

Doble Grado en ADE y Derecho

Curso 2021/2022

Ampliaciones del CAPM

Autor: Ángel Lázaro Vega

Directora: María Victoria Esteban González

Bilbao, a 14 de febrero de 2022



RESUMEN

El objetivo de este trabajo es el análisis del Modelo de Valoración de Activo con Cartera de Mercado, y de los modelos más notables derivados de este, el modelo de 3 factores de Fama y French y el modelo de Carhart. Para realizar este análisis, se compara la capacidad explicativa que tienen los factores de riesgo considerados en cada uno de los modelos. En el estudio empírico se utilizan 10 carteras construidas por el cociente VC/VM. Se halla que las variables incluidas por el modelo de 3 factores de Fama y French añaden capacidad explicativa al riesgo de mercado, siendo significativas conjuntamente y mostrando un alto grado de significatividad individual. Sin embargo, lo contrario ocurre con el factor de riesgo momentum incluido por Carhart en su modelo, este factor de riesgo no añade capacidad explicativa relevante para los excesos de rendimiento de las 10 carteras.

ABSTRACT

The objective of this work is the analysis of the Capital Asset Pricing Model and of the most notable models that have been derived from it, such as the Fama and French 3 factor model and Carhart's model. To make this analysis, the explanatory power of each of the different risk factors included in each model is compared. In the empirical study 10 portfolios built on BE/ME are used. The variables included by the Fama and French 3 factor model are found to add explanatory power to the market risk, as they are significant jointly, and also show a high amount of individual significance. However, the contrary occurs with the risk factor implemented by Carhart's model, as it doesn't add any relevant explanatory power towards explaining the excess of returns of the 10 portfolios.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. Introducción	1
2. Modelos de valoración.....	3
2.1. Modelo de Valoración de Activos con Cartera de Mercado.....	4
2.2. El modelo de 3 Factores de Fama y French.....	6
2.3. Modelo de Carhart	8
3. Los Datos. Construcción de las carteras y los factores de riesgo	9
4. Metodología	18
5. Resultados de la estimación	24
6. Conclusión	36
Bibliografía	38

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Tabla 1: Construcción de las carteras para el calculo de SMB y HML.....	11
Tabla 2: Construcción de las carteras para el cálculo de MOM	12
Figura 1: Series temporales de los excesos de rendimiento de las carteras	12
Tabla 3: Estadísticos principales de las carteras	14
Figura 2: Series temporales de los factores.....	15
Tabla 4: Estadísticos principales de los factores.....	16
Tabla 5: Matriz de correlaciones entre las carteras y los factores	16
Tabla 6: Matriz de correlaciones de los factores	17

Tabla 7: Contraste de Breusch-Godfrey. Modelo CAPM.....	22
Tabla 8: Contraste de Breusch-Godfrey. Modelo de Fama y French.	23
Tabla 9: Contraste de Breusch-Godfrey. Modelo Carhart.	24
Tabla 10: Estimación del modelo CAPM	28
Tabla 11: Estimación del modelo 3 Factores de Fama y French	30
Tabla 12: Estimación del modelo Carhart	32
Tabla 13: Comparación de las bondades del ajuste de los tres modelos	35

1. Introducción

El mundo de las finanzas y de las inversiones es un campo de estudio enorme y apasionante, desde que se crearon los mercados financieros y los intercambios de activos, los inversores llevan preguntándose las mismas cuestiones, qué manera tengo de maximizar mis beneficios, cómo puedo ganar más dinero, qué activos debo seleccionar, etc... En la incansable búsqueda de la maximización de los beneficios, incontables matemáticos, economistas, y demás mentes brillantes han ido aportando sus granitos de arena para construir los avances en teoría económica y econométrica de los que se dispone hoy en día.

Los métodos de valoración de activos financieros son un fragmento de la ciencia económica que se ha desarrollado de forma relativamente reciente. Hay que tener en cuenta que no todos los inversores que participan en un mercado financiero son iguales, sus grados de aversión al riesgo, y de comprensión de los riesgos que conlleva una inversión determinada, son tremendamente dispares dependiendo del inversor. Uno de los primeros libros que abordan el problema de la evaluación de activos desde una perspectiva centrada en los dividendos es “The Theory of Investment Value”, en este libro Williams propone un método de valoración de acciones individuales basado en la actualización de sus futuros dividendos. La inversión de dividendos es una disciplina que se centra en la valoración de acciones por sus dividendos, en la capacidad de una empresa de repartir beneficios a sus accionistas. Este sistema no tiene forma de definir variables importantes, como la cantidad de dividendos que se van a conseguir de una empresa. Independientemente de las intenciones o aversiones al riesgo de un inversor, este sistema no tiene en cuenta el riesgo de manera intrínseca, ya que lo único que se evaluaba con él eran las acciones en las que invertir, no sus probabilidades de éxito o fracaso.

Para la construcción de un modelo de valoración que sea capaz de tener en cuenta el riesgo de un activo, necesitamos variables que cuantifiquen ese riesgo, no métodos que ofrezcan solo los beneficios potenciales sin tener en cuenta la probabilidad de que falle la inversión. Para profundizar más en el entendimiento del riesgo hay que pensar que cada inversión será susceptible de dos tipos de riesgo, uno externo, por ejemplo, si se da una crisis económica, y otro interno, si la empresa en la que se ha invertido no desempeña como se esperaba. A estos

dos tipos de riesgo en la literatura económica actual se les llama riesgo sistemático y riesgo específico respectivamente. El riesgo sistemático es el riesgo de perder una inversión causado por factores políticos o macroeconómicos que afectan al mercado en su totalidad, mientras que el riesgo no sistemático o riesgo específico es el riesgo de perder la inversión debido a factores intrínsecos a la empresa o a su industria.

El riesgo sistemático es el riesgo de mercado, el riesgo que asume un inversor por tan solo operar en el mercado, no es minimizable a través de la diversificación de activos que se explicará más adelante, y tan solo es posible reducirlo utilizando estrategias de cobertura, lo cual reduce considerablemente los beneficios potenciales, y no siempre es posible ya que es difícil encontrar activos con un alto grado de correlación negativa con el mercado. La forma de cuantificar el riesgo sistemático más común es la volatilidad, obtenida calculando la desviación típica de los rendimientos del mercado en su totalidad.

El riesgo específico o diversificable es aquel riesgo específico de la empresa o de la industria en la que opera la empresa en la que se ha invertido, este riesgo si que se puede minimizar, como se explicará en el siguiente apartado. Es importante tener en cuenta que este riesgo no es cuantificable, ya que depende de sucesos aleatorios que no son predecibles.

El riesgo global de un activo es la suma del riesgo sistemático y de su riesgo específico. De acuerdo con inversores y autores contemporáneos, los riesgos específicos de un activo se pueden minimizar si se forma un portfollio de entre 30 y 60 activos bien diferentes que operen en mercados distintos¹. Por lo tanto, para medir el riesgo de una cartera, el factor de riesgo más obvio del que puede disponer un modelo de valoración es el riesgo del mercado en su totalidad. Ya que los riesgos específicos son minimizables y el riesgo total será cercano al riesgo sistemático.

Este trabajo pretende poner en contexto la evolución de los modelos de valoración a partir del Modelo de Valoración de Activo con Cartera de Mercado, y comparar los modelos más notables. Para ello, en la siguiente sección se analizarán los siguientes modelos, el Modelo de Valoración de Activo con Cartera de Mercado, el modelo de 3 factores de Fama y French, y

¹ Statman (1987) determina que una cartera suficientemente diversificada debería de contener entre 30 y 40 activos, pero Campbell, Lettau, Malkiel, y Xu (2001), demuestran que el riesgo específico medio ha ido en aumento, la reducción de riesgo que se conseguía con 20 acciones en 1960 precisa de 50 acciones en 1990.

el modelo de Carhart. En la tercera sección se describe la muestra utilizada en el estudio empírico, se explica el origen de los datos a utilizar para la inferencia y estimación, analizando su construcción y estadísticos principales. En la cuarta sección se explica la metodología a utilizar para estimar los modelos, y en la sección quinta se muestran los resultados de su aplicación. En la sexta y última sección se exponen las conclusiones del trabajo.

2. Modelos de valoración

La teoría moderna de valoración de activos y carteras supone un antes y un después en la forma en la que los inversores pensaban y decidían sus inversiones. Previamente a la aparición de esta teoría y de su creador, Markowitz, los inversores solo pensaban en términos de rendimientos, basaban todos sus cálculos y decisiones en las rentabilidades potenciales que podía traerles invertir en un activo. Durante su doctorado en la Universidad de Chicago, Markowitz se dio cuenta que además de cuestionar la rentabilidad de un determinado activo, se debería estudiar también el riesgo ligado a ese activo. Por mucha rentabilidad que pueda reportar cualquier inversión, si el riesgo de perder esa inversión es muy alto, no tiene ningún sentido decidir invertir. Así, en 1952 Markowitz publica en el Journal of Finance un artículo titulado Portfolio Selection, cuyo objetivo es analizar el binomio rendimientos-riesgo. En este artículo desarrolló un modelo matemático con el objetivo de maximizar rendimientos y minimizar riesgos, llegando a la conclusión que para un cúmulo de combinaciones rendimiento-riesgo cuyas probabilidades sean conocidas y ciertas, existe una curva de carteras eficientes donde se posicionarían los inversores en diferentes puntos de acuerdo a su nivel de aversión al riesgo. Se considera que una cartera es eficiente cuando para un rendimiento determinado se asume la mínima cantidad de riesgo posible, o cuando para un riesgo determinado se consiguen los mayores rendimientos posibles. A la curva formada por las carteras eficientes se le denomina frontera de mínima varianza, y para definirla será necesario identificar las combinaciones de activos que presenten la mayor rentabilidad para un nivel de riesgo dado. Así, la expresión del riesgo de una cartera c sería tal que:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}$$

donde x_i , x_j son las dotaciones de los activos i y j respectivamente, y σ_{ij} es la covarianza entre estos dos activos.

Por lo tanto, para optimizar la cartera c , se debe optimizar la participación de cada activo x_i , x_j en la misma. Se muestra con la expresión anterior, que el riesgo total de una cartera determinada no depende solo del riesgo individual (varianza) de cada uno de los activos que la compone, sino también de las covarianzas entre todos los activos. En palabras del mismo Markowitz, “la diversificación permite a los inversores beneficiarse de la apreciación a largo plazo de todos los mercados mientras reduces el impacto de la volatilidad a corto plazo de cada uno de los mercados por separado, aislándote de las peores subidas y bajadas debidas a movimientos especulativos”. Es decir, diversificar inversiones minimiza el riesgo sufrido por los inversores. Markowitz también realizó un estudio que se publicó en 1999, en el cual analizó la evolución de la teoría y las prácticas más comunes a la hora de seleccionar una cartera desde 1600 hasta 1960. Por estas y más contribuciones Markowitz ganó el nobel de economía en 1990, junto a Sharpe, quien en la década de los 60 desarrolló el modelo CAPM, el cual será el primero de los modelos que se van a estudiar en este trabajo.

