabs(m, :) = sigmaabsFun(ll);
    earthSigmaemi(m, :) = sigmaemiFun(ll);
    earthWnsp(m, :) = earthSigmaemi(m, :)/sum(earthSigmaemi(m, :));
end

alfaPMMA = valuesalfaPMMA(ll);

isol = solarIrradianceSpline(ll, solarType);

ncore = refractionIndexPMMA(ll);
beta = (ncore - 1)./(2*ncore);

dyeEfficiency = zeros(numDyeDopants, numll);
for m = 1:numDyeDopants
    for k = 1:numll
        alfaCore = alfaPMMA(k) + sum(dyeSigmaabs(:, k).*dyeN')+
sum(earthSigmaabs(:, k).*earthN') + realmin;
        dyeEfficiency(m, k) = fiberAbsorptionTwoInterfaces(ncore(k), 1.4,
diameter, .98, dyeSigmaabs(m, k)*dyeN(m), alfaCore, alfaPMMA(k));
    end
end

earthEfficiency = zeros(numDyeDopants, numll);
for m = 1:numEarthDopants
    for k = 1:numll
        alfaCore = alfaPMMA(k) + sum(dyeSigmaabs(:, k).*dyeN')+
sum(earthSigmaabs(:, k).*earthN') + realmin;
        earthEfficiency(m, k) = fiberAbsorptionTwoInterfaces(ncore(k), 1.4,
diameter, .98, earthSigmaabs(m, k)*earthN(m), alfaCore, alfaPMMA(k));
    end
end

% Precalculated constants
concentrationToPower = pi*h*c*diameter^2./(4*ll);

```

```

dyeNsolconst = diameter*sum(isol*dlambda.*dyeEfficiency./concentrationToPower,
2);
earthNsolconst =
diameter*sum(isol*dlambda.*earthEfficiency./concentrationToPower, 2);
dyeNabsconst = dyeSigmaabs./concentrationToPower;
dyeNestconst = dyeSigmaemi./concentrationToPower;
earthNabsconst = earthSigmaabs./concentrationToPower;
earthNestconst = earthSigmaemi./concentrationToPower;
Pattconst = (alfaPMMA+dyeN*dyeSigmaabs+earthN*earthSigmaabs)*dz;
dyePNconst1 = concentrationToPower.*beta.*dyeWnsp*dz./dyeTau;
dyePNconst2 = (dyeSigmaabs+dyeSigmaemi)*dz;
earthPNconst1 = concentrationToPower.*beta.*earthWnsp*dz./earthTauD;
earthPNconst2 = (earthSigmaabs+earthSigmaemi)*dz;
earthPNconst3 = earthSigmaabs*dz;

P = zeros(numzz, numll);
Pleft = zeros(numzz, numll);
N2 = zeros(numzz, numDyeDopants);
NT = zeros(numzz, numEarthDopants);
ND = zeros(numzz, numEarthDopants);

error = 1;
while error > 1e-8
    % Boundary condition for P
    P(1, :) = zeros(1, numll);
    Pleft(end, :) = zeros(1, numll);

    % Keep this for calculating the error
    previousP = P(end, :);

    for j = 1:numzz-1
        evalP = (P(j, :)+P(j+1, :)+Pleft(j, :)+Pleft(j+1, :))/2;

        % Update N2 (dye dopants)
        for m = 1:numDyeDopants
            wabs = sum(dyeNabsconst(m, :).*evalP);
            west = sum(dyeNestconst(m, :).*evalP);

            A = 1/dyeTau(m)+wabs+west;

            if j <= lightj
                b = dyeNsolconst(m)+dyeN(m)*wabs;
            else
                b = dyeN(m)*wabs;
            end

            N2(j, m) = A\b;
        end

        % Update NT and ND (rare earth dopants)
        for m = 1:numEarthDopants
            wabs = sum(earthNabsconst(m, :).*evalP);
            west = sum(earthNestconst(m, :).*evalP);

```

```

A = [1/earthTauT(m)+earthwTD(m)+wabs -earthwDT(m)+wabs ; -
earthwTD(m) 1/earthTauD(m)+earthwDT(m)+west];

if j <= lightj
    b = [earthNsolconst(m)+earthN(m)*wabs ; 0];
else
    b = [earthN(m)*wabs ; 0];
end

c = A\b;

NT(j, m) = c(1);
ND(j, m) = c(2);
end
end

% Update P (use FDM over the positive z dimension)
for j = 1:numzz-1
    for k = 1:numll
        evalP = P(j, k);

        P(j+1, k) = P(j, k);

        % Attenuation
        P(j+1, k) = P(j+1, k) - Pattconst(k)*evalP;

        % Effects of each dye dopant
        for m = 1:numDyeDopants
            evalN2 = N2(j, m);

            P(j+1, k) = P(j+1, k) + dyePNconst1(m, k)*evalN2;
            P(j+1, k) = P(j+1, k) + dyePNconst2(m, k)*evalN2*evalP;
        end

        % Effects of each earth dopant
        for m = 1:numEarthDopants
            evalNT = NT(j, m);
            evalND = ND(j, m);

            P(j+1, k) = P(j+1, k) + earthPNconst1(m, k)*evalND;
            P(j+1, k) = P(j+1, k) + earthPNconst2(m, k)*evalND*evalP;
            P(j+1, k) = P(j+1, k) + earthPNconst3(m, k)*evalNT*evalP;
        end
    end
end
end

% Update Pleft (use FDM over the negative z dimension)
for jinv = numzz:-1:2
    for k = 1:numll
        evalP = Pleft(jinv, k);

        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv, k);

        % Attenuation

```

```

    Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) - Pattconst(k)*evalP;

    % Effects of each dye dopant
    for m = 1:numDyeDopants
        evalN2 = N2(jinv-1, m);

        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + dyePNconst1(m, k)*evalN2;
        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + dyePNconst2(m,
k)*evalN2*evalP;
    end

    % Effects of each earth dopant
    for m = 1:numEarthDopants
        evalNT = NT(jinv-1, m);
        evalND = ND(jinv-1, m);

        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + earthPNconst1(m,
k)*evalND;
        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + earthPNconst2(m,
k)*evalND*evalP;
        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + earthPNconst3(m,
k)*evalNT*evalP;
    end
end
end

    % Calculate the error (for the loop condition)
    error = max(abs((P(end, :)-previousP)./(P(end, :)+realmin)));
end

Pout = P(end, :);
lightPout = sum(Pout);

diodeSurface = pi*diameter^2/4; % m^2
electricPout = solarCellConversion2(ll, Pout, diodeSurface);

estimatedError = (sum(max(N2, [], 1)'.*max(dyeSigmaabs, [], 2))+sum(max(NT+ND,
[], 1)'.*max(earthSigmaabs, [], 2)))*diameter;

if nargin == 0
    fprintf('Simulation time: %.1f s\n', toc());
    fprintf('Output power of fiber: %g uW\n', lightPout*1e6);
    fprintf('Output power of solar cell: %g uW\n', electricPout*1e6);
    fprintf('Estimated error of approximation: %g\n', estimatedError);

    figure(1);
    plot(ll*1e9, Pout*1e-3/dlambda);
    title('Power spectrum at end of fiber (iterative method)');
    xlabel('\lambda (nm)');
    ylabel('Power spectrum (\muW/nm)');
end
end

```

oneDopantStationary (sistema lineal)

```
function [lightPout, electricPout] = oneDopantIterative(dopant, N, diameter,
lightL, darkL)

tic;

if nargin < 5
    darkL = 0;
end

% Constants
c = 3e8; % Speed of light (m/s)
h = 6.63e-34; % Planck constant (J*s)

minlambda = 240e-9;
dlambda = 2e-9;
maxlambda = 740e-9;

dz = 5e-5; % m

zz = 0:dz:(lightL+darkL);
numzz = length(zz);
lightj = lightL/dz;

ll = minlambda:dlambda:maxlambda;
numll = length(ll);

[tau, sigmaabsFun, sigmaemiFun] = getDyeDopantAttributes(dopant);
sigmaabs = sigmaabsFun(ll);
sigmaemi = sigmaemiFun(ll);
wnsp = sigmaemi / sum(sigmaemi);

alfaPMMA = valuesalfaPMMA(ll);

isol = solarIrradianceSpline(ll);

ncore = refractionIndexPMMA(ll);
beta = (ncore - 1)./(2*ncore);

efficiency = zeros(1, numll);
for k = 1:numll
    alfaCore = alfaPMMA(k) + sigmaabs(k)*N + realmin
    efficiency(k) = fiberAbsorptionTwoInterfaces(ncore(k), 1.4, diameter, .98,
sigmaabs(k)*N, alfaCore, alfaPMMA(k));
end

% Precalculated constants
concentrationToPower = pi*h*c*diameter^2./(4*ll);
Nsolconst = diameter*sum(isol*dlambda.*efficiency./concentrationToPower);
Nabsconst = sigmaabs./concentrationToPower;
Nestconst = sigmaemi./concentrationToPower;
Pattconst = (alfaPMMA+N*sigmaabs)*dz;
PNconst1 = concentrationToPower.*beta.*wnsp*dz/tau;
```