2.1. Modelo de Valoración de Activos con Cartera de Mercado

El primer modelo que se va a analizar es el Modelo de Valoración de Activos Financieros con Cartera de Mercado (CAPM), más concretamente la versión de Sharpe-Lintner desarrollada a partir del trabajo de Markowitz, extraída de los trabajos de Sharpe (1964), y Lintner (1965). Sharpe acepta el principio de diversificación de activos para minimizar el riesgo de una cartera, pero argumenta que parte del riesgo no es diversificable, y lo denomina Riesgo Común del Sistema, o lo que se va a llamar el riesgo de la cartera de mercado. Además, Sharpe también afirma que los inversores no solo trabajan con activos con riesgo, sino que incorporan en sus carteras a menudo activos libres de riesgo, como bonos del tesoro, o como el activo libre de riesgo que se va a utilizar en la estimación de los modelos, Bonos del

Estado de Estados Unidos a corto plazo. Esta versión del CAPM supone la existencia de un activo libre de riesgo cuyo tipo de interés libre de riesgo (r) se puede sustraer del tipo de interés de la cartera de mercado (R_m) para hallar la prima de riesgo de la cartera de mercado $(E(R_m) - r)^2$. El modelo CAPM determina también que existe una relación lineal y positiva entre el rendimiento de cualquier cartera j y su riesgo beta, siendo β_{jm} el coeficiente que determina la sensibilidad del rendimiento de la cartera j a cualquier cambio que se pueda producir en la cartera de mercado. Por lo tanto, una interpretación inicial del CAPM nos presenta esta ecuación:

$$E(R_j) = r + \beta_{jm} [E(R_m) - r] \quad j = 1, \dots, N$$

donde:

- R_j es el rendimiento esperado de la cartera j .
- r es el tipo de interés del activo libre de riesgo.
- $[E(R_m) - r]$ es la prima de riesgo de la cartera de mercado compuesta por todos los activos de la economía ponderados según su valor de mercado.

Esta ecuación se puede comprimir expresándose en términos de rendimientos en exceso del tipo de interés del activo libre de riesgo tal que:

$$E(Z_j) = \beta_{jm} E(Z_m)$$

Donde:

$$Z_j \equiv R_j - r, \quad Z_m \equiv R_m - r$$

La expresión que se utilizará para la estimación del CAPM cuenta también con un término independiente α_j , como es costumbre en el modelo de regresión lineal.

$$R_{jt} - r_t = \alpha_j + \beta_{jm}(R_{mt} - r_t) + u_{jt}$$

$$j = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T$$

² La cartera de mercado es una cartera formada por todos los activos que cotizan en el mercado secundario ponderándolos por su valor de mercado o capitalización bursátil. La capitalización bursátil de un activo es el producto del precio de mercado del activo y el número de acciones que la empresa tiene en circulación en el mercado.

donde se espera un signo positivo para β_{jm} , ya que a mayor rendimiento en la cartera de mercado mayor rendimiento en la cartera de activos con riesgo, y un valor cero para α_j , el término independiente, ya que el valor esperado del exceso de rendimiento de cada activo j es proporcional a su beta.

Se pueden establecer las siguientes implicaciones contrastables:

- El término independiente del modelo econométrico debe ser cero, ya que el valor esperado del exceso de rendimiento de cada activo j es proporcional a su beta.
- Las betas capturan completamente la variación de los excesos de rendimiento esperados.
- La prima por riesgo del mercado es positiva $E(Z_m) > 0$.

De ahora en adelante se denotará a $R_{jt} - r_t$ como C_{jt} , y a $R_{mt} - r_t$ como MKF_t , por lo que el modelo a estimar será:

$$C_{jt} = \alpha_j + \beta_{jm}MKF_t + u_{jt} \quad (1)$$

$$j = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T$$

En el CAPM el único factor de riesgo es MKF, el exceso de rendimiento de la cartera de mercado sobre el activo libre de riesgo. El coeficiente β_{jm} , también llamado beta, mide la sensibilidad de una cartera j respecto del factor de riesgo MKF. Las empresas con una mayor sensibilidad beta a este factor deben ofrecer un mayor rendimiento esperado. De igual modo, las empresas con una beta menor que uno respecto a este factor suelen ser activos bien valorados por el mercado en cuanto a que ante una caída del mercado, los rendimientos de estos activos caen en menor proporción.

2.2. El modelo de 3 Factores de Fama y French

El siguiente modelo que se va a utilizar en el análisis es el Modelo de 3 Factores de Fama y French. En 1993, Eugene F. Fama and Kenneth R. French publican un artículo en el Journal of Financial Economics, en el que expresan su insatisfacción con las betas proporcionadas por el modelo CAPM de Sharpe-Lintner, y proponen una serie de factores de riesgo que, aún

no convencionales en la teoría tradicional de la valoración de activos financieros, muestran una consistente capacidad para explicar la el exceso de rendimiento de carteras de activos con riesgo. Posteriormente, en 1996 publican otro trabajo en el que prueban la capacidad explicativa de su modelo frente al CAPM. El modelo que proponen Fama y French se especifica como:

$$C_{jt} = \alpha_j + \beta_{jm}MKF_t + \beta_{j,SMB}SMB_t + \beta_{j,HML}HML_t + u_{jt} \quad (2)$$

$$j = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T$$

donde:

- C_{jt} es la variable endógena a explicar, el excedente de rendimiento de una cartera j respecto al tipo de interés de un activo libre de riesgo r , tal y como se ha explicado en el CAPM.
- MKF es la prima de riesgo de la cartera de mercado compuesta por todos los activos de la economía ponderados según su valor de mercado, este primer factor de riesgo es igual que la variable explicativa del CAPM.
- SMB es un factor de riesgo que hace referencia a la diferencia en la capitalización bursátil de diferentes empresas (Small Minus Big) ya que Fama y French resaltaron que por lo general las empresas pequeñas tienden a rendir mejor que las grandes, se trata de una cartera que replica al factor de riesgo asociado al tamaño entendido como capitalización bursátil. Esta cartera representa la diferencia entre el rendimiento de las carteras más pequeñas y las más grandes controlando por los efectos potenciales del cociente valor contable/valor de mercado, VC/VM. El factor capitalización bursátil se caracteriza porque las empresas con una mayor capitalización bursátil resultan menos arriesgadas para los inversores y, por lo tanto, la rentabilidad exigida a estas empresas será menor.
- HML es otro factor de riesgo incluido por Fama y French (High Minus Low), y recoge el rendimiento de una cartera que replica el factor de riesgo asociado al cociente VC/VM. Se cree que empresas con un cociente alto entre su valor contable y su valor de mercado (acciones de valor) tienen mejores rendimientos que empresas con un cociente más bajo (acciones de crecimiento). Esta cartera representa la diferencia en el rendimiento entre las carteras con más alto y más bajo VC/VM una

vez el efecto tamaño ha sido controlado. Este factor se caracteriza porque las empresas con un ratio alto resultan más arriesgadas para los inversores y por lo tanto se esperará de ellas un mayor rendimiento. Un ratio alto significa que el valor contable es superior a las expectativas que tiene el mercado de dicha empresa y por tanto se le exigirá un plus de rentabilidad. Estas empresas suelen ser muy sensibles a las tensiones financieras.

Para β_{jm} se espera signo positivo, como ya se ha comentado en el modelo anterior. Se anticipa también que $\beta_{j,HML}$ sea positivo, ya que a mayor cociente VC/VM mayor rendimiento medio. Sin embargo, se espera que $\beta_{j,SMB}$ sea negativo, ya que a mayor tamaño de la empresa menor rentabilidad de las acciones, por lo que hay una relación inversa entre el tamaño de una empresa y el rendimiento medio.

2.3. Modelo de Carhart

Por último, se analizará el Modelo de Carhart (1997), el cual es extremadamente parecido al modelo de Fama y French, incluyendo tan solo un factor adicional, el factor momentum (MOM). Este factor recoge la diferencia entre el rendimiento medio de las carteras que contienen empresas que han obtenido ganancias y el rendimiento medio de las carteras que contienen empresas que han obtenido pérdidas el año previo, esta estrategia es conocida como “Winners minus Losers” y está relacionado con el ciclo económico, se considera que los rendimientos del año previo son un indicador que predice positivamente los rendimientos brutos del año siguiente. Cabe esperar que empresas con un rendimiento superior a la media sigan esta tendencia, y en un futuro se espera que sigan consiguiendo rendimientos por encima de la media y viceversa. Así, una estrategia, en un horizonte de corto plazo, basada en comprar activos ganadores y vender activos perdedores generará rentabilidades positivas, por lo que el momentum es un factor de riesgo que puede explicar las rentabilidades. A este efecto también se conoce como “hot hands”, y es explorado por Hendricks, Patel, y Zeckhauser en 1993. En 1997, Carhart lo relaciona con el factor momentum de Jegadeesh y Titman (1993), y crea su modelo de valoración. Por lo tanto, el modelo a estimar sería el siguiente:

$$C_{jt} = \alpha_j + \beta_{jm}MKF_t + \beta_{j,SMB}SMB_t + \beta_{j,HML}HML_t + \beta_{j,MOM}MOM_t + u_{jt} \quad (3)$$

$$j = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T$$

donde MKF, SMB, y HML son los factores de riesgo ya explicados anteriormente para el Modelo CAPM y el Modelo Fama y French, y el único nuevo es el factor momentum (MOM). Los signos esperados para las estimaciones de las betas de los demás factores se mantienen para este modelo, y se anticipa que $\beta_{j,MOM}$ sea positivo, se espera una relación directa entre el rendimiento medio de las carteras y el factor momentum ya que recoge la diferencia entre el rendimiento medio de las carteras con empresas ganadoras y el rendimiento medio de las carteras con empresas perdedoras, se espera que las carteras que han obtenido ganancias obtengan rendimientos medios superiores a las que han obtenido pérdidas.