```

PNconst2 = (sigmaabs+sigmaemi)*dz;

P = zeros(numzz, numll);
Pleft = zeros(numzz, numll);
N2 = zeros(numzz, 1);

error = 1;
while error > 1e-8
    % Boundary condition for P
    P(1, :) = zeros(1, numll);
    Pleft(end, :) = zeros(1, numll);

    previousP = P(end, :);

    % Update N2
    for j = 1:numzz-1
        evalP = (P(j, :)+P(j+1, :)+Pleft(j, :)+Pleft(j+1, :))/2;
        wabs = sum(Nabsconst.*evalP);
        west = sum(Nestconst.*evalP);

        A = 1/tau+wabs+west;

        if j <= lightj
            b = Nsolconst+N*wabs;
        else
            b = N*wabs;
        end

        N2(j) = A\b;
    end

    % Update P
    for j = 1:numzz-1
        evalN2 = N2(j);

        for k = 1:numll
            evalP = P(j, k);

            P(j+1, k) = P(j, k);

            P(j+1, k) = P(j+1, k) - Pattconst(k)*evalP;
            P(j+1, k) = P(j+1, k) + PNconst1(k)*evalN2;
            P(j+1, k) = P(j+1, k) + PNconst2(k)*evalN2*evalP;
        end
    end

    % Update Pleft
    for jinv = numzz:-1:2
        evalN2 = N2(jinv-1);

        for k = 1:numll
            evalP = Pleft(jinv, k);

            Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv, k);
        end
    end
end

```

```

        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) - Pattconst(k)*evalP;
        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + PNconst1(k)*evalN2;
        Pleft(jinv-1, k) = Pleft(jinv-1, k) + PNconst2(k)*evalN2*evalP;
    end
end

% Calculate the error (for the loop condition)
error = max(abs((P(end, :)-previousP)./(P(end, :)+realmin)));
end

Pout = P(end, :);
lightPout = sum(Pout);

diodeSurface = pi*diameter^2/4; % m^2
electricPout = solarCellConversion(ll, Pout, diodeSurface);

estimatedError = max(N2)*diameter*max(sigmaabs);

if nargin == 0
    fprintf('Simulation time: %.1f s\n', toc());
    fprintf('Output power of fiber: %g uW\n', lightPout*1e6);
    fprintf('Output power of solar cell: %g uW\n', electricPout*1e6);
    fprintf('Estimated error of approximation: %g\n', estimatedError);

    figure(1);
    plot(ll*1e9, Pout*1e-3/dlambda);
    title('Power spectrum at end of fiber (FDM method)');
    xlabel('\lambda (nm)');
    ylabel('Power spectrum (\muW/nm)');
end
end

```

solarCellConversion (modelo de la célula solar)

```

function [electricPout] = solarCellConversion(ll, lightPin, diodeSurface)

if nargin == 0
    dlambda = 2e-9;
    minlambda = 300e-9;
    maxlambda = 1100e-9;
    ll = minlambda:dlambda:maxlambda;

    diameter = 1e-3;
    diodeSurface = pi*diameter^2/4;

    isol = solarIrradianceSpline(ll);
    lightPin = diodeSurface*isol*dlambda;
end

kB = 1.3806e-23; % Boltzmann constant (J/K)
electronCharge = 1.6e-19; % C

```



```

Isat1 = 1e-8*diodeSurface;
Isat2 = .5e-3*diodeSurface;
Tamb = 300; % Ambient temperature (K)
thermalVoltage = kB*Tamb/electronCharge;

responsivity = photodiodeResponsivity(ll);

diodeCurrent = sum(lightPin .* responsivity);

% a and b are defined to simplify the equation to solve
b2 = Isat2 / Isat1;
b = diodeCurrent / Isat1;

% Equation to solve: 1 + b2 + bL = (2a+1)*exp(2a) + b2*(a+1)*exp(a)

a = realmin; % Avoids division by 0
while 1
    expMinusA = exp(-a);
    deltaA = ((1+b2+b)*expMinusA^2 - (2*a+1) -
b2*(a+1)*expMinusA)/(2*(1+b2+b)*expMinusA^2+2-b2*a*expMinusA);

    a = a + deltaA;

    if abs(deltaA/a)<1e-6
        break;
    end
end

Vmax = 2*thermalVoltage*a;
Imax = diodeCurrent - Isat1*(exp(2*a)-1) - Isat2*(exp(a));
electricPout = Vmax*Imax;

end

```