3. Los Datos. Construcción de las carteras y los factores de riesgo

Los datos a utilizar para la estimación de todos los modelos provienen de la página web de Fama y French https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library.html en su totalidad, tanto las carteras cuyos rendimientos se estimarán como los datos de todos los factores (MKF, r, SMB, HML, MOM). El periodo de estimación abarca desde enero de 1995 hasta diciembre de 2019, 300 observaciones disponibles. En cuanto a las carteras, se va a utilizar carteras formadas a partir del ratio VC/VM³ (Book to market ratio, BE/ME), el valor contable a utilizar en t será el valor contable del final del anterior año fiscal t - 1, en cuanto al valor de mercado, se calculará multiplicando el precio por el número de acciones en circulación en diciembre de t - 1. En cuanto a la selección de acciones en particular, se utilizarán todas las acciones del NYSE, AMEX y NASDAQ para las que se disponga del

³ VC indica Valor Contable, VM denota Valor de Mercado. El ratio VC/VM mide el valor de una empresa, compara su valor contable con su valor de mercado, y ayuda a los inversores a determinar si la empresa está sobrevalorada o infravalorada.

valor de mercado de diciembre de $t - 1$ y junio de t , y el valor contable para $t - 1$. Las carteras se forman de acuerdo con el ratio valor contable entre valor de mercado, en adelante denotado por VC/VM, al final de cada junio usando los breakpoints (deciles) del NYSE. En la cartera C1 se encuentran las rentabilidades de las empresas de menor VC/VM y en la cartera C10 las rentabilidades de las empresas de mayor VC/VM. Se utilizará el conjunto de datos de las carteras distribuidas en deciles como variable endógena para las estimar. Para calcular el exceso de rendimiento de las carteras se utiliza como activo libre de riesgo a las letras del tesoro a un mes de USA.

En cuanto a $MKF_t = [R_{mt} - r_t]$, es decir, a la prima de riesgo de la cartera de mercado, es el rendimiento ponderado por valor de todas las firmas del Center for Research in Security Prices (CRSP) incorporadas en Estados Unidos y públicas en el NYSE, AMEX o NASDAQ de las que se disponga de, información buena sobre la acción y su precio al principio de t , y buena información también sobre sus rendimientos en t , menos la tasa de las letras del tesoro estadounidenses a un mes, las cuales tomarían el lugar del activo libre de riesgo.

Los factores de Fama y French, SMB y HML, se construyen mediante la utilización de 6 carteras ponderadas por tamaño y por ratio VC/VM. Estas carteras, construidas al final de cada junio son el resultado de la intersección entre 2 carteras construidas en base al valor de mercado, uno grande y uno pequeño, cogiendo como separador la mediana del valor de mercado de las acciones para las que existan datos del NYSE, y 3 carteras construidas mediante el ratio VC/VM, cogiendo como separadores los percentiles 30 y 70, de todas las acciones para las que existan datos y cuyo valor contable sea positivo ordenadas en cuanto a VC/VM del NYSE. La intersección de estas 2 carteras, una que contiene el 50% de las acciones con mayor valor de mercado y la otra que contiene el 50% con menor valor de mercado, con las 3 carteras formadas observando el ratio VC/VM, de las cuales una contendrá el 30% superior de las acciones según VC/VM, otra el 40% intermedio, y la última el 30% inferior, resulta en 6 carteras tal y como muestra la siguiente tabla, diferenciándolas por su tamaño o valor de mercado, que va a ser grande (top 50% por encima de la mediana), o pequeño (50% inferior), o por su ratio, que serán carteras que contienen acciones de valor (un VC/VM alto, top 30%), carteras con acciones neutrales, o carteras con acciones de crecimiento (un VC/VM bajo). La Tabla 1 muestra esta construcción de manera más visual.

Tabla 1: Construcción de las carteras para el calculo de SMB y HML

	Mediana del valor de mercado	
	↓	
	Pequeña Valor	Grande Valor
Percentil 70 VC/VM →	Pequeña Neutral	Grande Neutral
Percentil 30 VC/VM →	Pequeña Crecimiento	Grande Crecimiento

Por lo que respecta a SMB, es el rendimiento medio de las tres carteras pequeñas menos el rendimiento medio de las tres carteras grandes, tal que:

$$SMB = 1/3 (\text{Pequeña Valor} + \text{Pequeña Neutral} + \text{Pequeña Crecimiento}) - 1/3 (\text{Grande Valor} + \text{Grande Neutral} + \text{Grande Crecimiento}).$$

En cuanto a HML, se calcula como el rendimiento medio de las dos carteras con acciones de valor menos el rendimiento medio de las dos carteras con acciones de crecimiento, es decir:

$$HML = 1/2 (\text{Pequeña Valor} + \text{Grande Valor}) - 1/2 (\text{Pequeña Crecimiento} + \text{Grande Crecimiento}).$$

Para el cálculo de MOM, se utilizan 6 carteras similares a las construidas para SMB y HML, pero en vez de utilizar el ratio VC/VM, la intersección de las dos carteras formadas por valor de mercado se realiza con tres carteras construidas en base a los rendimientos de 2 a 12 meses anteriores (alto para el 30% superior, medio para el 40% siguiente, y bajo para el 30% inferior). MOM se define como el rendimiento medio de las dos carteras de rendimiento previo alto menos el rendimiento medio de las dos carteras de rendimiento previo bajo, es decir, la fórmula para el cálculo de MOM sería la siguiente:

$$MOM = 1/2 (\text{Pequeña Alta} + \text{Grande Alta}) - 1/2 (\text{Pequeña Baja} + \text{Grande Baja}).$$

En la Tabla 2 se muestra esta construcción.

Tabla 2: Construcción de las carteras para el cálculo de MOM

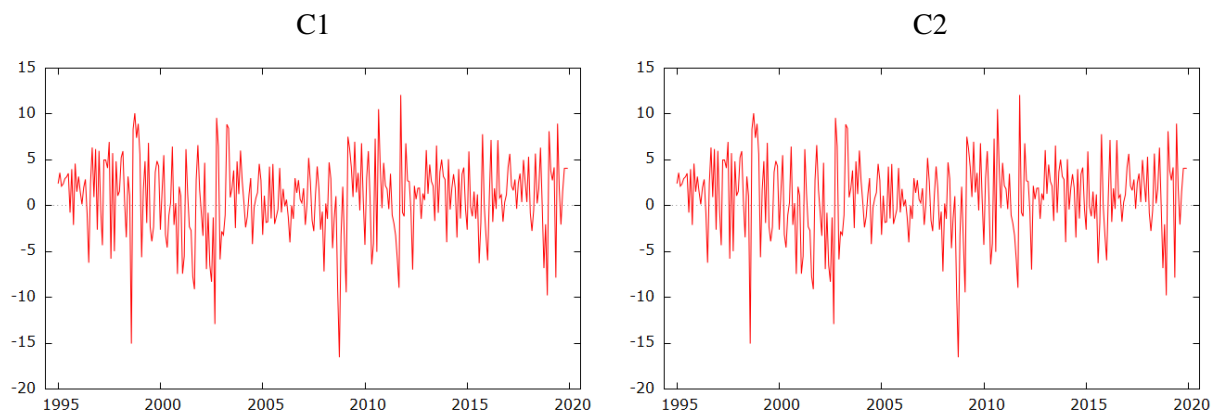
Mediana del valor de mercado
↓

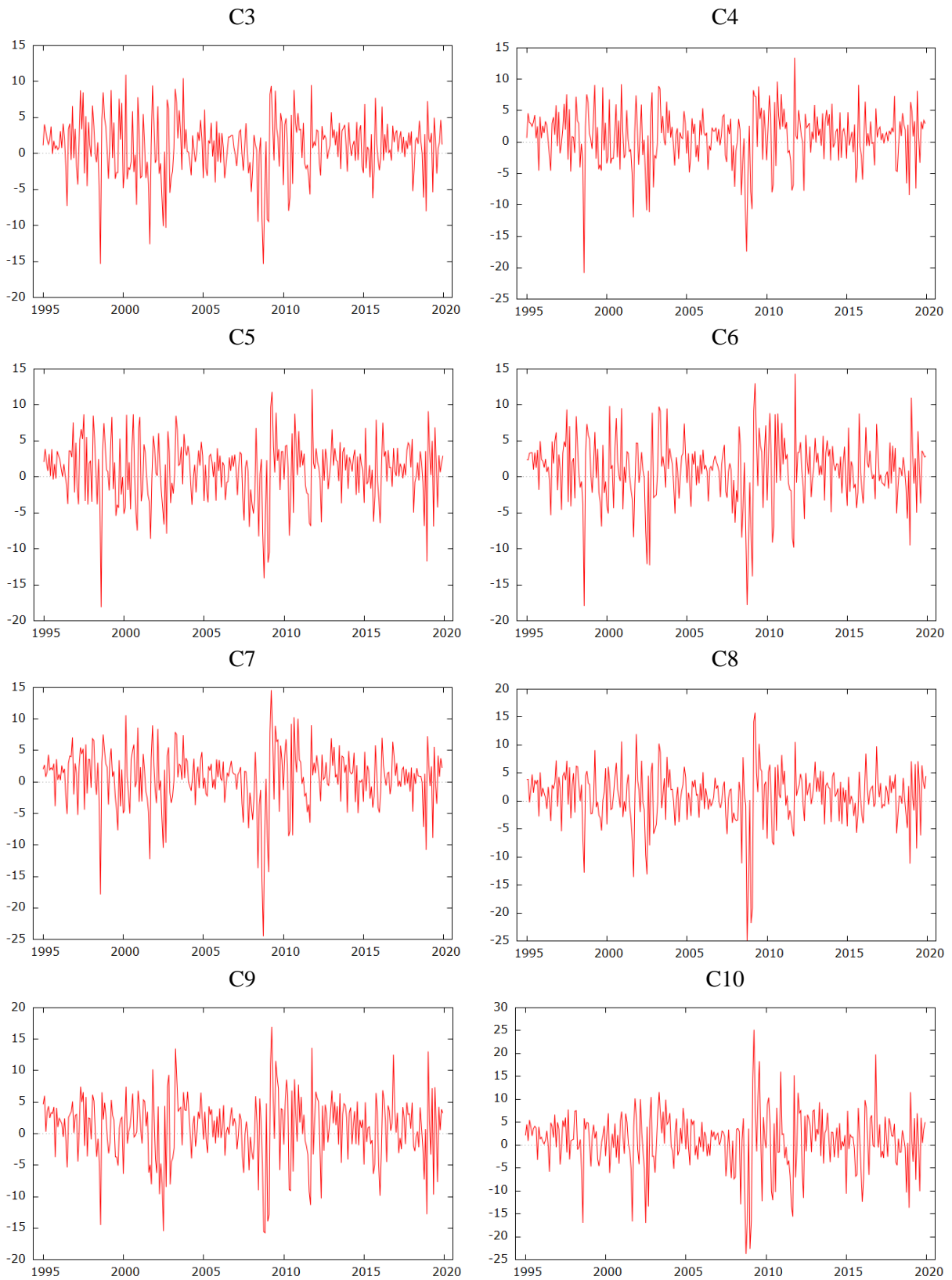
	Pequeña Alta	Grande Alta
Percentil 70 →	Pequeña Media	Grande Media
Percentil 30 →	Pequeña Baja	Grande Baja

Una vez descrita la construcción de las carteras a utilizar y la procedencia de los factores que se van a utilizar para obtener las estimaciones, se va a realizar un análisis descriptivo de los datos de manera previa a la estimación para intentar inferir información que ayude más adelante con la interpretación de los resultados de la estimación. Mediante la elaboración de gráficos de series temporales y de tablas, tanto de los estadísticos principales de cada variable, como de correlación entre las variables, se podrán entender los datos en mayor profundidad.

Figura 1: Series temporales de los excesos de rendimiento de las carteras

Observaciones 01:1995-12:2019 ($T = 300$)





Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, la Figura 1 muestra las series temporales creadas por los excesos de rendimiento mensuales de cada cartera con la que se va a trabajar. Estas series temporales

permiten ver los cambios en la varianza de los excesos de rendimiento y su relación con periodos de gran volatilidad en el mercado o con crisis económicas. Así, periodos como la crisis de 2008, una etapa de muy alta volatilidad, se reflejan en estas series como unos periodos de varianza muy elevada. Por otra parte, periodos de volatilidad más reducida como el que va de 2004 a 2007 se muestran como periodos de varianza más reducida. Se puede argumentar también, aunque hará falta un examen de los estadísticos principales para corroborar esta teoría, que las carteras con ratio VC/VM más bajo presentan varianzas más estables, y que las mayores reacciones a periodos de alta volatilidad las presentan las series temporales de exceso de rendimiento de las carteras compuestas por acciones de valor (ratio VC/VM alto). Para entender estos datos más a fondo, se calculan los estadísticos principales de todas las carteras.

Tabla 3: Estadísticos principales de las carteras

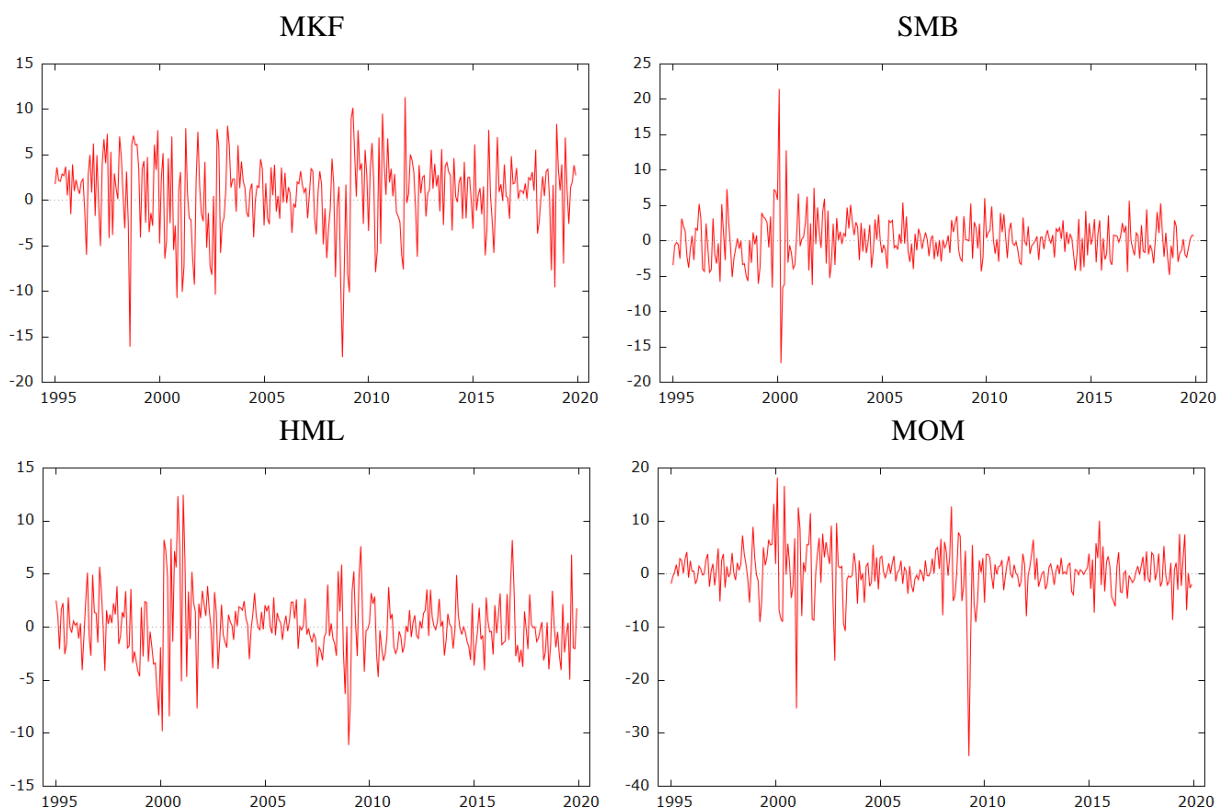
Carteras	Media	Mediana	Desv. típica	Min	Max
C1	0,7441	1,020	4,689	-15,68	10,88
C2	0,8580	1,225	4,336	-16,53	12,07
C3	0,8348	1,140	4,159	-15,34	10,94
C4	0,7542	1,285	4,418	-20,84	13,43
C5	0,8511	1,360	4,251	-18,10	12,18
C6	0,8606	1,150	4,527	-17,94	14,31
C7	0,5789	1,200	4,683	-24,50	14,58
C8	0,8152	1,350	4,982	-24,92	15,78
C9	0,8734	1,610	5,134	-15,74	16,95
C10	0,8997	1,590	6,367	-23,76	25,18

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 3 muestra los estadísticos principales de cada cartera, la media, mediana, desviación típica, y valores límites que se muestran en la tabla permiten ver claramente cuál es el rango de valores con el que se va a trabajar. La cartera C10 tiene una media de 0,7441, esto se interpreta tal que los excesos de rendimiento medios de esta cartera mensualmente de enero de 1995 a diciembre de 2019 han sido de un 0,74%.

Se observa claramente también un aumento de prácticamente todos los estadísticos principales según se pasa de las carteras de más bajo ratio VC/VM a las carteras de los deciles más altos. Así, la cartera C10 tiene una media de 0,9% de exceso de rendimiento mensual, en comparación con el 0,74% de la cartera C1, pero posee también una desviación típica mucho mayor a la de la cartera C1. Esto indica una mayor dispersión en los valores muestrales, lo cual puede tener relación a la mención anterior de la mayor sensibilidad de las carteras de valor a los periodos de alta volatilidad.

*Figura 2: Series temporales de los factores.
Observaciones 01:1995-12:2019 (T = 300)*



Fuente: Elaboración propia

La Figura 2 muestra las series temporales creadas a partir de los valores de los factores de riesgo. Son gráficos extremadamente similares a los realizados con las carteras, con los mismos periodos de volatilidad reflejados en sus varianzas.

Tabla 4: Estadísticos principales de los factores

Factores	Media	Mediana	Desv. típica	Min	Max
<i>MKF</i>	0,7226	1,340	4,334	-17,23	11,35
<i>SMB</i>	0,0896	0,105	3,293	-17,29	21,48
<i>HML</i>	0,1346	0,005	3,076	-11,11	12,48
<i>MOM</i>	0,4048	0,495	5,019	-34,30	18,20

Fuente: Elaboración propia

Respecto de los estadísticos principales de los factores de riesgo mostrados en la Tabla 4, *SMB* y *HML* presentan medias cercanas al 0 sin llegar en ningún momento a ser negativas, y desviaciones típicas más pequeñas respecto de los otros factores, lo cual indica una menor dispersión de sus valores. Obviamente, el gráfico y los estadísticos de *MKF* son bastante similares a los de las carteras, ya que los activos que forman parte de la cartera de mercado se encuentran también en las carteras. Se realizará un examen de correlación entre las carteras y los factores, y otro entre los factores entre sí, para determinar la relación que hay entre las distintas variables.

Tabla 5: Matriz de correlaciones entre las carteras y los factores

Carteras	<i>MKF</i>	<i>SMB</i>	<i>HML</i>	<i>MOM</i>
C1	0,9404	0,1760	-0,3495	-0,2187
C2	0,9470	0,1600	-0,1727	-0,2581
C3	0,9302	0,1621	-0,0059	-0,3201
C4	0,9196	0,1740	0,0310	-0,3197
C5	0,9003	0,1418	0,1090	-0,3733
C6	0,8568	0,1161	0,2231	-0,3184
C7	0,8571	0,1180	0,2253	-0,3745
C8	0,8438	0,2243	0,2964	-0,3372
C9	0,8549	0,2175	0,2784	-0,3974
C10	0,8338	0,3069	0,2643	-0,3928

Fuente: Elaboración propia

Se muestra en la Tabla 5 las correlaciones entre las carteras y los factores. Se puede observar cómo según se va cambiando de cartera, cambiando de decil, la relación con cada factor sigue una clara tendencia a aumentar o disminuir. La correlación entre los excesos de rendimiento de las carteras y el exceso de rendimiento de la cartera de mercado, MKF es positiva. Así, la cartera C1 presenta un alto grado de correlación con el factor MKF, el cual tiende a disminuir según se cambia de cartera y aumenta el ratio VC/VM, pasa de ser de 0,94 en la cartera C1 a 0,83 en la cartera C10. Respecto del factor SMB, es el que menos tendencia presenta, siendo todos los valores positivos y entre 0,1 y 0,3, presentando así un índice de correlación bajo con los excesos de rendimiento mensuales de las carteras. HML por el contrario presenta una clara tendencia creciente, estando inversamente correlacionado con las tres primeras carteras, pero terminando directamente correlacionado con las 7 últimas, siendo toda correlación menor que 0,3 en valor absoluto, por lo que la correlación entre el factor y las carteras es relativamente baja en comparación a otros factores como MKF. Por su parte, MOM presenta en todo momento una relación inversa creciente en valores absolutos, que comienza en -0,22 y termina en -0,39, siendo el segundo factor en términos de peso correlacional.

Tabla 6: Matriz de correlaciones de los factores

Factores	<i>MKF</i>	<i>SMB</i>	<i>HML</i>	<i>MOM</i>
<i>MKF</i>	1	0,2346	-0,1351	-0,2921
<i>SMB</i>		1	-0,2776	0,0595
<i>HML</i>			1	-0,2259
<i>MOM</i>				1

Fuente: Elaboración propia

En cuanto a la matriz de correlación de los factores mostrada en la Tabla 6, no existen relaciones notables entre ninguno de ellos, destacando tan solo la relación entre MOM y SMB, cuyo índice de correlación es extremadamente cercano a 0, lo cual indica que prácticamente no existe relación lineal entre los dos factores, luego no va a haber problemas de colinealidad entre los regresores de los diferentes modelos.

4. Metodología

Se estimará cada modelo para cada una de las 10 carteras, mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Para explicar la metodología se mostrará la tarea de estimación con el modelo CAPM. Como ya se ha explicado anteriormente, la variable endógena será en todos los modelos la misma, el exceso de rendimiento de cada una de las 10 carteras respecto al tipo de interés de un activo libre de riesgo r . Al estar tratando con datos de series de tiempo, se presupone la existencia de ciertos problemas al aplicar MCO. En primer lugar, mientras que en una sección cruzada el orden de los datos es irrelevante, en datos de series de tiempo el orden es cronológico y único, lo cual es especialmente relevante a la hora de considerar las posibles relaciones entre variables. Por otra parte, aunque se opere con el supuesto de que no existe correlación en las perturbaciones de las diferentes ecuaciones a estimar, en los datos con series temporales es un problema muy común, y más adelante se verá los contrastes necesarios para analizar la existencia de autocorrelación serial.

Antes de comenzar a estimar hay que definir las hipótesis básicas bajo las que se analizará y estimará el modelo. Sobre la perturbación u_{jt} , existen 4 hipótesis básicas:

- Se trata de una variable aleatoria no observable cuyo valor medio condicionado en X es 0 para todo t en toda cartera j .
- La varianza de la perturbación es desconocida y se mantiene constante para todas las observaciones, se supone homocedasticidad.
- La covarianza entre perturbaciones de diferentes momentos del tiempo es 0, se supone no autocorrelación.
- Las perturbaciones siguen una distribución condicionada en X (en este caso MKF) normal, $u/X \sim NID(0_T, \sigma^2 I_T)$

La ecuación del modelo CAPM a estimar es:

$$(1) \quad C_{jt} = \alpha_j + \beta_{jm} MKF_t + u_{jt} \quad j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$$

donde:

$$C_{jt} = R_{jt} - r_t \quad j = 1, \dots, 10 \quad t = 1, \dots, 300$$

$$MKF_t = R_{mt} - r_t$$

Por lo tanto, el objetivo sería estimar los coeficientes α_j y β_{jm} contenidos bajo la hipótesis básica $E(u_{jt}|X) = 0 \forall j, \forall t$ en la función de regresión poblacional siguiente:

$$E(C_{jt}) = \alpha_j + \beta_{jm} [MKF_t]$$

$$j = 1, \dots, 10 \quad t = 1, \dots, 300$$

Así, la Función de Regresión Muestral quedaría tal que:

$$\widehat{C}_{jt} = \widehat{\alpha}_j + \widehat{\beta}_{jm} MKF_t$$

$$j = 1, \dots, 10 \quad t = 1, \dots, 300$$

El estimador de MCO se obtiene de minimizar la siguiente función objetivo:

$$\min_{\widehat{\alpha}, \widehat{\beta}} \sum_{t=1}^T \widehat{u}_{jt}^2 = \min_{\widehat{\alpha}, \widehat{\beta}} \sum_{t=1}^T (C_{jt} - \widehat{\alpha}_j + \widehat{\beta}_{jm} MKF_t)^2 \quad j = 1, \dots, 10$$

En forma matricial siguiendo la estimación del modelo de regresión lineal general por el método de MCO, este criterio puede escribirse como:

$$\min_{\widehat{\beta}} \widehat{u}'\widehat{u} = \min_{\widehat{\beta}} (Y - X\widehat{\beta})'(Y - X\widehat{\beta})$$

Las K condiciones de Primer Orden (C.P.O.) de mínimo son:

$$\frac{\partial \widehat{u}'\widehat{u}}{\partial \widehat{\beta}} = 0 \rightarrow -2X'(Y - X\widehat{\beta}) = 0$$

Despejando, se obtienen las ecuaciones normales en forma matricial:

$$X'Y = X'X\widehat{\beta}_{MCO}$$

donde el estimador MCO se define:

$$\hat{\beta}_{MCO} = (X'X)^{-1}X'Y$$

y la FRM sería

$$\hat{Y} = X\hat{\beta}$$

En cada modelo la matriz X cambia, en el CAPM, se define tal que $X = [1, MKF_t]$. En el modelo de Fama y French X toma la siguiente forma, $X = [1, MKF_t, SMB_t, HML_t]$. Por último, en el modelo Carhart, $X = [1, MKF_t, SMB_t, HML_t, MOM_t]$. En cuanto a Y, en una matriz de orden T x 1, que contiene todas las observaciones de una cartera j, en cada uno de los modelos analizados.

Los estimadores obtenidos del método de MCO bajo las hipótesis básicas, de acuerdo con el teorema de Gauss-Markov, son los eficientes, “dentro de la clase de estimadores lineales e insesgados, el estimador de MCO es el estimador eficiente”. Esto quiere decir que, operando bajo los supuestos básicos del modelo de regresión lineal, el estimador MCO es insesgado, es decir, su valor esperado coincide con el verdadero valor del parámetro, y es eficiente, su varianza es la menor entre los estimadores lineales e insesgados.

Por lo tanto, bajo las hipótesis básicas sobre la perturbación aleatoria, MCO es lineal, insesgado y eficiente. Por supuesto, una vez analizado y estimado el modelo se debe analizar si las perturbaciones cumplen o no las hipótesis básicas del modelo de regresión lineal. Al estar tratando con datos de serie temporal, el problema más importante a estudiar sería el de autocorrelación, ya que en este tipo de datos es extremadamente común. Según Wooldridge, “una característica fundamental de los datos de series de tiempo es que rara vez puede suponerse que las observaciones económicas sean independientes en el tiempo”, ya que el pasado afecta al futuro. Para determinar si existe o no autocorrelación se hará uso del contraste de Breusch-Godfrey, desarrollado independientemente por ambos autores en 1978, el cual, a diferencia de otros contrastes, como el de Durbin-Watson, permite que la hipótesis alternativa incluya especificaciones más generales que las del AR(1), por lo que sirve para contrastar correlación de cualquier orden, lo cual interesa por la naturaleza de los datos.

El contraste de Breusch-Godfrey contrasta:

$$H_0: \text{no autocorrelación de orden } p$$

$$H_a: \begin{cases} AR(p): u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t \\ 0 \\ MA(p): u_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_p \varepsilon_{t-p} \end{cases}$$

El procedimiento para implementar este contraste consiste en primero estimar el modelo original por MCO y obtener la serie de residuos mínimo cuadráticos $\hat{u}_{MCO,t}$. Una vez se tiene $\hat{u}_{MCO,t}$, se realiza una estimación de una regresión auxiliar cuya variable endógena sea $\hat{u}_{MCO,t}$, y cuyas variables explicativas sean las del modelo original y, dependiendo del orden que se sospecha que sea el retardo del proceso autorregresivo que se cree que sigue la perturbación, se añadirán como variables explicativas también a $\hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \dots, \hat{u}_{t-p}$, siendo p el número de retardos. Por ejemplo, la regresión auxiliar si se estuviera buscando autocorrelación de orden 1 en un modelo con K variables explicativas sería tal que así:

$$\hat{u}_{MCO,t} = \delta_0 + \delta_1 \hat{u}_{MCO,t-1} + \gamma_2 X_{2t} + \dots + \gamma_K X_{Kt} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

Estimada esta regresión, se obtiene su R^2 , y se contrasta la hipótesis nula de no autocorrelación. Para que realmente no exista autocorrelación, todos los coeficientes de la regresión auxiliar tendrían que ser 0, por lo que la hipótesis nula es:

$$H_0 : \text{no autocorrelación}$$

$$H_0 : \delta_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_k = 0$$

El estadístico que se va a utilizar para contrastar la hipótesis es:

$$TR^2 \xrightarrow{d, H_0} \chi_p^2$$

siendo T el tamaño muestral entero (a pesar de que la regresión auxiliar incluya retardos), y p el número de residuos retardados incluidos en la regresión auxiliar, el orden de la autocorrelación que se está contrastando. En el caso de las regresiones que se van a realizar

en este trabajo, T tendrá siempre un valor de 300 (12 observaciones mensuales por año durante 25 años). R^2 es el coeficiente de determinación de la regresión auxiliar.

Por lo que respecta al rechazo o no de la hipótesis nula, esta se rechazará cuando el estadístico calculado sea superior al valor de la distribución chi-cuadrado de p grados de libertad para un nivel de significación del 5%. Por lo que, si la probabilidad de que el valor de la chi cuadrado de p grados de libertad sea mayor que el valor del estadístico TR^2 es menor que 0,05, se rechazará la hipótesis nula, y existirá autocorrelación de orden p .

Las Tablas 7, 8 y 9 muestran los resultados del contraste de Breusch-Godfrey en cada uno de los tres modelos. En todos se ha contrastado la posibilidad de que exista autocorrelación de orden 1 y autocorrelación de orden 12, ya que se está trabajando con datos mensuales.

Tabla 7: Contraste de Breusch-Godfrey. Modelo CAPM.

Cartera	TR^2 de orden 1	Decisión	TR^2 de orden 12	Decisión
C1	3,821816	~	11,239586	No se rechaza H_0
C2	0,157256	No se rechaza H_0	20,347585	~
C3	0,554429	No se rechaza H_0	14,592581	No se rechaza H_0
C4	1,591050	No se rechaza H_0	17,868264	No se rechaza H_0
C5	3,380287	~	17,965436	No se rechaza H_0
C6	0,017271	No se rechaza H_0	15,195545	No se rechaza H_0
C7	3,962364	Se rechaza H_0	28,205833	Se rechaza H_0
C8	1,983634	No se rechaza H_0	24,763774	Se rechaza H_0
C9	1,881049	No se rechaza H_0	23,303399	Se rechaza H_0
C10	4,984149	Se rechaza H_0	16,875654	No se rechaza H_0

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, para el modelo CAPM se encuentran 5 casos de existencia de autocorrelación, de primer orden en las carteras C7 y C10, y de orden 12 en las carteras C7, C8 y C9. Se hallan también 3 casos en los que no hay autocorrelación, pero el estadístico TR^2

se acerca mucho al valor de la Chi-cuadrado, siendo las carteras C1 y C5 para orden 1 y la cartera C2 para orden 12.

Tabla 8: Contraste de Breusch-Godfrey. Modelo de Fama y French.

Cartera	TR ² de orden 1	Decisión	TR ² de orden 12	Decisión
C1	0,020137	No se rechaza H ₀	16,613543	No se rechaza H ₀
C2	0,320362	No se rechaza H ₀	28,200488	Se rechaza H ₀
C3	0,332976	No se rechaza H ₀	15,631304	No se rechaza H ₀
C4	0,437820	No se rechaza H ₀	10,484608	No se rechaza H ₀
C5	1,010139	No se rechaza H ₀	8,194694	No se rechaza H ₀
C6	1,283020	No se rechaza H ₀	18,118624	No se rechaza H ₀
C7	1,838022	No se rechaza H ₀	12,794878	No se rechaza H ₀
C8	0,028869	No se rechaza H ₀	12,756581	No se rechaza H ₀
C9	2,126566	No se rechaza H ₀	28,961900	Se rechaza H ₀
C10	0,578672	No se rechaza H ₀	6,578100	No se rechaza H ₀

Fuente: Elaboración propia

En el contraste de existencia de autocorrelación en el modelo Fama y French se encuentra tan solo autocorrelación de orden 12 en 2 casos, en las carteras C2 y C9. La inclusión de los factores de riesgo SMB y HML ayuda con la autocorrelación de orden 1, pero las perturbaciones siguen estando correlacionadas con las de 12 meses anteriores.

Por último, el contraste en el modelo de Carhart muestra los mismos resultados que en el de Fama y French, autocorrelación de orden 12 en las carteras C2 y C9.

Tabla 9: Contraste de Breusch-Godfrey. Modelo Carhart.

Cartera	TR ² de orden 1	Decisión	TR ² de orden 12	Decisión
C1	0,022166	No se rechaza H ₀	16,692779	No se rechaza H ₀
C2	0,302844	No se rechaza H ₀	28,326568	Se rechaza H ₀
C3	0,472848	No se rechaza H ₀	15,559213	No se rechaza H ₀
C4	0,404929	No se rechaza H ₀	10,164991	No se rechaza H ₀
C5	0,935152	No se rechaza H ₀	7,084725	No se rechaza H ₀
C6	1,000500	No se rechaza H ₀	17,852614	No se rechaza H ₀
C7	1,310476	No se rechaza H ₀	14,877798	No se rechaza H ₀
C8	0,060965	No se rechaza H ₀	12,458063	No se rechaza H ₀
C9	1,337819	No se rechaza H ₀	24,225791	Se rechaza H ₀
C10	0,198446	No se rechaza H ₀	6,704917	No se rechaza H ₀

Fuente: Elaboración propia

En las diferentes carteras de cada uno de los tres modelos que presentan autocorrelación de orden 1 o 12, la hipótesis básica de que la perturbación no está correlacionada entre periodos diferentes de tiempo no se cumple, por lo que el estimador de MCO no es de varianza mínima. Por lo tanto, será necesario tener en cuenta la autocorrelación si se quiere realizar una inferencia válida. Para ello, se utilizará el estimador Newey-West, ideado por Whitney K. Newey y Kenneth D. West en 1987, a la hora de estimarla matriz de varianzas y covarianzas del estimador MCO. Este método proporciona un estimador robusto de la matriz de varianzas y covarianzas, que tiene en cuenta el problema de la autocorrelación y permite realizar inferencia válida. Será explicado más detalladamente en la siguiente sección.

5. Resultados de la estimación

Explicada la metodología que se ha seguido para la estimación, se procede a mostrar los resultados de las estimaciones realizadas. Las Tablas 10, 11 y 12 presentan los resultados de la estimación de los modelos de valoración expuestos anteriormente, CAPM, 3 Factores de

Fama y French y el modelo de Carhart, para las diez carteras construidas por el cociente VC/VM. Las tres tablas se organizan de la misma manera, la primera columna muestra la cartera para la cual se ha estimado el modelo. Las siguientes columnas muestran las estimaciones de los parámetros que acompañan a cada variable explicativa en cada modelo, junto con el estadístico de significación individual para ayudar con el análisis de los resultados. Las dos últimas columnas muestran los resultados del contraste de significatividad conjunto y su valor p, salvo para el CAPM, y el coeficiente de determinación corregido. Para este último modelo se muestran también las estimaciones del término independiente junto con su estadístico t de significatividad individual. La significatividad individual de cada variable en cada modelo, se contrasta con las siguientes hipótesis nula y alternativa:

$$\begin{aligned}
 H_0 : \beta_{j,k} &= 0 & j &= 1, \dots, 10 \\
 H_a : \beta_{j,k} &\neq 0 & k &: \text{MKF, SMB, HML, MOM}
 \end{aligned}$$

Se utiliza como estadístico de contraste:

$$\frac{\hat{\beta}_{j,k}}{\widehat{des}(\hat{\beta}_{j,k})} \stackrel{H_0}{\sim} t_{(T-K)}$$

tomando como regla de contraste $\frac{\hat{\beta}_{j,k}}{\widehat{des}(\hat{\beta}_{j,k})} > t_{(T-K)}^{\alpha}$ para un nivel de significatividad α dado. Cuando el estadístico sea mayor que el valor correspondiente en tablas de la distribución t de student, se rechaza la hipótesis nula de no significatividad, y la variable será significativa para explicar el comportamiento de la variable endógena, los rendimientos de la cartera en exceso del activo seguro. Para los valores con los que se está trabajando, el valor a superar de la distribución t de student para un nivel de significatividad del 5%, y un tamaño muestral de 300 es de 1,96.

No es suficiente saber si las variables son significativas individualmente, sino que se debe también observar si las variables explicativas son conjuntamente significativas para explicar el comportamiento de la variable endógena. Este contraste solo se realizará en los modelos de Fama y French y en el de Carhart, ya que el CAPM tan solo cuenta con una variable

explicativa, y por lo tanto coincide con el contraste de significatividad individual. La hipótesis nula es:

$$H_0 : \beta_{MKF} = \beta_{SMB} = \beta_{HML} = 0 \text{ en el modelo de 3 Factores de Fama y French,}$$

o

$$H_0 : \beta_{MKF} = \beta_{SMB} = \beta_{HML} = \beta_{MOM} = 0 \text{ en el modelo de Carhart}$$

Frente a la hipótesis alternativa, igual en ambos modelos:

$$H_a : \text{Que no se de alguna igualdad}$$

Para contrastar estas hipótesis, utilizaremos el estadístico F, el cual se define como:

$$F = \frac{R^2/K - 1}{(1 - R^2)/T - K} \stackrel{H_0}{\sim} F_{(K-1, T-K)}$$

Así, rechazaremos la hipótesis nula si el valor del estadístico F es mayor que el valor que le corresponda a la distribución F de Snedecor para los grados de libertad y nivel de significación dados. Para un nivel del 5%, este valor será diferente en cada modelo, ya que depende del número de variables explicativas. Se rechazará la hipótesis nula de no significatividad conjunta cuando el valor p sea menor de 0,05.

En aquellas carteras en las que se ha detectado la existencia de autocorrelación los estadísticos de contraste se han modificado apropiadamente para que la inferencia realizada sea válida. Bajo autocorrelación el estimador MCO es lineal e insesgado, pero no es eficiente. Si se utiliza $\hat{V}(\hat{\beta}_{MCO}) = \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1}$ como estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de $\hat{\beta}_{MCO}$ la inferencia no sería válida ya que este estimador es sesgado bajo autocorrelación.

Para hacer una inferencia válida utilizando $\hat{\beta}_{MCO}$ basta con utilizar como estimador de $V(\hat{\beta}_{MCO})$ el estimador robusto a heterocedasticidad propuesto por Newey-West (1987)⁴:

$$\hat{V}(\hat{\beta}_{MCO})_{NW} = (X'X)^{-1}X'QX(X'X)^{-1}$$

⁴ En Gretl: Desviaciones típicas HAC, con ancho de banda 5 (Kernel de Bartlett)

siendo:

$$Q = \sum_{j=1}^T \hat{u}_t^2 X_t X_t' + \sum_{l=1}^L \sum_{t=l+1}^T w_l \hat{u}_t \hat{u}_{t-l} [X_t X_{t-l}' + X_{t-l} X_t']$$

donde:

$$w_l = 1 - \frac{l}{L+1} \text{ y } X_t' = [1, X_{2t}, \dots, X_{Kt}]$$

siendo L el orden máximo de autocorrelación en la perturbación.

Así, el estadístico para el contraste de significatividad individual apropiadamente corregido sería:

$$\frac{\hat{\beta}_{j,k,MCO}}{\widehat{des}(\hat{\beta}_{j,k,MCO})_{NW}} \xrightarrow{d,H_0} N(0,1)$$

Mientras que para el contraste de significatividad conjunta se usaría:

$$(R\hat{\beta}_{MCO} - r)' [R\hat{V}(\hat{\beta}_{MCO})_{NW}R']^{-1} (R\hat{\beta}_{MCO} - r) \xrightarrow{d,H_0} \chi_q^2$$

siendo:

$R = [0 : I_3]$ y $r = [\vec{0}]_{3 \times 1}$ en el modelo de 3 factores de Fama y French, y

$R = [0 : I_4]$ y $r = [\vec{0}]_{4 \times 1}$ en el modelo de Carhart.

Tabla 10: Estimación del modelo CAPM

CAPM	$\hat{\alpha}_j$	$\hat{\beta}_{j,MKF}$	\bar{R}^2
C1**	0,00881326 (0,07507)	1,01751 (29,62)	0,884014
C2**	0,173432 (2,116)	0,94737 (30,62)	0,896437
C3	0,189755 (2,119)	0,892678 (43,74)	0,864756
C4	0,0768569 (0,7552)	0,937326 (40,4)	0,845123
C5**	0,212966 (1,52)	0,883068 (22,58)	0,809943
C6	0,213872 (1,563)	0,895006 (28,69)	0,733262
C7*	-0,090328 (-0,408)	0,926142 (11,32)	0,733769
C8*	0,11422 (0,5174)	0,970035 (10,67)	0,711099
C9*	0,141547 (0,6452)	1,01276 (13,85)	0,729965
C10*	0,014462 (0,0545)	1,22497 (13,16)	0,694170

* En las carteras C7, C8, C9 y C10 se ha utilizado el estimador de Newey-West, para que la inferencia sea válida a pesar de la existencia de autocorrelación.

** Como procedimiento conservador también se ha aplicado en las carteras C1, C2 y C5 el estimador de Newey-West, ya que el estadístico de contraste se encuentra muy cerca de la región crítica.

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 10 muestra los resultados de la estimación del CAPM. En cuanto a la interpretación de los resultados, $\hat{\beta}_{j,MKF}$ es la estimación del coeficiente de la regresión para la variable explicativa MKF, y se define como el incremento estimado en el valor esperado o valor medio del excedente de rendimiento de la cartera j cuando la prima por riesgo de mercado, la variable exógena MKF, aumenta en una unidad. Para dar un ejemplo, si MKF aumenta en un 1%, el exceso de rendimiento en la cartera C5 experimentaría un aumento medio de un 0,88%. Como se puede observar, por el valor de los estadísticos-t, la variable MKF es significativa para todas las carteras con las que se realiza la estimación, mostrando el

estadístico de contraste valores muestrales muy elevados respecto a 1,96, que es el valor que tiene que ser menor que el estadístico para que exista significatividad individual como ya se ha explicado anteriormente. Cuando se ha explicado el modelo CAPM, el signo que se esperaba de este coeficiente era positivo, ya que a mayor rendimiento en la cartera de mercado mayor rendimiento en la cartera de activos con riesgo, y como se puede observar, la estimación del coeficiente que acompaña a la variable MKF, $\hat{\beta}_{j,MKF}$ es positiva para todas las carteras.

En la segunda columna de la tabla disponemos de los valores estimados del término independiente y del estadístico para el contraste de significatividad individual. Como se puede observar, todos los valores del estadístico de contraste son menores que 1,96, y los que son mayores, no superan el umbral de 2,59 para $\alpha = 1\%$. Por tanto, y tal como requiere el modelo de valoración CAPM, el término independiente del modelo es cero.

En la última columna se encuentra la bondad del ajuste de cada ecuación estimada recogida por el coeficiente de determinación corregido, el cual interpretamos como el porcentaje de variación de la variable endógena que es explicada por las variables explicativas incluidas en el modelo. Como en el CAPM tan solo disponemos de MKF como variable explicativa, se puede observar que esta misma aporta una bondad del ajuste sorprendentemente elevada al modelo, oscilando entre un 71% y un 89% la variabilidad del excedente de rendimiento explicada por la variabilidad de MKF en el modelo según la cartera que se elija.

La Tabla 11 muestra los resultados de la estimación del modelo Fama y French con cada una de las carteras construidas por el ratio VC/VM. De la segunda a la cuarta columna se presentan los coeficientes de regresión estimados de cada variable explicativa del modelo y su correspondiente estadístico t de significatividad individual, en la quinta columna se encuentra el estadístico de significatividad conjunta y su valor p, y en la sexta y última columna se dispone de la bondad del ajuste de la estimación de cada modelo, recogida mediante el coeficiente de determinación corregido.

Tabla 11: Estimación del modelo 3 Factores de Fama y French

3 FFF	$\hat{\beta}_{j,MKF}$	$\hat{\beta}_{j,SMB}$	$\hat{\beta}_{j,HML}$	$F_{(3, 296)}$	\bar{R}^2
C1	1,00905 (67,07)	-0,161689 (-7,918)	-0,388859 (-18,13)	1735,728 (1,8e-187)	0,945668
C2*	0,957867 (32,77)	-0,10926 (-3,246)	-0,093649 (-1,479)	399,6053 (1,0e-103)	0,903950
C3	0,914163 (45,97)	-0,0372486 (-1,380)	0,154871 (5,462)	727,4715 (3,3e-136)	0,879358
C4	0,959752 (43,59)	-0,00429642 (-0,1438)	0,225955 (7,197)	661,4665 (7,5e-131)	0,868883
C5	0,916766 (42,41)	-0,0169436 (-0,5775)	0,320028 (10,38)	631,5420 (2,8e-128)	0,863509
C6	0,943711 (39,05)	-5,03E-05 (-0,001534)	0,507986 (14,74)	564,0079 (4,9e-122)	0,849599
C7	0,976252 (39,33)	0,00392646 (0,1165)	0,530038 (14,97)	573,3618 (6,1e-123)	0,851693
C8	1,00121 (46,53)	0,221214 (7,5740)	0,736476 (24)	913,6247 (2,9e-149)	0,901543
C9*	1,04581 (28,30)	0,20417 (4,926)	0,724434 (18,03)	504,4367 (5,5e-116)	0,903065
C10	1,23246 (41,78)	0,45043 (11,25)	0,915593 (21,77)	781,1069 (3,0e-140)	0,886713

* En las carteras C2 y C9 se ha utilizado el estimador de Newey-West, para que la inferencia sea válida a pesar de la existencia de autocorrelación.

Fuente: Elaboración propia

Al igual que en las estimaciones del CAPM, $\hat{\beta}_{j,MKF}$ presenta unos valores que oscilan entre 0,91 y 1,23, pero que en general son muy cercanos a 1, y muestra el signo esperado, positivo. Respecto a los valores del estadístico t de significatividad individual, son los más elevados de todas las variables explicativas, siendo mayores en todos los casos al valor 1,96 con el que se comparan para determinar si existe significatividad individual. MKF es por lo tanto una variable explicativa significativa individualmente para explicar el comportamiento de la variable endógena.

Por lo que respecta a $\hat{\beta}_{j,SMB}$ los resultados son relativamente ambiguos, sus valores en todas las estimaciones rondan 0, pero según aumenta el ratio VC/VM de la cartera utilizada en la

estimación, se ve una clara progresión del valor estimado, comenzando en -0,16, y acabando en 0,45. En carteras con bajo ratio VC/VM, carteras con acciones de crecimiento, el coeficiente de la regresión presenta un valor estimado negativo cercano al 0, el cual según se va pasando a carteras de acciones de valor (VC/VM alto), va aumentando hasta llegar a 0,45. En las dos primeras y tres últimas carteras el estadístico de significatividad individual presenta valores superiores a 1,96 en términos absolutos, pero en el resto de carteras es al revés. Por lo tanto, atendiendo a la interpretación de este estadístico, la variable explicativa SMB es significativa individualmente tan solo en esas 5 carteras en las que el estadístico es mayor que 1,96, más precisamente en las carteras C1, C2, C8, C9 y C10. Anteriormente se explicó que se esperaba un signo negativo para este parámetro, lo cual se cumple en las primeras 6 carteras, pero no en las 4 últimas.

HML es la última variable en el modelo de Fama y French, en la estimación presenta un coeficiente de regresión estimado que sigue la misma trayectoria que el de SMB, comienza siendo negativo, -0,38, para las carteras de bajo ratio VC/VM, pero a medida que se estiman carteras con ratios más altos este va aumentando hasta llegar a 0,91 en la estimación de la cartera C10. En lo pertinente al estadístico t, todos los valores son mayores a 1,96, salvo en la cartera C2, por lo que HML es significativa individualmente en todas las carteras, excepto en la cartera C2, para explicar los excedentes de rendimiento de las mismas. Las suposiciones que se realizaban respecto de este coeficiente a la hora de explicar el modelo eran que su signo sería positivo, lo cual se cumple tan solo parcialmente. A mayor cociente VC/VM de la cartera a estimar, mejor efecto sobre los excesos de rendimiento de esta cartera tendrá este parámetro, pasando de afectar negativamente a los rendimientos cuando el ratio VC/VM es bajo, a positivamente cuando este es alto. Esto posiblemente se deba a que, como ya se ha comentado anteriormente, las acciones de valor tienden a conseguir mejores rendimientos que las de crecimiento.

Una vez realizados los contrastes individuales de cada variable explicativa, se contrasta la significatividad conjunta, como se puede observar, los valores p del estadístico F son extremadamente pequeños, muy por debajo del umbral de 0,05, por lo que rechazamos la hipótesis nula de no significatividad conjunta. MKF, SMB y HML son conjuntamente significativas para explicar los excedentes de rendimiento de todas las carteras de acuerdo al

contraste realizado. La aportación de los factores de riesgo tamaño y cociente VC/VM a explicar los excesos de rentabilidad de las carteras construidas por VC/VM es significativa aun cuando se ha controlado por el riesgo de mercado. La contribución del factor HML es mayor que la del factor tamaño, SMB, seguramente porque las carteras utilizadas en el estudio han sido construidas con relación a ese factor. Observando la bondad del ajuste, lógicamente el coeficiente de determinación corregido aumenta respecto del modelo CAPM, por la inclusión de SMB y HML, que son adiciones significativas conjuntamente en todas las carteras y que mejoran la capacidad de explicación del modelo de la variabilidad de los excedentes de rendimiento de las carteras en todos los casos.

Tabla 12: Estimación del modelo Carhart

Carhart	$\hat{\beta}_{j,MKF}$	$\hat{\beta}_{j,SMB}$	$\hat{\beta}_{j,HML}$	$\hat{\beta}_{j,MOM}$	$F_{(4, 295)}$	\bar{R}^2
C1	1,01033 (63,03)	-0,16203 (-7,902)	-0,387535 (-17,44)	0,00321136 (0,2331)	1297,651 (8,1e-186)	0,945494
C2*	0,962561 (33,90)	-0,110517 (-3,296)	-0,0887683 (-1,397)	0,0118305 (0,4128)	333,7965 (3,8e-108)	0,903784
C3	0,908571 (42,92)	-0,0357518 (-1,32)	0,149057 (5,079)	-0,0140933 (-0,7748)	545,0170 (7,3e-135)	0,879195
C4	0,956041 (40,76)	-0,00330307 (-0,1101)	0,222097 (6,83)	-0,00935278 (-0,4641)	494,8387 (1,9e-129)	0,868534
C5	0,897858 (39,37)	-0,0118821 (-0,4073)	0,300367 (9,499)	-0,0476563 (-2,432)	482,9970 (4,2e-128)	0,865738
C6	0,953728 (37,12)	-0,00273194 (-0,08312)	0,518403 (14,55)	0,0252487 (1,144)	423,7728 (6,6e-121)	0,849756
C7	0,962074 (36,52)	0,00772186 (0,2292)	0,515295 (14,11)	-0,0357354 (-1,579)	432,8132 (4,6e-122)	0,852437
C8	1,00647 (43,93)	0,219804 (7,5)	0,741952 (23,36)	0,0132741 (0,6743)	684,0696 (7,7e-148)	0,901362
C9*	1,02194 (30,63)	0,210559 (4,891)	0,699616 (13,77)	-0,0601577 (-2,062)	387,7326 (4,3e-116)	0,905676
C10	1,19541 (38,82)	0,460347 (11,69)	0,877072 (20,55)	-0,0933714 (-3,529)	611,6139 (2,1e-141)	0,890934

* En las carteras C2 y C9 se ha utilizado el estimador de Newey-West, para que la inferencia sea válida a pesar de la existencia de autocorrelación.

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 12 presenta en el mismo formato que las anteriores tablas, los resultados de estimación del modelo Carhart para cada una de las carteras. La única adición respecto del anterior modelo es la quinta columna en la que se incluyen los coeficientes de regresión estimados y estadísticos t de la variable explicativa MOM.

Los resultados de $\hat{\beta}_{j,MKF}$, $\hat{\beta}_{j,SMB}$, y $\hat{\beta}_{j,HML}$ son extremadamente similares a los del modelo anterior, $\hat{\beta}_{j,MKF}$ ronda el valor estimado 1 y es la variable con el estadístico t más grande, siendo significativa individualmente para explicar los excesos de rendimiento en las diez carteras consideradas. $\hat{\beta}_{j,SMB}$ progresa de -0,16 a 0,46 según se aumenta el ratio VC/VM de la cartera cuyos excedentes de rendimiento se estiman. Como en el caso del modelo de 3 factores de Fama y French, SMB tan solo es significativa individualmente en las dos primeras y tres últimas carteras. Al igual que en la estimación del modelo de Fama y French, HML es significativa en todas las carteras, excepto en la cartera C2, y $\hat{\beta}_{j,HML}$ sigue la misma progresión de negativo a positivo ya comentada.

Los valores de $\hat{\beta}_{j,MOM}$ oscilan entre -0,093 y 0,025, sin existir una clara tendencia observable. Los valores de su estadístico t son generalmente menores a 1,96, excepto en las carteras C5, C9, y C10, por lo que, exceptuando las regresiones de estas carteras, MOM no es significativa individualmente para explicar los excedentes de rendimiento del resto de las carteras. La aportación de la variable momentum a explicar los excesos de rentabilidad en carteras construidas por el ratio VC/VM es muy reducida una vez se ha controlado por el riesgo del mercado y el riesgo asociado al tamaño y al cociente VC/VM.

A la hora de contrastar la significatividad conjunta de todas las variables explicativas, podemos observar que los valores p, al igual que en las estimaciones del modelo de Fama y French están extremadamente por debajo del umbral de 0,05, por lo que rechazamos la hipótesis nula de no significatividad para todas las carteras, por lo que MKF, SMB, HML, y MOM son significativas conjuntamente para explicar los excedentes de rendimiento de todas las carteras.

La bondad del ajuste experimenta una extremadamente pequeña mejora respecto del modelo anterior con la introducción de la nueva variable explicativa MOM, como era de esperar, solo en las carteras C5, C9 y C10, aquellas en las que la variable MOM es individualmente significativa.

Para intentar armonizar estos resultados con los del artículo académico de Carhart de 1997, se ha realizado un análisis de los estadísticos principales del factor de riesgo momentum y de su evolución del periodo anterior a la publicación del artículo al periodo posterior que se ha utilizado en este trabajo. La media mensual del factor de riesgo momentum durante el periodo que va desde 1927 hasta 1995 es de 0,744, mientras que la media mensual del periodo utilizado en este trabajo, de 1995 a 2019, es tan solo de 0,404. Incluso más clara es la diferencia si se observan los valores anuales de estos estadísticos, siendo la media anual del primer periodo 10,904, y siendo la media anual del segundo periodo tan solo 4,27. También cambian drásticamente las desviaciones típicas anuales, mientras que de 1927 a 1995 MOM tiene una desviación típica de 12,14, de 1995 a 2021 este valor es de 21,82. Concluimos por tanto, que el cambio que la variable MOM ha experimentado, la bajada en la persistencia de los rendimientos de los ganadores de años previos ha resultado en que en nuestro análisis, no sea una variable exógena que aporte capacidad explicativa al modelo. Al mismo resultado llegan Kevin Zhao y James J. Choi (2020), de la universidad de Yale, en su estudio, muestran que una vez se sale del periodo muestral que utilizó Carhart en su artículo académico de 1997, que llegaba tan solo hasta 1993, la persistencia en el rendimiento de empresas ganadoras en el año previo desaparece, lo cual lo atribuyen a cambio en el paradigma de estilos de inversión. Esto evoca un pensamiento interesante, para que un modelo de valoración sea útil tanto contemporáneamente como en el futuro, es importante que se base en variables financieras o económicas, ya que si toma como factores de riesgo estrategias o comportamientos psicológicos que pueden variar con el tiempo, su validez futura puede quedar comprometida.

Comparando las estimaciones del modelo CAPM con las del modelo de los tres factores de Fama y French, encontramos que MKF es significativa individualmente en ambos modelos, pero el modelo de Fama y French incluye además SMB y HML, ambas significativas individualmente en mayor o menor medida dependiendo de las carteras a explicar. Los tres factores de riesgo son significativos conjuntamente y mejoran visiblemente la bondad del ajuste para todas las carteras consideradas en el análisis empírico.

Al introducir las variables SMB y HML, se experimenta un aumento de la bondad del ajuste de más de 5 puntos porcentuales en todas las carteras y en las carteras C8, C9 y C10, el aumento es de casi 20 puntos porcentuales.

Tabla 13: Comparación de las bondades del ajuste de los tres modelos

Carteras	\bar{R}^2 CAPM	\bar{R}^2 FFF	\bar{R}^2 Carhart
C1	0,884014	0,945668	0,945494
C2	0,896437	0,903950	0,903784
C3	0,864756	0,879358	0,879195
C4	0,845123	0,868883	0,868534
C5	0,809943	0,863509	0,865738
C6	0,733262	0,849599	0,849756
C7	0,733769	0,851693	0,852437
C8	0,711099	0,901543	0,901362
C9	0,729965	0,903065	0,905676
C10	0,694170	0,886713	0,890934

Fuente: Elaboración propia

El CAPM ha demostrado ser un modelo con una alta capacidad explicativa sobre los excesos de rendimiento de carteras construidas por VC/VM, capacidad sin embargo relativamente limitada al hacer uso de tan solo un único factor de riesgo. Frente a él, el modelo de 3 factores de Fama y French que utiliza además SMB y HML, ambos significativos conjuntamente y con alta significatividad individual, presenta una mayor capacidad explicativa de los excesos de rendimiento que se han analizado. Los factores de riesgo tamaño y cociente VC/VM poseen capacidad explicativa estadísticamente significativa una vez se ha controlado por el riesgo de mercado.

En cuanto a la comparación entre el modelo Fama y French y el de Carhart, la única variable diferente es la inclusión de MOM, la cual es significativa individualmente en tres de las diez carteras, y significativa conjuntamente junto con MKF, SMB y HML en todas las carteras. El coeficiente de determinación corregido solo aumenta, lógicamente, en aquellas carteras donde el factor momentum es significativo individualmente, las carteras C5, C9 y C10, mejora que no llega a 0,5 puntos porcentuales en el mejor de los casos.

Por todo esto, se puede decir que el factor de riesgo momentum, MOM, introducido por Carhart, no aporta valor explicativo adicional al modelo de 3 factores de Fama y French, ya que no es significativo individualmente en la mayor parte de las carteras.

La Tabla 13 muestra los coeficientes de determinación corregidos de los tres modelos para todas las carteras. En comparación, la inclusión de MOM provoca una mejora en el coeficiente de determinación corregido tan solo en las carteras C5, C9 y C10, aquellas donde la variable momentum es individualmente significativa.

6. Conclusión

El objetivo del presente trabajo es analizar los modelos de valoración más notables que se han derivado del Modelo de Valoración de Activos Financieros con Cartera de Mercado, que son el modelo de 3 factores de Fama y French y el modelo Carhart, y comparar la capacidad explicativa que tienen los factores de riesgo considerados en cada uno de ellos.

El primer modelo analizado es el CAPM, cuyo único factor de riesgo para explicar los excesos de rendimiento de carteras construidas por VC/VM es MKF, el exceso de rendimiento de la cartera de mercado. Esta variable es significativa en todas las carteras y modelos, demostrando una gran capacidad explicativa para con la variable dependiente.

Frente al modelo CAPM, se analiza si los factores de riesgo que incluye el modelo de 3 factores de Fama y French, SMB, asociado al tamaño, y HML, asociado al cociente VC/VM, añaden capacidad explicativa una vez controlado por el riesgo de mercado. Ambos factores son significativos conjuntamente junto con MKF, y demuestran una alta significatividad individual. Su adición al modelo CAPM mejora considerablemente la capacidad explicativa de los excesos de rendimiento. HML funciona mejor que SMB, seguramente por el criterio de construcción de las carteras, HML replica el factor de riesgo asociado al cociente VC/VM, y las carteras están construidas mediante ese mismo cociente.

Sin embargo, este resultado no es sorprendente, el artículo de 1993 de Fama y French obtiene los mismos buenos resultados para carteras construidas por tamaño y cociente VC/VM. El presente trabajo muestra similares resultados utilizando un período distinto y más cercano. Además, en el trabajo de Fama French se muestra que otras variables relacionadas con la estructura temporal de los tipos de interés y de los dividendos pueden explicar los excesos de rentabilidades pero que los factores SMB y HML son imbatibles. En este trabajo se ha considerado que, dado que existe una alta correlación entre los rendimientos bursátiles y la evolución de la economía, podemos pensar que el momentum es un indicador adelantado de los ciclos económicos y en este sentido puede ser considerado un factor de riesgo. Por ello el último modelo estudiado es el Modelo de Carhart.

Carhart intenta aumentar la capacidad explicativa del modelo de 3 factores de Fama y French mediante la inclusión del factor de riesgo momentum, MOM. Considerando las estimaciones realizadas, MOM no es significativo en la mayor parte de las carteras, y su capacidad explicativa una vez controlados los demás factores de riesgo es prácticamente cero. Estos resultados son acordes a los obtenidos por un estudio realizado en la universidad de Yale por Kevin Zhao y James J. Choi (2020), en el cual muestran que una vez se sale del periodo muestral que utilizó Carhart en su artículo académico de 1997, la persistencia en el rendimiento de empresas ganadoras en el año previo desaparece, lo cual lo atribuyen a cambio en el paradigma de estilos de inversión.

Para concluir, decir que factores de riesgo contruidos en base a principios económicos probados, como SMB y HML, son preferibles a factores de riesgo que, a pesar de tener un aspecto claramente económico, como MOM, sus bases son sociales y psicológicas, dependientes en la estrategia de inversión de las empresas.

Bibliografía

- Breusch, T. S. (1978). Testing for Autocorrelation in Dynamic Linear Models. *Australian Economic Papers*, 17(31), 334-355.
- Campbell, J. Y., Lettau, M., Malkiel, B. G., Xu, Y. (2001). Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic Risk. *The Journal of Finance*, 56(1), 1-43.
- Carhart, M. M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 57-82.
- Choi, J. J., Chao, K. (2020). *Carhart (1997) Mutual Fund Performance Persistence Disappears Out of Sample*. Universidad de Yale.
- Esteban, M.V., Moral, M.P., Orbe, S., Regúlez, M., Zarraga, A., Zubia, M. (2008). *Econometría Básica Aplicada con Gretl*. Colección Sarriko On. UPV/EHU.
- Fama, E. F., French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33, 3-56.
- Fama, E. F., French, K. R. (1996). Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. *The Journal of Finance*, 51(1), 55-84.
- Godfrey, L. (1978). Testing against General Autoregressive and Moving Average Error Models When the Regressors Include Lagged Dependent Variables. *Econometrica*, 46(6), 1293-1301.
- Hendricks, D., Patel, J., Zeckhauser, R. (1993). Hot Hands in Mutual Funds, Short-Run Persistence of Relative Performance, 1974–1988. *The Journal of Finance*, 48(1), 93-130.
- Jegadeesh, N., Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *The Journal of Finance*, 48(1), 65-91.
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47 (1), 13-37.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1999). The early history of portfolio theory: 1600-1960. *Financial Analysts Journal*, 55(4), 5-16.

- Newey, W. y K; West, K. D (1987). A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55 (3), 703–708.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19 (3), 425-442.
- Statman. M. (1987). How many stocks make a diversified portfolio? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22(3): 353-363.
- Williams, J. B. (1938). The Theory of Investment Value. *Harvard University Press*.
- Wooldridge, J. M. (2009). *Introductory econometrics. A modern approach*. Ohio, USA. Cengage Learning. 4ª Edición.

Enlaces

- Kenneth R. French - Data Library.
- https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/six_portfolios.html
- http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/det_beme_brea_kpoints.html